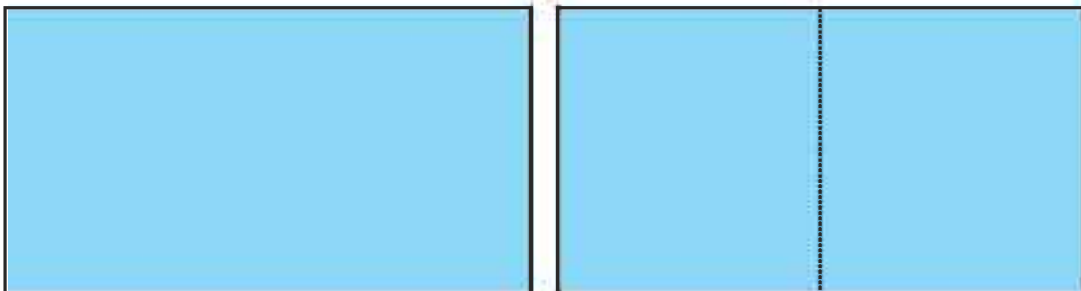
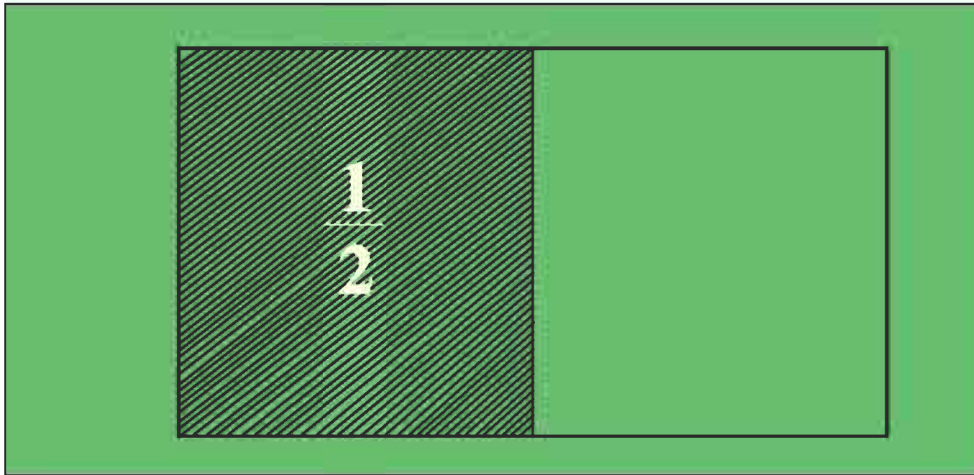


भिन्नात्मक संख्याएँ

आइए सीखें-

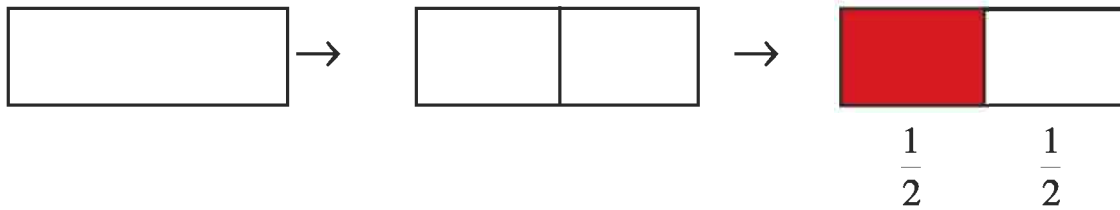
- भिन्न को किसी इकाई के भाग के रूप में समझना।
- भिन्न को एक जैसी इकाईयों के समूह के भाग के रूप में समझना।
- किसी समूह के भागों को सम भिन्न के रूप में दर्शाना।
- सम भिन्नों को बढ़ते एवं घटते क्रम में रखना।
- मिश्र भिन्न और विषम भिन्न को समझना।
- विषम भिन्न को मिश्र भिन्न में बदलना।
- मिश्र भिन्न को विषम भिन्न में बदलना।
- दो भिन्नों की तुलना करना।
- सरल सम भिन्नों को जोड़ना-घटाना जबकि हर समान हो।
- भिन्नों के जोड़ने व घटाने पर आधारित दैनिक जीवन की समस्याओं को हल करना।

देखिए

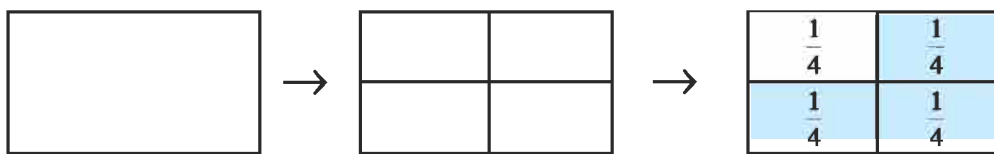


भिन्न को किसी इकाई के भाग/हिस्से के रूप में समझना

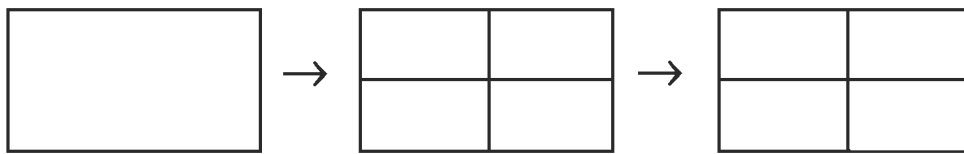
पिछली कक्षा में हमने सीखा है कि किसी एक इकाई के दो बराबर भाग करने पर प्रत्येक भाग पूरी इकाई का $\frac{1}{2}$ भाग कहलाता है।



यदि हम किसी इकाई के चार बराबर भाग करें तो प्रत्येक भाग पूरी इकाई का $\frac{1}{4}$ भाग होगा।



यदि हम कुछ भाग की तुलना पूरी इकाई से करें, जैसे किसी इकाई के चार बराबर भागों में से 3 भाग छायांकित करें तो छायांकित भाग, सम्पूर्ण इकाई का $\frac{3}{4}$ होगा।

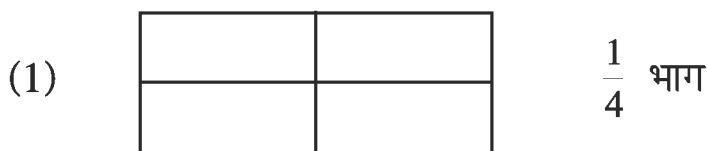


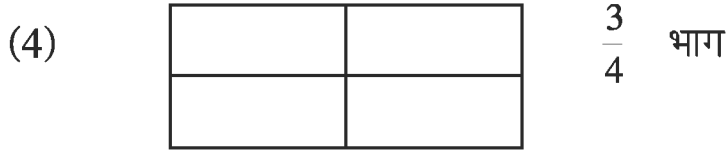
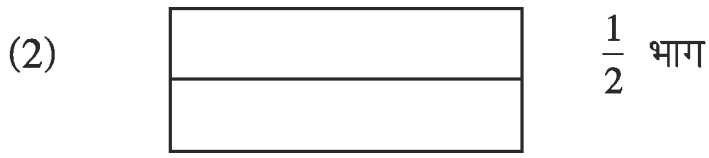
$\frac{3}{4}$ छायांकित भाग, $\frac{1}{4}$ शेष भाग

भिन्न $\frac{3}{4}$ में 3 अंश और 4 हर है। या 4 बराबर किये भाग में से 3 भाग लेने पर हमें पूरी इकाई का $\frac{3}{4}$ भाग प्राप्त होगा।

