

**अध्याय 7**  
**एक चर राशि का एक घातीय समीकरण**  
**(Linear Equation in One Variable)**

$$ax + b = c$$

**हम पढ़ेंगे :**

- एक चर राशि वाले एक घातीय समीकरणों का हल
- समीकरणों का व्यावहारिक समस्याओं में अनुप्रयोग
- अंक गणित, क्षेत्रमिति पर आधारित प्रश्न

### 7.1 भूमिका (Introduction)

आप एक चर वाले रैखिक समीकरणों से परिचित हैं। ऐसे समीकरण का रूप  $ax + b = c$  के प्रकार का होता है, जहाँ  $a$ ,  $b$  और  $c$  संख्याएँ होती हैं।  $a \neq 0$  और  $x$  चर होता है। चर राशि  $x$  का ऐसा मान जो समीकरण को संतुष्ट करे, समीकरण का हल या मूल कहलाता है। आपने किसी समीकरण का हल करने के कुछ नियम भी सीखे थे, जिनके प्रयोग से एक चर वाले कुछ रैखिक समीकरणों को हल करना सीखा था। हमने ऐसे समीकरण पर विचार किया था, जिनके हल पूर्ण संख्याएँ थीं।

इस अध्याय में इन नियमों का विस्तार एक चर वाले रैखिक समीकरणों के हल के लिए किया जाएगा, जिनके हल परिमेय संख्याएँ भी हो सकती हैं। हम इन पर आधारित कुछ शाब्दिक समस्याओं को भी हल करेंगे। इससे पहले आइए समीकरणों और उनके हल का पुनरावलोकन करें।

### 7.2 पुनरावलोकन (Revision)

**समीकरण (equation) :** एक या अधिक अज्ञात तथा ज्ञात राशियों से युक्त किन्हीं दो बीजीय व्यंजकों की समता (equality) को अभिव्यक्त करने वाले कथन को समीकरण कहते हैं।

**उदाहरण :**  $2x + y = 0$ ,  $3x + 6 = 4$ ,  
 $5x - 3x^2 + 7 = 0$  समीकरण हैं।

**एक चर राशि वाला समीकरण (Equation in one variable) :** किसी समीकरण में एक ही चर राशि हो उसे एक चर राशि का समीकरण कहते हैं।

जैसे :  $2x + 5 = 0$ ,  $3y + 2 = \frac{y}{2}$ ,  $3t - 6 = 0$ ,  $x + \frac{1}{x} = 0$

### रैखिक समीकरण (Linear Equation)

यदि किसी समीकरण में प्रयुक्त चर की उच्चतम घात एक हो तो उसे रैखिक समीकरण कहते हैं।

जैसे :  $4x - 20 = 8$ ,  $\frac{3}{2}y + 7 = \frac{y}{2}$ ,  $\sqrt{2}t + 6\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

ध्यान दें कि  $x + \frac{1}{x} = 5$  रैखिक समीकरण नहीं है, क्योंकि इसे  $x^2 + 1 = 5x$  लिखा जा सकता है, जिसमें  $x$  की अधिकतम घात दो है।

**रैखिक समीकरण का हल (Solution of a linear equation)** यदि किसी रैखिक समीकरण में चर राशि  $x$  के स्थान पर कोई संख्या  $a$  प्रतिस्थापित करने पर समीकरण के दोनों पक्षों का मान समान रहता है, तब वह संख्या समीकरण का हल कहलाती है।

**समीकरण का हल ज्ञात करना (Solving an equation)** किसी समीकरण का हल ज्ञात करने के लिए उस समीकरण को ऐसे समतुल्य समीकरण में लिखते हैं जिसमें समता चिह्न के बाईं ओर केवल चर राशि हो और दाईं ओर अन्य अचर राशियां हों। इस प्रकार समता चिह्न के दाईं ओर प्राप्त राशि ही समीकरण का हल होती है। स्मरण करें कि समीकरण की उपरोक्त स्थिति प्राप्त करने के लिये निम्नलिखित नियम प्रयोग किये जाते हैं।

**समीकरण को हल करने के नियम (Rules for solving an equation)** समीकरण के समता चिह्न ( $=$ ) में कोई परिवर्तन नहीं आता, यदि हम

1. समीकरण के दोनों पक्षों में समान संख्या जोड़ते हैं।
2. समीकरण के दोनों पक्षों से समान संख्या घटाते हैं।
3. समीकरण के दोनों पक्षों को समान शून्येतर संख्या से गुणा करते हैं।
4. समीकरण के दोनों पक्षों को समान शून्येतर संख्या से भाग करते हैं।

