

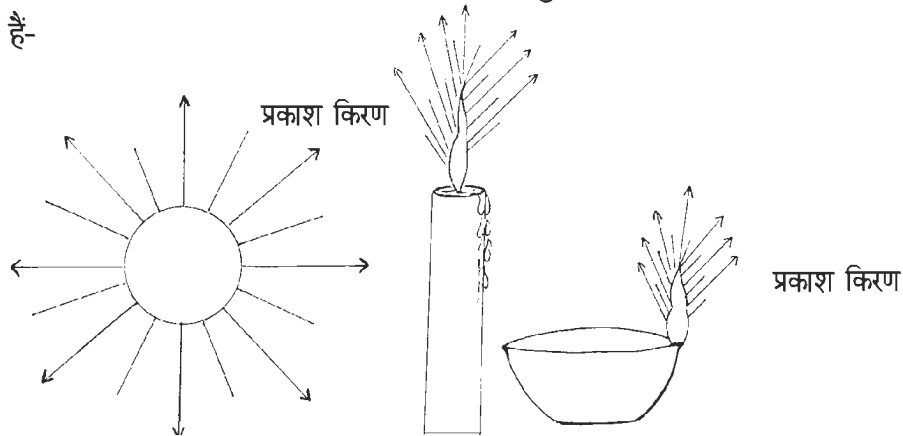
पाठ 10 कोण एवं कोण युग्म

आइए सीखें-

- कोण की अवधारणा।
- कोण के शीर्ष एवं भुजा की पहचान।
- कोण की सही आकृति बनाना।
- कोण के अभ्यन्तर और बहिर्भाग।
- कोण का अंश में मापन।
- कोणों की तुलना करना।
- कोणों की पहचान- समकोण, न्यूनकोण, अधिककोण, सरलकोण, पुनर्युक्तकोण, सम्पूर्णकोण, शून्यकोण।
- कोणों के युग्म- आसन्नकोण, रैखिकयुग्म, शीर्षाभिमुखकोण, पूरककोण, सम्पूरककोण की समझ व पहचान।
- शीर्षाभिमुख कोण आपस में बराबर होने के गुण का सत्यापन।

पिछले अध्याय में हमने किरण के विषय में सीखा है कि किरण में एक अन्त बिन्दु होता है और दूसरी ओर उसका विस्तार अनन्त तक होता है। आइए कोण को समझने से पहले किरण के बारे में कुछ और जानें।

सूर्य से आने वाला प्रकाश हम तक किरणों के रूप में पहुँचता है। मोमबत्ती व दीपक की लौ से भी किरणें निकलती हैं-

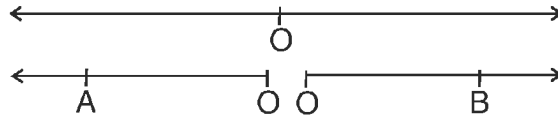


हम देखते हैं कि सूर्य से प्रकाश की किरण चारों दिशाओं में निकलती है। इसी प्रकार मोमबत्ती अथवा दीपक की लौ से प्रकाश किरण प्रारम्भ होकर एक ही दिशा में अनन्त तक जाती है।

किरण एक बिन्दु से प्रारम्भ होती है और एक ही दिशा में अनन्त तक जाती है।

नीचे दिए गए चित्र में एक रेखा l पर बिन्दु दिया गया है। यह बिन्दु O रेखा l को दो भागों में विभाजित करता है। रेखा l का प्रत्येक भाग बिन्दु O के साथ मिलकर एक किरण बनाता है।

इस प्रकार रेखा l दो किरणों OA तथा OB बनाती है।

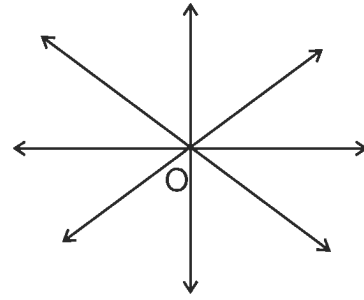


अन्त बिन्दु O को किरण का प्रारम्भिक बिन्दु कहते हैं।

रेखा की ही तरह हम कागज पर किरण को पूरी तरह नहीं खींच सकते। हम केवल किरण के एक भाग को ही खींचते हैं तथा एक सिरे पर तीर का निशान लगाकर उसे पूरी किरण मान लेते हैं। किरण के कुछ और गुणों को समझने के लिए हम कुछ क्रियाकलाप करते हैं-

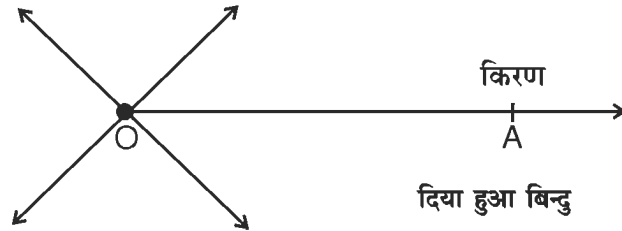
क्रियाकलाप 1. कागज पर एक बिन्दु O बनाइए।

बिन्दु O को प्रारम्भिक बिन्दु मानकर एक किरण खींचिए। सोचिए क्या O बिन्दु से हम और किरणें भी खींच सकते हैं। हम देखते हैं कि O बिन्दु से जितनी चाहें उतनी किरणें खींची जा सकती हैं।



इस प्रकार एक दिए हुए बिन्दु से असंख्य किरणें खींची जा सकती हैं।

क्रियाकलाप 2. अब हम एक दिए हुए बिन्दु O को प्रारम्भिक बिन्दु मानकर एक अन्य बिन्दु A से खींची जाने वाली किरण की स्थिति पर विचार करते हैं। प्रारम्भिक बिन्दु O को A से मिलाते हुए एक किरण खींचिए-



क्या हम प्रारम्भिक बिन्दु O तथा बिन्दु A से जाती हुई कोई अन्य किरण खींच सकते हैं? हम देखते हैं कि इस प्रकार की किसी अन्य किरण की रचना सम्भव नहीं है।

अतः ऐसी केवल एक ही किरण है जिसका प्रारम्भिक बिन्दु O है तथा जो एक दिए हुए बिन्दु A से होकर जाती है।

आइए अब हम खींची गई किरण पर एक अन्य बिन्दु B लेते हैं। हम देखते हैं कि प्रारम्भिक बिन्दु O को लेकर बिन्दु B से होकर जाती हुई नई किरण पहले वाली उस किरण के समान है जिसका प्रारम्भिक बिन्दु O है तथा A से होकर जाती है अतः दोनों किरणें समान हैं।

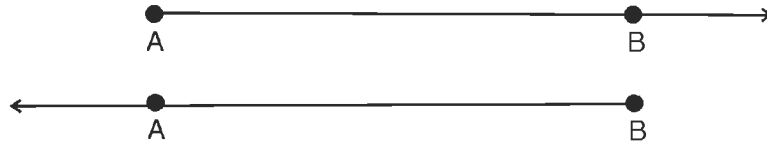


एक किरण पूर्णतया निर्धारित हो जाती है, यदि उसका प्रारम्भिक बिन्दु और उस किरण पर स्थित एक अन्य बिन्दु ज्ञात हो।

चूँकि प्रारम्भिक बिन्दु और किरण पर स्थित एक अन्य बिन्दु से एक अद्वितीय किरण निर्धारित होती है। इस आधार पर हम प्रारम्भिक बिन्दु O तथा बिन्दु A से होकर जाने वाली किरण को नाम देते हैं किरण OA। संकेत रूप में इसे \vec{OA} (किरण OA) द्वारा दर्शाते हैं।



ध्यान रहे किरण के नामांकन में प्रारम्भिक बिन्दु को पहले लिखते हैं। नीचे खींची गई किरण AB तथा किरण BA का अवलोकन कीजिए।

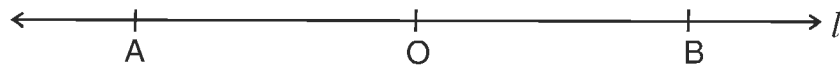


स्पष्ट है कि प्रारम्भिक बिन्दु A वाली किरण AB तथा प्रारम्भिक बिन्दु B वाली किरण BA अलग-अलग किरणें हैं।

चित्र में बिन्दु A तथा B की स्थिति में कोई अन्तर न होते हुए भी किरण AB तथा BA दो भिन्न किरणें हैं।

टिप्पणी- संकेतन में रेखा AB को \overleftrightarrow{AB} , किरण AB को \vec{AB} , रेखाखण्ड AB को \overline{AB} से प्रदर्शित करते हैं। परन्तु प्रायः इनको एक ही संकेतन AB में ऊपर बिना कोई संकेत लगाए प्रदर्शित किया जाता है।

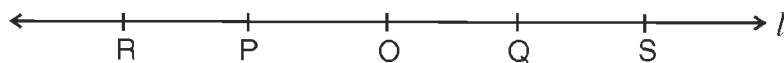
विपरीत किरणें (opposite rays)- एक रेखा l खींचकर उस रेखा पर बिन्दु O अंकित किया। इस बिन्दु की विपरीत दिशाओं में दो बिन्दु A व B अंकित किए -



इस प्रकार हमें दो किरणें OA तथा OB प्राप्त होती हैं। इनका प्रारम्भिक बिन्दु एक ही है परन्तु वे दो विपरीत दिशाओं में विस्तृत हैं।

यह किरणें विपरीत किरणें कहलाती हैं।

उदाहरण 1. नीचे दी गई आकृति को ध्यान से देखकर बताइए-



(1) उन सभी किरणों के नाम लिखिए जिनके प्रारम्भिक बिन्दु क्रमशः O, P व Q हैं।

(2) क्या किरण QR किरण OP से भिन्न है?

(3) क्या किरण PQ, किरण PR से भिन्न है?

हल- (1) प्रारम्भिक बिन्दु 'O' वाली किरणें हैं:- OP, OR, OQ व OS

प्रारम्भिक बिन्दु 'P' वाली किरणें हैं:- PR, PO, PQ व PS

प्रारम्भिक बिन्दु 'Q' वाली किरणें हैं:- QO, QP, QR व QS

(2) नहीं, दोनों किरणें एक समान हैं। क्योंकि किरण OR तथा OP के प्रारम्भिक बिन्दु एक ही हैं तथा दोनों एक ही दिशा में अपरिमित रूप से विस्तृत हैं।

(3) हाँ, दोनों भिन्न किरणें हैं। क्योंकि दोनों किरणों का प्रारम्भिक बिन्दु तो एक ही है, परन्तु वे विपरीत दिशा में अपरिमित रूप से विस्तृत हैं।

प्रश्नावली 10.1

1. एक किरण की रचना कीजिए, जिसका प्रारम्भिक बिन्दु 'P' है तथा जो बिन्दु Q से होकर जाती है।

2. निम्नलिखित किरणों के प्रारम्भिक बिन्दु बताइए :-

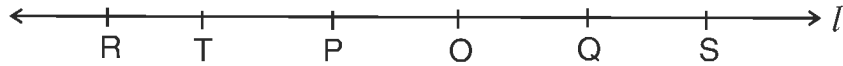
(i) PQ

(ii) CP

(iii) XY

(iv) RS

3. नीचे दी गयी आकृति को ध्यान से देखकर बताइए।

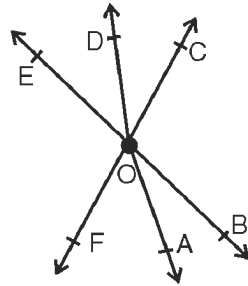


(i) उन सभी किरणों के नाम लिखिए, जिनके प्रारम्भिक बिन्दु O, P, Q व T हैं।

(ii) क्या किरण TQ, किरण TP से भिन्न है?

(iii) क्या किरण OT, किरण OQ से भिन्न है?

