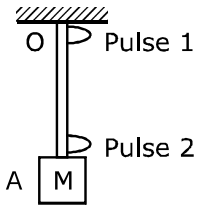
JEE ADVANCED PAPER-I

Time Duration: 3 Hours **Maximum Marks : 183**

PHYSICS

SECTION - 1

1. A block *M* hangs vertically at the bottom end of a uniform rope of constant mass per unit length. The top end of the rope is attached to a fixed rigid support at *O*. A transverse wave pulse (Pulse 1) of wavelength λ_0 is produced at point A (Pulse 2) without disturbing the position of M it takes time T_{AO} to reach point O. Which of the following options is/are correct?



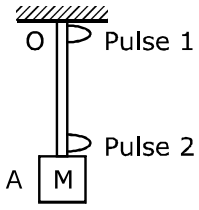
(A) The velocities of the two pulses (Pulse 1 and Pulse 2) are the same at the midpoint of rope

(B) The velocities of any pulse along the rope is independent of its frequency and wavelength

(C) The wavelength of Pulse 1 becomes longer when it reaches point A

(D) The time $T_{AO} = T_{OA}$

1. एक समान रैखिक घनतावाले (uniform mass per unit length) ऊर्ध्वाधर डोर के निचले सिरे पर एक गुटका M लटका हुआ है। डोर का दूसरा सिरा दढ़ आधार (बिंदु O) से संलग्न है। तरंग–दैर्ध्य λ_0 की अनुप्रस्थ तरंग स्पंद (स्पंद 1, Pulse 1) बिंदु O पर उत्पन्न की गई है। ये तरंग स्पंद बिंदु O से बिंदु A तक T_{OA} समय में पहुँचती है। गुटके M को बिना विक्षोभित किये हुए बिंदु A पर निर्माण की गई तरंग–दैर्ध्य λ_0 की अनुप्रस्थ तरंग स्पंद (स्पंद 2, pulse 2), बिंदु A से बिंदु O तक T_{AO} समय में पहुँचती है। निम्न में से कौन सा(से) कथन सही है/हैं?



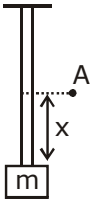
(A) डोर के मध्य बिंदु पर स्पंद 1 (pulse 1) एवं स्पंद 2 (pulse 2) का वेग समान है।

(B) डोर के अनुदिश प्रेषित किसी भी स्पंद का वेग उसकी आवत्ति एवं तरंग दैर्ध्य पर निर्भर नहीं है।

(C) स्पंद 1 (pulse 1) की तरंग–दैर्ध्य बिंदु A तक पहुँचने में लम्बी हो जाएगी।

(D) समय $T_{AO} = T_{OA}$

1. **B,D**

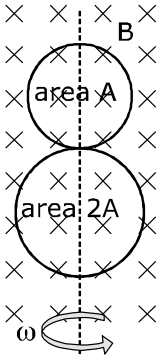


$v_A = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{(M+\mu x)g}{g}}$; μ = mass per unit length

$\Rightarrow$ v depends on x

hence, A,D & B is theoretical

2. A circular insulated copper wire loop is twisted to form two loops of area A and 2A as shown in the figure. At the point of crossing the wires remain electrically insulated from each other. The entire loop lies in the plane (of the paper). A uniform magnetic field $\vec{B}$ points into the plane of the paper. At t = 0, the loop starts rotating about the common diameter as axis with a constant angular velocity ω in the magnetic field. Which of the following options is/are correct?



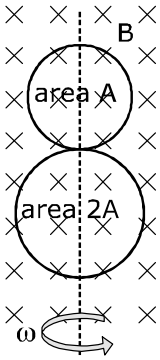
(A) The net emf induced due to both the loops is proportional to cos ωt

(B) The rate of change of the flux is maximum when the plane of the loops is perpendicular to plane of the paper

(C) The amplitude of the maximum net emf induced due to both the loops is equal to the amplitude of maximum emf induced in the smaller loop alone

(D) The *emf* induced in the loop is proportional to the sum of the areas of the two loops

2. एक गोलाकार विद्युत–रोधी ताम्र तार (insulated copper wire) को A एवं 2A वाले दो क्षेत्रफलों के वलयों में व्यावर्तित किया गया है। तारों के अतिक्रमण बिंदु विद्युतरोधी रहते है (जैसा चित्र में दर्शाया गया है)। संपूर्ण वलय कागज के तल में स्थित है। कागज के तल के अभिलम्बवत् स्थिर तथा एक समान चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ सर्वत्र उपस्थित है। वलय अपने सामुदायिक व्यासों से बने अक्ष के परितः समय t = 0 से ω कोणीय वेग (angular velocity) से घूमना शुरू करता है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है/हैं?



(A) दोनों वलयों से उत्पन्न कुल प्रेषित विद्युत वाहक बल cos ωt से समानुपाती है।

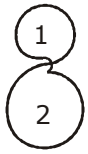
(B) जब वलयों का तल कागज के तल से अभिलंब दिशा में होता है तब अभिवाह के परिवर्तन की दर अधिकतम होती है।

(C) दोनों वलयों से उत्पन्न अधिकतम कुल प्रेषित विद्युत वाहक बल का आयाम, छोटे वलय में उत्पन्न अधिकतम प्रेषित विद्युत वाहक बल के आयाम के बराबर होगा।

(D) प्रेषित विद्युत वाहक बल वलयों के क्षेत्रफलों के योग के समानुपातिक है।

2. **B,C**

induced current is both loops in opposite directions;



$e_{net} = e_2 - e_1$

$\phi_2 = 2BA\cos\omega t$

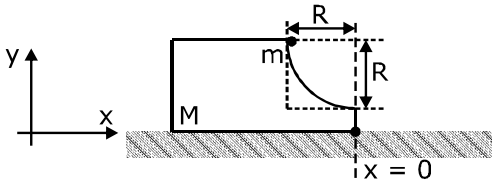
$\phi_1 = BA\cos\omega t$

$e_2 = -\frac{d\phi_2}{dt} = 2BA\sin\omega t$

$e_1 = BA\sin\omega t$

$e_{net} = e_2 - e_1 = BA\sin\omega t$

3. A block of mass M has a circular cut with a frictionless surface as shown. The block rests on the horizontal frictionless surface of a fixed table. Initially the right edge of the block is at x = 0, in a co-ordinate system fixed to the table. A point mass m is released from rest at the topmost point of the path as shown and it slides down. When the mass loses contact with the block, its position is x and the velocity is v. At that instant, which of the following options is/are correct?



