

MP BOARD CLASS 12 MATHS SAMPLE PAPER-SET 3

उच्च गणित

Set-C

(Higher Mathematics)
(Hindi & English Version)

समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 100

Time : 3 Hours

Maximum Marks: 100

निर्देश—

1. सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य है।
2. प्रश्न 1 से प्रश्न 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रश्न है।
3. प्रश्न 6 से 10 तक प्रत्येक प्रश्न पर 2 अंक निर्धारित है।
4. प्रश्न 11 से 17 तक प्रत्येक प्रश्न पर 4 अंक निर्धारित है।
5. प्रश्न 18 से 22 तक प्रत्येक प्रश्न पर 5 अंक निर्धारित है।
6. प्रश्न 23 से 24 तक प्रत्येक प्रश्न पर 6 अंक निर्धारित है।
1. प्रत्येक वस्तुनिष्ठ प्रश्न में दिए गए विकल्पों में से सही उत्तर चुनकर लिखिए।

5 × 1 = 5

Write the correct answer from the given options which provided in every objective type question.

(अ) आंशिक भिन्न $\frac{2x+1}{x^2-5x+6} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-3}$ हो तो A और B के मान होंगे।

- (i) $A = 5, B = -7$ (ii) $A = -5, B = -7$
(iii) $A = -5, B = 7$ (iv) $A = -3, B = 5$

(A) If partial fraction $\frac{2x+1}{x^2-5x+6} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-3}$ then value of A and B :

- (i) $A = 5, B = -7$ (ii) $A = -5, B = -7$
(iii) $A = -5, B = 7$ (iv) $A = -3, B = 5$

(ब) यदि ΔABC का केन्द्रक G हो तो $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC}$ बराबर होगा।

- (i) $3\overline{GC}$ (ii) $3\overline{GA}$
(iii) $3\overline{GB}$ (iv) $\vec{0}$

If G is the centroid of the triangle ΔABC then $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC}$ is equals to.

- (i) $3\overline{GC}$ (ii) $3\overline{GA}$

(iii) $3\overline{GB}$

(iv) $\bar{0}$

(स) यदि $y = \log [\log (\log x)]$ हो तो $\frac{dy}{dx}$ का मान होगा

(i) $\frac{1}{x \log x}$

(ii) $\frac{1}{x \log x \log \log x}$

(iii) $\frac{1}{x \log \log x}$

(iv) $\frac{1}{x}$

If $y = \log [\log (\log x)]$, then find value of $\frac{dy}{dx}$ is.

(i) $\frac{1}{x \log x}$

(ii) $\frac{1}{x \log x \log \log x}$

(iii) $\frac{1}{x \log \log x}$

(iv) $\frac{1}{x}$

(द) $\int \sec x \tan x dx$ का मान होगा।

(i) $\frac{1}{\sec x}$

(ii) $\frac{1}{\tan x}$

(iii) $\frac{1}{\cos x}$

(iv) $\operatorname{cosec} x$

Value of $\int \sec x \tan x dx$:

(i) $\frac{1}{\sec x}$

(ii) $\frac{1}{\tan x}$

(iii) $\frac{1}{\cos x}$

(iv) $\operatorname{cosec} x$

(इ) $\int x e^x dx$ का मान होगा।

(i) $\frac{e^x}{x}$

(ii) e^x

(iii) $e^x(x+1)$

(iv) $e^x(x-1)$

Value of $\int x e^x dx$:

(i) $\frac{e^x}{x}$

(ii) e^x

(iii) $e^x(x + 1)$

(iv) $e^x(x - 1)$

2. रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिए :

