अध्याय 3

विद्युत धारा

3.1 भूमिका

अध्याय 1 में सभी आवेशों को चाहे वे स्वतंत्र हों अथवा परिबद्ध, विरामावस्था में माना गया था। गतिमान आवेश विद्युत धारा का निर्माण करते हैं। ऐसी ही धारा प्रकृति में बहुत-सी स्थितियों में पाई जाती है। तड़ित एक ऐसी परिघटना है जिसमें आवेश बादलों से पृथ्वी तक वायुमंडल से होकर पहुँचते हैं, जिनका परिणाम कभी-कभी भयंकर होता है। तड़ित में आवेश का प्रवाह स्थायी नहीं होता, परंतु हम अपने दैनिक जीवन में बहुत-सी युक्तियों में आवेशों को उसी प्रकार प्रवाहित होते हुए देखते हैं जिस प्रकार नदियों में जल प्रवाहित होता रहता है। टॉर्च तथा सेल से चलने वाली घड़ी इस प्रकार की युक्तियों के कुछ उदाहरण हैं। इस अध्ययन में हम अपरिवर्ती अथवा स्थायी विद्युत धारा से संबंधित कुछ मूल नियमों का अध्ययन करेंगे।

3.2 विद्युत धारा

आवेश प्रवाह के लंबवत एक लघु क्षेत्रफल की कल्पना कीजिए। इस क्षेत्र से होकर धनात्मक और ऋणात्मक दोनों ही प्रकार के आवेश अग्र अथवा पश्च दिशा में प्रवाहित हो सकते हैं। मान लीजिए, किसी काल-अंतराल t में इस क्षेत्र से प्रवाहित होने वाला नेट अग्रगामी धनावेश q_+ (अर्थात अग्रगामी तथा पश्चगामी का अंतर) है। इसी प्रकार, मान लीजिए इसी क्षेत्र से प्रवाहित होने वाला नेट अग्रगामी ऋणावेश q_- है। तब इस काल अंतराल t में इस क्षेत्र से प्रवाहित होने वाला नेट आवेश $q = q_+ - q$ है। स्थायी धारा के लिए यह t के अनुक्रमानुपाती है और भागफल

$$I = \frac{q}{t} \tag{3.1}$$

क्षेत्र से होकर अग्रगामी दिशा में प्रवाहित विद्युत धारा को परिभाषित करता है। (यदि यह संख्या ऋणात्मक है तो इससे यह संकेत प्राप्त होता है कि विद्युत धारा पश्चदिशा में है।)

विद्युत धाराएँ सदैव अपरिवर्ती नहीं होतीं, इसलिए अधिक व्यापक रूप में हम विद्युत धारा को निम्न प्रकार से परिभाषित करते हैं। मान लीजिए काल-अंतराल Δt [अर्थात काल t तथा $(t + \Delta t)$ के बीच] में किसी चालक की अनुप्रस्थ काट से प्रवाहित होने वाला नेट आवेश ΔQ है। तब काल t पर चालक के इस अनुप्रस्थ काट से प्रवाहित विद्युत धारा को ΔQ या Δt के अनुपात के मान के रूप में इस प्रकार परिभाषित किया जाता है जिसमें Δt की सीमा शून्य की ओर प्रवृत्त है,

$$I(t) \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} \tag{3.2}$$

S I मात्रकों में विद्युत धारा का मात्रक ऐम्पियर है। एक ऐम्पियर को विद्युत धारा के चुंबकीय प्रभाव द्वारा परिभाषित किया जाता है जिसका हम अगले अनुच्छेद में अध्ययन करेंगे। घरेलू वैद्युत-साधित्रों में प्रवाहित होने वाली प्रतिरूपी विद्युत धारा के परिमाण की कोटि एक ऐम्पियर होती है। जहाँ एक ओर किसी औसत तड़ित में हज़ारों ऐम्पियर कोटि की धारा प्रवाहित हो जाती है, वहीं दूसरी ओर हमारी तंत्रिकाओं से प्रवाहित होने वाली धाराएँ कुछ माइक्रोऐम्पियर कोटि की होती हैं।

3.3 चालक में विद्युत धारा

यदि किसी वैद्युत आवेश पर कोई विद्युत क्षेत्र को अनुप्रयुक्त किया जाए तो वह एक बल का अनुभव करेगा। यदि यह गति करने के लिए स्वतंत्र है तो यह भी गतिमान होकर विद्युत धारा उत्पन्न करेगा। वायुमंडल के ऊपरी स्तर जिसे आयनमंडल कहते हैं, की भाँति प्रकृति में मुक्त आवेशित कण पाए जाते हैं। तथापि, अणुओं तथा परमाणुओं में ऋणावेशित इलेक्ट्रॉन तथा धनावेशित इलेक्ट्रॉन एक-दूसरे से परिबद्ध होने के कारण गति करने के लिए स्वतंत्र नहीं होते हैं। स्थूल पदार्थ अनेक अणुओं से निर्मित होते हैं, उदाहरण के लिए, एक ग्राम जल में लगभग 10^{22} अणु होते हैं। ये अणु इतने संकुलित होते हैं कि इलेक्ट्रॉन अब एक व्यष्टिगत नाभिक से ही जुड़ा नहीं रहता। कुछ पदार्थों में इलेक्ट्रॉन अभी भी परिबद्ध होते हैं, अर्थात विद्युत-क्षेत्र अनुप्रयुक्त करने पर भी त्वरित नहीं होते। कुछ दूसरे पदार्थों में विशेषकर धातुओं में कुछ इलेक्ट्रॉन स्थूल पदार्थ के भीतर वास्तविक रूप से, गति करने के लिए स्वतंत्र होते हैं। इन पदार्थों जिन्हें सामान्यत: चालक कहते हैं, में विद्युत क्षेत्र अनुप्रयुक्त करने पर विद्युत धारा उत्पन्न हो जाती है।

यदि हम ठोस चालक पर विचार करें तो वास्तव में इनमें परमाणु आपस में निकट रूप से, कस कर आबद्ध होते हैं जिसके कारण ऋण आवेशित इलेक्ट्रॉन विद्युत धारा का वहन करते हैं। तथापि, अन्य प्रकार के चालक भी होते हैं जैसे विद्युत अपघटनी विलयन, जिनमें धनावेश तथा ऋणावेश दोनों गति कर सकते हैं। हम अपनी चर्चा को ठोस चालकों पर ही केंद्रित रखेंगे जिसमें स्थिर धनायनों की पृष्ठभूमि में ऋण आवेशित इलेक्ट्रॉन विद्युत धारा का वहन करते हैं।

पहले हम ऐसी स्थिति पर विचार करते हैं जहाँ कोई विद्युत क्षेत्र उपस्थित नहीं है। इलेक्ट्रॉन तापीय गति करते समय आबद्ध आयनों से संघट्ट करते हैं। संघट्ट के पश्चात इलेक्ट्रॉन की चाल अपरिवर्तित रहती है। अत: टकराने के बाद चाल की दिशा पूर्णतया यादृच्छिक होती है। किसी दिए हुए समय पर इलेक्ट्रॉनों की चाल की कोई अधिमानिक दिशा नहीं होती है। अत: औसत रूप से

किसी एक विशेष दिशा में गमन करने वाले इलेक्ट्रॉनों की संख्या, उस दिशा के ठीक विपरीत दिशा में गमन करने वाले इलेक्ट्रॉनों की संख्या के ठीक बराबर होती है। अतः कोई नेट विद्युत धारा नहीं होगी।

चित्र 3.1 धात्विक बेलन के सिरों पर रखे $+Q$ और $-Q$ आवेश। आवेशों को उदासीन करने के लिए उत्पन्न विद्युत क्षेत्र के कारण इलेक्ट्रॉनों का अपवाह होगा। यदि आवेश $+Q$ और $-Q$ की पुनः पूर्ति सतत न की गई तो कुछ देर में विद्युत धारा प्रवाह समाप्त हो जाएगा।

आइए अब हम यह देखें कि इस प्रकार के चालक के किसी टुकड़े पर कोई विद्युत क्षेत्र अनुप्रयुक्त करने पर क्या होता है। अपने विचारों को केंद्रित करने के लिए R त्रिज्या के बेलनाकार चालक की कल्पना कीजिए (चित्र 3.1)। मान लीजिए परावैद्युत पदार्थ की बनी दो पतली वृत्ताकार डिस्क लेते हैं जिनकी त्रिज्याएँ चालक के समान हैं और जिनमें एक पर धनावेश $+Q$ तथा दूसरे पर ऋणावेश $-Q$ एकसमान रूप से वितरित हैं। इन दोनों डिस्कों को बेलन की दो चपटी पृष्ठों से जोड़ देते हैं। ऐसा करने पर एक विद्युत क्षेत्र उत्पन्न हो जाएगा जिसकी दिशा धनावेश से ऋणावेश की ओर होगी। इस क्षेत्र के कारण इलेक्ट्रॉन $+Q$ की तरफ त्वरित होंगे। इस प्रकार वे आवेशों को उदासीन करने के लिए गति करेंगे। जब तक इलेक्ट्रॉन का प्रवाह बना रहेगा, विद्युत धारा बनी रहेगी। इस प्रकार विचाराधीन परिस्थिति में बहुत अल्प समय के लिए विद्युत धारा बहेगी और उसके पश्चात कोई धारा नहीं होगी।

हम ऐसी युक्तियों की भी कल्पना कर सकते हैं जो बेलन के सिरों पर, चालक के अंदर गतिमान इलेक्ट्रॉनों द्वारा उदासीन सभी आवेशों की नए आवेशों से पुनः पूर्ति कराएँ। उस प्रकाश में चालक में एक स्थायी विद्युत क्षेत्र स्थापित होगा, जिसके परिणामस्वरूप जो धारा उत्पन्न होगी वह अल्पावधि की न होकर, सतत विद्युत धारा होगी। इस प्रकार स्थायी विद्युत क्षेत्र उत्पन्न करने वाली युक्तियाँ विद्युत सेल अथवा बैटरियाँ होती हैं जिनके विषय में हम इस अध्याय में आगे अध्ययन करेंगे। अगले अनुभागों में हम चालकों में स्थायी विद्युत-क्षेत्रों से प्राप्त स्थायी विद्युत धारा का अध्ययन करेंगे।

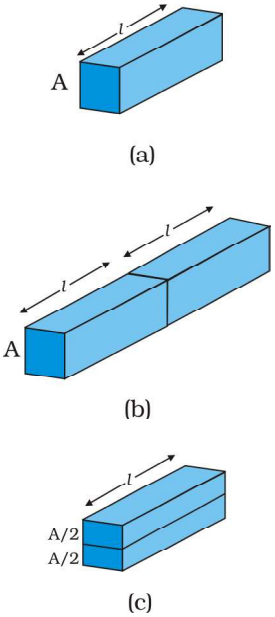
3.4 ओम का नियम

विद्युत धारा के प्रवाह के लिए उत्तरदायी भौतिक युक्तियों की खोज से काफी पहले जी. एस. ओम ने सन् 1828 में धारा प्रवाह से संबद्ध एक मूल नियम की खोज कर ली थी। एक चालक की परिकल्पना कीजिए जिससे धारा I प्रवाहित हो रही है और मान लीजिए V, चालक के सिरों के मध्य विभवान्तर है। तब ओम के नियम का कथन है कि

$$V \propto I$$

अथवा $$V = R I \qquad (3.3)$$

यहाँ आनुपातिकता स्थिरांक R, चालक का *प्रतिरोध* कहलाता है। प्रतिरोध का SI मात्रक *ओम* है और यह प्रतीक Ω द्वारा निर्दिष्ट किया जाता है। प्रतिरोध R चालक के केवल पदार्थ पर ही नहीं बल्कि चालक के विस्तार पर भी निर्भर करता है। प्रतिरोध की चालक के विस्तार पर निर्भरता नीचे दिए अनुसार आसानी से ज्ञात की जा सकती है।



