ਪਾਠ-4

ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਗਤੀ

(MOTION IN A PLANE)

4.1 ਭੂਮਿਕਾ
4.2 ਅਦਿਸ਼ ਅਤੇ ਸਦਿਸ਼
4.3 ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੀ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ
4.4 ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਉ (ਗ੍ਰਾਫ਼ੀ ਵਿਧੀ)
4.5 ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦਾ ਵਿਯੋਜਨ
4.6 ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦਾ ਜੋੜ : ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣਾਤਮਕ ਵਿਧੀ
4.7 ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਗਤੀ
4.8 ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀ
4.9 ਦੋ ਵਿਮਾਂ ਵਿੱਚ ਸਾਪੇਖੀ ਵੇਗ
4.10 ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਗਤੀ
4.11 ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ

ਸਾਰ
ਵਿਚਾਰਨਯੋਗ ਵਿਸ਼ੇ
ਅਭਿਆਸ
ਵਾਧੂ ਅਭਿਆਸ

4.1 ਭੂਮਿਕਾ (INTRODUCTION)

ਪਿਛਲੇ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਸਥਿਤੀ, ਵਿਸਥਾਪਨ, ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀਆਂ ਧਾਰਨਾਵਾਂ ਨੂੰ ਵਿਕਸਿਤ ਕੀਤਾ ਸੀ, ਜਿਹਨਾਂ ਦੀ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਰਲ ਰੇਖੀ ਗਤੀ ਦਾ ਵਰਨਣ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਲੋੜ ਪੈਂਦੀ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਇੱਕ ਵਿਮੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ ਦੋ ਹੀ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਸੰਭਵ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ ਇਹਨਾਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਦਿਸ਼ਾਤਮਕ ਪੱਖ ਨੂੰ + ਅਤੇ – ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ ਨਾਲ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਪਰੰਤੂ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਵਸਤੂਆਂ ਦੀ ਗਤੀ ਦਾ ਦੋ ਵਿਮੀ (ਇੱਕ ਸਮਤਲ) ਜਾਂ ਤਿੰਨ ਵਿਮੀ (ਸਪੇਸ) ਵਰਨਣ ਕਰਨਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ, ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਉਪਰੋਕਤ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੀ ਲੋੜ ਪੈਂਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੀ ਭਾਸ਼ਾ (ਭਾਵ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਗੁਣਾਂ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਵਰਤੋਂ ਵਿੱਚ ਲਿਆਉਣ ਦੀਆਂ ਵਿਧੀਆਂ) ਸਿੱਖਾਂਗੇ। ਸਦਿਸ਼ ਕੀ ਹੈ ? ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਜੋੜਿਆ, ਘਟਾਇਆ ਜਾਂ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ? ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਕੀ ਨਤੀਜਾ ਮਿਲੇਗਾ ? ਇਹ ਸਾਰੇ ਅਸੀਂ ਇਸ ਲਈ ਸਿੱਖਾਂਗੇ ਜਿਸ ਨਾਲ ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਦੇ ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰ ਸਕੀਏ। ਇਸਦੇ ਬਾਅਦ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤੀ ਤੇ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ। ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਦੇ ਸਰਲ ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਇੱਕ- ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗਿਤ ਗਤੀ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰਾਂਗੇ ਅਤੇ ਇੱਕ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਵਿਸਤਾਰ ਨਾਲ ਪੜ੍ਹਾਂਗੇ। ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜਾਣੂੰ ਹਾਂ ਜਿਸਦਾ ਸਾਡੇ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਮਹੱਤਵ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ ਦੀ ਕੁਝ ਵਿਸਤਾਰ ਨਾਲ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ।

ਅਸੀਂ ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਜਿਹੜੇ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਾਂਗੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸੌਖਿਆਂ ਤਿੰਨ ਵਿਮੀ ਗਤੀ ਦੇ ਲਈ ਵਿਸਤਾਰ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

4.2 ਅਦਿਸ਼ ਅਤੇ ਸਦਿਸ਼ (SCALAR AND VECTOR)

ਅਸੀਂ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦਾ ਅਦਿਸ਼ਾਂ (Scalars) ਅਤੇ ਸਦਿਸ਼ਾਂ (Vectors) ਵਿੱਚ ਵਰਗੀਕਰਨ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਦੋਵਾਂ ਵਿੱਚ ਮੂਲ ਅੰਤਰ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਸਦਿਸ਼ ਦੇ ਨਾਲ **ਦਿਸ਼ਾ (direction)** ਨੂੰ ਸੰਬੰਧਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਉੱਥੇ ਅਦਿਸ਼ ਦੇ ਨਾਲ ਅਜਿਹਾ ਨਹੀਂ ਕਰਦੇ। ਇੱਕ ਅਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀ ਉਹ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ ਮਿਕਦਾਰ (ਮਾਤਰਾ ਜਾਂ ਪਰਿਮਾਣ magnitude) ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਢੁੱਕਵੇਂ ਮਾਤਰਕ ਦੁਆਰਾ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸਦੇ ਉਦਾਹਰਨ ਹਨ : ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਵਿਚਲੀ ਦੂਰੀ, ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਪੁੰਜ, ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਤਾਪਮਾਨ ਅਤੇ ਉਹ ਸਮਾਂ ਜਿਸ ਤੇ ਕੋਈ ਘਟਨਾ ਘੱਟਦੀ ਹੈ। ਅਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਜੋੜ

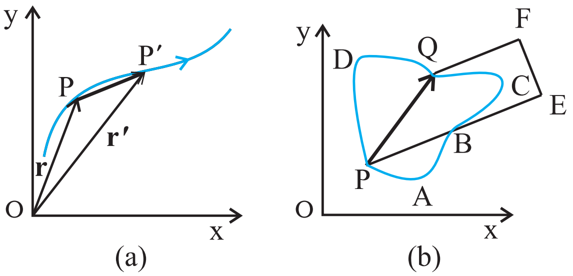
ਵਿੱਚ ਉਹੀ ਨਿਯਮ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜੋ ਸਧਾਰਨ ਬੀਜ ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ। ਅਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਠੀਕ ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜੋੜ ਸਕਦੇ ਹਾਂ, ਘਟਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ, ਗੁਣਾ ਜਾਂ ਭਾਗ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਆਮ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਨਾਲ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਲਈ, ਜੇ ਕਿਸੇ ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 1.0 m ਅਤੇ 0.5 m ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਦਾ ਘੇਰਾ ਚਾਰੇ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ, 1.0 m + 0.5 m + 1.0 m + 0.5 m = 3.0 m ਹੋਵੇਗਾ। ਹਰ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਇੱਕ ਅਦਿਸ਼ ਹੈ ਅਤੇ ਘੇਰਾ ਵੀ ਇੱਕ ਅਦਿਸ਼ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਇੱਕ-ਦੂਜੇ ਉਦਾਹਰਨ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਾਂਗੇ, ਜੇ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਦਿਨ ਦਾ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਅਤੇ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਤਾਪਮਾਨ 35.6 °C ਅਤੇ 24.2 °C ਹੈ ਤਾਂ ਇਹਨਾਂ ਦੋਨਾਂ ਦਾ ਅੰਤਰ 11.4 °C ਹੋਵੇਗਾ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜੇ ਐਲੂਮੀਨੀਅਮ ਦੇ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਠੋਸ ਘਣ ਦੀ ਭੁਜਾ 10 cm ਹੈ ਅਤੇ ਉਸਦਾ ਪੁੰਜ 2.7 kg ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਦਾ ਆਇਤਨ $10^{-3} m^3$ (ਇੱਕ ਅਦਿਸ਼) ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ ਘਣਤਾ 2.7×10^3 kg m^{-3} ਵੀ ਇੱਕ ਅਦਿਸ਼ ਹੈ।

ਇੱਕ **ਸਦਿਸ਼** ਰਾਸ਼ੀ ਉਹ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਦੋਵੇਂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਉਹ **ਜੋੜ ਸੰਬੰਧੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਨਿਯਮ ਜਾਂ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਜੋੜ ਸੰਬੰਧੀ ਨਿਯਮ ਦਾ ਪਾਲਨ ਕਰਦੀ ਹੈ।** ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਨੂੰ ਉਸਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕੁਝ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਉਹ ਹਨ ਵਿਸਥਾਪਨ, ਵੇਗ, ਪ੍ਰਵੇਗ ਅਤੇ ਬਲ।

ਸਦਿਸ਼ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਇਸ ਪੁਸਤਕ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਮੋਟੇ ਅੱਖਰਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਾਂਗੇ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਵੇਗ ਸਦਿਸ਼ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ $\boldsymbol{v}$ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਾਂਗੇ ਪਰ ਹੱਥ ਨਾਲ ਲਿਖਦੇ ਸਮੇਂ ਕਿਉਂਕਿ ਮੋਟੇ ਅੱਖਰਾਂ ਦਾ ਲਿਖਣਾ ਥੋੜ੍ਹਾ ਮੁਸ਼ਕਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਨੂੰ ਅੱਖਰ ਦੇ ਉੱਪਰ ਤੀਰ ਲਗਾ ਕੇ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ, ਜਿਵੇਂ $\vec{v}$ । ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ $\boldsymbol{v}$ ਅਤੇ $\vec{v}$ ਦੋਨੋਂ ਹੀ ਵੇਗ ਸਦਿਸ਼ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਨੂੰ ਅਕਸਰ ਅਸੀਂ ਉਸਦਾ 'ਪਰਮ ਮਾਨ' ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਉਸ ਨੂੰ $|\boldsymbol{v}|$ ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਮੋਟੇ ਅੱਖਰ ਜਿਵੇਂ **A** ਜਾਂ $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{r}, ... \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}$ ਨਾਲ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਜਦੋਂ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣਾਂ ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਅਸੀਂ A ਜਾਂ $a, p, q, r, ... x, y$ ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ।

4.2.1 ਸਥਿਤੀ ਅਤੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਸਦਿਸ਼ (Position and Displacement Vector)

ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਅਸੀਂ ਸਹੂਲਤ ਅਨੁਸਾਰ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ O ਨੂੰ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਚੁਣਦੇ ਹਾਂ। ਕਲਪਨਾ ਕਰੋ ਕਿ ਦੋ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਮਿਆਂ t ਅਤੇ t' ਤੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਕ੍ਰਮਵਾਰ P ਅਤੇ P′ ਹੈ। [ਚਿੱਤਰ 4.1 (a)] ਅਸੀਂ P ਨੂੰ O ਤੋਂ ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਨਾਲ ਜੋੜ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ **OP** ਸਮੇਂ t ਤੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼ ਹੋਵੇਗੀ। ਇਸ ਰੇਖਾ ਦੇ ਸਿਰੇ ਤੇ ਇੱਕ ਤੀਰ ਦਾ ਨਿਸ਼ਾਨ ਲਗਾ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਚਿੰਨ੍ਹ (ਮੰਨ ਲਉ) $\boldsymbol{r}$ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਭਾਵ **OP** = $\boldsymbol{r}$ । ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਬਿੰਦੂ P′ ਨੂੰ ਇੱਕ ਦੂਸਰੀ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼ **OP′** ਮਤਲਬ $\boldsymbol{r}'$ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸਦਿਸ਼ $\boldsymbol{r}$ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਉਸਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਸਦਿਸ਼ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਉਹ ਹੋਵੇਗੀ ਜਿਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ P (ਬਿੰਦੂ O ਤੋਂ ਦੇਖਣ ਤੇ) ਸਥਿਤ ਹੋਵੇਗਾ। ਜੇ ਵਸਤੂ P ਤੋਂ ਚੱਲ ਕੇ P′ ਤੱਕ ਪੁੱਜ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਸਦਿਸ਼ **PP′** (ਜਿਸਦੀ ਪੂਛਲ P ਅਤੇ ਸਿਰਾ P′ ਤੇ ਹੈ) ਬਿੰਦੂ P (ਸਮਾਂ t) ਤੋਂ **P′** (ਸਮਾਂ t') ਤੱਕ ਗਤੀ ਦੇ ਸੰਗਤ **ਵਿਸਥਾਪਨ ਸਦਿਸ਼** ਕਹਿਲਾਉਂਦਾ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 4.1 (a) ਸਥਿਤੀ ਅਤੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਵੈਕਟਰ
(b) ਵਿਸਥਾਪਨ ਵੈਕਟਰ **PQ** ਅਤੇ ਗਤੀ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਰਸਤੇ

ਇੱਥੇ ਇਹ ਗੱਲ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਹੈ ਕਿ 'ਵਿਸਥਾਪਨ ਸਦਿਸ਼' ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਵਸਤੂ ਦੀ ਅੰਤਿਮ ਸਥਿਤੀ ਨੂੰ ਉਸਦੀ ਅਰੰਭਿਕ ਸਥਿਤੀ ਨਾਲ ਜੋੜਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਉਸ ਵਾਸਤਵਿਕ ਰਸਤੇ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ ਜੋ ਵਸਤੂ ਦੁਆਰਾ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਵਿੱਚਕਾਰ ਚਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 4.1(b) ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ, ਅਰੰਭਿਕ ਸਥਿਤੀ P ਅਤੇ ਅੰਤਿਮ ਸਥਿਤੀ Q ਦੇ ਵਿੱਚਕਾਰ ਵਿਸਥਾਪਨ ਸਦਿਸ਼ **PQ** ਜਦੋਂ ਕਿ ਉਹੀ ਹੈ ਪਰ ਦੋਨਾਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਤੈਅ ਕੀਤੀਆਂ ਗਈਆਂ ਦੂਰੀਆਂ ਜਿਵੇਂ PABCQ, PDQ ਅਤੇ PBEFQ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹਨ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, **ਕੋਈ ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਵਿਸਥਾਪਨ ਸਦਿਸ਼ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਜਾਂ ਤਾਂ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਵਸਤੂ ਦੀ ਪਥ ਲੰਬਾਈ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਉਸਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।** ਪਿਛਲੇ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਵੀ ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਵਸਤੂ ਦੇ ਲਈ ਇਸ ਤੱਥ ਨੂੰ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮਝਾਇਆ ਗਿਆ ਸੀ।

* ਸਿਰਫ਼ ਬਰਾਬਰ ਮਾਤਰਕ ਵਾਲੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦਾ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਉਣਾ ਸਾਰਥਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਭਿੰਨ ਮਾਤਰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਅਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਜਾਂ ਭਾਗ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ।

4.2.2 ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੀ ਬਰਾਬਰੀ (Equality of vectors)

ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ **A** ਅਤੇ **B** ਨੂੰ ਸਿਰਫ਼ ਉਦੋਂ ਹੀ ਬਰਾਬਰ ਕਿਹਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਜਦੋਂ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ।**

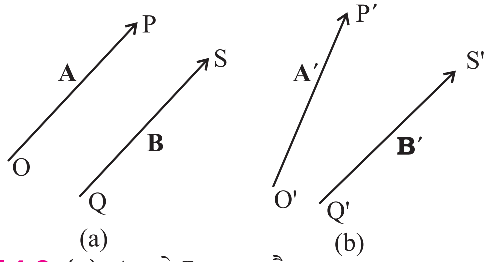
ਚਿੱਤਰ 4.2(a) ਵਿੱਚ ਦੋ ਬਰਾਬਰ ਸਦਿਸ਼ਾਂ **A** ਅਤੇ **B** ਨੂੰ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ਦੀ ਪਰਖ ਸੌਖਿਆਂ ਹੀ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। **B** ਨੂੰ ਆਪਣੇ ਆਪ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਖਿਸਕਾਓ ਤਾਂਕਿ ਉਸਦੀ ਪੂਛਲ Q ਸਦਿਸ਼ **A** ਦੀ ਪੂਛਲ O ਦੇ ਨਾਲ ਮੇਲ ਖਾਂਦੀ ਹੋਵੇ। ਫਿਰ ਕਿਉਂਕਿ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਸਿਰੇ S ਅਤੇ P ਵੀ ਮੇਲ ਖਾਂਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਦੋਨੋਂ ਸਦਿਸ਼ ਬਰਾਬਰ ਕਹਾਉਣਗੇ। ਆਮ ਕਰਕੇ ਇਸ ਸਮਾਨਤਾ ਨੂੰ **A** = **B** ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਗੱਲ ਵੱਲ ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 4.2(b) ਵਿੱਚ ਜਦੋਂ ਕਿ ਸਦਿਸ਼ਾਂ **A′** ਅਤੇ **B′** ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਬਰਾਬਰ ਹਨ ਫਿਰ ਵੀ ਦੋਨੋਂ ਸਦਿਸ਼ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹਨ ਕਿਉਂਕਿ ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹਨ। **B′** ਨੂੰ ਉਸਦੇ ਹੀ ਸਮਾਂਤਰ ਖਿਸਕਾਓ ਜਿਸ ਨਾਲ ਉਸਦੀ ਪੂਛਲ Q′, **A′** ਦੀ ਪੂਛਲ O′ ਨਾਲ ਮੇਲ ਖਾਂਦੀ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਵੀ B′ ਦਾ ਸਿਰਾ S′, **A′** ਦੇ ਸਿਰੇ P′ ਨਾਲ ਮੇਲ ਨਹੀਂ ਖਾਵੇਗਾ।

4.3 ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੀ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ (MULTIPLICATION OF VECTORS BY REAL NUMBERS)

ਜੇ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ **A** ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆ λ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਹੀ ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਸਦਿਸ਼ **A** ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦਾ λ ਗੁਣਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਜਿਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਉਹੀ ਹੈ ਜੋ **A** ਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਗੁਣਨਫਲ ਨੂੰ ਅਸੀਂ $\lambda\mathbf{A}$ ਨਾਲ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ।

$$|\lambda\mathbf{A}| = \lambda|\mathbf{A}| \text{ ਜੇ } \lambda > 0$$

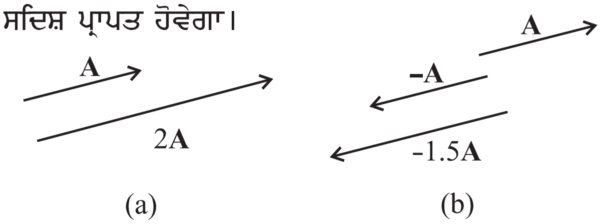
ਉਦਾਹਰਨ : ਜੇ **A** ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਪਰਿਣਾਮੀ ਸਦਿਸ਼ 2**A** ਹੋਵੇਗਾ (ਚਿੱਤਰ 4.3 a) ਜਿਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ **A** ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਹੋਵੇਗੀ ਅਤੇ ਪਰਿਮਾਣ $|\mathbf{A}|$ ਦਾ ਦੋ ਗੁਣਾ ਹੋਵੇਗਾ। ਸਦਿਸ਼ **A** ਨੂੰ ਜੇ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆ λ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਸਦਿਸ਼ $\lambda\mathbf{A}$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ **A** ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਦੇ ਉਲਟ ਹੈ ਅਤੇ ਜਿਸਦਾ ਪਰਿਮਾਣ $|\mathbf{A}|$ ਦਾ $-\lambda$ ਗੁਣਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 4.2 (a) **A** ਅਤੇ **B** ਬਰਾਬਰ ਵੈਕਟਰ
(b) ਸਦਿਸ਼ **A′**, **B′** ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹਨ ਭਾਵੇਂ ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਬਰਾਬਰ ਹਨ।

ਜੇ ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼ **A** ਨੂੰ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ – 1 ਅਤੇ – 1.5 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਪਰਿਣਾਮੀ ਸਦਿਸ਼ ਚਿੱਤਰ 4.3 (b) ਵਰਗੇ ਹੋਣਗੇ।

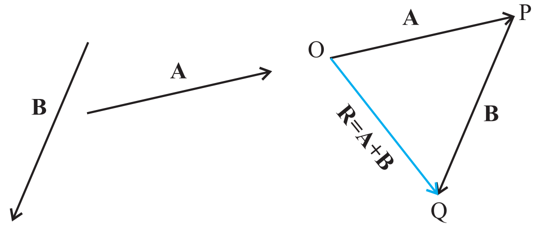
ਭੌਤਿਕੀ ਵਿੱਚ ਜਿਸ ਘਟਕ λ ਦੁਆਰਾ ਸਦਿਸ਼ **A** ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਉਹ ਕੋਈ ਅਦਿਸ਼ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦੀਆਂ ਖੁਦ ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ $\lambda\mathbf{A}$ ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਂ λ ਅਤੇ **A** ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣਗੀਆਂ। ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ, ਜੇ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਸਥਿਰ ਵੇਗ ਸਦਿਸ਼ ਨੂੰ ਕਿਸੇ (ਸਮਾਂ) ਅੰਤਰਾਲ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਵਿਸਥਾਪਨ ਸਦਿਸ਼ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗਾ।



ਚਿੱਤਰ 4.3 ਸਦਿਸ਼ **A** ਅਤੇ ਉਸਨੂੰ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆ ਦੋ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਤੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਪਰਿਣਾਮੀ ਸਦਿਸ਼, (b) ਸਦਿਸ਼ **A** ਅਤੇ ਉਸਨੂੰ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ –1 ਅਤੇ –1.5 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਤੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਪਰਿਣਾਮੀ ਸਦਿਸ਼

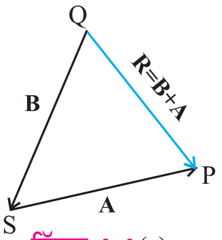
4.4 ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਉ : ਗ੍ਰਾਫ਼ੀ ਵਿਧੀ (ADDITION AND SUBTRACTION OF VECTOR GRAPHICAL METHOD)

ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਭਾਗ 4.2 ਵਿੱਚ ਦੱਸਿਆ ਜਾ ਚੁੱਕਾ ਹੈ ਕਿ ਸਦਿਸ਼ ਜੋੜ ਦੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨਿਯਮ ਜਾਂ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਨਿਯਮ ਦਾ ਪਾਲਨ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ੀ ਵਿਧੀ ਦੁਆਰਾ ਜੋੜ ਦੇ ਇਸ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਸਮਝਾਂਗੇ। ਅਸੀਂ ਚਿੱਤਰ 4.4(a) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ **A** ਅਤੇ **B** ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਹਨਾਂ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਵਾਲੇ ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤੀ ਹਨ। ਜੋੜ **A** + **B** ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਚਿੱਤਰ 4.4 (b) ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਅਸੀਂ ਸਦਿਸ਼ **B** ਨੂੰ ਇਸ

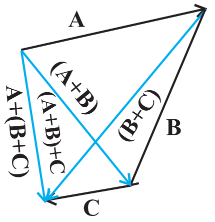


ਚਿੱਤਰ 4.4 (a) ਚਿੱਤਰ 4.4 (b)

** ਸਾਡੇ ਅਧਿਐਨ ਵਿੱਚ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਜਦੋਂ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਨੂੰ ਆਪਣੇ ਆਪ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਵਿਸਥਾਪਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਦਿਸ਼ ਅਪਰਿਵਰਤਿਤ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਅਸੀਂ 'ਮੁਕਤ ਸਦਿਸ਼' ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਹਾਲਾਂਕਿ ਕੁਝ ਭੌਤਿਕ ਉਪਯੋਗਾਂ ਵਿੱਚ ਸਦਿਸ਼ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਜਾਂ ਉਸਦੀ ਕਿਰਿਆ ਰੇਖਾ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਅਜਿਹੇ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਅਸੀਂ 'ਸਥਾਨਕ ਸਦਿਸ਼' (localised vector) ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ।



