

JEE MAINS 2018
QUESTION PAPER &
SOLUTIONS
(CODE-D)

MATHS

1. If the curves $y^2 = 6x$, $9x^2 + by^2 = 16$ intersect each other at right angles, then the value of b is :

- (A) $\frac{9}{2}$ (B) 6 (C) $\frac{7}{2}$ (D) 4

1. यदि वक्र $y^2 = 6x$ तथा $9x^2 + by^2 = 16$ समकोण पर प्रतिच्छेद करते हैं, तो b का मान है:

- (A) $\frac{9}{2}$ (B) 6 (C) $\frac{7}{2}$ (D) 4

Sol. 1

$$y^2 = 6x$$

$$m_1 = -\left[\frac{-6}{2y}\right] = \frac{3}{y}$$

$$= 9x^2 + by^2 = 16$$

$$m_2 = -\left[\frac{18x}{2by}\right]$$

$$m_1 m_2 = -1$$

$$\left(\frac{3}{y}\right) \cdot \left(\frac{-18x}{2by}\right) = -1$$

$$\frac{27x}{by^2} = 1 \quad \left(\because \frac{y^2}{x} = 6\right)$$

$$\frac{27}{b} \times \frac{1}{6} = 1 \quad \Rightarrow b = \frac{27}{6} \quad \Rightarrow b = \frac{9}{2}$$

2. Let \vec{u} be a vector coplanar with the vectors $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{j} + \hat{k}$. if \vec{u} is perpendicular to \vec{a} and $\vec{u} \cdot \vec{b} = 24$, then $|\vec{u}|^2$ is equal to :

- (A) 84 (B) 336 (C) 315 (D) 256

2. माना \vec{u} एक ऐसा सदिश है जो सदिशों $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{j} + \hat{k}$ के साथ समतलीय है। यदि \vec{u} , \vec{a} पर लंबवत् है

तथा $\vec{u} \cdot \vec{b} = 24$ है, तब $|\vec{u}|^2$ बराबर है :

- (A) 84 (B) 336 (C) 315 (D) 256

Sol. 2

$$[\vec{u}, \vec{a}, \vec{b}] = 0 \Rightarrow \vec{u} = x\vec{a} + y\vec{b}$$

$$\vec{u} \cdot \vec{a} = 0 \quad \text{Now } \vec{u} \cdot \vec{a} = 0 \Rightarrow xa^2 + y\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$$\vec{u} \cdot \vec{b} = 24 \quad \vec{u} \cdot \vec{b} = 24 \Rightarrow x\vec{a} \cdot \vec{b} + yb^2 = 24$$

$$(14x + 2y = 0) - (2x + 2y = 24) = 12x = -24$$

$$x = -2 \text{ \& } y = 14$$

$$\vec{u} = -2\vec{a} + 14\vec{b}$$

$$\vec{u} = -4\hat{i} + 8\hat{j} + 15\hat{k} \Rightarrow |\vec{u}| = \sqrt{4^2 + 8^2 + 16^2}$$

$$|\vec{u}| = \sqrt{336} \Rightarrow |\vec{u}|^2 = 336$$

3. For each $t \in \mathbf{R}$, let $[t]$ be the greatest integer less than or equal to t . Then

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \left(\left[\frac{1}{x} \right] + \left[\frac{2}{x} \right] + \dots + \left[\frac{15}{x} \right] \right)$$

- (A) does not exist (in \mathbf{R}). (B) is equal to 0.
(C) is equal to 15. (D) is equal to 120.

3. प्रत्येक $t \in \mathbf{R}$ के लिए, माना $[t]$, t अथवा t से छोटा महत्तम पूर्णांक है, तो

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \left(\left[\frac{1}{x} \right] + \left[\frac{2}{x} \right] + \dots + \left[\frac{15}{x} \right] \right)$$

- (A) (\mathbf{R} में) इसका अस्तित्व नहीं है। (B) 0 के बराबर है।
(C) 15 के बराबर है। (D) 120 के बराबर है।

Sol. 4

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \left(\left[\frac{1}{x} \right] + \left[\frac{2}{x} \right] + \dots + \left[\frac{15}{x} \right] \right) \Rightarrow \text{Now } \frac{1}{x} - 1 < \left[\frac{1}{x} \right] \leq \frac{1}{x}$$

$$\frac{2}{x} - 1 < \left[\frac{2}{x} \right] \leq \frac{2}{x}$$

$$\frac{15}{x} - 1 < \left[\frac{15}{x} \right] \leq \frac{15}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \left(\frac{\sum 15}{x} - 15 \right) < \lim_{x \rightarrow 0^+} x \left(\left[\frac{1}{x} \right] + \left[\frac{2}{x} \right] + \dots + \left[\frac{15}{x} \right] \right) \leq \lim_{x \rightarrow 0^+} x \left(\frac{\sum 15}{x} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sum 15 - 15x < L \leq \lim_{x \rightarrow 0^+} \sum 15$$

$$L = 120$$

4. If L_1 is the line of intersection of the plane $2x - 2y + 3z - 2 = 0$, $x - y + z + 1 = 0$ and L_2 is the line of intersection of the plane $x + 2y - z - 3 = 0$, $3x - y + 2z - 1 = 0$, then the distance of the origin from the plane containing the lines L_1 and L_2 is :

- (A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (B) $\frac{1}{4\sqrt{2}}$ (C) $\frac{1}{3\sqrt{2}}$ (D) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

4. यदि समतलों $2x - 2y + 3z - 2 = 0$, $x - y + z + 1 = 0$ की परिच्छेदी रेखा L_1 है तथा समतलों $x + 2y - z - 3 = 0$, $3x - y + 2z - 1 = 0$ की परिच्छेदी रेखा L_2 है, तो मूल बिन्दु की दूरी उस समतल से जो रेखाओं L_1 और L_2 को अंतर्विष्ट करता है, है :

- (A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (B) $\frac{1}{4\sqrt{2}}$ (C) $\frac{1}{3\sqrt{2}}$ (D) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

Sol. 3

$$P_1 : 2x - 2y + 3z - z = 0$$

$L_1 :$

$$P_2 : x - y + z + 1 = 0$$

$$\vec{v}_1 = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2 = (1, 1, 0)$$

$$P_3 : x + 2y - z - 3 = 0$$

$L_2 :$

$$P_4 : 3x - y + 2z - 1 = 0$$

$$\vec{n} = \vec{v}_1 \times \vec{v}_2 = (-7, 7, -8)$$

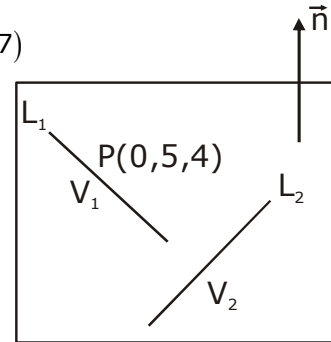
Equation of plane

$$P : -7(x - 0) + 7(y - 5) - 8(z - 4)$$

Distance from (0,0)

$$d = \frac{1}{3\sqrt{2}}$$

$$\vec{v}_2 = \vec{n}_3 \times \vec{n}_4 = (3, -5, -7)$$



5. The value of $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x}{1+2^x} dx$ is :

(A) $\frac{\pi}{4}$

(B) $\frac{\pi}{8}$

(C) $\frac{\pi}{2}$

(D) 4π

5. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x}{1+2^x} dx$ का मान है | :

(A) $\frac{\pi}{4}$

(B) $\frac{\pi}{8}$

(C) $\frac{\pi}{2}$

(D) 4π

Sol. 1

$$I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x}{1+2^x} dx \Rightarrow 2I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$$

$$2I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx \text{ (By property 4)}$$

$$\Rightarrow I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx = \frac{\pi}{4}$$

6. Let $g(x) = \cos x^2$, $f(x) = \sqrt{x}$, and α, β ($\alpha < \beta$) be the roots of the quadratic equation $18x^2 - 9\pi x + \pi^2 = 0$. Then the area (in sq. units) bounded by the curve $y = (g \circ f)(x)$ and the lines $x = \alpha$, $x = \beta$ and $y = 0$, is :

(A) $\frac{1}{2}(\sqrt{2} - 1)$ (B) $\frac{1}{2}(\sqrt{3} - 1)$ (C) $\frac{1}{2}(\sqrt{3} + 1)$ (D) $\frac{1}{2}(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

6. माना $g(x) = \cos x^2$, $f(x) = \sqrt{x}$, तथा α, β ($\alpha < \beta$) द्विघाती समीकरण $18x^2 - 9\pi x + \pi^2 = 0$ के मूल हैं। तो वक्र $y = (g \circ f)(x)$ तथा रेखाओं $x = \alpha$, $x = \beta$ तथा $y = 0$ द्वारा घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल (वर्ग इकाइयों में) है :

(A) $\frac{1}{2}(\sqrt{2} - 1)$ (B) $\frac{1}{2}(\sqrt{3} - 1)$ (C) $\frac{1}{2}(\sqrt{3} + 1)$ (D) $\frac{1}{2}(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

Sol. 2

Let $g(x) = \cos x^2$, $f(x) = \sqrt{x}$

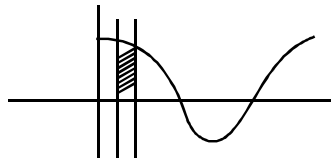
$18x^2 - 9\pi x + \pi^2 = 0 < \begin{matrix} \alpha \\ \beta \end{matrix}$

$x = \frac{9\pi \pm \sqrt{(9\pi)^2 - 4 \cdot 18\pi^2}}{2 \cdot 18}$

$x = \frac{\pi}{4} \pm \sqrt{\frac{9\pi^2 - 8\pi^2}{12}}$

$x = \frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{12} \begin{cases} \alpha = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{6} \\ \beta = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} \end{cases}$

Now $y = (g \circ f)(x) = \cos(\sqrt{x})^2 = (\cos x)$



Area = $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \cos x dx = \sin x \Big|_{\pi/6}^{\pi/3}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}$

7. if sum of all the solutions of the equation $8 \cos x \cdot \left(\cos\left(\frac{\pi}{6} + x\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) - \frac{1}{2} \right) = 1$ in $[0, \pi]$ is $k\pi$, then k is equal to :

(A) $\frac{20}{9}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{13}{9}$ (D) $\frac{8}{9}$

7. यदि समीकरण $8 \cos x \cdot \left(\cos\left(\frac{\pi}{6} + x\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) - \frac{1}{2} \right) = 1$ के अंतराल $[0, \pi]$ में सभी हलों का योग $k\pi$ है, तो k

बराबर है :

- (A) $\frac{20}{9}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{13}{9}$ (D) $\frac{8}{9}$

Sol. 3

$$8 \cos x \left\{ \cos^2 \frac{\pi}{6} - \sin^2 x - \frac{1}{2} \right\} = 1$$

$$8 \cos x \left\{ \frac{3}{4} - 1 + \cos^2 x - \frac{1}{2} \right\} = 1$$

$$8 \cos x \left\{ \frac{1}{4} - 1 + \cos^2 x \right\} = 1$$

$$8 \cos x \left\{ \cos^2 x - \frac{3}{4} \right\} = 1$$

$$2\{4\cos^3 x - 3\cos x\} = 1$$

$$\cos 3x = \frac{1}{2}$$

$$3x = \cos^{-1} \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$= 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$x = \frac{2n\pi}{3} \pm \frac{\pi}{9}$$

$$x_1 = \frac{\pi}{9}$$

$$x_2 = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{9}$$

$$x_3 = \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{9}$$

$$\text{Sum} = \frac{13\pi}{9}$$

8. Let $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ and $g(x) = x - \frac{1}{x}$, $x \in \mathbf{R} - \{-1, 0, 1\}$. If $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, then the local minimum value of $h(x)$ is :

- (A) $2\sqrt{2}$ (B) 3 (C) -3 (D) $-2\sqrt{2}$

8. माना $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ तथा $g(x) = x - \frac{1}{x}$, $x \in \mathbf{R} - \{-1, 0, 1\}$ है यदि $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ है, तो $h(x)$ का स्थानीय न्यूनतम मान है :

- (A) $2\sqrt{2}$ (B) 3 (C) -3 (D) $-2\sqrt{2}$

Sol. 1

$$f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2} \text{ \& } g(x) = x - \frac{1}{x}$$

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

$$h(x) = \frac{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2}{x - \frac{1}{x}}$$

$$h(x) = \left(x - \frac{1}{x}\right) + \frac{2}{\left(x - \frac{1}{x}\right)}$$

Now $x - \frac{1}{x} = t \quad \Rightarrow \quad t = \text{---} \begin{array}{c} \nearrow \\ \searrow \end{array} \Rightarrow t \in \mathbf{R} - \{0\}$

$$h(t) = t + \frac{2}{t}$$

$$h'(t) = 1 - \frac{2}{t^2} = 0$$

$$t^2 = 2$$

$$t = \pm\sqrt{2} \begin{cases} t = \sqrt{2} \\ t = -\sqrt{2} \end{cases}$$

$$h''(t) = +4/t^3 \begin{cases} h''(\sqrt{2}) > 0 \\ h''(-\sqrt{2}) < 0 \end{cases}$$

\Rightarrow at $t = \sqrt{2}$ $h(t)$ attain local minimum & its nature is $\sqrt{2} + \frac{2}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$

9. The integral $\int \frac{\sin^2 x \cos^2 x}{(\sin^5 x + \cos^3 x \sin^2 x + \sin^3 x \cos^2 x + \cos^5 x)^2} dx$ is equal to :

- (A) $\frac{-1}{1 + \cot^3 x} + C$ (B) $\frac{1}{3(1 + \tan^3 x)} + C$ (C) $\frac{-1}{3(1 + \tan^3 x)} + C$ (D) $\frac{1}{1 + \cot^3 x} + C$

(where C is a constant of integration)

9. समाकल $\int \frac{\sin^2 x \cos^2 x}{(\sin^5 x + \cos^3 x \sin^2 x + \sin^3 x \cos^2 x + \cos^5 x)^2} dx$ बराबर है :

- (A) $\frac{-1}{1 + \cot^3 x} + C$ (B) $\frac{1}{3(1 + \tan^3 x)} + C$ (C) $\frac{-1}{3(1 + \tan^3 x)} + C$ (D) $\frac{1}{1 + \cot^3 x} + C$

(जहाँ C एक समाकलन अचर है)

Sol. 3

Divide by $(\cos x)^{10}$

$$I = \int \frac{(\tan^2 x) \cdot (\sec x)^6 dx}{((\tan x)^5 + (\tan x)^2 + (\tan x)^3 + 1)^2}$$

Let $\tan x = t$

$$I = \int \frac{t^2 (1+t^2)^2 dt}{(t^3+1)^2 (t^2+1)^2}$$

Now $t^3 + 1 = Z$

$$I = \int \frac{\frac{1}{3} dZ}{Z^2} \Rightarrow I = -\frac{1}{3(1+t^3)} + C$$

$$I = -\frac{1}{3(1 + \tan^3 x)} + C$$

10. A bag contains 4 red and 6 black balls. A ball is drawn at random from the bag, its colour is observed and this ball along with two additional balls of the same colour are returned to the bag. If now a ball is drawn at random from the bag, then the probability that this drawn ball is red, is :

- (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{3}{10}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{1}{5}$

10. एक थैले में 4 लाल तथा 6 काली गेंदे हैं। थैले में से यादच्छया एक गेंद निकाली गयी, तथा उसका रंग देखकर, उस गेंद को , दो अन्य उसी रंग की गेंदों के साथ वापिस थैले में डाल दिया गया। अब यदि थैले में से यादच्छया एक गेंद निकाली जाए, तो प्रायिकता कि उस गेंद का रंग लाल है, है :

(A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{3}{10}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{1}{5}$

Sol. 3

$$R R + B R$$

$$= \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{12} + \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{12}$$

$$= \frac{4 \cdot 6}{10 \cdot 12} + \frac{6 \cdot 4}{10 \cdot 12} = \frac{4 \cdot 8}{12 \cdot 10} = \frac{2}{5}$$

11. Let the orthocentre and centroid of a triangle be A(-3, 5) and B(3, 3) respectively. If C is the circumcentre of this triangle, then the radius of the circle having line segment AC as diameter, is :

