पाठ 1

प्राकृत संख्याएँ एवं पूर्ण संख्याएँ

आइए सीखें-

- प्राकृत संख्याएँ क्या हैं?
- पूर्ण संख्याएँ क्या हैं?
- संख्या रेखा को समझना।
- परवर्ती संख्याएँ एवं पूर्ववर्ती संख्याएँ।
- पूर्ण संख्याओं पर संक्रियाओं के गुण।

प्राकृत संख्याएँ

हमें गिनती आती है 1, 2, 3, 4, 5, 6,....। यदि हम गिनते चले जाएँ तो गिनती कभी समाप्त नहीं होगी। 100 के बाद 101, 102, 103... और 1000 के बाद 1001, 1002, 1003 ... इत्यादि।

इन संख्याओं की खोज गिनने के लिए हुई। इसलिए इनको गणन संख्याएँ (counting numbers) कहते हैं। ये गणन संख्याएँ ही प्राकृत संख्याएँ कहलाती हैं। इस प्रकार 1, 2, 3.... 47.... 98 ...... 510..... 6840...... 17325.... आदि सभी प्राकृत संख्याएँ हैं। इन संख्याओं को जो 1 से प्रारंभ होती हैं, ध्यान से देखें तो हमें दो संख्याओं के बीच एक विशेषता पता चलती है। जैसे :-

205, 206, 207, 208....

$$205 \rightarrow 205 + 1 = 206$$
$$206 \rightarrow 206 + 1 = 207$$
$$207 \rightarrow 207 + 1 = 208$$

अतः हम पाते हैं कि आगे आने वाली हर संख्या अपने ठीक पहले की संख्या से 1 अधिक है।

परवर्ती संख्याएँ (Successor Numbers)

किसी संख्या में 1 जोड़ने पर उस संख्या से आगे की संख्या प्राप्त की जा सकती है।

$$16 \rightarrow 16 + 1 = 17$$
$$17 \rightarrow 17 + 1 = 18$$

अतः संख्या 17, संख्या 16 की परवर्ती संख्या है और 18, संख्या 17 की परवर्ती संख्या है।

पूर्ववर्ती संख्याएँ (Predecessor Numbers)

पूर्ववर्ती संख्या को समझने के लिये दिए गए उदाहरणों को देखिए

$$45 - 1 = 44$$
$$88 - 1 = 87$$
$$793 - 1 = 792$$
$$1570 - 1 = 1569$$

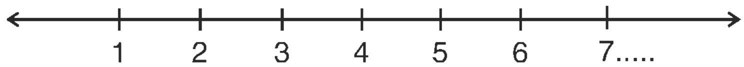
इन उदाहरणों से पता चलता है कि किसी भी संख्या में से 1 घटाने पर प्राप्त संख्या उसकी पूर्ववर्ती कहलाती है। अब आप नीचे दी गई संख्याओं की पूर्ववर्ती संख्याएँ पता लगाइए

25, 204, 1763, 48291

संख्या रेखा

आइए हम एक सीधी रेखा पर संख्याओं को अंकित करते हैं।

इस रेखा के किसी एक बिन्दु पर 1 को अंकित करें। इसके बाद 1 से बराबर-बराबर दूरी के कुछ निशान बना लें। 1 के बाद पहले निशान पर 2, दूसरे पर 3, तीसरे पर 4, चौथे पर 5 इस तरह आगे क्रम से अंकित करते जाएँ। इस तरह हमारी संख्या रेखा बन जाएगी।



इस रेखा को देखने पर हम पाते हैं कि

- 1 सबसे छोटी प्राकृत संख्या है।
- सबसे बड़ी प्राकृत संख्या सम्भव नहीं है क्योंकि बड़ी से बड़ी प्राकृत संख्या में 1 जोड़ने पर परवर्ती संख्या मिलेगी जो उस संख्या से बड़ी होगी।
- किसी भी संख्या के दायीं ओर उसकी परवर्ती संख्या होती है तथा बायीं ओर पूर्ववर्ती।
- किसी संख्या के दायीं ओर की संख्याएँ उससे बड़ी होती हैं और बायीं ओर की संख्याएँ छोटी होती हैं।

संख्या शून्य

मैदान में कुछ छात्र पी.टी. कर रहे हैं। पी.टी. करने वाले छात्रों की संख्या कितनी है। इसे हम गिनकर पता लगा सकते हैं। घंटी बजने पर सभी छात्र चले जाते हैं। अब मैदान में कोई भी छात्र नहीं है। इसको हम कहते हैं कि मैदान में छात्रों की संख्या 'शून्य' है। शून्य को हम "0" के द्वारा प्रदर्शित करते हैं। 'कुछ भी नहीं' को 0 द्वारा प्रदर्शित करते हैं। 0 प्राकृत संख्या नहीं है। शून्य की खोज भारत में हुई।

पूर्ण संख्या

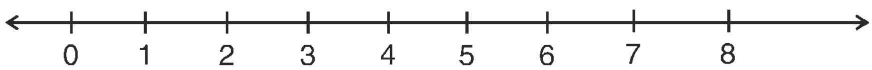
प्राकृत संख्याओं में अगर शून्य को शामिल कर लें तो ये संख्याएँ पूर्ण संख्याएँ बन जाती हैं।

प्राकृत संख्याएँ (1, 2, 3, 4, 5, 6.....)

पूर्ण संख्याएँ (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...)

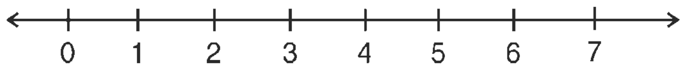
0 पूर्ण संख्या है प्राकृत संख्या नहीं है। सभी प्राकृत संख्याएँ पूर्ण संख्याएँ हैं।

पूर्ण संख्याओं के कुछ और गुणों को जानने के लिए इन्हें हम संख्या रेखा पर अंकित करते हैं।



संख्या रेखा पर किसी संख्या के ठीक पहले आने वाली संख्या पूर्ववर्ती संख्या और उसके ठीक बाद (दायीं ओर) की सभी संख्याएँ परवर्ती संख्याएँ कहलाती हैं।

0 के पहले कोई पूर्ववर्ती पूर्ण संख्या नहीं है। संख्या रेखा को देखने पर हम पाते हैं कि -



- शून्य (0) सबसे छोटी पूर्ण संख्या है।
- सबसे बड़ी पूर्ण संख्या सम्भव नहीं है।
- किसी पूर्ण संख्या के ठीक दायीं ओर की संख्या उसकी परवर्ती और ठीक बायीं ओर की संख्या उसकी पूर्ववर्ती संख्या कहलाती है।
- शून्य (0) की पूर्ववर्ती कोई पूर्ण संख्या नहीं है।
- किसी पूर्ण संख्या के दायीं ओर की संख्याएँ उससे बड़ी और बायीं ओर की संख्याएँ उससे छोटी संख्या होती हैं।

उदाहरण 1.

