

MP BOARD CLASS 12 MATHS SAMPLE PAPER- SET 4

Set-D

कक्षा – बारहवीं

Class - 12Th

विषय – गणित

Sub - Mathematics

समय – 3 घन्टे

पूर्णांक – 100

निर्देश–

1. सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य है।
2. प्रश्न-पत्र में दो खण्ड है 'अ' एवं 'ब'
3. खण्ड (अ) में 1 से 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रश्न है व प्रत्येक में 1 अंक निर्धारित है।
4. प्रश्न क्र. 6 से 10 तक प्रत्येक प्रश्न पर 2 अंक निर्धारित हैं।
5. प्रश्न क्र. 11 से 17 तक प्रत्येक प्रश्न पर 4 अंक है।
6. प्र. क्र. 18 से 22 तक प्रत्येक प्रश्न पर 5 अंक है।
7. प्रश्न क्र. 23 व 24 पर 6 अंक निर्धारित है।

Instruction :

1. All question are compulsory.
2. Question paper has two section 'A' and 'B'
3. In section 'A' Q.No. 1 to 5 is objective type each question carries 1 mark.
4. Q.No. 6 to 10 carries 2 mark.
5. Q.No. 11 to 17 carries 4 mark.
6. Q. No. 18 to 22 carries 5 mark.
7. Q.No. 23 and 24 carries 6 mark.

खण्ड – 'अ'

Section 'A'

प्र. 1 प्रत्येक प्रश्न में दिये विकल्पों में सही उत्तर लिखिए।

Choose the correct Answer.

(अ) $\frac{1}{x(x+2)}$ की आंशिक भिन्न होगी :

(i) $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$

(ii) $\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3}$

(iii) $\frac{1}{2} \left[\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right]$

(iv) $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-1}$

(A) Partial fraction of $\frac{1}{x(x+2)}$ is :

(i) $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$

(ii) $\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3}$

(iii) $\frac{1}{2} \left[\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right]$

(iv) $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-1}$

(ब) $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{3}$ बराबर हैं :

(i) $\tan^{-1} \frac{1}{6}$

(ii) $\frac{\pi}{3}$

(iii) $\frac{\pi}{4}$

(iv) $\frac{\pi}{6}$

(B) $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{3}$ is equal to :

(i) $\tan^{-1} \frac{1}{6}$

(ii) $\frac{\pi}{3}$

(iii) $\frac{\pi}{4}$

(iv) $\frac{\pi}{6}$

(स) घन के किन्हीं दो विकर्णों के कोण की कोज्या है।

(i) $\frac{1}{3}$

(ii) $\frac{1}{2}$

(iii) $\frac{2}{5}$

(iv) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(C) Cosine of the angle between the any two diagonals of a cube is :

(i) $\frac{1}{3}$

(ii) $\frac{1}{2}$

(iii) $\frac{2}{5}$

(iv) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(द) $\log \sin x$ का अवकल गुणांक होगा :

(i) $\operatorname{cosec} x$

(ii) $\tan x$

(iii) $\sec x$

(iv) $\cot x$

(D) What will be the differential coefficient of $\log \sin x$:

(i) $\operatorname{cosec} x$

(ii) $\tan x$

(iii) $\sec x$

(iv) $\cot x$

(ई) $\int \operatorname{cosec} x \, dx$ का मान होगा :

(i) $\log \left(\tan \frac{x}{2} \right)$

(ii) $\log (\operatorname{cosec} x + \cot x)$

(iii) $\log (\sec x - \tan x)$

(iv) $\log \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right)$

(E) The value of $\int \operatorname{cosec} x \, dx$ is :

(i) $\log \left(\tan \frac{x}{2} \right)$

(ii) $\log (\operatorname{cosec} x + \cot x)$

(iii) $\log (\sec x - \tan x)$

(iv) $\log \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right)$

प्र. 2 रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिए :

Fill in the blanks :

(अ) $\int_a^b f(x) dx$ के लिए सिम्पसन नियम है।

(A) The simpson's rule for $\int_a^b f(x) dx$ is.....

(ब) समीकरण $x^4 - x - 10 = 0$ का मूल अन्तराल में स्थित है।

(B) The root of equation $x^4 - x - 10 = 0$ is lines oninterval.

(स) पूर्ण सहसम्बन्ध होने पर दोनो समाश्रयण रेखाएँ होती है।

(C) In perfect correlation both regression lines be

(द) दो चरों के बीच प्रकार का सम्बन्ध होता है।

(D) There are types of relationship between the two variable.