चित्र 3.2 लंबाई l तथा अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A की आयताकार सिल्ली के संबंध $R = \rho l/A$ का निदर्श चित्र।

लंबाई l तथा अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A की किसी आयताकार सिल्ली पर विचार कीजिए जो समीकरण (3.3) को संतुष्ट करता है [चित्र 3.2]। कल्पना कीजिए ऐसी दो सर्वसम सिल्लियाँ सिरे से सिरे को मिलाते हुए इस प्रकार रखी हुई हैं कि संयोजन की लंबाई $2l$ है। इस संयोजन से उतनी ही धारा प्रवाहित होगी जितनी कि दोनों में से किसी एक सिल्ली से होगी। यदि पहली सिल्ली के

जॉर्ज साइमन ओम (1787–1854)

जॉर्ज साइमन ओम (1787–1854) जर्मन भौतिकविज्ञानी, म्यूनिख में प्रोफ़ेसर थे। ओम ने अपने नियम की खोज ऊष्मा-चालन से सदृश्य के आधार पर की– विद्युत क्षेत्र ताप-प्रवणता के तुल्य है और विद्युत धारा ऊष्मा-प्रवाह के।

सिरों के मध्य विभवांतर V है, तब दूसरी सिल्ली के सिरों के मध्य भी विभवांतर V होगा, क्योंकि दूसरी सिल्ली पहली के समान है और दोनों से समान धारा प्रवाहित हो रही है। स्पष्टतया संयोजन के सिरों के मध्य विभवांतर, दो पृथक सिल्लियों के मध्य विभवांतरों का योग है, अत: $2V$ के बराबर है। संयोजन से होकर प्रवाहित धारा I है तब समीकरण (3.3) से संयोजन का प्रतिरोध R_C

$$R_C = \frac{2V}{I} = 2R \tag{3.4}$$

चूँकि $V/I = R$, दोनों में से किसी एक सिल्ली का प्रतिरोध है। इस प्रकार चालक की लंबाई दोगुनी करने पर इसका प्रतिरोध दोगुना हो जाता है। तब व्यापक रूप से प्रतिरोध लंबाई के अनुक्रमानुपाती होता है

$$R \propto l \tag{3.5}$$

इसके बाद इस सिल्ली को लंबाई में दो समान भागों में विभाजित करने की कल्पना कीजिए जिससे कि सिल्ली को लंबाई l की दो सर्वसम सिल्लियों जिनमें प्रत्येक का अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल $A/2$ है, के संयोजन जैसा समझा जा सके [चित्र 3.2 (c)]।

सिल्ली के सिरों के मध्य दिए गए विभवांतर V के लिए यदि पूरी सिल्ली से प्रवाहित होने वाली धारा I है तो स्पष्टता प्रत्येक आधी सिल्ली से प्रवाहित होने वाली धारा $I/2$ होगी। चूँकि आधी सिल्ली के सिरों के मध्य विभवांतर V है, अर्थात उतना ही है जितना कि पूरी सिल्ली के सिरों के मध्य विभवांतर है, इसलिए प्रत्येक आधी सिल्ली का प्रतिरोध R_1 इस प्रकार व्यक्त किया जा सकता है

$$R_1 = \frac{V}{(I/2)} = 2\frac{V}{I} = 2R \tag{3.6}$$

इस प्रकार चालक की अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल को आधा करने पर प्रतिरोध दोगुना हो जाता है। व्यापक रूप से तब प्रतिरोध R, अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल (A) के व्युत्क्रमानुपाती होता है, अर्थात

$$R \propto \frac{1}{A} \tag{3.7}$$

समीकरण (3.5) और (3.7) के संयोजन से

$$R \propto \frac{l}{A} \tag{3.8}$$

अत:, किसी दिए गए चालक के लिए

$$R = \rho \frac{l}{A} \tag{3.9}$$

यहाँ ρ एक आनुपातिकता स्थिरांक है जो चालक के पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर करता है, इसके विस्तार पर नहीं। ρ को *प्रतिरोधकता* कहते हैं।

समीकरण (3.9) का प्रयोग करने पर, ओम के नियम को इस प्रकार व्यक्त कर सकते हैं

$$V = I \times R = \frac{I\rho l}{A} \tag{3.10}$$

विद्युत धारा प्रति एकांक क्षेत्र (धारा के अभिलंबवत ली गई) I/A *धारा घनत्व* कहलाता है और

j द्वारा निर्दिष्ट किया जाता है। धारा घनत्व का SI मात्रक A/m^2 है। इसके अतिरिक्त यदि एकसमान विद्युत क्षेत्र E के किसी चालक की लंबाई l है तो इस चालक के सिरों के बीच विभवांतर का परिणाम El होता है। इसका उपयोग करने पर समीकरण (3.10) को इस प्रकार व्यक्त करते हैं

$$E\,l = j\,\rho\,l$$

अथवा $$E = j\,\rho \qquad (3.11)$$

E तथा **j** के परिमाण के लिए उपरोक्त समीकरण को अवश्य ही सदिश रूप में व्यक्त किया जा सकता है। धारा घनत्व (जिसे हमने धारा के अभिलंबवत प्रति एकांक क्षेत्रफल के रूप में परिभाषित किया है) भी **E** की ओर निर्दिष्ट है और $j\,(\equiv j\mathbf{E}/E)$ एक सदिश भी है। इस प्रकार समीकरण (3.11) को इस प्रकार से व्यक्त करते हैं

$$\mathbf{E} = \mathbf{j}\rho \qquad (3.12)$$

अथवा $$\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E} \qquad (3.13)$$

जहाँ $\sigma = 1/\rho$ को *चालकता* कहते हैं। ओम के नियम को प्रायः समीकरण (3.3) के अलावा समीकरण (3.13) द्वारा भी समतुल्य रूप में व्यक्त किया जाता है। अगले अनुच्छेद में हम ओम के नियम के उद्गम को इस रूप में समझने का प्रयास करेंगे जैसे कि यह इलेक्ट्रॉनों के अपवाह के अभिलक्षणों से उत्पन्न हुआ है।

3.5 इलेक्ट्रॉन का अपवाह एवं प्रतिरोधकता का उद्गम

हमने पहले देखा है कि जब कोई इलेक्ट्रॉन किसी भारी आयन से संघट्ट करता है तो संघट्ट के बाद उसी चाल से चलता है लेकिन इसकी दिशा यादृच्छिक हो जाती है। यदि हम सभी इलेक्ट्रॉनों पर विचार करें तो उनका औसत वेग शून्य होगा, क्योंकि उनकी दिशाएँ यादृच्छिक हैं। इस प्रकार यदि i^{th} इलेक्ट्रॉन ($i = 1, 2, 3, \ldots N$) का वेग किसी दिए समय में $\mathbf{v}_i$ हो तो

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\mathbf{v}_i = 0 \qquad (3.14)$$

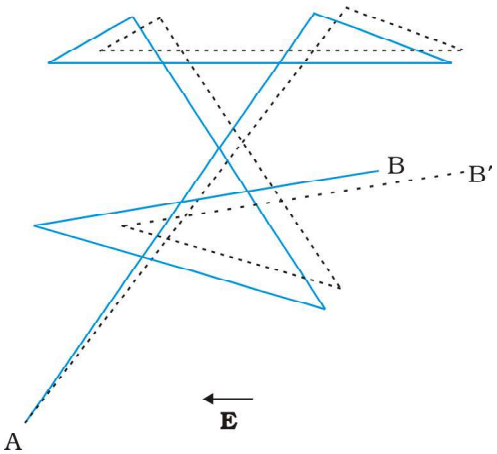
अब ऐसी स्थिति पर विचार करें जब यह चालक किसी विद्युत क्षेत्र में उपस्थित है। इस क्षेत्र के कारण इलेक्ट्रॉन में त्वरण उत्पन्न होगा

$$\mathbf{a} = \frac{-e\,\mathbf{E}}{m} \qquad (3.15)$$

जहाँ $-e$ इलेक्ट्रॉन का आवेश तथा m इसका द्रव्यमान है। दिए गए समय t में i^{th} इलेक्ट्रॉन पर पुनः विचार करें। यह इलेक्ट्रॉन t के कुछ समय पहले अंतिम बार संघट्ट करेगा और मान लीजिए, t_i इसके अंतिम संघट्ट के बाद व्यतीत समय है। यदि v_i अंतिम संघट्ट के तुरंत पश्चात का वेग था तब समय t पर इसका वेग

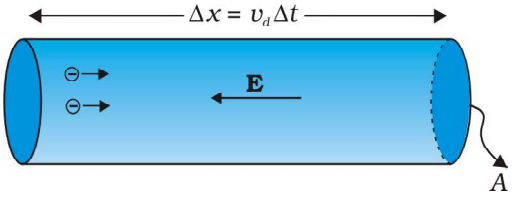
$$\mathbf{V}_i = \mathbf{v}_i + \left(-\frac{e\,\mathbf{E}}{m}\right)t_i \qquad (3.16)$$

चूँकि अपने अंतिम संघट्ट से आरंभ करने के पश्चात यह इलेक्ट्रॉन किसी समय अंतराल t_i के लिए समीकरण (3.15) द्वारा दिए गए त्वरण के साथ त्वरित हुआ था। सभी इलेक्ट्रॉनों का समय t पर औसत वेग सभी $\mathbf{V}_i$ का औसत है।



चित्र 3.3 किसी बिंदु A से दूसरे बिंदु B तक बारम्बार संघट्टों के द्वारा इलेक्ट्रॉन की गति तथा संघट्टों के बीच रैखिक गति का आरेखीय चित्रण (सतत रेखाएँ)। यदि दर्शाए अनुसार कोई विद्युत क्षेत्र लगाया जाता है तो इलेक्ट्रॉन B' पर रुक जाता है (बिंदुकृत रेखाएँ)। विद्युत क्षेत्र के विपरीत दिशा में मामूली अपवाह दिखलाई दे रहा है।