दी गई संख्याओं की परवर्ती संख्याएँ लिखिए-

(1) 1005 (2) 3058 (3) 10000

हल-

संख्या	परवर्ती संख्या
1005	1005 + 1 = 1006
3058	3058 + 1 = 3059
10000	10000 + 1 = 10001

उदाहरण 2.

दी गई संख्याओं की पूर्ववर्ती संख्याएँ लिखिए-

695, 7069, 30004

हल-

संख्या	पूर्ववर्ती संख्या
695	695 – 1 = 694
7069	7069 – 1 = 7068
30004	30004 – 1 = 30003

प्रश्नावली 1.1

1. लिखिए :
   (1) सबसे छोटी प्राकृत संख्या।
   (2) सबसे छोटी पूर्ण संख्या।
2. यदि संभव हो तो लिखिए :
   (1) सबसे बड़ी प्राकृत संख्या।
   (2) सबसे बड़ी पूर्ण संख्या।

3. क्या सभी प्राकृत संख्याएँ, पूर्ण संख्याएँ भी हैं? क्या सभी पूर्ण संख्याएँ, प्राकृत संख्याएँ भी हैं?

4. निम्न संख्याओं में से प्रत्येक के पूर्ववर्ती लिखिए-

   (1) 191, (2) 8032, (3) 10000, (4) 5734

5. निम्न संख्याओं में से प्रत्येक के परवर्ती लिखिए-

   (1) 307, (2) 1115, (3) 98765, (4) 9584

6. संख्या 10 और 30 के बीच कितनी पूर्ण संख्याएँ हैं?

7. नीचे दिए युग्मों में बताइए कि कौन सी संख्या बड़ी है।

   (1) 567, 576, (2) 123, 132, (3) 3456, 345

8. 788897 से प्रारंभ करके अगली तीन क्रमगत पूर्ण संख्याएँ लिखिए।

9. निम्न में से प्रत्येक कथन के समक्ष सत्य (T) अथवा असत्य (F) लिखिए-

   (1) 5 अंकों वाली सबसे छोटी संख्या, 4 अंकों वाली सबसे बड़ी संख्या की परवर्ती होती है।

   (2) पूर्ण संख्या 1 का पूर्ववर्ती 0 होता है।

   (3) शून्य (0) प्राकृत संख्या है।

   (4) सबसे बड़ी कोई प्राकृत संख्या नहीं होती है।

   (5) दी गई दो प्राकृत संख्याओं में बड़ी संख्या वही है जिसमें अधिक अंक हैं।

   (6) किसी दो अंकीय संख्या का पूर्ववर्ती एक अंकीय संख्या नहीं हो सकता।

10. 7891 से ठीक पहले की तीन क्रमागत पूर्ण संख्याएँ लिखिए।

पूर्ण संख्याओं पर संक्रियाएँ-

हम योग (जोड़ना), व्यवकलन (घटाना), गुणन (गुणा) और विभाजन (भाग) से परिचित हैं। आइए हम इन संक्रियाओं के कुछ गुणों का अध्ययन करें।

(1) योग के गुण

गुण I. हम दो संख्याओं का योग (जोड़) करना जानते हैं। संख्या 3 तथा 7 का योग 10 होता है। यहाँ 3 तथा 7 पूर्ण संख्याएँ हैं तथा इनका योग 10 भी एक पूर्ण संख्या है। आइए कुछ और उदाहरण देखें:

$$16 + 30 = 46$$

$$124 + 332 = 456$$

$$35792 + 8364 = 44156$$

पूर्ण संख्या + पूर्ण संख्या = पूर्ण संख्या

अतः दो पूर्ण संख्याओं का योग एक पूर्ण संख्या होती है। दूसरे शब्दों में-

यदि a और b दो पूर्ण संख्याएँ हैं, तथा a + b = c है तो c भी एक पूर्ण संख्या होती है।

गुण II. आइए अब हम दो पूर्ण संख्याओं के कुछ उदाहरण लेकर उन्हें दो अलग-अलग क्रम में जोड़ें तथा देखें कि क्या योग वही रहता है।

यदि हम दो पूर्ण संख्याएँ 5 और 7 को जोड़ें- 5 में 7 जोड़ने पर 12 आता है।

तथा 7 में 5 जोड़ने पर भी 12 आता है।

$5 + 7 = 12$ या $7 + 5 = 12$ तो $5 + 7 = 7 + 5$

इसी प्रकार $12 + 72 = 84$ या $72 + 12 = 84$ तो $12+72 = 72 +12$,

$105 + 338 = 443$ या $338 + 105 = 443$ तो $105 + 338 = 338 + 105$

अतः हम कह सकते हैं कि दो पूर्ण संख्याओं को क्रम बदल कर जोड़ने पर जोड़ एक पूर्ण संख्या प्राप्त होती है।

यदि a तथा b दो पूर्ण संख्याएँ हैं तो $a + b = b + a$ होती है।

गुण III. अब हम तीन पूर्ण संख्याओं का योग करके देखें। तीन संख्याओं को जोड़ने के लिए पहले हम प्रथम दो का योग ज्ञात करते हैं फिर इस योग में तीसरी संख्या को जोड़ते हैं। इस विधि से 2, 3 और 5 का योग ज्ञात करते हैं

$2 + 3 + 5 = (2 + 3) + 5 = 5 + 5 = 10$

प्रथम दो संख्याओं का योग कर, योग में तीसरी संख्या को जोड़ा जिससे कुल योग 10 हुआ। इसे हम एक अन्य प्रकार से भी जोड़ कर देखते हैं

$2 + 3 + 5 = 2 + (3 + 5) = 2 + 8 = 10$

हमने दूसरी और तीसरी संख्या का योग किया फिर योगफल को पहली संख्या में जोड़ दिया। इस विधि से भी योगफल 10 ही प्राप्त होता है।

इस तथ्य की जाँच अन्य पूर्ण संख्याओं को लेकर करते हैं :

