पाठ 11

सर्वांगसम त्रिभुज

आइए सीखें-

- सर्वांगसम आकृतियों की पहचान।
- त्रिभुजों की रचना का प्रत्यास्मरण।
- समान नाप के दो त्रिभुजों की रचना करके निम्नलिखित का सत्यापन।
- भुजा-कोण-भुजा सर्वांगसमता नियम।
- कोण-भुजा-कोण सर्वांगसमता नियम।
- भुजा-भुजा-भुजा सर्वांगसमता नियम।
- समकोण-कर्ण-भुजा सर्वांगसमता नियम।

11.1 सर्वांगसम आकृतियों की पहचान

सर्वांगसम शब्द का अर्थ है "सभी अंगों का बराबर होना।"

गणित में सर्वांगसम शब्द से आशय दो आकृतियों में सभी संगत अंगों का बराबर होना है। दैनिक जीवन में, एक ही ताले की दो चाबियाँ, एक समय में जारी 1 रुपये के दो एक ही प्रकार के सिक्के, एक ज्यामितीय आकृति और उसकी कार्बन कापी आदि के आकार व उनके संगत अंगों की माप तुल्य होती हैं। ये आकृतियाँ परस्पर सर्वांगसम होती हैं। आकृतियों के बीच का यह संबंध उनकी सर्वांगसमता कहलाता है।

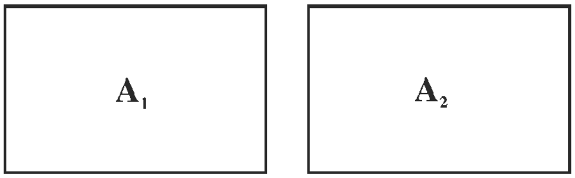
कोई भी दो आकृतियाँ परस्पर सर्वांगसम होंगी, यदि उनमें बिना आकार या माप बदले प्रत्येक को उठाकर दूसरी पर इस प्रकार रखा जा सके कि नीचे रखी आकृति को ठीक-ठीक पूरा ढक ले। आकृतियों में सर्वांगसमता की जाँच के लिए एक को उठाकर दूसरी पर रखने की इस विधि को अध्यारोपण विधि कहते हैं।

सर्वांगसमता के गुण को '$\cong$' संकेत से दर्शाया जाता है। यदि एक आकृति A_1, एक दूसरी आकृति A_2 के सर्वांगसम है, तो हम इसे :

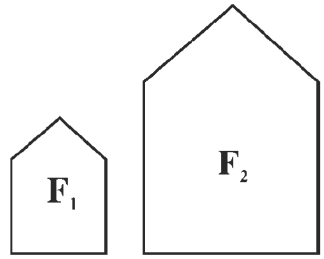
लिखते हैं आकृति $A_1 \cong$ आकृति A_2

पढ़ते हैं आकृति A_1 सर्वांगसम है आकृति A_2 के

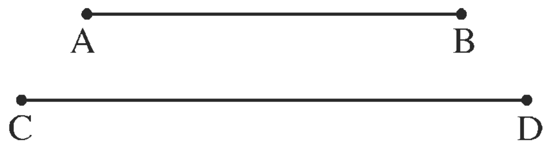
क्रियाकलाप 1. निम्न आकृति युग्मों को अध्यारोपण विधि द्वारा ज्ञात कीजिए कि उनमें से कौन-सी आकृतियाँ सर्वांगसम है।



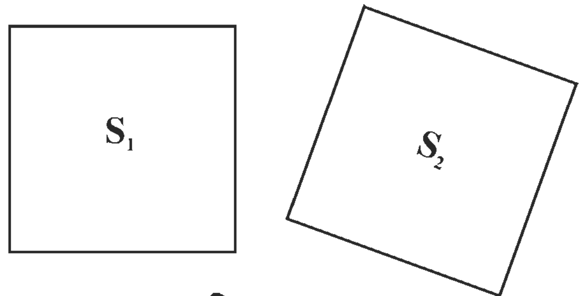
आकृति 11.1



आकृति 11.2



आकृति 11.3



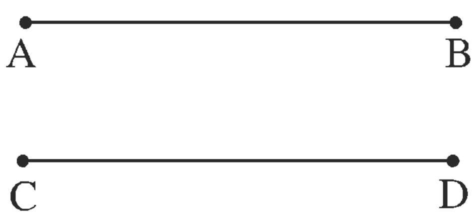
आकृति 11.4

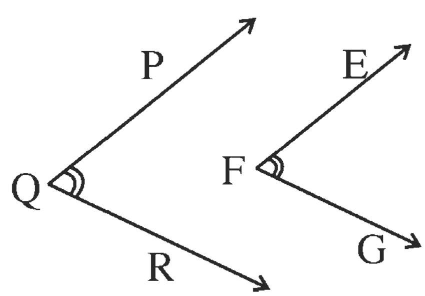
प्रत्येक युग्म की एक आकृति का अक्स (ट्रेसिंग) कागज पर ट्रेस करके उसे उसी युग्म की दूसरी आकृति पर अध्यारोपित करने से पता चलता है कि आकृति 11.1 व 11.4 के युग्मों की आकृतियाँ परस्पर सर्वांगसम हैं। इनमें से चित्र के युग्मों की आकृतियाँ सामान्य दृष्टि में ही सर्वांगसम दिख रही हैं।

संकेत रूप में आकृति 11.1 में आयत $A_1 \cong$ आयत A_2 तथा आकृति 11.4 में वर्ग $S_1 \cong$ वर्ग S_2

आकृति 11.2 व 11.3 के युग्मों की आकृतियाँ यद्यपि परस्पर आकार (Shape) में समान हैं। किन्तु मापों में भिन्न-भिन्न होने से सर्वांगसम नहीं है।

दो रेखाखण्ड सर्वांगसम होते हैं यदि और केवल यदि उनकी लम्बाइयाँ आपस में बराबर हों तथा दो कोण सर्वांगसम होते हैं यदि और केवल यदि उनकी मापें बराबर हों।