इन नियमों का प्रयोग इस प्रकार किया जाता है कि अंत में समीकरण के एक पक्ष में केवल अज्ञात अथवा चर ही रह जाए। अब इन नियमों के प्रयोग से कुछ समीकरण हल करेंगे।

**उदाहरण 1.** हल कीजिए

(a)  $3x + 2 = 11$  (b)  $\frac{y}{3} - 7 = 11$ , (c)  $2x + 6 = x - 8$

**हल :**

(a)  $3x + 2 = 11$

या  $3x + 2 + (-2) = 11 + (-2)$  (दोनों पक्षों में से 2 घटाने पर

या  $3x = 9$

$$\text{या } \frac{1}{3} (3x) = \frac{1}{3} (9) \text{ (दोनों पक्षों में 3 का भाग देने पर)}$$

$$\text{या } x = 3$$

इस प्रकार  $x = 3$  अभीष्ट हल है।

$$\text{जाँच } x = 3 \text{ के लिए}$$

$$\text{बायां पक्ष } = 3 \times 3 + 2 = 9 + 2$$

$$= 11 = \text{दायां पक्ष}$$

$$(b) \quad \frac{y}{3} - 7 = 11$$

$$\text{या } \frac{y}{3} - 7 + (7) = 11 + (7) \text{ (दोनों पक्षों में 7 जोड़ने पर)}$$

$$\text{या } \frac{y}{3} = 18$$

$$\text{या } \frac{y}{3} \times 3 = 18 \times 3 \text{ (दोनों पक्षों को 3 से गुणा करने पर)}$$

$$\text{या } y = 54$$

$$(c) \quad 2x + 6 = x - 8$$

$$\text{या } 2x + 6 - 6 = x - 8 - 6 \text{ (दोनों पक्षों में से 6 घटाने पर)}$$

$$\text{या } 2x = x - 14$$

$$\text{या } 2x - x = x - 14 - x \text{ (दोनों पक्षों में से } x \text{ घटाने पर)}$$

$$\text{या } x = -14$$

अतः  $x = -14$  अभीष्ट हल है।

### प्रश्नावली 7.1

नियमों के प्रयोग से दिए गए समीकरण हल कीजिए

1.  $2x = 8$

6.  $7x + 20 = 62$

2.  $3x + 2 = 23$

7.  $3y + 4 = 1$

3.  $3y + 7 = 40$

8.  $5x + 9 = 2x + 21$

4.  $7x + 3 = 17$

9.  $6x + 2 = 3x - 4$

5.  $3x - 10 = 5$

10.  $3y + 7 = 2y - 7$

### 7.2.1 पक्षान्तरण (Transposition)

आप जानते हैं कि किसी समीकरण के दोनों ओर समान संख्या जोड़ने या घटाने पर समीकरण की समता पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता है। इसी कार्य को पदों का पक्षान्तरण करके भी किया जाता है।

किसी पद के चिह्न परिवर्तित कर उसे समीकरण के एक पक्ष से दूसरे पक्ष में ले जा सकते हैं। इस क्रिया को **पक्षान्तरण** कहते हैं।

आइए अब पदों का पक्षान्तरण कर कुछ समीकरणों को हल करें।

**उदाहरण 2.** हल ज्ञात कीजिए

$$(a) 5x + 3 = 18, \quad (b) \sqrt{3}y - 2 = 2\sqrt{3} + 4$$

**हल :**

$$(a) 5x + 3 = 18$$

$$\text{या } 5x = 18 - 3 \text{ (3 के पक्षान्तरण से)}$$

$$\text{या } 5x = 15$$

$$\text{या } x = \frac{15}{5} = 3 \text{ (5 से भाग देने पर)}$$

$$\text{या } x = 3 \quad \text{उत्तर}$$

$$(b) \sqrt{3}y - 2 = 2\sqrt{3} + 4$$

$$\text{या } \sqrt{3}y = 2\sqrt{3} + 4 + 2 \text{ (संख्या 2 के पक्षान्तरण से)}$$

$$\text{या } \sqrt{3}y = 2\sqrt{3} + 6$$

$$\text{या } y = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{6}{\sqrt{3}}$$

