

## अनुक्रमानुपाती तथा व्युत्क्रमानुपाती विचरण

### आइए सीखें-

- चर और अचर राशियाँ
- अनुक्रमानुपाती विचरण एवं व्युत्क्रमानुपाती विचरण
- समय एवं कार्य संबंधी प्रश्न
- समय एवं दूरी संबंधी प्रश्न

पिछली कक्षा में हमने अनुपात एवं समानुपात को समझा है। इसको हम एक और उदाहरण देकर फिर से समझते हैं। यदि रमा को गणित में 50 में से 40 अंक और विज्ञान में 50 में से 30 अंक प्राप्त हुए, तो गणित और विज्ञान विषयों के प्राप्तांकों की तुलना तीन प्रकार से की जा सकती है।

(i) **अन्तर के आधार पर** रमा के गणित में प्राप्तांक विज्ञान के प्राप्तांक की तुलना में 10 अंक अधिक है अर्थात्  $40 - 30 = 10$

(ii) **प्रतिशत के आधार पर** रमा ने गणित में 80% तथा विज्ञान में 60% अंक प्राप्त किया अतः गणित में प्राप्तांक का प्रतिशत अधिक है।

(iii) **भाग के आधार पर** रमा के गणित के प्राप्तांक को विज्ञान के प्राप्तांक से भाग देने पर  $\frac{40}{30} = \frac{4}{3}$  प्राप्त होता है। इस प्रकार गणित के प्राप्तांक, विज्ञान के प्राप्तांक का  $\frac{4}{3}$  गुना है। प्राप्तांकों की इस प्रकार तुलना करना ही अनुपात है। प्राप्तांकों का अनुपात 4:3 है।

एक और उदाहरण लेते हैं। यदि 6 पेन का मूल्य 60 रुपये है और 8 पेन का मूल्य 80 रुपये है, तो पेनों की संख्या का अनुपात = 6:8

$$\text{या} = 3:4$$

पेनों के मूल्यों का अनुपात = 60:80

$$\text{या} = 6:8$$

$$\text{या} = 3:4$$

स्पष्ट है कि पेनों की संख्या का अनुपात और पेनों के मूल्यों का अनुपात समान है, अतः दो अनुपातों की समानता को समानुपात कहते हैं।

### प्रश्नावली 5.1

1. यदि वासु और राजू के वजन क्रमशः 40 किग्रा और 60 किग्रा हैं तो दोनों के वजन का अनुपात ज्ञात कीजिए।
2. पिता की आयु 60 वर्ष और पुत्र की आयु 35 वर्ष है, तो दोनों की आयु का अनुपात ज्ञात कीजिए।
3. निम्नांकित राशियाँ समानुपात में हैं अथवा नहीं? ज्ञात कीजिए।  
(i) 10, 60 और 150, 25                      (ii) 5, 25 और 12, 60  
(iii) 6, 18 और 8, 24                        (iv) 5, 11 और 6, 12

### 5.1 चर और अचर राशियाँ

हम एक बीजीय व्यंजक  $5x + 6y + 8$  पर विचार करें, तो हमें दो प्रकार की राशियाँ देखने को मिलती हैं। इसमें 5, 6 और 8 अचर राशियाँ हैं, क्योंकि इनके मान नहीं बदलते हैं।  $x$  और  $y$  को हम अलग-अलग अनेक मान दे सकते हैं, अतः ये चर राशियाँ हैं। इस प्रकार

वे राशियाँ जिनके मान अपरिवर्तित रहते हैं, वे अचर राशियाँ कहलाती हैं तथा जिनके मान परिवर्तित होते रहते हैं उन्हें चर राशि कहा जाता है।