$\mathbf{v}_i$ का औसत शून्य है [समीकरण (3.14)] क्योंकि संघट्ट के तुरंत बाद एक इलेक्ट्रॉन के वेग की दिशा पूर्णतया यादृच्छिक होती है। इलेक्ट्रॉनों के संघट्ट नियमित काल-अंतरालों पर न होकर यादृच्छिक समय में होते हैं। यदि लगातार (क्रमिक) संघट्टों के बीच औसत समय को हम लोग τ से निर्दिष्ट करें तो किसी दिए गए समय में कुछ इलेक्ट्रॉन τ से ज्यादा और कुछ τ से कम समय व्यतीत किए होंगे। दूसरे शब्दों में, जैसे-जैसे हम $i = 1, 2 \ldots\ldots N$ विभिन्न मान देते हैं तो हमें समीकरण (3.16) के अनुसार समय t_i के मान कुछ के लिए τ से ज्यादा होंगे तथा कुछ के लिए τ से कम होंगे। तब t_i का औसत मान τ होगा (जिसे *विश्रांति काल* कहते हैं)। इस प्रकार किसी दिए समय t पर N इलेक्ट्रॉनों के लिए समीकरण (3.16) का औसत लेने पर हमें औसत वेग $\mathbf{v}_d$ प्राप्त होता है



चित्र 3.4 धात्विक चालक में विद्युत धारा। धातु में धारा घनत्व का परिमाण एकांक क्षेत्रफल तथा $\mathbf{v}_d$ ऊँचाई के बेलन में अंतर्विष्ट आवेश के परिमाण के बराबर है।

$$\mathbf{v}_d \equiv (\mathbf{V}_i)_{\text{औसत}} = (\mathbf{v}_i)_{\text{औसत}} - \frac{e\mathbf{E}}{m}(t_i)_{\text{औसत}}$$

$$= 0 - \frac{e\mathbf{E}}{m}\tau = -\frac{e\mathbf{E}}{m}\tau \qquad (3.17)$$

यह अंतिम परिणाम आश्चर्यजनक है। यह हमें बताता है कि इलेक्ट्रॉन, यद्यपि त्वरित है, एक औसत वेग से गतिमान है जो समय पर निर्भर नहीं करता है। यह परिघटना अपवाह की है और समीकरण (3.17) का वेग $\mathbf{v}_d$ *अपवाह वेग* कहलाता है।

अपवाह के कारण, विद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}$ के लंबवत किसी क्षेत्र से होकर आवेशों का नेट परिवहन होगा। चालक के अंदर एक समतलीय क्षेत्र पर विचार करें जो कि $\mathbf{E}$ के समांतर क्षेत्र पर अभिलंब है (चित्र 3.4)। तब अपवाह के कारण, अत्यणु समय Δt में, क्षेत्र की बायीं ओर के सभी इलेक्ट्रॉन $|\mathbf{v}_d|\Delta t$ दूरी पार कर लिए होंगे। यदि चालक में प्रति एकांक आयतन मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या n है तो $n\Delta t|\mathbf{v}_d|A$ ऐसे इलेक्ट्रॉन होंगे। चूँकि प्रत्येक इलेक्ट्रॉन आवेश $-e$ वहन करता है, Δt समय में क्षेत्र A की दायीं ओर परिवहित कुल आवेश $-ne A|\mathbf{v}_d|\Delta t$ है। $\mathbf{E}$ बायीं ओर निर्दिष्ट है, अतः इस क्षेत्र से होकर $\mathbf{E}$ के अनुदिश परिवहित कुल आवेश इसके ऋणात्मक होगा। परिभाषानुसार [समीकरण (3.2)] क्षेत्र A को समय Δt में पार करने वाले आवेश $I\Delta t$ होंगे, यहाँ I धारा का परिमाण है। अतः

$$I\Delta t = +neA|\mathbf{v}_d|\Delta t \qquad (3.18)$$

$|\mathbf{v}_d|$ के मान को समीकरण (3.17) से प्रतिस्थापित करने पर

$$I\Delta t = \frac{e^2 A}{m}\tau n \Delta t|\mathbf{E}| \qquad (3.19)$$

परिभाषानुसार, धारा घनत्व के परिमाण $|\mathbf{j}|$ से I संबंधित है

$$I = |\mathbf{j}|A \qquad (3.20)$$

अतः समीकरण (3.19) तथा (3.20) से,

$$|\mathbf{j}| = \frac{ne^2}{m}\tau|\mathbf{E}| \qquad (3.21)$$

सदिश $\mathbf{j}$, $\mathbf{E}$ के समांतर है, इसलिए हम समीकरण (3.21) को सदिश रूप में लिख सकते हैं

$$\mathbf{j} = \frac{ne^2}{m}\tau\mathbf{E} \qquad (3.22)$$

अगर हम चालकता σ का तादात्म्य स्थापित करें

$$\sigma = \frac{ne^2}{m}\tau$$

तो समीकरण (3.13) से तुलना करने पर यह व्यक्त होता है कि समीकरण (3.22) तथ्यत: ओम का नियम है। यदि हम चालकता को σ द्वारा निर्दिष्ट करें तो $\sigma = \frac{ne^2}{m}\tau$ (3.23)

इस प्रकार हम देखते हैं कि विद्युत चालकता का एक बहुत सरल चित्रण ओम के नियम की प्रतिकृति तैयार करता है। अवश्य ही हमने यह पूर्वधारणा बनाई है कि τ और n, E से स्वतंत्र स्थिरांक हैं। अगले अनुच्छेद में हम ओम के नियम की सीमाओं का विवेचन करेंगे।

उदाहरण 3.1 (a) $1.0 \times 10^{-7}\,m^2$ अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल वाले ताँबे के तार में 1.5 A धारा प्रवाहित हो रही है। इसमें चालक इलेक्ट्रॉनों की औसत अपवाह चाल का आकलन कीजिए। मान लीजिए कि ताँबे का प्रत्येक परमाणु धारा के प्रवाह में एक चालक इलेक्ट्रॉन का योगदान करता है। ताँबे का घनत्व $9.0 \times 10^3\,kg/m^3$ तथा इसका परमाणु द्रव्यमान 63.5 u है। (b) ऊपर निकाली गई अपवाह चाल की निम्नलिखित उदाहरणों से तुलना कीजिए। (i) सामान्य तापों पर ताँबे के परमाणुओं की तापीय चाल (ii) चालक के अनुदिश विद्युत क्षेत्र की संचरण चाल जो अपवाह गति उत्पन्न करती है।

हल

(a) चालक इलेक्ट्रॉन के अपवाह वेग की दिशा विद्युत क्षेत्र की दिशा के विपरीत है अर्थात इलेक्ट्रॉन बढ़ते हुए विभव की दिशा में अपवाह करते हैं। अपवाह चाल v_d समीकरण (3.18) से व्यक्त होगी,

$$v_d = (I/neA)$$

अब $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C, $A = 1.0 \times 10^{-7} m^2$, $I = 1.5$ A है। चालक इलेक्ट्रॉनों का घनत्व, n प्रति घन मीटर में परमाणुओं की संख्या के बराबर है (मान लीजिए कि प्रति ताँबे के परमाणु में एक चालक इलेक्ट्रॉन है जो संयोजकता इलेक्ट्रॉन की संख्या 1 के अनुसार यथोचित है)। एक घन मीटर ताँबे का द्रव्यमान 9.0×10^3 kg है। चूँकि 6.0×10^{23} ताँबे के परमाणुओं का द्रव्यमान 63.5 g है, अत:

$$n = \frac{6.0 \times 10^{23}}{63.5} \times 9.0 \times 10^6 = 8.5 \times 10^{28}\ m^{-3}$$

जिससे हमें अपवाह चाल का निम्न मान प्राप्त होता है:

$$v_d = \frac{1.5}{8.5 \times 10^{28} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 1.0 \times 10^{-7}}$$

$$= 1.1 \times 10^{-3}\ m\ s^{-1}$$

$$= 1.1\ mm\ s^{-1}$$

(b) (i) ताप T पर M द्रव्यमान के ताँबे के एक परमाणु की तापीय चाल* विशिष्ट रूप से $\sqrt{k_B T / M}$ की कोटि की है। जिसे [$<(1/2)\,Mv^2> = (3/2)\,k_B T$] से प्राप्त किया गया है। यहाँ k_B बोल्ट्ज़मैन नियतांक है। 300 K पर ताँबे के लिए यह लगभग 2×10^2 m/s है। यह किसी चालक में ताँबे के परमाणुओं की यादृच्छिक कंपन चालों को इंगित करता है। ध्यान दीजिए कि इलेक्ट्रॉनों की अपवाह चाल बहुत कम है। साधारण ताप पर यह इलेक्ट्रॉनों की प्रतिरूपी तापीय चाल की लगभग 10^{-5} गुनी होती है।

(ii) चालक के अनुदिश गतिशील विद्युत क्षेत्र की चाल किसी विद्युत चुंबकीय तरंग की चाल अर्थात $3.0 \times 10^8\ m\ s^{-1}$ के बराबर है। (इसके नियम में आप अध्याय 8 में पढ़ेंगे)। इसकी तुलना में अपवाह चाल बहुत ही कम है, 10^{-11} गुणक द्वारा कम।

उदाहरण 3.1

* भौतिकी पाठ्यपुस्तक, कक्षा 11, अध्याय 13 का समीकरण (13.23) देखिए।

उदाहरण 3.2

उदाहरण 3.2

(a) उदाहरण 3.1 में कुछ ऐम्पियर धारा के परिसर में किसी इलेक्ट्रॉन की अपवाह गति केवल कुछ mm s^{-1} ही आकलित की गई है। तब परिपथ बंद करते ही लगभग उसी क्षण धारा कैसे स्थापित हो जाती है?

(b) किसी चालक के अंदर इलेक्ट्रॉन अपवाह विद्युत क्षेत्र में इलेक्ट्रॉनों द्वारा अनुभव किए गए बल के कारण उत्पन्न होता है। लेकिन बल द्वारा त्वरण उत्पन्न होना चाहिए। तब इलेक्ट्रॉन अपरिवर्ती औसत अपवाह वेग क्यों प्राप्त कर लेते हैं?

(c) यदि इलेक्ट्रॉन का अपवाह वेग इतना कम है और इलेक्ट्रॉन का आवेश भी कम है तो फिर किसी चालक में हम अधिक मात्रा में धारा कैसे प्राप्त कर सकते हैं?

(d) जब किसी धातु में इलेक्ट्रॉन कम विभव से अधिक विभव की ओर अपवाह करते हैं तो क्या इसका तात्पर्य यह है कि धातु में सभी मुक्त इलेक्ट्रॉन एक ही दिशा में गतिमान हैं?

(e) क्या उत्तरोत्तर संघट्टों (धातु के धनायनों के साथ) के बीच इलेक्ट्रॉनों के पथ (i) विद्युत क्षेत्र की अनुपस्थिति में, (ii) विद्युत क्षेत्र की उपस्थिति में, सरल रेखीय हैं?