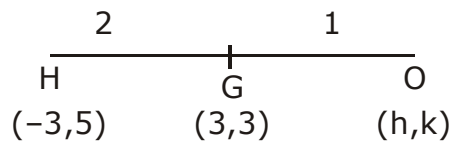
(A) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ (B) $\sqrt{10}$ (C) $2\sqrt{10}$ (D) $3\sqrt{\frac{5}{2}}$

11. माना एक त्रिभुज का लंब केन्द्र तथा केन्द्रक क्रमशः A(-3, 5) तथा B(3, 3) है। यदि उस त्रिभुज का परिकेन्द्र C है, तो रेखाखण्ड AC को व्यास मान कर बनाए जाने वाले वृत्त की त्रिज्या है :

(A) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ (B) $\sqrt{10}$ (C) $2\sqrt{10}$ (D) $3\sqrt{\frac{5}{2}}$

Sol. 4

A(-3,5), B(3,3)



$$\frac{2h - 3}{3} = 3 \qquad \frac{2k + 5}{3} = 3$$

$$2h = 12 \qquad k = 2$$

$$h = 6$$

$$(h,k) = (6, 2)$$



AC = $\sqrt{81+9} = \sqrt{90}$ (Diameter)

radius = $\frac{\sqrt{90}}{2} = \frac{3\sqrt{5 \times 2}}{2} = 3\sqrt{\frac{5}{2}}$

12. If the tangent at (1, 7) to the curve $x^2 = y - 6$ touches the circle $x^2 + y^2 + 16x + 12y + c = 0$ then the value of c is :

- (A) 95 (B) 195 (C) 185 (D) 85

12. यदि वक्र $x^2 = y - 6$ के बिन्दु (1,7) पर बनी स्पर्शरेखा वक्र $x^2 + y^2 + 16x + 12y + c = 0$ को स्पर्श करती है, तो c का मान है :

- (A) 95 (B) 195 (C) 185 (D) 85

Sol. 1

$$x^2 = y - 6$$

$$2x = \frac{dy}{dx}$$

$$m_t = 2$$

equation of tangent

$$y - 7 = 2(x - 1)$$

$$y - 7 = 2x - 2$$

$$2x - y + 5 = 0$$

Circle

centre (- 8, - 6)

\perp^r from centre = radius

$$\left| \frac{-16 + 6 + 5}{\sqrt{5}} \right| = \sqrt{64 + 36 - C}$$

$$5 = 100 - C$$

$$C = 95$$

13. If $\alpha, \beta \in C$ are the distinct roots, of the equation $x^2 - x + 1 = 0$, then $\alpha^{101} + \beta^{107}$ is equal to :

- (A) 2 (B) -1 (C) 0 (D) 1

13. यदि $\alpha, \beta \in C$, समीकरण $x^2 - x + 1 = 0$ के विभिन्न मूल हैं, तो $\alpha^{101} + \beta^{107}$ बराबर है।

- (A) 2 (B) -1 (C) 0 (D) 1

Sol. 4

$$x^2 - x + 1 = 0$$

$$\therefore \alpha = -w, \beta = -w^2$$

$$\alpha^{101} + \beta^{107} = -(w^{101} + w^{214})$$

$$= -(w^2 + w)$$

$$= + 1$$

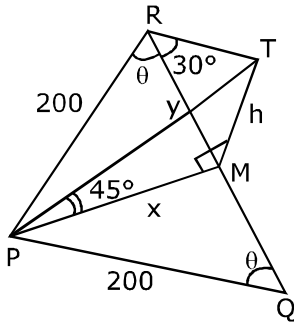
14. PQR is a triangular park with PQ = PR = 200 m. A T. V. tower stands at the mid-point of QR. If the angles of elevation of the top of the tower at P, Q and R are respectively 45° , 30° and 30° , then the height of the tower (in m) is :

- (A) $50\sqrt{2}$ (B) 100 (C) 50 (D) $100\sqrt{3}$

14. PQR एक त्रिकोणाकार पार्क है जिसमें PQ = PR = 200 मी. है। QR के मध्य बिन्दु पर एक टीवी टावर स्थित है। यदि बिन्दुओं P, Q, R से टावर के शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः 45° , 30° तथा 30° है, तो टावर की ऊँचाई (मी.में) है।

- (A) $50\sqrt{2}$ (B) 100 (C) 50 (D) $100\sqrt{3}$

Sol. 2



$$X = 200 \sin \theta \qquad \frac{h}{x} = \tan 45^\circ$$

$$Y = 200 \cos \theta \qquad h = x \dots (1)$$

$$\frac{h}{y} = \tan 30^\circ$$

$$\sqrt{3}h = y \qquad \dots(2)$$

$$\sqrt{3}x = y$$

$$\sqrt{3}200 \sin \theta = 200 \cos \theta$$

$$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \therefore \theta = 30^\circ$$

$$\therefore h = 200 \cdot \sin 30^\circ$$

$$h = 100 \text{m}$$

15. If $\sum_{i=1}^9 (x_i - 5) = 9$ and $\sum_{i=1}^9 (x_i - 5)^2 = 45$, then the standard deviation of the 9 items x_1, x_2, \dots, x_9 is :
- (A) 3 (B) 9 (C) 4 (D) 2

15. यदि $\sum_{i=1}^9 (x_i - 5) = 9$ तथा $\sum_{i=1}^9 (x_i - 5)^2 = 45$, है, तो 9 प्रेक्षणों x_1, x_2, \dots, x_9 का मानक विचलन है :
- (A) 3 (B) 9 (C) 4 (D) 2

Sol. 4

$$S.D = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{45}{9} - \left(\frac{9}{9}\right)^2}$$

$$= \sqrt{5-1} = 2$$

16. The sum of the co-efficients of all odd degree terms in the expansion

$$\left(x + \sqrt{x^3 - 1}\right)^5 + \left(x - \sqrt{x^3 - 1}\right)^5, (x > 1) \text{ is :}$$

- (A) 2 (B) -1 (C) 0 (D) 1

16. $\left(x + \sqrt{x^3 - 1}\right)^5 + \left(x - \sqrt{x^3 - 1}\right)^5, (x > 1)$ के प्रसार में सभी विषम घातों वाले पदों के गुणांकों का योग है।

- (A) 2 (B) -1 (C) 0 (D) 1

Sol. 1

$$\begin{aligned} & {}^5C_0x^5 + {}^5C_1x^4\sqrt{x^3-1} + {}^5C_2x^3(\sqrt{x^3-1})^2 + \dots + {}^5C_5(\sqrt{x^3-1})^5 \\ & + {}^5C_0x^5 - {}^5C_1x^4(\sqrt{x^3-1}) + {}^5C_2x^3(\sqrt{x^3-1})^2 + \dots + {}^5C_5(\sqrt{x^3-1})^5 \\ & = 2\{x^5 + 10x^3(x^3-1) + 5x(x^3-1)^2 \\ & = 2\{x^5 + 10x^6 - 10x^3 + 5x(x^6 + 1 - 2x^3)\} \\ & = 2\{x^5 + 10x^6 - 10x^3 + 5x^7 + 5x - 10x^4\} \\ & \text{Now collecting coefficient of only odd terms} \\ & \therefore 2\{1 - 10 + 5 + 5\} = 2 \end{aligned}$$

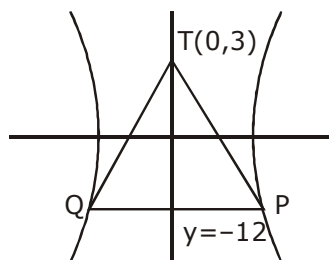
17. Tangents are drawn to the hyperbola $4x^2 - y^2 = 36$ at the points P and Q. If the tangents intersect at the point T(0, 3) then the area (in sq. units) of ΔPTQ is :

- (A) $36\sqrt{5}$ (B) $45\sqrt{5}$ (C) $54\sqrt{3}$ (D) $60\sqrt{3}$

17. एक अतिपरवलय $4x^2 - y^2 = 36$ के बिंदुओं P तथा Q पर स्पर्श रेखाएँ खींची जाती है। यदि यह स्पर्शरेखाएँ बिन्दु T(0, 3) पर काटती है, तो ΔPTQ का क्षेत्रफल (वर्ग इकाइयों में) है :

- (A) $36\sqrt{5}$ (B) $45\sqrt{5}$ (C) $54\sqrt{3}$ (D) $60\sqrt{3}$

Sol. 2



Equation of chord of contact PQ is:

Form, $T = 0$ For hyp. $4x^2 - y^2 = 36$

$$0 - 3y = 36$$

$y = -12$ Equation of Chord of contact

put $y = -12$ in $4x^2 - y^2 = 36$

$$\therefore x = \pm 3\sqrt{5}$$

$$\text{Area of } \Delta PQT = \frac{1}{2}(15)(6\sqrt{5}) = 45\sqrt{5}$$

18. From 6 different novels and 3 different dictionaries, 4 novels and 1 dictionary are to be selected and arranged in a row on a shelf so that the dictionary is always in the middle. The number of such arrangements is :

- (A) at least 750 but less than 1000 (B) at least 1000
(C) less than 500 (D) at least 500 but less than 750

18. 6 भिन्न उपन्यासों तथा 3 भिन्न शब्दकोशों में से 4 उपन्यासों तथा 1 शब्दकोश को चुनकर एक पक्ति में एक शैल्फ पर इस प्रकार सजाया जाना है कि शब्दकोश सदा मध्य में हो। इस प्रकार के विन्यासों (arrangements) की संख्या है।

- (A) कम से कम 750 लेकिन 1000 से कम (B) कम से कम 1000
(C) 500 से कम (D) कम से कम 500 लेकिन 750 से कम

Sol. 2 To select and arrange

$$\left. \begin{array}{l} 6 \rightarrow \text{novels} \\ 3 \rightarrow \text{dictionaries} \end{array} \right\} \rightarrow (4 \text{ novels} + 1 \text{ dictionary})$$

$${}^6C_4 \cdot {}^3C_1 \times 4! = 15 \times 3 \times 24 = 1080$$

19. If the system of linear equations $x + ky + 3z = 0$ $3x + ky - 2z = 0$ $2x + 4y - 3z = 0$ has a

non-zero solution (x, y, z) , then $\frac{xz}{y^2}$ is equal to :

- (A) 30 (B) -10 (C) 10 (D) -30

19. यदि रैखिक समीकरण निकाय $x + ky + 3z = 0$ $3x + ky - 2z = 0$ $2x + 4y - 3z = 0$ का एक शून्यतर हल (x, y, z) है, तो $\frac{xz}{y^2}$ बराबर है।

- (A) 30 (B) -10 (C) 10 (D) -30

Sol. 3

For non-zero solutions, $D = 0$

$$\begin{vmatrix} 1 & k & 3 \\ 3 & k & -2 \\ 2 & 4 & -3 \end{vmatrix} = 0$$

$$1(-3k + 8) - k(-9 + 4) + 3(12 - 2k) = 0$$

$$(-3k + 8) + 5k + 36 - 6k = 0$$

$$44 = 4k \Rightarrow k = 11$$

Now equation becomes

$$x + 11y + 3z = 0 \quad \dots(1)$$

$$3x + 11y - 2z = 0 \quad \dots(2)$$

$$2x + 4y - 3z = 0 \quad \dots(3)$$

$$3x + 15y = 0 \quad \dots \text{Solve (1) and (3)}$$

$$x = -5y$$

$$\therefore 6y + 3z = 0$$

$$-2y = z$$

$$\frac{xz}{y^2} = \frac{(-5y)(-2y)}{y^2} = 10$$

20. If $\begin{vmatrix} x-4 & 2x & 2x \\ 2x & x-4 & 2x \\ 2x & 2x & x-4 \end{vmatrix} = (A+Bx)(x-A)^2$, then the ordered pair (A, B) is equal to :

- (A) (4, 5) (B) (-4, -5) (C) (-4, 3) (D) (-4, 5)

20. यदि $\begin{vmatrix} x-4 & 2x & 2x \\ 2x & x-4 & 2x \\ 2x & 2x & x-4 \end{vmatrix} = (A+Bx)(x-A)^2$ है, तो क्रमित युग्म (A, B) बराबर है।

- (A) (4, 5) (B) (-4, -5) (C) (-4, 3) (D) (-4, 5)

Sol. 4

$$\begin{vmatrix} x-4 & 2x & 2x \\ 2x & x-4 & 2x \\ 2x & 2x & x-4 \end{vmatrix}$$

$$R_1 \rightarrow R_1 + R_2 + R_3$$

$$(5x-4) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2x & x-4 & 2x \\ 2x & 2x & x-4 \end{vmatrix}$$

$$C_2 \rightarrow C_2 - C_1 \quad C_3 \rightarrow C_3 - C_1$$

$$(5x-4) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2x & -4-x & 0 \\ 2x & 0 & -4-x \end{vmatrix}$$

$$= (5x-4)(x+4)^2$$

$$A = -4$$

$$B = 5$$

$$(A, B) = (-4, 5)$$

21. Two sets A and B are as under: $A = \{(a, b) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R} : |a-5| < 1 \text{ and } |b-5| < 1\}$; $B = \{(a, b) \in \mathbf{R}$

$\times \mathbf{R} : 4(a-6)^2 + 9(b-5)^2 \leq 36\}$. Then:

- (A) neither $A \subset B$ nor $B \subset A$ (B) $B \subset A$
 (C) $A \subset B$ (D) $A \cap B = \phi$ (an empty set)

21. दो समुच्चय A तथा B निम्न प्रकार के हैं: $A = \{(a, b) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R} : |a-5| < 1 \text{ तथा } |b-5| < 1\}$; $B = \{(a, b) \in \mathbf{R} \times$

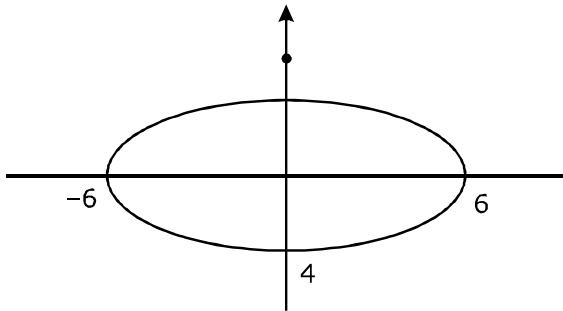
$\mathbf{R} : 4(a-6)^2 + 9(b-5)^2 \leq 36\}$. तो:

- (A) न तो $A \subset B$ और न ही $B \subset A$ (B) $B \subset A$
 (C) $A \subset B$ (D) $A \cap B = \phi$ (एक रिक्त समुच्चय)

Sol. 3

$$\begin{array}{l|l} -1 < a-5 < 1 & -1 < b-5 < 1 \\ \hline 4 < a < 6 & 4 < b < 6 \end{array}$$

$$B \neq \frac{(a-6)^2}{9} + \frac{(b-5)^2}{4} \leq 1 \quad \text{Centre} = (6, 5)$$



22. Tangent and normal are drawn at $P(16, 16)$ on the parabola $y^2 = 16x$, which intersect the axis of the parabola at A and B , respectively. If C is the centre of the circle through the points P , A and B and $\angle CPB = \theta$, then a value of $\tan\theta$ is :

- (A) $\frac{4}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) 2 (D) 3

22. परवलय $y^2 = 16x$, के एक बिंदु $P(16, 16)$ पर स्पर्शरेखा तथा अभिलंब खींचे जाते हैं जो परवलय के अक्ष को बिंदुओं क्रमशः A तथा B पर प्रतिच्छेद करते हैं। यदि बिंदुओं P , A तथा B में होकर जाने वाले वृत्त का केन्द्र C है तथा $\angle CPB = \theta$, तो $\tan\theta$ का एक मान है:

- (A) $\frac{4}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) 2 (D) 3

Sol. Parabola

$$y^2 = 16x \rightarrow a = 8$$

Equation of Tangent

$$16y = 16(x + 16)$$

$$16y = 16x + 16 \times 16$$

$$y = x + 16$$

$$m = 1$$

$$m' = -1$$

$$\text{Equation of Normal} \rightarrow y = -x + 16 - 8 \times (-1)$$

$$y = -x + 24$$

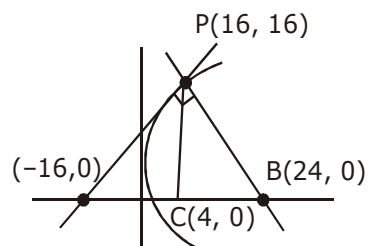
$$x + y = 24$$

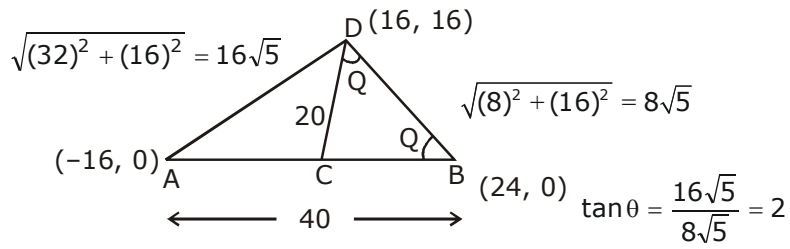
ΔABP is Rt. angle Δ .