### प्रश्नावली 5.2

1. निम्नांकित बीजीय व्यंजकों में चर एवं अचर राशि को चुनकर लिखिए  
(i)  $3x + 4y + 12$                               (ii)  $2x + 6y + 18$   
(iii)  $2x + 6$                                       (iv)  $3x + 4y + 8$
2. समीकरण  $x = 5y$  में  $y$  के अलग-अलग मानों के लिए  $x$  के मान को लिखिए

y	1	2	3	4	5	6	7
x							

3. समीकरण  $y = 3x + 2$  में  $x = 2$ ,  $x = 3$  और  $x = 5$  लेने पर  $y$  के मानों को ज्ञात कीजिए।

### 5.2 विचरण

यदि हमारी जेब में 5 रुपये हों, तो हम इससे कॉपियाँ खरीद सकते हैं। यदि राशि 10 रुपये हो तो हम और अधिक कॉपियाँ खरीद सकते हैं। इस प्रकार कम रूपयों में कम कॉपियाँ और ज्यादा रूपयों में ज्यादा कॉपियाँ खरीदी जा सकती हैं, अर्थात् कॉपियों की संख्या हमारे पास उपलब्ध रूपयों की संख्या पर निर्भर है। इस प्रकार,

दो चर राशियों की एक दूसरे पर निर्भरता के संबंध को विचरण कहते हैं।

आइए, कुछ और उदाहरणों पर विचार करते हैं

- (i) 10 रुपये में एक दर्जन केले खरीदे जा सकते हैं, तो 20 रुपये में दो दर्जन केले मिलेंगे। इसी प्रकार 30 रुपये में तीन दर्जन केले मिलेंगे। अतः अधिक रुपयों में अधिक केले खरीदे जा सकते हैं। यह अनुक्रमानुपाती विचरण है।
- (ii) शाला पहुँचने में जितना समय पैदल चलकर लगता है, उससे कम समय साईकिल से शाला पहुँचने में लगेगा। अतः चाल या स्पीड ज्यादा होते जाने से लगने वाला समय कम होता जाता है। यह व्युत्क्रमानुपाती विचरण है।

### 5.3 अनुक्रमानुपाती विचरण

हम एक उदाहरण पर विचार करते हैं। यदि 5 मीटर कपड़ा 20 रुपये का हो, तो 10 मीटर कपड़ा 40 रुपये का होगा, अर्थात् कपड़े की जैसे-जैसे लम्बाई बढ़ायी जाती है, वैसे-वैसे उसका मूल्य भी बढ़ता जाता है। यदि कपड़े की लम्बाई को चर  $x$  तथा उसके मूल्य को चर  $y$  द्वारा दर्शाया जाये तो हम इसे निम्नांकित तालिका से समझ सकते हैं-

कपड़े की लम्बाई ( $x$ ) (मीटर में)	5	10	15	20	25	30	35
कपड़े का मूल्य ( $y$ ) (रुपयों में)	20	40	60	80	100	120	140

तालिका को ध्यान से देखने पर हम पाते हैं, जैसे-जैसे  $x$  का मान बढ़ता है, वैसे-वैसे  $y$  के संगत मान भी बढ़ता जाता है। अब  $x$  और  $y$  के संगत मानों के अनुपात को लेते हैं  $\frac{5}{20}, \frac{10}{40}, \frac{15}{60}, \frac{20}{80}$  इत्यादि। प्रत्येक अनुपात का मान  $\frac{1}{4}$  ही प्राप्त होता है अर्थात्  $\frac{x}{y}$  का मान नहीं बदलता है, यह अचर है।

इस प्रकार,  $\frac{x}{y} = \frac{1}{4}$  (अचर मान)

या  $\frac{x}{y} = k$  (माना)

या,  $x = k.y$

यदि दो चर,  $x$  और  $y$  अनुक्रमानुपाती विचरण में हैं तो  $\frac{x}{y} = k$  जहाँ  $k$  अचर है।

उपरोक्त संबंध से यह पता चलता है कि  $x$  के संगत  $y$  का मान बढ़ाने पर  $x$  का मान बढ़ता है और कम करने पर कम होता है। साथ ही, इसका अनुपात हमेशा अचर रहता है। इस प्रकार हम देखते हैं कि