ਚਿੱਤਰ **4.4** (c)



ਚਿੱਤਰ **4.4** (d)

ਚਿੱਤਰ **4.4** (a) ਸਦਿਸ਼ **A** ਅਤੇ **B**, (b) ਸਦਿਸ਼ਾਂ **A** ਅਤੇ **B** ਨੂੰ ਗ੍ਰਾਫ਼ੀ ਵਿਧੀ ਦੁਆਰਾ ਜੋੜਨਾ, (c) ਸਦਿਸ਼ਾਂ **B** ਅਤੇ **A** ਨੂੰ ਗ੍ਰਾਫ਼ੀ ਵਿਧੀ ਦੁਆਰਾ ਜੋੜਨਾ, (d) ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਸਹਿਚਾਰੀ ਨਿਯਮ ਦਾ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਣ।

ਤਰ੍ਹਾਂ ਰੱਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਉਸਦੀ ਪੂਛਲ ਸਦਿਸ਼ **A** ਦੇ ਸਿਰੇ ਤੇ ਹੋਣ। ਫਿਰ ਅਸੀਂ **A** ਦੀ ਪੂਛਲ ਨੂੰ **B** ਦੇ ਸਿਰੇ ਨਾਲ ਜੋੜ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਇਹ ਰੇਖਾ OQ ਪਰਿਣਾਮੀ ਸਦਿਸ਼ **R** ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ ਜੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ **A** ਅਤੇ **B** ਦਾ ਜੋੜ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਜੋੜਨ ਦੀ ਇਸ ਵਿਧੀ ਵਿੱਚ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਦੇ ਸਿਰੇ ਨੂੰ ਦੂਸਰੇ ਦੀ ਪੂਛਲ ਨਾਲ ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ, ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਗ੍ਰਾਫ਼ੀ ਵਿਧੀ ਨੂੰ **ਸਿਰ ਤੇ ਪੂਛਲ ਵਿਧੀ** ਦੇ ਨਾਮ ਨਾਲ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਦੋਨੋਂ ਸਦਿਸ਼ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਪਰਿਣਾਮੀ ਸਦਿਸ਼ ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨ ਭੁਜਾਵਾਂ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਵਿਧੀ ਨੂੰ **ਸਦਿਸ਼ ਯੋਗ ਦੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨਿਯਮ ਵੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ**। ਜੇ ਅਸੀਂ **B** + **A** ਦਾ ਪਰਿਣਾਮੀ ਸਦਿਸ਼ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਵੀ ਸਾਨੂੰ ਉਹੀ ਸਦਿਸ਼ **R** ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ [ਚਿੱਤਰ 4.4(c)]। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 'ਕ੍ਰਮ ਪਰਿਵਰਤਨ' (commutative) (ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਜੋੜਨ ਵਿੱਚ ਜੇ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਬਦਲ ਦੇਈਏ ਤਾਂ ਵੀ ਪਰਿਣਾਮੀ ਸਦਿਸ਼ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦਾ) ਨਿਯਮ ਦੀ ਪਾਲਨਾ ਕਰਦਾ ਹੈ।

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A} \qquad (4.1)$$

ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਸਹਿਚਾਰੀ ਨਿਯਮ (associative law) ਦਾ ਵੀ ਪਾਲਨ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 4.4 (d) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਸਦਿਸ਼ਾਂ **A** ਅਤੇ **B** ਨੂੰ ਪਹਿਲਾਂ ਜੋੜ ਕੇ ਅਤੇ ਫਿਰ ਸਦਿਸ਼ **C** ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਤੇ ਜੋ ਪਰਿਣਾਮ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਉਹ ਉਹੀ ਹੈ ਜੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ **B** ਅਤੇ **C** ਨੂੰ ਪਹਿਲਾਂ ਜੋੜ ਕੇ ਅਤੇ ਫਿਰ **A** ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਤੇ ਮਿਲਦਾ ਹੈ, ਭਾਵ

$$(\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C} = \mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C}) \qquad (4.2)$$

ਦੋ ਸਮਾਨ ਅਤੇ ਉਲਟ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਤੇ ਕੀ ਪਰਿਣਾਮ ਮਿਲਦਾ ਹੈ ? ਅਸੀਂ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ **A** ਅਤੇ – **A** ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ 4.3(b) ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਹੈ, ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ **A** + (–**A**) ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਉਹੀ ਹੈ ਪਰ ਦਿਸ਼ਾ ਉਲਟ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਪਰਿਣਾਮੀ ਸਦਿਸ਼ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ **O** ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

$$\mathbf{A} - \mathbf{A} = \mathbf{0}, |\mathbf{O}| = 0 \qquad (4.3)$$

0 ਨੂੰ ਅਸੀਂ **ਜ਼ੀਰੋ ਸਦਿਸ਼** ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਕਿਉਂਕਿ ਜ਼ੀਰੋ ਸਦਿਸ਼ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਜ਼ੀਰੋ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਦਾ ਨਿਰਧਾਰਨ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ **A** ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਜ਼ੀਰੋ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਵੀ ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਹੀ ਮਿਲੇਗਾ ਪਰ ਉਸਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇਗਾ। **0** ਸਦਿਸ਼ ਦੇ ਮੁੱਖ ਗੁਣ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਹਨ–

$$\mathbf{A} + \mathbf{0} = \mathbf{A}$$
$$\lambda.\mathbf{0} = \mathbf{0}$$
$$0.\mathbf{A} = \mathbf{0} \qquad ...(4.4)$$

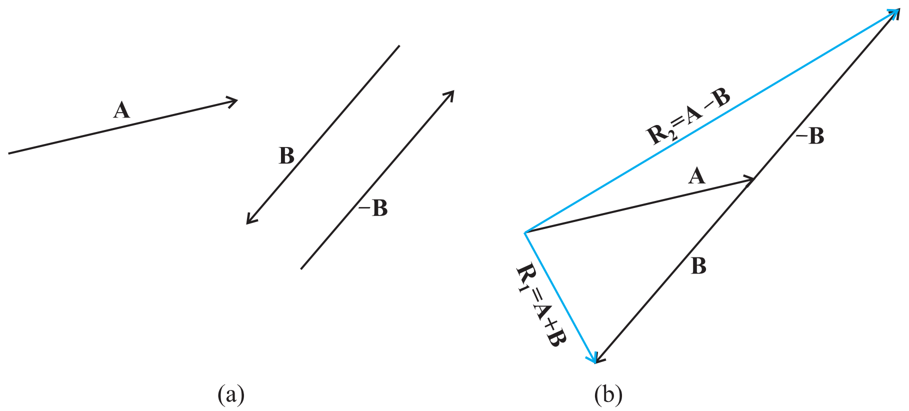
ਜ਼ੀਰੋ ਸਦਿਸ਼ ਦਾ ਭੌਤਿਕ ਅਰਥ ਕੀ ਹੈ ? ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 4.1(a) ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤੀ ਅਤੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਕਿਸੇ ਛਿਣ t ਤੇ ਕੋਈ ਵਸਤੂ P ਤੇ ਹੈ। ਉਹ P′ ਤੱਕ ਜਾ ਕੇ ਮੁੜ P ਤੇ ਵਾਪਸ ਆ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵਿਸਥਾਪਨ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ? ਕਿਉਂਕਿ ਅਰੰਭਿਕ ਅਤੇ ਅੰਤਿਮ ਸਥਿਤੀਆਂ ਮੇਲ ਖਾਂਦੀਆਂ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ ਵਿਸਥਾਪਨ "ਜ਼ੀਰੋ ਸਦਿਸ਼" ਹੋਵੇਗਾ।

ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦਾ ਘਟਾਓ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ **A** ਅਤੇ **B** ਦੇ ਅੰਤਰ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ **A** ਅਤੇ –**B** ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ :

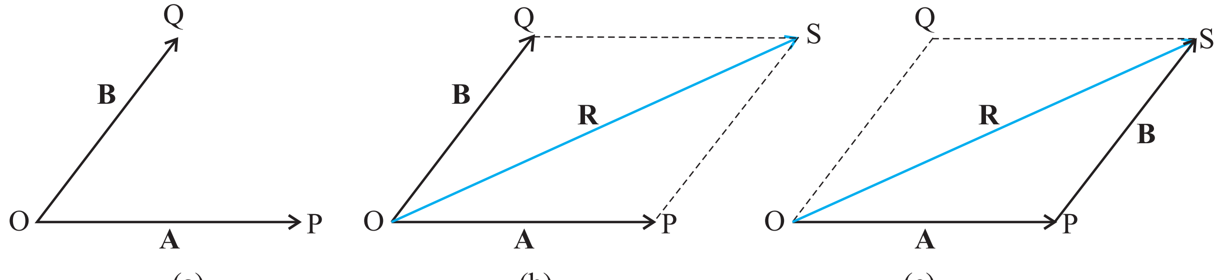
$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B}) \qquad ...(4.5)$$

ਇਸ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ 4.5 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਸਦਿਸ਼ –**B** ਨੂੰ ਸਦਿਸ਼ **A** ਵਿੱਚ ਜੋੜ ਕੇ $\mathbf{R}_2 = \mathbf{A} - \mathbf{B}$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਤੁਲਨਾ ਦੇ ਲਈ ਇਸੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਸਦਿਸ਼ $\mathbf{R}_1 = \mathbf{A} + \mathbf{B}$ ਨੂੰ ਵੀ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। **ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਵਿਧੀ** ਨੂੰ ਵਰਤ ਕੇ ਵੀ ਅਸੀਂ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਮੰਨ ਲਉ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ **A** ਅਤੇ **B** ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਦੇ ਲਈ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਪੂਛਲ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਾਂਝੇ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ O ਤੇ ਲਿਆਉਂਦੇ ਹਾਂ ਜਿਵੇਂ ਚਿੱਤਰ 4.6 (a) ਵਿੱਚ ਵਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਫਿਰ ਅਸੀਂ **A** ਦੇ ਸਿਰੇ ਤੋਂ **B** ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ **B** ਦੇ ਸਿਰੇ ਤੋਂ **A** ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਇੱਕ ਹੋਰ ਦੂਸਰੀ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚ ਕੇ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ OQSP ਪੂਰਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਜਿਸ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਇਹ ਦੋਨੋਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ, ਉਸ ਨੂੰ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ O ਨਾਲ ਜੋੜ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਪਰਿਣਾਮੀ ਸਦਿਸ਼ **R** ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ O ਕਟਾਵ ਬਿੰਦੂ S ਵੱਲ ਖਿੱਚੇ ਗਏ ਕਰਵ OS ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਹੋਵੇਗੀ। [(ਚਿੱਤਰ 4.6 (b)] [ਚਿੱਤਰ 4.6 (c)] ਵਿੱਚ ਸਦਿਸ਼ਾਂ **A** ਅਤੇ **B** ਦਾ ਪਰਿਣਾਮ ਕੱਢਣ ਲਈ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ

ਦਿਖਾਈ ਗਈ ਹੈ। ਦੋਨਾਂ ਚਿੱਤਰਾਂ ਤੋਂ ਸਾਫ਼ ਹੈ ਕਿ ਦੋਨੋਂ ਵਿਧੀਆਂ ਨਾਲ ਇੱਕ ਹੀ ਪਰਿਣਾਮ ਨਿਕਲਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੋਨੋਂ ਵਿਧੀਆਂ ਸਮਤੁੱਲ ਹਨ।

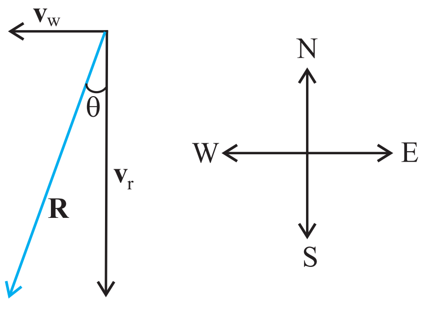


ਚਿੱਤਰ 4.5 ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ **A** ਅਤੇ **B**, **–B** ਨੂੰ ਵੀ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। (b) ਸਦਿਸ਼ **A** ਤੋਂ ਸਦਿਸ਼ **B** ਦਾ ਘਟਾਉਣਾ-ਪਰਿਣਾਮ $\mathbf{R}_2$ ਹੈ। ਤੁਲਨਾ ਦੇ ਲਈ ਸਦਿਸ਼ਾਂ **A** ਅਤੇ **B** ਦਾ ਯੋਗ $\mathbf{R}_1$ ਵੀ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 4.6 ਇੱਕ ਹੀ ਸਾਂਝੇ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਵਾਲੇ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ **A** ਅਤੇ **B** ਤੇ, (b) ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਵਿਧੀ ਦੁਆਰਾ **A** + **B** ਯੋਗ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨਾ, (c) ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਦੀ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਵਿਧੀ, ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿਧੀ ਦੇ ਸਮਤੁੱਲ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 4.1 ਕਿਸੇ ਦਿਨ ਵਰਖਾ 35 ms^{-1} ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਹੋ ਰਹੀ ਹੈ। ਕੁਝ ਦੇਰ ਬਾਅਦ ਹਵਾ 12 ms^{-1} ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਪੂਰਵ ਤੋਂ ਪੱਛਮ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਚੱਲਣ ਲੱਗਦੀ ਹੈ। ਬੱਸ ਸਟਾਪ ਤੇ ਖੜ੍ਹੇ ਕਿਸੇ ਲੜਕੇ ਨੂੰ ਆਪਣੀ ਛੱਤਰੀ ਕਿਸ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਕਰਨੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 4.7

ਹੱਲ : ਵਰਖਾ ਅਤੇ ਹਵਾ ਦੇ ਵੇਗਾਂ ਨੂੰ ਸਦਿਸ਼ਾਂ $\mathbf{v}_r$ ਅਤੇ $\mathbf{v}_w$ ਨਾਲ ਚਿੱਤਰ 4.7 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਿਤ ਕੀਤੀਆਂ ਗਈਆਂ ਹਨ। ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ $\mathbf{v}_r$ ਅਤੇ $\mathbf{v}_w$ ਦਾ ਪਰਿਣਾਮੀ **R** ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। **R** ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਹੋਵੇਗਾ।

$$R = \sqrt{v_r^2 + v_w^2} = \sqrt{35^2 + 12^2}\ \text{m/s}^{-1}$$

$$= \sqrt{1225 + 144} = 37\ \text{m/s}^{-1}$$

ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਨਾਲ R ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ θ ਹੋਵੇਗੀ –

$$\tan\theta = \frac{v_w}{v_r} = \frac{12}{35} = 0.343$$

ਜਾਂ, $\theta = \tan^{-1}(0.343) = 19^\circ$

ਇਸ ਲਈ ਲੜਕੇ ਨੂੰ ਆਪਣੀ ਛੱਤਰੀ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਤਲ ਵਿੱਚ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਨਾਲ 19° ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹੋਏ ਪੂਰਵ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਰੱਖਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ।

4.5 ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦਾ ਵਿਯੋਜਨ (RESOLUTION OF VECTORS)

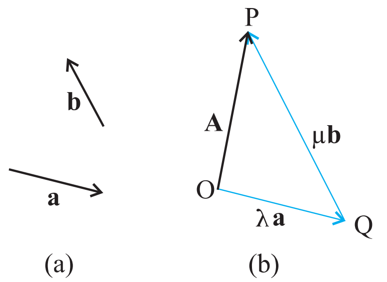
ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ $\boldsymbol{a}$ ਅਤੇ $\boldsymbol{b}$ ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਾਲੇ ਦੋ ਗ਼ੈਰ ਜ਼ੀਰੋ (ਜ਼ੀਰੋ ਨਹੀਂ) ਸਦਿਸ਼ ਹਨ ਅਤੇ **A** ਵੀ ਇਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਹੋਰ ਸਦਿਸ਼ ਹੈ। (ਚਿੱਤਰ 4.8) ਉਦੋਂ ਤੱਕ **A** ਨੂੰ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਿਯੋਜਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ $\boldsymbol{a}$ ਦੇ ਕਿਸੇ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਅਤੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੂਸਰਾ ਸਦਿਸ਼ **b** ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਅਜਿਹਾ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਪਹਿਲਾਂ **A** ਖਿੱਚੋ ਜਿਸਦੀ ਪੂਛਲ O ਅਤੇ ਸਿਰਾ P ਹੈ। ਫਿਰ O ਤੋਂ **a** ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੋ ਅਤੇ P ਤੋਂ ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ **b** ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਖਿੱਚੋ। ਮੰਨ ਲਉ ਉਹ ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ Q ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ। ਤਦ,

$$\mathbf{A} = \mathbf{OP} = \mathbf{OQ} + \mathbf{QP} \qquad \text{...(4.6)}$$

ਪਰ ਕਿਉਂਕਿ **OQ, a** ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੈ ਅਤੇ **QP, b** ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੈ ਇਸ ਲਈ

$$\mathbf{OQ} = \lambda\mathbf{a} \quad \text{ਅਤੇ} \quad \mathbf{QP} = \mu\mathbf{b} \qquad \text{...(4.7)}$$

ਜਿੱਥੇ λ ਅਤੇ μ ਕੋਈ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ। ...(4.8)



ਚਿੱਤਰ 4.8 ਦੋ ਅਰੇਖੀ ਸਦਿਸ਼ **a** ਅਤੇ **b** (b) ਸਦਿਸ਼ **A** ਦਾ **a** ਅਤੇ **b** ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਵਿਯੋਜਨ

ਇਸ ਲਈ $\mathbf{A} = \lambda\mathbf{a} + \mu\mathbf{a}$

ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ **A** ਨੂੰ **a** ਅਤੇ **b** ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਦੋ ਘਟਕਾਂ (components) ਕ੍ਰਮਵਾਰ $\lambda\boldsymbol{a}$ ਅਤੇ $\mu\boldsymbol{b}$ ਵਿੱਚ ਵਿਯੋਜਿਤ ਕਰ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਵਿਧੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼ ਨੂੰ ਉਸੇ ਸਮਤਲ ਦੇ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ ਘਟਕਾਂ ਵਿੱਚ ਵਿਯੋਜਿਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਕਾਈ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਸਮਕੋਣੀ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਸਿਸਟਮ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼ ਦਾ ਵਿਯੋਜਨ ਸੁਵਿਧਾਜਨਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅਜਿਹੇ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ **ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼** (unit vector) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਜਿਸ ਤੇ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ।

ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼ (Unit Vector)

ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼ ਉਹ ਸਦਿਸ਼ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਇੱਕ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਜੋ ਕਿਸੇ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ। ਨਾ ਤਾਂ ਇਸ ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਨਾ ਹੀ ਕੋਈ ਮਾਤਰਕ। ਸਿਰਫ਼ ਦਿਸ਼ਾ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਇਸਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ 4.9 a ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਇੱਕ 'ਆਇਤਕ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਪ੍ਰਣਾਲੀ' (rectangular coordinate system) ਦੇ x, y ਅਤੇ z ਧੁਰਿਆਂ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਕ੍ਰਮਵਾਰ $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$ ਅਤੇ $\hat{\mathbf{k}}$ ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ। ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਸਾਰੇ ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ

$$|\hat{\mathbf{i}}| = |\hat{\mathbf{j}}| = |\hat{\mathbf{k}}| = 1 \qquad \text{...(4.9)}$$

ਇਹ ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼ ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਲੰਬ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਦੂਸਰੇ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਤੋਂ ਇਹਨਾਂ ਦੀ ਵੱਖਰੀ ਪਛਾਣ ਦੇ ਲਈ ਇਸ ਪੁਸਤਕ ਵਿੱਚ ਮੋਟੇ ਟਾਈਪ $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$, $\hat{\mathbf{k}}$ ਦੇ ਉੱਪਰ ਇੱਕ ਕੈਪ (^) ਲਗਾ ਦਿੱਤਾ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਸਿਰਫ਼ ਦੋ ਵਿਮੀ ਗਤੀ ਦਾ ਹੀ ਅਧਿਐਨ ਕਰ ਰਹੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਸਿਰਫ਼ ਦੋ ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੀ ਲੋੜ ਹੋਵੇਗੀ।

ਜੇ ਕਿਸੇ ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼ $\hat{\mathbf{n}}$ ਨੂੰ ਇੱਕ ਅਦਿਸ਼ λ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਪਰਿਣਾਮ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ $\lambda\hat{\mathbf{n}}$ ਹੋਵੇਗਾ। ਆਮ ਕਰਕੇ ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼ **A** ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ :

$$\mathbf{A} = |\mathbf{A}|\,\hat{\mathbf{n}} \qquad \text{...(4.10)}$$

ਇੱਥੇ **A** ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ $\hat{\mathbf{n}}$ ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼ ਹੈ।

ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼ **A** ਨੂੰ ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼ਾਂ $\hat{\mathbf{i}}$ ਅਤੇ $\hat{\mathbf{j}}$ ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਵਿਯੋਜਿਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਚਿੱਤਰ (4.9 b) ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਸਦਿਸ਼ **A** ਸਮਤਲ **x – y** ਵਿੱਚ ਸਥਿਤ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ 4.9 (b) ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ **A** ਦੇ ਸਿਰੇ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਧੁਰਿਆਂ ਤੇ ਲੰਬ ਖਿੱਚਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਨਾਲ ਸਾਨੂੰ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ $\mathbf{A}_1$ ਅਤੇ $\mathbf{A}_2$ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਕਿ $\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 = \mathbf{A}$ । ਕਿਉਂਕਿ $\mathbf{A}_1$ ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼ $\hat{\mathbf{i}}$ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੈ ਅਤੇ $\mathbf{A}_2$ ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼ $\hat{\mathbf{j}}$ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ

$$\mathbf{A}_1 = A_x\,\hat{\mathbf{i}},\ \mathbf{A}_2 = A_y\,\hat{\mathbf{j}} \qquad \text{...(4.11)}$$

ਇੱਥੇ A_x ਅਤੇ A_y ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $\mathbf{A} = A_x\,\hat{\mathbf{i}} + A_y\,\hat{\mathbf{j}}$ ...(4.12)

ਇਸ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ 4.9(c) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਰਾਸ਼ੀਆਂ A_x ਅਤੇ A_y ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਸਦਿਸ਼ A ਦੇ x– ਅਤੇ y– ਘਟਕ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਇੱਥੇ ਇਸ ਗੱਲ ਤੇ ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ A_x ਸਦਿਸ਼ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਬਲਕਿ $A_x\,\hat{\mathbf{i}}$ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $A_y\,\hat{\mathbf{j}}$ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਹੈ।

ਤਿਕੋਣਮਿਤੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ A_x ਅਤੇ A_y ਨੂੰ **A** ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਦੁਆਰਾ *x*-ਧੁਰੇ ਦੇ ਨਾਲ ਬਣਨ ਵਾਲੇ ਕੋਣ θ ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ :

$$A_x = A\cos\theta$$
$$A_y = A\sin\theta \qquad ...(4.13)$$

ਸਮੀਕਰਨ 4.13 ਤੋਂ ਸਾਫ਼ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼ ਦਾ ਘਟਕ, ਕੋਣ θ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਧਨਾਤਮਕ, ਰਿਣਾਤਮਕ ਜਾਂ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ **A** ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਹੁਣ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਦੋ ਤਰੀਕੇ ਹਨ :