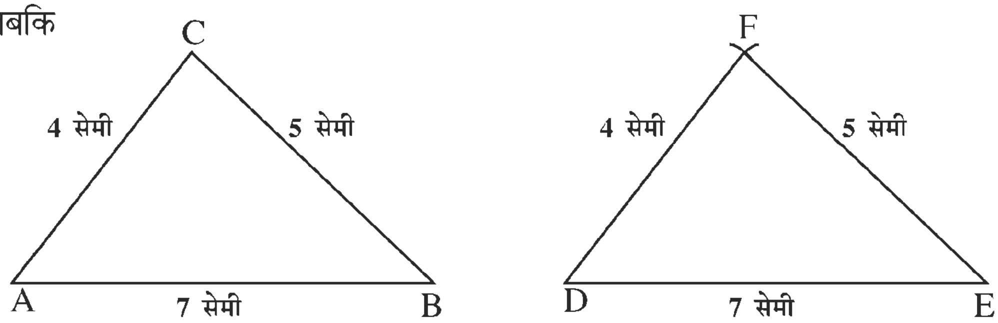
रेखाखण्ड AB $\cong$ रेखाखण्ड CD

$\angle PQR \cong \angle EFG$

11.2 त्रिभुजों की सर्वांगसमता

क्रियाकलाप 2. ΔABC व ΔDEF की रचना कीजिये,

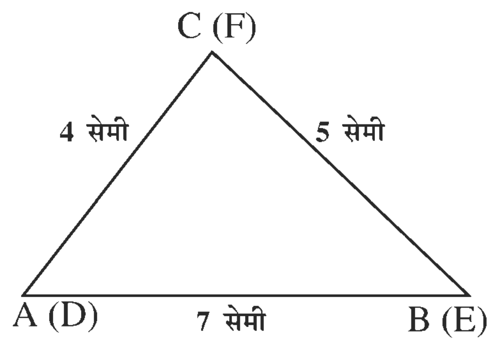
जबकि



आकृति 11.5

हम ΔABC एवं ΔDEF की सर्वांगसमता की जाँच करना चाहते हैं। इस हेतु हम देखते हैं कि क्या ये दोनों त्रिभुज एक-दूसरे को पूर्णतया ढक लेते हैं। यदि हाँ, तो वे सर्वांगसम होंगे अन्यथा नहीं।

हम ΔDEF को काटते हैं। उसका अक्स ट्रेस कागज पर खींचते हैं तथा बिन्दुओं A, B, C के संगत बिन्दुओं के अक्स पर नाम, क्रमशः D, E व F देते हैं। इस प्रकार अब हमारे पास ΔABC और ΔDEF हैं। अब अध्यारोपण विधि से हम यह देखते हैं कि क्या ये दोनों त्रिभुज एक-दूसरे को पूर्णतया ढंक लेते हैं या नहीं। दोनों त्रिभुज एक-दूसरे को तभी पूर्णतया ढकते हैं, जब ΔABC के शीर्ष, ΔDEF के शीर्षों के संपाती हैं।



आकृति 11.6

अतः $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ का आशय है कि यदि ΔDEF, ΔABC पर इस प्रकार अध्यारोपित हो कि D, A के ऊपर, E, B के ऊपर तथा F, C के ऊपर हो, तो दोनों त्रिभुज एक-दूसरे को पूर्णतया ढक लेते हैं। ध्यान दीजिए यहाँ अक्षरों का क्रम महत्वपूर्ण है। क्योंकि $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ की स्थिति में संगत भाग बराबर होते हैं।

$AB = DE$, $\quad BC = EF \quad$ और $AC = DF$

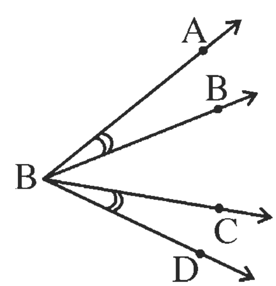
$\angle A = \angle D$, $\quad \angle B = \angle E \quad$ और $\angle C = \angle F$

दो सर्वांगसम त्रिभुजों का नामकरण इस तरह करते हैं कि उनके शीर्ष बिन्दुओं के क्रम से त्रिभुजों के कोणों और भुजाओं की सर्वांगसमता स्पष्ट हो सके। जैसे आकृति (क्रियाकलाप 2 आकृति 11.5) में $\Delta ABC \cong \Delta DEF$, परन्तु ΔABC सर्वांगसम नहीं है ΔEFD के, क्योंकि AB सर्वांगसम नहीं है EF के, BC सर्वांगसम नहीं है FD के तथा AC सर्वांगसम नहीं है ED के, इत्यादि।

प्रश्नावली 11.1

1. कौन-सा कथन असत्य है?
   - (i) किसी रेखाखण्ड का समद्विभाजन करने पर प्राप्त होने वाले दो रेखाखण्ड परस्पर सर्वांगसम होते हैं।
   - (ii) कोण के अर्धक से बने दो कोण सर्वांगसम होते हैं।
   - (iii) $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ तथा $\Delta ABC \cong \Delta FDE$ में कोई अंतर नहीं है।
   - (iv) दो वृत सर्वांगसम होंगे यदि उनकी त्रिज्याएँ बराबर हों।
2. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।
   - (i) दो रेखाखण्ड सर्वांगसम होते हैं यदि उनकी .... बराबर हो।
   - (ii) दो कोण सर्वांगसम होते हैं यदि उनकी .... हो।
   - (iii) आकृतियों के सर्वांगसम होने के संबंध या गुण को .... कहते हैं।
   - (iv) दो आकृतियों में एक के सभी अंग अलग-अलग दूसरी के .... अंगों के अलग-अलग बराबर हों, तो वे सर्वांगसम होंगी।
   - (v) यदि रेखाखण्डों की लम्बाई समान हो, तो वे .... होंगे।
   - (vi) यदि दो कोणों के .... समान हों, तो वे सर्वांगसम होंगे।
   - (vii) यदि $AB \cong CD$ और $AB = 4$ सेमी. हो तो $CD =$ ....।
   - (viii) यदि $\Delta PQR \cong \Delta xyz$, तो $\angle Q =$ ...., $PR =$ ....।
3. यदि $\overline{PQ} \cong \overline{RS}$ और $\overline{PQ}$ के अर्धक की लम्बाई 5 सेमी. हो तो $\overline{RS}$ की लम्बाई क्या होगी?
4. नीचे बनी आकृति में एक रेखा पर बिन्दु A, B, C तथा D स्थित हैं।

   क्या BC व AD सर्वांगसम है?



5. दिए गए चित्र में $\angle AOB \cong \angle COD$, तो क्या इस कारण $\angle AOC \cong \angle BOD$ भी होगा?
6. यदि $\Delta PQR \cong \Delta xyz$ तो रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

(i) $QR =$	(ii) $PR =$	(iii) $QP =$ ....
(iv) $\angle P =$	(v) $\angle Q =$	(vi) $\angle R =$ ....

