

पाठ 15

सममिति

आइए सीखें-

- कागज को मोड़कर सममित आकृतियों की पहचान।
- सममित की अवधारणा के आधार पर सममित आकृतियों को बताना।
- त्रिभुज, आयत, वर्ग व वृत्त में सममिति के अक्ष।

हमने देखा है कि सजावट करते समय हम मध्य के एक ओर जैसी वस्तु रखते हैं दूसरी ओर भी ठीक वैसी ही वस्तु रखते हैं। नीचे दिए गए कुछ उदाहरणों में हम इसका ध्यान रखते हैं

- ❖ कमरे या दालान के एक ओर जिस प्रकार का गमला रखते हैं दूसरी ओर भी वैसा ही गमला रखते हैं।
- ❖ दीवार पर मध्य रेखा से समान दूरी पर एक जैसी तस्वीरें लगाते हैं।
- ❖ दीवार में घड़ी को ऊपरी किनारे के मध्य में लगाना अधिक सुन्दर लगता है।
- ❖ फोटोग्राफर ग्रुप फोटो में मध्य रेखा पर लम्बे व्यक्ति को रखकर दोनों ओर क्रमशः कम लम्बे व्यक्तियों को खड़ा करता है।

इन उदाहरणों में हम सममिति बनाने का प्रयास करते हैं। सममिति के कारण उसकी सुन्दरता बढ़ जाती है।

15.1 सममिति

गतिविधि 1

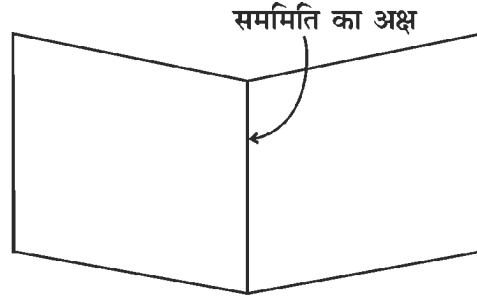
एक कागज लीजिए। इसको बीच से मोड़ दें। कागज पर रंग या स्याही के कुछ छींटे डालिए। पुनः कागज को उसी मोड़ से मोड़कर दबा दीजिए। कागज खोलने पर हम पाते हैं कि मोड़ के दोनों ओर एक जैसी आकृतियाँ बनती हैं। ये आकृतियाँ मोड़ के अनुदिश सममित हैं।



गतिविधि 2

एक कागज लीजिए। उसको ठीक बीच से मोड़ दीजिए। हम देखते हैं मोड़ वाली रेखा के एक ओर का भाग दूसरी ओर के भाग को पूरा-पूरा ढक लेता है। इस रेखा के अनुदिश दोनों भाग सममित हैं और वह रेखा

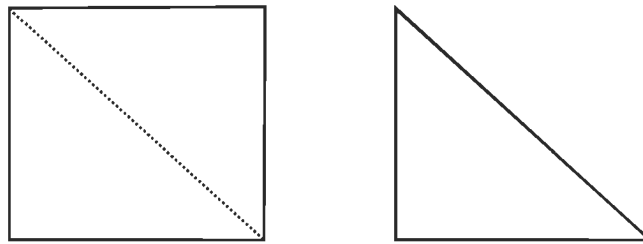
सममिति का अक्ष है।



आकृति 15.2

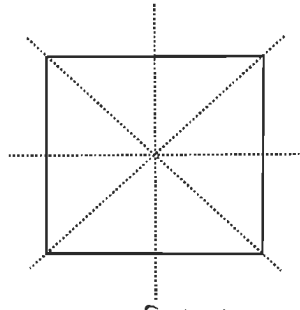
गतिविधि 3

एक वर्गाकार कागज का टुकड़ा लेकर टूटी रेखा के अनुदिश मोड़िए।



आकृति 15.3

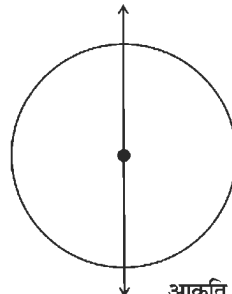
हम देखते हैं कि कर्ण के अनुदिश मोड़ने पर दोनों भाग एक-दूसरे को ढक लेते हैं। इस प्रकार वर्ग रेखा के अनुदिश सममित है। वर्ग में आकृति में बनाए अनुसार चार सममिति के अक्ष हैं।



आकृति 15.4

गतिविधि 4

एक कागज पर परकार की सहायता से वृत्त खींचकर कैंची से काट लीजिए। अब मोड़कर देखिए क्या व्यास के परितः वृत्त सममित है? इसमें सममिति के कितने अक्ष हैं।