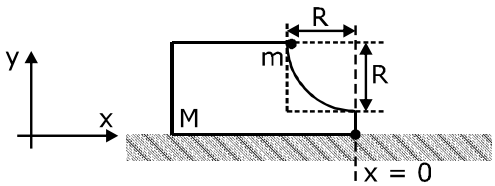
(A) The velocity of the point mass m is : $v = \sqrt{\frac{2gR}{1+\frac{m}{M}}}$

(B) The x component of displacement of the center of mass of the block M is ; $-\frac{mR}{M+m}$

(C) The position of the point mass is : x = $-\sqrt{2}\frac{mR}{M+m}$

(D) The velocity of the block M is : $V = -\frac{m}{M}\sqrt{2gR}$

3. वक्ताकार चाप वाले एक गुटके का द्रव्यमान M है। ये गुटका एक घर्षण रहित मेज पर स्थित है। मेज के सापेक्ष्य (in a coordinate system fixed to the table) गुटके का दाहिना कोर (right edge) x = 0 पर स्थित है। द्रव्यमान m वाले एक बिंदु कण (point mass) को वक्ताकार चाप के उच्चतम बिंदु से विरामावस्था से छोड़ा जाता (released from rest) है। ये बिंदु कण वक्ताकार पथ पर नीचे की ओर सरकता है। जब बिंदु कण गुटके से संपर्क विहीन हो जाता है, तब उसकी तात्क्षणिक स्थिति x और गति v है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है/हैं?



(A) बिंदु कण (m) का वेग $v = \sqrt{\frac{2gR}{1+\frac{m}{M}}}$ है।

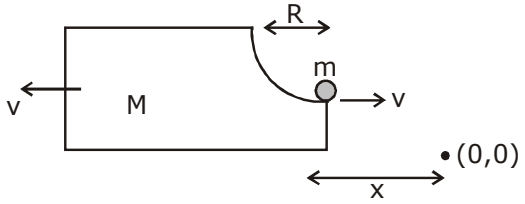
(B) गुटके (M) के संहति केंद्र के विस्थापन का x घटक (x co-ordinate) $-\frac{mR}{M+m}$ हैं

(C) बिंदु कण (m) का स्थान $x = -\sqrt{2}\frac{mR}{M+m}$ है।

(D) गुटके (M) का वेग $V = -\frac{m}{M}\sqrt{2gR}$ हैं।

3. **A,B**

Let wedge shifts by x.



$\Delta x_{CM} = 0 \Rightarrow M(-x) + m(R - x) = 0 \Rightarrow x = \frac{mR}{m+M}$

Then mechanical energy conservation

$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Mv^2 = mgR,\ R = h$

& momentum conservation

$mv = MV$

$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2gR}{1+\frac{m}{M}}}$

4. A flat plate is moving normal to its plane through a gas under the action of a constant force F. The gas is kept at a very low pressure. The speed of the plate v is much less than the average speed u of the gas molecules. Which of the following options is/are true?

(A) The pressure difference between the leading and trailing faces of the plate is proportional to uv

(B) At a later time the external force F balances the resistive force

(C) The resistive force experienced by the plate is proportional to v

(D) The plate will continue to move with constant non-zero acceleration, at all times

4. एक सपाट प्लेट (flat plate) अल्प दबाव के गैस (gas at low pressure) में अपने तल की अभिलंब दिशा में, बाह्य बल F के प्रभाव में अग्रसरित है। प्लेट की गति v, गैस अणुओं के औसत गति u से बहुत कम है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है/हैं?

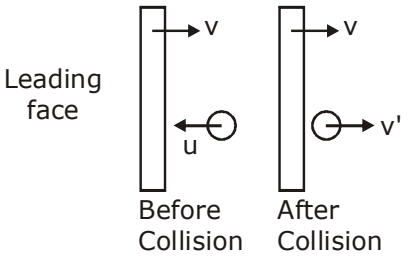
(A) प्रतिगामी एवं अनुगामी पष्ठ के दबाव का अंतर uv के समानुपाती है।

(B) कुछ समय के बाद बाह्य बल F और प्रतिरोध बल संतुलित हो जाएगें।

(C) प्लेट द्वारा अनुभव हुआ प्रतिरोधक बल v के समानुपाती है।

(D) प्लेट सर्वदा शुन्येतर स्थिर त्वरण (constant non-zero acceleration) से चलती रहेगी।

4. **A,B,C**

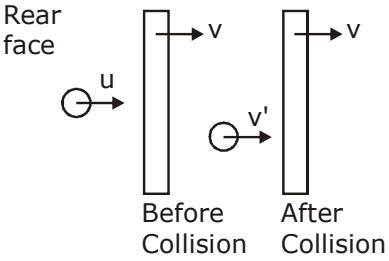


$$1 = \frac{v' - v}{v + u} \Rightarrow v' = u + 2v$$

$\Rightarrow$ $\Delta p = m v' - m(-u) = mv' + mu$

$= 2m (u + v)$

$\Rightarrow$ $F_L \propto \rho A (u + v)^2$



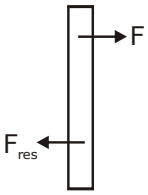
$1 = \frac{v - v'}{u - v} \Rightarrow v' = 2v - u$