हल

(a) पूर्ण परिपथ में विद्युत क्षेत्र लगभग तत्काल स्थापित हो जाता है (प्रकाश के वेग से) जो प्रत्येक बिंदु पर स्थानीय इलेक्ट्रॉन अपवाह उत्पन्न करता है। परिपथ में विद्युत धारा स्थापित होने के लिए यह प्रतीक्षा नहीं करनी पड़ती कि इलेक्ट्रॉन चालक में एक सिरे से दूसरे सिरे तक जाएंगे। फिर भी, धारा स्थायी मान प्राप्त करने में अल्प समय अवश्य लेती है।

(b) प्रत्येक मुक्त इलेक्ट्रॉन त्वरित होता है जिससे उसकी अपवाह चाल तब तक बढ़ती है जब तक वह धातु के धनायनों से संघट्ट नहीं करता। संघट्ट के पश्चात यह अपनी अपवाह चाल खो देता है। पर यह पुनः त्वरित होता है तथा पुनः इसके अपवाह वेग में तब तक वृद्धि होती है जब यह पुनः संघट्ट नहीं करता और यह क्रम चलता रहता है। अतः औसतन इलेक्ट्रॉन केवल अपवाह चाल प्राप्त कर पाता है।

(c) सरल है, क्योंकि चालक में इलेक्ट्रॉन संख्या घनत्व अत्यधिक ($\sim 10^{29}\ \text{m}^{-3}$) है।

(d) किसी प्रकार नहीं। इलेक्ट्रॉनों की अपवाह चाल उनके अत्यधिक यादृच्छिक वेग पर अध्यारोपित होती है।

(e) विद्युत क्षेत्र की अनुपस्थिति में पथ ऋजु-रेखीय हैं जबकि विद्युत क्षेत्र की उपस्थिति में पथ व्यापक रूप से वक्रित होते हैं।

3.5.1 गतिशीलता

जैसा कि हम देख चुके हैं, चालकता गतिमान आवेश वाहकों से उत्पन्न होती है। धातुओं में यह गतिमान आवेश वाहक इलेक्ट्रॉन हैं, आयनित गैस में ये इलेक्ट्रॉन तथा धन आवेशित आयन हैं, विद्युत अपघट्य में ये धनायन तथा ऋणायन दोनों हो सकते हैं।

एक महत्वपूर्ण राशि *गतिशीलता* μ है जिसे प्रति एकांक विद्युत क्षेत्र के अपवाह वेग के परिमाण के रूप में परिभाषित करते हैं

$$\mu = \frac{|\mathbf{v}_d|}{E} \tag{3.24}$$

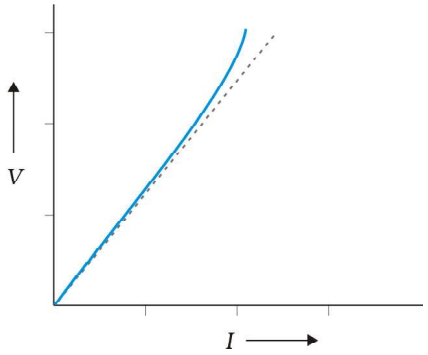
गतिशीलता का SI मात्रक m^2/Vs है और इसके प्रायोगिक मात्रक (cm^2/Vs) का 10^4 गुना है। गतिशीलता धनात्मक होती है। समीकरण (3.17) में,

$$v_d = \frac{e\,\tau\,E}{m}$$

अत:

$$\mu = \frac{v_d}{E} = \frac{e\,\tau}{m} \qquad (3.25)$$

जहाँ τ इलेक्ट्रॉन के लिए संघट्टन का औसत समय है।



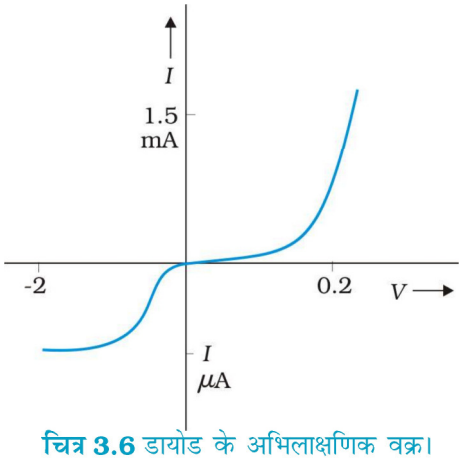
चित्र 3.5 बिंदुकित रेखा रैखिक ओम-नियम को निरूपित करती है। सतत रेखा अच्छे चालक के लिए V तथा I के संबंध को दर्शाती है।

3.6 ओम के नियम की सीमाएँ

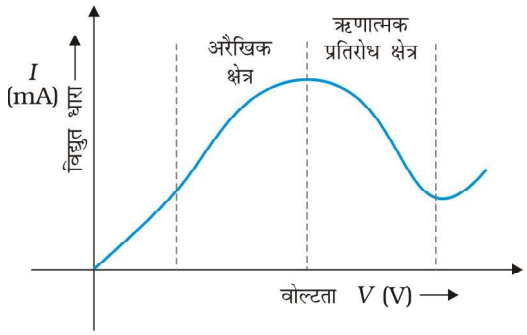
यद्यपि ओम का नियम पदार्थों के विस्तृत वर्ग के लिए मान्य है, विद्युत परिपथों में उपयोग होने वाले कुछ ऐसे पदार्थ एवं युक्तियाँ विद्यमान हैं जहाँ V तथा I की आनुपातिकता लागू नहीं होती है। मोटे तौर पर, यह विचलन निम्नलिखित एक या अधिक प्रकार का हो सकता है

(a) V की I से आनुपातिकता समाप्त हो जाती है (चित्र 3.5)

(b) V तथा I के मध्य संबंध V के चिह्न पर निर्भर करता है। दूसरे शब्दों में, यदि कुछ V के लिए धारा I है, तो V का परिमाण स्थिर रख कर इसकी दिशा बदलने पर, विपरीत दिशा में I के समान परिमाण की धारा उत्पन्न नहीं होती है (चित्र 3.6)। उदाहरण के लिए, डायोड में ऐसा होता है जिसका अध्ययन हम अध्याय 14 में करेंगे।



चित्र 3.6 डायोड के अभिलाक्षणिक वक्र। वोल्टता तथा धारा के ऋण व धन मानों के लिए विभिन्न पैमानों को नोट कीजिए।



चित्र 3.7 GaAs में वोल्टता के सापेक्ष धारा में परिवर्तन।

(c) V तथा I के मध्य संबंध एकमात्र संबंध नहीं है अर्थात उसी धारा I के लिए V के एक से अधिक मान हो सकते हैं (चित्र 3.7)।

पदार्थ तथा युक्तियाँ जो समीकरण (3.3) के रूप में ओम के नियम का पालन नहीं करती हैं, यथार्थ में, इलेक्ट्रॉनिक परिपथ में व्यापक रूप से उपयोग की जाती हैं। तथापि इस अध्याय तथा परवर्ती अध्याय में, हम उस पदार्थ में विद्युत धारा का अध्ययन करेंगे जो ओम के नियम का पालन करते हैं।

3.7 विभिन्न पदार्थों की प्रतिरोधकता

विविध सामान्य पदार्थों की प्रतिरोधकता सारणी 3.1 में सूचीबद्ध हैं। प्रतिरोधकता पर निर्भरता तथा

उनके बढ़ते हुए मान के अनुसार पदार्थों का वर्गीकरण चालक, अर्धचालक तथा विद्युतरोधी में किया जाता है। धातुओं की प्रतिरोधकता $10^{-8}\,\Omega m$ से $10^{-6}\,\Omega m$ के परिसर में होती है। इसके विपरीत मृत्तिका (सिरेमिक), रबर तथा प्लास्टिक जैसे विद्युतरोधी पदार्थ भी हैं जिनकी प्रतिरोधकता, धातुओं की तुलना में 10^{18} गुनी या अधिक है। इन दोनों के मध्य अर्धचालक हैं। इनकी प्रतिरोधकता, तथापि ताप बढ़ाने पर अभिलाक्षणिक रूप से घटती है। अर्धचालक की प्रतिरोधकता अशुद्धियों की अल्प मात्रा में उपस्थिति से भी प्रभावित होती है। इस अंतिम विशिष्टता का लाभ, इलेक्ट्रॉनिक युक्तियों में उपयोग होने वाले अर्धचालकों के निर्माण में किया जाता है।

सारणी 3.1 कुछ पदार्थों की प्रतिरोधकता

पदार्थ	प्रतिरोधकता, ρ 0°C पर (Ω m)	प्रतिरोधकता का ताप गुणांक $\alpha\,(°C)^{-1}$; $\frac{1}{\rho}\left(\frac{d\rho}{dT}\right)$ 0°C पर
चालक		
चाँदी (सिल्वर)	1.6×10^{-8}	0.0041
ताँबा (कॉपर)	1.7×10^{-8}	0.0068
ऐलुमिनियम	2.7×10^{-8}	0.0043
टंगस्टन	5.6×10^{-8}	0.0045
लोहा (आयरन)	10×10^{-8}	0.0065
प्लैटिनम	11×10^{-8}	0.0039
पारा (मर्करी)	98×10^{-8}	0.0009
निक्रोम (Ni, Fe तथा Cr की मिश्रातु)	$\sim 100 \times 10^{-8}$	0.0004
मैंगनिन	48×10^{-8}	0.002×10^{-3}
अर्धचालक		
कार्बन (ग्रैफाइट)	3.5×10^{-5}	– 0.0005
जर्मेनियम	0.46	– 0.05
सिलिकॉन	2300	– 0.07
विद्युतरोधी		
शुद्ध जल	2.5×10^{5}	
काँच (ग्लास)	$10^{10} - 10^{14}$	
कठोर रबर	$10^{13} - 10^{16}$	
सोडियम क्लोराइड (NaCl)	$\sim 10^{14}$	
संयुक्त स्फटिक (फ्यूज़्ड क्वार्ट्ज़)	$\sim 10^{16}$	

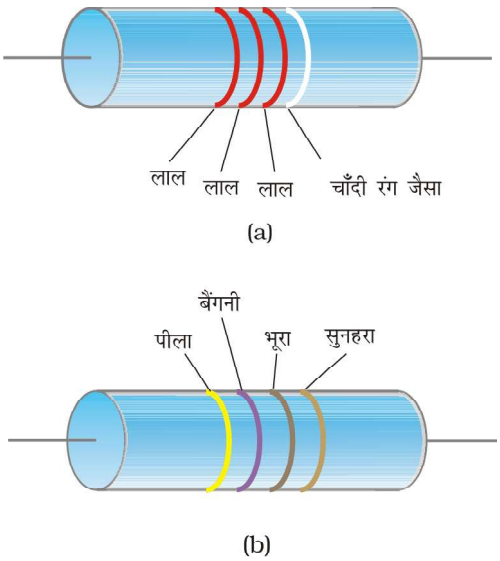
घरेलू या प्रयोगशालाओं में प्रयोग हेतु व्यापारिक दृष्टिकोण से बनाए जाने वाले प्रतिरोधक मुख्यत: दो प्रकार के होते हैं–तार आबद्ध प्रतिरोधक तथा कार्बन प्रतिरोधक। तार आबद्ध प्रतिरोधक किसी मिश्रातु, जैसे मैंगनिन, कान्सटेन्टन, निक्रोम या उनके जैसे तारों को लपेट कर बनाए जाते हैं। बहुधा इन पदार्थों का चयन इस तथ्य से निर्धारित होता है कि इनकी प्रतिरोधकता पर ताप का प्रभाव अपेक्षाकृत नगण्य है।

इन प्रतिरोधों का परिसर एक ओम के किसी अंश से लेकर कुछ सौ ओम तक होता है। उच्चतर परिसर के प्रतिरोधक मुख्यत: कार्बन से बनाए जाते हैं। कार्बन के प्रतिरोधक सुसंहत और सस्ते होते हैं, इसलिए इलेक्ट्रॉनिक परिपथों में व्यापक रूप से उपयोग किए जाते हैं। कार्बन प्रतिरोधक आमाप में छोटे होते हैं, अत: उनके मान वर्ण कोड के द्वारा व्यक्त किए जाते हैं।