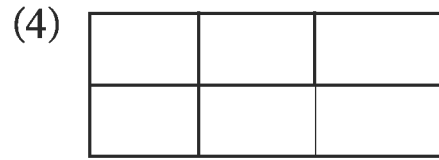
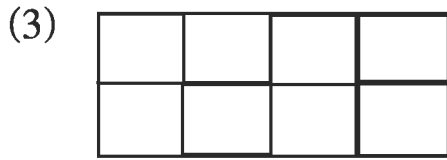
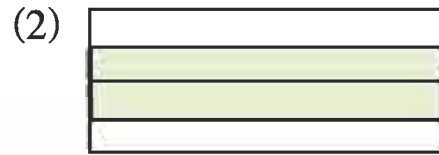
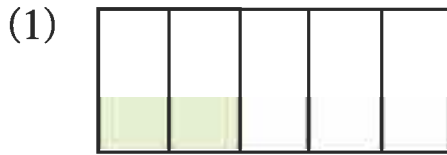
अभ्यास 5.1

1. निम्न चित्रों में छायांकित दिखाइए।





2. निम्न चित्रों में हरे भाग के लिये भिन्न लिखिए।



3. निम्न भिन्नों के लिये चित्र बनाइए।

(1) $\frac{2}{3}$

(2) $\frac{3}{8}$

(3) $\frac{4}{5}$

(4) $\frac{2}{6}$

भिन्न को एक जैसी इकाइयों के समूह के भाग के रूप में समझना।

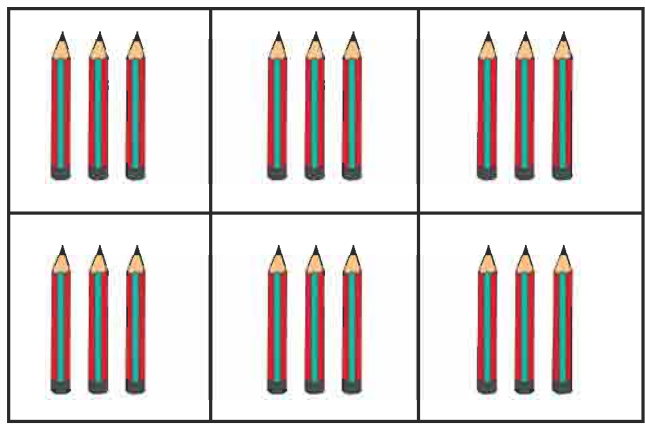
एक दिन सविता को शिक्षक ने 18 पेंसिलें देकर पूछा कि इन 18 पेंसिलों का $\frac{1}{6}$ हिस्सा कितना होगा? इसे बताने के लिये सविता ने इस तरह से सोचा।

$\frac{1}{6}$ यानी किसी चीज के 6 बराबर हिस्सों में से 1 हिस्सा उसने जमीन पर चाक से

6 चौखाने बनाए और उनमें एक-एक पेंसिल क्रम से तब तक रखती रही जब तक सारी पेंसिलें समाप्त न हो गई। इस प्रकार उसने 18 पेंसिलों के समूह के 6 बराबर भाग किए।

सविता ने पाया कि हर हिस्से में 3 पेंसिलें हैं।

मंगला यह सब देख रही थी। उसने सुझाया कि बराबर हिस्सा तो भाग देकर भी किया जा सकता है। 18 में 6 का भाग देने पर भी उत्तर 3 ही आता है।

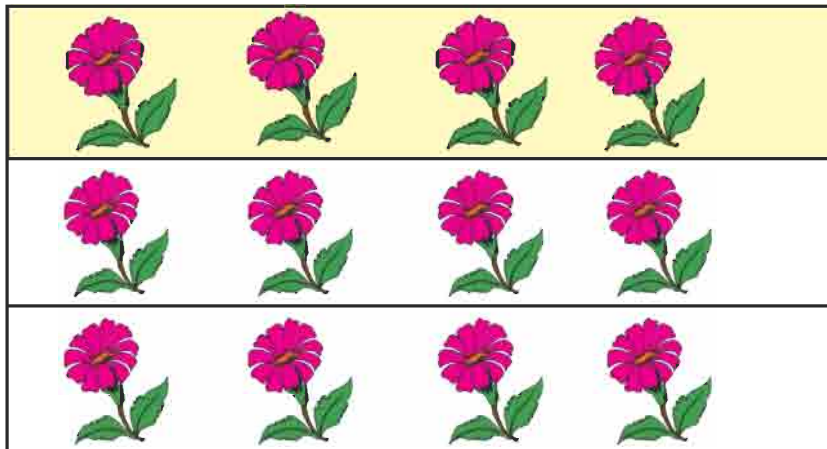


यानी 18 का $\frac{1}{6}$ हिस्सा (6 बराबर हिस्सों में से 1 हिस्सा) **18 का $\frac{1}{6} = 3$**

इसी प्रकार 18 का $\frac{2}{6}$ हिस्सा (6 बराबर हिस्सों में से 2 हिस्से)

18 का $\frac{2}{6} = 6$

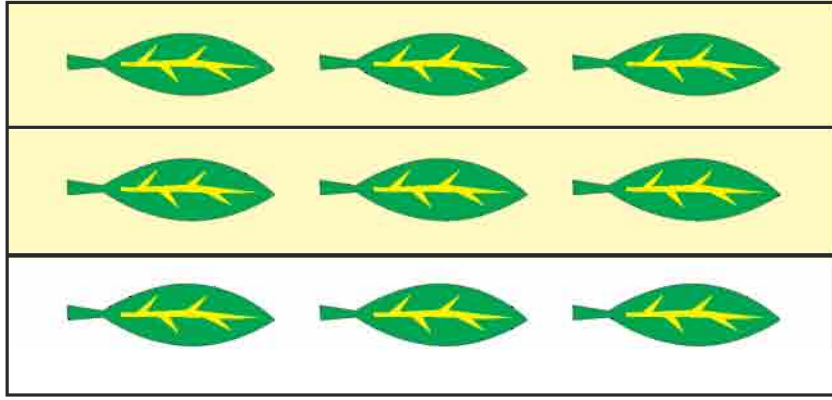
उदाहरण 1. इन 12 फूलों के समूह का $\frac{1}{3}$ हिस्सा कितना होगा?



अतः 12 का $\frac{1}{3} = 12$ को 3 बराबर भागों में बाँटकर 1 भाग लेना है

अतः 4 फूल आयेंगे।

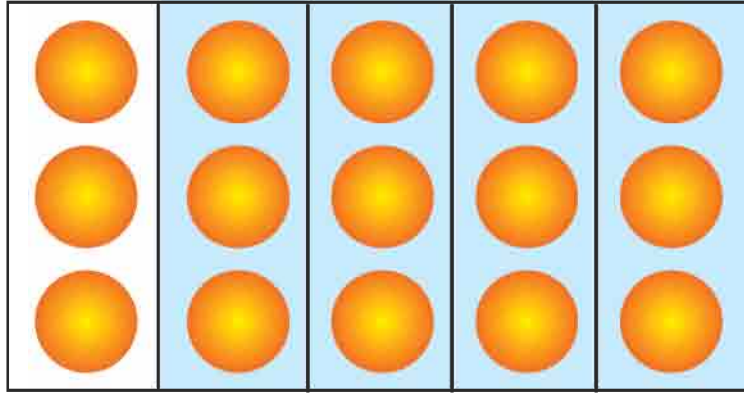
उदाहरण 2. इन 9 पत्तियों के समूह का $\frac{2}{3}$ हिस्सा कितना होगा?



अतः 9 का $\frac{2}{3} =$

9 पत्तियों को 3 बराबर भाग में बाँटने पर 1 भाग में 3 पत्तियाँ 2 भाग में 6 पत्तियाँ होंगी।

उदाहरण 3. इन 15 आकृतियों के समूह का $\frac{4}{5}$ कितना होगा?