जैसे- (1) $5 + 11 + 13$

$(5 + 11) + 13 = 5 + (11+13)$

$16 + 13 = 5 + 24$

$\therefore \quad 29 = 29$

(2) $16 + 14 + 36$

$(16+14) + 36 = 16 + (14 + 36)$

$30 + 36 = 16 + 50$

$\therefore \quad 66 = 66$

इस तरह यदि a, b, c, कोई तीन पूर्ण संख्याएँ हैं तो

$(a + b) + c = a + (b + c)$

यह गुण हमें यह निर्णय करने में सहायता करता है कि कौन सी दो संख्याएँ पहले जोड़ने से, आगे कुल योग पता करना सरल हो जाएगा।

हमें $a + b + c$ का जोड़ पता करना हो तो हम $(a + b) + c$ या $a + (b + c)$ या $(a + c) + b$

की विधि से कर सकते हैं। इनमें कौन सा जोड़ आसान विधि से प्राप्त हुआ।

जैसे- 97, 3, 17 को उपरोक्त तीनों विधियों से जोड़ कर देखते हैं

1. $(97+3) + 17$

   $100 + 17 = 117$

2. $97 + (3 + 17)$

   $97 + 20 = 117$

3. $(97 + 17) + 3$

   $114 + 3 = 117$

जोड़ने के इन तीन तरीकों में से पहला तरीका सबसे सरल है।

गुण IV. पूर्ण संख्याओं में एक संख्या 0 ऐसी संख्या है जिसका एक विशेष गुण है। यदि 0 को किसी पूर्ण संख्या में जोड़ें तो योग वही पूर्ण संख्या होगी।

$3 + 0 = 3, \qquad 4 + 0 = 4$

$556 + 0 = 556$

0 ही अकेली ऐसी संख्या है जिसे किसी भी संख्या में जोड़ा जाए तो संख्या का मान नहीं बदलता है।

आइए इन गुणों के आधार पर कुछ उदाहरण हल करके देखते हैं-

उदाहरण 3. 534 + 616 को जोड़ें और जोड़ के गुण II के आधार पर परीक्षण करें।

हल- $534 + 616 = 1150$

योग का गुण II. $a + b = b + a$

$534 + 616 = 616 + 534$

$1150 = 1150$

दोनों पक्षों की संख्याओं को जोड़ने पर योगफल 1150 ही आता है।

उदाहरण 4. 13 + 17 + 113 का योग के गुण III के आधार पर परीक्षण करें।

हल- $13 + 17 + 113$

योग का गुण III = $(a + b) + c = a + (b + c)$

$(13+17) + 113 = 13 + (17 + 113)$ मान रखने पर

$30 + 113 = 13 + 130$

$143 = 143$

योग के गुण III के अनुसार जोड़ करने पर उत्तर 143 आता है।

प्रश्नावली 1.2

1. योग के गुण के आधार पर रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिए

   (A) 9005 + 525 = ... + 9005

(B) 2410 + ... = 530 + 2410

(C) 235 + 0 = ...

(D) 345 + (55+145) = (345 + ...) + 145

(E) (57 + ...) + 100 = ...+ (43+100)

2. निम्नांकित प्रश्नों के योग ज्ञात कीजिए तथा योग के गुण II की जाँच कीजिए।

(A) 1545 + 1455

(B) 3978 + 2312

(C) 518 + 336

(D) 86 + 84

(E) 1632 + 484

3. निम्नांकित का योग ज्ञात करें तथा योग के गुण III की जाँच कीजिए :

(A) (418 + 232) + 132

(B) 2530 + (370 + 70)

(C) 15409 + (112 + 591)

(D) (133 + 867) + 200

(E) 215 + (25 + 725)

4. उचित क्रम लेकर निम्न का योगफल ज्ञात कीजिए-

(A) 637 + 908 + 363

(B) 125 + 375 + 448

(C) 234 + 197 + 103

(D) 438 + 486 + 162

(E) 1660 + 480 + 340

बीजांक से उत्तर की जाँच-

कक्षा 5 में हमने जोड़ एवं गुणा के उत्तर की जाँच का अध्ययन किया है। अब हम विस्तृत जानकारी प्राप्त करेंगे।

बीजांक- हम जानते हैं कि 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ये बीजांक हैं।

किसी संख्या का बीजांक ज्ञात करने के लिये उस संख्या के अंकों का योग एक अंक प्राप्त होने तक करते हैं।

उदाहरण 1. 10, 11, 321, 78 के बीजांक ज्ञात कीजिए।

हल- 10 का बीजांक $1 + 0 \rightarrow 1$

11 का बीजांक $1 + 1 \rightarrow 2$

321 का बीजांक $3 + 2 + 1 \rightarrow 6$

78 का बीजांक $7+8 \rightarrow 15$ यहाँ 15 प्राप्त हुआ है जो बीजांक नहीं है। अतः इसके अंकों को पुनः जोड़ेंगे $1+5 \rightarrow 6$

जोड़ की जाँच

संख्याओं के बीजांकों के योग का बीजांक = उत्तर का बीजांक होने पर उत्तर सही होगा।

उदाहरण	**जाँच**
4815	9
2487	3
+ 1904	5
9206	8

जाँच : संख्याओं के बीजांकों के योग का बीजांक

$9 + 3 + 5 \rightarrow 17 \rightarrow 1 + 7 \rightarrow 8$

उत्तर का बीजांक

$9 + 2 + 0 + 6 \rightarrow 17 \rightarrow 1 + 7 \rightarrow 8$ दोनों बीजांक बराबर हैं।

अर्थात् उत्तर सही है।

व्यवकलन के गुण

हम एक पूर्ण संख्या में से दूसरी पूर्ण संख्या को घटाना जानते हैं। नीचे दिए गए उदाहरणों को ध्यान से देखिए-

100 – 97 = 3 पूर्ण संख्या है

100 – 98 = 2 पूर्ण संख्या है

100 – 99 = 1 पूर्ण संख्या है

100 – 101 = पूर्ण संख्या नहीं आएगी

उपरोक्त उदाहरणों में यदि हम पहली संख्या को a तथा दूसरी संख्या को b तथा तीसरी संख्या को c कहें तो

100 – 97 = 3 को $a - b = c$ यदि $a > b$

$100 - 100 = 0$ को $a - a = 0$ यदि $a = b$

$100 - 101 = ?$ यदि $a < b$ तो $a - b = ?$

पूर्ण संख्या नहीं

गुण I. बड़ी पूर्ण संख्या में से छोटी पूर्ण संख्या को घटाने पर एक नई पूर्ण संख्या प्राप्त होती है। $a - b = c$ जबकि $a > b$ या $a = b$ अन्यथा पूर्ण संख्या में व्यवकलन संभव नहीं होगा।