$$\text{या } y = 2 + 2\sqrt{3} \quad \text{उत्तर}$$

### प्रश्नावली 7.2

**पक्षान्तरण विधि से दिए गए रैखिक समीकरणों को हल कीजिए**

$$1. 3x + 2 = 23$$

$$6. 2y = 5(3 + y)$$

$$2. 5x - 7 = 18$$

$$7. 13x - 14 = 9x + 10$$

$$3. 3y + 10 = 28$$

$$8. 8y + 21 = 3y + 7$$

$$4. 4x - 7 = 2x + 3$$

$$9. \sqrt{3}x - 2 = 4 - 2\sqrt{3}x$$

$$5. 9z - 15 = 9 - 3z$$

$$10. 12x + 4 = 4x + 28.$$

### 7.3 रैखिक समीकरणों का व्यावहारिक समस्याओं में अनुप्रयोग (Applications of linear equations)

बहुत सी व्यावहारिक समस्याओं में ज्ञात और अज्ञात राशियों में कुछ संबंध आते हैं, जिन्हें गणितीय व्यंजकों में व्यक्त किया जा सकता है। दी गई समस्याओं के संगत समीकरण प्राप्त करने के बाद समस्या का हल हम केवल समीकरण को हल करके प्राप्त कर सकते हैं। ये समस्याएँ प्रायः शब्दों में कही जाती हैं। इस तरह की समस्याओं को हम शाब्दिक समस्याएँ (word problems) कहते हैं।

किसी शाब्दिक समस्या का हल दो भागों में किया जाता है। पहले भाग में समस्या को गणितीय रूप में व्यक्त करते हैं और समीकरण बनाते हैं, जबकि दूसरे भाग में समीकरण को हल करते हैं। समीकरण का यह हल शाब्दिक समस्या का हल देता है। समस्या के गणितीय रूप में लिखने के लिए निम्नलिखित चरण आते हैं।

चरण 1. समस्या को ध्यान से पढ़िए और लिख लीजिए

- (i) क्या दिया गया है और क्या ज्ञात करना है।
- (ii) अज्ञात राशि को किसी अक्षर जैसे  $x, y, z, u, v, w$  आदि से व्यक्त कीजिए।
- (iii) जहाँ तक संभव हो समस्या के कथनों को प्रत्येक चरण/प्रत्येक शब्द अनुसार, गणितीय कथनों में बदलिए।
- (iv) वह राशियाँ खोजिए जो बराबर हैं। इन राशियों के लिए उपयुक्त व्यंजक लिखकर समीकरण बनाइए।

जहाँ तक दूसरे भाग का संबंध है, आप पहले ही जानते हैं कि किसी समीकरण को कैसे हल किया जाता है। इस कक्षा में हम ऐसी समस्याओं पर विचार करेंगे जिनका गणितीय रूप रैखिक समीकरण होते हैं। आइए अब कुछ उदाहरण द्वारा समझें।

**उदाहरण 3.** एक संख्या के दुगुने में से 30 घटाने पर हमें 56 प्राप्त होता है। संख्या ज्ञात कीजिए।

**हल :** अज्ञात संख्या को  $x$  मानने पर प्रश्नानुसार

$$2x - 30 = 56$$

$$\text{या, } 2x = 56 + 30 \text{ (पक्षान्तरण से)}$$

$$\text{या, } 2x = 86$$

$$\text{या, } x = \frac{86}{2} = 43$$

अतः अभीष्ट संख्या 43 है। उत्तर

**अंकगणित पर आधारित प्रश्न**

**उदाहरण 4.** 100 को ऐसे दो भागों में विभक्त कीजिए कि पहला भाग दूसरे का चार गुना हो। दोनों भागों

को ज्ञात कीजिए।

**हल :**

माना कि पहला भाग =  $x$

दूसरा भाग =  $100 - x$

प्रश्नानुसार  $x = 4(100 - x)$

या  $x = 400 - 4x$

या  $x + 4x = 400$

या  $5x = 400$

या  $x = \frac{400}{5}$

या,  $x = 80$

पहला भाग = 80 तथा दूसरा भाग =  $100 - 80 = 20$

अतः 100 के अभीष्ट दो भाग 80 तथा 20 है। उत्तर

उपरोक्त समस्या के लिए समीकरण का निर्माण निम्न प्रकार से भी किया जा सकता है।

$$4 \times x = 100 - x$$

या  $4x + x = 100$

या  $5x = 100$

या  $x = \frac{100}{5} = 20$

$x = 20$

तथा भाग  $x = 20$ , तथा दूसरा भाग  $100 - x = 100 - 20 = 80$

**टिप्पणी :** उपरोक्त उदाहरण से यह स्पष्ट है कि समीकरण का निर्माण किसी भी प्रकार करें, हल दोनों दशाओं में समान रहता है।

**उदाहरण 5.** दो अंकों की किसी संख्या में दहाई का अंक इकाई के अंक का दुगना है। यदि अंकों को परस्पर बदल दें तो संख्या 18 कम हो जाती है। संख्या बताइए।

