

# पाठ 1

## परिमेय संख्याएँ

### आइए सीखें-

- भिन्न की अवधारणा का प्रत्यास्मरण।
- परिमेय संख्या की परिभाषा एवं अवधारणा।
- धनात्मक, ऋणात्मक परिमेय संख्याएँ एवं मानक रूप।
- परिमेय संख्याओं की समानता।
- परिमेय संख्याओं का संख्या रेखा पर निरूपण
- परिमेय संख्याओं के क्रम गुणधर्म बताना।

### 1.1 भिन्न : पुनरावलोकन

आप पूर्व की कक्षाओं में भिन्न के बारे में पढ़ चुके हैं।

निम्नलिखित भिन्नों का अवलोकन कीजिए।

$$\frac{3}{5}, \frac{7}{18}, \frac{3}{7}, \frac{7}{3}, \frac{5}{1} \text{ आदि}$$

उपर्युक्त उदाहरणों से स्पष्ट है कि भिन्न दो प्राकृत संख्याओं का अनुपात है। अतः  $\frac{p}{q}$  कोई भिन्न होगी यदि  $p$  और  $q$  प्राकृत संख्याएँ हों। संख्या  $p$  को भिन्न का अंश तथा  $q$  को हर कहते हैं।

भिन्नों को हम मुख्यतः सम भिन्नों और विषम भिन्नों में वर्गीकृत करते हैं।

सम भिन्न	विषम भिन्न
<ul style="list-style-type: none"><li>● भिन्न <math>\frac{p}{q}</math> में जब <math>p &lt; q</math></li><li>● सम भिन्न का मान 1 से कम होता है।</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>● भिन्न <math>\frac{p}{q}</math> में <math>p \geq q</math></li><li>● विषम भिन्न का मान 1 या 1 से अधिक होता है।</li></ul>

## सम भिन्न

$\frac{2}{5}$  एक सम भिन्न है, क्योंकि इस भिन्न में अंश की संख्या हर की संख्या से छोटी है एवं इस भिन्न का मान 1 से कम है।

## विषम भिन्न

$\frac{15}{4}$  एक विषम भिन्न है क्योंकि इसका अंश, हर से बड़ा है। यदि  $15 \div 4$  को सरल करें तो भागफल 3 आता है अर्थात् मान 1 से अधिक है। शेषफल 3 बचता है। अतः  $\frac{15}{4}$  जैसी विषम भिन्न को  $3\frac{3}{4}$  के रूप में भी लिखा जाता है। इस प्रकार की संख्याएँ या भिन्न, मिश्रित संख्याएँ या मिश्र भिन्न कहलाती हैं। मिश्र भिन्न  $3\frac{3}{4}$  में पूर्ण संख्या 3 व सम भिन्न  $\frac{3}{4}$  का योग  $(3 + \frac{3}{4})$  है। विषम भिन्न को मिश्र भिन्न में बदलते समय हम उसे एक पूर्ण संख्या और सम भिन्न में बदलते हैं। अतः मिश्र भिन्न, सम और विषम भिन्न का योग है।

$$\begin{aligned}\frac{15}{4} (\text{एक विषम भिन्न}) &= 3\frac{3}{4} \text{ मिश्र भिन्न} \\ &= 3 + \frac{3}{4} (\text{पूर्ण संख्या} + \text{सम भिन्न}) \\ &= \frac{3}{1} + \frac{3}{4} (\text{विषम भिन्न} + \text{सम भिन्न})\end{aligned}$$

## सरलतम या लघुत्तम पदों वाली भिन्न

यदि भिन्न  $\frac{p}{q}$  में  $p$  तथा  $q$  का मान 1 के अतिरिक्त कोई सार्वभाजक नहीं है, तो  $\frac{p}{q}$  सरलतम या लघुत्तम पदों वाली भिन्न कहलाती है। यदि  $\frac{p}{q}$  का एक महत्तम सार्वभाजक  $r$  इस प्रकार है, कि

$$p \div r = m \text{ अर्थात् } p = m \times r$$

$$\text{तथा } q \div r = n \text{ अर्थात् } q = n \times r$$

$$\text{तो } \frac{p}{q} = \frac{m \times r}{n \times r} = \frac{m}{n} \text{ इस प्रकार } \frac{p}{q} \text{ एवं } \frac{m}{n} \text{ तुल्य भिन्न हैं}$$

तथा भिन्न  $\frac{p}{q}$  का सरलतम रूप  $\frac{m}{n}$  है।

जैसे  $\frac{15}{21} = \frac{3 \times 5}{3 \times 7} = \frac{5}{7}$  में  $\frac{15}{21}$  भिन्न के तुल्य भिन्न  $\frac{5}{7}$  है

जो भिन्न का सरलतम रूप है।

$\frac{5}{7}$  की अन्य तुल्य भिन्न  $\frac{10}{14}, \frac{15}{21}, \frac{20}{28}, \frac{25}{35}$  आदि हैं। इसलिए हम कह सकते हैं कि

$\frac{10}{14}, \frac{15}{21}, \frac{20}{28}, \frac{25}{35}$  आदि सभी भिन्नों का सरलतम रूप  $\frac{5}{7}$  है।