11.3 त्रिभुजों की सर्वांगसमता के प्रतिबंध

हम जानते हैं कि किसी त्रिभुज की रचना उसके निम्नलिखित अंगों के दिए जाने पर ही की जा सकती है।

(i) दो भुजाएँ और अन्तर्गत कोण।

(ii) दो कोण और अन्तर्गत भुजा।

(iii) तीनों भुजाएँ।

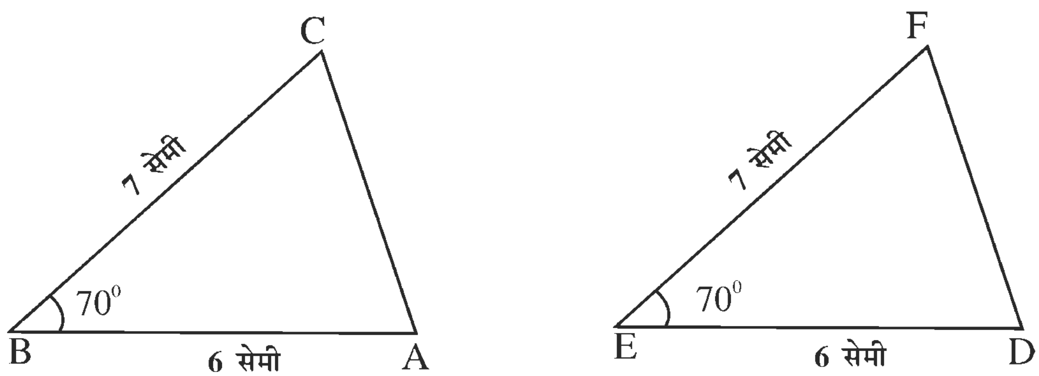
(iv) समकोण त्रिभुज में उसकी एक भुजा और कर्ण।

आइए देखें कि किन्हीं दो त्रिभुजों के अलग-अलग छः अवयवों (तीनों कोण व तीनों भुजाओं) में से कम से कम कितने और कौन-कौन से सर्वांगसम होने पर वे त्रिभुज भी सर्वांगसम होंगे।

अतः हम एक सी माप वाले दो त्रिभुज खींचेंगे और उनकी सर्वांगसमता पर विचार करेंगे।

11.4 भुजा-कोण-भुजा नियम

क्रियाकलाप 3. एक त्रिभुज ABC खींचिए, जिसमें AB = 6 सेमी., BC = 7 सेमी. तथा इनके बीच का कोण B = 70^0 हो। एक अन्य त्रिभुज DEF खींचिए, जिसमें DE = 6 सेमी., EF = 7 सेमी. तथा इनके बीच का कोण $\angle E = 70^0$ हो।

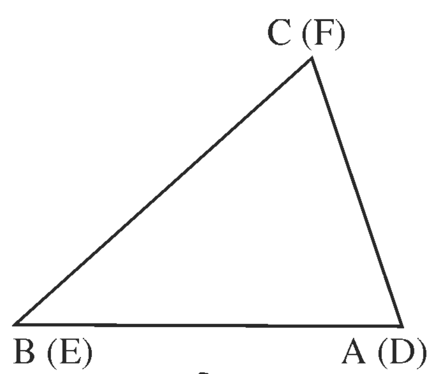


आकृति 11.7

इस प्रकार,

AB = DE, BC = EF तथा अंतर्गत कोण $\angle B = \angle E$

ΔDEF का अक्स ट्रेस कागज पर बनाइए तथा उसे ΔABC के ऊपर इस प्रकार रखिए कि शीर्ष बिन्दु A, शीर्ष बिन्दु D पर, शीर्ष बिन्दु B, शीर्ष बिन्दु E पर तथा शीर्ष बिन्दु C, शीर्ष बिन्दु F पर पड़े।



आकृति 11.8

अध्यारोपण विधि से हम यह देखते हैं कि दोनों त्रिभुज एक-दूसरे को ठीक-ठीक पूर्णतया ढक लेते हैं। अर्थात् $\Delta ABC \cong \Delta DEF$.

पुन: दोनों त्रिभुजों के शेष अन्य अवयवों को मापिए तथा उन्हें निम्न सारणी के रूप में लिखिए :-

ΔABC के शेष अवयवों की माप	ΔDEF के संगत अवयवों की माप	दोनों की मापों का अंतर
AC	DF	AC – DF
$\angle A =$	$\angle D =$	$\angle A - \angle D =$
$\angle C =$	$\angle F =$	$\angle C - \angle F =$

उपरोक्त सभी अंतर शून्य या नगण्य प्राप्त होते हैं अत:

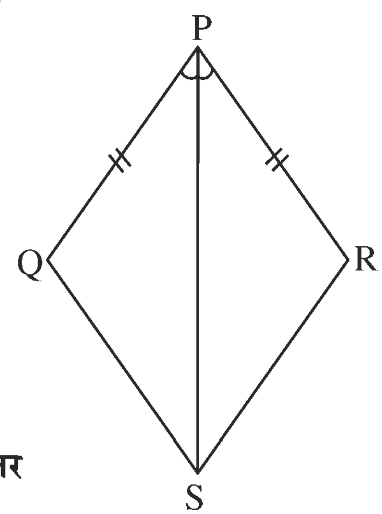
$AC = DF, \angle A = \angle D$ और $\angle C = \angle F$

अर्थात् $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

अध्यारोपण विधि व अन्य अवयवों की मापों से हमने देखा कि दो त्रिभुजों में यदि एक की दो भुजाएँ तथा उनके बीच का कोण दूसरे त्रिभुज की दो संगत भुजाओं तथा उनके बीच के कोण के बराबर है, तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।

> यदि एक त्रिभुज की दो भुजाएँ और उनका अंतर्गत कोण क्रमश: दूसरे त्रिभुज की दो संगत भुजाओं और उनके अंतर्गत कोण के अलग-अलग बराबर हों, तो ये दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं। यह भुजा-कोण-भुजा (भु-को-भु अथवा SAS) सर्वांगसमता नियम (प्रतिबंध) कहलाता है।

उदाहरण 1. आकृति में $PQ = PR$ तथा $\angle QPS = \angle RPS$, तो सिद्ध कीजिए $\Delta PQS \cong \Delta PRS$



हल : ΔPQS एवं ΔPRS में

$PQ = PR$ (दिया है)

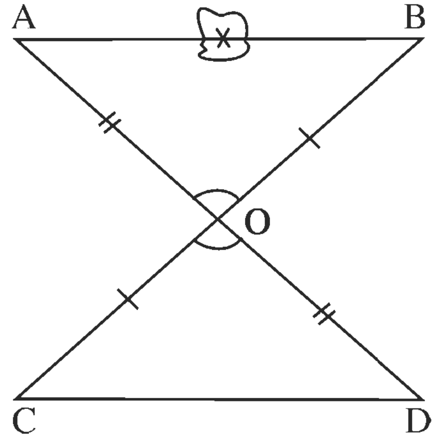
$\angle QPS = \angle RPS$ (दिया है)

$PS = PS$ (उभयनिष्ठ भुजा)

अत: $\Delta PQS \cong \Delta PRS$ (भु-को-भु नियम), **उत्तर**

उदाहरण 2. यदि A और B दो वस्तुओं के मध्य X कोई ऐसी बाधक वस्तु हो कि A से B की दूरी साधारण विधि से नहीं नाप सकते तो आप सर्वांगसमता का उपयोग कर AB दूरी कैसे नापेंगे?

