

## एक चर वाले रैखिक समीकरण

### आइए सीखें-

- एक चर वाले रैखिक समीकरण की परिभाषा।
- एक चर वाले रैखिक समीकरणों को हल करने के नियम।
- एक चर वाले रैखिक समीकरणों को हल करना।
- एक चर वाले रैखिक समीकरणों पर आधारित शाब्दिक प्रश्नों को हल करना।

कक्षा छठवीं में हमने एक चर वाले रैखिक समीकरणों के बारे में पढ़ा है। एक चर वाले रैखिक समीकरणों को हल करने के नियम हम सीख चुके हैं। इन नियमों की सहायता से हमने एक चरीय रैखिक समीकरणों को हल भी किया है। आइए, एक उदाहरण लेकर हम एक चरीय रैखिक समीकरण और उनको हल करने के नियमों को पुनः समझें।

### 9.1 एक चर वाले रैखिक समीकरण

उदाहरण :  $2x + 8 = x + 13$

यह एक चरीय रैखिक समीकरण है। इसमें केवल एक चर राशि  $x$  है। इसमें चर राशि  $x$  का घातांक भी एक है।

$x$  का वह मान जो समीकरण को संतुष्ट करे समीकरण (गणितीय कथन) का हल कहलाता है। इसको समीकरण का मूल (root) भी कहते हैं।

#### ध्यान दीजिए :

- दो बीजीय व्यंजक वाले समता के कथन को समीकरण कहते हैं।
  - यदि समीकरण में एक ही चर हो तथा चर की घात भी एक हो तो उसे एक चरीय रैखिक समीकरण कहते हैं।
  - बराबर के चिह्न के बायीं ओर के व्यंजक को बायाँ पक्ष तथा दायीं ओर के व्यंजक को दायँ पक्ष कहते हैं।
  - एक चर वाले रैखिक समीकरणों को हल करने में नीचे दिए अनुसार संक्रियाएँ करते हैं, इससे समीकरण का मान नहीं बदलता है।
- (i) समीकरण के दोनों पक्षों में एक ही संख्या जोड़ना।

जैसे :  $2x + 8 = x + 13$  में  $2x + 8 + a = x + 13 + a$

(ii) समीकरण के दोनों पक्षों में से एक ही संख्या घटाना।

जैसे :  $2x + 8 = x + 13$  में  $2x + 8 - a = x + 13 - a$

(iii) समीकरण के दोनों पक्षों को एक ही शून्येत्तर संख्या से गुणा करना।

जैसे :  $2x + 8 = x + 13$  को  $a(2x + 8) = a(x + 13)$

(iv) समीकरण के दोनों पक्षों को एक ही शून्येत्तर संख्या से भाग करना।

जैसे :  $2x + 8 = x + 13$  को  $\frac{2x+8}{a} = \frac{x+13}{a}$

समीकरणों को हल करने में हम इनमें से एक या अधिक नियमों का प्रयोग करते हैं। आइए इन नियमों का उपयोग कर हम कुछ समीकरणों को हल करते हैं :

**उदाहरण 1.**  $2x + 8 = x + 13$  को हल कीजिए।

**हल :** समीकरण हल करने के लिए हम दो बातों का ध्यान रखते हैं :

(1) चर राशि बायीं ओर रहे।

(2) अचर राशि दायीं ओर रहे।

$2x + 8 - 8 = x + 13 - 8$  (बायीं ओर से 8 हटाने के लिए दोनों पक्षों में से 8 घटाना)

$2x = x + 5$

$2x - x = x + 5 - x$  (दायीं ओर से  $x$  हटाने के लिए दोनों पक्षों में से  $x$  घटाना)

$x = 5$  उत्तर

**उदाहरण 2.**  $\frac{m}{3} - 4 = 6$  को हल कीजिए।

**हल :**  $\frac{m}{3} - 4 = 6$

$\frac{m}{3} - 4 + 4 = 6 + 4$  (बाएँ पक्ष से  $-4$  हटाने के लिए दोनों पक्षों में 4 जोड़ना)

$\frac{m}{3} = 10$

$\frac{m}{3} \times 3 = 10 \times 3$  (बाएँ पक्ष से 3, हटाने के लिए दोनों पक्षों को 3 से गुणा करना)

$m = 30$

इन दोनों उदाहरणों से हम समझेंगे कि :

उदाहरण 1      में बाएँ पक्ष से + 8 को हटाकर दाएँ पक्ष में - 8 लिखते हैं।

में दाएँ पक्ष का x बाएँ पक्ष में जाकर - x हो जाता है।

उदाहरण 2      में बाएँ पक्ष का - 4 दाएँ पक्ष में जाकर + 4 हो जाता है।

में बाएँ पक्ष का  $\frac{1}{3}$  दाएँ पक्ष में  $\times 3$  हो जाता है।

इससे यह पता चलता है कि किसी राशि का पक्षान्तर करने के लिए उसका चिह्न बदलकर पक्षान्तर करते हैं जैसे :