आकृति 15.5

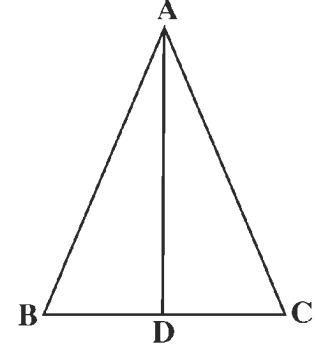
वृत्ताकार क्षेत्र को केन्द्र से मोड़ने पर दोनों भाग एक-दूसरे को पूरा-पूरा ढक लेते हैं। इस रेखा (वृत्त का व्यास) के अनुदिश वृत्त सममित है। एक वृत्त में व्यास की संख्या अनन्त होती है, अतः उसमें सममिति के अक्ष भी अनन्त हैं।

गतिविधि 5

एक समद्विबाहु $\triangle ABC$ बनाकर D बिन्दु इस प्रकार बनाइए कि बिन्दु D, BC का मध्य बिन्दु हो।

दोनों भागों में से एक AD के बायें ओर है और दूसरा भाग AD के दायें ओर है। अब हम $\triangle ABC$ को कागज AD के अनुदिश मोड़ेंगे, तो दोनों भाग एक दूसरे को पूरा-पूरा ढक लेंगे।

इस कारण हम कहते हैं कि समद्विबाहु त्रिभुज ABC में AD के अनुदिश सममिति है। रेखा AD को सममिति रेखा (line of symmetry) या सममिति अक्ष (axis of symmetry) कहते हैं।



आकृति 15.6

ध्यान रखिए

- किसी आकृति को सममित तब कहते हैं (या किसी आकृति में सममिति तब होती है) जब आकृति के तल में कोई रेखा ऐसी हो जिसके अनुदिश मोड़ने पर आकृति के दोनों भाग अपने सब अंशों में एक दूसरे के साथ संपाती हो जाएँ। स्वयं वह रेखा उस आकृति की एक सममिति अक्ष कहलाती है।
- किसी सममिति आकृति के एक से अधिक सममिति अक्ष भी हो सकते हैं।

(टीप सुविधा की दृष्टि से रेखाखण्ड के लिए शब्द रेखा ही लिया गया है।)

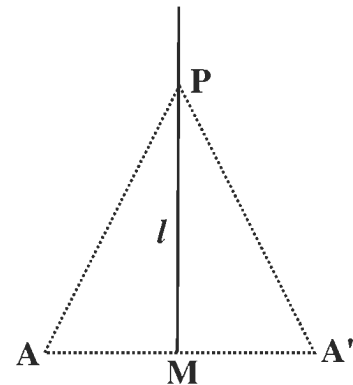
आप कहीं भी क्यों न हों, अपने आसपास आपको कुछ न कुछ सममित वस्तुएँ अवश्य दिखाई देंगी। आप विचार कीजिए कि पत्ते, फूल और तितली में सममिति है या नहीं?

15.2 दो बिन्दुओं की सममित रेखा

पतले (ट्रेसिंग) कागज पर दो बिन्दु A और A' लेकर AA' को मिलाइए। रेखाखण्ड AA' का लम्ब समद्विभाजक l खींचिए। तो रेखाखण्ड को M पर समद्विभाजित करता है।

अब कागज को l से मोड़िए। आप क्या देखते हैं?

आप देखेंगे कि रेखा l बिन्दुओं A और A' की सममिति रेखा (अक्ष) है।



आकृति 15.7

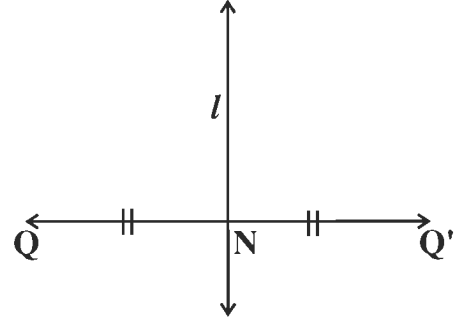
A और A' की सममित रेखा पर एक बिन्दु P लीजिए। कागज को l के अनुदिश मोड़ने से A' तो संपाती होगा A के और P स्वयं के संपाती होगा। अतः $PA = PA'$ हुआ।

दूसरे शब्दों में,

दिए हुए दो बिन्दुओं की सममिति रेखा का प्रत्येक बिन्दु दिए हुए बिन्दुओं से बराबर दूरी पर होता है।

अब एक रेखा l खींचिए। एक बिन्दु Q लीजिए जो इस रेखा पर स्थित न हो। ऐसा बिन्दु Q' कैसे निकालें जो l के सापेक्ष Q के सममित हो? l पर एक लम्ब रेखाखण्ड QN खींचिए जो रेखा l से N पर मिले। QN को Q' तक ऐसे बढ़ाइए कि $QN = NQ'$ हो जाए।