$\Rightarrow AB$ is diameter

$\Rightarrow C$ is Mid point of $A, B = (4, 0)$

For two tangent Δ outsect





23. Let $S = \{t \in \mathbf{R} : f(x) = |x - \pi| \cdot (e^{|x|} - 1) \sin|x|$ is not differentiable at $t\}$. Then the set S is equal to :

- (A) $\{0, \pi\}$ (B) ϕ (an empty set) (C) $\{0\}$ (D) $\{\pi\}$

23. माना $S = \{t \in \mathbf{R} : f(x) = |x - \pi| \cdot (e^{|x|} - 1) \sin|x|$ जो t पर अवकलनीय नहीं है} तो समुच्चय S बराबर है:

- (A) $\{0, \pi\}$ (B) ϕ (एक रिक्त समुच्चय) (C) $\{0\}$ (D) $\{\pi\}$

Sol. B

$$f(x) = |x - \pi| (e^{|x|} - 1) \sin|x|$$

$$f'(x) = \begin{cases} (x - \pi)(e^{-x} - 1) \sin x & x < 0 \\ -(x - \pi)(e^x - 1) \sin x, & 0 \leq x < \pi \\ (x - \pi)(e^x - 1) \sin x, & x \geq \pi \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} (x - \pi)(e^{-x} - 1) \cos x + (\sin x)(e^{-x} - 1)(1) + 1(\sin x)(x - \pi)(-e^{-x}), & x < 0 \\ -((x - \pi)(e^x - 1) \cos x + (e^x - 1) \sin x(1) + (x - \pi) \sin x e^x), & 0 \leq x < \pi \\ (e^x - 1)(\sin x)(1) + (e^x - 1)(x - \pi) \cos x + (x - \pi) \sin x \cdot e^x, & x \geq \pi \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} f'(0^+) = 0 \\ f'(0^-) = 0 \end{array} \right\} \text{diff. at } x = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} f(\pi^+) = 0 \\ f(\pi^-) = 0 \end{array} \right\} \text{diff. at } x = \pi$$

ϕ an empty

24. The Boolean expression $\sim (p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)$ is equivalent to :

- (A) $\sim q$ (B) $\sim p$ (C) p (D) q

24. बूले के व्यंजक $\sim(p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)$ के समतुल्य है। :

- (A) $\sim q$ (B) $\sim p$ (C) p (D) q

Sol. 2

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p \wedge q$	$\sim(p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)$
T	T	F	F	F	F	F
T	F	F	T	F	F	F
F	T	T	F	F	T	T
F	F	T	T	T	F	T

$$\Rightarrow \sim(p \vee q) \vee (\sim p \wedge q) = \sim p$$

25. A straight line through a fixed point (2, 3) intersects the coordinate axes at distinct points P and Q. If O is the origin and the rectangle OPRQ is completed, then the locus of R is :

- (A) $3x + 2y = 6xy$ (B) $3x + 2y = 6$ (C) $2x + 3y = xy$ (D) $3x + 2y = xy$

25. एक सरल रेखा जो एक अचर बिन्दु (2, 3) से होकर जाती है, निर्देशांक अक्षों की दो विभिन्न बिन्दुओं P तथा Q पर प्रतिच्छेद करती है। यदि O मूल बिन्दु है तथा आयत OPRQ को पूरा किया जाता है तो R का बिन्दुपथ है :

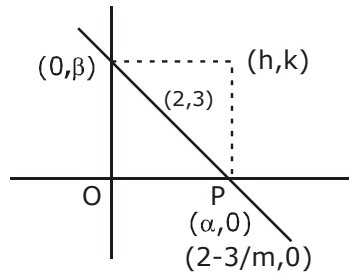
- (A) $3x + 2y = 6xy$ (B) $3x + 2y = 6$ (C) $2x + 3y = xy$ (D) $3x + 2y = xy$

Sol. 3

Equation of line

$$y - 3 = m(x - 2)$$

$$mx - y = 2m - 3$$



$$\frac{x}{2 - 3/m} + \frac{y}{3 - 2m} = 1$$

$$h = 2 - 3/m$$

$$k = 3 - 2m$$

$$m = \frac{3}{2-h}, m = \frac{3-k}{2}$$

$$\frac{3}{2-h} = \frac{3-k}{2}$$

$$6 = 6 - 2k - 3h + hk$$

$$\text{locus } xy - 3x - 2y = 0$$

$$\text{or } xy = 2x + 3y$$

26. Let A be the sum of the first 20 terms and B be the sum of the first 40 terms of the series

$1^2 + 2 \cdot 2^2 + 3^2 + 2 \cdot 4^2 + 5^2 + 2 \cdot 6^2 + \dots$. If $B - 2A = 100\lambda$, then λ is equal to :

- (A) 496 (B) 232 (C) 248 (D) 464

26. माना श्रेणी $1^2 + 2 \cdot 2^2 + 3^2 + 2 \cdot 4^2 + 5^2 + 2 \cdot 6^2 + \dots$ के प्रथम 20 पदों का योग A है तथा प्रथम 40 पदों का योग B है। यदि $B - 2A = 100\lambda$, तो λ बराबर है:

- (A) 496 (B) 232 (C) 248 (D) 464

Sol. 3

$$\therefore 1^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$$

$$A = [1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 10 \text{ term}] + [2^2 + 4^2 + \dots + 10 \text{ term}]$$

$$A = \frac{(10)(19)(21)}{3} + 2 \cdot \frac{2^2[(10)(11)(21)]}{6}$$

$$\begin{aligned} A &= 70 \times 19 + 70 \times 44 \\ &= 70 [19 + 44] \\ &= 70 \times 63 = 4410 \end{aligned}$$

$$B = [1^2 + 3^2 + \dots + 20 \text{ term}] + 2[2^2 + 4^2 + \dots + 20 \text{ term}]$$

$$B = \frac{(20)(39)(41)}{3} + 2 \cdot 2^2 \left[\frac{(20)(21)(41)}{6} \right]$$

$$\begin{aligned} B &= 260 \times 41 + 560 \times 41 \\ &= 10660 + 22960 \\ &= 33620 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B - 2A &= 100\lambda = 33620 - (4410 \times 2) = 100\lambda \\ &= 24800 = 100\lambda \end{aligned}$$

$$\lambda = 248$$

27. Let $y = y(x)$ be the solution of the differential equation $\sin x \frac{dy}{dx} + y \cos x = 4x$, $x \in (0, \pi)$. If

$y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$, then $y\left(\frac{\pi}{6}\right)$ is equal to :

- (A) $-\frac{4}{9}\pi^2$ (B) $\frac{4}{9\sqrt{3}}\pi^2$ (C) $\frac{-8}{9\sqrt{3}}\pi^2$ (D) $-\frac{8}{9}\pi^2$

27. माना अवकल समीकरण $\sin x \frac{dy}{dx} + y \cos x = 4x$, $x \in (0, \pi)$ का $y = y(x)$ एक हल है। यदि $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ है, तो $y\left(\frac{\pi}{6}\right)$

बराबर है :

- (A) $-\frac{4}{9}\pi^2$ (B) $\frac{4}{9\sqrt{3}}\pi^2$ (C) $\frac{-8}{9\sqrt{3}}\pi^2$ (D) $-\frac{8}{9}\pi^2$

Sol. 4

$$\frac{dy}{dx} + y \cot x = 4x \operatorname{cosec} x$$

$$p = \cot x$$

$$\text{I. F.} = e^{\int \cot x \, dx}$$

$$= e^{\ln(\sin x)} \Rightarrow |\sin x|$$

$$= \sin x$$

$$y \cdot \sin x = \int (4x \operatorname{cosec} x) \sin x \, dx$$

$$y \cdot \sin x = 2x^2 + C$$

$$\text{put } x = \frac{\pi}{2}$$

$$0 = \frac{2 \cdot \pi^2}{4} + C \Rightarrow C = -\frac{\pi^2}{2}$$

$$y \cdot \sin x = 2x^2 - \frac{\pi^2}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{6} \Rightarrow y \cdot \frac{1}{2} = 2 \cdot \frac{\pi^2}{36} - \frac{\pi^2}{2}$$

$$\frac{y}{2} = \frac{\pi^2 - 9\pi^2}{18} \Rightarrow \frac{y}{2} = \frac{-8\pi^2}{18} \Rightarrow y = \frac{-8\pi^2}{9}$$

28. The length of the projection of the line segment joining the points $(5, -1, 4)$ and $(4, -1, 3)$ on the plane, $x + y + z = 7$ is :

(A) $\sqrt{\frac{2}{3}}$ (B) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{3}$

28. बिन्दुओं $(5, -1, 4)$ तथा $(4, -1, 3)$ को मिलाने वाले रेखाखण्ड का समतल $x + y + z = 7$ पर डाले गये प्रक्षेप की लंबाई है :

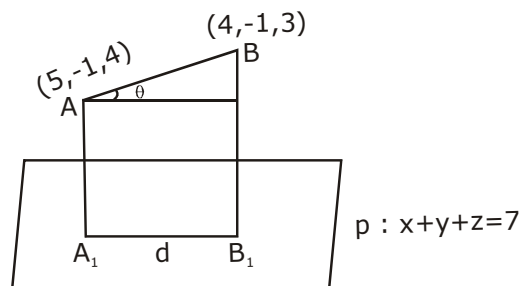
(A) $\sqrt{\frac{2}{3}}$ (B) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{3}$

Sol. 1

$$\overline{AB} = (\hat{i} + \hat{k})$$

$$\sin \theta = \frac{|\overline{AB} \cdot \vec{n}|}{|\overline{AB}| |\vec{n}|} = \frac{2}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}$$

$$= |\overline{AB}| \cos \theta = \sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$



29. Let $S = \{x \in \mathbf{R} : x \geq 0 \text{ and } 2|\sqrt{x} - 3| + \sqrt{x}(\sqrt{x} - 6) + 6 = 0\}$. Then S :

- (A) contains exactly four elements. (B) is an empty set.
 (C) contains exactly one element. (D) contains exactly two elements.

29. माना $S = \{x \in \mathbf{R} : x \geq 0 \text{ तथा } 2|\sqrt{x} - 3| + \sqrt{x}(\sqrt{x} - 6) + 6 = 0\}$ तो S :

- (A) में चार अवयव है। (B) एक रिक्त समुच्चय है।
 (C) में एक अवयव है। (D) में दो अवयव है।

Sol. 4

$$2|\sqrt{x} - 3| + x - 6\sqrt{x} + 6 = 0$$

Case I $\rightarrow x \geq 9$

$$2(\sqrt{x} - 3) + x - 6\sqrt{x} + 6 = 0$$

$$\Rightarrow -4\sqrt{x} + x = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x} - 4) = 0 \Rightarrow x = 0, 16$$

Case II

$$0 \leq x \leq 9$$

$$-2\sqrt{x} + 6 + x - 6\sqrt{x} + 6 = 0$$

$$x - 8\sqrt{x} + 12 = 0$$

$$(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 4) = 0$$

$$x = 4, 16 \Rightarrow x = 4, 16$$

30. Let $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{49}$ be in A.P. such that $\sum_{k=0}^{12} a_{4k+1} = 416$ and $a_9 + a_{43} = 66$. If

$$a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{17}^2 = 140m, \text{ then } m \text{ equal to :}$$

- (A) 33 (B) 66 (C) 68 (D) 34

30. माना $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{49}$ एक समांतर श्रेणी में ऐसे है कि $\sum_{k=0}^{12} a_{4k+1} = 416$ तथा $a_9 + a_{43} = 66$ है। यदि

$$a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{17}^2 = 140m \text{ है, तो } m \text{ बराबर है:}$$

- (A) 33 (B) 66 (C) 68 (D) 34

Sol. 4

$$a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{49} = 416$$

$$(a_4 + 8d) + (a_4 + 42d) = 66$$

$$2a_4 + 50d = 66$$

$$a_4 + 25d = 33 \quad \text{---(1)}$$

$$13a_4 + 4[1+2+\dots+12]d = 416$$

$$13a_4 + 4 \left[\frac{12(13)}{2} \right] d = 416$$

$$a_4 + 24d = 32 \quad -(2)$$

$$(2) - (1) \quad d = \pm 1$$

$$a_4 = \pm 8$$

$$8^2 + 9^2 + 10^2 + \dots + 24^2 = 140m$$

$$(1^2 + \dots + 24^2) - (1^2 + 2^2 + \dots + 7^2) = 140m$$

$$\frac{(24)(25)(49)}{6} - \frac{(7)(8)(15)}{6} = 140m$$

$$29400 - 840 = 6 \times 140m$$

$$28560 = 140 \times 6m$$

$$m = 34$$

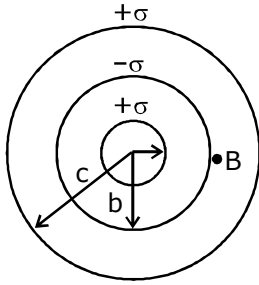
PHYSICS

31. Three concentric metal shells A, B and C of respective radii a , b and c ($a < b < c$) have surface charge densities $+\sigma$, $-\sigma$ and $+\sigma$ respectively. The potential of shell B is :

31. तीन संकेन्द्री धातु कोष A, B तथा C, जिनकी त्रिज्यायें क्रमशः a , b तथा c ($a < b < c$) हैं, का पष्ठ आवेश घनत्व क्रमशः $+\sigma$, $-\sigma$ तथा $+\sigma$ है। कोष B का विभव होगा :

(1) $\frac{\sigma}{\epsilon_0} \left[\frac{b^2 - c^2}{c} + a \right]$ (2) $\frac{\sigma}{\epsilon_0} \left[\frac{a^2 - b^2}{a} + c \right]$ (3) $\frac{\sigma}{\epsilon_0} \left[\frac{a^2 - b^2}{b} + c \right]$ (4) $\frac{\sigma}{\epsilon_0} \left[\frac{b^2 - c^2}{b} + a \right]$

Sol. 3



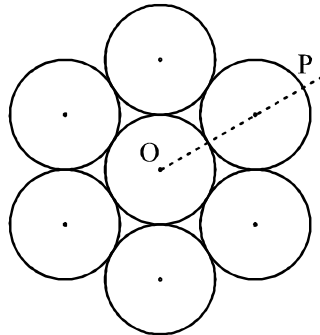
Writing potential at B

$$V_B = \frac{K4\pi a^2 \sigma}{b} + \frac{K4\pi b^2 (-\sigma)}{b} + \frac{K4\pi c^2 \cdot \sigma}{c}$$

$$= \frac{\sigma}{\epsilon_0} \left[\frac{a^2 - b^2}{b} + c \right]$$

32. Seven identical circular planar disks, each of mass M and radius R are welded symmetrically as shown. The moment of inertia of the arrangement about the axis normal to the plane and passing through the point P is :

32. चित्रानुसार सात एक जैसी वृत्ताकार समतल डिस्कें, जिनमें प्रत्येक का द्रव्यमान M तथा त्रिज्या R है, को सममित रूप से जोड़ा जाता है। समतल के लम्बवत् तथा P से गुजरने वाली अक्ष के सापेक्ष, इस संयोजन का जड़त्व आघूर्ण है :



