

## पाठ 4

### अनुपात, समानुपात और ऐकिक विधि

#### आइए सीखें :

- अनुपात एवं उसकी गणना करना।
- दो अनुपातों की तुलना द्वारा समानुपात की अवधारणा।
- अनुपात पर आधारित दैनिक जीवन की समस्याओं से संबंधित इबारती प्रश्नों को हल करना
- ऐकिक विधि द्वारा सरल समस्याओं को हल करने में इसका अनुप्रयोग।

इस अध्याय में हम अनुपात की संकल्पना, उसकी गणना, दो अनुपातों की तुलना द्वारा समानुपात की अवधारणा का अध्ययन करेंगे। दैनिक जीवन से संबंधित समस्याओं को हल कर सकेंगे।

#### अनुपात :

दैनिक जीवन में हमें प्रायः राशियों की तुलना इनकी मात्रा या माप के अनुसार करनी पड़ती है। उदाहरण के लिए मान लीजिए एक बोरी में 100 कि.ग्रा. शक्कर आती है और दूसरी बोरी में 80 कि.ग्रा. गेहूँ आता है। हम उनमें भारों की तुलना दो प्रकार से कर सकते हैं-

(i) दोनों भारों का अन्तर (100 – 80) कि.ग्रा. अर्थात् 20 कि.ग्रा. है। हम यह कह सकते हैं कि शक्कर का भार, गेहूँ के भार से 20 कि.ग्रा. अधिक है। यह विधि अन्तर द्वारा तुलना (comparision by difference) कहलाती है।

(ii) उपर्युक्त में हम यह भी कह सकते हैं कि शक्कर का भार, गेहूँ के भार का (100 ÷ 80) अर्थात्  $\frac{100}{80}$  गुना है। यह विधि विभाजन द्वारा तुलना (Comparision by division) कहलाती है।

अर्थात् जब दो संख्याओं में संबंध देखना हो तो हम एक संख्या को दूसरी संख्या से भाग करते हैं तो उन संख्याओं से प्राप्त परिणाम (अर्थात् दुगना, तिगुना, आधा, चौथाई आदि) अनुपात कहलाता है तथा अनुपात को संकेत रूप में “:” दर्शाते हैं।

#### एक संख्या : दूसरी संख्या

जैसे- संख्या 25 और 10 का संबंध देखने के लिए

$$\frac{25}{10} = \frac{5}{2} \text{ अर्थात् } 5:2$$

व्यापक रूप में दो संख्याओं (माप/परिमाण) a और b का अनुपात a:b या  $\left(\frac{a}{b}\right)$  है। इसे a:b लिखा जाता है। a:b में a पूर्व पद तथा b पर पद है।

चूँकि अंश तथा हर को एक ही शून्येत्तर संख्या से गुणा या भाग करने पर दी गई भिन्न नहीं बदलती

है। अतः एक ही अनुपात को कई प्रकार से लिखा जा सकता है। उदाहरणार्थ 100:60 को 10:6 या 5:3 या 25:15 इत्यादि लिखा जा सकता है। यह ध्यान देने योग्य बात है कि अनुपात 5:3 के दोनों पदों में 1 के अतिरिक्त कोई अन्य उभयनिष्ठ गुणनखण्ड (common factor) नहीं है। अनुपात के ऐसे रूप को इसका सरलतम रूप (simplest form) कहते हैं। दो समान राशियों की तुलना करने के लिए इन्हें एक ही मात्रक में व्यक्त करना आवश्यक है।

#### अनुपात के संबंध में महत्वपूर्ण बातें-

- अनुपात का कोई मात्रक नहीं होता है।
- अनुपात केवल दो सजातीय राशियों का होता है।
- अनुपात के दो पदों में एक ही संख्या से गुणा करने या भाग देने से अनुपात के मान में अंतर नहीं आता है।

**उदाहरण 1.** 25 का 40 से अनुपात ज्ञात कीजिए।

**हल-** दोनों संख्याओं का अनुपात 25:40

$$\text{अर्थात् } \frac{25}{40} \text{ है।}$$

यहाँ 25 के सरलतम गुणनखण्ड  $5 \times 5$  है।

40 के सरलतम गुणनखण्ड  $5 \times 8$  है।

$$\text{अतः } \frac{25}{40} = \frac{5 \times 5}{5 \times 8} = \frac{5}{8}$$

**दूसरी विधि-** भाग विधि से सरलतम रूप ज्ञात करने हेतु दोनों संख्याओं को उभयनिष्ठ संख्या से भाग देंगे। 5 संख्या 25 तथा 40 में उभयनिष्ठ संख्या है अतः सरलतम अनुपात 5:8 होगा।

