

प्रायोगिक ज्यामिति

अध्याय 14

14.1 भूमिका

हम अनेक प्रकार के आकार (Shapes) देखते हैं, जिनसे हम परिचित हैं। हम बहुत से चित्र बनाते हैं। इन चित्रों में विभिन्न आकार निहित होते हैं। हम इन आकारों में से कुछ के बारे में पिछले अध्यायों में पढ़ भी चुके हैं। आप इन आकारों की एक सूची बना लें कि ये किस प्रकार प्रकट होते हैं?

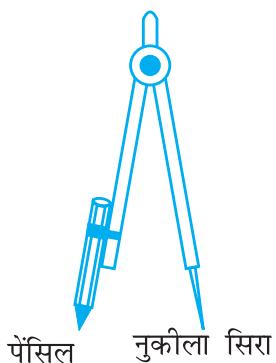
इस अध्याय में, हम इन आकारों को बनाना सीखेंगे। इनको बनाने के लिए, हमें यंत्रों के बारे में जानने की आवश्यकता है। आइए, उन्हें देखें तथा उनके नाम और प्रयोग के बारे में जानकारी प्राप्त करें।



क्र.सं.	नाम	आकृति	विवरण	प्रयोग
1.	रूलर अथवा सीधा किनारा		सैद्धांतिक रूप में एक रूलर में कोई चिह्न नहीं होते हैं। परंतु आपके ज्यामिति बक्स की रूलर में एक किनारे के अनुदिश सेटीमीटर में चिह्न होते हैं (और कभी-कभी दूसरे किनारे पर इचों में चिह्न होते हैं)	रेखाखंडों को खींचना और उनकी लंबाइयाँ मापना



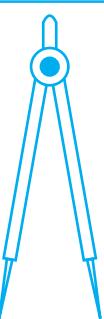
2. परकार



इसके दो सिरे होते हैं। एक सिरा नुकीला होता और दूसरे सिरे पर पेंसिल रखने का स्थान होता है।

बराबर लंबाइयाँ अंकित करने के लिए, परंतु उन्हें मापने के के लिए नहीं। चाप और वृत्त खींचने के लिए।

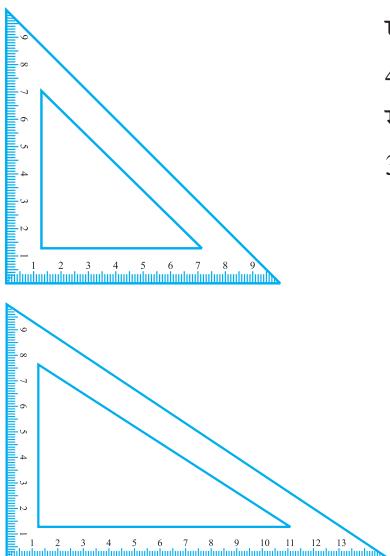
3. डिवाइडर



इसके दो नुकीले सिरे होते हैं।

लंबाइयों की तुलना करने के लिए

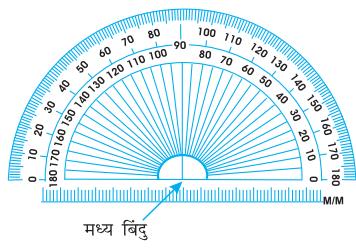
4. सेट स्क्वेयर



दो त्रिभुजाकार यंत्र हैं – एक में शीर्षों पर कोण $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ हैं और दूसरे में यह कोण $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ होते हैं।

लंब रेखाओं और समांतर रेखाओं को खींचना

5. चाँदा (कोण मापक)



एक अर्धवृत्ताकार यंत्र जिस पर 180 (degree) भाग चिह्नित होते हैं। यह मापन दाई ओर से 0° से प्रारंभ होकर बाई ओर 180° पर समाप्त होता है और ऐसा ही बाई ओर से 0° प्रारंभ होकर दाई ओर 180° पर समाप्त होता है।

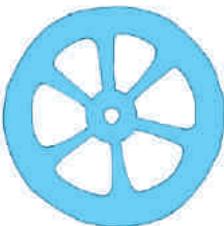
कोणों को खींचना और मापना

हम 'रूलर और परकार की रचनाओं' पर विचार करने जा रहे हैं। इनमें रूलर (ruler) का केवल रेखाएँ खींचने और परकार (compass) का केवल चाप खींचने में प्रयोग किया जाएगा। इन रचनाओं को बनाते समय पूर्ण सावधानी बरतिए। यहाँ आपकी सहायता के लिए कुछ सुझाव दिए जा रहे हैं :

- (a) पतली रेखाएँ खींचिए और हल्के बिंदु अंकित कीजिए।
- (b) अपने यंत्रों को नुकीले सिरे और पतले किनारे वाला बनाकर रखिए।
- (c) अपने बक्स में दो पेंसिल रखिए। एक परकार में रखने के लिए और दूसरी रेखा या वक्र खींचने और बिंदुओं को अंकित करने के लिए।

14.2 वृत्त

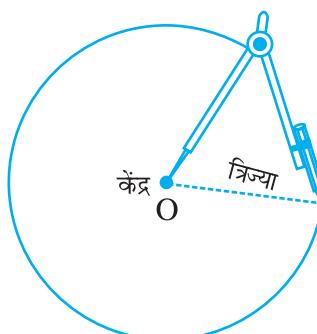
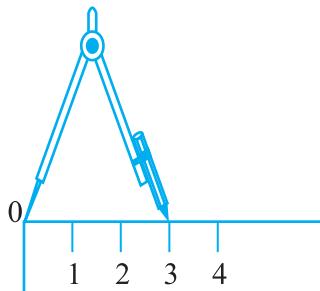
सामने दर्शाए गए पहिए को देखिए। इसकी परिसीमा (Boundary) पर स्थित प्रत्येक बिंदु इसके केंद्र से बराबर दूरी पर हैं। क्या आप ऐसी कुछ और वस्तुएँ बता सकते हैं और उन्हें खींच सकते हैं? ऐसी पाँच वस्तुओं के बारे में सोचिए जो इसी आकार की हों।



14.2.1 एक वृत्त खींचना जब उसकी त्रिज्या ज्ञात हो

मान लीजिए हम 3 सेमी त्रिज्या का एक वृत्त खींचना चाहते हैं। हमें अपने परकार का प्रयोग करने की आवश्यकता है। यह निम्न चरणों में किया जा सकता है :

चरण 1 परकार को वांछित त्रिज्या 3 सेमी के लिए खोलिए।



चरण 2 एक नुकीली पेंसिल से वह बिंदु अंकित कीजिए जिसे हम वृत्त का केंद्र बनाना चाहते हैं। इसे बिंदु O से नामांकित कीजिए।

चरण 3 परकार के नुकीले सिरे को O पर रखिए।

चरण 4 वृत्त खींचने के लिए, परकार को धीरे-धीरे घुमाइए। ध्यान रखिए कि चक्कर एक ही बार में पूरा हो जाए।

सोचिए, चर्चा कीजिए और लिखिए

क्या आप केंद्र O लेकर एक बिंदु, मान लीजिए P से होकर वृत्त खींच सकते हैं?



प्रश्नावली 14.1

- 3.2 सेमी त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए।

2. एक ही केंद्र O लेकर 4 सेमी और 2.5 सेमी त्रिज्या वाले दो वृत्त खींचिए।
3. एक वृत्त और उसके कोई दो व्यास खींचिए। यदि आप इन व्यासों के सिरों को जोड़ दें, तो कौन सी आकृति प्राप्त होती है? यदि व्यास परस्पर लंब हों, तो कौन सी आकृति प्राप्त होगी? आप अपने उत्तर की जाँच किस प्रकार करेंगे?
4. एक वृत्त खींचिए और बिंदु A, B और C इस प्रकार अंकित कीजिए कि
- A वृत्त पर स्थित हो।
 - B वृत्त के अभ्यंतर में स्थित हो।
 - C वृत्त के बहिर्भाग में स्थित हो।
5. मान लीजिए A और B समान त्रिज्याओं वाले दो वृत्तों के केंद्र हैं। इन्हें इस प्रकार खींचिए ताकि एक वृत्त दूसरे के केंद्र से होकर जाए। इन्हें C और D पर प्रतिच्छेद करने दीजिए। जाँच कीजिए कि \overline{AB} और \overline{CD} परस्पर समकोण पर हैं।

14.3 एक रेखाखंड

याद कीजिए कि एक रेखाखंड दो अंत बिंदुओं से परिबद्ध (Bounded) होती है। इसी कारण हम इसकी लंबाई रूलर से माप सकते हैं। यदि हमें किसी रेखाखंड की लंबाई ज्ञात हो, तो इसे एक आकृति द्वारा निरूपित करना संभव हो जाता है। आइए, देखें कि हम ऐसा कैसे करते हैं।

14.3.1 एक दी हुई लंबाई के रेखाखंड की रचना करना

मान लीजिए हम 4.7 सेमी लंबाई के एक रेखाखंड की रचना करना चाहते हैं। हम रूलर का प्रयोग करके 4.7 सेमी की दूरी पर दो बिंदु A और B अंकित करते हैं। A और B को मिलाने पर हमें रेखाखंड \overline{AB} प्राप्त होता है। बिंदु A और B को अंकित करते समय, हमें रूलर पर सीधे नीचे की ओर देखना चाहिए, अन्यथा हमें सही उत्तर प्राप्त नहीं होगा।

रूलर और परकार का प्रयोग

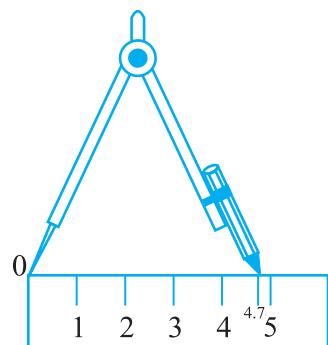
एक अच्छी विधि यह होगी कि दी हुई लंबाई के एक रेखाखंड की रचना करने के लिए, परकार का प्रयोग किया जाए।

चरण 1 एक रेखा / खींचिए और उस पर एक बिंदु A अंकित कीजिए।

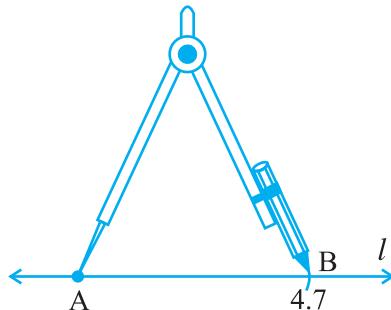


चरण 2 परकार के नुकीले सिरे को रूलर के शून्य पर रखिए।

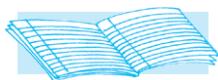
इसे इस प्रकार खोलिए कि पेंसिल वाला सिरा 4.7 सेमी चिह्न पर आ जाए।



चरण 3 यह सावधानी लेते हुए कि परकार के फैलाव में कोई परिवर्तन न हो, उसके नुकीले सिरे को बिंदु A पर रखें और l को B पर काटता हुआ एक चाप लगा दीजिए।



चरण 4 \overline{AB} वांछित लंबाई 4.7 सेमी का एक रेखाखंड है।



प्रश्नावली 14.2

- रूलर का प्रयोग करके 7.3 सेमी लंबाई का एक रेखाखंड खींचिए।
- रूलर और परकार का प्रयोग करते हुए 5.6 सेमी लंबाई का एक रेखाखंड खींचिए।
- 7.8 सेमी लंबाई का रेखाखंड \overline{AB} खींचिए। इसमें से \overline{AC} काटिए जिसकी लंबाई 4.7 सेमी हो। \overline{BC} को मापिए।
- 3.9 सेमी लंबाई का एक रेखाखंड \overline{AB} दिया है। एक रेखाखंड \overline{PQ} खींचिए जो रेखाखंड \overline{PQ} का दोगुना हो। मापन से अपनी रचना की जाँच कीजिए।



(संकेत : \overline{PX} खींचिए ताकि \overline{PX} लंबाई \overline{AB} की लंबाई के बराबर हो।

फिर \overline{XQ} काटिए ताकि \overline{XQ} की लंबाई भी \overline{AB} की लंबाई के बराबर हो। इस प्रकार, \overline{PX} और \overline{XQ} की लंबाईयाँ मिलकर \overline{AB} की लंबाई का दोगुना हो जाएँगी।)

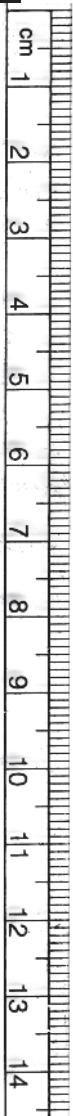


- 7.3 सेमी लंबाई का रेखाखंड \overline{AB} और 3.4 सेमी लंबाई का रेखाखंड \overline{CD} दिया है। एक रेखाखंड \overline{XY} खींचिए ताकि \overline{XY} की लंबाई \overline{AB} और \overline{CD} की लंबाईयों के अंतर के बराबर हो।

14.3.2 एक दिए हुए रेखाखंड के बराबर रेखाखंड की रचना करना

मान लीजिए आप एसे रेखाखंड की रचना करना चाहते हैं, जिसकी लंबाई एक दिए हुए रेखाखंड \overline{AB} की लंबाई के बराबर हो।

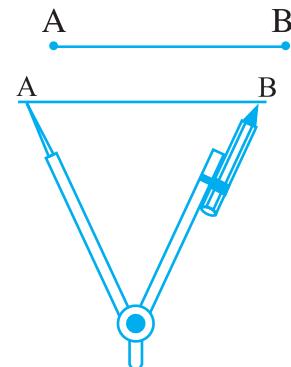
एक तुरंत और स्वाभाविक विधि यह होगी कि आप रूलर का प्रयोग करें। (जिस पर सेंटीमीटर और मिलीमीटर के चिह्न अंकित हों) उससे \overline{AB} को माप लिया जाए और फिर उसी लंबाई का प्रयोग करके एक रेखाखंड \overline{CD} खींच लिया जाए। एक दूसरी विधि यह होगी कि एक पारदर्शक कागज का प्रयोग करके \overline{AB} को कागज के अन्य भाग पर अक्स (trace) कर लिया जाए। परंतु इन विधियों से सदैव सही परिणाम प्राप्त नहीं हो सकते हैं।



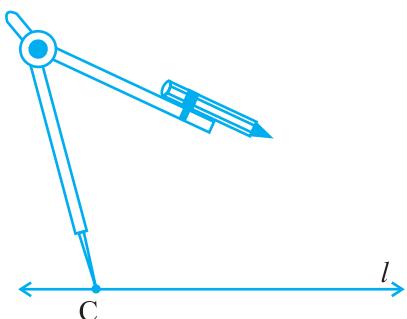
एक और अच्छी विधि होगी कि रचना के लिए, रूलर और परकार का प्रयोग किया जाए। यह रचना \overline{AB} के लिए निम्न प्रकार की जाती है :

चरण 1 रेखाखंड \overline{AB} दिया है, जिसकी लंबाई ज्ञात नहीं है।

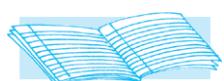
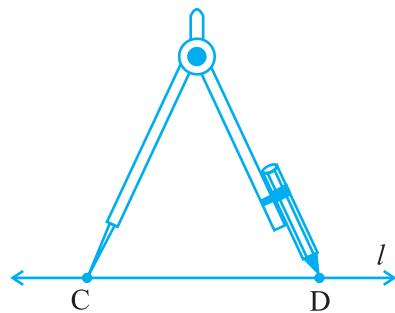
चरण 2 परकार के नुकीले सिरे को A पर रखिए और पेंसिल को B पर रखिए। परकार का फैलाव \overline{AB} की लंबाई बताता है।



चरण 3 कोई रेखा l खींचिए। l पर कोई बिंदु C लीजिए। परकार के फैलाव में बिना कुछ परिवर्तन किए, उसके नुकीले सिरे को C पर रखिए।



चरण 4 एक चाप लगाइए जो l को D पर (मान लीजिए) काटे। अब \overline{CD} ही \overline{AB} की लंबाई के बराबर का रेखाखंड है।

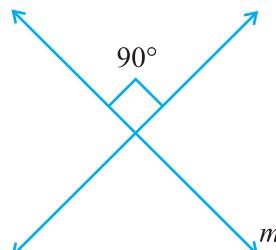


प्रश्नावली 14.3

- कोई रेखाखंड \overline{PQ} खींचिए। बिना मापे हुए, \overline{PQ} के बराबर एक रेखाखंड की रचना कीजिए।
- एक रेखाखंड \overline{AB} दिया हुआ है, जिसकी लंबाई ज्ञात नहीं है। एक रेखाखंड \overline{PQ} की रचना कीजिए जिसकी लंबाई \overline{AB} की लंबाई की दोगुनी हो।

14.4 लंब रेखाएँ

आप जानते हैं कि दो रेखाएँ (या किरणें या रेखाखंड) परस्पर लंब (perpendicular) कही जाती हैं, जब वे इस प्रकार प्रतिच्छेद करती हैं कि उनके बीच के कोण समकोण हों। संलग्न आकृति में l और m परस्पर लंब हैं। एक फुलस्केप (foolscap) कागज या आपकी



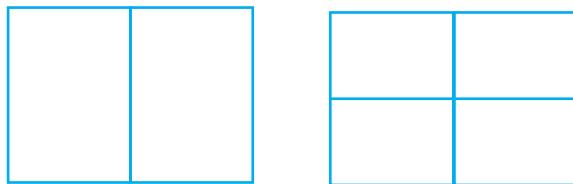
अभ्यास पुस्तिका के कोने दर्शाते हैं कि दो रेखाएँ परस्पर समकोणों पर हैं।



इन्हें कीजिए

आप अपने आसपास और कहाँ लंब रेखाएँ देखते हैं?

