

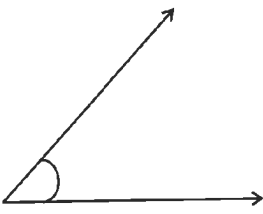
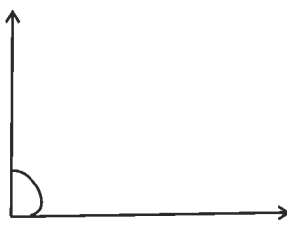
पाठ 13 ज्यामितीय रचनाएँ

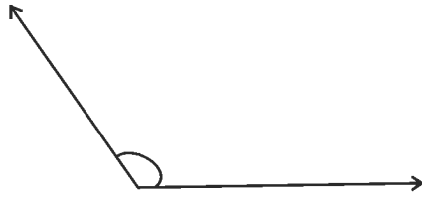
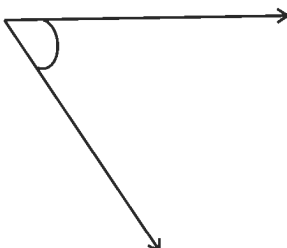
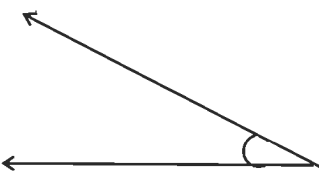
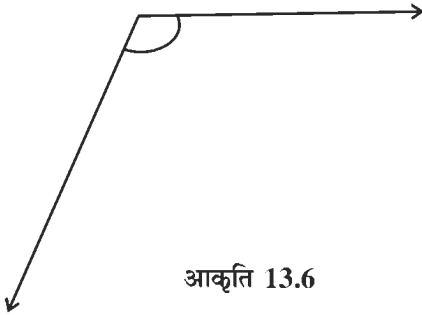
आइए सीखें-

- चाँदे के द्वारा कोणों की रचना।
- स्केल, परकार एवं सेट स्क्वायर का उपयोग कर-
 - (i) एक दी हुई रेखा पर लम्ब रेखा खींचना।
 - (ii) एक दी हुई रेखा के समान्तर रेखा खींचना।
 - (iii) रेखाखण्ड का समद्विभाजन करना।
 - (iv) दिए हुए कोण के बराबर कोण बनाना।
 - (v) कोण का समद्विभाजन करना।
 - (vi) 60° , 30° , 90° , 45° , 120° के कोण परकार की सहायता से बनाना।

आप पूर्व में रेखा, रेखाखण्ड, किरण और कोण के बारे में जान चुके हैं। इन आकृतियों को बनाने में स्केल, चाँदा, परकार आदि का उपयोग किया जाता है। कोण मापने के लिए चाँदे का उपयोग करना भी आप सीख चुके हैं।

आइए नीचे दिए गए कोणों को चाँदे की सहायता से मापें तथा कोण की माप देखकर, कोण का प्रकार लिखें-

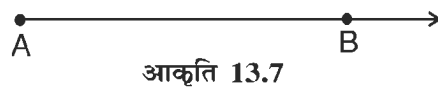
कोण	कोण की माप	कोण का प्रकार
 <p style="text-align: center;">आकृति 13.1</p>		
 <p style="text-align: center;">आकृति 13.2</p>		

कोण	कोण की माप	कोण का प्रकार
 <p>आकृति 13.3</p>		
 <p>आकृति 13.4</p>		
 <p>आकृति 13.5</p>		
 <p>आकृति 13.6</p>		

1. चाँदों के द्वारा कोणों की रचना-

(i) 40° के कोण की रचना के लिए निम्नानुसार प्रक्रिया अपनाएँ -

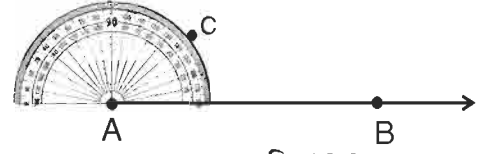
- सर्वप्रथम AB किरण खींचिए।



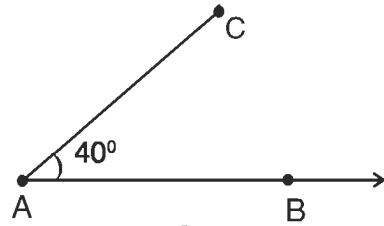
- किरण AB पर चाँदा इस प्रकार रखेंगे कि इसका केन्द्र किरण के प्रारम्भिक बिन्दु A पर पड़े।
- चाँदे की आधार रेखा (O-रेखा) किरण के ठीक ऊपर पड़े।
- किरण AB पर 0° से प्रारंभ कर चाँदे के 40° के सामने एक बिन्दु C अंकित करेंगे।
- चाँदे को हटाकर बिन्दु A को C से मिलायेंगे।
- प्राप्त आकृति $\angle BAC = 40^{\circ}$ अभीष्ट कोण है।