सारणी 3.2 प्रतिरोधक वर्ण कोड

रंग	अंक	गुणक	सह्यता (%)
काला	0	1	
भूरा	1	10^1	
लाल	2	10^2	
नारंगी	3	10^3	
पीला	4	10^4	
हरा	5	10^5	
नीला	6	10^6	
बैंगनी	7	10^7	
धूसर (ग्रे)	8	10^8	
सफेद	9	10^9	
सुनहरा		10^{-1}	5
चाँदी रंग का		10^{-2}	10
वर्णहीन			20

प्रतिरोधक पर समाक्ष रंगीन वलयों का समूह होता है जिनकी सार्थकता सारणी 3.2 में सूचीबद्ध की गई है। सिरे से पहली दो धारियाँ ओम में प्रतिरोध के पहले दो सार्थक अंकों को निर्देशित करती हैं। तीसरी धारी दशमलव गुणक को निर्देशित करती है (जैसा कि सारणी 3.2 में सूचीबद्ध है) तथा अंतिम धारी सह्यता अथवा निर्देशित मान के प्रतिशत में संभावित विचरण को व्यक्त करती है। कभी-कभी यह अंतिम धारी नहीं होती है जिसका आशय यह है कि सह्यता 20% है (चित्र 3.8)। उदाहरण के लिए, यदि चार रंग नारंगी, नीला, पीला और सुनहरा हैं, तो प्रतिरोध का मान 5% सह्यता मान के साथ $36 \times 10^4\ \Omega$ होगा।



चित्र 3.8 वर्ण कोडयुक्त प्रतिरोधक
(a) $22 \times 10^2\Omega \pm 10\%$
(b) $(47 \times 10\Omega) \pm 5\%$

3.8 प्रतिरोधकता की ताप पर निर्भरता

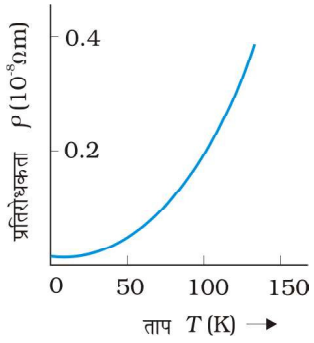
पदार्थ की प्रतिरोधकता ताप पर निर्भर पाई जाती है। विभिन्न पदार्थ एक जैसी निर्भरता प्रदर्शित नहीं करते। एक सीमित ताप परिसर में, जो बहुत अधिक नहीं होता, किसी धात्विक चालक की लगभग प्रतिरोधकता को इस प्रकार व्यक्त करते हैं

$$\rho_T = \rho_0 [1 + \alpha (T - T_0)] \qquad (3.26)$$

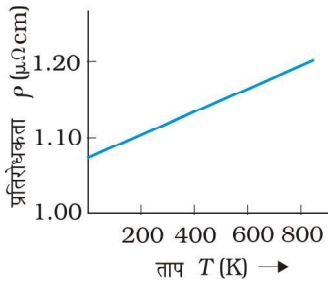
जहाँ ρ_T ताप T पर प्रतिरोधकता है तथा ρ_0 संदर्भ ताप T_0 पर इसका माप है। α को *प्रतिरोधकता ताप-गुणांक* कहते हैं और समीकरण (3.26) से α की विमा $(\text{ताप})^{-1}$ है। धातुओं के लिए α का मान धनात्मक होता है तथा $T_0 = 0°C$ पर कुछ धातुओं के लिए α का मान सारणी 3.1 में सूचीबद्ध है।

समीकरण (3.26) के संबंध से यह ध्वनित होता है कि T और ρ_T के बीच ग्राफ एक सरल रेखा होती है। तथापि, $0°C$ से बहुत कम तापों पर, ग्राफ एक सरल रेखा से काफी विचलित हो जाता है।

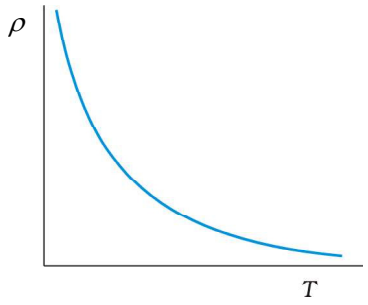
अत: समीकरण (3.26) को किसी संदर्भ ताप T_0 के लगभग किसी सीमित परिसर में उपयोग कर सकते हैं, जहाँ ग्राफ करीब-करीब एक सरल रेखा होगी।



चित्र 3.9 ताप T के फलन के रूप में ताँबे की प्रतिरोधकता ρ_T ।



चित्र 3.10 परम ताप T के फलन के रूप में निक्रोम की प्रतिरोधकता।



चित्र 3.11 विशिष्ट अर्द्धचालक के लिए प्रतिरोधकता की ताप-निर्भरता।

कुछ पदार्थ जैसे कि निक्रोम (जो कि निकैल, लोहा तथा क्रोमियम की मिश्रातु है) बहुत दुर्बल ताप-निर्भरता प्रदर्शित करता है (चित्र 3.10)। मैंगनीन तथा कांसटेंटन में भी इसी प्रकार के गुण हैं। चूँकि इनके प्रतिरोध की ताप-निर्भरता बहुत कम है, इसलिए ये पदार्थ तार आबद्ध मानक प्रतिरोधकों के निर्माण में व्यापक रूप से उपयोग किए जाते हैं।

धातुओं के विपरीत, अर्धचालकों की प्रतिरोधकता ताप में वृद्धि होने पर कम हो जाती है। इस प्रारूपिक निर्भरता को चित्र 3.11 में दर्शाया गया है।

हम समीकरण (3.23) में व्युत्पन्न परिणामों के आधार पर प्रतिरोधकता की ताप-निर्भरता को गुणात्मक रूप में समझ सकते हैं। इस समीकरण से किसी पदार्थ की प्रतिरोधकता व्यक्त की जाती है

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m}{n e^2 \tau} \tag{3.27}$$

किसी पदार्थ की प्रतिरोधकता प्रति एकांक आयतन में इलेक्ट्रॉनों की संख्या तथा उसमें होने वाले संघट्टों पर प्रतिलोमी रूप से निर्भर करती है। जैसे-जैसे हम ताप बढ़ाते हैं, विद्युत धारा वहने करने वाले इलेक्ट्रॉनों की औसत चाल बढ़ती जाती है जिसके परिणामस्वरूप संघट्ट की आवृत्ति भी बढ़ती जाती है। इसलिए संघट्टों का औसत समय τ, ताप के साथ घटता है।

धातुओं में n की ताप निर्भरता उपेक्षणीय है, इसलिए ताप बढ़ने से τ के मान के घटने के कारण ρ बढ़ता है, जैसा कि हमने प्रेक्षण किया है।

तथापि, विद्युतरोधियों एवं अर्धचालकों में ताप में वृद्धि के साथ n में भी वृद्धि होती है। यह वृद्धि समीकरण (3.23) में τ में होने वाली किसी भी कमी से भी अधिक की क्षतिपूर्ति करती है जिसके फलस्वरूप ऐसे पदार्थों के लिए प्रतिरोधकता ρ का मान ताप के साथ घट जाता है।

उदाहरण 3.3

उदाहरण 3.3 किसी विद्युत टोस्टर में निक्रोम के तापन अवयव का उपयोग होता है। जब इससे एक नगण्य लघु विद्युत धारा प्रवाहित होती है तो कक्ष ताप पर (27.0 °C) इसका प्रतिरोध 75.3 Ω पाया जाता है। जब इस टोस्टर को 230 V आपूर्ति से संयोजित करते हैं तो कुछ सेकंड में परिपथ में 2.68 A की स्थायी धारा स्थापित हो जाती है। निक्रोम-अवयव का स्थायी ताप क्या है? निक्रोम को सम्मिलित ताप परिसर में प्रतिरोध ताप गुणांक $1.70 \times 10^{-4}\ °C^{-1}$ है।

हल

जब अवयव में धारा बहुत कम है तो तापीय प्रभावों की उपेक्षा की जा सकती है और तब अवयव का ताप T_1 कमरे के ताप के बराबर हो जाता है। जब टोस्टर को आपूर्ति से संयोजित किया जाएगा, तो प्रारंभिक धारा स्थायी मान 2.68 A से कुछ अधिक हो जाएगी। परंतु विद्युत धारा के तापीय प्रभाव के कारण ताप बढ़ेगा। यह प्रतिरोध को बढ़ाएगा फलस्वरूप परिपथ की विद्युत धारा में कुछ कमी उत्पन्न होगी। कुछ सेकंड में स्थायी अवस्था प्राप्त हो जाएगी तथा ताप और नहीं बढ़ेगा। अवयव का प्रतिरोध तथा आपूर्ति से ली गई विद्युत धारा दोनों स्थायी मान प्राप्त कर लेंगे। तब स्थायी ताप T_2 पर प्रतिरोध R_2 का मान

$$R_2 = \frac{230\ V}{2.68\ A} = 85.8\ \Omega$$

संबंध $R_2 = R_1 [1 + \alpha (T_2 - T_1)]$ का उपयोग संबंध

$\alpha = 1.70 \times 10^{-4}\ °C^{-1}$ के साथ करने पर हमें प्राप्त होता है

$$T_2 - T_1 = \frac{(85.8 ? 75.3)}{(75.3) \times 1.70 \times 10^{? 4}} = 820\ °C$$

अर्थात, $T_2 = (820 + 27.0)\ °C = 847\ °C$

इस प्रकार, तापन अवयव का ताप (जब धारा के कारण तापीय प्रभाव प्रतिवेश में हुए ऊष्मा क्षय के बराबर है) 847 °C है।

उदाहरण 3.4

उदाहरण 3.4 प्लैटिनम प्रतिरोध तापमापी के प्लैटिनम के तार का प्रतिरोध हिमांक पर 5 Ω तथा भाप बिंदु पर 5.23 Ω है। जब तापमापी को किसी तप्त-ऊष्मक में प्रविष्ट कराया जाता है तो प्लैटिनम के तार का प्रतिरोध 5.795 Ω हो जाता है। ऊष्मक का ताप परिकलित कीजिए।

हल $R_0 = 5\ \Omega$, $R_{100} = 5.23\ \Omega$ तथा $R_t = 5.795\ \Omega$

अब, $$t = \frac{R_t - R_o}{R_{100} - R_o} \times 100, \qquad R_t = R_o (1 + \alpha t)$$

$$= \frac{5.795 - 5}{5.23 - 5} \times 100$$

$$= \frac{0.795}{0.23} \times 100 = 345.65\ °C$$

3.9 विद्युत ऊर्जा, शक्ति

किसी चालक AB पर विचार कीजिए जिसमें A से B की ओर I धारा प्रवाहित हो रही है। A तथा B पर विद्युत विभव क्रमशः V(A) एवं V(B) से निरूपित किए गए हैं। चूँकि धारा A से B की ओर प्रवाहित हो रही है, V(A) > V(B) और चालक AB के सिरों के बीच विभवांतर $V = V(A) - V(B) > 0$ है।