हल : $\Delta AOB \cong \Delta OCD$



रचना इस प्रकार करें

$AO = OD$

$OC = OB$

$\angle AOB = \angle COD$

$\therefore \Delta AOB \cong \Delta COD$ (S.A.S.)

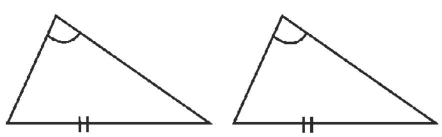
अतः $AB = CD$

स्पष्ट है दूरी CD नापकर AB दूरी ज्ञात कर सकते हैं। **उत्तर**

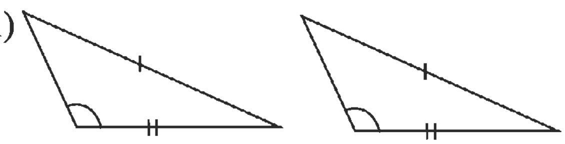
प्रश्नावली 11.2

1. निम्नलिखित आकृतियों में से कौन-सा युग्म भुजा-कोण-भुजा नियम द्वारा सर्वांगसमता दर्शा रहा है?

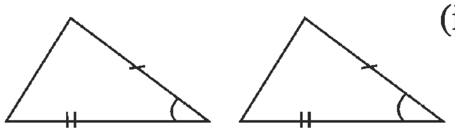
(i)



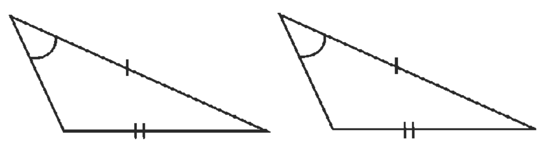
(ii)



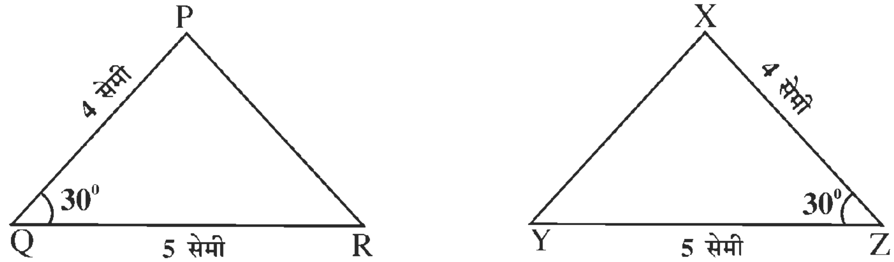
(iii)



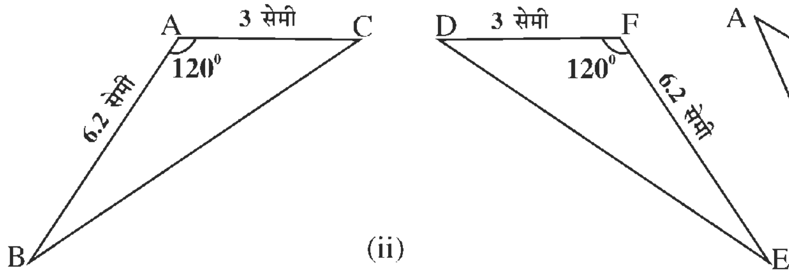
(iv)



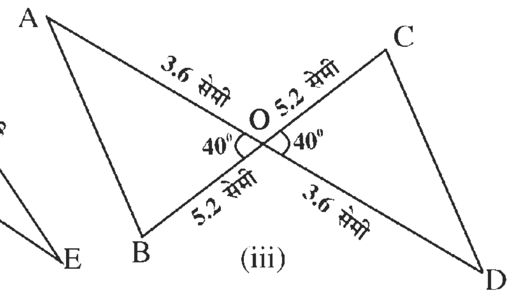
2. SAS सर्वांगसमता प्रतिबंध के अंतर्गत निम्नांकित में से कौन-से त्रिभुज युग्म सर्वांगसम हैं? ऐसे त्रिभुजों को सर्वांगसमता संकेत द्वारा दर्शाइए।



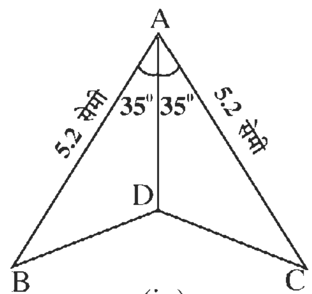
(i)



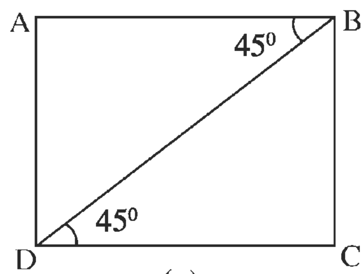
(ii)



(iii)

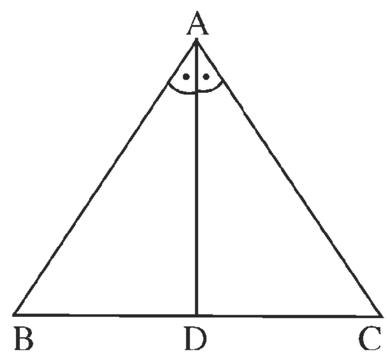


(iv)

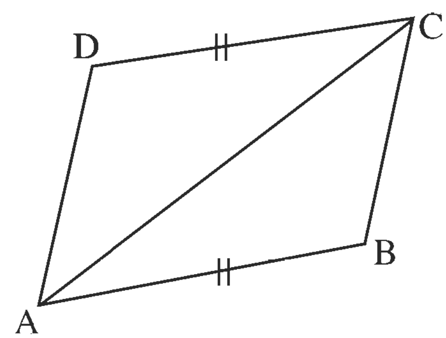


(v)

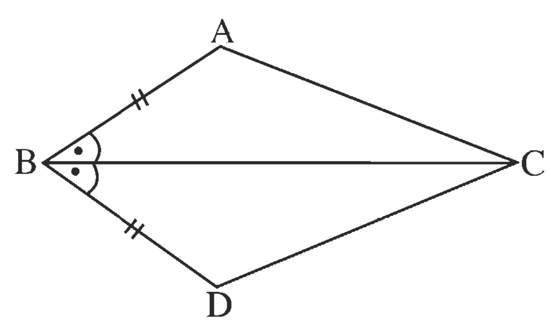
3. आकृति में समद्विबाहु त्रिभुज ABC में
AB = AC तथा
BC पर एक बिन्दु इस प्रकार है कि
AD, $\angle A$ को समद्विभाजित करता है।
तो सिद्ध कीजिए BD = DC



4. आकृति में यदि AB || DC तथा AB = DC हो, तो
   (i) $\angle BAC = \angle DCA$ (क्यों?)
   (ii) $\Delta ABC \cong \Delta CDA$ (क्यों?)