किसी पूर्णांक से भिन्न के हर और अंश को गुणा करने पर तुल्य भिन्न प्राप्त होती है।

### भिन्नों की तुलना

भिन्नों की तुलना सजातीय (समान हर वाली) भिन्नों में अंशों के आधार पर करते हैं अर्थात्  $\frac{p}{q}$  एवं  $\frac{r}{q}$  दो समान हर वाली भिन्नों में जिसका अंश बड़ा होगा वह भिन्न बड़ी होगी। यदि भिन्नों में हर अलग-अलग हैं, तो इन भिन्नों को समान हर वाली तुल्य भिन्नों के रूप में लिख लेते हैं।

उदाहरण स्वरूप,  $\frac{p}{q}$  एवं  $\frac{r}{s}$  में हर अलग-अलग हैं। अतः  $\frac{p}{q}$  में  $\frac{s}{s}$  का गुणा व  $\frac{r}{s}$  में  $\frac{q}{q}$  का गुणा

कर हर समान बनाए।

$$\frac{p}{q} = \frac{p}{q} \times \frac{s}{s} = \frac{p \times s}{q \times s}$$

$$\frac{r}{s} = \frac{r}{s} \times \frac{q}{q} = \frac{r \times q}{s \times q}$$

अब  $p \times s$  तथा  $r \times q$  की तुलना कर हम कह सकते हैं

(i)  $\frac{p}{q} < \frac{r}{s}$ , यदि  $p \times s < r \times q$

(ii)  $\frac{p}{q} = \frac{r}{s}$ , यदि  $p \times s = r \times q$

तथा (iii)  $\frac{p}{q} > \frac{r}{s}$ , यदि  $p \times s > r \times q$

**उदाहरण 1**  $\frac{3}{7}$  तथा  $\frac{5}{6}$  में कौन-सी भिन्न बड़ी है?

**हल :**  $\frac{5}{6} > \frac{3}{7}$  क्योंकि  $5 \times 7 > 6 \times 3$

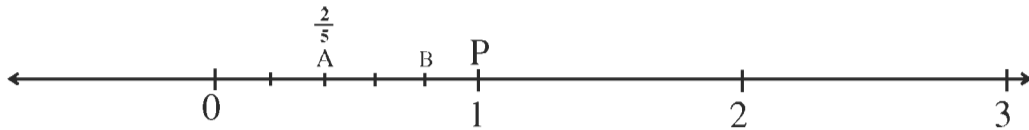
अतः  $\frac{5}{6}$  बड़ी भिन्न है। **उत्तर**

**उदाहरण 2**  $\frac{17}{8}$  व  $\frac{16}{7}$  में कौन-सी भिन्न छोटी है?

**हल:**  $\frac{17}{8} < \frac{16}{7}$  क्योंकि  $17 \times 7 < 16 \times 8$

अतः  $\frac{17}{8}$  छोटी भिन्न है। **उत्तर**

भिन्नों को हम संख्या रेखा पर निरूपित कर सकते हैं। मान लीजिए हमें  $\frac{2}{5}$  को संख्या रेखा पर दिखाना है। इसके लिए हम एक रेखा खींचते हैं और उस पर किसी बिन्दु के संगत मूलबिन्दु 0 बनाते हैं। दूरी की कोई इकाई लेकर उसके 1, 2, 3, 4, ... को मूलबिन्दु के दायी ओर क्रमशः 1, 2, 3, ... अंकित करते हैं।



आकृति 1.1

मान लीजिए बिन्दु P संख्या 1 को दर्शाता है। अब रेखाखण्ड OP को 5 बराबर भागों में बाँटते हैं। इनमें से दो भाग (OA)  $\frac{2}{5}$  को निरूपित करेगा।

इस प्रकार, प्रत्येक भिन्न  $\frac{p}{q}$  को संख्या रेखा पर दर्शा सकते हैं।

## बताएँ

1. निम्नलिखित में से सम भिन्न एवं विषम भिन्न अलग कीजिए।

- (1)  $\frac{15}{8}$       (2)  $\frac{3}{9}$       (3)  $\frac{4}{6}$       (4)  $\frac{3}{5}$       (5)  $\frac{6}{3}$   
(6)  $\frac{5}{2}$       (7)  $\frac{3}{7}$       (8)  $\frac{7}{4}$       (9)  $\frac{3}{4}$       (10)  $\frac{5}{4}$

2. निम्नलिखित भिन्नों को सरलतम रूप में लिखिए।

- (1)  $\frac{15}{25}$       (2)  $\frac{16}{20}$       (3)  $\frac{12}{18}$       (4)  $\frac{16}{32}$   
(5)  $\frac{27}{45}$       (6)  $\frac{10}{40}$       (7)  $\frac{32}{64}$       (8)  $\frac{24}{60}$

3. निम्नलिखित भिन्न में से छोटी भिन्न बताइए।

- (1)  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{4}{6}$       (2)  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{4}{5}$       (3)  $\frac{5}{9}$ ,  $\frac{4}{6}$       (4)  $\frac{2}{5}$ ,  $\frac{3}{8}$   
(5)  $\frac{4}{8}$ ,  $\frac{3}{5}$       (6)  $\frac{12}{15}$ ,  $\frac{8}{20}$       (7)  $\frac{21}{49}$ ,  $\frac{16}{28}$       (8)  $\frac{8}{9}$ ,  $\frac{3}{7}$

4. संख्या रेखा पर प्रदर्शित कीजिए।

- (1)  $\frac{1}{4}$       (2)  $\frac{3}{4}$       (3)  $\frac{7}{2}$       (4)  $\frac{33}{4}$