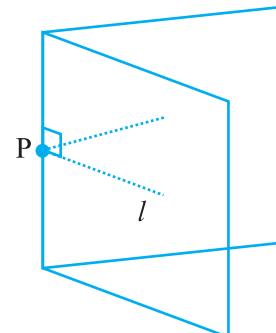
एक कागज का पृष्ठ लीजिए और उसे बीच में से मोड़िए तथा मोड़ का निशान (crease) बनाइए। इसी कागज को बीच में से अन्य दिशा में मोड़िए। मोड़ का निशान बनाइए और कागज को खोल लीजिए। दोनों मोड़ के निशान एक दूसरे पर (परस्पर) लंब हैं।



14.4.1 एक दी हुई रेखा पर स्थित एक बिंदु से होकर लंब खींचना

एक रेखा l कागज पर खींची हुई है और P उस पर स्थित एक बिंदु है। P से होकर गुजरता हुआ l पर लंब खींचना सरल है।

हम कागज को केवल इस प्रकार मोड़ सकते हैं कि मोड़ के निशान के दोनों ओर वाले l के भाग एक दूसरे को आच्छादित करें। अक्स कागज या कोई पारदर्शक कागज क्रियाकलाप के लिए अच्छा रहेगा। आइए, एक कागज लें और उस पर कोई रेखा l खींचें। अब l पर कोई बिंदु P अंकित कर लें।



अब कागज को इस प्रकार मोड़िए कि l स्वयं पर परावर्तित हो जाए। अर्थात् स्वयं पर गिरे। मोड़ के निशान को इस प्रकार समायोजित कीजिए कि वह P से होकर जाए। कागज को खोल लीजिए। मोड़ का निशान P से होकर जाता हुआ रेखा l पर लंब है।

सोचिए, चर्चा कीजिए और लिखिए

आप इसकी जाँच कैसे करेंगे कि यह l पर लंब है? ध्यान दीजिए कि यह P से होकर जाता है।

एक चुनौती : रूलर और सेट स्क्वेयर की सहायता से लंब खींचना (एक ऐच्छिक क्रियाकलाप) :

चरण 1 एक रेखा l और एक बिंदु P दिए हुए हैं।

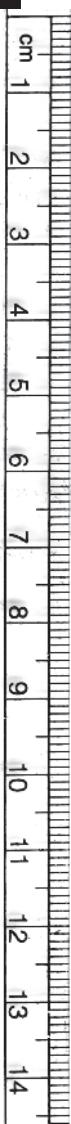
ध्यान दीजिए कि P रेखा l पर स्थित है।



चरण 2 रूलर के एक किनारे को रेखा l के अनुदिश

रखिए। इसे कस कर पकड़े रहिए।





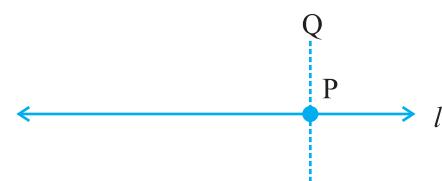
चरण 3 एक सेट स्क्वेयर को इस प्रकार रेखा l पर रखिए कि उसका समकोण बनाने वाला एक किनारा रूलर के उस किनारे के अनुदिश रहे जो रेखा l के साथ लगा हुआ है तथा सेट स्क्वेयर का समकोण वाला कोना भी रूलर के स्पर्श में रहे।



चरण 4 सेट स्क्वेयर को रूलर के अनुदिश तब तक सरकाइए जब तक कि उसका समकोण वाला कोना बिंदु P पर न आ जाए।



चरण 5 इस स्थिति में, सेट स्क्वेयर को कस कर पकड़े रहिए। सेट स्क्वेयर के समकोण के दूसरे किनारे के अनुदिश \overline{PQ} खींचिए \overline{PQ} रेखा l पर लंब है (आप इसको दर्शाने के लिए संकेत \perp का किस प्रकार प्रयोग करते हैं?)।



बिंदु P पर बने कोण को माप कर इस रचना की जाँच कीजिए। क्या हम ‘रूलर’ के स्थान पर इस रचना में दूसरे सेट स्क्वेयर का प्रयोग कर सकते हैं? इसके बारे में सोचिए।

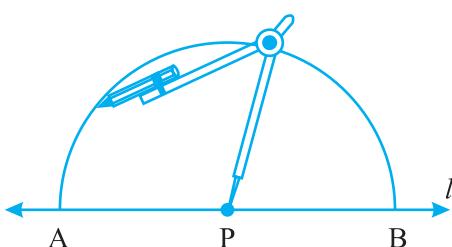
रूलर और परकार की विधि

ज्यामिति में लंब डालने की जिस विधि को प्राथमिकता दी जाती है वह ‘रूलर-परकार’ की विधि है। इस रचना को नीचे दिया जा रहा है :

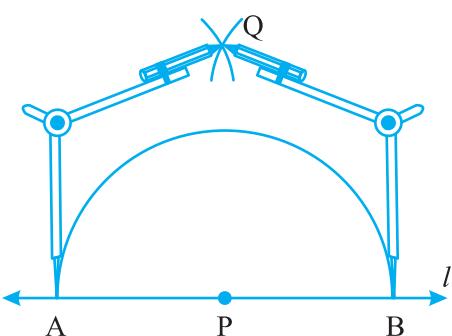
चरण 1 एक रेखा l पर बिंदु P दिया हुआ है।



चरण 2 P को केंद्र मानकर और एक सुविधाजनक त्रिज्या लेकर एक चाप लगाइए जो रेखा l को दो बिंदुओं A और B पर प्रतिच्छेद करें।

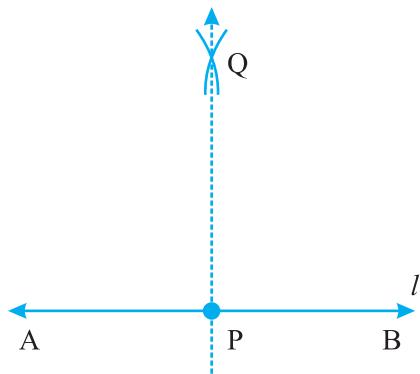


चरण 3 A और B को केंद्र मानकर और AP से अधिक की त्रिज्या लेकर दो चापों की रचना कीजिए जो परस्पर Q पर काटें।



चरण 4 PQ को जोड़िए (या मिलाइए) तब \overline{PQ} ही l

पर लंब है। हम इसे $\overline{PQ} \perp l$ लिखते हैं।



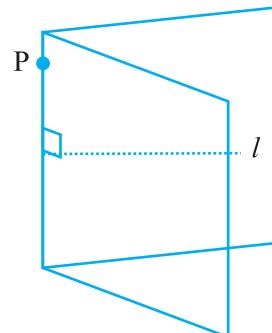
14.4.2 एक रेखा पर उस बिंदु से होकर लंब जो उस पर स्थित नहीं है।

इन्हें कीजिए

(कागज़ मोड़ना)

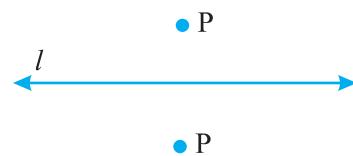
यदि हमें एक रेखा l दी हुई है और एक ऐसा बिंदु P दिया है, जो रेखा l पर स्थित नहीं है, तो P से होकर जाते हुए रेखा l पर लंब खींचने के लिए हम पहले जैसा कागज़ मोड़ने का सरल क्रियाकलाप पुनः कर सकते हैं।

एक कागज़ का पृष्ठ लीजिए (पारदर्शक हो तो अच्छा रहेगा)। उस पर एक रेखा l खींचिए और कोई बिंदु P अंकित कीजिए जो l पर स्थित न हो। कागज़ को इस प्रकार मोड़िए कि मोड़ का निशान P से होकर जाए तथा रेखा l का एक भाग उसके दूसरे भाग पर पड़े। कागज़ को खोल लीजिए। मोड़ का निशान l पर लंब है और P से होकर जाता है।

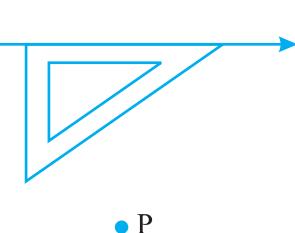


रूलर और सेट स्क्वेयर की विधि (एक ऐच्छिक क्रियाकलाप)

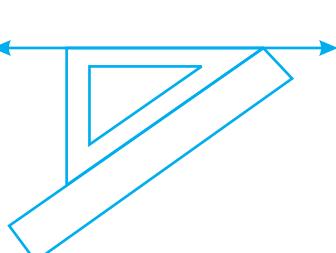
चरण 1 मान लीजिए l एक रेखा है और P उसके बाहर एक बिंदु है।



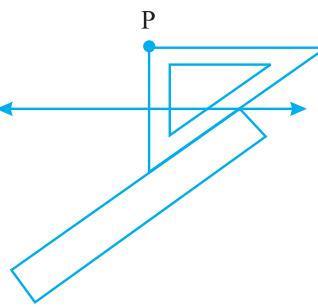
चरण 2 एक सेट स्क्वेयर को l पर इस प्रकार रखिए कि l उसके समकोण का एक किनारा l के अनुदिश रहे।



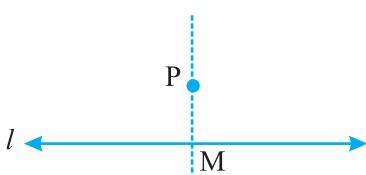
चरण 3 सेट स्क्वेयर के समकोण के समुख किनारे के अनुदिश एक रूलर को रखिए।



चरण 4 रूलर को कसकर पकड़े रहिए और सेट स्क्वेयर को रूलर के अनुदिश तब तक सरकाइए जब तक कि P समकोण बनाने वाले दूसरे किनारे को स्पर्श न करने लगे।



चरण 5 सेट स्क्वेयर के इस किनारे को अनुदिश P से होती हुई रेखा खींचिए जो l को M पर काटती है। अब रेखा $\overleftrightarrow{PM} \perp l$ है।



रूलर और परकार की विधि

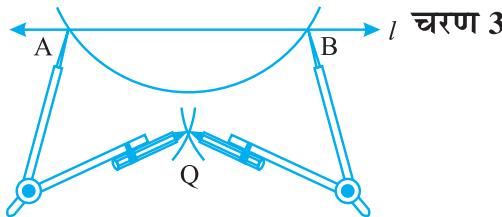
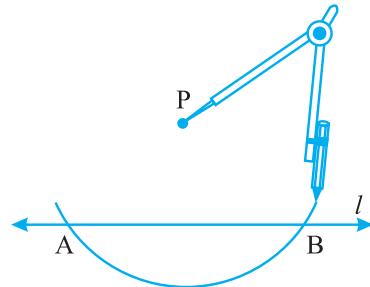
निस्संदेह, रूलर और परकार प्रयोग करने की विधि ही एक अच्छी विधि है।

P

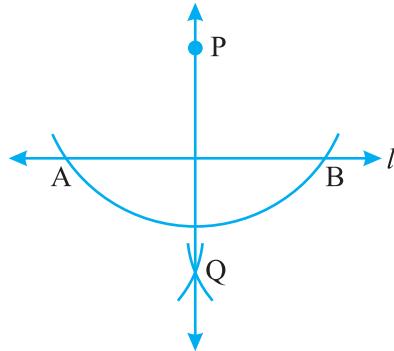
चरण 1 रेखा l और एक बिंदु P दिया है जो l पर स्थित नहीं है।



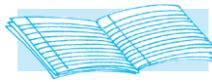
चरण 2 P को केंद्र मान कर और एक सुविधाजनक त्रिज्या लेकर एक चाप लगाइए जो रेखा l को दो बिंदुओं A और B पर प्रतिच्छेद करे।



चरण 3 समान त्रिज्या का प्रयोग करके A और B को केंद्र मानकर दो चाप खींचिए जो एक दूसरे को बिंदु P के दूसरी तरफ Q पर प्रतिच्छेद करे।



चरण 4 PQ को जोड़िए। तब \overleftrightarrow{PQ} ही रेखा l पर वांछित लंब है।



प्रश्नावली 14.4

- एक रेखाखंड \overline{AB} खींचिए। इस पर कोई बिंदु M अंकित कीजिए। M से होकर \overline{AB} पर एक लंब, रूलर और परकार द्वारा खींचिए।
- एक रेखाखंड \overline{PQ} खींचिए। कोई बिंदु R लीजिए जो \overline{PQ} पर न हो। R से होकर \overline{PQ} पर एक लंब खींचिए। (रूलर और सेट स्क्वेयर द्वारा)
- एक रेखा l खींचिए और उस पर स्थित एक बिंदु X से होकर, रेखा l पर एक लंब रेखाखंड \overline{XY} खींचिए। अब Y से होकर \overline{XY} पर एक लंब, रूलर और परकार द्वारा खींचिए।

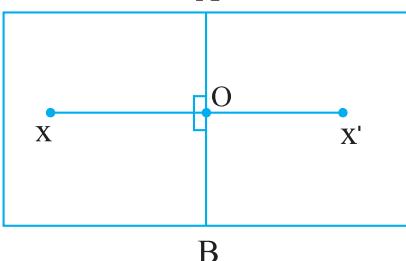
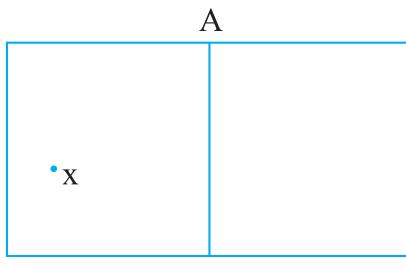
14.4.3 एक रेखाखंड का लंब समद्विभाजक

इन्हें कीजिए

एक कागज को मोड़िए। मान लीजिए \overline{AB} मोड़ का निशान है। कहीं पर स्याही से एक बिंदु X अंकित कीजिए। \overline{AB} को दर्पण रेखा (mirror line) मानते हुए X का प्रतिबिंब X' ज्ञात कीजिए।

मान लीजिए \overline{AB} और $\overline{XX'}$ परस्पर O पर प्रतिच्छेद करते हैं। क्या $OX = OX'$ है? क्यों?