$\Rightarrow$ $\Delta P = mv' - mu = 2m (v-u)$

$\Rightarrow$ $F_R \alpha \rho A (v-u)^2$

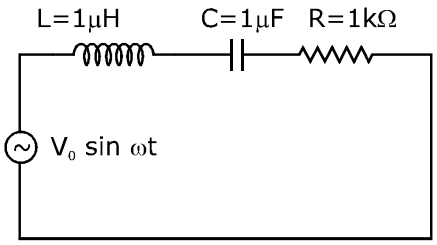
$\therefore$ Force difference $= F_L - F_R \alpha uv$

$\Rightarrow$ $F_{Res} = k u v$



$$F - F_{Res} = \frac{dv}{dt}(M) \Rightarrow F - k u v = M\frac{dv}{dt}$$

5. In the circuit shown, L = 1 μH, C = 1 μF and R = 1 kΩ. They are connected in series with an a.c. source V = V_0 sin ωt as shown. Which of the following options is/are correct?



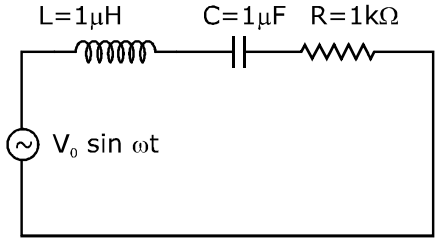
(A) The current will be in phase with the voltage if $\omega = 10^4$ rad.s^{-1}

(B) At $\omega >> 10^6$ rad.s^{-1}, the circuit behaves like a capacitor

(C) The frequency at which the current will be in phase with the voltage is independent of R

(D) At $\omega \sim 0$ the current flowing through the circuit becomes nearly zero.

5. चित्र में दिखाये गए परिपथ में L = 1 μH, C = 1 μF तथा R = 1 kΩ है। एक परिवर्ती वोल्टता ($V = V_0 \sin \omega t$) स्त्रोत से श्रेणी संबंध है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है/हैं?



(A) जब $\omega = 10^4$ rad.s^{-1} होगी तब विद्युत धारा (electric current) वोल्टता की समकला में होगी।

(B) जब $\omega >> 10^6$ rad.s^{-1}, परिपथ संधारित्र (capacitor) की तरह व्यवहार करता है।

(C) जब विद्युत धारा वोल्टता की समकला में होगी तो वह आवर्ति R पर निर्भर नहीं करेगी।

(D) जब $\omega \sim 0$ होगी तब परिपथ में बहती धारा शून्य के निकट होगी।

5. C,D

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = 10^6$$

$\therefore$ **A & B incorrect**
C & D correct – Theoretical

6. For an isosceles prism of angle A and refractive index μ, it is found that the angle of minimum deviation δ_m = A. Which of the following options is/are correct?

(A) At minimum deviation, the incident angle i_1 and the refracting angle r_1 at the first refracting surface are related by $r_1 = (i_1/2)$

(B) For this prism, the refractive index μ and the angle of prism A are related as $A = \frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\frac{\mu}{2}\right)$

(C) For the angle of incidence i_1 = A, the ray inside the prism is parallel to the base of the prism

(D) For this prism, the emergent ray at the second surface will be tangential to the surface when the angle of incidence at the first surface is $i_1 = \sin^{-1}\left[\sin A\sqrt{4\cos^2\frac{A}{2}-1} - \cos A\right]$

6. एक समद्विबाहु प्रिज्म का प्रिज्म कोण A है (isosceles prism of angle A)। इस प्रिज्म का अपवर्तनांक μ है। इस प्रिज्म का न्यूनतम विचलन कोण (angle of minimum deviation) δ_m = A है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है/हैं?

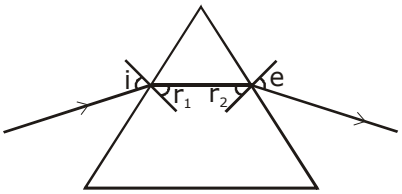
(A) न्यूनतम विचलन में आपतित कोण i_1 एवं प्रथम अपवर्तक तल के अपवर्तक कोण $r_1 = (i_1/2)$ द्वारा संबंधित है।

(B) प्रिज्म का अपवर्तनांक μ एवं प्रिज्म कोण (A), $A = \frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\frac{\mu}{2}\right)$ द्वारा संबंधित है।

(C) जब प्रिज्म का आपतन कोण i_1 = A है तब प्रिज्म के भीतर प्रकाश किरण प्रिज्म के आधार के समानान्तर होगी।

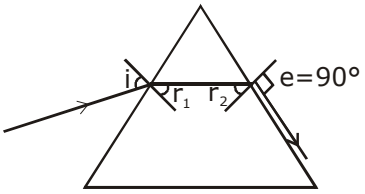
(D) जब पहले तल पर आपतन कोण $i_1 = \sin^{-1}\left[\sin A\sqrt{4\cos^2\frac{A}{2}-1} - \cos A\right]$ है, तब इस प्रिज्म के लिए द्वितीय तल से निर्गत किरण प्रिज्म के पष्ठ से स्पर्शीय होगी। (tangential to the emergent surface)

6. A,C,D



At minimum deviation
$r_1 = r_2 = A/2$ & $i = e$, $\delta_m = A$
$s_m = i + e - A = A \Rightarrow i = A = e$

Also, $\mu = \left(\frac{\sin\left(\frac{A+\delta_m}{2}\right)}{\sin\frac{A}{2}} \right) = \frac{\sin A}{\sin\frac{A}{2}} = 2\cos\frac{A}{2}$



