

पाठ 16

आयताकार पथ का क्षेत्रफल

आइए सीखें-

- आयताकार पथ का क्षेत्रफल निकालना।

हम पिछली कक्षा में परिमाण और क्षेत्रफल की अवधारणाओं को समझ चुके हैं। विशेष रूप से हमने आयत और वर्ग के परिमाण और क्षेत्रफल का अध्ययन किया है। यह सूत्र भी हम जानते हैं

- आयत का परिमाण = 2 (लम्बाई + चौड़ाई)
- आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई \times चौड़ाई
- वर्ग का परिमाण = 4 \times भुजा
- वर्ग का क्षेत्रफल = (भुजा)²

यदि हम पर्यावरण में चारों ओर देखें, तो बहुत-सी आयताकार और वर्गाकार वस्तुएँ व स्थान दिखाई देंगी, जैसे कि आयताकार बगीचे, कमरे का फर्श, चित्र इत्यादि। हमने देखा है कि बगीचों में अंदर-बाहर या बीच में कुछ स्थान पथों (मार्गों) के रूप में छोड़ दिया जाता है जिससे कि लोग सुबह-शाम वहाँ घूम-फिर सकें। हम सामान्यतः आयताकार और वर्गाकार पथों से संबंधित इन कार्यों में होने वाले व्यय का पूर्वानुमान करना चाहते हैं।

16.1 आयताकार पथ

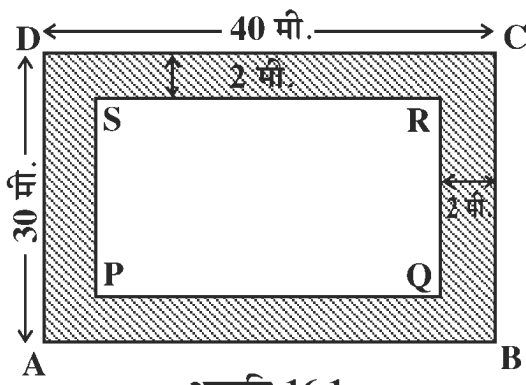
आयताकार पथ (rectangular paths) सामान्यतः किसी आयत के चारों ओर (भीतर या बाहर) या फिर मध्य पथों के रूप में पाए जाते हैं। हम इनके क्षेत्रफल निकालने की विधि कुछ उदाहरणों द्वारा समझेंगे।

16.2 आयताकार पथ (मार्ग) का क्षेत्रफल

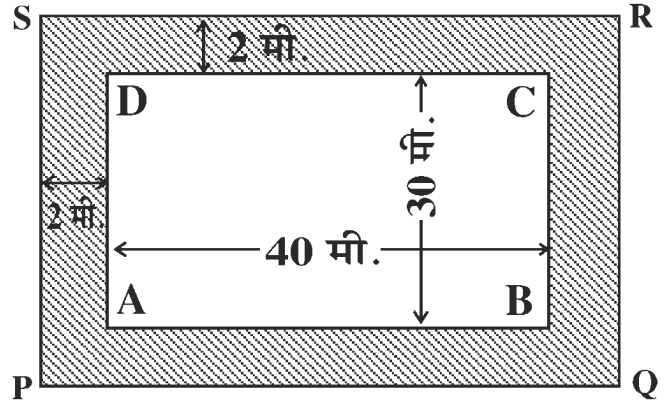
निम्नांकित आकृति 16.1 और आकृति 16.2 को देखिए। दोनों चित्र आयताकार बगीचे के हैं। प्रत्येक बगीचे की लम्बाई 40 मी. और चौड़ाई 30 मी. है। इनमें बने रास्तों की चौड़ाई 2 मीटर है।