15 का $\frac{4}{5}$ भाग करने के लिए हमने 15 को 5 बराबर भागों में बाँटा।

प्रत्येक भाग में 3 आकृतियाँ आयीं।

इस तरह के 4 भाग लेने पर $3 + 3 + 3 + 3 = 12$

अतः 15 का $\frac{4}{5}$ भाग 12 है।

अभ्यास 5.2

1. चित्र बनाकर विभाजन कीजिए।

- (1) 6 गेंदों के समूह का $\frac{1}{2}$ हिस्सा।
- (2) 4 पेंसिलों के समूह का $\frac{1}{4}$ हिस्सा
- (3) 8 टॉफियों के समूह का $\frac{2}{4}$ हिस्सा
- (4) 15 तारों के समूह का $\frac{3}{5}$ हिस्सा

2. चित्र बनाकर हल कीजिए।

- | | |
|-------------------------|--|
| (1) 16 का $\frac{1}{2}$ | |
| (2) 16 का $\frac{1}{4}$ | |
| (3) 10 का $\frac{1}{5}$ | |
| (4) 18 का $\frac{1}{3}$ | |

3. निम्न में से कौन सी भिन्न किसी समूह जिसे 5 समान भागों में बाँटा गया है तथा उसके 3 छायांकित भागों को दर्शाती है।

$$\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{3}{8}, \frac{3}{5}$$

समान अंश वाली भिन्नों की तुलना करना

हम भिन्न को $\frac{\text{अंश}}{\text{हर}}$ के रूप में लिखते हैं।

यदि किसी इकाई के दो भिन्न के अंश समान हों, जैसे $\frac{1}{4}$ और $\frac{1}{6}$ तो बताइए इसमें कौन सी भिन्न बड़ी है और कौन सी छोटी है।



$\frac{1}{4}$ भाग छायांकित

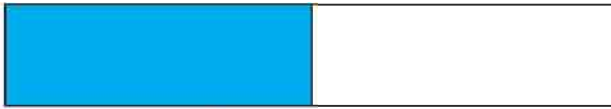


$\frac{1}{6}$ भाग छायांकित

चित्रों में हम देखते हैं कि $\frac{1}{4}$ छायांकित भाग $\frac{1}{6}$ छायांकित भाग से अधिक है। अतः

$\frac{1}{4}$ और $\frac{1}{6}$ में से $\frac{1}{4}$ भिन्न बड़ी है।

आइए कुछ उदाहरण देखें



$\frac{1}{2}$ भाग छायांकित



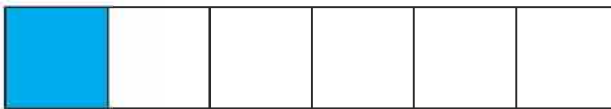
$\frac{1}{3}$ भाग छायांकित



$\frac{1}{4}$ भाग छायांकित



$\frac{1}{5}$ भाग छायांकित



$\frac{1}{6}$ भाग छायांकित



$\frac{1}{8}$ भाग छायांकित

ऊपर के चित्रों में हम देखते हैं कि %

$\frac{1}{2}$ छायांकित भाग बड़ा है $\frac{1}{3}$ छायांकित भाग से, अतः $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$

$\frac{1}{3}$ छायांकित भाग बड़ा है $\frac{1}{4}$ छायांकित भाग से, अतः $\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$

$\frac{1}{4}$ बड़ा है $\frac{1}{5}$ से, अतः $\frac{1}{4} > \frac{1}{5}$

$\frac{1}{5}$ बड़ा है $\frac{1}{6}$ से, अतः $\frac{1}{5} > \frac{1}{6}$

चिह्न $>$ बड़ा है के लिये एवं चिह्न $<$ छोटा है के लिये उपयोग किया जाता है। खुले मुँह के तरफ की संख्या बड़ी होती है एवं बंद मुँह के तरफ की संख्या छोटी होती है।

यदि हम बीच के कोई दो चित्रों की तुलना करें।

$\frac{1}{4}$ छायांकित भाग और $\frac{1}{8}$ छायांकित भाग वाले चित्रों को देखें।

$\frac{1}{4}$ भाग $\frac{1}{8}$ भाग से बड़ा है अतः $\frac{1}{4} > \frac{1}{8}$ से

इस तरह से हमने यह समझा कि :

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{5} > \frac{1}{6} > \frac{1}{7} > \dots \frac{1}{10}$$

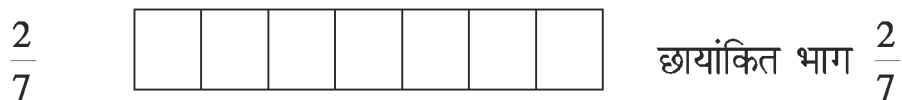
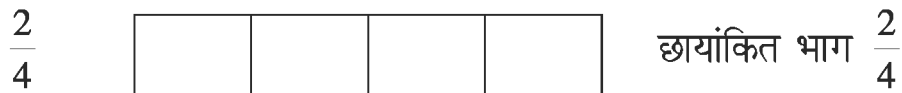
यहाँ सभी भिन्नों के अंश समान हैं एवं हर क्रमशः बढ़ते जा रहे हैं, (2, 3, 4, 5, 6, 7) हम देख रहे हैं कि, हर के बढ़ने से भिन्न छोटी होती जा रही है।

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{5} > \frac{1}{6} > \frac{1}{7} > \dots \frac{1}{10}$$

अतः हम कह सकते हैं

यदि भिन्नों के अंश समान हों और हर अलग-अलग तो जिस भिन्न का हर छोटा होगा। वह भिन्न बड़ी होगी।

उदाहरण 4. $\frac{2}{4}$ और $\frac{2}{7}$ में बड़ी भिन्न बताइए।



दोनों भिन्नों के छायांकित भाग की तुलना करने पर $\frac{2}{4}$ छायांकित भाग वाली

भिन्न बड़ी है। अतः $\frac{2}{4} > \frac{2}{7}$ से

या $\frac{2}{4}$ और $\frac{2}{7}$ को देखने पर दोनों भिन्न के अंश समान हैं अतः छोटे हर वाली भिन्न बड़ी होगी।

उदाहरण 5. बढ़ते क्रम में लिखिए $\frac{7}{9}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{7}{6}$

हल : $\frac{7}{9} < \frac{7}{6} < \frac{7}{2}$

उदाहरण 6. घटते क्रम में लिखिए $\frac{5}{9}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{5}{8}$

हल : $\frac{5}{7} > \frac{5}{8} > \frac{5}{9}$

अभ्यास 5.3

1. नीचे लिखी भिन्नों में से प्रत्येक में बड़ी भिन्न बताइए।

(1) $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{9}$

(2) $\frac{2}{6}$, $\frac{2}{5}$

(3) $\frac{7}{9}$, $\frac{7}{10}$

(4) $\frac{4}{5}$, $\frac{4}{10}$

(5) $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{8}$

(6) $\frac{4}{8}$, $\frac{4}{5}$

(7) $\frac{2}{7}$, $\frac{2}{4}$

(8) $\frac{5}{8}$, $\frac{5}{10}$

2. नीचे लिखी भिन्नों में छोटी भिन्न बताइए।

(1) $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{5}$

(2) $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{7}$

(3) $\frac{4}{8}$, $\frac{4}{7}$

(4) $\frac{5}{9}$, $\frac{5}{7}$

(5) $\frac{3}{6}$, $\frac{3}{4}$

(6) $\frac{2}{9}$, $\frac{2}{6}$

(7) $\frac{3}{10}$, $\frac{3}{15}$

(8) $\frac{4}{22}$, $\frac{4}{20}$

3. नीचे लिखी भिन्नों में छोटी (<) एवं बड़ी (>) का चिह्न लगाइए।

(1) $\frac{3}{10}$ $\frac{3}{8}$

(2) $\frac{2}{3}$ $\frac{2}{5}$

(3) $\frac{3}{5}$ $\frac{3}{10}$

(4) $\frac{4}{8}$ $\frac{4}{6}$

(5) $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{6}$

(6) $\frac{5}{10}$ $\frac{5}{7}$

(7) $\frac{2}{12}$ $\frac{2}{6}$

(8) $\frac{4}{7}$ $\frac{4}{9}$

4. नीचे दी गई भिन्न को बढ़ते क्रम में लिखिए।

(1) $\frac{2}{8}, \frac{2}{5}, \frac{2}{4}, \frac{2}{9}$

हल : $\frac{2}{9} < \frac{2}{8} < \frac{2}{5} < \frac{2}{4}$

(2) $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{2}$

(3) $\frac{3}{6}, \frac{3}{8}, \frac{3}{4}, \frac{3}{10}$

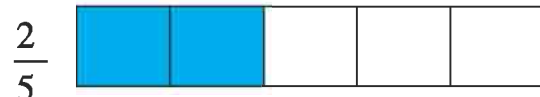
(4) $\frac{5}{12}, \frac{5}{6}, \frac{5}{7}, \frac{5}{20}$