## 1.2 परिमेय संख्याओं की आवश्यकता

दो भिन्नों का योग या तो एक भिन्न होती है या एक पूर्ण संख्या,

जैसे- (i)  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$  एक भिन्न

$$(ii) \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} = 1 \text{ एक पूर्ण संख्या}$$

पूर्ण संख्या भी एक भिन्न है जिसका हर एक है। अतः भिन्नों का योग एक भिन्न होती है, किन्तु एक दी हुई छोटी भिन्न में से बड़ी भिन्न को घटाने पर उत्तर भिन्न में प्राप्त नहीं किया जा सकता।

$$\text{जैसे } \frac{1}{4} - \frac{2}{4} = \frac{-1}{4}, \quad 1\frac{3}{5} - 2\frac{1}{2} = \frac{-9}{10} \text{ आदि}$$

इसी प्रकार दो पूर्णाकों का गुणनफल तो सदैव एक पूर्णाक होता है, किन्तु यह आवश्यक नहीं कि एक दिया हुआ पूर्णाक किसी दूसरे पूर्णाक को पूरा-पूरा विभाजित करे।

**जैसे :** पूर्णाक 15, पूर्णाक 8 से भाज्य नहीं है। और पूर्णाक -17 भी 7 से भाज्य नहीं है। इनका हल पूर्णाक संख्याओं में संभव नहीं है। अतः हमें संख्याओं के विस्तार की आवश्यकता हुई।

### 1.3 परिमेय संख्याएँ

परिमेय संख्याओं को अंग्रेजी में **Rational number** कहते हैं, जो **Ratio** अर्थात् अनुपात शब्द से बना है। अतः परिमेय संख्या दो पूर्णाकों का ऐसा एक अनुपात है जिसका हर शून्य न हो।

परिमेय संख्या वह संख्या है जो या तो  $\frac{p}{q}$  के रूप में हो या  $\frac{p}{q}$  के रूप में व्यक्त की जा सके, जहाँ  $p, q$  पूर्णाक हैं और  $q$  शून्य नहीं है।

स्पष्ट है  $\frac{3}{4}, \frac{-3}{4}, \frac{3}{-4}, \frac{-3}{-4}$  परिमेय संख्याएँ हैं। इसी प्रकार  $3\frac{3}{4}, 5\frac{7}{8}$  आदि भी परिमेय संख्याएँ

हैं, क्योंकि इन्हें  $\frac{p}{q}$  के रूप में व्यक्त किया जा सकता है।

हम जानते हैं  $\frac{25}{10} = 2.5, \frac{5}{9} = 0.555\dots$  व  $\frac{1}{3} = 0.333\dots$  अतः 2.5, 0.555... व

0.333.... जैसी दशमलव संख्याएँ जिन्हें  $\frac{p}{q}$  में व्यक्त किया जा सकता है, भी परिमेय संख्याएँ हैं। आगे हम इनका अध्ययन विस्तार से करेंगे।

परिमेय संख्या  $\frac{p}{q}$  में भी भिन्न की तरह  $p$  अंश तथा  $q$  हर कहलाता है। जैसे परिमेय संख्या  $\frac{-3}{4}$  में

-3 अंश तथा 4 हर है, जबकि संख्या  $\frac{3}{-4}$  में 3 अंश तथा -4 हर है।

किसी भी भिन्न के संगत उसके अंश अथवा हर अथवा अंश व हर दोनों ही के स्थान पर उसका ऋणात्मक लिखकर हम नई परिमेय संख्या बना सकते हैं।

जैसे :

भिन्न	परिमेय संख्याएँ
$\frac{3}{4}$	$\frac{-3}{4}$ , $\frac{3}{-4}$ , $\frac{-3}{-4}$
$\frac{7}{15}$	$\frac{-7}{15}$ , $\frac{7}{-15}$ , $\frac{-7}{-15}$

अतः परिमेय संख्याओं में अंश या हर व अंश, हर दोनों के चिह्न धनात्मक या ऋणात्मक हो सकते हैं, किन्तु भिन्न में हर व अंश दोनों ही धनात्मक होते हैं।

**सभी भिन्न परिमेय संख्याएँ भी होती हैं जबकि सभी परिमेय संख्याएँ भिन्न भी हों यह आवश्यक नहीं है।**

प्रत्येक पूर्णांक p को  $\frac{p}{1}$  के रूप में लिखा जा सकता है। पूर्णांक 7 को  $\frac{7}{1}$  व -7 को  $\frac{-7}{1}$  लिखा जा सकता है। स्पष्ट है प्रत्येक पूर्णांक भी परिमेय संख्या है।

#### 1.4 धनात्मक व ऋणात्मक परिमेय संख्याएँ

परिमेय संख्याएँ धनात्मक भी होती हैं और ऋणात्मक भी होती हैं।

**धनात्मक परिमेय संख्याएँ** किसी परिमेय संख्या के अंश व हर दोनों के चिह्न समान (दोनों धन अथवा दोनों ऋण) हों तो वह धनात्मक परिमेय संख्याएँ कहलाती हैं। जैसे  $\frac{5}{7}$  ,  $\frac{17}{19}$  ,  $\frac{23}{45}$  अथवा  $\frac{-18}{-8}$  ,  $\frac{-36}{-71}$  ,  $\frac{-5}{-13}$  आदि धनात्मक परिमेय संख्याएँ हैं क्योंकि इन संख्याओं के हर व अंश के चिह्न समान हैं।