इसका अर्थ है कि \overline{AB} रेखाखंड $\overline{XX'}$ को दो बराबर लंबाइयों के भागों में विभाजित करता है। अर्थात् \overline{AB} रेखाखंड $\overline{XX'}$ का समद्विभाजक है। यह भी ध्यान दीजिए कि $\angle AOX$ और $\angle BOX'$ समकोण हैं (क्यों?) अतः रेखा \overline{AB} रेखाखंड $\overline{XX'}$ का लंब समद्विभाजक है। आकृति में हम \overline{AB} का केवल एक हिस्सा ही देखते हैं। दो बिंदुओं को जोड़ने वाले रेखाखंड का लंब समद्विभाजक उनकी सममित अक्ष (line of symmetry) भी है?

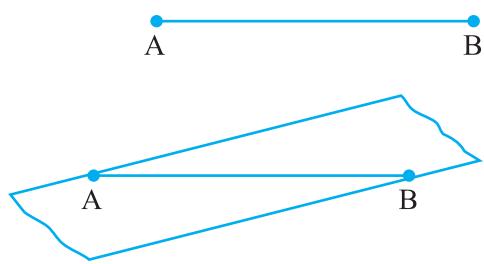


इन्हें कीजिए

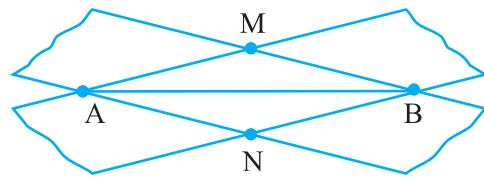
(पारदर्शक फीता)

चरण 1 एक रेखाखंड \overline{AB} खींचिए।

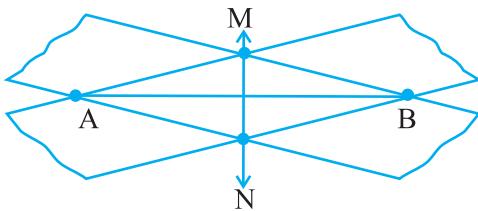
चरण 2 एक आयताकार पारदर्शक फीते की एक पट्टी को \overline{AB} के विकर्णतः इस प्रकार रखें कि इसके किनारे बिंदुओं A और B पर रहें, जैसा कि सामने आकृति में दिखाया गया है।



चरण 3 इसी प्रक्रिया को एक अन्य पट्टी लेकर इस प्रकार दोहराइए कि दूसरी पट्टी विकर्णतः पहली पट्टी को A और B पर काटे। मान लीजिए ये दोनों पट्टियाँ M और N पर भी काटती हैं।



चरण 4 M और N को जोड़िए। क्या \overline{MN} रेखाखंड \overline{AB} का समद्विभाजक है? मापकर जाँच कीजिए। क्या यह \overline{AB} का लंब समद्विभाजक भी है? \overline{AB} का मध्य बिंदु कहाँ हैं।

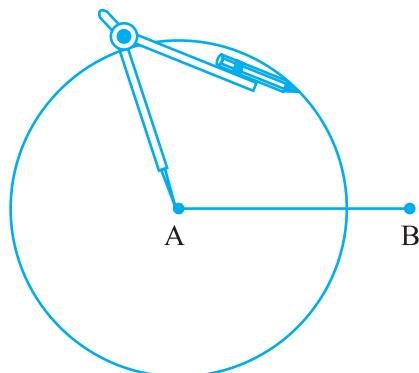


रूलर और परकार द्वारा रचना

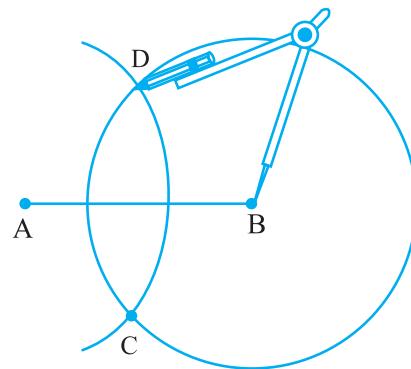
चरण 1 किसी भी लंबाई का एक रेखाखंड \overline{AB} खींचिए।



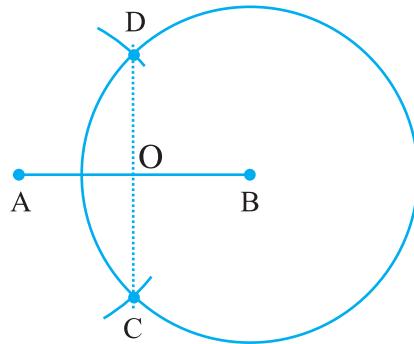
चरण 2 A को केंद्र मानकर, परकार की सहायता से एक वृत्त खींचिए। आपके वृत्त की त्रिज्या \overline{AB} के आधे से अधिक होनी चाहिए।



चरण 3 B को केंद्र मानकर और चरण 2 वाली त्रिज्या लेकर एक अन्य वृत्त परकार की सहायता से खींचिए। मान लीजिए वह वृत्त पहले वृत्त को बिंदुओं C और D पर प्रतिच्छेद करता है।



चरण 4 \overline{CD} को मिलाइए। यह \overline{AB} को O पर प्रतिच्छेद करता है। अपने डिवाइडर का प्रयोग करके जाँच कीजिए कि O रेखाखंड \overline{AB} का मध्य बिंदु है। साथ ही, यह भी जाँच कीजिए कि $\angle COA$ और $\angle COB$ समकोण हैं। अतः, रेखाखंड \overline{CD} रेखाखंड \overline{AB} का लंब समद्विभाजक है।



उपरोक्त रचना में, हमें \overline{CD} को निर्धारित करने के लिए दो बिंदुओं C और D की आवश्यकता थी। क्या इनको ज्ञात करने के लिए पूरे वृत्तों को खींचने की आवश्यकता है? क्या यह पर्याप्त नहीं है कि इन बिंदुओं को ज्ञात करने के लिए इन वृत्तों के दो छोटे चाप ही खींच लिए जाएँ? वास्तव में, व्यावहारिक रूप में हम यही करते हैं।

प्रयास कीजिए

रूलर और परकार की रचना के चरण 2 में, यदि हम त्रिज्या \overline{AB} के आधे से कम लें, तो क्या होगा?



प्रश्नावली 14.5

- 7.3 सेमी लंबाई का एक रेखाखंड \overline{AB} खींचिए और उसकी सममित अक्ष ज्ञात कीजिए।
- 9.5 सेमी लंबा एक रेखाखंड खींचिए और उसका लंब समद्विभाजक खींचिए।
- एक रेखाखंड \overline{XY} का लंब समद्विभाजक खींचिए जिसकी लंबाई 10.3 सेमी है।
 - इस लंब समद्विभाजक पर कोई बिंदु P लीजिए। जाँच कीजिए कि $PX = PY$ है।
 - यदि M रेखाखंड \overline{XY} का मध्य बिंदु है, तो MX और XY के विषय में आप क्या कह सकते हैं?
- लंबाई 12.8 सेमी वाला एक रेखाखंड खींचिए। रूलर और परकार की सहायता से इसके चार बराबर भाग कीजिए। मापन द्वारा अपनी रचना की जाँच कीजिए।
- 6.1 सेमी लंबाई का एक रेखाखंड \overline{PQ} खींचिए और फिर \overline{PQ} को व्यास मानकर एक वृत्त खींचिए।

6. केंद्र C और त्रिज्या 3.4 सेमी लेकर एक वृत्त खींचिए। इसकी कोई जीवा \overline{AB} खींचिए। इस जीवा \overline{AB} का लंब समद्विभाजक खींचिए। जाँच कीजिए कि क्या यह वृत्त के केंद्र C से होकर जाता है।
7. प्रश्न 6 को उस स्थिति के लिए दोबारा कीजिए जब \overline{AB} एक व्यास है।
8. 4 सेमी त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए। इसकी कोई दो जीवाएँ खींचिए। इन दोनों जीवाओं के लंब समद्विभाजक खींचिए। ये कहाँ मिलते हैं?
9. शीर्ष O वाला कोई कोण खींचिए। इसकी एक भुजा पर एक बिंदु A और दूसरी भुजा पर एक अन्य बिंदु B इस प्रकार लीजिए कि $OA = OB$ है। \overline{OA} और \overline{OB} के लंब समद्विभाजक खींचिए। मान लीजिए ये P पर प्रतिच्छेद करते हैं क्या $PA = PB$ है?

14.5 कोण



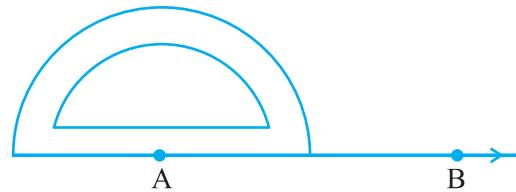
14.5.1 दिए हुए माप का कोण बनाना

मान लीजिए हम 40° का कोण बनाना चाहते हैं। इसके लिए वांछित चरण निम्न हैं:

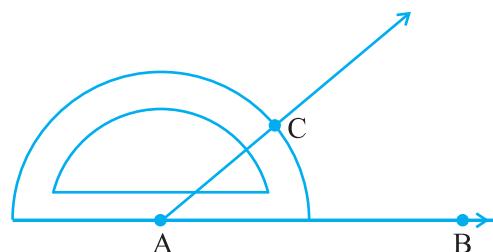
चरण 1 एक किरण \overline{AB} खींचिए।



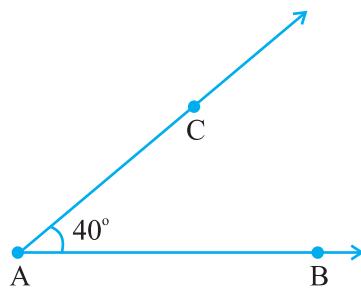
चरण 2 चाँदे के केंद्र को A पर इस प्रकार रखिए कि इसका शून्य किनारा ($0^\circ - 0^\circ$) किरण \overline{AB} के अनुदिश रहे।



चरण 3 B के पास के शून्य (0) से प्रारंभ करते हुए, 40° के समुख, बिंदु C अंकित कीजिए।



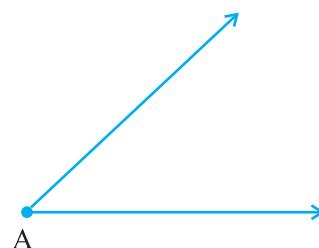
चरण 4 AC मिलाकर किरण AC बनाइए। $\angle BAC$ ही वांछित कोण है।



14.5.2 एक दिए हुए कोण के बराबर कोण बनाना

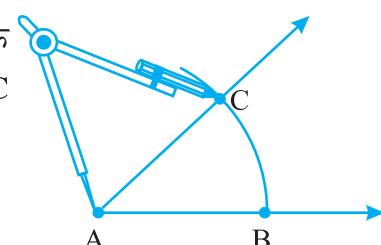
मान लीजिए हमें एक कोण दिया है जिसका माप हमें ज्ञात नहीं है। हम इस कोण के बराबर एक कोण बनाना चाहते हैं। देखिए कि ऐसा किस प्रकार किया जाता है।

$\angle A$ दिया है जिसका माप ज्ञात नहीं है।

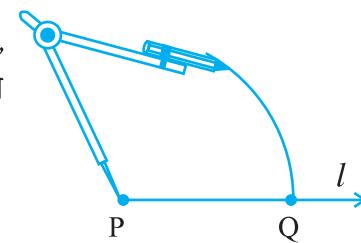


चरण 1 एक रेखा l खींचिए और उस पर एक बिंदु P अंकित कीजिए।

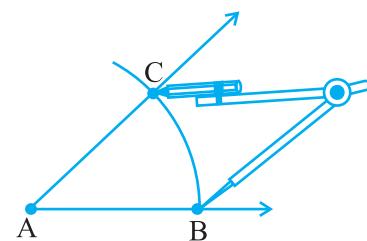
चरण 2 परकार के नुकीले सिरे को A पर रखकर, एक चाप खींचिए जो $\angle A$ की भुजाओं को B और C पर काटता है।



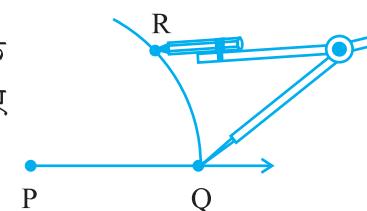
चरण 3 परकार के फैलाव में बिना कोई परिवर्तन किए, उसके नुकीले सिर को P पर रखकर एक चाप लगाइए जो l को Q पर काटता है।



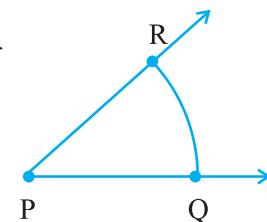
चरण 4 परकार को लंबाई BC के बराबर खोलिए।



चरण 5 परकार के फैलाव में बिना परिवर्तन किए, उसके नुकीले सिरे को Q पर रखिए और एक चाप लगाइए जो पिछले चाप को R पर काटता है।



चरण 6 PR को मिलाकर किरण PR बनाइए। इससे $\angle P$ प्राप्त होता है। $\angle P$ ही वांछित कोण है जिसका माप $\angle A$ के बराबर है। इसका अर्थ है कि $\angle QPR$ और $\angle BAC$ के माप बराबर हैं।



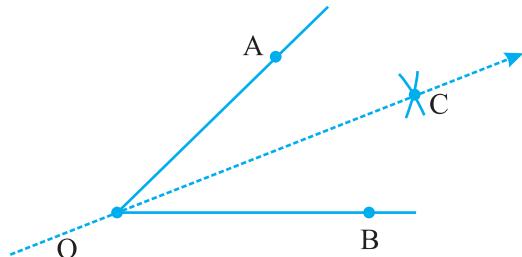
14.5.3 एक कोण का समद्विभाजक

एक कागज पर एक बिंदु O अंकित कीजिए।

O को प्रारंभिक बिंदु लेकर दो किरणें \overrightarrow{OA} और \overrightarrow{OB} खींचिए। आपको $\angle AOB$ प्राप्त हो जाता है। इस कागज को इस प्रकार मोड़ें कि मोड़ का निशान O से होकर जाए तथा किरणें \overrightarrow{OA} और \overrightarrow{OB} परस्पर संपाती हो जाएँ। मान लीजिए OC मोड़ का निशान है जो हमें कागज को खोलने पर प्राप्त होगा।

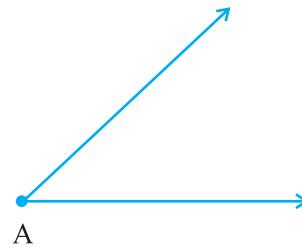
स्पष्टत: किरण OC कोण $\angle AOB$ की सममित अक्ष है।

$\angle AOC$ और $\angle COB$ को मापिए। क्या ये बराबर हैं? अतः, OC कोण $\angle AOB$ की सममित अक्ष है और $\angle AOB$ की समद्विभाजक है।

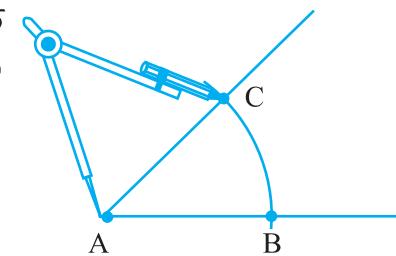


रूलर और परकार द्वारा रचना

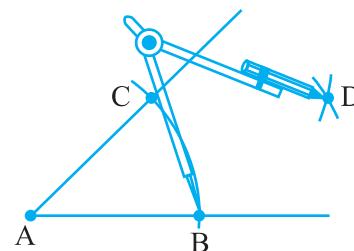
मान लीजिए एक कोण $\angle A$ दिया है।



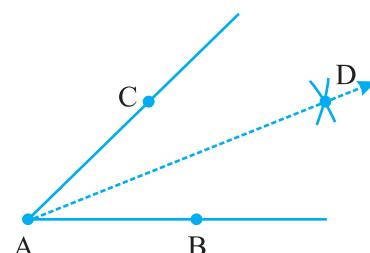
चरण 1 A को केंद्र मानकर परकार की सहायता से एक चाप लगाइए जो $\angle A$ की किरणों (भुजाओं) को B और C पर काटता है।



चरण 2 B को केंद्र मानकर और BC के आधे से अधिक की त्रिज्या लेकर एक चाप $\angle A$ के अभ्यंतर में खींचिए।



चरण 3 C को केंद्र मानकर एक चरण 2 वाली त्रिज्या लेकर, $\angle A$ के अभ्यंतर में एक और चाप लगाइए। मान लीजिए ये दोनों चाप बिंदु D पर प्रतिच्छेद करते हैं तब \overrightarrow{AD} ही $\angle A$ का वांछित समद्विभाजक है।



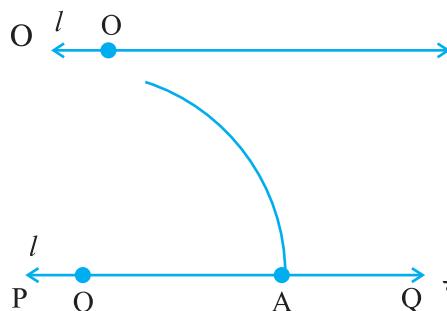
उपरोक्त चरण 2 में, यदि हम त्रिज्या BC के आधे से कम लें, तो क्या कोण होगा?