**उदाहरण 2.** 78 कि.मी. का 104 कि.मी. से अनुपात ज्ञात कीजिए।

**हल-** चूँकि दी गई राशियाँ एक ही मात्रक (कि.मी.) में हैं, अतः वांछित अनुपात 78:104 है। संख्या 78 और 104 में उभयनिष्ठ संख्या 26 है।

$$\text{अतः } \frac{78}{104} = \frac{78 \div 26}{104 \div 26} = \frac{3}{4} = 3:4$$

यहाँ यह स्पष्ट होता है कि अनुपात एक संख्यात्मक मान है।

**उदाहरण 3.** 250 ग्राम और 5 कि.ग्रा. का अनुपात ज्ञात कीजिए। साथ ही 5 कि.ग्रा. और 250 ग्रा. का अनुपात भी बताइए?

**हल-** प्रश्न में दी गई राशियों के मात्रक अलग-अलग हैं सर्वप्रथम हम राशियों को समान मात्रक में बदलेंगे।

$$\begin{aligned} \text{इस प्रकार, 5 कि.ग्रा.} &= 5 \times 1000 \text{ ग्राम} \\ &= 5000 \text{ ग्राम} \end{aligned}$$

अतः वांछित अनुपात 250 : 5000 है।

$$250 : 5000 = \frac{250}{5000}$$

250 और 5000 में उभयनिष्ठ संख्या 10 है अतः

$$\begin{aligned} \frac{250 \div 10}{5000 \div 10} &= \frac{25}{500} \\ &= \frac{1}{20} \text{ (उभयनिष्ठ गुणनखण्ड 25 से भाग देने पर)} \\ &= 1 : 20 \end{aligned}$$

इस प्रकार 250 ग्रा. और 5 कि.ग्रा. का सरलतम रूप में अनुपात 1:20 है।

अतः 5 कि.ग्रा. और 250 ग्रा. का सरलतम रूप

$$= \frac{5000 \text{ ग्राम}}{250 \text{ ग्राम}} = \frac{5000 \div 250}{250 \div 250} = \frac{20}{1} = 20 : 1 \text{ होगा।}$$

**उदाहरण 4.** एक विद्यालय में बालकों एवं बालिकाओं की संख्या क्रमशः 384 और 480 है। बालकों एवं बालिकाओं की संख्याओं का अनुपात सरलतम रूप में ज्ञात कीजिए।

**हल-** वांछित अनुपात 384:480

$$= \frac{384}{480}$$

इसे सरलतम रूप में लिखने के लिए 384 और 480 का महत्तम समापवर्तक निकालेंगे, यह मान 96 है। अनुपात के दोनों पदों में 96 से भाग देने पर

$$\begin{aligned} &= \frac{384}{480} = \frac{384 \div 96}{480 \div 96} \\ &= \frac{4}{5} \end{aligned}$$

अतः बालकों एवं बालिकाओं का वांछित अनुपात 4:5 है।

**उदाहरण 5.** भवनों को मापने वाले एक स्टील के फीते की लम्बाई और चौड़ाई क्रमशः 10 मी. तथा 2.4 से.मी. है। फीते की लम्बाई का इसकी चौड़ाई से क्या अनुपात है?

**हल-** फीते की लम्बाई का चौड़ाई से अनुपात

$$= \frac{10 \times 100 \text{ से.मी.}}{2.4 \text{ से.मी.}}$$

$$= \frac{1000}{2.4}$$

$$= \frac{1000 \div .8}{2.4 \div .8}$$

$$= \frac{1250}{3}$$

अतः वांछित अनुपात 1250:3 है।

**उदाहरण 6.** एक कार्यालय प्रातः 9 बजे खुलता है तथा सायं 5 बजे बन्द होता है। बीच में 30 मिनट भोजन का अवकाश होता है। भोजन अवकाश के समय का कार्यालय खुले रहने के कुल समय से क्या अनुपात है?