“दो राशियाँ  $x$  और  $y$  सीधे अनुपात में या अनुक्रमानुपात में विचरण करती हैं, यदि

(i)  $x$  के बढ़ने पर  $y$  भी इस प्रकार बढ़े कि  $\frac{x}{y}$  का मान अचर और धनात्मक हो,

(ii)  $x$  के घटने पर  $y$  भी इस प्रकार घटे कि  $\frac{x}{y}$  का मान अचर और धनात्मक हो।

कुछ और उदाहरणों पर विचार करते हैं

**उदाहरण 1.** यदि 4 दर्जन केलों का मूल्य 48 रुपये हो, तो 6 दर्जन केलों का मूल्य ज्ञात कीजिए।

**हल :** केलों की संख्या और उनके मूल्यों के अनुपात पर विचार करें तो संख्या बढ़ने पर मूल्य भी बढ़ता है इसलिए यह अनुक्रमानुपाती विचरण की स्थिति है। माना कि 6 दर्जन केलों का मूल्य  $x$  रुपये है तो निम्नांकित तालिका से

केलों की संख्या (दर्जन में)	4	6
केलों का मूल्य (रुपयों में)	48	$x$

अनुक्रमानुपाती विचरण है। अतः

$$\frac{4}{48} = \frac{6}{x}$$

$$\text{या, } x = \frac{6 \times 48}{4}$$

$$\text{या, } x = 72$$

अर्थात् 6 दर्जन केलों का मूल्य 72 रुपये है। **उत्तर**

**अथवा**

हम उक्त उदाहरण को ऐकिक नियम से भी हल कर सकते हैं।

$\therefore$  4 दर्जन केलों का मूल्य 48 रुपये है।

$\therefore$  1 दर्जन केले का मूल्य  $\frac{48}{4}$  रुपये होगा।

$$\begin{aligned}\therefore 6 \text{ दर्जन केलों का मूल्य} &= \frac{48}{4} \times \frac{6}{1} \text{ रुपये} \\ &= 72 \text{ रुपये}\end{aligned}$$

अतः 6 दर्जन केले का मूल्य 72 रुपये होगा। **उत्तर**

इस प्रकार हम पाते हैं कि प्रश्नों को हम अनुक्रमानुपाती विचरण या ऐकिक नियम, दोनों में से किसी भी विधि से कर सकते हैं। साथ ही दोनों का प्रयोग कर उत्तर का सत्यापन भी कर सकते हैं।

**उदाहरण 2.** यदि एक कार 32 लीटर पेट्रोल से 288 किमी. चलती है तो 18 लीटर पेट्रोल में वह कितनी दूर चलेगी?

**हल :** पेट्रोल जितना अधिक होगा कार उतनी ही अधिक दूरी तय करेगी। इसी प्रकार पेट्रोल जितना कम होगा कार उतनी ही कम दूरी तय करेगी। यह अनुक्रमानुपाती विचरण की स्थिति है। माना कि 18 लीटर पेट्रोल में कार x कि.मी. दूरी तय करती है। तब निम्नांकित तालिका से-

पेट्रोल (लीटर में)	32	18
दूरी (किमी में)	288	x

अनुक्रमानुपाती विचरण है, अतः

$$\frac{32}{288} = \frac{18}{x}$$

$$\text{या, } x = \frac{18 \times 288}{32}$$

$$\text{या } x = 162 \text{ किमी}$$

अर्थात् कार 18 लीटर पेट्रोल में 162 किमी दूरी तय करेगी। उत्तर

### प्रश्नावली 5.3

1. निम्नांकित सारणी में अनुक्रमानुपाती विचरण की जाँच कीजिए।

x	3	6	9	12	15
y	6	12	18	24	30
$\frac{x}{y}$	?	?	?	?	?

