पाठ 14

वृत्त

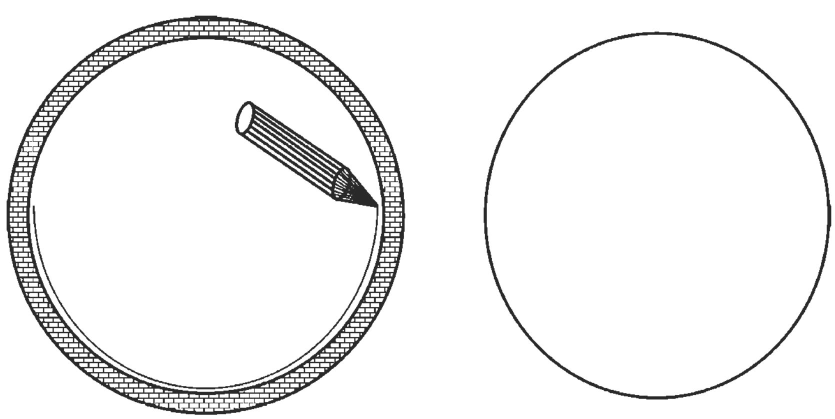
आइए सीखें-

- वृत्त के केन्द्र, त्रिज्या, व्यास, जीवा एवं चाप की अवधारणा।
- वृत्त के अभ्यंतर एवं बहिर्भाग।
- वृत्तीय क्षेत्र।
- वृत्त की अवधा (Segment)।
- अर्धवृत्त तथा अर्धवृत्तीय क्षेत्र।
- अर्धवृत्त के कोण तथा समान वृत्तखंड के कोण।
- अर्धवृत्त का कोण समकोण होता है तथा एक ही वृत्तखंड में बने कोण समान होते हैं।

14.1 वृत्त की अवधारणा

पिछली कक्षा में हमने वृत्त की आकृति के बारे में सीखा है। यहाँ हम कुछ गतिविधियों के माध्यम से इसे फिर से दुहराएँगे।

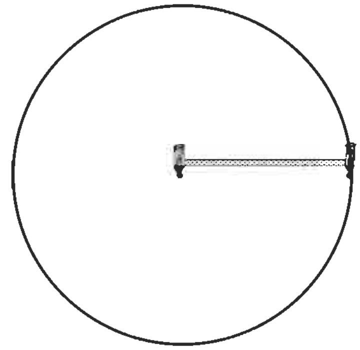
गतिविधि 1 एक चूड़ी को कागज पर रखकर इसके चारों ओर पेन्सिल से घेरा खींचा। चूड़ी को हटाने पर एक ज्यामिती आकृति बनती है।



आकृति 14.1

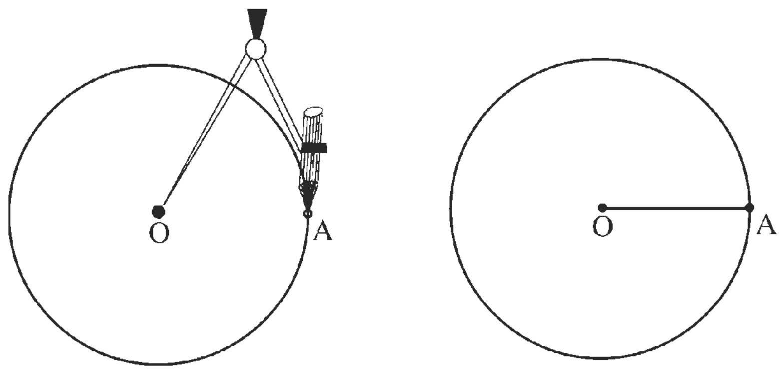
इसी प्रकार सिक्के, गोल कटोरी, गिलास आदि को कागज पर रखकर परिसीमा खींचने पर बनी ज्यामितीय आकृति भी वृत्त है।

गतिविधि 2 दो बड़ी कीलें लीं। एक कील मैदान में गाड़ दी और एक लम्बी डोरी के एक सिरे को उस कील से बाँध दिया। अब डोरी के दूसरे सिरे से दूसरी कील को बाँधा और डोरी को खींचकर रखते हुए, मैदान में गड़ी कील के चारों ओर घुमाया। जमीन पर बने निशान पर चूना डाला। चूने से जो रचना बनी वह एक वृत्त है। गड़ी हुई स्थिर कील वृत्त का केन्द्र है और डोरी की लम्बई वृत्त की त्रिज्या है।



आकृति 14.2

गतिविधि 3 परकार (Compass) की भुजाओं को थोड़ा सा खोला। नुकीले सिरे को कागज में स्थिर रखकर पेंसिल लगी भुजा को चारों ओर घुमाया।



(a) **आकृति 14.3** (b)

कागज पर बनी यह रचना भी वृत्त है। स्थिर नुकीले भाग पर बने बिन्दु को O नाम देते हैं। इस बिन्दु O से वृत्त तक एक रेखाखण्ड OA खींचा। बिन्दु O वृत्त का केन्द्र है तथा OA उसकी त्रिज्या है।

इन सभी प्रकार की गतिविधियों से हम निम्नलिखित निष्कर्ष निकालते हैं।

(i) सभी वृत्ताकार आकृतियों में एक स्थिर बिन्दु होता है, जिसे वृत्त का केन्द्र कहते हैं।
(ii) इस स्थिर बिन्दु (केन्द्र) से वृत्त की दूरी को त्रिज्या कहते हैं।