तब l रेखाखण्ड QQ' का लम्ब समद्विभाजक है। इसलिए l के सापेक्ष Q सममित हो गया, Q' के l जब किसी सममित आकृति की एक सममित रेखा और आधा भाग दिया हो तो उस आकृति को पूरा करने के लिए सार रूप में उपरोक्त विधि ही अपनाई जाती है।

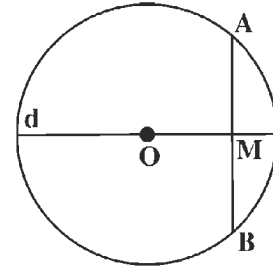


आकृति 15.8

प्रश्नावली 15.1

1. तीन सममित वस्तुओं के नाम बताइए जो आपको घर, कक्षा या बाहर दिखाई देती हैं।
2. अंग्रेजी वर्णमाला के तीन अक्षर बताइए जो उर्ध्वाधर अक्ष पर सममित हैं।
3. मोड़ने के क्रियाकलाप द्वारा $\angle BAC$ को समद्विभाजित कीजिए। मान लीजिए की किरण AX इसको समद्विभाजित करती है। क्या $\angle BAC$ में कोई सममित है। इसकी सममित रेखा कौन-सी है?

4. रेखाखण्ड AB केन्द्र O वाले वृत्त की एक जीवा है। रेखा d में वृत्त का एक व्यास निहित है। यह AB पर लम्ब है और उससे M पर मिलता है। पतले (ट्रेसिंग) कागज पर इस आकृति का अनुरेखन बनाइए। कागज मोड़ने के क्रियाकलाप द्वारा बताइए कि क्या (i) वृत्त, व्यास d के अनुदिश सममित है? (ii) $AM = MB$ है?

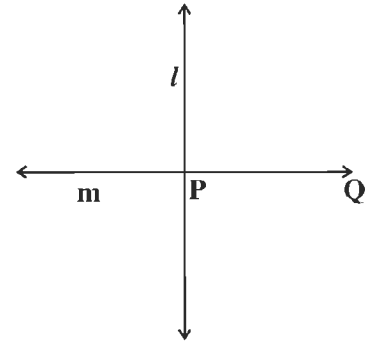


आकृति 15.9

5. एक रेखा l खींचकर इस पर एक बिन्दु P लीजिए। कागज मोड़ने के क्रियाकलाप द्वारा P से होकर जाने वाली एक रेखा m खींचिए जो रेखा l पर लम्ब हो।

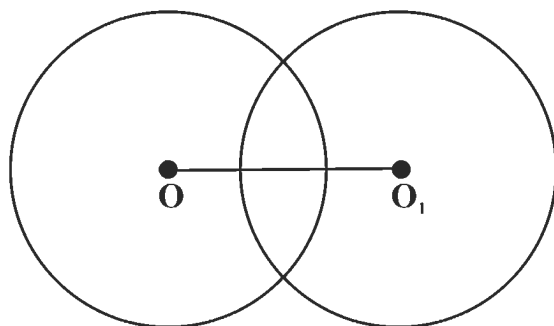
क्या

- (i) m रेखा l की एक सममिति अक्ष है? (ii) l पर लम्ब प्रत्येक रेखा, l की एक सममिति अक्ष है?



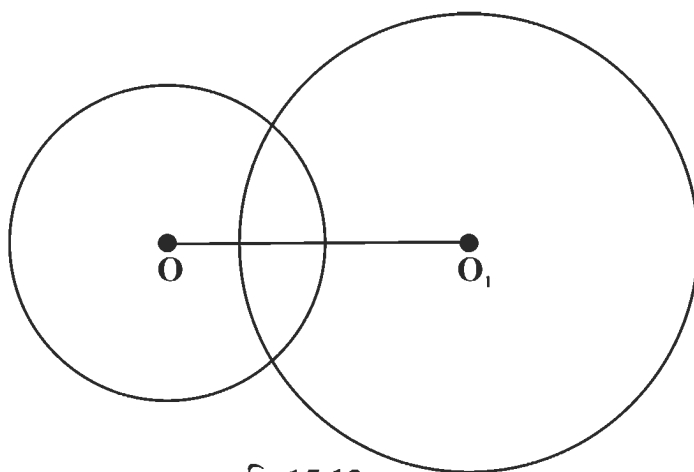
आकृति 15.10

6. एक ही त्रिज्या वाले दो वृत्त एक दूसरे को प्रतिच्छेद करते हुए खींचिए। इस आकृति की कितनी सममिति अक्ष हैं?



आकृति 15.11

7. भिन्न-भिन्न त्रिज्याओं वाले दो वृत्त एक दूसरे को प्रतिच्छेद करते हुए खींचिए। क्या यह आकृति सममित है? इसकी कितनी सममिति अक्ष हैं?



आकृति 15.12