(*i*) ਉਸਦੇ ਪਰਿਮਾਣ A ਅਤੇ ਉਸ ਦੁਆਰਾ *x*-ਧੁਰੇ ਨਾਲ ਬਣਾਏ ਗਏ ਕੋਣ θ ਦੁਆਰਾ ਜਾਂ

(*ii*) ਉਸਦੇ ਘਟਕਾਂ A_x ਅਤੇ A_y ਦੁਆਰਾ।

ਜੇ A ਅਤੇ θ ਸਾਨੂੰ ਪਤਾ ਹੋਣ ਤਾਂ A_x ਅਤੇ A_y ਦਾ ਮਾਨ ਸਮੀਕਰਨ (4.13) ਤੋਂ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਜੇ A_x ਅਤੇ A_y ਪਤਾ ਹੋਣ ਤਾਂ A ਅਤੇ θ ਦਾ ਮਾਨ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ,

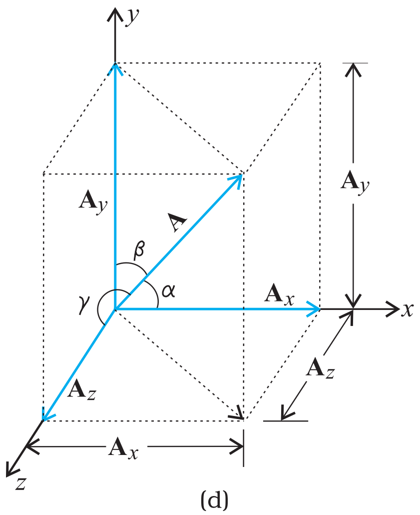
$$A_x^2 + A_y^2 = A^2\cos^2\theta + A^2\sin^2\theta = A^2$$

ਜਾਂ, $$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \qquad ...(4.14)$$

ਅਤੇ $$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x},\ \theta = \tan^{-1}\frac{A_y}{A_x} \qquad ...(4.15)$$

ਅਜੇ ਤੱਕ ਇਸ ਵਿਧੀ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਇੱਕ (x–y) ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼ ਨੂੰ ਉਸਦੇ ਘਟਕਾਂ ਵਿੱਚ ਵਿਯੋਜਿਤ ਕੀਤਾ ਹੈ ਪਰ ਇਸੇ ਵਿਧੀ ਦੁਆਰਾ ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼ **A** ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਵਿਮਾਂ ਵਿੱਚ *x*, *y*, *z* ਧੁਰਿਆਂ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ ਘਟਕਾਂ ਵਿੱਚ ਵਿਯੋਜਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਜੇ **A** ਅਤੇ *x*-, *y*- ਅਤੇ *z*- ਧੁਰਿਆਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਕੋਣ ਕ੍ਰਮਵਾਰ α, β ਅਤੇ γ ਹੋਵੇ* (ਚਿੱਤਰ 4.9 (d) ਤਾਂ

$$A_x = A\cos\alpha,\ A_y = A\cos\beta,$$
$$A_z = A\cos\gamma \qquad ...(4.16a)$$



(d)

ਚਿੱਤਰ 4.9 (d) ਸਦਿਸ਼ **A** ਦਾ *x*, *y* ਅਤੇ *z*-ਧੁਰਿਆਂ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਾਲੇ ਘਟਕਾਂ ਵਿੱਚ ਵਿਯੋਜਨ

ਵਿਆਪਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ

$$\mathbf{A} = A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}} + A_z\hat{\mathbf{k}} \qquad ...(4.16b)$$

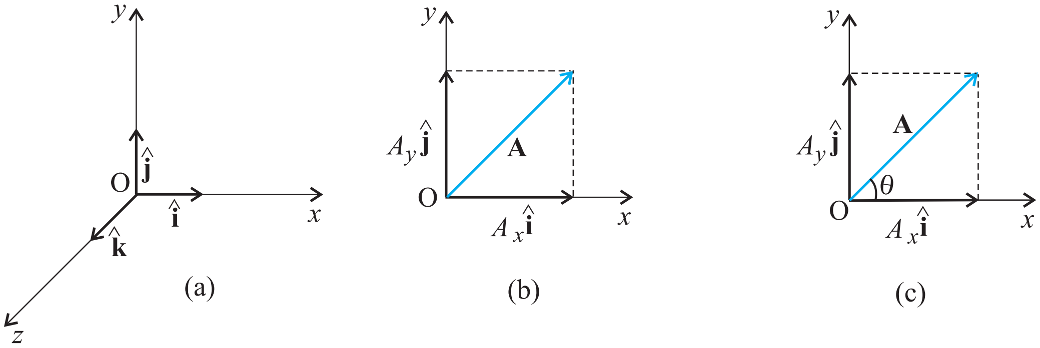
ਸਦਿਸ਼ **A** ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} \qquad ...(4.16c)$$

ਹੋਵੇਗਾ।

ਇੱਕ ਸਥਿਤੀ-ਸਦਿਸ਼ (position vector) *r* ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ :

$$\mathbf{r} = x\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}} + z\hat{\mathbf{k}} \qquad ...(4.17)$$



ਚਿੱਤਰ 4.9 (a) ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼ $\hat{\mathbf{i}}, \hat{\mathbf{j}}, \hat{\mathbf{k}}$ ਧੁਰਿਆਂ x, y ਅਤੇ z ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹਨ, (b) ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼ **A** ਨੂੰ x ਅਤੇ y ਧੁਰਿਆਂ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿਚਲੇ ਘਟਕਾਂ A_x ਅਤੇ A_y ਵਿੱਚ ਵਿਯੋਜਿਤ ਕੀਤਾ ਹੈ, (c) A_x ਅਤੇ A_y ਨੂੰ $\hat{\mathbf{i}}$ ਅਤੇ $\hat{\mathbf{j}}$ ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਵਿਅਕਤ ਕੀਤਾ ਹੈ।

* ਇਸ ਗੱਲ 'ਤੇ ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ α, β, ਅਤੇ γ ਕੋਣ ਸਪੇਸ ਵਿੱਚ ਹਨ। ਇਹ ਅਜਿਹੀਆਂ ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਵਿਚਲੇ ਕੋਣ ਹਨ ਜੋ ਇੱਕ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਹਨ।

ਇੱਥੇ x, y ਅਤੇ z, ਸਦਿਸ਼ r ਦੇ ਧੁਰਿਆਂ x-, y-, z- ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਘਟਕ ਹਨ।

4.6 ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦਾ ਜੋੜ : ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣਾਤਮਕ ਵਿਧੀ (VECTOR ADDITION-ANALYTICAL METHOD)

ਬੇਸ਼ੱਕ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਦੀ ਗ੍ਰਾਫ਼ੀ ਵਿਧੀ ਸਾਨੂੰ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮੀ ਸਦਿਸ਼ ਨੂੰ ਸਪੱਸ਼ਟ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸਮਝਣ ਵਿੱਚ ਸਹਾਇਕ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਪਰ ਕਦੇ-ਕਦੇ ਇਹ ਵਿਧੀ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਸ਼ੁੱਧਤਾ ਵੀ ਸੀਮਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਸੰਗਤ ਘਟਕਾਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾ ਕੇ ਜੋੜਨਾ ਵਧੇਰੇ ਸੌਖਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ **A** ਅਤੇ **B** ਹਨ ਜਿਹਨਾਂ ਦੇ ਘਟਕ ਕ੍ਰਮਵਾਰ A_x, A_y ਅਤੇ B_x, B_y ਹਨ ਤਾਂ

$$\mathbf{A} = A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}} \quad ...(4.18)$$

$$\mathbf{B} = B_x\hat{\mathbf{i}} + B_y\hat{\mathbf{j}}$$

ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ **R** ਇਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਹੈ ਤਾਂ

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$$

$$= \left(A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}}\right) + \left(B_x\hat{\mathbf{i}} + B_y\hat{\mathbf{j}}\right) \quad ...(4.19a)$$

ਕਿਉਂਕਿ ਸਦਿਸ਼ ਕ੍ਰਮ ਪਰਿਵਰਤਨ (commutative) ਅਤੇ ਸਹਿਚਾਰੀ ਨਿਯਮਾਂ (associative) ਦਾ ਪਾਲਨ ਕਰਦੇ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨ (4.19) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਗਏ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਮੁੜ ਵਿਵਸਥਿਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ :

$$\mathbf{R} = \left(A_x + B_x\right)\hat{\mathbf{i}} + \left(A_y + B_y\right)\hat{\mathbf{j}} \quad ...(4.19b)$$

ਕਿਉਂਕਿ $\mathbf{R} = R_x\hat{\mathbf{i}} + R_y\hat{\mathbf{j}}$ ...(4.20)

ਇਸ ਲਈ

$$R_x = A_x + B_x,\; R_y = A_y + B_y \quad ...(4.21)$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਰਿਣਾਮੀ ਸਦਿਸ਼ **R** ਦਾ ਹਰੇਕ ਘਟਕ ਸਦਿਸ਼ਾਂ **A** ਅਤੇ **B** ਦੇ ਸੰਗਤ ਘਟਕਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਤਿੰਨ ਵਿਮਾਂ ਦੇ ਲਈ ਸਦਿਸ਼ਾਂ **A** ਅਤੇ **B** ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ :

$$\mathbf{A} = A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}} + A_z\hat{\mathbf{k}}$$

$$\mathbf{B} = B_x\hat{\mathbf{i}} + B_y\hat{\mathbf{j}} + B_z\hat{\mathbf{k}}$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B} = R_x\hat{\mathbf{i}} + R_y\hat{\mathbf{j}} + R_z\hat{\mathbf{k}}$$

ਜਿੱਥੇ ਘਟਕਾਂ R_x, R_y ਅਤੇ R_z ਦੇ ਮੁੱਲ ਅੱਗੇ ਲਿਖੇ ਹਨ :

$$R_x = A_x + B_x$$
$$R_y = A_y + B_y$$
$$R_z = A_z + B_z \quad ...(4.22)$$

ਇਸ ਵਿਧੀ ਨੂੰ ਕਈ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨਾਲ ਜੋੜਨ ਅਤੇ ਘਟਾਉਣ ਦੇ ਲਈ ਵਰਤਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਜੇ **a**, **b** ਅਤੇ **c** ਤਿੰਨੇ ਸਦਿਸ਼ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਦਰਸਾਏ ਗਏ ਹੋਣ :

$$\mathbf{a} = a_x\hat{\mathbf{i}} + a_y\hat{\mathbf{j}} + a_z\hat{\mathbf{k}}$$

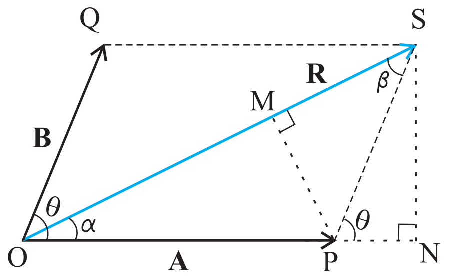
$$\mathbf{b} = b_x\hat{\mathbf{i}} + b_y\hat{\mathbf{j}} + b_z\hat{\mathbf{k}}$$

$$\mathbf{c} = c_x\hat{\mathbf{i}} + c_y\hat{\mathbf{j}} + c_z\hat{\mathbf{k}} \quad ...(4.23a)$$

ਤਾਂ ਸਦਿਸ਼ **T = a + b – c** ਦੇ ਘਟਕ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਹੋਣਗੇ।

$$T_x = a_x + b_x - c_x$$
$$T_y = a_y + b_y - c_y \quad ...(4.23b)$$
$$T_z = a_z + b_z - c_z.$$

ਉਦਾਹਰਨ 4.2 ਚਿੱਤਰ 4.10 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਏ ਗਏ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ **A** ਅਤੇ **B** ਦਾ ਵਿਚਲਾ ਕੋਣ θ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮੀ ਸਦਿਸ਼ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣਾਂ ਅਤੇ θ ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਪਤਾ ਕਰੋ।



ਚਿੱਤਰ 4.10

ਹੱਲ : ਚਿੱਤਰ 4.10 ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ **OP** ਅਤੇ **OQ** ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ **A** ਅਤੇ **B** ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ, ਜਿਹਨਾਂ ਵਿਚਲਾ ਕੋਣ θ ਹੈ। ਤਦ ਸਦਿਸ਼ ਜੋੜ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਨਿਯਮ ਦੁਆਰਾ ਸਾਨੂੰ ਪਰਿਣਾਮੀ ਸਦਿਸ਼ **R** ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗਾ ਜਿਸ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ **OS** ਦੁਆਰਾ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ

$$\mathbf{R = A + B}$$

ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ SN, OP ਦੇ ਲੰਬ ਹੈ ਅਤੇ PM, OS ਦੇ ਲੰਬ ਹੈ।

$$\therefore \quad OS^2 = ON^2 + SN^2$$

ਪਰ $\quad ON = OP + PN = A + B\cos\theta$

$$SN = B\sin\theta$$

$$OS^2 = (A + B\cos\theta)^2 + (B\sin\theta)^2$$

ਜਾਂ $\quad R^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta$

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos q} \quad ...(4.24a)$$

ਤ੍ਰਿਭੁਜ OSN ਵਿੱਚ, $SN = OS\sin\alpha = R\sin\alpha$ ਅਤੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ PSN ਵਿੱਚ, $SN = PS\sin\theta = B\sin\theta$

ਇਸ ਲਈ

$$R\sin\alpha = B\sin\theta$$

ਜਾਂ
$$\frac{R}{\sin q} = \frac{B}{\sin a} \quad ...(4.24b)$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $PM = A\sin\alpha = B\sin\beta$

ਜਾਂ
$$\frac{A}{\sin b} = \frac{B}{\sin a} \quad ...(4.24c)$$

ਸਮੀਕਰਨਾਂ 4.24(b) ਅਤੇ 4.24(c), ਤੋਂ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ–

$$\frac{R}{\sin\theta} = \frac{A}{\sin\beta} = \frac{B}{\sin\alpha} \quad ...(4.24d)$$

ਸਮੀਕਰਨ 4.24(d), ਦੁਆਰਾ ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆ ਸੂਤਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ —

$$\sin\alpha = \frac{B}{R}\sin\theta \quad ...(4.24e)$$

ਇੱਥੇ R ਦਾ ਮਾਨ ਸਮੀਕਰਨ 4.24(a) ਵਿੱਚ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।

ਜਾਂ
$$\tan\alpha = \frac{SN}{OP + PN} = \frac{B\sin\theta}{A + B\cos\theta} \quad ...(4.24f)$$

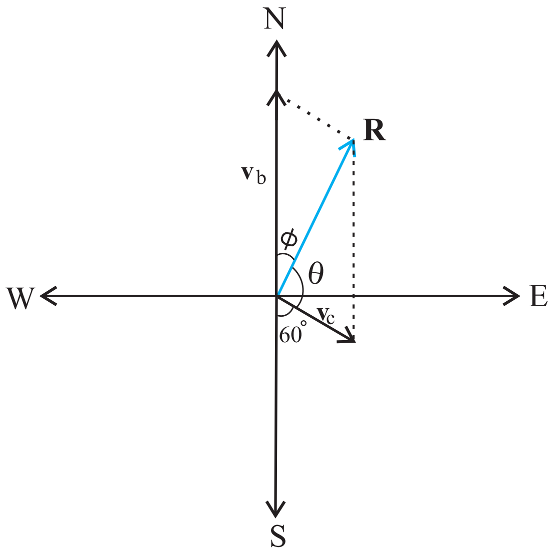
ਸਮੀਕਰਨ 4.24(a) ਤੋਂ ਪਰਿਣਾਮੀ **R** ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਸਮੀਕਰਨ 4.24(e) ਤੋਂ ਇਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਪਤਾ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਸਮੀਕਰਨ 4.24(a) ਨੂੰ **cos ਦਾ ਨਿਯਮ** ਅਤੇ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ **sin ਦਾ ਨਿਯਮ** ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ 4.3 ਇੱਕ ਮੋਟਰ ਬੋਟ ਉੱਤਰ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ 25 km/h ਦੇ ਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਇਸ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਪਾਣੀ ਦੀ ਧਾਰਾ ਦਾ ਵੇਗ 10 km/h ਹੈ। ਪਾਣੀ ਦੀ ਧਾਰਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਦੱਖਣ ਤੋਂ ਪੂਰਵ ਵੱਲ ਅਤੇ 60° ਤੇ ਹੈ। ਮੋਟਰ ਬੋਟ ਦਾ ਪਰਿਣਾਮੀ ਵੇਗ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਚਿੱਤਰ 4.11 ਵਿੱਚ ਸਦਿਸ਼ $\mathbf{v}_b$ ਮੋਟਰ ਬੋਟ ਦੇ ਵੇਗ ਨੂੰ ਅਤੇ $\mathbf{v}_c$ ਪਾਣੀ ਦੀ ਧਾਰਾ ਦੇ ਵੇਗ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਇਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਦਰਸਾਈਆਂ ਗਈਆਂ ਹਨ। ਸਦਿਸ਼ ਜੋੜ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਨਿਯਮ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਪਰਿਣਾਮੀ R ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਈ ਗਈ ਹੈ।

cos ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਅਸੀਂ **R** ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

$$R = \sqrt{v_b^2 + v_c^2 + 2v_b v_c\cos 120^\circ}$$



ਚਿੱਤਰ ***4.11***

$$= \sqrt{25^2 + 10^2 + 2\times 25\times 10(-1/2)}$$

$$= \sqrt{625 + 100 - 250} \cong 22 \text{ Km/h}$$

R ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਅਸੀਂ 'sin' ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ –

$$\frac{R}{\sin\theta} = \frac{v_c}{\sin\phi} \quad \text{ਜਾਂ,}$$

$$\sin\phi = \frac{v_c}{R}\sin\theta$$

$$= \frac{10\times\sin 120^\circ}{21.8} = \frac{10\sqrt{3}}{2\times 21.8} \cong 0.397$$

$$\phi \cong 23.4^\circ$$

4.7 ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਗਤੀ (MOTION IN A PLANE)

ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਦੋ ਜਾਂ ਤਿੰਨ ਵਿਮਾਂ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਦਾ ਵਰਨਣ ਕਰਾਂਗੇ।

4.7.1 ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼ ਅਤੇ ਵਿਸਥਾਪਨ (Position vector and displacement)

ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤ ਕਣ P ਦਾ x-y ਨਿਰਦੇਸ਼ ਤੰਤਰ ਦੇ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼ $\mathbf{r}$ (ਚਿੱਤਰ 4.12) ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸਮੀਕਰਨ ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ :

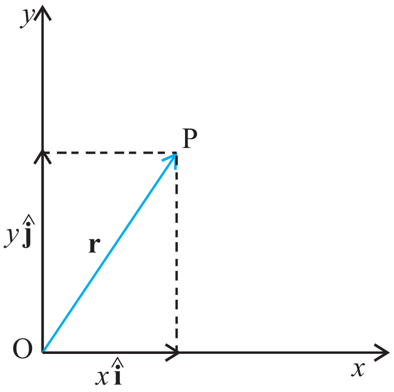
$$\mathbf{r} = x\,\hat{\mathbf{i}} + y\,\hat{\mathbf{j}}$$

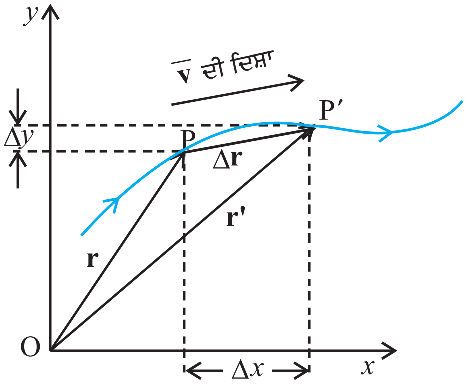
ਇੱਥੇ x ਅਤੇ y-ਧੁਰਿਆਂ x–ਅਤੇ y– ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ $\mathbf{r}$ ਦੇ ਘਟਕ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਕਣ ਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਵੀ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਚਿੱਤਰ (4.12 b) ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਕੋਈ ਕਣ ਮੋਟੀ ਰੇਖਾ ਨਾਲ ਦਰਸਾਈ ਵਕਰ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਚੱਲਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਛਿਣ t ਤੇ ਇਸਦੀ ਸਥਿਤੀ P ਹੈ ਅਤੇ ਦੂਸਰੇ ਛਿਣ t' ਤੇ ਇਸਦੀ ਸਥਿਤੀ P′ ਹੈ। ਕਣ ਦੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ :

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}' - \mathbf{r} \quad ..(4.25)$$

ਇਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ P ਤੋਂ P′ ਵੱਲ ਹਨ।





ਚਿੱਤਰ ***4.12*** (a) ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼ **r**, (b) ਵਿਸਥਾਪਨ $\Delta\mathbf{r}$ ਅਤੇ ਕਣ ਦਾ ਔਸਤ ਵੇਗ $\bar{\mathbf{v}}$

ਸਮੀਕਰਨ 4.25 ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਘਟਕ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਨਿਮਨਲਿਖਤ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ,

$$\Delta\mathbf{r} = \left(x'\hat{\mathbf{i}} + y'\hat{\mathbf{j}}\right) - \left(x\,\hat{\mathbf{i}} + y\,\hat{\mathbf{j}}\right)$$

$$= \hat{\mathbf{i}}\Delta x + \hat{\mathbf{j}}\Delta y$$

ਇੱਥੇ $\quad \Delta x = x' - x,\ \Delta y = y' - y \quad ...(4.26)$

ਵੇਗ (Velocity)

ਵੇਗ ਦੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਅਤੇ ਸੰਗਤ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਔਸਤ ਵੇਗ ($\bar{\mathbf{v}}$) ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ, ਇਸ ਲਈ,

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x\,\hat{\mathbf{i}} + \Delta y\,\hat{\mathbf{j}}}{\Delta t}$$

$$= \hat{\mathbf{i}}\frac{\Delta x}{\Delta t} + \hat{\mathbf{j}}\frac{\Delta y}{\Delta t} \quad ...(4.27)$$

ਜਾਂ, $\bar{\mathbf{v}} = \bar{v}_x\,\hat{\mathbf{i}} + \bar{v}_y\,\hat{\mathbf{j}}$

ਕਿਉਂਕਿ $\bar{\mathbf{v}} = \dfrac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t}$ ਇਸ ਲਈ ਚਿੱਤਰ (4.12) ਅਨੁਸਾਰ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਉਹੀ ਹੋਵੇਗੀ, ਜੋ $\Delta\mathbf{r}$ ਦੀ ਹੈ।

ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ (ਤਤਕਾਲੀ ਵੇਗ) ਅਤਿ ਸੂਖਮ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ($\Delta t \to 0$ ਦੀ ਸੀਮਾ ਵਿੱਚ) ਵਿਸਥਾਪਨ $\Delta\mathbf{r}$ ਦਾ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ Δt ਨਾਲ ਅਨੁਪਾਤ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ $\boldsymbol{v}$ ਨਾਲ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ, ਇਸ ਲਈ