$\sin i = \mu \sin r_1$ & $\mu \sin r_2 = \sin 90°$

$\Rightarrow \sin r_2 = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{2\cos\frac{A}{2}}$

& $\cos r_2 = \sqrt{1 - \sin^2 r_2}$

$= \frac{\sqrt{4\cos^2\frac{A}{2} - 1}}{2\cos\frac{A}{2}}$

Then, $\sin i = \mu \sin (A - r_2)$

$= 2\cos\frac{A}{2} [\sin A \cos r_2 - \cos A \sin r_2]$

$= \sin A \sqrt{4\cos^2\frac{A}{2} - 1} - \cos A$

7. A human body has a surface area of approximately 1 m^2. The normal body temperature is 10 K above the surrounding room temperature T_0. Take the room temperature to be T_0 = 300 K. For T_0 = 300 K, the value of σT_0^4 = 460 Wm^{-2} (where σ is the Stefan-Boltzmann constant). Which of the following options is/are correct?

(A) If the surrounding temperature reduces by a small amount $\Delta t_0 << T_0$, then to maintain the same body temperature the same (living) human being needs-to radiate $\Delta W = 4\sigma T_0^3 \Delta T_0$ more energy per unit time

(B) Reducing the exposed surface area of the body (e.g. by curling up) allows humans to maintain the same body temperature while reducing the energy lost by radiation

(C) If the body temperature rises significantly then the peak in the spectrum of electromagnetic radiation emitted by the body would shift to longer wavelengths

(D) The amount of energy radiated by the body in 1 second is close to 60 Joules

7. मानवीय पष्ठीय क्षेत्रफल लगभग 1 m^2 होता है। मानव शरीर का तापमान परिवेश के तापमान से 10 K अधिक होता है। परिवेश तापमान T_0 = 300 K है, इस परिवेश तापमान के लिए σT_0^4 = 460 Wm^{-2} है। जहाँ σ स्टीफान–बोल्ट्जमान नियतांक (Stefan-Boltzmann constant) है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है/हैं?

(A) परिवेश तापमान अगर ΔT_0 से कटता है ($\Delta t_0 << T_0$) तब मानव के शरीर को तापमान का अनुरक्षण करने के लिए $\Delta W = 4\sigma T_0^3 \Delta T_0$ अधिक ऊर्जा विकिरित करनी पड़ती है।

(B) पष्ठीय क्षेत्रफल घटाने (जैसेः सिकुड़ने से) से मानव अपने शरीर से विकिरित ऊर्जा घटाते है एवं अपने शरीर का तापमान अनुरक्षित करते है।

(C) मानवीय शरीर के तापमान में अगर सार्थक वद्धि हो तब प्रकाश चुम्बकीय विकिरण स्पैक्ट्रम की शिखर तरंग दैर्ध्य (peak in the electromagnetic spectrum) दीर्घ तरंग–दैर्ध्य की ओर विस्थापित होती है।

(D) मानवीय शरीर से 1 सेकेण्ड में निकटतम विकिरत ऊर्जा 60 जूल (60 Joules) है।

7. **A,B,D**

$A = 1\ m^2$

$\sigma T_0^4 = 460$

$4\sigma e A\ T_0^3 \times (\Delta T)$

SECTION - 2

8. A drop of liquid of radius R = 10^{-2} m having surface tension $S = \frac{0.1}{4\pi} Nm^{-1}$ divides itself into K identical drops. In this process the total change in the surface energy $\Delta U = 10^{-3}$J. If $K = 10^{\alpha}$ then the value of α is

8. पष्ठ तनाव (surface tension) $S = \frac{0.1}{4\pi} Nm^{-1}$ के द्रव के एक बून्द की त्रिज्या $R = 10^{-2}$ m है, जिसे K समरूप बून्दों में विभाजित किया गया है। पष्ठ–ऊर्जा का बदलाव $\Delta U = 10^{-3}$J है। यदि $K = 10^{\alpha}$ है तब α का मान होगा –

Sol. **6**

$s = \frac{0.1}{4\pi}$ $\qquad$ $R = 10^{-2}$

$\frac{4}{3}\pi(10^{-2})^3 = k \times \frac{4}{3}\pi r^3$

$K = \frac{10^{-6}}{r^3}$

$r = \frac{10^{-2}}{k^{1/3}}$

$10^{-2} = 10^{-4}\left[k^{1/3} - 1\right]$

$101 = k^{1/3}$

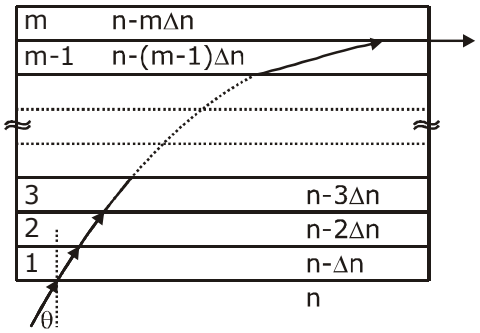
$K = (101)^3$

$10^{\alpha} = (10)^6$

$\alpha = 6$

9. A monochromatic light is travelling in a medium of refractive index n = 1.6. It enters a stack of glass layers from the bottom side at an angle θ = 30°. The interfaces of the glass layers are parallel to each other. The refractive indices of different glass layers are monotonically decreasing as $n_m = n - m\Delta n$, where n_m is the refractive index of the m^{th} slab and $\Delta n = 0.1$ (see the figure). The ray is refracted out parallel to the interface between the $(m-1)^{th}$ and m^{th} slabs from the right side of the stack. What is the value of m?