आकृति 13.8



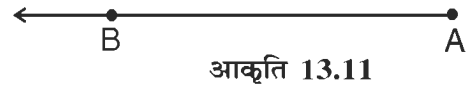
आकृति 13.9



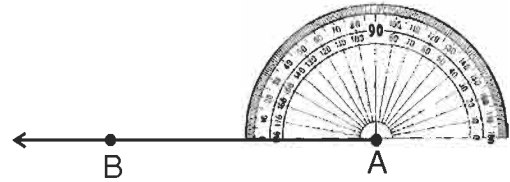
आकृति 13.10

(ii) 120° के कोण की रचना के लिए निम्नानुसार प्रक्रिया अपनाएँ

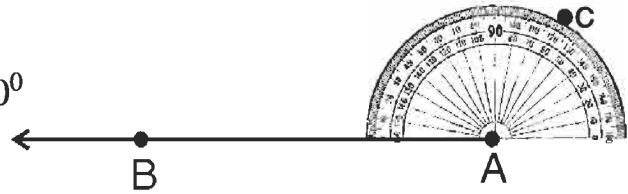
- सर्वप्रथम AB किरण खींचिए।
- किरण AB पर चाँदा इस प्रकार रखेंगे कि इसका केन्द्र किरण के प्रारम्भिक बिन्दु A पर पड़े।
- चाँदे की आधार रेखा किरण के ठीक ऊपर पड़े।
- किरण AB पर 0° से प्रारंभ कर चाँदे के 120° के सामने एक बिन्दु C अंकित करेंगे।
- चाँदे को हटाकर बिन्दु A को C से मिलायेंगे।
- आकृति $\angle BAC = 120^{\circ}$ अभीष्ट कोण है।



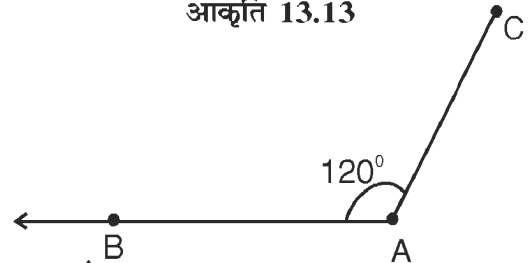
आकृति 13.11



आकृति 13.12



आकृति 13.13

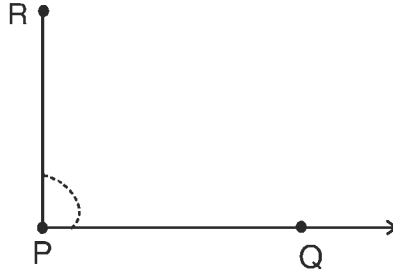


आकृति 13.14

(iii) 90° के कोण की रचना के लिए निम्नानुसार प्रक्रिया अपनाएँ-

- सर्वप्रथम PQ किरण खींचिए।
- किरण PQ पर चाँदा इस प्रकार रखेंगे कि इसका केन्द्र किरण के प्रारम्भिक बिन्दु P पर पड़े।

- चाँदे की आधार रेखा किरण के ठीक ऊपर पड़े।
- किरण PQ पर 0° से प्रारम्भ कर चाँदे के 90° के सामने एक बिन्दु R अंकित करेंगे।
- चाँदे को हटाकर बिन्दु P को R से मिलायेंगे।
- आकृति $\angle QPR = 90^\circ$ अभीष्ट कोण है।



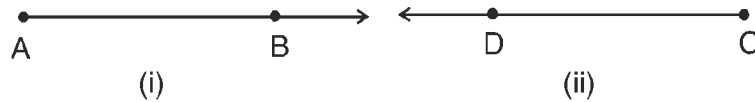
आकृति 13.15

प्रश्नावली 13.1

- चाँदे का प्रयोग कर निम्न कोणों की रचना कीजिए-

(i) 45°	(ii) 20°
(iii) 100°	(iv) 70°
(v) 165°	(vi) 110°
(vii) 85°	(viii) 15°
- निम्नलिखित समय पर घड़ी की सुइयों द्वारा निर्मित कोणों की माप बताइए-

(i) 12 बजे	(ii) 9 बजे
------------	------------
- आकृति (i) और (ii) में दिखाए अनुसार दो किरणें AB व CD खींचिए। चाँदे का प्रयोग कर AB व CD को एक भुजा मानते हुये क्रमशः 20° और 135° के कोणों की रचना कीजिए-



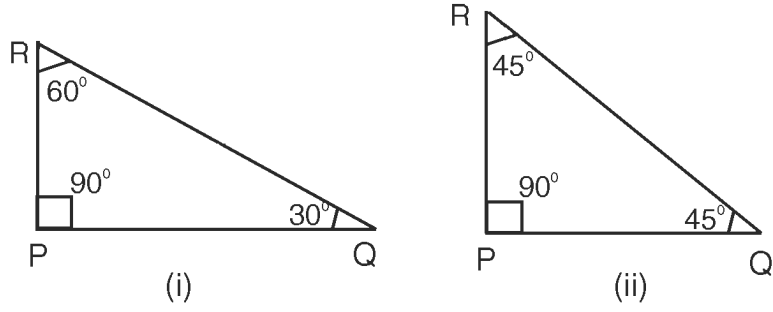
आकृति 13.16

सेट स्क्वेयर-

ज्यामिति बाक्स में दो त्रिभुजाकार उपकरण होते हैं जो कि सेट-स्क्वेयर कहलाते हैं। एक सेट स्क्वेयर के शीर्ष पर 30° , 60° तथा 90° के कोण तथा दूसरे के शीर्ष पर 90° , 45° एवं 45° के कोण होते हैं।

सेट स्क्वेयर का प्रयोग किया जाता है-

- एक दी हुई रेखा पर लम्ब रेखा खींचने में,
- एक दी हुई रेखा के समान्तर रेखा खींचने में तथा
- कुछ विशिष्ट कोण बनाने हेतु।



आकृति 13.17

आकृति 13.17 सेट स्क्वेयर

पटरी और सेट स्क्वेयर द्वारा रचनाएँ

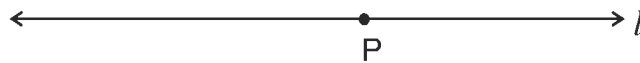
(अ) एक दी हुई रेखा पर लम्ब खींचना

दो रेखाएँ एक दूसरे पर लम्ब होती हैं यदि उनके द्वारा बनाए गए कोण की माप एक समकोण हो। लम्ब रेखा को '⊥' संकेत द्वारा व्यक्त किया जाता है। किसी दी हुई रेखा पर किसी बिन्दु के सापेक्ष लम्ब रेखा खींचने हेतु दो स्थितियाँ हो सकती हैं-