**धनात्मक परिमेय संख्याओं का मान शून्य से अधिक होता है। ये संख्या रेखा पर शून्य के दायीं ओर होती हैं।**

**ऋणात्मक परिमेय संख्याएँ** किसी परिमेय संख्या के अंश व हर के चिह्न असमान हों तो वह ऋणात्मक परिमेय संख्याएँ कहलाती हैं। जैसे  $\frac{-3}{4}$ ,  $\frac{-2}{5}$ ,  $\frac{-71}{85}$  और  $\frac{17}{-21}$ ,  $\frac{25}{-7}$ ,  $\frac{83}{-18}$  आदि ऋणात्मक परिमेय संख्याएँ हैं क्योंकि इन संख्याओं के हर और अंश के चिह्न असमान हैं

**ऋणात्मक परिमेय संख्याओं का मान शून्य से कम होता है ये संख्या रेखा पर शून्य के बायीं ओर होती हैं।**

### 1.5 परिमेय संख्या का मानक रूप

कोई परिमेय संख्या  $\frac{p}{q}$  तब अपने मानक रूप में कहलाती है, जब

- (i)  $q$  धनात्मक हो।
- (ii)  $p$  व  $q$  में '1' के अतिरिक्त कोई सार्वभाजक न हो।

**उदाहरण 3** परिमेय संख्या  $\frac{3}{-9}$  को मानक रूप में लिखिए।

**हल:**  $\frac{3}{-9} = \frac{-3}{9}$  (-1 का गुणा हर व अंश दोनों में करके हर को धनात्मक बनाया)

$= \frac{-3 \div 3}{9 \div 3} = \frac{-1 \times 3}{3 \times 3}$  (हर व अंश को सार्वभाजक 3 (महत्तम समापवर्तक) से विभाजित कर सरलतम रूप में बदला)

$= \frac{-1}{3}$  मानक रूप है। उत्तर

### प्रश्नावली 1.1

1. नीचे दिये गए प्रश्नों के उत्तर के चार विकल्प दिए हुए हैं। सबसे सही उत्तर को छाँट कर लिखिए।

(A) शून्य नहीं है।

- (i) प्राकृत संख्या।
- (ii) पूर्ण संख्या।
- (iii) पूर्णांक।
- (iv) परिमेय संख्या।



(B) परिमेय संख्याओं की आवश्यकता का कारण है।

- (i) छोटी भिन्न में से बड़ी भिन्न को घटाने पर हल प्राप्त नहीं होता।
- (ii) दो पूर्णाकों का भागफल सदैव ज्ञात नहीं किया जा सकता।
- (iii)  $4x + 7 = 0$  जैसे समीकरण का हल संभव नहीं होता।
- (iv) उपरोक्त सभी कारण से।

(C) कौन सा कथन सत्य नहीं है।

- (i)  $\frac{3}{4}$  व  $\frac{-3}{-4}$  दोनों धनात्मक परिमेय संख्याएँ हैं।
- (ii)  $\frac{3}{-4}$  और  $\frac{-3}{4}$  दोनों ऋणात्मक परिमेय संख्याएँ हैं।
- (iii)  $5\frac{3}{4}$  एक परिमेय संख्या है।
- (iv)  $-6$  एक परिमेय संख्या नहीं है।

2. रिक्त स्थान भरिए।

- (i)  $\frac{0}{5}, \frac{5}{0}, \frac{0}{1}$  व  $\frac{1}{0}$  में ..... तथा ..... परिमेय संख्या नहीं हैं।
- (ii) परिमेय संख्या  $\frac{-3}{-7}$  का हर ..... व अंश ..... है।
- (iii) वह परिमेय संख्या जिसका अंश  $183 + 17$  व हर  $117 - 17$  है ..... होगी।
- (iv)  $\frac{240}{-840}$  का मानक रूप ..... है।

3. निम्नलिखित परिमेय संख्याओं में से प्रत्येक का अंश लिखिए।

- (i)  $\frac{17}{-18}$       (ii)  $\frac{-17}{18}$       (iii)  $\frac{-17}{-18}$       (iv)  $\frac{0}{17}$       (v)  $2\frac{17}{18}$

4. निम्नलिखित परिमेय संख्याओं में से प्रत्येक का हर लिखिए।

- (i)  $\frac{385}{-1372}$       (ii)  $\frac{-315}{-5876}$       (iii)  $\frac{0}{1}$       (iv)  $2\frac{3}{4}$

5. क्या 7 परिमेय संख्या है? यदि हाँ, तो क्यों?
6. परिमेय संख्या की परिभाषा लिखिए। कोई ऐसी दो परिमेय संख्याएँ लिखिए जो भिन्न न हों।
7. निम्नलिखित परिमेय संख्याओं को पूर्णाकों के रूप में लिखिए।
 

(i) $\frac{18}{1}$	(ii) $\frac{-14}{1}$	(iii) $\frac{21}{3}$	(iv) $\frac{0}{15}$
--------------------	----------------------	----------------------	---------------------
8. निम्नलिखित पूर्णाकों को परिमेय संख्याओं के रूप में लिखिए।
 

(i) -9	(ii) 17	(iii) -28	(iv) 0
--------	---------	-----------	--------
9. वह परिमेय संख्या लिखिए जिसका अंश  $(-2) \times 3$  है तथा हर  $20 - 5$  है।
10. क्या  $-1\frac{2}{3}$  एक परिमेय संख्या है? क्या इसको  $-1 + \frac{2}{3}$  के रूप में भी लिख सकते हैं?