**हल-** भोजनावकाश का समय = 30 मिनट

प्रातः 9 बजे से दोपहर 12 तक = 3 घंटे

दोपहर 12 बजे से सायं 5 तक = 5 घंटे

$$\underline{\text{कुल} = 8 \text{ घंटे}}$$

$$= 8 \times 60 \text{ मिनट}$$

$$= 480 \text{ मिनट}$$

अतः भोजनावकाश का कार्यालय खुले रहने से अनुपात

$$= \frac{30 \text{ मिनट}}{480 \text{ मिनट}}$$

$$= \frac{30 \div 30}{480 \div 30}$$

$$= \frac{1}{16}$$

$$= 1 : 16$$

### प्रश्नावली 4.1

1. निम्नलिखित को अनुपात के रूप में व्यक्त कीजिए-

(i) बोर्ड की परीक्षा में एक शाला की प्रावीण्य सूची में लड़कियों की संख्या लड़कों की संख्या की 2 गुना है।

- (ii) एक आयत की लम्बाई उसकी चौड़ाई की दुगुनी है।
- (iii) विज्ञान विषय की परीक्षा में पास होने वाले परिक्षार्थियों की संख्या कुल परिक्षार्थियों की संख्या की तीन चौथाई है।
- (iv) एक विद्यालय के 200 विद्यार्थियों के शिक्षण हेतु 5 शिक्षक हैं।
2. दिये गये शब्दों में से सही शब्द चुनकर रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए-  
(सजातीय, समान, असमान, सरलतम)
- (i) अनुपात दो ..... राशियों में होता है।
- (ii) अनुपात को प्रायः उसके ..... पदों में व्यक्त किया जाता है।
- (iii) दो समान राशियों की तुलना करने हेतु उन्हें ..... मात्रकों में व्यक्त करना आवश्यक है।
- (iv) 22:5 तथा 5:22 ..... अनुपात है।
3. सरलतम अनुपात ज्ञात कीजिए-
- (i) 200 का 75 से (ii) 48 मी. का 36 मी. से
- (iii) 21 घंटों का 35 घंटों से (iv) 25 से.मी. का 10 मी. से
- (v) 8 कि.ग्रा. का 600 ग्रा. से (vi) 38 रु. का 12 रु. से
- (vii) 13.50 रु. का 7.50 रु. से (viii) 2 घंटे का 30 मि. से।
4. प्रत्येक अनुपात को उसके सरलतम रूप में व्यक्त कीजिए-
- (i) 175 : 425 (ii) 85 : 255
- (iii) 18 : 57 (iv) 14 : 15
5. फरहीन की वार्षिक आय 1,20,000 रुपये है। उसने 5000 रुपये आयकर के रूप में दिये। अनुपात ज्ञात कीजिए-
- (i) आयकर : आय (ii) आय : आयकर
6. विल्सन की मासिक आय 12000 रुपये हैं उसकी पत्नी रोजी की मासिक आय 15000 रुपये है। अनुपात ज्ञात कीजिए-
- (i) विल्सन की आय का उसकी पत्नी की आय से।
- (ii) विल्सन की आय का दोनों की कुल आय से।
7. एक कारखाने में 144 व्यक्ति कार्य करते हैं। इनमें से 56 पुरुष और शेष महिलाएँ हैं। अनुपात ज्ञात कीजिए-
- (i) पुरुषों की संख्या का महिलाओं की संख्या से।
- (ii) पुरुषों की संख्या का कुल कार्यरत व्यक्तियों से।
- (iii) कुल कार्यरत व्यक्तियों का महिलाओं की संख्या से।
8. एक बैलगाड़ी 3 घंटे में 24 कि.मी. चलती है तथा एक रेलगाड़ी 2 घंटे में 120 कि.मी. चलती है। उनकी चालों का अनुपात ज्ञात कीजिए। (चाल =  $\frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$ )

9. कागज के एक आयताकार पन्ने की लम्बाई 1.2 मी. तथा उसकी चौड़ाई 42 से.मी. है। कागज की चौड़ाई का उसकी लम्बाई से अनुपात ज्ञात कीजिए।

### समानुपात

यदि किसी पुस्तक का मूल्य 20 रु. है तो 7 पुस्तकों को खरीदने हेतु हमें 140 रु. देने होंगे। परन्तु यदि 9 पुस्तकें खरीदना हों तो 180 रु. देने होंगे। यहाँ पुस्तकों की संख्या बढ़ाने पर उसी अनुपात में अधिक राशि देनी पड़ी तथा हम कह सकते हैं कि 7 से कम पुस्तकें खरीदने पर उसी अनुपात में कम राशि भुगतान करनी होगी। यहाँ पुस्तकों की संख्याओं में अनुपात 7:9 है साथ ही इनके मूल्यों में अनुपात 140:180 रुपये है। सरलतम रूप में मूल्यों का अनुपात भी 7:9 है। इस प्रकार हम देखते हैं कि,

पुस्तकों की संख्याओं में अनुपात = पुस्तकों के मूल्यों में अनुपात  
अर्थात् 7 : 9 = 140 : 180 है।