समान हर वाली भिन्नों की तुलना करना

नीचे दिए गए भिन्नों के दोनों समूहों को देखिए।

समूह अ

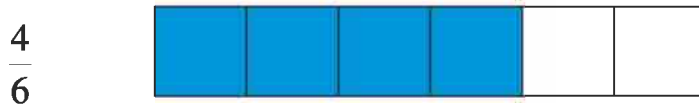
समूह ब



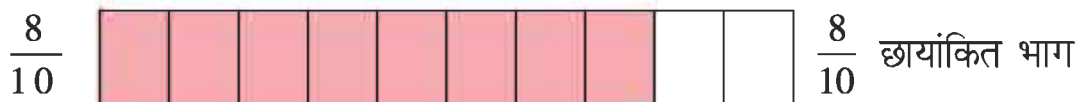
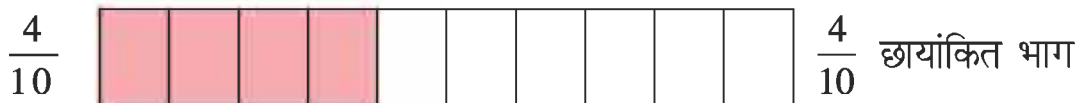
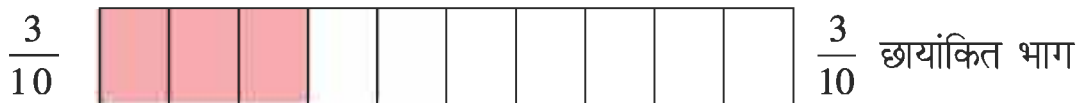
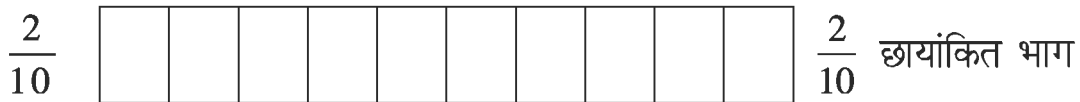
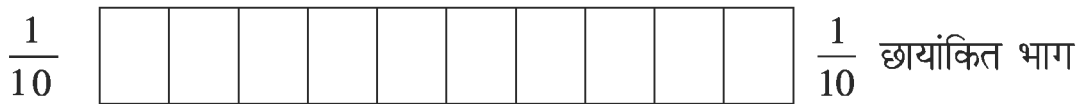
हम देखते हैं कि समूह अ के भिन्न $\frac{1}{4}$ और $\frac{3}{4}$ में दोनों भिन्नों की हर 4 है। अतः

दोनों समान हर वाली भिन्न हैं जबकि समूह ब के भिन्न $\frac{1}{4}$ में हर 4, एवं $\frac{2}{5}$ में हर 5 है। अतः ये दोनों भिन्न असमान हर वाली भिन्न हैं। असमान हर वाली भिन्नों की तुलना, देखकर करना कठिन है।

जैसे $\frac{5}{7}$ और $\frac{4}{6}$ में कौन बड़ा है



अतः देखकर कहना कठिन है कौन सी भिन्न बड़ी है। अब समान हर वाली भिन्नों की तुलना करते हैं।



इन भिन्नों को देखकर हम बता सकते हैं कि :

$$\frac{1}{10} \text{ भिन्न छोटी है } \frac{2}{10} \text{ भिन्न से,} \quad \frac{1}{10} < \frac{2}{10}$$

$$\frac{2}{10} \text{ भिन्न छोटी है } \frac{3}{10} \text{ भिन्न से,} \quad \frac{2}{10} < \frac{3}{10}$$

$$\text{इसी तरह } \frac{3}{10} < \frac{4}{10} \text{ से,} \quad \frac{4}{10} < \frac{5}{10}$$

बीच के दो भिन्न को भी देखकर तुलना कर सकते हैं।

$$\frac{2}{10} < \frac{5}{10} \text{ से} \quad \text{या} \quad \frac{7}{10} < \frac{9}{10}$$

अतः इन भिन्नों की तुलना करने पर हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि]

हर समान होने पर जिस भिन्न का अंश बड़ा होगा। वह भिन्न बड़ी होगी।

उदाहरण 7. $\frac{5}{8}$ और $\frac{3}{8}$ में बड़ी भिन्न बताइए।

हल : $\frac{5}{8}$

--	--	--	--	--	--	--	--

$\frac{3}{8}$

--	--	--	--	--	--	--	--

अतः $\frac{5}{8}$ और $\frac{3}{8}$ भिन्न में $\frac{5}{8}$ भिन्न बड़ी है।

या $\frac{5}{8}$ और $\frac{3}{8}$ भिन्नों के लिये हम जानते हैं कि समान हर वाली भिन्न में जिस भिन्न का अंश बड़ा होगा वह भिन्न बड़ी होगी।

$\frac{5}{8}$ और $\frac{3}{8}$ में अंश 5 और 3 में 5 बड़ा है। अतः 5 अंश वाली भिन्न

$\frac{5}{8}$ बड़ी होगी।

अभ्यास 5.4

1. नीचे लिखी भिन्न में बड़ी भिन्न बताइए।

(1) $\frac{5}{8}, \frac{4}{8}$

(2) $\frac{1}{6}, \frac{3}{6}$

(3) $\frac{10}{12}, \frac{8}{12}$

(4) $\frac{5}{10}, \frac{8}{10}$

(5) $\frac{3}{5}, \frac{2}{5}$

(6) $\frac{6}{8}, \frac{5}{8}$

(7) $\frac{3}{4}, \frac{2}{4}$

(8) $\frac{12}{20}, \frac{13}{20}$

2. सत्य/असत्य लिखिए।

(1) समान हर वाली दो भिन्नों में बड़े अंश वाली भिन्न छोटी भिन्न होगी।

(2) $\frac{10}{12}$ और $\frac{3}{12}$ में $\frac{3}{12}$ भिन्न बड़ी भिन्न है।

(3) $\frac{3}{5} > \frac{4}{5}$

(4) $\frac{8}{10} > \frac{5}{10}$

3. नीचे लिखे भिन्नों को बढ़ते क्रम में लिखिए।

(1) $\frac{3}{5}, \frac{1}{5}, \frac{4}{5}, \frac{2}{5}$

(2) $\frac{5}{7}, \frac{1}{7}, \frac{3}{7}, \frac{6}{7}$

(3) $\frac{3}{8}, \frac{6}{8}, \frac{2}{8}, \frac{7}{8}$

(4) $\frac{3}{6}, \frac{1}{6}, \frac{4}{6}, \frac{2}{6}$

4. नीचे लिखे भिन्नों को घटते क्रम में लिखिए।

(1) $\frac{3}{10}, \frac{6}{10}, \frac{9}{10}, \frac{4}{10}$

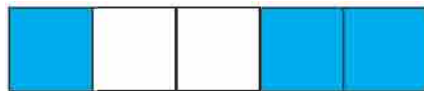
(2) $\frac{2}{8}, \frac{4}{8}, \frac{6}{8}, \frac{7}{8}$