आकृति 16.1 में रास्ता बगीचे के अन्दर चारों ओर है।

आकृति 16.2 में रास्ता बगीचे के बाहर चारों ओर है।



आकृति 16.1



आकृति 16.2

आकृति 16.1 में रास्ते का क्षेत्रफल

आकृति में पार्क ABCD है। इसके अन्दर के रास्ते को छायांकित किया गया है। रास्ते की चौड़ाई 2 मी. है। रास्ते को छोड़कर शेष भग को PQRS से दिखाया गया है। इसी भाग में घास लगी है। आयत PQRS की लम्बाई और चौड़ाई ज्ञात करते हैं :

$$\begin{aligned} \text{आयत PQRS की लम्बाई} &= 40 \text{ मी.} - (2 \text{ मी.} + 2 \text{ मी.}) \\ &= 40 \text{ मी.} - 4 \text{ मी.} \\ &= 36 \text{ मी.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{आयत PQRS की चौड़ाई} &= 30 \text{ मी.} - (2 \text{ मी.} + 2 \text{ मी.}) \\ &= 30 \text{ मी.} - 4 \text{ मी.} \\ &= 26 \text{ मी.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{अतः घास लगे भाग का (आयत PQRS) क्षेत्रफल} &= \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई} \\ &= 36 \text{ मी.} \times 26 \text{ मी.} \\ &= 936 \text{ मी.}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{आयत ABCD का क्षेत्रफल} &= \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई} \\ &= 40 \text{ मी.} \times 30 \text{ मी.} \\ &= 1200 \text{ मी.}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{अतः रास्ते का क्षेत्रफल} &= \text{आयत ABCD का क्षेत्रफल} - \text{घास लगे भाग का क्षेत्रफल (आयत PQRS)} \\ &= 1200 \text{ मी.}^2 - 936 \text{ मी.}^2 \\ &= 264 \text{ मी.}^2 \end{aligned}$$

आकृति 16.2 में रास्ते का क्षेत्रफल

आकृति में आयताकार बगीचा ABCD है। इसकी लम्बाई 40 मी. और चौड़ाई 30 मी. है।

$$\begin{aligned}\therefore \text{बगीचे का क्षेत्रफल} &= 40 \text{ मी.} \times 30 \text{ मी.} \\ &= 1200 \text{ मी.}^2\end{aligned}$$

बगीचे के बाहर की ओर 2 मी. चौड़ा रास्ता है।

इस प्रकार इस रास्ते को मिलाकर नया आयत PQRS बना है।

$$\begin{aligned}\text{आयत PQRS की लम्बाई} &= 40 \text{ मी.} + (2 \text{ मी.} + 2 \text{ मी.}) \\ &= 44 \text{ मी.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{आयत PQRS की चौड़ाई} &= 30 \text{ मी.} + (2 \text{ मी.} + 2 \text{ मी.}) \\ &= 34 \text{ मी.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{आयत PQRS का क्षेत्रफल} &= 44 \text{ मी.} \times 34 \text{ मी.} \\ &= 1496 \text{ मी.}^2\end{aligned}$$

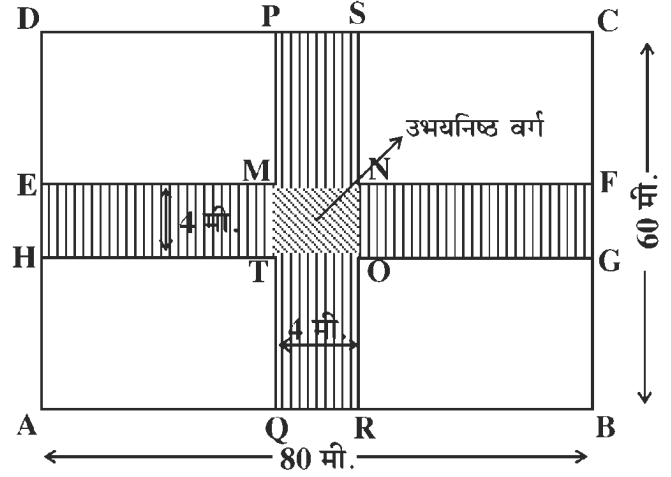
$$\begin{aligned}\text{रास्ते का क्षेत्रफल} &= \text{आयत PQRS का क्षेत्रफल} - \text{बगीचा ABCD का क्षेत्रफल} \\ &= 1496 \text{ मी.}^2 - 1200 \text{ मी.}^2 \\ &= 296 \text{ मी.}^2\end{aligned}$$