### एक और उदाहरण पर विचार करें

6 रुमालों का मूल्य 60 रु. है और 10 रुमालों का मूल्य 100 रुपये है।

रुमालों की संख्याओं में अनुपात = रुमालों के मूल्यों में अनुपात

$$\begin{aligned} \text{रुमालों की संख्याओं में अनुपात} &= 6 : 10 \\ &= 3 : 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{तथा रुमालों के मूल्यों में अनुपात} &= 60 : 100 \\ &= 6 : 10 \\ &= 3 : 5 \end{aligned}$$

चूँकि  $6 : 10 = 3 : 5$

और  $60 : 100 = 3 : 5$

$$\therefore 6 : 10 = 60 : 100$$

ऊपर के दोनों उदाहरणों में पहली दो संख्याओं में जो अनुपात है वही अनुपात तीसरी और चौथी संख्याओं में भी है।

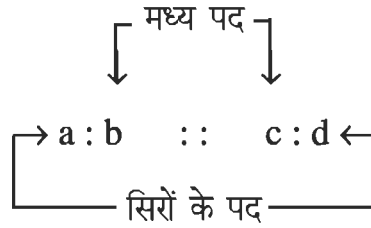
‘दो अनुपातों की समता (Equality) को समानुपात (Proportion) कहते हैं तथा इसे ‘::’ से व्यक्त करते हैं।’

यदि चार चर संख्याएँ a, b, c तथा d समानुपात में हों तो,

$$a : b :: c : d$$

इसका अर्थ है, a और b का अनुपात वही है जो c और d का है। इस समानुपात के a, b, c, d क्रमशः पहले, दूसरे, तीसरे तथा चौथे पद हैं।

पहले तथा चौथे पदों को सिरों के पद और दूसरे तथा तीसरे पदों को मध्य पद कहते हैं।



यदि मध्य पद आपस में समान हों अर्थात्  $b = c$  तो,

$$a : b :: b : c$$

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

तब,

$$b^2 = a.c$$

यहाँ मध्य पद  $b$ , प्रथम पद  $a$  और अंतिम पद  $c$  का मध्य समानुपाती कहलाती है।

**समानुपात के सिरों तथा मध्य पदों में संबंध -**

**निम्नांकित सारिणी को देखिए-**

क्र.	समानुपात $a:b :: c:d$	सिरों के पदों का गुणनफल $a \times d$	मध्य पदों का गुणनफल $b \times c$
1.	$2 : 5 :: 4 : 10$	$2 \times 10 = 20$	$5 \times 4 = 20$
2.	$3 : 4 :: 9 : 12$	$3 \times 12 = 36$	$4 \times 9 = 36$
3.	$5 : 7 :: 20 : 28$	$5 \times 28 = 140$	$7 \times 20 = 140$
4.	$2 : 3 :: 8 : 12$	$2 \times 12 = 24$	$3 \times 8 = 24$
5.	$7 : 9 :: 840 : 1080$	$7 \times 1080 = 7560$	$9 \times 840 = 7560$
6.	$14 : 20 :: 70 : 100$	$14 \times 100 = 1400$	$20 \times 70 = 1400$

इस प्रकार हम देखते हैं कि 'सिरों के पदों का गुणनफल मध्य के पदों के गुणनफल के बराबर होता है।'

**अब एक अन्य उदाहरण पर विचार करें-**

एक रेलगाड़ी 60 कि.मी. प्रति घण्टे की गति से चलकर 240 कि.मी. की दूरी 4 घण्टे में तय करती है। दूसरी रेलगाड़ी 80 कि.मी. प्रति घण्टे की गति से चलकर उसी दूरी को तय करने में 3 घण्टे लेती है।

$$\begin{aligned}
 \text{तब उनकी गतियों में अनुपात} &= 60:80 \\
 &= 3 : 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{तथा उनके समय का अनुपात} &= 4:3 \\
 &= 80:60
 \end{aligned}$$

अतः  $60 : 80 \neq 80 : 60$

इसलिए संख्याएँ 60, 80, 4 और 3 समानुपात में नहीं हैं।

अतः दी गई संख्याओं के समानुपात में नहीं होने की स्थिति में,

सिरे के पदों का गुणनफल  $\neq$  मध्य के पदों का गुणनफल

इस प्रकार हमने देखा कि यदि चार संख्याएँ समानुपात में हों, तो उनके सिरे के पदों का गुणनफल, उनके मध्य के पदों के गुणनफल के बराबर होता है। जबकि यदि चार संख्याएँ समानुपात में न हों, तो उनके सिरे के पदों का गुणनफल उनके मध्य के पदों के गुणनफल के बराबर नहीं होता है।