14.2 वृत्त, वृत्त का केन्द्र, त्रिज्या और व्यास

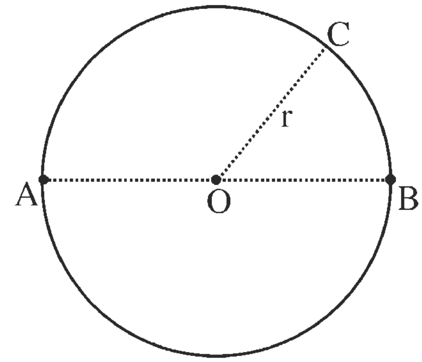
जब कोई चर बिन्दु B एक तल में इस प्रकार अपना स्थान परिवर्तित करे कि इसकी दूरी तल के एक स्थिर बिन्दु से सदा वही बनी रहे तब

(i) चर बिन्दु द्वारा तय किया गया मार्ग या बिन्दुपथ वृत्त कहलाता है।

(ii) स्थिर बिन्दु को वृत्त का केन्द्र कहते हैं।

आकृति 14.4 में बिन्दु O केन्द्र है।

(iii) स्थिर बिन्दु से चर बिन्दु तक की दूरी को वृत्त की त्रिज्या कहते हैं। आकृति 14.4 में OB या OA या OC दिए हुए वृत्त की त्रिज्याएँ हैं जो परस्पर बराबर हैं।



आकृति 14.4

(iv) वृत्त पर स्थित दो बिन्दुओं A और B को मिलाने वाला रेखाखण्ड AB जो केन्द्र O से होकर जाता है, वृत्त का व्यास कहलाता है।

अतः वृत्त का व्यास = AB

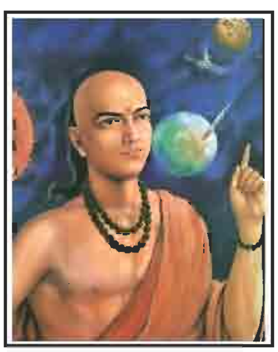
= AO + OB

= त्रिज्या + त्रिज्या

= 2 × त्रिज्या

इस प्रकार वृत्त का व्यास = 2 × त्रिज्या

- ऐसा रेखाखण्ड जो वृत्त के केन्द्र में से होकर जाए और जिसके अन्त बिन्दु वृत्त पर हों, वृत्त का व्यास कहलाता है।
- उस रेखाखण्ड को जिसका एक अन्त बिन्दु वृत्त के केन्द्र पर हो और दूसरा वृत्त पर, वृत्त की त्रिज्या कहलाती है।
- वृत्त की सभी त्रिज्याएँ समान लम्बाई की होती है.
- व्यास = 2 × त्रिज्या
- वृत्त के सभी व्यास संगामी होते हैं। केन्द्र सभी व्यास का संगमन बिन्दु है।

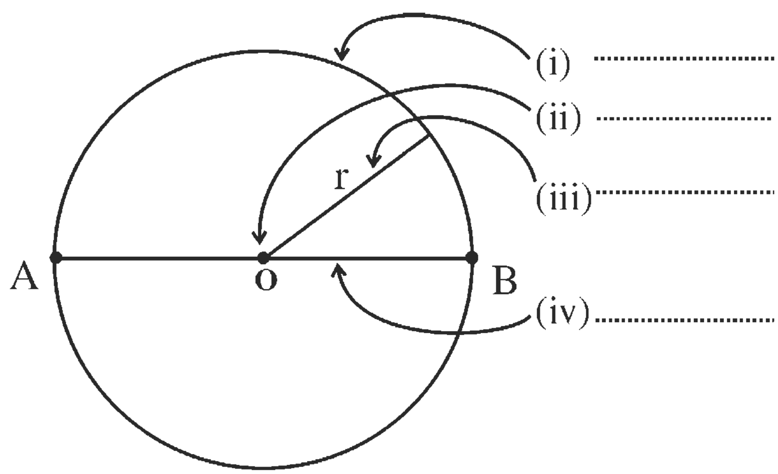


आर्यभट्ट (476 ई.)

आर्यभट्ट का जन्म विक्रम संवत 533 सन् 476 ई. में हुआ था। आर्यभट्ट का जन्म स्थान पटना अर्थात् मगध की राजधानी पाटलीपुत्र के निकट स्थित कुसुमपुर नामक ग्राम है। आर्यभट्ट सुप्रसिद्ध गणितज्ञ एवं ज्योतिषी थे। उन्होंने अपना विख्यात ग्रंथ "आर्यभट्टीय" 499 ई. में पटना के निकट कुसुमपुर में लिखा था। इसमें प्राकृत संख्याओं उनके वर्गों तथा घनों का योग ज्ञात करने के नियम बताए हैं। उन्होंने वृत्त की परिधि और व्यास के अनुपात का मान 3.1416 ज्ञात किया और यह भी स्पष्ट किया कि यह मान लगभग है जो वर्तमान में π (पाई) के नाम से जाना जाता है। आर्यभट्ट त्रिकोणमिति के भी आविष्कर्ता थे। उन्होंने त्रिकोणमिति के लिये अनेक सूत्रों की खोज की। उन्होंने गणित को वे सूत्र दिए जिनसे त्रिभुज, वृत्त, शंकु, घन, गोले इत्यादि का क्षेत्रफल ज्ञात किया जा सकता है। आर्यभट्ट भारत के पहले वैज्ञानिक थे जिन्होंने बताया पृथ्वी गोल है और इसके अपनी धुरी पर घूमने के कारण दिन और रात होते हैं। इन महत्वपूर्ण योगदानों के कारण भारत के प्रथम उपग्रह का नाम, उनके नाम पर रखा गया।