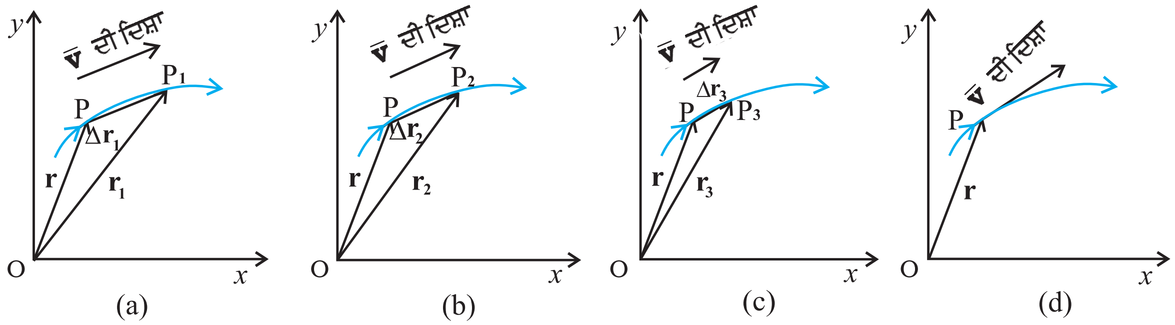
$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad ...(4.28)$$

ਚਿੱਤਰਾਂ 4.13 (a) ਤੋਂ ਲੈ ਕੇ 4.13 (d) ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਇਸ ਸੀਮਾਂਤ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਨੂੰ ਅਸਾਨੀ ਨਾਲ ਸਮਝਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਮੋਟੀ ਰੇਖਾ ਉਸ ਰਸਤੇ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ ਜਿਸ ਤੇ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਛਿਣ t ਤੇ ਬਿੰਦੂ P ਤੋਂ ਚੱਲਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ Δt_1, Δt_2, Δt_3 ਸਮਿਆਂ ਦੇ ਬਾਅਦ ਕ੍ਰਮਵਾਰ P_1, P_2, P_3 ਨਾਲ ਦਰਸਾਈ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਸਮਿਆਂ ਵਿੱਚ ਕਣ ਦਾ ਵਿਸਥਾਪਨ ਕ੍ਰਮਵਾਰ $\Delta\boldsymbol{r}_1$ ਅਤੇ $\Delta\boldsymbol{r}_2$, $\Delta\boldsymbol{r}_3$ ਹੈ। ਚਿੱਤਰਾਂ (a), (b) ਅਤੇ (c) ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਘਟਦੇ ਹੋਏ Δt ਦੇ ਮਾਨਾਂ ਭਾਵ Δt_1, Δt_2, Δt_3 ($\Delta t_1 > \Delta t_2 > \Delta t_3$) ਦੇ ਲਈ ਕਣ ਦੇ ਔਸਤ ਵੇਗ $\bar{\mathbf{v}}$ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਨੂੰ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ ਹੀ $\Delta t \to 0$ ਤਾਂ $\Delta r \to 0$ ਅਤੇ Δr ਪਥ ਦੀ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਵੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 4.13 d)। **ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਥ ਦੇ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਵੇਗ ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਖਿੱਚੀ ਗਈ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।** ਸਹੂਲਤ ਦੇ ਲਈ $\mathbf{v}$ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਆਮ ਕਰਕੇ ਘਟਕ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ :

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\hat{\mathbf{i}} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\hat{\mathbf{j}}\right) \quad ...(4.29)$$

$$= \hat{\mathbf{i}}\lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta x}{\Delta t} + \hat{\mathbf{j}}\lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta y}{\Delta t}$$



ਚਿੱਤਰ **4.13** ਜਿਵੇਂ ਜਿਵੇਂ ਹੀ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ Δt ਸਿਫ਼ਰ ਦੀ ਸੀਮਾ ਨੂੰ ਸਪਰਸ਼ ਕਰ ਲੈਂਦਾ ਹੈ, ਔਸਤ ਵੇਗ $\bar{v}$ ਵਸਤੂ ਦੇ ਵੇਗ $\mathbf{v}$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। $\mathbf{v}$ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਕਿਸੇ ਛਿਣ ਪਥ ਤੇ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੈ।

ਜਾਂ $\quad \mathbf{v} = \hat{\mathbf{i}}\dfrac{dx}{dt} + \hat{\mathbf{j}}\dfrac{dy}{dt} = v_x\hat{\mathbf{i}} + v_y\hat{\mathbf{j}}$

ਇੱਥੇ, $v_x = \dfrac{dx}{dt}, v_y = \dfrac{dy}{dt}$ ...(4.30a)

ਇਸ ਲਈ ਜੇ ਸਮੇਂ ਦੇ ਫਲਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ x ਅਤੇ y ਪਤਾ ਹਨ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਉਪਰੋਕਤ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ v_x ਅਤੇ v_y ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

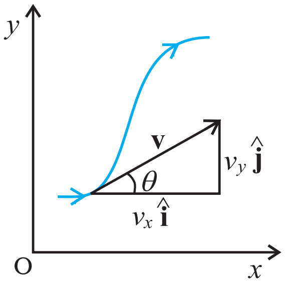
ਸਦਿਸ਼ $\mathbf{v}$ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੋਵੇਗਾ।

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad ...(4.30b)$$

ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ, ਕੋਣ θ ਦੁਆਰਾ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੋਵੇਗੀ :

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x}, \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) \quad ...(4.30c)$$

ਚਿੱਤਰ 4.14 ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਵੇਗ ਸਦਿਸ਼ $\mathbf{v}$ ਦੇ ਲਈ v_x , v_y ਅਤੇ θ ਕੋਣ ਨੂੰ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ **4.14** ਵੇਗ ਸਦਿਸ਼ **v** ਦੇ ਘਟਕ v_x, v_y ਅਤੇ ਕੋਣ θ ਜੋ x-ਧੁਰੇ ਨਾਲ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ ਨੂੰ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ $v_x = v\cos\theta$, $v_y = v\sin\theta$

ਪ੍ਰਵੇਗ (ACCELERATION)

x-y ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰ ਰਹੀ ਵਸਤੂ ਦਾ **ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ** $\bar{\mathbf{a}}$ ਉਸਦੇ ਵੇਗ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਅਤੇ ਸੰਗਤ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ Δt ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta\left(v_x\hat{\mathbf{i}} + v_y\hat{\mathbf{j}}\right)}{\Delta t}$$

$$= \frac{\Delta v_x}{\Delta t}\hat{\mathbf{i}} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t}\hat{\mathbf{j}} \quad ...(4.31a)$$

ਜਾਂ, $\bar{\mathbf{a}} = a_x\hat{\mathbf{i}} + a_y\hat{\mathbf{j}}$ ...(4.31b)

ਪ੍ਰਵੇਗ (ਤਤਕਾਲੀ ਪ੍ਰਵੇਗ) ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਸੀਮਾਂਤ ਮਾਨ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ :

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t} \quad ...(4.32a)$$

ਕਿਉਂਕਿ $\quad \Delta\mathbf{v} = \Delta v_x\hat{\mathbf{i}} + \Delta v_y\hat{\mathbf{j}},\quad$ ਇਸ ਲਈ

$$\mathbf{a} = \hat{\mathbf{i}}\lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta v_x}{\Delta t} + \hat{\mathbf{j}}\lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta v_y}{\Delta t}$$

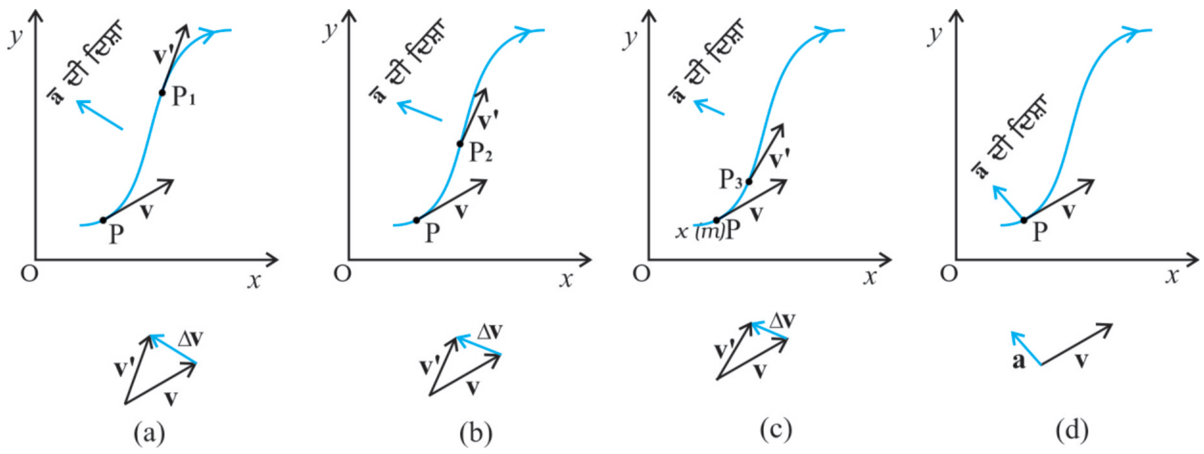
ਜਾਂ, $\mathbf{a} = a_x\hat{\mathbf{i}} + a_y\hat{\mathbf{j}}$ ...(4.32b)

ਜਿੱਥੇ, $a_x = \dfrac{dv_x}{dt}, \; a_y = \dfrac{dv_y}{dt}$ ...(4.32c)*

ਵੇਗ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇੱਥੇ ਵੀ ਵਸਤੂ ਦੇ ਰਸਤੇ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਵਾਲੇ ਕਿਸੇ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦੇ ਲਈ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਸੀਮਾਂਤ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਨੂੰ ਸਮਝ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ 4.15(a) ਤੋਂ (4.15 d) ਵਿੱਚ ਸਮਝਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਕਿਸੇ

* x ਅਤੇ y ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ a_x ਅਤੇ a_y ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ–

$$a_x = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dt}\right) = \frac{d^2y}{dt^2}$$



ਚਿੱਤਰ **4.15** ਤਿੰਨ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲਾਂ (a) Δt_1, (b) Δt_2, (c) Δt_3, ($\Delta t_1 > \Delta t_2 > \Delta t_3$) ਦੇ ਲਈ ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ $\bar{\mathbf{a}}$ (d) $\Delta t \to 0$ ਸੀਮਾ ਦੇ ਤਹਿਤ ਔਸਤ ਵਸਤੂ ਦੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਛਿਣ t ਤੇ ਕਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਬਿੰਦੂ P ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਈ ਗਈ ਹੈ। Δt_1, Δt_2, Δt_3 ($\Delta t_1 > \Delta t_2 > \Delta t_3$) ਸਮੇਂ ਦੇ ਬਾਅਦ ਕਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਬਿੰਦੂਆਂ P_1, P_2, P_3 ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਈ ਗਈ ਹੈ।

ਚਿੱਤਰਾਂ (4.15) a, b ਅਤੇ c ਵਿੱਚ ਇਹਨਾਂ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂਆਂ P, P_1, P_2, P_3 'ਤੇ ਵੇਗ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਵੀ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਹਰੇਕ Δt ਦੇ ਲਈ ਸਦਿਸ਼ ਜੋੜ ਦੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ $\Delta \boldsymbol{v}$ ਦਾ ਮਾਨ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਉਹੀ ਹੈ ਜੋ $\Delta \boldsymbol{v}$ ਦੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜਿਵੇਂ-ਜਿਵੇਂ Δt ਦਾ ਮਾਨ ਘੱਟਦਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $\Delta \boldsymbol{v}$ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੀ ਬਦਲਦੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀ ਵੀ ਦਿਸ਼ਾ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। ਅੰਤ ਵਿੱਚ $\Delta t \to 0$ ਸੀਮਾ ਵਿੱਚ (ਚਿੱਤਰ 4.15 (d) ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ, ਤਤਕਾਲੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ ਇੱਕ ਵਿਮ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਸਦਾ ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੇ ਹਨ (ਇਹ ਜਾਂ ਤਾਂ ਇੱਕ ਹੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜਾਂ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ) ਪਰ ਦੋ ਜਾਂ ਤਿੰਨ ਵਿਮਾਂ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਦੇ ਲਈ ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਵਿੱਚ 0° ਤੋਂ 180° ਦੇ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਵੀ ਕੋਣ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ **4.4** ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ

$\mathbf{r} = 3.0t\,\hat{\mathbf{i}} + 2.0t^2\,\hat{\mathbf{j}} + 5.0\,\hat{\mathbf{k}}$ ਹੈ।

ਜਿੱਥੇ t ਸੈਕੰਡ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਹੋਰ ਗੁਣਾਕਾਂ ਦੇ ਮਾਤਰਕ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹਨ ਕਿ $\boldsymbol{r}$ ਮੀਟਰ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕੇ। *(a)* ਕਣ ਦਾ $\boldsymbol{v}$ *(t)* ਅਤੇ $\boldsymbol{a}$ *(t)* ਪਤਾ ਕਰੋ : *(b)* $t = 1.0$ s ਤੇ $\boldsymbol{v}$ *(t)* ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $\mathbf{v}(t) = \dfrac{d\mathbf{r}}{dt} = \dfrac{d}{dt}(3.0t\hat{\boldsymbol{i}} + 2.0t^2\hat{\boldsymbol{j}} + 5.0\hat{\boldsymbol{k}})$

$$= 3.0\hat{\mathbf{i}} + 4.0t\hat{\mathbf{j}}$$

$$\mathbf{a}(t) = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = +4.0\hat{\mathbf{j}}$$

$a = 4.0$ ms^{-2} y ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ

$t = 1.0$ sec ਤੇ $\mathbf{v} = 3.0\hat{\mathbf{i}} + 4.0\hat{\mathbf{j}}$

ਇਸਦਾ ਪਰਿਮਾਣ, $v = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.0$ m s^{-1}

ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) \cong 53^\circ$$

4.8 ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀ (MOTION IN A PLANE WITH CONSTANT ACCELERATION)

ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਇੱਕ ਸਮਤਲ x, y ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ $\boldsymbol{a}$ ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰ ਰਹੀ ਹੈ ਭਾਵ $\boldsymbol{a}$ ਦਾ ਮਾਨ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ ਇਸ ਸਥਿਰ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਮਾਨ $\bar{\mathbf{a}}$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ $\bar{\mathbf{a}} = \boldsymbol{a}$ । ਹੁਣ ਮੰਨ ਲਉ ਕਿਸੇ ਛਿਣ $t = 0$ ਤੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ $\boldsymbol{v}_0$ ਅਤੇ ਦੂਸਰੇ ਹੋਰ ਛਿਣ t ਤੇ ਉਸਦਾ ਵੇਗ $\boldsymbol{v}$ ਹੈ।

ਤਾਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{v} - \mathbf{v}_0}{t - 0} = \frac{\mathbf{v} - \mathbf{v}_0}{t}$$

ਜਾਂ $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a}t$ ...(4.33a)

ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੇ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਘਟਕਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ –

$$v_x = v_{ox} + a_x t$$

$$v_y = v_{oy} + a_y t \qquad \text{...(4.33b)}$$

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਦੇਖਾਂਗੇ ਕਿ ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਸਥਿਤੀ - ਸਦਿਸ਼ $\boldsymbol{r}$ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਬਦਲਦਾ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਇੱਕ ਵਿਮੀ ਗਤੀ ਦੇ ਲਈ ਦੱਸੀ ਗਈ ਵਿਧੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਾਂਗੇ। ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ t = 0 ਅਤੇ $t = t$ ਛਿਣਾਂ ਤੇ ਕਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਦੇ ਸਦਿਸ਼ ਕ੍ਰਮਵਾਰ $\boldsymbol{r}_0$ ਅਤੇ $\boldsymbol{r}$ ਹਨ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਛਿਣਾਂ ਤੇ ਕਣ ਦੇ ਵੇਗ $\boldsymbol{v}_0$ ਅਤੇ $\boldsymbol{v}$ ਹਨ। ਤਦ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ t – 0 = t ਵਿੱਚ ਕਣ ਦਾ ਔਸਤ ਵੇਗ $(\boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{v})/2$ ਅਤੇ ਵਿਸਥਾਪਨ $r - r_0$ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿਉਂਕਿ ਵਿਸਥਾਪਨ ਔਸਤ ਵੇਗ ਅਤੇ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ,

$$\mathbf{r} - \mathbf{r_0} = \left(\frac{\mathbf{v} + \mathbf{v_0}}{2}\right)t = \left(\frac{(\mathbf{v_0} + \mathbf{a}t) + \mathbf{v_0}}{2}\right)t$$

$$= \mathbf{v_0}t + \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2$$

ਇਸ ਲਈ $$\mathbf{r} = \mathbf{r_0} + \mathbf{v_0}t + \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2 \qquad \text{...(4.34a)}$$

ਇਸ ਨੂੰ ਸੌਖਿਆਂ ਹੀ ਸਿੱਧ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸਮੀਕਰਨ (4.34a) ਦਾ ਅਵਕਲਨ $\frac{d\mathbf{r}}{dt}$ ਸਮੀਕਰਨ (4.33a) ਹੈ ਅਤੇ ਨਾਲ ਹੀ $t = 0$, ਛਿਣ ਤੇ $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_0$ ਦੀ ਸ਼ਰਤ ਨੂੰ ਵੀ ਪੂਰਾ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਸਮੀਕਰਨ (4.34 a) ਨੂੰ ਘਟਕਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ :

$$x = x_0 + v_{ox}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$y = y_0 + v_{oy}t + \frac{1}{2}a_y t^2 \qquad \text{...(4.34b)}$$

ਸਮੀਕਰਨ (4.34b) ਦੀ ਸਿੱਧੀ ਵਿਆਖਿਆ ਇਹ ਹੈ ਕਿ x ਅਤੇ y ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਗਤੀਆਂ ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦੀਆਂ ਹਨ। ਭਾਵ, **ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ (ਦੋ ਵਿਮਾਂ) ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਨੂੰ ਦੋ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਮਕਾਲੀ ਇੱਕ ਵਿਮੀ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਗਤੀਆਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸਮਝ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਹਨ।** ਇਹ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਨਤੀਜਾ ਹੈ ਜੋ ਦੋ ਵਿਮਾਂ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂਆਂ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਵਿੱਚ ਉਪਯੋਗੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਪਰਿਣਾਮ ਤਿੰਨ ਵਿਮੀ ਗਤੀ ਦੇ ਲਈ ਵੀ ਹਨ। ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਭੌਤਿਕ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਦੋ ਲੰਬ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਦੀ ਚੋਣ ਸੁਵਿਧਾਜਨਕ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਗਤੀ ਲਈ ਭਾਗ (4.1) ਵਿੱਚ ਦੇਖਾਂਗੇ।

ਉਦਾਹਰਨ 4.5 $t = 0$ ਛਿਣ ਤੇ ਕੋਈ ਕਣ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ $5.0\,\hat{\mathbf{i}}$ m/s ਦੇ ਵੇਗ ਨਾਲ ਚੱਲਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦਾ ਹੈ। x, y ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਉਸ 'ਤੇ ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਬਲ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਜੋ ਉਸ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ $(3.0\hat{\mathbf{i}} + 2.0\hat{\mathbf{j}})\,\text{m/s}^2$ ਪੈਦਾ ਕਰਦਾ ਹੈ। (a) ਜਿਸ ਛਿਣ ਤੇ ਕਣ ਦਾ x ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ 84 m ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਸ ਛਿਣ ਦਾ y ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਕਿੰਨਾ ਹੋਵੇਗਾ ? (b) ਇਸ ਛਿਣ ਕਣ ਦੀ ਚਾਲ ਕੀ ਹੋਵੇਗੀ ?

ਹੱਲ : ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ ਕਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸਮੀਕਰਨ ਅਨੁਸਾਰ ਹੋਵੇਗੀ

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{v_0}t + \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2$$

$$= 5.0\hat{\mathbf{i}}t + (1/2)(3.0\hat{\mathbf{i}} + 2.0\hat{\mathbf{j}})\,t^2$$

$$= (5.0t + 1.5t^2)\hat{\mathbf{i}} + 1.0t^2\hat{\mathbf{j}}$$

ਇਸ ਲਈ $$x(t) = 5.0t + 1.5t^2$$

$$y(t) = 1.0t^2$$

ਜਦੋਂ $x(t) = 84$ m, ਤਾਂ $t = ?$

$$\therefore 84 = 5.0\,t + 1.5\,t^2$$

$$5.0\,t + 1.5\,t^2 = 84 \Rightarrow t = 6\text{ s}$$

ਹੱਲ ਕਰਨ ਤੇ

$$t = 6.0\text{ s},\quad y = 1.0\,(6)^2 = 36.0\text{ m}$$

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = (5.0 + 3.0t)\hat{\mathbf{i}} + 2.0t\,\hat{\mathbf{j}}$$

$t = 6$ s, ਦੇ ਲਈ, $\mathbf{v} = 23.0\hat{\mathbf{i}} + 12.0\hat{\mathbf{j}}$

ਇਸ ਲਈ ਕਣ ਦੀ ਚਾਲ,

$$= |\mathbf{v}| = \sqrt{23^2 + 12^2} \cong 26\text{ m s}^{-1}$$

4.9 ਦੋ ਵਿਮਾਂ ਵਿੱਚ ਸਾਪੇਖੀ ਵੇਗ (RELATIVE VELOCITY IN TWO DIMENSIONS)

ਭਾਗ 3.7 ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਜਿਸ ਸਾਪੇਖੀ ਵੇਗ ਦੀ ਧਾਰਨਾਂ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਜਾਣੂੰ ਹੋਏ ਹਾਂ, ਉਸ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਜਾਂ ਤਿੰਨ ਵਿਮੀ ਗਤੀ ਦੇ ਲਈ ਸੌਖਿਆਂ ਵਿਸਤਾਰਿਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਮੰਨਿਆ ਕਿ ਦੋ ਵਸਤੂਆਂ A ਅਤੇ B ਵੇਗਾਂ, v_A ਅਤੇ v_B ਨਾਲ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਹਨ (ਹਰੇਕ ਗਤੀ ਕਿਸੇ ਸਧਾਰਨ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਤੰਤਰ ਜਿਵੇਂ ਧਰਤੀ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਹੈ)।

ਇਸ ਲਈ **ਵਸਤੂ A ਦਾ B ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਵੇਗ :**

$$v_{AB} = v_A - v_B \qquad \text{...(4.35a)}$$

ਹੋਵੇਗਾ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਵਸਤੂ B ਦਾ A ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਵੇਗ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੋਵੇਗਾ :

$$v_{BA} = v_B - v_A$$

ਇਸ ਲਈ $v_{AB} = -v_{BA}$ ...(4.35b)

ਅਤੇ $|v_{AB}| = |v_{BA}|$ ...(4.35c)

ਉਦਾਹਰਨ 4.6 ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ 35 ms^{-1} ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਵਰਖਾ ਹੋ ਰਹੀ ਹੈ। ਕੋਈ ਔਰਤ ਪੂਰਵ ਤੋਂ ਪੱਛਮ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ 12 ms^{-1} ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਸਾਈਕਲ ਚਲਾ ਰਹੀ ਹੈ। ਵਰਖਾ ਤੋਂ ਬਚਾਓ ਲਈ ਉਸ ਨੂੰ ਛੱਤਰੀ ਕਿਸ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਲਗਾਉਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ ?