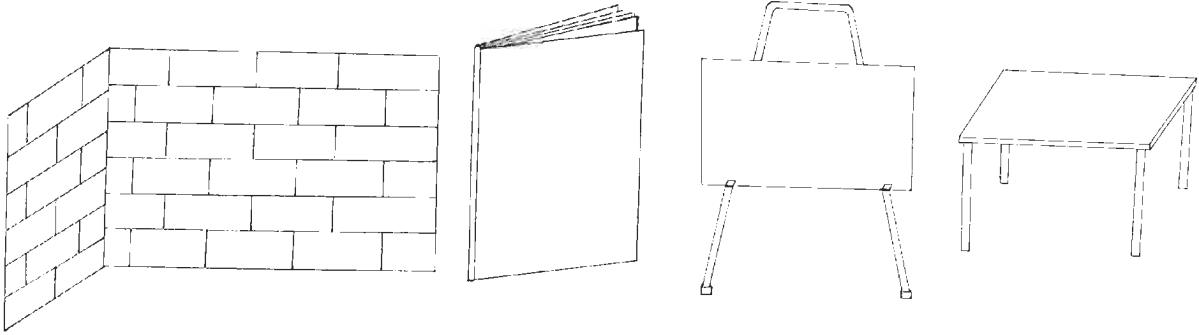
4. आकृति में निरूपित किरणों के नाम लिखिए।



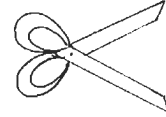
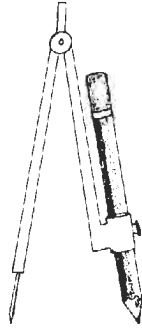
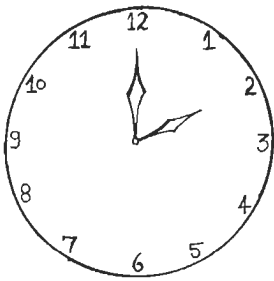
5. एक रेखा, एक रेखाखण्ड व एक किरण की रचना कीजिए।

6. रेखा, रेखाखण्ड व किरण में क्या अन्तर है? लिखिए।

कोण - आप कमरे की दीवारों, दरवाजे, मेज, श्यामपट व अपनी अभ्यास पुस्तिका के कोनों को देखिए। प्रत्येक कोने पर दो या तीन रेखाएँ मिलती हैं, वे एक कोण बनाती हैं। इस प्रकार प्रत्येक किनारे पर कोण बन रहे हैं।



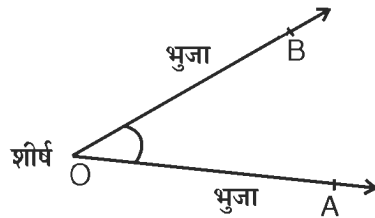
नीचे दी गई आकृतियों में घड़ी की दोनों सुइयों, कम्पास की दोनों भुजाओं एवं कैंची को ध्यान से देखिए। इन सभी में दो भुजाएँ हैं, जो एक बिन्दु पर कीली से जुड़ी होती हैं।



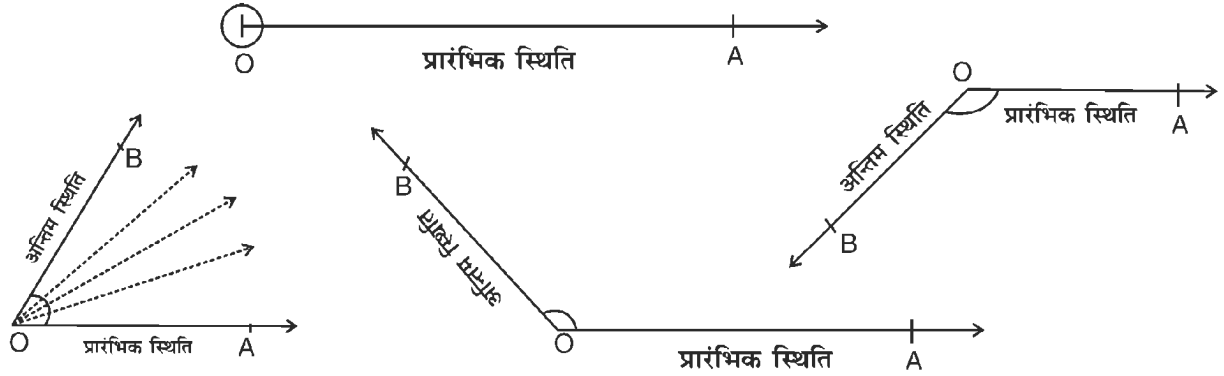
ये सभी हमें कोण का आभास कराती हैं। यदि हम कीली को प्रारम्भिक बिन्दु तथा दोनों भुजाओं को दो किरणें मान लें, तो कोण की अवधारणा इस प्रकार होगी।

कोण एक ऐसी आकृति है जो एक ही प्रारम्भिक बिन्दु वाली दो किरणों से बनती है। उभयनिष्ठ प्रारम्भिक बिन्दु कोण का शीर्ष (**Vertex**) तथा कोण बनाने वाली भुजाएँ (**Arms** या **Sides**) कहलाती हैं।

नीचे दी गई आकृतियों में प्रारम्भिक बिन्दु 'O' कोण का शीर्ष है तथा कोण को बनाने वाली दोनों किरणें OA तथा OB कोण की भुजाएँ हैं। कोण को दर्शाने के लिये भुजाओं को प्रायः शीर्ष के निकट एक वृत्तीय चाप द्वारा जोड़ दिया जाता है। जैसा आकृति में दिखाया गया है।

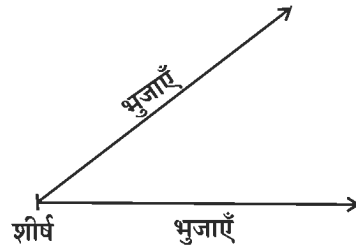


क्रियाकलाप 3. एक धागे का टुकड़ा लीजिए। एक कील की सहायता से धागे के एक सिरे को 'O' पर स्थिर कीजिए। धागे के दूसरे सिरे को हाथ से पकड़कर आकृति में दिखायी गई प्रारम्भिक स्थिति OA से शुरू कर घड़ी के घूमने की दिशा में घुमाना आरम्भ कीजिए। हम देखते हैं कि, प्रारम्भिक स्थिति को OA के साथ एक कोण बनाती चलती है। जिसकी स्थितियाँ नीचे दर्शायी गई हैं।

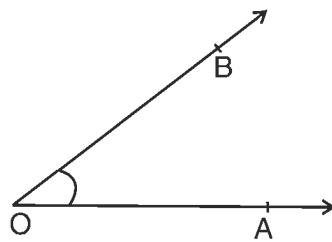


इस प्रकार हम देखते हैं कि प्रारम्भिक स्थिति को स्थिर रखते हुये एक किरण घूमती है तो एक कोण बनता है। कोण को '∠' संकेत द्वारा दर्शाते हैं जैसे $\angle AOB$ आदि।

कोण को व्यक्त करना- किसी कोण को व्यक्त करने के लिये हमें कोण के शीर्ष तथा भुजाओं पर एक बिन्दु के नामांकन की आवश्यकता होती है।



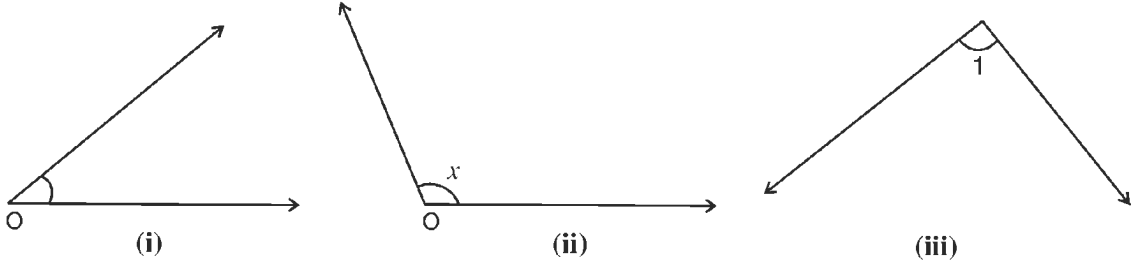
यदि हम शीर्ष को 'O' तथा भुजाओं पर A तथा B बिन्दु से नामांकित करें, तो दिए गए कोण को $\angle AOB$ या $\angle BOA$ से व्यक्त करते हैं।



इसे $\angle AOB$ या $\angle BOA$ पढ़ते हैं।

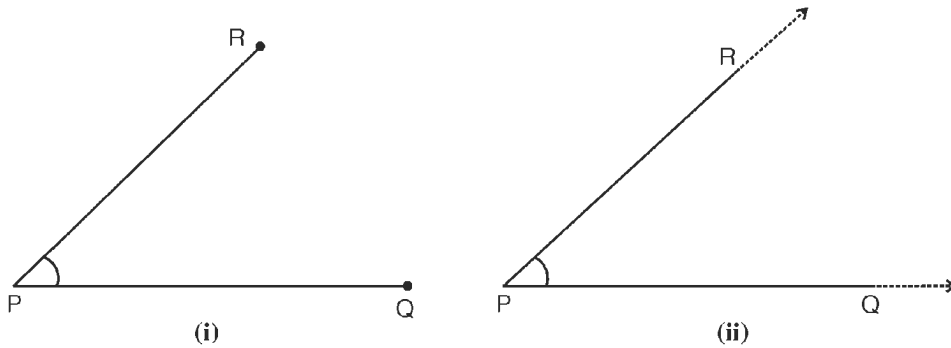
- $\angle AOB$ तथा $\angle BOA$ एक ही कोण हैं।
- कोण को प्रदर्शित करते समय कोण के शीर्ष को मध्य में लिखा जाता है।

कभी-कभी हम कोण को केवल शीर्ष बिन्दु से 'O' या कोण O के रूप में भी व्यक्त करते हैं। कभी-कभी कोण को निरूपित करने के लिए अंग्रेजी वर्णमाला के छोटे अक्षर x, y, z..... या संख्याएँ 1, 2, 3.... आदि का भी प्रयोग किया जाता है-



उपरोक्त आकृतियों में आकृति (i) के कोण को $\angle O$, (ii) के कोण को $\angle x$ तथा (iii) के कोण को $\angle 1$ द्वारा व्यक्त करते हैं।

टिप्पणी- प्रायः हमें उभयनिष्ठ अन्त बिन्दु वाले दो रेखाखण्ड नीचे दी गयी आकृति के अनुसार प्राप्त होते हैं-



आकृति (i) में बिन्दु P पर रेखाखण्डों PQ तथा PR द्वारा एक कोण निर्धारित किया गया है।

इस प्रकार- उभयनिष्ठ अन्त-बिन्दु वाले दो रेखाखण्ड उस बिन्दु पर एक कोण निर्धारित करते हैं।

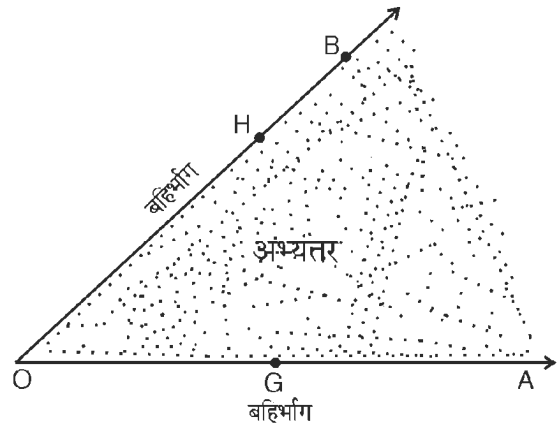
वास्तव में, यह कोण रेखाखण्डों द्वारा निर्धारित किरणों से बनता है [आकृति (ii)]। परन्तु कोण के संबंध में हम किरण और रेखाखण्ड के अन्तर पर अधिक ध्यान नहीं देंगे।

कोण के अभ्यंतर एवं बहिर्भाग- एक किरण OA के बिन्दु O को स्थिर रखते हुये भुजा OA को घुमाते हुये आकृति में दर्शाई गई स्थिति OB तक लाइए-

जैसे-जैसे भुजा OA घूमती हुई OB तक जाती है वह तल जिस भाग से होकर जाती है। आकृति में इस भाग को छायांकित किया गया है।

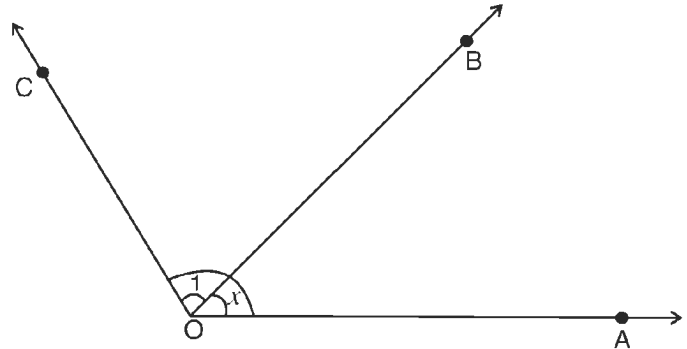
(i) इस भाग (छायांकित) के सभी बिन्दुओं को मिलाकर $\angle AOB$ का अभ्यंतर (interior) बनता है।