- आकृति 16.1 में रास्ता बगीचे के अन्दर की ओर है। अतः अन्दर बने भाग की लम्बाई और चौड़ाई ज्ञात करने के लिए रास्ते की चौड़ाई का दुगुना घटाकर अन्दर बने आयत की लम्बाई और चौड़ाई ज्ञात करते हैं।
- आकृति 16.2 में रास्ता बाहर की ओर है। अतः बाहर बने रास्ते सहित भाग की लम्बाई और चौड़ाई ज्ञात करने के लिए रास्ते की चौड़ाई का दुगुना आयत की लम्बाई और चौड़ाई में जोड़ देते हैं।

उदाहरण 1 एक आयताकार घास के मैदान की लम्बाई 80 मी. तथा चौड़ाई 60 मी. है। मैदान के मध्य में 4 मीटर चौड़े दो मार्ग समकोण पर काटते हुए स्थित हैं। प्रत्येक मार्ग आयत की भुजाओं के समान्तर हैं। सम्पूर्ण मार्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। घास के मैदान का सम्पूर्ण क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए।

हल : दिया है मैदान की लम्बाई = 80 मी.

मैदान की चौड़ाई = 60 मी.
 मार्ग की चौड़ाई = 4 मी.
 आकृति 16.3 से, मार्ग का क्षेत्र = ?
 मैदान का क्षेत्र = ज्ञात करना
 मार्ग EFGH का क्षेत्रफल
 = 80×4 मी.²
 = 320 मी.²



मार्ग PQRS का क्षेत्रफल आकृति 16.3

$$= 60 \times 4 \text{ मी.}^2$$

$$= 240 \text{ मी.}^2 \text{ (इसमें वर्ग MNOT का क्षेत्रफल सम्मिलित है)}$$

उभयनिष्ठ वर्ग MNOT (दोनों मार्गों पर स्थित) का क्षेत्रफल

$$= 4 \times 4 \text{ मी.}^2 = 16 \text{ मी.}^2$$

वर्ग MNOT का क्षेत्रफल 16 मी.^2 दोनों मार्गों में सम्मिलित है।

$$\text{सम्पूर्ण मार्ग का क्षेत्रफल} = (320 + 240 - 16) \text{ मी.}^2$$

$$= (560 - 16) \text{ मी.}^2$$

$$= 544 \text{ मी.}^2$$

$$\text{घास के मैदान का सम्पूर्ण क्षेत्रफल} = \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई}$$

$$= 80 \times 60$$

$$= 4800 \text{ मी.}^2 \quad \text{उत्तर}$$

उदाहरण 2. 65 मी. भुजा वाले एक वर्गाकार मैदान की परिसीमा के साथ लगा हुआ भीतर की ओर एक 2.5 मी. चौड़ा पथ बना हुआ है। इस पथ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। मैदान के शेष भाग में 5 रु. प्रति वर्ग मीटर की दर से खाद डालने में क्या व्यय आएगा?

दिया है : आकृति 16.4 से

वर्गाकार मैदान ABCD की भुजा = 65 मी.

पथ (रास्ते) की चौड़ाई = 2.5 मी.

खाद डालने का प्रति वर्ग मीटर खर्च = 5 रुपये

(i) पथ का क्षेत्रफल = ज्ञात करना है।

(ii) मैदान में खाद डालने का खर्च = ज्ञात करना है।

हल :

$$\begin{aligned}\text{वर्ग ABCD का क्षेत्रफल} &= (65 \times 65) \text{ मी.}^2 \\ &= 4225 \text{ मी.}^2\end{aligned}$$