(1) $\frac{181}{2} MR^2$

(2) $\frac{19}{2} MR^2$

(3) $\frac{55}{2} MR^2$

(4) $\frac{73}{2} MR^2$

Sol. 1

First we calculate M.I about O
M.I of each disc about O

$$I \Rightarrow M (2R)^2 + \frac{1}{2} MR^2$$

$$\Rightarrow \frac{9}{2} MR^2$$

So, M.I. of all disc about O

$$I_{\text{net}} = 6 \times \left(\frac{9}{2} MR^2 \right) + \frac{1}{2} MR^2$$

$$\Rightarrow \frac{55MR^2}{2}$$

Now, M.I. about point P

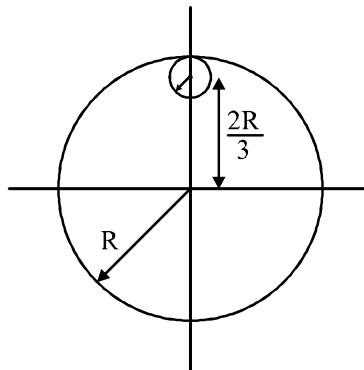
$$I_p = \frac{55MR^2}{2} + 7M (3R)^2$$

$$\Rightarrow \frac{55MR^2}{2} + 63 MR^2$$

$$\Rightarrow \frac{181MR^2}{2}$$

- 33.** From a uniform circular disc of radius R and mass $9M$, a small disc of radius $\frac{R}{3}$ is removed as shown in the figure. The moment of inertia of the remaining disc about an axis perpendicular to the plane of the disc and passing through centre of disc is :

- 33.** R त्रिज्या तथा $9M$ द्रव्यमान के एकसमान गोलाकार डिस्क से $\frac{R}{3}$ त्रिज्या का एक छोटा गोलाकार डिस्क काट कर निकाल लिया जाता है, जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। डिस्क के सतह के लम्बवत् एवं उसके केन्द्र से गुजरने वाले अक्ष के सापेक्ष बची हुई डिस्क का जड़त्व आघूर्ण होगा :



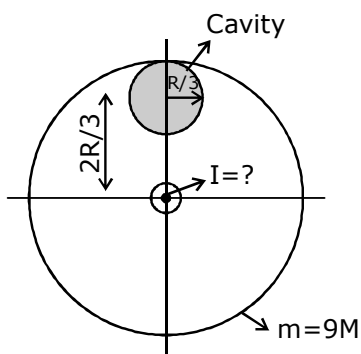
(1) $\frac{37}{9} MR^2$

(2) $4 MR^2$

(3) $\frac{40}{9} MR^2$

(4) $10 MR^2$

Sol. 2



mass of cavity = M

$$\text{MI of Big Disc} = \frac{9MR^2}{2}$$

$$\text{MI of Cavity} = \frac{MR^2}{18}$$

$$\therefore \text{MI of final structure} = \frac{9MR^2}{2} - \left[\frac{MR^2}{18} + \frac{4MR^2}{9} \right]$$

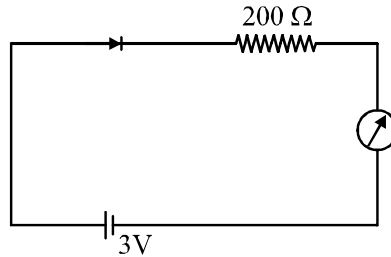
$$= \frac{9MR^2}{2} - \left[\frac{MR^2 + 8MR^2}{18} \right]$$

$$= 4MR^2$$

$$\left[\begin{array}{l} \pi R^2 \rightarrow 9M \\ \pi \frac{R^2}{9} \rightarrow M \end{array} \right]$$

34. The reading of the ammeter for a silicon diode in the given circuit is :

34. दिये गये परिपथ में सिलिकॉन डायोड के लिए अमीटर का पाठ्यांक होगा।



(1) 13.5 mA

(2) 0

(3) 15 mA

(4) 11.5 mA

Sol.

4

Potential barrier due to a silicon diode in the given condition = 0.7 V

\therefore In this forward biased diode

$$i = \frac{V}{R} = \frac{3 - 0.7}{200} = \frac{2.3}{200} = 0.0115 \text{ A} = 11.5 \text{ mA}$$

35. Unpolarized light of intensity I passes through an ideal polarizer A. Another identical polarizer B is placed behind A. The intensity of light beyond B is found to be $\frac{1}{2}$. Now another identical

polarizer C is placed between A and B. The intensity beyond B is now found to be $\frac{1}{8}$. The angle between polarizer A and C is :

35.

तीव्रता I का अध्रुवित प्रकाश का एक आदर्श पोलराइड A से गुजरता है। इसी तरह का एक और पोलराइड B को पोलराइड A के पीछे रखा गया है, पोलराइड B के पश्चात् प्रकाश की तीव्रता $\frac{1}{2}$ पायी जाती है। अब एक और उसी तरह के पोलराइड C को A तथा

B के बीच रखा जाता है जिससे B के पश्चात् तीव्रता $\frac{1}{8}$ पायी जाती है। पोलराइड A व C के बीच का कोण होगा।

(1) 60°

(2) 0°

(3) 30°

(4) 45°

Sol.

4

$$I = I_0 \cos^2 \phi$$

According to question

$$\frac{I}{8} = \frac{I}{2} (\cos^2 \phi) (\cos^2 \phi)$$

$$\frac{I}{8} = \frac{I}{2} \cos^4 \phi$$

$$\cos^4 \phi = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos \phi = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$\phi = 45^\circ$$

36. For an RLC circuit driven with voltage of amplitude v_m and frequency $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ the current exhibits resonance. The quality factor, Q is given by :

36. v_m आयाम तथा $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ आवृत्ति के विभव द्वारा चलित एक RLC परिपथ अनुनादित होता है गुणता कारक Q का मान होगा :

- (1) $\frac{CR}{\omega_0}$ (2) $\frac{\omega_0 L}{R}$ (3) $\frac{\omega_0 R}{L}$ (4) $\frac{R}{(\omega_0 C)}$

Sol. 2

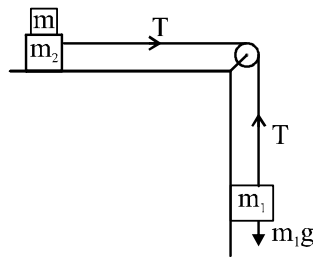
$$\frac{\omega_0 L}{R}$$

$$\text{Resonant Frequency } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\text{So quality factor is given by } = \frac{\omega_0 L}{R}$$

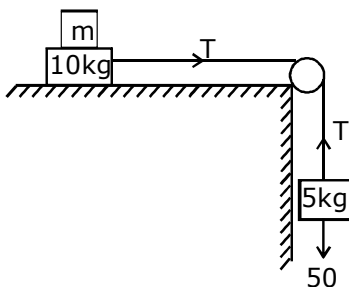
37. Two masses $m_1 = 5 \text{ kg}$ and $m_2 = 10 \text{ kg}$, connected by an inextensible string over a frictionless pulley, are moving as shown in the figure. The coefficient of friction of horizontal surface is 0.15. The minimum weight m that should be put on top of m_2 to stop the motion is :

37. $m_1 = 5 \text{ kg}$ तथा $m_2 = 10 \text{ kg}$ के दो द्रव्यमान एक अवितान्य डोरी द्वारा एक घर्षणरहित धिरनी के ऊपर से जुड़े हुए हैं, जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। क्षैतिज सतह का घर्षण गुणांक 0.15 है। वह न्यूनतम द्रव्यमान m , जिसको द्रव्यमान m_2 के ऊपर रखने से गति रूक जाये, होना चाहिए :



- (1) 10.3 kg (2) 18.3 kg (3) 27.3 kg (4) 43.3 kg

Sol. 3



As the system is at rest
 $\therefore T = 50 \text{ N}$

$$\therefore T - \mu (m + 10) g = 0$$

$$\Rightarrow 50 = 0.15 (m + 10) 10$$

$$\Rightarrow \frac{5}{0.15} = m + 10$$

$$\Rightarrow m = 33.33 - 10$$

$$\Rightarrow m = 23.33 \text{ kg}$$

Consider it 27.3 kg

38. In a collinear collision, a particle with an initial speed v_0 strikes a stationary particle of the same mass. If the final total kinetic energy is 50% greater than the original kinetic energy, the magnitude of the relative velocity between the two particles after collision, is :

38. एक एकरेखीय संघट्ट (collinear collision) में, आरम्भिक चाल v_0 का एक कण समान द्रव्यमान के एक दूसरे रुके हुए कण से टकराता है। यदि कुल अंतिम गतिज ऊर्जा, आरम्भिक गतिज ऊर्जा से 50% ज्यादा हो तो टक्कर के बाद दोनों कणों के सापेक्ष गति का परिमाण होगा :

(1) $\frac{v_0}{\sqrt{2}}$

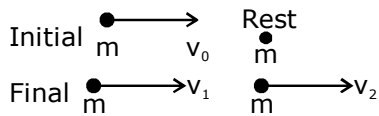
(2) $\frac{v_0}{4}$

(3) $\sqrt{2}v_0$

(4) $\frac{v_0}{2}$

Sol. 3

According to Ques.



$$\therefore mv_0 = mv_1 + mv_2$$

$$\Rightarrow v_0 = v_1 + v_2 \quad \dots(1)$$

By energy it is given that :

$$K_f = \frac{3}{2} K_i$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \right) = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{2}mv_0^2 \right)$$

$$v_1^2 + v_2^2 = \frac{3}{2} v_0^2 \quad \dots(2)$$

From eqn. (1) and (2)

$$4v_1^2 - 4v_0 v_1 - v_0^2 = 0$$

Solving for v_1

$$v_1 = \frac{v_0 \pm \sqrt{2}v_0}{2}$$

\therefore Relative velocity

$$\frac{v_0 + \sqrt{2}v_0}{2} - \left(\frac{v_0 - \sqrt{2}v_0}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \sqrt{2}v_0$$

Alter:

As the final energy increases after collision, we can say that the only answer which is possible is greater than v_0 (for the value of $e > 1$)

\therefore Ans. is $\sqrt{2}v_0$

39. A particle is moving with a uniform speed in a circular orbit of radius R in a central force inversely proportional to the n^{th} power of R . If the period of rotation of the particles is T , then :

(1) $T \propto R^{n/2}$

(2) $T \propto R^{3/2}$ for any n

(3) $T \propto R^{n/2+1}$

(4) $T \propto R^{(n+1)/2}$

39. एक कण R त्रिज्या के एक वृत्ताकार पथ पर किसी एक केन्द्रीय बल, जो कि R की n वीं घात के व्युत्क्रमानुपाती है, के अंतर्गत घूमता है। यदि कण का आवर्त काल T हो, तो :

(1) $T \propto R^{n/2}$

(2) $T \propto R^{3/2} n$ के किसी भी मान के लिए

(3) $T \propto R^{n/2+1}$

(4) $T \propto R^{(n+1)/2}$

Sol. 4

$$T \propto R^{\frac{(n+1)}{2}}$$

Time period is given by

$$T = \frac{2\pi R}{v} \quad \dots(1)$$

$$T \propto \frac{R}{v} \quad \dots(2)$$

and also we can write $\frac{mv^2}{R} = \frac{1}{R^n}$

$$v^2 \propto \frac{1}{R^{n-1}}$$

$$v \propto \frac{1}{R^{\frac{(n-1)}{2}}} \quad \dots(3)$$

From eq. (2) and (3)

$$T \propto \frac{R}{\frac{1}{R^{\frac{(n-1)}{2}}}}$$

$$T \propto R^{\left(\frac{n-1}{2}+1\right)}$$

$$T \propto R^{\left(\frac{n+1}{2}\right)}$$

40. Two batteries with e.m.f. 12 V and 13 V are connected in parallel across a load resistor of 10 Ω. The internal resistances of the two batteries are 1Ω and 2Ω respectively. The voltage across the load lies between :

(1) 11.7 V and 11.8 V

(2) 11.6 V and 11.7 V

(3) 11.5 V and 11.6 V

(4) 11.4 V and 11.5 V

40. 12 V तथा 13 V विद्युत वाहक बल की दो बैट्रियों को समान्तर क्रम में एक 10 Ω के लोड प्रतिरोध के साथ जोड़ा गया है दोनों बैटरी के आन्तरिक प्रतिरोध क्रमशः 1Ω तथा 2Ω है लोड प्रतिरोध के सिरो का विभव निम्न में से किन मानों के बीच होगा।

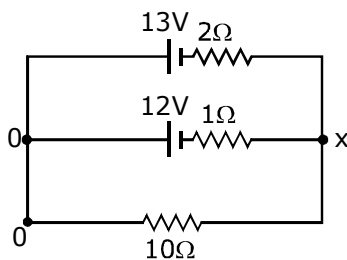
(1) 11.7 V तथा 11.8 V

(2) 11.6 V तथा 11.7 V

(3) 11.5 V तथा 11.6 V

(4) 11.4 V तथा 11.5 V

Sol. 3



From junction law we can write

$$\frac{x-12}{1} + \frac{x-13}{2} + \frac{x-0}{10} = 0$$

$$10x - 120 + 5x - 65 + x = 0$$

$$16x = 185$$

$$x = \frac{185}{16}$$

$$\Rightarrow 11.5625$$

Which lies between 11.5 V and 11.6 V

- 41.** In an a.c. circuit, the instantaneous e.m.f. and current are given by
 $e = 100 \sin 30 t$

$$i = 20 \sin \left(30t - \frac{\pi}{4} \right)$$

In one cycle of a.c., the average power consumed by the circuit and the wattless current are, respectively :

- 41.** एक a.c. परिपथ के विद्युत वाहक बल तथा धारा का तात्क्षणिक मान निम्नलिखित समीकरणों से दिया गया है।
 $e = 100 \sin 30 t$

$$i = 20 \sin \left(30t - \frac{\pi}{4} \right)$$

a.c. के एक पूर्ण चक्र में परिपथ द्वारा औसत शक्ति व्यय तथा वाटहीन धारा के मान क्रमशः है :

- (1) 50, 0 (2) 50, 10 (3) $\frac{1000}{\sqrt{2}}$, 10 (4) $\frac{50}{\sqrt{2}}$, 0

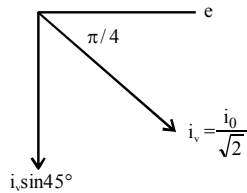
Sol. 3

$$P_{\text{avg}} = V_{\text{rms}} \cdot I_{\text{rms}} \cdot \cos \phi$$

$$= \frac{100}{\sqrt{2}} \cdot \frac{20}{\sqrt{2}} \cdot \cos 45^\circ$$

$$= \frac{1000}{\sqrt{2}} \text{ Watt}$$

$$\text{Wattless current} = I_v \sin 45^\circ$$



$$\therefore i_{\text{wattless}} = \frac{20}{\sqrt{2}} \times \sin 45^\circ$$

$$= \frac{20}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= 10$$

- 42.** An EM wave from air enters a medium. The electric fields are

$$\vec{E}_1 = E_{01} \hat{x} \cos \left[2\pi v \left(\frac{z}{c} - t \right) \right] \text{ in air and } \vec{E}_2 = E_{02} \hat{x} \cos [k(2z - ct)] \text{ in medium, where the wave number } k$$

and frequency v refer to their values in air. The medium is non-magnetic. If ϵ_{r1} and ϵ_{r2} refer to relative permittivities of air and medium respectively, which of the following options is correct ?

42. एक विद्युत चुम्बकीय तरंग हवा से किसी माध्यम में प्रवेश करती है उनके विद्युत क्षेत्र $\vec{E}_1 = E_{01} \hat{x} \cos\left[2\pi v\left(\frac{z}{c} - t\right)\right]$ हवा में एवं $\vec{E}_2 = E_{02} \hat{x} \cos[k(2z - ct)]$ माध्यम में है, जहाँ संचरण संख्या k तथा आवृत्ति v के मान हवा में है। माध्यम अचुम्बकीय है। यदि ϵ_{r1} तथा ϵ_{r2} क्रमशः हवा एवं माध्यम की विद्युतशीलता हो तो निम्न में से कौनसा विकल्प सही है ?

(1) $\frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}} = \frac{1}{2}$ (2) $\frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}} = 4$ (3) $\frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}} = 2$ (4) $\frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}} = \frac{1}{4}$

Sol. 4

$$\frac{2\pi v}{C} = K$$

$$2K \qquad K' = 2K$$

No change in for

$$K' = \frac{w}{C}$$

$$\therefore \text{Velocity in medium} = \frac{C}{2}$$

$$\text{and } C = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}$$

$$\text{Hence } \epsilon_r = 4$$

$$\therefore \frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}} = \frac{1}{4}$$

($m_r \rightarrow$ No change as it is a non-magnetic material)

43. A telephonic communication service is working at carrier frequency of 10 GHz. Only 10% of it is utilized for transmission. How many telephonic channels can be transmitted simultaneously if each channel requires a bandwidth of 5 kHz ?