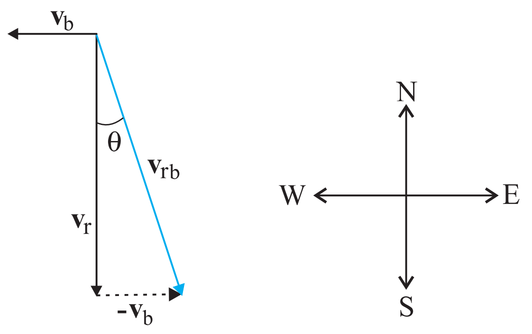
ਹੱਲ : ਚਿੱਤਰ 4.16 ਵਿੱਚ $\mathbf{v}_r$ ਵਰਖਾ ਦੇ ਵੇਗ ਨੂੰ ਅਤੇ $\mathbf{v}_b$ ਔਰਤ ਦੁਆਰਾ ਚਲਾਈ ਜਾ ਰਹੀ ਸਾਈਕਲ ਦੇ ਵੇਗ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਦੋਵੇਂ ਵੇਗ ਧਰਤੀ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਹਨ। ਕਿਉਂਕਿ ਔਰਤ ਸਾਈਕਲ ਚਲਾ ਰਹੀ ਹੈ ਇਸ ਲਈ ਵਰਖਾ ਦੇ ਜਿਸ ਵੇਗ ਦਾ ਉਸ ਨੂੰ ਆਭਾਸ ਹੋਵੇਗਾ ਉਹ ਸਾਈਕਲ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਵਰਖਾ ਦਾ ਵੇਗ ਹੋਵੇਗਾ। ਭਾਵ

$$\mathbf{v}_{rb} = \mathbf{v}_r - \mathbf{v}_b$$

ਚਿੱਤਰ 4.16 ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਇਹ ਸਾਪੇਖ ਵੇਗ ਸਦਿਸ਼ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਦਿਸ਼ਾ ਨਾਲ θ ਕੋਣ ਬਣਾਏਗਾ।
ਜਿਸ ਦਾ ਮਾਨ

$$\tan\theta = \frac{v_b}{v_r} = \frac{12}{35} = 0.343 \text{ ਹੋਵੇਗਾ}$$

ਜਾਂ $\theta \cong 19^\circ$



ਚਿੱਤਰ **4.16**

ਇਸ ਲਈ ਔਰਤ ਨੂੰ ਆਪਣੀ ਛੱਤਰੀ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ 19° ਦਾ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹੋਏ ਪੱਛਮ ਵੱਲ ਰੱਖਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ।

ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਤੇ ਉਦਾਹਰਨ 4.1 ਦੇ ਅੰਤਰ ਤੇ ਧਿਆਨ ਦਿਉ। ਉਦਾਹਰਨ 4.1 ਵਿੱਚ ਬਾਲਕ ਨੂੰ ਦੋ ਵੇਗਾਂ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮੀ (ਸਦਿਸ਼ ਜੋੜ) ਦਾ ਆਭਾਸ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ ਇਸ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ ਔਰਤ ਨੂੰ ਸਾਈਕਲ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਵਰਖਾ ਦੇ ਵੇਗ (ਦੋਨੋਂ ਵੇਗਾਂ ਦੇ ਸਦਿਸ਼ ਅੰਤਰ) ਦਾ ਆਭਾਸ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

4.10 ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਗਤੀ (PROJECTILE MOTION)

ਇਸ ਤੋਂ ਪਹਿਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਜੋ ਵਿਚਾਰ ਵਿਕਸਿਤ ਕੀਤੇ ਹਨ, ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਅਧਿਐਨ ਦੇ ਲਈ ਕਰਾਂਗੇ ਜਦੋਂ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਉਛਾਲਣ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਉਡਾਣ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ ਜਾਂ ਪ੍ਰਖੇਪਿਤ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਸ ਨੂੰ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਅਜਿਹਾ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਫੁੱਟਬਾਲ, ਕ੍ਰਿਕੇਟ ਦੀ ਗੇਂਦ, ਬੇਸਬਾਲ ਜਾਂ ਕੋਈ ਹੋਰ ਵਸਤੂ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦੀ ਗਤੀ ਨੂੰ ਦੋ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਮਕਾਲੀ ਗਤੀਆਂ ਦੇ ਘਟਕ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਘਟਕ ਬਿਨਾਂ ਕਿਸੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਖਿਤਜੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਦੂਸਰਾ ਗੁਰੁਤਾ ਬਲ ਦੇ ਕਾਰਨ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

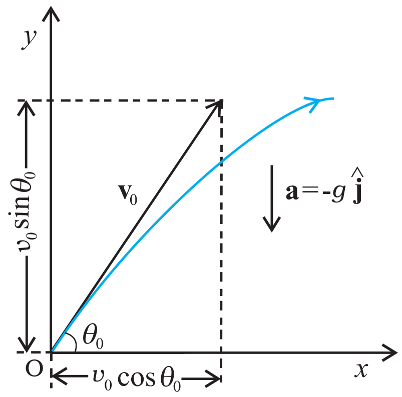
ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਗੈਲੀਲਿਉ ਨੇ ਆਪਣੇ ਲੇਖ **ਡਾਇਲਾਗ ਆਨ ਦਿ ਗ੍ਰੇਟ ਵਰਲਡ ਸਿਸਟਮ** (1632) ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਗਤੀ ਦੇ ਖਿਤਜੀ ਅਤੇ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਘਟਕਾਂ ਦੇ ਸੁਤੰਤਰ ਸੁਭਾਅ ਦਾ ਜ਼ਿਕਰ ਕੀਤਾ ਸੀ।

ਇਸ ਅਧਿਐਨ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਇਹ ਮੰਨਾਂਗੇ ਕਿ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦੀ ਗਤੀ ਤੇ ਹਵਾ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਉਪੇਖਿਤ ਹੈ। ਮੰਨਿਆ ਕਿ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਨੂੰ ਅਜਿਹੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ $\mathbf{v}_0$ ਵੇਗ ਨਾਲ ਸੁੱਟਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਜੋ x-ਧੁਰੇ ਨਾਲ (ਚਿੱਤਰ 4.17 ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ) θ_0 ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਸੁੱਟੀ ਗਈ ਵਸਤੂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਖੇਪਿਤ ਕਰਨ ਦੇ ਬਾਅਦ ਉਸ ਤੇ ਗੁਰੁਤਾ ਦੇ ਕਾਰਨ ਲੱਗਣ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਹੁੰਦੀ ਹੈ :

$$\mathbf{a} = -g\,\hat{\mathbf{j}}$$

ਜਾਂ $a_x = 0,\ a_y = -g$ ...(4.36)



ਚਿੱਤਰ **4.17** v_0 ਵੇਗ ਨਾਲ θ_0 ਕੋਣ ਤੇ ਪ੍ਰਖੇਪਿਤ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤੀ।

ਅਰੰਭਿਕ ਵੇਗ $\boldsymbol{v}_o$ ਦੇ ਘਟਕ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੋਣਗੇ :

$$v_{ox} = v_o \cos \theta_o$$

$$v_{oy} = v_o \sin \theta_o \quad ...(4.37)$$

ਜੇ ਚਿੱਤਰ 4.17 ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਵਸਤੂ ਦੀ ਅਰੰਭਿਕ ਸਥਿਤੀ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਤੰਤਰ ਦੇ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਹੋਵੇ, ਤਾਂ

$$x_o = 0,\ y_o = 0$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮੀਕਰਨ (4.34 b) ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਲਿਖਾਂਗੇ :

$$x = v_{ox} t = (v_o \cos \theta_o)\, t$$

ਅਤੇ

$$y = (v_o \sin \theta_o)\, t - (\tfrac{1}{2})g\, t^2 \quad ...(4.38)$$

ਸਮੀਕਰਨ (4.33 *b*) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਕਿਸੇ ਸਮੇਂ t ਦੇ ਲਈ ਵੇਗ ਦੇ ਘਟਕਾਂ ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਗਏ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਵੇਗਾ :

$$v_x = v_{ox} = v_o \cos \theta_o$$

$$v_y = v_o \sin \theta_o - g\, t \quad ...(4.39)$$

ਸਮੀਕਰਨ (4.38) ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਛਿਣ t ਤੇ ਅਰੰਭਿਕ ਵੇਗ $\boldsymbol{v}_0$ ਅਤੇ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਕੋਣ θ_0 ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ x ਅਤੇ y ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋ ਜਾਣਗੇ। ਇਸ ਗੱਲ 'ਤੇ ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ x ਅਤੇ y ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਦੇ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਲੰਬ ਹੋਣ ਦੀ ਚੋਣ ਕਾਰਨ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਗਤੀ ਦੇ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਵਿੱਚ ਕਾਫ਼ੀ ਸਹੂਲਤ ਹੋ ਗਈ ਹੈ। ਵੇਗ ਦੇ ਦੋ ਘਟਕਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ x ਘਟਕ ਗਤੀ ਦੇ ਪੂਰੇ ਸਮੇਂ ਦੌਰਾਨ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ ਦੂਸਰਾ y ਘਟਕ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਮੰਨ ਲਉ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਸੁਤੰਤਰਤਾਪੂਰਵਕ ਹੇਠਾਂ ਡਿਗ ਰਿਹਾ ਹੋਵੇ। ਚਿੱਤਰ 4.18 ਵਿੱਚ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਛਿਣਾਂ ਦੇ ਲਈ ਇਸ ਨੂੰ ਗ੍ਰਾਫ਼ੀ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ ਅਧਿਕਤਮ ਉਚਾਈ ਵਾਲੇ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਲਈ $\boldsymbol{v_y} = 0$ ਅਤੇ

$$q = \tan^{-1} \frac{v_y}{v_x} = 0$$

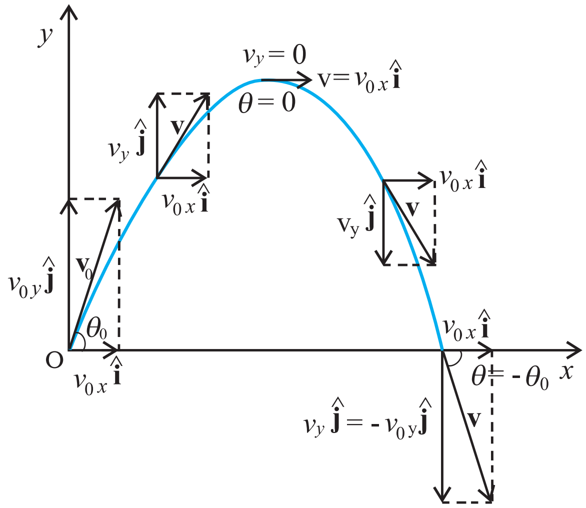
ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦੇ ਪਥ ਦਾ ਸਮੀਕਰਨ (Equation of path of a projectile)

ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦੁਆਰਾ ਚੱਲੇ ਗਏ ਰਸਤੇ ਦੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਕੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ? ਇਸਦੇ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਪਥ ਦਾ ਸਮੀਕਰਨ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਹੋਵੇਗਾ। ਸਮੀਕਰਨ (4.38) ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ x ਅਤੇ y ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਵਿੱਚੋਂ t ਨੂੰ ਖ਼ਤਮ ਕਰਨ ਨਾਲ ਨਿਮਨਲਿਖਤ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ :

$$y = (\tan \theta_o)\, x - \frac{g}{2\,(v_o \cos\theta_o)^2}\, x^2 \quad ...(4.40)$$

ਇਹ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦੇ ਪਥ ਦਾ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ 4.18 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ g, θ_0 ਅਤੇ v_0 ਸਥਿਰ ਹਨ, ਸਮੀਕਰਨ (4.40) ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ :

$y = a\,x + b\,x^2$ ਇਸ ਵਿੱਚ a ਅਤੇ b ਸਥਿਰ ਅੰਕ ਹਨ। ਇਹ ਇੱਕ ਪੈਰਾਬੋਲਾ ਦਾ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ ਜਾਂ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦਾ ਪਥ ਪੈਰਾਬੋਲਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ ***4.18*** ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦਾ ਰਸਤਾ ਪੈਰਾਬੋਲਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ

ਅਧਿਕਤਮ ਉਚਾਈ ਦਾ ਸਮਾਂ (Time of maximum height)

ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਅਧਿਕਤਮ ਉਚਾਈ ਤੱਕ ਪੁੱਜਣ ਲਈ ਕਿੰਨਾ ਸਮਾਂ ਲੈਂਦਾ ਹੈ ? ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਇਹ ਸਮਾਂ t_m ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਇਸ ਬਿੰਦੂ ਤੇ $v_y = 0$ ਇਸ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨ (4.39) ਤੋਂ ਅਸੀਂ t_m ਦਾ ਮਾਨ ਕੱਢ ਸਕਦੇ ਹਾਂ :

$$v_y = v_o \sin\theta_o - g\, t_m = 0$$

ਜਾਂ

$$t_m = v_o \sin\theta_o / g \quad ...(4.41a)$$

ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦੀ ਉਡਾਣ ਦੇ ਸਮੇਂ ਦੌਰਾਨ ਲੱਗਿਆ ਕੁੱਲ ਸਮਾਂ T_f ਅਸੀਂ ਸਮੀਕਰਨ (4.38) ਵਿੱਚ $y = 0$ ਰੱਖ ਕੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ,

$$T_f = 2\,(v_o \sin \theta_o)/g \quad ...(4.41b)$$

T_f ਨੂੰ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦਾ ਉਡਾਣ ਕਾਲ (time of flight) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਧਿਆਨ ਦੇਣ ਦੀ ਗੱਲ ਹੈ ਕਿ $T_f = 2t_m$ । ਰਸਤੇ ਦੀ ਸਮਮਿਤੀ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਅਜਿਹੇ ਹੀ ਨਤੀਜੇ ਦੀ ਆਸ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦੀ ਅਧਿਕਤਮ ਉਚਾਈ (Maximum height of projectile)

ਸਮੀਕਰਨ 4.38 ਵਿੱਚ $t = t_m$ ਰੱਖ ਕੇ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਅਧਿਕਤਮ ਉਚਾਈ h_m ਦੀ ਗਣਨਾ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।

$$y = h_m = (v_0 \sin\theta_0)\left(\frac{v_0 \sin\theta_0}{g}\right) - \frac{g}{2}\left(\frac{v_0 \sin\theta_0}{g}\right)^2$$

ਜਾਂ $$h_m = \frac{(v_0 \sin\theta_0)^2}{2g} \qquad ...(4.42)$$

ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦੀ ਖਿਤਜੀ ਰੇਂਜ (horizontal range of projectile)

ਅਰੰਭਿਕ ਸਥਿਤੀ ($x = y = 0$) ਤੋਂ ਚੱਲ ਕੇ ਉਸ ਸਥਿਤੀ ਤੱਕ ਜਦੋਂ $y = 0$ ਹੋਵੇ, ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ ਨੂੰ ਖਿਤਜੀ ਰੇਂਜ **R** ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਖਿਤਜੀ ਰੇਂਜ, ਉਡਾਣ ਕਾਲ T_f ਵਿੱਚ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਰੇਂਜ R ਹੋਵੇਗੀ।

$$R = (v_o \cos\theta_o)(T_f)$$
$$R = (v_o \cos\theta_o)\ (2\,v_o \sin\theta_o)/g$$

ਜਾਂ $$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g} \qquad ...(4.43)$$

ਸਮੀਕਰਨ (4.43) ਤੋਂ ਸਾਫ਼ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦੇ ਵੇਗ v_0 ਲਈ R ਅਧਿਕਤਮ ਉਦੋਂ ਹੋਵੇਗਾ ਜਦੋਂ $\theta_0 = 45^0$ ਕਿਉਂਕਿ $\sin 90° = 1$ (ਜੋ $\sin 2\theta_0$ ਦਾ ਅਧਿਕਤਮ ਮਾਨ ਹੈ।) ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਧਿਕਤਮ ਖਿਤਜੀ ਰੇਂਜ ਹੋਵੇਗੀ।

$$R_m = \frac{v_0^2}{g} \qquad ...(4.43a)$$

ਉਦਾਹਰਨ 4.7 ਗੈਲੀਲਿਉ ਨੇ ਆਪਣੀ ਪੁਸਤਕ "ਟੂ ਨਿਉ ਸਾਇੰਸਜ਼" ਵਿੱਚ ਕਿਹਾ ਹੈ ਕਿ "ਉਹਨਾਂ ਉਚਾਣ ਕੋਣਾਂ (elevation) ਦੇ ਲਈ ਜਿਹਨਾਂ ਦੇ ਮਾਨ 45° ਤੋਂ ਬਰਾਬਰ ਮਾਤਰਾ ਨਾਲ ਵੱਧ ਜਾਂ ਘੱਟ ਹੋਣ, ਖਿਤਜੀ ਰੇਂਜ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।" ਇਸ ਕਥਨ ਨੂੰ ਸਿੱਧ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਜੇ ਕੋਈ ਪ੍ਰਖੇਪਕ θ_0 ਕੋਣ ਤੇ ਅਰੰਭਿਕ ਵੇਗ $\boldsymbol{v}_o$ ਨਾਲ ਸੁੱਟਿਆ ਜਾਵੇ, ਤਾਂ ਉਸਦੀ ਰੇਂਜ

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$$ ਹੋਵੇਗੀ।

ਹੁਣ ਕੋਣਾਂ $(45° + \alpha)$ ਅਤੇ $(45° - \alpha)$ ਦੇ ਲਈ $2\theta_0$ ਦਾ ਮਾਨ ਕ੍ਰਮਵਾਰ $(90° + 2\alpha)$ ਅਤੇ $(90° - 2\alpha)$ ਹੋਵੇਗਾ। $\sin(90° + 2\alpha)$ ਅਤੇ $\sin(90° - 2\alpha)$ ਦੋਨੋਂ ਮਾਨ ਬਰਾਬਰ ਜਾਂ $\cos 2\alpha$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਉਹਨਾਂ ਉਚਾਣ ਕੋਣਾਂ ਲਈ ਜਿਹਨਾਂ ਲਈ ਮਾਨ 45° ਤੋਂ ਬਰਾਬਰ ਮਾਤਰਾ ਦੁਆਰਾ ਘੱਟ ਜਾਂ ਵੱਧ ਹੈ, ਖਿਤਜੀ ਰੇਂਜ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 4.8 ਇੱਕ ਪੈਦਲ ਯਾਤਰੀ ਕਿਸੇ ਖੜ੍ਹੀ ਚੱਟਾਨ ਦੇ ਕੋਨੇ ਤੇ ਖੜ੍ਹਾ ਹੈ। ਚੱਟਾਨ ਜ਼ਮੀਨ ਤੋਂ 490 m ਉੱਚੀ ਹੈ। ਉਹ ਇੱਕ ਪੱਥਰ ਨੂੰ ਖਿਤਜੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ 15 ms^{-1} ਦੀ ਅਰੰਭਿਕ ਚਾਲ ਨਾਲ ਸੁੱਟਦਾ ਹੈ। ਹਵਾ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਨੂੰ ਨਿਗੁਣਾ ਮੰਨਦੇ ਹੋਏ ਇਹ ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਪੱਥਰ ਨੂੰ ਜ਼ਮੀਨ ਤੱਕ ਪੁੱਜਣ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨਾ ਸਮਾਂ ਲੱਗਿਆ ਅਤੇ ਜ਼ਮੀਨ ਨਾਲ ਟਕਰਾਉਂਦੇ ਸਮੇਂ ਉਸਦੀ ਚਾਲ ਕਿੰਨੀ ਸੀ ?
$g = 9.8 ms^{-2}$

ਹੱਲ : ਅਸੀਂ ਖੜ੍ਹੀ ਚੱਟਾਨ ਦੇ ਕੋਨੇ ਨੂੰ x ਅਤੇ y-ਧੁਰੇ ਦੇ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਅਤੇ ਪੱਥਰ ਸੁੱਟੇ ਜਾਣ ਦੇ ਸਮੇਂ ਨੂੰ $t = 0$ ਮੰਨਾਂਗੇ। x ਧੁਰੇ ਦੀ ਧਨਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਅਰੰਭਿਕ ਵੇਗ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਅਤੇ y ਧੁਰੇ ਦੀ ਧਨਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਚੁਣਦੇ ਹਾਂ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਕਹਿ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਕਿ ਗਤੀ ਦੇ x ਅਤੇ y ਘਟਕ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦੇ, ਇਸ ਲਈ

$$x(t) = x_o + v_{ox}\,t$$
$$y(t) = y_o + v_{oy}\,t + (1/2)\,a_y\,t^2$$

ਜਿੱਥੇ $x_o = y_o = 0,\ v_{oy} = 0,\ a_y = -g = -9.8\ m\ s^{-2}$,
$v_{ox} = 15\ ms^{-1}$

ਪੱਥਰ ਉਸ ਸਮੇਂ ਜ਼ਮੀਨ ਨਾਲ ਟਕਰਾਉਂਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ

$$y(t) = -490\ m$$
$$\therefore \quad -490\ m = -(1/2)(9.8)\ t^2$$

ਜਾਂ $t = 10\ s$

ਵੇਗ ਘਟਕ $v_x = v_{ox}$ ਅਤੇ $v_y = v_{oy} - g\,t$ ਹੋਣਗੇ। ਇਸ ਲਈ, ਜਦੋਂ ਪੱਥਰ ਜ਼ਮੀਨ ਨਾਲ ਟਕਰਾਉਂਦਾ ਹੈ, ਉਦੋਂ

$$v_{ox} = 15\ ms^{-1}$$
$$v_{oy} = 0 - 9.8 \times 10 = -98\ m\ s^{-1}$$

ਇਸ ਲਈ ਪੱਥਰ ਦੀ ਚਾਲ

$$\sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{15^2 + 98^2} = 99\ m\ s^{-1}$$ ਹੋਵੇਗੀ

ਉਦਾਹਰਨ 4.9 ਖਿਤਜ ਤੋਂ ਉੱਪਰ ਵੱਲ 30° ਦਾ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹੋਏ ਇੱਕ ਕ੍ਰਿਕਟ ਗੇਂਦ 28 ms^{-1} ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਸੁੱਟੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। (a) ਅਧਿਕਤਮ ਉਚਾਈ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰੋ। (b) ਉਸੇ ਪੱਧਰ ਤੇ ਪਰਤਣ ਵਿੱਚ ਲੱਗੇ ਸਮੇਂ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰੋ ਅਤੇ (c) ਸੁੱਟਣ ਵਾਲੇ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਦੂਰੀ ਜਿਹੜੀ ਉਸੇ ਪੱਧਰ 'ਤੇ ਪੁੱਜੀ ਹੈ, ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : (a) ਅਧਿਕਤਮ ਉਚਾਈ

$$h_m = \frac{(v_0 \sin\theta_o)^2}{2g} = \frac{(28\sin 30°)^2}{2\times(9.8)}\ \text{m}$$

$$= \frac{28\times28\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}}{2\times9.8}$$

$$= \frac{14\times14}{2\times9.8} = 10.0\ \text{m}$$ ਹੋਵੇਗੀ।

(b) ਉਸੇ ਧਰਾਤਲ 'ਤੇ ਵਾਪਸ ਆਉਣ ਵਿੱਚ ਲੱਗਿਆ ਸਮਾਂ

$T_f = (2\ v_o \sin\ \theta_o)/g = (2\times 28\times \sin 30°)/9.8$

$= 28/9.8$ s $= 2.9$ s ਹੋਵੇਗਾ।

(c) ਸੁੱਟਣ ਵਾਲੇ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਦੂਰੀ ਜਿੱਥੇ ਗੇਂਦ ਉਸੇ ਪੱਧਰ ਤੱਕ ਪੁੱਜਦੀ ਹੈ :

$$R = \frac{(v_o^2 \sin 2\theta_o)}{g} = \frac{28\times28\times\sin 60^o}{9.8} = 69\ \text{m}$$

ਹਵਾ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਦੀ ਉਪੇਖਿਆ ਕਰਨਾ - ਇਸ ਮਨੌਤ ਦਾ ਅਸਲ ਅਰਥ ਕੀ ਹੈ ? (Neglecting air resistance - what does the assumption really mean ?)

