

The Questions number from 1 to 11 below carries 5 marks each:

Q1. सिद्ध कीजिए

$$\sin^{-1} \frac{3}{5} - \sin^{-1} \frac{8}{17} = \cos^{-1} \frac{84}{85}$$

Q2. सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} b+c & a & a \\ b & c+a & b \\ c & c & a+b \end{vmatrix} = 4abc$$

Q3. मान ज्ञात कीजिए।

$$\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \sin^2 x dx$$

Q4. रेखाओं

$$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}) \quad \text{और}$$

$$\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$$

के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

Q5. सिद्ध कीजिए कि प्रदत्त पृष्ठ एवं महत्तम आयतन के बेलन की ऊँचाई, आधार के व्यास के बराबर होती है।

Q6.  $(\sin x)^{\cos x}$  का  $x$  के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

Q7. दिखाइए कि

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x}, & \text{यदि } x \neq 0 \\ 0, & \text{यदि } x = 0 \end{cases}$$

$x = 0$  पर असंतत है।

Q8. वक्र  $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$  के उन बिन्दुओं पर स्पर्श रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए जहाँ पर वे  $x$ -अक्ष के समान्तर हैं।

Q9. समतलें

$$\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 6$$

और

$$\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) = -5$$

के प्रतिच्छेदन तथा बिन्दु  $(1, 1, 1)$  से जाने वाले समतल का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए।

Q10. एक छात्रावास में 60% विद्यार्थी हिंदी के 40% अंग्रेजी के और 20% दोनों अखबार पढ़ते हैं।

- प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि वह न तो हिंदी और न ही अंग्रेजी का अखबार पढ़ते हैं।
- यदि वह हिन्दी का अखबार पढ़ते हैं तब उनके अंग्रेजी का अखबार भी पढ़ने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

Q11. निम्न व्यवरोधों के अन्तर्गत  $Z = 3x + 2y$  का न्यूनतमकरण कीजिए -

$$x + y \geq 8, \quad 3x + 5y \leq 15, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

**The Questions number from 12 to 17 below carries 8 marks each:**

Q12. निम्नलिखित समीकरण निकाय

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4$$

को आव्यूह विधि से हल कीजिए।

Q13. मान ज्ञात कीजिए।

$$\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx$$

Q14. मान ज्ञात कीजिए।

$$\int_0^{\pi} \frac{x \, dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$$

Q15. परवलय  $y^2 = 4ax$  और उसके नाभिलम्ब से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Q16. अवकल समीकरण

$$\frac{dy}{dx} - y = \cos x$$

का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

Q17. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए -

$$\text{यदि } A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{bmatrix} \text{ और } B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

हो तो  $(AB)^{-1}$  का मान ज्ञात कीजिए।