### 1.6 परिमेय संख्याओं की समानता

हम भिन्न को तुल्य भिन्न में बदलना सीख चुके हैं, इसी प्रकार एक परिमेय संख्या के हर व अंश में समान संख्या का गुणा करके बहुत सी तुल्य परिमेय संख्याएँ प्राप्त की जा सकती हैं। अतः एक परिमेय संख्या अनेक रूपों में लिखी जा सकती है। दी गई परिमेय संख्याएँ बराबर हैं या नहीं? इसकी जाँच करना देखें।

**उदाहरण 4.** क्या संख्याएँ  $\frac{-8}{12}$  और  $\frac{10}{-15}$  बराबर हैं?

**हल :**

**प्रथम विधि** मानक रूप में लिखकर तुलना

$$\frac{-8}{12} = \frac{-2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{-2}{3} \quad (\text{हर धनात्मक है, अतः केवल सरलतम रूप में बदला})$$

$$\text{तथा } \frac{10}{-15} = \frac{-10}{15} \quad (\text{हर धनात्मक किया})$$

$$= \frac{-2 \times 5}{3 \times 5} \quad (\text{सरलतम रूप में बदला})$$

$$= \frac{-2}{3}$$

क्योंकि दोनों परिमेय संख्याओं का मानक रूप एक ही है।

$$\text{अतः } \frac{-8}{12} \text{ व } \frac{10}{-15} \text{ बराबर हैं।} \quad \text{उत्तर}$$

दो परिमेय संख्याओं के मानक रूप समान हों तो दोनों परिमेय संख्याएँ समान होंगी।

**दूसरी विधि** समान धनात्मक हर वाली परिमेय संख्याएँ बनाकर।

पहली परिमेय संख्या  $\frac{-8}{12} = \frac{-8}{12} \times \frac{-15}{-15}$  (पहली संख्या के हर और अंश को दूसरी संख्या के हर  $-15$  से गुणा किया)।

$$= \frac{120}{-180}$$

$$= \frac{-120}{180} \quad (\text{हर को धनात्मक करने के लिए हर व अंश को } -1 \text{ से गुणा किया})$$

तथा दूसरी परिमेय संख्या

$$= \frac{10}{-15} = \frac{10}{-15} \times \frac{12}{12} \quad (\text{संख्या के हर और अंश को पहली संख्या के हर } 12 \text{ से गुणा किया})$$

$$= \frac{120}{-180}$$

$$= \frac{-120}{180} \quad (\text{हर को धनात्मक करने के लिये हर व अंश को } -1 \text{ से गुणा किया})$$

क्योंकि  $\frac{-8}{12} = \frac{-120}{180} = \frac{10}{-15}$  है, अतः दोनों परिमेय संख्याएँ बराबर हैं।

$$\text{अतः } \frac{-8}{12} \text{ व } \frac{10}{-15} \text{ बराबर हैं।} \quad \text{उत्तर}$$

दो परिमेय संख्याओं को समान धनात्मक हर वाली परिमेय संख्याओं में बदलने पर यदि दोनों के अंश समान हों तो परिमेय संख्याएँ भी समान होंगी।

तीसरी विधि  $\frac{p}{q}$  व  $\frac{r}{s}$  बराबर होंगी यदि

$$p \times s = q \times r$$

$$\frac{-8}{12} \quad \frac{10}{-15}$$

$$(-8) \times (-15) = (12) \times (10)$$

अतः  $\frac{-8}{12}$  व  $\frac{10}{-15}$  बराबर हैं। उत्तर

दो परिमेय संख्याओं का तिर्यक गुणनफल समान हो तो दोनों परिमेय संख्याएँ भी समान होंगी। (पहली संख्या का हर  $\times$  दूसरी का अंश = पहली संख्या का अंश  $\times$  दूसरी का हर)

### 1.7 परिमेय संख्याओं की तुलना

दो परिमेय संख्याओं  $x$  व  $y$  की तुलना करने पर तीन संभावनाएँ हो सकती हैं।

(i)  $x = y$  या (ii)  $x > y$  या (iii)  $x < y$

इनमें से केवल एक संभावना ही सही होगी।

यदि दोनों परिमेय संख्याएँ बराबर नहीं हैं तो उनमें से कोई एक बड़ी व दूसरी छोटी होगी।

परिमेय संख्याओं में जब एक धनात्मक और दूसरी ऋणात्मक हो तो

- (i) धनात्मक परिमेय संख्याएँ शून्य से बड़ी होती हैं।
- (ii) ऋणात्मक परिमेय संख्याएँ शून्य से छोटी होती हैं।
- (iii) धनात्मक परिमेय संख्याएँ ऋणात्मक परिमेय संख्याओं से बड़ी होती हैं।

**उदाहरण 5** परिमेय संख्याओं  $\frac{6}{-5}$  तथा  $\frac{-13}{-8}$  में कौन-सी बड़ी है?

**हल :**  $\frac{6}{-5}$  ऋणात्मक परिमेय संख्या है।

$\frac{-13}{-8}$  धनात्मक परिमेय संख्या है।

क्योंकि धनात्मक परिमेय संख्याएँ, ऋणात्मक परिमेय संख्याओं से बड़ी होती हैं।

$$\text{अतः } \frac{6}{-5} < \frac{-13}{-8}$$

$$\text{या } \frac{-13}{-8} > \frac{6}{-5} \quad \text{उत्तर}$$

यदि दोनों परिमेय संख्याएँ धनात्मक अथवा ऋणात्मक हों, तो उनकी तुलना दो विधियों से कर सकते हैं।