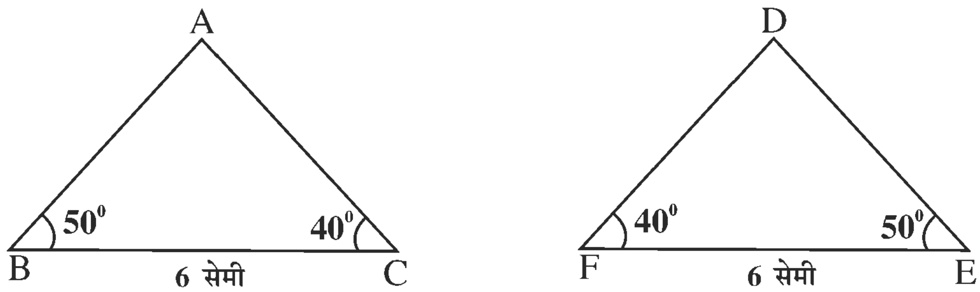


5. आकृति में कौन-सा कथन सत्य है?
   (i) $\Delta ABC \cong \Delta DCB$
   (ii) $\Delta ABC \cong \Delta BCD$
   (iii) $\Delta ABC \cong \Delta DBC$



11.5 कोण-भुजा-कोण नियम

क्रियाकलाप 4. एक त्रिभुज ABC की रचना इस प्रकार कीजिए कि BC = 6 सेमी., $\angle B = 50^0$, $\angle C = 40^0$। इसी प्रकार एक अन्य त्रिभुज DEF की रचना कीजिए, जिसमें EF = 6 सेमी., $\angle E = 50^0$ तथा $\angle F = 40^0$



आकृति 11.9

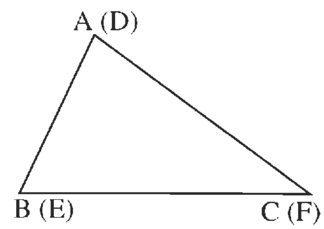
इस प्रकार $\angle B = \angle E$

$BC = EF$

$\angle C = \angle F$

ΔDEF का अक्स ट्रेस कागज पर बनाइए तथा उसे ΔABC के ऊपर इस प्रकार रखिए कि शीर्ष बिन्दु D, शीर्ष बिन्दु A पर, शीर्ष बिन्दु E, शीर्ष बिन्दु B पर तथा शीर्ष बिन्दु F, शीर्ष बिन्दु C पर पड़े।

इस प्रकार अध्यारोपण विधि से हम यह देखते हैं कि दोनों त्रिभुज एक-दूसरे को ठीक-ठीक पूर्णत: ढक लेते हैं।



आकृति 11.10

अर्थात् $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

पुन: दोनों त्रिभुजों के शेष अन्य अवयवों को मापिए तथा निम्न सारणी में लिखिए :

ΔABC के शेष अवयवों की माप	ΔDEF के संगत अवयवों की माप	दोनों की मापों का अंतर
AB =	DE =	AB – DE =
AC =	DF =	AC – DF =
$\angle A$ =	$\angle D$ =	$\angle A - \angle D$ =

उपरोक्त सभी अंतर शून्य या नगण्य प्राप्त होते हैं।

अत: $AB = DE$, $AC = DF$ तथा $\angle A = \angle D$

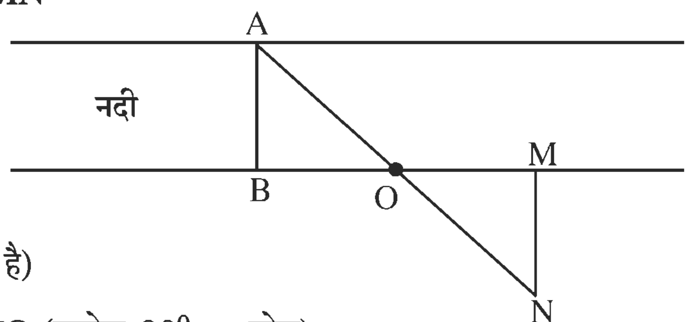
अर्थात् $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

अध्यारोपण विधि व अन्य अवयवों की मापों से हमने देखा कि दो त्रिभुजों में यदि एक त्रिभुज के दो कोण तथा उनकी अंतर्गत भुजा क्रमशः दूसरे त्रिभुज के दो कोणों व उनकी अन्तर्गत भुजा के बराबर हैं, तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।

> यदि एक त्रिभुज के दो कोण और उनकी अंतर्गत भुजा क्रमशः किसी दूसरे त्रिभुज के दो संगत कोणों और उनकी अंतर्गत भुजा के अलग-अलग बराबर हों, तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं। इसे सर्वांगसमता का कोण-भुजा-कोण (**ASA**) नियम (प्रतिबंध) कहते हैं।

उदाहरण 3. एक व्यक्ति नदी के इस पार से दूसरे किनारे पर एक वृक्ष **A** देखता है। उसकी सीध में वह अपनी ओर एक निशान **B** लगाता है। नदी के किनारे-किनारे वह थोड़ी दूर चलकर **O** पर आता है। **O** पर एक खड़ी लकड़ी गाड़ता है। फिर आगे सीधा चलकर **M** पर पहुँचता है ताकि **BO = OM.** बिन्दु **M** से किनारे के लम्बवत् चलकर **N** पर पहुँचता है, जहाँ से उसे **A, O** व **N** एक सीध में दिखते हैं, तो सिद्ध कीजिए कि

नदी की चौड़ाई = **MN**



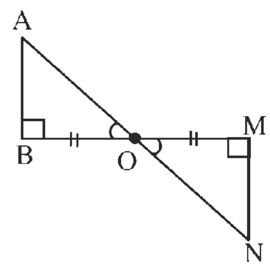
हल : **BO = OM** (ज्ञात है)

$\angle ABO = \angle NMO$ (प्रत्येक 90^0 का कोण)

$\angle AOB = \angle NOM$ (शीर्षाभिमुख कोण)

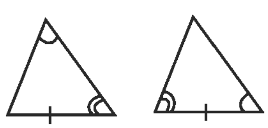
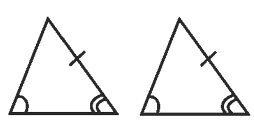
अतः $\Delta ABO \cong \Delta NMO$

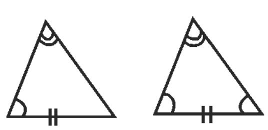
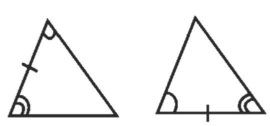
AB = NM = नदी की चौड़ाई, **उत्तर**



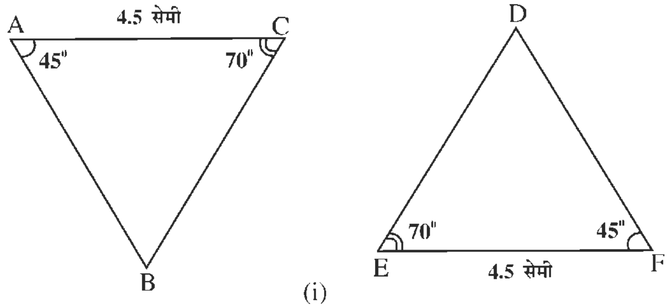
प्रश्नावली 11.3

1. निम्नांकित आकृतियों में से कौन-सा युग्म कोण-भुजा-कोण नियम द्वारा सर्वांगसमता दर्शा रहा है?