43. एक टेलिफोन संचरण सेवा वाहक आवृत्ति 10 GHz पर काम करती है इसका केवल 10% संचार के लिये उपयोग किया जाता है। यदि प्रत्येक चैनल को बैंड चौड़ाई 5 kHz हो तो एक साथ कितने टेलिफोनिक चैनल संचारित किये जा सकते हैं ?

(1) 2×10^6 (2) 2×10^3 (3) 2×10^4 (4) 2×10^5

Sol. 4

$$f = 10 \text{ Ghz}$$

$$= 10 \times 10^9 \text{ Hz}$$

$$\text{Utilized frequency} = 10\% \text{ of } f$$

$$= 10^9 \text{ Hz}$$

$$5 \text{ Khz} \rightarrow 5 \times 10^3$$

$$\therefore \text{Total channels}$$

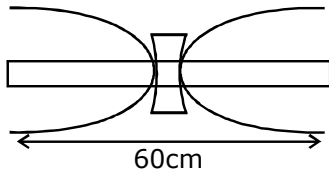
$$= \frac{10^9}{5 \times 10^3} = \frac{10 \times 10^8}{5 \times 10^3} = 2 \times 10^5$$

44. A granite rod of 60 cm length is clamped at its middle point and is set into longitudinal vibrations. The density of granite is $2.7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ and its Young's modulus is $9.27 \times 10^{10} \text{ Pa}$. What will be the fundamental frequency of the longitudinal vibrations ?

44. 60 cm लम्बाई की ग्रेनाइट की एक छड़ को उसके मध्य से परिबद्ध करके उसमें अनुदैर्घ्य कम्पन्न उत्पन्न किये जाते हैं। ग्रेनाइट का घनत्व $2.7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ तथा यंग प्रत्यास्था गुणांक $9.27 \times 10^{10} \text{ Pa}$ है। अनुदैर्घ्य कम्पन्न की मूल आवृत्ति क्या होगी?

(1) 7.5 kHz (2) 5 kHz (3) 2.5 kHz (4) 10 kHz

Sol. 2



$$\rho = 2.7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$\gamma = 9.27 \times 10^{10} \text{ Pa}$$

$$f = \frac{v}{2l} = \frac{1}{2l} \times \sqrt{\frac{\gamma}{\rho}}$$

$$= \frac{1}{2 \times 60 \times 10^{-2}} \sqrt{\frac{9.27 \times 10^{10}}{2.7 \times 10^3}}$$

$$= \frac{1}{120 \times 10^{-2}} \sqrt{3.43 \times 10^7}$$

$$= 4876.23 \text{ Hz}$$

$$\approx 5 \text{ KHz}$$

45. It is found that if a neutron suffers an elastic collinear collision with deuterium at rest, fractional loss of its energy is P_d ; While for its similar collision with carbon nucleus at rest, fractional loss of energy is P_c . The values of P_d and P_c are respectively :

45. यदि एक न्यूट्रॉन की एक स्थिर अवस्था के ड्यूटीरियम से प्रत्यास्थ एक रेखीय संघट होती है तो उसकी ऊर्जा का आंशिक क्षय P_d पाया जाता है। उसके स्थिर अवस्था के कार्बन नाभिक से समरूप संघट में ऊर्जा का आंशिक क्षय P_c पाया जाता है। P_d तथा P_c के मान क्रमशः होंगे।

(1) (0,1)

(2) (0.89, 0.28)

(3) (0.28, 0.89)

(4) (0,0)

Sol. 2

Ist case

$$m \rightarrow v \quad v=0 \quad \rightarrow v_1 \quad \rightarrow v_2$$

$$2m \quad m \quad 2m$$

$$mv = mv_1 + 2mv_2$$

$$v_1 + 2v_2 = v \quad \dots(1)$$

$$1 = \frac{v_2 - v_1}{v - 0}$$

$$v_2 - v_1 = v \quad v_1 = v_2 - v$$

$$2v_2 + v_1 = v \quad v_1 = \frac{2}{3} v - v$$

$$3v_2 = 2v \quad v_1 = -\frac{4}{3} v$$

$$v_2 = \frac{2}{3} v$$

$$P_d = \frac{\Delta KE}{KE} = \frac{\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}m\frac{v^2}{9}}{\frac{1}{2}mv^2} = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

$$= 0.888 = 0.89$$

Second case

$$\rightarrow u \quad v = 0 \quad \rightarrow v_1 \quad \rightarrow v_2$$

$$m \quad 12m \quad m \quad 12m$$

$$mv = mv_1 + 12mv_2$$

$$v_1 + 12v_2 = v \quad \dots(1)$$

$$v_2 - v_1 = v$$

$$13v_2 = 2v \quad v_1 = v_2 - v$$

$$v_2 = \frac{2}{13}v \quad v_1 = \frac{2}{13}v - v = \frac{-11v}{13}$$

$$P_c = \frac{\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}m\left(\frac{11}{13}\right)^2v^2}{\frac{1}{2}mv^2} = 1 - \frac{(11)^2}{(13)^2}$$

$$P_c = \frac{169 - 121}{169} = 0.28$$

46. The density of a material in the shape of a cube is determined by measuring three sides of the cube and its mass. If the relative errors in measuring the mass and length are respectively 1.5% and 1%, the maximum error in determining the density is :

46. घन की आकृति वाले किसी पदार्थ का घनत्व, उसकी तीन भुजाओं एवं द्रव्यमान को माप कर निकाला जाता है। यदि द्रव्यमान एवं लम्बाई को मापने में सापेक्ष त्रुटियाँ क्रमशः 1.5% तथा 1% हो तो घनत्व को मापने में अधिकतम त्रुटि होगी :

- (1) 6% (2) 2.5% (3) 3.5% (4) 4.5%

Sol. 4

$$\rho = \frac{m}{v} = \frac{m}{a.b.c.}$$

$$\left(\frac{d\rho}{\rho}\right)\% = \left(\frac{dm}{m}\% + \frac{da}{a} + \frac{db}{b} + \frac{dc}{c}\right)\%$$

$$\Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} = (1.5 + 1 + 1 + 1)\%$$

$$\Rightarrow \frac{d\rho}{\rho}\% = 4.5\%$$

47. Two moles of an ideal monoatomic gas occupies a volume V at 27°C. The gas expands adiabatically to a volume 2V calculate (1) the final temperature of gas and (2) change in its internal energy.

47. किसी एकपरमाणुक आदर्श गैस के 2 मोल 27°C तापमान पर V आयतन घेरते हैं। गैस का आयतन रुद्धोष्म प्रक्रम द्वारा फैलकर 2V हो जाता है। गैस के (a) अंतिम तापमान का मान एवं (b) उसकी आंतरिक ऊर्जा में परिवर्तन का मान होगा –

- (1) (1) 195 K (2) 2.7 kJ (2) (1) 189 K (2) 2.7 kJ
(3) (1) 195 K (2) -2.7 kJ (4) (1) 189 K (2) -2.7 kJ

Sol. 4

(a) As the gas is adiabatic

$$Pv^\gamma = \text{constant}$$

$$\text{or } TV^{\gamma-1} = \text{constant}$$

$$\Rightarrow 300.V^{\left(\frac{5}{3}-1\right)} = (2V)^{\left(\frac{5}{3}-1\right)}. T_f$$

$$\Rightarrow T_f = \frac{300}{2^{2/3}} = \frac{300}{4^{1/3}}$$

$$= \frac{300}{1.58} = 189.87 \text{ K}$$

$$(b) U = \frac{f}{2} n R \Delta t$$

$$U = -\frac{3}{2} \times 2 \times 8.3 \times 10 = -27$$

48. A solid sphere of radius r made of a soft material of bulk modulus K is surrounded by a liquid in a cylindrical container. A massless piston of area a floats on surface of the liquid, covering entire section of cylindrical container. When a mass m is placed on the surface of piston to compress the

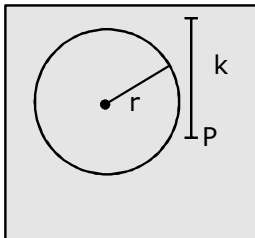
liquid, the fractional decrement in the radius of the sphere $\left(\frac{dr}{r}\right)$, is -

48. किसी मुलायम पदार्थ द्वारा बने हुए r त्रिज्या का एक ठोस गोला, जिसका आयतन प्रत्यास्थता गुणांक K है, एक बेलनाकार बर्तन में किसी द्रव द्वारा घिरा हुआ है। a क्षेत्रफल का एक द्रव्यमानविहीन पिस्टन, बेलनाकार बर्तन के संपूर्ण अनुप्रस्थकाट को ढकते हुए, द्रव के सतह पर तैरता है। द्रव के संपीड़न हेतु जब पिस्टन के सतह पर एक द्रव्यमान m रखा जाता है, तो गोले की त्रिज्या में होने वाला

आंशिक परिवर्तन $\left(\frac{dr}{r}\right)$ होगा :

- (1) $\frac{mg}{Ka}$ (2) $\frac{Ka}{mg}$ (3) $\frac{Ka}{3mg}$ (4) $\frac{mg}{3Ka}$

Sol. 3



$$\Delta P = \frac{Mg}{a}$$

$$k = - \frac{\Delta P}{\left(\frac{\Delta V}{V}\right)}$$

$$= \frac{mg/a}{\frac{\Delta V}{V}}$$

$$\therefore v = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{3\Delta r}{r}$$

$$k = \frac{mg}{a \times \frac{3\Delta r}{r}}$$

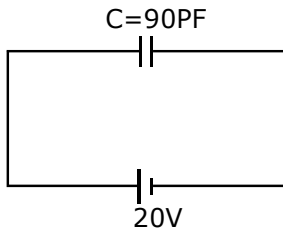
$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{mg}{3ka}$$

$$= 4$$

49. A parallel plate capacitor of capacitance 90pF is connected to a battery of emf 20V . If a dielectric material of dielectric $K = \frac{5}{3}$ is inserted between the plates, the magnitude of the induced charge will be :

49. 90pF धारिता के एक समान्तर प्लेट संधारित्र को 20 V विद्युत वाहक बल की एक बैट्री से जोड़ते हैं। यदि $K = \frac{5}{3}$ परावैद्युतांक का एक परावैद्युत पदार्थ प्लेटों के बीच प्रविष्ट किया जाता है तो प्रेरित आवेश का परिमाण होगा।
 (1) 0.9 nC (2) 1.2 nC (3) 0.3 nC (4) 2.4 nC

Sol. 2



$$C' = kc$$

$$C' = \frac{J}{3} \times 30 = 150 \text{ nF}$$

$$\theta = 1V$$

$$\theta = 150 \times 20 \text{ PC}$$

$$= 3000 \text{ PC}$$

$$= 3\text{nC}$$

$$\sigma' = \sigma \left(1 - \frac{1}{k}\right)$$

$$\sigma' = 3\text{nc} \left(1 - \frac{3}{5}\right)$$

$$\sigma' = 3\text{nc} \left(\frac{2}{5}\right)$$

$$\sigma' = \frac{6\text{nC}}{5} = 1.2 \text{ ns}$$

50. The dipole moment of a circular loop carrying a current I , is m and the magnetic field at the centre of the loop is B_1 . When the dipole moment is doubled by keeping the current constant, the magnetic field at the centre of the loop is B_2 . The ratio $\frac{B_1}{B_2}$ is :

50. धारा I वाले एक वृत्ताकार पाश का द्विध्रुव आघूर्ण m तथा उसके केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र B_1 है धारा स्थिर रखते हुये द्विध्रुव आघूर्ण को दोगुना करने पर पाश के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र B_2 हो जाता है अनुपात $\frac{B_1}{B_2}$ है :

(1) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(2) 2

(3) $\sqrt{3}$

(4) $\sqrt{2}$

Sol. 4

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2r}$$

$$m = NI \pi r^2$$

$$m = I \pi r^2$$

$$2m = I \pi r^2$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\sqrt{2}r}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{r^2}{r'^2}$$

$$r' = \sqrt{2} r$$

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{\sqrt{2}}{1}$$

51. An electron from various excited states of hydrogen atom emit radiation to come to the ground state. Let λ_n, λ_g be the de Broglie wavelength of the electron in the n^{th} state and the ground state respectively. Let Λ_n be the wavelength of the emitted photon in the transition from the n^{th} state to the ground state. For large n , (A, B are constants)

51. एक इलेक्ट्रॉन किसी हाइड्रोजन परमाणु के विभिन्न उत्तेजित अवस्थाओं से विकिरण उत्सर्जित करके निम्न ताप अवस्था में आ जाता है माना कि λ_n तथा λ_g , n वी अवस्था तथा निम्नतम अवस्था में इलेक्ट्रॉन की डीब्रोग्ली तरंगदैर्घ्य है माना n वी अवस्था से निम्नतम अवस्था में संक्रमण द्वारा उत्सर्जित फोटोन की तरंगदैर्घ्य Λ_n है। n के बड़े मान के लिये (यदि A तथा B स्थिरांक है)

$$(1) \Lambda_n^2 \approx \lambda \quad (2) \Lambda_n \approx A + \frac{B}{\lambda_n^2} \quad (3) \Lambda_n \approx A + B\lambda_n \quad (4) \Lambda_n^2 \approx A + B\lambda_n^2$$

Sol. 2

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

$$v_n = 2.18 \times 10^6 \frac{Z}{n}$$

$$\Rightarrow v_n \propto \frac{1}{n}$$

$$\Rightarrow \lambda \propto n$$

Now,

$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2 \left[\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda} = RZ^2 \left[\frac{1}{1^2} - \frac{1}{R\lambda_n^2} \right]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda} \propto R \left(1 - \frac{1}{\lambda_n^2} \right)$$

$$\Rightarrow \lambda \propto \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{\lambda_n^2} \right)}$$

$$\Rightarrow \lambda \propto \left(1 - \frac{1}{\lambda_n^2} \right)^{-1}$$

As n is large

$$\lambda \propto \left(1 + \frac{1}{\lambda_n^2} \right)$$

$$\Rightarrow \Lambda_n \approx A + \frac{B}{\lambda_n^2}$$

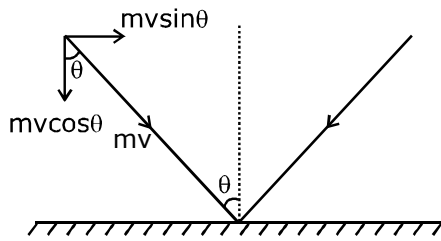
52. The mass of a hydrogen molecule is 3.32×10^{-27} kg. If 10^{23} hydrogen molecules strike, per second, a fixed wall of area 2 cm^2 at an angle of 45° to the normal, and rebound elastically with a speed of 10^3 m/s , then the pressure on the wall is nearly :

52. एक हाइड्रोजन अणु का द्रव्यमान 3.32×10^{-27} kg है। 2 cm^2 क्षेत्रफल की एक स्थिर दीवार पर 10^{23} प्रति सेकेण्ड की दर से हाइड्रोजन अणु यदि अभिलम्ब से 45° पर प्रत्यास्थ टक्कर करके 10^3 m/s की गति से लौटते हैं, तो दीवार पर लगे दाब का निकटतम मान होगा :

- (1) $4.70 \times 10^2 \text{ N/m}^2$ (2) $2.35 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
 (3) $4.70 \times 10^3 \text{ N/m}^2$ (4) $2.35 \times 10^2 \text{ N/m}^2$