**प्रथम विधि** समान धनात्मक हर वाली परिमेय संख्याएँ बनाकर अंशों की तुलना करके इनमें बड़े अंश वाली परिमेय संख्या बड़ी व छोटे अंश वाली परिमेय संख्या छोटी होगी।

इसे नीचे दिए उदाहरणों से समझते हैं

**उदाहरण 6.**  $\frac{5}{7}$  और  $\frac{4}{5}$

**हल :**  $\frac{5}{7} = \frac{5 \times 5}{7 \times 5}$  (हर और अंश को दूसरी संख्या के हर 5 से गुणा किया)  
 $= \frac{25}{35}$

और  $\frac{4}{5} = \frac{4 \times 7}{5 \times 7}$  (हर और अंश को पहली संख्या के हर 7 से गुणा किया)  
 $= \frac{28}{35}$

$25 < 28$  (समान हर वाली दोनों संख्याओं के अंश की तुलना)

$$\therefore \frac{5}{7} < \frac{4}{5} \quad \text{उत्तर}$$

**उदाहरण 7.**  $\frac{-3}{8}$  और  $-\frac{5}{7}$

**हल :**  $\frac{-3}{8} = \frac{-3 \times 7}{8 \times 7}$  (हर और अंश को दूसरी संख्या के हर 7 से गुणा किया)

$$= \frac{-21}{56}$$

$$\frac{-5}{7} = \frac{-5 \times 8}{7 \times 8} \text{ (हर और अंश को पहली संख्या के हर 8 से गुणा किया)}$$

$$= \frac{-40}{56}$$

$-21 > -40$  (समान धनात्मक हर वाली दोनों संख्याओं के अंश की तुलना)

$$\therefore \frac{-3}{8} > \frac{-5}{7} \quad \text{उत्तर}$$

**दूसरी विधि**  $\frac{p}{q}$  व  $\frac{r}{s}$  वाली परिमेय संख्याओं में  $p \times s$  व  $r \times q$  की तुलना करके।

यदि  $p \times s > r \times q$  तो  $\frac{p}{q} > \frac{r}{s}$

यदि  $p \times s < r \times q$  तो  $\frac{p}{q} < \frac{r}{s}$

इस विधि से उदाहरण 8 को हल किया गया है।

**उदाहरण 8.** परिमेय संख्याओं  $\frac{6}{-5}$  तथा  $\frac{13}{-8}$  में कौन-सी बड़ी है?

हल :

$$\begin{array}{ccc} \frac{6}{-5} & & \frac{13}{-8} \\ \left[ \begin{array}{ccc} \frac{6}{-5} & & \frac{13}{-8} \\ \rightarrow & & \leftarrow \\ (6) \times (-8) & & (-5) \times (13) \end{array} \right. \end{array}$$

$$-48 > -65 \text{ उत्तर}$$

$$\therefore \frac{6}{-5} > \frac{13}{-8}$$

इस विधि का उपयोग मौखिक गणना हेतु किया जा सकता है।

## 1.8 परिमेय संख्याओं के गुणधर्म

**गुणधर्म I** हम जानते हैं कि  $\frac{-6}{-5}$  धनात्मक परिमेय संख्या है,

$$\text{क्योंकि } \frac{-6}{-5} = \frac{(-6) \times (-1)}{(-5) \times (-1)} = \frac{6}{5}$$

अतः यदि  $\frac{p}{q}$  कोई परिमेय संख्या हो तथा  $p$  और  $q$  ऋणात्मक पूर्णांक हों, तो

$$\boxed{\frac{p}{q} = \frac{-p}{-q}}$$

**गुणधर्म II** हम जानते हैं कि  $\frac{-6}{5}$  व  $\frac{6}{-5}$  दोनों परिमेय संख्याएँ बराबर हैं,

$$\text{क्योंकि } \frac{6}{-5} = \frac{(6) \times (-1)}{(-5) \times (-1)} = \frac{-6}{5}$$

अतः यदि  $\frac{p}{q}$  ऋणात्मक परिमेय संख्या हों तो

$$\boxed{\frac{p}{-q} = \frac{-p}{q}}$$

**गुणधर्म III** हम जानते हैं कि परिमेय संख्या  $\frac{6}{5}$  के लिये

$$\frac{6 \times 2}{5 \times 2} = \frac{12}{10}$$

$$\frac{6 \times 3}{5 \times 3} = \frac{18}{15}$$

$$\frac{6 \times 4}{5 \times 4} = \frac{24}{20} \text{ आदि}$$

स्पष्ट है कि  $\frac{6}{5}$  की तुल्य परिमेय संख्याएँ  $\frac{12}{10}, \frac{18}{15}, \frac{24}{20}$  है।

अतः यदि  $\frac{p}{q}$  कोई परिमेय संख्या है तथा  $m$  कोई शून्येतर पूर्णांक है, तो

$$\frac{p}{q} = \frac{p \times m}{q \times m}$$

यहाँ  $\frac{p}{q}$  व  $\frac{pm}{qm}$  तुल्य परिमेय संख्याएँ होंगी।

#### गुणधर्म IV

हम जानते हैं कि  $\frac{25}{100}$  परिमेय संख्या में सार्वभाजक 25 है। इसलिए इसका सरलतम रूप होगा

$$\begin{aligned}\frac{25}{100} &= \frac{25 \div 25}{100 \div 25} \\ &= \frac{1}{4}\end{aligned}$$