5 × 1 = 5

(अ) $3 \cos^{-1}x$ का मान है।

(ब) सदिश $(\hat{i} + \hat{j})$ के समानान्तर एकांक सदिश होता है।

(स) यदि $y = x^4$ हो तो उत्तरोत्तर अवकल गुणांक का मान होगा।

(द) $f(\theta) = a \sin\theta + b \cos\theta$ का महत्तम मान होता है।

(इ) $\int \frac{1}{\sqrt{x}} \cos \sqrt{x}$ का मान है।

Fill in the blanks

(A) Value of $3\cos^{-1}x$ is

(B) The unit vector parallel to vector $(\hat{i} + \hat{j})$ is

(C) If $y = x^4$, then the successive differential coefficient is

(D) Maximum value of $f(\theta) = a \sin\theta + b \cos\theta$ is

(E) value of $\int \frac{1}{\sqrt{x}} \cos \sqrt{x} dx$ is

3. सही जोड़ी बनाइये (खण्ड 'अ' के लिए खंड 'ब' से सही उत्तर चुनिए)।

खंड 'अ'

खंड 'ब'

(अ) 2 का घनमूल दशमलव के (i) $\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3} [(y_0 + y_n) + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{n-1})$

तीन स्थान तक $2(y_2 + y_4 + \dots + y_{n-2})]$

(ब) न्यूटन रैफसन सूत्र (ii) 2.667

(स) सिम्सन नियम का सूत्र (iii) 1.258

(द) $n = 4$ लेकर सिम्पसन नियम से (iv) $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

$\int_0^2 x^2 dx$ का सन्निकट मान

(इ) समलंब चतुर्भुजीय नियम (v) 1.25

(vi) $\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3} [(y_0 + y_n) + 2(y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1})$

$$\text{जहाँ } h = \frac{b-a}{n}$$

Column (A)

Column (B)

- | | | | |
|-----|--|-------|---|
| (A) | Cube root of 2 upto 3 places of decimal | (i) | $\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3} [(y_0 + y_n) + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{n-1}) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{n-2})]$ |
| (B) | Newton's Raphson's formula | (ii) | 2.667 |
| (C) | Simpson's rule formula | (iii) | 1.258 |
| (D) | Approximate value of $\int_0^2 x^2 dx$ by simpson's rule cohen n = 4 | (iv) | $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$ |
| (E) | Trapezoidal rule | (v) | 1.25 |

$$(vi) \int_a^b f(x)dx = \frac{h}{2} [(y_0 + y_n) + 2(y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1})]$$

$$\text{जहाँ } h = \frac{b-a}{n}$$

4. प्रत्येक का उत्तर एक वाक्य में लिखिए।
- (अ) तीन असमरेख बिंदुओं (x_1, y_1, z_1) , (x_2, y_2, z_2) तथा (x_3, y_3, z_3) से होकर जाने वाले समतल का समीकरण सारणिक रूप में लिखिए।
- (ब) दो समतल $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ तथा $a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$ के बीच का कोण $\cos \theta$ का मान क्या होगा ?
- (स) \vec{a} की दिशा में \vec{b} प्रक्षेप कितना होता है ?
- (द) $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 13}$ का मान ज्ञात कीजिए।
- (इ) $\int \tan^{-1} x dx$ का मान होगा।

4. Write answers in one sentence each :

- (A) Write the equation of a plane passing through three non collinear points (x_1, y_1, z_1) , (x_2, y_2, z_2) and (x_3, y_3, z_3) in determinant form.
- (B) Write the angle $\cos \theta$ between two planes $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ and $a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$

(C) Write the projection or Scalar component of \vec{b} along \vec{a}

(D) Find the value of $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 13}$

(E) Value of $\int \tan^{-1} \sqrt{x} dx$

5. सत्य अथवा असत्य लिखिए—

5 × 1 = 5

(अ) मूलबिन्दु से समतल $6x - 3y + 2z + 14 = 0$ की दूरी 2 है।

(ब) समतल $2x + 4y + 4z = 9$ के अभिलंब की दिक्कोज्ज्याएँ $\frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{2}{9}$ है।

(स) सहसंबंध गुणांक का मान सदैव 2 होता है।

(द) सहसंबंध गुणांक और समाश्रयण गुणांक में कोई संबंध नहीं है।

(इ) अचर पद का समाकलन शून्य होता है।

State true / false :

(A) Distance of origin from plane $6x - 3y + 2z + 14 = 0$ is 2.