Sol. 2

$m_H = 3.32 \times 10^{-27} \text{ kg}$
 $n/s = 10^{23}$
 wall area = 2 cm^2



$\Delta p = 2 mv \cos \theta$

Total change in momentum = $F = 2 mv \cos \theta \times n$ per second

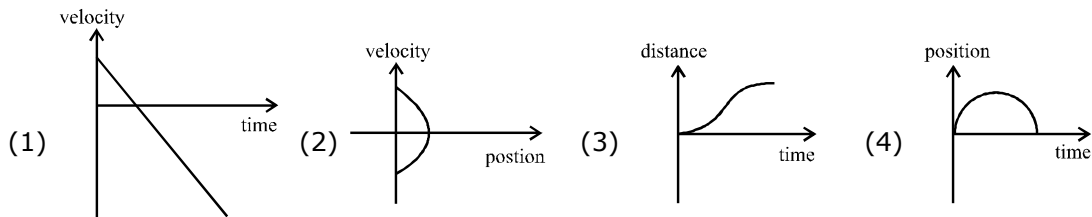
Pressure = $\frac{F}{A}$

= $\frac{2mnv \cos \theta}{A}$

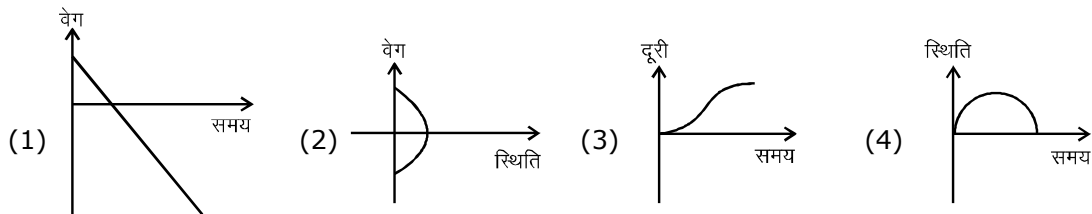
= $\frac{2 \times 3.32 \times 10^{-27} \times 10^{23} \times 10^3 \times \cos 45^\circ}{2 \times 10^{-4}}$

= $2.34 \times 10^3 \text{ N/m}^2$

53. All the graphs below are intended to represent the same motion. One of them does it incorrectly. Pick it up.

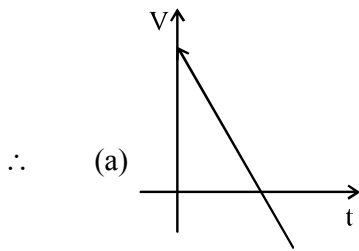


53. दिये गये सारे ग्राफ एक ही गति को दर्शाते हैं। कोई एक ग्राफ उस गति को गलत तरीके से दर्शाता है। वह ग्राफ है -

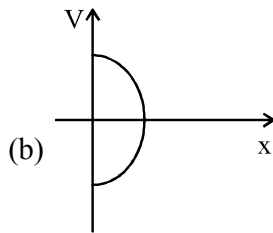


Sol. 3

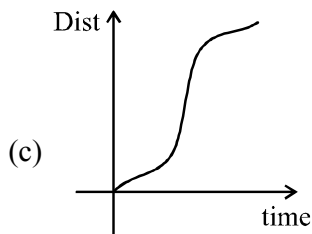
As the graph shown represent the same kind of motion,



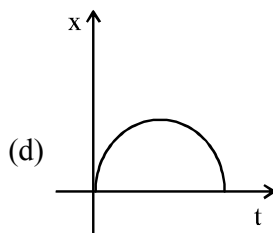
True for particle thrown up from ground and caught back again.



True for above condition.



Not true



True

∴ Correct option is (3)

54. An electron, a proton and an alpha particle having the same kinetic energy are moving in circular orbits of radii r_e, r_p, r_α respectively in a uniform magnetic field B. The relation between r_e, r_p, r_α is :

54. समान गतिज ऊर्जा के एक इलेक्ट्रॉन, एक प्रोटोन एवं एक अल्फा कण किसी एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र B में क्रमशः r_e, r_p तथा r_α त्रिज्या की गोलाकार कक्षा में घूम रहे हैं। r_e, r_p तथा r_α के बीच सम्बन्ध होगा।

- (1) $r_e < r_\alpha < r_p$ (2) $r_e > r_p = r_\alpha$ (3) $r_e < r_p = r_\alpha$ (4) $r_e < r_p < r_\alpha$

Sol. 3

$$mv = p$$

$$k = \frac{p^2}{2m}$$

$$r = \sqrt{\frac{2mK}{qB}} \Rightarrow r \propto \frac{\sqrt{m}}{q}$$

$$\text{Masses } M_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$M_\alpha = 6.68 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$M_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$\text{Charges } q_e = -1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$q_p = +1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$q_\alpha = 6.4 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\therefore r_p = \frac{\sqrt{m_p}}{q_p}$$

$$r_\infty = \frac{\sqrt{4m_p}}{2q_p} = \frac{2\sqrt{m_p}}{2q_p}$$

$$\Rightarrow r_p = r_\infty > r_e$$

55. On interchanging, the resistances, the balance point of a meter bridge shifts the left by 10 cm. The resistance of there series combination is 1 k Ω . How much was the resistance on the left slot before interchanging the resistances ?

55. प्रतिरोधों को बदलने से मीटर सेतु का संतुलन बिन्दु 10 cm बाँयी तरफ खिसक जाता है। उनके श्रेणीक्रम संयोजन का प्रतिरोध 1 k Ω है। प्रतिरोधों को बदलने से पहले बाँयी तरफ के खाँचे का प्रतिरोध कितना था ?

- (1) 910 Ω (2) 990 Ω (3) 505 Ω (4) 550 Ω

Sol. 4

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{x}{(100-x)} \quad \dots(1)$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{x-10}{(110-x)} \quad \dots(2)$$

$$R_1 + R_2 = 1000$$

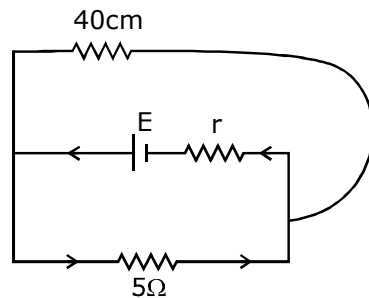
On solving we get

56. In a potentiometer experiment, it is found that no current passes through the galvanometer when the terminals of the cell are connected across 52 cm of the potentiometer wire. If the cell shunted by a resistance of 5 Ω , a balance is found when the cell is connected across 40 cm of the wire. Find the internal resistance of the cell .

56. एक विभवमापी प्रयोग के दौरान पाया गया कि जब सेल के सिरों को विभवमापी तार के 52 cm लम्बाई के दोनों तरफ जोड़ा जाता है। तो गैल्वनोमीटर में कोई धारा का प्रवाह नहीं होता है। यदि सेल को 5 Ω प्रतिरोध द्वारा शंट कर दिया जायें तो सेल के सिरों को तार के 40 cm लम्बाई के दोनों तरफ जोड़ने से संतुलन प्राप्त हो जाता है। सेल का आन्तरिक प्रतिरोध होगा।

- (1) 25 Ω (2) 1 Ω (3) 1.5 Ω (4) 2 Ω

Sol. 3



$$E = 52k$$

$$v = 40 k$$

$$r = \left(\frac{t}{v} - 1 \right) R$$

$$= 5 \left(\frac{52k}{40k} - 1 \right)$$

$$= 5 \left(\frac{26}{20} - 1 \right)$$

$$= 1.5$$

57. If the series limit frequency of the Lyman series is ν_L , then the series limit frequency of the pfund series is -

57. यदि लाइमन श्रेणी की सीमा आवृत्ति ν_L हो तो फुण्ड श्रेणी की सीमा आवृत्ति होगी।

- (1) $\nu_L/25$ (2) $25 \nu_L$ (3) $16 \nu_L$ (4) $\nu_L/16$

Sol. 1

Series limit frequency of lyman series = ν_L

\therefore For Pfund series [n = 5]

$$f \propto \frac{1}{n^2}$$

$$\therefore f_{\text{Pfund series}} = \frac{\nu_L}{25}$$

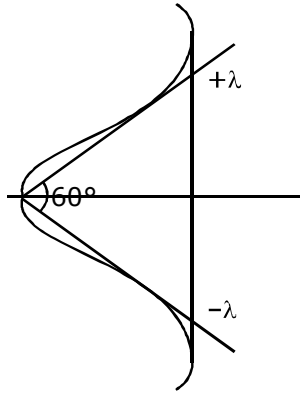
58. The angular width of the central maximum in a single slit diffraction pattern is 60° . The width of the slit is $1 \mu\text{m}$. The slit is illuminated by monochromatic plane waves. if another slit of same width is made near it, Young's fringes can be observed on a screen placed at a distance 50 cm from the slits. If the observed fringe width is 1 cm, what is slit separation distance ? (i.e., distance between the centres of each slit)

58. किसी एकल झिरी विवर्तन पैटर्न के केन्द्रीय उच्चिष्ठ की कोणीय चौड़ाई 60° है झिरी की चौड़ाई $1 \mu\text{m}$ है झिरी को एक वर्णीय समतल तरंग से प्रकाशित करते हैं। यदि उसी चौड़ाई की एक नई झिरी पुरानी झिरी के पास बना दी जायें। तो झिरीयों से 50 cm दूर रखे पर्दे पर यंग की फिंजे देखी जा सकती है। यदि फिंजो की चौड़ाई 1 cm हो तो झिरीयों के केन्द्रों के बीच की दूरी होगी?

(अर्थात् प्रत्येक झिरी के केन्द्रों के बीच की दूरी)

- (1) $100 \mu\text{m}$ (2) $25 \mu\text{m}$ (3) $50 \mu\text{m}$ (4) $75 \mu\text{m}$

Sol. 2



$$a \sin \theta = \lambda$$

$$a \sin 30^\circ = \lambda$$

$$\lambda = a/2 = \frac{1\mu\text{m}}{2} = \frac{1}{2} \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$a = 2\lambda$$

$$\beta = \frac{\lambda D}{d}$$

$$1 \times 10^{-2} = \frac{\lambda \times D}{d} = \frac{0.5 \times 10^{-6} \times 50 \times 10^{-2}}{d}$$

$$\therefore d = 25 \mu\text{m}$$

59. A particle is moving in a circular path of radius a under the action of an attractive potential

$$U = -\frac{k}{2r^2}. \text{ Its total energy is :}$$

59. एक कण किसी एक आकर्षण विभव $U = -\frac{k}{2r^2}$ के अंतर्गत त्रिज्या a के एक गोलाकार पथ में चल रहा है। उसकी कुल ऊर्जा होगी—

(1) $-\frac{3}{2} \frac{k}{a^2}$ (2) $-\frac{k}{4a^2}$ (3) $\frac{k}{2a^2}$ (4) zero (शून्य)

Sol. 4

$$U = -\frac{k}{2r^2}$$

$$F = -\frac{dU}{dr} = +\frac{K}{2} (-2) r^{-2-1}$$

$$= -\frac{K}{r^3}$$

According to Ques.

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{K}{r^3}$$

$$\therefore \frac{1}{2} mv^2 = \frac{K}{2r^2}$$

Now, TE = KE + PE

$$\Rightarrow TE = -\frac{K}{2r^2} + \frac{K}{2r^2} = 0$$

60. A silver atom in a solid oscillates in simple harmonic motion in some direction with a frequency of $10^{12}/\text{sec}$. What is the force constant of the bonds connecting one atom with the other ?
(Mole wt. of silver = 108 and Avagadro number = $6.02 \times 10^{23} \text{ gm mole}^{-1}$)

60. किसी ठोस में चांदी का एक परमाणु $10^{12}/\text{sec}$ की आवृत्ति से किसी दिशा में सरल आवर्त गति करता है। एक परमाणु को दूसरे परमाणु से जोड़ने वाले बंध का बल नियतांक कितना होगा? (चांदी का आणविक भार = 108 और अवागाद्रो (Avagadro) संख्या = $6.02 \times 10^{23} \text{ gm mole}^{-1}$)

- (1) 5.5 N/m (2) 6.4 N/m (3) 7.1 N/m (4) 2.2 N/m

Sol. 3

Frequency

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$f^2 = \frac{1}{4\pi^2} \times \frac{k}{m}$$

$$k = m f^2 \times 4\pi^2$$

6.023×10^{23} atoms present in \rightarrow 108 gm

1 atom will be present in $\rightarrow \frac{108}{6.023 \times 10^{23}} \times 10^{-3}$

$$k = \frac{108 \times (10^{12})^2 \times 4 \times 9.86 \times 10^{-3}}{6.023 \times 10^{23}}$$

$$= \frac{707.20 \times 10^{24} \times 10^{-3}}{10^{23}} = 7.07 \approx 7.1 \text{ N/m}$$

CHEMISTRY

61. For 1 molal aqueous solution of the following compounds, which one will show the highest freezing point ?

- (1) $[\text{Co}(\text{H}_2\text{O})_3\text{Cl}_3] \cdot 3\text{H}_2\text{O}$ (2) $[\text{Co}(\text{H}_2\text{O})_6]\text{Cl}_3$
 (3) $[\text{Co}(\text{H}_2\text{O})_5\text{Cl}]\text{Cl}_2 \cdot \text{H}_2\text{O}$ (4) $[\text{Co}(\text{H}_2\text{O})_4\text{Cl}_2]\text{Cl} \cdot 2\text{H}_2\text{O}$

निम्न यौगिकों के 1 मोलल जलीय विलयन के लिए कौनसा एक उच्चतम हिमांक दर्शाएगा ?

- (1) $[\text{Co}(\text{H}_2\text{O})_3\text{Cl}_3] \cdot 3\text{H}_2\text{O}$ (2) $[\text{Co}(\text{H}_2\text{O})_6]\text{Cl}_3$
 (3) $[\text{Co}(\text{H}_2\text{O})_5\text{Cl}]\text{Cl}_2 \cdot \text{H}_2\text{O}$ (4) $[\text{Co}(\text{H}_2\text{O})_4\text{Cl}_2]\text{Cl} \cdot 2\text{H}_2\text{O}$

Sol. 1

For highest freezing point, ΔT_f must be minimum & hence i should be minimum

Option (1) $i = 1$

(2) $i = 4$

(3) $i = 3$

(4) $i = 2$

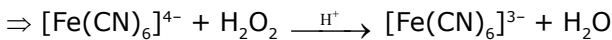
62. Hydrogen peroxide oxidises $[\text{Fe}(\text{CN})_6]^{4-}$ to $[\text{Fe}(\text{CN})_6]^{3-}$ in acidic medium but reduces $[\text{Fe}(\text{CN})_6]^{3-}$ to $[\text{Fe}(\text{CN})_6]^{4-}$ in alkaline medium. The other products formed are, respectively :

- (1) H_2O and $(\text{H}_2\text{O} + \text{OH}^-)$ (2) $(\text{H}_2\text{O} + \text{O}_2)$ and H_2O
 (3) $(\text{H}_2\text{O} + \text{O}_2)$ and $(\text{H}_2\text{O} + \text{OH}^-)$ (4) H_2O and $(\text{H}_2\text{O} + \text{O}_2)$

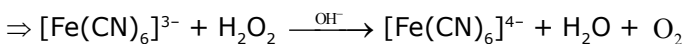
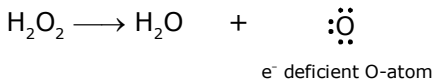
हाइड्रोजन परऑक्साइड अम्लीय माध्यम में $[\text{Fe}(\text{CN})_6]^{4-}$ को $[\text{Fe}(\text{CN})_6]^{3-}$ में उपचयित करता है परन्तु क्षारीय माध्यम में $[\text{Fe}(\text{CN})_6]^{3-}$ को $[\text{Fe}(\text{CN})_6]^{4-}$ में अपचयित करता है। अन्य बनने वाले उत्पाद क्रमशः होंगे:

- (1) H_2O तथा $(\text{H}_2\text{O} + \text{OH}^-)$ (2) $(\text{H}_2\text{O} + \text{O}_2)$ तथा H_2O
 (3) $(\text{H}_2\text{O} + \text{O}_2)$ तथा $(\text{H}_2\text{O} + \text{OH}^-)$ (4) H_2O तथा $(\text{H}_2\text{O} + \text{O}_2)$

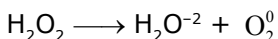
Sol. 4



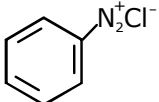
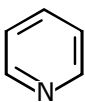
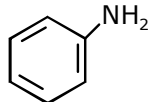
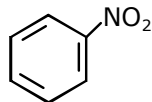
In the oxidation by H_2O_2 , liberated oxygen by decomposition of H_2O_2 pull electrons from $[\text{Fe}(\text{CN})_6]^{4-}$ & get converted into H_2O



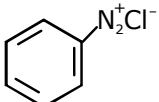
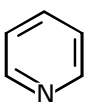
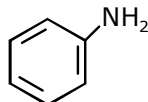
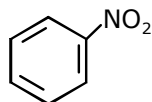
Here H_2O_2 acts as a reducing agent thus it disproportionate in basic medium



63. Which of the following compounds will be suitable for Kjeldahl's method of nitrogen estimation ?

- (1)  (2)  (3)  (4) 

नाइट्रोजन आँकलन के लिए केल्डाल विधि में निम्न यौगिकों में से कौन उपयुक्त होगा?