- दो अनुपातों में समता समानुपात कहलाती है।
- समानुपात के पहले व चौथे पद सिरे के पद तथा दूसरे व तीसरे पद मध्य पद कहलाते हैं।
- चार संख्याएँ जब समानुपाती होती हैं, तब उनके सिरे के पदों का गुणनफल, मध्य के पदों के गुणनफल के बराबर होता है।
- यदि  $a:b::c$  तो  $a, b, c$  समानुपाती (वितत समानुपात) हैं तथा  $b^2=ac$  होता है।

**उदाहरण 7.** रिक्त खाने में एक उपयुक्त संख्या लिखिए जिससे चारों संख्याएँ समानुपात में हो जाए-

(i) 12, 21, 8,

(ii) 12, , 14, 21

**हल-** (i) मध्य पदों का गुणनफल  $= 21 \times 8$   
 $= 168$

अब चारों संख्याओं के समानुपात में होने के लिये सिरे के पदों का गुणनफल भी 168 होना चाहिए। 168 को 12 से भाग देने पर प्राप्त भागफल ही वांछित संख्या होगी।

$$\begin{array}{r} 12 \overline{)168} \\ \underline{-12} \phant{0} \\ 48 \\ \underline{-48} \\ 00 \end{array}$$

अतः रिक्त खाने के लिए वांछित संख्या 14 है।

(ii) सिरे के पदों का गुणनफल  $= 12 \times 21$   
 $= 252$



चारों संख्याओं के समानुपात में होने के लिए मध्य के पदों का गुणनफल भी 252 होना चाहिए। मध्य पद की एक संख्या 14 है, अतः मध्य पद की दूसरी संख्या =  $\frac{252}{14}$   
= 18

अतः रिक्त खाने के लिए वांछित संख्या 18 है।

अतः स्पष्ट है कि 'यदि किसी समानुपात के चार पदों में से तीन पद दिये हों, तो सिरे के पदों अथवा मध्य के पदों (जो दोनों दिये हों) के गुणनफल को शेष दिये पद से भाग दे कर चौथा पद ज्ञात कर सकते हैं।

**उदाहरण 8.** उस समानुपात का तीसरा पद ज्ञात कीजिए जिसका पहला, दूसरा और चौथा पद क्रमशः 12, 8, 14 है?

$$\begin{aligned} \text{हल- सिरे के पदों का गुणनफल} &= 12 \times 14 \\ &= 168 \\ \text{शेष दिया पद} &= 8 \\ \text{अतः वांछित तीसरा पद} &= \frac{168}{8} \\ &= 21 \end{aligned}$$

**उदाहरण 9.** क्या निम्नलिखित संख्याएँ समानुपात में हैं?

- (i) 24, 45, 18, 30,                      (ii) 30, 45, 16, 24  
(iii) 5, 6, 20, 18                      (iv) 3, 9, 9, 27

$$\begin{aligned} \text{हल- (i) सिरे के पदों का गुणनफल} &= 24 \times 30 \\ &= 720 \\ \text{मध्य के पदों का गुणनफल} &= 45 \times 18 \\ &= 810 \end{aligned}$$

स्पष्ट है कि  $720 \neq 810$

अतः 24, 45, 18, 30, समानुपात में नहीं हैं

$$\begin{aligned} \text{(ii) सिरे के पदों का गुणनफल} &= 30 \times 24 \\ &= 720 \\ \text{मध्य के पदों का गुणनफल} &= 45 \times 16 \\ &= 720 \end{aligned}$$

स्पष्टतः  $720 = 720$

अतः 30, 45, 16, 24 समानुपात में हैं

$$\begin{aligned} \text{(iii) सिरे के पदों का गुणनफल} &= 5 \times 18 \\ &= 90 \\ \text{मध्य के पदों का गुणनफल} &= 6 \times 20 \\ &= 120 \end{aligned}$$

स्पष्ट है कि  $90 \neq 120$

अतः 5, 6, 20, 18 समानुपात में नहीं हैं।

$$\begin{aligned} \text{(iv) सिरे के पदों का गुणनफल} &= 3 \times 27 \\ &= 81 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{मध्य के पदों का गुणनफल -} &= 9 \times 9 \\ &= 81 \end{aligned}$$

