ਗਣਿਤ

(ਸੱਤਵੀਂ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਲਈ)

ਪੰਜਾਬ ਸਕੂਲ ਸਿੱਖਿਆ ਬੋਰਡ
ਸਾਹਿਬਜ਼ਾਦਾ ਅਜੀਤ ਸਿੰਘ ਨਗਰ

ਐਡੀਸ਼ਨ : 2015 .... 50,000 ਕਾਪੀਆਂ

ਰਿਵਾਈਜ਼ਡ ਐਡੀਸ਼ਨ : 2017............2,69,000 ਕਾਪੀਆਂ

[This book has been adopted with the kind permission of the National Council of Educational Research and Training, New Delhi]

ਅਨੁਵਾਦਕ : ਸ. ਹਰਮਿੰਦਰ ਸਿੰਘ (ਔਲਖ)
ਸ.ਸ. ਸਕੂਲ ਖਮਾਣੋਂ
ਫਤਿਹਗੜ੍ਹ ਸਾਹਿਬ

ਸੰਯੋਜਕ : ਪ੍ਰਿਤਪਾਲ ਸਿੰਘ ਕਥੂਰੀਆ
ਵਿਸ਼ਾ ਮਾਹਿਰ
ਪੰਜਾਬ ਸਕੂਲ ਸਿੱਖਿਆ ਬੋਰਡ

ਚਿੱਤਰਕਾਰ : ਮਨਜੀਤ ਸਿੰਘ ਢਿੱਲੋਂ

ਚੇਤਾਵਨੀ

1. ਕੋਈ ਵੀ ਏਜੰਸੀ-ਹੋਲਡਰ ਵਾਧੂ ਪੈਸੇ ਵਸੂਲਣ ਦੇ ਮੰਤਵ ਨਾਲ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕਾਂ ਤੇ ਜਿਲਦ-ਸਾਜੀ ਨਹੀਂ ਕਰ ਸਕਦਾ। (ਏਜੰਸੀ-ਹੋਲਡਰਾਂ ਨਾਲ ਹੋਏ ਸਮਝੌਤੇ ਦੀ ਧਾਰਾ ਨੰ. 7 ਅਨੁਸਾਰ)
2. ਪੰਜਾਬ ਸਕੂਲ ਸਿੱਖਿਆ ਬੋਰਡ ਦੁਆਰਾ ਛਪਵਾਈਆਂ ਅਤੇ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ਿਤ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕਾਂ ਦੇ ਜਾਅਲੀ ਨਕਲੀ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ਨਾਂ (ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕਾਂ) ਦੀ ਛਪਾਈ, ਪ੍ਰਕਾਸ਼ਨ, ਸਟਾਕ ਕਰਨਾ, ਜਮ੍ਹਾਂ-ਖੋਰੀ ਜਾਂ ਵਿਕਰੀ ਆਦਿ ਕਰਨਾ ਭਾਰਤੀ ਦੰਡ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਫੌਜਦਾਰੀ ਜੁਰਮ ਹੈ।

   (ਪੰਜਾਬ ਸਕੂਲ ਸਿੱਖਿਆ ਬੋਰਡ ਦੀਆਂ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕਾਂ ਬੋਰਡ ਦੇ 'ਵਾਟਰ ਮਾਰਕ' ਵਾਲੇ ਕਾਗਜ਼ ਉੱਪਰ ਹੀ ਛਪਵਾਈਆਂ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ।)

ਮੁੱਲ : 55/- ਰੁਪਏ

ਸਕੱਤਰ, ਪੰਜਾਬ ਸਕੂਲ ਸਿੱਖਿਆ ਬੋਰਡ, ਵਿੱਦਿਆ ਭਵਨ, ਫੇਜ਼-8 ਸਾਹਿਬਜ਼ਾਦਾ ਅਜੀਤ ਸਿੰਘ ਨਗਰ-160062 ਰਾਹੀਂ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ਿਤ ਅਤੇ ਐਸ. ਦਿਨੇਸ਼ ਐਂਡ ਕੰਪਨੀ ਡੀ-168 ਫੋਕਲ ਪੁਆਇੰਟ ਜਲੰਧਰ ਦੁਆਰਾ ਛਾਪੀ ਗਈ।

ਦੋ ਸ਼ਬਦ

ਪੰਜਾਬ ਸਕੂਲ ਸਿੱਖਿਆ ਬੋਰਡ ਪਾਠ-ਕ੍ਰਮਾਂ ਅਤੇ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕਾਂ ਨੂੰ ਸੋਧਣ ਅਤੇ ਤਿਆਰ ਕਰਨ ਦੇ ਕੰਮ ਵਿੱਚ ਜੁਟਿਆ ਹੋਇਆ ਹੈ। ਅੱਜ ਜਿਸ ਦੌਰ ਵਿੱਚੋਂ ਅਸੀਂ ਲੰਘ ਰਹੇ ਹਾਂ ਉਸ ਵਿੱਚ ਬੱਚਿਆਂ ਨੂੰ ਸਹੀ ਵਿੱਦਿਆ ਦੇਣਾ ਮਾਪਿਆਂ ਅਤੇ ਅਧਿਆਪਕਾਂ ਦੋਹਾਂ ਦੀ ਸਾਂਝੀ ਜ਼ਿੰਮੇਵਾਰੀ ਬਣਦੀ ਹੈ। ਇਸੇ ਜ਼ਿੰਮੇਵਾਰੀ ਅਤੇ ਵਿੱਦਿਅਕ ਜ਼ਰੂਰਤਾਂ ਨੂੰ ਸਮਝਦਿਆਂ ਹੋਇਆਂ ਗਣਿਤ ਵਿਸ਼ੇ ਦੇ ਪਾਠ-ਕ੍ਰਮਾਂ ਅਤੇ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕਾਂ ਵਿੱਚ ਨੈਸ਼ਨਲ ਕਰੀਕੁਲਮ ਫਰੇਮਵਰਕ-2005 ਅਨੁਸਾਰ ਕੁਝ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਪਰਿਵਰਤਨ ਕੀਤੇ ਜਾ ਰਹੇ ਹਨ।

ਸਕੂਲ ਕਰੀਕੁਲਮ ਵਿੱਚ ਗਣਿਤ ਵਿਸ਼ੇ ਦਾ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਯੋਗਦਾਨ ਹੈ ਅਤੇ ਲੋੜੀਂਦੇ ਸਿੱਖਿਅਕ ਨਤੀਜੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ ਚੰਗੀ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕ ਦਾ ਹੋਣਾ ਪਹਿਲੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕ ਵਿੱਚ ਵਿਸ਼ਾ ਸਮੱਗਰੀ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਥਾਪਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਜਿਸ ਨਾਲ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਤਰਕ ਸ਼ਕਤੀ ਪ੍ਰਫੁਲਿਤ ਹੋਣ ਦੇ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਵਿਸ਼ੇ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਦੀ ਯੋਗਤਾ ਵਿੱਚ ਵੀ ਵਾਧਾ ਹੋਵੇਗਾ। ਅਭਿਆਸਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੇ ਮਾਨਸਿਕ ਪੱਧਰ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਤਿਆਰ ਕੀਤੇ ਗਏ ਹਨ। ਇਹ ਪੁਸਤਕ ਰਾਸ਼ਟਰੀ ਵਿੱਦਿਆ ਖੋਜ ਅਤੇ ਸਿਖਲਾਈ ਸੰਸਥਾ ਵੱਲੋਂ ਸੱਤਵੀਂ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਲਈ ਤਿਆਰ ਕੀਤੀ ਗਈ ਗਣਿਤ ਵਿਸ਼ੇ ਦੀ ਪੁਸਤਕ ਦੀ ਅਨੁਸਾਰਤਾ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਪੁਸਤਕ ਐਨ.ਸੀ.ਈ.ਆਰ.ਟੀ ਤੋਂ ਪ੍ਰਵਾਨਗੀ ਲੈਣ ਉਪਰੰਤ ਪੰਜਾਬ ਸਕੂਲ ਸਿੱਖਿਆ ਬੋਰਡ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ।

ਇਸ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕ ਨੂੰ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਅਤੇ ਅਧਿਆਪਕਾਂ ਦੇ ਲਈ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਉਪਯੋਗੀ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਭਰਪੂਰ ਯਤਨ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਫਿਰ ਵੀ, ਪੁਸਤਕ ਨੂੰ ਹੋਰ ਚੰਗੇਰਾ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚੋਂ ਆਏ ਸੁਝਾਵਾਂ ਦਾ ਸਤਿਕਾਰ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇਗਾ।

ਚੇਅਰਮੈਨ

ਪੰਜਾਬ ਸਕੂਲ ਸਿੱਖਿਆ ਬੋਰਡ

NCERT ਦੀ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕ ਤਿਆਰ ਕਰਨ ਵਾਲੀ ਕਮੇਟੀ

ਵਿਗਿਆਨ ਅਤੇ ਗਣਿਤ ਦੇ ਸਲਾਹਕਾਰ ਸਮੂਹ ਦੇ ਚੇਅਰਮੈਨ

ਜੇ.ਵੀ. ਨਾਰਲੀਕਰ, ਇਮੀਰਿਟਸ ਪ੍ਰੋਫ਼ੈਸਰ, ਚੇਅਰਮੈਨ, ਆਈ.ਯੂ.ਸੀ.ਏ.ਏ. ਗਣੇਸ਼ਖਿੰਡ, ਪੂਨਾ ਯੂਨੀਵਰਸਿਟੀ, ਪੂਨਾ

ਮੁੱਖ ਸਲਾਹਕਾਰ

ਐੱਚ.ਕੇ. ਦੀਵਾਨ, ਵਿਦਿਆ ਭਵਨ ਸੋਸਾਇਟੀ, ਉਦੈਪੁਰ, ਰਾਜਸਥਾਨ

ਮੁੱਖ ਕੋਆਰਡੀਨੇਟਰ

ਹੁਕਮ ਸਿੰਘ, ਪ੍ਰੋਫ਼ੈਸਰ ਅਤੇ ਹੈੱਡ, ਡੀ.ਈ.ਐੱਸ.ਐਮ., ਐਨ.ਸੀ.ਈ.ਆਰ.ਟੀ., ਨਵੀਂ ਦਿੱਲੀ

ਮੈਂਬਰ

ਅੰਜਲੀ ਗੁਪਤਾ, ਟੀਚਰ, ਵਿਦਿਆ ਭਵਨ ਪਬਲਿਕ ਸਕੂਲ, ਉਦੈਪੁਰ, ਰਾਜਸਥਾਨ

ਅਵੰਤਿਕਾ ਦਾਮ, ਟੀ.ਜੀ.ਟੀ., ਸੀ.ਆਈ.ਈ. ਐਕਸਪੈਰੀਮੈਂਟਲ ਸਕੂਲ, ਸਿੱਖਿਆ ਵਿਭਾਗ, ਦਿੱਲੀ

ਐੱਚ.ਸੀ.ਪ੍ਰਧਾਨ, ਪ੍ਰੋਫ਼ੈਸਰ, ਹੋਮੀ ਭਾਬਾ ਸੈਂਟਰ ਫਾਰ ਸਾਇੰਸ ਐਜੂਕੇਸ਼ਨ ਟੀ.ਆਈ.ਐੱਫ.ਆਰ. ਮੁੰਬਈ, ਮਹਾਂਰਾਸ਼ਟਰ

ਮਹਿੰਦਰ ਸ਼ੰਕਰ ਲੈਕਚਰਾਰ (ਰਿਟਾ.) ਐਨ.ਸੀ.ਈ.ਆਰ.ਟੀ., ਨਵੀਂ ਦਿੱਲੀ

ਮੀਨਾ ਸ਼੍ਰੀਮਾਲੀ, ਟੀਚਰ, ਵਿਦਿਆ ਭਵਨ ਸੀ.ਸੈ.ਸਕੂਲ ਉਦੈਪੁਰ, ਰਾਜਸਥਾਨ

ਵੀ.ਪੀ. ਸਿੰਘ, ਰੀਡਰ, ਡੀ.ਈ.ਐੱਸ.ਐਮ., ਐਨ.ਸੀ.ਈ.ਆਰ.ਟੀ. ਨਵੀਂ ਦਿੱਲੀ

ਸੁਰੇਸ਼ ਕੁਮਾਰ ਸਿੰਘ ਗੌਤਮ, ਪ੍ਰੋਫ਼ੈਸਰ, ਡੀ.ਈ.ਐੱਸ.ਐਮ., ਐਨ.ਸੀ.ਈ.ਆਰ.ਟੀ., ਨਵੀਂ ਦਿੱਲੀ

ਸ਼੍ਰੀਜਾਤਾ ਦਾਸ, ਸੀਨੀ. ਲੈਕਚਰਾਰ, ਐਨ.ਸੀ.ਈ.ਆਰ.ਟੀ., ਨਵੀਂ ਦਿੱਲੀ

ਸ਼ਰੱਦਾ ਅਗਰਵਾਲ, ਪੀ.ਜੀ.ਟੀ., ਪਦਮਪਤ ਸਿੰਘਾਣੀਆ ਸਿੱਖਿਆ ਕੇਂਦਰ, ਕਾਨਪੁਰ (ਯੂ.ਪੀ.)

ਮੈਂਬਰ ਕੋਆਰਡੀਨੇਟਰ

ਆਸ਼ੂਤੋਸ਼ ਕੇ.ਵਧੂਲਵਾਰ, ਪ੍ਰੋਫ਼ੈਸਰ, ਡੀ.ਈ.ਐੱਸ.ਐਮ., ਐਨ.ਸੀ.ਈ.ਆਰ.ਟੀ., ਨਵੀਂ ਦਿੱਲੀ

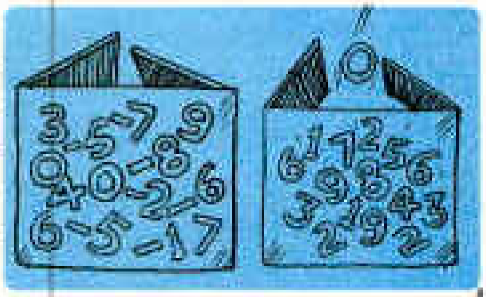
ਵਿਸ਼ਾ-ਸੂਚੀ

ਅਧਿਆਇ	1.	ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ	1
ਅਧਿਆਇ	2.	ਭਿੰਨਾਂ ਅਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵ	29
ਅਧਿਆਇ	3.	ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਬੰਧਨ	61
ਅਧਿਆਇ	4.	ਸਰਲ ਸਮੀਕਰਣ	85
ਅਧਿਆਇ	5.	ਰੇਖਾਵਾਂ ਅਤੇ ਕੋਣ	105
ਅਧਿਆਇ	6.	ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਗੁਣ	125
ਅਧਿਆਇ	7.	ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ	145
ਅਧਿਆਇ	8.	ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ	165
ਅਧਿਆਇ	9.	ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ	189
ਅਧਿਆਇ	10.	ਪ੍ਰਯੋਗਿਕ ਰੇਖਾ ਗਣਿਤ	209
ਅਧਿਆਇ	11.	ਪਰਿਮਾਪ ਅਤੇ ਖੇਤਰਫਲ	221
ਅਧਿਆਇ	12.	ਅਲਜਬਰਈ ਵਿਅੰਜਕ	245
ਅਧਿਆਇ	13.	ਘਾਤ-ਅੰਕ ਅਤੇ ਘਾਤ	265
ਅਧਿਆਇ	14.	ਸਮਮਿਤੀ	281
ਅਧਿਆਇ	15.	ਠੋਸ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦਾ ਚਿਤਰਨ	293
ਉੱਤਰਮਾਲਾ			309
ਦਿਮਾਗੀ ਕਸਰਤ			327

ਅਧਿਆਇ-1

ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ

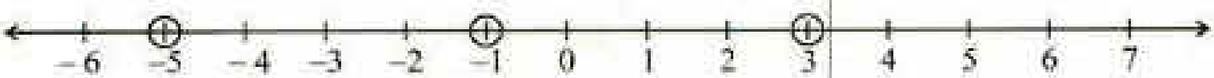
1.1 ਭੂਮਿਕਾ



ਅਸੀਂ ਛੇਵੀਂ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਪੂਰਨ ਅਤੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ। ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ, ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਤੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਵੱਡਾ ਸਮੂਹ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਤੁਸੀਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਤੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਕੀ ਅੰਤਰ ਪਾਇਆ ਹੈ? ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ, ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਗੁਣ ਅਤੇ ਕਿਰਿਆਵਾਂ (operation) ਬਾਰੇ ਹੋਰ ਜ਼ਿਆਦਾ ਪੜ੍ਹਾਂਗੇ। ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ, ਅਸੀਂ ਪਿਛਲੀ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਸਬੰਧ ਵਿੱਚ ਕੀਤੇ ਕੰਮਾਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਾਂਗੇ ਅਤੇ ਇਸ ਦੀ ਦੁਹਰਾਈ ਕਰਾਂਗੇ।

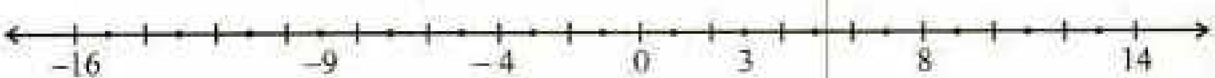
1.2 ਪੁਨਰ ਵਿਚਾਰ (Recall)

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਸੰਖਿਆਂ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਕੁੱਝ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇਨ੍ਹਾਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਵਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹੋ? ਇਨ੍ਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਵਧਦਾ ਕ੍ਰਮ – 5, – 1, 3 ਹੈ। ਅਸੀਂ – 5 ਨੂੰ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕਿਉਂ ਚੁਣਿਆ?

ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਈਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਘਟਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।



ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਇਹਨਾਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਘਟਦਾ ਕ੍ਰਮ 14,8,3 . . . . ਹੈ।

ਉੱਪਰ ਦਿਤੀ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਸਿਰਫ਼ ਕੁਝ ਹੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੀਆਂ ਹਨ। ਹਰੇਕ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਠੀਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਲਿਖੋ।

1. ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੋਈ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ।

–3 ਅਤੇ –2 ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਬਿੰਦੂ E ਅਤੇ F 'ਤੇ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। B, D, H, J, M ਅਤੇ O 'ਤੇ ਕਿਹੜੀਆਂ-ਕਿਹੜੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਰਸਾਈਆਂ ਜਾਣਗੀਆਂ?

2. ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 7,–5,4,0 ਅਤੇ –4 ਨੂੰ ਵਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ ਅਤੇ ਆਪਣੇ ਉੱਤਰ ਦੀ ਪੜਤਾਲ ਕਰਨ ਲਈ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਉ।

ਅਸੀਂ ਆਪਣੀ ਪਿਛਲੀ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਓ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ।

ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਕਥਨਾਂ ਨੂੰ ਪੜ੍ਹੋ: ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ

(i) ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ।

(ii) ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ।

(iii) ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਘਟਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ।

(iv) ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਘਟਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ।

ਦੱਸੋ ਕਿ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਕਥਨ ਸਹੀ ਹਨ ਜਾਂ ਗਲਤ। ਗਲਤ ਕਥਨ ਨੂੰ ਸਹੀ ਕਰੋ।

(i) ਜਦੋਂ ਦੋ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

(ii) ਜਦੋਂ ਦੋ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

(iii) ਜਦੋਂ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਅਤੇ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

(iv) ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ 8 ਦਾ ਜੁੜਨਯੋਗ ਉਲਟਕ੍ਰਮ (Additive inverse) (– 8) ਹੈ ਅਤੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ (– 8) ਦਾ ਜੁੜਨਯੋਗ ਉਲਟਕ੍ਰਮ (Additive inverse) 8 ਹੈ।

(v) ਘਟਾਓ ਕਰਨ ਲਈ, ਜਿਹੜੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਘਟਾਇਆ ਜਾਣਾ ਹੈ ਉਸਦੇ ਜੁੜਨਯੋਗ ਉਲਟਕ੍ਰਮ (Additive inverse) ਨੂੰ ਦੂਜੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਜੋੜ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ।

(vi) $(-10) + 3 = 10 - 3$

(vii) $8 + (-7) - (-4) \neq 8 + 7 - 4$

ਆਪਣੇ ਉੱਤਰਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਉੱਤਰਾਂ ਨਾਲ ਕਰੋ:

(i) ਸਹੀ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ :

(a) $56 + 73 = 129$ (b) $113 + 82 = 195$ ਆਦਿ ।

ਇਸ ਕਥਨ ਦੇ ਸਬੰਧ ਵਿੱਚ ਪੰਜ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਦਿਉ।

(ii) ਗਲਤ, ਕਿਉਂਕਿ $(-6)+(-7)=-13$ ਜੋ ਕਿ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਸਹੀ ਕਥਨ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੈ :

ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਦੋ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਕ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਉਦਾਹਰਣ:

(a) $(-56)+(-73)=-129$ (b) $(-113)+(-82)=-195$, ਆਦਿ ।

ਇਸ ਕਥਨ ਨੂੰ ਸਹੀ ਕਰਨ ਲਈ ਪੰਜ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਦਿਉ।

(iii) ਗਲਤ, ਕਿਉਂਕਿ $-9+16=7$, ਇਹ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਸਹੀ ਕਥਨ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੈ: ਜਦੋਂ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਅਤੇ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਜੋੜਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਅੰਤਰ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਵੱਡੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਉਸ ਅੰਤਰ ਦੇ ਪਹਿਲਾਂ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ। ਵੱਡੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਫੈਸਲਾ ਦੋਨਾਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਨਾ ਧਿਆਨ ਵਿੱਚ ਰੱਖ ਕੇ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ

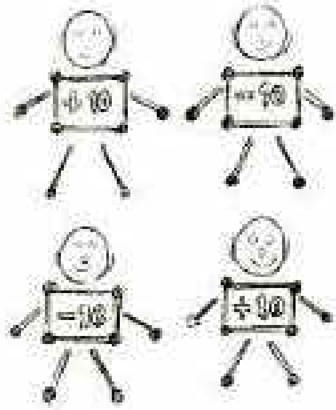
(a) $(-56)+(73)=17$ (b) $(-113)+82=-31$

(c) $16+(-23)=-7$ (d) $125+(-101)=24$

ਇਸ ਕਥਨ ਨੂੰ ਸਹੀ ਕਰਨ ਲਈ ਪੰਜ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਦਿਓ।

(iv) ਸਹੀ। ਜੁੜਨਯੋਗ ਉਲਟਕ੍ਰਮ (Additing inverse) ਦੀਆਂ ਕੁੱਝ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਹਨ :

ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ	ਜੁੜਨਯੋਗ ਉਲਟਕ੍ਰਮ
10	–10
–10	10
76	–76
–76	76



ਭਾਵ ਕਿ ਕਿਸੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ a ਦਾ ਜੁੜਨਯੋਗ ਉਲਟਕ੍ਰਮ $(-a)$ ਹੈ ਅਤੇ $(-a)$ ਦਾ ਜੁੜਨਯੋਗ ਉਲਟਕ੍ਰਮ a ਹੈ

(v) ਸਹੀ। ਘਟਾਓ, ਜੋੜ ਦਾ ਉਲਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਲਈ ਘਟਾਈ ਜਾਣ ਵਾਲੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਜੁੜਨਯੋਗ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਨੂੰ ਦੂਜੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਜੋੜ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਲਈ,

(a) $56-73=56+73$ ਦਾ ਜੁੜਨਯੋਗ ਉਲਟਕ੍ਰਮ $=56+(-73)=-17$

(b) $56-(-73)=56+(-73)$ ਦਾ ਜੁੜਨਯੋਗ ਉਲਟਕ੍ਰਮ $=56+73=129$

(c) $(-79)-45=(-79)+(-45)=-124$

(d) $(-100)-(-172)=-100+172=72$ ਆਦਿ ।

ਇਸ ਕਥਨ ਨੂੰ ਸੱਚ ਕਰਨ ਲਈ ਪੰਜ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਲਿਖੋ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕੋਈ ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a ਅਤੇ b ਲਈ

$a-b=a+b$ ਦਾ ਜੁੜਨਯੋਗ ਉਲਟਕ੍ਰਮ $=a+(-b)$

ਅਤੇ $a-(-b)=a+(-b)$ ਦਾ ਜੁੜਨਯੋਗ ਉਲਟਕ੍ਰਮ $=a+b$

(vi) ਗਲਤ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ $(-10)+3=-7$ ਅਤੇ $10-3=7$,

ਇਸ ਲਈ $(-10)+3\neq 10-3$ ਹੈ

(vii) ਗਲਤ, ਕਿਉਂਕਿ $8 + (-7) - (-4) = 8 + (-7) + 4 = 1 + 4 = 5$

ਅਤੇ $8 + 7 - 4 = 15 - 4 = 11$ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ

$8 + (-7) - (-4) \neq 8 - 7 + 4$ ਹੈ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਅਸੀਂ ਆਪਣੀ ਪਿਛਲੀ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨਾਲ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਰੂਪ (ਨਮੂਨੇ) (Pattern) ਪਤਾ ਕੀਤੇ ਹਨ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿਚੋਂ ਹਰੇਕ ਲਈ ਇੱਕ ਨਮੂਨਾ (Pattern) ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ? ਜੇਕਰ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰੋ।

(a) 7, 3, – 1, – 5, _____, _____, _____.

(b) – 2, – 4, – 6, – 8, _____, _____, _____.

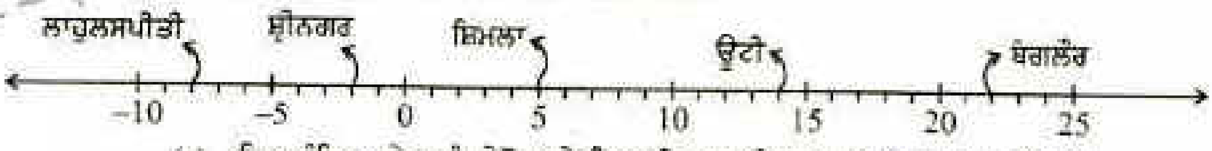
(c) 15, 10, 5, 0, _____, _____, _____.

(d) – 11, – 8, – 5, – 2, _____, _____, _____.

ਕੁੱਝ ਹੋਰ ਇਹੋ ਜਿਹੇ ਨਮੂਨੇ ਬਣਾਓ ਅਤੇ ਆਪਣੇ ਦੋਸਤਾਂ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰਨ ਲਈ ਕਹੋ।

ਅਭਿਆਸ 1.1

1. ਕਿਸੇ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਦਿਨ ਵਿੱਚ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਥਾਨਾਂ ਦੇ ਤਾਪਮਾਨ ਨੂੰ ਸੈਂਟੀਗਰੇਡ (C°) ਦਰਜੇ ਵਿੱਚ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਤੇ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ :

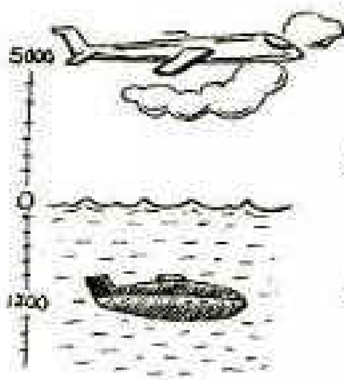


(a) ਇਸ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਨੂੰ ਦੇਖੋ ਅਤੇ ਇਸ 'ਤੇ ਦਰਸਾਏ ਸਥਾਨਾਂ ਦੇ ਤਾਪਮਾਨ ਲਿਖੋ।

(b) ਇਹਨਾਂ ਸਥਾਨਾਂ ਵਿਚੋਂ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਗਰਮ ਅਤੇ ਠੰਡੇ ਸਥਾਨਾਂ ਦੇ ਤਾਪਮਾਨ ਵਿੱਚ ਕੀ ਅੰਤਰ ਹੈ?

(c) ਲਾਹੁਲਸਪੀਤੀ ਅਤੇ ਸ਼੍ਰੀਨਗਰ ਦੇ ਤਾਪਮਾਨਾਂ ਵਿੱਚ ਕੀ ਅੰਤਰ ਹੈ?

(d) ਕੀ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸ਼ਿਮਲੇ ਅਤੇ ਸ਼੍ਰੀਨਗਰ ਦੇ ਤਾਪਮਾਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ, ਸ਼ਿਮਲੇ ਦੇ ਤਾਪਮਾਨ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ? ਕੀ ਇਹਨਾਂ ਦੋਨਾਂ ਸਥਾਨਾਂ ਦੇ ਤਾਪਮਾਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ, ਸ਼੍ਰੀਨਗਰ ਦੇ ਤਾਪਮਾਨ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ?



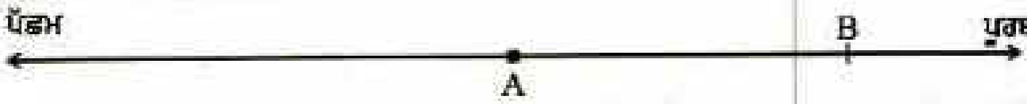
2. ਕਿਸੇ ਸਵਾਲਨਾਮੇ (quiz) ਵਿੱਚ ਸਹੀ ਉੱਤਰ ਦੇ ਧਨਾਤਮਕ ਅੰਕ ਦਿੱਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਗਲਤ ਉੱਤਰ ਦੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਅੰਕ ਦਿਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਜੇਕਰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਰਾਊਂਡ (rounds) ਵਿੱਚ ਜੈਕ ਨੇ 25, – 5, – 10, 15 ਅਤੇ 10 ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਹੋਣ ਤਾਂ ਦੱਸੋ ਕਿ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਉਸਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਕਿੰਨਾਂ ਸੀ।

3. ਸੋਮਵਾਰ ਨੂੰ ਸ਼੍ਰੀਨਗਰ ਦਾ ਤਾਪਮਾਨ – 5°C ਸੀ ਅਤੇ ਮੰਗਲਵਾਰ ਨੂੰ ਤਾਪਮਾਨ 2°C ਘੱਟ ਗਿਆ। ਮੰਗਲਵਾਰ ਨੂੰ ਸ਼੍ਰੀਨਗਰ ਦਾ ਤਾਪਮਾਨ ਕਿੰਨਾਂ ਸੀ? ਬੁੱਧਵਾਰ ਨੂੰ ਤਾਪਮਾਨ 4°C ਵੱਧ ਗਿਆ। ਬੁੱਧਵਾਰ ਨੂੰ ਤਾਪਮਾਨ ਕਿੰਨਾਂ ਸੀ?

4. ਇੱਕ ਹਵਾਈ ਜਹਾਜ ਸਮੁੰਦਰ ਤਲ ਤੋਂ 5000 ਮੀਟਰ ਦੀ ਉਚਾਈ 'ਤੇ ਉੱਡ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਇਹ ਹਵਾਈ ਜਹਾਜ਼ ਸਮੁੰਦਰ ਤਲ ਤੋਂ 1200 ਮੀਟਰ ਥੱਲੇ ਤੈਰਦੀ ਹੋਈ ਪਨਡੁੱਬੀ ਦੇ ਠੀਕ ਉੱਪਰ ਹੈ। ਪਨਡੁੱਬੀ ਅਤੇ ਹਵਾਈ ਜਹਾਜ ਦੇ ਵਿੱਚ ਸਿੱਧੀ (Vertical) ਦੂਰੀ ਕਿੰਨੀ ਹੈ?

5. ਮੋਹਨ ਆਪਣੇ ਬੈਂਕ ਖਾਤੇ ਵਿੱਚ ₹ 2000 ਜਮ੍ਹਾਂ ਕਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਅਗਲੇ ਦਿਨ ਇਸ ਵਿਚੋਂ ₹ 1642 ਕੱਢਵਾ ਲੈਂਦਾ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਕਢਾਈ ਗਈ ਰਾਸ਼ੀ ਨੂੰ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਜਮ੍ਹਾਂ ਕੀਤੀ ਰਾਸ਼ੀ ਨੂੰ ਤੁਸੀਂ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਰਸਾਓਗੇ ? ਕਢਾਉਣ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਮੋਹਨ ਦੇ ਖਾਤੇ ਵਿੱਚ ਬਕਾਇਆ ਰਾਸ਼ੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।

6. ਗੀਤਾ ਬਿੰਦੂ A ਤੋਂ ਪੂਰਬ ਵੱਲ ਬਿੰਦੂ B ਤੱਕ 20 ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਉਸੇ ਸੜ੍ਹਕ 'ਤੇ ਬਿੰਦੂ B ਤੋਂ ਉਹ 30 ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਦੀ ਦੂਰੀ ਪੱਛਮ ਵੱਲ ਤੈਅ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਪੂਰਬ ਵੱਲ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ ਨੂੰ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਪੱਛਮ ਵੱਲ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ ਨੂੰ ਤੁਸੀਂ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਰਸਾਓਗੇ ? ਬਿੰਦੂ A ਤੋਂ ਉਸਦੀ ਆਖਰੀ ਸਥਿਤੀ ਨੂੰ ਕਿਹੜੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਦਰਸਾਓਗੇ ?



7. ਕਿਸੇ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਲੇਟਵੇਂ-ਦਾਅ (row) ਖਾਨੇ, ਖੜ੍ਹੇ-ਦਾਅ(coloumn) ਖਾਨੇ ਅਤੇ ਟੇਡੇ ਖਾਨੇ (diagonal) ਦੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਸਮਾਨ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਦੱਸੋ ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਵਰਗਾਂ ਵਿਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ ਹੈ ?

5	–1	–4
–5	–2	7
0	3	–3

(i)

1	–10	0
–4	–3	–2
–6	4	–7

(ii)

8. a ਅਤੇ b ਦੇ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਮੁੱਲਾਂ ਵਾਸਤੇ $a - (-b) = a + b$ ਦੀ ਸੱਚਾਈ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰੋ।

(i) $a = 21, b = 18$ (ii) $a = 118, b = 125$

(iii) $a = 75, b = 84$ (iv) $a = 28, b = 11$

9. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਕਥਨਾਂ ਨੂੰ ਸੱਚ ਕਰਨ ਲਈ ਖਾਨੇ ਵਿੱਚ ਸੰਕੇਤ $>$, $<$ ਜਾਂ $=$ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰੋ :

(a) $(-8) + (-4)$ $\boxed{}$ $(-8) - (-4)$

(b) $(-3) + 7 - (19)$ $\boxed{}$ $15 - 8 + (-9)$

(c) $23 - 41 + 11$ $\boxed{}$ $23 - 41 - 11$

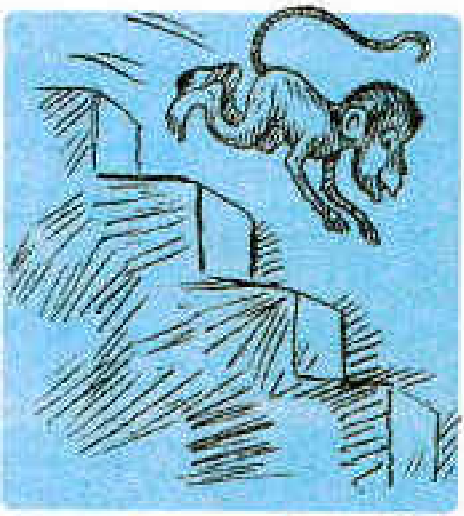
(d) $39 + (-24) - (15)$ $\boxed{}$ $36 + (-52) - (-36)$

(e) $-231 + 79 + 51$ $\boxed{}$ $-399 + 159 + 81$

10. ਪਾਣੀ ਦੇ ਇੱਕ ਤਲਾਬ ਵਿੱਚ ਅੰਦਰ ਵੱਲ ਪੌੜੀਆਂ ਹਨ। ਇੱਕ ਬਾਂਦਰ ਸਭ ਤੋਂ ਉੱਪਰ ਵਾਲੀ ਪੌੜੀ 'ਤੇ ਬੈਠਾ ਹੈ (ਭਾਵ ਕਿ ਪਹਿਲੀ ਪੌੜੀ)। ਪਾਣੀ ਨੌਵੀਂ ਪੌੜੀ ਤੱਕ ਹੈ।

(i) ਉਹ ਇੱਕ ਛਾਲ ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ ਪੌੜੀਆਂ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਅਤੇ ਅਗਲੀ ਛਾਲ ਵਿੱਚ ਦੋ ਪੌੜੀਆਂ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕਿੰਨੀਆਂ ਛਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਉਹ ਪਾਣੀ ਦੇ ਤਲ ਤੱਕ ਪਹੁੰਚੇਗਾ ?

(ii) ਪਾਣੀ ਪੀਣ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਉਹ ਵਾਪਿਸ ਜਾਣਾ ਚਾਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਵਾਸਤੇ ਉਹ ਇੱਕ ਛਾਲ



ਵਿੱਚ 4 ਪੌੜੀਆਂ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਅਤੇ ਅਗਲੀ ਛਾਲ ਲਈ 2 ਪੌੜੀਆਂ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕਿੰਨੀਆਂ ਛਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਉਹ ਵਾਪਿਸ ਸਭ ਤੋਂ ਉੱਪਰ ਵਾਲੀ ਪੌੜੀ 'ਤੇ ਪਹੁੰਚੇਗਾ ?

(iii) ਜੇਕਰ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਪਾਰ ਕੀਤੀਆਂ ਪੌੜੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨੂੰ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਪਾਰ ਕੀਤੀਆਂ ਪੌੜੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨੂੰ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਭਾਗ (i) ਅਤੇ (ii) ਵਿੱਚ ਉਸਦੀ ਗਤੀ ਨੂੰ ਦਰਸਾਓ:

(a) $-3 + 2 + \ldots = -8$ (b) $4 - 2 + \ldots = 8$.

(a) ਵਿੱਚ ਜੋੜ (-8) ਅੱਠ ਪੌੜੀਆਂ ਥੱਲੇ ਜਾਣ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ (b) ਵਿੱਚ ਜੋੜ 8 ਕਿਸ ਨੂੰ ਦਰਸਾਏਗਾ ?

1.3 ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਓ ਦੇ ਗੁਣ

1.3.1 ਜੋੜ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਸਮਾਪਨ (closure) ਗੁਣ

ਅਸੀਂ ਸਿੱਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਕਿ ਦੋ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਵੀ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ, $17 + 24 = 41$ ਹੈ, ਜੋ ਕਿ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੀ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਗੁਣ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਜੋੜ ਦਾ ਸਮਾਪਨ ਗੁਣ ਕਹਿਲਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਆਓ ਦੇਖੋ ਕਿ ਇਹ ਗੁਣ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਲਈ ਵੀ ਸੱਚ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ। ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਕੁੱਝ ਜੋੜੇ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਹਨ। ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਸਾਰਨੀ ਨੂੰ ਵੇਖੋ ਅਤੇ ਪੂਰਾ ਕਰੋ

ਕਥਨ	ਪ੍ਰੇਖਣ
(i) $17 + 23 = 40$	ਨਤੀਜਾ ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।
(ii) $(-10) + 3 =$ _____	_____________
(iii) $(-75) + 18 =$ _____	_____________
(iv) $19 + (-25) = -6$	ਨਤੀਜਾ ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।
(v) $27 + (-27) =$ _____	_____________
(vi) $(-20) + 0 =$ _____	_____________
(vii) $(-35) + (-10) =$ _____	_____________

ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਵੇਖਦੇ ਹੋ ? ਕੀ ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਹਮੇਸ਼ਾ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ? ਕੀ ਤੁਹਾਨੂੰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਕੋਈ ਜੋੜਾ ਮਿਲਿਆ ਜਿਹਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਹੈ ?

ਕਿਉਂਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ, ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜੋੜ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਬੰਦ (closed) ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ ਕੋਈ ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a ਅਤੇ b ਦੇ ਲਈ $a + b$ ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

1.3.2 ਘਟਾਓ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਸਮਾਪਨ (closure) ਗੁਣ

ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚੋਂ ਦੂਜੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਘਟਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ? ਕੀ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਅੰਤਰ ਵੀ ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ? ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸਾਰਨੀ ਨੂੰ ਵੇਖੋ ਤੇ ਇਸ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰੋ:

ਕਥਨ	ਪ੍ਰੇਖਣ
(i) $7 - 9 = -2$	ਨਤੀਜਾ ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।
(ii) $17 - (-21) =$ _______	_______
(iii) $(-8) - (-14) = 6$	ਨਤੀਜਾ ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।
(iv) $(-21) - (-10) =$ _______	_______
(v) $32 - (-17) =$ _______	_______
(vi) $(-18) - (-18) =$ _______	_______
(vii) $(-29) - 0 =$ _______	_______

ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਵੇਖਦੇ ਹੋ ? ਕੀ ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਕੋਈ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਾ ਜੋੜਾ ਹੈ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਅੰਤਰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਹੈ ? ਕੀ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਘਟਾਓ ਅੰਦਰਗਤ ਬੰਦ (closed) ਹਨ ? ਹਾਂ, ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਘਟਾਓ ਅੰਤਰਗਤ ਬੰਦ (closed) ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

ਭਾਵ ਕਿ ਜੇਕਰ a ਅਤੇ b ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੋਣ ਤਾਂ $a - b$ ਵੀ ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਕੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵੀ ਇਸ ਗੁਣ ਨੂੰ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਕਰਦੀਆਂ ਹਨ ?

1.3.3 ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ (Commutative Property)

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $3 + 5 = 5 + 3 = 8$ ਹੈ, ਮਤਲਬ ਦੋ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਵੀ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਜੋੜਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਦੂਜੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਲਈ ਕ੍ਰਮ-ਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ ਸੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਕੀ ਇਸ ਕਥਨ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਲਈ ਵੀ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ?

ਸਾਡੇ ਕੋਲ $5 + (-6) = -1$ ਅਤੇ $(-6) + 5 = -1$ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ $5 + (-6) = (-6) + 5$ ਹੈ।

ਕੀ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਬਰਾਬਰ ਹਨ ?

(i) $(-8) + (-9)$ ਅਤੇ $(-9) + (-8)$

(ii) $(-23) + 32$ ਅਤੇ $32 + (-23)$

(iii) $(-45) + 0$ ਅਤੇ $0 + (-45)$

ਪੰਜ ਹੋਰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਜੋੜੇ ਲੈ ਕੇ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ। ਕੀ ਤੁਹਾਨੂੰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਕੋਈ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਾ ਜੋੜਾ ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦੇ ਲਈ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਬਦਲਣ ਨਾਲ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਵੀ ਬਦਲ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ? ਬਿਨਾਂ ਸ਼ੱਕ ਨਹੀਂ । ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਨਤੀਜਾ ਕੱਢਿਆ ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਲਈ ਜੋੜ ਦਾ ਕ੍ਰਮ-ਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ ਸੱਚ ਹੈ। ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a ਅਤੇ b ਲਈ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ

$$a + b = b + a$$

- ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਘਟਾਓ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਸੱਚ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਕੀ ਇਹ ਗੁਣ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਸੱਚ ਹੈ ?

  ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ 5 ਅਤੇ (–3) ਲਓ। ਕੀ 5 – (–3) ਅਤੇ (–3) –5 ਬਰਾਬਰ ਹਨ ? ਨਹੀਂ, ਕਿਉਂਕਿ

  $5 - (-3) = 5 + 3 = 8$ ਅਤੇ $(-3) - 5 = -3 - 5 = -8$ ਹੈ।

  ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਪੰਜ ਜੋੜੇ ਲਓ ਅਤੇ ਇਸ ਕਥਨ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰੋ। ਅਸੀਂ ਇਹ ਨਤੀਜਾ ਕੱਢਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਘਟਾਉ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ ਸੱਚ ਨਹੀਂ ਹੈ।

1.3.4 ਸਹਿਚਾਰਤਾ-ਗੁਣ (Associative Property)

ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖੋ :

ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ –3, –2 ਅਤੇ –5 ਨੂੰ ਲਓ।

$(-5) + [(-3) + (-2)]$ ਅਤੇ $[(-5) + (-3)] + (-2)$ ਤੇ ਧਿਆਨ ਦਿਓ।

ਪਹਿਲੇ ਜੋੜ ਵਿੱਚ (–3) ਅਤੇ (–2) ਨੂੰ ਮਿਲਾ ਕੇ ਇੱਕ ਸਮੂਹ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਦੂਸਰੇ ਜੋੜ ਵਿੱਚ (–5) ਅਤੇ (–3) ਨੂੰ ਮਿਲਾ ਕੇ ਇੱਕ ਸਮੂਹ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਇਸ ਦੀ ਪੜਤਾਲ ਕਰਾਂਗੇ ਕਿ ਕੀ ਸਾਨੂੰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਨਤੀਜੇ ਮਿਲਦੇ ਹਨ ?

$(-5) + [(-3) + (-2)]$

$[(-5) + (-3)] + (-2)$

ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੋਨਾਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ –10 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਮਤਲਬ ਕਿ $\quad (-5) + [(-3) + (-2)] = [(-5) + (-2)] + (-3)$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, $\quad$ –3 , 1 ਅਤੇ –7 ਨੂੰ ਲਵੋ।

$(-3) + [1 + (-7)] = -3 + \_\_\_\_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_\_\_\_$

$[(-3) + 1] + (-7) = -2 + \_\_\_\_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_\_\_\_$

ਕੀ $(-3) + [1 + (-7)]$ ਅਤੇ $[(-3) + 1] + (-7)$ ਬਰਾਬਰ ਹਨ ?

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੀਆਂ ਕੋਈ ਪੰਜ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਲਵੋ। ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਕੋਈ ਵੀ ਉਦਾਹਰਣ ਨਹੀਂ ਮਿਲੇਗੀ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹੋਣ। ਇਹ ਪਤਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਜੋੜ ਸਹਿਕਾਰਤਾ ਗੁਣ (associative) ਸੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a, b ਅਤੇ c ਲਈ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

1.3.5 ਜੋੜਾਤਮਕ ਤਤਸਮਕ (Additive Identity)

ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ 0 (ਸਿਫ਼ਰ) ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਉਹੀ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ 0 (ਸਿਫ਼ਰ) ਇੱਕ ਜੋੜਾਤਮਕ ਤਤਸਮਕ (Additive Identity) ਹੈ। ਕੀ ਇਹ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਵੀ ਇੱਕ ਜੋੜਾਤਮਕ ਤਤਸਮਕ ਹੈ ?

ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਵੇਖੋ ਅਤੇ ਖਾਲੀ ਥਾਵਾਂ ਭਰੋ:

(i) $(-8)+0=-8$ (ii) $0+(-8)=-8$

(iii) $(-23)+0=$ _____ (iv) $0+(-37)=-37$

(v) $0+(-59)=$ _____ (vi) $0+$ _____ $=-43$

(vii) $-61+$ _____ $=-61$ (viii) _____ $+0=$ _____

ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਇਹ ਦੱਸਦੀਆਂ ਹਨ ਕਿ 0 (ਸਿਫ਼ਰ), ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਜੋੜਾਤਮਕ ਤਤਸਮਕ ਹੈ। ਤੁਸੀਂ ਕੋਈ ਪੰਜ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ 0 (ਸਿਫ਼ਰ) ਜੋੜ ਕੇ ਇਸ ਕਥਨ ਨੂੰ ਸੱਚ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਆਮ ਤੌਰ ਤੇ, ਕਿਸੇ ਵੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ a ਦੇ ਲਈ

$$a+0=a=0+a$$

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

1. ਇੱਕ ਇਹੋ ਜਿਹਾ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜਾ ਲਿਖੋ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਤੋਂ ਸਾਨੂੰ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇ :
   (a) ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ (b) ਸਿਫ਼ਰ
   (c) ਦੋਵੇਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ (d) ਦੋਵੇਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿਚੋਂ ਕੇਵਲ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ
   (e) ਦੋਵਾਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਇਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ
2. ਇੱਕ ਇਹੋ ਜਿਹਾ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜਾ ਲਿਖੋ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਅੰਤਰ ਤੋਂ ਸਾਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇ :
   (a) ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ (b) ਸਿਫ਼ਰ
   (c) ਦੋਵੇਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ (d) ਦੋਵੇਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਵਿਚੋਂ ਕੇਵਲ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ
   (e) ਦੋਵੇਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ

ਉਦਾਹਰਣ-1: ਇਹੋ ਜਿਹੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਲਿਖੋ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ

(a) ਜੋੜ -3 ਹੋਵੇ (b) ਅੰਤਰ -5 ਹੋਵੇ

(c) ਅੰਤਰ 2 ਹੋਵੇ (d) ਜੋੜ 0 ਹੋਵੇ

ਹੱਲ :

(a) $(-1)+(-2)=-3$ ਜਾਂ $(-5)+2=-3$

(b) $(-9)-(-4)=-5$ ਜਾਂ $(-2)-3=-5$

(c) $(-7)-(-9)=2$ ਜਾਂ $1-(-1)=2$

(d) $(-10)+10=0$ ਜਾਂ $5+(-5)=0$

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇਨ੍ਹਾਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਵਿੱਚ ਹੋਰ ਜੋੜੇ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ?

ਅਭਿਆਸ 1.2

1. ਇਹੋ ਜਿਹੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜਾ ਲਿਖੋ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ
   (a) ਜੋੜ –7 ਹੋਵੇ (b) ਅੰਤਰ –10 ਹੋਵੇ (c) ਜੋੜ 0 ਹੋਵੇ
2. (a) ਇੱਕ ਇਹੋ ਜਿਹਾ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜਾ ਲਿਖੋ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਅੰਤਰ 8 ਹੋਵੇ।
   (b) ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਲਿਖੋ ਜਿਹਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ (–5) ਹੋਵੇ।
   (c) ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਲਿਖੋ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਅੰਤਰ –3 ਹੋਵੇ।

3. ਕਿਸੇ ਕੁਇਜ਼ ਦੇ ਤਿੰਨ ਰਾਊਂਡਾਂ (rounds) ਵਿੱਚ ਟੀਮ A ਵੱਲੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਅੰਕ – 40, 10, 0 ਸਨ ਅਤੇ ਟੀਮ B ਵਲੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਅੰਕ 10, 0, – 40 ਸਨ। ਕਿਹੜੀ ਟੀਮ ਨੇ ਵੱਧ ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ? ਕੀ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਵੀ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਜੋੜਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ?
4. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਕਥਨਾਂ ਨੂੰ ਸੱਚ ਕਰਨ ਲਈ ਖਾਲੀ ਸਥਾਨ ਭਰੋ:
   (i) $(-5) + (-8) = (-8) + (\ldots\ldots\ldots\ldots)$
   (ii) $-53 + \ldots\ldots\ldots\ldots = -53$
   (iii) $17 + \ldots\ldots\ldots\ldots = 0$
   (iv) $[13 + (-12)] + (\ldots\ldots\ldots\ldots) = 13 + [(-12) + (-7)]$
   (v) $(-4) + [15 + (-3)] = [-4 + 15] + \ldots\ldots\ldots\ldots$

1.4 ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ

ਅਸੀਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਓ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਆਓ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਸਿੱਖੀਏ ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

1.4.1 ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਅਤੇ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਗੁਣਾ

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, ਪਤਾ ਕਰੋ:

$4 \times (-8)$,
$8 \times (-2)$,
$3 \times (-7)$,
$10 \times (-1)$

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ, ਬਾਰ-ਬਾਰ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਜੋੜ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ: $5 + 5 + 5 = \quad 3 \times 5 = 15$

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਨੂੰ ਵੀ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹੋ ?

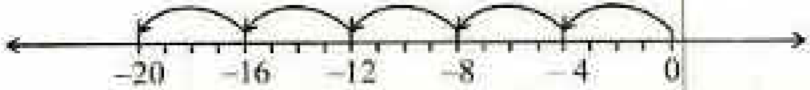
ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੀ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਤੋਂ, ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $(-5) + (-5) + (-5) = -15$ ਹੈ।

ਪ੍ਰੰਤੂ ਇਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵੀ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ:

$$(-5) + (-5) + (-5) = 3 \times (-5)$$

ਇਸ ਲਈ, $3 \times (-5) = -15$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, $(-4) + (-4) + (-4) + (-4) + (-4) = 5 \times (-4) = -20$



ਅਤੇ $(-3) + (-3) + (-3) + (-3) =$ __________ = __________

ਨਾਲ ਹੀ, $(-7) + (-7) + (-7) =$ __________ = __________

ਆਓ ਦੇਖੀਏ ਕਿ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕੀਤੇ ਬਗੈਰ ਇਕ ਧਨਾਤਮਕ ਜਾਂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ।

ਆਓ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ $3 \times (-5)$ ਪਤਾ ਕਰੀਏ। ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ 3×5 ਪਤਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਗੁਣਨਫਲ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਰਿਣ (–) ਲਗਾਓ। ਤੁਸੀਂ -15 ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋਗੇ। ਭਾਵ -15 ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ $-(3 \times 5)$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, $5 \times (-4) = -(5 \times 4) = -20$ ਹੈ।

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਪਤਾ ਕਰੋ:

$4 \times (-8) =$ _____ = _____, $3 \times (-7) =$ _____ = _____

$6 \times (-5) =$ _____ = _____, $2 \times (-9) =$ _____ = _____

ਇਸੇ ਤਰੀਕੇ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ

$10 \times (-43) =$ _____ $-(10 \times 43) = -430$

ਹੁਣ ਤੱਕ ਅਸੀਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ (ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ) × (ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ) ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਹੈ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਪਤਾ ਕਰੋ:

(i) $6 \times (-19)$

(ii) $12 \times (-32)$

(iii) $7 \times (-22)$

ਆਓ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ (ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ) (ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ) ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਗੁਣਾ ਕਰੀਏ।

ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ -3×5 ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਇਹ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਨਮੂਨੇ ਨੂੰ ਵੇਖੋ:

ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ :

$$3 \times 5 = 15$$
$$2 \times 5 = 10 = 15 - 5$$
$$1 \times 5 = 5 = 10 - 5$$
$$0 \times 5 = 0 = 5 - 5$$

ਇਸ ਲਈ,

$$-1 \times 5 = 0 - 5 = -5$$
$$-2 \times 5 = -5 - 5 = -10$$
$$-3 \times 5 = -10 - 5 = -15$$

ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਕਿ $3 \times (-5) = -15$

ਇਸ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $(-3) \times 5 = -15 = 3 \times (-5)$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਨਮੂਨਿਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ, ਅਸੀਂ $(-5) \times 4 = -20 = 5 \times (-4)$ ਵੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਨਮੂਨਿਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ $(-4) \times 8$, $(-3) \times 7$, $(-6) \times 5$ ਅਤੇ $(-2) \times 9$ ਪਤਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ ਕੀ

$$(-4) \times 8 = 4 \times (-8),\ (-3) \times 7 = 3 \times (-7),\ (-6) \times 5 = 6 \times (-5)$$

ਅਤੇ $(-2) \times 9 = 2 \times (-9)$ ਹੈ?

ਇਸ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, ਅਸੀਂ $(-33) \times 5 = 33 \times (-5) = -165$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਅਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਗੁਣਨਫਲ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਰਿਣ (–) ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਲਗਾਉਂਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

1. ਪਤਾ ਕਰੋ:
   (a) $15 \times (-16)$ (b) $21 \times (-32)$
   (c) $(-42) \times 12$ (d) -55×15
2. ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ ਕੀ
   (a) $25 \times (-21) = (-25) \times 21$ ਹੈ।
   (b) $(-23) \times 20 = 23 \times (-20)$ ਹੈ।

   ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਪੰਜ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਲਿਖੋ।

ਆਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਕੋਈ ਦੋ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ :

$$a \times (-b) = (-a) \times b = -(a \times b)$$

1.4.2 ਦੋ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ

ਕੀ ਤੁਸੀਂ $(-3) \times (-2)$ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ?

ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਵੇਖੋ।

$-3 \times 4 = -12$

$-3 \times 3 = -9 = -12 - (-3)$

$-3 \times 2 = -6 = -9 - (-3)$

$-3 \times 1 = -3 = -6 - (-3)$

$-3 \times 0 = 0 = -3 - (-3)$

$-3 \times -1 = 0 - (-3) = 0 + 3 = 3$

$-3 \times -2 = 3 - (-3) = 3 + 3 = 6$

ਕੀ ਤੁਹਾਨੂੰ ਕੋਈ ਨਮੂਨਾ (Pattern) ਦਿਖਾਈ ਦੇਂਦਾ ਹੈ? ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਗੁਣਨਫਲ ਕਿਵੇਂ ਬਦਲ ਗਏ ਹਨ।

ਇਨ੍ਹਾਂ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰੋ:

$-3 \times -3 =$ _____, $-3 \times -4 =$ _____

ਹੁਣ ਇਹਨਾਂ ਗੁਣਨਫਲਾਂ ਨੂੰ ਦੇਖੋ ਅਤੇ ਖਾਲੀ ਸਥਾਨਾਂ ਨੂੰ ਭਰੋ :

$-4 \times 4 = -16$

$-4 \times 3 = -12 = -16 + 4$

$-4 \times 2 =$ _____ $= -12 + 4$

$-4 \times 1 =$ _____

$-4 \times 0 =$ _____

$-4 \times (-1) =$ _____

$-4 \times (-2) =$ _____

$-4 \times (-3) =$ _____

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

(i) $(-5) \times 4$, ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, $(-5) \times (-6)$ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(ii) $(-6) \times 3$ ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ $(-6) \times (-7)$ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਇਨ੍ਹਾਂ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ

$(-3) \times (-1) = 3 = 3 \times 1$

$(-3) \times (-2) = 6 = 3 \times 2$

$(-3) \times (-3) = 9 = 3 \times 3$

ਅਤੇ $(-4) \times (-1) = 4 = 4 \times 1$

ਇਸ ਲਈ $(-4) \times (-2) = 4 \times 2 =$ _____

$(-4) \times (-3) =$ _____ $=$ _____

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇਨ੍ਹਾਂ ਗੁਣਨਫਲਾਂ ਨੂੰ ਦੇਖਦੇ ਹੋਏ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਦੋ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਦੋ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਗੁਣਨਫਲ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਧਨਾਤਮਕ ਚਿੰਨ੍ਹ (+) ਦਾ ਨਿਸ਼ਾਨ ਲਗਾਉਂਦੇ ਹਾਂ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $(-10) \times (-12) = 120$ ਹੈ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, $(-15) \times (-6) = 90$ ਹੈ।

ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਕੋਈ ਦੋ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a ਅਤੇ b ਦੇ ਲਈ,

$$(-a) \times (-b) = a \times b$$

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ ਪਤਾ ਕਰੋ: $(-31) \times (-100)$, $(-25) \times (-72)$, $(-83) \times (-28)$

ਖੇਡ-1

(i) ਇੱਕ ਇਹੋ ਜਿਹਾ ਬੋਰਡ ਲਓ ਜਿਸ 'ਤੇ –104 ਤੋਂ 104 ਤੱਕ ਦੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਰਸਾਈਆਂ ਹੋਣ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

(ii) ਇੱਕ ਥੈਲੇ ਵਿੱਚ ਦੋ ਨੀਲੇ ਅਤੇ ਦੋ ਲਾਲ ਪਾਸੇ ਲਵੋ। ਨੀਲੇ ਪਾਸਿਆਂ 'ਤੇ ਅੰਕਿਤ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਲਾਲ ਪਾਸਿਆਂ 'ਤੇ ਅੰਕਿਤ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ।

(iii) ਹਰੇਕ ਖਿਡਾਰੀ ਆਪਣੇ ਕਾਊਂਟਰ ਨੂੰ ਸਿਫ਼ਰ 'ਤੇ ਰੱਖੇਗਾ।

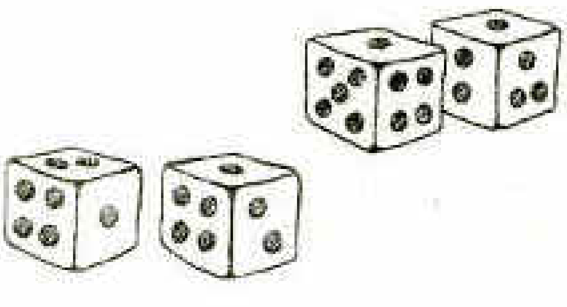
(iv) ਹਰੇਕ ਖਿਡਾਰੀ ਥੈਲੇ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਵਾਰ ਦੋ ਪਾਸੇ ਕੱਢੇਗਾ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸੁੱਟੇਗਾ।

104	103	102	101	100	99	98	97	96	95	94
83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93
82	81	80	79	78	77	76	75	74	73	72
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71
60	59	58	57	56	55	54	53	52	51	50
39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28
17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6
–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
–6	–7	–8	–9	–10	–11	–12	–13	–14	–15	–16
–27	–26	–25	–24	–23	–22	–21	–20	–19	–18	–17
–28	–29	–30	–31	–32	–33	–34	–35	–36	–37	–38
–49	–48	–47	–46	–45	–44	–43	–42	–41	–40	–39
–50	–51	–52	–53	–54	–55	–56	–57	–58	–59	–60
–71	–70	–69	–68	–67	–66	–65	–64	–63	–62	–61
–72	–73	–74	–75	–76	–77	–78	–79	–80	–81	–82
–93	–92	–91	–90	–89	–88	–87	–86	–85	–84	–83
–94	–95	–96	–97	–98	–99	–100	–101	–102	–103	–104

(v) ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ ਸੁੱਟਣ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਖਿਡਾਰੀ ਨੂੰ ਹਰ ਵਾਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਪਾਸਿਆਂ ਉੱਤੇ ਅੰਕਿਤ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰਨਾ ਹੈ।

(vi) ਜੇਕਰ ਗੁਣਨਫਲ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਤਾਂ ਖਿਡਾਰੀ ਆਪਣੇ ਕਾਊਂਟਰ ਨੂੰ 104 ਵੱਲ ਵਧਾਵੇਗਾ ਅਤੇ ਜੇਕਰ ਗੁਣਨਫਲ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਤਾਂ ਉਹ ਆਪਣੇ ਕਾਊਂਟਰ ਨੂੰ –104 ਵੱਲ ਵਧਾਵੇਗਾ।

(vii) ਜਿਹੜਾ ਖਿਡਾਰੀ ਪਹਿਲਾਂ –104 ਜਾਂ 104 'ਤੇ ਪਹੁੰਚੇਗਾ, ਉਹ ਜੇਤੂ ਹੋਵੇਗਾ।



1.4.3 ਤਿੰਨ ਜਾਂ ਤਿੰਨ ਤੋਂ ਵੱਧ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ

ਅਸੀਂ ਵੇਖਿਆ ਕਿ ਦੋ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਤਿੰਨ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ? ਚਾਰ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ? ਆਓ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਨੂੰ ਦੇਖੀਏ:

Euler ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲੇ ਗਣਿਤਕਾਰ ਸੀ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਨੇ ਆਪਣੀ ਕਿਤਾਬ Ankitung zur Algebra (1770) ਵਿੱਚ ਇਹ ਸਿੱਧ ਕਰਨ ਦਾ ਯਤਨ ਕੀਤਾ ਕਿ $(-1) \times (-1) = 1$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(a) $(-4) \times (-3) = 12$

(b) $(-4) \times (-3) \times (-2) = [(-4) \times (-3)] \times (-2) = 12 \times (-2) = -24$

(c) $(-4) \times (-3) \times (-2) \times (-1) = [(-4) \times (-3) \times (-2)] \times (-1) = (-24) \times (-1)$

(d) $(-5) \times [(-4) \times (-3) \times (-2) \times (-1)] = (-5) \times 24 = -120$

ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ

(a) ਦੋ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

(b) ਤਿੰਨ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

(c) ਚਾਰ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

(d) ਵਿੱਚ ਪੰਜ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਕੀ ਹੈ ?

6 ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ?