- (1) बिन्दु रेखा पर स्थित हो।
- (2) बिन्दु रेखा पर स्थित न हो।

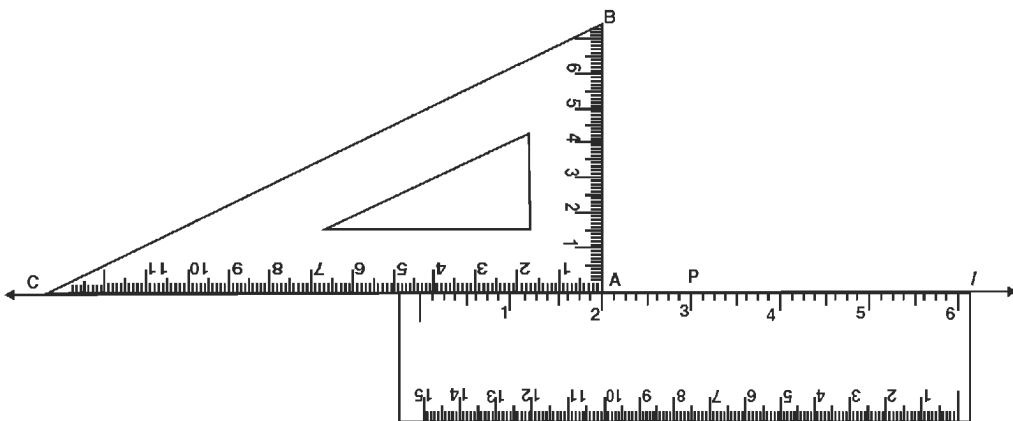
**(1) दी हुई रेखा पर स्थित बिन्दु से रेखा पर लम्ब खींचना-
रचना के चरण-**

1. पटरी की सहायता से एक रेखा l खींचेंगे। अब उस पर बिन्दु P लेंगे।



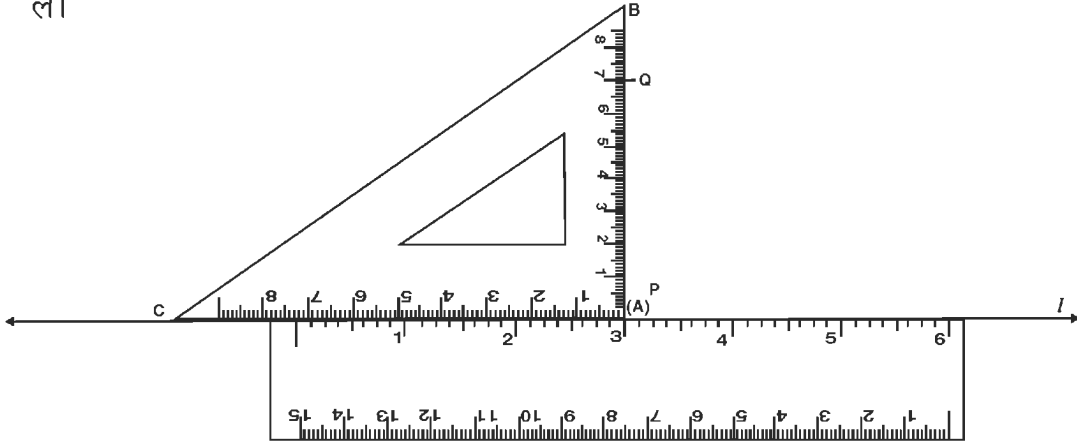
आकृति 13.18

2. पटरी को स्थिर रखते हुए सेट स्क्वेयर ABC को इस प्रकार रखेंगे कि लम्ब किनारा रेखा l के अनुदिश रहे।



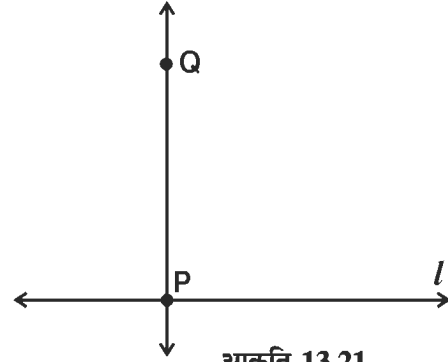
आकृति 13.19

3. सेट स्क्वेयर को पटरी के अनुदिश इस प्रकार सरकाएँगे कि लम्ब किनारे का बिन्दु A, बिन्दु P को ढँक लें।



आकृति 13.20

4. सेट स्क्वेयर को स्थिर रखते हुए पेंसिल से लम्ब किनारा AB के अनुदिश रेखा PQ खींचेंगे। इस प्रकार प्राप्त रेखा PQ रेखा l पर लम्ब रेखा होगी। (आकृति 13.21)



आकृति 13.21

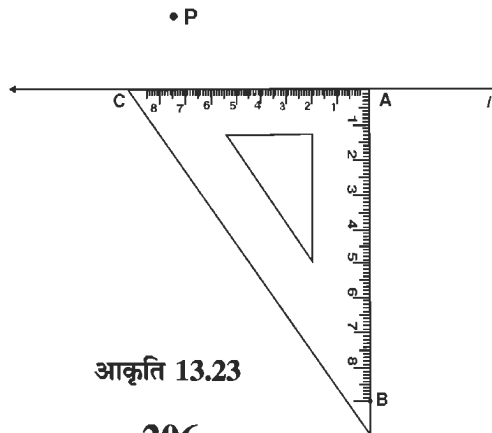
(2) रेखा पर स्थित न होने वाले बिन्दु से रेखा पर लम्ब खींचना-
रचना के चरण-