14.5.4 विशेष मापों के कोण

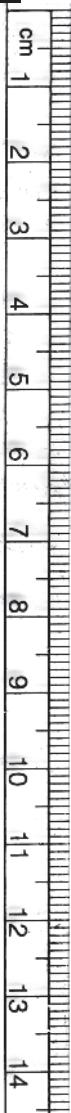
कुछ विशेष मापों के कोणों की रचना करने की कुछ सुंदर और परिशुद्ध विधियाँ हैं, जिनमें चाँदे का प्रयोग नहीं किया जाता है। इनमें से कुछ की चर्चा हम यहाँ करेंगे।

60° के कोण की रचना

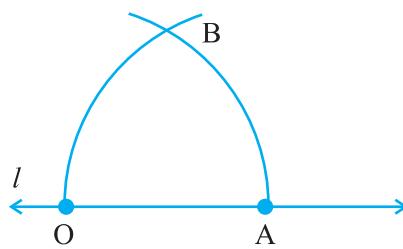
चरण 1 एक रेखा / खींचिए और उस पर एक बिंदु O अंकित कीजिए।



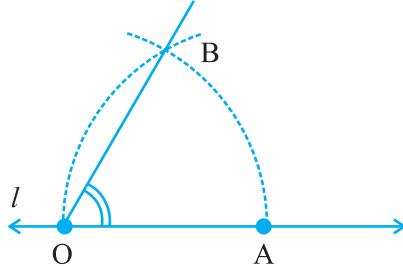
चरण 2 परकार के नुकीले सिरे को O पर रखिए और एक सुविधाजनक त्रिज्या लेकर एक चाप खींचिए, जो रेखा l को, मान लीजिए बिंदु A पर काटता है।



चरण 3 अब A को केंद्र मानकर, O से होकर जाता एक चाप खींचिए।



चरण 4 मान लीजिए ये दोनों चाप परस्पर बिंदु B पर काटते हैं। OB को जोड़कर किरण OB बनाइए। तब $\angle BOA$ ही 60° माप का वांछित कोण है।



30° माप के कोण की रचना

ऊपर दर्शाए अनुसार 60° के कोण की रचना कीजिए। अब इस कोण को समद्विभाजित कीजिए। प्रत्येक कोण 30° का है। मापन द्वारा अपनी रचना की जाँच कीजिए।

प्रयास कीजिए

15° के कोण की रचना आप किस प्रकार करेंगे?

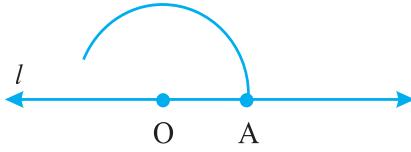
120° के कोण की रचना

120° का कोण 60° के कोण के दोगुने के अतिरिक्त कुछ नहीं है। अतः, इसकी रचना निम्न प्रकार की जा सकती है :

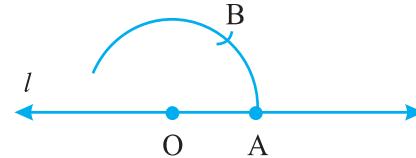
चरण 1 एक रेखा l खींचकर उस पर एक बिंदु O अंकित कीजिए।



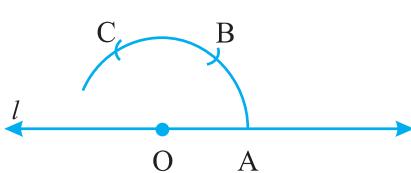
चरण 2 परकार का नुकीला सिरा O पर रखकर और एक सुविधाजनक त्रिज्या लेकर एक चाप लगाइए जो रेखा l को A पर प्रतिच्छेद करे।



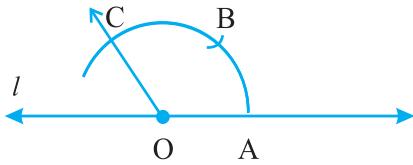
चरण 3 परकार के फैलाव में बिना कोई परिवर्तन किए और A को केंद्र मान कर एक चाप लगाइए जो पिछले चाप को B पर काटता है।



चरण 4 पुनः, परकार के फैलाव में बिना कोई परिवर्तन किए और B को केंद्र मानकर एक चाप लगाइए जो पहले चाप को C पर काटता है।



चरण 5 OC को जोड़कर किरण OC बनाइए। तब, $\angle COA$ ही वह कोण है जिसका माप 120° है।



प्रयास कीजिए

150° के कोण की रचना आप किस प्रकार करेंगे?

90° के कोण की रचना

एक रेखा पर उस पर दिए हुए एक बिंदु से होकर एक लंब खींचिए, जो पहले कर चुके हैं। यह वांछित 90° का कोण है।

प्रयास कीजिए

45° के कोण की रचना आप किस प्रकार करेंगे?



प्रश्नावली 14.6

- 75° माप वाले कोण $\angle POQ$ की रचना कीजिए और इसकी सममित अक्ष खींचिए।
- 147° माप वाले एक कोण की रचना कीजिए और उसका समद्विभाजक खींचिए।
- एक समकोण खींचिए और उसके समद्विभाजक की रचना कीजिए।
- 153° का एक कोण खींचिए और इसके चार बराबर भाग कीजिए।
- रूलर और परकार की सहायता से निम्न मापों के कोणों की रचना कीजिए :
 - 60°
 - 30°
 - 90°
 - 120°
 - 45°
 - 135°
- 45° का एक कोण खींचिए और उसके समद्विभाजक कीजिए।
- 135° का एक कोण खींचिए और उसे समद्विभाजित कीजिए।
- 70° का एक कोण खींचिए। इस कोण के बराबर रूलर और परकार की सहायता से एक कोण बनाइए।
- 40° का एक कोण खींचिए। इसके संपूरक के बराबर एक कोण बनाइए।

हमने क्या चर्चा की?

इस अध्याय में, ज्यामितीय आकारों को खींचने की विभिन्न विधियाँ बताई गई हैं।

- आकारों की रचना करने के लिए, हम ज्यामिति बक्स में दिए निम्न यंत्रों का प्रयोग करते हैं:

(i) रूलर	(ii) परकार
(iii) डिवाइडर	(iv) सेट स्क्वेयर
(v) चाँदा	

2. रूलर और परकार की सहायता से निम्न रचनाएँ की जा सकती हैं :
- एक वृत्त जब उसकी त्रिज्या की लंबाई दी हो?
 - एक रेखाखंड जब उसकी लंबाई दी हो।
 - एक रेखाखंड के बराबर रेखाखंड बनाना।
 - एक रेखा पर एक बिंदु से लंब खींचना जब वह बिंदु :
 - रेखा पर स्थित हो। (b) रेखा पर स्थित न हो।
 - दी हुई लंबाई के रेखाखंड का लंब समद्विभाजक।
 - दिए हुए माप का एक कोण।
 - दिए हुए कोण के बराबर कोण बनाना।
 - दिए हुए कोण का समद्विभाजक।
 - कुछ विशेष मापों के कोण, जैसे :
 - 90°
 - 45°
 - 60°
 - 30°
 - 120°
 - 135°



उत्तरमाला

प्रश्नावली 1.1

- | | |
|--------------------|---|
| 1. (a) दस | 2. (a) 73,75,307 |
| (b) दस | (b) 9,05,00,041 |
| (c) दस | (c) 7,52, 21,302 |
| (d) दस | (d) 58,423,202 |
| (e) दस | (e) 23,30,010 |
| 3. (a) 8,75,95,762 | आठ करोड़ पचहत्तर लाख पिच्चानवे हजार सात सौ बासठ |
| (b) 85,46,283 | पिचासी लाख छियालीस हजार दो सौ तिरासी |
| (c) 9,99,00,046 | नौ करोड़ निन्यानवे लाख छियालीस |
| (d) 9,84,32,701 | नौ करोड़ चौरासी लाख बत्तीस हजार सात सौ एक |
| 4. (a) 78,921,092 | अठहत्तर मिलियन नौ सौ इक्कीस हजार बानवे |
| (b) 7,452,283 | सात मिलियन चार सौ बावन हजार दो सौ तिरासी |
| (c) 99,985,102 | निन्यानवे मिलियन नौ सौ पिचासी हजार एक सौ दो |
| (d) 48,049,831 | अड़तालीस मिलियन उन्वास हजार आठ सौ इकतीस |

प्रश्नावली 1.2

- | | |
|---------------------------|--|
| 1. 7,707 टिकट | 2. 3,020 रु |
| 3. 2,28,800 मत | 4. 6,86,659 रु ; दूसरे सप्ताह, 1,14,877 रु |
| 5. 52,965 | 6. 87,575 पैंच |
| 7. 30,592 रु | 8. 65,124 |
| 9. 18 कमीज़, 1 मी 30 सेमी | 10. 177 बक्स |
| 11. 22 किमी 500 मी | 12. 180 गिलास |

प्रश्नावली 1.3

- | | | |
|--------------|-------------------------|-----------------|
| 1. (a) 1,700 | 2. (a) 5,000 ; 5,090 | 3. (a) 1,20,000 |
| (b) 500 | (b) 61,100 ; 61,130 | (b) 1,75,00,000 |
| (c) 16,000 | (c) 7,800 ; 7,840 | (c) 7,80,000 |
| (d) 7,000 | (d) 4,40,900 ; 4,40,980 | (d) 3,00,000 |

प्रश्नावली 2.1

- | | |
|--|---------------------------|
| 1. 11,000 ; 11,001 ; 11,002 | 2. 10,000 ; 9,999 ; 9,998 |
| 3. 0 | 4. 20 |
| 5. (a) 24,40,702 | (b) 1,00,200 |
| (c) 11,000,00 | (d) 23,45,671 |
| 6. (a) 93 | (b) 9,999 |
| (c) 2,08,089 | (e) 76,54,320 |
| 7. (a) संख्या 503 संख्या 530 के बाईं ओर स्थित है ; 530 > 503 | |

गणित



- (b) संख्या 307 संख्या 370 के बाईं ओर स्थित है ; $370 > 307$
(c) संख्या 56,789 संख्या 98,765 के बाईं ओर स्थित है ; $98,765 > 56,789$
(d) संख्या 98,30,415 संख्या 1,00,23,001 के बाईं ओर स्थित है ;
 $98,30,415 < 1,00,23,001$
8. (a) असत्य (b) असत्य (c) सत्य (d) सत्य
(e) सत्य (f) असत्य (g) असत्य (h) असत्य
(i) सत्य (j) असत्य (k) असत्य (l) सत्य
(m) असत्य

प्रश्नावली 2.2

1. (a) 1,408 (b) 4,600
2. (a) 1,76,800 (b) 16,600 (c) 2,91,000 (d) 27,90,000
(e) 85,500 (f) 10,00,000
3. (a) 5,940 (b) 54,27,900
(c) 81,26,500 (d) 1,92,25,000
4. (a) 76,014 (b) 87,108 (c) 2,60,064 (d) 1,68,840
5. 3,960 ₹ 6. 1,500 ₹
7. (i) \rightarrow (c) (ii) \rightarrow (a) (iii) \rightarrow (b)

प्रश्नावली 2.3

1. (a) 2. हाँ
3. दोनों ही '1' हैं
4. (a) 73,528 (b) 54,42,437 (c) 20,600 (d) 5,34,375
(e) 17,640
5. $123456 \times 8 + 6 = 987654$
 $1234567 \times 8 + 7 = 9876543$

प्रश्नावली 3.1

1. (a) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 (b) 1, 3, 5, 15
(c) 1, 3, 7, 21 (d) 1, 3, 9, 27
(e) 1, 2, 3, 4, 6, 12 (f) 1, 2, 4, 5, 10, 20
(g) 1, 2, 3, 6, 9, 18 (h) 1, 23
(i) 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36
2. (a) 5, 10, 15, 20, 25 (b) 8, 16, 24, 32, 40
(c) 9, 18, 27, 36, 45
3. (i) \rightarrow (b) (ii) \rightarrow (d) (iii) \rightarrow (a)
(iv) \rightarrow (f) (v) \rightarrow (e)
4. 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99

प्रश्नावली 3.2

1. (a) सम संख्या (b) सम संख्या

2. (a) असत्य (b) सत्य (c) सत्य (d) असत्य
(e) असत्य (f) असत्य (g) असत्य (h) सत्य
(i) असत्य (j) सत्य

3. 17 और 71, 37 तथा 73, 79 और 97

4. अभाज्य संख्याएँ : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19

भाज्य संख्याएँ : 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18

5. 7

6. (a) $3 + 41$ (b) $5 + 31$ (c) $5 + 19$ (d) $5 + 13$
 (यह एक तरीका है। इसके अन्य तरीके भी हो सकते हैं।)

7. 3, 5; 5, 7; 11, 13

8. (a) और (c) 9. 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96

(c) $13 + 17 + 23$ (d) $7 + 13 + 41$

(यह एक तरीका है। इसके अन्य त

11. 2, 3 ; 2, 13; 3, 17; 7, 13; 11, 19

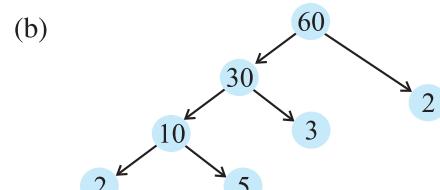
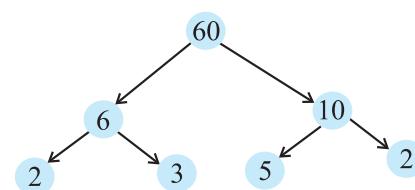
प्रश्नावली 3.3

पश्चात्यली 3.4

3. (a) 24, 48, 72 (b) 36, 72, 108
4. 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96
5. (a), (b), (e), (f) 6. 60 7. 1, 2, 3, 4, 6

प्रश्नावली 3.5

1. (a) असत्य (b) सत्य (c) असत्य (d) सत्य
 (e) असत्य (f) असत्य (g) सत्य (h) सत्य
 (i) असत्य
2. (a)