स्पष्टतः  $81 = 81$

अतः 3, 9, 9, 27 समानुपात में हैं।

**उदाहरण 10.** क्या संख्याएँ 16, 8, 4 समानुपात में हैं?

**हल-** यहाँ प्रथम पद 16 तथा अंतिम पद 4 है।

$$\begin{aligned} \text{अतः प्रथम पद तथा अंतिम पद का गुणनफल} &= 16 \times 4 \\ &= 64 \\ \text{मध्य पद का मान} &= 8 \times 8 \\ &= 64 \end{aligned}$$

अतः 16, 8, 4 समानुपात में हैं।

**उदाहरण 11.** संख्याओं 15, 18, 35 और 42 के सभी संभव समानुपात लिखिए।

**हल-** हम देखते हैं कि

$$= 15 \times 42 = 630$$

$$\text{तथा } 18 \times 35 = 630$$

$$\begin{aligned} \text{इस प्रकार } 15 \times 42 &= 18 \times 35 \dots\dots\dots (1) \\ \text{(सिरे के पद)} &\quad \text{(मध्य के पद)} \end{aligned}$$

$$\text{अतः } 15 : 18 :: 35 : 42$$

(1) को इस प्रकार भी लिखा जा सकता है-

$$\begin{aligned} 15 \times 42 &= 35 \times 18 \\ \text{(सिरे के पद)} &\quad \text{(मध्य के पद)} \end{aligned}$$

$$\text{अतः } 15:35::18:42$$

(1) को इस प्रकार भी लिख सकते हैं-

$$\begin{aligned} 42 \times 15 &= 18 \times 35 \\ \text{(सिरे के पद)} &\quad \text{(मध्य के पद)} \end{aligned}$$

$$\text{अतः } 42:18::35:15$$

अंत में (1) को इस प्रकार भी लिखा जा सकता है-

$$42 \times 15 = 35 \times 18$$

(सिरे के पद) (मध्य के पद)

अतः  $42:35::18:15$

इसलिए वांछित समानुपात इस प्रकार है-

(i)  $15:18::35:42$

(ii)  $15:35::18:42$

(iii)  $42:18::35:15$

और (iv)  $42:35::18:15$

### प्रश्नावली 4.2

- निम्नलिखित में से कौन-कौन से कथन सत्य हैं?
  - $16 : 24 = 20 : 30$
  - $21 : 6 = 35 : 10$
  - $12 : 18 = 28 : 12$
  - 40 पुरुष : 200 पुरुष = 15 रुपये : 25 रुपये
  - 3 कि.ग्रा. : 7 कि.ग्रा. = 14 रुपये : 6 रुपये
  - 99 कि.ग्रा. : 45 कि.ग्रा. = 44 रुपये : 20 रुपये
- रिक्त खानों में उचित संख्या भरिए जिससे चारों संख्याएँ समानुपात में हों -
  - 20, 18, 40,
  - 28, , 35, 15
  - 80, 64, , 24
  - , 35, 3, 15
- खानों को इस प्रकार भरिए कि तीनों संख्याएँ समानुपात में हों -
  - 25, 35,
  - , 32, 64
  - 6, 18,
  - , 12, 48
  - 3, , 12
  - 4, , 16
- एक समानुपात के पहले, दूसरे तथा चौथे पद क्रमशः 6, 18 तथा 15 हैं। तीसरा पद ज्ञात कीजिए।
- एक समानुपात के पहले तीन पद क्रमशः 7, 14 और 25 हैं। चौथा पद ज्ञात कीजिए।
- एक पार्क की लम्बाई और चौड़ाई में 5:3 का अनुपात है। यदि पार्क की चौड़ाई 96 मी. हो तो पार्क की लम्बाई ज्ञात कीजिए।
- वह संख्या बताइए जिसका 15 से वही अनुपात है जो 6 का 24 से है।

## ऐकिक विधि

एक समस्या पर विचार करते हैं। मान लीजिए 15 कि.ग्रा. चावल का मूल्य 195 रु. है। तब 12 कि.ग्रा. चावल का मूल्य कैसे ज्ञात किया जा सकता है।

चावल की उक्त दो मात्राओं का अनुपात 15:12 है। इनकी कीमत का अनुपात 195:  $x$  होगा (यदि  $x$  वांछित मूल्य है)

$$\text{अर्थात् } 15 : 12 = 195 : x$$

$$\text{अतः वांछित मूल्य } x = \frac{195 \times 12}{15} = 156 \text{ रु.}$$

इस क्रिया को सरल रूप से करने के लिए दो भागों में बाँटा जा सकता है। प्रथम हम 15 कि.ग्रा. चावल के मूल्य से 1 कि.ग्रा. चावल का मूल्य ज्ञात करेंगे और फिर 1 कि.ग्रा. चावल के मूल्य से 12 कि.ग्रा. चावल का मूल्य ज्ञात कर लेंगे।