कुछ बिन्दु जैसे A, G, O, H व B आदि $\angle AOB$ की भुजाओं पर स्थित हैं।



- (ii) तल के वे सभी बिन्दु, जो न तो $\angle AOB$ के अभ्यंतर में हैं और न ही $\angle AOB$ की भुजाओं पर; $\angle AOB$ का बहिर्भाग (exterior) बनाते हैं अर्थात् अभ्यंतर और भुजाओं के बिन्दुओं को छोड़कर तल का शेष भाग बहिर्भाग कहलाता है। यहाँ ध्यान दीजिए कि कोण अपने अभ्यंतर को बहिर्भाग से अलग करता है।
- (iii) कोण $\angle AOB$ व इसके अभ्यंतर को मिलाने से प्राप्त क्षेत्र को कोणीय क्षेत्र (angular region) $\angle AOB$ कहते हैं।

उदाहरण 2. आकृति में दिखाए गए कोणों के नाम लिखिए-



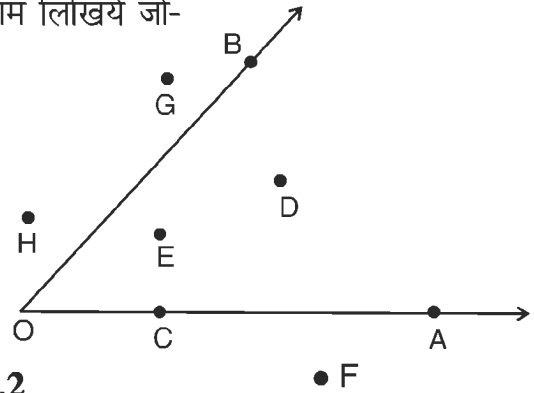
हल- यहाँ तीन कोण बनते हैं।

- (i) $\angle AOB$ या $\angle x$
(ii) $\angle BOC$ या कोण $\angle 1$
(iii) $\angle AOC$ या कोण $\angle x + \angle 1$

उदाहरण 3. आकृति को देखकर निम्नांकित बिन्दुओं के नाम लिखिये जो-

- (i) $\angle AOB$ के अभ्यंतर में है
(ii) $\angle AOB$ के बहिर्भाग में है
(iii) $\angle AOB$ पर है-

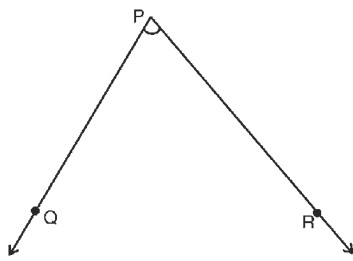
- हल-** (i) बिन्दु D व E
(ii) बिन्दु F, G व H
(iii) बिन्दु A, B, C व O



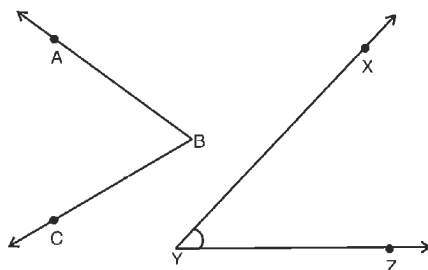
प्रश्नावली 10.2

अब बताइए -

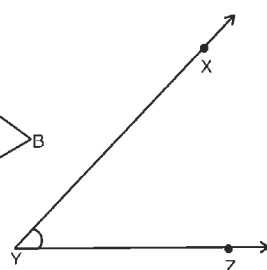
- अपने आसपास की वस्तुओं से कोण के तीन उदाहरण दीजिए।
- निम्नांकित आकृतियों के शीर्ष एवं भुजाओं के नाम लिखिए-



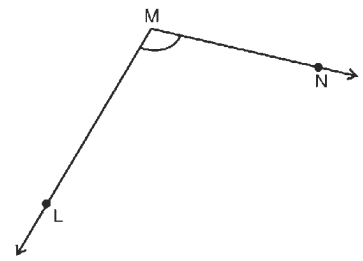
(i)



(ii)

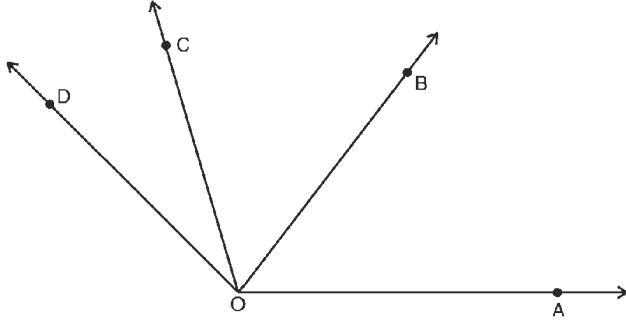


(iii)

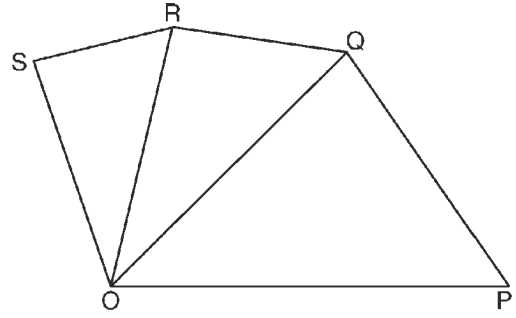


(iv)

3. $\angle CBD$, $\angle PQR$, $\angle MLN$ और $\angle OPQ$ को दर्शाते हुये कोण बनाइए।
4. आकृति (i) में कितने कोण दर्शाए गए हैं? उनके नाम लिखिए।
5. आकृति (ii) में दर्शाए गए कोणों के नाम लिखिए। इनमें से कितने कोण केवल शीर्ष का प्रयोग करते हुये दर्शाए जा सकते हैं।

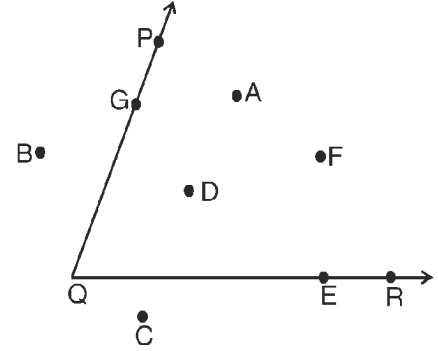


आकृति (i)

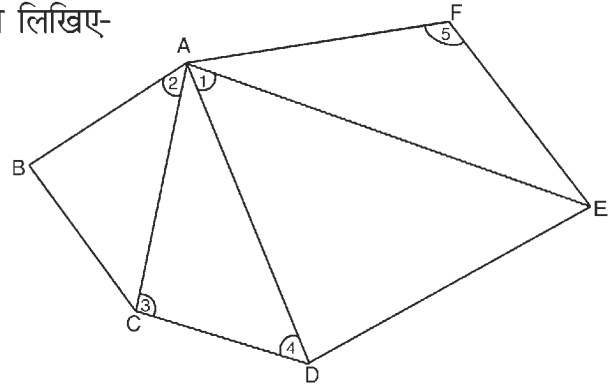


आकृति (ii)

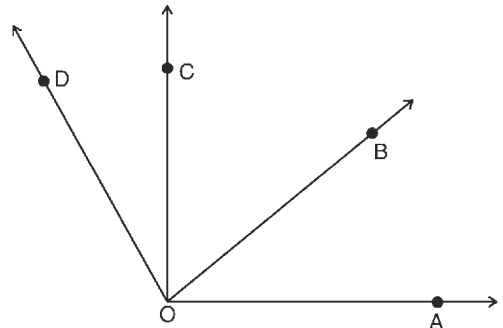
6. दी गई आकृति में अंकित उन बिन्दुओं के नाम लिखिए जो-
 - (i) $\angle PQR$ के अभ्यंतर में;
 - (ii) $\angle PQR$ के बहिर्भाग में;
 - (iii) $\angle PQR$ पर स्थित हैं



7. आकृति में निम्नांकित कोणों के वैकल्पिक नाम लिखिए-
 - (i) $\angle 1$ (ii) $\angle 2$
 - (iii) $\angle 3$ (iv) $\angle 4$
 - (v) $\angle 5$

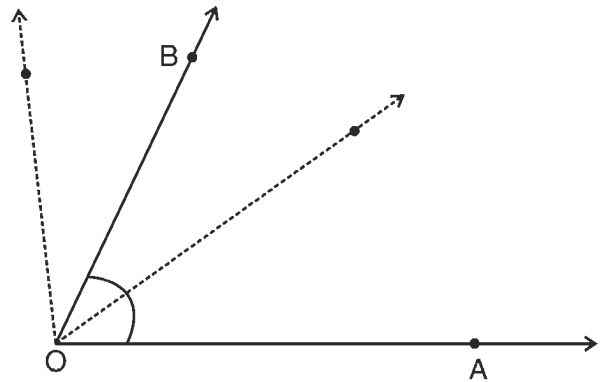


8. नीचे दी गयी आकृति को देखकर बताइए-
 - (i) क्या बिन्दु B, $\angle AOB$ के अभ्यंतर में है?
 - (ii) क्या बिन्दु B, $\angle AOC$ के अभ्यंतर में है?
 - (iii) क्या बिन्दु C, $\angle AOB$ के बहिर्भाग में है?
 - (iv) क्या बिन्दु D, $\angle AOC$ के बहिर्भाग में है?
 - (v) क्या बिन्दु A, $\angle AOD$ के अभ्यंतर में है?



कोण का परिमाण- आइए $\angle AOB$ पर विचार करें। हम किरण OA का OB तक घुमाव को कम या अधिक कर भुजाओं OA और OB के बीच के झुकाव या फैलाव को बदल सकते हैं।

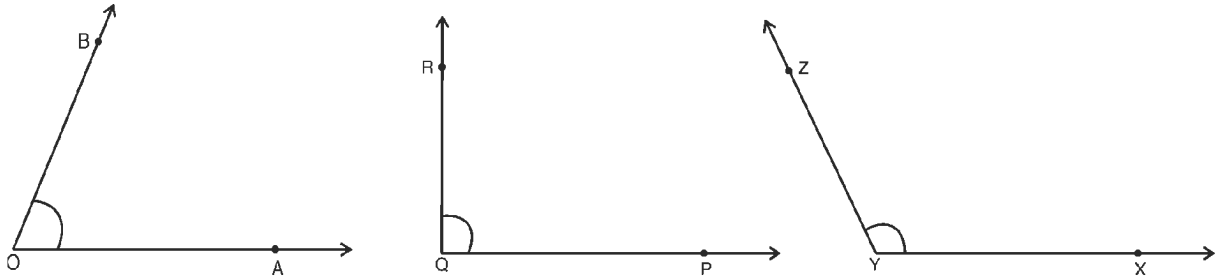
दोनों भुजाओं के बीच के झुकाव या फैलाव की यह मात्रा ही कोण का परिमाण (magnitude) होता है।



इस प्रकार दो कोणों की भुजाओं का झुकाव या फैलाव अलग-अलग है तो हम कहते हैं कि इन दोनों कोणों का परिमाण या माप (measure) अलग-अलग है।

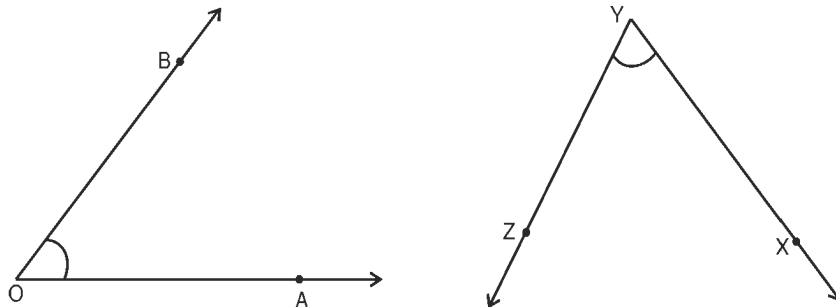
इस प्रकार कोण के परिमाण से हमारा अभिप्राय एक भुजा का शीर्ष पर घुमाव की मात्रा से है। यदि एक कोण का परिमाण दूसरे कोण के परिमाण से अधिक हो, तो हम कहते हैं कि पहला कोण दूसरे कोण से बड़ा है या दूसरा कोण पहले कोण से छोटा है।

कोणों की तुलना- निम्नांकित आकृतियों को ध्यान से देखिए-



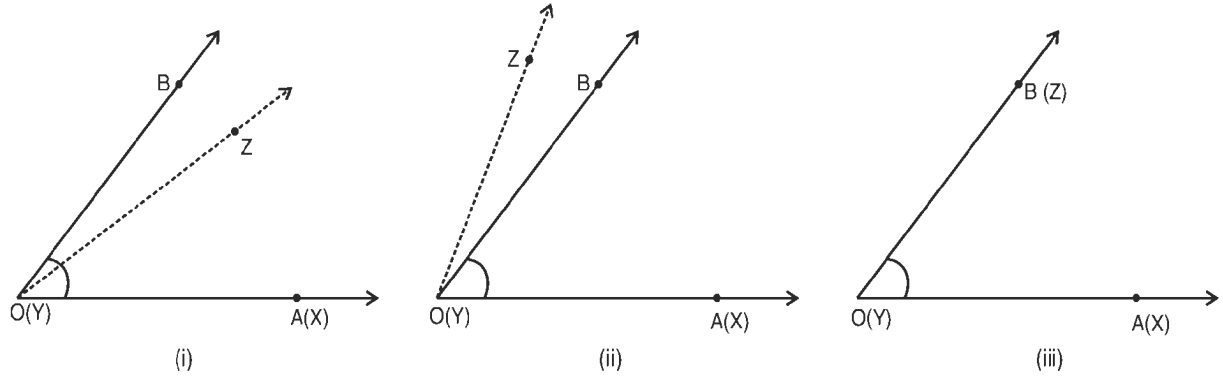
उपरोक्त आकृतियों को केवल देखकर ही हम कह सकते हैं कि $\angle AOB$, $\angle PQR$ व $\angle XYZ$ दोनों से छोटा है। इसी प्रकार $\angle XYZ$, $\angle AOB$ तथा $\angle PQR$ दोनों से बड़ा है। $\angle PQR$, $\angle AOB$ से बड़ा है परन्तु $\angle XYZ$ से छोटा है।

केवल देखकर ही कोणों की तुलना करना सदैव सम्भव नहीं होता। नीचे दी गई आकृतियों को ध्यान से देखिए-



क्या आप देखकर बता सकते हैं कि कौन-सा कोण छोटा है तथा कौन-सा कोण बड़ा?