1. पटरी की सहायता से एक रेखा l खींचेंगे इस रेखा में ऊपर की तरफ एक बाह्य बिन्दु P लेंगे।



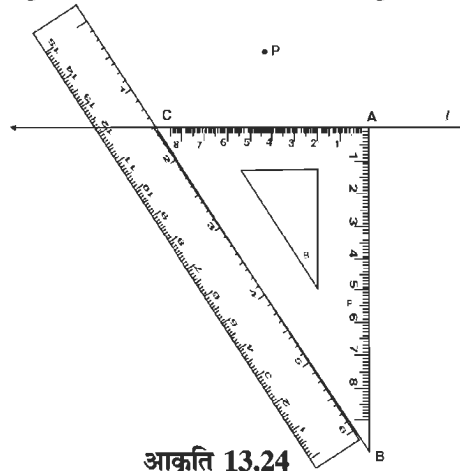
आकृति 13.22

2. सेट स्क्वेयर ABC को इस प्रकार रखेंगे कि उसके समकोण A का एक किनारा AC रेखा l के अनुदिश रहे।



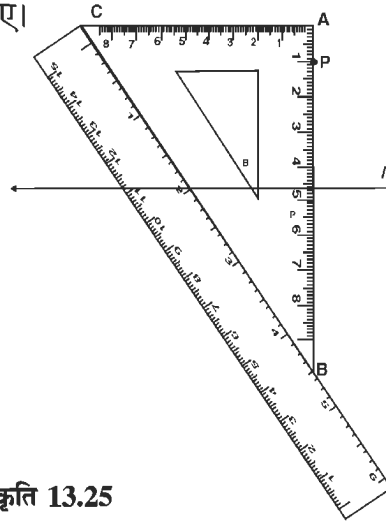
आकृति 13.23

3. सेट स्क्वेयर को स्थिर रखते हुए एक पटरी समकोण के सम्मुख किनारे के अनुदिश रखेंगे।



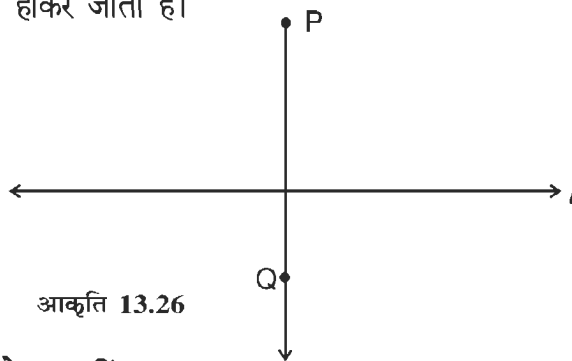
आकृति 13.24

4. पटरी को स्थिर रखते हुए सेट स्क्वेयर को पटरी के अनुदिश इस प्रकार सरकाइए कि उसका दूसरा किनारा AB दिए हुए बिन्दु P से होकर जाए।



आकृति 13.25

5. सेट-स्क्वेयर के किनारे AB के अनुदिश रेखा PQ खींचिए। प्राप्त रेखा PQ रेखा l पर लम्ब होगी जो रेखा के बाहर स्थित बिन्दु P से होकर जाती है।



आकृति 13.26

(ब) एक दी हुई रेखा के समान्तर रेखा खींचना

यदि एक ही तल पर स्थित दो रेखाओं को विपरीत दिशा में अनन्त तक बढ़ाए जाने पर वे एक-दूसरे को प्रतिच्छेद नहीं करती हैं तो ऐसी रेखाएँ समान्तर रेखाएँ कहलाती हैं।