(इ) $\cos x$ का n वाँ अवकलज होगा।

(E) The n^{th} derivative of $\cos x$ is

प्र. 3 सही जोड़ी बनाईये :

3. Make the right match :

अ

ब

A

B

(i) $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx$

(a) $\frac{1}{2a} \log \frac{a+x}{a-x}$

(ii) $\int \sqrt{x^2 - a^2} dx$

(b) $\frac{x}{2} \sqrt{x^2 + a^2} + \frac{a^2}{2} \log \left[x + \sqrt{x^2 + a^2} \right]$

(iii) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$

(c) $\frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1} \frac{x}{a}$

(iv) $\int \frac{dx}{x^2 - a^2}$

(d) $\frac{x}{2} \sqrt{x^2 + a^2} - \frac{a^2}{2} \log \left[x + \sqrt{x^2 - a^2} \right]$

(v) $\int \sqrt{a^2 + x^2} dx$

(e) $\frac{1}{2a} \log \frac{x-a}{x+a}$

प्र. 4 सत्य/असत्य लिखिए।

State true and false :

(अ) x - अक्ष की दिक् कोज्याएँ $(1, 0, 0)$ होती है।

(A) Direction cosine of x -axis are $(1, 0, 0)$

(ब) बिन्दु (x, y, z) yz समतल से दूरी z होती है।

(B) Distance of yz plane from the point (x, y, z) is z .

(स) सदिश \vec{a} की दिशा में एकांक सदिश $\frac{|\vec{a}|}{a}$ है।

(C) Unit vector in the direction of vector \vec{a} is $\frac{|\vec{a}|}{a}$

(द) $\frac{d}{dx}(\sec x)$ का अवकलन गुणांक $\sec x \tan x$ है।

(D) Defferencial coeffecient of $\sec x$ is $\sec x \tan x$

(इ) सदिश $2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ तथा $2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$ के बीच कोण शून्य है।

(E) The angle between the vectors $2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ and $2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$.

प्र. 5 एक वाक्य के उत्तर दीजिए :

Give the answer in one sentence

- (अ) समलम्ब चतुर्भुज का नियम का सूत्र लिखिए।
(A) Write the formula for Trapezoidal Rule.
(ब) न्यूटन रैफसन विधि से संख्या N का वर्गमूल ज्ञात करने का सूत्र लिखिए।
(B) Write the formula for finding square root of any number N by Raphson's method
(स) सिम्पसन का नियम किस सिद्धान्त पर आधारित है ?
(C) The simpson's rule is based on which principle :
(द) किसी कण की अधिकतम ऊँचाई पर वेग सदैव कितना होता है ?
(D) What will be the velocity of any particle at maximum height ?
(इ) बिन्दु (x, y, z) की x - अक्ष से दूरी क्या होती है ?
(E) What will be the distance from x - axis to the point (x, y, z) ?

खण्ड - 'ब'

Section - 'B'

प्र. 6 सिद्ध कीजिए कि क्रम से ली गई त्रिभुज की तीन भुजाओं से निरूपित सदिशों का योग शून्य सदिश होता है।

Prove that addition of vectors represented by three sides of a triangle is zero.

अथवा

(Or)

यदि किसी चतुर्भुज $ABCD$ के विकर्ण AC तथा BD हो तो सिद्ध कीजिए ।

$$\overline{AB} + \overline{DC} = \overline{AC} + \overline{DB}$$

AC and BD are the diagonals of a quadrilateral $ABCD$ prove that -

$$\overline{AB} + \overline{DC} = \overline{AC} + \overline{DB}$$

प्र. 7 सदिश विधि से बिन्दु $(1, 2, -3)$ तथा $(3, -2, 1)$ के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

By using vector method find the distance between the point $(1, 2, -3)$ and $(3, -2, 1)$

अथवा

(Or)

सदिश $6\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$ की दिक्-कोज्याएँ ज्ञात कीजिए।

Find the direction cosine of vector $6\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$

प्र. 8 समतलों $\vec{r} \cdot (2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}) = 1$ तथा $\vec{r} \cdot (-\hat{i} - \hat{j}) = 4$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

Find the angle between the planes $\vec{r} \cdot (2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}) = 1$ and $\vec{r} \cdot (-\hat{i} - \hat{j}) = 4$.

अथवा (Or)

उस गोले का सदिश तथा कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका केन्द्र $(2, -3, 4)$ तथा त्रिज्या -5 है।

Find the vector and cartesian equation of the sphere whose centre $(2, -3, 4)$ and radius is 5.