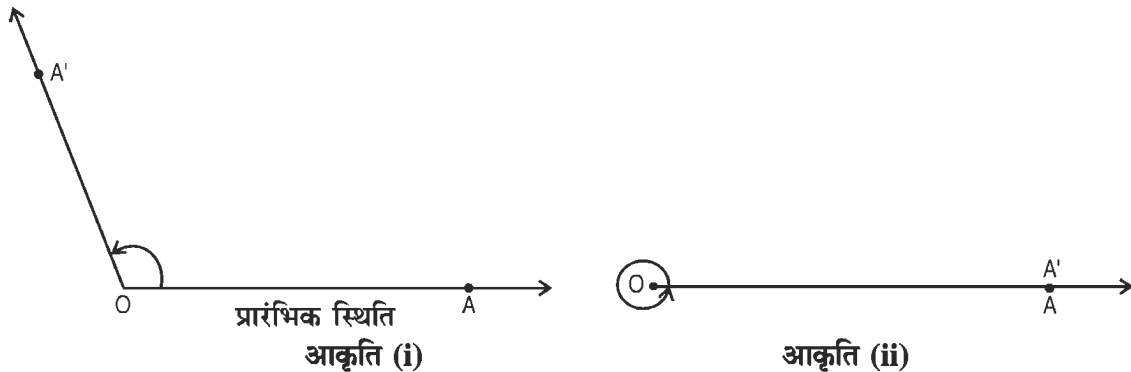
इसके लिए अक्स (ट्रेसिंग) कागज का प्रयोग कर कोणों के परिमाण की तुलना करना एक उत्तम विधि है। आप एक अक्स कागज लेकर उस पर $\angle XYZ$ को अक्स (ट्रेस) कर लीजिए। अब अक्स (ट्रेसिंग) कागज को $\angle AOB$ पर इस प्रकार रखिए कि उसका शीर्ष y , शीर्ष O पर तथा एक भुजा (जैसे yx) OA के अनुदिश रहे। अब भुजा जैसे yz की स्थिति के लिए तीन सम्भावनाएँ हैं-



- (i) भुजा yz भुजाओं OA तथा OB के बीच आती है [आकृति (i)] इस स्थिति में हम कहते हैं $\angle AOB, \angle ZYX$ से बड़ा है। इसे हम संकेतन में $\angle AOB > \angle XYZ$ लिखते हैं।
- (ii) भुजा yz भुजा OB से आगे है [आकृति (ii)]। इस स्थिति में हम कहते हैं कि $\angle AOB, \angle XYZ$ से छोटा है। संकेतन में हम इसे $\angle AOB < \angle XYZ$ लिखते हैं।
- (iii) भुजा yz तथा OB के अनुदिश है [आकृति (iii)]। इस स्थिति में हम कहते हैं कि $\angle AOB, \angle xyz$ के बराबर है। संकेतन में हम इसे $\angle AOB = \angle XYZ$ लिखते हैं।

कोणों की तुलना के लिये प्रयुक्त दोनों विधियाँ यह तो निर्धारित करती हैं कि कौन-सा कोण बड़ा है या छोटा है परन्तु यह नहीं बताती कि कोण कितना बड़ा है या कितना छोटा है। इस बात का पता करने के लिये हम प्रत्येक कोण के परिमाण का एक संख्यात्मक मान ज्ञात करते हैं। दोनों कोणों के संख्यात्मक मान के आधार पर हम सरलता से जान सकते हैं कि कौन-सा कोण बड़ा है तथा कितना बड़ा है। कोण का संख्यात्मक मान ज्ञात करने की एक विधि यह होगी कि हम कोणों को एक मानक कोण (Standard angle) (जिसे मात्रक कोण कहते हैं) के गुणजों के रूप में मापें और फिर इन मापों की तुलना करें।

कोण के अंश माप- हम एक किरण OA पर विचार करते हैं। इस किरण के बिन्दु O को स्थिर रखकर किरण को अपनी प्रारम्भिक स्थिति से घुमाया [आकृति (i)]।

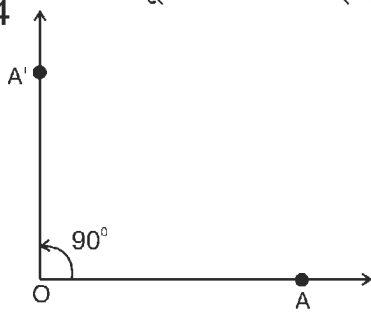


जब किरण OA एक परिक्रमा पूरा कर लेती है [आकृति (ii)] अर्थात् अपनी प्रारम्भिक स्थिति के सम्पाती हो जाती है, तो हम कहते हैं कि किरण ने एक चक्कर पूरा कर लिया है। हम इस चक्कर (परिक्रमा) को 360^0 बराबर-बराबर भागों में विभाजित करते हैं। इसमें से प्रत्येक भाग को एक अंश (degree) कहते हैं और इसे ही हम कोण मापन का मौलिक मात्रक मानते हैं। अंश को संख्या के ऊपर छोटे वृत्त (o) को लिखकर व्यक्त करते हैं। इस प्रकार 1 अंश को हम 1^0 लिखते हैं, 60 अंश को 60^0 लिखते हैं और 90 अंश को 90^0 लिखते हैं, आदि।

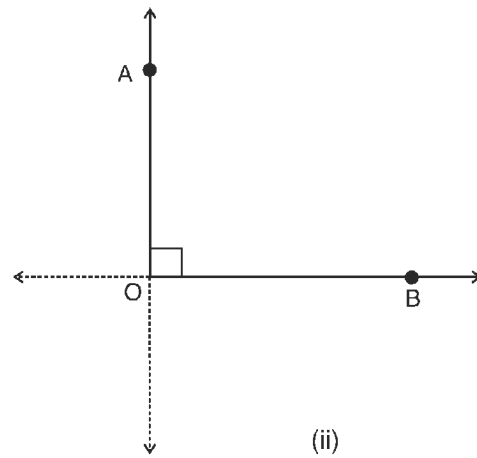
इस प्रकार एक पूर्ण चक्कर (परिक्रमा) = 360^0

यदि इस प्रकार किरण OA घूमते हुये चौथाई चक्कर ($\frac{1}{4}$ चक्कर) दिखाती है तो हम कहते हैं कि

किरण $\frac{360^0}{4} = 90^0$ घूम गई है अर्थात् इस कोण का माप 90^0 है।



(i)

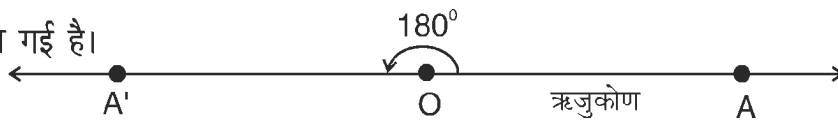


(ii)

90^0 वाले कोण को एक **समकोण** (right angle) कहते हैं। जब कोण की माप 90^0 होती है, तो हम कहते हैं कि कोण की भुजाएँ या कोण बनाने वाली किरणें एक दूसरे पर लम्ब (Perpendicular) हैं अथवा एक दूसरे के साथ समकोण पर हैं। इस प्रकार आकृति (ii) में किरणें OA व OB एक दूसरे पर लम्ब हैं। कागज, श्यामपट व कमरे के कोनों पर बने सभी कोण समकोण के उदाहरण हैं।

इसी प्रकार हम कहते हैं कि दो रेखाखण्ड या एक किरण और एक रेखाखण्ड एक दूसरे पर लम्ब हैं। यदि उनके द्वारा निर्मित कोण की माप 90^0 हो। 'पर लम्ब है' स्थिति को दर्शाने के लिये संकेत ' \perp ' का प्रयोग किया जाता है। इस प्रकार रेखा OA, रेखा OB पर लम्ब है को $\overleftrightarrow{OA} \perp \overleftrightarrow{OB}$ लिखते हैं।

यदि किरण आधा चक्कर ($\frac{1}{2}$ चक्कर) लगाती है तो हम कहते हैं कि किरण OA, $\frac{360^0}{2} = 180^0$ का कोण घूम गई है।



180° माप वाले कोण को एक **ऋजु कोण (Straight angle)** कहते हैं। इसी प्रकार दो विपरीत किरणों द्वारा बनाया गया कोण एक ऋजु कोण कहलाता है।

जब किरण OA एक चक्कर पूरा कर लेती है तो हम कहते हैं कि किरण 360° के कोण पर घूम गई है। इस स्थिति में किरण अपने प्रारम्भिक बिन्दु के प्रति एक पूर्ण चक्कर (परिक्रमा) बाद अपनी प्रारम्भिक स्थिति पर आ गई है।



360° माप वाले कोण को सम्पूर्ण कोण (complete angle) कहते हैं।

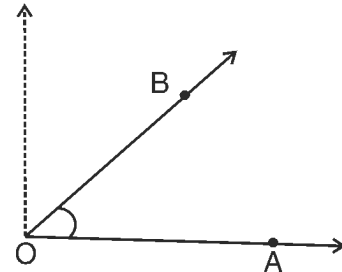
यदि किरण OA घूमती ही नहीं तो हम कहते हैं कि किरण अपनी प्रारम्भिक स्थिति से 0° का कोण बनाती है।



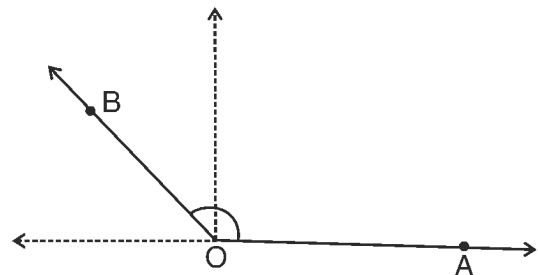
0° माप वाले कोण को शून्य कोण (Zero angle) कहते हैं।

कोणों के प्रकार- हम समकोण, ऋजु कोण, सम्पूर्ण कोण व शून्य कोण के विषय में पढ़ चुके हैं। अब हम कोणों के कुछ और प्रकारों का अध्ययन करेंगे।

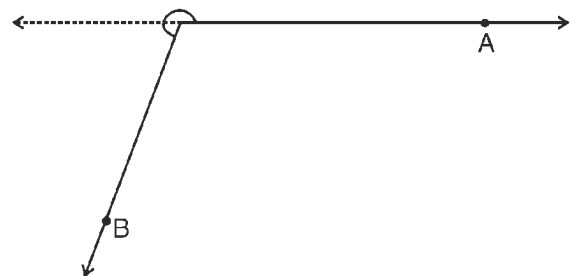
न्यून कोण- वह कोण जो शून्य कोण से बड़ा तथा समकोण से छोटा होता है न्यून कोण (acute angle) कहलाता है। अर्थात् न्यून कोण की माप 0° से अधिक तथा 90° से कम होती है।