प्रश्नावली 14.1

1. कागज पर कोई बिन्दु O को अंकित कर इसे केन्द्र मानकर 3 सेमी. त्रिज्या वाला वृत्त खींचिए।
2. किसी बिन्दु O को केन्द्र मनाते हुए 2 सेमी. त्रिज्या वाला एक वृत्त खींचिए तथा उसका व्यास मापकर बताइए।
3. एक वृत्त का व्यास यदि 12 सेमी. है, तो उसकी त्रिज्या कितनी होगी?
4. अपनी कॉपी के पन्ने पर दो बिन्दु A और B लीजिए। A को केन्द्र मानकर ऐसे वृत्त की रचना कीजिए जो B से होकर जाए।
5. रिक्त स्थानों में सही नाम लिखिए।



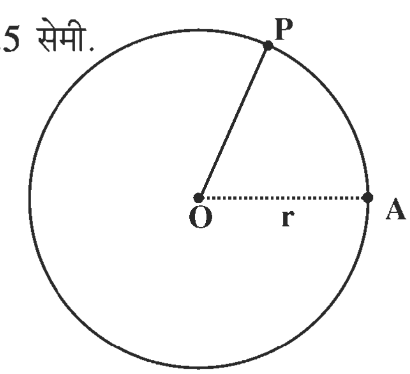
आकृति 14.5

6. निम्नांकित त्रिज्या वाले वृत्त खींचिए तथा प्रत्येक का व्यास मापकर सिद्ध कीजिए कि यह त्रिज्या का दुगना होता है।

   (i) 4 सेमी (ii) 2.6 सेमी. (iii) 3.5 सेमी.

14.3 वृत्त का अभ्यंतर, बहिर्भाग एवं वृत्तीय क्षेत्र

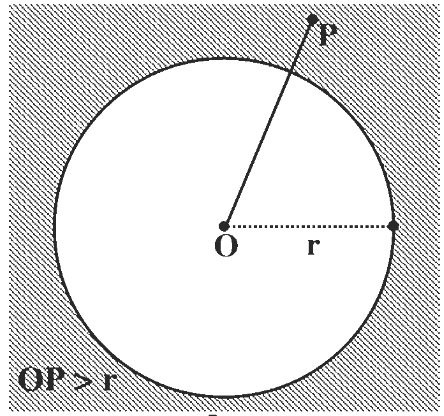
(i) आकृति 14.6 (a) में कोई बिन्दु P इस प्रकार लिया गया है कि केन्द्र से उसकी दूरी (OP) त्रिज्या r के बराबर हो, तो बिन्दु P वृत्त पर है। आकृति में बने वृत्त पर स्थित किसी भी बिन्दु के लिए OP = r होगा।



आकृति 14.6(a)

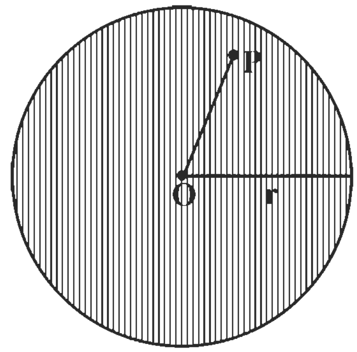
(ii) आकृति 14.6 (b) में कोई बिन्दु P ऐसा लिया गया है कि वृत्त के केन्द्र से उसकी दूरी (OP), त्रिज्या r से अधिक हो, तो बिन्दु P वृत्त के बहिर्भाग में होता है।

इस प्रकार के सभी बिन्दुओं वाले क्षेत्र को बहिर्भाग कहते हैं। जैसे आकृति में छायांकित भाग वृत्त का बहिर्भाग है, जिसमें किसी भी बिन्दु P के लिये $OP > r$ होगा।



आकृति 14.6(b)

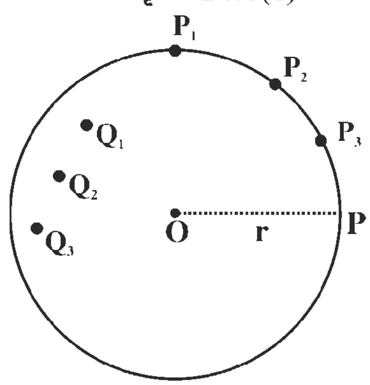
(iii) आकृति 14.6 (c) में कोई बिन्दु P ऐसा लिया गया है कि वृत्त के केन्द्र से उसकी दूरी (OP), त्रिज्या r से कम हो, तो बिन्दु P वृत्त के अभ्यंतर में होता है। इस प्रकार के सभी बिन्दुओं वाले क्षेत्र को वृत्त का अभ्यंतर कहते हैं। जैसे आकृति में छायांकित भाग वृत्त का अभ्यंतर है, जिसमें किसी भी बिन्दु P के लिये $OP < r$ होगा।



आकृति 14.6(c)

(iv) किसी वृत्त एवं वृत्त के अभ्यंतर से मिलकर बने क्षेत्र को वृत्तीय क्षेत्र कहते हैं। आकृति 14.6 (d) में प्रदर्शित क्षेत्र एक वृत्तीय क्षेत्र है। इस वृत्तीय क्षेत्र में वृत्त पर स्थित बिन्दु अर्थात् P_1, P_2, P_3, …… तथा वृत्त के अभ्यंतर में स्थित बिन्दु Q_1, Q_2, Q_3, ….. शामिल हैं। अत: किसी बिन्दु P के लिये $OP < r$ या $OP = r$

अर्थात् $OP \leq r$



आकृति 14.6(d)