ਇਸ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਅਸੀਂ ਇਹ ਵੀ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਉੱਪਰ (a) ਅਤੇ (c) ਵਿੱਚ ਗੁਣਾ ਕੀਤੀਆਂ ਗਈਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਜਿਸਤ ਹੈ (ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਦੋ ਅਤੇ ਚਾਰ) ਅਤੇ (a) ਤੇ (c) ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਗੁਣਨਫਲ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ। (b) ਤੇ (d) ਵਿੱਚ ਗੁਣਾ ਕੀਤੇ ਗਏ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਟਾਂਕ ਹੈ ਅਤੇ (b) ਤੇ (d) ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਗੁਣਨਫਲ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

ਇੱਕ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਸਥਿਤੀ

ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਕਥਨਾਂ ਅਤੇ ਗੁਣਨਫਲਾਂ ਦੇ ਨਤੀਜੇ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ:

$(-1) \times (-1) = +1$

$(-1) \times (-1) \times (-1) = -1$

$(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = +1$

$(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = -1$

ਇਸ ਦਾ ਮਤਲਬ ਇਹ ਹੋਇਆ ਕਿ ਜੇਕਰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ (–1) ਨੂੰ ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆ ਵਾਰੀ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਗੁਣਨਫਲ +1 ਹੈ ਅਤੇ ਜੇਕਰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ (–1) ਨੂੰ ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆ ਵਾਰੀ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਗੁਣਨਫਲ –1 ਹੈ। ਤੁਸੀਂ ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੇ ਕਥਨ ਵਿੱਚ (–1) ਦੇ ਜੋੜੇ ਬਣਾਕੇ ਇਸ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਬਹੁਤ ਉਪਯੋਗੀ ਹੈ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਗੁਣਾ ਕੀਤੀਆਂ ਜਾਣ ਵਾਲੀਆਂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਜੇਕਰ ਜਿਸਤ ਹੈ ਤਾਂ ਗੁਣਨਫਲ ਧਨਾਤਮਕ ਹੈ ਅਤੇ ਜੇਕਰ ਗੁਣਾ ਕੀਤੀਆਂ ਜਾਣ ਵਾਲੀਆਂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਟਾਂਕ ਹੈ ਤਾਂ ਗੁਣਨਫਲ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

ਹਰੇਕ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੀਆਂ ਪੰਜ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਲੈ ਕੇ ਇਸ ਕਥਨ ਦੀ ਪੁਸ਼ਟੀ ਕਰੋ।

ਸੋਚੋ, ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ ਅਤੇ ਲਿਖੋ

(i) ਗੁਣਨਫਲ $(-9) \times (-5) \times (-6) \times (-3)$ ਧਨਾਤਮਕ ਹੈ, ਜਦੋਂ ਕਿ ਗੁਣਨਫਲ $(-9) \times (-5) \times 6 \times (-3)$ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੈ। ਕਿਉਂ ?

(ii) ਗੁਣਨਫਲ ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ, ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਵਾਰ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ?

(a) ਅੱਠ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਤੇ ਤਿੰਨ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ?

(b) ਪੰਜ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਤੇ ਚਾਰ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ?

(c) (–1) ਨੂੰ ਬਾਰਾਂ ਵਾਰ ?

(d) (–1) ਨੂੰ $2m$ ਵਾਰ ਇਥੇ m ਇੱਕ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ?

1.5 ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਦੇ ਗੁਣ

1.5.1 ਗੁਣਾ ਵਿੱਚ ਸਮਾਪਨ (Closer)

1. ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸਾਰਨੀ ਨੂੰ ਵੇਖੋ ਤੇ ਪੂਰਾ ਕਰੋ :

ਕਥਨ	ਨਤੀਜਾ
$(-20) \times (-5) = 100$	ਗੁਣਨਫਲ ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ
$(-15) \times 17 = -255$	ਗੁਣਨਫਲ ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ
$(-30) \times 12 =$ _____	
$(-15) \times (-23) =$ _____	
$(-14) \times (-13) =$ _____	
$12 \times (-30) =$ _____	

ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਵੇਖਦੇ ਹੋ ? ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਇਹੋ ਜਿਹਾ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜਾ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਜਿਸ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਹੈ ? ਨਹੀਂ, ਇਸ ਤੋਂ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਪਤਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਮੁੜ ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਗੁਣਾ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਬੰਦ (closed) ਹਨ।

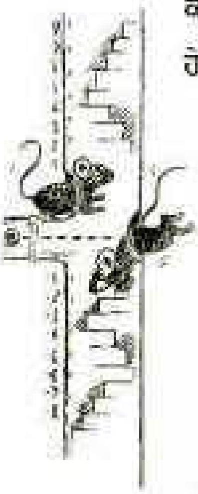
ਆਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ,

ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a ਅਤੇ b ਦੇ ਲਈ $a \times b$ ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

ਪੰਜ ਹੋਰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਪਤਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਉਪਰੋਕਤ ਕਥਨ ਨੂੰ ਸੱਚ ਕਰੋ।

1.5.2 ਗੁਣਾ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ (Commutativity of multiplication)

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਗੁਣਾ ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ ਸੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਕੀ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਵੀ ਗੁਣਾ ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ ਸੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ?



ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸਾਰਨੀ ਨੂੰ ਦੇਖੋ ਅਤੇ ਪੂਰਾ ਕਰੋ:

ਕਥਨ 1	ਕਥਨ 2	ਨਤੀਜਾ
$3 \times (-4) = -12$	$(-4) \times 3 = -12$	$3 \times (-4) = (-4) \times 3$
$(-30) \times 12 =$ _____	$12 \times (-30) =$ _____	
$(-15) \times (-10) = 150$	$(-10) \times (-15) = 150$	
$(-35) \times (-12) =$ _____	$(-12) \times (-35) =$	
$(-17) \times 0 =$ _____		
_________ = _____	$(-1) \times (-15) =$	

ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਵੇਖਦੇ ਹੋ ? ਉਪਰੋਕਤ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਤੋਂ ਪਤਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਲਈ ਗੁਣਾ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਸੱਚ ਹੈ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੀਆਂ ਪੰਜ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਲਿਖੋ ਅਤੇ ਸੱਚ ਲਈ ਜਾਂਚ ਕਰੋ।

ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਕੋਈ ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a ਅਤੇ b ਦੇ ਲਈ,

$$a \times b = b \times a$$

1.5.3 ਸਿਫ਼ਰ ਨਾਲ ਗੁਣਾ

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜਦੋਂ ਕਿਸੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਸਿਫ਼ਰ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ ਸਿਫ਼ਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਤੇ ਸਿਫ਼ਰ ਦੇ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਗੁਣਨਫਲਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖੋ। ਪਹਿਲਾਂ ਕੀਤੇ ਨਮੂਨਿਆਂ ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

$(-3) \times 0 = 0$

$0 \times (-4) = 0$

$-5 \times 0 =$ _____

$0 \times (-6) =$ _____

ਇਹ ਸਾਰਨੀ ਦਸਦੀ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਸਿਫ਼ਰ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਸਿਫ਼ਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਆਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਕਿਸੇ ਵੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ a ਲਈ,

$$a \times 0 = 0 \times a = 0$$

1.5.4 ਗੁਣਾਤਮਕ ਤਤਸਮਕ

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਲਈ 1 ਗੁਣਾਤਮਕ ਤਤਸਮਕ (multiplicative identity) ਹੈ। ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ 1 ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਵੀ ਗੁਣਾਤਮਕ ਤਤਸਮਕ ਹੈ। 1 ਦੇ ਨਾਲ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਗੁਣਨਫਲਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖੋ।

$(-3) \times 1 = -3$	$1 \times 5 = 5$
$(-4) \times 1 =$ _____	$1 \times 8 =$ _____
$1 \times (-5) =$ _____	$3 \times 1 =$ _____
$1 \times (-6) =$ _____	$7 \times 1 =$ _____

ਇਹ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ 1 ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਲਈ ਵੀ ਗੁਣਾਤਮਕ ਤਤਸਮਕ ਹੈ।

ਆਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਕਿਸੇ ਵੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ a ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ

$$a \times 1 = 1 \times a = a$$

ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਵੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ -1 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ? ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰੋ:

$3 \times (-1) = -3$

$(-6) \times (-1) =$ _____

$(-1) \times 13 =$ _____

$(-1) \times (-25) =$ _____

$18 \times (-1) =$ _____

> ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਲਈ ਸਿਫ਼ਰ ਜੁੜਾਤਮਕ ਤਤਸਮਕ (Additive Identity) ਹੈ ਜਦ ਕਿ 1 ਗੁਣਾਤਮਕ ਤਤਸਮਕ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਕਿਸੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ a ਨੂੰ (-1) ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਉਸ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਜੋੜ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਭਾਵ $a \times (-1) = (-1) \times a = -a$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਵੇਖਦੇ ਹੋ ?

ਕੀ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ -1 ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਲਈ ਗੁਣਾਤਮਕ ਤਤਸਮਕ ਹੈ ? ਨਹੀਂ।

1.5.5 ਗੁਣਾ ਦਾ ਸਹਿਚਾਰਤਾ ਗੁਣ (Associativity of Multiplication)

-3, -2 ਅਤੇ 5 ਨੂੰ ਲਵੋ।

$[(-3) \times (-2)] \times 5$ ਅਤੇ $(-3) \times [(-2) \times 5]$ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ।

ਸਥਿਤੀ-I ਵਿੱਚ (-3) ਅਤੇ (-2) ਨੂੰ ਮਿਲਾ ਕੇ ਇੱਕ ਸਮੂਹ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਸਥਿਤੀ-II ਵਿੱਚ, (-2) ਅਤੇ 5 ਨੂੰ ਮਿਲਾ ਕੇ ਇੱਕ ਸਮੂਹ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $[(-3) \times (-2)] \times 5 = 6 \times 5 = 30$

ਅਤੇ $(-3) \times [(-2) \times 5] = (-3) \times (-10) = 30$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਦੋਵਾਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਹੀ ਉੱਤਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, $[(-3) \times (-2)] \times 5 = (-3) \times [(-2) \times 5]$

ਹੇਠ ਲਿਖੇ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ ਅਤੇ ਗੁਣਨਫਲਾਂ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰੋ:

$[7 \times (-6)] \times 4 =$ ________ $\times 4 =$ ________

$7 \times [(-6) \times 4] = 7 \times$ ________ $=$ ________

ਕੀ $[7 \times (-6)] \times 4 = 7 \times [(-6) \times (4)]$ ਹੈ?

ਕੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਵੱਖ ਵੱਖ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਸਮੂਹਾਂ ਨਾਲ ਗੁਣਨਫਲ 'ਤੇ ਪ੍ਰਭਾਵ ਹੁੰਦਾ ਹੈ?

ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਕੋਈ ਤਿੰਨ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a, b ਅਤੇ c ਦੇ ਲਈ,

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

a, b ਅਤੇ c ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਲਈ ਪੰਜ ਮੁੱਲ ਲਵੋ ਅਤੇ ਇਸ ਗੁਣ ਦੀ ਸੱਚਾਈ ਦੀ ਪਰਖ ਕਰੋ।

ਇਸ ਲਈ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਤਿੰਨ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਸਮੂਹ ਬਣਾਉਣ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਗੁਣਾ ਦਾ ਸਹਿਚਾਰਤਾ ਗੁਣ ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ।

1.5.6 ਵੰਡਕਾਰੀ ਗੁਣ (Distributive Property)

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ

$16 \times (10 + 2) = (16 \times 10) + (16 \times 2)$ [ਜੋੜ ਤੇ ਗੁਣਾ ਦਾ ਵੰਡਕਾਰੀ ਨਿਯਮ]

ਆਓ ਜਾਂਚ ਕਰੀਏ ਕਿ ਕੀ ਇਹ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਵੀ ਸੱਚ ਹੈ? ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਵੇਖੋ:

(a) $(-2) \times (3 + 5) = -2 \times 8 = -16$

ਅਤੇ $[(-2) \times 3] + [(-2) \times 5] = (-6) + (-10) = -16$

ਇਸ ਲਈ, $(-2) \times (3 + 5) = [(-2) \times 3] + [(-2) \times 5]$

(b) $(-4) \times [(-2) + 7] = (-4) \times 5 = -20$

ਅਤੇ $[(-4) \times (-2)] + [(-4) \times 7] = 8 + (-28) = -20$

ਇਸ ਲਈ, $(-4) \times [(-2) + 7] = [(-4) \times (-2)] + [(-4) \times 7]$

(c) $(-8) \times [(-2) + (-1)] = (-8) \times (-3) = 24$

ਅਤੇ $[(-8) \times (-2)] + [(-8) \times (-1)] = 16 + 8 = 24$

ਇਸ ਲਈ, $(-8) \times [(-2) + (-1)] = [(-8) \times (-2)] + [(-8) \times (-1)]$

ਕੀ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਲਈ ਵੀ ਜੋੜ ਤੇ ਗੁਣਾ ਦਾ ਵੰਡਕਾਰੀ ਨਿਯਮ ਸੱਚ ਹੈ? ਹਾਂ

ਆਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਕੋਈ ਤਿੰਨ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a, b ਅਤੇ c ਦੇ ਲਈ,

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

a, b ਅਤੇ c ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਲਈ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਪੰਜ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਮੁੱਲ ਲਵੋ ਅਤੇ ਉਪਰਲੇ ਵੰਡਕਾਰੀ ਗੁਣ ਦੀ ਸੱਚਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

(i) ਕੀ $10 \times [(6 + (-2)] = 10 \times 6 + 10 \times (-2)$ ਹੈ ?

(ii) ਕੀ $(-15) \times [(-7) + (-1)] = (-15) \times (-7) + (-15) \times (-1)$ ਹੈ ?

ਹੁਣ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ :

ਕੀ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $4 \times (3 - 8) = 4 \times 3 - 4 \times 8$ ਹੈ?

ਆਓ ਇਸ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰੀਏ :

$$4 \times (3 - 8) = 4 \times (-5) = -20$$

$$4 \times 3 - 4 \times 8 = 12 - 32 = -20$$

ਇਸ ਲਈ $4 \times (3 - 8) = 4 \times 3 - 4 \times 8$ ਹੈ।

ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ:

$$(-5) \times [(-4) - (-6)] = (-5) \times 2 = -10$$

$$[(-5) \times (-4)] - [(-5) \times (-6)] = 20 - 30 = -10$$

ਇਸ ਲਈ, $(-5) \times [(-4) - (-6)] = [(-5) \times (-4)] - [(-5) \times (-6)]$

$(-9) \times [10 - (-3)]$ ਅਤੇ $[(-9) \times 10] - [(-9) \times (-3)]$

ਇਸ ਲਈ ਕਥਨ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰੋ।

ਤੁਹਾਨੂੰ ਪਤਾ ਲਗੇਗਾ ਕਿ ਇਹ ਵੀ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।

ਆਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਵੀ ਤਿੰਨ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a, b ਅਤੇ c ਦੇ ਲਈ,

$$a \times (b - c) = a \times b - a \times c$$

a, b ਅਤੇ c ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਲਈ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਪੰਜ ਮੁੱਲ ਲਵੋ ਅਤੇ ਇਸ ਗੁਣ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰੋ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

(i) ਕੀ $10 \times (6 - (-2)] = 10 \times 6 - 10 \times (-2)$ ਹੈ ?

(ii) ਕੀ $(-15) \times [(-7) - (-1)] = (-15) \times (-7) - (-15) \times (-1)$ ਹੈ ?

1.5.7 ਗੁਣਾ ਨੂੰ ਸੌਖਾ ਬਣਾਉਣਾ

ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ:

(i) $(-25) \times 37 \times 4$ ਨੂੰ ਅਸੀਂ $[(-25) \times 37] \times 4 = (-925) \times 4 = -3700$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਜਾਂ ਅਸੀਂ ਇਸ ਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਵੀ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ :

$(-25) \times 37 \times 4 = (-25) \times 4 \times 37 = [(-25) \times 4] \times 37 = (-100) \times 37 = -3700$

ਕਿਹੜੀ ਵਿਧੀ ਸੌਖੀ ਹੈ ?

ਸਪਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਦੂਸਰੀ ਵਿਧੀ ਸੌਖੀ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ (-25) ਨੂੰ 4 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ -100 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜਿਸ ਨੂੰ 37 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨਾ ਆਸਾਨ ਹੈ। ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਦੂਜੀ ਵਿਧੀ ਵਿੱਚ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਅਤੇ ਸਹਿਚਾਰਤਾ ਸ਼ਾਮਲ ਹੈ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਅਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾਂ, ਸਹਿਚਾਰਤਾ ਅਤੇ ਵੰਡਕਾਰੀ ਨਿਯਮ ਪਰਿਕਲਨ ਨੂੰ ਸੌਖਾ ਬਣਾਉਣ ਵਿੱਚ ਸਾਡੀ ਮਦਦ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਆਓ ਅੱਗੇ ਹੋਰ ਦੇਖੀਏ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਗੁਣਾਂ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕਰਕੇ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਰਿਕਲਨਾਂ ਨੂੰ ਸੌਖਾ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

(ii) 16×12 ਪਤਾ ਕਰੋ।

16×12 ਨੂੰ $16 \times (10 + 2)$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ

$16 \times 12 = 16 \times (10 + 2) = 16 \times 10 + 16 \times 2 = 160 + 32 = 192$

(iii) $(-23) \times 48 = (-23) \times [50 - 2] = (-23) \times 50 - (-23) \times 2 = (-1150) - (-46)$
$= -1104$

(iv) $(-35) \times (-98) = (-35) \times [(-100) + 2] = (-35) \times (-100) + (-35) \times 2$
$= 3500 + (-70) = 3430$

(v) $52 \times (-8) + (-52) \times 2$

$(-52) \times 2$ ਨੂੰ $52 \times (-2)$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ, $52 \times (-8) + (-52) \times 2 = 52 \times (-8) + 52 \times (-2)$
$= 52 \times [(-8) + (-2)] = 52 \times [(-10)] = -520$

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਵੰਡਕਾਰੀ ਗੁਣ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, $(-49) \times 18$; $(-25) \times (-31)$; $70 \times (-19) + (-1) \times 70$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਉਦਾਹਰਣ 2 : ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਗੁਣਨਫਲ ਨੂੰ ਪਤਾ ਕਰੋ:

(i) $(-18) \times (-10) \times 9$ (ii) $(-20) \times (-2) \times (-5) \times 7$

(iii) $(-1) \times (-5) \times (-4) \times (-6)$

ਹੱਲ:

(i) $(-18) \times (-10) \times 9 = [(-18) \times (-10)] \times 9 = 180 \times 9 = 1620$

(ii) $(-20) \times (-2) \times (-5) \times 7 = -20 \times (-2 \times -5) \times 7 = [-20 \times 10] \times 7 = -1400$

(iii) $(-1) \times (-5) \times (-4) \times (-6) = [(-1) \times (-5)] \times [(-4) \times (-6)] = 5 \times 24 = 120$

ਉਦਾਹਰਣ 3 : ਜਾਂਚ ਕਰੋ

$$(-30) \times [13 + (-3)] = [(-30) \times 13] + [(-30) \times (-3)]$$

ਹੱਲ : $(-30) \times [13 + (-3)] = (-30) \times 10 = -300$

$[(-30) \times 13] + [(-30) \times (-3)] = -390 + 90 = -300$

ਇਸ ਲਈ, $(-30) \times [13 + (-3)] = [(-30) \times 13] + [(-30) \times (-3)]$

ਉਦਾਹਰਣ 4 : 15 ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਜਮਾਤ ਟੈਸਟ ਵਿੱਚ, ਹਰੇਕ ਠੀਕ ਉੱਤਰ ਦੇ 4 ਅੰਕ ਦਿੱਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਗਲਤ ਉੱਤਰ ਦੇ (–2) ਅੰਕ ਦਿੱਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। (i) ਗੁਰਪ੍ਰੀਤ ਸਾਰੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਦੀ ਹੈ, ਪਰੰਤੂ ਉਸਦੇ ਉੱਤਰਾਂ ਵਿਚੋਂ ਕੇਵਲ 9 ਠੀਕ ਹਨ। ਉਸਨੇ ਕੁੱਲ ਕਿੰਨੇ ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ? (ii) ਉਸਦੇ ਇੱਕ ਦੋਸਤ ਦੇ ਕੇਵਲ 5 ਉੱਤਰ ਠੀਕ ਹਨ। ਉਸ ਦੋਸਤ ਨੇ ਕਿੰਨੇ ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ?

ਹੱਲ :

(i) ਇੱਕ ਠੀਕ ਉੱਤਰ ਦੇ ਲਈ ਦਿੱਤੇ ਜਾਣ ਵਾਲੇ ਅੰਕ $= 4$

ਇਸ ਲਈ 9 ਸਹੀ ਉੱਤਰਾਂ ਦੇ ਲਈ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਅੰਕ $= 4 \times 9 = 36$

ਇੱਕ ਗਲਤ ਉੱਤਰ ਦੇ ਲਈ ਦਿੱਤੇ ਜਾਣ ਵਾਲੇ ਅੰਕ $= -2$

ਇਸ ਲਈ 6 $(= 15 - 9)$ ਗਲਤ ਉੱਤਰਾਂ ਲਈ ਦਿੱਤੇ ਜਾਣ ਵਾਲੇ ਅੰਕ $= (-2) \times 6 = -12$

ਇਸ ਲਈ, ਗੁਰਪ੍ਰੀਤ ਵਲੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਅੰਕ $= 36 + (-12) = 24$

(ii) ਇੱਕ ਠੀਕ ਉੱਤਰ ਲਈ ਦਿੱਤੇ ਜਾਣ ਵਾਲੇ ਅੰਕ $= 4$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, 5 ਠੀਕ ਉੱਤਰਾਂ ਲਈ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਅੰਕ $= 4 \times 5 = 20$

ਇੱਕ ਗਲਤ ਉੱਤਰ ਲਈ ਦਿੱਤੇ ਜਾਣ ਵਾਲੇ ਅੰਕ $= (-2)$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ 10 $(=15 - 5)$ ਗਲਤ ਉੱਤਰਾਂ ਲਈ ਦਿੱਤੇ ਜਾਣ ਵਾਲੇ ਅੰਕ $= (-2) \times 10 = -20$

ਇਸ ਲਈ, ਗੁਰਪ੍ਰੀਤ ਦੇ ਦੋਸਤ ਵਲੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਅੰਕ $= 20 + (-20) = 0$

ਉਦਾਹਰਣ 5: ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਅਸੀਂ ਧਰਤੀ ਤੋਂ ਉੱਪਰ ਦੀ ਦੂਰੀ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਧਰਤੀ ਤੋਂ ਥੱਲੇ ਦੀ ਦੂਰੀ ਨੂੰ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆ ਦੇ ਉੱਤਰ ਦਿਓ :

(i) ਇੱਕ ਐਲੀਵੇਟਰ (elevator) ਕਿਸੇ ਖਾਨ ਸ਼ਾਫਟ (mine shaft) ਵਿੱਚ 5 ਮੀਟਰ ਪ੍ਰਤੀ ਮਿੰਟ ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਥੱਲੇ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਘੰਟੇ ਬਾਅਦ ਉਸਦੀ ਸਥਿਤੀ ਕੀ ਹੋਵੇਗੀ ?