अधिक कोण- वह कोण जो समकोण से बड़ा तथा ऋजु कोण से छोटा होता है। अधिक कोण (obtuse angle) कहलाता है। अर्थात् अधिक कोण वह कोण है जिसकी माप 90° से अधिक तथा 180° से कम होती है।

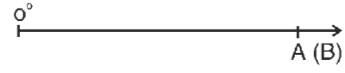


प्रतिवर्ती कोण- वह कोण जो एक ऋजु कोण से बड़ा तथा सम्पूर्ण कोण से छोटा होता है। प्रतिवर्ती कोण (reflex angle) कहलाता है। अर्थात् प्रतिवर्ती कोण वह कोण है जिसका माप 180° से अधिक तथा 360° से कम होता है।

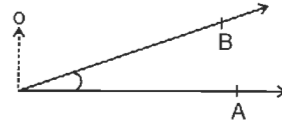


हमने सीखा -

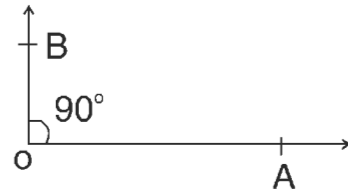
(i) शून्य कोण = 0^0



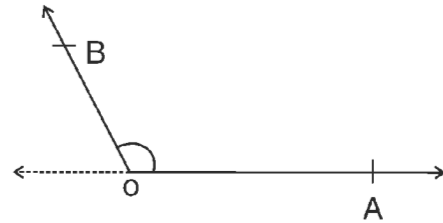
(ii) न्यून कोण = 0^0 और 90^0 के बीच



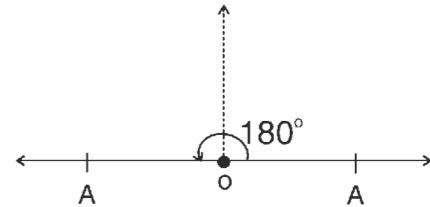
(iii) समकोण = 90^0



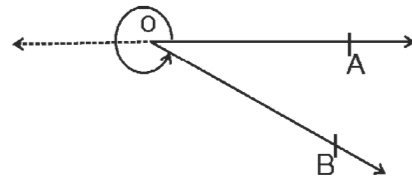
(iv) अधिक कोण = 90^0 और 180^0 के बीच



(v) ऋजु कोण = $180^0 = 2 \times 90^0 = 2$ सम कोण



(vi) प्रतिवर्ती कोण (पुनर्युक्त) = 180^0 और 360^0 के बीच



(vii) सम्पूर्ण कोण = $360^0 = 4 \times 90^0 = 4$ समकोण

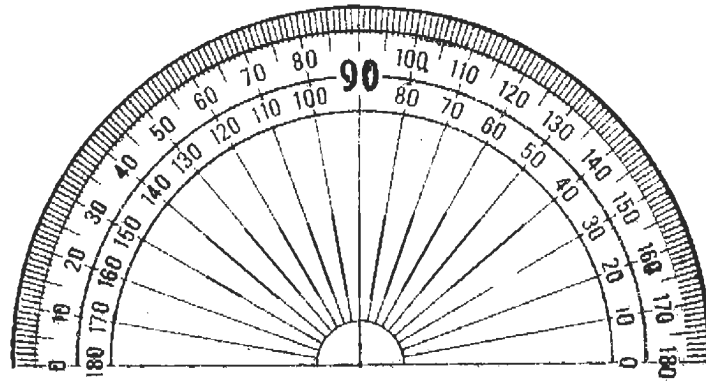


टिप्पणियाँ- कोण AOB के माप को संकेत ' $m \angle AOB$ ' द्वारा व्यक्त करते हैं। परन्तु सरलता के लिए हम संकेतन m का प्रयोग न करते हुए हम संकेत $\angle AOB$ का प्रयोग कोण AOB तथा कोण AOB की माप दोनों के लिए करते हैं। उदाहरणार्थ $\angle AOB = 60^\circ$ का अर्थ $m \angle AOB = 60^\circ$ इत्यादि।

चाँदे के द्वारा कोण का मापन-

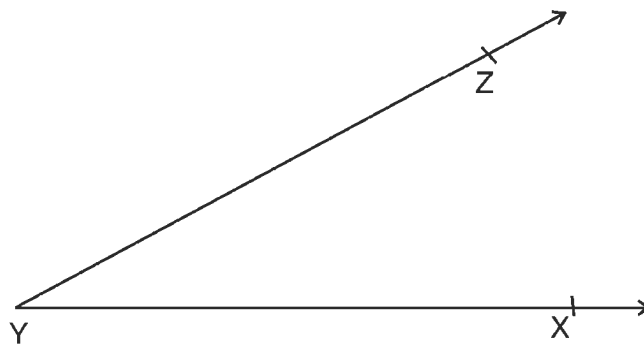
हम पिछली कक्षा में चाँदे से परिचित हो चुके हैं। हमने कोणों के मापन के लिये चाँदे (Protractor) का उपयोग किया था। पुनः इसे समझते हैं।

नीचे दिए गए चाँदे के चित्र को ध्यान से देखिए।

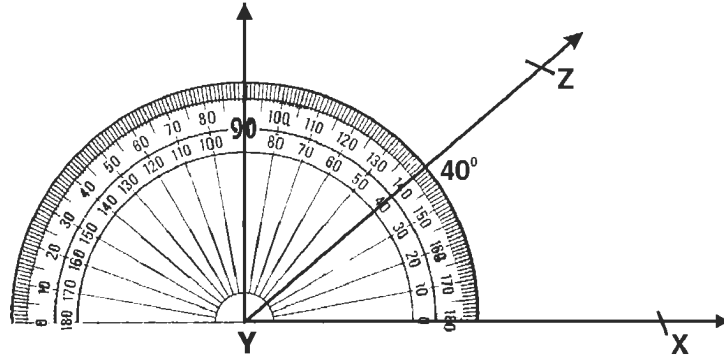


हम जानते हैं चाँदे के गोलाई वाले किनारे पर बाएँ से दाएँ तथा दाएँ से बाएँ 180° बराबर भागों में छोटी-छोटी रेखाएँ खींची गई हैं। प्रत्येक दो रेखाओं की बीच की माप को हम 1° मानते हैं। $0^\circ - 180^\circ$ रेखा होती है इसे आधार रेखा कहते हैं। आधार रेखा के मध्य बिन्दु को चाँदे का केन्द्र कहते हैं।

आइए अब चाँदे के द्वारा $\angle xyz$ का मापन करें।



चाँदे को $\angle xyz$ पर इस प्रकार रखिए कि इसका केन्द्र कोण के शीर्ष पर पड़े और 0° - 180° रेखा या आधार रेखा कोण की एक भुजा (माना xy) के अनुदिश रहे।

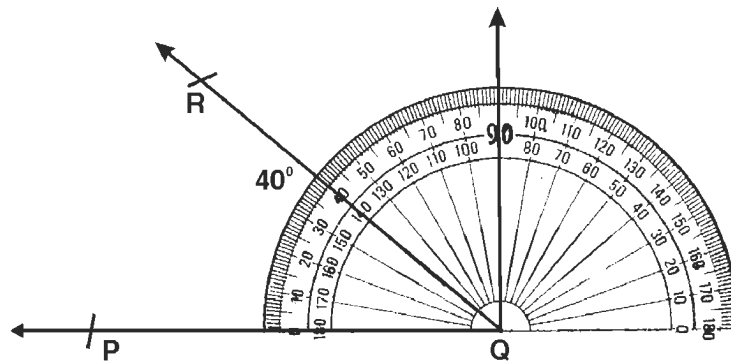
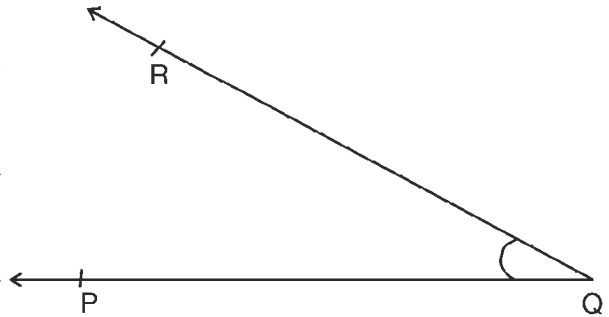


अब गोलाई वाले किनारे पर लगे हुए उस चिह्न को पढ़िए जिससे होकर रेखा yz जाती है। यह चिह्न चाँदे पर स्थित दो संख्या श्रृंखलाओं में से उस श्रृंखला पर पढ़ना चाहिए, जिसकी शून्य संख्या पहली भुजा xy पर पड़ती है। ऊपर दी गई आकृति में $\angle xyz$ का माप 40° पढ़ा जाता है। इसे हम $\angle xyz = 40^{\circ}$ लिखते हैं।

यहाँ हमने अन्दर वाली संख्या श्रृंखला पर चिह्न पढ़ा है। इसी प्रकार हम अब चाँदे की सहायता से एक अन्य कोण $\angle PQR$ का मापन करते हैं।

इसके लिए पुनः चाँदे को $\angle PQR$ पर इस प्रकार रखते हैं कि चाँदे का केन्द्र, कोण के शीर्ष पर तथा 0° - 180° आधार रेखा पर एक भुजा (मान लीजिए PQ) रहे।

निम्न प्रकार से -



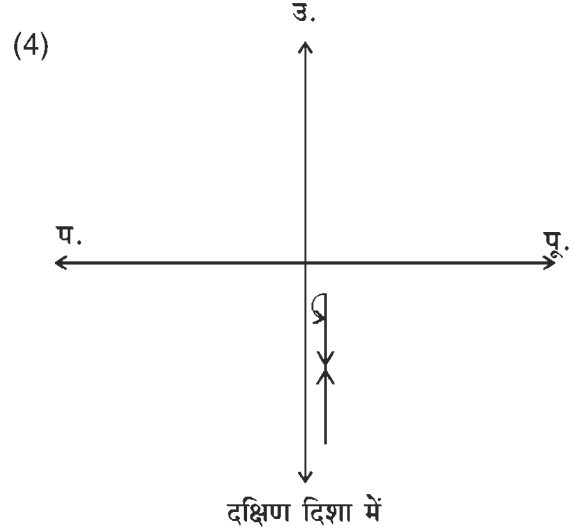
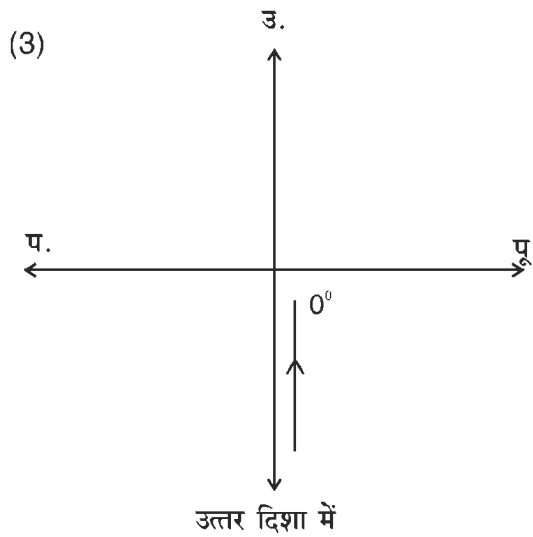
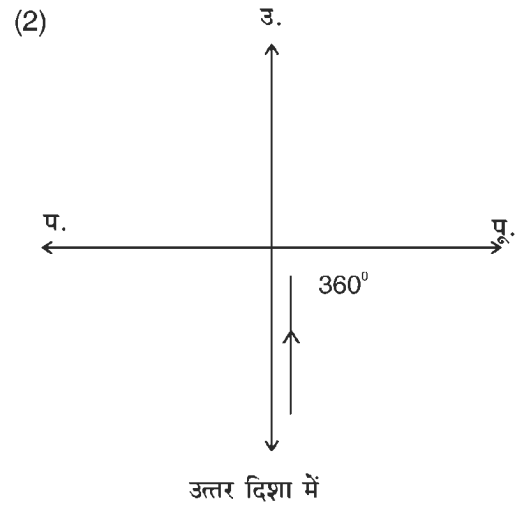
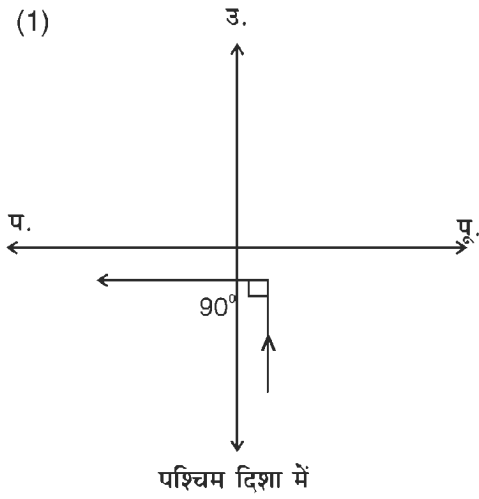
अब हम गोलाई वाले किनारे पर बने उस चिह्न को पढ़ते हैं, जिससे होकर QR भुजा जाती है। इस बार भी चिह्न उसी ओर का पढ़ा जाता है। जिसका शून्य भुजा PQ पर है। ध्यान दीजिए कि इस बार हम बाहरी ओर के संख्या चिह्न का प्रयोग कर रहे हैं।

यहाँ हमें $\angle PQR$ का माप 40° प्राप्त होता है। इसे हम $\angle PQR = 40^\circ$ लिखते हैं।

उदाहरण 4. ललित उत्तर दिशा की ओर जा रहा है। यदि वह अपनी दिशा बदलकर अपने बायीं ओर

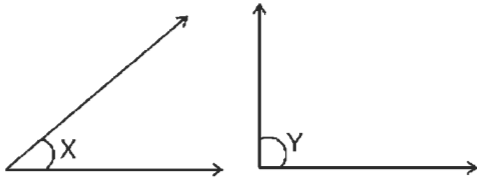
(i) एक समकोण (ii) सम्पूर्ण कोण (iii) शून्य कोण (iv) ऋजु कोण मुड़कर चलने लगता है तो वह किस दिशा में चल रहा है?