हम जानते हैं

योग के गुण II के अनुसार

$a + b = b + a$

अब हम दो पूर्ण संख्याओं को क्रम बदल कर घटाकर देखते हैं

$12 - 8 = 4$ क्रम बदल कर घटाने पर $8 - 12 = ?$

यहाँ $12 - 8 \neq 8 - 12$

इसी प्रकार $155 - 148 \neq 148 - 155$

यदि दो पूर्ण संख्याएँ a और b हैं, तो $a - b \neq b - a$

गुण II. दो पूर्ण संख्याओं को क्रम बदल कर घटाने पर अंतर समान नहीं है। $a \neq b$ है तो $a - b \neq b - a$

आइए अब दो से अधिक संख्याओं के व्यवकलन (घटाने) को समझते हैं

यदि हमें $12 - 8 - 3$ हल करना है।

इसको हम दो प्रकार से हल कर सकते हैं

$12 - (8 - 3) = 12 - 5 = 7$ (1)

$(12 - 8) - 3 = 4 - 3 = 1$ (2)

हल (1) व 2 के अनुसार $12 - (8 - 3) \neq (12 - 8) - 3$

इसी प्रकार $55 - (40 - 8) \neq (55 - 40) - 8$

अतः यदि a, b, c तीन पूर्ण संख्याएँ हैं तो

$a - (b - c) \neq (a - b) - c$

गुण III. इस प्रकार यदि a, b व c तीन पूर्ण संख्याएँ हैं तथा c शून्य नहीं है तो $a - (b - c) \neq (a - b) - c$

योग के गुण IV के अनुसार

$a + 0 = 0 + a = a$

परन्तु घटाते समय

$5 - 0 = 5$ पर $0 - 5$ (नहीं घटेगा)

गुण IV. किसी भी पूर्ण संख्या a में से 0 घटाने पर पूर्ण संख्या a प्राप्त होती है $a - 0 = a$

यदि हम दो पूर्ण संख्याएँ 15 और 7 लें। पहली संख्या 15 में से दूसरी संख्या 7 घटाएँ

$$15 - 7 = 8$$

हमें तीसरी संख्या 8 प्राप्त होती है।

यदि इस तीसरी संख्या 8 में दूसरी संख्या 7 को जोड़ दें तो पहली संख्या 15 प्राप्त हो जाएगी।

$$8 + 7 = 15$$

या पहली संख्या 15 में से तीसरी संख्या 8 को घटा दें तो दूसरी संख्या प्राप्त होगी।

अतः $a - b = c$ हो तो

$a = c + b$ होगा

और $b = a - c$ होगा।

गुण V. यदि a, b और c तीन पूर्ण संख्याएँ हैं एवं $a - b = c$ हो और यदि इनमें से हमें कोई भी दो संख्याएँ पता हों तो हम तीसरी संख्या ज्ञात कर सकते हैं। जैसे b और c ज्ञात हों तो $b+c=a$ और a तथा c ज्ञात हों तो $a - c = b$

अब हम गुण V की सहायता से दिए गए प्रश्नों को हल करते हैं

(i) $\begin{array}{r} 8 \\ -5 \\ \hline \boxed{} \end{array}$ (ii) $\begin{array}{r} 8 \\ -\boxed{} \\ \hline 3 \end{array}$ (iii) $\begin{array}{r} \boxed{} \\ -5 \\ \hline 3 \end{array}$

हल-

(i) $\begin{array}{r} 8 \\ -5 \\ \hline \boxed{3} \end{array}$

हमें पता है

$a - b = c$

(ii) $\begin{array}{r} 8 \\ -\boxed{} \\ \hline 3 \end{array}$

हमें पता है

$b = a - c$

$8 - 3 = 5$ $\therefore$ $\begin{array}{r} 8 \\ -\boxed{5} \\ \hline 3 \\ \hline \end{array}$

(iii) $\begin{array}{r} \boxed{} \\ -5 \\ \hline 3 \end{array}$

हमें पता है

$a = c + b$

$= 5 + 3 = 8$ $\therefore$ $\begin{array}{r} \boxed{8} \\ -5 \\ \hline 3 \\ \hline \end{array}$

प्रश्नावली 1.3

1. व्यवकलन (घटाना) कीजिए तथा परिणाम की जाँच $a - b = c$ तो $a = c + b$ के द्वारा कीजिए।

   (A) 57839 – 3645 (C) 1640 – 1325

   (B) 2415 – 340 (D) 195 – 28

2. नीचे दी गई संक्रियाएँ कीजिए तथा व्यवकलन के गुण III $(a - b) - c \neq a-(b-c)$

   का सत्यापन कीजिए।

   (A) 26 – 11 – 12 (C) 3534 – 534 – 234

   (B) 118 – 72 – 12 (D) 4838 – 3216 – 612

3. प्रत्येक $\square$ में सही अंक लिखिए। $a = c - b$, $b = a - c$ और $c = a - b$ की सहायता ले सकते हैं।

   (A) $\begin{array}{r} 5\,\square\,7 \\ -\;3\;4\,\square \\ \hline \square\,2\;2 \\ \hline \end{array}$ (B) $\begin{array}{r} \square\,1\;6 \\ -\;7\;8\,\square \\ \hline 1\,\square\,3 \\ \hline \end{array}$ (C) $\begin{array}{r} \square\square\square \\ -\;2\;7\;5 \\ \hline 5\;3\;6 \\ \hline \end{array}$

   (D) $\begin{array}{r} 7\;3\;5 \\ -\;3\;9\,\square \\ \hline \square\square\,6 \\ \hline \end{array}$ (E) $\begin{array}{r} 3\;9\;4\;1 \\ -\;\square\,\square\;7\;8 \\ \hline 1\;8\,\square\,\square \\ \hline \end{array}$

4. 345 में से किस संख्या को घटाने पर हमें 123 मिलेगा।

5. चार अंकों की सबसे बड़ी संख्या में से चार अंकों की सबसे छोटी संख्या घटाएं।

6. मैंने एक पुस्तक 16 रुपये की खरीदी। दुकानदार को मैंने 50 रु. का नोट दिया वह मुझे कितने रुपये वापस करेगा।

7. कहानी की एक पुस्तक में 46 पेज हैं मैंने 17 पेज पढ़ लिए हैं मुझे कितने पेज पढ़ना बाकी है।

घटाने की जाँच :

(इसमें घटने वाली (नीचे की) संख्या का बीजांक + उत्तर के बीजांक) के योगफल का बीजांक = ऊपर की संख्या का बीजांक