(ii) ਜੇਕਰ ਉਹ ਧਰਤੀ ਤੋਂ 15 ਮੀਟਰ ਉੱਪਰ ਤੋਂ ਥੱਲੇ ਜਾਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ 45 ਮਿੰਟਾਂ ਵਿੱਚ ਉਹ ਕਿੱਥੇ ਪਹੁੰਚੇਗਾ ?

ਹੱਲ :

(i) ਕਿਉਂਕਿ ਐਲੀਵੇਟਰ ਥੱਲੇ ਨੂੰ ਜਾ ਰਿਹਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਉਸ ਵਲੋਂ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ ਨੂੰ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਵੇਗਾ।

ਇੱਕ ਮਿੰਟ ਬਾਅਦ ਐਲੀਵੇਟਰ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ $= -5$ ਮੀਟਰ

60 ਮਿੰਟ ਬਾਅਦ ਐਲੀਵੇਟਰ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ $= (-5) \times 60 = -300$ ਮੀਟਰ, ਮਤਲਬ ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤ੍ਹਾ ਤੋਂ 300 ਮੀਟਰ ਥੱਲੇ।

(ii) 45 ਮਿੰਟਾਂ ਵਿੱਚ ਐਲੀਵੇਟਰ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ $= (-5) \times 45 = -225$ ਮੀਟਰ

ਇਸ ਲਈ, ਐਲੀਵੇਟਰ ਦੀ ਆਖਰੀ ਸਥਿਤੀ $= -225 + 15 = -210$ ਮੀਟਰ, ਮਤਲਬ ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤ੍ਹਾ ਤੋਂ 210 ਮੀਟਰ ਥੱਲੇ।

ਅਭਿਆਸ 1.3

1. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਗੁਣਨਫਲਾਂ ਨੂੰ ਪਤਾ ਕਰੋ :
   (a) $3 \times (-1)$ (b) $(-1) \times 225$
   (c) $(-21) \times (-30)$ (d) $(-316) \times (-1)$
   (e) $(-15) \times 0 \times (-18)$ (f) $(-12) \times (-11) \times (10)$
   (g) $9 \times (-3) \times (-6)$ (h) $(-18) \times (-5) \times (-4)$
   (i) $(-1) \times (-2) \times (-3) \times 4$ (j) $(-3) \times (-6) \times (-2) \times (-1)$
2. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦੀ ਸੱਚਾਈ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰੋ :
   (a) $18 \times [7 + (-3)] = [18 \times 7] + [18 \times (-3)]$
   (b) $(-21) \times [(-4) + (-6)] = [(-21) \times (-4)] + [(-21) \times (-6)]$
3. (i) ਕਿਸੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ a ਲਈ $(-1) \times a$ ਕਿਸਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ?
   (ii) ਉਹ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਦਾ (-1) ਨਾਲ ਗੁਣਨਫਲ ਹੈ:
   (a) -22 (b) 37 (c) 0
4. $(-1) \times 5$ ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਕੇ ਵੱਖ ਵੱਖ ਗੁਣਨਫਲਾਂ ਦੁਆਰਾ ਕੋਈ ਨਮੂਨਾ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹੋਏ $(-1) \times (-1) = 1$ ਨੂੰ ਦਰਸਾਓ।
5. ਉਚਿਤ ਗੁਣ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ:
   (a) $26 \times (-48) + (-48) \times (-36)$ (b) $8 \times 53 \times (-125)$
   (c) $15 \times (-25) \times (-4) \times (-10)$ (d) $(-41) \times 102$
   (e) $625 \times (-35) + (-625) \times 65$ (f) $7 \times (50 - 2)$
   (g) $(-17) \times (-29)$ (h) $(-57) \times (-19) + 57$
6. ਕਿਸੇ ਜਮਾਉਣ (ਠੰਡਾ ਕਰਨ) ਦੀ ਪ੍ਰੀਕ੍ਰਿਆ ਵਿੱਚ, ਕਮਰੇ ਦੇ ਤਾਪਮਾਨ ਨੂੰ $40°C$ ਤੋਂ $5°C$ ਪ੍ਰਤੀ ਘੰਟੇ ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਘੱਟ ਕਰਨ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰੀਕ੍ਰਿਆ ਦੇ ਸ਼ੁਰੂ ਹੋਣ ਤੋਂ 10 ਘੰਟੇ ਬਾਅਦ ਕਮਰੇ ਦਾ ਤਾਪਮਾਨ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ?
7. ਦਸ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਕਲਾਸ ਟੈਸਟ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਸਹੀ ਉੱਤਰ ਲਈ 5 ਅੰਕ ਦਿੱਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਗਲਤ ਉੱਤਰ ਲਈ(-2) ਅੰਕ ਦਿੱਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਨਾ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਲਈ ਸਿਫ਼ਰ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
   (i) ਮੋਹਨ ਨੇ ਪੰਜ ਉੱਤਰ ਸਹੀ ਅਤੇ ਛੇ ਉੱਤਰ ਗਲਤ ਦਿੱਤੇ। ਉਸਨੇ ਕਿੰਨ੍ਹੇ ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ?
   (ii) ਰੇਸ਼ਮਾਂ ਦੇ ਪੰਜ ਉੱਤਰ ਸਹੀ ਅਤੇ ਪੰਜ ਉੱਤਰ ਗਲਤ ਹਨ। ਉਨ੍ਹੇ ਕਿੰਨ੍ਹੇ ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ?
   (iii) ਹਿਨਾ ਨੇ ਕੁੱਲ ਸੱਤ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਕੀਤੇ, ਉਨ੍ਹਾਂ ਵਿਚੋਂ ਪੰਜ ਗਲਤ ਤੇ ਦੋ ਠੀਕ ਤਾਂ ਉਸਨੇ ਕਿੰਨੇ ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ?
8. ਇੱਕ ਸੀਮੇਂਟ ਕੰਪਨੀ ਨੂੰ ਚਿੱਟਾ ਸੀਮੇਂਟ ਵੇਚਣ 'ਤੇ ₹8 ਪ੍ਰਤੀ ਬੋਰੀ ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਲਾਭ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਸਲੇਟੀ ਰੰਗ ਦਾ ਸੀਮੇਂਟ ਵੇਚਣ 'ਤੇ ₹5 ਪ੍ਰਤੀ ਬੋਰੀ ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਹਾਨੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
   (a) ਕਿਸੇ ਮਹੀਨੇ ਕੰਪਨੀ 3000 ਬੋਰੀਆਂ ਚਿੱਟਾ ਅਤੇ 5000 ਬੋਰੀਆਂ ਸਲੇਟੀ ਸੀਮੇਂਟ ਵੇਚਦੀ ਹੈ। ਉਸਦਾ ਲਾਭ ਜਾਂ ਹਾਨੀ ਕਿੰਨਾ ਹੋਵੇਗਾ ?
   (b) ਜੇਕਰ 6400 ਬੋਰੀਆਂ ਸਲੇਟੀ ਸੀਮੇਂਟ ਦੀਆਂ ਵੇਚਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਕੰਪਨੀ ਕਿੰਨੀਆਂ ਬੋਰੀਆਂ ਚਿੱਟੇ ਸੀਮੇਂਟ ਦੀਆਂ ਵੇਚੇ ਕਿ ਉਸਨੂੰ ਨਾ ਲਾਭ ਅਤੇ ਨਾ ਹਾਨੀ ਹੋਵੇ ?

9. ਖਾਲੀ ਥਾਵਾਂ ਨੂੰ ਕਿਹੜੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨਾਲ ਭਰੀਏ ਕਿ ਕਥਨ ਸੱਚ ਹੋ ਜਾਵੇ:
   (a) $(-3) \times$ _____ $= 27$ (b) $5 \times$ _____ $= -35$
   (c) _____ $\times (-8) = -56$ (d) _____ $\times (-12) = 132$

1.6 ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਭਾਗ(ਵੰਡ)

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਵੰਡ, ਗੁਣਾ ਦੀ ਉਲਟ ਕਿਰਿਆ ਹੈ। ਆਓ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਇੱਕ ਉਦਾਹਰਣ ਦੇਖੀਏ:

ਕਿਉਂਕਿ $3 \times 5 = 15$ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ $15 \div 5 = 3$ ਅਤੇ $15 \div 3 = 5$ ਹੈ।

ਇਸੇ ਪ੍ਰਕਾਰ, $4 \times 3 = 12$ ਤੋਂ $12 \div 4 = 3$ ਅਤੇ $12 \div 3 = 4$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਹਰੇਕ ਗੁਣਨ ਕਥਨ ਲਈ ਦੋ ਵੰਡ ਜਾਂ ਭਾਗ ਕਥਨ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਲਈ ਗੁਣਨ ਕਥਨ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਅਨੁਸਾਰੀ ਵੰਡ ਜਾਂ ਭਾਗ ਕਥਨ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ?

- ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸਾਰਨੀ ਨੂੰ ਦੇਖੋ ਤੇ ਪੂਰਾ ਕਰੋ।

ਗੁਣਨ ਕਥਨ	ਅਨੁਸਾਰੀ ਭਾਗ ਕਥਨ	
$2 \times (-6) = (-12)$	$(-12) \div (-6) = 2$,	$(-12) \div 2 = (-6)$
$(-4) \times 5 = (-20)$	$(-20) \div (5) = (-4)$,	$(-20) \div (-4) = 5$
$(-8) \times (-9) = 72$	$72 \div$ _____ = _____ ,	$72 \div$ _____ = _____
$(-3) \times (-7) =$ _____	_____ $\div (-3) =$ _____ ,	_____
$(-8) \times 4 =$ _____	_____ ,	_____
$5 \times (-9) =$ _____	_____ ,	_____
$(-10) \times (-5) =$	_____ ,	_____

ਉਪਰੋਕਤ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ

$(-12) \div 2 = (-6)$ $(-20) \div (5) = (-4)$

$(-32) \div 4 = -8$ $(-45) \div 5 = -9$

ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਭਾਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਉਸ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਭਾਗਫਲ ਦੇ ਅੱਗੇ (ਪਹਿਲਾਂ) ਘਟਾਓ (–) ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਲਗਾਉਂਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਪਤਾ ਕਰੋ :

(a) $(-100) \div 5$ (b) $(-81) \div 9$

(c) $(-75) \div 5$ (d) $(-32) \div 2$

- ਅਸੀਂ ਇਹ ਵੀ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ

$72 \div (-8) = -9$ ਅਤੇ $50 \div (-10) = -5$

$72 \div (-9) = -8$ $50 \div (-5) = -10$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਭਾਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਉਸ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਘਟਾਓ (–) ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਭਾਗਫਲ ਦੇ ਅੱਗੇ (ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ) ਲਗਾ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਕੀ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $(-48) \div 8 = 48 \div (-8)$? ਆਓ ਜਾਂਚ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $(-48) \div 8 = -6$ ਅਤੇ $48 \div (-8) = -6$। ਇਸ ਲਈ $(-48) \div 8 = 48 \div (-8)$।
ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਲਈ ਇਹਨਾਂ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰੋ।
(i) $90 \div (-45)$ ਅਤੇ $(-90) \div 45$ (ii) $(-136) \div 4$ ਅਤੇ $136 \div (-4)$

ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਕੋਈ ਦੋ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a ਅਤੇ b ਲਈ,

$$a \div (-b) = (-a) \div b, \quad \text{ਜਿੱਥੇ } b \neq 0$$

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਪਤਾ ਕਰੋ : (a) $125 \div (-25)$ (b) $80 \div (-5)$ (c) $64 \div (-16)$

- ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ

$(-12) \div (-6) = 2$; $(-20) \div (-4) = 5$; $(-32) \div (-8) = 4$; $(-45) \div (-9) = 5$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਭਾਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਭਾਗਫਲ ਦੇ ਅੱਗੇ (ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ) ਘਟਾਓ (–) ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਲਗਾਉਂਦੇ ਹਾਂ। ਮਤਲਬ ਕਿ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਆਮ ਤੌਰ ਤੇ, ਕੋਈ ਦੋ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a ਅਤੇ b ਲਈ,

$$(-a) \div (-b) = a \div b, \quad \text{ਜਿੱਥੇ } b \neq 0 \text{ ਹੈ।}$$

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਪਤਾ ਕਰੋ : (a) $(-36) \div (-4)$ (b) $(-201) \div (-3)$ (c) $(-325) \div (-13)$

1.7 ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਵੰਡ (ਭਾਗ) ਦੇ ਗੁਣ

ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸਾਰਨੀ ਨੂੰ ਵੇਖੋ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰੋ:

ਕਥਨ	ਨਤੀਜਾ	ਕਥਨ	ਨਤੀਜਾ
$(-8) \div (-4) = 2$	ਨਤੀਜਾ ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।	$(-8) \div 3 = \frac{-8}{3}$	________
$(-4) \div (-8) = \boxed{\frac{-4}{-8}}$	ਨਤੀਜਾ ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਹੈ।	$3 \div (-8) = \frac{3}{-8}$	________

ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਵੇਖਦੇ ਹੋ ? ਅਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਭਾਗ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਬੰਦ (closed) ਨਹੀਂ ਹੈ। ਆਪਣੇ ਵਲੋਂ ਪੰਜ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਲੈ ਕੇ ਇਸ ਕਥਨ ਦੀ ਸੱਚਾਈ ਲਈ ਉਚਿਤ ਕਾਰਣ ਦੱਸੋ।

- ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ ਸੱਚ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਆਓ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਵੀ ਇਸ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰੀਏ।

  ਤੁਸੀਂ ਸਾਰਨੀ ਤੋਂ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ $(-8) \div (-4) \neq (-4) \div (-8)$ ਹੈ।

ਕੀ $(-9) \div 3$ ਅਤੇ $3 \div (-9)$ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਹਨ ?

ਕੀ $(-30) \div (-6)$ ਅਤੇ $(-6) \div (-30)$ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਹਨ ?

ਕੀ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਭਾਗ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਸੱਚ ਹੈ ?

ਨਹੀਂ। ਤੁਸੀਂ ਪੰਜ ਹੋਰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲੈ ਕੇ ਇਸ ਕਥਨ ਦੀ ਸੱਚਾਈ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ।

- ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਕਿਸੇ ਵੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਸਿਫ਼ਰ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨਾ ਅਰਥਹੀਣ ਹੈ ਅਤੇ ਸਿਫ਼ਰ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਸਿਫ਼ਰ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ, ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ ਤੇ ਸਿਫ਼ਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਮਤਲਬ ਕਿਸੇ ਵੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ 'a' ਲਈ $a \div 0$ ਪਰਿਭਾਸ਼ਤ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਪ੍ਰੰਤੂ $0 \div a = 0$, $a \neq 0$ ਦੇ ਲਈ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਹੈ।

- ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 1 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਉਹੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਆਓ ਇਸ ਦੀ ਜਾਂਚ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਵੀ ਕਰੀਏ ਕਿ ਇਹ ਸੱਚ ਹੈ।

ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਵੇਖੋ:

$(-8) \div 1 = (-8)$	$(-11) \div 1 = -11$	$(-13) \div 1 = -13$
$(-25) \div 1 =$ ____	$(-37) \div 1 =$ ____	$(-48) \div 1 =$ ____

ਇਹ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ *1* ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਨਾਲ ਉਹੀ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, ਕਿਸੇ ਵੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ *1* ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ 'ਤੇ ਉਹੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਆਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਕਿਸੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ a ਲਈ

$$a \div 1 = a$$

- ਕਿਸੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ (-1) ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਨਾਲ ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ? ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੀ ਸਾਰਨੀ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰੋ।

$(-8) \div (-1) = 8$	$11 \div (-1) = -11$	$13 \div (-1) =$ ____
$(-25) \div (-1) =$ ____	$(-37) \div (-1) =$ ____	$-48 \div (-1) =$ ____

ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ?

ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕਿਸੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ -1 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ 'ਤੇ ਉਹੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ।

- ਕੀ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $[(-16) \div 4] \div (-2)$ ਅਤੇ $(-16) \div [4 \div (-2)]$ ਸਮਾਨ ਹੈ ?

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $[(-16) \div 4] \div (-2) = (-4) \div (-2) = 2$

ਅਤੇ $(-16) \div [4 \div (-2)] = (-16) \div (-2) = 8$

ਇਸ ਲਈ, $[(-16) \div 4] \div (-2) \neq (-16) \div [4 \div (-2)]$

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਲਈ ਭਾਗ ਸਹਿਚਾਰਤਾ (Association) ਹੈ ? ਨਹੀਂ ! ਆਪਣੇ ਕੋਲੋਂ ਪੰਜ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਲੈ ਕੇ ਇਸ ਦੀ ਸੱਚਾਈ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰੋ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵੀ a ਦੇ ਲਈ

(i) $1 \div a = 1$ ਹੈ ?

(ii) $a \div (-1) = -a$ ਹੈ ?

a ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਮੁੱਲਾਂ ਦੇ ਲਈ ਇਹਨਾਂ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰੋ।

ਉਦਾਹਰਣ 6 : ਕਿਸੇ ਟੈਸਟ ਵਿੱਚ ਸਹੀ ਉੱਤਰ ਲਈ $(+5)$ ਅੰਕ ਦਿੱਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਗਲਤ ਉੱਤਰ ਲਈ (-2) ਅੰਕ ਦਿੱਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। (i) ਰਾਧਿਕਾ ਨੇ ਸਾਰੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਉੱਤਰ ਦਿਤੇ ਅਤੇ 30 ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ, ਜਦੋਂ ਕਿ ਉਸਦੇ 10 ਉੱਤਰ ਸਹੀ ਸਨ।
(ii) ਜਿਆ ਨੇ ਵੀ ਸਾਰੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਉੱਤਰ ਦਿੱਤੇ ਅਤੇ ਉਸਨੇ (-12) ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਜਦੋਂ ਕਿ ਉਸਦੇ ਚਾਰ ਉੱਤਰ ਸਹੀ ਸਨ। ਉਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਨੇ ਕਿੰਨੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਗਲਤ ਉੱਤਰ ਦਿੱਤੇ ?

ਹੱਲ :

(i) ਇੱਕ ਸਹੀ ਉੱਤਰ ਲਈ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਅੰਕ = 5

ਇਸ ਲਈ, 10 ਸਹੀ ਉੱਤਰਾਂ ਲਈ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਅੰਕ = $5 \times 10 = 50$

ਰਾਧਿਕਾ ਵਲੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਅੰਕ = 30

ਗਲਤ ਉੱਤਰਾਂ ਲਈ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਅੰਕ $= 30 - 50 = -20$

ਇੱਕ ਗਲਤ ਉੱਤਰ ਲਈ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਅੰਕ = (–2)

ਇਸ ਲਈ, ਗਲਤ ਉੱਤਰਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ $= (-20) \div (-2) = 10$

(ii) ਚਾਰ ਸਹੀ ਉੱਤਰਾਂ ਲਈ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਅੰਕ $= 5 \times 4 = 20$

ਜਿਆ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਅੰਕ = –12

ਗਲਤ ਉੱਤਰਾਂ ਲਈ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਅੰਕ $= -12 - 20 = -32$

ਇਸ ਲਈ, ਗਲਤ ਉੱਤਰਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ $= (-32) \div (-2) = 16$

ਉਦਾਹਰਣ 7: ਕੋਈ ਦੁਕਾਨਦਾਰ ਇੱਕ ਪੈੱਨ ਵੇਚਣ 'ਤੇ ₹1 ਦਾ ਲਾਭ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਪੁਰਾਣੇ ਸਟਾਕ ਦੀਆਂ ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਵੇਚਦੇ ਹੋਏ 40 ਪੈਸੇ ਪ੍ਰਤੀ ਪੈਨਸਿਲ ਦੀ ਹਾਨੀ ਉਠਾਉਂਦਾ ਹੈ।

(i) ਕਿਸੇ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਮਹੀਨੇ ਵਿੱਚ ਉਸਨੇ ₹5 ਦੀ ਹਾਨੀ ਉਠਾਈ।
ਇਸ ਮਹੀਨੇ ਉਸਨੇ 45 ਪੈੱਨ ਵੇਚੇ। ਦੱਸੋ ਇਸ ਮਹੀਨੇ ਉਸਨੇ ਕਿੰਨੀਆਂ ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਵੇਚੀਆਂ ?

(ii) ਅਗਲੇ ਮਹੀਨੇ ਉਸਨੂੰ ਨਾ ਲਾਭ ਹੋਇਆ ਨਾ ਹਾਨੀ ਹੋਈ। ਜੇਕਰ ਇਸ ਮਹੀਨੇ ਉਸਨੇ 70 ਪੈੱਨ ਵੇਚੇ ਹੋਣ ਤਾਂ ਉਸਨੇ ਕਿੰਨੀਆਂ ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਵੇਚੀਆਂ ?

ਹੱਲ :

(i) 1 ਪੈੱਨ ਵੇਚਣ 'ਤੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਲਾਭ = ₹1

45 ਪੈੱਨ ਵੇਚਣ 'ਤੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਲਾਭ = ₹45

ਜਿਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ +45 ਰੁਪਏ ਨਾਲ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ।

ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਕੁੱਲ ਹਾਨੀ = ₹5 ਜਿਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ –5 ਰੁਪਏ ਨਾਲ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ।

ਪ੍ਰਾਪਤ ਲਾਭ+ ਉਠਾਈ ਗਈ ਹਾਨੀ = ਕੁੱਲ ਹਾਨੀ

ਇਸ ਲਈ, ਉਠਾਈ ਗਈ ਹਾਨੀ = ਕੁੱਲ ਹਾਨੀ – ਪ੍ਰਾਪਤ ਲਾਭ

$= (-5 - 45)$ ਰੁਪਏ $= (-50)$ ਰੁਪਏ $= -5000$ ਪੈਸੇ

ਇੱਕ ਪੈਨਸਿਲ ਨੂੰ ਵੇਚਣ ਲਈ ਉਠਾਈ ਗਈ ਹਾਨੀ = 40 ਪੈਸੇ ਜਿਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ – 40 ਪੈਸੇ ਨਾਲ ਦਰਸਾਵਾਂਗੇ।

ਇਸ ਲਈ, ਵੇਚੀਆਂ ਗਈਆਂ ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ $= (-5000) \div (-40) = 125$ ਪੈਨਸਿਲਾਂ

(ii) ਅਗਲੇ ਮਹੀਨੇ ਨਾ ਲਾਭ ਹੋਇਆ ਨਾ ਹਾਨੀ ਹੋਈ।

ਇਸ ਲਈ ਪ੍ਰਾਪਤ ਲਾਭ+ ਉਠਾਈ ਗਈ ਹਾਨੀ = 0

ਭਾਵ, ਪ੍ਰਾਪਤ ਲਾਭ = – ਉਠਾਈ ਗਈ ਹਾਨੀ

ਹੁਣ, 70 ਪੈੱਨਾਂ ਨੂੰ ਵੇਚਣ 'ਤੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਲਾਭ = ₹70

ਇਸ ਲਈ, ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਵੇਚਣ 'ਤੇ ਉਠਾਈ ਗਈ ਹਾਨੀ = ₹70 । ਜਿਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ₹–70 ਭਾਵ – 7000 ਪੈਸੇ ਨਾਲ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ।

ਵੇਚੀਆਂ ਗਈਆਂ ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਸੰਖਿਆ $= (-7000) \div (-40) = 175$ ਪੈਨਸਿਲਾਂ

ਅਭਿਆਸ 1.4

1. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ :
   (a) $(-30) \div 10$ (b) $50 \div (-5)$ (c) $(-36) \div (-9)$
   (d) $(-49) \div (49)$ (e) $13 \div [(-2) + 1]$ (f) $0 \div (-12)$
   (g) $(-31) \div [(-30) + (-1)]$
   (h) $[(-36) \div 12] \div 3$ (i) $[(-6) + 5)] \div [(-2) + 1]$
2. a, b ਅਤੇ c ਦੇ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਹਰੇਕ ਮੁੱਲਾਂ ਵਿਚੋਂ ਹਰੇਕ ਦੇ ਲਈ $a \div (b + c) \neq (a \div b) + (a \div c)$ ਦੀ ਸੱਚਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ:
   (a) $a = 12, b = -4, c = 2$ (b) $a = (-10), b = 1, c = 1$
3. ਖਾਲੀ ਸਥਾਨਾਂ ਨੂੰ ਭਰੋ :
   (a) $369 \div$ _____ $= 369$ (b) $(-75) \div$ _____ $= -1$
   (c) $(-206) \div$ _____ $= 1$ (d) $-87 \div$ _____ $= 87$
   (e) _____ $\div 1 = -87$ (f) _____ $\div 48 = -1$
   (g) $20 \div$ _____ $= -2$ (h) _____ $\div (4) = -3$
4. ਪੰਜ ਇਹੋ ਜਿਹੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (a, b) ਦੇ ਜੋੜੇ ਲਿਖੋ ਤਾਂ ਕਿ $a \div b = -3$ ਹੋ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਜੋੜਾ $(6, -2)$ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ $6 \div (-2) = (-3)$ ਹੈ।
5. ਦੁਪਹਿਰ 12 ਵਜੇ ਤਾਪਮਾਨ ਸਿਫ਼ਰ ਤੋਂ 10°C ਜ਼ਿਆਦਾ ਸੀ। ਜੇਕਰ ਤਾਪਮਾਨ ਅੱਧੀ ਰਾਤ ਤੱਕ 2°C ਪ੍ਰਤੀ ਘੰਟੇ ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਘੱਟਦਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਕਿਹੜੇ ਸਮੇਂ ਤਾਪਮਾਨ ਸਿਫ਼ਰ ਤੋਂ 8°C ਥੱਲੇ ਹੋਵੇਗਾ ? ਅੱਧੀ ਰਾਤ ਨੂੰ ਤਾਪਮਾਨ ਕਿੰਨ੍ਹਾਂ ਹੋਵੇਗਾ।
6. ਇੱਕ ਕਲਾਸ ਟੈਸਟ ਵਿੱਚ ਹਰਕੇ ਸਹੀ ਉੱਤਰ ਦੇ (+ 3) ਅੰਕ ਦਿੱਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਗਲਤ ਉੱਤਰ ਲਈ (–2) ਅੰਕ ਦਿੱਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਨਾ ਹੱਲ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਦਾ ਕੋਈ ਅੰਕ ਨਹੀਂ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ। (i) ਰਾਧਿਕਾ ਨੇ 20 ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ। ਜੇਕਰ ਉਸਦੇ 12 ਉੱਤਰ ਸਹੀ ਹੋਣ ਤਾਂ ਉਸਨੇ ਕਿੰਨ੍ਹੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦਾ ਉੱਤਰ ਗਲਤ ਦਿੱਤਾ ? (ii) ਮੋਹਿਨੀ ਟੈਸਟ ਵਿੱਚ (–5) ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੀ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ ਉਸਦੇ 7 ਉੱਤਰ ਸਹੀ ਸਨ। ਉਸਨੇ ਕਿੰਨੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦਾ ਉੱਤਰ ਗਲਤ ਦਿੱਤਾ ?
7. ਇੱਕ ਐਲੀਵੇਟਰ ਕਿਸੇ ਖਾਨ ਸ਼ਾਫਟ 6 ਮੀਟਰ ਪ੍ਰਤੀ ਮਿੰਟ ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਥੱਲੇ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਥੱਲੇ ਜਾਣਾ ਧਰਤੀ ਦੇ ਤਲ ਤੋਂ 10 ਮੀਟਰ ਉੱਪਰ ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਹੋਵੇ ਤਾਂ – 350 ਮੀਟਰ ਪਹੁੰਚਣ 'ਤੇ ਕਿੰਨਾ ਸਮਾਂ ਲੱਗੇਗਾ ?

ਅਸੀਂ ਕੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ?

1. ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ, ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਬਹੁਤ ਵੱਡਾ ਸਮੂਹ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸ਼ਾਮਿਲ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਦੀ ਪਹਿਚਾਣ ਛੇਵੀਂ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਕਰਵਾਈ ਗਈ ਸੀ।
2. ਤੁਸੀਂ ਪਿਛਲੀ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਨਿਰੂਪਤ ਕਰਨ ਬਾਰੇ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਓ ਦੇ ਬਾਰੇ ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹਿਆ ਹੈ।
3. ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਓ ਦੁਆਰਾ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਗੁਣਾਂ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹਿਆ ਹੈ।
   (a) ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਓ ਦੋਵਾਂ ਅੰਦਰ ਬੰਦ (closed) ਹਨ। ਭਾਵ, $a + b$ ਅਤੇ $a - b$ ਦੋਵੇਂ ਫਿਰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਜਿਥੇ a ਅਤੇ b ਕੋਈ ਵੀ ਸੰਪੂਰਨ

ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।

(b) ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਜੋੜ ਦਾ ਕ੍ਰਮਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ ਸੱਚ ਹੈ, ਭਾਵ ਸਾਰੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a ਅਤੇ b ਲਈ $a + b = b + a$

(c) ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਜੋੜ ਦਾ ਸਹਿਚਾਰਤਾ ਗੁਣ ਸੱਚ ਹੈ, ਭਾਵ ਸਾਰੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a, b ਅਤੇ c ਲਈ $(a + b) + c = a + (b + c)$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(d) ਜੋੜ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਸਿਫ਼ਰ ਤਤਸਮਕ ਹੈ ਭਾਵ ਕਿਸੇ ਵੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ a ਲਈ, $a + 0 = 0 + a = a$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

4. ਅਸੀਂ ਇਹ ਵੀ ਪੜ੍ਹਿਆ ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਕਿ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਅਤੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ ਦੋ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ, $-2 \times 7 = -14$ ਅਤੇ $-3 \times -8 = 24$ ਹੈ।

5. ਰਿਣਾਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਜਿਸਤ ਹੋਵੇ ਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਧਨਾਤਮਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਦ ਕਿ ਗਿਣਤੀ ਟਾਂਕ ਹੋਣ ਤੇ ਗੁਣਨਫਲ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

6. ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ, ਗੁਣਾ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਕੁੱਝ ਗੁਣਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।

(a) ਗੁਣਾ ਦੇ ਅੰਦਰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਬੰਦ (closed) ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਭਾਵ, ਕੋਈ ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a ਅਤੇ b ਲਈ $a \times b$ ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

(b) ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਲਈ ਗੁਣਾ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ ਸੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਭਾਵ ਕੋਈ ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a ਅਤੇ b ਲਈ $a \times b = b \times a$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(c) ਗੁਣਾ ਲਈ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ 1, ਤਤਸਮਕ ਹੈ ਭਾਵ ਕਿ ਕਿਸੀ ਵੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ a ਲਈ $1 \times a = a \times 1 = a$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(d) ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਲਈ ਗੁਣਾ ਦਾ ਸਹਿਚਾਰਤਾ ਗੁਣ ਸੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਭਾਵ ਕੋਈ ਤਿੰਨ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ $a, b,$ ਅਤੇ c ਲਈ $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

7. ਜੋੜ ਅਤੇ ਗੁਣਾ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਇੱਕ ਗੁਣ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ, ਜਿਸਨੂੰ ਵੰਡਕਾਰੀ ਗੁਣ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਭਾਵ ਕੋਈ ਤਿੰਨ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a, b ਅਤੇ c ਲਈ $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

8. ਜੋੜ ਅਤੇ ਗੁਣਾ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ, ਸਹਿਚਾਰਤਾ ਅਤੇ ਵੰਡਕਾਰੀ ਦੇ ਗੁਣ ਸਾਡੇ ਪਰਿਕਲਨਾਂ ਨੂੰ ਆਸਾਨ ਬਣਾ ਦਿੰਦੇ ਹਨ।

9. ਅਸੀਂ ਇਹ ਵੀ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸਾਨੂੰ ਪਤਾ ਲੱਗਿਆ ਕਿ

(a) ਜਦੋਂ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਭਾਗਫਲ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

(b) ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ 'ਤੇ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

10. ਕਿਸੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ a ਲਈ, ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ

(a) $a \div 0$ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਨਹੀਂ ਹੈ।

(b) $a \div 1 = a$ ਹੈ।

ਭਿੰਨਾਂ ਅਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵ

2.1 ਭੂਮਿਕਾ

ਤੁਸੀਂ ਪਿਛਲੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਭਿੰਨਾਂ ਅਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ। ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਪੜ੍ਹਾਈ ਵਿੱਚ ਉੱਚਿਤ, ਅਣਉੱਚਿਤ, ਮਿਸ਼ਰਤ ਭਿੰਨਾਂ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਜੋੜ, ਘਟਾਓ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ। ਅਸੀਂ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾਂ, ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ, ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਨਿਰੂਪਤ ਕਰਨ ਅਤੇ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਕ੍ਰਮ ਅਨੁਸਾਰ ਕਰਨਾ ਦੇ ਬਾਰੇ ਵੀ ਪੜ੍ਹ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ।

ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਦੀ ਪੜ੍ਹਾਈ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ, ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਉਣਾ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਤੇ ਘਟਾਓ ਦੇ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ।

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਭਿੰਨਾਂ ਅਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਭਾਗ ਦੇ ਬਾਰੇ ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹਾਂਗੇ।

2.2 ਭਿੰਨਾਂ ਬਾਰੇ ਤੁਸੀਂ ਕਿੰਨੀ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪੜ੍ਹਿਆ ਹੈ ?

ਉੱਚਿਤ ਭਿੰਨ ਉਹ ਭਿੰਨ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜੋ ਪੂਰਨ ਦੇ ਇੱਕ ਭਾਗ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਕੀ $\frac{7}{4}$ ਇੱਕ ਉੱਚਿਤ ਭਿੰਨ ਹੈ ? ਇਸ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਵਿਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਵੱਡਾ ਹੈ ?

ਅਣਉੱਚਿਤ ਭਿੰਨ ਪੂਰਨ ਅਤੇ ਉੱਚਿਤ ਭਿੰਨ ਦਾ ਮਿਸ਼ਰਣ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਕੀ $\frac{7}{4}$ ਇੱਕ ਅਣਉੱਚਿਤ ਭਿੰਨ ਹੈ ? ਇਥੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਵਿਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਵੱਡਾ ਹੈ ?

ਅਣਉੱਚਿਤ ਭਿੰਨ $\frac{7}{4}$ ਨੂੰ $1\frac{3}{4}$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਇੱਕ ਮਿਸ਼ਰਤ ਭਿੰਨ ਹੈ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਉੱਚਿਤ , ਅਣਉਚਿਤ ਅਤੇ ਮਿਸ਼ਰਤ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀਆਂ ਪੰਜ-ਪੰਜ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ?

ਉਦਾਹਰਣ 1: $\frac{3}{5}$ ਦੀਆਂ 5 ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਲਿਖੋ।

ਹੱਲ : $\frac{3}{5}$ ਦੇ ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿਚੋਂ ਇੱਕ $\frac{3}{5}=\frac{3\times 2}{5\times 2}=\frac{6}{10}$ ਹੈ।

ਬਾਕੀ ਚਾਰ ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਤੁਸੀਂ ਆਪ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਉਦਾਹਰਣ 2: ਰਮੇਸ਼ ਨੇ ਇੱਕ ਅਭਿਆਸ ਦਾ $\frac{2}{7}$ ਭਾਗ ਹੱਲ ਕੀਤਾ ਜਦ ਕਿ ਸੀਮਾ ਨੇ ਉਸ ਅਭਿਆਸ ਦਾ $\frac{4}{5}$ ਭਾਗ ਹੱਲ ਕੀਤਾ। ਪਤਾ ਕਰੋ ਦੋਨਾਂ ਵਿਚੋਂ ਕਿਸ ਨੇ ਘੱਟ ਭਾਗ ਹੱਲ ਕੀਤਾ ?

ਹੱਲ : ਇਹ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਕਿ ਕਿਸ ਨੇ ਅਭਿਆਸ ਦਾ ਘੱਟ ਹੱਲ ਕੀਤਾ। ਆਓ $\frac{2}{7}$ ਅਤੇ $\frac{4}{5}$ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਇਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਕੇ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ:

$\frac{2}{7}=\frac{10}{35}$, $\frac{4}{5}=\frac{28}{35}$

ਕਿਉਂਕਿ $10 < 28$, ਇਸ ਲਈ $\frac{10}{35}<\frac{28}{35}$.

ਇਸ ਲਈ $\frac{2}{7}<\frac{4}{5}$.

ਰਮੇਸ਼ ਨੇ ਸੀਮਾ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਘੱਟ ਭਾਗ ਹੱਲ ਕੀਤਾ।

ਉਦਾਹਰਣ 3: ਸਮੀਰਾ ਨੇ $3\frac{1}{2}$ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਸੇਬ ਅਤੇ $4\frac{3}{4}$ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਸੰਤਰੇ ਖਰੀਦੇ। ਸਮੀਰਾ ਵਲੋਂ ਖ਼ਰੀਦੇ ਸੰਤਰਿਆਂ ਦਾ ਕੁੱਲ ਭਾਰ ਕਿੰਨਾਂ ਹੈ ?

ਹੱਲ : ਫਲਾਂ ਦਾ ਕੁੱਲ ਭਾਰ $=\left(3\frac{1}{2}+4\frac{3}{4}\right)$ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ

$=\left(\frac{7}{2}+\frac{19}{4}\right)$ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ $=\left(\frac{14}{4}+\frac{19}{4}\right)$ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ

$=\frac{33}{4}$ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ $=8\frac{1}{4}$ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 4 : ਸੁਮਨ ਹਰ ਰੋਜ਼ $5\frac{2}{3}$ ਘੰਟੇ ਪੜ੍ਹਦੀ ਹੈ। ਉਹ ਆਪਣੇ ਇਸ ਸਮੇਂ ਵਿਚੋਂ $2\frac{4}{5}$ ਘੰਟੇ ਵਿਗਿਆਨ ਅਤੇ ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ ਲਗਾ ਦੇਂਦੀ ਹੈ। ਦੂਜੇ ਵਿਸ਼ਿਆਂ ਲਈ ਉਹ ਕਿੰਨ੍ਹਾਂ ਸਮਾਂ ਲਗਾਉਂਦੀ ਹੈ ?

ਹੱਲ : ਸੁਮਨ ਦੇ ਪੜ੍ਹਨ ਦਾ ਕੁੱਲ ਸਮਾਂ $=5\frac{2}{3}$ ਘੰਟੇ $=\frac{17}{3}$ ਘੰਟੇ

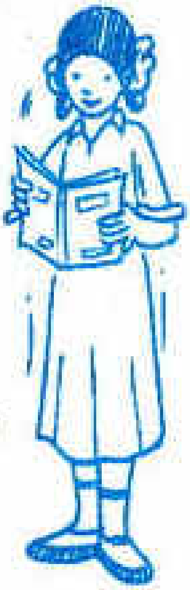
ਸੁਮਨ ਵਲੋਂ ਵਿਗਿਆਨ ਅਤੇ ਗਣਿਤ ਲਈ ਲਗਾਇਆ ਸਮਾਂ $=2\frac{4}{5}=\frac{14}{5}$ ਘੰਟੇ

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਉਸ ਵਲੋਂ ਦੂਜਿਆਂ ਵਿਸ਼ਿਆਂ ਲਈ ਲਗਾਇਆ ਸਮਾਂ $=\left(\frac{17}{3}-\frac{14}{5}\right)$ ਘੰਟੇ

$=\left(\frac{17\times5}{15}-\frac{14\times3}{15}\right)$ ਘੰਟੇ

$=\left(\frac{85-42}{15}\right)$ ਘੰਟੇ $=\frac{43}{15}$ ਘੰਟੇ $=2\frac{13}{15}$ ਘੰਟੇ

ਅਭਿਆਸ 2.1



1. ਹੱਲ ਕਰੋ :

   (i) $2-\frac{3}{5}$ (ii) $4+\frac{7}{8}$ (iii) $\frac{3}{5}+\frac{2}{7}$ (iv) $\frac{9}{11}-\frac{4}{15}$

   (v) $\frac{7}{10}+\frac{2}{5}+\frac{3}{2}$ (vi) $2\frac{2}{3}+3\frac{1}{2}$ (vii) $8\frac{1}{2}-3\frac{5}{8}$

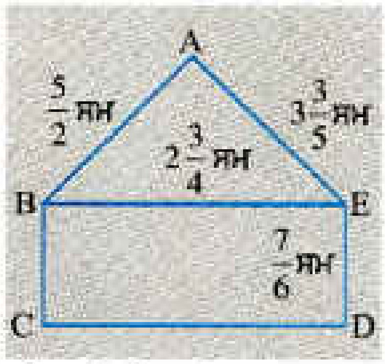
2. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਘਟਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ :

   (i) $\frac{2}{9},\frac{2}{3},\frac{8}{21}$ (ii) $\frac{1}{5},\frac{3}{7},\frac{7}{10}$

3. ਇੱਕ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਕਤਾਰ, ਹਰੇਕ ਕਾੱਲਮ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਵਿਕਰਨ ਖਾਨਿਆਂ ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਸਮਾਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਕੀ ਇਹ ਇੱਕ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ ਹੈ ?

$\frac{4}{11}$	$\frac{9}{11}$	$\frac{2}{11}$
$\frac{3}{11}$	$\frac{5}{11}$	$\frac{7}{11}$
$\frac{8}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{6}{11}$

(ਪਹਿਲੀ ਕਤਾਰ ਅਨੁਸਾਰ $\frac{4}{11}+\frac{9}{11}+\frac{2}{11}=\frac{15}{11}$).



4. ਇੱਕ ਆਇਤਾਕਾਰ ਕਾਗਜ਼ ਦੀ ਲੰਬਾਈ $12\frac{1}{2}$ ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ ਹੈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ $10\frac{2}{3}$ ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ ਹੈ। ਕਾਗਜ਼ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ।

5. ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, (i) Δ ABE (ii) ਆਇਤ BCDE, ਦੇ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਕਿਸ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੈ ?