(B) Direction cosines of normal to the plane $2x + 4y + 4z = 9$ are $\frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{2}{9}$

(C) The value of coefficient of correlation is always 2.

(D) There is no relation between coefficient of correlation and regression coefficient.

(E) Integration of Constant is zero.

6. यदि $\vec{a} = 2\hat{i} - 5\hat{j} + 8\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k}$, $\vec{c} = -3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ हो तो $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$ ज्ञात कीजिए।

If $\vec{a} = 2\hat{i} - 5\hat{j} + 8\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k}$, $\vec{c} = -3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ then find $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$

अथवा (Or)

सिद्ध कीजिए कि बिंदु A, B व C जिनके स्थिति सदिश क्रमशः $\vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c}$, $2\vec{a} + 3\vec{b} - 4\vec{c}$ तथा $-7\vec{b} + 10\vec{c}$ है, संरेख है।

Show that the points A, B, C with Position vectors $\vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c}$, $2\vec{a} + 3\vec{b} - 4\vec{c}$ तथा $-7\vec{b} + 10\vec{c}$ are collinear.

7. λ के किस मान के लिए \vec{a} और \vec{b} परस्पर लंब होंगे जबकि $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$ तथा $\vec{b} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \lambda\hat{k}$ अंक

Find λ such that \vec{a} and \vec{b} are perpendicular to each other, where $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$ and $\vec{b} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \lambda\hat{k}$

अथवा (or)

यदि $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ तथा $\vec{b} = 2\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}$ तो गुणनफल $\vec{a} \times \vec{b}$ ज्ञात कीजिए।

If $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}$ then find the product $\vec{a} \times \vec{b}$.

8. सिद्ध कीजिए कि सदिश $4\hat{i} + 5\hat{j} + \hat{k}$, $-\hat{j} - \hat{k}$, $3\hat{i} + 7\hat{j} + 4\hat{k}$ समतलीय है।

2 अंक

Prove that vectors $4\hat{i} + 5\hat{j} + \hat{k}$, $-\hat{j} - \hat{k}$, $3\hat{i} + 7\hat{j} + 4\hat{k}$ are coplanar.

अथवा (Or)

दो सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ तथा $\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

Find the angle between two vectors

$\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ and $\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$

9. $\int x^2 \sin 2x \, dx$ का x के सापेक्ष समाकलन ज्ञात कीजिए।

2 अंक

Evaluate $\int x^2 \sin 2x \, dx$

अथवा (Or)

$\int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate $\int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \, dx$

10. $\int \sqrt{5+4x-x^2} \, dx$ के मान ज्ञात कीजिए।

2 अंक

Evaluate $\int \sqrt{5+4x-x^2} \, dx$

अथवा (Or)

$\int \sin^5 x \cos^3 x \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate $\int \sin^5 x \cos^3 x \, dx$

11. निम्नांकित भिन्न को आंशिक भिन्न में विभक्त कीजिए।

4 अंक

$$\frac{16}{(x+2)(x^2-4)}$$

Resolve the following fraction into partial fraction

$$\frac{16}{(x+2)(x^2-4)}$$

अथवा (Or)

यदि $\frac{1}{x^3-2x^2-x+2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-2}$ हो तो $A + B + C$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $\frac{1}{x^3-2x^2-x+2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-2}$ then find the value of $A + B + C$

12. सिद्ध कीजिए कि $\sin^{-1} \frac{3}{5} + \cos^{-1} \frac{12}{13} = \cos^{-1} \frac{33}{65}$ 4 अंक

Prove that $\sin^{-1} \frac{3}{5} + \cos^{-1} \frac{12}{13} = \cos^{-1} \frac{33}{65}$

अथवा (Or)

निम्न लिखित समीकरण हल कीजिए $\tan^{-1}(x+1) + \tan^{-1}(x-1) = \tan^{-1} \frac{8}{31}$