हल-

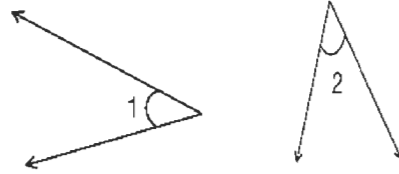


प्रश्नावली 10.3

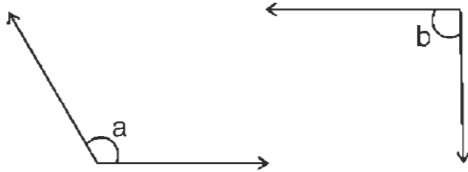
1. देखकर बताइए कि निम्नांकित कोण युग्मों में से कौन-सा कोण छोटा है।



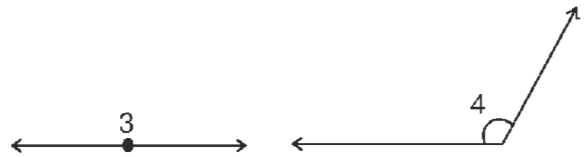
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

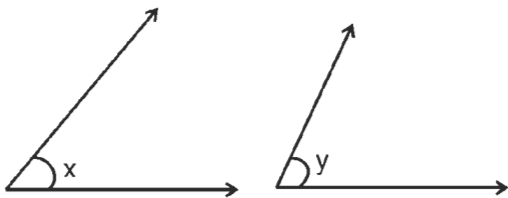
2. आकृति में दिए गए कोण युग्मों का अक्स कागज तथा साथ ही साथ चाँदों द्वारा तुलना कीजिए और निम्नांकित प्रश्नों के उत्तर दीजिए-

(a) क्या $\angle x > \angle y$ से?

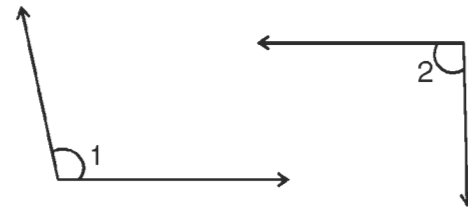
(b) क्या $\angle 1 > \angle 2$ से?

(c) क्या $\angle c > \angle d$ से?

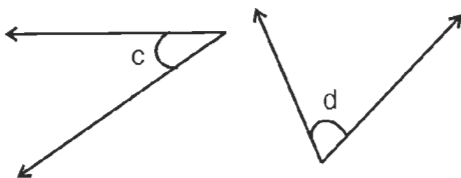
(d) क्या $\angle a = \angle b$ है?



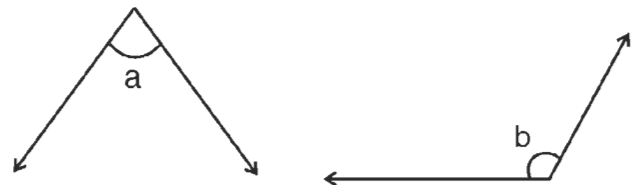
(a)



(b)

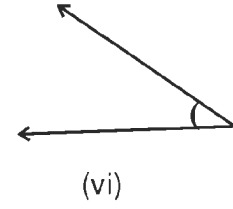
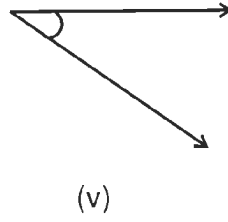
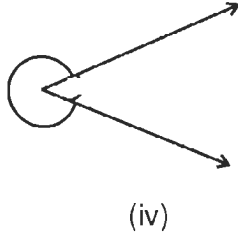
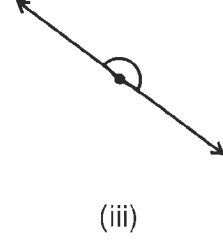
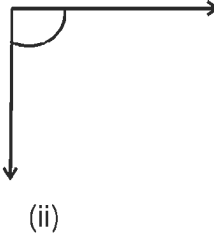
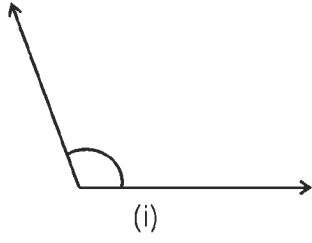


(c)



(d)

3. दी गई आकृतियों में बनने वाले कोण का नाम लिखिए।



4. निम्नांकित कोणों को पहचानकर उनके नाम लिखिए।

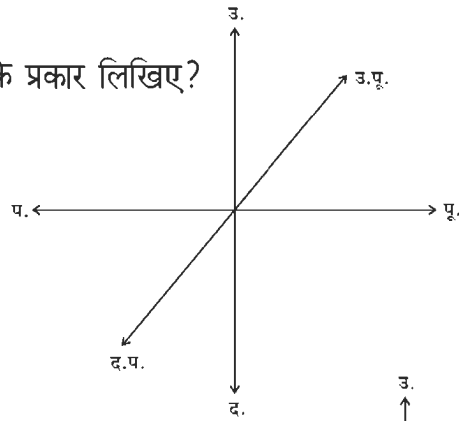
(i) 50° (ii) 110° (iii) 75° (iv) 180° (v) 210° (vi) 360° (vii) 0° (viii) 90°

5. पटरी व पेंसिल का उपयोग कर एक न्यून कोण, एक अधिक कोण, एक ऋजु कोण व एक प्रतिवर्ती कोण बनाइए। चाँद की सहायता से प्रत्येक को मापिए।

6. रहीम व रोशन एक बिन्दु P से चलना प्रारम्भ करते हैं। रहीम पश्चिम की ओर W तक तथा रोशन उत्तर की ओर N तक जाता है। इन दोनों के बीच बने कोण को खींचिए। यह किस प्रकार का कोण है लिखिए।

7. निम्न दिशाओं के बीच बनने वाले कोणों के प्रकार लिखिए?

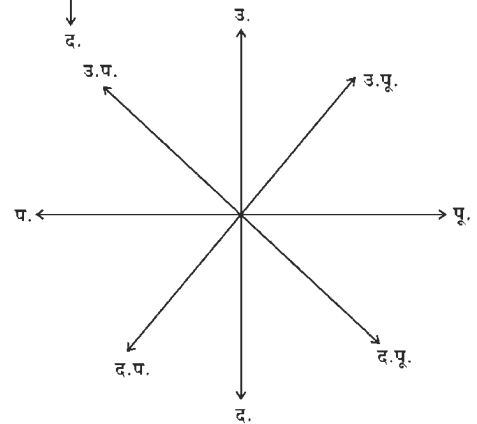
- (i) पूर्व और पश्चिम
- (ii) पूर्व और उत्तर
- (iii) उत्तर-पूर्व और दक्षिण-पश्चिम



8. सुधा उत्तर-पूर्व दिशा में नौका चालन कर रही है। यदि वह अपने बाईं ओर एक

- (i) ऋजु कोण
- (ii) सम्पूर्ण कोण

घूमकर नौका चालन करने लगे, तो वह किस दिशा में नौका चालन कर रही है?

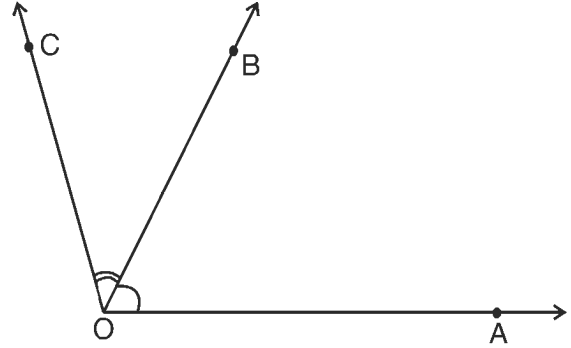


कोणों के युग्म- प्रायः हमें कुछ ऐसे कोण-युग्म देखने को मिलते हैं, जिनमें कुछ विशेष गुण होते हैं। ऐसे कुछ कोणों के युग्मों पर चर्चा करते हैं।

1. आसन्न कोण -

दी गई आकृति को ध्यान से देखिए। यहाँ दो कोण $\angle AOB$ तथा $\angle BOC$ ऐसे कोण हैं जिनका शीर्ष O है तथा भुजा OB उभयनिष्ठ है।

कोणों की भुजाएँ OA तथा OC उभयनिष्ठ भुजा OB के विपरीत ओर स्थित है। इस प्रकार के दो कोण आसन्न कोण (Adjacent Angle) कहलाते हैं।



इस प्रकार- एक ही तल में स्थित दो कोण आसन्न कोण कहलाते हैं, यदि उनका शीर्ष एक ही हो, उनमें एक भुजा उभयनिष्ठ हो और दूसरी दोनों भुजाएँ उभयनिष्ठ भुजा के विपरीत ओर स्थित हों।

ध्यान रहे - ऊपर दी गई आकृति में $\angle AOB$ तथा $\angle BOC$ आसन्न कोण हैं।

$\angle AOB$ तथा $\angle AOC$ पर विचार करते हैं।

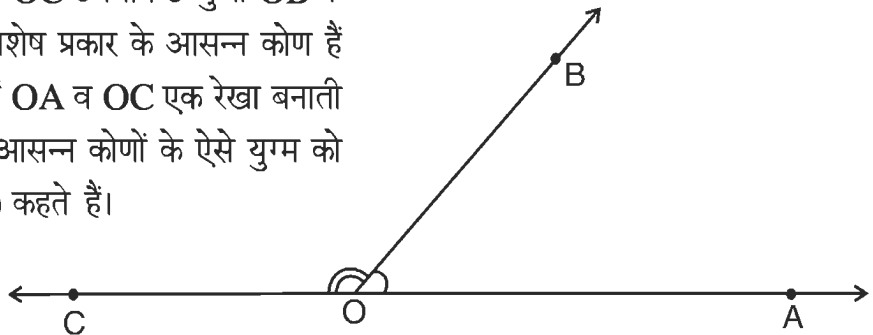
- (i) $\angle AOB$ तथा $\angle AOC$ दोनों ही कोणों का शीर्ष O है।
- (ii) $\angle AOB$ तथा $\angle AOC$ में भुजा OA उभयनिष्ठ है।
- (iii) परन्तु $\angle AOB$ की भुजा OB तथा $\angle AOC$ की भुजा OC उभयनिष्ठ भुजा OA के एक ही ओर स्थित है।

इसलिए $\angle AOB$ तथा $\angle AOC$ आसन्न कोण नहीं होंगे।

2. रैखिक युग्म-

दी गई आकृति को ध्यान से देखिए-

यहाँ $\angle AOB$ तथा $\angle BOC$ आसन्न कोण हैं, क्योंकि दोनों कोणों का शीर्ष O है। भुजा OB उभयनिष्ठ है तथा इन कोणों की दो भुजाएँ OA तथा OC उभयनिष्ठ भुजा OB के विपरीत ओर स्थित हैं। यह विशेष प्रकार के आसन्न कोण हैं क्योंकि इन कोणों में दो भुजाएँ OA व OC एक रेखा बनाती हैं (या दो विपरीत किरणें हैं) आसन्न कोणों के ऐसे युग्म को रैखिक युग्म (Linear Pair) कहते हैं।