3. 1 और स्वयं वह संख्या
4. 9999, $9999 = 3 \times 3 \times 11 \times 101$
5. 10000, $10000 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$
6. $1729 = 7 \times 13 \times 19$
दो क्रमागत अभाज्य गुणनखंडों का अंतर 6 है।
7. (i) $2 \times 3 \times 4 = 24$, 6 से विभाज्य है।
 (ii) $5 \times 6 \times 7 = 210$, 6 से विभाज्य है।
9. (b), (c)
10. हाँ
11. नहीं, संख्या 12 दोनों संख्याओं 4 और 6 से विभाज्य है परंतु संख्या 12 संख्या 24 से विभाज्य नहीं है।
12. $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$

प्रश्नावली 3.6

1. (a) 6 (b) 6 (c) 6 (d) 9
 (e) 12 (f) 34 (g) 35 (h) 7
 (i) 9 (j) 3
2. (a) 1 (b) 2 (c) 1
3. नहीं ; 1

प्रश्नावली 3.7

1. 3 किग्रा 2. 6930 सेमी 3. 75 सेमी 4. 120
5. 960 6. सुबह 7 बजकर 7 मिनट और 12 सेकंड
7. 31 लीटर 8. 95 9. 1152
10. (a) 36 (b) 60 (c) 30 (d) 60

यहाँ प्रत्येक स्थिति में ल.स. 3 का गुणज है।

हाँ, प्रत्येक स्थिति में ल.स. = दो संख्याओं का गुणनफल

संख्याओं का प्रत्येक युग्म सदैव 3 का गुणज नहीं होता है।

11. (a) 20 (b) 18 (c) 48 (d) 45

प्रत्येक स्थिति में दी हुई संख्याओं का ल.स. उन दोनों में से बड़ी संख्या है।

प्रश्नावली 4.1

- (a) O, B, C, D, E
 (b) अनेक उत्तर हो सकते हैं, कुछ ये हैं : \overrightarrow{DE} , \overrightarrow{DO} , \overrightarrow{DB} , \overrightarrow{EO} इत्यादि।
 (c) अनेक उत्तर हो सकते हैं, कुछ ये हैं : \overrightarrow{DB} , \overrightarrow{DE} , \overrightarrow{OB} , \overrightarrow{OE} , \overrightarrow{EB} इत्यादि।
 (d) अनेक उत्तर हो सकते हैं, कुछ ये हैं : \overrightarrow{DE} , \overrightarrow{DO} , \overrightarrow{EO} , \overrightarrow{OB} , \overrightarrow{EB} इत्यादि।
- \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{AD} , \overrightarrow{BA} , \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{BD} , \overrightarrow{CA} , \overrightarrow{CB} , \overrightarrow{CD} , \overrightarrow{DA} , \overrightarrow{DB} , \overrightarrow{DC} .
- (a) अनेक उत्तर। एक उत्तर है \overrightarrow{AE} (b) अनेक उत्तर। एक उत्तर है \overrightarrow{AE}
 (c) \overrightarrow{CO} या \overrightarrow{OC}
 (d) अनेक उत्तर हो सकते हैं, कुछ ये हैं, \overrightarrow{CO} , \overrightarrow{AE} and \overrightarrow{AE} , \overrightarrow{EF} .
- (a) अनगिनत (b) केवल एक
- (a) सत्य (b) सत्य (c) सत्य (d) असत्य
 (e) असत्य (f) असत्य (g) सत्य (h) असत्य
 (i) असत्य (j) असत्य (k) सत्य

प्रश्नावली 4.2

1. खुला : (a), (c); बंद : (b), (d), (e). 4. (a) हाँ ; (b) हाँ

5. (a)  (b)  (c) संभव नहीं है।

प्रश्नावली 4.3

- $\angle A$ अथवा $\angle DAB$; $\angle B$ अथवा $\angle ABC$; $\angle C$ अथवा $\angle BCD$;
 $\angle D$ अथवा $\angle CDA$
- (a) A; (b) A, C, D. (c) E, B, O, F.

प्रश्नावली 4.4

- (a) ΔABC , ΔABD , ΔADC .
 (b) कोण : $\angle B$, $\angle C$, $\angle BAC$, $\angle BAD$, $\angle CAD$, $\angle ADB$, $\angle ADC$
 (c) रेखाखण्ड : \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{BC} , \overline{AD} , \overline{BD} , \overline{DC}
 (d) ΔABC , ΔABD

प्रश्नावली 4.5

1. विकर्ण चतुर्भुज के अध्यंतर में प्रतिच्छेद करेंगे।

गणित



2. (a) \overline{KL} , \overline{NM} और \overline{KN} , \overline{ML} (b) $\angle K$, $\angle M$ और $\angle N$, $\angle L$
 (c) \overline{KL} , \overline{KN} और \overline{NM} , \overline{ML} अथवा \overline{KL} , \overline{LM} और \overline{NM} , \overline{NK}
 (d) $\angle K$, $\angle L$ और $\angle M$, $\angle N$ अथवा $\angle K$, $\angle L$ और $\angle L$, $\angle M$ इत्यादि।

प्रश्नावली 4.6

1. (a) O (b) \overline{OA} , \overline{OB} , \overline{OC} (c) \overline{AC} (d) \overline{ED}
 (e) O, P (f) Q (g) OAB (छायांकित भाग)
 (h) रेखाखंड ED (छायांकित भाग)
2. (a) हाँ (b) नहीं
4. (a) सत्य (b) सत्य

प्रश्नावली 5.1

1. गलत तरीके से देखने पर अधिक त्रुटियों की संभावना है।
 2. सही माप संभव होगा।
 3. हाँ (क्योंकि C, A और B के बीच में है)
 4. B, A और C के बीच में है।
 5. D, \overline{AG} का मध्यबिंदु है। (क्योंकि, $AD = DG = 3$ इकाई)।
 6. $AB = BC$ और $BC = CD$, इसलिए $AB = CD$
 7. किसी त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं की लंबाई का योग उसकी तीसरी भुजा की लंबाई से कभी भी कम नहीं हो सकती है।

प्रश्नावली 5.2

1. (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{3}{4}$
 (e) $\frac{3}{4}$ (f) $\frac{3}{4}$
2. (a) 6 (b) 8 (c) 8 (d) 2
3. (a) पश्चिम (b) पश्चिम (c) उत्तर (d) दक्षिण
 [(d), के उत्तर में इससे कोई अंतर नहीं पड़ता है कि हम घड़ी की दिशा में या घड़ी की विपरीत दिशा में घूर्णन करें, क्योंकि एक पूरा घूर्णन हमें प्रारंभिक स्थिति में ले आएगा]।
4. (a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{3}{4}$ (c) $\frac{1}{2}$
5. (a) 1 (b) 2 (c) 2 (d) 1
 (e) 3 (f) 2
6. (a) 1 (b) 3 (c) 4
 (d) 2 (घड़ी की दिशा में या घड़ी की विपरीत दिशा में)
7. (a) 9 (b) 2 (c) 7 (d) 7
 (हम केवल घड़ी की दिशा का ही विचार करेंगे)

प्रश्नावली 5.3

1. (i) \rightarrow (c); (ii) \rightarrow (d); (iii) \rightarrow (a); (iv) \rightarrow (e);
(v) \rightarrow (b).
2. न्यून कोणः (a) और (f); अधिक कोणः (b); समकोणः (c); ऋजु कोणः (e); प्रतिवर्ती कोणः (d)

प्रश्नावली 5.4

1. (i) 90° ; (ii) 180° .
2. (a) सत्य (b) असत्य (c) सत्य (d) सत्य
(e) सत्य
3. (a) न्यून कोणः $23^\circ, 89^\circ$; (b) अधिक कोणः $91^\circ, 179^\circ$.
7. (a) न्यून कोण (b) अधिक कोण (यदि कोण 180° से कम है)।
(c) ऋजु कोण (d) न्यून कोण (e) अधिक कोण
9. $90^\circ, 30^\circ, 180^\circ$
10. आवर्धन शीशे से देखने पर कोण के माप में कोई अंतर नहीं आता।

प्रश्नावली 5.5

1. (a) और (c) 2. 90°
3. एक 30° - 60° - 90° सेट स्क्वेयर है तथा दूसरा 45° - 45° - 90° सेट स्क्वेयर है।
 90° अंश का कोण (अर्थात् समकोण उसमें सार्व है)।
4. (a) हाँ (b) हाँ (c) $\overline{BH}, \overline{DF}$ (d) सभी सत्य हैं।

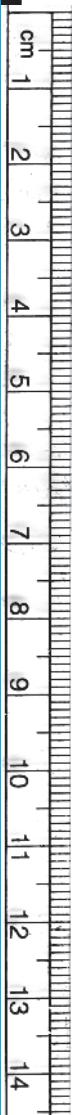
प्रश्नावली 5.6

1. (a) विषमबाहु त्रिभुज (b) विषमबाहु त्रिभुज
(c) समबाहु त्रिभुज (d) समकोण त्रिभुज
(e) समद्विबाहु समकोण त्रिभुज (f) न्यून कोण त्रिभुज
2. (i) \rightarrow (e); (ii) \rightarrow (g); (iii) \rightarrow (a); (iv) \rightarrow (f);
(v) \rightarrow (d); (vi) \rightarrow (c); (vii) \rightarrow (b)
3. (a) न्यूनकोण और समद्विबाहु त्रिभुज (b) समकोण और विषमबाहु
(c) अधिककोण और समद्विबाहु (d) समकोण और समद्विबाहु
(e) समबाहु और न्यून कोण (f) अधिक कोण और विषमबाहु
4. (b) यह संभव नहीं है। (ध्यान रखिए : त्रिभुज की दो भुजाओं की लंबाई का योग तीसरी भुजा की लंबाई से अधिक होता है)

प्रश्नावली 5.7

1. (a) सत्य (b) सत्य (c) सत्य (d) सत्य
(e) असत्य (f) असत्य

गणित



2. (a) जब आयत की सभी भुजाएँ समान होती हैं वह एक वर्ग बन जाता है।
 (b) जब समांतर चतुर्भुज का प्रत्येक कोण एक समकोण होता है, वह एक आयत बन जाता है।
 (c) जब समचतुर्भुज का प्रत्येक कोण समकोण होता है, वह एक वर्ग बन जाता है।
 (d) ये सभी चार भुजाओं वाले बहुभुज हैं।
 (e) वर्ग की सम्मुख भुजाएँ समांतर होती हैं, इसलिए यह समांतर चतुर्भुज है।
3. वर्ग एक सम चतुर्भुज है।

प्रश्नावली 5.8

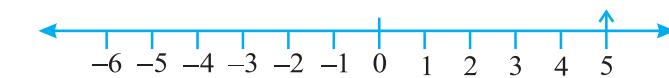
1. (a) बंद आकृति नहीं है, इसलिए वह बहुभुज नहीं है।
 (b) एक छह भुजाओं वाला बहुभुज है।
 (c) और (d) बहुभुज नहीं हैं, क्योंकि ये रेखाखंडों से नहीं बने हैं।
2. (a) चतुर्भुज (b) त्रिभुज
 (c) पंचभुज (पाँच भुजाओं वाला) (d) अष्टभुज

प्रश्नावली 5.9

1. (a) \rightarrow (ii); (b) \rightarrow (iv); (c) \rightarrow (v);
 (d) \rightarrow (iii); (e) \rightarrow (i).
2. (a), (b) और (c) घनाभ हैं; (d) एक बेलन है; (e) एक गोला है।

प्रश्नावली 6.1

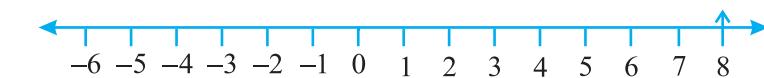
1. (a) भार में कमी (b) 30 किमी दक्षिण
 (c) 326 ई (d) 700 रु का लाभ
 (e) समुद्र तल से 100 मी नीचे।
2. (a) + 2000 (b) - 800 (c) + 200 (d) - 700
3. (a) + 5



(b) - 10



(c) + 8



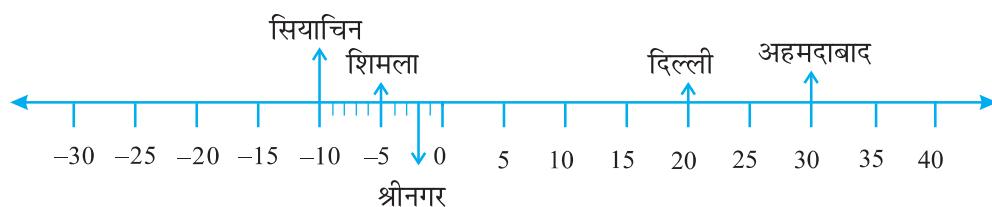
(d) - 1



(e) - 6



4. (a) F (b) ऋणात्मक पूर्णांक (c) $B \rightarrow +4$, $E \rightarrow -10$
 (d) E (e) D, C, B, A, O, H, G, F, E
 5. (a) -10°C , -2°C , $+30^{\circ}\text{C}$, $+20^{\circ}\text{C}$, -5°C
 (b)



- (c) सियाचिन (d) अहमदाबाद और दिल्ली
 6. (a) 9 (b) -3 (c) 0 (d) 10
 (e) 6 (f) 1
 7. (a) $-6, -5, -4, -3, -2, -1$ (b) $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$
 (c) $-14, -13, -12, -11, -10, -9$
 (d) $-29, -28, -27, -26, -25, -24$
 8. (a) $-19, -18, -17, -16$ (b) $-11, -12, -13, -14$
 9. (a) सत्य (b) असत्य; संख्या रेखा पर -100 संख्या -50 के बाईं ओर स्थित है।
 (c) असत्य; -1 सबसे बड़ा पूर्णांक है।
 (d) असत्य; -26 संख्या -25 से छोटी है।
 10. (a) 2 (b) -4 (c) बाईं ओर (d) दाईं ओर

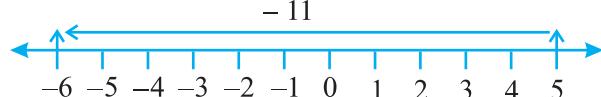
प्रश्नावली 6.2

1. (a) 8 (b) 0 (c) -4 (d) -5

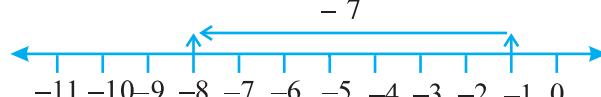
2. (a) 3



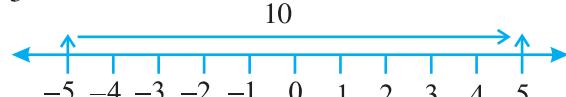
- (b) -6



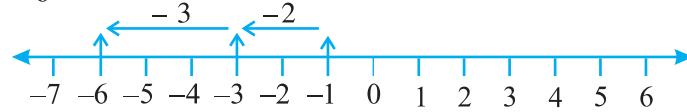
- (c) -8

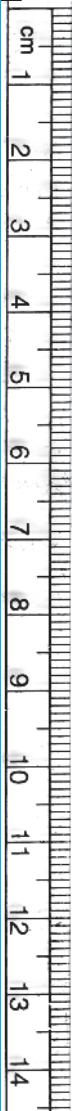


- (d) 5

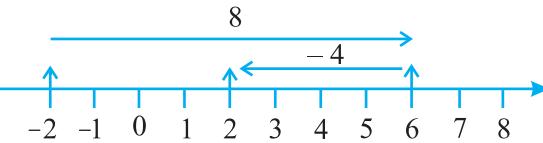


- (e) -6





(f) 2



3. (a) 4 (b) 5 (c) 9 (d) -100
 (e) -650 (f) -317
4. (a) -217 (b) 0 (c) -81 (d) 50
5. (a) 4 (b) -38