2. निम्नांकित सारणी में a का मान ज्ञात कीजिए, यदि x और y अनुक्रमानुपाती विचरण में है

x	8	a
y	13	52

3. यदि  $x$  और  $y$  एक दूसरे से अनुक्रमानुपाती विचरण में हैं, तो रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

(i)

x	6	9	11	13	15
y	18	?	33	?	45

(ii)

x	4	6	8	9	10
y	16	?	?	36	?

4. यदि एक मशीन 6 घंटे में 150 डिब्बों पर लेबिल चिपकाती है, तो 18 घंटे में वह कितने डिब्बों पर लेबिल चिपका सकेगी?

5. एक रेलगाड़ी  $2\frac{1}{2}$  घंटे में 175 किमी दूरी तय करती है। यदि रेलगाड़ी की चाल एक समान रहती है, तो उसी गाड़ी को 280 किमी की दूरी तय करने में कितना समय लगेगा?

6. नीलिमा 1 घंटे में 1080 शब्द टंकित (टाईप) करती है, तो वह 1 मिनट में कितने शब्दों को टंकित (टाईप) करेगी?

7. 120 किमी दूरी का बस भाड़ा 60 रुपये है। 139.2 किमी दूरी के लिये कितना भाड़ा देना पड़ेगा?

8. निशांत 125 कदम चलकर 100 मीटर दूरी तय करता है। वह 325 कदमों में कितनी दूरी तय करेगा?

9. एक स्प्रिंग पर 150 ग्राम का भार लटकाने पर उसकी लम्बाई में 2.9 सेमी की वृद्धि होती है। ज्ञात कीजिए कि 17.4 सेमी की वृद्धि के लिये कितना भार लटकाना होगा?

#### 5.4 व्युत्क्रमानुपाती विचरण

हम एक उदाहरण पर विचार करते हैं एक छात्रावास में 20 सदस्य हैं। छात्रावास अधीक्षक ने 30 दिनों के लिये राशन खरीद लिया। कुछ और छात्रों के आ जाने से राशन की खपत बढ़ गयी जिससे राशन 30 दिन के स्थान पर पहले ही खत्म हो जाएगा। स्पष्ट है कि छात्रावास में सदस्यों की संख्या बढ़ने से राशन के समाप्त होने के दिनों की संख्या कम हो रही है। यदि छात्रावास में छात्रों की संख्या को चर  $x$  के द्वारा तथा राशन के समाप्त होने के दिनों की संख्या  $y$  हो तो,  $x$  के बढ़ने पर  $y$  कम होता है और  $x$  के कम होने पर  $y$  बढ़ता है। यह व्युत्क्रमानुपाती विचरण है। इसे निम्नांकित तालिका से समझते हैं।

छात्रावास में बालकों की संख्या ( $x$ )	20	25	30	40
राशन समाप्त होने के दिनों की संख्या ( $y$ )	30	24	20	15

छात्रावास में छात्रों की संख्या जब 20 है, तो राशन 30 दिन में समाप्त होता है। जब छात्र संख्या बढ़कर 25 हो जाती है, तो राशन 24 दिन में समाप्त होता है। इसी प्रकार, यदि छात्र संख्या 30 हो जाती है तो राशन के समाप्त होने के दिनों की संख्या 20 हो जाती है। अतः

दो राशियाँ  $x$  और  $y$  व्युत्क्रमानुपात में विचरण करती हैं, यदि

- (i)  $x$  के बढ़ने पर  $y$  इस प्रकार घटे कि  $x \times y$  का मान अचर और धनात्मक हो,
- (ii)  $x$  के घटने पर  $y$  इस प्रकार बढ़े कि  $x \times y$  का मान अचर और धनात्मक हो।

तालिका से स्पष्ट है कि  $20 \times 30, 25 \times 24, 30 \times 20$  इत्यादि में प्रत्येक मान अचर 600 के रूप में मिलता है अर्थात्  $x \times y$  का मान नहीं बदलता, यह अचर है। इस प्रकार

$$x \times y = 600 \text{ (अचर मान)}$$

$$\text{या } x \times y = k \text{ (मान)}$$

यदि दो चर  $x$  और  $y$  व्युत्क्रमानुपाती विचरण में हैं, तो  $x \times y = k$ , जहाँ  $k$  अचर है।

आइए, कुछ और उदाहरणों पर विचार करते हैं;

**उदाहरण 3.** 48 किमी/घं. की चाल से चलकर एक कार निश्चित दूरी को 10 घंटे में तय करती है। यदि उसी दूरी को 8 घंटे में पूरा करना हो, तो चाल कितनी बढ़ानी होगी?