एकवर्णी प्रकाश (monochromatic light) अपवर्तनांक n = 1.6 वाले माध्यम में प्रगामी है। यह प्रकाश काँच की चीती (stack of glass layers) पर निचले सतह से θ = 30° कोण पर आपतित होता है। (जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है।) काँचों के स्तर परस्पर समान्तर है। काँच के चीती के अपवर्तनांक एकदिष्ट $n_m = n - m\Delta n$, क्रम से घट रहे है। यहाँ m स्तर का अपवर्तनांक n_m है और $\Delta n = 0.1$ है। प्रकाश किरण (m–1) एवं m स्तर के पष्ठतल से समान्तर दिशा में दांई और से बाहर निकलता है। तब m का मान होगा?



Sol. **8**

$$\sin\theta_C = \frac{n-(m-1)\Delta n}{n-m\Delta n}$$

$n \sin\theta = (n-m\Delta n)\sin 90°$

$$1.6\times\frac{1}{2} = (1.6-m(0.1))1$$

$0.8 = 1.6 - 0.1m$

$\Rightarrow 0.1\ m = 0.8$

$m = 8$

10. ^{131}I is an isotope of Iodine that β decays to an isotope of Xenon with a half-life of 8 days. A small amount of a serum labelled with ^{131}I is injected into the blood of a person. The activity of the amount of ^{131}I injected was 2.4×10^5 Becquerel (Bq). It is known that the injected serum will get distributed uniformly in the blood stream in less than half an hour. After 11.5 hours, 2.5 ml of blood is drawn from the person's body, and gives an activity of 115 Bq. The total volume of blood in the person's body, in liters is approximately (you may use $e^x \approx 1 + x$ for $|x| << 1$ and $\ln 2 \approx 0.7$).

आयोडीन का समस्थानिक (isotope)^{131}I जिसकी अर्ध–आयु 8 दिन है, β-क्षय के कारण जेनॉन (Xenon) के समस्थानिक में क्षयित होता है। अल्प मात्रा का ^{131}I चिन्हित (labelled) सीरम (serum) मानव शरीर में अन्तःक्षिप्त (inject) किया गया, जिस मात्रा की ॲक्टिवता (activity) 2.4×10^5 बेकेरल (Becquerel) है। यह सीरम रूधिर धारा में आधे घण्टे में एकसमान वितरित होता है। अगर 11.5 घण्टे बाद, 2.5 ml रक्त 115 बैकेरल की ॲक्टिवता दर्शाता है, तब मानव शरीर में रक्त आयतन (लीटर में) है। (आप $e^x \approx 1 + x$ for $|x| << 1$ एवं $\ln 2 \approx 0.7$ का उपयोग कर सकते है।).

Sol. **5**

$A = A_0e^{-\lambda t}$

$$\frac{115}{2.5\times10^{-3}} = \frac{2.4\times10^5}{V}e^{-\frac{0.7}{8}\times\left(\frac{11.5}{24}\right)}$$

$$e^{-\frac{0.7}{8}\left(\frac{11.5}{24}\right)} = \frac{115V}{2.4\times2.5\times10^2}$$

$e^{-0.0419} = 19.167\times10^{-2}$

$1 - 0.0419 = 19.167\times10^{-2}\ V$

$$V = \frac{0.95\times100}{19.167} = 5 \text{ Litre}$$

11. An electron in a hydrogen atom undergoes a transition from an orbit with quantum number n_i to another with quantum number n_f. V_i and V_f are respectively the initial and final potential energies of the electron. If $\frac{V_i}{V_f} = 6.25$, then the smallest possible n_f is

एक हाइड्रोजन परमाणु का एक इलेक्ट्रॉन n_i क्वांटम संख्या (quantum number) वाले कक्ष से n_f क्वांटम संख्या (quantum number) के कक्ष में प्रवेश करता है। V_i तथा V_f प्राथमिक एवं अन्तिम स्थितिज ऊर्जाए है। यदि $\frac{V_i}{V_f} = 6.25$, तब n_f की न्यूनतम संभावी संख्या (smallest possible n_f) है।

Sol. **5**

$$\frac{V_i}{V_f} = 6.25$$

$$-13.6\frac{Z^2}{n^2}$$

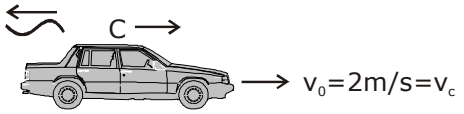
$$\frac{n_f^2}{n_i^2} = 6.25 \Rightarrow \frac{n_f}{n_i} = 2.5$$

Min. value of n_f = 5

12. A stationary source emits the sound of frequency f_0 = 492 Hz. The sound is reflected by a large car approaching the source with a speed of 2 ms^{-1}. The reflected signal is received by the source and superposed with the original. What will be the beat frequency of the resulting signal in Hz? (Given that the speed of sound in air is 330 ms^{-1} and the car reflects the sound at the frequency it has received)

12. एक स्थिर स्त्रोत f_0 = 492 Hz की ध्वनि उत्सर्जित करता है। 2 ms^{-1} के गति से अपगमनी कार से यह ध्वनि परावर्तित होती है। ध्वनि स्त्रोत परावर्तित संकेत को प्राप्त कर के मूल संकेत पर अध्यारोपित (superpose) करता है। तब परिणामी सिग्नल की विस्पंद–आवत्ति (beat frequency) है –

(ध्वनि की गति 330 ms^{-1} है। कार ध्वनि को उसकी प्राप्त हुई आवत्ति पर परावर्तित करती है)



Sol. **6**

f_0 = 492 Hz

S •⟶ f_0=492 Hz

S ⇔ C

$$f = f_0\left(\frac{v - v_0}{v}\right)$$

Now, C ⇔ S

$$f' = f\left(\frac{v - v_0}{v - v_s}\right)$$

$$f' = f_0\left(\frac{v - v_0}{v}\right)\left(\frac{v - 0}{v + v_0}\right)$$

$$f' = 492\left(\frac{330 - 2}{330}\right)\left(\frac{330}{330 + 2}\right)$$

= 486 Hz

Beat frequency = 492 – 486 = 6 Hz

SECTION-3

Paragraph-I

A charged particle (electron or proton) is introduced at the origin (x = 0, y = 0, z = 0) with a given initial velocity $\vec{v}$. A uniform electric field $\vec{E}$ and a uniform magnetic field $\vec{B}$ exist everywhere. The velocity $\vec{v}$, electric field $\vec{E}$ and magnetic field $\vec{B}$ are given in columns 1,2 and 3 respectively. The quantities E_0, B_0 are positive in magnitude.