- दाएँ या बाएँ पक्ष की धन चिह्न का पद दूसरे पक्ष में जाकर ऋण चिह्न की हो जाती है।
- दाएँ या बाएँ पक्ष की ऋण चिह्न का पद दूसरे पक्ष में जाकर धन चिह्न का हो जाता है।
- दाएँ या बाएँ पक्ष में जिस राशि से भाग हो तो दूसरे पक्ष में जाकर उसी राशि का गुणा करते हैं।
- दाएँ या बाएँ पक्ष में जिस राशि का गुणा हो तो दूसरे पक्ष में जाकर उसी राशि से भाग करते हैं।

यही पक्षान्तर विधि है। आइए पक्षान्तर विधि से एक समीकरण को हल करते हैं :

उदाहरण 3.       $3(x + 6) = 21$  को हल कीजिए।

हल :               $3(x + 6) = 21$

$$\Rightarrow x + 6 = \frac{21}{3} \text{ (बाएँ पक्ष में 3 हटाने के लिए दोनों ओर 3 का भाग देने पर)}$$

$$\Rightarrow x + 6 = 7$$

$$\Rightarrow x = 7 - 6 \text{ (बाएँ पक्ष का + 6 हटाने के लिए दोनों ओर 6 घटाने पर)}$$

$$\Rightarrow x = 1 \text{ उत्तर}$$

उदाहरण 4.       $\frac{2y + 5}{3} = 3y - 10$  को हल कीजिए।

हल :               $\frac{2y + 5}{3} = 3y - 10$

$$2y + 5 = 3(3y - 10) \text{ (बाएँ पक्ष में 3 हटाने के लिये दोनों ओर 3 का गुणा किया।)}$$

$$2y + 5 = 9y - 30$$

$$2y - 9y = -30 - 5 \quad (+5 \text{ और } +9y \text{ का पक्षान्तर करने पर चिह्न बदल जाते हैं।)}$$

$$-7y = -35$$

$$y = \frac{-35}{-7} \quad (\text{ऋण और ऋण बराबर धन})$$

$$y = \frac{35}{7} \quad \therefore y = 5$$

### प्रश्नावली 9.1

1. खाली स्थान में उपयुक्त शब्द भरिए।

(i) सरल रैखिक समीकरण में ..... चर होता है और उसकी घात भी ..... होती है।

(ii) समीकरण के दोनों पक्षों में एक ही राशि को जोड़ने अथवा घटाने से समीकरण ..... बदलता है।

2. नियम का उल्लेख कर समीकरण हल कीजिए : (उत्तर की जाँच भी करें)।

(i)  $2(y - 8) = -6(7y - 4) + 4$

(ii)  $5x - 2 = 3x - 4$

(iii)  $3(x - 3) = -5(2x + 1)$

(iv)  $2 \times (3x + 5) = 22$

(v)  $\frac{x}{5} + \frac{11}{3} = \frac{1}{15}$

(vi)  $x - 2x + 2 - \frac{16x}{3} + 5 = 3 - \frac{7}{6}x$

3. पक्षान्तर कर समीकरण हल कीजिए।

(i)  $7x + 8 = 43$

(ii)  $3z - 7 = 14$

(iii)  $\frac{6a + 1}{2} + 1 = \frac{7a - 3}{3}$

(iv)  $15(m - 4) - 2(m - 9) + 5(m + 6) = 0$

(v)  $0.16(5x - 2) = 0.4x + 7$

(vi)  $\frac{s - 8}{3} = \frac{s - 3}{2}$

(vii)  $3(5x - 7) + 2(9x - 11) = 4(8x - 7) - 111$ , (viii)  $0.6x + \frac{4}{3} = 0.28x + 11.6$

## 9.2 एकचरीय रैखिक समीकरण पर आधारित शाब्दिक प्रश्न

अब हम शाब्दिक प्रश्नों को एकचरीय रैखिक समीकरण की सहायता से हल करना सीखेंगे। इसके लिए कुछ उदाहरणों को हल करते हैं।

**उदाहरण 5.** अंकिता की आयु अलका की आयु से 4 वर्ष अधिक है। यदि उन दोनों की आयु का योग 16 वर्ष हो, तो उनकी वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।

**हल :** दिया हुआ है अंकिता की आयु अलका से 4 वर्ष अधिक  
दोनों की आयु का योग = 16 वर्ष

ज्ञात करना है : अंकिता और अलका की वर्तमान आयु = ?