**हल :** कार की चाल बढ़ाने पर समय कम लगता है। स्पष्ट है कि यह व्युत्क्रमानुपाती विचरण है। समय 10 घंटे से 8 घंटे करने के लिये माना चाल  $x$  किमी/घं. की गयी है। निम्नांकित तालिका से

समय (घंटों में)	10	8
चाल (किमी/घं.)	48	$x$

व्युत्क्रमानुपाती विचरण होने से

$$10 \times 48 = 8 \times x$$

$$\text{या, } x = \frac{10 \times 48}{8}$$

$$\text{या, } x = 60 \text{ किमी/घं.}$$

अतः कार की चाल 60 किमी/घं. होनी चाहिए, अर्थात् कार की चाल  $60 - 48 = 12$  किमी/घं. बढ़ानी होगी। **उत्तर**

## अथवा

हम उक्त उदाहरण को ऐकिक नियम से भी हल कर सकते हैं।

∴ समय 10 घंटे लगे तो कार की चाल 48 किमी/घंटा है।

∴ समय 1 घंटे लगे तो कार की चाल  $48 \times 10$  किमी/घंटा है।

∴ समय 8 घंटे लगे तो कार की चाल  $\frac{48 \times 10}{8}$  किमी/घंटा है।  
 $= 60$  किमी/घंटा

कार की चाल 60 किमी/घंटा होनी चाहिए। अतः कार की चाल  $60 - 48 = 12$  किमी/घंटा बढ़ानी होगी। उत्तर

इस प्रकार हम देखते हैं कि प्रश्नों में व्युत्क्रमानुपाती विचरण तालिका या ऐकिक नियम, दोनों में से किसी भी विधि से हल कर सकते हैं। साथ ही, हमने यह भी देखा कि यहाँ पर ऐकिक नियम परम्परागत तरीके से हटकर है। अतः व्युत्क्रमणीय विचरण से प्रश्नों को हल करना आसान होता है।

**उदाहरण 4.** एक कालीन को एक टीम प्रतिदिन 6 घंटे बुनाई करके 28 दिन में तैयार करती है। यदि टीम प्रतिदिन 8 घंटे बुनाई करे तो कालीन कितने दिन में तैयार हो सकेगा?

**हल :** हम देखते हैं कि 6 घंटे प्रतिदिन कार्य करने में कालीन 28 दिन में तैयार होता है। यदि कार्य के घंटे बढ़ा दिए जाएँ, तो कालीन के तैयार होने के दिवसों की संख्या कम हो जाएगी। यह व्युत्क्रमानुपाती विचरण है। माना कि 8 घंटे प्रतिदिन बुनाई करने से कालीन के तैयार होने के कार्य दिवस  $x$  हैं। तब निम्नांकित तालिका से