इस क्रिया को हम निम्नलिखित प्रकार से करते हैं-

$$\therefore 15 \text{ कि.ग्रा. चावल का मूल्य} = 195 \text{ रु. (चिन्ह } \therefore \text{ चूँकि का चिह्न है)}$$

$$\therefore 1 \text{ कि.ग्रा. चावल का मूल्य} = \frac{1 \times 195}{15} \text{ रु. (चिन्ह } \therefore \text{ इसलिये का चिह्न है)}$$

$$= 13 \text{ रुपये (15 : 1 = 195 : } x \text{) या (} x = \frac{1 \times 195}{15} \text{)}$$

$$\therefore 12 \text{ कि.ग्रा. चावल का मूल्य} = 13 \times 12 \text{ रुपये} = 156 \text{ रुपये}$$

इस विधि में हमने पहले 1 कि.ग्रा. चावल का मूल्य ज्ञात किया है। इसके बाद चावल की वांछित मात्रा (12 कि.ग्रा.) का मूल्य ज्ञात किया है।

अर्थात् दी गई राशि के मूल्य से पहले एक एकक (Unit) राशि का मूल्य ज्ञात किया गया और इससे वांछित राशि का मूल्य ज्ञात किया। इस विधि को ऐकिक नियम (Unitary method) कहते हैं।

**आइए ऐकिक विधि के कुछ और उदाहरणों पर विचार करें-**

**उदाहरण 12.** 5 अभ्यास पुस्तिकाओं का मूल्य 22.50 रु. है।

8 अभ्यास पुस्तिकाओं का मूल्य क्या होगा?

**हल-** पहले हम 1 अभ्यास पुस्तिका का मूल्य ज्ञात करेंगे, उसके बाद 8 अभ्यास पुस्तिकाओं का मूल्य ज्ञात करेंगे।

$$\therefore 5 \text{ अभ्यास पुस्तिकाओं का मूल्य} = 22.50 \text{ रुपये}$$

$$\therefore 1 \text{ अभ्यास पुस्तिका का मूल्य} = \frac{22.50}{5} = 4.50 \text{ रुपये}$$

(क्योंकि 1 अभ्यास पुस्तिका का मूल्य 5 अभ्यास पुस्तिकाओं के मूल्य से कम होगा, इसलिए हमने 22.50 में 5 का भाग दिया)

$$\therefore 8 \text{ अभ्यास पुस्तिकाओं का मूल्य} = 4.50 \times 8 \\ = 36.00 \text{ रुपये}$$

(8 अभ्यास पुस्तिकाओं का मूल्य 1 पुस्तिका के मूल्य से अधिक होगा इसलिए हमने 4.50 में 8 का गुणा किया।)

इस प्रकार 8 अभ्यास पुस्तिकाओं का मूल्य 36.00 रुपये होगा।

उक्त उदाहरण में पहले दी गई मात्राओं की सहायता से एक एकक (Unit) का मूल्य ज्ञात किया गया। फिर वांछित संख्याओं की मात्राओं का मूल्य ज्ञात किया गया। इस विधि को 'ऐकिक नियम' (Unitary method) कहते हैं।

**उदाहरण 13.** 15 टन लोहे का मूल्य 180000 रु. है। तो 260 कि.ग्रा. लोहे का मूल्य ज्ञात कीजिए।

**हल-** 1 टन = 1000 कि.ग्रा.

$$15 \text{ टन} = 15 \times 1000 = 15000 \text{ कि.ग्रा.}$$

अब  $\therefore 15000 \text{ कि.ग्रा. लोहे का मूल्य} = 180,000 \text{ रुपये}$

$$\therefore 1 \text{ कि.ग्रा. लोहे का मूल्य} = \frac{180,000}{15000} \text{ रुपये}$$

$$= 12 \text{ रुपये}$$

$$\therefore 260 \text{ कि.ग्रा. लोहे का मूल्य} = 12 \times 260 \text{ रु.} \\ = 3120 \text{ रुपये}$$

अतः 260 कि.ग्रा. लोहे का मूल्य 3120 रु. होगा।

**उदाहरण 14.** एक हवाई जहाज 5 घंटे में 4000 कि.मी. उड़ता है। वह 3 घंटे में कितना उड़ेगा?

**हल-**  $\therefore 5 \text{ घंटे में हवाई जहाज द्वारा तय की गई दूरी} = 4000 \text{ कि.मी.}$

$$\therefore 1 \text{ घंटे में हवाई जहाज द्वारा तय की गई दूरी} = \frac{4000}{5} \text{ कि.मी.} = 800 \text{ कि.मी.}$$

$$\therefore 3 \text{ घंटे में हवाई जहाज द्वारा तय की गई दूरी} = 800 \times 3 \text{ कि.मी.} = 2400 \text{ कि.मी.}$$

इस प्रकार 3 घंटे में हवाई जहाज 2400 कि.मी. दूरी तय करेगा।

**उदाहरण 15.** रफीका की 15 माह की आय 1,65,000 रुपये है।

(i) उसकी 7 माह की आय क्या होगी?