एक चार्जयुक्त कण (इलेक्ट्रॉन या प्रोटोन) आरंभिक गति $\vec{v}$ से मूल बिंदु (x = 0, y = 0, z = 0) पर प्रस्तुत (introduced) होता है। स्थिर तथा एकसमान विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ एवं चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ सर्वत्र उपस्थित है। कण की गति $\vec{v}$, विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ तथा चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ निम्न कॉलमों 1,2 एवं 3 क्रमशः दर्शाये गये है। E_0, B_0 के मान धनात्मक है।

Column-1	**Column-2**	**Column - 3**
(I) Electron with $\vec{v} = 2\frac{E_0}{B_0}\hat{x}$	(i) $\vec{E} = E_0\hat{z}$	(P) $\vec{B} = -B_0\hat{x}$
(II) Electron with $\vec{v} = \frac{E_0}{B_0}\hat{y}$	(ii) $\vec{E} = -E_0\hat{y}$	(Q) $\vec{B} = B_0\hat{x}$
(III) Proton with $\vec{v} = 0$	(iii) $\vec{E} = -E_0\hat{x}$	(R) $\vec{B} = B_0\hat{y}$
(IV) Proton with $\vec{v} = 2\frac{E_0}{B_0}\hat{x}$	(iv) $\vec{E} = E_0\hat{x}$	(S) $\vec{B} = B_0\hat{z}$

कॉलम-1	**कॉलम-2**	**कॉलम- 3**
(I) इलेक्ट्रॉन $\vec{v} = 2\frac{E_0}{B_0}\hat{x}$ से	(i) $\vec{E} = E_0\hat{z}$	(P) $\vec{B} = -B_0\hat{x}$
(II) इलेक्ट्रॉन $\vec{v} = \frac{E_0}{B_0}\hat{y}$ से	(ii) $\vec{E} = -E_0\hat{y}$	(Q) $\vec{B} = B_0\hat{x}$
(III) प्रोटोन $\vec{v} = 0$ से	(iii) $\vec{E} = -E_0\hat{x}$	(R) $\vec{B} = B_0\hat{y}$
(IV) प्रोटोन $\vec{v} = 2\frac{E_0}{B_0}\hat{x}$ से	(iv) $\vec{E} = E_0\hat{x}$	(S) $\vec{B} = B_0\hat{z}$

13. In which case will the particle move in a straight line with constant velocity ?

(A) (IV) (i) (S) (B) (III) (ii) (R) (C) (II) (iii) (S) (D) (III) (iii) (P)

13. किस स्थिति में कण अचल गति से सीधा रेखा में चलन करता है ?

(A) (IV) (i) (S) (B) (III) (ii) (R) (C) (II) (iii) (S) (D) (III) (iii) (P)

Sol. **C**

Electron (II) $\vec{v} = \frac{E_0}{B_0}\hat{y}$ (III) $\vec{E} = -E_0\hat{x}$ (S) $\vec{B} = B_0\hat{z}$

Electric force on electron is along +x-axis $F_E = -e\ (-E_0\hat{x}) = eE_0\hat{x}$ & magnetic force on electron,

$F_M = -e\ (\vec{v} \times \vec{B})$

$= -e\left(\frac{E_0}{B_0}\right) B_0\ (\hat{y} \times \hat{z}) = -eE_0\hat{x}$

14. In which case will the particle describe a helical path with axis along the positive z-direction ?
(A) (IV) (i) (S) (B) (II) (ii) (R) (C) (III) (iii) (P) (D) (IV) (ii) (R)

14. किस स्थिति में कण +z-अक्ष अनुदिश कुण्डलिनी पथ (helical path along positive z-axis) का अनुसरण करेगा ?
(A) (IV) (i) (S) (B) (II) (ii) (R) (C) (III) (iii) (P) (D) (IV) (ii) (R)

Sol. **A**

(IV) Proton $\vec{v} = 2\frac{E_0}{B_0}\hat{x}$ (i) $\vec{E} = E_0\hat{z}$ (S) $\vec{B} = B_0\hat{z}$

$\vec{F}_E = e\vec{E} = eE_0\hat{z}$

& $\vec{F}_M = e(\vec{v} \times \vec{B}) = e\left(\frac{2E_0}{B_0}\right) B_0\ (\hat{x} \times \hat{z})$

Initial magnetic force = $-2eE_0\ \hat{j}$

15. In which case would the particle move in a straight line along the negative direction of y-axis (i.e., move along - $\hat{y}$) ?
(A) (III) (ii) (R) (B) (IV) (ii) (S) (C) (III) (ii) (P) (D) (II) (iii) (Q)

15. किस स्थिति में कण सीधी रेखा में ऋणात्मक y-अक्ष (negative y-axis) की दिशा में चलेगा ?
(A) (III) (ii) (R) (B) (IV) (ii) (S) (C) (III) (ii) (P) (D) (II) (iii) (Q)