समय (घंटे में)	6	8
कालीन के तैयार होने के दिवस	28	$x$

व्युत्क्रमानुपाती विचरण होने से

$$6 \times 28 = 8 \times x$$

$$\text{या } x = \frac{6 \times 28}{8}$$

$$\text{या } x = 21$$

अतः यदि 8 घंटे प्रतिदिन कार्य किया जाए तो कालीन 21 दिन में तैयार होगा। उत्तर



### प्रश्नावली 5.4

- निम्नांकित में कौन से विचरण अनुक्रमानुपाती विचरण और कौन-से व्युत्क्रमानुपाती विचरण हैं?
  - गति  $s$  और समय  $t$  है।
  - $x$  किमी की यात्रा के लिये देय किराया  $y$  रुपये।
  - टाफियाँ और उनका मूल्य।
  - वस्तुओं की संख्या  $n$ , उनका मूल्य  $c$ .
  - मजदूरों की संख्या  $n$ , कार्य समाप्त होने के दिनों की संख्या  $d$ .
- एक कार 39 किमी./घंटा की चाल से किसी दूरी को 5 घंटे में तय करती है। यदि उसी दूरी को 3 घंटे में तय करना हो, तो कार की चाल कितनी होनी चाहिए?
- आयुषी 12 किमी./घंटा की चाल से अपनी साइकल द्वारा अपने घर से शाला 20 मिनट में पहुँचती है। यदि वह 15 मिनट में पहुँचना चाहे, तो उसे किस चाल से चलना पड़ेगा?
- एक छात्रावास में 40 लड़कियों के लिये 28 दिन की भोजन व्यवस्था है। 16 लड़कियों के और आ जाने से भोजन सामग्री कितने दिन चलेगी?
- स्थिर ताप पर, किसी गैस का आयतन 270 मिमी दाब पर 480 घनसेमी हो, तो 240 मिमी दाब पर गैस का आयतन क्या होगा?
- एक ठेकेदार 560 मजदूर लगाकर 9 माह में एक पुल बनाने का ठेका लेता है। अब उससे 7 माह में ही काम पूरा करने को कहा गया। बताइए उसे कितने मजदूर और लगाने पड़ेंगे।
- 20 पंप एक हौज को 18 घंटे में खाली कर सकते हैं। यदि 45 पंप हों, तो वह हौज कितने समय में खाली होगा?
- एक दुकानदार 50 साइकिलें खरीदने में कुछ पूँजी लगाता है। साइकिल का मूल्य 720 रु. है। साइकिलों के मूल्य में प्रति साइकिल 30 रु. की वृद्धि हो जाने से दुकानदार उसी पूँजी से कितनी साइकिलें खरीद सकेगा?
- 1800 व्यक्ति एक भवन का निर्माण 40 दिन में कर सकते हैं। ज्ञात कीजिए कि उसी भवन को 24 दिन में बनाने के लिये कितने व्यक्ति चाहिए?
- एक सम्मेलन में 30 सदस्य प्रतिनिधिमंडल में जा रहे हैं। प्रति सदस्य किराया 150 रुपये है। यदि किराये में 30 रुपये की वृद्धि हो जाए तो उसी निर्धारित राशि में कितने सदस्य अब सम्मेलन में जा सकेंगे?

## 5.5 समय एवं कार्य

समय एवं कार्य संबंधी दो प्रकार के प्रश्न सामान्यतः हमें देखने को मिलते हैं

- (i) निश्चित समय में कितना कार्य होगा? इससे संबंधित प्रश्नों को हम निम्नलिखित उदाहरण से समझते हैं

**उदाहरण 5** 6 मजदूर एक दीवार को 7 दिन में बना सकते हैं। यदि मजदूरों की संख्या 21 हो, तो वह दीवार कितने दिन में तैयार की जा सकेगी?

**हल :** मजदूरों की संख्या को बढ़ा देने से दीवार कम दिनों में पूर्ण होगी। यह व्युत्क्रमानुपाती विचरण है

मजदूर संख्या	6	21
दीवार बनने में लगे दिन	7	x

यह व्युत्क्रमानुपाती विचरण का प्रश्न है। अतः

$$6 \times 7 = 21 \times x$$

$$\text{या, } x = \frac{6 \times 7}{21}$$

$$\text{या } x = 2$$

अतः 21 मजदूर 2 दिन में कार्य को पूर्ण कर लेंगे। उत्तर

- (ii) इसी प्रकार अब हम यह ज्ञात करेंगे कि एक से अधिक लोग मिलकर किसी कार्य को कितने समय में पूरा करते हैं या कर सकते हैं। हम निम्नांकित उदाहरण से समझेंगे।

**उदाहरण 6** पंकज और आकाश मिलकर एक खेत 4 दिन में जोतते हैं। पंकज अकेला उसे 6 दिन में जोत सकता है। बताइए आकाश अकेला उस खेत को कितने दिन में जोत सकेगा?