माना अलका की वर्तमान आयु  $x$  वर्ष है। (अंकिता की तुलना अलका की आयु से की है अतः अलका की आयु  $x$  मानना उचित है।)

अलका की आयु =  $x$  वर्ष

अंकिता की आयु =  $x + 4$  वर्ष

दिया है दोनों की आयु का योग = 16 वर्ष

अतः प्रश्नानुसार  $x + 4 + x = 16$

$$2x + 4 = 16$$

$$2x = 16 - 4$$

$$2x = 12$$

$$x = \frac{12}{2} = 6 \text{ वर्ष अलका की आयु}$$

अतः अंकिता की आयु =  $6 + 4 = 10$  वर्ष उत्तर

**प्रश्न का विश्लेषण :** (छात्रों से प्रश्नोत्तर द्वारा किया जाये)

1. प्रश्न में क्या दिया है?
2. प्रश्न में क्या ज्ञात करना है?
3. अंकिता व अलका की आयु कैसे निकालेंगे?
4. समीकरण कैसे बनायेंगे?
5. समता की शर्त क्या है?
6. अलका की आयु क्या है?
7. अंकिता की आयु क्या है?

इस विश्लेषण के आधार पर प्रश्न हल करते हैं।

**उदाहरण 6.** कक्षा में एक बालक से उसकी आयु बताने को कहा गया तो, उसने बताया कि मेरी माँ ने बताया है। “12 वर्ष बाद तेरी आयु 4 वर्ष पहले की आयु से तीन गुनी होगी।” बालक की वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।

**हल :** दिया हुआ है : बालक की 12 वर्ष बाद आयु = 4 वर्ष पहले की आयु की तीन गुनी ज्ञात करना है : बालक की वर्तमान आयु = ?

माना बालक की वर्तमान आयु =  $x$  वर्ष

12 वर्ष बाद की बालक की आयु =  $x + 12$  वर्ष

4 वर्ष पहले की बालक की आयु =  $x - 4$  वर्ष

दी गई शर्त :

12 वर्ष बाद की आयु = 3 × 4 वर्ष पूर्व की आयु

$$\Rightarrow x + 12 = 3(x - 4)$$

$$\Rightarrow x + 12 = 3x - 12$$

$$\Rightarrow x - 3x = -12 - 12$$

$$\Rightarrow -2x = -24$$

$$\Rightarrow x = \frac{-24}{-2} = 12 \text{ वर्ष}$$

बालक की वर्तमान आयु = 12 वर्ष, उत्तर

### प्रश्नावली 9.2

1. तीन क्रमागत संख्याओं का योग 123 है। संख्याएँ ज्ञात कीजिए।
2. तीन क्रमागत सम संख्याओं का योग 66 है। संख्याएँ ज्ञात कीजिए।
3. वह संख्या ज्ञात कीजिए जिसको 15 से गुणा करने पर गुणनफल 45 हो जाए।
4. वह संख्या ज्ञात कीजिए जिसको 8 से भाग करने पर भागफल 4 हो।
5. दो क्रमागत विषम संख्याओं का योग 88 है। तो संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

6. सलमा के पास 18 मीटर कपड़ा है। वह इसके 2 टुकड़े इस प्रकार करना चाहती है कि बड़ा टुकड़ा छोटे से 8 मीटर अधिक लम्बा हो। छोटे टुकड़े की लम्बाई ज्ञात कीजिए।
7. एक फैक्ट्री में महिला कर्मचारियों की संख्या पुरुष कर्मचारियों की संख्या से तीन गुनी है। यदि फैक्ट्री में 248 कर्मचारी हों तो पुरुष एवं महिला कर्मचारियों की संख्या ज्ञात कीजिए।
8. गुरदीप के पिता की आयु गुरदीप की आयु से तीन गुनी है। यदि उन दोनों की आयु का योग 64 वर्ष हो तो गुरदीप की आयु ज्ञात कीजिए।
9. एक संख्या दूसरी के तीन गुने से 4 कम है। इनके योगफल में 5 जोड़ने पर योगफल 25 हो जाता है। दोनों संख्याएँ ज्ञात कीजिए।
10. एक खेल के मैदान की लम्बाई उसकी चौड़ाई के तीन गुने से 6 कम है। यदि मैदान का परिमाप 148 मीटर हो तो इसकी लम्बाई और चौड़ाई बताइए।
11. एक परिमेय संख्या का अंश उसके हर से 3 कम है। यदि अंश में 8 और हर में 14 जोड़ दें तो भी यही परिमेय संख्या मिलती है। वह संख्या ज्ञात कीजिए।
12. एक किसान ने अपनी संपत्ति का एक तिहाई भाग अपनी पुत्री के लिए, एक चौथाई भाग पुत्र के लिए और शेष भाग अपनी पत्नी को देने को कहा। यदि पत्नी को 32,000 रुपए मिले तो बताइए किसान के पास कितना धन था?
13. सुनीता आयु में अनिता से दुगुनी बड़ी है। यदि अनिता की आयु वाली संख्या में से छः घटा दें और सुनीता की आयु वाली संख्या में चार जोड़ दें, तो सुनीता की आयु वाली संख्या अनिता की आयु वाली संख्या की चार गुनी हो जाएगी। बताइए दो वर्ष पहले दोनों की आयु क्या थी?