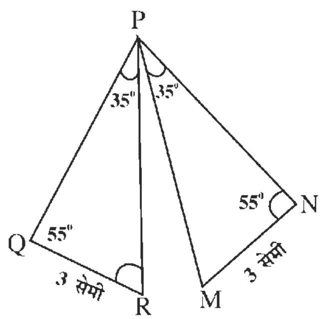
(i)  (ii) 

(iii)  (iv) 

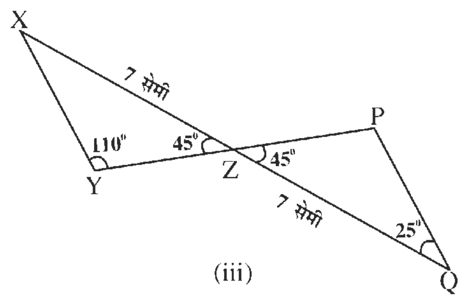
2. ASA सर्वांगसमता प्रतिबंध के अंतर्गत निम्नांकित में से कौन-से त्रिभुज-युग्म सर्वांगसम हैं? ऐसे त्रिभुजों को सर्वांगसमता संकेत द्वारा दर्शाइए।



(i)

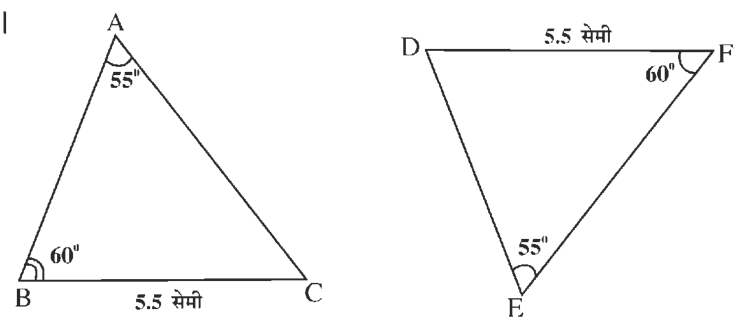


(ii)



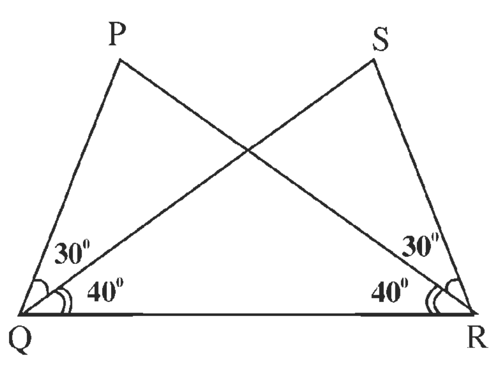
(iii)

3. निम्नांकित आकृतियों में $\angle A = \angle E = 55^0$ एवं $\angle B = \angle F = 60^0$ है और भुजा $BC = FD =$ 5.5 सेमी. है। संगत अवयवों का तीसरा अवयव ज्ञात कीजिए, जिससे ASA के अंतर्गत $\Delta ABC \cong \Delta EFD$ हो।



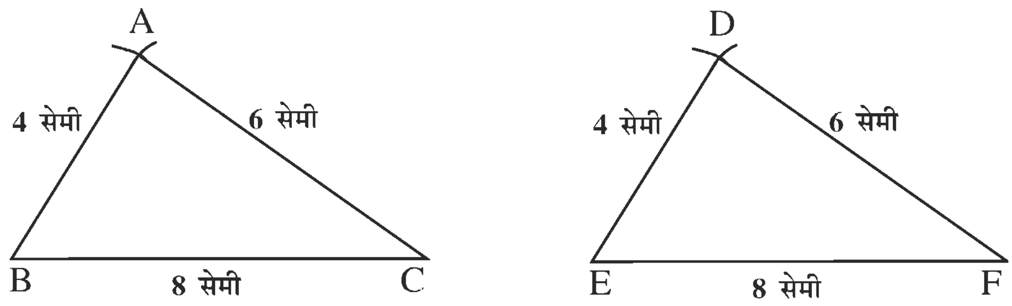
4. निम्नांकित आकृतियों में, ΔPQR और ΔSQR एक ही आधार QR पर बने हैं। सिद्ध कीजिए।

$\Delta PQR \cong \Delta SRQ$



11.6 भुजा-भुजा-भुजा (SSS) सर्वांगसमता नियम

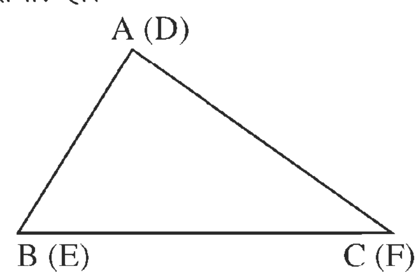
क्रियाकलाप 5. एक त्रिभुज ABC खींचिए, जिसमें AB = 4 सेमी., BC = 8 सेमी. तथा CA= 6 सेमी. हो। एक दूसरा त्रिभुज DEF बनाइए,



आकृति 11.11

जिसमें DE = 4 सेमी., EF = 8 सेमी., तथा FD = 6 सेमी. हो।

इस प्रकार BC = EF, AB = DE, CA = FD



आकृति 11.12

ΔDEF का अक्स ट्रेस कागज पर बनाइए तथा उसे ΔABC के ऊपर इस प्रकार रखिए कि शीर्ष बिन्दु D, शीर्ष बिन्दु A पर, शीर्ष बिन्दु E शीर्ष बिन्दु B पर तथा शीर्ष बिन्दु F शीर्ष बिन्दु C पर पड़े।

इस प्रकार अध्यारोपण विधि से हम यह देखते हैं कि दोनों त्रिभुज एक-दूसरे को ठीक-ठीक पूर्णत: ढक लेते हैं।

अर्थात् $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

पुन: दोनों त्रिभुजों के शेष अवयवों (तीनों कोणों) को मापिए तथा निम्न सारणी के रूप में लिखिए।

ΔABC के शेष अवयवों की माप	ΔDEF के संगत अवयवों की माप	दोनों मापों का अंतर
$\angle A =$	$\angle D =$	$\angle A - \angle D =$
$\angle B =$	$\angle E =$	$\angle B - \angle E =$
$\angle C =$	$\angle F =$	$\angle C - \angle F =$