उदाहरण	**जाँच**
781	7
−325	1
456	6

जाँच : (1) घटने वाली (नीचे की) संख्या का बीजांक + उत्तर का बीजांक $\rightarrow$

$1 + 6 \rightarrow 7$

(2) ऊपर की संख्या का बीजांक $\rightarrow 7$

दोनों बीजांक बराबर हैं। अर्थात् उत्तर सही है।

गुणन के गुण

हम जानते हैं कि दो संख्याओं का गुणा किस प्रकार किया जाता है।

$$12 \times 3 = 36$$

और गुणन का अर्थ है बार-बार जोड़ना

$$12 \times 3 = 12 + 12 + 12 = 36$$
$$4 \times 5 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20$$

गुण I. हम देखते हैं

$6 \times 4 = 24$ यह भी एक पूर्ण संख्या है।

$3 \times 5 = 15$ यह भी एक पूर्ण संख्या है।

$4 \times 1 = 4$ यह भी एक पूर्ण संख्या है।

हम देखते हैं कि एक पूर्ण संख्या को दूसरी पूर्ण संख्या से गुणा करते हैं तो प्राप्त गुणनफल भी एक पूर्ण संख्या होती है।

गुण I. यदि a और b दो पूर्ण संख्याएँ हों और $a \times b = c$ हो तो c भी एक पूर्ण संख्या होगी।

हम दो पूर्ण संख्याएँ 4 और 3 लेकर इनका गुणा करते हैं

$$4 \times 3 = 12 \text{ या } 4 + 4 + 4 = 12$$

अब यदि हम 3 को 4 से गुणा करे तों

$$3 \times 4 = 12 \text{ या } 3 + 3 + 3 + 3 = 12$$

तो 4×3 या 3×4 में प्रत्येक का गुणनफल 12 आता है।

कुछ और उदाहरण देखते हैं।

$8 \times 3 = 24,\ 3 \times 8 = 24 \qquad \therefore 8 \times 3 = 3 \times 8$

$25 \times 10 = 250,\ 10 \times 25 = 250 \quad \therefore 25 \times 10 = 10 \times 25$

योग के समान ही गुणा करने में भी संख्याओं का क्रम महत्वपूर्ण नहीं है। चाहे a को b से गुणा करें अथवा b को a से गुणा करें, तो एक ही संख्या प्राप्त होगी।

गुण II. यदि a तथा b दो पूर्ण संख्याएँ हों तो $a \times b = b \times a$ होता है।

अब हम तीन पूर्ण संख्याओं का आपस में गुणा करते हैं। उदाहरण के लिए वे संख्याएँ 3, 4 व 5 हैं

$$3 \times 4 \times 5$$

इसे हम दो प्रकार से हल करते हैं :

(i) $(3 \times 4) \times 5 = 12 \times 5 = 60$

(ii) $3 \times (4 \times 5) = 3 \times 20 = 60$

$(3 \times 4) \times 5 = 60 = 3 \times (4 \times 5)$

इसी प्रकार $29 \times 2 \times 5$

$(29 \times 2) \times 5 = 29 \times (2 \times 5)$

$58 \times 5 = 29 \times 10$

$290 = 290$

गुण III. यदि a, b व c तीन पूर्ण संख्याएँ तो $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

यह गुण हमें यह निर्णय करने में सहायता करता है कि कौन सी दो संख्याओं का गुणा पहले करें जिससे गुणा करने की क्रिया सरल हो जाए।

जैसे- $8 \times 4 \times 25$ का गुणनफल ज्ञात करना है

इसको हम तीन प्रकार से हल कर सकते हैं :

(i) $(a \times b) \times c = (8 \times 4) \times 25 = 32 \times 25 = 800$

(ii) $a \times (b \times c) = 8 \times (4 \times 25) = 8 \times 100 = 800$

(iii) $(a \times c) \times b = (8 \times 25) \times 4 = 200 \times 4 = 800$

इसमें गुणा का (ii) तरीका सबसे सरल है।

हम किसी एक पूर्ण संख्या को 1 से गुणा करते हैं :

जैसे- 6×1

6×1 का मतलब है 6 एक बार लेना

$6 \times 1 = 6$

इसी तरह $25 \times 1 = 25$

$18 \times 1 = 18$

हम 6×1 को 1×6 भी लिख सकते हैं

1×6 का मतलब 1 को 6 बार जोड़ना

$1 \times 6 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 6$

अतः $6 \times 1 = 6 = 1 \times 6$

$25 \times 1 = 25 = 1 \times 25$

$18 \times 1 = 18 = 1 \times 18$

अतः किसी भी संख्या को 1 से गुणा करें या 1 में किसी संख्या से गुणा करें तो गुणनफल वही संख्या होगी।

> **गुण IV.** किसी पूर्ण संख्या a के लिए $1 \times a = a \times 1 = a$ होता है इस तरह के गुण वाली अकेली पूर्ण संख्या 1 है।

यदि किसी संख्या में हम 0 का गुणा करते हैं जैसे 5×0 मतलब 5 को हमें शून्य बार लेना है याने एक भी बार नहीं

$$5 \times 0 = 0$$

इसी तरह 0×5

0 को 5 बार लेना

$0 \times 5 = 0$

> **गुण V.** प्रत्येक पूर्ण संख्या a के लिए $0 \times a = a \times 0 = 0$ होता है। शून्य इस गुण वाली अकेली पूर्ण संख्या है।

अब हम गुणन के एक और महत्वपूर्ण गुण पर विचार करेंगे। यह गुण योग और गुणन संक्रियाओं में एक संबंध स्थापित करता है। एक बड़ा गुणनफल छोटे छोटे गुणनफलों के योग के रूप में लिखा जा सकता है। संख्या 5, 7 व 8 पर विचार करें। पहले हम 7 व 8 का योग करते हैं, फिर इस योग को 5 से गुणा करते हैं अर्थात्

$$5 \times (7 + 8) = 5 \times 15 = 75$$

इस प्रकार हमें 75 प्राप्त होता है। अब हम 7 व 8 को 5 से अलग-अलग गुणा करके फिर गुणनफलों का योग करते हैं। इस प्रकार

$$5 \times 7 + 5 \times 8 = 35 + 40 = 75$$

इस प्रकार भी हमें 75 प्राप्त होता है अतः हम देखते हैं कि

$$5 \times (7 + 8) = 5 \times 7 + 5 \times 8$$

इसी प्रकार हम देखते हैं कि

$$(6 + 13) \times 25 = 19 \times 25 = 475$$

और $$6 \times 25 + 13 \times 25 = 150 + 325 = 475$$

यहाँ भी हम देखते हैं कि पहले जोड़ने और बाद में गुणा करने पर वही संख्या प्राप्त होती है जो पहले अलग-अलग गुणा करने और बाद में जोड़ने पर प्राप्त होती है।