Solve the following equation

$$\tan^{-1}(x+1) + \tan^{-1}(x-1) = \tan^{-1} \frac{8}{31}$$

13. $\log_e x$ का अवकल गुणांक प्रथम सिद्धान्त से ज्ञात कीजिए।

4 अंक

$\log_e x$ differentiate by first principle

अथवा

(Or)

यदि $y = \log \sqrt{\frac{1-\cos mx}{1+\cos mx}}$ हो तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $y = \log \sqrt{\frac{1-\cos mx}{1+\cos mx}}$ find $\frac{dy}{dx}$

14. यदि $y = \sqrt{\tan + \sqrt{\tan x + \sqrt{\tan x + \dots \infty}}}$ हो तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{\sec^2 x}{2y-1}$ 4 अंक

If $y = \sqrt{\tan + \sqrt{\tan x + \sqrt{\tan x + \dots \infty}}}$ then prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{\sec^2 x}{2y-1}$

अथवा (Or)

निम्नांकित का अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए।

$\tan^{-1} \frac{2x}{1-x^2}$ का $\sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2}$ के सापेक्ष

Find the differential coefficient of the following $\tan^{-1} \frac{2x}{1-x^2}$ w.r.t. $\sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2}$.

15. एक गुब्बारे की परिवर्तनशील त्रिज्या $\frac{3}{4}(2x+3)$ है। x के सापेक्ष इसके आयतन के परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए।

A balloon has a variable radius of $\frac{3}{4}(2x+3)$. find the rate of change of volume.

अथवा

(Or)

सिद्ध कीजिए कि

(i) $f(x) = \sin x$ अन्तराल $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ के लिए वर्धमान है।

(ii) $f(x) = \cos x$ अन्तराल $0 \leq x \leq \pi$ के लिए हासमान है।

Show that (i) $f(x) = \sin x$ is increasing for $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

(ii) $f(x) = \cos x$ is decreasing for $0 \leq x \leq \pi$

16. निम्नांकित आँकड़ों के लिए कार्ल पियर्सन के गुणांक की गणना कीजिए। 4 अंक

पति की आयु	35	34	40	43	56	20	38
पत्नी की आयु	32	30	31	32	53	20	33

Calculate the Carl Pierson's from the following data .

Age of husband	35	34	40	43	56	20	38
Age of wife	32	30	31	32	53	20	33

अथवा (Or)

दो चर राशियों x और y का सहसंबंध गुणांक ρ है। तो सिद्ध कीजिए कि $\rho = \frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_{x-y}^2}{2\sigma_x\sigma_y}$

जहाँ σ_x^2, σ_y^2 तथा σ_{x-y}^2 क्रमशः x, y व $x - y$ के प्रसरण गुणांक हैं।

If x and y are two variables and ρ is the coefficient of correlation between them,

then show that $\rho = \frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_{x-y}^2}{2\sigma_x\sigma_y}$ where σ_x^2, σ_y^2 and σ_{x-y}^2 are the variances of

x, y and $x - y$ respectively.

17. निम्नलिखित आँकड़ों से y का मान ज्ञात कीजिए जबकि $x = 12$. 4 अंक

श्रेणी	x	y
माध्य	7.6	14.8
मानक विचलन	3.6	2.5

सहसंबंध गुणांक $\rho = 0.99$

Estimate the value of y from the following data when $x = 12$

Series	x	y
Mean	7.6	14.8
S.D.	3.6	2.5

Coefficient of correlation $\rho = 0.99$

अथवा (Or)

निम्नलिखित आँकड़ों से समाश्रयण रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए।

x	2	4	6	8	10
y	6	5	4	3	2

Find the lines of regression from the following data.

x	2	4	6	8	10
y	6	5	4	3	2

18. दो रेखाओं के बीच कोण ज्ञात कीजिए जिनकी दिक्कोज्याएँ समीकरण $l + m + n = 0$ तथा $2l + 2m - mn = 0$ द्वारा प्राप्त की जा सकती हैं। 5 अंक

Find the angle between the two lines whose direction cosines are given by the equations $l + m + n = 0$ and $2l + 2m - mn = 0$