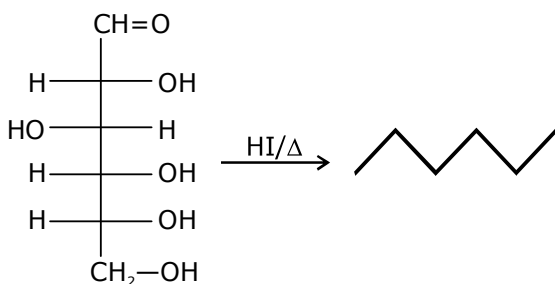
- (1)  (2)  (3)  (4) 

Sol. 2

In kjeldahl method nitrogen containing compound when react with H_2SO_4 then $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ is formed & this means NH_3 must be released. Only in (III) option NH_3 may be released.

64. Glucose on prolonged heating with HI gives
 (1) 6-iodohexanal (2) n-Hexane (3) 1-Hexene (4) Hexanoic acid
 ग्लूकोज को HI के साथ लम्बे समय तक गर्म करने पर प्राप्त होता है—
 (1) 6-आयोडोहेक्सेनेल (2) n-हेक्सेन (3) 1-हेक्सीन (4) हेक्सेनोइक अम्ल

Sol. 2



n-hexane

65. An alkali is titrated against an acid with methyl orange as indicator, which of the following is a correct combination?

Base	Acid	End point
(1) Strong	Strong	Pink to colourless
(2) Weak	Strong	Colourless to pink
(3) Strong	Strong	Pinkish red to yellow
(4) Weak	Strong	Yellow to pinkish red

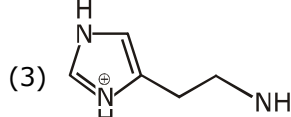
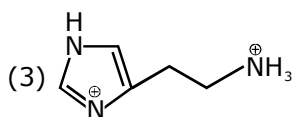
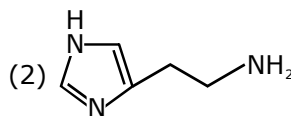
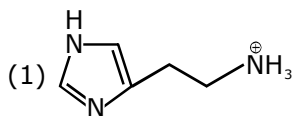
मेथिल ओरेन्ज को एक सूचक के रूप में प्रयोग करके, एक क्षार को एक अम्ल के विरुद्ध अनुमापित किया जाता है। निम्न में से कौनसा एक सही संयोग है ?

क्षार	अम्ल	अन्त्य बिन्दु
(1) प्रबल	प्रबल	गुलाबी से रंगहीन
(2) दुर्बल	प्रबल	रंगहीन से गुलाबी
(3) प्रबल	प्रबल	गुलाबी लाल से पीला
(4) दुर्बल	प्रबल	पीले से गुलाबी लाल

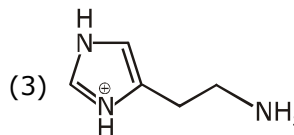
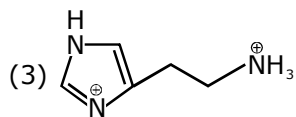
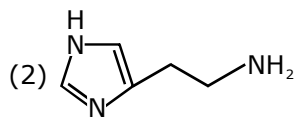
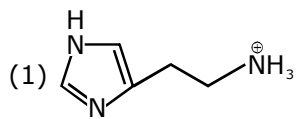
Sol. 4

Methyl orange works better
 For range 4 to 6
 therefore weak alkali to strong acid

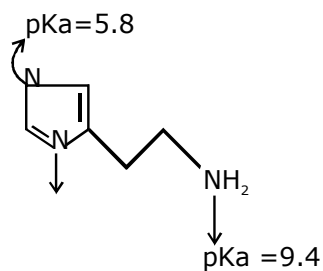
66. The predominant form of histamine present in human blood is (pK_a , Histidine = 6.0)



मानव रक्त में उपस्थित हिस्टामिन का प्रमुख रूप है (pK_a , हिस्टाडिन = 6.0)

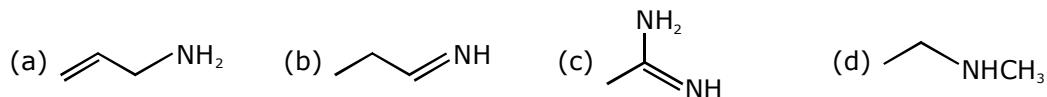


Sol. 1



Open chain nitrogen behaves as base in blood & ring nitrogen is less basic than blood these for open chain nitrogen protonated.

67. The increasing order of basicity of the following compounds is :



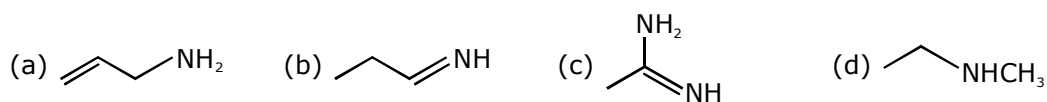
(1) (d) < (b) < (a) < (c)

(2) (a) < (b) < (c) < (d)

(3) (b) < (a) < (c) < (d)

(4) (b) < (a) < (d) < (c)

निम्न यौगिकों की क्षारीयता का बढ़ता क्रम है:



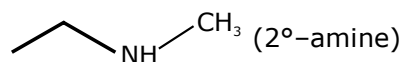
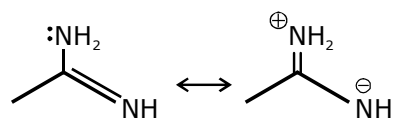
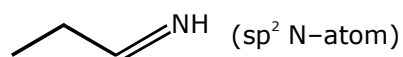
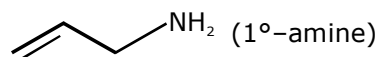
(1) (d) < (b) < (a) < (c)

(2) (a) < (b) < (c) < (d)

(3) (b) < (a) < (c) < (d)

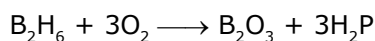
(4) (b) < (a) < (d) < (c)

Sol. 4



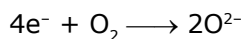
(b) < (a) < (d) < (c)

Sol. 4



$$\frac{27.66}{27.66}$$

1 mol 3 mol



therefore charge required = 12 faraday

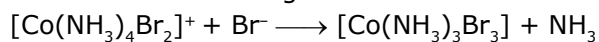
Hence

$$12 \times 96500 = i \times t \\ = 100 \text{ amp} \times t$$

$$t = 12 \times 965 \text{ seconds}$$

$$t = \frac{12 \times 965}{3600} = \frac{11580}{3600} = 3.2 \text{ hours.}$$

70. Consider the following reaction and statements :



(I) Two isomers are produced if the reactant complex ion is a cis-isomer.

(II) Two isomers are produced if the reactant complex ion is a trans-isomer.

(III) Only one isomer is produced if the reactant complex ion is a trans-isomer.

(IV) Only one isomer is produced if the reactant complex ion is a cis-isomer.

The correct statements are :

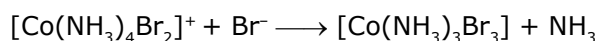
(1) (II) and (IV)

(2) (I) and (II)

(3) (I) and (III)

(3) (III) and (IV)

निम्न अभिक्रिया तथा कथनों पर विचार कीजिए:



(I) दो समावयवी बनते हैं यदि अभिकारक कॉम्प्लेक्स आयन एक सिस-समावयवी है।

(II) दो समावयवी बनते हैं यदि अभिकारक कॉम्प्लेक्स आयन एक ट्रांस-समावयवी है।

(III) एक समावयवी बनता है यदि अभिकारक कॉम्प्लेक्स आयन एक ट्रांस-समावयवी है।

(IV) एक समावयवी बनता है यदि अभिकारक कॉम्प्लेक्स आयन एक सिस-समावयवी है।

सही कथन है:

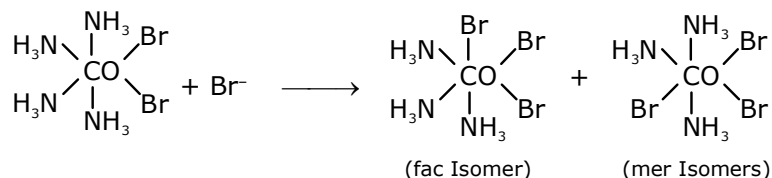
(1) (II) तथा (IV)

(2) (I) तथा (II)

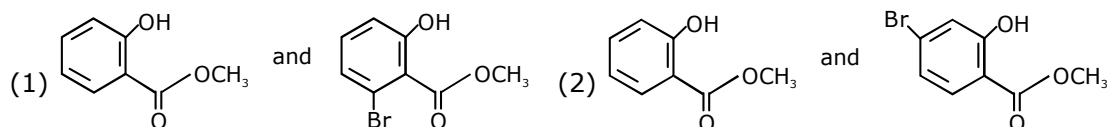
(3) (I) तथा (III)

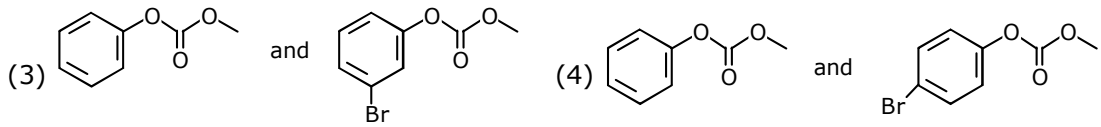
(3) (III) तथा (IV)

Sol. 3

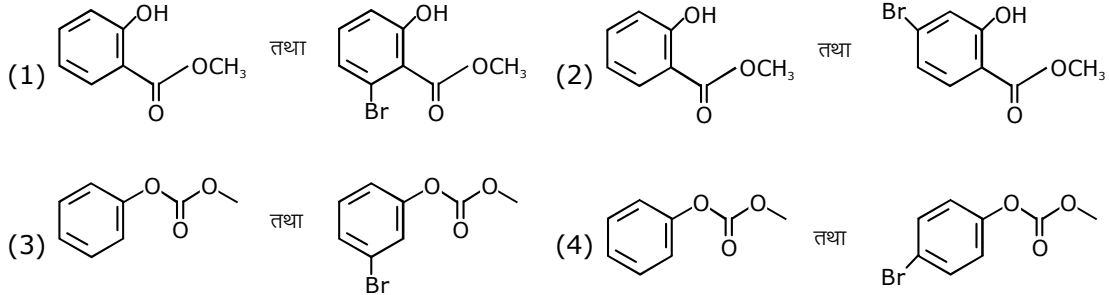


71. Phenol reacts with methyl chloroformate in the presence of NaOH to form product A. A reacts with Br_2 to form product B. A and B are respectively.

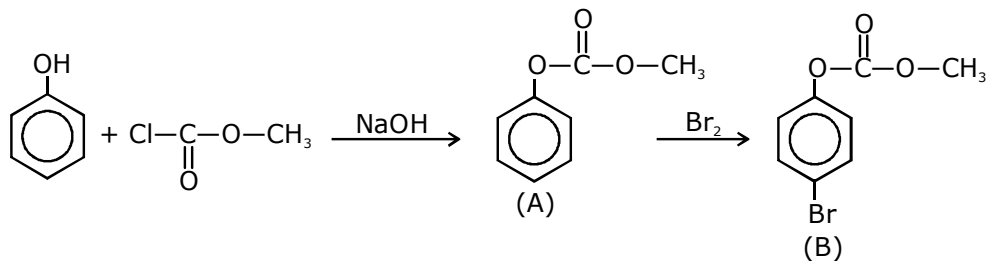




NaOH की उपस्थिति में फीनॉल, मेथिल क्लोरोफॉर्मेट से अभिक्रिया करके A उत्पाद बनाता है। A, Br₂ के साथ अभिक्रिया करके उत्पाद B देता है। A तथा B क्रमशः है।



Sol. 4



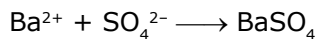
72. An aqueous solution contains an unknown concentration of Ba²⁺. When 50 mL of a 1 M solution of Na₂SO₄ is added, BaSO₄ just begins to precipitate. The final volume is 500 mL. The solubility product of BaSO₄ is 1 × 10⁻¹⁰. What is the original concentration of Ba²⁺ ?

- (1) 1.0 × 10⁻¹⁰ M (2) 5 × 10⁻⁹ M
(3) 2 × 10⁻⁹ M (4) 1.1 × 10⁻⁹ M

एक जलीय विलयन Ba²⁺ की अज्ञात सान्द्रता रखता है। जब 50 mL, 1 M Na₂SO₄ विलयन को मिलाया जाता है, तो BaSO₄ अवक्षेपित होना प्रारम्भ करता है। परिणामी आयतन 500 mL है। BaSO₄ का विलेयता गुणनफल 1 × 10⁻¹⁰ है। Ba²⁺ की वास्तविक सान्द्रता क्या है ?

- (1) 1.0 × 10⁻¹⁰ M (2) 5 × 10⁻⁹ M
(3) 2 × 10⁻⁹ M (4) 1.1 × 10⁻⁹ M

Sol. 4



$$\frac{C \times 450}{1000} \text{ mol} \quad \frac{50 \times 1}{1000} \text{ mol}$$

For precipitation

$$[\text{Ba}^{2+}] [\text{SO}_4^{2-}] \geq K_{sp} (\text{BaSO}_4)$$

$$\left\{ \frac{C \times 450}{1000} \right\} \left\{ \frac{50}{1000} \right\} \times 4 \geq 1 \times 10^{-10}$$

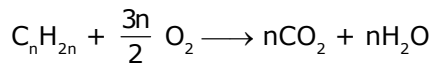
$$C \geq \frac{1 \times 10^{-10} \times 1000}{90} = 1.1 \times 10^{-9} \text{ M}$$

Sol. 1

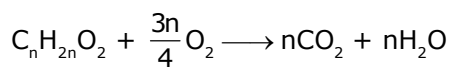
	Mass%	Atomic ratio
C	6.4K%	6/12=1/2
H	1 K%	1/1=1
O	(100-7K)%	

$$x : y = 1 : 2$$

$$\therefore C_xH_y = C_nH_{2n}$$



$$\therefore \text{'O' required is } \frac{2n}{2} \text{ for } C_nH_{2n}O_2$$



$$2n - \frac{3n}{2} = z = \frac{3n}{2}$$

$$\therefore x : y : z = n : 2n : \frac{3n}{2} = 2 : 4 : 3$$



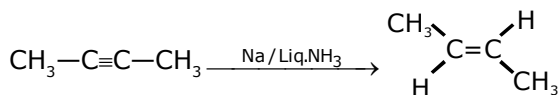
76. The trans-alkenes are formed by the reduction of alkynes with:

- (1) Sn - HCl (2) H₂ - Pd/C, BaSO₄ (3) NaBH₄ (4) Na/liq. NH₃

निम्न में से किसके साथ एल्काइनों के अपचयन द्वारा ट्रांस-एल्कीन बनते हैं ?

- (1) Sn - HCl (2) H₂ - Pd/C, BaSO₄ (3) NaBH₄ (4) Na/द्रवित NH₃

Sol. 4



Birch reduction

77. Which of the following are Lewis acids ?

- (1) BCl₃ and AlCl₃ (2) PH₃ and BCl₃ (3) AlCl₃ and SiCl₄ (4) PH₃ and SiCl₄

निम्न में से कौनसा लुईस अम्ल है ?