प्रश्नावली 6.3

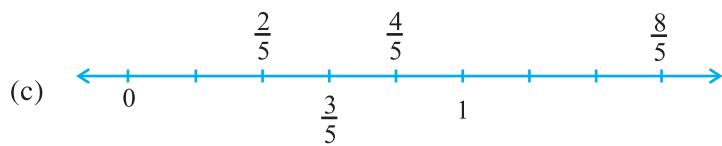
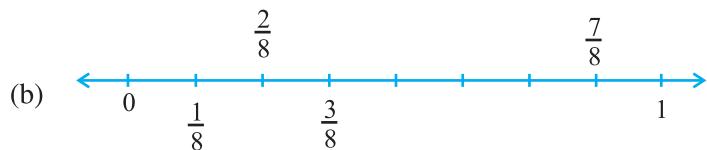
1. (a) 15 (b) -18 (c) 3 (d) -33
 (e) 35 (f) 8
2. (a) < (b) > (c) > (d) >
3. (a) 8 (b) -13 (c) 0 (d) -8
 (e) 5
4. (a) 10 (b) 10 (c) -105 (d) 92

प्रश्नावली 7.1

1. (i) $\frac{2}{4}$ (ii) $\frac{8}{9}$ (iii) $\frac{4}{8}$ (iv) $\frac{1}{4}$
 (v) $\frac{3}{7}$ (vi) $\frac{3}{12}$ (vii) $\frac{10}{10}$ (viii) $\frac{4}{9}$
 (ix) $\frac{4}{8}$ (x) $\frac{1}{2}$
3. छायाकित भाग दो गई भिन्न नहीं दर्शाता।
4. $\frac{8}{24}$ 5. $\frac{40}{60}$
6. (a) आर्या प्रत्येक सैंडविच को तीन समान भागों में बाँटेगा
 और प्रत्येक सैंडविच का एक भाग प्रत्येक को देगा (b) $\frac{1}{3}$
7. $\frac{2}{3}$ 8. 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12; $\frac{5}{11}$
9. 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113; $\frac{4}{12}$
10. $\frac{4}{8}$ 11. $\frac{3}{8}, \frac{5}{8}$

प्रश्नावली 7.2

1. (a)
-



2. (a) $6\frac{2}{3}$ (b) $2\frac{1}{5}$ (c) $2\frac{3}{7}$ (d) $5\frac{3}{5}$
 (e) $3\frac{1}{6}$ (f) $3\frac{8}{9}$
3. (a) $\frac{31}{4}$ (b) $\frac{41}{7}$ (c) $\frac{17}{6}$ (d) $\frac{53}{5}$
 (e) $\frac{66}{7}$ (f) $\frac{76}{9}$

प्रश्नावली 7.3

1. (a) $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8};$ हाँ (b) $\frac{4}{12}, \frac{3}{9}, \frac{2}{6}, \frac{1}{3}, \frac{6}{15};$ नहीं
 2. (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{4}{6}$ (c) $\frac{3}{9}$ (d) $\frac{2}{8}$
 (e) $\frac{3}{4}$ (i) $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{4}{8}$ (iii) $\frac{12}{16}$
 (iv) $\frac{8}{12}$ (v) $\frac{4}{16}$

(a), (ii); (b), (iv); (c), (i); (d), (v); (e), (iii)

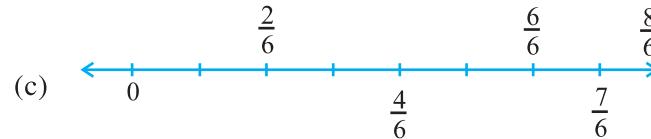
3. (a) 28 (b) 16 (c) 12 (d) 20
 (e) 3
4. (a) $\frac{12}{20}$ (b) $\frac{9}{15}$ (c) $\frac{18}{30}$ (d) $\frac{27}{45}$
5. (a) $\frac{9}{12}$ (b) $\frac{3}{4}$
6. (a) तुल्य (b) तुल्य नहीं (c) तुल्य नहीं
7. (a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{5}{2}$ (c) $\frac{6}{7}$ (d) $\frac{3}{13}$
 (e) $\frac{1}{4}$

8. रमेश $\rightarrow \frac{10}{20} = \frac{1}{2},$ शीलू $\rightarrow \frac{25}{50} = \frac{1}{2},$ जमाल $\rightarrow \frac{40}{80} = \frac{1}{2},$ हाँ

9. (i) \rightarrow (d) (ii) \rightarrow (e) (iii) \rightarrow (a)
 (iv) \rightarrow (c) (v) \rightarrow (b)

प्रश्नावली 7.4

1. (a) $\frac{1}{8} < \frac{3}{8} < \frac{4}{8} < \frac{6}{8}$ (b) $\frac{3}{9} < \frac{4}{9} < \frac{6}{9} < \frac{8}{9}$



$$\frac{5}{6} > \frac{2}{6}, \frac{3}{6} > \frac{0}{6}, \frac{1}{6} < \frac{6}{6}, \frac{8}{6} > \frac{5}{6}$$

2. (a) $\frac{3}{6} < \frac{5}{6}$ (b) $\frac{1}{7} < \frac{1}{4}$ (c) $\frac{4}{5} > \frac{0}{5}$ (d) $\frac{3}{20} < \frac{4}{20}$

4. (a) $\frac{1}{6} < \frac{1}{3}$ (b) $\frac{3}{4} > \frac{2}{6}$ (c) $\frac{2}{3} > \frac{2}{4}$ (d) $\frac{6}{6} = \frac{3}{3}$

$$\frac{5}{6} < \frac{5}{5}$$

5. (a) $\frac{1}{2} > \frac{1}{5}$ (b) $\frac{2}{4} = \frac{3}{6}$ (c) $\frac{3}{5} < \frac{2}{3}$ (d) $\frac{3}{4} > \frac{2}{8}$

$$(e) \frac{3}{5} < \frac{6}{5} \quad (f) \frac{7}{9} > \frac{3}{9} \quad (g) \frac{1}{4} = \frac{2}{8} \quad (h) \frac{6}{10} < \frac{4}{5}$$

$$(i) \frac{3}{4} < \frac{7}{8} \quad (j) \frac{6}{10} < \frac{4}{5} \quad (k) \frac{5}{7} = \frac{15}{21}$$

6. (a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{5}$ (c) $\frac{4}{25}$ (d) $\frac{4}{25}$

$$(e) \frac{1}{6} \quad (f) \frac{1}{5} \quad (g) \frac{1}{5} \quad (h) \frac{1}{6}$$

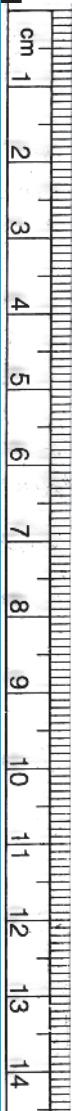
$$(i) \frac{4}{25} \quad (j) \frac{1}{6} \quad (k) \frac{1}{6} \quad (l) \frac{4}{25}$$

(a), (e), (h), (j), (k) ; (b), (f), (g) ; (c), (d), (i), (l)

7. (a) नहीं ; $\frac{5}{9} = \frac{25}{45}, \frac{4}{5} = \frac{36}{45}$ और $\frac{25}{45} \neq \frac{36}{45}$

(b) नहीं ; $\frac{9}{16} = \frac{81}{144}, \frac{5}{9} = \frac{80}{144}$ और $\frac{81}{144} \neq \frac{80}{144}$

(c) हाँ ; $\frac{4}{5} = \frac{16}{20}$



(d) नहीं ; $\frac{1}{15} = \frac{2}{30}$ और $\frac{2}{30} \neq \frac{4}{30}$

8. ईला कम पढ़ती है।

9. रोहित

10. दोनों कक्षाओं में प्रथम श्रेणी में पास हुए विद्यार्थियों की भिन्न ($\frac{4}{5}$) समान है।

प्रश्नावली 7.5

1. (a) +

(b) -

(c) +

2. (a) $\frac{1}{9}$

(b) $\frac{11}{15}$

(c) $\frac{2}{7}$

(d) 1

(e) $\frac{1}{3}$

(f) 1

(g) $\frac{1}{3}$

(h) $\frac{1}{4}$

(i) $\frac{3}{5}$

3. पूरी दीवार

4. (a) $\frac{4}{10} (= \frac{2}{5})$

(b) $\frac{8}{21}$

(c) $\frac{6}{6} (=1)$

(d) $\frac{7}{27}$

5. $\frac{2}{7}$

प्रश्नावली 7.6

1. (a) $\frac{17}{21}$

(b) $\frac{23}{30}$

(c) $\frac{46}{63}$

(d) $\frac{22}{21}$

(e) $\frac{17}{30}$

(f) $\frac{22}{15}$

(g) $\frac{5}{12}$

(h) $\frac{3}{6} (= \frac{1}{2})$

(i) $\frac{23}{12}$

(j) $\frac{6}{6} (=1)$

(k) 5

(l) $\frac{95}{12}$

(m) $\frac{9}{5}$

(n) $\frac{5}{6}$

2. $\frac{23}{20}$ मीटर

3. $\frac{17}{6}$

4. (a) $\frac{7}{8}$

(b) $\frac{7}{10}$

(c) $\frac{1}{3}$

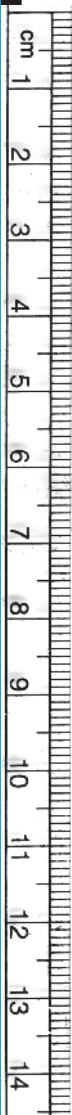
5. (a)

			+
			-
-			
$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	2	
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1	
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1	

(b)

			+
			-
-			
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{6}$	
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{12}$	
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$	

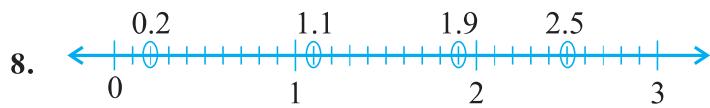
6. दूसरे टुकड़े की लंबाई = $\frac{5}{8}$ मी
 7. नंदिनी द्वारा तय की गई दूरी = $\frac{4}{10}$ ($= \frac{2}{5}$) मी
 8. आशा की अलमारी अधिक भरी है; $\frac{13}{30}$ से
 9. राहुल कम समय लेता है; $\frac{9}{20}$ मिनट से



प्रश्नावली 8.1

1.	सैकड़ा (100)	दहाई (10)	इकाई (1)	दशांश $\left(\frac{1}{10}\right)$
(a)	0	3	1	2

2.	सैकड़ा (100)	दहाई (10)	इकाई (1)	दशांश $\left(\frac{1}{10}\right)$
(a)	0	1	9	4
(b)	0	0	0	3
(c)	0	1	0	6
(d)	2	0	5	9



9. A, 0.8 सेमी; B, 1.3 सेमी; C, 2.2 सेमी; D, 2.9 सेमी

10. (a) 9.5 सेमी (b) 6.5 सेमी

प्रश्नावली 8.2

1.	इकाई	दशांश	शतांश	संख्या
(a)	0	2	6	0.26
(b)	1	3	8	1.38
(c)	1	2	8	1.28

2. (a) 3.25 (b) 102.63 (c) 30.025 (d) 211.902
(e) 12.241

3.	सैकड़ा	दहाई	इकाई	दशांश	शतांश	सहस्रांश
(a)	0	0	0	2	9	0
(b)	0	0	2	0	8	0
(c)	0	1	9	6	0	0
(d)	1	4	8	3	2	0
(e)	2	0	0	8	1	2

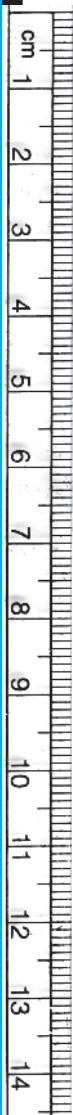
4. (a) 29.41 (b) 137.05 (c) 0.764
(d) 23.206 (e) 725.09
5. (a) शून्य दशमलव शून्य तीन (b) एक दशमलव दो शून्य
(c) एक सौ आठ दशमलव पाँच छः (d) दस दशमलव शून्य सात
(e) शून्य दशमलव शून्य तीन दो (f) पाँच दशमलव शून्य शून्य आठ

6. (a) 0 और 0.1 (b) 0.4 और 0.5
(c) 0.1 और 0.2 (d) 0.6 और 0.7
(e) 0.9 और 1.0 (f) 0.5 और 0.6

7. (a) $\frac{3}{5}$ (b) $\frac{1}{20}$ (c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{9}{50}$
(e) $\frac{1}{4}$ (f) $\frac{1}{8}$ (g) $\frac{33}{500}$

प्रश्नावली 8.3

1. (a) 0.4 (b) 0.07 (c) 3 (d) 0.5
(e) 1.23 (f) 0.19 (g) दोनों समान हैं (h) 1.490
(i) दोनों समान हैं (j) 5.64



प्रश्नावली 8.4

प्रश्नावली 8.5

प्रश्नावली 8.6

प्रश्नावली 9.1

अंक	मिलान चिह्न	विद्यार्थियों की संख्या
1		2
2		3
3		3
4		7
5		6
6		7
7		5
8		4
9		3

2.	मिठाई	मिलान चिह्न	विद्यार्थियों की संख्या
	लड्डू		11
	बर्फी		3
	जलेबी		7
	रसगुल्ला		9
			30

(b) ଲଡ଼କୁ

3.	संख्याएँ	मिलान चिह्न	कितनी बार
	1		7
	2		7
	3		5
	4		4
	5		11
	6		7

(a) 4 (b) 5 (c) 1 और 6

(ii) गाँव C

(iii) 3

4. (i) गाँव D

(iv) 28

5.

(b) नहीं

(c) 12

6. (a) सोमवार को 12 बल्ब बेचे गए। इसी प्रकार अन्य दिनों में बेचे गए बल्बों की संख्या ज्ञात की जा सकती है।

(b) रविवार को अधिकतम बल्ब बेचे गए।

(c) बधवार और शनिवार को समान संख्या में बल्ब बेचे गए।

(d) ब्रह्मवार और शनिवार को च्यनतम बल्लं

(e) सप्ताह में कल 86 बजे होते हैं।

(c) **प्रति** (b) 700

7. (a) $\sin C$

(b) 700

(c) अंगूठा, गोला, विनी रिंग

प्र० अनुवाद १२

1.

⊗ - 10 पशु

(a) 6

(b) गाँव B

(c) गाँव C

2.