गुण VI. यदि a, b व c तीन पूर्ण संख्याएँ हैं तो $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ होता है।

यदि दो के स्थान पर तीन या अधिक संख्याओं का योग है तब भी यह गुण लागू होता है।

इस प्रकार

$$a \times (b + c + d) = a \times b + a \times c + a \times d$$

$$(a + b + c + d) \times p = a \times p + b \times p + c \times p + d \times p$$ इत्यादि

यदि योग के स्थान पर व्यवकलन (घटाना) है तो, क्या होगा? पुनः 5, 7 व 8 पर विचार करें।

$5 \times (8 - 7) = 5 \times 1 = 5$ तथा

$$5 \times 8 - 5 \times 7 = 40 - 35 = 5$$

इसी प्रकार,

$(13 - 6) \times 25 = 7 \times 25 = 175$ तथा

$$13 \times 25 - 6 \times 25 = 325 - 150 = 175$$

गुण VII. यदि a, b व c तीन पूर्ण संख्याएँ हैं तथा $b > c$ है तब $a \times (b - c) = ab - ac$, तथा $(b - c) \times a = b \times a - c \times a$ होता है। गुण VI व VII परिकलनों के सरलीकरण में बहुत सहायक होते हैं।

हम जानते हैं कि $7 > 5$ से। 7 व 5 को 3 से गुणा करने पर, हमें क्रमशः 21 तथा 15 प्राप्त होते हैं तथा $21 > 15$ से। आइए दूसरा उदाहरण लें। $215 > 197$ से। दोनों को 5 से गुणा करने पर $215 \times 5 = 1075$ तथा $197 \times 5 = 985$ प्राप्त होते हैं। हम जानते हैं कि $1075 > 985$ से। इस प्रकार हम कह सकते हैं :

गुण VIII. यदि a, b, c पूर्ण संख्याएँ हैं, $a > b$ व $c \neq 0$ है तब $a \times c > b \times c$ होता है।

आइए गुणा के इन गुणों के आधार पर कुछ उदाहरण हल करते हैं।

उदाहरण 5. 12×10 को गुणन के गुण $a \times b = b \times a$ के आधार पर परखिए।

हल- $12 \times 10 = 120$

यह $a \times b$ है

अब $b \times a$ करते हैं

$10 \times 12 = 120$

अतः $12 \times 10 = 10 \times 12 = 120$

अतः $a \times b = b \times a$ सत्य है।

उदाहरण 6. गुणन के उचित क्रम को लिखिए-

$12 \times 4 \times 25$

हल $12 \times 4 \times 25$

यह गुणन हम तीन प्रकार से कर सकते हैं

पहला - $(a \times b) \times c = (12 \times 4) \times 25 = 48 \times 25 = 1200$

दूसरा - $a \times (b \times c) = 12 \times (4 \times 25) = 12 \times 100 = 1200$

तीसरा - $(a \times c) \times b = (12 \times 25) \times 4 = 300 \times 4 = 1200$

यहाँ हम पाते हैं कि गुणन का दूसरा क्रम सबसे सरल होने से उचित है।

उदाहरण 7. 67×13 को गुणन के गुण $(a + b) \times c$ के आधार पर हल करे।

हल 67×13

67 को हम $(a + b)$ के रूप में $(60 + 7)$ लिख सकते हैं।

$(60 + 7) \times 13$

$(60 \times 13) + (7 \times 13)$ (गुण $(a + b) \times c = a \times c + b \times c$ के अनुसार)

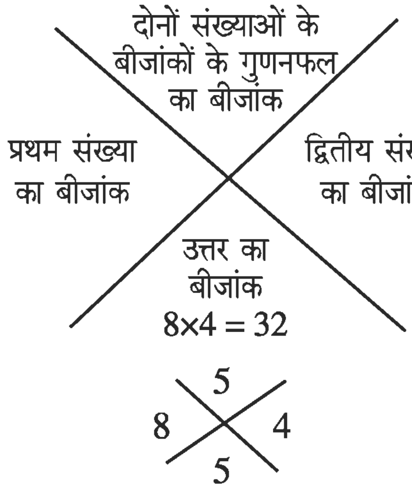
$780 + 91 = 871$

गुणा की जाँच

(प्रथम संख्या का बीजांक × द्वितीय संख्या का बीजांक) से प्राप्त गुणनफल का बीजांक = उत्तर का बीजांक

उदाहरण

$$
\begin{array}{r}
413 \times 517 \\
\hline
2891 \\
4130 \\
206500 \\
\hline
213521
\end{array}
$$



जाँच- (1) प्रथम संख्या का बीजांक × द्वितीय संख्या का बीजांक → प्राप्त गुणनफल का बीजांक → $8 \times 4 = 32$ का बीजांक → 5

(2) उत्तर का बीजांक → 5

दोनों बीजांक बराबर हैं अतः उत्तर सही है।

प्रश्नावली 1.4

1. रिक्त स्थानों में सही पूर्ण संख्याएँ भरिए :

   (i) $45379 \times 0 = ...$ (iv) $10 \times 100 \times .... = 10000$

   (ii) $675 \times 47 = 47 \times ....$ (v) $42 \times 28 \times 15 = 28 \times ...... \times 42$

   (iii) $3709 \times 1 = ...$

2. उपयुक्त क्रम लेकर गुणा कीजिए-

   (i) $2 \times 3735 \times 50$ (ii) $4 \times 25 \times 666$

   (iii) $8 \times 298 \times 125$ (iv) $879 \times 625 \times 16$

   (v) $385 \times 5 \times 60$ (vi) $125 \times 40 \times 8 \times 25$

3. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

   (i) $45 \times 39 = 45 \times 30 + 45 \times ......$

   (ii) $27 \times 18 = 27 \times 9 + 27 \times 5 + 27 \times ......$

   (iii) $14 \times 45 = 14 \times 50 - 14 \times ....$

   (iv) $77 \times 85 = 77 \times 90 - 77 \times ....$

4. हम जानते हैं कि $0 + 0 = 0$ है। क्या ऐसी कोई और पूर्ण संख्या p है जिसके लिये $p + p = p$ है?
5. यदि दो पूर्ण संख्याओं का गुणनफल शून्य हो, तो इन संख्याओं के बारे में आप क्या कहेंगे।
6. गुणन के गुण VI का प्रयोग करते हुए, निम्न गुणनफल ज्ञात कीजिए :