उपरोक्त सभी अंतर शून्य या नगण्य प्राप्त होते हैं।

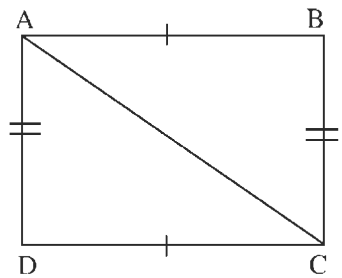
अत: $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$ तथा $\angle C = \angle F$

अर्थात् $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

अध्यारोपण विधि व अन्य अवयवों की मापों से हमने देखा कि एक त्रिभुज की तीनों भुजाएँ क्रमशः दूसरे त्रिभुज की तीनों भुजाओं के बराबर हैं, तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।

> यदि एक त्रिभुज की तीनों भुजाएँ क्रमशः किसी दूसरे त्रिभुज की तीनों संगत भुजाओं के अलग-अलग बराबर हों, तो ये दो त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं। यह सर्वांगसमता का भुजा-भुजा-भुजा (SSS) नियम (प्रतिबंध) कहलाता है।

उदाहरण 4. दी गई आकृति में, $AB = DC$ एवं $AD = BC$ है।



सिद्ध कीजिए $\Delta ABC \cong \Delta CDA$

हल : $AB = DC$ (दिया है)

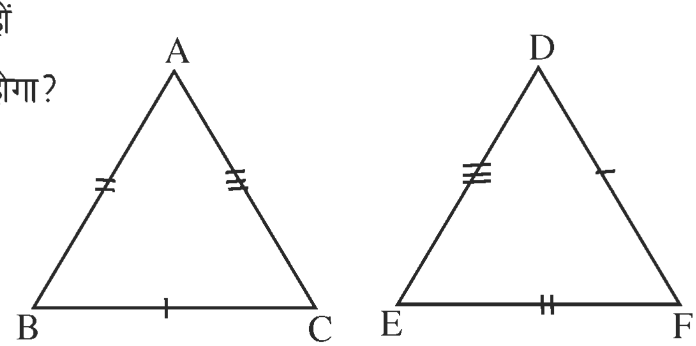
$BC = AD$ (दिया है)

$AC = AC$ (उभयनिष्ठ भुजा)

$\Delta ABC \cong \Delta CDA$ (भु.-भु.-भु. या SSS नियम), **उत्तर**

प्रश्नावली 11.4

1. यदि ΔABC व ΔDEF चित्रानुसार हों तो निम्न में से कौन सा कथन सत्य होगा?



   (i) $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

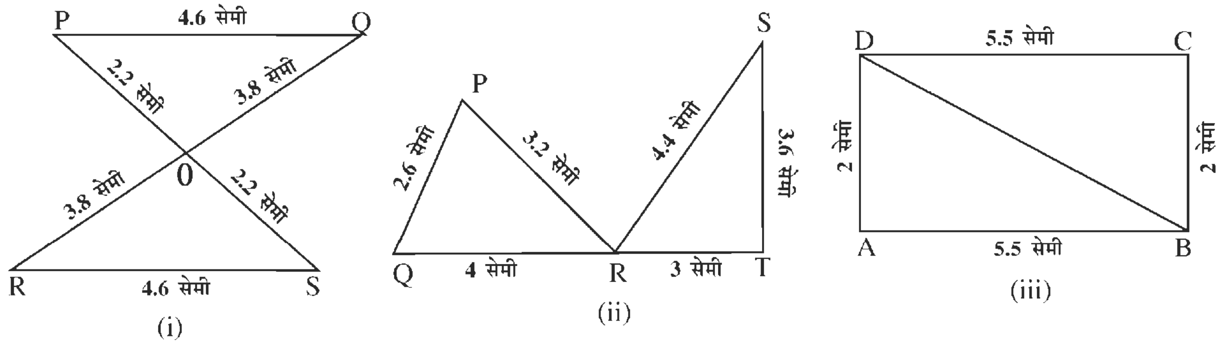
   (ii) $\Delta ABC \cong \Delta EFD$

   (iii) $\Delta ABC \cong \Delta FDA$

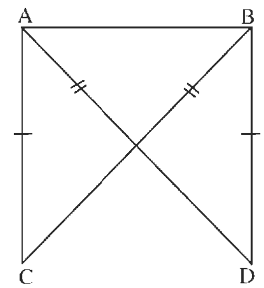
   (iv) $\Delta ABC \cong \Delta EDF$

2. $\Delta PQR \cong \Delta XYZ$ तो त्रिभुज PQR की कौन-सी भुजाएँ, ΔXYZ की कौन-सी भुजाओं के बराबर होंगी?

3. दी गई आकृतियों में, बताइए कि कौन-कौन से त्रिभुज-युग्म SSS सर्वांगसमता प्रतिबंध के अंतर्गत सर्वांगसम हैं?



4. निम्न में से एक सत्य कथन को छाँट कर लिखिए। (यहाँ BC = AD तथा AC = BD)



   (i) $\Delta ABC \cong \Delta ABD$

   (ii) $\Delta ABC \cong \Delta BAD$

   (iii) $\Delta ABC \cong \Delta ADB$

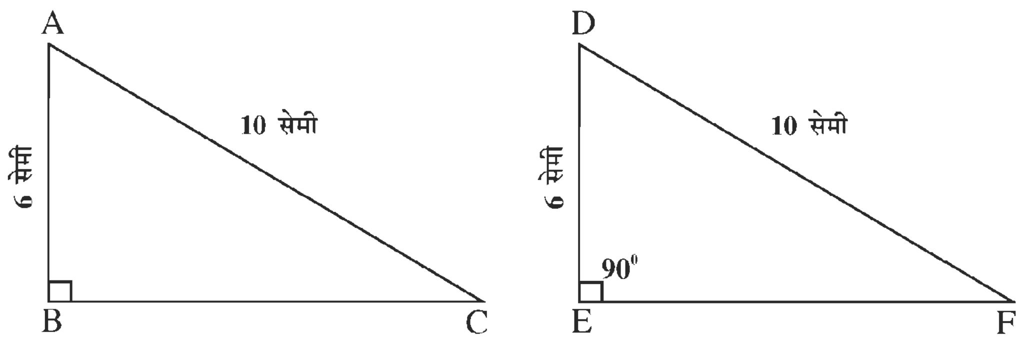
   (iv) दोनों त्रिभुज सर्वांगसम नहीं है।

5. समद्विबाहु ΔABC में, AB = AC है। AD, शीर्ष A से सम्मुख भुजा BC पर मध्यिका है। तो सिद्ध कीजिए।