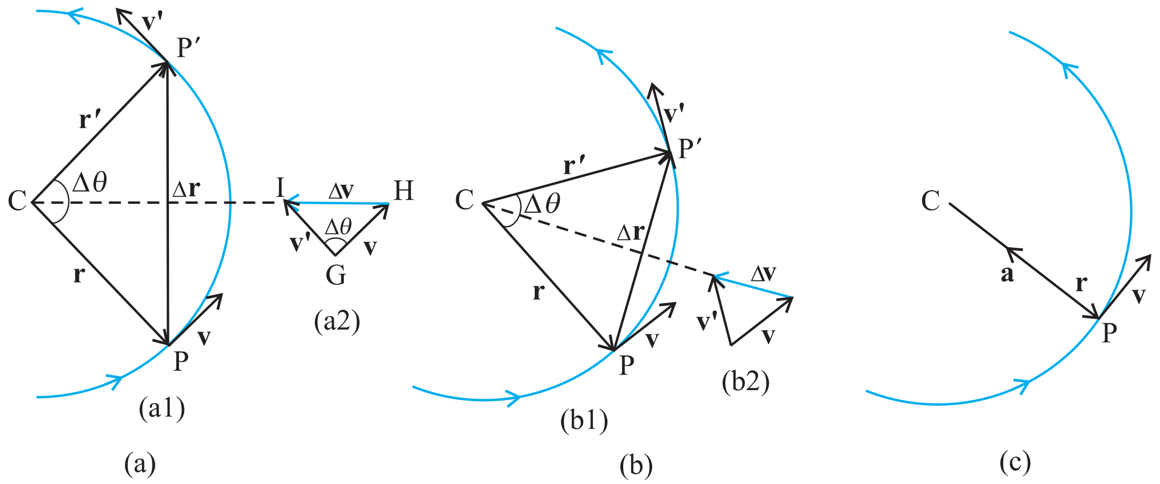
ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਗਤੀ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਗੱਲ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਅਸੀਂ ਇਹ ਕਿਹਾ ਸੀ ਕਿ ਹਵਾ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਦਾ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦੀ ਗਤੀ ਤੇ ਕੋਈ ਅਸਰ ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗਾ। ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਹ ਸਮਝਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇਸ ਕਥਨ ਦਾ ਅਸਲ ਅਰਥ ਕੀ ਹੈ ? ਰਗੜ, ਵਿਸਕਾਸਤਾ ਬਲ, ਹਵਾ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਇਹ ਸਾਰੇ ਖੈਕਾਰੀ ਬਲ ਹਨ। ਗਤੀ ਦਾ ਵਿਰੋਧ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਅਜਿਹੇ ਬਲਾਂ ਦੀ ਮੌਜੂਦਗੀ ਦੇ ਕਾਰਨ ਗਤੀ ਕਰਦੇ ਪਿੰਡ ਦੀ ਮੂਲ ਊਰਜਾ ਅਤੇ ਨਤੀਜਤਨ ਇਸਦੇ ਸੰਵੇਗ, ਵਿੱਚ ਕਮੀ ਆਵੇਗੀ। ਇਸਲਈ, ਆਪਣੇ ਪੈਰਾਬੋਲਿਕ ਰਸਤੇ ਤੇ ਗਤੀ ਕਰਦੇ ਕੋਈ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਹਵਾ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਦੀ ਮੌਜੂਦਗੀ ਵਿੱਚ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਆਪਣੀ ਆਦਰਸ਼ ਟਰੈਜਕਟਰੀ (trajectory) ਤੋਂ ਵਿਚਲਿਤ ਹੋ ਜਾਵੇਗਾ। ਉਹ ਧਰਾਤਲ ਨਾਲ ਉਸੇ ਵੇਗ ਨਾਲ ਆ ਕੇ ਟਕਰਾਏਗਾ ਜਿਸ ਨਾਲ ਉਹ ਸੁੱਟਿਆ ਗਿਆ ਸੀ। ਹਵਾ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਦੀ ਮੌਜੂਦਗੀ ਵਿੱਚ ਵੇਗ ਦਾ x-ਘਟਕ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਸਿਰਫ਼ y-ਘਟਕ ਵਿੱਚ ਹੀ ਲਗਾਤਾਰ ਪਰਿਵਰਤਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਐਪਰ, ਹਵਾ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਦੀ ਮੌਜੂਦਗੀ ਵਿੱਚ, ਇਹ ਦੋਨੋਂ ਹੀ ਘਟਕ ਪ੍ਰਭਾਵਿਤ ਹੋਣਗੇ। ਇਸਦਾ ਅਰਥ ਇਹ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦੀ ਖਿਤਜੀ ਰੇਂਜ ਸਮੀਕਰਨ (4.43) ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਮਾਨ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੋਵੇਗੀ। ਅਧਿਕਤਮ ਉਚਾਈ ਵੀ ਸਮੀਕਰਨ (4.42) ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਮਾਨ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੋਵੇਗੀ। ਤਾਂ, ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਲਗਾ ਸਕਦੇ ਹੋ, ਕਿ ਉਡਾਣ ਕਾਲ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਹੋਵੇਗਾ ?

ਹਵਾ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਤੋਂ ਬਚਾਉ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਯੋਗ ਨਿਰਵਾਤ ਵਿੱਚ ਜਾਂ ਬਹੁਤ ਘੱਟ ਦਬਾਉ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਕਰਨਾ ਹੋਵੇਗਾ ਜੋ ਅਸਾਨ ਕੰਮ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ 'ਹਵਾ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਨੂੰ ਉਪੇਖਿਤ ਕਰ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ' ਵਰਗੇ ਵਾਕਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਇਹ ਕਹਿਣਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ, ਕਿ ਰੇਂਜ, ਉਚਾਈ ਵਰਗੇ ਪੈਰਾਮੀਟਰਾਂ ਵਿੱਚ, ਇਸਦੇ ਕਾਰਨ ਹੋਣ ਵਾਲੇ ਪਰਿਵਰਤਨ, ਹਵਾ ਰਹਿਤ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਪਤਾ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਮਾਨਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਘੱਟ ਹੈ। ਬਿਨਾਂ ਹਵਾ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਨੂੰ ਵਿਚਾਰ ਵਿੱਚ ਲਿਆ ਕੇ ਗਣਨਾ ਕਰਨਾ ਸੌਖਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਬਜਾਏ ਉਸ ਸਥਿਤੀ ਦੇ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਹਵਾ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਨੂੰ ਗਣਨਾ ਵਿੱਚ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ।

4.11 ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ (UNIFORM CIRCULAR MOTION)

ਜਦੋਂ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚਾਲ ਨਾਲ ਇੱਕ ਚਕਰਾਕਾਰ ਰਸਤੇ 'ਤੇ ਚਲਦੀ ਹੈ, ਤਾਂ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤੀ ਨੂੰ **ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ (uniform circular motion) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ**। ਸ਼ਬਦ "ਇੱਕ ਸਮਾਨ" ਉਸ ਚਾਲ ਦੇ ਸੰਦਰਭ ਵਿੱਚ ਵਰਤਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਜੋ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਸਮੇਂ ਦੌਰਾਨ ਇੱਕ ਸਮਾਨ (ਨਿਸ਼ਚਿਤ) ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ। ਮੰਨਿਆ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 4.19 ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚਾਲ v ਨਾਲ **R** ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਦੇ ਘੇਰੇ ਤੇ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਵਸਤੂ ਦੇ ਵੇਗ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਲਗਾਤਾਰ ਪਰਿਵਰਤਨ ਹੋ ਰਿਹਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਉਸ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਵੇਗ ਪੈਦਾ ਹੋ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਉਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਪਤਾ ਕਰਨੀ ਹੈ।

ਮੰਨ ਲਉ $\mathbf{r}$ ਅਤੇ $\mathbf{r}'$ ਅਤੇ $\mathbf{v}$ ਅਤੇ $\mathbf{v}'$ ਕਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਅਤੇ ਗਤੀ ਸਦਿਸ਼ ਹਨ ਜਦੋਂ ਉਹ ਗਤੀ ਦੇ ਦੌਰਾਨ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਬਿੰਦੂਆਂ P ਅਤੇ P′ ਤੇ ਹਨ (ਚਿੱਤਰ 4.19(a)। ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ, ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਕਣ ਦਾ ਵੇਗ ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਗਤੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ 4.19(a1) ਵਿੱਚ ਵੇਗ ਸਦਿਸ਼ਾਂ $\mathbf{v}$ ਅਤੇ $\mathbf{v}'$ ਨੂੰ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ 4.19(a) ਵਿੱਚ ਸਦਿਸ਼ ਜੋੜ ਦੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨਿਯਮ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕਰਕੇ $\Delta\mathbf{v}$ ਪਤਾ ਕਰ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ। ਕਿਉਂਕਿ ਰਸਤਾ ਚਕਰਾਕਾਰ ਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਜਿਆਮਿਤੀ ਤੋਂ ਸਾਫ਼ ਹੈ ਕਿ $\mathbf{v}$, $\mathbf{r}$ ਦੇ ਅਤੇ $\mathbf{v}'$, $\mathbf{r}'$ ਦੇ ਲੰਬ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ $\Delta\mathbf{v}$, $\Delta\mathbf{r}$ ਦੇ ਲੰਬ ਹੋਵੇਗਾ। ਮੁੜ ਕਿਉਂਕਿ ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ $\Delta v \left(\mathbf{a} = \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t}\right)$



ਚਿੱਤਰ 4.19 ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ। ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ Δt, (a) ਤੋਂ (c) ਤੱਕ ਘੱਟਦਾ ਹੈ ਅਤੇ (c) ਤੇ ਸਿਫਰ ਹੈ। ਚਕਰਾਕਾਰ ਪਥ ਦੇ ਹਰੇਕ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਚੱਕਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਨੂੰ ਹੈ।

ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੈ, ਇਸਲਈ $\bar{\boldsymbol{a}}$ ਵੀ $\Delta \boldsymbol{r}$ ਤੇ ਲੰਬ ਹੋਵੇਗਾ। ਹੁਣ ਜੇ ਅਸੀਂ $\Delta \boldsymbol{v}$ ਨੂੰ ਉਸ ਰੇਖਾ ਤੇ ਰੱਖੀਏ ਜੋ $\boldsymbol{r}$ ਅਤੇ $\boldsymbol{r}'$ ਦੇ ਵਿੱਚ ਦੇ ਕੋਣ ਨੂੰ ਦੋ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਦੇਖਾਂਗੇ ਕਿ ਇਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਚੱਕਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਹੋਵੇਗੀ। ਇਹਨਾਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ 4.19(b) ਵਿੱਚ ਛੋਟੇ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ਦੇ ਲਈ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। $\Delta \boldsymbol{v}$ ਅਤੇ $\bar{\boldsymbol{a}}$ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਮੁੜ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਹੋਵੇਗੀ। ਚਿੱਤਰ 4.19(c) ਵਿੱਚ $\Delta t \to 0$ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ, ਤਤਕਾਲੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।* ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇਹ ਸਿੱਟਾ ਨਿਕਲਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ ਦੇ ਲਈ ਵਸਤੂ ਦੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਚੱਕਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇਸ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਪਤਾ ਕਰਾਂਗੇ। ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ, $\boldsymbol{a}$ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸੂਤਰ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

$$|\mathbf{a}| = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \boldsymbol{v}|}{\Delta t}$$

ਮੰਨ ਲਉ $\boldsymbol{r}$ ਅਤੇ $\boldsymbol{r}'$ ਦੇ ਵਿੱਚ ਕੋਣ $\Delta\theta$ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਵੇਗ ਸਦਿਸ਼ $\boldsymbol{v}$ ਅਤੇ $\boldsymbol{v}'$ ਸਦਾ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼ ਦੇ ਲੰਬ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਇਸ ਲਈ ਉਹਨਾਂ ਵਿਚਲੇ ਕੋਣ ਵੀ $\Delta\theta$ ਹੋਣਗੇ। ਇਸ ਲਈ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੁਆਰਾ ਬਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ $\Delta CPP'$ ਅਤੇ ਵੇਗ ਸਦਿਸ਼ਾਂ $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{v}'$ ਅਤੇ $\Delta \boldsymbol{v}$ ਦੁਆਰਾ ਬਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਅਧਾਰ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਕਿਨਾਰੇ ਦੀ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਦੂਸਰੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਸੰਗਤ ਲੰਬਾਈਆਂ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ, ਭਾਵ

$$\frac{|\Delta \mathbf{v}|}{\boldsymbol{v}} = \frac{|\Delta \mathbf{r}|}{R}$$

ਜਾਂ,
$$|\Delta \mathbf{v}| = v\frac{|\Delta \mathbf{r}|}{R}$$

ਇਸ ਲਈ

$$|\mathbf{a}| = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \mathbf{v}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v|\Delta \mathbf{r}|}{R\Delta t} = \frac{v}{R} \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \mathbf{r}|}{\Delta t}$$

ਜੇ Δt ਛੋਟਾ ਹੈ, ਤਾਂ $\Delta\theta$ ਵੀ ਛੋਟਾ ਹੋਵੇਗਾ। ਅਜਿਹੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਚਾਪ PP' ਨੂੰ ਲਗਭਗ $|\Delta \mathbf{r}|$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਲੈ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਜਾਂ $|\Delta \mathbf{r}| \cong v\Delta t$

ਜਾਂ $$\frac{|\Delta \mathbf{r}|}{\Delta t} \cong v$$

ਜਾਂ $$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \boldsymbol{x}|}{\Delta t} = v$$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵੇਗ a_c ਦਾ ਮਾਨ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੋਵੇਗਾ,

$$a_c = \left(\frac{v}{R}\right) v = v^2/R \qquad \ldots(4.44)$$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਕਿਸੇ R ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੇ ਚਕਰਾਕਾਰ ਅਕਾਰ ਵਾਲੇ ਰਸਤੇ ਦੇ ਘੇਰੇ ਤੇ v ਚਾਲ ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਵਸਤੂ ਦੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ v^2/R ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦੀ **ਦਿਸ਼ਾ**

* $\Delta t \to 0$ ਸੀਮਾ ਵਿੱਚ $\Delta \boldsymbol{r}$, $\boldsymbol{r}$ ਦੇ ਲੰਬ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਸੀਮਾ ਵਿੱਚ ਕਿਉਂਕਿ $\Delta \boldsymbol{v} \to \mathbf{0}$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਇਹ ਵੀ $\boldsymbol{v}$ ਦੇ ਲੰਬ ਹੋਵੇਗਾ। ਇਸ ਲਈ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਪਥ ਤੇ ਹਰੇਕ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਸਦਾ ਹੀ ਚੱਕਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਕਾਰਨ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨੂੰ ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵੇਗ (centripetal acceleration) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। (ਇਹ ਪਦ ਨਿਊਟਨ ਨੇ ਸੁਝਾਇਆ ਸੀ)। ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਸੰਪੂਰਨ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣਾਤਮਕ ਲੇਖ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ 1673 ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਡਚ ਵਿਗਿਆਨੀ ਕ੍ਰਿਸਚਿਅਨ ਹਾਇਗੇਨਸ (Christian Huygens) (1629-1695) ਨੇ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ਿਤ ਕਰਵਾਇਆ ਸੀ ਪਰ ਸ਼ਾਇਦ ਨਿਊਟਨ ਨੂੰ ਵੀ ਕੁਝ ਸਾਲ ਪਹਿਲਾਂ ਇਸ ਦਾ ਗਿਆਨ ਹੋ ਚੁੱਕਾ ਸੀ। ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਨੂੰ ਅੰਗਰੇਜ਼ੀ ਵਿੱਚ ਸੇਂਟਰੀਪੀਟਲ (centripetal) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਜੋ ਇੱਕ ਗ੍ਰੀਕ ਸ਼ਬਦ ਹੈ ਜਿਸ ਤੋਂ ਭਾਵ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਨੂੰ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ v ਅਤੇ R ਦੋਨੋਂ ਸਥਿਰ ਹਨ ਇਸ ਲਈ ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਵੀ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦਾ ਪਰ ਦਿਸ਼ਾ ਬਦਲਦੀ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਸਦਾ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਿੱਟਾ ਨਿਕਲਦਾ ਹੈ ਕਿ ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਸਦਿਸ਼ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੇ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ ਦੇ ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਦੂਸਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵੀ ਸਮਝ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਚਿੱਤਰ 4.19 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਏ ਗਏ ਅਨੁਸਾਰ Δt $(= t' - t)$ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਜਦੋਂ ਕਣ P ਤੋਂ P′ ਤੱਕ ਪੁੱਜ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਰੇਖਾ CP ਕੋਣ $\Delta\theta$ ਤੋਂ ਘੁੰਮ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। $\Delta\theta$ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਕੋਣੀ ਦੂਰੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਕੋਣੀ ਵੇਗ ω (ਗ੍ਰੀਕ ਅੱਖਰ 'ਓਮੇਗਾ') ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਕੋਣੀ ਦੂਰੀ ਦੇ ਸਮੇਂ ਨਾਲ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੀ ਦਰ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ,

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad \text{...(4.45)}$$

ਹੁਣ ਜੇ Δt ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਕਣ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ ਨੂੰ Δs ਨਾਲ ਦਰਸਾਈਏ (ਭਾਵ PP′ = Δs) ਤਾਂ,

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

ਪਰ $\Delta s = R\,\Delta\theta$ ਇਸ ਲਈ

$$v = R\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = R\,\omega$$

ਇਸ ਲਈ $v = R\,\omega$ ...(4.46)

ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਕੋਣੀ ਚਾਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਭਾਵ,

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R$$

ਜਾਂ $a_c = \omega^2 R$ ...(4.47)

ਚੱਕਰ ਦਾ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਲਗਾਉਣ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਨੂੰ ਜੋ ਸਮਾਂ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਉਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਆਵਰਤ ਕਾਲ T ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਇੱਕ ਸੈਕੰਡ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਜਿੰਨੇ ਚੱਕਰ ਲਗਾਉਂਦੀ ਹੈ, ਉਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਵਸਤੂ ਦੀ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ν ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਪਰ ਇੰਨੇ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ $r = 2\pi R$ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ

$$v = 2\pi R/T = 2\pi R\nu \qquad \text{...(4.48)}$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ω, ν ਅਤੇ a_c ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ν ਦੇ ਪਦ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ,

$$\omega = 2\pi\nu$$
$$v = 2\pi\nu R$$
$$a_c = 4\pi^2\nu^2 R \qquad \text{...(4.49)}$$

ਉਦਾਹਰਨ 4.10 ਕੋਈ ਕੀੜਾ ਇੱਕ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਦੇ ਖਾਂਚੇ ਦੇ ਵਿੱਚ ਜਿਸ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ 12 cm ਹੈ, ਫਸ ਗਿਆ ਹੈ। ਉਹ ਖਾਂਚੇ ਦੇ ਘੇਰੇ ਤੇ ਸਥਿਰ ਚਾਲ ਨਾਲ ਚੱਲਦਾ ਹੈ ਅਤੇ 100 ਸੈਕੰਡ ਵਿੱਚ 7 ਚੱਕਰ ਲਗਾ ਲੈਂਦਾ ਹੈ। (a) ਕੀੜੇ ਦੀ ਕੋਣੀ ਚਾਲ ਅਤੇ ਰੇਖੀ ਚਾਲ ਕਿੰਨੀ ਹੋਵੇਗੀ? (b) ਕੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਸਦਿਸ਼ ਇੱਕ ਅਚਲ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ। ਇਸਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਕਿੰਨਾ ਹੋਵੇਗਾ ?