 = 100 विद्यार्थी

1996	օ օ օ օ
1998	օ օ օ օ օ ժ
2000	օ օ օ օ ժ
2002	օ օ օ օ օ օ
2004	օ օ օ օ օ օ ժ

- A (a) 6 (b) 5 पूरे और 1 अधूरा
B दूसरा

प्रश्नावली 9.3

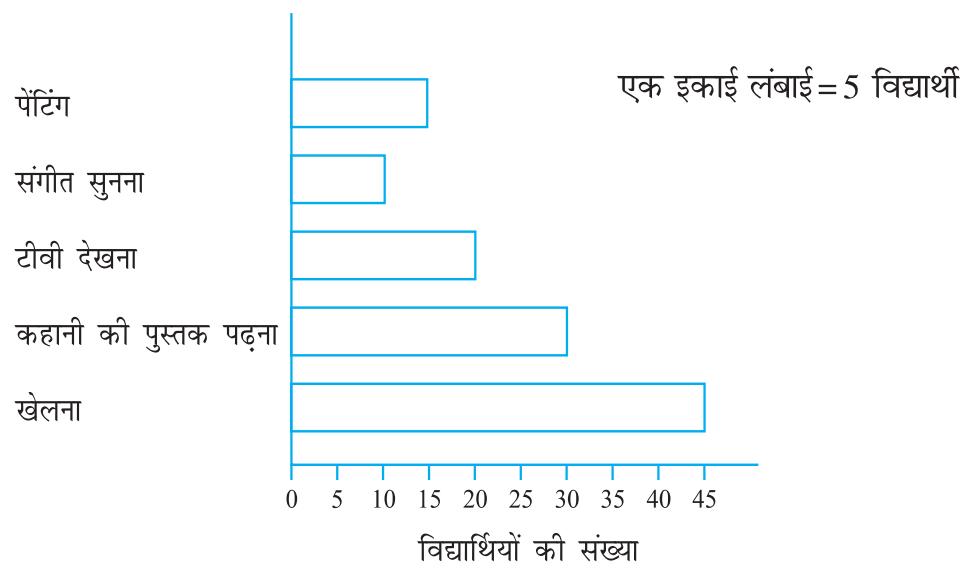
1. (a) 2002 (b) 1998

2. (a) यह दंड आलेख सोमवार से शनिवार तक बेची गई कमीजों की संख्या दर्शाता है।
(b) 1 इकाई = 5 कमीज
(c) शनिवार, 60
(d) मंगलवार
(e) 35

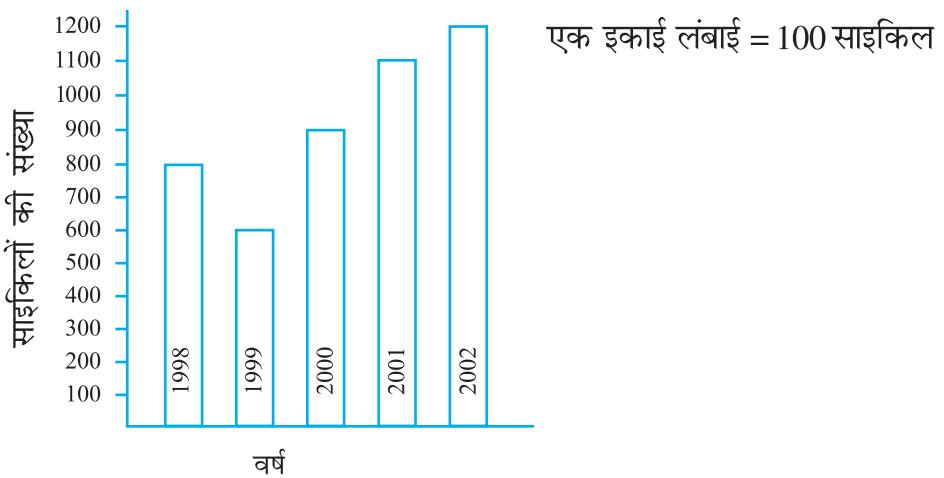
3. (a) यह दंड आलेख अजीज द्वारा विभिन्न विषयों में प्राप्त अंकों को प्रदर्शित करता है।
(b) हिंदी
(c) सामाजिक विज्ञान
(d) हिंदी-80, अंग्रेजी-60, गणित-70, विज्ञान-50 और सामाजिक विज्ञान-40.

प्रश्नावली 9.4

1.

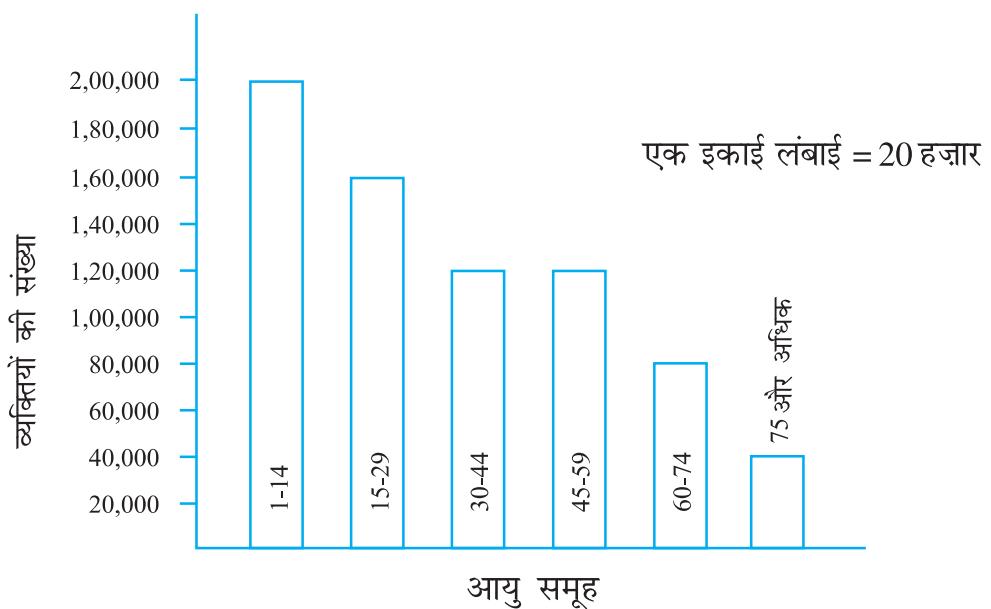


2.



- (a) 2002 (b) 1999

3.



- (a) 30-44, 45-59
(b) 1 लाख 20 हजार

प्रश्नावली 10.1

1. (a) 12 सेमी (b) 133 सेमी (c) 60 सेमी (d) 20 सेमी
(e) 15 सेमी (f) 52 सेमी

2. 100 सेमी अथवा 1 मी

3. 7.5 मी 4. 106 सेमी

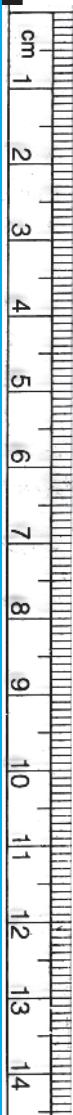
5. 9.6 किमी

6. (a) 12 सेमी (b) 27 सेमी (c) 22 सेमी

7. 39 सेमी 8. 48 मी

9. 5 मी 10. 20 सेमी

11. (a) 7.5 सेमी (b) 10 सेमी (c) 5 सेमी 12. 10 सेमी



- 13.** 20,000 रु **14.** 7200 रु **15.** बुलबुल
- 16.** (a) 100 सेमी (b) 100 सेमी (c) 100 सेमी (d) 100 सेमी
सभी आकृतियों का परिमाप समान है।
- 17.** (a) 6 मी (b) 10 मी (c) क्रास का परिमाप अधिक है।

प्रश्नावली 10.2

- 1.** (a) 9 वर्ग इकाई (b) 5 वर्ग इकाई (c) 4 वर्ग इकाई (d) 8 वर्ग इकाई
(e) 10 वर्ग इकाई (f) 4 वर्ग इकाई (g) 6 वर्ग इकाई (h) 5 वर्ग इकाई
(i) 9 वर्ग इकाई (j) 4 वर्ग इकाई (k) 5 वर्ग इकाई (l) 8 वर्ग इकाई
(m) 14 वर्ग इकाई (n) 18 वर्ग इकाई

प्रश्नावली 10.3

- 1.** (a) 12 वर्ग सेमी (b) 252 वर्ग सेमी (c) 6 वर्ग किमी (d) 1.4 वर्ग मी
2. (a) 100 वर्ग सेमी (b) 196 वर्ग सेमी (c) 25 वर्ग मी
3. (c) सबसे अधिक क्षेत्रफल (b) सबसे कम क्षेत्रफल
4. 6 मी **5.** 8000 रु **6.** 3.375 वर्ग मी
7. 15.33 वर्ग मी **8.** 11 वर्ग मी **9.** 12.96 वर्ग मी
10. (a) 28 वर्ग सेमी (b) 9 वर्ग सेमी
11. (a) 40 वर्ग सेमी (b) 245 वर्ग सेमी (c) 9 वर्ग सेमी
12. (a) 240 (b) 42

प्रश्नावली 11.1

- 1.** (a) $2n$ (b) $3n$ (c) $3n$ (d) $2n$
(e) $5n$ (f) $5n$ (g) $6n$
2. (a) और (d); प्रत्येक में तीलियों की संख्या 2 है।
3. $5n$ **4.** $50b$ **5.** $5s$
6. t किमी **7.** $8r, 64, 80$ **8.** $(x - 4)$ वर्ष
9. $l + 5$ **10.** $2x + 10$
11. (a) $3x + 1$, $x =$ वर्गों की संख्या (b) $2x + 1$, $x =$ त्रिभुजों की संख्या

प्रश्नावली 11.2

- 1.** $3l$ **2.** $6l$ **3.** $12l$ **4.** $d = 2r$
5. $(a + b) + c = a + (b + c)$

प्रश्नावली 11.3

- 2.** (c), (d)
3. (a) योग, अवकलन, योग, अवकलन
(b) गुणन, विभाजन, गुणन
(c) गुणन और योग, विभाजन और अवकलन
(d) गुणन, गुणन और योग, गुणन एवं अवकलन

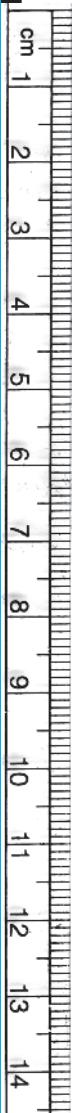
4. (a) $p + 7$ (b) $p - 7$ (c) $7 p$ (d) $\frac{p}{7}$
(e) $-m - 7$ (f) $-5p$ (g) $\frac{-p}{5}$ (h) $-5 p$
5. (a) $2m + 11$ (b) $2m - 11$ (c) $5y + 3$ (d) $5y - 3$
(e) $-8y$ (f) $-8 y + 5$ (g) $16 - 5y$ (h) $-5y + 16$
6. (a) $t + 4, t - 4, 4t, \frac{t}{4}, \frac{4}{t}, 4 - t, 4 + t$
(b) $2y + 7, 2y - 7, 7y + 2, \dots, \dots,$

प्रश्नावली 11.4

1. (a) (i) $y + 5$, (ii) $y - 3$ (iii) $6y$ (iv) $6y - 2$ (v) $3y + 5$
(b) $(3b - 4)$ मीटर (c) लंबाई = $5h$ सेमी
 $\text{चौड़ाई} = 5h - 10$ सेमी
(d) $s + 8, s - 7, 4s - 10$ (e) $(5v + 20)$ किमी
2. (a) एक पुस्तक की कीमत एक अभ्यास पुस्तिका की कीमत से तीन गुना है।
(b) टोनी के बक्स में टेबल पर रखे कंचों के 8 गुने कंचे हैं।
(c) स्कूल के विद्यार्थियों की कुल संख्या हमारी कक्षा के विद्यार्थियों की 20 गुनी है।
(d) जगू के चाचा की आयु जगू की आयु की 4 गुनी है और जगू की चाची की आयु उसके चाचा से 3 वर्ष कम है।
(e) बिंदुओं की संख्या पंक्तियों की संख्या की 5 गुनी है।

प्रश्नावली 11.5

1. (a) चर x में समीकरण
(e) चर x में समीकरण
(f) चर x में समीकरण
(h) चर n में समीकरण
(j) चर p में समीकरण
(k) चर y में समीकरण
(o) चर x में समीकरण
2. (a) नहीं (b) हाँ (c) नहीं (d) नहीं
(e) नहीं (f) हाँ (g) नहीं (h) नहीं
(i) हाँ (j) हाँ (k) नहीं (l) नहीं
(m) नहीं (n) नहीं (o) नहीं (p) नहीं
(q) हाँ
3. (a) 12 (b) 8 (c) 10 (d) 14
(e) 4 (f) -2
4. (a) 6 (b) 7 (c) 12 (d) 10
5. (a) 22 (b) 16 (c) 17 (d) 11

**प्रश्नावली 12.1**

- | | | | |
|-------------------|-------------------|---------------|--------------|
| 1. (a) 4 : 3 | (b) 4 : 7 | | |
| 2. (a) 1 : 2 | (b) 2 : 5 | | |
| 3. (a) 3 : 2 | (b) 2 : 7 | (c) 2 : 7 | |
| 4. 3 : 4 | 5. 5, 12, 25, हाँ | | |
| 6. (a) 3 : 4 | (b) 14 : 9 | (c) 3 : 11 | (d) 2 : 3 |
| 7. (a) 1 : 3 | (b) 4 : 15 | (c) 11 : 20 | (d) 1 : 4 |
| 8. (a) 3 : 1 | (b) 1 : 2 | | |
| 9. 17 : 550 | | | |
| 10. (a) 115 : 216 | (b) 101 : 115 | (c) 101 : 216 | |
| 11. (a) 3 : 1 | (b) 16 : 15 | (c) 5 : 12 | |
| 12. 15 : 7 | 13. 20 ; 100 | 14. 12 और 8 | 15. 20 और 16 |
| 16. (a) 3 : 1 | (b) 10 : 3 | (c) 13 : 6 | (d) 15 : 1 |

प्रश्नावली 12.2

- | | | | |
|--|----------|-----------|----------|
| 1. (a) हाँ | (b) नहीं | (c) नहीं | (d) नहीं |
| (e) हाँ | (f) हाँ | | |
| 2. (a) सत्य | (b) सत्य | (c) असत्य | (d) सत्य |
| (e) असत्य | (f) सत्य | | |
| 3. (a) सत्य | (b) सत्य | (c) सत्य | (d) सत्य |
| (e) असत्य | | | |
| 4. (a) हाँ, मध्य पद - 1 मी, 40 रु ; चरम पद - 25 सेमी, 160 रु | | | |
| (b) हाँ, मध्य पद - 65 ली, 6 बोतल ; चरम पद - 39 लीटर, 10 बोतल | | | |
| (c) नहीं | | | |
| (d) हाँ, मध्य पद - 2.5 लीटर, 4 रु ; चरम पद - 200 मिली, 50 रु | | | |

प्रश्नावली 12.3

- | | | |
|-----------------|---------------|-------------|
| 1. 210 रु | 2. 4500 रु | 3. 644 मिमी |
| 4. (a) 48.80 रु | (b) 10 किग्रा | |
| 5. 5 डिग्री | 6. 30, 000 रु | 7. 10 केला |
| 9. 300 लीटर | 10. मनीष | 8. 5 किग्रा |
| | | 11. अनूप |

प्रश्नावली 13.1

1. चार उदाहरण हैं : ब्लैकबोर्ड, टेबल की सतह, कैंची, कंप्यूटर डिस्क
2. रेखा l_2
3. (c) के अतिरिक्त, सभी सममित हैं

प्रश्नावली 13.2

- | | | |
|----------|-------|-------|
| 1. (a) 4 | (b) 4 | (c) 4 |
| (d) 1 | (e) 6 | (f) 6 |
| (g) 0 | (h) 0 | (i) 5 |

3. सममिति की रेखाओं की संख्या हैं :

समबाहु त्रिभुज -3; वर्ग-4; आयत-2; समद्विबाहु त्रिभुज-1;

समचतुर्भुज 2; वृत्त-अनगिनत

4. (a) हाँ; एक समद्विबाहु त्रिभुज

(b) नहीं

(c) हाँ; समबाहु त्रिभुज

(d) हाँ; एक विषमबाहु त्रिभुज

7. (a) A,H,I,M,O,T,U,V,W,X,Y

(b) B, C, D, E, H, I, K, O, X

(c) F, G, J, L, N, P, Q, R, S, Z

प्रश्नावली 13.3

1. सममिति की रेखाओं की संख्या :