   $\Delta ABC \cong \Delta ACD$

11.7 समकोण-कर्ण-भुजा सर्वांगसमता नियम

क्रियाकलाप 6. एक त्रिभुज ABC खींचिए, जिसमें $\angle B$ समकोण, AB = 6 सेमी. तथा कर्ण AC= 10 सेमी. है। एक दूसरा समकोण त्रिभुज DEF खींचिए, जिसमें $\angle E$ समकोण, DE = 6 सेमी. तथा कर्ण DF = 10 सेमी. हो।

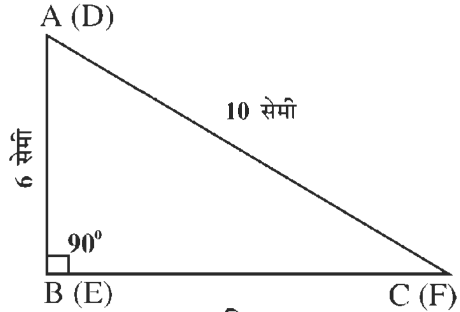


आकृति 11.13

इस प्रकार $\angle B = \angle E$, AB = DE, AC = DF

Δ DEF का अक्स ट्रेसिंग कागज पर बनाइए तथा उसे Δ ABC के ऊपर इस प्रकार रखिए कि शीर्ष

बिन्दु D शीर्ष बिन्दु A पर; शीर्ष बिन्दु E शीर्ष बिन्दु B तथा शीर्ष बिन्दु F शीर्ष बिन्दु C पर पड़े।



आकृति 11.14

इस प्रकार अध्यारोपण विधि से हम यह देखते हैं कि दोनों त्रिभुज एक दूसरे को पूर्णत: ढक लेते हैं।

अर्थात् $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

पुन: दोनों त्रिभुजों के शेष अवयवों को मापिए तथा निम्न सारणी के रूप में लिखिए।

ΔABC के शेष अवयवों की माप	ΔDEF के संगत अवयवों की माप	दोनों की मापों का अंतर
$BC =$	$EF =$	$BC - EF =$
$\angle A =$	$\angle D =$	$\angle A - \angle D =$
$\angle C =$	$\angle F =$	$\angle C - \angle F =$

उपरोक्त सभी अंतर शून्य या नगण्य प्राप्त होते हैं।

अत: $BC = EF,\ \angle A = \angle D$ तथा $\angle C = \angle F$

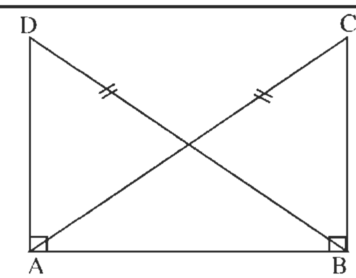
अर्थात् $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

अध्यारोपण विधि व अन्य अवयवों की मापों से हमने देखा कि दो समकोण त्रिभुजों में यदि एक का कर्ण और एक भुजा क्रमश: दूसरे के कर्ण और एक भुजा के बराबर हैं तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।

> यदि किसी समकोण त्रिभुज का कर्ण और एक भुजा क्रमश: किसी दूसरे समकोण त्रिभुज के कर्ण और एक भुजा के बराबर हों, तो वे दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं। इस सर्वांगसमता नियम (प्रतिबंध) को समकोण-कर्ण-भुजा (RHS) सर्वांगसमता नियम कहते हैं।

उदाहरण 5. आकृति में $AC = BD$

तथा $DA \perp AB$ एवं $AB \perp CB$



सिद्ध कीजिए $\Delta ABC \cong \Delta BAD$

हल : $AC = BD$ (दिया है)

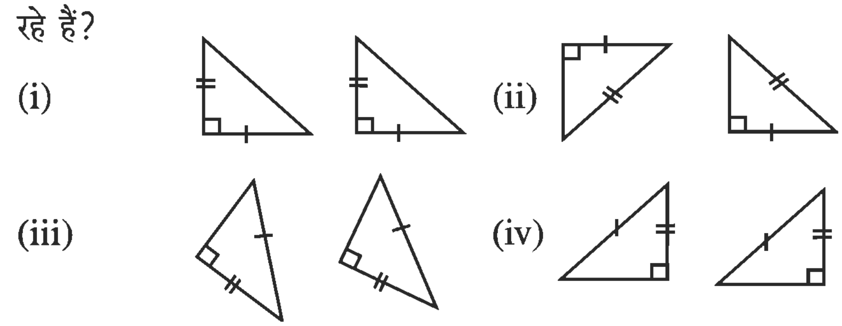
$AB = AB$ (उभयनिष्ठ भुजा)

$\angle DAB = \angle CBA$ (90^0 दिया है)

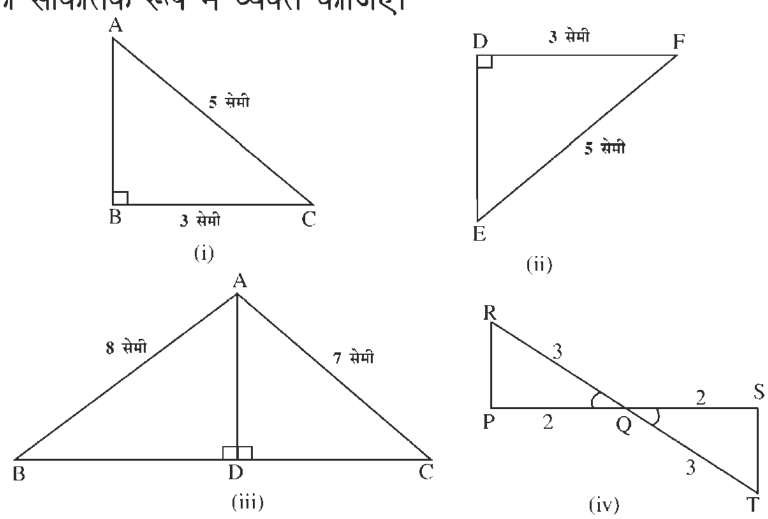
अत: $\Delta ABC \cong \Delta BAD$ यही सिद्ध करना है।

प्रश्नावली 11.5

1. दी आकृतियों में से कौन से युग्म के त्रिभुज समकोण-कर्ण-भुजा नियम द्वारा सर्वांगसमता नहीं दर्शा रहे हैं?



2. दी गई आकृतियों में, RHS प्रतिबंध के अंतर्गत किन युग्मों के त्रिभुज सर्वांगसम हैं? इन त्रिभुजों की सर्वांगसमता को सांकेतिक रूप में व्यक्त कीजिए।



3. यदि ΔABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें $AB = AC$, D बिन्दु आधार BC का मध्य बिन्दु है। तो क्या $\Delta ABD \cong \Delta ACD$? यदि हाँ, तो क्यों?

4. दी हुई आकृति में $AB \parallel DC$ तथा $AB = CD$, तो सिद्ध कीजिए $\Delta ACD \cong \Delta CAB$