6. ਸਲੀਲ ਇੱਕ ਤਸਵੀਰ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਫਰੇਮ ਵਿੱਚ ਜੜਨਾ ਚਾਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਤਸਵੀਰ $7\frac{3}{5}$ ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ ਚੌੜੀ ਹੈ। ਫਰੇਮ ਵਿੱਚ ਠੀਕ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਜੜਨ ਲਈ ਤਸਵੀਰ ਦੀ ਚੌੜਾਈ $7\frac{3}{10}$ ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ ਤੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦੀ। ਤਸਵੀਰ ਕਿੰਨੀ ਕੱਟੀ ਜਾਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ ?

7. ਰੀਤੂ ਨੇ ਇੱਕ ਸੇਬ ਦਾ $\frac{3}{5}$ ਭਾਗ ਖਾ ਲਿਆ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਬੱਚੇ ਸੇਬ ਨੂੰ ਉਸਦੇ ਭਰਾ ਸੋਮੂ ਨੇ ਖਾ ਲਿਆ। ਸੇਬ ਦਾ ਕਿੰਨਾ ਭਾਗ ਸੋਮੂ ਨੇ ਖਾਇਆ। ਕਿਸ ਦਾ ਹਿੱਸਾ ਵੱਧ ਸੀ ਤੇ ਕਿੰਨਾ ?

8. ਮਾਈਕਲ ਨੇ ਇੱਕ ਤਸਵੀਰ ਵਿੱਚ ਰੰਗ ਭਰਨ ਦਾ ਕੰਮ $\frac{7}{12}$ ਘੰਟੇ ਵਿੱਚ ਖਤਮ ਕੀਤਾ। ਵੈਭਵ ਨੇ ਉਸੇ ਤਸਵੀਰ ਵਿੱਚ ਰੰਗ ਭਰਨ ਦਾ ਕੰਮ $\frac{3}{4}$ ਘੰਟੇ ਵਿੱਚ ਖਤਮ ਕੀਤਾ। ਕਿਸਨੇ ਵੱਧ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਖਤਮ ਕੀਤਾ ਇਹ ਸਮਾਂ ਕਿੰਨਾ ਵੱਧ ਸੀ ?

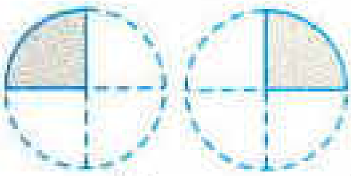
2.3 ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ

ਤੁਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ਕਿ ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਕਿਵੇਂ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਲੰਬਾਈ × ਚੌੜਾਈ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 7 ਸਮ ਅਤੇ 4 ਸਮ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਇਸ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ? ਇਸ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ $7 \times 4 = 28$ ਸਮ² ਹੋਵੇਗਾ।

ਜੇਕਰ ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਕ੍ਰਮਵਾਰ: $7\frac{1}{2}$ ਸਮ ਅਤੇ $3\frac{1}{2}$ ਸਮ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਇਸ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ? ਤੁਸੀਂ ਕਹੋਗੇ ਕਿ ਇਹ $7\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{2} = \frac{15}{2} \times \frac{7}{2}$ ਸਮ² ਹੈ। ਸੰਖਿਆਵਾਂ $\frac{15}{2}$ ਅਤੇ $\frac{7}{2}$ ਭਿੰਨਾਂ ਹਨ। ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਆਇਤ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਨੂੰ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਇਹ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ ਕਿ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੀਤੀ ਜਾਵੇ। ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇਸ ਨੂੰ ਸਿੱਖਾਂਗੇ।

2.3.1 ਇੱਕ ਭਿੰਨ ਦੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ

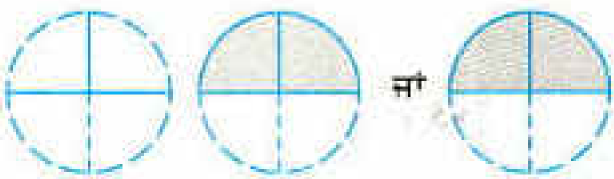
ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ (ਚਿੱਤਰ 2.1) ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਤਸਵੀਰ ਨੂੰ ਦੇਖੋ। ਹਰੇਕ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ ਚੱਕਰ ਦਾ ਭਾਗ ਹੈ। ਦੋ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ ਮਿਲਕੇ ਚੱਕਰ ਦੇ ਕਿੰਨੇ ਭਾਗ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣਗੇ ?



ਚਿੱਤਰ 2.1

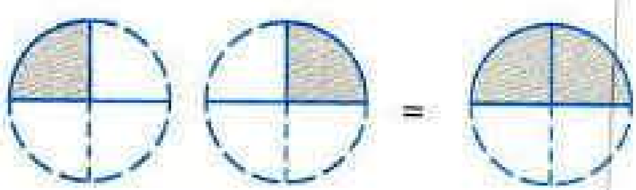
ਇਹ $\frac{1}{4}+\frac{1}{4} = 2\times\frac{1}{4}$ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣਗੇ।

ਦੋ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ (Shaded) ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕਠੇ ਕਰਨ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਚਿੱਤਰ 2.2 ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਚਿੱਤਰ 2.2 ਦਾ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ ਚੱਕਰ ਦੇ ਕਿਹੜੇ ਭਾਗ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ? ਇਹ ਚੱਕਰ ਦੇ $\frac{2}{4}$ ਭਾਗ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 2.2

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 2.1 ਦੇ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਟੁਕੜੇ ਮਿਲਕੇ ਚਿੱਤਰ 2.2 ਦੇ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ ਦੇ ਸਮਾਨ ਹੈ ਭਾਵ ਸਾਨੂੰ ਚਿੱਤਰ 2.3 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।



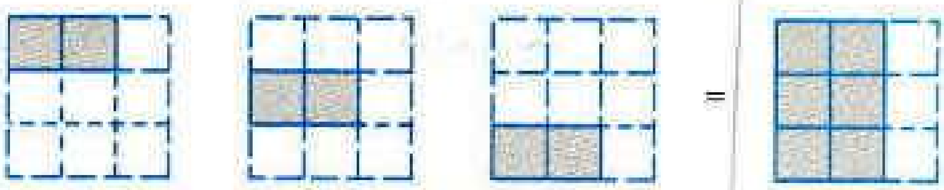
ਚਿੱਤਰ 2.3

ਜਾਂ $2\times\frac{1}{4} = \frac{2}{4}$

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਹੁਣ ਦਸ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 2.4 ਕਿਸ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ?

ਚਿੱਤਰ 2.4

ਅਤੇ ਚਿੱਤਰ 2.5 ਕਿਸ ਨੂੰ ਦਰਸਾਵੇਗਾ ?



ਚਿੱਤਰ 2.5

ਆਓ ਹੁਣ ਅਸੀਂ $3\times\frac{1}{2}$ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ

$$3\times\frac{1}{2} = \frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

ਅਸੀਂ ਇਹ ਵੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2} = \frac{1+1+1}{2} = \frac{3\times1}{2} = \frac{3}{2}$

ਇਸ ਲਈ $3\times\frac{1}{2} = \frac{3\times1}{2} = \frac{3}{2}$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $\frac{2}{3}\times5 = \frac{2\times5}{3} = ?$

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਦਸ ਸਕਦੇ ਹੋ। $3\times\frac{2}{7} = ?$ $4\times\frac{3}{5} = ?$

ਹੁਣ ਤੱਕ ਅਸੀਂ ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਭਿੰਨਾਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕੀਤਾ ਹੈ ਭਾਵ $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{2}{7}$ ਅਤੇ $\frac{3}{5}$ ਉਹ ਸਾਰੀਆਂ ਉੱਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਹਨ।

ਅਣ ਉੱਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਲਈ ਵੀ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ:

$$2\times\frac{5}{3} = \frac{2\times 5}{3} = \frac{10}{3}$$

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ: $3\times\frac{8}{7} = ?$ $4\times\frac{7}{5} = ?$

ਇਸ ਲਈ, ਕਿਸੇ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਉੱਚਿਤ ਜਾਂ ਅਣਉੱਚਿਤ ਭਿੰਨ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਲਈ ਅਸੀਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਭਿੰਨ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਭਿੰਨ ਦੇ ਹਰ ਨੂੰ ਉਹੀ ਰੱਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

1. ਪਤਾ ਕਰੋ: (a) $\frac{2}{7}\times 3$ (b) $\frac{9}{7}\times 6$ (c) $3\times\frac{1}{8}$ (d) $\frac{13}{11}\times 6$

   ਜੇਕਰ ਗੁਣਨਫਲ ਇੱਕ ਅਣ-ਉੱਚਿਤ ਭਿੰਨ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸ ਨੂੰ ਮਿਸ਼ਰਤ ਭਿੰਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਓ।
2. $2\times\frac{2}{5} = \frac{4}{5}$ ਦਾ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਓ।

ਕਿਸੇ ਮਿਸ਼ਰਤ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਲਈ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਮਿਸ਼ਰਤ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਅਣ ਉਚਿਤ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ ਅਤੇ ਫਿਰ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਪਤਾ ਕਰੋ: (i) $5\times 2\frac{3}{7}$

(ii) $1\frac{4}{9}\times 6$

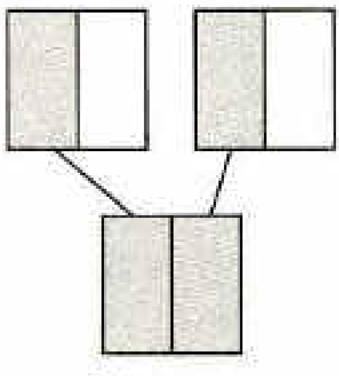
ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $3\times 2\frac{5}{7} = 3\times\frac{19}{7} = \frac{57}{7} = 8\frac{1}{7}$

ਇਸ ਲਈ $2\times 4\frac{2}{5} = 2\times\frac{22}{5} = ?$

ਭਿੰਨ, ਇੱਕ ਸੰਚਾਲਕ 'ਦਾ' ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ

ਚਿੱਤਰ 2.6 ਨੂੰ ਵੇਖੋ। ਦੋ ਵਰਗ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਨਾਲ ਸਮਰੂਪ ਹਨ।

ਹਰੇਕ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਟੁੱਕੜਾ 1 ਦੇ $\frac{1}{2}$ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 2.6

ਇਸ ਲਈ, ਦੋਵੇਂ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਟੁੱਕੜੇ ਮਿਲਕੇ 2 ਦੇ $\frac{1}{2}$ ਇੱਕ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ।

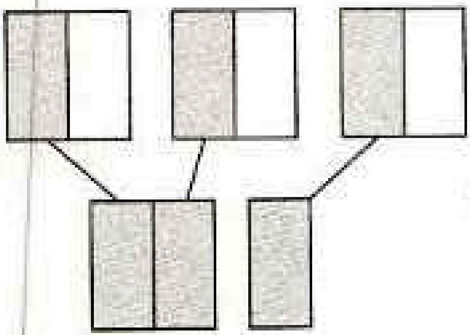
ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 2 ਦਾ $\frac{1}{2}$ ਭਾਗ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਇਸ ਨੂੰ $\frac{1}{2}\times 2 = 1$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਇਸ ਲਈ 2 ਦਾ $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}\times 2 = 1$

ਚਿੱਤਰ 2.7 ਦੇ ਸਮਰੂਪ ਵਰਗਾਂ ਨੂੰ ਦੇਖੋ।

ਹਰੇਕ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਟੁੱਕੜਾ ਇੱਕ ਦੇ $\frac{1}{2}$ ਭਾਗ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਤਿੰਨ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਟੁੱਕੜੇ ਮਿਲਕੇ 3 ਦੇ $\frac{1}{2}$ ਭਾਗ ਨੂੰ ਨਿਰੂਪਤ ਕਰਦੇ ਹਨ।

ਤਿੰਨ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠਾ ਕਰੋ।



ਚਿੱਤਰ 2.7

ਇਹ $1\frac{1}{2}$ ਭਾਵ $\frac{3}{2}$ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ 3 ਦਾ $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$ ਹੈ ਅਤੇ $\frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$

ਇਸ ਲਈ 3 ਦਾ $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 'ਦਾ' ਗੁਣਾ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਫਰੀਦਾ ਦੇ ਕੋਲ 20 ਬੰਟੇ ਹਨ। ਰੇਸ਼ਮਾ ਕੋਲ ਫਰੀਦਾ ਦੇ ਬੰਟਿਆ ਦਾ $\frac{1}{5}$ ਹੈ। ਰੇਸ਼ਮਾਂ ਕੋਲ ਕਿੰਨੇ ਬੰਟੇ ਹਨ?

ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ, 'ਦਾ' ਗੁਣਾ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਰੇਸ਼ਮਾ ਦੇ ਕੋਲ $\frac{1}{5} \times 20 = 4$ ਬੰਟੇ ਹਨ।

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 16 ਦਾ $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2} \times 16 = \frac{16}{2} = 8$ ਹੈ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਦਸ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ (i) 10 ਦਾ $\frac{1}{2}$ (ii) 16 ਦਾ $\frac{1}{4}$ (iii) 25 ਦਾ $\frac{2}{5}$, ਕੀ ਹੈ?

ਉਦਾਹਰਣ 5 : 40 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਇੱਕ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਕੁੱਲ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ $\frac{1}{5}$ ਅੰਗਰੇਜ਼ੀ ਪੜ੍ਹਨਾ ਪਸੰਦ ਕਰਦੇ ਹਨ, ਕੁੱਲ ਸੰਖਿਆ ਦਾ $\frac{2}{5}$ ਗਣਿਤ ਪੜ੍ਹਨਾ ਪਸੰਦ ਕਰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਵਿਗਿਆਨ ਪੜ੍ਹਨਾ ਪਸੰਦ ਕਰਦੇ ਹਨ।

(i) ਕਿੰਨੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਅੰਗਰੇਜ਼ੀ ਪੜ੍ਹਨਾ ਪਸੰਦ ਕਰਦੇ ਹਨ?
(ii) ਕਿੰਨੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਗਣਿਤ ਪੜ੍ਹਨਾ ਪਸੰਦ ਕਰਦੇ ਹਨ?
(iii) ਕੁੱਲ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਕਿੰਨਾ ਭਾਗ (fraction) ਵਿਗਿਆਨ ਪੜ੍ਹਨਾ ਪਸੰਦ ਕਰਦਾ ਹੈ?

ਹੱਲ : ਜਮਾਤ ਦੇ ਕੁੱਲ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ = 40

(i) ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੁੱਲ ਸੰਖਿਆ ਦਾ $\frac{1}{5}$ ਅੰਗਰੇਜ਼ੀ ਪੜ੍ਹਨਾ ਪਸੰਦ ਕਰਦੇ ਹਨ।

ਇਸ ਲਈ ਅੰਗਰੇਜ਼ੀ ਪਸੰਦ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ 40 ਦਾ $\frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times 40 = 8$ ਹੈ।

(ii) ਆਪ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ।

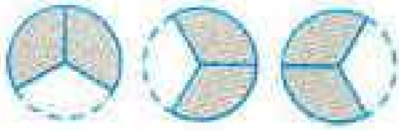
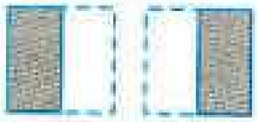
(iii) ਅੰਗਰੇਜ਼ੀ ਅਤੇ ਗਣਿਤ ਪਸੰਦ ਕਰਨ ਵਾਲਿਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ $= 8 + 16 = 24$ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਵਿਗਿਆਨ ਪੜ੍ਹਨ ਵਾਲੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ $= 40 - 24 = 16$ ਹੈ।

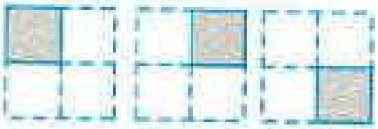
ਇਸ ਲਈ, ਲੋੜੀਂਦੀ ਭਿੰਨ $\frac{16}{40}$ ਹੈ।

ਅਭਿਆਸ 2.2

1. (a) ਤੋਂ (d) ਤੱਕ ਦੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਕੌਣ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ:

(i) $2 \times \frac{1}{5}$ (ii) $2 \times \frac{1}{2}$ (iii) $3 \times \frac{2}{3}$ (iv) $3 \times \frac{1}{4}$

(a)  (b) 

(c)  (d) 

2. (a) ਤੋਂ (c) ਤੱਕ ਕੁੱਝ ਚਿੱਤਰ ਦਿੱਤੇ ਹਨ। ਦੱਸੋ ਉਨ੍ਹਾਂ ਵਿਚੋਂ ਕੌਣ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ:

(i) $3 \times \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$ (ii) $2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ (iii) $3 \times \frac{3}{4} = 2\frac{1}{4}$

(a)

(b)

(c)

3. ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਨਿਊਨਤਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ ਅਤੇ ਮਿਸ਼ਰਤ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਓ :

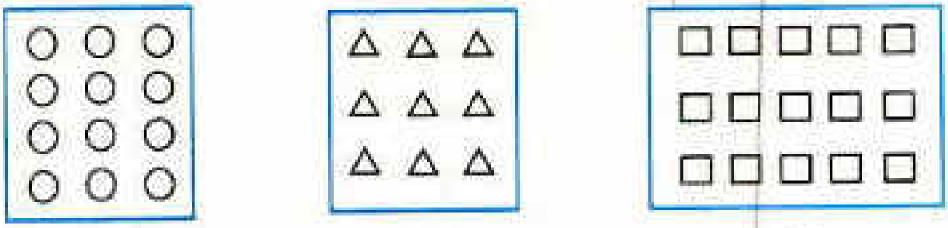
(i) $7\times\frac{3}{5}$ (ii) $4\times\frac{1}{3}$ (iii) $2\times\frac{6}{7}$ (iv) $5\times\frac{2}{9}$ (v) $\frac{2}{3}\times4$

(vi) $\frac{5}{2}\times6$ (vii) $11\times\frac{4}{7}$ (viii) $20\times\frac{4}{5}$ (ix) $13\times\frac{1}{3}$ (x) $15\times\frac{3}{5}$

4. ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ :

(i) ਬਾਕਸ (a) ਦੇ ਚੱਕਰਾਂ ਦਾ $\frac{1}{2}$ ਭਾਗ (ii) ਬਾਕਸ (b) ਦੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦਾ $\frac{2}{3}$ ਭਾਗ

(iii) ਬਾਕਸ (c) ਦੇ ਵਰਗਾਂ ਦਾ $\frac{3}{5}$ ਭਾਗ



(a) (b) (c)

5. ਪਤਾ ਕਰੋ :

(a) (i) 24 ਦਾ $\frac{1}{2}$ (ii) 46 ਦਾ $\frac{1}{2}$ (b) (i) 18 ਦਾ $\frac{2}{3}$ (ii) 27 ਦਾ $\frac{2}{3}$

(c) (i) 16 ਦਾ $\frac{3}{4}$ (ii) 36 ਦਾ $\frac{3}{4}$ (d) (i) 20 ਦਾ $\frac{4}{5}$ (ii) 35 ਦਾ $\frac{4}{5}$

6. ਗੁਣਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਮਿਸ਼ਰਤ ਭਿੰਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ:

(a) $3\times5\frac{1}{5}$ (b) $5\times6\frac{3}{4}$ (c) $7\times2\frac{1}{4}$

(d) $4\times6\frac{1}{3}$ (e) $3\frac{1}{4}\times6$ (f) $3\frac{2}{5}\times8$

7. ਪਤਾ ਕਰੋ :

(a) (i) $2\frac{3}{4}$ ਦਾ $\frac{1}{2}$ (ii) $4\frac{2}{9}$ ਦਾ $\frac{1}{2}$ (b) (i) $3\frac{5}{6}$ ਦਾ $\frac{5}{8}$ (ii) $9\frac{2}{3}$ ਦਾ $\frac{5}{8}$

8. ਵਿਦਿਆ ਅਤੇ ਪ੍ਰਤਾਪ ਪਿਕਨਿਕ 'ਤੇ ਗਏ। ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਮਾਂ ਨੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ 5 ਲੀਟਰ ਪਾਣੀ ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਬੋਤਲ ਦਿੱਤੀ। ਵਿਦਿਆ ਨੇ ਕੁੱਲ ਪਾਣੀ ਦਾ $\frac{2}{5}$ ਵਰਤਿਆ। ਬਾਕੀ ਪਾਣੀ ਪ੍ਰਤਾਪ ਨੇ ਪੀਤਾ।

(i) ਵਿਦਿਆ ਨੇ ਕਿੰਨਾ ਪਾਣੀ ਪੀਤਾ?

(ii) ਪਾਣੀ ਦੀ ਕੁੱਲ ਮਾਤਰਾ ਦਾ ਕਿੰਨਾਂ ਹਿੱਸਾ ਪ੍ਰਤਾਪ ਨੇ ਪੀਤਾ?