(3) $\frac{7}{9}, \frac{3}{9}, \frac{6}{9}, \frac{5}{9}$

(4) $\frac{3}{8}, \frac{1}{8}, \frac{5}{8}, \frac{6}{8}$

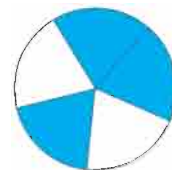
समान हर वाले भिन्नों का जोड़

नीचे चित्र में एक इकाई को 5 बराबर भागों में विभाजित किया गया है। इसका प्रत्येक भाग पूर्ण का $\frac{1}{5}$ प्रदर्शित करता है इसमें बायीं ओर का एक भाग तथा दायीं ओर के 2 भाग छायांकित दिखाए गए हैं।



$$\frac{1}{5}$$

$$\frac{2}{5}$$



$$\frac{2}{5}$$

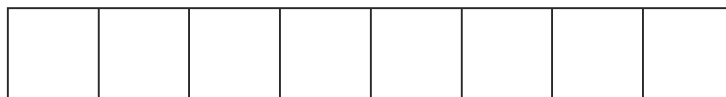
$$\frac{1}{5}$$

यहाँ बायीं ओर का एक छायांकित भाग संपूर्ण का $\frac{1}{5}$ एवं दायीं ओर के दो छायांकित भाग संपूर्ण का $\frac{2}{5}$ प्रदर्शित करते हैं।

बायीं ओर का 1 छायांकित भाग तथा दायीं ओर के 2 छायांकित भाग मिलाकर 3 छायांकित भाग होंगे। इसलिए

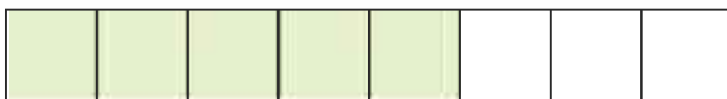
$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{1+2}{5} = \frac{3}{5}$$

इसी प्रकार यदि भिन्न $\frac{2}{8}$ और $\frac{3}{8}$ को जोड़ना है तो इसके लिए एक इकाई के आठ बराबर भाग कर



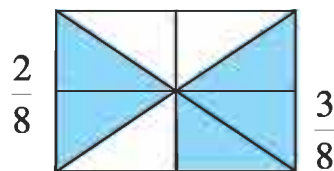
पहले हमने $\frac{2}{8}$ भाग छायांकित किए याने 8 बराबर भाग के 2 भाग छायांकित किए।

इसमें $\frac{3}{8}$ भाग और मिलाना है याने 8 बराबर भाग के 3 भाग और मिलाते हैं।



$$\frac{2}{8}$$

$$\frac{3}{8}$$



$$\frac{2}{8}$$

$$\frac{3}{8}$$

कुल छायांकित भाग $\frac{5}{8}$

$\frac{2}{8}$ और $\frac{3}{8}$ भाग मिलाने पर हमें सम्पूर्ण इकाई के $\frac{5}{8}$ भाग छायांकित मिलते हैं।

इन उदाहरण से हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि, भिन्नों के हर समान होने पर,

$$\text{भिन्नों का जोड़} = \frac{\text{अंशों का जोड़}}{\text{हर}}$$

उदाहरण 8. $\frac{5}{7} + \frac{6}{7}$

हल : $\frac{5}{7} + \frac{6}{7} = \frac{5+6}{7}$
 $= \frac{11}{7}$

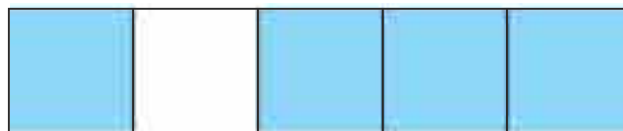
उदाहरण 9. $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8}$

हल : $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3+2+1}{8}$
 $= \frac{6}{8}$

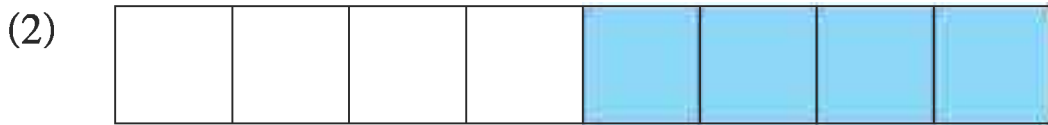
अभ्यास 5.5

1. चित्रों को देखिए और खाली स्थान भरिए।

(1)



$$\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \dots\dots\dots$$



$$\dots\dots\dots + \frac{4}{8} = \frac{6}{8}$$



$$\dots\dots\dots + \dots\dots = \dots\dots\dots$$



$$\frac{4}{10} + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

2. योगफल ज्ञात कीजिए।

(1) $\frac{2}{6} + \frac{4}{6}$

(2) $\frac{3}{7} + \frac{2}{7}$

(3) $\frac{1}{4} + \frac{3}{4}$

(4) $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$

(5) $\frac{2}{8} + \frac{4}{8}$

(6) $\frac{3}{10} + \frac{7}{10}$

(7) $\frac{2}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$

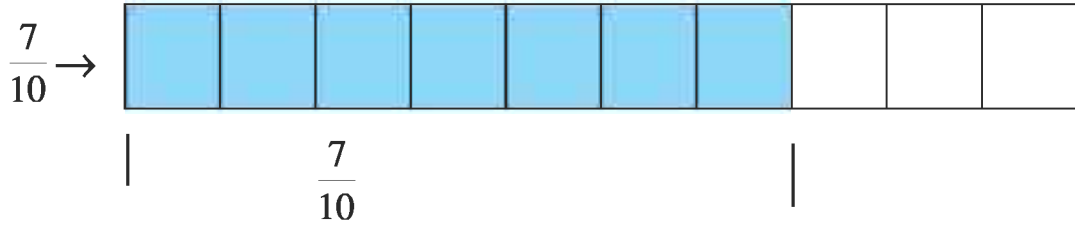
(8) $\frac{3}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9}$

समान हर वाले भिन्नों को घटाना

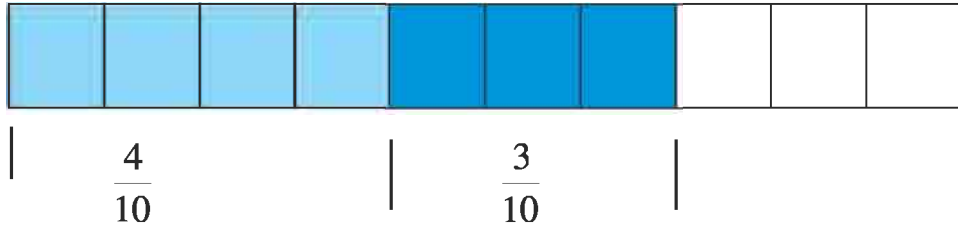
यहाँ हम सम-हर भिन्नों का अंतर ज्ञात करेंगे।

जैसे हम $\frac{7}{10}$ में से $\frac{3}{10}$ कम करना चाहते हैं।

$\frac{7}{10}$ का मतलब 10 बराबर भागों में से 7 भाग



$\frac{7}{10}$ छायांकित भाग में से $\frac{3}{10}$ छायांकित भाग का कम करना है।



$\frac{7}{10}$ भाग में से $\frac{3}{10}$ भाग कम कर देंगे तो शेष बचे भाग $\frac{4}{10}$ होंगे।

$$\begin{aligned} \text{या } \frac{7}{10} - \frac{3}{10} \\ &= \frac{7-3}{10} \\ &= \frac{4}{10} \end{aligned}$$