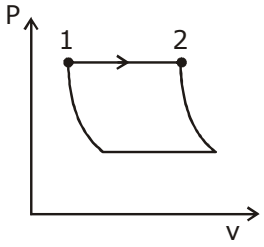
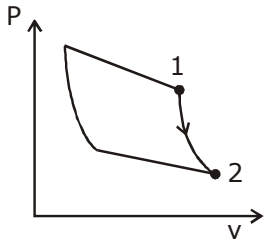
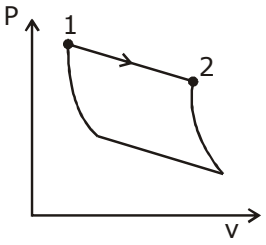
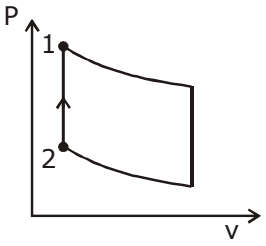
Sol. **A**

Electric force along -y aixs
& magnetic force is zero.
Initial value = 0. So particle will move along -y-axis

Paragraph - II

An ideal gas is undergoing a cyclic thermodynamic process in different ways as shown in the corresponding P - V diagrams in column 3 of the table. Consider only the path from state 1 to state 2. W denotes the corresponding work done on the system. The equations and plots in the table have standard notations as used in thermodynamic processes. Here γ is the ratio of heat capacities at constant pressure and constant volume. The number of moles in the gas is n.

एक आदर्श गैस (ideal gas) विभिन्न चक्रीय उष्मपातिक प्रक्रमो से गुजरता है। यह निम्न कॉलम 3 में P - V आरेख द्वारा दर्शाया गया है। केवल स्थिति 1 से स्थिति 2 जानेवाले पथ की ओर ध्यार दें। इस पथपर निकाय पर हुआ कार्य W है (work done on the system)। यहाँ γ नियत दाब एवं नियत आयतन उष्मा–धारिताओ का अनुपात है (ratio of the heat capacities)। गैस के मोलो (moles) की संख्या n है।

column-1	**column-2**	**column- 3**
(I) $W_{1\to2} = \frac{1}{\gamma-1}(P_2V_2 - P_1V_2)$	(i) समतापीय (Isothermal)	(P) 
(II) $W_{1\to2} = -PV_2 + PV_1$	(ii) समआयतनिक (Isochoric)	(Q) 
(III) $W_{1\to2} = 0$	(iii) समदाबीय (Isobaric)	(R) 
(IV) $W_{1\to2} = -nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$	(iv) रूधोष्म (Adiabatic)	(S) 

16. Which of the following options is the only correct representation of a process in which $\Delta U = \Delta Q - P\Delta V$?
(A) (II) (iii) (P) (B) (II) (iii) (S) (C) (III) (iii) (P) (D) (III) (iv) (R)

16. निम्न दिए विकल्पो में कौनसा संयोजन $\Delta U = \Delta Q - P\Delta V$ प्रक्रिया का अकेले सही प्रतिनिधित्व करता है ?
(A) (II) (iii) (P) (B) (II) (iii) (S) (C) (III) (iii) (P) (D) (III) (iv) (R)

Sol. A

17. Which one of the following options is the correct combination ?
(A) (II) (iv) (P) (B) (IV) (ii) (S) (C) (II) (iv) (R) (D) (III) (ii) (S)

17. निम्न विकल्पो में कौनसा संयोजन सही है ?
(A) (II) (iv) (P) (B) (IV) (ii) (S) (C) (II) (iv) (R) (D) (III) (ii) (S)

Sol. D

18. Which one of the following options correctly represents a thermodynamic process that is used as a correction in the determination of the speed of sound in an ideal gas ?
(A) (III) (iv) (R) (B) (I) (ii) (Q) (C) (IV) (ii) (R) (D) (I) (iv) (Q)

18. निम्न विकल्पो में से कौनसा संयोजन आदर्श गेस में ध्वनि की गति की माप के संशोधन में प्रयुक्त ऊष्मागतिक प्रक्रिया को सही दर्शाता है ?
(A) (III) (iv) (R) (B) (I) (ii) (Q) (C) (IV) (ii) (R) (D) (I) (iv) (Q)

Sol. D

49. $a = \sqrt{2}$ के लिये उपयुक्त कॉनिक (कॉलम 1) पर एक स्पर्शरेखा खींची जाती है जिसका स्पर्शबिन्दु (–1, 1) तब निम्न में से कौन सा विकल्प इस स्पर्शरेखा का समीकरण प्राप्त करने का केवल सही संयोजन है

(A) (I) (ii) (Q) (B) (I) (i) (P) (C) (III) (i) (P) (D) (II) (ii) (Q)

50. यदि उपयुक्त कॉनिक (कॉलम 1) के बिन्दु $(\sqrt{3}, \frac{1}{2})$ पर स्पर्शरेखा $\sqrt{3}x + 2y = 4$ है, तब निम्न में से कौन सा विकल्प केवल सही संयोजन है ,

(A) (IV) (iv) (S) (B) (II) (iv) (R) (C) (IV) (iii) (S) (D) (II) (iii) (R)

51. यदि उपयुक्त कॉनिक (कॉलम 1) के स्पर्शबिन्दु (8,16) पर स्पर्शरेखा $y = x + 8$ है, तब निम्न में से कौन सा विकल्प केवल सही संयोजन है ,

(A) (III) (i) (P) (B) (I) (Ii) (Q) (C) (II) (iv) (R) (D) (III) (ii) (Q)

Sol. I, (ii), Q

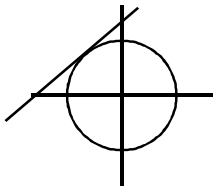
II, (iv), R

III, (i), P

IV, (III), S

49. **A**

$a = \sqrt{2}$



(I) $x^2 + y^2 = 2$

P : (–1, 1)