- कोई बिन्दु तब वृत्त के अभ्यंतर में स्थित होता है जबकि इसकी केन्द्र से दूरी वृत्त की त्रिज्या से कम हो।
- कोई बिन्दु तब वृत्त पर स्थित होता है। जब इसकी केन्द्र से दूरी वृत्त की त्रिज्या से बराबर है।
- कोई बिन्दु तब वृत्त के बहिर्भाग में स्थित होता है जबकि इसकी केन्द्र से दूरी त्रिज्या से अधिक हो।
- वृत्त के अभ्यंतर और वृत्त को मिलाकर बने क्षेत्र को वृत्ताकार क्षेत्र कहते हैं।
- ऐसे वृत्त जिनकी त्रिज्याएँ भिन्न-भिन्न हों, पर केन्द्र एक ही हो, संकेन्द्रीय वृत्त कहलाते हैं।

प्रश्नावली 14.2

1. 3 सेमी. त्रिज्या का एक वृत्त है, जिसका केन्द्र O है। यदि कोई बिन्दु P इस प्रकार लिया गया है कि केन्द्र से इसकी दूरी निम्नानुसार है तो बताइए कि यह बिन्दु किस-किस क्षेत्र में आता है-

   (i) OP = 4 सेमी. (ii) OP = 12 सेमी. (iii) OP = 3 सेमी.

   (iv) OP = 1.5 सेमी. (v) OP = 0.3 सेमी.

2. यदि 4.5 सेमी. की त्रिज्या वाला एक वृत्त बनाया जाए तो एक बिन्दु P केन्द्र से कितनी दूरी पर लेने से वह वृत्तीय क्षेत्र में मिल सकता है?

3. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

   (i) यदि वृत्त में कोई बिन्दु P इस प्रकार हो कि केन्द्र से उसकी दूरी, त्रिज्या से कम हो तो वह .... क्षेत्र में स्थित होगा।

   (ii) यदि कोई बिन्दु P वृत्त पर ही स्थित हो, तो इसे .... क्षेत्र में स्थित माना जाता है।

   (iii) यदि कोई बिन्दु P वृत्त के अभ्यंतर में स्थित है, तो यह .... क्षेत्र में भी स्थित होता है।

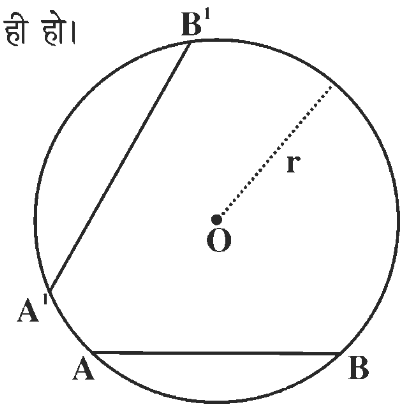
   (iv) यदि कोई बिन्दु P वृत्त में इस प्रकार है कि केन्द्र से उसकी दूरी, त्रिज्या से अधिक हो, तो वह .... क्षेत्र में स्थित होगा।

4. तीन ऐसे वृत्त खींचिए जिनकी त्रिज्याएँ भिन्न हों, पर केन्द्र एक ही हो।

14.4 वृत्त की जीवाएँ और चाप

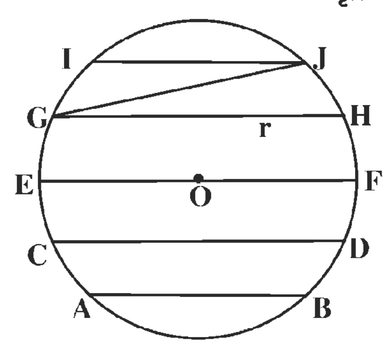
जीवा

यदि किसी वृत्त का केन्द्र O तथा त्रिज्या r हो, तब इस वृत्त पर लिए गए दो बिन्दु A व B से बना रेखाखण्ड AB को वृत्त की जीवा कहते हैं। जैसे आकृति 14.7 (a) में AB एक जीवा है। A और B इस जीवा के अंत बिन्दु हैं। इसी प्रकार A'B' भी एक जीवा है।



आकृति 14.7 (a)

किसी वृत्त में अनेक जीवाएँ हो सकती हैं। आकृति 14.7 (b) में इन्हें प्रदर्शित किया गया है। AB, CD, EF, GH तथा IJ, GJ रेखाखण्ड वृत्त की जीवाएँ हैं। इन जीवाओं में सबसे बड़ी जीवा EF है। यह जीवा वृत्त के केन्द्र O से होकर जाती है। यह वृत्त का व्यास है। अत:

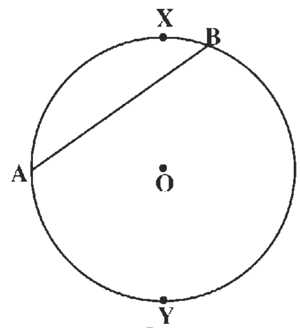


आकृति 14.7 (b)

ऐसा रेखाखण्ड जिसके दोनों अंत बिन्दु वृत्त पर हो वृत्त की जीवा कहलाती है।

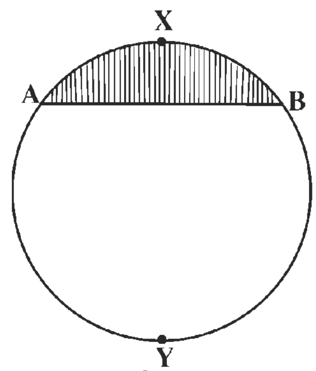
चाप

यदि हम वृत्त पर दो बिन्दु A और B लें तो AB जीवा वृत्त को दो भागों में विभाजित करती है। आकृति 14.8 को देखने पर हम पाते हैं कि एक भाग छोटा है और एक भाग बड़ा है। यदि छोटे भाग में एक बिन्दु X लें तो AXB को लघुचाप कहते हैं तथा इसे संकेत $\overset{\frown}{A \times B}$ द्वारा प्रदर्शित करते हैं।