अतः दो समान हर वाले

$$\text{भिन्नों का अंतर} = \frac{\text{उनके अंशों का अंतर}}{\text{हर}}$$

अभ्यास 5.6

1. खाली स्थान भरिए।

(1) $\frac{6}{8} - \frac{2}{8} = \frac{6-2}{8} = \dots\dots$

(2) $\frac{5}{7} - \frac{3}{7} = \frac{\dots}{7} = \dots\dots$

(3) $\frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \dots\dots = \dots\dots$

(4) $\frac{5}{9} - \frac{3}{9} = \dots\dots = \dots\dots$

2. अंतर ज्ञात कीजिए।

(1) $\frac{3}{5} - \frac{1}{5}$

(2) $\frac{3}{7} - \frac{2}{7}$

$$(3) \frac{6}{9} - \frac{3}{9}$$

$$(4) \frac{8}{10} - \frac{4}{10}$$

3. घटाइए।

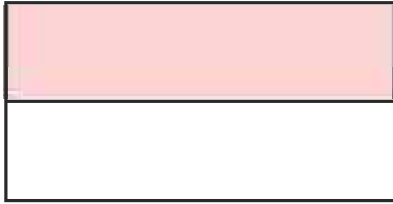
$$(1) \frac{7}{8} \text{ में से } \frac{2}{8}$$

$$(2) \frac{3}{9} \text{ में से } \frac{1}{9}$$

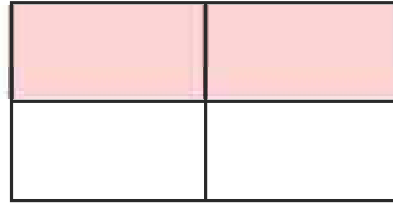
$$(3) \frac{6}{10} \text{ में से } \frac{3}{10}$$

$$(4) \frac{6}{8} \text{ में से } \frac{2}{8}$$

4.4 किसी समूह या इकाई के भागों को तुल्य भिन्न या समतुल्य भिन्न के रूप में समझना
आइए निम्नलिखित दो भिन्नो पर विचार करें।



$$\frac{1}{2}$$



$$\frac{2}{4}$$

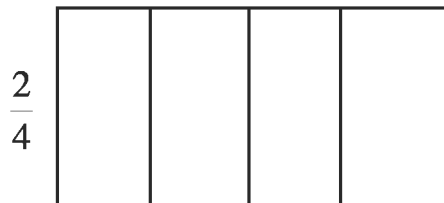
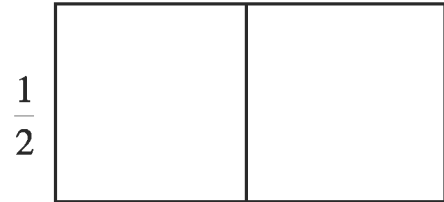
दोनों चित्रों में छायांकित भाग समान (बराबर) हैं, लेकिन दोनों को अलग-अलग भिन्न संख्याओं द्वारा दर्शाया गया है। यह दोनों संख्याएँ समतुल्य भिन्न कहलाते हैं। हम कह सकते

हैं कि,
$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

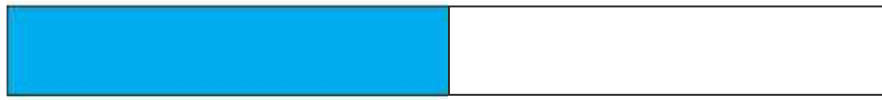
अब हम $\frac{1}{2}$ और $\frac{2}{4}$ भाग को ध्यान से देखें।

दोनों भाग बराबर हैं

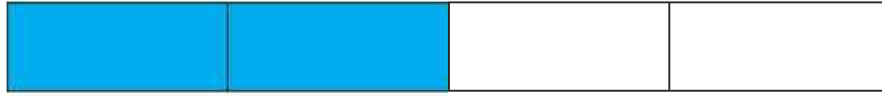
तो हम कह सकते हैं $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$



नीचे बने चित्रों के छायांकित भाग को देखें।



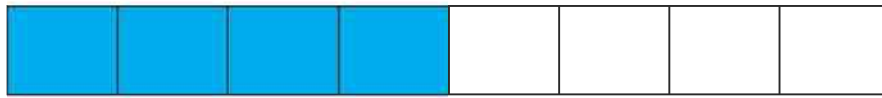
छायांकित भाग $\frac{1}{2}$



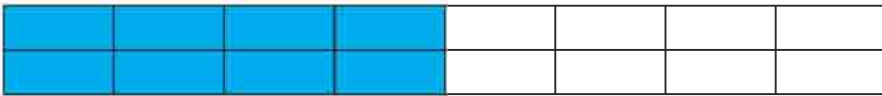
छायांकित भाग $\frac{2}{4}$



छायांकित भाग $\frac{3}{6}$



छायांकित भाग $\frac{4}{8}$



छायांकित भाग $\frac{8}{16}$

ऊपर के सभी चित्रों में छायांकित भाग समान है जबकि प्रत्येक चित्र में बराबर किये गये भागों की संख्या और छायांकित किये भागों की संख्या निम्नानुसार अलग-अलग है।

$$\frac{1}{2} , \frac{2}{4} , \frac{3}{6} , \frac{4}{8} , \frac{8}{16}$$

ऐसी भिन्नों को हम बराबर या समतुल्य भिन्न कहते हैं।

$$\text{अतः } \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16}$$

तुल्य भिन्न वस्तु के समान भाग को दर्शाती है।

अभी हमने देखा कि $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$ समतुल्य भिन्न हैं। इन भिन्नों को देखने से ज्ञात होता है कि किसी भिन्न के अंश और हर को किसी एक ही संख्या (शून्य को छोड़कर) से गुणा कर दिया जाए तो हमें समतुल्य भिन्न प्राप्त होती है। जैसे-

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 4}{2 \times 4} = \frac{4}{8}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \dots$$

किसी भिन्न के अंश और हर को समान संख्या से गुणा करने पर समतुल्य भिन्न प्राप्त होती है।

इस प्रकार किसी दी हुई भिन्न को अनेक समतुल्य भिन्नों में बदल सकते हैं। उदाहरण के लिये, भिन्न $\frac{2}{5}$ को लेते हैं।

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 2}{5 \times 2} = \frac{4}{10}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{15}$$

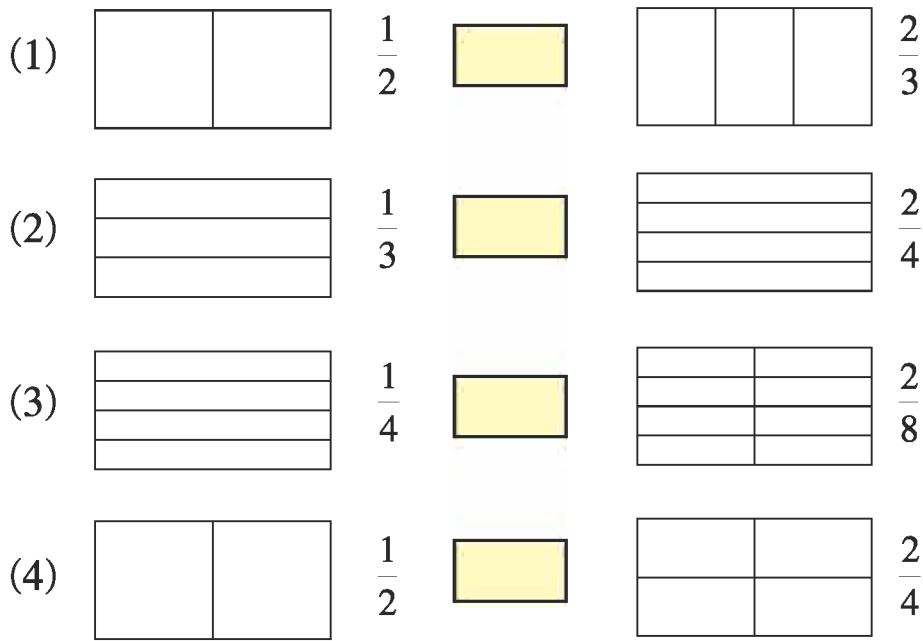
अतः दी हुई भिन्न $\frac{2}{5}$ की समतुल्य भिन्नें $\frac{4}{10}$, $\frac{6}{15}$ हैं।