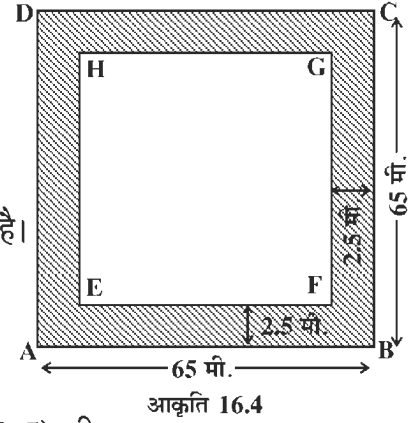
$$\begin{aligned}\text{वर्ग EFGH की भुजा की माप} &= (65 - (2.5 + 2.5)) \text{ मी.} \\ &= (65 - 5) \text{ मी.} \\ &= 60 \text{ मी.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{वर्ग EFGH का क्षेत्रफल} &= (60 \times 60) \text{ मी.}^2 \\ &= 3600 \text{ मी.}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{पथ का क्षेत्रफल} &= (\text{वर्ग ABCD का क्षेत्रफल} - \text{वर्ग EFGH का क्षेत्रफल}) \\ &= (4225 - 3600) \text{ मी.}^2 \\ &= 625 \text{ मी.}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{मैदान का शेष भाग (वर्ग EFGH) जहाँ खाद डालनी है का क्षेत्रफल} &= 3600 \text{ मी.}^2 \\ 5 \text{ रुपये प्रति वर्ग मीटर की दर से खाद डालने का खर्च} &= 3600 \times 5 \text{ रुपये} \\ &= 18000 \text{ रुपये}\end{aligned}$$

वर्गाकार मैदान में बने पथ का क्षेत्रफल 625 मी.² एवं शेष भाग में खाद डालने का खर्च 18000 रुपये होगा।



परस्पर काटने वाले मार्गों का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात करने हेतु उभयनिष्ठ मार्ग का क्षेत्रफल मार्गों के क्षेत्रफलों के योग से घटा देते हैं।

उदाहरण 3. एक आयताकार बाग की लम्बाई 40 मी. एवं चौड़ाई 30 मी. है। इस बाग में 2 मी. भुजा वाली वर्गाकार 10 क्यारियाँ है। इसी बाग में 6 मी. लम्बा एवं 5.5 मी. चौड़ा हौज है। बाग के शेष भाग में 4.5 रुपये प्रति वर्गमीटर की दर से पत्थर लगाने हैं। पत्थर लगाने का व्यय ज्ञात कीजिए।

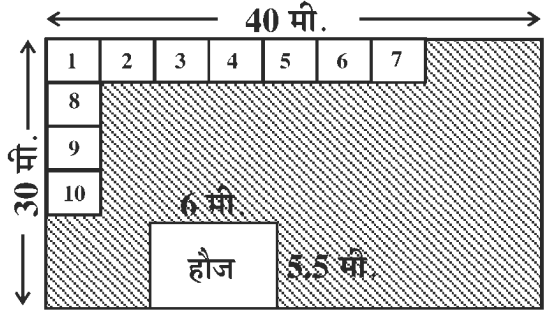
दिया है : बाग की लम्बाई = 40 मी.

बाग की चौड़ाई = 30 मी.

2 मी. भुजा वाली क्यारियों की संख्या = 10

हौज की लम्बाई = 6 मी.

हौज की चौड़ाई = 5.5 मी.



पत्थर लगाने का प्रति वर्ग मीटर खर्च = 4.5 रुपये

आकृति 16.5

पत्थर लगाने का कुल खर्च = ज्ञात करना है।

हल : बाग का कुल क्षेत्रफल = (40×30) मी.²

$$= 1200 \text{ मी.}^2$$

1 क्यारी का क्षेत्रफल = (2×2) मी.²

$$= 4 \text{ मी.}^2$$

10 क्यारियों का क्षेत्रफल = 10×4 मी.²

$$= 40 \text{ मी.}^2$$

हौज का क्षेत्रफल = (6×5.5) मी.²

$$= 33 \text{ मी.}^2$$

बाग के शेष भाग का क्षेत्रफल = बाग का कुल क्षेत्रफल $-(10$ क्यारी का क्षेत्रफल $+ \text{हौज का क्षेत्रफल})$