अथवा (Or)

सिद्ध कीजिए कि एक घन के विकर्णों के बीच का कोण $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ होता है।

Prove that angle between two diagonal of a cube is $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$

19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x^2}$ का मान ज्ञात कीजिए।

5 अंक

Evaluate $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x^2}$

अथवा (Or)

सिद्ध कीजिए

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{जब } x < 1 \\ 2 & \text{जब } x = 1 \\ x^2 + 1 & \text{जब } x > 1 \end{cases}$$

$x = 1$ पर अंसतत है।

prove that $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{if } x < 1 \\ 2 & \text{if } x = 1 \\ x^2 + 1 & \text{if } x > 1 \end{cases}$ is discontinuous at $x = 1$

20. $\int_0^{\pi} \frac{dx}{5 + 4 \cos x}$ का मान ज्ञात कीजिए।

5 अंक

Evaluate $\int_0^{\pi} \frac{dx}{5 + 4 \cos x}$

अथवा (Or)

वक्र $y = 2\sqrt{9 - x^2}$ और x अक्ष के बीच के क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area bounded by the curve $y = 2\sqrt{9 - x^2}$ and x - axis

21. निम्नांकित अवकल समीकरण का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

5 अंक

$$\cos^2 x \frac{dy}{dx} + y = \tan x$$

Solve the following differential equation

$$\cos^2 x \frac{dy}{dx} + y = \tan x$$

अथवा (Or)

निम्नांकित समघात समीकरण को हल कीजिए।

$$(x^2 + y^2)dx + 2xy dy = 0$$

Solve the homogeneous equation.

$$(x^2 + y^2)dx + 2xy dy = 0$$

22. 52 ताशों की फेंटी हुयी गड्डी में से एक के पश्चात् दूसरा, इस प्रकार दो कार्ड खींचे जाते हैं दोनों पान के कार्ड होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए, जबकि खींचा गया कार्ड (अ) पुनः गड्डी में मिला

दिया जाता है (ब) नहीं मिलाया जाता है।

5 अंक

Find the probability of drawing two spades from A well shuffled pack of 52 cards if cards are drawn (a) with replacement (b) without replacement.

अथवा (Or)

एक पाँसे को तीन बार फेंकने में संख्याँ 6 आने की प्रायिकता वितरण ज्ञात कीजिए।

Find the probability distribution of the number of sixes in three throws of a dice.

23. उस गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं (3, 0, 0) (0, -1, 0) और (0, 0, -2) से गुजरे तथा

जिसका केन्द्र समतल $3x + 2y + 4z = 1$ पर स्थित हो।

6 अंक

Find the equation of the sphere passing through the points (3, 0, 0), (0, -1, 0), (0, 0, -2) and having the centre on the plane $3x + 2y + 4z = 1$.

अथवा (Or)

समान्तर रेखाओं $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ तथा $\frac{x-2}{4} = \frac{y-3}{6} = \frac{z-3}{8}$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the distance between the parallel lines $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ and $\frac{x-2}{4} =$

$$\frac{y-3}{6} = \frac{z-3}{8}.$$

24. रेखाओं के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए जिनके सदिश समीकरण है। 6 अंक

$$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} + \lambda (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) \text{ तथा}$$

$$\vec{r} = 2\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k} + \mu (3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k})$$

Find the shortest distance between the lines whose vector equations are

$$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) \text{ and}$$

$$\vec{r} = 2\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k} + \mu(3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k})$$

अथवा (Or)

उस गोले का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं A (2, -3, 4) तथा B (-5, 6, -7) को मिलाने वाले रेखाखंड को व्यास मानकर खींचा गया है। गोले के समीकरण के कार्तीय रूप का निगमन कीजिए। गोले का केन्द्र एवं त्रिज्या भी ज्ञात कीजिए।

Find the vector equation of a sphere described on the join of the points A (2, -3, 4) and B (-5, 6, -7) as the opposite ends of a diameter. Deduce the equation in cartesian form. Also find the center and radius of the sphere.