अब आप $\frac{2}{7}$ की छः समतुल्य भिन्नें बनाएँ।

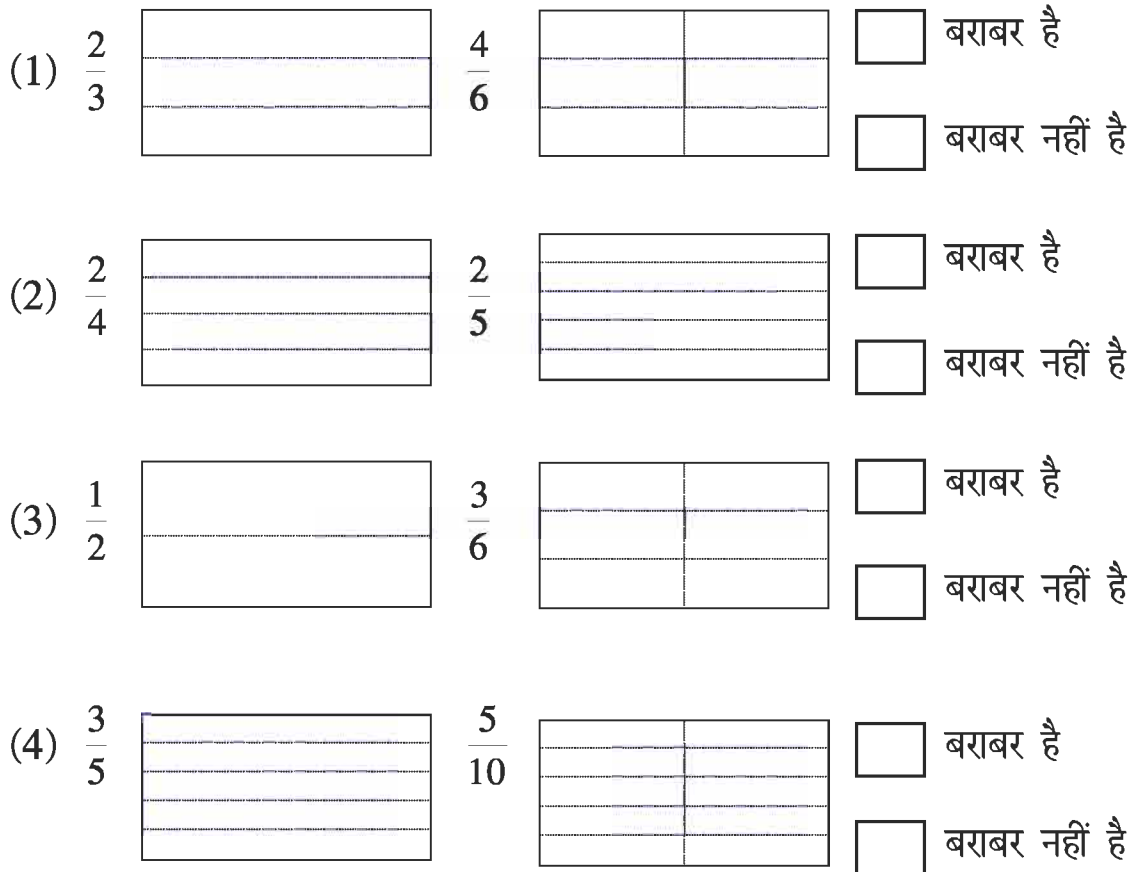
$\frac{2}{7} =$	<input type="text"/>	$\frac{2}{7} =$	<input type="text"/>
$\frac{2}{7} =$	<input type="text"/>	$\frac{2}{7} =$	<input type="text"/>
$\frac{2}{7} =$	<input type="text"/>	$\frac{2}{7} =$	<input type="text"/>

अभ्यास 5.7

- चित्रों में बनी हुई दो भिन्न तुल्य हैं या नहीं। प्रत्येक के लिये बराबर (=) या बराबर नहीं (\neq) बॉक्स में लिखिए।



2. निम्न भिन्नो के लिये खाली बाक्स में चित्र बनाइए और बताइए दोनों भिन्न बराबर हैं या नहीं?



3. दी गई भिन्न के समतुल्य भिन्न पर गोला लगाईए।

जैसे $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{3}, \left(\frac{2}{4}\right), \frac{2}{2}, \left(\frac{3}{6}\right), \left(\frac{4}{8}\right), \frac{5}{8}, \left(\frac{6}{12}\right)$

(1) $\frac{2}{3} \rightarrow \frac{4}{8}, \frac{4}{6}, \frac{5}{10}, \frac{5}{15}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}$

(2) $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \frac{6}{12}, \frac{7}{14}, \frac{8}{24}$

(3) $\frac{2}{5} \rightarrow \frac{4}{10}, \frac{5}{15}, \frac{6}{15}, \frac{7}{35}, \frac{8}{20}, \frac{10}{25}$

(4) $\frac{3}{4} \rightarrow \frac{6}{8}, \frac{5}{7}, \frac{9}{12}, \frac{16}{20}, \frac{12}{16}, \frac{15}{20}$

4. निम्न भिन्न के लिये अंश और हर में एक ही संख्या का गुणा करके 4 तुल्य भिन्न बनाइए।

जैसे $\frac{1}{3} \rightarrow \frac{1}{3} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{6}, \frac{1}{3} \times \frac{3}{3} = \frac{3}{9}, \frac{1}{3} \times \frac{4}{4} = \frac{4}{12}, \frac{1}{3} \times \frac{5}{5} = \frac{5}{15}$

(1) $\frac{3}{5} \rightarrow$

(2) $\frac{4}{5} \rightarrow$

(3) $\frac{5}{6} \rightarrow$

(4) $\frac{5}{7} \rightarrow$

सम भिन्न, विषम भिन्न और मिश्र भिन्न

नीचे भिन्नों के दो समूह अ और ब दिए हुए हैं

समूह अ

$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{4}{7}, \frac{7}{10}$

समूह ब

$\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{6}{5}, \frac{10}{7}, \frac{12}{9}$

समूह अ और समूह ब की भिन्नों को ध्यान से देखने पर हम देखते हैं कि,
समूह अ में प्रत्येक भिन्न का अंश अपने हर से छोटा है।
समूह ब में प्रत्येक भिन्न का अंश अपने हर से बड़ा है।

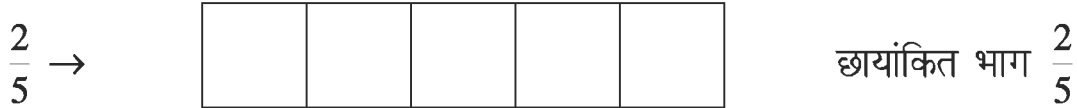
वह भिन्न जिसका अंश, हर से छोटा होता है उसे सम भिन्न कहते हैं।

वह भिन्न जिसका अंश, हर से बड़ा होता है उसे विषम भिन्न कहते हैं।

इस तरह समूह अ की सभी भिन्न सम भिन्न हैं।

समूह ब की सभी भिन्न विषम भिन्न हैं।

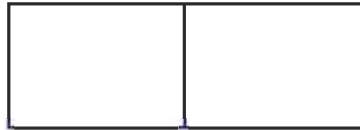
सम भिन्न को हम चित्र बनाकर दिखा सकते हैं।



लेकिन विषम भिन्न को कैसे दिखाएंगे?