Δt काल अंतराल में, आवेश की एक मात्रा $\Delta Q = I\,\Delta t$ A से B की ओर चलती है। परिभाषानुसार बिंदु A पर आवेश की स्थितिज ऊर्जा $Q\,V$(A) थी तथा इसी प्रकार बिंदु B पर आवेश की स्थितिज ऊर्जा $Q\,V$(B) है। इसलिए स्थितिज ऊर्जा में यह परिवर्तन ΔU_{pot} है

$$\Delta U_{pot} = \text{अंतिम स्थितिज ऊर्जा} - \text{प्रारंभिक स्थितिज ऊर्जा}$$
$$= \Delta Q[(V\,(\text{B}) - V\,(\text{A})] = -\Delta Q\,V$$
$$= -I\,V\Delta t < 0 \qquad (3.28)$$

यदि आवेश चालक के अंदर बिना संघट्ट किए गतिमान हैं तो उनकी गतिज ऊर्जा भी परिवर्तित होती है जिससे कि समस्त ऊर्जा अपरिवर्तित रहे। समस्त ऊर्जा के संरक्षण से यह परिणाम निकलता है कि

$$\Delta K = -\Delta U_{pot} \qquad (3.29)$$

अथवा

$$\Delta K = I\,V\Delta t > 0 \qquad (3.30)$$

अत: चालक के अंदर विद्युत क्षेत्र के प्रभाव से अगर आवेश मुक्त रूप से गतिमान रहते तो उनकी गतिज ऊर्जा बढ़ जाती। तथापि, हमने पहले समझा है कि सामान्य तौर पर, आवेश त्वरित गति से गमन नहीं करते हैं बल्कि अपरिवर्ती अपवाह वेग से चलते हैं। यह पारगमन की अवधि में आयनों तथा परमाणुओं से संघट्ट के कारण होता है। संघट्टों के समय आवेशों द्वारा प्राप्त की गई ऊर्जा, परमाणुओं के साथ आपस में बाँट ली जाती है। परमाणु ज्यादा प्रबल रूप से कंपन करते हैं अर्थात चालक गर्म हो जाते हैं। इस प्रकार एक वास्तविक चालक में काल अंतराल Δt में ऊष्मा के रूप में क्षयित ऊर्जा का परिमाण

$$\Delta W = I\,V\Delta t \qquad (3.31)$$

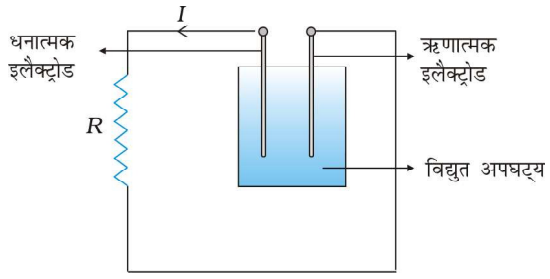
प्रति एकांक समय में क्षय हुई ऊर्जा क्षयित शक्ति के बराबर है $P = \Delta W/\Delta t$ और हम प्राप्त कर सकते हैं

$$P = I\,V \qquad (3.32)$$

ओम के नियम $V = IR$ का उपयोग करने पर हम पाते हैं

$$P = I^2\,R = V^2/R \qquad (3.33)$$

जो कि R प्रतिरोध के चालक जिससे I विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है, में होने वाला शक्ति क्षय (ओमी क्षय) है। यह वही शक्ति है जो, उदाहरण के लिए किसी तापदीप्त विद्युत लैंप की कुंडली को प्रदीप्त करती है, जिसके कारण वह ऊष्मा तथा प्रकाश को विकिरण करता है।



चित्र 3.12 सेल के टर्मिनलों से संयोजित प्रतिरोधक में R ऊष्मा उत्पन्न होती है। प्रतिरोधक R में क्षयित ऊर्जा विद्युत अपघट्य की रासायनिक ऊर्जा से आती है।

यह शक्ति कहाँ से आती है? जैसा कि हम पहले स्पष्ट कर चुके हैं कि किसी चालक में स्थायी धारा का प्रवाह बनाए रखने के लिए हमें एक बाह्य स्रोत की आवश्यकता होती है। स्पष्टतया यही स्रोत है जिसे इस शक्ति की आपूर्ति करनी चाहिए। चित्र (3.12) में विद्युत सेल के साथ दर्शाए गए एक सरल परिपथ में यह सेल की ही रासायनिक ऊर्जा है जो इस शक्ति की आपूर्ति जब तक कर सके, करती है।

समीकरणों (3.32) तथा (3.33) में शक्ति के लिए दिए गए व्यंजक से यह स्पष्ट होता है कि किसी प्रतिरोधक R में क्षयित शक्ति उस चालक में प्रवाहित धारा तथा उसके सिरों पर वोल्टता पर किस प्रकार निर्भर करती है।

समीकरण (3.33) का विद्युत शक्ति संचरण में महत्वपूर्ण अनुप्रयोग है। विद्युत शक्ति का संचरण पावर स्टेशन से घरों तथा कारखानों में

संचरण केबल द्वारा किया जाता है जो कि सैकड़ों मील दूर हो सकते हैं। स्पष्ट है कि हम पावर स्टेशनों से घरों तथा कारखानों से जोड़ने वाले संचरण केबिल में होने वाले शक्ति क्षय को न्यूनतम करना चाहेंगे। अब समझेंगे कि इसमें हम कैसे सफल हो सकते हैं। एक युक्ति R पर विचार करें जिसमें R_c प्रतिरोध वाले संचरण केबिल से होकर शक्ति P को पहुँचाना है, जिसे अंतिमत: क्षयित होना है यदि R के सिरों के बीच वोल्टता V है और उससे I विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है तो

$$P = V I \tag{3.34}$$

पावर स्टेशन से युक्ति को संयोजित करने वाले संयोजी तारों का प्रतिरोध परिमित है और यह R_c है। संयोजक तारों में ऊर्जा क्षय P_c जो कि व्यर्थ व्यय होता है

$$P_c = I^2 R_c$$

$$= \frac{P^2 R_c}{V^2} \tag{3.35}$$

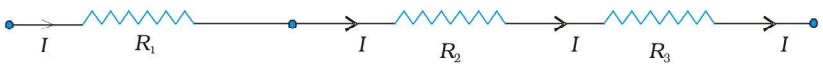
समीकरण (3.32) से। अत: शक्ति P की किसी युक्ति को संचालित करने के लिए, संयोजक तार में शक्ति अपव्यय V^2 के व्युत्क्रमानुपाती है। पावर स्टेशन से आने वाले संचरण केबल सैकड़ों मील लंबे होते हैं तथा उनका प्रतिरोध R_c काफी अधिक होता है। संचरण में होने वाले शक्ति क्षय P_c को कम करने के लिए इन विद्युतवाही तारों में बृहत वोल्टता V पर विद्युत धारा प्रवाहित की जाती है। यही कारण है कि इन शक्ति संचरण लाइनों पर उच्च वोल्टता के खतरे का चिह्न बना होता है, जो कि आबादी वाले क्षेत्र से दूर जाने पर एक सामान्य दृश्य होता है। इतनी उच्च वोल्टता पर विद्युत का प्रयोग सुरक्षित नहीं है। अत: इस धारा की वोल्टता को उपयोग के लिए उपयुक्त मान तक एक युक्ति द्वारा जिसे ट्रांसफार्मर कहते हैं, कम किया जाता है।

3.10 प्रतिरोधकों का संयोजन-श्रेणी संयोजन तथा पार्श्व संयोजन

ओम के नियम से, एक एकल प्रतिरोधक R जिसके सिरों के मध्य विभवांतर V है, से प्रवाहित धारा $I = V/R$ व्यक्त की जाती है। कभी-कभी प्रतिरोधक एक दूसरे से संयोजित रहते हैं तथा इस प्रकार संयोजनों के तुल्य प्रतिरोध के परिकलन के लिए कुछ सरल नियम हैं।

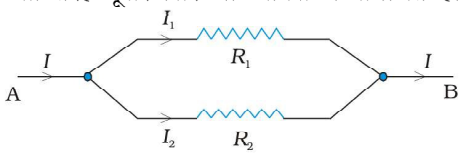
चित्र 3.13 दो प्रतिरोधकों R_1 एवं R_2 का श्रेणी संयोजन।

दो प्रतिरोधक *श्रेणीक्रम* में कहे जाते हैं यदि उनमें से केवल एक अंत्य बिंदु संयोजित होता है (चित्र 3.13)। यदि एक तीसरा प्रतिरोधक, दोनों के श्रेणी संयोजन से जोड़ा जाता है (चित्र 3.14), तो तीनों को श्रेणीक्रम में संयोजित कहते हैं। स्पष्टत: हम इस परिभाषा का विस्तार अनेक प्रतिरोधकों के श्रेणी संयोजन के लिए कर सकते हैं।



चित्र 3.14 तीन प्रतिरोधकों R_1, R_2 एवं R_3 का श्रेणी संयोजन।

दो या अधिक प्रतिरोधक पार्श्व में संयोजित कहे जाते हैं यदि सभी प्रतिरोधकों के एक सिरे आपस में जुड़े हों और उसी तरह दूसरे सिरे भी आपस में संबंधित हों (चित्र 3.15)।



चित्र 3.15 दो प्रतिरोधकों R_1 तथा R_2 का पार्श्व संयोजन।

दो प्रतिरोधकों R_1 तथा R_2 के श्रेणी संयोजन पर विचार करते हैं। जो आवेश R_1 से प्रस्थान कर रहा है उसे R_2 में प्रवेश करना चाहिए। चूँकि विद्युत धारा, आवेश के प्रवाह दर की माप है, इसका अर्थ यह है कि यही धारा R_1 तथा R_2 से होकर प्रवाहित हो रही है। ओम के नियम से–

R_1 के मध्य विभवांतर = $V_1 = I R_1$, तथा

R_2 के मध्य विभवांतर = $V_2 = I R_2$

संयोजन के मध्य विभवांतर V, V_1+V_2 के बराबर है। अत:

$$V = V_1 + V_2 = I (R_1 + R_2) \tag{3.36}$$

यह ऐसा है जैसे कि संयोजन का तुल्य प्रतिरोध R_{eq} था, जो कि ओग के नियग से

$$R_{eq} \equiv \frac{V}{I} = (R_1 + R_2) \tag{3.37}$$

यदि हमारे पास तीन प्रतिरोधक श्रेणीक्रम में संयोजित होते तो इसी प्रकार

$$V = I R_1 + I R_2 + I R_3 = I (R_1 + R_2 + R_3) \tag{3.38}$$

स्पष्ट रूप से इसे प्रतिरोधकों की किसी भी संख्या $n, R_1, R_2 \ldots\ldots, R_n$ के श्रेणीक्रम में संयोजन के लिए विस्तार कर सकते हैं। तुल्य प्रतिरोध R_{eq} होगा