एक दी हुई रेखा के समान्तर रेखा खींचने हेतु दो स्थितियाँ हैं।

(1) समान्तर रेखा एक दिए हुए बिन्दु से होकर जाती है जो रेखा पर स्थित नहीं है।

(2) समान्तर रेखा दी हुई रेखा से एक निश्चित दूरी पर स्थित है।

(1) दी हुई रेखा के बाहर दिए गए बिन्दु से एक समान्तर रेखा खींचना

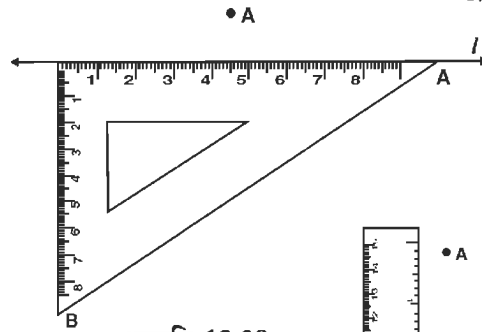
रचना के चरण-

(1) सर्वप्रथम स्केल की सहायता से रेखा l खींचते हैं तथा बाह्य बिन्दु A लेते हैं।

(2) खींची गयी रेखा पर सेट स्क्वेयर रखेंगे।

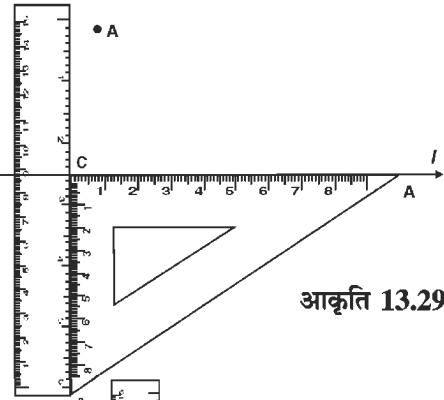


आकृति 13.27



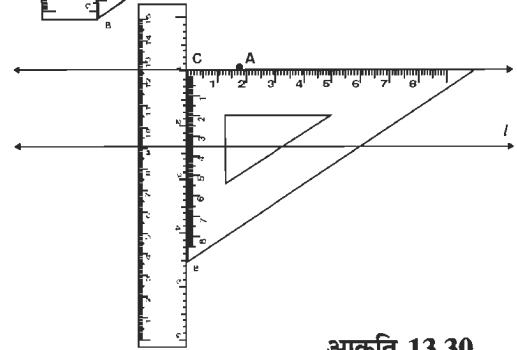
आकृति 13.28

(3) सेट स्क्वेयर के समकोण वाली दूसरी भुजा के अनुदिश स्केल रखेंगे।



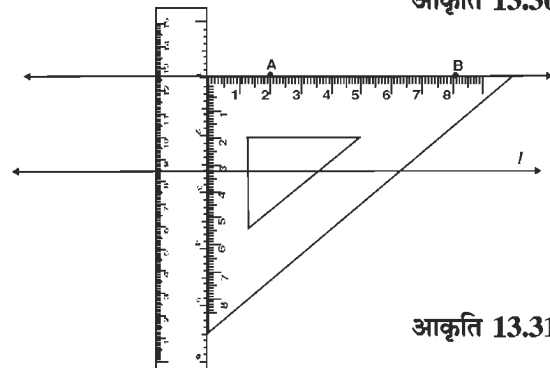
आकृति 13.29

(4) स्केल को अच्छी तरह दबाकर सेट स्क्वेयर को बिन्दु A तक ले जाते हैं।



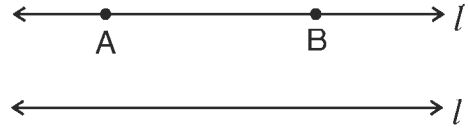
आकृति 13.30

(5) बिन्दु A पर पहुँचने पर सेट स्क्वेयर द्वारा समकोण की भुजा के अनुदिश रेखा AB खींचते हैं।



आकृति 13.31

इस स्थिति में रेखा AB, l के समान्तर होगी।
अतः $AB \parallel l$



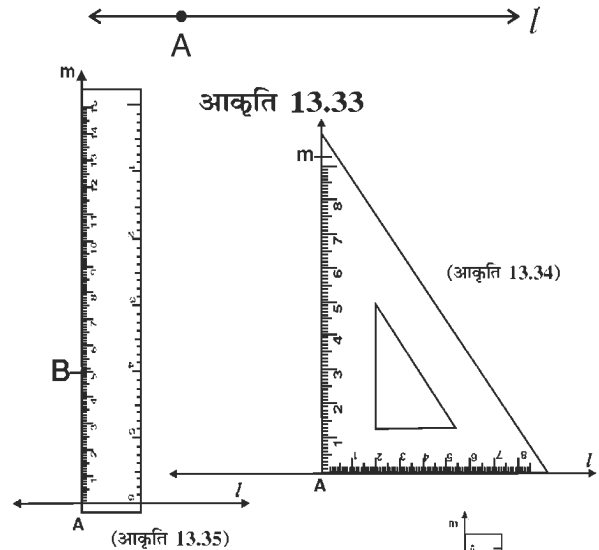
आकृति 13.32

प्रश्नावली 13.2

1. एक रेखा AB खींचिए और इस पर एक बिन्दु C लीजिए। सेट स्क्वेयर की सहायता से इस रेखा पर एक लम्ब CD खींचिए। चाँदे का प्रयोग करके जाँच कीजिए कि क्या $\angle ACD = 90^\circ$ है।
2. एक रेखा AB खींचिए और रेखा के ऊपर तथा नीचे की ओर बिन्दु P और Q अंकित कीजिए। सेट स्क्वेयर द्वारा P से होकर जाने वाली तथा AB के समान्तर रेखा PR और Q से होकर जाने वाली तथा AB के समान्तर रेखा QS खींचिए।
3. सेट स्क्वेयर की सहायता से एक दी हुई रेखा AB से 5 से.मी. की दूरी पर एक समान्तर रेखा CD खींचिए।

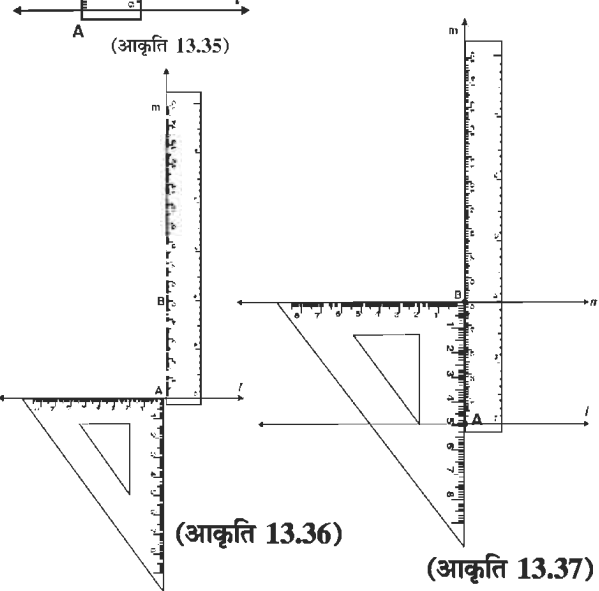
(2) एक दी हुई रेखा के समान्तर एक दी हुई दूरी (मान लीजिए 5 से.मी.) पर एक रेखा खींचना।
रचना के चरण-

(1) सर्वप्रथम स्केल की सहायता से रेखा l खींचते हैं तथा इस पर एक बिन्दु A अंकित करते हैं। (आकृति 13.33)