**हल :** चूँकि दोनों मिलकर 4 दिन में एक खेत को जोतते हैं।

$$\therefore 1 \text{ दिन में वे } \frac{1}{4} \text{ खेत जोतेंगे।}$$

इसी प्रकार पंकज 6 दिन में 1 खेत जोतता है।

$$\therefore \text{पंकज 1 दिन में } \frac{1}{6} \text{ खेत जोतेगा।}$$

माना आकाश 1 दिन में x खेत जोतता है, तो

(पंकज का एक दिन का कार्य) + (आकाश का एक दिन का कार्य) = (दोनों का एक दिन का कार्य)

$$\frac{1}{6} + x = \frac{1}{4}$$

$$\text{या, } x = \frac{1}{4} - \frac{1}{6}$$

$$\text{या, } x = \frac{1}{12}$$

अतः आकाश  $\frac{1}{12}$  खेत 1 दिन में जोतेगा।

इसलिए आकाश 1 खेत 12 दिन में जोतेगा। उत्तर

### प्रश्नावली 5.5

1. 25 आदमी एक कार्य को 6 दिन में पूरा करते हैं। यदि 5 आदमी और बढ़ा दिये जायें, तो वही कार्य कितने दिन में पूरा होगा?
2. एक कार्य को A, 3 घंटे में, B, 6 घंटे में तथा C उसे 2 घंटे में पूरा कर सकता है। तीनों मिलकर उसे कितने समय में पूरा करेंगे?
3. 45 आदमी एक काम को 27 दिन में पूरा करते हैं, तो 81 आदमी उसे कितने दिन में पूरा करेंगे?
4. श्रमदान द्वारा 40 व्यक्ति एक सड़क को 12 दिन में बना सकते हैं। यदि यह सड़क 16 दिन में बनवाना हो, तो कितने व्यक्ति कार्य में लगाना पड़ेंगे?
5. 3 घंटे प्रतिदिन कार्य करके शांति 2 किलो रुई 12 दिनों में कातती है। प्रतिदिन 4 घंटे कार्य करके 10 किलो रुई वह कितने दिनों में कात सकती है?
6. A एक कार्य को 5 घंटे में पूरा करता है। B उसी कार्य को 6 घंटे में पूरा करता है। यदि दोनों एक साथ कार्य करें, तो कार्य कितने समय में पूर्ण हो जाएगा?
7. एक नल, एक हौज को 3 घंटे में भरता है तथा एक दूसरा नल बगीचे के पौधों को पानी देने पर उसी हौज को 6 घंटे में खाली करता है। यदि दोनों नल एक साथ खोल दिए जाएँ, तो हौज कितने घंटे में भर जाएगा?

### 5.6 समय और दूरी

हम जानते हैं कि यदि गति समान बनी रहे तो दूरी, समय के अनुक्रमानुपाती होती है, अर्थात्

दूरी  $\propto$  समय

या, दूरी =  $k \times$  समय

यदि समय = 1 घंटा हो, तो

दूरी = K (स्थिरांक या अचर मान)

यहाँ 1 घंटे में तय की गयी दूरी को **चाल** कहते हैं।

इस प्रकार, दूरी = चाल × समय

$$\text{चाल} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$$

$$\text{या, समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$$

हम उपरोक्त सूत्र से कुछ उदाहरणों को हल करते हैं

**उदाहरण 7.** यदि एक कार 140 किमी की दूरी को 2 घंटे में तय करती है, तो उसकी चाल क्या होगी?

**हल :** हम जानते हैं कि

∴ 2 घंटे में कार 140 किमी. दूरी तय करती है

∴ 1 घंटे में कार  $\frac{140}{2} = 70$  किमी. दूरी तय करती है।

1 घंटे में तय की गयी दूरी चाल है। अतः चाल = 70 किमी/घंटा **उत्तर**

**अथवा**

हम जानते हैं कि चाल =  $\frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$

$$\begin{aligned} \text{अतः चाल} &= \frac{140}{2} \\ &= 70 \text{ किमी/घंटा } \textbf{उत्तर} \end{aligned}$$