आकृति 14.8

इसी प्रकार बड़े भाग पर कोई बिन्दु Y लिया जाए तो बड़ा भाग AYB को दीर्घचाप कहते हैं तथा इसे $\overset{\frown}{AYB}$ द्वारा प्रदर्शित करते हैं।



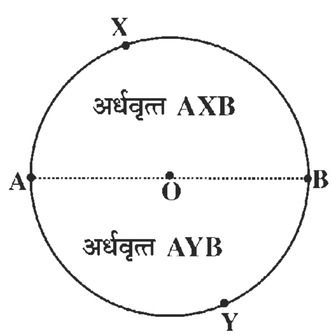
आकृति 14.9

14.5 वृत्त की अवधा एवं अर्धवृत्तीय क्षेत्र

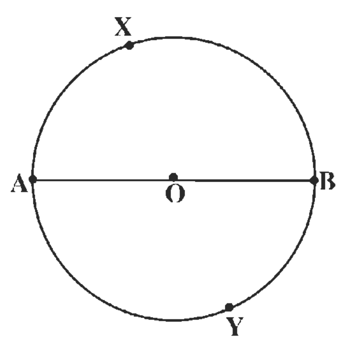
वृत्त की अवधा या वृत्तखंड

एक वृत्त में यदि एक जीवा AB लें तब वृत्त की चाप एवं संबद्ध जीवा से परिबद्ध क्षेत्र को वृत्त की अवधा या वृत्तखंड (Segment) कहते हैं। आकृति 14.9 में छायांकित भाग AXB को वृत्तखंड या वृत्त की अवधा कहते हैं। इसी प्रकर AYB एक वृत्त की अन्य अवधा या वृत्तखंड है।

अर्धवृत्त



आकृति 14.10 (b)

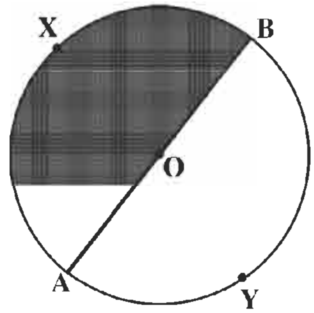


आकृति 14.10 (a)

हम जानते हैं कि किसी भी वृत्त में सबसे बड़ी जीवा व्यास होती है। किसी वृत्त को यह जीवा दो बराबर भागों में विभाजित करती है। इनमें से प्रत्येक भाग को अर्धवृत्त कहते हैं।

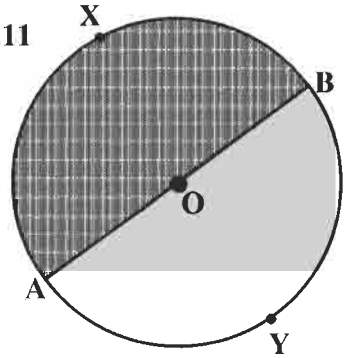
14.5.3 अर्धवृत्तीय क्षेत्र

एक वृत्त का केन्द्र O है। AB उसका व्यास है, तो व्यास AB तथा अर्धवृत्त AXB से परिबद्ध क्षेत्र को अर्धवृत्तीय क्षेत्र कहते हैं। इसी प्रकार आकृति 14.11 में एक और अर्धवृत्त है जिसके लिये भी व्यास और अर्धवृत्त AYB से परिबद्ध क्षेत्र अर्धवृत्तीय क्षेत्र कहलाता है।



आकृति 14.11

आकृति 14.11 में प्रदर्शित दोनों अर्धवृत्तीय क्षेत्र AXB एवं AYB को मिलकर बना क्षेत्र वृत्तीय क्षेत्र कहलाता है। जैसा कि आकृति 14.12 में प्रदर्शित छायांकित भाग से स्पष्ट है।



आकृति 14.12

- जिस रेखाखण्ड के अन्तबिन्दु वृत्त पर स्थित हों उसे वृत्त की जीवा कहते हैं।
- वृत्त की सबसे लम्बी जीवा ही उसका व्यास होती है।
- वृत्त के दो बिन्दु इसे दो भागों में बाँट देते हैं, इनमें से प्रत्येक भाग को चाप कहते हैं।
- व्यास के अन्तबिन्दु वृत्त को जिन दो भागों में बाँटते हैं उनमें से प्रत्येक को एक अर्धवृत्त कहते हैं।
- वृत्त का व्यास वृत्ताकार क्षेत्र को दो भागों में बाँट देता है। प्रत्येक भाग को अर्धवृत्ताकर क्षेत्र कहते हैं।

प्रश्नावली 14.3

1. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

   (i) किसी वृत्त की सबसे बड़ी जीवा .... है।

   (ii) व्यास वृत्त को दो .... भागों में विभाजित करता है।

   (iii) यदि किसी वृत्त के दो भाग एक समान हों, तो प्रत्येक भाग .... कहलाता है।

   (iv) वृत्त की चाप एवं संबद्ध जीवा से परिबद्ध क्षेत्र को .... कहते हैं।

   (v) ऐसे रेखाखण्ड को वृत्त की त्रिज्या कहते हैं जिसका एक अन्तबिन्दु .... पर और दूसरा अन्तबिन्दु .... पर हो।

   (vi) यदि किसी वृत्त को जीवा इस प्रकार विभाजित करे कि दोनों चाप बराबर हों, तो यह जीवा .... कहलाएगी।