(2) सेट स्क्वेयर का प्रयोग करते हुए बिन्दु A से होती हुई एक रेखा m खींचते हैं जो l पर लम्ब है। (आकृति 13.34)

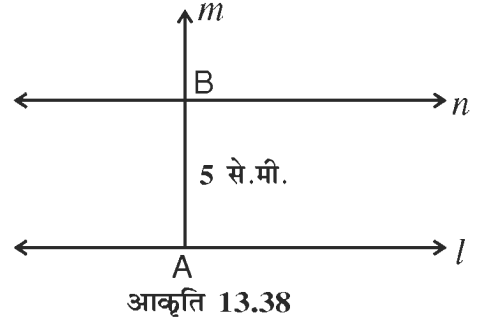
(3) स्केल की सहायता से रेखा m पर एक बिन्दु B इस प्रकार अंकित करते हैं कि $AB = 5$ से.मी. है। (आकृति 13.35)



(4) सेट स्क्वेयर को रेखा l के अनुदिश तथा स्केल को रेखा m के अनुदिश रखते हैं। (आकृति 13.36)

(5) स्केल को दबाकर सेट स्क्वेयर को बिन्दु B तक सरकाइए तथा एक रेखा n खींचिए जो रेखा m पर लम्ब है। (आकृति 13.37)

- (6) रेखा n, l के समान्तर तथा उससे 5 से.मी. की दूरी पर है।

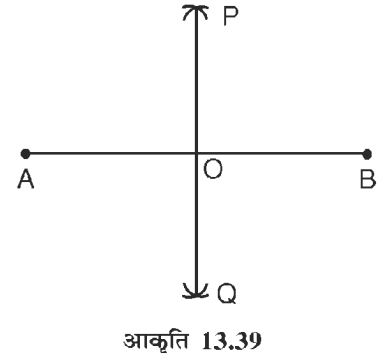


3. पटरी (स्केल) तथा परकार से रचनाएँ

- (1) एक रेखाखण्ड के लम्ब समद्विभाजक की रचना करना-

रचना के चरण:-

- (1) रेखाखण्ड AB खींचिए।
- (2) परकार की सहायता से दिए गए रेखाखण्ड के आधे से अधिक दूरी की त्रिज्या लेंगे।
- (3) रेखाखण्ड के बिन्दु A से उसके दोनों ओर दो चाप खींचे।
- (4) रेखाखण्ड के बिन्दु B से उसी त्रिज्या का चाप खींचा।
- (5) दोनों चाप एक दूसरे को P और Q पर काटते हैं। दोनों बिन्दुओं को आपस में जोड़ेंगे, जो रेखाखण्ड AB को O पर काटता है। यहाँ PQ रेखाखण्ड AB का लम्ब समद्विभाजक कहलाता है तथा $AO = OB$ होगा।

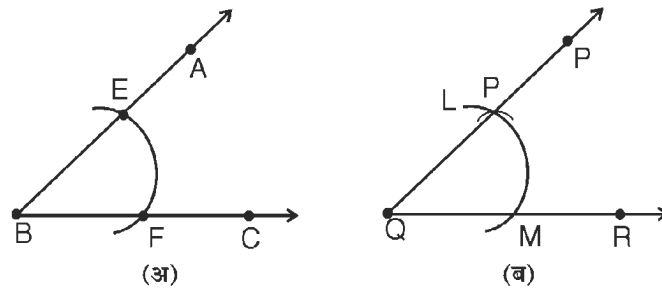


प्रश्नावली 13.3

- (1) 4 से.मी. लम्बा एक रेखाखण्ड खींचिए। इसके लम्ब समद्विभाजक की रचना कीजिए।
- (2) 7.0 से.मी. लम्बा एक रेखाखण्ड खींचिए। इसको दो समान भागों में विभाजित कीजिए और प्रत्येक भाग की लम्बाई मापिए।
- (3) 8 से.मी. लम्बाई का रेखाखण्ड खींचिए।

- (2) एक दिए हुए कोण के बराबर कोण की रचना करना

चित्र (अ) में $\angle ABC$ दिया गया है। इस कोण के बराबर $\angle PQR$ की रचना करना है।



रचना के चरण-

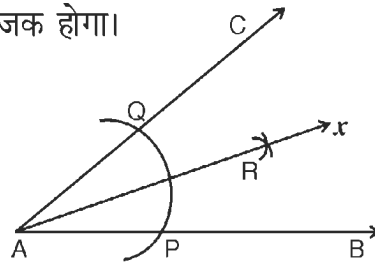
- (1) किरण QR खींचिए (चित्र-ब)
- (2) दिए गए कोण के शीर्ष B को केन्द्र मानकर उचित त्रिज्या लेकर एक चाप खींचा जो भुजाओं को क्रमशः E तथा F पर काटे।
- (3) किरण QR के बिन्दु Q को केन्द्र मानकर उसी त्रिज्या (BE) के माप का एक चाप LM खींचा।
- (4) M को केन्द्र मानकर चाप FE के बराबर त्रिज्या लेकर एक चाप खींचा जो चाप LM को बिन्दु P पर काटेगा।
- (5) QP को मिलाते हुए किरण QP खींची।

इस प्रकार बना $\angle PQR$ (चित्र-ब) ही अभीष्ट कोण है।

(3) कोण का समद्विभाजन करना -

रचना के चरण-

- (1) दिए गए कोण के शीर्ष A को केन्द्र मानकर AP के बराबर दूरी लेकर चाप खींचा जो कोण $\angle BAC$ की भुजाओं को क्रमशः P और Q पर काटेगा।
- (2) चाप PQ की आधी से अधिक दूरी लेकर बिन्दु P और Q से चाप खींचे, जो एक दूसरे को R पर काटते हैं।
- (3) शीर्ष A और बिन्दु R को मिलाते हुए किरण AX खींची।
- (4) किरण AX, $\angle BAC$ का समद्विभाजक होगा।