**अथवा**

दूरी और समय अनुक्रमानुपाती विचरण है, अतः

दूरी किमी	140	x
समय घंटे	2	1

अनुक्रमानुपाती विचरण होने से

$$\frac{140}{2} = \frac{x}{1}$$

$$\Rightarrow 70 = x$$

$$\Rightarrow x = 70 \text{ किमी/घंटा चाल}$$

**उदाहरण 8.** एक रेलगाड़ी 72 किमी/घंटा की चाल से चलते हुये एक खम्भे को 15 सेकेण्ड में पार करती है। रेलगाड़ी की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

**हल :** रेलगाड़ी की चाल = 72 किमी/घंटा

$$= \frac{72 \times 1000}{60 \times 60} \text{ मीटर/से.}$$

$$= 20 \text{ मीटर/से.}$$

रेलगाड़ी के खम्भे को पार करने का अर्थ है कि रेलगाड़ी द्वारा अपनी लम्बाई के बराबर दूरी तय करना। अतः

$$\text{दूरी} = \text{रेलगाड़ी की लम्बाई} = \text{ज्ञात करना है}$$

$$\text{दूरी को तय करने में लगा समय} = 15 \text{ सेकेण्ड।}$$

$$\text{हम जानते हैं कि, दूरी} = \text{चाल} \times \text{समय}$$

$$= 20 \times 15$$

$$= 300 \text{ मीटर}$$

$$\text{अतः रेलगाड़ी की लम्बाई} = 300 \text{ मीटर} \quad \text{उत्तर}$$

**अथवा**

समय और दूरी अनुक्रमानुपाती है। 72 किमी/घंटा = 20 मीटर/सैकण्ड  
खम्भे को पार करने में रेलगाड़ी द्वारा चली गई दूरी x मीटर है।

दूरी	20	x
समय	1	15

अनुक्रमानुपाती विचरण होने से

$$\frac{20}{1} = \frac{x}{15}$$

$$\Rightarrow 20 \times 15 = x$$

$$x = 300 \text{ मीटर}$$

### प्रश्नावली 5.6

1. आगरा से एक रेलगाड़ी 3 घंटे में दिल्ली पहुँचती है। गाड़ी की चाल 65 किमी/घंटा है। आगरा और दिल्ली के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।
2. एक रेलगाड़ी की चाल 54 किमी/घंटा है तथा उसकी लम्बाई 315 मीटर है। वह एक खम्भे को पार करने में कितना समय लेगी?
3. जी.टी. एक्सप्रेस ग्वालियर से भोपाल के बीच 390 किमी. की दूरी 6 घंटे में तय करती है। गाड़ी की औसत चाल की गणना कीजिए।
4. सिद्धार्थ द्वारा 1.7 किमी. की दूरी के एक स्थान से बन्दूक चलाई गई। उसकी आवाज उसे 5 सेकेण्ड बाद सुनाई पड़ी। ध्वनि की चाल ज्ञात कीजिए।
5. एक मोटरकार एक स्थान से दूसरे स्थान तक 40 किमी/घंटा की चाल से चलकर 3 घंटे में पहुँचती है। यदि वह 30 किमी/घंटा की चाल से चले, तो कितने घंटे में पहुँचेगी?
6. संकल्प अपने घर से पाठशाला 3 किमी/घंटा की चाल से चलकर 5 मिनट देर से पहुँचता है। यदि वह 4 किमी/घंटा की चाल से जाता तो समय से 5 मिनट पहले पहुँचता। घर से पाठशाला के बीच की दूरी ज्ञात कीजिये।