**हल :** माना इकाई का अंक  $x$  है।

दहाई का अंक =  $2x$

अतः संख्या =  $(2x \times 10) + x$   
=  $20x + x = 21x$

अंकों को परस्पर बदलने के पश्चात्

इकाई का अंक =  $2x$

दहाई का अंक =  $x$

अतः अब संख्या होगी =  $10x + 2x = 12x$

प्रश्नानुसार पहली संख्या बाद वाली से 18 अधिक है।

$$\therefore 21x - 12x = 18$$

$$\text{या } 9x = 18$$

$$\text{या } x = \frac{18}{9}$$

$$\text{या } x = 2$$

अतः इकाई की संख्या = 2

तथा दहाई की संख्या =  $2 \times 2 = 4$

अभीष्ट संख्या = 42 उत्तर

### उदाहरण 6.

रोहन तथा सोहन एक कार्य को 4 दिन में कर सकते हैं। इसी कार्य को रोहन अकेला 12 दिन में कर सकता है। बताइए कि सोहन अकेला इस कार्य को कितने दिनों में कर सकेगा।

### हल :

माना रोहन इस कार्य को करने में  $x$  दिन लगाता है। क्योंकि रोहन यह कार्य 12 दिन में कर सकता है। अतः सोहन द्वारा 1 दिन में सम्पूर्ण कार्य  $\frac{1}{12}$  वां भाग किया जाएगा। इस प्रकार

सोहन द्वारा 1 दिन में सम्पूर्ण कार्य का  $\frac{1}{x}$  वां भाग किया जाएगा।

इस प्रकार रोहन एवं सोहन द्वारा 1 दिन में किया गया कार्य

$$= \frac{1}{12} + \frac{1}{x} \text{ ----- (1)}$$

प्रश्नानुसार दोनों मिलकर यह कार्य 4 दिन में कर सकते हैं।

$$\text{अतः दोनों द्वारा 1 दिन में किया गया कार्य} = \frac{1}{4} \text{ ----- (2)}$$

$$(1) \text{ व } (2) \text{ से } \frac{1}{12} + \frac{1}{x} = \frac{1}{4}$$

$$\text{या } \frac{1}{x} = \frac{1}{4} - \frac{1}{12}$$

$$\text{या } \frac{1}{x} = \frac{3-1}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

$$\text{या } x = 6$$

अतः सोहन यह कार्य 6 दिन में सम्पन्न कर सकता है।

### क्षेत्रमिति पर आधारित प्रश्न

**उदाहरण 7.** एक भू-खंड का परिमाण 40 मीटर है। भू-खंड की लम्बाई चौड़ाई से 4 मीटर अधिक है, तो इसकी लम्बाई एवं चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

**हल :**

माना भू-खंड की चौड़ाई  $x$  मीटर है

इसलिए प्रश्नानुसार भू-खंड की लम्बाई  $= (x+4)$  मी.

हम जानते हैं कि परिमाप  $= 2$  (लंबाई + चौड़ाई)