आकृति 13.41

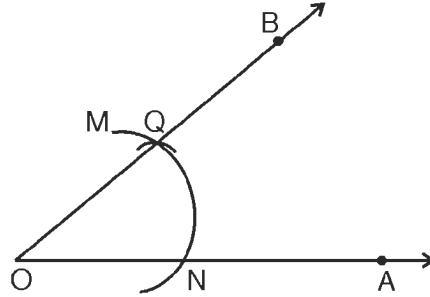
करके देखिए- $\angle CAX$ और $\angle BAX$ को चाँदे से मापिए।

(4) 60° के कोण की रचना स्केल व परकार से करना-

रचना के चरण -

- (1) किरण OA खींचिए।
- (2) O को केन्द्र मानकर ON त्रिज्या लेकर NM चाप खींचा जो OA रेखा को बिन्दु N पर काटता है।
- (3) N को केन्द्र मानकर तथा ON त्रिज्या लेकर चाप खींचा जो NM को Q पर काटेगा।
- (4) O तथा Q को मिलाते हुए किरण OB खींची।

(5) प्राप्त कोण $\angle AOB = 60^\circ$

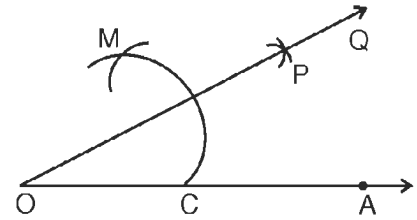


आकृति 13.42

करके देखिए- $\angle AOB$ को चाँदे की सहायता से मापिए।

(5) 30° के कोण की रचना स्केल तथा परकार से करना-
रचना के चरण:-

- (1) किरण OA खींचिए।
- (2) O को केन्द्र मानकर उचित त्रिज्या लेकर एक चाप खींचा जो OA को C पर काटे।



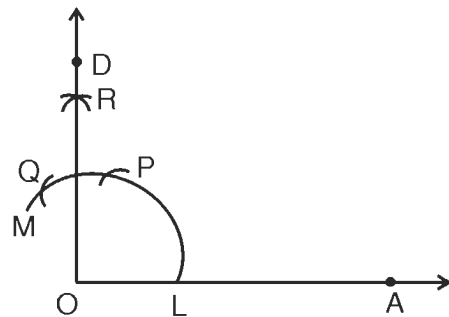
आकृति 13.43

- (3) C को केन्द्र मानकर OC त्रिज्या लेकर एक चाप खींचिए जो पहले चाप को M पर काटता है।
- (4) C को केन्द्र मानकर चाप CM के आधे से अधिक त्रिज्या लेकर एक चाप खींचा।
- (5) M को केन्द्र मानकर चरण (4) में ली गई त्रिज्या के बराबर चाप खींचा, जो P पर काटेगा।
- (6) O तथा P को मिलाते हुए किरण OQ खींचेंगे। अभीष्ट कोण $\angle AOQ = 30^\circ$

करके देखिए- $\angle AOQ$ को चाँदे की सहायता से मापिए।

(6) 90° माप वाले कोण की रचना परकार व स्केल से करना-
रचना के चरण-

- (1) किरण OA खींचिए।
- (2) O को केन्द्र मानकर उचित त्रिज्या लेकर एक चाप LM खींचिए, जो OA को L पर काटता है।
- (3) L को केन्द्र तथा OL त्रिज्या से एक चाप खींचा जो LM को P पर कटता है।
- (4) P को केन्द्र मानकर तथा OL त्रिज्या का एक चाप खींचिए जो चाप LM को Q पर कटता है।
- (5) चाप LM के कटान बिन्दु P और Q को केन्द्र मानकर चाप PQ के बराबर दूरी लेकर चाप खींचे जो एक दूसरे को बिन्दु R पर काटते हैं।
- (6) शीर्ष O को R से मिलाते हुए किरण OD खींचिए। प्राप्त कोण $\angle AOD = 90^\circ$ होगा।



आकृति 13.44

यह कोण समकोण के नाम से भी जाना जाता है।

करके देखें- $\angle AOD$ को चाँद की सहायता से नापकर रचना की पुष्टि कीजिए।

टीप- यदि किरण OQ खींच दें तो $\angle AOQ = 120^\circ$ का होगा।

(7) एक दिए हुए बिन्दु से एक दी हुई रेखा पर लम्ब खींचना।

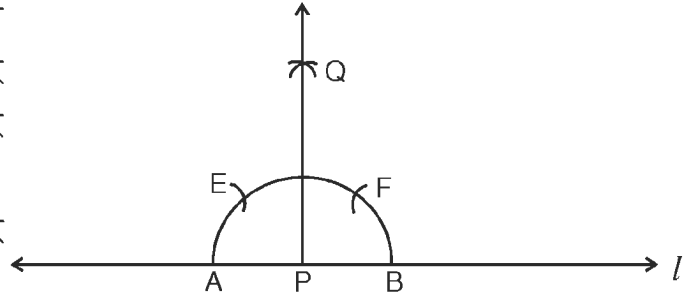
उपर्युक्त में दो स्थितियाँ हैं-

- (i) बिन्दु दी हुई रेखा पर स्थित है।
- (ii) बिन्दु दी हुई रेखा पर स्थित नहीं है।