इस प्रकार- रैखिक युग्म आसन्न कोणों का वह युग्म है जिनकी उभयनिष्ठ न होने वाली भुजाएँ एक सरल रेखा बनाती हैं (या विपरीत किरणें हैं)।

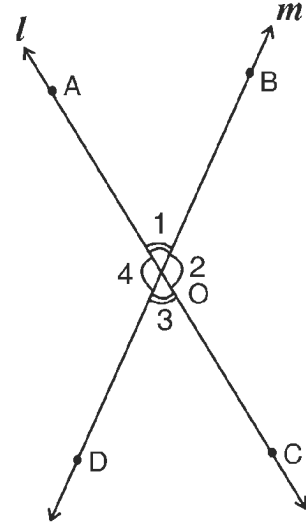
ध्यान रहे- रैखिक युग्म बनाने वाले कोण आसन्न कोण होते हैं परन्तु यह आवश्यक नहीं कि दो आसन्न कोण एक रैखिक युग्म ही बनाए।

3. शीर्षाभिमुख कोण -

दी गई आकृति को ध्यान से देखिए। यहाँ दो रेखाएँ l व m एक दूसरे को बिन्दु O पर प्रतिच्छेद करती हैं। हम देखते हैं कि इन दोनों रेखाओं के प्रतिच्छेदन से चार कोण 1, 2, 3 व 4 बन रहे हैं।

कोण युग्म $\angle 1$ व $\angle 2$ में एक भुजा OB उभयनिष्ठ है। इसी प्रकार कोण युग्म $\angle 2$ व $\angle 3$ में भुजा OC , $\angle 3$ व $\angle 4$ में भुजा OD तथा $\angle 4$ व $\angle 1$ में भुजा OA उभयनिष्ठ है।

परन्तु कोण युग्म $\angle 1$ व $\angle 3$ तथा $\angle 2$ व $\angle 4$ में कोई भुजा उभयनिष्ठ नहीं है। इस प्रकार के कोणीय युग्म **शीर्षाभिमुख कोण** (Vertically Opposite Angles) कहलाते हैं।



इस प्रकार- दो प्रतिच्छेदी रेखाओं द्वारा बनाए गए ऐसे दो कोण जिनमें कोई भी भुजा उभयनिष्ठ न हो, शीर्षाभिमुख कोण कहलाते हैं।

ऊपर की आकृति में $\angle 1$ व $\angle 3$ तथा $\angle 2$ व $\angle 4$ शीर्षाभिमुख कोण हैं।

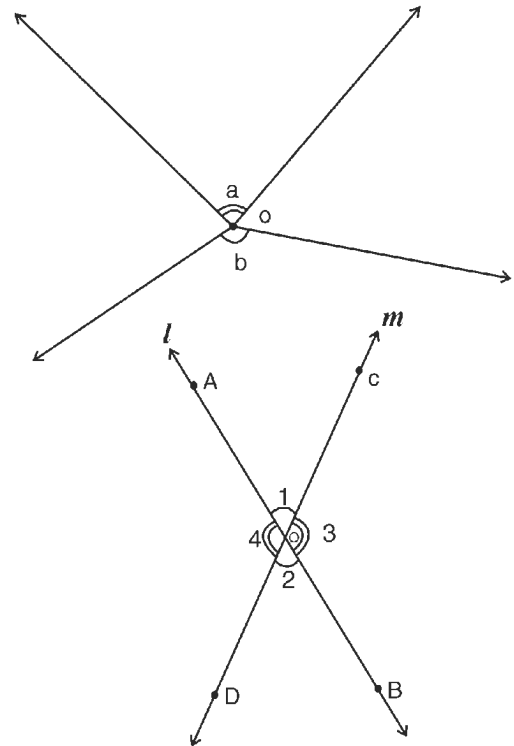
अब दी गई आकृति का अवलोकन कीजिए-

इस स्थिति में कोण युग्म $\angle a$ व $\angle b$ शीर्षाभिमुख कोण नहीं है। क्योंकि यह प्रतिच्छेदी रेखाओं द्वारा निर्मित नहीं है।

क्रियाकलाप 4. नीचे दो रेखाएँ AB तथा CD खींची गई हैं। ये रेखाएँ बिन्दु 'O' पर प्रतिच्छेद करती हैं तथा $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ तथा $\angle 4$ बनाती हैं। $\angle 1$ व $\angle 2$ शीर्षाभिमुख कोण हैं। इसी प्रकार $\angle 3$ व $\angle 4$ भी शीर्षाभिमुख कोण हैं।

अब चाँदे की सहायता से $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ तथा $\angle 4$ को नापकर लिखिए।

आप पायेंगे कि $\angle 1$ व $\angle 2$ तथा $\angle 3$ व $\angle 4$ की अंश माप एक समान है।

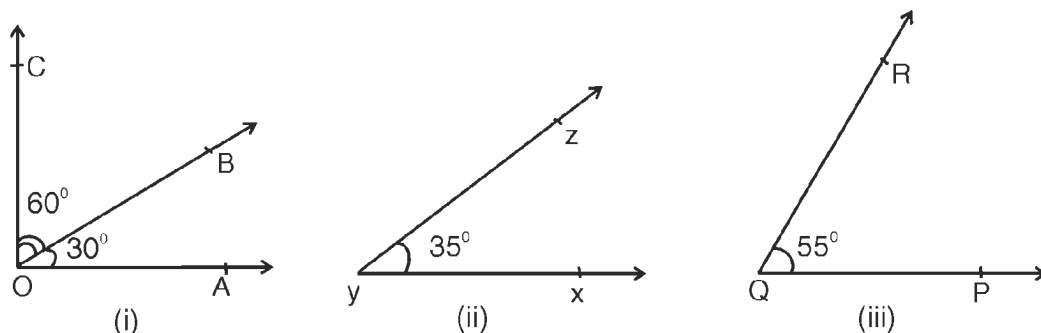


$$\text{अर्थात् } \angle 1 = \angle 2$$

$$\text{तथा } \angle 3 = \angle 4$$

इस प्रकार शीर्षाभिमुख कोण सदैव एक दूसरे के बराबर होते हैं।

4. पूरक कोण- नीचे दी गई आकृतियों का अवलोकन कीजिए।



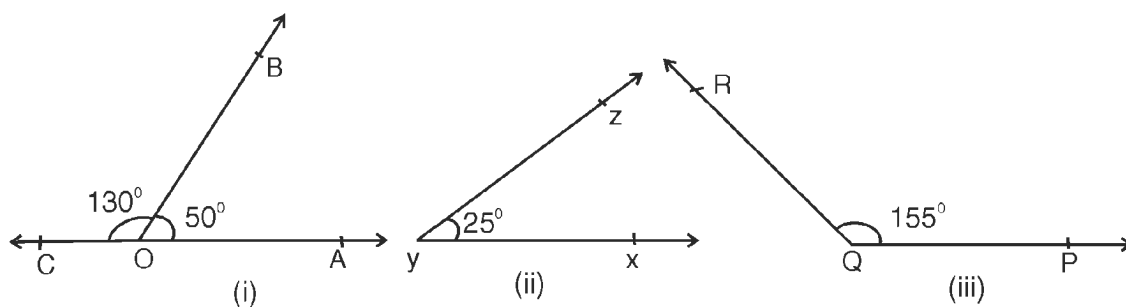
आकृति (i) में $\angle AOB$ व $\angle BOC$ का योग 90° है। इस प्रकार आकृति (ii) में $\angle xyz$ व $\angle xoz$ का योग 90° है। इस प्रकार के कोण युग्म **पूरक कोण (complementary angles)** कहलाते हैं।

इस प्रकार यदि दो कोणों की मापों का योग 90° है, या एक समकोण होता है तो प्रत्येक कोण एक-दूसरे के पूरक कहलाते हैं।

आकृति (i) में $\angle AOB$ तथा $\angle BOC$ पूरक कोण हैं। साथ ही $\angle AOB$, $\angle BOC$ का पूरक कोण है तथा $\angle BOC$, $\angle AOB$ का पूरक कोण है।

इसी प्रकार आकृतियों (ii) में $\angle xyz$ तथा $\angle xoz$ पूरक कोण हैं। यहाँ $\angle xyz$, $\angle xoz$ का पूरक है तथा $\angle xoz$, $\angle xyz$ का पूरक कोण है।

5. संपूरक कोण- नीचे दी गई आकृतियों का अवलोकन कीजिए।



आकृति (i) में बनने वाले आसन्न कोणों $\angle AOB$ व $\angle BOC$ का योग 180° है।

इसी प्रकार आकृति (ii) में युग्म $\angle xyz$ तथा $\angle xoz$ का योग भी 180° है।

इस प्रकार के कोण युग्म को **संपूरक कोण (Supplementary angles)** कहते हैं।

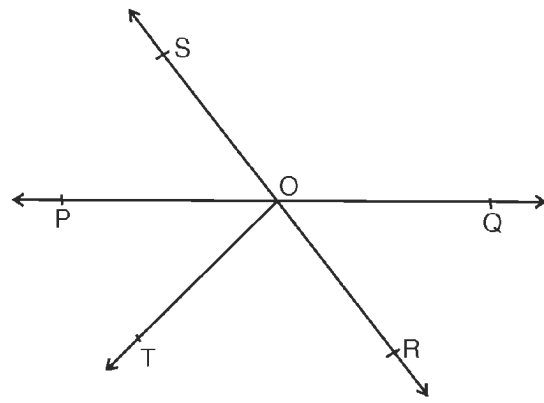
इस प्रकार यदि दो कोणों का योग 180° या दो समकोण होता है तो इनमें से प्रत्येक कोण एक-दूसरे का संपूरक कहलाता है।

आकृति (i) में आसन्न कोण $\angle AOB$ व $\angle BOC$ संपूरक कोण हैं। साथ ही $\angle AOB$ कोण $\angle BOC$ संपूरक हैं तथा $\angle BOC$, $\angle AOB$ का संपूरक है। इसी प्रकार दूसरे युग्म के विषय में भी कहा जा सकता है।

एक रैखिक युग्म के कोण संपूरक कोण होते हैं। परन्तु संपूरक कोणों के युग्म का रैखिक युग्म होना आवश्यक नहीं है।

उदाहरण 5. आकृति का अवलोकन कर निम्नलिखित कोण युग्म की पहचान कीजिए।

- (i) आसन्न कोणों के पाँच युग्म
- (ii) प्रत्येक रैखिक युग्म
- (iii) शीर्षाभिमुख कोण



हल- (i) आसन्न कोणों वाले पाँच युग्म हैं।

- (a) $\angle POS$, $\angle QOS$ (b) $\angle SOQ$, $\angle QOR$ (c) $\angle QOR$, $\angle ROT$
- (d) $\angle ROT$, $\angle TOP$ (e) $\angle TOP$, $\angle POS$ (f) $\angle ROP$, $\angle POS$

(ii) रैखिक युग्म हैं-

- (a) $\angle POS$, $\angle SOQ$ (b) $\angle SOQ$, $\angle QOR$, (c) $\angle QOR$, $\angle ROP$
- (d) $\angle ROP$, $\angle POS$

(iii) शीर्षाभिमुख कोण हैं -

- (a) $\angle POS$, $\angle QOR$ (b) $\angle QOS$, $\angle POR$

उदाहरण 6. कोण 25° , 15° व 60° के पूरक कोण ज्ञात कीजिए।

हल- हम जानते हैं कि पूरक कोणों का योग 90° होता है।

$$\text{अतः } 25^\circ \text{ का पूरक कोण} = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$$

$$15^\circ \text{ का पूरक कोण} = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$$

$$60^\circ \text{ का पूरक कोण} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

उदाहरण 7. कोण 120° , 46° व 75° के संपूरक कोण ज्ञात कीजिए।

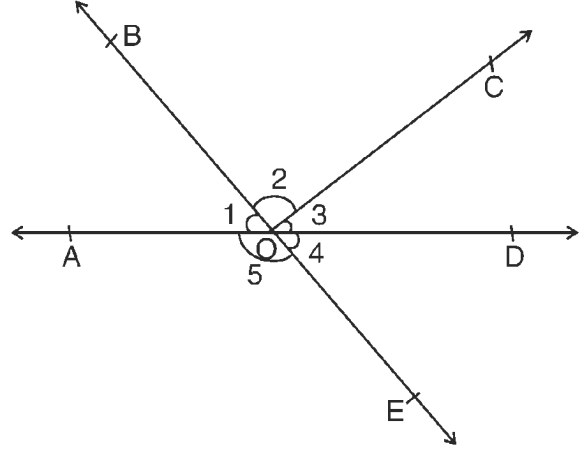
हल- हम जानते हैं कि संपूरक कोण का योग 180° होता है।

$$\text{अतः } 120^\circ \text{ का संपूरक कोण} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