   (i) 806×745 (ii) 2032×603

   (iii) 23701×4999 (iv) 493891×206

7. योग व गुणा के गुणों का प्रयोग करते हुए, निम्न गुणनफल ज्ञात कीजिए।

   (i) 736×103 (ii) 854×96

   (iii) 256×1008 (iv) 995×158

8. गुणन के गुणों का उपयोग करते हुए, निम्न गुणनफल ज्ञात कीजिए :

   (i) $298 \times 7 + 298 \times 3$ (ii) $64279 \times 92 + 64279 \times 8$

   (iii) $8965 \times 169 - 8965 \times 69$ (iv) $15625 \times 15625 - 15625 \times 5625$

   (v) $461 \times 99 + 461$ (vi) $887 \times 10 \times 461 - 361 \times 8870$

   (vii) $36 \times 583 + 47 \times 583 - 68 \times 583 - 5 \times 583$

9. पाँच अंकों की सबसे बड़ी संख्या को तीन अंकों की सबसे छोड़ी संख्या से गुणा कीजिए।
10. कोई भी दो विषम संख्याएँ लीजिए क्या इनका गुणनफल एक विषम संख्या है। क्या यह किन्हीं भी दो विषम संख्याओं के लिए सत्य है।
11. क्या दो सम संख्याओं का गुणनफल एक सम संख्या है? क्या यह किन्हीं भी दो विषम संख्याओं के लिए सत्य है।

(IV) विभाजन के गुण

हम एक संख्या का दूसरी संख्या से विभाजन करना जानते हैं। यदि a व b दो पूर्ण संख्याएँ हैं। a को b से भाग देते हैं। तो हमें दो पूर्ण संख्याएँ q जिसे भागफल (quotient) कहते हैं तथा r जिसे शेष (remainder) कहते हैं, प्राप्त होती हैं। उदाहरण के लिए 7 को 3 से भाग देने पर भागफल 2 तथा शेष 1 प्राप्त होता हैं। इसी प्रकार, हम कुछ और पूर्ण संख्याएँ लेकर भागफल तथा शेष प्राप्त करते हैं।

नीचे दिए गए कुछ उदाहरणों को देखिए :

	$a \div b$	**भागफल q**	**शेष r**
(i)	18 8	2	2
(ii)	10 2	5	0
(iii)	18 19	0	18
(iv)	121 11	11	0

उदाहरण (ii) और (iv) में शेषफल शून्य है। इनमें 10 संख्या 2 से पूर्ण विभाजित है और संख्या 121 संख्या 11 से पूर्ण विभाजित है। दोनों उदाहरणों में भागफल एक पूर्ण संख्या है। जब शेष शून्य है तब हम कहते हैं कि b संख्या a को पूर्ण रूप से विभाजित करती है तथा $a \div b$ एक पूर्ण संख्या अर्थात् भागफल q प्रदर्शित करता है। शेष उदाहरणों अर्थात् (i) व (iii) में $a \div b$ एक पूर्ण संख्या प्रदर्शित नहीं करती है। अतः हम कह सकते हैं कि

> **गुण I.** यदि a व b दो पूर्ण संख्याएँ हैं, तो $a \div b$ एक पूर्ण संख्या हो भी सकती है और नहीं भी।

इस प्रकार योग अथवा गुणन का गुण I विभाजन के लिए सत्य नहीं है।

जिस प्रकार गुणन का अर्थ बार-बार जोड़ना होता है, उसी प्रकार भाग देने का अर्थ बार-बार घटाना होता है। निम्न लिखित उदाहरणों को देखिए :

12		16	
-4	पहली बार	-5	पहली बार
8		11	
-4	दूसरी बार	-5	दूसरी बार
4		6	
-4	तीसरी बार	-5	तीसरी बार
0		1	

इस प्रकार $12 \div 4 = 3$, जो एक पूर्ण संख्या है।

इस प्रकार $16 \div 5$ एक पूर्ण संख्या नहीं है।

इस प्रक्रिया में हम तब तक घटाते जाते हैं जब तक हमें शून्य अथवा घटाए जाने वाली संख्या से छोटी

संख्या प्राप्त नहीं हो जाती। यदि हम शून्येत्तर संख्या b से शून्य को बार-बार घटाएँ, तो प्रत्येक बार संख्या b ही प्राप्त होगी। हम कभी भी शून्य अथवा शून्य से कम संख्या प्राप्त नहीं कर पाएँगे। उदाहरणार्थ $13 \div 0$ लेने पर, हम देखते हैं कि

$$\begin{array}{rl} 13 & \\ -0 & \text{पहली बार} \\ \hline 13 & \\ -0 & \text{दूसरी बार} \\ \hline 13 & \\ -0 & \text{तीसरी बार} \\ \hline 13 & \end{array}$$

अतः शून्य से भाग देना एक सार्थक संक्रिया नहीं है। इस गुण को इस प्रकार व्यक्त करते हैं :

> गुण II. शून्य से विभाजन एक अर्थहीन संक्रिया है।

जिस प्रकार जोड़ना तथा घटाना एक दूसरे की विपरीत संक्रियाएँ हैं, उसी प्रकार गुणन और भाग भी एक दूसरे की विपरीत संक्रियाएँ हैं। साधारणतः

$8 \div 4 = 2$ है और $2 \times 4 = 8$ है

$9 \div 3 = 3$ है और $3 \times 3 = 9$ है

$32 \div 8 = 4$ है और $4 \times 8 = 32$ है

$15 \div 3 = 5$ है और $5 \times 3 = 15$ है

व्यापक रूप में, यदि $a \div b = c$ है तो $c \times b = a$ होता है। निम्नलिखित उदाहरणों को देखिए-

$3 \times 5 = 15 \qquad 15 \div 3 = 5, \quad 15 \div 5 = 3$

$4 \times 8 = 32 \qquad 32 \div 8 = 4, \quad 32 \div 4 = 8$

$1 \times 2 = 2 \qquad 2 \div 1 = 2, \quad 2 \div 2 = 1$

ध्यान दीजिए कि दो भिन्न शून्येतर संख्याओं के एक गुणन तथ्य से दो विभाजन तथ्य प्राप्त होते हैं।

व्यापक संदर्भ में,

यदि $a \neq 0, \ b \neq 0, \ a \neq b$ हो और $a \times b = c$ है, तो $c \div a = b$ और $c \div b = a$ होता है। इस प्रकार हमें निम्नलिखित तथ्य प्राप्त होता है :