(i) एक रेखा पर स्थित बिन्दु से रेखा पर लम्ब खींचना।

रचना के चरण-

- (1) दी हुई रेखा l तथा इस पर स्थित बिन्दु P लीजिए।
- (2) P को केन्द्र मानकर कोई भी त्रिज्या लेकर अर्धवृत्त खींचेंगे जो रेखा l को A तथा B पर काटता है।
- (3) अर्धवृत्त के बिन्दु B से PA के बराबर त्रिज्या का चाप F तथा A से चाप E खींचेंगे।
- (4) पहले चाप पर स्थित बिन्दु E और F को केन्द्र मानकर उतनी ही दूरी लेकर ऊपर की दिशा में चाप खींचेंगे जो एक दूसरे को Q बिन्दु पर काटता है।
- (5) P को Q तक बढ़ायेंगे। PQ रेखा l पर लम्ब होगी।



आकृति 13.46

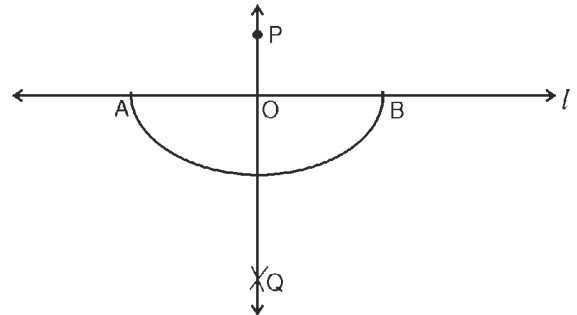
करके देखें- $\angle BPQ$ और $\angle APQ$ को नाप कर रचना की पुष्टि करें।

(ii) एक रेखा पर उस बिन्दु से लम्ब खींचना जो इस रेखा पर स्थित नहीं है।

रचना के चरण-

- (1) एक रेखा l जिसके बाहर बिन्दु P है।
- (2) P को केन्द्र मानकर एक चाप इस प्रकार खींचेंगे जो रेखा l को A और B पर काटेगा।
- (3) AB की आधे से अधिक दूरी लेकर नीचे की दिशा में बिन्दु A तथा B से दो चाप खींचेंगे जो एक दूसरे को Q बिन्दु पर काटेंगे।

P से Q को मिला कर दोनों ओर बढ़ाकर रेखा PQ बनाइए, इस प्रकार खींची गई रेखा PQ अभीष्ट लम्ब रेखा है।



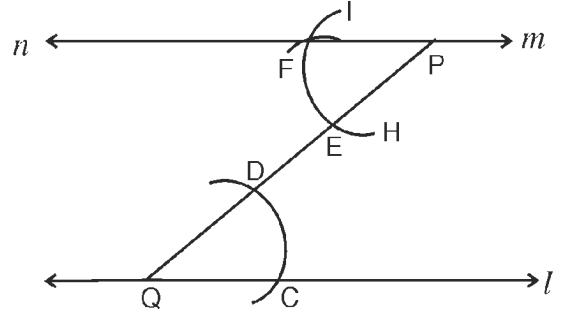
आकृति 13.47

करके देखें- $\angle BOP$ तथा $\angle AOP$ को चाँदे से नापकर रचना की पुष्टि करें।

(B) एक दी गई रेखा के समान्तर किसी बिन्दु से रेखा की रचना करना -

रचना के चरण-

- (1) एक रेखा l जिसके बाहर बिन्दु P है।
- (2) रेखा l पर बिन्दु Q अंकित करेंगे तथा उसे बिन्दु P से मिलायेंगे।
- (3) बिन्दु Q को केन्द्र मानकर QC के बराबर त्रिज्या लेकर एक चाप खींचेंगे जो रेखा l को बिन्दु C पर तथा QP को D पर काटता है।
- (4) बिन्दु P को केन्द्र मानकर QC के बराबर दूरी लेकर एक चाप HI खींचेंगे जो PQ को E बिन्दु पर काटता है।
- (5) परकार में चाप CD के बराबर माप लेकर E को केन्द्र मानकर चाप खींचेंगे जो HI को F पर काटता है।



आकृति 13.48

अब P को F से मिलाते हुए रेखा m खींची।

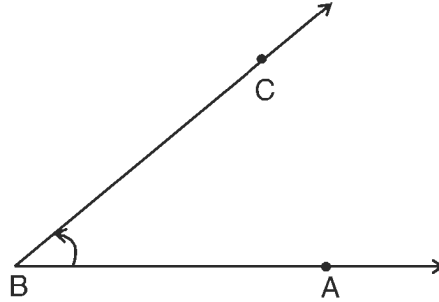
प्राप्त रेखा m रेखा l के समान्तर होगी।

करके देखें- (i) रेखा l पर स्केल रखकर उसके ऊपर सेट स्क्वेयर का लम्ब किनारा रखकर बायें एवं दायें सरकाएँ तथा उसकी रेखा m से दूरी नापें।

(ii) $\angle CQP$ तथा $\angle QPF$ को चाँदे की सहायता से नापें। क्या ये कोण परस्पर बराबर हैं?

प्रश्नावली 13.4

1. आकृति में बने $\angle ABC$ के बराबर कोण की रचना कीजिए।



आकृति 13.45

2. इच्छानुसार परिमाण का कोण खींचकर इसे $\angle BAC$ से नामांकित कीजिए। $\angle BAC$ के तुल्य एक और कोण की रचना कीजिए।
3. 120° का कोण खींचिए और इसका समद्विभाजन कीजिए। प्राप्त होने वाले दोनों कोणों को मापिए।
4. 90° का कोण बनाइए। इसे दो बराबर भागों में विभाजित कीजिए। इस प्रकार प्राप्त कोणों को मापिए।
5. पटरी और परकार की सहायता से 45° , 120° , 75° , 135° के कोणों की रचना कीजिए।