(a) 4

(b) 1

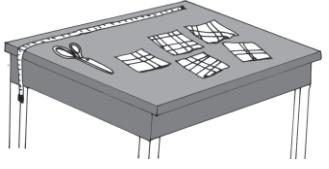
(c) 2

(d) 2

(e) 1

(f) 2

दिमागी-कसरत

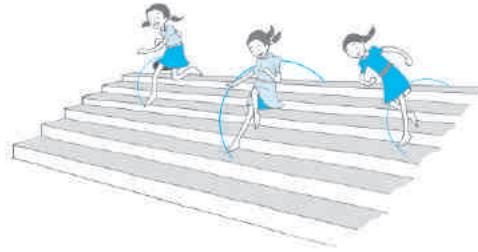
1. आमों की एक टोकरी से आमों को दो-दो के समूह में गिनने पर एक बचता है, तीन-तीन के समूहों में गिनने पर दो बचते हैं, चार-चार के समूह में गिनने पर तीन बचते हैं, पाँच-पाँच के समूह में गिनने पर चार बचते हैं, छह-छह के समूह में गिनने पर पाँच बचते हैं, लेकिन सात के समूह बनाकर गिनने पर कुछ शेष नहीं बचता। टोकरी में कम से कम कितने आम थे?
2. एक लड़के से 3, 5, 12 तथा एक और संख्या का ल.स. निकालने के लिए कहा गया। लेकिन परिकलन करते समय उसने 12 के स्थान पर 21 लिखा और फिर भी उसका उत्तर सही निकलता है। चौथी संख्या क्या हो सकती है?
3. कपड़े के पाँच टुकड़ों की लंबाई 15 मी, 21 मी, 36 मी, 42 मी, 48 मी है। एक मापने की छड़ी से ये सभी पूर्ण इकाई रूप में मापी जा सकती हैं। छड़ी की अधिकतम लंबाई क्या हो सकती है?
4. तीन पात्र हैं। उनमें से एक में पूरा 10 लीटर दूध ही आता है तथा वह पूरा भरा हुआ है। बाकी दोनों पात्रों में क्रमशः 7 लीटर और 3 लीटर दूध आता है। पात्रों में कोई मापन चिह्न नहीं है। एक ग्राहक ने 5 लीटर दूध माँगा। आप उसे उतना दूध कैसे देंगे? उसे आँखों द्वारा अनुमान का विश्वास नहीं होगा।
5. 27 में कौन सी दो अंकों वाली संख्याएँ जोड़ी जाएँ कि उसके संख्यांक बदल जाएँ?
6. सीमेंट का गारा बनाया जा रहा था जिसमें आयतन के हिसाब से सीमेंट और रेत का मिश्रण अनुपात 1:6 है। आयतन की 42 इकाई के गारे में कितना सीमेंट और मिलाया जाए कि नया अनुपात 2:9 हो जाए।
7. साधारण नमक के पानी के साथ मिश्रण में नमक और पानी का भार के अनुसार अनुपात 30:70 है। इस तरह के 1 किग्रा मिश्रण में से यदि 100 ग्राम पानी भाप बनकर उड़ जाए, तो भार के अनुसार नमक और पानी का अनुपात क्या हो जाएगा?
8. मधुमक्खियों के एक झुंड का आधा भाग सरसों के खेत में शहद इकट्ठा करने गया। शेष का तीन चौथाई गुलाब के बाग में चला गया। शेष बच्ची हुई 10 अभी तक निर्णय नहीं ले पाई। झुंड में कुल कितनी मधुमक्खियाँ थीं?


9. 15 बच्चे एक वृत्ताकार घेरे में बैठे हैं। उन्हें कहा गया है कि वे अपने एकदम अगले से अगले को रूमाल दें। यह खेल तब रुक जाएगा जब रूमाल वापस उसी बच्चे के पास आएगा जिसने खेल प्रारंभ किया था। इसे इस प्रकार लिखा जा सकता है: $1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 9 \rightarrow 11 \rightarrow 13 \rightarrow 15 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 8 \rightarrow 10 \rightarrow 12 \rightarrow 14 \rightarrow 1$, यहाँ हम देख सकते हैं कि रूमाल सभी बच्चों के हाथों में आया।
- (i) क्या होगा, यदि रूमाल बाएँ से बीच में हर बार दो बच्चे छोड़कर देना शुरू करें? क्या तब प्रत्येक बच्चे को रूमाल मिलेगा?
- (ii) क्या होगा, यदि बीच में तीन बच्चे छोड़े जाएँ? आप क्या देखते हैं? किन स्थितियों में सभी को रूमाल मिलता है और किन स्थितियों में नहीं?
- इस खेल को 16, 17, 18, 19, 20 बच्चों के साथ खेलकर देखिए। आप क्या देखते हैं?
10. दो संख्याएँ 9 और 16 लें। 9 को 16 से भाग देकर शेषफल प्राप्त करें। शेषफल क्या होगा, जब 2×9 को 16 से भाग करें, 3×9 को 16 से भाग करें, 4×9 को 16 से भाग करें, 5×9 को 16 से भाग करें... 15×9 को 16 से भाग करें। शेषफलों की सूची बनाइए। अब संख्या 12 और 14 लीजिए। शेषफलों की सूची बनाइए, जब $12, 12 \times 2, 12 \times 3, 12 \times 4, 12 \times 5, 12 \times 6, 12 \times 7, 12 \times 8, 12 \times 9, 12 \times 10, 12 \times 11, 12 \times 12, 12 \times 13$ को 14 से भाग करें। क्या उपरोक्त दोनों स्थितियों में कुछ अंतर दिखाई देता है?
11. आपको दो पात्र दिए जाते हैं जिनकी धारिता क्रमशः 9 लीटर और 5 लीटर है। पात्रों पर न तो कोई मापन चिह्न है और न ही दृश्य अनुमान संभव है। नल से 3 लीटर पानी कैसे इकट्ठा करेंगे (आप पात्र का प्रयोग पानी डालने के लिए कर सकते हैं)। यदि पात्रों की धारिता क्रमशः 8 लीटर और 6 लीटर हो तो क्या आप 5 लीटर पानी इकट्ठा कर सकते हैं?
12. एक सभागृह की पूर्वी दीवार का क्षेत्रफल 108 वर्ग मीटर है, उत्तरी दीवार का क्षेत्रफल 135 वर्ग मीटर है और फर्श का क्षेत्रफल 180 वर्ग मीटर है। सभागृह की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
13. यदि दो अंकों की एक संख्या के इकाई अंक में से 4 घटाया जाए और दहाई अंक में 4 जोड़ा जाए तो इस प्रकार प्राप्त संख्या दोगुनी हो जाती है। संख्या ज्ञात कीजिए।
14. दो नाविक एक नदी के दो सम्मुख किनारों से एक साथ विपरीत दिशा में चलने के 45 मिनट बाद एक दूसरे को पार (cross) करते हैं। वे जब तक नाव चलाते हैं जब तक कि दूसरे किनारे पर पहुँच कर वापस उसी प्रारंभिक किनारे पर न आ जाएँ। वे दोबारा एक दूसरे को कब पार करेंगे?

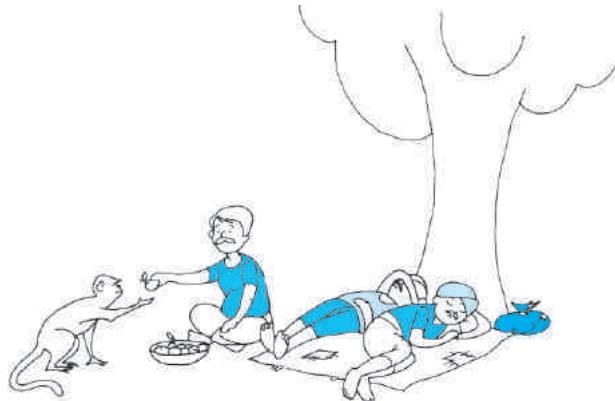




15. तीन लड़कियाँ सीढ़ियाँ उतर रही हैं। एक लड़की दो सीढ़ी एक कदम में उतरती है। दूसरी तीन सीढ़ी और तीसरी चार सीढ़ी एक कदम में उतरती है। वे तीनों सीढ़ियों के शुरू होने के पहले स्थान पर अपने पैरों के निशान छोड़ते हुए चलती हैं। वे सभी वे सभी अंतिम सीढ़ी पर एक साथ पहुँचती हैं। कितनी सीढ़ियों पर केवल एक जोड़ा पैरों के निशान होंगे? क्या कोई ऐसी भी सीढ़ी है जिस पर पैरों के निशान नहीं होंगे?
16. सैनिकों के एक समूह को तीन-तीन पंक्तियाँ बनाकर एक कतार में खड़े होने को कहा गया। यह देखा गया कि एक सैनिक बच जाता है। जब उन्हें पाँच-पाँच की पंक्ति में खड़े होने को कहा गया तब दो सैनिक बच जाते हैं। जब उन्हें सात-सात की पंक्ति में खड़े होने को कहा गया तब तीन सैनिक बच जाते हैं। समूह में कुल कितने सैनिक थे?
17. चार बार 9 का प्रयोग कर विभिन्न संक्रियाएँ +, -, \times , इत्यादि लगाकर 100 प्राप्त कीजिए।
18. $2 \times 2 \times 2 \dots \times 2$ (30 बार) के गुणनफल में कितने अंक होंगे?
19. यदि एक व्यक्ति 30 किमी प्रति घंटे की चाल से चलता है तो अपने गंतव्य स्थान पर 5 मिनट देरी से पहुँचता है। यदि वह 40 किमी प्रति घंटे की चाल से चले तो 10 मिनट जल्दी पहुँच जाता है। प्रारंभिक स्थान से गंतव्य स्थान की दूरी ज्ञात कीजिए?
20. दो वाहनों की चालों का अनुपात 2:3 है। यदि पहला वाहन 50 किमी दूरी 3 घंटे में तय करता है तो दूसरा वाहन 2 घंटे में कितनी दूरी तय करेगा?
21. श्री नटराजन् की आय का व्यय के साथ अनुपात 7:5 का है। यदि वह एक महीने में 2000 रु बचाता है तो उसकी आय कितनी होगी?
22. एक लॉन की लंबाई का चौड़ाई से अनुपात 3:5 है। इसमें बाड़ लगाने का खर्चा 3200 रु आया जो कि 2 रु प्रति मीटर की दर से है। लॉन को 10 रु प्रति वर्ग मीटर की दर से विकसित करने पर कितना खर्च आएगा?
23. यदि अंगूठे के लिए एक, तर्जनी (Index) उँगली के लिए दो, मध्यमा (Middle) के लिए तीन, अनामिका (Ring) उँगली के लिए चार, कनिष्ठिका (Little) उँगली के लिए पाँच और इसी प्रकार पीछे से गणना करते हुए छह अनामिका उँगली के लिए, सात मध्यमा उँगली के लिए, आठ तर्जनी उँगली के लिए, नौ अंगूठे के लिए, दस तर्जनी उँगली के लिए, ग्यारह मध्यमा उँगली के लिए, बारह अनामिका उँगली के लिए, तेरह कनिष्ठिका उँगली के लिए, चौदह अनामिका उँगली और इसी तरह आगे भी गिनती करते जाएँ तो किस उँगली के लिए एक हजार गिनेगें।



24. आम के एक बाग से तीन मित्रों ने मिलकर कुछ आम तोड़े और इन्हें इकट्ठा कर सो गए। कुछ समय बाद उनमें से एक मित्र उठा और उसने इकट्ठे किए गए आमों को तीन बराबर भागों में बाँटा तो 1 आम बच गया। जिसे उसने बंदर को खिला दिया और एक भाग अपने पास रखकर फिर सो गया। थोड़ी देर बाद दूसरा मित्र उठा और उसने भी शेष आमों को अनजाने में तीन बराबर भागों में बाँटा तो 1 आम बच गया जिसे उसने बंदर को खिला दिया और एक भाग अपने पास रखकर सो गया। थोड़ी देर बाद तीसरा मित्र उठा उसने भी शेष बचे आमों को अनजाने में तीन बराबर भागों में बाँटा तो 1 आम बच गया जिसे उसने बंदर को खिला दिया और अपना एक भाग अपने पास रखकर सो गया। कुछ देर बाद तीनों मित्र एक साथ उठे तो 30 आम मिले। बताइए प्रारंभ में कुल कितने आम तोड़े गए थे?



25. विशिष्ट संख्या

एक संख्या है जो बहुत विशिष्ट है। यह संख्या अपने अंकों के योगफल की तिगुनी है। क्या आप यह संख्या ज्ञात कर सकते हैं?

26. 10 पौधों को सीधी रेखाओं में ऐसे लगाना है कि प्रत्येक रेखा में ठीक-ठीक 4 पौधे आ जाएँ।



27. निम्नलिखित प्रत्येक क्रम में अगली संख्या लिखिए :

- (a) 1, 5, 9, 13, 17, 21, ...
- (b) 2, 7, 12, 17, 22, ...
- (c) 2, 6, 12, 20, 30, ...
- (d) 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...
- (e) 1, 3, 6, 10, 15, ...

28. नीचे दी गए कथन के क्रम को देखिए।

$$31 \times 39 = 13 \times 93$$

प्रत्येक पक्ष में दोनों संख्याएँ सह-अभाज्य हैं और संगत संख्याओं के क्रम को संख्याओं को बदलकर प्राप्त किया जा सकता है। ऐसे ही कुछ और संख्या युग्मों को लिखने का प्रयास कीजिए।

उत्तरमाला

1. 119
2. 28
3. 3 मी
4. व्यक्ति उनसे अलग एक खाली बर्टन लेता है।



- 3 लीटर वाले पात्र की सहायता से 9 लीटर दूध 10 लीटर वाले पात्र से खाली पात्र में डाल लेगा, इस प्रकार 1 लीटर दूध 10 लीटर वाले पात्र में बच जाएगा। 7 लीटर वाले पात्र की मदद से 7 लीटर दूध अलग वाले पात्र से निकालेगा और उसे 10 लीटर वाले पात्र में डाल देगा। अब 10 लीटर वाले पात्र में $1+7 = 8$ लीटर दूध होगा।
- 3 लीटर वाले पात्र की सहायता से वह तीन लीटर दूध 10 लीटर वाले पात्र में से निकालेगा। इस प्रकार उसमें $8 - 3 = 5$ लीटर दूध बच जाएगा जो कि वह ग्राहक को देगा।
5. 14, 25, 36, 47, 58, 69
 6. 2 इकाई
 7. 1 : 2
 8. 80
 9. (i) नहीं, सभी बच्चों को यह प्राप्त नहीं होगा।
(ii) सभी प्राप्त करेंगे।
 10. 9, 2, 11, 4, 13, 6, 15, 8, 1, 10, 3, 12, 5, 14, 7
12, 10, 8, 6, 4, 2, 0, 12, 10, 8, 6, 4
 11. 9 लीटर के पात्र को भरिए। 5 लीटर वाले पात्र की सहायता से उसमें से 5 लीटर निकाल लें। अब 5 लीटर वाले पात्र को खाली कर दें। बचा हुआ 4 लीटर इस 9 लीटर वाले पात्र में से 5 लीटर वाले पात्र में डाल दें।
अब 9 लीटर वाले पात्र को पुनः भरें। 5 लीटर वाले पात्र को भर लें। 9 लीटर वाले पात्र में 8 लीटर रह जाता है। पाँच लीटर वाले पात्र को खाली कर लें। 9 लीटर वाले पात्र से इसे भर लें। 9 लीटर वाले पात्र में 3 लीटर बच जाएगा।
 12. लंबाई = 9 मी
 13. 36
 14. 90 मिनट

15. वे सीढ़ियाँ जिनमें पैरों के एक जोड़े के निशान हैं - 2, 3, 9, 10

वे सीढ़ियाँ जिन पर कोई निशान नहीं हैं - 1, 5, 7, 11

16. 52

17. $99 + \frac{9}{9}$

18. 10

19. 30 किमी

20. 50 किमी

21. 7000 रु प्रति माह

22. 15,00,000 रु

23. तर्जनी उँगली

24. 106 आम

25. 27

26. एक व्यवस्था की जा सकती है • • •
 •
 •
 •

27. (a) 25 (b) 27 (c) 42 (d) 21 (e) 21

28. एक ऐसा युग्म है $13 \times 62 = 31 \times 26$