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \ldots + R_n \tag{3.39}$$

अब दो प्रतिरोधकों के पार्श्व संयोजन पर विचार करते हैं (चित्र 3.15)। जो आवेश A की बायीं ओर से अंदर प्रवाहित होता है, आंशिक रूप से R_1 से होकर तथा आंशिक रूप से R_2 से होकर बाहर प्रवाहित होता है। चित्र में दर्शायी विद्युत धाराएँ I, I_1, I_2 निर्दिष्ट बिंदुओं पर आवेश प्रवाह की दर हैं। अत:

$$I = I_1 + I_2 \tag{3.40}$$

R_1 पर ओम का नियम लागू करने पर, A तथा B के मध्य विभवांतर

$$V = I_1 R_1 \tag{3.41}$$

इसी तरह, R_2 पर ओम का नियम लागू करने पर

$$V = I_2 R_2 \tag{3.42}$$

$$\therefore I = I_1 + I_2 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \tag{3.43}$$

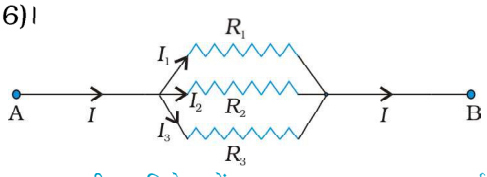
यदि संयोजन को एक तुल्य प्रतिरोध R_{eq} से प्रतिस्थापित करें तो ओम के नियम से हमें प्राप्त होगा

$$I = \frac{V}{R_{eq}} \tag{3.44}$$

अत:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \tag{3.45}$$

हम आसानी से यह समझ सकते हैं कि तीन प्रतिरोधकों के पार्श्वक्रम में इसे कैसे विस्तृत कर सकते हैं चित्र (3.16)।



चित्र 3.16 तीन प्रतिरोधकों R_1, R_2 तथा R_3 का पार्श्व संयोजन।

ठीक पहले की तरह

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \tag{3.46}$$

और R_1, R_2 तथा R_3 पर ओम का नियम लागू करने पर हम पाते हैं

$$V = I_1 R_1,\ V = I_2 R_2,\ V = I_3 R_3 \tag{3.47}$$

जिससे कि,

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) \tag{3.48}$$

एक समतुल्य प्रतिरोध R_{eq} जो कि संयोजन को प्रतिस्थापित करता है, इस प्रकार होगा कि

$$I = \frac{V}{R_{eq}} \tag{3.49}$$

अत:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \tag{3.50}$$

पार्श्व में संयोजित प्रतिरोधकों की किसी भी संख्या के लिए इसी आधार पर हम व्यंजक लिख सकते हैं। पार्श्व में जुड़े n प्रतिरोधकों R_1, R_2 . . . ,R_n का तुल्य प्रतिरोध है

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_3} \tag{3.51}$$

तुल्य प्रतिरोधकों के इन सूत्रों [समीकरण (3.39) तथा समीकरण (3.51)] को अधिक जटिल परिपथों की धारा एवं वोल्टता ज्ञात करने के लिए उपयोग कर सकते हैं। उदाहरण के लिए चित्र (3.17) के परिपथ पर विचार कीजिए, जहाँ तीन प्रतिरोधक R_1, R_2 तथा R_3 हैं। R_2 तथा R_3 पार्श्वक्रम में हैं, अत: हम उन्हें बिंदु B एवं C के मध्य एक तुल्य प्रतिरोध R_{eq}^{23} से प्रतिस्थापित कर सकते हैं

$$\frac{1}{R_{eq}^{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

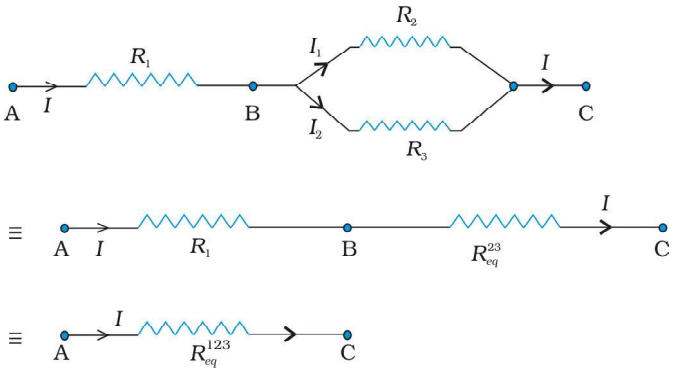
अथवा, $$R_{eq}^{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \tag{3.52}$$

परिपथ में अब R_1 तथा R_{eq}^{23} श्रेणी संयोजन में हैं, अत: उनके संयोजन को एक तुल्य प्रतिरोध R_{eq}^{123} से प्रतिस्थापित कर सकते हैं

$$R_{eq}^{123} = R_{eq}^{23} + R_1 \tag{3.53}$$

यदि A तथा C के मध्य वोल्टता V है, तो प्राप्त विद्युत धारा का मान

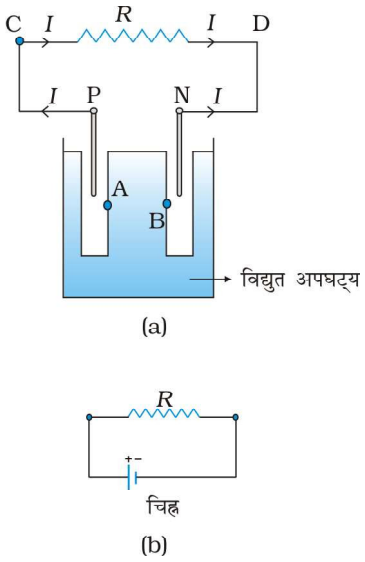
$$I = \frac{V}{R_{eq}^{123}} = \frac{V}{R_1 + \left[R_2 R_3 / (R_2 + R_3)\right]}$$



चित्र 3.17 तीन प्रतिरोधकों R_1, R_2 तथा R_3 का संयोजन।
≡ प्रतिरोधक R_1 के साथ श्रेणीक्रम में संयोजित R_2 तथा R_3 के पार्श्वक्रम का तुल्य प्रतिरोधक R_{eq}^{23}
≡ प्रतिरोधकों R_1, R_2 तथा R_3 का तुल्य प्रतिरोधक R_{eq}^{123}

$$= \frac{V(R_2 + R_3)}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3} \qquad (3.54)$$

3.11 सेल, विद्युत वाहक बल (emf), आंतरिक प्रतिरोध



चित्र 3.18 (a) धनात्मक टर्मिनल P तथा ऋणात्मक टर्मिनल N के साथ एक विद्युत अपघटनीय सेल का रेखा चित्र। स्पष्टता के लिए इलैक्ट्रोडों के मध्य अंतराल बढ़ाए गए हैं। विद्युत अपघट्य में A तथा B बिंदु प्रारूपिक तौर पर P एवं N के निकट हैं। (b) एक सेल का संकेत। + चिह्न P को तथा – का चिह्न N इलैक्ट्रोड को इंगित करता है। सेल के साथ विद्युतीय संयोजन P तथा N पर बनाए जाते हैं।

हमने पहले ही उल्लेख किया है कि विद्युत अपघटनी सेल विद्युत परिपथ में स्थायी धारा को बनाए रखने के लिए एक सरल युक्ति है। जैसा कि चित्र 3.18 में दिखाया गया है, मूल रूप से एक सेल के दो इलैक्ट्रोड होते हैं, जो कि धनात्मक (P) तथा ऋणात्मक (N) कहलाते हैं। ये एक विद्युत अपघटनी विलयन में डूबे रहते हैं। विलयन में डूबे इलैक्ट्रोड विद्युत अपघट्य के साथ आवेशों का आदान-प्रदान करते हैं। इसके फलस्वरूप धनात्मक इलैक्ट्रोड के ठीक पास विद्युत अपघटनी विलयन के किसी बिंदु A पर [चित्र (3.18(a)] तथा स्वयं इस इलैक्ट्रोड के बीच एक विभवांतर V_+ ($V_+ > 0$) होता है। इसी प्रकार ऋणात्मक इलैक्ट्रोड अपने ठीक पास के विद्युत अपघटनी विलयन के किसी बिंदु B के सापेक्ष एक ऋणात्मक विभव $-(V_-)$ ($V_- \geq 0$) पर हो जाता है। जब कोई विद्युत धारा नहीं प्रवाहित होती है तो समस्त विद्युत अपघटनी विलयन का समान विभव होता है, जिससे कि P तथा N के मध्य विभवांतर $V_+ - (-V_-) = V_+ + V_-$ रहता है। इस अंतर को सेल का *विद्युत वाहक बल* (emf) कहते हैं और इसे ε से निर्दिष्ट करते हैं। इस प्रकार

$$\varepsilon = V_+ + V_- > 0 \qquad (3.55)$$

ध्यान दीजिए कि ε वास्तव में एक विभवांतर है, बल नहीं। तथापि, इसके नाम के लिए विद्युत वाहक बल का उपयोग ऐतिहासिक कारणों से करते हैं और यह नाम उस समय दिया गया था जब यह परिघटना उचित रूप से समझी नहीं गई थी।

ε का महत्त्व समझने के लिए, सेल से संयोजित एक प्रतिरोधक R पर विचार कीजिए (चित्र 3.18)। R से होकर एक विद्युत धारा C से D की ओर प्रवाहित होती है। जैसी कि पहले व्याख्या की जा चुकी है, एक स्थायी धारा बनाए रखी जाती है, क्योंकि विद्युत धारा, विद्युत अपघट्य से होकर N से P की ओर प्रवाहित होती है। स्पष्टत: विद्युत अपघट्य से होकर यही धारा N से P की ओर प्रवाहित होती है जबकि R से होकर यही धारा P से N की ओर प्रवाहित होती है।

जिस विद्युत अपघट्य से होकर यह धारा प्रवाहित होती है उसका एक परिमित प्रतिरोध r होता है, जिसे सेल का आंतरिक प्रतिरोध कहते हैं। पहले हम ऐसी स्थिति पर विचार करें जब R अनंत है जिससे कि $I = V/R = 0$, जहाँ V, P तथा N के मध्य विभवांतर है।

अब,

V = P तथा A के मध्य विभवांतर
+ A तथा B के मध्य विभवांतर
+ B तथा N के मध्य विभवांतर
$= \varepsilon \qquad (3.56)$

अत: विद्युत वाहक बल ε एक खुले परिपथ में (अर्थात जब सेल से होकर कोई धारा नहीं प्रवाहित हो रही है) धनात्मक तथा ऋणात्मक इलैक्ट्रोड के मध्य विभवांतर है।

तथापि, यदि R परिमित है तो I शून्य नहीं होगा। उस स्थिति में P तथा N के मध्य विभवांतर

$$V = V_+ + V_- - Ir$$
$$= \varepsilon - Ir \qquad (3.57)$$

A तथा B के मध्य विभवांतर के लिए व्यजंक (Ir) में ऋणात्मक चिह्न पर ध्यान दीजिए। यह इसलिए है कि विद्युत अपघट्य में धारा I, B से A की ओर प्रवाहित होती है।

प्रायोगिक परिकलनों में, जब धारा I ऐसी है कि $\varepsilon >> Ir$, तब परिपथ में सेल के आंतरिक प्रतिरोध को नगण्य माना जा सकता है। सेल के आंतरिक प्रतिरोध के वास्तविक मान, विभिन्न सेलों

के लिए भिन्न-भिन्न होते हैं। तथापि, शुष्क सेल के लिए आंतरिक प्रतिरोध, सामान्य विद्युत अपघटनी सेल से बहुत अधिक होता है।