अतः  $\frac{p}{q}$  परिमेय संख्या में  $m$  सार्व भाजक हो, तो

$$\frac{p}{q} = \frac{p \div m}{q \div m}$$

यहाँ  $\frac{p \div m}{q \div m}$  मानक रूप में होगी, यदि हर धनात्मक हों।

#### गुणधर्म V

हम जानते हैं कि  $\frac{25}{100}$  व  $\frac{1}{4}$  बराबर परिमेय संख्याएँ हैं

क्योंकि  $25 \times 4 = 100 \times 1$

यदि पहली संख्या के हर व दूसरी संख्या के अंश का गुणनफल दूसरी संख्या के हर व पहली संख्या के अंश के गुणनफल के बराबर हो तो परिमेय संख्याएँ बराबर होती हैं।

अतः  $\frac{p}{q} = \frac{r}{s}$  केवल यदि  $p \times s = q \times r$



**गुणधर्म VI** प्रत्येक परिमेय संख्या  $x$  के लिये निम्नलिखित में से केवल एक ही कथन सत्य होगा :  
 (i)  $x > 0$                       (ii)  $x = 0$                       (iii)  $x < 0$

**गुणधर्म VII** दी हुई दो परिमेय संख्याओं  $x$  व  $y$  के लिए निम्नलिखित में से केवल एक ही कथन सत्य होगा :

(i)  $x > y$                       (ii)  $x = y$                       (iii)  $x < y$

**गुणधर्म VIII** यदि  $x, y$  तथा  $z$  ऐसी परिमेय संख्याएँ हों कि  $x > y, y > z$  तो  $x > z$  होगा।

(नोट गुणधर्म VI, VII व VIII को क्रम गुणधर्म कहते हैं)

उपरोक्त गुणधर्मों का उपयोग आवश्यकतानुसार करते हैं।

**उदाहरण 9.**  $\frac{-3}{5}$  को ऐसी परिमेय संख्या के रूप में व्यक्त कीजिए,

जिसका अंश (i)  $-6$  (ii)  $9$  हो।

हमें  $\frac{-3}{5}$  संख्या की ऐसी तुल्य परिमेय संख्या ज्ञात करनी है जिसका अंश  $-6$  या  $9$  हो, तो

**हल :** (i)  $\frac{-3}{5} = \frac{-3 \times 2}{5 \times 2}$  (अंश को  $-6$  करने के लिए  $-3$  को  $2$  से गुणा करना होगा।  
 गुणधर्म III)

$$= \frac{-6}{10}$$

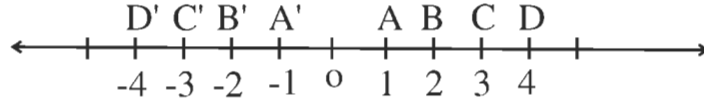
(ii)  $\frac{-3}{5} = \frac{(-3) \times (-3)}{5 \times (-3)}$  (अंश को  $9$  करने के लिए हर व

अंश को  $-3$  से गुणा किया गुणधर्म III)

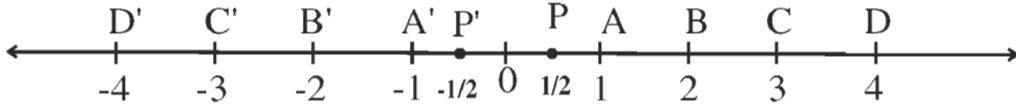
$$= \frac{9}{-15}$$

### 1.9 परिमेय संख्याओं का संख्या रेखा पर निरूपण

परिमेय संख्याओं का संख्या रेखा पर निरूपण करने के लिये एक सरल रेखा खींचते हैं। इस रेखा पर बिन्दु  $O$  लेकर शून्य को इस बिन्दु से व्यक्त करते हैं। धनात्मक पूर्णाकों को संख्या रेखा पर शून्य के दाई ओर व ऋणात्मक पूर्णाकों को शून्य के बाई ओर दर्शाते हैं। इस प्रकार  $-1, -2, -3, \dots$  व  $1, 2, 3, \dots$  शून्य से बराबर दूरी पर किन्तु विपरीत दिशा में रहेंगे।

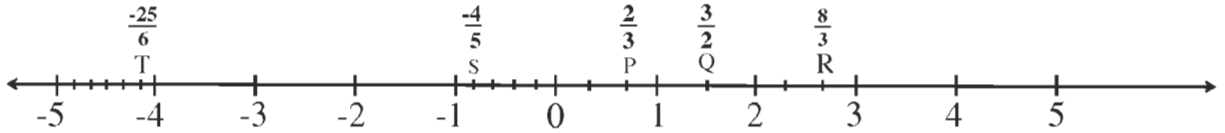


परिमेय संख्या  $\frac{1}{2}$  को संख्या रेखा पर निरूपित करने के लिये OA (इकाई दूरी) दूरी का मध्य बिन्दु P लेते हैं तो P परिमेय संख्या  $\frac{1}{2}$  को दर्शाएगा। शून्य के उतनी ही दूरी पर बाँयी ओर P' बिन्दु  $-\frac{1}{2}$  को दर्शाएगा।



**उदाहरण 10.**  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{3}{2}$ ,  $\frac{8}{3}$ ,  $\frac{-4}{5}$ ,  $\frac{-25}{6}$  को संख्या रेखा पर निरूपित कीजिए।