प्र. 9 $\int \frac{dx}{1+\sin x}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Solve $\int \frac{dx}{1+\sin x}$

अथवा (Or)

$\int \left(\frac{\sec x}{\sec x - \tan x} \right) dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate $\int \left(\frac{\sec x}{\sec x - \tan x} \right) dx$.

प्र. 10 $\int \frac{\tan^{-1} x}{1+x^2} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate $\int \frac{\tan^{-1} x}{1+x^2} dx$

अथवा (Or)

$\int \frac{e^{\cos^{-1} x}}{\sqrt{1-x^2}} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate $\int \frac{e^{\cos^{-1} x}}{\sqrt{1-x^2}} dx$.

प्र. 11 $\frac{x}{x^3+1}$ को आंशिक भिन्न में विभक्त कीजिए।

Separate $\frac{x}{x^3+1}$ in to partial fraction.

अथवा (Or)

$\frac{x^3}{(1-x)^4}$ को आंशिक भिन्न में व्यक्त कीजिए।

Resolve $\frac{x^3}{(1-x)^4}$ into partial fraction.

प्र. 12 सिद्ध कीजिए कि—

$$\cos^{-1} \frac{3}{5} + \cos^{-1} \frac{12}{13} = \sin^{-1} \frac{63}{65}$$

Prove that

$$\cos^{-1} \frac{3}{5} + \cos^{-1} \frac{12}{13} = \sin^{-1} \frac{63}{65}$$

अथवा (Or)

सिद्ध कीजिए कि—

$$\tan^{-1} \frac{a-b}{1+ab} + \tan^{-1} \frac{b-c}{1+bc} + \tan^{-1} \frac{c-a}{1+ca} = 0$$

Prove that -

$$\tan^{-1} \frac{a-b}{1+ab} + \tan^{-1} \frac{b-c}{1+bc} + \tan^{-1} \frac{c-a}{1+ca} = 0$$

प्र. 13 $\log \tan \left[\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right]$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

Find the differential coefficient of-

$$\log \tan \left[\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right]$$

अथवा / (Or)

यदि $y = \sin^{-1} 2x \sqrt{1-x^2}$ हो, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

If $y = \sin^{-1} 2x \sqrt{1-x^2}$, then find $\frac{dy}{dx}$

प्र. 14 $(\sin x)^{\log x}$ का x के सापेक्ष अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए।

Find the differential coefficient of $(\sin x)^{\log x}$ w.r.t.x.

अथवा (Or)

यदि $y = \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \dots \infty}}}$ हो तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x(2y-1)}$

If $y = \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \dots \infty}}}$ then prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x(2y-1)}$

प्र. 15 एक कण निम्नांकित नियम से सरल रेखा में गतिमान है : $S = 5e^{-t}\cos t$

जब $t = \frac{\pi}{2}$ हो, तो इसका वेग व त्वरण क्या होगा ?

A particle is moving in a straight line according to law $S = 5e^{-t}\cos t$. find its velocity and acceleration when $t = \frac{\pi}{2}$

अथवा (Or)

फलन $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ की अंतराल $[1, 3]$ में रोले प्रमेय की जाँच कीजिए।

Verify the Rolle's theorem for the function $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ on $[1, 3]$

प्र. 16 निम्न आँकड़ों से सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए।

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	9	8	10	12	11	13	14	16	15

Find the correlation coefficient of the following data:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	9	8	10	12	11	13	14	16	15

अथवा (Or)

दो चर राशियों x और y का सहसम्बन्ध गुणांक r है, तो सिद्ध कीजिए।

$$r = \frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_{x-y}^2}{2\sigma_x\sigma_y}$$

जहाँ σ_x^2 , σ_y^2 और σ_{x-y}^2 क्रमशः x , y तथा $x - y$ के प्रसरण गुणांक हैं।

If r is a coefficient of correlation of two variable x and y then proved that,

$$r = \frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_{x-y}^2}{2\sigma_x\sigma_y}, \text{ where } \sigma_x^2, \sigma_y^2 \text{ and } \sigma_{x-y}^2 \text{ are coefficient of variances of } x, y$$

and $x - y$ respectively.

प्र. 17 सिद्ध कीजिए कि समाश्रयण गुणांकों का समान्तर माध्य सहसम्बन्ध गुणांक से बड़ा होता है।

Prove that arithmetic mean of the regression coefficient is greater than the coefficient of correlation.