हमने यह भी अवलोकन किया है कि जब R से होकर विभवांतर V है तो ओम के नियम से

$$V = I\,R \tag{3.58}$$

समीकरण (3.57) तथा (3.58) को संयोजित करने पर,

$$I\,R = \varepsilon - I\,r$$

अथवा

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \tag{3.59}$$

$R = 0$ के लिए सेल से अधिकतम धारा प्राप्त की जा सकती है $I_{अधिकतम} = \varepsilon / r$ तथापि अधिकांश सेलों में अधिकतम अनुमत धारा इससे बहुत कम होती है जिससे सेल को स्थायी क्षति से बचाया जा सके।

बादलों में आवेश

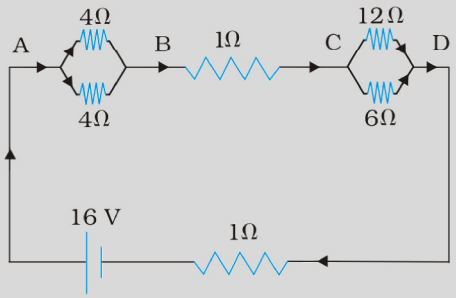
पुरातन काल में तड़ित को अलौलिक उद्गम की वायुमंडलीय स्फुर क्षणदीप्ति समझा गया। इसे ईश्वर का महान हथियार माना गया। किन्तु आज तड़ित की परिघटना की, भौतिकी के प्राथमिक सिद्धांतों द्वारा, वैज्ञानिक रूप से व्याख्या की जा सकती है।

वायुमंडलीय विद्युत, विद्युत आवेशों के पृथक्करण के कारण उत्पन्न होती है। आयनमंडल तथा चुंबकमंडल में सौर पार्थिव पारस्परिक क्रिया से प्रबल विद्युत धारा पैदा होती है। निचले वायुमंडल में धारा दुर्बल होती है तथा तड़ित झंझावत द्वारा पोषित की जाती है।

बादलों में बर्फ के कण होते हैं जो विकसित होते हैं, टकराते हैं, टूटते हैं तथा टुकड़े-टुकड़े होकर पृथक हो जाते हैं। छोटे वाले कण धनात्मक आवेश तथा बड़े वाले ऋणात्मक आवेश प्राप्त करते हैं। ये आवेशित कण बादलों के ऊर्ध्ववाह एवं गुरुत्व के कारण पृथक हो जाते हैं। बादल के ऊपरी भाग धनात्मक तथा मध्य भाग ऋणात्मक आवेशित हो जाते हैं जिसके कारण द्विध्रुव की संरचना होती है। कभी-कभी बादलों के तल पर एक अत्यंत दुर्बल धनावेश पाए जाते हैं। तड़ित झंझावात की परिवृद्धि के समय धरती धनावेशित हो जाती है। साथ ही, अंतरिक्ष तथा रेडियोधर्मी विकिरणें वायु को धन तथा ऋण आयनों में आयनित करती हैं और हवा वैद्युत चालक (दुर्बल रूप से) हो जाती है। धरती तथा बादल के मध्य के अतिरिक्त आवेशों का पृथक्करण बादल के अंदर भी विशाल मात्रा में विद्युत विभव उत्पन्न करता है। यह दसों लाख वोल्ट के बराबर हो सकता है और अंततः वायु में विद्युत प्रतिरोध, भंग हो जाता है तथा तड़ित स्फुर क्षणदीप्ति प्रारंभ हो t krhgS, oag"kkj.k, fE ; j d hèkkjk çokfgr gkshgS fo| q {ksk 10^5 V/m की कोटि का होता है। एक तड़ित स्फुर क्षणदीप्ति औसत रूप से चार वज्रपातों की शृंखलाओं से संगठित होता है तथा प्रत्येक स्फुर क्षणदीप्ति की अवधि लगभग 30 s होती है। प्रति वज्रपात का औसत शीर्ष सामर्थ्य लगभग 10^{12} W होता है।

शुष्क मौसम में भी वायुमंडल में आवेश होते हैं। शुष्क मौसम का विद्युत क्षेत्र, आयनमंडल से धरती के पृष्ठ पर धारा प्रवाह (जो कि पीकोऐम्पियर प्रति वर्गमीटर की कोटि का होता है) के अतिरिक्त धरती पर पृष्ठीय आवेश घनत्व के अस्तित्व तथा वायुमंडलीय चालकता के कारण उत्पन्न होता है। धरती पर पृष्ठीय आवेश ऋणात्मक होता है; विद्युत क्षेत्र अधोमुखी निर्दिष्ट होता है। धरती पर औसत विद्युत क्षेत्र लगभग 120 V/m होता है जो -1.2×10^{-9} C/m^2 पृष्ठीय आवेश घनत्व के संगत है। धरती के समस्त पृष्ठ सतह पर, कुल ऋणात्मक आवेश की मात्रा लगभग 600 kC है। वायुमंडल में बराबर मात्रा में धनात्मक आवेश होते हैं। इस विद्युत क्षेत्र को हम अपने दैनिक जीवन में अनुभव नहीं कर पाते। इसका कारण यह है कि वास्तव में हमारे शरीर सहित, सभी वस्तुएँ वायु की तुलना में चालक हैं।

उदाहरण 3.5 चित्र 3.17 में दिखाए गए अनुसार 1 Ω आंतरिक प्रतिरोध के 16 V की एक बैटरी से प्रतिरोधों के एक नेटवर्क को जोड़ा गया है। (a) नेटवर्क के तुल्य प्रतिरोध परिकलित कीजिए। (b) प्रत्येक प्रतिरोधक में धारा का मान ज्ञात कीजिए तथा (c) वोल्टता पात $V_{AB,}$ V_{BC} तथा V_{CD} ज्ञात कीजिए।



चित्र 3.19

हल

(a) नेटवर्क श्रेणी तथा पार्श्वक्रम में संबद्ध प्रतिरोधकों का एक सरल संयोजन है। पहले 4Ω के पार्श्वक्रम में दो प्रतिरोधों का समतुल्य प्रतिरोध = $[(4 \times 4)/(4 + 4)]\ \Omega = 2\ \Omega$ है।
इसी प्रकार, 12 Ω तथा 6 Ω के पार्श्वक्रम में संबद्ध प्रतिरोधकों का समतुल्य प्रतिरोध है $[(12 \times 6)/(12 + 6)]\ \Omega = 4\ \Omega$
इन दोनों तुल्य प्रतिरोधों (2 Ω तथा 4 Ω) को 1 Ω प्रतिरोधक के साथ श्रेणीक्रम में संयोजित करके नेटवर्क का समतुल्य प्रतिरोध R ज्ञात कर लेते हैं, अर्थात

$$R = 2\ \Omega + 4\ \Omega + 1\ \Omega = 7\ \Omega$$

(b) परिपथ में कुल धारा

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{16V}{(7+1)W} = 2A$$

A व B के मध्य प्रतिरोधकों पर विचार कीजिए। यदि 4 Ω के प्रतिरोधकों में से किसी एक में धारा I_1 है तथा दूसरे में I_2 है तो

$$I_1 \times 4 = I_2 \times 4$$

अर्थात $I_1 = I_2$ जो भुजाओं की सममिति से भी स्पष्ट है। किंतु $I_1 + I_2 = I = 2$ A। इसलिए $I_1 = I_2 = 1$ A अर्थात प्रत्येक 4 Ω प्रतिरोधक में धारा 1 A है। बिंदुओं B तथा C के बीच संयोजित 1 Ω के प्रतिरोधक से प्रवाहित होने वाली धारा का मान 2A है।
पुन: C व D के मध्य प्रतिरोधकों पर विचार कीजिए। यदि 12 Ω प्रतिरोधक में धारा I_3 तथा 6 Ω प्रतिरोधक में धारा I_4 हो, तो

$$I_3 \times 12 = I_4 \times 6, \text{ अर्थात } I_4 = 2I_3$$

किंतु $I_3 + I_4 = I = 2$ A

इस प्रकार $I_3 = \left(\frac{2}{3}\right)$ A, $I_4 = \left(\frac{4}{3}\right)$ A

अर्थात 12 Ω प्रतिरोधक में धारा (2/3) A जबकि 6 Ω प्रतिरोधक में धारा (4/3) A है।

(c) AB के मध्य वोल्टता पात

$$V_{AB} = I_1 \times 4\ \Omega = 1\ \text{A} \times 4\ \Omega = 4\ \text{V}$$

जिसे A व B के मध्य संपूर्ण धारा को A व B के मध्य समतुल्य प्रतिरोध के गुणनफल से भी प्राप्त कर सकते हैं। अर्थात

उदाहरण 3.5

$V_{AB} = 2\ A \times 2\ \Omega = 4\ V$

BC के मध्य वोल्टता पात

$V_{BC} = 2\ A \times 1\ \Omega = 2\ V$

अंत में, CD के मध्य वोल्टता पात

$$V_{CD} = 12\ \Omega \times I_3 = 12\ \Omega \times \left(\frac{2}{3}\right) A = 8\ V$$

जिसे C व D के मध्य संपूर्ण धारा को C व D के मध्य समतुल्य प्रतिरोध के गुणनफल से भी प्राप्त कर सकते हैं। अर्थात

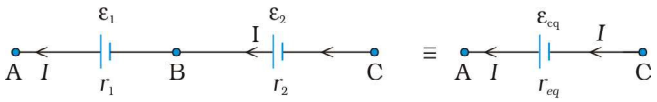
$$V_{CD} = 2\ A \times 4\ \Omega = 8\ V$$

ध्यान दीजिए कि AD के मध्य कुल वोल्टता पात $4\ V + 2\ V + 8\ V = 14\ V$ है। इस प्रकार से बैटरी के सिरों के मध्य वोल्टता 14 V है जबकि विद्युत वाहक बल 16 V है। वोल्टता में क्षति (= 2 V) बैटरी के आंतरिक प्रतिरोध $=1\ \Omega$ के द्वारा होती है, $2\ A \times 1\ \Omega = 2\ V$।

उदाहरण 3.5

3.12 श्रेणी तथा पार्श्वक्रम में सेल

प्रतिरोधकों की भाँति, विद्युत परिपथ में सेलों को भी संयोजित किया जा सकता है। प्रतिरोधकों की ही भाँति परिपथ में धारा तथा विभवांतर के परिकलन के लिए सेलों के संयोजन को एक तुल्य सेल से प्रतिस्थापित किया जा सकता है।



चित्र 3.20 विद्युत वाहक बल ε_1 तथा ε_2 के दो सेल श्रेणीक्रम में संयोजित हैं। r_1 तथा r_2 उनके आंतरिक प्रतिरोध हैं। A तथा C के मध्य संबंधन के लिए संयोजन को विद्युत वाहक बल ε_{eq} तथा आंतरिक प्रतिरोध r_{eq} के एक सेल के जैसा समझा जा सकता है।

पहले, श्रेणीक्रम में दो सेलों पर विचार करें (चित्र 3.20), जहाँ प्रत्येक के एक टर्मिनल को मुक्त छोड़कर, दोनों सेलों के एक टर्मिनल एक दूसरे से संयोजित हैं। दोनों सेलों के विद्युत वाहक बल हैं, तथा r_1 r_2 क्रमशः उनके आंतरिक प्रतिरोध हैं।