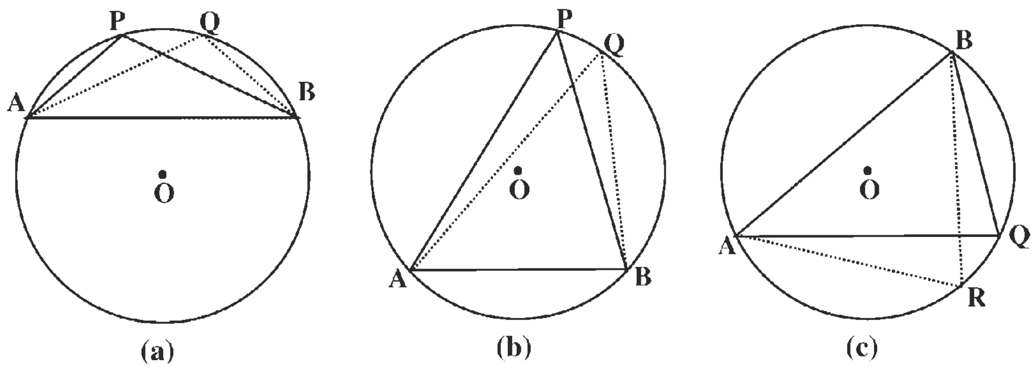
2. 2.5 सेमी. की त्रिज्या वाले वृत्त की रचना करके इसमें केन्द्र से जाने वाली जीवा सहित कम से कम 4 जीवाएँ खींचिए। इनका मापन करते हुए बताइए कि कौन-सी जीवा सबसे बड़ी है?

3. एक वृत्त की रचना करके एक जीवा खींचिए। अब लघु चाप और दीर्घचाप को दर्शाइए।

4. 4 सेमी. का एक रेखाखण्ड खींचकर इसके मध्य बिन्दु को केन्द्र मानकर रेखाखण्ड के अंत बिन्दुओं को मिलाते हुए एक अर्धवृत्त की रचना कीजिए। अर्धवृत्तीय क्षेत्र को छायांकित कीजिए।

14.6 वृत्तखंड एवं अर्धवृत्त में कोण

वृत्तखंड में कोण



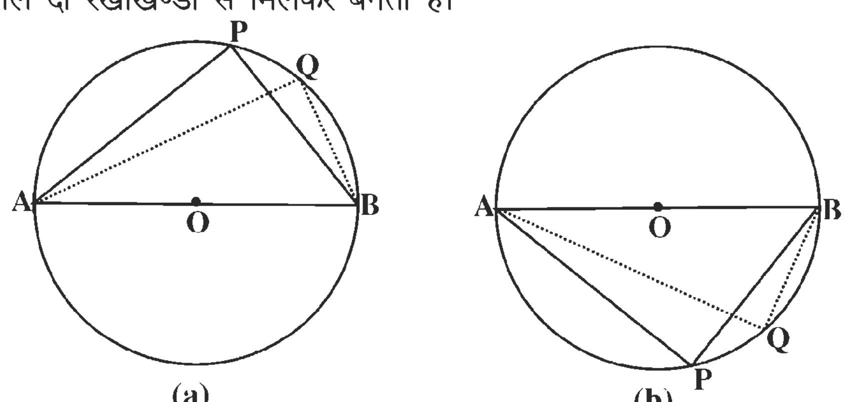
आकृति 14.12

हम O केन्द्र का एक वृत्त लेते हैं। एक जीवा AB को खींचते हैं। अब हम वृत्त की अवधा पर कोई भी बिन्दु P लेते हैं और अन्तबिन्दु A से रेखाखण्ड AP तथा B से रेखाखण्ड BP खींचते हैं। इस प्रकार $\angle APB$ वृत्तखंड में बना कोण है।

इसी प्रकार वृत्तखंड में किसी अन्य बिन्दु Q के लिए भी $\angle AQB$ को वृत्तखंड में बना कोण कहेंगे जैसा कि आकृति (14.12) में स्पष्ट है। वृत्तखंड में कोण किसी भी जीवा के लिए लिया जा सकता है जैसा कि आकृति 14.12 के (a), (b) और (c) में दिखाया गया है।

अत: वृत्तखंड का कोण वह कोण है जो वृत्तखंड की संगत चाप के किसी बिन्दु को उसकी जीवा के अंत बिन्दुओं से मिलाने वाले दो रेखाखण्डों से मिलकर बनता है।

अर्धवृत्त में बना कोण



आकृति 14.13

O एक वृत्त का केन्द्र तथा AB उसका व्यास है। (आकृति 14.13)

अब अर्धवृत्त पर कोई एक बिन्दु P अंकित करते हैं। रेखाखण्ड AP और PB को खींचते हैं, तब इस प्रकार बना कोण $\angle APB$ अर्धवृत्त में बना कोण है। इसी प्रकार एक और बिन्दु Q अर्धवृत्त पर लें, तो AQ और QB को मिलाने से बना कोण $\angle AQB$ भी उसी अर्धवृत्त में एक दूसरा कोण है।

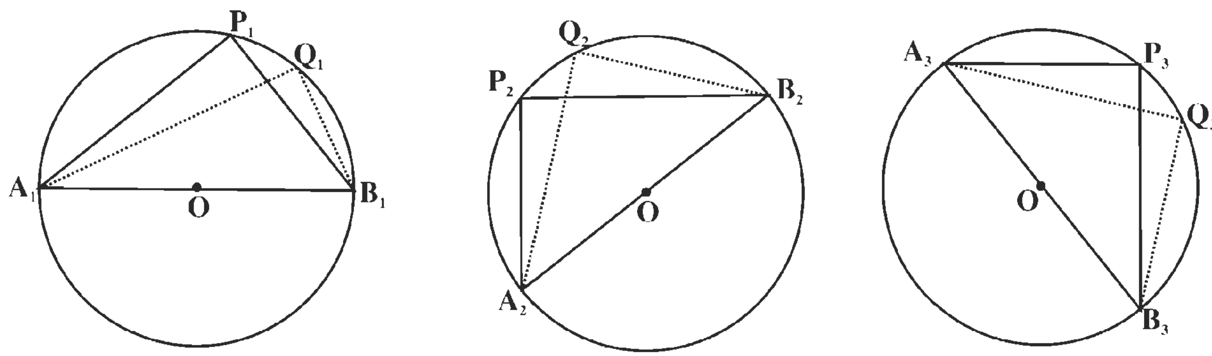
अत: अर्धवृत्त में कोण वह कोण है जो अर्धवृत्त के किसी बिन्दु को व्यास के अंत बिन्दुओं से मिलाने वाले रेखाखण्डों द्वारा बनता है।