T : $y - x = 2$

(II) $x^2 + 2y^2 = 2$

P (–1, 1) No tangent

(III) $y^2 = 4\sqrt{2}x$ No tangent

(IV) $x^2 - 2y^2 = 2$ No tangent

50. **B**

T : POC

$3x + 2y = 4$ $\left(\sqrt{3}, \frac{1}{2}\right)$

$y = -\frac{\sqrt{3}}{2}x + 2$

$\boxed{m = -\frac{\sqrt{3}}{2}}$

$\boxed{a = 2}$, $\boxed{m_2 - \frac{\sqrt{3}}{2}}$

51. **A**

$y = x + 8$ (8, 16)

$\boxed{m = 1}$

$a = 8$

Answer 49, 50, and 51 by appropriately matching the information given in the three columns of thee following table

Let $f(x) = x + \log_e x - x\log_x,\ x \in (0,\infty)$

* Column 1 contains information about zeros of f(x), f'(x) and f"(x)
* Column 2 contains information about the limiting behavior of f(x), f'(x) and f"(x) at infinity.
* Column 3 contains information about increasing / decreasing nature of f(x) and f'(x)

Column 1	**Column 2**	**Column 3**
(I) $f(x) = 0$ for some $x \in (1, e^2)$	(i) $\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$	(P) f is increasing in (0, 1)
(II) $f'(x) = 0$ for some $x \in (1, e)$	(ii) $\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$	(Q) f is decreasing in (e, e^2)
(III) $f'(x) = 0$ for some $x \in (0, 1)$	(iii) $\lim_{x\to\infty} f'(x) = -\infty$	(R) f' is increasing in (0, 1)
(IV) $f''(x) = 0$ for some $x \in (1, e)$	(iv) $\lim_{x\to\infty} f''(x) = 0$	(S) f' is decreasing in (e, e^2)

52. Which of the following options is the only INCORRECT combination ?
(A) (I) (iii) (P) (B) (II) (iv) (Q) (C) (II) (iii) (P) (D) (III) (i) (R)

53. Which of the following options is the only CORRECT combination ?
(A) (I) (ii) (R) (B) (III) (iv) (P) (C) (II) (iii) (S) (D) (IV) (i) (S)

54. Which of the following options is the only CORRECT combination ?
(A) (III) (iii) (R) (B) (IV) (iv) (S) (C) (II) (ii) (Q) (D) (I) (i) (P)

नीचे दी गयी टेबल के तीन कॉलमों में उपलब्ध सूचना का उपयुक्त ढंग से सुमेल कर प्रश्नों 52,53 एवं 54 के उत्तर दीजिये।

माना कि $f(x) = x + \log_e x - x\log_x,\ x \in (0,\infty)$ है।

* कॉलम 1 में f(x), f'(x) एवम् f"(x) के शून्यों की सूचना दी गई है।
* कॉलम 2 में f(x), f'(x) एवम् f"(x) के अनन्त की तरफ सीमा पर व्यवहार (limiting behaviour at infinity) की सूचना दी गई है।
* कॉलम 3 में f(x) एवम् f'(x) के वर्धमान / ह्रासमान (increasing/ decreasing) होने की प्रकृति (nature) की सूचना दी गई है।

कॉलम 1	**कॉलम 2**	**कॉलम 3**
(I) $f(x) = 0$ किसी $x \in (1, e^2)$ के लिये	(i) $\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$	(P) f में (0, 1) वर्धमान है
(II) $f'(x) = 0$ किसी $x \in (1, e)$ के लिये	(ii) $\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$	(Q) f में (e, e^2) ह्रासमान है
(III) $f'(x) = 0$ किसी $x \in (0, 1)$ के लिये	(iii) $\lim_{x\to\infty} f'(x) = -\infty$	(R) f' में (0, 1) वर्धमान है
(IV) $f''(x) = 0$ किसी $x \in (1, e)$ के लिये	(iv) $\lim_{x\to\infty} f''(x) = 0$	(S) f' में (e, e^2) ह्रासमान है।

52. निम्न में से कौन सा विकल्प केवल गलत संयोजन (only INCORRECT combination) है ?
(A) (I) (iii) (P) (B) (II) (iv) (Q) (C) (II) (iii) (P) (D) (III) (i) (R)

53. निम्न में से कौन सा विकल्प सही संयोजन है ?
(A) (I) (ii) (R) (B) (III) (iv) (P) (C) (II) (iii) (S) (D) (IV) (i) (S)

54. निम्न में से कौन सा विकल्प केवल सही संयोजन है ?
(A) (III) (iii) (R) (B) (IV) (iv) (S) (C) (II) (ii) (Q) (D) (I) (i) (P)

Sol.

Column 1	**Column 2**	**Column 3**
(I) Correct	(i) Incorrect	(P) Correct
(II) Correct	(ii) Correct	(Q) Correct
(III) Incorrect	(iii) Correct	(R) Incorrect
(IV) Incorrect	(iv) Correct	(S) Correct

52. D 53. C 54. C

For $f = x + \ln x - x\ln x$

(i) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) \to -\infty$

(ii) $f(1).f(e^2) < 0$

For $f' = \frac{1}{x} - \ln x$

(i) $f'(1).f'(e) < 0$

(ii) $f'(0).f'(1) > 0$

(iii) $\lim\limits_{\to\infty} f'(x) \to -\infty$

For $f'' = \frac{-1}{x^2} - \frac{1}{x}$

$f'' < 0 \Rightarrow f' \downarrow$

$\lim\limits_{x\to\infty} f'' = \boxed{0}$

(iii) $f \downarrow (0, \alpha)$ $1 < \alpha < e$

$f \uparrow (\alpha, \infty)$