- (1) BCl₃ तथा AlCl₃ (2) PH₃ तथा BCl₃ (3) AlCl₃ तथा SiCl₄ (4) PH₃ तथा SiCl₄

Sol. 1

BCl₃ and AlCl₃ are covalent and e⁻ deficient

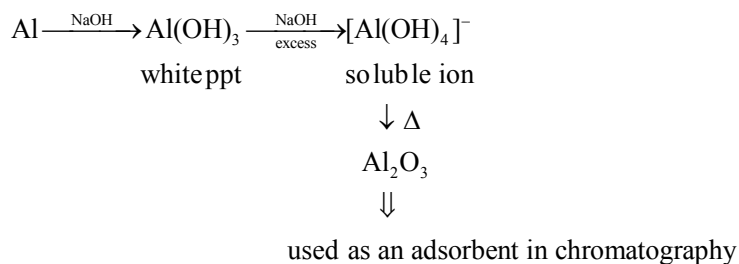
78. When metal 'M' is treated with NaOH, a white gelatinous precipitate 'X' is obtained, which is soluble in excess of NaOH. Compound 'X' when heated strongly gives an oxide which is used in chromatography as an adsorbent. The metal 'M' is:

- (1) Fe (2) Zn (3) Ca (4) Al

जब एक धातु 'M' को NaOH के साथ अभिकृत किया जाता है तो एक सफेद जिलेटिनस अवक्षेप 'X' प्राप्त होता है जो NaOH के आधिक्य में धुलनशील है। यौगिक 'X' को जब अधिक गर्म किया जाता है तो एक ऑक्साइड प्राप्त होता है जो क्रोमेटोग्राफी में एक अधिशोषक के रूप में प्रयुक्त होता है। धातु 'M' है:

- (1) Fe (2) Zn (3) Ca (4) Al

Sol. 4



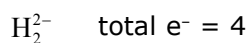
79. According to molecular orbital theory, which of the following will not be a viable molecule?

- (1) H_2^- (2) He_2^+ (3) He_2^+ (4) H_2^-

अणुकक्षक सिद्धान्त के अनुसार, निम्न में से कौनसा अणु व्यवहार्य नहीं होगा ?

- (1) H_2^- (2) He_2^+ (3) He_2^+ (4) H_2^-

Sol. 1



$$\sigma 1s^2 \sigma^* 1s^2 \quad \text{B.O.} = \frac{2-2}{2} = 0$$



$$\sigma 1s^2 \quad \text{B.O.} = \frac{2-0}{2} = 1$$

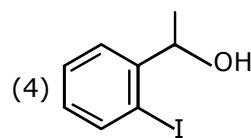
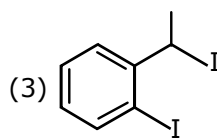
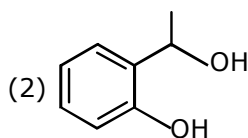
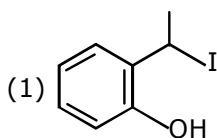
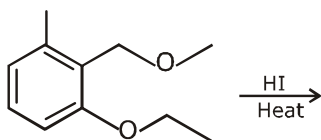


$$\sigma 1s^2 \sigma^* 1s^1 \quad \text{B.O.} = \frac{2-1}{2} = 0.5$$

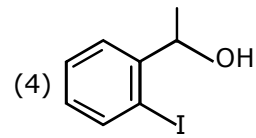
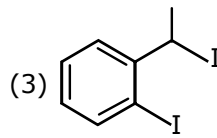
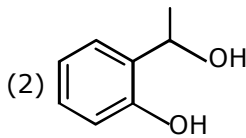
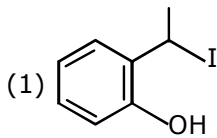
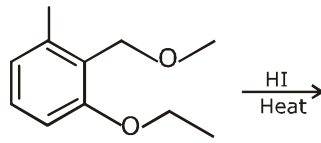


$$\sigma 1s^2 \sigma^* 1s^1 \quad \text{B.O.} = \frac{2-1}{2} = 0.5$$

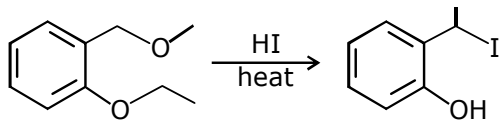
80. The major product formed in the following reaction is:



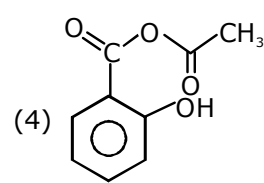
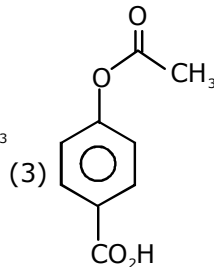
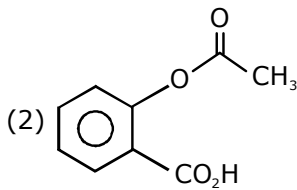
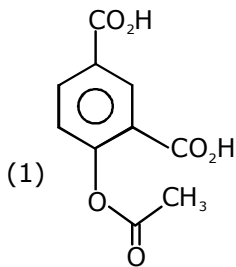
निम्न अभिक्रिया में मुख्य उत्पाद है :



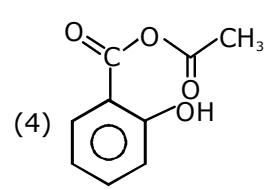
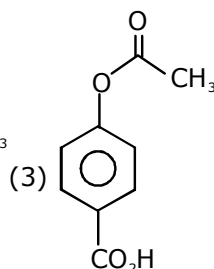
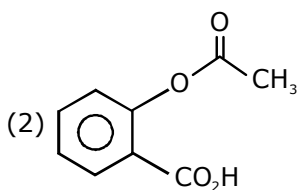
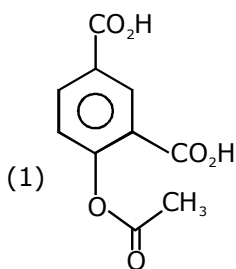
Sol. 1



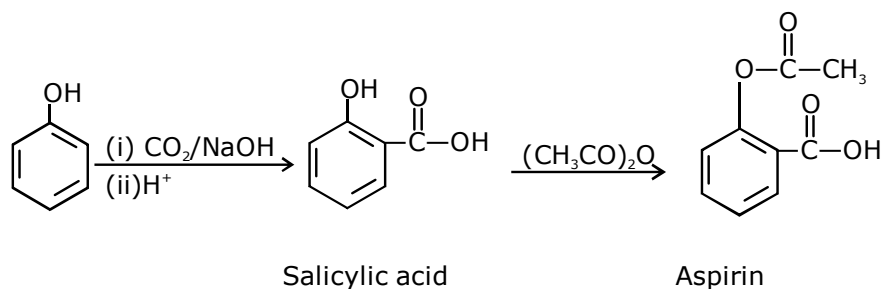
81. Phenol on treatment with CO_2 in the presence of NaOH followed by acidification produces compound X as the major product. X on treatment with $(\text{CH}_3\text{CO})_2\text{O}$ in the presence of catalytic amount of H_2SO_4 produces:



फ़ीनोल, NaOH की उपस्थिति में CO_2 के साथ उपचार तथा फिर अम्लीयकरण पर मुख्य उत्पाद के रूप में यौगिक X देता है। X, H_2SO_4 की उत्प्रेरकीय मात्रा की उपस्थिति में $(\text{CH}_3\text{CO})_2\text{O}$ के साथ उपचार पर देता है –



Sol. 2



82. Which of the following compound contain(s) no covalent bond (s)?

KCl, PH₃, O₂, B₂H₆, H₂SO₄

(1) KCl, B₂H₆ (2) KCl, B₂H₆, PH₃ (3) KCl, H₂SO₄ (4) KCl

निम्न यौगिकों में से किसमें सहसंयोजक आबन्ध नहीं है?

KCl, PH₃, O₂, B₂H₆, H₂SO₄

(1) KCl, B₂H₆ (2) KCl, B₂H₆, PH₃ (3) KCl, H₂SO₄ (4) KCl

Sol. 4

KCl is ionic compound.

While Ph₃, O₂, B₂H₆ & H₂SO₄ are covalent compounds.

83. Which type of 'defect' has the presence cations in the interstitial sites?

(1) Metal deficiency defect (2) Schottky defect

(3) Vacancy defect (4) Frenkel defect

किस तरह की त्रुटि में अंतरकाशी स्थान में धनायन (कैटायन) की उपस्थिति होती है ?

(1) धातु हीनता त्रुटि

(2) शोटकी त्रुटि

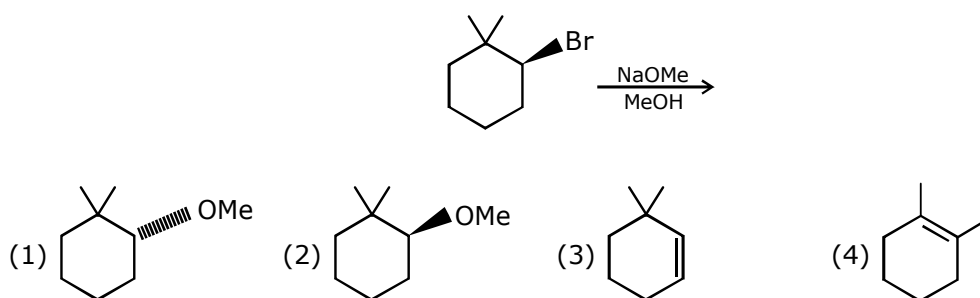
(3) रिक्तिका त्रुटि

(4) फ्रेंकल त्रुटि

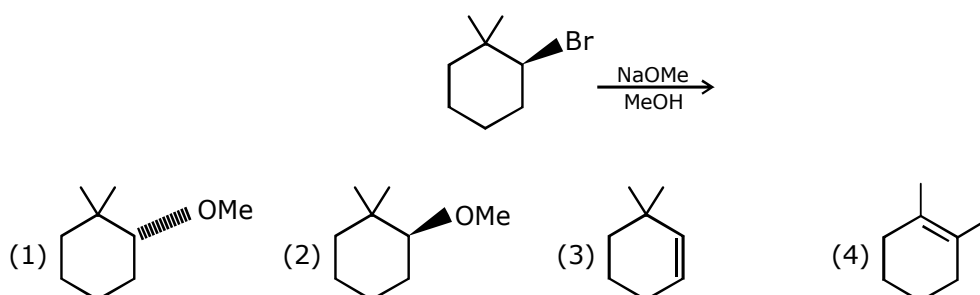
Sol. 4

Theoretical

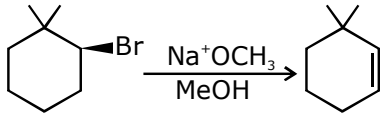
84. The major product of the following reaction is:



निम्न अभिक्रिया का मुख्य उत्पाद होगा -



Sol. 3



85. The compound that does not produce nitrogen gas by the thermal decomposition is:

- (1) $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ (2) $\text{Ba}(\text{N}_3)_2$ (3) $(\text{NH}_4)_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ (4) NH_4NO_2

वह यौगिक जो तापीय विघटन द्वारा नाइट्रोजन गैस नहीं उत्पन्न करता है—

- (1) $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ (2) $\text{Ba}(\text{N}_3)_2$ (3) $(\text{NH}_4)_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ (4) NH_4NO_2

Sol. 1

In presence of oxidising anion either N_2 or its oxide will be liberated while in presence of non-oxidising anion NH_3 liberated.

$\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$, NO_2^- are oxidising anions

SO_4^{2-} is non oxidising anion

extrapure nitrogen is obtain by decomposition by azide ion.

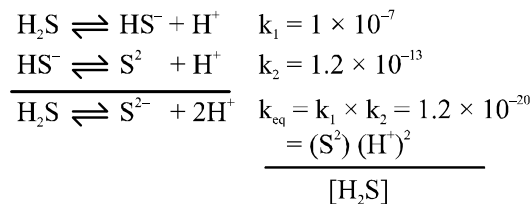
86. An aqueous solution contains 0.10 M H_2S and 0.20 M HCl . If the equilibrium constants for the formation of HS^- from H_2S is 1.0×10^{-7} and that of S^{2-} from HS^- ions is 1.2×10^{-13} then the concentration of S^{2-} ions in aqueous solution is:

- (1) 5×10^{-19} (2) 5×10^{-8} (3) 3×10^{-20} (4) 6×10^{-21}

एक जलीय विलयन में 0.10 M H_2S तथा 0.20 M HCl उपस्थित है। यदि H_2S से HS^- के निर्माण के लिए साम्यवस्था स्थिरांक 1.0×10^{-7} है तथा HS^- आयन से S^{2-} के लिए 1.2×10^{-13} है तो जलीय विलयन में S^{2-} की सान्द्रता होगी—

- (1) 5×10^{-19} (2) 5×10^{-8} (3) 3×10^{-20} (4) 6×10^{-21}

Sol. 3



$$[\text{S}^{2-}] = \frac{1.2 \times 10^{-20} \times 0.1}{0.04}$$

$$[\text{S}^{2-}] = 3 \times 10^{-20}$$

87. The oxidation states of Cr in $[\text{Cr}(\text{H}_2\text{O})_6]\text{Cl}_3$, $[\text{Cr}(\text{C}_6\text{H}_6)_2]$, and $\text{K}_2[\text{Cr}(\text{CN})_2(\text{O})_2(\text{O}_2)(\text{NH}_3)]$ respectively are:

- (1) +3, 0, and +4 (2) +3, +4, and +6 (3) +3, +2, and +4 (4) +3, 0, and +6

$[\text{Cr}(\text{H}_2\text{O})_6]\text{Cl}_3$, $[\text{Cr}(\text{C}_6\text{H}_6)_2]$, तथा $\text{K}_2[\text{Cr}(\text{CN})_2(\text{O})_2(\text{O}_2)(\text{NH}_3)]$ में क्रोमियम की ऑक्सीकरण अवस्थाएँ क्रमशः है

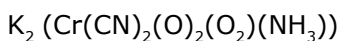
- (1) +3, 0, तथा +4 (2) +3, +4, तथा +6 (3) +3, +2, तथा +4 (4) +3, 0, तथा +6

Sol. 4



$$x + 0 - 3 = 0 \quad x + 0 = 0$$

$$x = +3 \quad x = 0$$



$$2 + x - 2 - 4 - 2 = 0$$

$$x = 16$$

88. The recommended concentration of fluoride ion in drinking water is up to 1 ppm as fluoride ion is required to make teeth enamel harder by converting $[3\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2 \cdot \text{Ca}(\text{OH})_2]$ to:

- (1) $[3\{\text{Ca}(\text{OH})_2\} \cdot \text{CaF}_2]$ (2) $[\text{CaF}_2]$
 (3) $[3(\text{CaF}_2) \cdot \text{Ca}(\text{OH})_2]$ (4) $[3\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2 \cdot \text{CaF}_2]$

पेयजल में फ्लोराइड आयन की अनुशासित सान्द्रता 1 ppm तक है चूंकि दाँत एनामेल को कठोर बनाने में फ्लोराइड आयन की आवश्यकता होती है जो $[3\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2 \cdot \text{Ca}(\text{OH})_2]$ निम्न में बदलकर करती है :

- (1) $[3\{\text{Ca}(\text{OH})_2\} \cdot \text{CaF}_2]$ (2) $[\text{CaF}_2]$
 (3) $[3(\text{CaF}_2) \cdot \text{Ca}(\text{OH})_2]$ (4) $[3\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2 \cdot \text{CaF}_2]$

Sol. 4

The F^- ions make the enamel on teeth much harder by converting hydroxapatite $[3(\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2 \cdot \text{Ca}(\text{OH})_2)]$, the enamel on the surface of the teeth, into much harder fluorapatite. $[3\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2 \cdot \text{CaF}_2]$

89. Which of the following salts is the most basic in aqueous solution?

- (1) $\text{Pb}(\text{CH}_3\text{COO})_2$ (2) $\text{Al}(\text{CN})_3$ (3) CH_3COOK (4) FeCl_3

निम्न लवणों में कौनसा जलीय विलयन में सर्वाधिक क्षारीय है ?

- (1) $\text{Pb}(\text{CH}_3\text{COO})_2$ (2) $\text{Al}(\text{CN})_3$ (3) CH_3COOK (4) FeCl_3

Sol. 3

Only amionic hydrolysis

is in CH_3COOK

Ans. CH_3COOK

90. Total number of lone pair of electrons in I_3^- ion is:

- (1) 12 (2) 3 (3) 6 (4) 9

I_3^- आयन में इलेक्ट्रॉनों के एकांकी युग्म की कुल संख्या होगी :

- (1) 12 (2) 3 (3) 6 (4) 9

Sol. 4