अथवा (Or)

दो समाश्रयण रेखाओं $x + 3y = 11$ और $2x + y = 7$ के आधार पर x और y के बीच सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए। $y = 4$ के लिए x के मान की गणना कीजिए।

Find the correlation coefficient between x and y on the basis of two regression lines $x + 3y = 11$ and $2x + y = 7$ calculate the value of x then $y = 4$

प्र. 18 एक चर समतल मूल बिन्दु से P दूरी पर रहता है तथा अक्षों को बिन्दुओं A, B व C से निर्देशांक समतलों के समान्तर समतल खींचे जाते हैं। सिद्ध कीजिए कि उनके प्रतिच्छेद

बिन्दु का बिन्दुपथ $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = \frac{1}{p^2}$ है।

A variable plane is at a constant distance p from the origin and meets the coordinate axes in A, B, C , Through A, B, C the planes are drawn parallel to the coordinate planes. Prove that the locus of point of their intersecting point is.

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = \frac{1}{p^2}$$

अथवा (Or)

बिन्दु $(-1, -1, 2)$ से जाने वाला उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए, जो समतलों $3x + 2y - 3z = 1$ और $5x - 4y + z = 5$ पर लम्ब हो।

Find the equation of the plane passing through the point $(-1, -1, 2)$ and perpendicular to the planes $3x + 2y - 3z = 1$ and $5x - 4y + z = 5$.

प्र. 19 यदि $f(x) = \log_e \left(\frac{1-x}{1+x} \right)$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $f(a) + f(b) = f \left(\frac{a+a}{1+ab} \right)$

If $f(x) = \log_e \left(\frac{1-x}{1+x} \right)$ then prove that $f(a) + f(b) = f \left(\frac{a+a}{1+ab} \right)$

अथवा (Or)

यदि $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos 4x}{x^2} & x \neq 0 \\ 4 & x = 0 \end{cases}$ तो $f(x)$ के $x = 0$ पर सातत्य की विवेचना कीजिए।

If $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos 4x}{x^2} & x \neq 0 \\ 4 & x = 0 \end{cases}$ then discuss the continuity of $f(x)$ at $x = 0$

प्र. 20 सिद्ध कीजिए कि—

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx = \frac{\pi}{4}$$

Prove that :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx = \frac{\pi}{4}$$

अथवा

(Or)

दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

find the area of the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

प्र. 21 अवकल समीकरण $(1 + x^2) \frac{dy}{dx} + 2xy = 4x^2$ को हल कीजिए।

Solve the differential equation

$$(1 + x^2) \frac{dy}{dx} + 2xy = 4x^2$$

अथवा

(Or)

अवकल समीकरण $\cos^3 x \frac{dy}{dx} + y \cos x = \sin x$ को हल कीजिए।

Solve the differential equation $\cos^3 x \frac{dy}{dx} + y \cos x = \sin x$.

प्र. 22 दो घनाकार पाँसे एक साथ फेंके जाते हैं। पहले पाँसे पर विषम संख्या अथवा दोनों पाँसों के ऊपरी संख्याओं का योग 9 प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

Two cubical dice are thrown simultaneously. find the probability of getting an odd number on the first dice or the sum of 9'.

अथवा **(Or)**

एक सिक्का दो बार उछाला जाता है। शीर्षों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए।

A Coin is tossed twice. find the probability distribution of the number of head.

प्र. 23 एक गोले का समीकरण $x^2 + y^2 + z^2 - 3x - 2y + 2z - 15 = 0$ है इसके एक व्यास AB के सिरे A निर्देशांक को $(-1, 4, -3)$ है। सिरे B के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

AB is the diameter of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 - 3x - 2y + 2z - 15 = 0$. the coordinate of A are $(-1, 4, -3)$. find the coordinate of point B.

अथवा (Or)

सिद्ध कीजिए कि रेखाएँ $\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{5} = \frac{z+5}{7}$ एवं $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-6}{5}$ परस्पर प्रतिच्छेद करती हैं। प्रतिच्छेद बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

Prove that the lines $\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{5} = \frac{z+5}{7}$ and $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-6}{5}$ are intersecting to each other. find their point of intersection.

प्र. 24 सदिश विधि से सिद्ध कीजिए कि

$$\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

Prove that by vector method

$$\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

अथवा / (Or)

यदि D, E, F क्रमशः त्रिभुज ABC की भुजाओं BC, CA, AB के मध्य बिन्दु हो, तो सदिश विधि से सिद्ध कीजिए कि।

$$\Delta DEF = \frac{1}{4} \Delta ABC$$

If D, E, F are the mid point of the sides BC, CA, AB of the triangle ABC then prove by vector method that.

$$\Delta DEF = \frac{1}{4} \Delta ABC$$