आइए देखें $\frac{3}{2}$

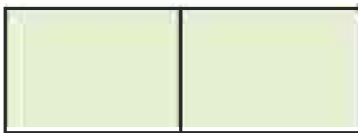
$\frac{3}{2}$ का तात्पर्य किसी इकाई के दो बराबर भाग किये। (चूंकि हर 2 है)।



इसमें से 3 भाग छायांकित करना है (क्योंकि अंश 3 है)। हम दो ही भाग छायांकित कर सकते हैं। तीसरे भाग के लिये हमें एक और इकाई की जरूरत पड़ेगी।

$\frac{2}{2}$ छायांकित भाग में पूरी इकाई छायांकित हो गई।

अतः इसे हम 1 लिख सकते हैं अब $\frac{1}{2}$ छायांकित भाग और चाहिए।



$\leftarrow \frac{2}{2}$ या 1 \rightarrow



$\leftarrow \frac{1}{2}$ \rightarrow

$$\frac{2}{2} + \frac{1}{2} \quad \text{या} \quad 1 + \frac{1}{2}$$

यह भाग $\frac{3}{2}$ के बराबर है।

$$1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

अतः $\frac{3}{2}$ को हम $1\frac{1}{2}$ लिख सकते हैं तथा इसे 'एक सही एक बटे दो' पढ़ते हैं।

अगर विषम भिन्न को पूरी इकाई और भिन्न के रूप में लिखते हैं, तो इसे मिश्र भिन्न कहते हैं।

या जब कोई भिन्न पूर्ण संख्या तथा सम भिन्न को मिलाकर लिखी गई हो, तो इसे मिश्र भिन्न कहते हैं।

उदाहरण 10. $1\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{3}$, $2\frac{3}{4}$, $3\frac{3}{4}$, $1\frac{7}{8}$ सभी मिश्र भिन्न हैं।

इन्हें $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{11}{4}$, $\frac{15}{4}$, $\frac{15}{8}$ के रूप में लिखने पर विषम भिन्न बन जावेगी।

अभ्यास 5.8

1. निम्नलिखित में कौन-सी सम भिन्न है।

$\frac{1}{4}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{4}{8}$
$\frac{5}{10}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{10}$

2. निम्नलिखित में कौन-कौन-सी विषम भिन्न है।

$\frac{2}{3}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{11}{3}$	$\frac{6}{4}$
$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{5}{3}$

3. निम्न में कौन कौन सी मिश्र भिन्न है।

$$1\frac{2}{3}, \quad 2\frac{1}{7}, \quad \frac{13}{7}, \quad \frac{6}{8}, \quad 4\frac{1}{5}$$

$$3\frac{1}{2}, \quad \frac{3}{5}, \quad \frac{4}{8}, \quad 6\frac{1}{3}, \quad \frac{12}{10}$$

4. निम्न में से कौन सी भिन्न मिश्र भिन्न बन सकती है।

$$\frac{3}{4}, \quad \frac{5}{6}, \quad \frac{6}{4}, \quad \frac{7}{5}, \quad \frac{2}{3}, \quad \frac{6}{8}$$

$$\frac{3}{9}, \quad \frac{4}{2}, \quad \frac{5}{7}, \quad \frac{3}{9}, \quad \frac{8}{6}, \quad \frac{6}{5}$$

सम भिन्न, विषम भिन्न और तुल्य भिन्न छाँट कर लिखिए।

$\frac{10}{1}$	$\frac{10}{2}$	$\frac{10}{3}$	$\frac{10}{4}$	$\frac{10}{5}$	$\frac{10}{6}$	$\frac{10}{7}$	$\frac{10}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{10}{10}$
$\frac{9}{1}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{9}{3}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{9}{5}$	$\frac{9}{6}$	$\frac{9}{7}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{9}$	$\frac{9}{10}$
$\frac{8}{1}$	$\frac{8}{2}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{8}{4}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{8}{6}$	$\frac{8}{7}$	$\frac{8}{8}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{8}{10}$
$\frac{7}{1}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{7}{7}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{7}{10}$
$\frac{6}{1}$	$\frac{6}{2}$	$\frac{6}{3}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{6}{6}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{6}{9}$	$\frac{6}{10}$
$\frac{5}{1}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{5}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{5}{10}$
$\frac{4}{1}$	$\frac{4}{2}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{10}$
$\frac{3}{1}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{3}{10}$
$\frac{2}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{10}$
$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$

मिश्र भिन्न को विषम भिन्न में बदलना

$5\frac{3}{8}$ एक मिश्र भिन्न है। इसे विषम भिन्न में इस प्रकार से बदलते हैं

$$\text{हम जानते हैं कि } 5\frac{3}{8} = 5 + \frac{3}{8}$$

अब 5 को एक भिन्न के रूप में लिखने का प्रयास करते हैं जिसमें हर 8 हो जाए।

$$\text{हम लिख सकते हैं } 5 = \frac{5}{1} = \frac{5 \times 8}{1 \times 8} = \frac{5 \times 8}{8}$$

$$\text{अब } 5\frac{3}{8} = \frac{5 \times 8}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5 \times 8 + 3}{8} = \frac{40 + 3}{8} = \frac{43}{8}$$

इस प्रक्रिया को निम्न पदों में दर्शाया गया है।

(1) पहले 8 का 5 में गुणा करते हैं।

$$8 \times 5 = 40$$

(2) अब इस गुणनफल 40 में 3 को जोड़ते हैं।

$$40 + 3 = 43$$

(3) इस प्रकार भिन्न बन जाती है $\frac{43}{8}$

$$\frac{43}{8} \text{ एक विषम भिन्न है।}$$

अब $3\frac{4}{5}$ को विषम भिन्न में बदलकर देखें

$$(1) \text{ पहले } 5 \times 3 = 15$$

$$(2) \text{ और } 15 + 4 = 19$$

$$(3) \text{ अतः } 3\frac{4}{5} = \frac{19}{5}$$

विषम भिन्न को मिश्र भिन्न में बदलना

$\frac{9}{2}$ एक विषम भिन्न है। इसे मिश्र भिन्न में इस प्रकार से बदलते हैं।

(1) 9 में 2 का भाग देते हैं

$$\begin{array}{r} 4 \\ 2 \overline{) 9} \\ \underline{-8} \\ 1 \text{ शेष} \end{array}$$

(2) इसे लिखते हैं $4\frac{1}{2}$

$\frac{9}{2}$ में 4 पूरी इकाई और पाँचवीं इकाई का $\frac{1}{2}$ हिस्सा

$4\frac{1}{2}$ एक मिश्र भिन्न है।

अब $\frac{15}{4}$ को मिश्र भिन्न में बदलकर देखें

$$\begin{array}{r} 3 \\ 4 \overline{) 15} \\ \underline{- 12} \\ 3 \text{ शेष} \end{array}$$

अतः $\frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$

अभ्यास 5.9

1. दी हुई भिन्नों को मिश्र भिन्न में बदलिए।

(1) $\frac{12}{5}$

(2) $\frac{20}{9}$

(3) $\frac{15}{4}$

(4) $\frac{72}{10}$

(5) $\frac{61}{10}$

(6) $\frac{154}{9}$

(7) $\frac{16}{7}$

(8) $\frac{125}{8}$

2. मिश्र भिन्नों को विषम भिन्न में बदलिए।

(1) $4\frac{2}{5}$

(2) $7\frac{1}{3}$

(3) $9\frac{4}{5}$

(4) $6\frac{1}{2}$

(5) $5\frac{3}{4}$

(6) $10\frac{3}{7}$

(7) $3\frac{3}{10}$

(8) $8\frac{5}{7}$