14.7 वृत्त से संबंधित कोणों के गुण

अर्धवृत्त में बने कोण और वृत्तखंड में बने कोण कुछ रोचक गुणों को रखते हैं। हम इसे कुछ क्रियाकलापों से समझेंगे।

अर्धवृत में बने कोण

क्रियाकलाप 1



(a) (b) (c)

आकृति 14.14

1. तीन अलग-अलग त्रिज्याओं के वृत्त चित्रानुसार (a), (b) और (c) लेते हैं।
2. इन तीनों वृत्तों में उनके व्यास A_1B_1, A_2B_2 तथा A_3B_3 लिए तथा इन वृत्तों पर बिन्दु P_1, Q_1 बिन्दु P_2, Q_2 तथा बिन्दु P_3, Q_3 लेते हैं।
3. अब प्रत्येक वृत्त के व्यास के अंत बिन्दुओं से इन बिन्दुओं को मिलाते हैं। आकृति (a) में रेखाखण्ड A_1P_1 तथा P_1B_1 को मिलाकर कोण $\angle A_1P_1B_1$ बनाते हैं। इसी प्रकार अन्य बिन्दु Q_1 से मिलाकर कोण $\angle A_1Q_1B_1$ बनाते हैं।
4. इसी प्रकार आकृति (b) में कोण $\angle A_2P_2B_2$ तथा कोण $\angle A_2Q_2B_2$ बनाते हैं। साथ ही आकृति (c) में कोण $\angle A_3P_3B_3$ एवं $\angle A_3Q_3B_3$ बनते हैं।
5. आकृतियों में बने सभी कोणों को चाँदे की सहायता से मापते हैं और निम्नानुसार तालिका को भरते हैं।

वृत्त आकृति	अर्धवृत्त में किसी एक बिन्दु में बना कोण	अर्धवृत्त में इस कोण की माप	अर्धवृत्त में दूसरे बिन्दु में बना कोण	अर्धवृत्त में इस कोण की माप	निष्कर्ष
a.	$\angle A_1P_1B_1$	....	$\angle A_1Q_1B_1$	....	
b.	$\angle A_2P_2B_2$	....	$\angle A_2Q_2B_2$	....	
c.	$\angle A_3P_3B_3$	....	$\angle A_3Q_3B_3$	....	

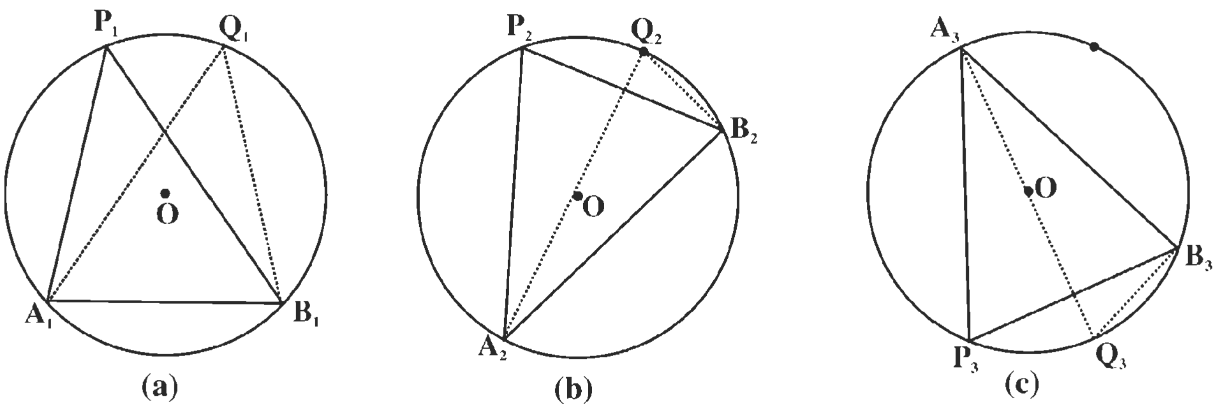
इस प्रकार हम उपर्युक्त तालिका से यह निष्कर्ष निकालते हैं कि प्रत्येक अर्धवृत्त के किसी भी बिन्दु के लिए अर्धवृत्त में बना कोण समकोण होता है। अत:

अर्धवृत्त में बना कोण एक समकोण होता है।

वृत्तखंडों में बने कोण

क्रियाकलाप 2

(1) तीन अलग-अलग त्रिज्याओं के वृत्त चित्रानुसार 14.15 (a), 14.15 (b) तथा 14.15 (c) लेते हैं।



आकृति 14.15

2. इन तीनों वृत्तों की जीवाएँ A_1B_1, A_2B_2 तथा A_3B_3 लेते हैं। इन वृत्तों पर बिन्दु P_1, Q_1, बिन्दु P_2, Q_2 तथा बिन्दु P_3, Q_3 लेते हैं।
3. अब प्रत्येक वृत्त की जीवा के अन्त बिन्दुओं को इन बिन्दुओं से मिलाते हैं। आकृति 14.15 (a) में रेखाखण्ड A_1P_1 तथा P_1B_1 मिलकर कोण $\angle A_1P_1B_1$ बनाते हैं। इसी प्रकार अन्य बिन्दु Q_1 लेने पर कोण $\angle A_1Q_1B_1$ बनता है।