ਹੱਲ : ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ ਦਾ ਇੱਕ ਉਦਾਹਰਨ ਹੈ। ਇੱਥੇ R = 12 cm ਹੈ। ਕੋਣੀ ਚਾਲ ω ਦਾ ਮਾਨ

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi \times 7/100 = 14\pi/100 = 0.44 \text{ rad/s}$$

ਹੈ ਅਤੇ ਰੇਖੀ ਚਾਲ v ਦਾ ਮਾਨ

$$v = \omega\, R = 0.44 \text{ s}^{-1} \times 12 \text{ cm} = 5.3 \text{ cm s}^{-1}$$

ਹੋਵੇਗਾ। ਚੱਕਰ ਦੇ ਹਰ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਵੇਗ v ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇਗੀ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਚੱਕਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਹੋਵੇਗੀ। ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਦਿਸ਼ਾ ਲਗਾਤਾਰ ਬਦਲਦੀ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਪ੍ਰਵੇਗ ਇੱਕ ਨਾ ਬਦਲਣ ਵਾਲੀ ਅਚਲ ਰਾਸ਼ੀ ਨਹੀਂ ਹੈ ਪਰ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਅਚਲ ਹੈ, ਜਿਸਦਾ ਮਾਨ

$$a = \omega^2 R = (0.44 \text{ s}^{-1})^2 (12 \text{ cm})$$
$$= 2.3 \text{ cms}^{-1}$$

ਹੋਵੇਗਾ।

ਸਾਰ (SUMMARY)

1. ਅਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਉਹ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਹਨ, ਜਿਹਨਾਂ ਦਾ ਸਿਰਫ਼ ਪਰਿਮਾਣ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਦੂਰੀ, ਚਾਲ, ਪੁੰਜ ਅਤੇ ਤਾਪਮਾਨ ਅਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਨ ਹਨ।
2. ਸਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਉਹ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਹਨ, ਜਿਹਨਾਂ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਦੋਵੇਂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਵਿਸਥਾਪਨ, ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਆਦਿ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਨ ਹਨ। ਇਹ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਸਦਿਸ਼ ਬੀਜਗਣਿਤ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਨਿਯਮਾਂ ਦਾ ਪਾਲਣ ਕਰਦੀਆਂ ਹਨ।
3. ਜੇ ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼ **A** ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆ λ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਦੂਸਰਾ ਸਦਿਸ਼ **B** ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਪਰਿਮਾਣ **A** ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦਾ λ ਗੁਣਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਨਵੇਂ ਸਦਿਸ਼ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਜਾਂ ਤਾਂ **A** ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜਾਂ ਇਸਦੇ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ। ਦਿਸ਼ਾ ਇਸ ਗੱਲ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੀ ਹੈ ਕਿ λ ਧਨਾਤਮਕ ਹੈ ਜਾਂ ਰਿਣਾਤਮਕ।
4. ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ **A** ਅਤੇ **B** ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਲਈ ਜਾਂ ਤਾਂ ਸਿਰੇ ਅਤੇ ਪੂਛਲ ਦੀ ਗ੍ਰਾਫ਼ੀ ਵਿਧੀ ਦਾ ਜਾਂ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਵਿਧੀ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
5. ਸਦਿਸ਼ ਜੋੜ ਕ੍ਰਮ-ਪਰਿਵਰਤਨ ਨਿਯਮ ਦਾ ਪਾਲਣ ਕਰਦਾ ਹੈ।

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}$$

ਨਾਲ ਹੀ ਇਹ ਸਹਿਚਾਰੀ ਨਿਯਮ ਦਾ ਵੀ ਪਾਲਣ ਕਰਦਾ ਹੈ ਭਾਵ

$$(\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C} = \mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C})$$

6. ਸਿਫ਼ਰ ਸਦਿਸ਼ ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਸਦਿਸ਼ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਸਿਫ਼ਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਪਰਿਮਾਣ ਸਿਫ਼ਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਇਸ ਲਈ ਇਸਦੇ ਨਾਲ ਦਿਸ਼ਾ ਦੱਸਣਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਹੈ ਇਸਦੇ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਗੁਣ ਹੁੰਦੇ ਹਨ :

$$\mathbf{A} + \mathbf{0} = \mathbf{A}, \quad \lambda\mathbf{0} = \mathbf{0}, \quad 0\,\mathbf{A} = \mathbf{0}$$

7. ਸਦਿਸ਼ **B** ਅਤੇ **A** ਵਿੱਚੋਂ ਘਟਾਉਣ ਦੀ ਕਿਰਿਆ ਨੂੰ ਅਸੀਂ A ਅਤੇ –B ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B})$$

8. ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼ **A** ਨੂੰ ਉਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ **a** ਅਤੇ **b** ਦੀਆਂ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਦੋ ਘਟਕ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਵਿੱਚ ਵਿਯੋਜਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

$$\mathbf{A} = \lambda\,\mathbf{a} + \mu\,\mathbf{b}$$

ਇੱਥੇ λ ਅਤੇ μ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।

9. ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼ **A** ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼ ਉਹ ਸਦਿਸ਼ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਇੱਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਜਿਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਸਦਿਸ਼ **A** ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼ $\hat{\mathbf{n}} = \dfrac{\mathbf{A}}{|\mathbf{A}|}$

ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼ $\hat{\mathbf{i}}, \hat{\mathbf{j}}, \hat{\mathbf{k}}$ ਇਕਾਈ ਪਰਿਮਾਣ ਵਾਲੇ ਉਹ ਸਦਿਸ਼ ਹਨ ਜਿਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਸੱਜਾ ਹੱਥ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਪ੍ਰਣਾਲੀ (Right handed co-ordinate system) ਦੇ ਧੁਰਿਆਂ ਕ੍ਰਮਵਾਰ x–, y–, z– ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

10. ਦੋ ਵਿਮਾਂ ਲਈ ਸਦਿਸ਼ **A** ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਵਿਅਕਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ : $\mathbf{A} = A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}}$

ਇੱਥੇ A_x ਅਤੇ A_y ਕ੍ਰਮਵਾਰ x– , y– ਧੁਰਿਆਂ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ **A** ਦੇ ਘਟਕ ਹਨ। ਜੇ ਸਦਿਸ਼ **A**, ***x***– ਧੁਰੇ ਨਾਲ θ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ

$$A_x = A\cos\theta,\ A_y = A\sin\theta \text{ ਅਤੇ } A = |\mathbf{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}, = \sqrt{A^2\cos^2\theta + A^2\sin^2\theta},\ \tan\theta = \frac{A_y}{A_x}$$

11. ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣਾਤਮਕ ਵਿਧੀ (Analytical Method) ਨਾਲ ਵੀ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਅਸਾਨੀ ਨਾਲ ਜੋੜਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਜੇ x-y ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ A ਅਤੇ B ਦਾ ਜੋੜ R ਹੋਵੇ ਤਾਂ $R = R_x\hat{\mathrm{i}} + R_y\hat{\mathrm{j}}$, ਜਿੱਥੇ $R_x = A_x + B_x$, ਅਤੇ $R_y = A_y + B_y$

12. ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼ $\boldsymbol{r}$ ਨੂੰ ਜ਼ਿਆਦਾਤਰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਵਿਅਕਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ : $\mathbf{r} = x\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}}$

ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼ਾਂ **r** ਅਤੇ **r′** ਵਿਚਕਾਰ ਵਿਸਥਾਪਨ ਨੂੰ ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਅਨੁਸਾਰ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ :

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{r} &= \mathbf{r}' - \mathbf{r} \\ &= (x' - x)\,\hat{\mathbf{i}} + (y' - y)\,\hat{\mathbf{j}} \\ &= \Delta x\,\hat{\mathbf{i}} + \Delta y\,\hat{\mathbf{j}} \end{aligned}$$

13. ਜੇ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ Δt ਵਿੱਚ $\Delta \boldsymbol{r}$ ਨਾਲ ਵਿਸਥਾਪਿਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਦਾ ਔਸਤ ਵੇਗ $\bar{\mathbf{v}} = \dfrac{\Delta r}{\Delta t}$ ਹੋਵੇਗਾ। ਕਿਸੇ ਛਿਣ t ਤੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ ਉਸਦੇ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦੇ ਸੀਮਾਂਤ ਮਾਨ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ Δt ਸਿਫ਼ਰ ਦੇ ਨੇੜੇ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਭਾਵ,

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$$

$\boldsymbol{v} = v_x\hat{\boldsymbol{i}} + v_y\hat{\boldsymbol{j}} + v\hat{\boldsymbol{k}}$ ਜਿੱਥੇ $v_x = \frac{dx}{dt}, v_y = \frac{dy}{dt}$ $v_z = \frac{dz}{dt}$

ਜਦੋਂ ਕਿਸੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਵਿੱਚ ਕਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ $\boldsymbol{v}$ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਕਣ ਦੇ ਪਥ ਦੇ ਵਕਰ ਦੀ ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਖਿੱਚੀ ਗਈ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

14. ਜੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ Δt ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ $\boldsymbol{v}$ ਤੋਂ $\boldsymbol{v}'$ ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਦਾ ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{\boldsymbol{v}' - \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$$ ਹੋਵੇਗਾ।

ਜਦੋਂ Δt ਦਾ ਸੀਮਾਂਤ ਮਾਨ ਸਿਫ਼ਰ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਕਿਸੇ ਛਿਣ ਉੱਤੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ $\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt}$ ਹੋਵੇਗਾ।

ਘਟਕ ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਇਸਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਵਿਅਕਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ :

$$\mathbf{a} = a_x\hat{\mathbf{i}} + a_y\hat{\mathbf{j}} + a_z\hat{\mathbf{k}}$$

ਇੱਥੇ $a_x = \frac{dv_x}{dt},\ a_y = \frac{dv_y}{dt},\ a_z = \frac{dv_z}{dt}$

15. ਜੇ ਇੱਕ ਵਸਤੂ ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ $a = |\boldsymbol{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$ ਨਾਲ ਗਤੀਮਾਨ ਹੈ ਅਤੇ ਛਿਣ $t = 0$ ਤੇ ਉਸਦਾ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼ $\boldsymbol{r_o}$ ਹੈ, ਤਾਂ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਛਿਣ t ਤੇ ਉਸਦੀ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼

$$\mathbf{r} = \mathbf{r_o} + \mathbf{v_o}t + \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2$$ ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ ਉਸਦਾ ਵੇਗ

$$\mathbf{v} = \mathbf{v_o} + \mathbf{a}t$$ ਹੋਵੇਗਾ।

ਇੱਥੇ $\mathbf{v_o}$, $t = 0$ ਛਿਣ ਤੇ ਵਸਤੂ ਦੇ ਵੇਗ ਨੂੰ ਵਿਅਕਤ ਕਰਦਾ ਹੈ।

ਘਟਕ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ

$$x = x_o + v_{ox}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$y = y_o + v_{oy}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

$$v_x = v_{ox} + a_x t$$

$$v_y = v_{oy} + a_y t$$

ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀ ਗਤੀ ਨੂੰ ਦੋ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਮਕਾਲੀ ਇੱਕ ਵਿਮੀ ਅਤੇ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਲੰਬ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਗਤੀਆਂ ਦੇ ਸੁਪਰ ਪੋਜ਼ੀਸ਼ਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਮੰਨ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

16. ਪ੍ਰਖੇਪਿਤ ਹੋਣ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਜਦੋਂ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਉਡਾਣ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਨੂੰ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਆਖਦੇ ਹਨ। ਜੇ x- ਧੁਰੇ ਤੋਂ θ_0 ਕੋਣ ਤੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਅਰੰਭਿਕ ਵੇਗ v_o ਹੈ ਤਾਂ t ਛਿਣ ਦੇ ਬਾਅਦ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਅਤੇ ਵੇਗ ਸੰਬੰਧੀ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੋਣਗੀਆਂ।

$$x = (v_o \cos \theta_o)\, t$$

$$y = (v_o \sin \theta_o)\, t - (1/2)\, gt^2$$

$$v_x = v_{ox} = v_o \cos \theta_o$$

$$v_y = v_o \sin \theta_o - gt$$

ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦਾ ਪਥ ਪੈਰਾਬੋਲਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦੀ ਸਮੀਕਰਨ $y = (\tan\theta_0)\,x - \frac{gx^2}{2(v_o \cos\theta_o)^2}$ ਹੋਵੇਗਾ।

ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦੀ ਅਧਿਕਤਮ ਉਚਾਈ

$$h_m = \frac{(v_o \sin\theta_o)^2}{2g}$$ ਅਤੇ

ਇਸ ਉਚਾਈ ਤੱਕ ਪਹੁੰਚਣ ਵਿੱਚ ਲੱਗਾ ਸਮਾਂ $t_m = \frac{v_0 \sin\theta_0}{g}$ ਹੋਵੇਗਾ।

ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦੁਆਰਾ ਆਪਣੀ ਅਰੰਭਿਕ ਸਥਿਤੀ ਤੋਂ ਉਸ ਸਥਿਤੀ ਤੱਕ, ਜਿਸ ਲਈ ਹੇਠਾਂ ਉਤਰਦੇ ਸਮੇਂ $y = 0$ ਹੋਵੇ, ਚੱਲੀ ਗਈ ਖਿਤਜੀ ਦੂਰੀ ਨੂੰ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦੀ ਰੇਂਜ R ਆਖਦੇ ਹਨ।

ਇਸ ਲਈ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦੀ ਰੇਂਜ $R = \frac{v_o^2}{g}\sin 2\theta_o$ ਹੋਵੇਗੀ।

17. ਜਦੋਂ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚਾਲ ਨਾਲ ਇੱਕ ਚੱਕਰੀ ਪਥ 'ਤੇ ਚਲਦੀ ਹੈ, ਤਾਂ ਇਸਨੂੰ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ ਆਖਦੇ ਹਨ। ਜੇ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਚਾਲ v ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ R ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵੇਗ $a_c = v^2/R$ ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਚੱਕਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਹੋਵੇਗੀ। ਕੋਣੀ ਚਾਲ w ਕੋਣੀ ਦੂਰੀ ਦੇ ਸਮਾਂ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੀ ਦਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਰੇਖੀ ਵੇਗ $v = \omega R$ ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ $a_c = \omega^2 R$ ਹੋਵੇਗਾ।
ਜੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਆਵਰਤ ਕਾਲ T ਅਤੇ ਆਵ੍ਰਿਤੀ ν ਹੋਵੇ ਤਾਂ ω, ν ਅਤੇ a_c ਦੇ ਮੁੱਲ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੋਣਗੇ।
$\omega = 2\pi\nu$, $v = 2\pi\nu R$ $a_{c=} 4\pi^2\nu^2 R$

ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ	ਚਿੰਨ੍ਹ	ਵਿਮਾਂ	ਮਾਤਰਕ	ਟਿੱਪਣੀ
ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼	$\mathbf{r}$	[L]	m	ਸਦਿਸ਼ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਚਿੰਨ੍ਹ ਨਾਲ ਵੀ ਇਸਨੂੰ ਵਿਅਕਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਨ।
ਵਿਸਥਾਪਨ	$\Delta\mathbf{r}$	[L]	m	ਸਦਿਸ਼ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਚਿੰਨ੍ਹ ਨਾਲ ਵੀ ਇਸਨੂੰ ਵਿਅਕਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਨ।
ਵੇਗ		$[LT^{-1}]$	$m\ s^{-1}$	
(a) ਔਸਤ	$\bar{\mathbf{v}}$			$= \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t}$, ਸਦਿਸ਼
(b) ਤਤਕਾਲੀ	$\mathbf{v}$			$= \frac{d\mathbf{r}}{dt}$, ਸਦਿਸ਼
ਪ੍ਰਵੇਗ		$[LT^{-2}]$	$m\ s^{-2}$	
(a) ਔਸਤ	$\bar{\mathbf{a}}$			$= \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t}$,
(b) ਤਤਕਾਲੀ	$\mathbf{a}$			$= \frac{d\mathbf{v}}{dt}$, ਸਦਿਸ਼
ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਗਤੀ				
(a) ਅਧਿਕਤਮ ਉਚਾਈ ਲਈ ਲੱਗਾ ਸਮਾਂ	t_m	[T]	s	$= \frac{v_0 \sin\theta_0}{g}$
(b) ਅਧਿਕਤਮ ਉਚਾਈ	h_m	[L]	m	$= \frac{(v_0 \sin\theta_0)^2}{2g}$
(c) ਖਿਤਜੀ ਰੇਂਜ	R	[L]	m	$= \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$
ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ				
(a) ਕੋਣੀ ਚਾਲ	ω	$[T^{-1}]$	rad/s	$= \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{v}{R}$
(b) ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵੇਗ	a_c	$[LT^{-2}]$	$m\ s^{-2}$	$= \frac{v^2}{R}$

ਵਿਚਾਰਨਯੋਗ ਵਿਸ਼ੇ (Points to ponder)

1. ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੁਆਰਾ ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਵਿੱਚਕਾਰ ਪਥ-ਲੰਬਾਈ ਸਧਾਰਨ ਤੌਰ 'ਤੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ। ਵਿਸਥਾਪਨ ਕੇਵਲ ਪਥ ਦੇ ਅੰਤਿਮ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਜਦਕਿ ਪਥ-ਲੰਬਾਈ (ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਨਾਂ ਤੋਂ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ) ਵਾਸਤਵਿਕ ਪਥ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਦੋਵੇਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਉਦੋਂ ਹੀ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣਗੀਆਂ ਜਦੋਂ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਰਸਤੇ ਵਿੱਚ ਆਪਣੀ ਦਿਸ਼ਾ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦੀ। ਹੋਰ ਦੂਜੀਆਂ ਪਰਿਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਪਥ ਲੰਬਾਈ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਤੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
2. ਉਪਰੋਕਤ ਬਿੰਦੂ 1 ਤੋਂ ਵਸਤੂ ਦੀ ਔਸਤ ਚਾਲ ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸਮਾਂ-ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਜਾਂ ਤਾਂ ਉਸਦੇ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗੀ ਜਾਂ ਉਸ ਤੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੋਵੇਗੀ। ਦੋਵੇਂ ਬਰਾਬਰ ਉਦੋਂ ਹੋਣਗੀਆਂ, ਜਦੋਂ ਪਥ-ਲੰਬਾਈ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ।
3. ਸਦਿਸ਼ ਸਮੀਕਰਨ (4.3 a) ਅਤੇ (4.34 a) ਧੁਰੇ ਦੀ ਚੋਣ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦੇ। ਬੇਸ਼ੱਕ ਤੁਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਦੋ ਅਜ਼ਾਦ ਧੁਰਿਆਂ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਵਿਯੋਜਿਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ।
4. ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਲਈ ਸ਼ੁੱਧਗਤੀਕੀ ਸਮੀਕਰਨ ਇਕ ਸਮਾਨ ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਲਾਗੂ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੇ ਕਿਉਂਕਿ ਇਸ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦਾ ਮੁੱਲ ਤਾਂ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ ਪਰੰਤੂ ਉਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਹਰ ਵੇਲੇ ਬਦਲਦੀ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ।
5. ਜੇ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੇ ਦੋ ਵੇਗ $\mathbf{v}_1$ ਅਤੇ $\mathbf{v}_2$ ਹੋਣ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਪਰਿਣਾਮੀ ਵੇਗ $\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2$ ਹੋਵੇਗਾ। ਉਪਰੋਕਤ ਸੂਤਰ ਅਤੇ ਵਸਤੂ 2 ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਵਸਤੂ 1 ਦਾ ਵੇਗ ਭਾਵ $\mathbf{v}_{12} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2$ ਦੇ ਅੰਤਰ ਨੂੰ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮਝੋ। ਇੱਥੇ $\mathbf{v}_1$ ਅਤੇ $\mathbf{v}_2$ ਕਿਸੇ ਸਾਂਝੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਤੰਤਰ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਵਸਤੂ ਦੀਆਂ ਗਤੀਆਂ ਹਨ।
6. ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦਾ ਪਰਿਣਾਮੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਚੱਕਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੇਕਰ ਉਸਦੀ ਚਾਲ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਹੈ।
7. ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਰਸਤੇ ਦਾ ਅਕਾਰ ਸਿਰਫ਼ ਪ੍ਰਵੇਗ ਤੋਂ ਹੀ ਨਿਰਧਾਰਤ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਪਰੰਤੂ ਇਹ ਗਤੀ ਦੀਆਂ ਅਰੰਭਿਕ ਅਵਸਥਾਵਾਂ (ਅਰੰਭਿਕ ਸਥਿਤੀ ਅਤੇ ਅਰੰਭਿਕ ਵੇਗ) ਤੇ ਵੀ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ ਇੱਕ ਹੀ ਗੁਰੁਤਵੀਂ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀਮਾਨ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਰਸਤਾ ਸਰਲ ਰੇਖੀ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਕੋਈ ਪੈਰਾਬੋਲਾ ਵੀ, ਅਜਿਹਾ ਅਰੰਭਿਕ ਅਵਸਥਾਵਾਂ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਹੋਵੇਗਾ।

ਅਭਿਆਸ (EXERCISE)

4.1 ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਦੱਸੋ ਕਿ ਕਿਹੜੀਆਂ ਸਦਿਸ਼ ਹਨ ਅਤੇ ਕਿਹੜੀਆਂ ਅਦਿਸ਼ ?
ਆਇਤਨ, ਪੁੰਜ, ਚਾਲ, ਪ੍ਰਵੇਗ, ਘਣਤਾ, ਮੋਲ ਸੰਖਿਆ, ਵੇਗ, ਕੋਣੀ ਆਵ੍ਰਿਤੀ, ਕੋਣੀ ਵੇਗ।

4.2 ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸੂਚੀ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਦੋ ਅਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਛਾਂਟੋ :
ਬਲ, ਕੋਣੀ ਸੰਵੇਗ, ਕਾਰਜ, ਕਰੰਟ, ਰੇਖੀ ਸੰਵੇਗ, ਬਿਜਲਈ ਖੇਤਰ, ਔਸਤ ਵੇਗ, ਚੁੰਬਕੀ ਮੋਮੰਟ, ਸਾਪੇਖੀ ਵੇਗ।

4.3 ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸੂਚੀ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕਮਾਤਰ ਸਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀ ਦੱਸੋ।
ਤਾਪਮਾਨ, ਦਬਾਉ, ਆਵੇਗ, ਸਮਾਂ, ਸ਼ਕਤੀ, ਪੂਰੀ ਪਥ ਲੰਬਾਈ, ਉਰਜਾ, ਗੁਰੂਤਵੀ, ਪੁਟੈਂਸ਼ਲ, ਰਗੜ ਗੁਣਾਂਕ, ਚਾਰਜ।

4.4 ਕਾਰਨ ਸਮੇਤ ਦੱਸੋ ਕਿ ਅਦਿਸ਼ ਅਤੇ ਸਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨਾਲ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਅਰਥ-ਪੂਰਨ ਹਨ ?
(a) ਦੋ ਅਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨਾ
(b) ਇੱਕ ਹੀ ਵਿਮਾਂ ਦੇ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਅਤੇ ਇੱਕ ਅਦਿਸ਼ ਨੂੰ ਜੋੜਨਾ
(c) ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਨੂੰ ਇੱਕ ਅਦਿਸ਼ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨਾ
(d) ਦੋ ਅਦਿਸ਼ਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ
(e) ਦੋ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨਾ
(f) ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਦੇ ਘਟਕ ਨੂੰ ਉਸੇ ਸਦਿਸ਼ ਨਾਲ ਜੋੜਨਾ

4.5 ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਕਥਨ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਪੜ੍ਹੋ ਅਤੇ ਕਾਰਨ ਸਹਿਤ ਦੱਸੋ ਕਿ ਸੱਚ ਹੈ ਜਾਂ ਝੂਠ :
(a) ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਇੱਕ ਅਦਿਸ਼ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
(b) ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼ ਦਾ ਹਰੇਕ ਘਟਕ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਅਦਿਸ਼ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
(c) ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਪਥ ਦੀ ਕੁੱਲ ਲੰਬਾਈ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਵਿਸਥਾਪਨ ਸਦਿਸ਼ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
(d) ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੀ ਔਸਤ ਚਾਲ (ਪਥ ਤੈਅ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਲੱਗੇ ਸਮੇਂ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤੀ ਕੁੱਲ ਪਥ ਲੰਬਾਈ) ਸਮੇਂ ਦੇ ਸਮਾਨ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਕਣ ਦੇ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਤੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਜਾਂ ਉਸਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
(e) ਉਹਨਾਂ ਤਿੰਨ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਜੋ ਇੱਕ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਹਨ। ਕਦੇ ਵੀ ਸਿਫ਼ਰ ਸਦਿਸ਼ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।

4.6 ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੀਆਂ ਅਸਮੀਕਰਨਾਂ (Inequating) ਦੀ ਜਿਉਮੈਟਰੀਕਲ ਜਾਂ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਸਥਾਪਨਾ ਕਰੋ।
(a) $|\mathbf{a}+\mathbf{b}| \le |\mathbf{a}| + |\mathbf{b}|$ (b) $|\mathbf{a}+\mathbf{b}| \ge |\underline{\mathbf{a}}| + |\underline{\mathbf{b}}|$
(c) $|\mathbf{a}-\mathbf{b}| \le |\mathbf{a}| + |\mathbf{b}|$ (d) $|\mathbf{a}-\mathbf{b}| \ge ||\mathbf{a}| - |\mathbf{b}||$
ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਕਦੋਂ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ?