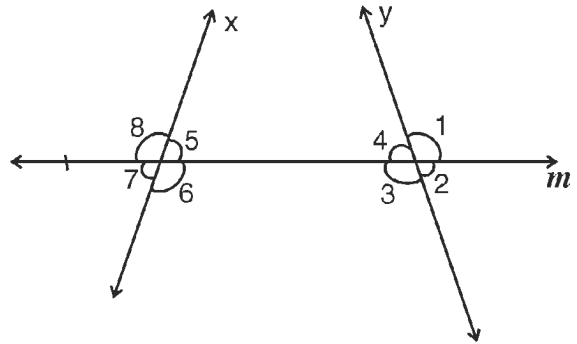
46° का संपूरक कोण = $180^\circ - 46^\circ = 134^\circ$
 75° का संपूरक कोण = $180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$

प्रश्नावली 10.4

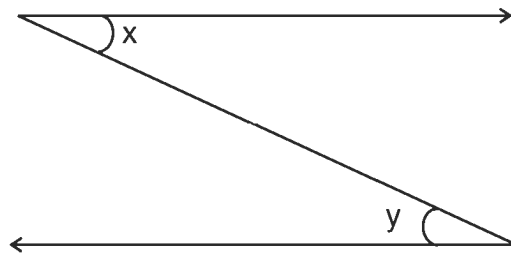
- दी गई आकृति का अवलोकन कर लिखिए।
 - क्या $\angle 1$, $\angle 2$ का आसन्न कोण है? कारण सहित उत्तर दीजिए।
 - क्या $\angle DOE$, $\angle COE$ का आसन्न कोण है? कारण सहित लिखिए।
 - क्या $\angle AOB$ व $\angle BOD$ एक रैखिक युग्म है। यदि हाँ तो कारण दीजिए।
 - $\angle AOE$, $\angle DOE$ का संपूरक है? कारण सहित लिखिए।
 - क्या $\angle 1$ और $\angle 4$ शीर्षाभिमुख कोण हैं? कारण सहित लिखिए।



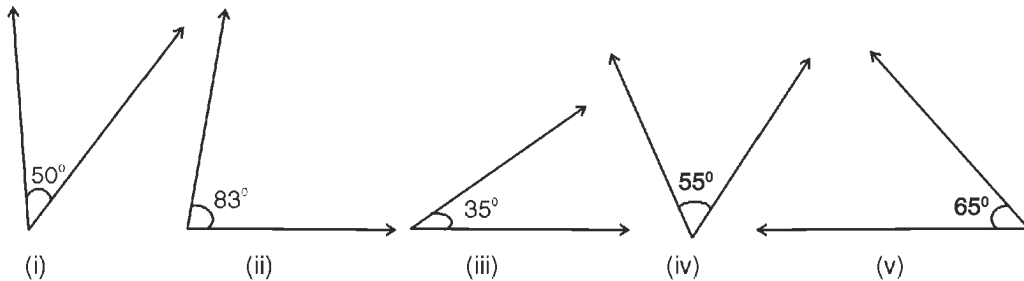
- दी गई आकृति को ध्यानपूर्वक देखकर लिखिए।
 - सभी रैखिक युग्म।
 - सभी कोण युग्म जो शीर्षाभिमुख कोण हैं।



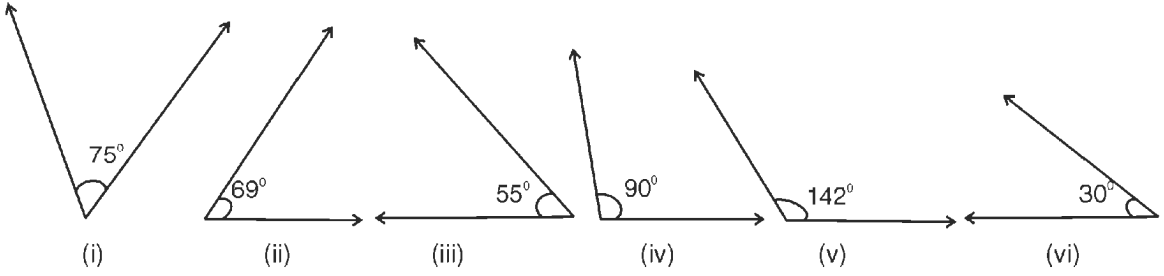
- आकृति में क्या $\angle x$ व $\angle y$ आसन्न कोण हैं? कारण सहित उत्तर दीजिए।



- दी गई आकृति में से प्रत्येक कोण का पूरक कोण ज्ञात कीजिए।



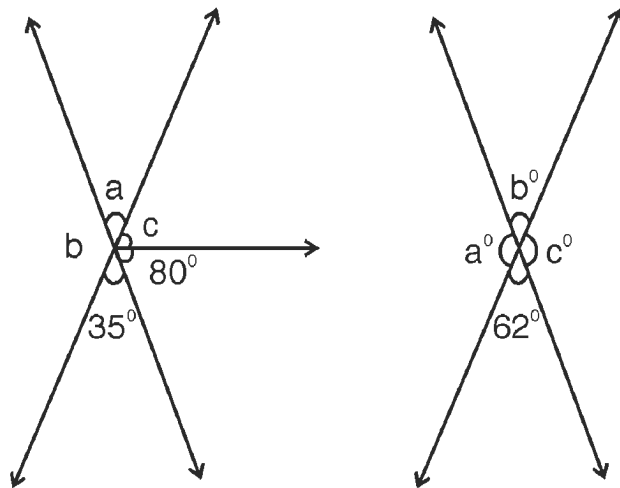
5. निम्नलिखित कोणों के संपूरक लिखिए।



6. निम्न कोण युग्मों में से पूरक व संपूरक कोणों के युग्मों की पहचान कीजिए।

- (i) $165^\circ, 15^\circ$ (ii) $20^\circ, 70^\circ$ (iii) $68^\circ, 22^\circ$ (iv) $36^\circ, 54^\circ$
 (v) $74^\circ, 105^\circ$ (vi) $90^\circ, 90^\circ$ (vii) $45^\circ, 45^\circ$ (viii) $119^\circ, 61^\circ$

7. एक ऐसा कोण ज्ञात कीजिए, जो अपने पूरक के बराबर हो।
 8. एक ऐसा कोण ज्ञात कीजिए, जो अपने संपूरक के बराबर हो।
 9. दो संपूरक कोणों में एक कोण की माप बढ़ती है। यदि दूसरे कोण को इस प्रकार समायोजित किया जाता है कि दोनों कोण अभी भी संपूरक रहें। तो दूसरे कोण की माप में क्या अन्तर आयेगा और क्यों?
 10. रैखिक युग्म का एक कोण अधिक कोण है। दूसरा कोण किस प्रकार का होगा?
 11. क्या दो कोण संपूरक हो सकते हैं? यदि वे दोनों कोण हों
 (i) अधिक कोण (ii) न्यून कोण (iii) समकोण
 12. एक कोण 45° से छोटा है। ज्ञात कीजिए कि इसका पूरक कोण इससे बड़ा होगा, बराबर होगा या छोटा होगा?
 13. निम्न आकृतियों में प्रत्येक स्थिति के लिए कोणों a, b और c के मान ज्ञात कीजिए-



विविध प्रश्नावली 2

1. निम्नलिखित को संख्याओं, अक्षर संख्याओं तथा मूलभूत संक्रियाओं के चिह्नों से व्यक्त कीजिए।

- | | |
|----------------------------------|--|
| (i) संख्या 6 और x का योग | (ii) संख्या y से 3 अधिक संख्या |
| (iii) संख्या x का एक तिहाई | (iv) संख्याएं x और y के योग का आधा |
| (v) संख्या 7 से y कम एक संख्या | (vi) संख्या x में से 7 घटाने पर प्राप्त संख्या |

2. निम्नलिखित को गुणा के रूप में लिखिए:

- | | | |
|--------------|-----------|---------------|
| (i) a^2b^5 | (ii) $8z$ | (iii) $9ab^3$ |
|--------------|-----------|---------------|

3. निम्नलिखित में x का गुणांक लिखिए:

- | | | |
|----------|-------------|---------------|
| (i) $3x$ | (ii) $-4ax$ | (iii) $5xy^2$ |
|----------|-------------|---------------|

4. निम्न व्यंजकों के पद का गुणांक (संख्यात्मक) लिखिए:

$$x^2 - 7x^2y + 5xy^2 - 2$$

5. निम्न में समान पदों को पहचानिए:

- | | |
|-------------------------------------|---|
| (i) $x^2, y^2, 2x^2, z^2$ | (ii) $2xy, yz, 3x,$ |
| (iii) $-2x^2y, x^2z, -yx^2, x^2y^2$ | (iv) $cab^2, a^2bc, b^2ac, c^2ab, abc, ab^2 C, acb^2$ |

6. यदि $x=2, y=-3, z=-2, a=2, b=3$ है तो निम्नलिखित व्यंजकों के मान ज्ञात कीजिए:

- | | |
|-----------------------------|--------------------------------|
| (i) $2a^2 + 2b$ | (ii) $2a^2 + x^2 - y^3$ |
| (iii) $x^3 - y^3 + z^3$ | (iv) $4xy^2 - 3yz^2 + 4x^2z$ |
| (v) $x^3 + y^3 + 3xyz + ab$ | (iv) $5 + 4z^2 - 6y + 7a + xy$ |

7. निम्नलिखित व्यंजकों को जोड़िए:

- | | |
|--|--|
| (i) $a + 2b + 3c$ और $a + b - c$ | (ii) $x + 2y + z, x + y + 2z$ और $x - y - z$ |
| (iii) $x^2 + y^2$ और $2x^2 + 3y^2 + 3$ | (iv) $2xy - yz - zx, 2yz - zx - yx$ और $2zx - xy - zy$ |

8. $a^2 + 2ab + b^2$ में क्या जोड़ा जाए कि $4ab + b^2$ प्राप्त हो।

9. निम्नलिखित को सरल कीजिए:

- | | |
|---|---------------------------------------|
| (i) $(a^2 + b^2 + 2ab) - (a^2 + b^2 - 2ab)$ | (ii) $-5(a + b) + 2(2a - b) + 4a - 7$ |
|---|---------------------------------------|

10. निम्नलिखित समीकरणों को प्रयत्न और भूल विधि द्वारा हल कीजिए:
- (i) $x + 7 = 12$ (ii) $x - 15 = 20$ (iii) $5x = 30$
11. निम्नलिखित प्रत्येक समीकरणों को हल कीजिए और अपने उत्तरों की जाँच कीजिए।
1. $x + 9 = -3$ 2. $2y = 7$ 3. $15x = 225$
12. किसी संख्या में 5 जोड़ने पर 9 प्राप्त होता है, संख्या ज्ञात कीजिए।
13. वह संख्या ज्ञात कीजिए जिसे 20 से गुणा करने पर गुणनफल 60 प्राप्त हो।
14. वह संख्या ज्ञात कीजिए जिसे 9 से भाग करने पर 4 प्राप्त हो।
15. अपनी अभ्यास पुस्तिका में तीन बिन्दु अंकित कीजिए और उनके नाम लिखिए।
16. अपने दैनिक जीवन से निम्न के तीन उदाहरण दीजिए :
- (i) समतल पृष्ठ (ii) असमतल पृष्ठ
17. अपने पर्यावरण से निम्न के तीन उदाहरण दीजिए :
- (i) प्रतिच्छेदी रेखाएँ (ii) समांतर रेखाएँ
18. उन रेखाखंडों की रचना कीजिए जिनकी लंबाइयाँ निम्न हैं:
- (1) 4 सेमी. 7 मिमी. (2) 12.3 सेमी. (3) 2.0 सेमी.
19. निम्न कोणों में से प्रत्येक कोण का संपूरक ज्ञात कीजिए :
- (i) 70° (2) 135° (3) 50°
20. निम्न कोणों में से प्रत्येक कोण का पूरक ज्ञात कीजिए :
- (i) 55° (2) 73° (3) 45°
21. रैखिक युग्म का एक कोण अधिक कोण है। उसका दूसरा कोण किस प्रकार का होगा?
22. चाँदे की सहायता से निम्नलिखित कोण बनाइए :
- (1) 43° (2) 35° (3) 110°
23. सेट स्क्वेयर की सहायता से निम्नलिखित कोणों की रचना कीजिए :
- (i) 45° (ii) 90° (iii) 60°