> **गुण III.** मान लीजिए a, b व c तीन पूर्ण संख्याएँ हैं और b व c दोनों शून्येतर पूर्ण संख्याएँ हैं।
> (i) $a \div b = c$ हो तो $b \times c = a$ होगा तथा
> (ii) यदि $b \times c = a$ हो, तो $a \div c = b$ व $a \div b = c$ होगा।

गुणन तथा भाग संक्रियाओं के इन संबंधों के द्वारा हम विभाजन के कुछ ज्ञात गुणों की सत्यता की जाँच कर सकते हैं। इस प्रकार, $13 \times 1 = 13$, $10 \times 1 = 10$, $269 \times 1 = 269$ आदि से हमें क्रमशः ज्ञात

होता है कि $13 \div 13 = 1$, $10 \div 10 = 1$, $269 \div 269 = 1$ है।

व्यापक रूप में,

गुण IV. यदि a एक शून्येतर पूर्ण संख्या है तो $a \div a = 1$ होता है।

इसी प्रकार हमें प्राप्त होता है कि $3 \div 1 = 3$, $10 \div 1 = 10$, $269 \div 1 = 269$ है।

व्यापक रूप में

गुण V. यदि a एक पूर्ण संख्या है, तो $a \div 1 = a$ होता है।

विभाजन के नियम - हम जानते हैं कि $28 \div 5$ एक पूर्ण संख्या नहीं है। इसमें भागफल 5 तथा शेष 3 है। साथ ही हम जानते हैं कि $5 \times 5 + 3 = 28$

इसी प्रकार $29 \div 3$ में भागफल 9 तथा शेष 2 है और $3 \times 9 + 2 = 29$ है। इसी प्रकार $99 \div 11$ से भागफल 9 तथा शेष 0 प्राप्त होता है तथा $99 = 11 \times 9 + 0$ है। अतः यदि किसी विभाजन संक्रिया में भाज्य a है, विभाजक (या भाजक) b है, भागफल q है तथा शेष r है, तो

$a = bq + r$ होता है जहां $r = 0$ या $r < b$ है।

इस संबंध को विभाजन कलन विधि (Division Algorithm) या विभाजन का नियम कहते हैं।

भाग की जाँच :

उदाहरण $4857 \div 14$

346 भागफल

भाजक 14) 4857 ← भाज्य

– 42

065

– 56

097

– 84

13 शेषफल

जाँच
भाज्य का बीजांक = (भागफल का बीजांक × भाजक का बीजांक) + शेषफल का बीजांक
6 → (4×5) +4
→ 20 +4 → 24
→ 6
अर्थात् उत्तर सही है।

प्रश्नावली 1.5

1. विभाजन कीजिए तथा भागफल एवं शेष प्राप्त कीजिए-

(i) $7777 \div 55$ (ii) $89063 \div 35$

(iii) $96324 \div 205$ (iv) $12005 \div 975$

(v) $26025 \div 1000$ (vi) $82845 \div 300$

2. मान ज्ञात कीजिए :

(i)	$62478 \div 1$	(ii)	$0 \div 919$
(iii)	$376 + (620 \div 62)$	(iv)	$994 - (925 \div 925)$
(v)	$(2465 \div 2465) - (2465 \div 2465)$	(vi)	$72450 \div (583 - 573)$
(vii)	$(15625 \div 125) \div 125$	(viii)	$2400 - 100 \times (180 - 160)$

3. 4 अंकीय सबसे छोटी संख्या कौन सी है जो 75 से पूर्णतः विभाजित हो जाती है?
4. 6 अंकीय सबसे बड़ी संख्या कौन सी है, जो 40 से पूर्णतः विभाजित हो जाती है?
5. वह संख्या ज्ञात कीजिए जिसे 25 से विभाजित करने पर भागफल 20 तथा शेष 18 प्राप्त होता है।
6. एक माली 950 वृक्षों को 19 पंक्तियों में रोपना चाहता है। प्रत्येक पंक्ति में वृक्षों की संख्या समान है। प्रत्येक पंक्ति में कितने वृक्ष होंगे?
7. एक नगर की जनसंख्या 450744 है। प्रत्येक 14 व्यक्तियों में एक व्यक्ति शिक्षित है। नगर में कुल मिलाकर कितने व्यक्ति शिक्षित हैं?
8. एक सिनेमाघर का निर्माण किया जाना है जिसकी प्रत्येक पंक्ति में 36 कुर्सियाँ होनी चाहिए। 612 व्यक्तियों को एक साथ बैठा सकने के लिए न्यूनतम कितनी पंक्तियों की आवश्यकता होगी?
9. 1000 में से कौन सी न्यूनतम संख्या घटाई जाए जिससे प्राप्त अन्तर 30 से पूरा पूरा विभाजित हो जाए?
10. क्या कोई पूर्ण संख्या n इस प्रकार की होती है कि $n \div n = n$ हो? क्या कोई ऐसी पूर्ण संख्या होती है जिसके लिए यह संबंध सत्य नहीं है।
11. क्या दो भिन्न शून्येतर पूर्ण संख्याओं a तथा b के लिए $a \div b = b \div a$ होता है?
12. जो कथन सत्य हों उन पर ✓ का निशान लगाइए :

(i) दो भिन्न शून्येतर पूर्ण संख्याओं के प्रत्येक गुणन तथ्य से दो संगत विभाजन तथ्य प्राप्त होते हैं।

(ii) यदि a एक पूर्ण संख्या है और यह दूसरी पूर्ण संख्या b, जो a से बड़ी है, द्वारा विभाजित की जाती है, तो भागफल 0 के बराबर नहीं है।

(iii) किसी भी शून्येतर पूर्ण संख्या को स्वयं से विभाजित करने पर भागफल 1 प्राप्त होता है।

(iv) तीन भिन्न पूर्ण संख्याएँ a, b, c इस प्रकार नहीं हो सकतीं कि
$a \div (b \div c) = (a \div b) \div c$ हो

13. सत्यापित कीजिए एक-एक करके, लेकर यदि $a = 5$ हो, $a = 10$ हो, $a = 100$ हो।
$(a \times a \times a - 1) \div (a - 1) = a \times a + a + 1$ है।
अपनी ओर से कुछ और मान लेकर, संबंध को सत्यापित कीजिए।
14. $a = 3$, 5 व 10 एक-एक करके, लेकर संबंध
$(a \times a \times a \times a \times a - 1) \div (a - 1) = a \times a \times a \times a + a \times a \times a + a \times a + a + 1$ को सत्यापित कीजिए। अपनी ओर से a के कुछ और मान रखिए। क्या इन मानों के लिए भी यह संबंध सत्य है?