4.7 ਦਿੱਤਾ ਹੈ **a** + **b** + **c** + **d** = **0** ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਕਥਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਸਹੀ ਹੈ :

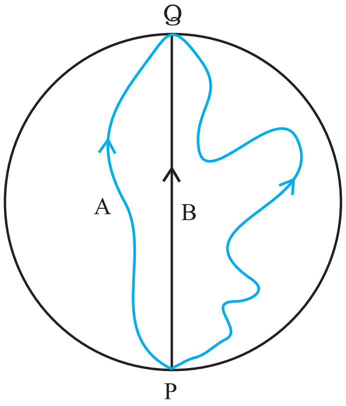
(a) **a**, **b**, **c**, **d** ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਸਿਫ਼ਰ ਸਦਿਸ਼ ਹੈ।

(b) **a** + **c** ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ **b** + **d** ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।

(c) **a** ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ **b**, **c** ਅਤੇ **d** ਦੇ ਪਰਿਮਾਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਤੋਂ ਕਦੇ ਵੀ ਵੱਧ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ।

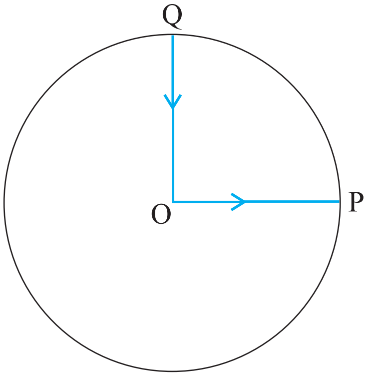
(d) ਜੇ **a** ਅਤੇ **d** ਸੰਰੇਖੀ ਨਹੀਂ ਹਨ ਤਾਂ **b** + **c** ਜ਼ਰੂਰ ਹੀ **a** ਅਤੇ **d** ਦੇ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ ਇਹ **a** ਅਤੇ **d** ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਹੋਵੇਗਾ। ਜੇਕਰ ਉਹ ਸੰਰੇਖੀ ਹਨ।

4.8 ਤਿੰਨ ਲੜਕੀਆਂ 200m ਅਰਧਵਿਆਸ ਵਾਲੀ ਚੱਕਰ ਅਕਾਰ ਦੀ ਬਰਫੀਲੀ ਸਤ੍ਹਾ ਤੇ ਸਕੇਟਿੰਗ ਕਰ ਰਹੀਆਂ ਹਨ। ਉਹ ਸਤ੍ਹਾ ਦੇ ਕਿਨਾਰੇ ਦੇ ਬਿੰਦੂ P ਤੋਂ ਸਕੇਟਿੰਗ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ P ਦੇ ਵਿਆਸ ਦੇ ਉਲਟ ਬਿੰਦੂ Q ਉੱਪਰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਪਥਾਂ ਤੋਂ ਹੋ ਕੇ ਪਹੁੰਚਦੀਆਂ ਹਨ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 4.20 ਵਿੱਚ ਵਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਹਰੇਕ ਲੜਕੀ ਦੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਸਦਿਸ਼ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਕਿੰਨਾ ਹੈ ? ਕਿਸ ਲੜਕੀ ਲਈ ਇਹ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਸਕੇਟ ਕੀਤੇ ਗਏ ਪਥ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ?



ਚਿੱਤਰ ***4.20***

4.9 ਕੋਈ ਸਾਈਕਲ ਸਵਾਰ ਕਿਸੇ ਚਕਰਾਕਾਰ ਦੇ ਪਾਰਕ ਦੇ ਕੇਂਦਰ O ਤੋਂ ਚੱਲਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਪਾਰਕ ਦੇ ਕਿਨਾਰੇ P 'ਤੇ ਪਹੁੰਚਦਾ ਹੈ। ਫਿਰ ਤੋਂ ਉਹ ਪਾਰਕ ਦੇ ਪਰਿਮਾਪ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਸਾਈਕਲ ਚਲਾਉਂਦਾ ਹੋਇਆ QO ਦੇ ਰਸਤੇ (ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 4.21 ਵਿੱਚ ਵਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ) ਕੇਂਦਰ ਤੇ ਵਾਪਸ ਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਪਾਰਕ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ 1 km ਹੈ। ਜੇ ਪੂਰੇ ਚੱਕਰ ਲਈ 10 ਮਿੰਟ ਲੱਗਦੇ ਹੋਣ ਤਾਂ ਸਾਈਕਲ ਸਵਾਰ ਦਾ (a) ਕੁੱਲ ਵਿਸਥਾਪਨ (b) ਔਸਤ ਵੇਗ ਅਤੇ (c) ਔਸਤ ਚਾਲ ਕੀ ਹੋਵੇਗੀ ?



ਚਿੱਤਰ ***4.21***

4.10 ਕਿਸੇ ਖੁਲ੍ਹੇ ਮੈਦਾਨ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਮੋਟਰ ਚਾਲਕ ਅਜਿਹਾ ਰਸਤਾ ਅਪਨਾਉਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਹਰੇਕ 500m ਦੇ ਬਾਅਦ ਉਸਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ 60° ਕੋਣ ਤੇ ਮੁੜ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਮੋੜ ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਹੋ ਕੇ ਮੋਟਰ ਚਾਲਕ ਦਾ ਤੀਸਰੇ, ਛੇਵੇਂ ਅਤੇ ਅੱਠਵੇਂ ਮੋੜ ਤੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੱਸੋ। ਹਰੇਕ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਮੋਟਰ ਚਾਲਕ ਦੁਆਰਾ ਇਹਨਾਂ ਮੋੜਾਂ ਤੇ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਕੁੱਲ ਪਥ-ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਨਾਲ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ।

4.11 ਕੋਈ ਯਾਤਰੀ ਕਿਸੇ ਨਵੇਂ ਸ਼ਹਿਰ ਵਿੱਚ ਆਇਆ ਹੈ ਅਤੇ ਉਹ ਸਟੇਸ਼ਨ ਤੋਂ ਕਿਸੇ ਸਿੱਧੀ ਸੜਕ ਤੇ ਸਥਿਤ ਕਿਸੇ ਹੋਟਲ ਤੱਕ ਜੋ 10km ਦੂਰ ਹੈ, ਜਾਣਾ ਚਾਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਕੋਈ ਬੇਈਮਾਨ ਟੈਕਸੀ ਚਾਲਕ 23km ਦੇ ਚਕਰਾਕਾਰ ਦੇ ਰਸਤੇ ਤੋਂ ਉਸਨੂੰ ਲੈ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ 28 ਮਿੰਟ ਬਾਅਦ ਹੋਟਲ ਪਹੁੰਚਦਾ ਹੈ। (a) ਟੈਕਸੀ ਦੀ ਔਸਤ ਚਾਲ ਅਤੇ (b) ਔਸਤ ਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ? ਕੀ ਉਹ ਬਰਾਬਰ ਹਨ ?

4.12 ਮੀਂਹ ਦਾ ਪਾਣੀ $30 ms^{-1}$ ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਉੱਪਰੋਂ ਹੇਠਾਂ ਡਿਗ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਕੋਈ ਔਰਤ ਉੱਤਰ ਤੋਂ ਦੱਖਣ ਵੱਲ $10 ms^{-1}$ ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਸਾਈਕਲ ਚਲਾ ਰਹੀ ਹੈ। ਉਸਨੂੰ ਆਪਣੀ ਛੱਤਰੀ ਕਿਸ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਰੱਖਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ ?

4.13 ਕੋਈ ਵਿਅਕਤੀ ਸਥਿਰ ਪਾਣੀ ਵਿੱਚ $4.0 kmh^{-1}$ ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਤੈਰ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਉਸਨੂੰ 1.0km ਚੌੜੀ ਨਦੀ ਪਾਰ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨਾ ਸਮਾਂ ਲੱਗੇਗਾ ਜੇਕਰ ਨਦੀ $3.0 kmh^{-1}$ ਦੀ ਸਥਿਰ ਚਾਲ ਨਾਲ ਵਹਿ ਰਹੀ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਉਹ ਨਦੀ ਦੇ ਵਹਾਉ ਦੀ ਲੰਬਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਤੈਰ ਰਿਹਾ ਹੋਵੇ ? ਜਦੋਂ ਉਹ ਨਦੀ ਦੇ ਦੂਜੇ ਕਿਨਾਰੇ ਤੇ ਪਹੁੰਚਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਉਹ ਨਦੀ ਦੇ ਵਹਾਉ ਵੱਲ ਕਿੰਨੀ ਦੂਰ ਪਹੁੰਚੇਗਾ ?

4.14 ਕਿਸੇ ਬੰਦਰਗਾਹ ਵਿੱਚ $72 kmh^{-1}$ ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਹਵਾ ਚੱਲ ਰਹੀ ਹੈ ਅਤੇ ਬੰਦਰਗਾਹ ਵਿੱਚ ਖੜ੍ਹੀ ਕਿਸੇ ਕਿਸ਼ਤੀ ਦੇ ਉੱਪਰ ਲੱਗਾ ਝੰਡਾ N-E ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਲਹਿਰਾ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਜੇ ਉਹ ਕਿਸ਼ਤੀ ਉੱਤਰ ਵੱਲ $51 kmh^{-1}$ ਦੀ ਗਤੀ ਨਾਲ ਚੱਲਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰ ਦੇਵੇ ਤਾਂ ਕਿਸ਼ਤੀ ਤੇ ਲੱਗਾ ਝੰਡਾ ਕਿਸ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਲਹਿਰਾਏਗਾ।

4.15 ਕਿਸੇ ਲੰਬੇ ਹਾਲ ਦੀ ਛੱਤ 25m ਉੱਚੀ ਹੈ। ਉਸਦੀ ਅਧਿਕਤਮ ਖਿਤਜੀ ਦੂਰੀ ਕਿੰਨੀ ਹੋਵੇਗੀ ਜਿਸ ਵਿੱਚ $40 ms^{-1}$ ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਸੁੱਟੀ ਗਈ ਕੋਈ ਗੇਂਦ ਛੱਤ ਨਾਲ ਟਕਰਾਏ ਬਿਨਾਂ ਲੰਘ ਜਾਏ ?

4.16 ਕ੍ਰਿਕੇਟ ਦਾ ਕੋਈ ਖਿਡਾਰੀ ਕਿਸੇ ਗੇਂਦ ਨੂੰ 100m ਦੀ ਅਧਿਕਤਮ ਖਿਤਜੀ ਦੂਰੀ ਤੱਕ ਸੁੱਟ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਉਹ ਖਿਡਾਰੀ ਉਸੇ ਗੇਂਦ ਨੂੰ ਜ਼ਮੀਨ ਤੋਂ ਉੱਪਰ ਕਿੰਨੀ ਉਚਾਈ ਤੱਕ ਸੁੱਟ ਸਕਦਾ ਹੈ ?

4.17 80 ਮੀਟਰ ਲੰਬੇ ਧਾਗੇ ਦੇ ਇੱਕ ਸਿਰੇ ਤੇ ਪੱਥਰ ਬੰਨ੍ਹਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚਾਲ ਦੇ ਨਾਲ ਕਿਸੇ ਖਿਤਜੀ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਪੱਥਰ 25s ਵਿੱਚ 14 ਚੱਕਰ ਲਗਾਉਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਪੱਥਰ ਦੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਉਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਕੀ ਹੋਵੇਗੀ ?

4.18 ਕੋਈ ਹਵਾਈ ਜਹਾਜ਼ 900 kmh^{-1} ਦੀ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚਾਲ ਨਾਲ ਉੱਡ ਰਿਹਾ ਹੈ ਅਤੇ 1.00km ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦਾ ਕੋਈ ਖਿਤਜੀ ਲੂਪ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਸਦੇ ਅਭਿਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀ ਗੁਰੁਤਵੀਂ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ।

4.19 ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਕਥਨਾਂ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਪੜ੍ਹੋ ਅਤੇ ਕਾਰਨ ਦੇ ਕੇ ਦੱਸੋ ਕਿ ਇਹ ਸੱਚ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ।

(a) ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦਾ ਨੇਟ ਪ੍ਰਵੇਗ ਸਦਾ ਚੱਕਰ ਦੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਤੇ ਕੇਂਦਰ ਵੱਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(b) ਕਿਹੜੇ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦਾ ਵੇਗ ਸਦਿਸ਼ ਸਦਾ ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਕਣ ਦੇ ਰਸਤੇ ਦੀ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(c) ਕਿਸੇ ਕਣ ਦਾ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚੱਕਰੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਲਿਆ ਗਿਆ ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ ਸਦਿਸ਼ ਇੱਕ ਜ਼ੀਰੋ ਸਦਿਸ਼ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

4.20 ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼ ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਹੈ :

$$\mathbf{r} = (3.0t\,\hat{\mathbf{i}} - 2.0t^2\,\hat{\mathbf{j}} + 4.0\,\hat{\mathbf{k}})\ \mathrm{m}$$

ਇੱਥੇ t ਸੈਕੰਡ ਵਿੱਚ ਹੈ ਅਤੇ ਸਾਰੇ ਗੁਣਾਕਾਂ ਦੇ ਮਾਤਰਕ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹਨ ਕਿ $\boldsymbol{r}$ ਨੂੰ ਮੀਟਰ ਵਿੱਚ ਮਾਪਿਆ ਜਾ ਸਕੇ।

(a) ਕਣ ਦਾ $\boldsymbol{v}$ ਅਤੇ $\boldsymbol{a}$ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(b) $t = 2.0$ ਸੈਕੰਡ ਤੇ ਕਣ ਦੇ ਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਕਿੰਨੀ ਹੋਵੇਗੀ ?

4.21 ਕੋਈ ਕਣ $t = 0$ ਛਿਣ ਤੇ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ 10 $\hat{\mathbf{j}}\,\mathrm{ms}^{-1}$ ਦੇ ਵੇਗ ਨਾਲ ਚੱਲਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ $x-y$ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ

$\left(8.0\hat{\mathbf{i}} + 2.0\hat{\mathbf{j}}\right)\mathrm{ms}^{-2}$ ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰਦਾ ਹੈ।

(a) ਕਿਸੇ ਛਿਣ ਕਣ ਦਾ x ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ 16m ਹੋਵੇਗਾ ? ਇਸ ਸਮੇਂ ਇਸਦਾ y– ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਕਿੰਨਾ ਹੋਵੇਗਾ ?

(b) ਇਸ ਛਿਣ ਕਣ ਦੀ ਚਾਲ ਕਿੰਨੀ ਹੋਵੇਗੀ ?

4.22 $\hat{\mathbf{i}}$ ਅਤੇ $\hat{\mathbf{j}}$ ਕ੍ਰਮਵਾਰ x- ਅਤੇ y- ਧੁਰੇ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼ ਹੈ। ਸਦਿਸ਼ਾਂ $\hat{\mathbf{i}}+\hat{\mathbf{j}}$ ਅਤੇ $\hat{\mathbf{i}}-\hat{\mathbf{j}}$ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਕੀ ਹੋਵੇਗੀ ?

ਸਦਿਸ਼ $\mathbf{A} = 2\,\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}}$ ਦੇ $\hat{\mathbf{i}}+\hat{\mathbf{j}}$ ਅਤੇ $\hat{\mathbf{i}}-\hat{\mathbf{j}}$ ਦੇ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਘਟਕ ਪਤਾ ਕਰੋ। (ਤੁਸੀਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਵਿਧੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ)

4.23 ਸਪੇਸ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਜਿਵੇਂ ਮਰਜ਼ੀ ਹੋ ਰਹੀ ਗਤੀ ਦੇ ਲਈ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸੰਬੰਧਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਸੱਚ ਹੈ ?

(a) $\mathbf{v}_{\text{ਔਸਤ}} = (1/2)\,[\mathbf{v}\,(t_1) + \mathbf{v}\,(t_2)]$

(b) $\mathbf{v}_{\text{ਔਸ}} = [\mathbf{r}(t_2) - \mathbf{r}(t_1)\,]\ /(t_2 - t_1)$

(c) $\mathbf{v}\,(t) = \mathbf{v}\,(0) + \mathbf{a}t$

(d) $\mathbf{r}\,(t) = \mathbf{r}\,(0) + \mathbf{v}\,(0)\,t + (1/2)\,\mathbf{a}t^2$

(e) $\mathbf{a}_{\text{ਔਸਤ}} = [\,\mathbf{v}\,(t_2) - \mathbf{v}\,(t_1)]\ /(t_2 - t_1)$

ਇੱਥੇ 'ਔਸਤ' ਤੋਂ ਭਾਵ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ t_2 ਅਤੇ t_1 ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਤ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ ਦੇ ਔਸਤ ਮਾਨ ਤੋਂ ਹੈ।

4.24 ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਕਥਨ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਪੜ੍ਹੋ ਕਾਰਨ ਅਤੇ ਉਦਾਹਰਨ ਸਮੇਤ ਦੱਸੋ ਕਿ ਕੀ ਇਹ ਸੱਚ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ। ਅਦਿਸ਼ ਉਹ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ ਜੋ

(a) ਕਿਸੇ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਵਿੱਚ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ।

(b) ਕਦੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ।

(c) ਵਿਮ–ਹੀਣ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

(d) ਕਿਸੇ ਸਥਾਨ ਤੇ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਦੂਸਰੇ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦੀ।

4.25 ਕੋਈ ਹਵਾਈ ਜਹਾਜ਼ ਧਰਤੀ ਤੋਂ 3400 m ਦੀ ਉਚਾਈ ਤੇ ਉੱਡ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਜੇ ਧਰਤੀ 'ਤੇ ਕਿਸੇ ਪ੍ਰੇਖਣ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਹਵਾਈ ਜਹਾਜ਼ ਦੀ 10.0 ਸੈਕੰਡ ਦੀ ਦੂਰੀ ਦੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ 30° ਦਾ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਹਵਾਈ ਜਹਾਜ਼ ਦੀ ਚਾਲ ਕੀ ਹੈ ?

ਵਾਧੂ ਅਭਿਆਸ (ADDITIONAL EXERCISES)

4.26 ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼ ਵਿੱਚ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਦੋਵੇਂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਕੀ ਸਪੇਸ ਵਿੱਚ ਇਸਦੀ ਕੋਈ ਸਥਿਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ? ਕੀ ਇਹ ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਕੀ ਸਪੇਸ ਵਿੱਚ ਵੱਖ–ਵੱਖ ਸਥਾਨਾਂ ਤੇ ਦੋ ਬਰਾਬਰ ਸਦਿਸ਼ਾਂ **a** ਅਤੇ **b** ਦਾ ਬਰਾਬਰ ਭੌਤਿਕ ਪ੍ਰਭਾਵ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੋਵੇਗਾ ? ਆਪਣੇ ਉੱਤਰ ਦੇ ਸਮੱਰਥਨ ਵਿੱਚ ਉਦਾਹਰਨ ਦਿਉ।

4.27 ਕਿਸੇ ਸਦਿਸ਼ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਦੋਵੇਂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਕੀ ਇਸਦਾ ਇਹ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ ਕੋਈ ਰਾਸ਼ੀ ਜਿਸਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਹੋਵੇ, ਉਹ ਜ਼ਰੂਰ ਹੀ ਸਦਿਸ਼ ਹੋਵੇਗੀ ? ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੇ ਘੁੰਮਣ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਘੁੰਮਣ–ਧੁਰੇ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਅਤੇ ਧੁਰੇ ਦੇ ਆਲ਼ੇ–ਦੁਆਲ਼ੇ ਘੁੰਮਣ–ਕੋਣ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਕੀ ਇਸਦਾ ਇਹ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ ਕੋਈ ਵੀ ਘੁੰਮਣ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਹੈ ?

4.28 ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨਾਲ ਕੋਈ ਸਦਿਸ਼ ਸੰਬੰਧਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ :

(a) ਕਿਸੇ ਲੂਪ ਵਿੱਚ ਮੋੜੀ ਗਈ ਤਾਰ ਦੀ ਲੰਬਾਈ

(b) ਕਿਸੇ ਸਮਤਲ ਖੇਤਰ

(c) ਕਿਸੇ ਗੋਲੇ ਦੇ ਨਾਲ ? ਵਿਆਖਿਆ ਕਰੋ।

4.29 ਕੋਈ ਗੋਲੀ ਖਿਤਜ ਨਾਲ $30°$ ਦੇ ਕੋਣ ਤੇ ਚਲਾਈ ਗਈ ਹੈ ਅਤੇ ਉਹ ਧਰਾਤਲ ਤੇ 3.0km ਦੂਰ ਡਿਗਦੀ ਹੈ। ਇਸਦੇ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦੇ ਕੋਣ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਿਵਸਥਿਤ ਕਰਕੇ ਕੀ 5.0km ਦੂਰ ਸਥਿਤ ਕਿਸੇ ਟਾਰਗੇਟ ਨੂੰ ਭੇਦਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ? ਗੋਲੀ ਦੀ ਨਾਲ ਮਖੀ ਚਾਲ ਨੂੰ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਮੰਨੋ ਅਤੇ ਹਵਾ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਨੂੰ ਉਪੇਖਿਤ ਕਰੋ।

4.30 ਕੋਈ ਲੜਾਕੂ ਜਹਾਜ਼ 1.5km ਦੀ ਉਚਾਈ ਤੇ $720 kmh^{-1}$ ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਖਿਤਜੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਉੱਡ ਰਿਹਾ ਹੈ ਅਤੇ ਕਿਸੇ ਹਵਾਈ ਜਹਾਜ਼ ਭੇਦੀ ਤੋਪ ਦੇ ਠੀਕ ਉੱਪਰ ਤੋਂ ਲੰਘਦਾ ਹੈ। ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਨਾਲ ਤੋਪ ਦੀ ਨਾਲ ਦਾ ਕੀ ਕੋਣ ਹੋਵੇ ਜਿਸ ਨਾਲ $600 ms^{-1}$ ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਦਾਗਿਆ ਗਿਆ ਗੋਲਾ ਹਵਾਈ ਜਹਾਜ਼ ਤੇ ਵਾਰ ਕਰ ਸਕੇ। ਹਵਾਈ ਜਹਾਜ਼ ਦੇ ਚਾਲਕ ਨੂੰ ਕਿਸ ਨਿਊਨਤਮ ਉਚਾਈ ਤੇ ਜਹਾਜ਼ ਨੂੰ ਉਡਾਉਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ? ਜਿਸ ਨਾਲ ਗੋਲਾ ਲੱਗਣ ਤੋਂ ਬਚਿਆ ਜਾ ਸਕੇ। ($g = 10 m/s^2$)

4.31 ਇੱਕ ਸਾਈਕਲ ਸਵਾਰ $27 kmh^{-1}$ ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਸਾਈਕਲ ਚਲਾ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ ਹੀ ਸੜਕ ਤੇ ਉਹ 80m ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੇ ਚੱਕਰੀ ਮੋੜ ਤੇ ਪੁੱਜਦਾ ਹੈ, ਉਹ ਬ੍ਰੇਕ ਲਗਾਉਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਆਪਣੀ ਚਾਲ ਨੂੰ $0.5 ms^{-1}$ ਦੀ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਦਰ ਨਾਲ ਘੱਟ ਕਰ ਲੈਂਦਾ ਹੈ। ਚੱਕਰੀ ਮੋੜ ਤੇ ਸਾਈਕਲ ਸਵਾਰ ਦੇ ਨੇਟ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਉਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

4.32 (a) ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਕਿਸੇ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਦੇ x– ਧੁਰੇ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਵੇਗ ਦੇ ਵਿਚਲੇ ਕੋਣ ਨੂੰ ਸਮਾਂ ਫਲਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ :

$$(t) = \tan^{-1}\left(\frac{v_{0y} - gt}{v_{ox}}\right)$$

(b) ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਸੁੱਟੇ ਗਏ ਪ੍ਰਖੇਪਕ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਨ $\tan^{-1}\left(\frac{4h_m}{R}\right)$ ਹੋਵੇਗਾ। ਇੱਥੇ ਵਰਤੇ ਗਏ ਪ੍ਰਤੀਕਾਂ ਦੇ ਅਰਥ ਆਮ ਹੀ ਹਨ।

*****