4. इसी प्रकार आकृति 14.15 (b) में कोण $\angle A_2P_2B_2$ तथा कोण $\angle A_2Q_2B_2$ बनते हैं। साथ ही आकृति 14.15 (c) में भी कोण $\angle A_3P_3B_3$ एवं $\angle A_3Q_3B_3$ बनते हैं।

5. आकृतियों में बने सभी कोणों को चाँदे की सहायता से मापते हैं फिर निम्नांकित तालिका को भरकर निष्कर्ष निकालते हैं।

वृत्त आकृति	वृत्तखंड में एक बिन्दु पर बना कोण	वृत्तखंड में बने इस कोण की माप	वृत्तखंड में अन्य बिन्दु पर बना कोण	वृत्तखंड में बने इस कोण की माप	निष्कर्ष
a.	$\angle A_1P_1B_1$	....	$\angle A_1Q_1B_1$	....	
b.	$\angle A_2P_2B_2$	....	$\angle A_2Q_2B_2$	....	
c.	$\angle A_3P_3B_3$	....	$\angle A_3Q_3B_3$	....	

6. इस प्रकार हम उपर्युक्त तालिका से यह निष्कर्ष निकालते हैं कि किसी भी वृत्तखंड में बने कोण समान होते हैं, अर्थात्

एक ही वृत्तखंड में बने कोण बराबर होते हैं।

प्रश्नावली 14.4

1. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

   (i) किसी भी वृत्तखंड में बना कोण उन दो रेखाखण्डों से मिलकर बने कोण के बराबर होता है, जो जीवा के .... तथा वृत्तखंड की चाप पर स्थित बिन्दु से बनते हैं।

   (ii) अर्धवृत्त में बने कोण .... होते हैं।

   (iii) एक ही वृत्तखंड में बने कोण .... होते हैं।

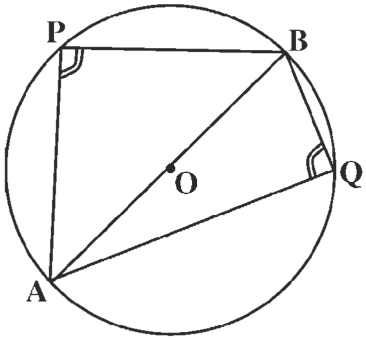
   (iv) किसी भी अर्धवृत्त में बना कोण उन दो रेखाखण्डों के मध्य बने कोण के बराबर होता है, जो .... के अंत बिन्दु तथा अर्धवृत्त पर स्थित किसी बिन्दु से मिलकर बने होते हैं।

2. किसी एक वृत्त की रचना कीजिए जिसकी त्रिज्या 3 सेमी. है और केन्द्र O है। एक जीवा AB को खींचकर इसके लघु चाप पर कोई बिन्दु P लेकर वृत्तखंड में कोण की माप बताइए।

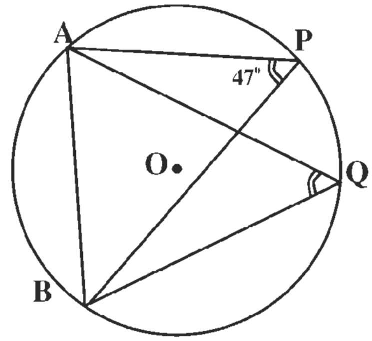
   इसी प्रकार दीर्घ चाप पर कोई बिन्दु Q लेकर वृत्तखंड में कोण की माप बताइए।

3. एक 4 सेमी. व्यास का वृत्त खींचिए। केन्द्र O से व्यास AB की रचनाकर अर्धवृत्त में किसी बिन्दु P को लेकर अर्धवृत्त में कोण की रचना कीजिए तथा उसे मापकर लिखिए।

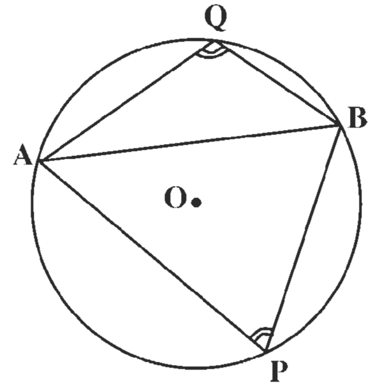
4. निम्नांकित आकृतियों में कोण का मापन कर उत्तर दीजिए।



(i)



(ii)



(ii)

(i) आकृति (i) में

(a) $\angle$ APB =?? तथा $\angle$AQB = ??

(b) क्या दोनों कोण बराबर हैं?

(c) क्या इन्हें अर्धवृत्त में कोण कहा जायेगा?

(ii) आकृति (ii) में

(a) $\angle APB = 47^0$ तब $\angle$AQB = ??

(b) क्या इन्हें वृत्तखंड में कोण कहा जायेगा?

(iii) आकृति (iii) में

(a) $\angle$APB = ?? तथा $\angle$AQB = ??

(b) क्या दोनों कोण बराबर हैं?

(c) क्या ये एक ही वृत्तखंड में बने कोण हैं?

5. एक 5 सेमी. व्यास वाले वृत्त की रचना कीजिए, केन्द्र O तथा एक जीवा AB लेते हुए किसी भी एक वृत्तखंड में दो बिन्दु P व Q लेकर वृत्तखंड में कोणों को प्रदर्शित कीजिए।