$$= [1200 - (40 + 33)] \text{ मी.}^2$$

$$= 1127 \text{ मी.}^2$$

बाग के शेष भाग में पत्थर लगाने का खर्च

$$= (1127 \times 4.5) \text{ रुपये}$$

$$= 5071.5 \text{ रुपये}$$

बाग में पत्थर लगाने का कुल खर्च 5071.50 रुपये होगा। उत्तर

प्रश्नावली 16.1

1. एक आयताकार खेल का मैदान 90 मी. लम्बा और 54 मी. चौड़ा है। इसका परिमाण ज्ञात कीजिए। मैदान का क्षेत्रफल एयर में ज्ञात कीजिए। [1 एयर = 100 मी.²]
2. एक वर्गाकार टाइल्स की एक भुजा 12 सेमी. है। टाइल्स का क्षेत्रफल और परिमाण ज्ञात कीजिए।
3. एक आयताकार बगीचा 90 मी. लम्बा और 75 मी. चौड़ा है, उसके बाहर चारों ओर एक 5 मी. चौड़ा

- रास्ता बना हुआ है। रास्ते का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
4. एक आयताकार मैदान 37 मी. लम्बा तथा 29 मी. चौड़ा है। इस मैदान के चारों ओर 2 मी. चौड़ी सड़क बाहर की ओर है। सड़क का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
 5. 60 मी. भुजा वाले एक वर्गाकार मैदान के भीतर उसकी परिसेमा से लगा 2.5 मी. चौड़ा पथ बना हुआ है। पथ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
 6. फूलों की एक वर्गाकार क्यारी की भुजा 1 मी. 80 सेमी. है। उसके चारों ओर 20 सेमी. चौड़ी पट्टी खोदकर उसे बढ़ाया गया है। ज्ञात कीजिए-
 - (i) फूलों की क्यारी का कुल क्षेत्रफल।
 - (ii) फूलों की क्यारी के क्षेत्रफल में वृद्धि।
 7. एक आयताकार बाल विहार की माप 30 मी. \times 24 मी. है। मैदान के किनारों के समान्तर मैदान के बीचों बीच दो रास्ते बने हुए हैं। लम्बे रास्ते की चौड़ाई 1.8 मी. तथा चौड़ाई में बने रास्ते की चौड़ाई 1.2 मी. है। मैदान के शेष भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
 8. 700 मी. लम्बे और 300 मी. चौड़े एक आयताकार बगीचे के केन्द्र से होकर जाते हुए एक-दूसरे पर लम्ब, 5 मी. चौड़े दो पथ ऐसे बने हुए हैं कि इनमें से प्रत्येक, बगीचे की किसी भुजा के समान्तर है। 105 रु. प्रति वर्ग मीटर की दर से पथों को बनाने का व्यय ज्ञात कीजिए।
 9. एक आयताकार बगीचा 65 मी. लम्बा और 50 मी. चौड़ा है। भुजाओं के समान्तर 2 मी. चौड़े दो अनुप्रस्थ पथ बनाए जाने हैं। यदि ये पथ बगीचे के केन्द्र में से होकर जाते हैं, तो 69 रु. प्रति वर्ग मीटर की दर से पथ बनाने का व्यय ज्ञात कीजिए।
 10. एक आयताकार मैदान 37 मी. लम्बा तथा 29 मी. चौड़ा है। मैदान में 1 मी. 75 सेमी. चौड़ा रास्ता अंदर की ओर छोड़ते हुए, शेष में घास लगवाई गई। घास लगाने में 4 रु. प्रति वर्ग मीटर खर्च आता है। घास लगवाने में कितने रुपये खर्च होंगे।
 11. एक आयताकार बाग की लम्बाई 60 मी. तथा चौड़ाई 40 मी. है। इस बाग में 1 मी. भुजा की 25 वर्गाकार क्यारियाँ हैं। बाग में एक हौज है, जिसकी लम्बाई 5 मी. तथा चौड़ाई 3.5 मी. है, बाग के शेष भाग में 3 रुपये प्रति वर्ग मीटर की दर से मुरम बिछवाना है, मुरम बिछाने में क्या खर्च होगा?