$$\text{अतः } 40 = 2 [(x + 4) + x]$$

$$\text{या } 40 = 2 [(2x + 4)]$$

$$\text{या } 40 = 4x + 8$$

$$\text{या } 4x = 40 - 8$$

$$\text{या } x = \frac{32}{4} = 8$$

अर्थात् भू-खंड की चौड़ाई  $= 8$  मीटर

तथा भू-खंड की लम्बाई  $= 8 + 4 = 12$  मीटर, उत्तर

### प्रश्नावली 7.3

1. एक संख्या में 10 जोड़ने पर वह 26 के बराबर हो जाती है तो वह संख्या ज्ञात कीजिए।
2. किसी संख्या में 5 का भाग देकर 6 जोड़ा जाये तो वह 15 के बराबर हो जाती है तो संख्या बताइए।
3. एक संख्या के दुगुने में से 9 घटाने पर परिणाम 67 आता है। संख्या ज्ञात कीजिए।
4. दो संख्याओं का योगफल 50 है, यदि उनमें से एक संख्या दूसरी संख्या की  $\frac{2}{3}$  गुनी हो, तो दोनों संख्याएँ ज्ञात कीजिए।
5. दो अंकों वाली एक संख्या के अंकों का योग 9 है। अंकों का परस्पर क्रम बदलने पर प्राप्त संख्या दी गई संख्या से 27 अधिक है। वह संख्या ज्ञात कीजिए।
6. एक संख्या दो अंकों की बनी है दहाई का अंक इकाई के अंक से दुगना है यदि अंकों को बदल दिया जाए तो नई संख्या मूल संख्या से 27 कम होगी। मूल संख्या ज्ञात कीजिए।
7. एक संख्या दो अंकों से बनी है, जिसमें दहाई का अंक इकाई के अंक से 6 अधिक है। संख्या स्वयं में ही अंकों के योग का 10 गुनी है। संख्या ज्ञात कीजिए।
8. एक संख्या दो अंकों से बनी है। दहाई का अंक इकाई के अंक से 3 अधिक है और संख्या स्वयं अंकों के योगफल की सात गुनी है। संख्या ज्ञात कीजिए।
9. एक संख्या को इसके दो-तिहाई भाग में जोड़ने से योग 35 आता है। संख्या बताइए।
10. 64 को इस प्रकार दो भागों में बाँटिए कि एक भाग-दूसरे का तीन गुना हो।
11. एक आयत की लम्बाई उसकी चौड़ाई से 5 सेमी अधिक है। यदि आयत की परिमाप 40 सेमी है, तो आयताकार क्षेत्र की लम्बाई और चौड़ाई ज्ञात कीजिए।



12. एक समद्विबाहु त्रिभुज में बराबर भुजाओं में से प्रत्येक आधार से 4 सेमी अधिक है। यदि त्रिभुज का परिमाप 29 सेमी हो तो त्रिभुज की भुजाओं की लम्बाई ज्ञात कीजिए।
13. एक आयताकार क्षेत्र की लम्बाई उसकी चौड़ाई की दुगुनी है। यदि क्षेत्र का परिमाप 1500 मीटर है तो इसकी लम्बाई और चौड़ाई ज्ञात कीजिए।
14. एक आयताकार क्षेत्र का परिमाप 100 मीटर है। यदि क्षेत्र की लम्बाई 2 मीटर कम कर दी जाए और चौड़ाई 3 मीटर अधिक कर दी जाए तो क्षेत्र का क्षेत्रफल 44 वर्गमीटर बढ़ जाता है। क्षेत्र के लम्बाई  $x$  चौड़ाई ज्ञात कीजिए।
15. एक त्रिभुज के तीनों कोण 2:3:5 में है। त्रिभुज के कोण ज्ञात कीजिए।
16. 300 को ऐसे दो भागों में बाँटिए कि एक भाग का आधा दूसरे भाग से 48 कम हो।
17. 243 रुपए को तीन ऐसे भागों में बाँटिए कि पहले भाग का आधा, दूसरे भाग का तिहाई और तीसरे भाग का चौथाई, परस्पर बराबर हो।
18. एक मनुष्य ने अपनी वसीयत में अपनी संपत्ति का आधा भाग अपनी पत्नी के लिए, एक तिहाई भाग अपने लड़की के लिए और शेष अपनी लड़के के लिए छोड़ा। यदि लड़के का भाग 15000 रु. हो, तो बताइए कि वह कितनी संपत्ति छोड़ गया था। उसकी पत्नी को कुल क्या मिला? उसके लड़की को कुल क्या मिला?
19. त्रिभुज ABC का कोण A शेष दोनों कोणों के योग के बराबर है और कोण B तथा कोण C में 4:5 का अनुपात है। तीनों कोणों के माप ज्ञात कीजिए।
20. एक समलंब चतुर्भुज की समांतर भुजाओं की लम्बाई क्रमशः 56 सेमी और 40 सेमी तथा अन्य भुजाओं की लंबाई 28 से.मी और 30 सेमी है। समलंब चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
21. किसी कार्य को हिना और सीमा 8 दिन में करती है। हिना अकेले उसे 12 दिन में कर सकती है। तो बताइए सीमा अकेले कितने दिनों में करेगी?

### याद रखने योग्य बातें

- रैखिक समीकरणों का रूप  $ax+b=c$  के प्रकार का होता है। यहाँ  $a \neq 0$
- यदि किसी समीकरण में प्रयुक्त चर की उच्चतम घात एक हो, तो उसे रैखिक समीकरण कहते हैं।