(ii) वह कितने महीनों में 2,20,000 रु. कमायेगी?

**हल-** हम देखते हैं कि रफीका की आय उसकी कार्य करने की अवधि से जुड़ी है। कार्य करने की अवधि अधिक होने पर आय अधिक होगी। कार्य करने की अवधि कम होने पर आय कम होगी।

(i) यहाँ कार्य करने का समय ज्ञात है तथा आय अज्ञात है।

$$\therefore 15 \text{ महीनों की आय} = 165000 \text{ रुपये}$$

$$\begin{aligned} \therefore 1 \text{ महीने की आय} &= \frac{1,65,000}{15} \text{ रुपये} = 11,000 \text{ रुपये} \\ \therefore 7 \text{ महीनों की आय} &= 11,000 \times 7 \text{ रु.} = 77,000 \text{ रुपये} \\ \text{(ii) यहाँ आय ज्ञात है तथा कार्य करने का समय अज्ञात है। अतः} \\ \therefore 165000 \text{ रु. आय है} &= 15 \text{ माह में} \\ \therefore 1 \text{ रु. आय होगी} &= \frac{15}{1,65,000} \text{ माह में} \\ \therefore 2,20,000 \text{ रु. आय होगी} &= \frac{15}{1,65,000} \times 2,20,000 \text{ माह में} \\ &= 20 \text{ माह में} \end{aligned}$$

इस प्रकार वह 2,20,000 रु. 20 माह में कमायेगी।

### प्रश्नावली 4.3

1. 25 मीटर कपड़े का मूल्य 2875 रु. है। 17 मीटर कपड़े का मूल्य क्या होगा?
2. एक मजदूर के 6 दिन के कार्य की मजदूरी 540 रु. है। 17 दिन के कार्य की उसकी मजदूरी क्या होगी?
3. एक छात्रावास जिसमें 400 विद्यार्थी रहते हैं, प्रतिमाह 5200 कि.ग्रा. गेहूँ की आवश्यकता होती है। यदि विद्यार्थियों की संख्या 240 रह जाये तो प्रतिमाह कितना गेहूँ आवश्यक होगा?
4. एक ट्यूबवेल से 5 घंटे में 4 एकड़ खेत की सिंचाई होती है। तब 8 घंटे में कितने खेत की सिंचाई हो सकेगी?
5. 12 लिफाफो का मूल्य 42 रु. है। 36 लिफाफो का मूल्य क्या होगा?
6. एक कार 3 घंटे में 165 कि.मी. चलती है।  
(i) वह 440 कि.मी. चलने में कितना समय लेगी? (ii) वह  $6\frac{1}{2}$  घंटे में कितनी दूरी तय करेगी?
7. 9 कुर्सियों का भार 30 कि.ग्रा. है। किसी 4000 कि.ग्रा. भार की क्षमता वाले ट्रक पर ऐसी कितनी कुर्सियाँ रखी जा सकती हैं?
8. यदि 7 हेक्टेयर भूमि पर 280 क्विंटल गेहूँ की उपज होती है तो 225 क्विंटल की उपज के लिए कितने हेक्टेयर भूमि की आवश्यकता होगी?
9. 17 कुर्सियों की कीमत 9605 रु. है। यह ज्ञात कीजिए कि 56500 रु. में कितनी कुर्सियाँ खरीदी जा सकती हैं?
10. 72 पुस्तकों का भार 9 कि.ग्रा. है, तो बताइए -  
(i) ऐसी 80 पुस्तकों का भार क्या होगा? (ii) 6 कि.ग्रा. में ऐसी पुस्तकों की संख्या कितनी होगी?
11. एक मकान का 6 माह का किराया 10,800 रुपये है। मकान का एक वर्ष का किराया ज्ञात कीजिए।
12. एक ट्रक को 108 कि.मी. चलने हेतु 12 लीटर डीजल की आवश्यकता होती है। 846 कि.मी. दूरी चलने हेतु उसे कितने डीजल की आवश्यकता होगी?