**हल :** संख्या रेखा खींच कर बीच में बिन्दु 0 लीजिए। अब दोनों ओर समान दूरी पर नापकर चिह्न लगाकर पूर्णांक लिखिए।



$\frac{2}{3}$  को निरूपित करने के लिये 0 और 1 के बीच की इकाई को तीन बराबर भागों में विभाजित कर दो भाग लीजिए। OP दूरी  $\frac{2}{3}$  होगी।

$\frac{3}{2}(1 + \frac{1}{2})$  परिमेय संख्या 1 से बड़ी और 2 से छोटी है। अतः 1 और 2 के बीच की दूरी को दो बराबर भाग कर एक भाग लेना है। OQ दूरी  $\frac{3}{2}$  होगी।

$\frac{8}{3}$  या  $(2 + \frac{2}{3})$  परिमेय संख्या 2 से बड़ी और 3 से छोटी है  $(2 + \frac{2}{3})$ । 2 और 3 के बीच की दूरी

के 3 बराबर भाग कर 2 भाग लीजिए। OR दूरी  $\frac{8}{3}$  होगी।

$-\frac{4}{5}$  यह  $-1$  की ओर 0 से छोटी परिमेय संख्या है। 0 और  $-1$  के बीच की दूरी के 5 बराबर भाग

कर 4 भाग लीजिए। OS दूरी  $\frac{-4}{5}$  होगी।

$-\frac{25}{6}$  या  $(-4 - \frac{1}{6})$  परिमेय संख्या  $-5$  से बड़ी और  $-4$  से छोटी है।  $-4$  और  $-5$  के बीच की दूरी

के छः बराबर भागकर एक भाग लीजिए। OT दूरी  $\frac{-25}{6}$  होगी।

### प्रश्नावली 1.2

1. निम्न में एक असत्य कथन है उसे छाँटकर लिखिए।

(i)  $\frac{5}{10}$  की तुल्य परिमेय संख्याएँ  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{10}{20}$ ,  $\frac{15}{30}$  हैं।

(ii)  $\frac{3}{-8}$  की तुल्य परिमेय संख्या  $\frac{-3}{8}$  है।

(iii) तुल्य परिमेय संख्याओं को मानक रूप में बदलने पर एक ही परिमेय संख्या प्राप्त होगी।

(iv) तुल्य परिमेय संख्याएँ, संख्या रेखा पर शून्य से बराबर व विपरीत दिशा में होंगी।

2. निम्नलिखित में किस युग्म की परिमेय संख्याएँ परस्पर बराबर नहीं हैं?

(i)  $\frac{0}{1}$  और  $\frac{0}{15}$  (ii)  $\frac{3}{7}$  और  $\frac{9}{21}$

(iii)  $3\frac{2}{5}$  और  $6\frac{4}{10}$  (iv) 2.5 और  $\frac{5}{2}$

3. निम्न में से एक असत्य कथन है, उसे छाँट कर लिखिए।

(i)  $-\frac{2}{5}$  और  $-\frac{3}{5}$  में से,  $-\frac{2}{5}$  संख्या रेखा पर शून्य के अधिक पास होगा।

(ii)  $\frac{2}{5}$  और  $\frac{3}{5}$  में से,  $\frac{2}{5}$  संख्या रेखा पर शून्य के अधिक पास होगा।

(iii) उपरोक्त दोनों सत्य हैं।

(iv) परिमेय संख्या  $\frac{13}{5}$ , संख्या रेखा पर 5 व 13 के मध्य होगी।

4. रिक्त स्थान भरिए

(i)  $\frac{-17}{8}$ , संख्या रेखा पर ..... और ..... पूर्णांक के मध्य होगी।

(ii)  $\frac{-4}{7} = \frac{\dots}{49}$                       (iii)  $\frac{5}{-7} = \frac{-5}{\dots} = \frac{25}{\dots}$

5.  $>$ ,  $=$  व  $<$  में से उचित चिह्न द्वारा रिक्त स्थानों  $\square$  की पूर्ति कीजिए।

(i)  $0 \square \frac{-5}{6}$                       (ii)  $\frac{-7}{9} \square \frac{21}{24}$

(iii)  $\frac{-4}{5} \square \frac{4}{-5}$                       (iv)  $\frac{-9}{10} \square \frac{8}{9}$

6. निम्नलिखित दो परिमेय संख्याओं में से कौन-सी बड़ी है?

(i)  $\frac{5}{7}$ ,  $\frac{3}{4}$                       (ii)  $\frac{4}{-13}$ ,  $\frac{-8}{7}$

(iii)  $\frac{16}{-5}$ , 3                      (iv)  $\frac{-7}{8}$ ,  $\frac{5}{-6}$

7. निम्नलिखित को आरोही क्रम में लिखिए।

$\frac{3}{5}$ ,  $\frac{-7}{10}$ ,  $\frac{8}{-15}$ ,  $\frac{-17}{-30}$

8. निम्नलिखित को अवरोही क्रम में लिखिए।

$\frac{4}{9}$ ,  $\frac{-5}{6}$ ,  $\frac{-7}{-12}$ ,  $\frac{11}{-24}$

9. संख्या रेखा पर  $\frac{13}{5}$  व  $\frac{-13}{5}$  निरूपित कीजिए।

10.  $\frac{1}{3}$  और  $\frac{1}{4}$  में से कौन सी परिमेय संख्या, संख्या रेखा पर शून्य के अधिक पास है?