2.3.2 ਭਿੰਨ ਦੀ ਭਿੰਨ ਨਾਲ ਗੁਣਾ

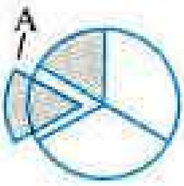
ਫਰੀਦਾ ਦੇ ਕੋਲ 9 ਸਮ ਲੰਬਾ ਇੱਕ ਰਿਬਨ ਸੀ। ਉਸਨੇ ਇਸ ਨੂੰ ਚਾਰ ਸਮਾਨ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ। ਉਸਨੇ ਇਹ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੀਤਾ ? ਉਸਨੇ ਰਿਬਨ ਨੂੰ ਦੋ ਵਾਰ ਮੋੜਿਆ। ਹਰੇਕ ਭਾਗ ਕੁੱਲ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਕਿਸ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਹਰੇਕ ਭਾਗ, ਰਿਬਨ ਦਾ $\frac{9}{4}$ ਹੋਵੇਗਾ। ਉਸਨੇ ਇਸ ਵਿਚੋਂ ਇੱਕ ਭਾਗ ਲਿਆ ਅਤੇ ਇਸ ਭਾਗ ਨੂੰ ਮੋੜਦੇ ਹੋਏ ਇਸ ਨੂੰ ਦੋ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡ ਦਿੱਤਾ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੋ ਟੁੱਕੜਿਆਂ ਵਿਚੋਂ ਇੱਕ ਟੁੱਕੜਾ ਕੀ ਦਰਸਾਏਗਾ ? ਇਹ $\frac{9}{4}$ ਦਾ $\frac{1}{2}$ ਭਾਵ $\frac{1}{2} \times \frac{9}{4}$ ਨੂੰ ਦਰਸਾਏਗਾ।

ਆਓ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਦੋ ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਜਿਵੇਂ $\frac{1}{2} \times \frac{9}{4}$ ਨੂੰ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ।

ਇਸ ਨੂੰ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਆਓ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ ਵਰਗਾ ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਸਿੱਖਦੇ ਹਾਂ।

ਚਿੱਤਰ 2.8

(a) ਕਿਸੇ ਪੂਰਨ ਭਾਗ ਦਾ $\frac{1}{3}$ ਅਸੀਂ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ? ਅਸੀਂ ਪੂਰਨ ਭਾਗ ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਸਮਾਨ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੇ ਹਾਂ। ਤਿੰਨਾਂ ਵਿਚੋਂ ਹਰੇਕ ਭਾਗ ਪੂਰਨ ਦੇ $\frac{1}{3}$ ਭਾਗ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਤਿੰਨਾਂ ਵਿਚੋਂ ਇੱਕ ਹਿੱਸਾ ਲਵੋ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ (Shaded) ਕਰੋ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 2.8 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 2.9

(b) ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ ਦਾ $\frac{1}{2}$ ਭਾਗ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋਗੇ ? ਇਸ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਇੱਕ ਤਿਹਾਈ ($\frac{1}{3}$) ਭਾਗ ਨੂੰ 2 ਸਮਾਨ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡੋ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੋਵਾਂ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਭਾਗ $\frac{1}{3}$ ਦਾ $\frac{1}{2}$ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਮਤਲਬ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ ਨੂੰ ਨਿਰੂਪਤ ਕਰਦਾ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 2.9)।
ਇਹਨਾਂ ਦੋ ਭਾਗਾਂ ਵਿਚੋਂ ਇੱਕ ਨੂੰ ਬਾਹਰ ਕੱਢੋ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ 'A' ਨਾਮ ਦਿਓ। 'A' $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।

(c) 'A' ਪੂਰਨ ਦਾ ਕਿੰਨਵਾਂ ਭਾਗ ਹੈ ? ਇਹ ਜਾਨਣ ਲਈ ਬਾਕੀ $\frac{1}{3}$ ਭਾਗਾਂ ਵਿਚੋਂ ਹਰੇਕ ਨੂੰ 2 ਸਮਾਨ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡੋ। ਹੁਣ ਤੁਹਾਡੇ ਕੋਲ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਕਿੰਨੇ ਭਾਗ ਸਮਾਨ ਹਨ ? ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ 6 ਭਾਗ ਸਮਾਨ ਹਨ। 'A' ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿਚੋਂ ਇੱਕ ਭਾਗ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ 'A' ਪੂਰਨ ਦਾ $\frac{1}{6}$ ਭਾਗ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

ਅਸੀਂ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਫੈਸਲਾ ਕੀਤਾ ਕਿ 'A' ਪੂਰਨ ਦਾ $\frac{1}{6}$ ਭਾਗ ਹੈ ? ਪੂਰਨ ਨੂੰ $2 \times 3 = 6$ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਅਤੇ 1 ਭਾਗ ਅਸੀਂ ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਬਾਹਰ ਕੱਢ ਲਿਆ।

ਇਸ ਲਈ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} = \frac{1 \times 1}{2 \times 3}$

ਜਾਂ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1 \times 1}{2 \times 3}$

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਵੀ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਸੰਪੂਰਨ ਨੂੰ 2 ਸਮਾਨ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡੋ ਅਤੇ ਫਿਰ ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿਚੋਂ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਭਾਗ ਨੂੰ 3 ਸਮਾਨ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡੋ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿਚੋਂ ਇੱਕ ਭਾਗ ਲਵੋ।

ਇਹ $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ ਮਤਲਬ ਭਾਗ $\frac{1}{6}$ ਭਾਗ ਨੂੰ ਨਿਰੂਪਤ ਕਰੇਗਾ।

ਇਸ ਲਈ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਪਹਿਲਾਂ ਚਰਚਾ ਹੋ ਚੁੱਕੀ ਹੈ। $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6} = \frac{1 \times 1}{3 \times 2}$

ਇਸ ਲਈ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$ ਅਤੇ $\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$; $\frac{1}{2} \times \frac{1}{5}$ ਅਤੇ $\frac{1}{5} \times \frac{1}{2}$ ਪਤਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ ਕੀ ਤੁਸੀਂ

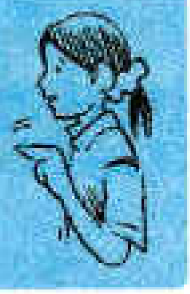
$\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$; $\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{2}$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹੋ ?

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਬਕਸਿਆਂ ਨੂੰ ਭਰੋ।

(i) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{7} = \frac{1 \times 1}{2 \times 7} = \boxed{}$ (ii) $\frac{1}{5} \times \frac{1}{7} = \boxed{} = \boxed{}$

(iii) $\frac{1}{7} \times \frac{1}{2} = \boxed{} = \boxed{}$ (iv) $\frac{1}{7} \times \frac{1}{5} = \boxed{} = \boxed{}$



ਉਦਾਹਰਣ 6 : ਸੁਸ਼ਾਂਤ ਇੱਕ ਘੰਟੇ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਕਿਤਾਬ ਦਾ $\frac{1}{3}$ ਭਾਗ ਪੜ੍ਹਦਾ ਹੈ। ਉਹ $2\frac{1}{5}$ ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ ਕਿਤਾਬ ਦਾ ਕਿੰਨਵਾਂ ਭਾਗ ਪੜ੍ਹੇਗਾ ?

ਹੱਲ : ਸੁਸ਼ਾਂਤ ਵੱਲੋਂ 1 ਘੰਟੇ ਵਿੱਚ ਕਿਤਾਬ ਦਾ ਪੜ੍ਹਿਆ ਹੋਇਆ ਭਾਗ $= \frac{1}{3}$

ਇਸ ਲਈ $2\frac{1}{5}$ ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ ਉਸ ਦੁਆਰਾ ਕਿਤਾਬ ਦਾ ਪੜ੍ਹਿਆ ਹੋਇਆ ਭਾਗ= $2\frac{1}{5} \times \frac{1}{3}$

$$= \frac{11}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{11 \times 1}{5 \times 3} = \frac{11}{15}$$

ਆਓ ਹੁਣ ਅਸੀ $\frac{1}{2} \times \frac{5}{3}$ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $\frac{5}{3} = \frac{1}{3} \times 5$

ਇਸ ਲਈ, $\frac{1}{2} \times \frac{5}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times 5 = \frac{1}{6} \quad 5 = \frac{5}{6}$

ਨਾਲ ਹੀ, $\frac{5}{6} = \frac{1 \times 5}{2 \times 3}$। ਇਸ ਲਈ, $\frac{1}{2} \times \frac{5}{3} = \frac{1 \times 5}{2 \times 3} = \frac{5}{6}$

ਇਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਵੀ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਪੰਜ ਸਮਾਨ ਅਕਾਰਾਂ (ਚਿੱਤਰ 2.10) ਵਿਚੋਂ ਹਰੇਕ ਪੰਜ ਸਮਰੂਪ ਚੱਕਰਾਂ ਦੇ ਭਾਗ ਹਨ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦਾ ਇਕ ਆਕਾਰ ਲਓ। ਇਸ ਅਕਾਰ ਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਚੱਕਰ ਨੂੰ 3 ਸਮਾਨ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੇ ਹਾਂ। ਅੱਗੇ ਵੀ ਇਨ੍ਹਾਂ ਤਿੰਨ ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਹਰੇਕ ਦੇ 2 ਸਮਾਨ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਦਾ ਇੱਕ ਭਾਗ ਉਹ ਅਕਾਰ ਹੈ ਜਿਸਦੀ ਅਸੀਂ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ਹੈ। ਇਹ ਕੀ ਦਰਸਾਵੇਗਾ ? ਇਹ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ ਨੂੰ ਦਰਸਾਵੇਗਾ। ਇਸ ਤਰਾਂ ਦੇ ਭਾਗ ਮਿਲਕੇ ਕੁੱਲ $5 \times \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ ਹੋਣਗੇ।

ਚਿੱਤਰ 2.10

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $\frac{3}{5} \times \frac{1}{7} = \frac{3 \times 1}{5 \times 7} = \frac{3}{35}$

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਪਤਾ ਕਰੋ: $\frac{1}{3} \times \frac{4}{5}$; $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਅਸੀਂ $\frac{2}{3} \times \frac{7}{5}$ ਨੂੰ $\frac{2}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{2 \times 7}{3 \times 5} = \frac{14}{15}$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਦੋ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ

$= \frac{\text{ਅੰਸ਼ਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ}}{\text{ਹਰਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ}}$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕਰਦੇ ਹਾਂ

ਗੁਣਨਫਲਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ

ਤੁਸੀਂ ਵੇਖਿਆ ਕਿ ਦੋ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੋਵਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿਚੋਂ ਹਰੇਕ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ ਤੇ $3 \times 4 = 12$ ਅਤੇ $12 > 4$, $12 > 3$.

ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਦੋ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਮੁੱਲ ਨੂੰ ਦਿੱਤੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਪਤਾ ਕਰੋ: $\frac{8}{3} \times \frac{4}{7}$; $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3}$

ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਦੋ ਉੱਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੀ ਚਰਚਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ,

$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$	$\frac{8}{15} < \frac{2}{3}, \frac{8}{15} < \frac{4}{5}$	ਗੁਣਨਫਲ ਹਰੇਕ ਭਿੰਨ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ
$\frac{1}{5} \times \frac{2}{7}$ = ---------	--------, --------	------------------------------------
$\frac{3}{5} \times \frac{\square}{8} =$	--------, --------	------------------------------------
$\frac{2}{\square} \times \frac{4}{9} = \frac{8}{45}$	--------, --------	------------------------------------

ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜਦੋਂ ਦੋ ਉੱਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਗੁਣਨਫਲ ਭਿੰਨਾਂ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਭਾਵ ਕਿ ਦੋ ਉੱਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦਾ ਮੁੱਲ ਦੋਵਾਂ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿਚੋਂ ਹਰੇਕ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਪੰਜ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਬਣਾ ਕੇ ਇਸ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰੋ।

ਆਓ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਦੋ ਅਣ-ਉੱਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

$\frac{7}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{35}{6}$	$\frac{35}{6} > \frac{7}{3}, \frac{35}{6} > \frac{5}{2}$	ਗੁਣਨਫਲ ਹਰੇਕ ਭਿੰਨ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੈ
$\frac{6}{5} \times \frac{\square}{3} = \frac{24}{15}$	--------, --------	------------------------------------
$\frac{9}{2} \times \frac{7}{\square} = \frac{63}{8}$	--------, --------	------------------------------------
$\frac{3}{\square} \times \frac{8}{7} = \frac{24}{14}$	--------, --------	------------------------------------

ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਦੋ ਅਣ-ਉੱਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਉਨ੍ਹਾਂ ਵਿਚੋਂ ਹਰੇਕ ਭਿੰਨ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਭਾਵ ਕਿ ਦੋ ਅਣ-ਉੱਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦਾ ਮੁੱਲ ਉਨ੍ਹਾਂ ਵਿਚੋਂ ਹਰੇਕ ਭਿੰਨ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਪੰਜ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਨੂੰ ਬਣਾਓ ਅਤੇ ਉਪਰਲੇ ਕਥਨ ਨੂੰ ਸੱਚ ਕਰੋ।

ਆਓ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇਕ ਉੱਚਿਤ ਅਤੇ ਇੱਕ ਅਣ-ਉੱਚਿਤ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਮੰਨ ਲਓ $\frac{2}{3}$ ਅਤੇ $\frac{7}{5}$ ਹਨ।

ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ : $\frac{2}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{14}{15}$ ਇੱਥੇ $\frac{14}{15} < \frac{7}{5}$ ਅਤੇ $\frac{14}{15} > \frac{2}{3}$

ਪ੍ਰਾਪਤ ਗੁਣਨਫਲ, ਗੁਣਾ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕੀਤੇ ਅਣ-ਉੱਚਿਤ ਭਿੰਨ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ ਅਤੇ ਉੱਚਿਤ ਭਿੰਨ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੈ।

$\frac{6}{5}\times\frac{2}{7}$, $\frac{8}{3}\times\frac{4}{5}$ ਦੇ ਲਈ ਗੁਣਨਫਲ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰੋ।

ਅਭਿਆਸ 2.3

1. ਪਤਾ ਕਰੋ :

(i) (a) $\frac{1}{4}$ ਦਾ $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{3}{5}$ ਦਾ $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{4}{3}$ ਦਾ $\frac{1}{4}$

(ii) (a) $\frac{2}{9}$ ਦਾ $\frac{1}{7}$ (b) $\frac{6}{5}$ ਦਾ $\frac{1}{7}$ (c) $\frac{3}{10}$ ਦਾ $\frac{1}{7}$

2. ਗੁਣਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਨਿਊਨਤਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ (ਜੇਕਰ ਸੰਭਵ ਹੋਵੇ) :

(i) $\frac{2}{3}\times2\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{2}{7}\times\frac{7}{9}$ (iii) $\frac{3}{8}\times\frac{6}{4}$ (iv) $\frac{9}{5}\times\frac{3}{5}$

(v) $\frac{1}{3}\times\frac{15}{8}$ (vi) $\frac{11}{2}\times\frac{3}{10}$ (vii) $\frac{4}{5}\times\frac{12}{7}$

3. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰੋ:

(i) $\frac{2}{5}\times5\frac{1}{4}$ (ii) $6\frac{2}{5}\times\frac{7}{9}$ (iii) $\frac{3}{2}\times5\frac{1}{3}$ (iv) $\frac{5}{6}\times2\frac{3}{7}$

(v) $3\frac{2}{5}\times\frac{4}{7}$ (vi) $2\frac{3}{5}\times3$ (vii) $3\frac{4}{7}\times\frac{3}{5}$

4. ਕਿਹੜਾ ਵੱਡਾ ਹੈ :

(i) $\frac{3}{4}$ ਦਾ $\frac{2}{7}$ ਜਾਂ $\frac{5}{8}$ ਦਾ $\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{6}{7}$ ਦਾ $\frac{1}{2}$ ਜਾਂ $\frac{3}{7}$ ਦਾ $\frac{2}{3}$

5. ਸ਼ੈਲੀ ਆਪਣੇ ਬਾਗ ਵਿੱਚ ਚਾਰ ਛੋਟੇ ਪੌਦੇ ਇੱਕ ਲਾਈਨ ਵਿੱਚ ਲਗਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਦੋ ਲਗਾਤਾਰ ਪੌਦਿਆਂ ਵਿੱਚਕਾਰ ਦੀ ਦੂਰੀ $\frac{3}{4}$ ਮੀਟਰ ਹੈ। ਪਹਿਲੇ ਅਤੇ ਆਖਰੀ ਪੌਦੇ ਵਿੱਚਲੀ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।

6. ਦੀਪਿਕਾ ਇੱਕ ਕਿਤਾਬ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀ ਦਿਨ $1\frac{3}{4}$ ਘੰਟੇ ਪੜ੍ਹਦੀ ਹੈ। ਉਹ ਸਾਰੀ ਕਿਤਾਬ 6 ਦਿਨਾਂ ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹਦੀ ਹੈ। ਉਸ ਕਿਤਾਬ ਨੂੰ ਪੜ੍ਹਨ ਲਈ ਉਸਨੇ ਕਿੰਨੇ ਘੰਟੇ ਲਗਾਏ।

7. ਇੱਕ ਕਾਰ 1 ਲਿਟਰ ਪੈਟਰੋਲ ਵਿੱਚ 16 ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਚਲਦੀ ਹੈ। $2\frac{3}{4}$ ਲਿਟਰ ਪੈਟਰੋਲ ਵਿੱਚ ਉਹ ਕੁੱਲ ਕਿੰਨੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰੇਗੀ ?

8. (a) (i) ਬਾਕਸ $\square$, ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆ ਲਿਖੋ ਤਾਂ ਕਿ $\frac{2}{3}\times\square=\frac{10}{30}$।

(ii) $\square$ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਨਿਊਨਤਮ ਰੂਪ _____ ਹੈ।

(b) (i) ਬਾਕਸ □, ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆ ਲਿਖੋ, ਤਾਂ ਕਿ $\frac{3}{5}\times\square=\frac{24}{75}$ ।

(ii) □ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਨਿਊਨਤਮ ਰੂਪ______ ਹੈ।

2.4 ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਭਾਗ

ਜੋਹਨ ਕੋਲ 6 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ ਲੰਬੀ ਕਾਗਜ਼ ਦੀ ਇੱਕ ਪੱਟੀ ਹੈ। ਉਹ ਇਸ ਪੱਟੀ ਨੂੰ 2 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ ਲੰਬਾਈ ਦੀਆਂ ਛੋਟੀਆਂ ਪੱਟੀਆਂ ਵਿੱਚ ਕੱਟਦਾ ਹੈ। ਤੁਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ਕਿ ਉਹ $6\div2=3$ ਪੱਟੀਆਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੇਗਾ। ਜੋਹਨ 6 ਸਮ ਲੰਬਾਈ ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਦੂਸਰੀ ਪੱਟੀ ਨੂੰ $\frac{3}{2}$ ਸਮ ਵਾਲੀਆਂ ਛੋਟੀਆਂ ਪੱਟੀਆਂ ਵਿੱਚ ਕੱਟਦਾ ਹੈ। ਹੁਣ ਉਸਨੂੰ ਕਿੰਨੀਆਂ ਛੋਟੀਆਂ ਪੱਟੀਆਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਣਗੀਆਂ? ਉਹ $6\div\frac{3}{2}$ ਪੱਟੀਆਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੇਗਾ।

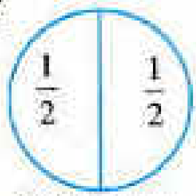
ਇੱਕ $\frac{15}{2}$ ਸਮ ਲੰਬਾਈ ਵਾਲੀ ਪੱਟੀ ਨੂੰ $\frac{3}{2}$ ਸਮ ਲੰਬਾਈ ਵਾਲੀ ਛੋਟੀਆਂ ਪੱਟੀਆਂ ਵਿੱਚ ਕੱਟਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਤੋਂ ਸਾਨੂੰ $\frac{15}{2}\div\frac{3}{2}$ ਟੁੱਕੜੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਣਗੇ।

ਇਸ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਭਿੰਨ ਨਾਲ ਜਾਂ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਦੂਸਰੀ ਭਿੰਨ ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੈ। ਆਓ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਸ ਨੂੰ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਰਨਾ ਹੈ।

2.4.1 ਭਿੰਨ ਨਾਲ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਭਾਗ

ਆਓ $1\div\frac{1}{2}$ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

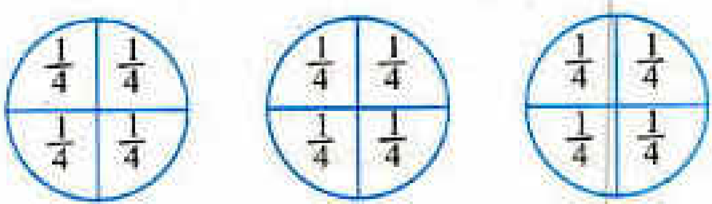
ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਪੂਰਨ ਨੂੰ ਕੁੱਝ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵੰਡਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਹਰੇਕ ਭਾਗ ਪੂਰਨ ਦਾ ਅੱਧਾ ਭਾਗ ਹੋਵੇ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਅੱਧੇ ($\frac{1}{2}$) ਭਾਗਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ $1\div\frac{1}{2}$ ਹੋਵੇਗੀ। ਚਿੱਤਰ 2.11 ਨੂੰ ਵੇਖੋ। ਤੁਹਾਨੂੰ ਕਿੰਨੇ ਅੱਧੇ ਭਾਗ ਦਿਖਾਈ ਦੇਂਦੇ ਹਨ? ਇਹੋ ਜਿਹੇ ਦੋ ਅੱਧੇ ਭਾਗ ਹਨ।



ਚਿੱਤਰ 2.11

ਇਸ ਲਈ $1\div\frac{1}{2}=2$. ਨਾਲ ਹੀ $1\times\frac{2}{1}=1\times2=2$ ਇਸ ਲਈ : $1\div\frac{1}{2}=1\times\frac{2}{1}$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $3\div\frac{1}{4}=3$ ਪੂਰਨਾਂ ਵਿਚੋਂ ਹਰੇਕ ਨੂੰ ਸਮਾਨ $\frac{1}{4}$ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਣ 'ਤੇ, $\frac{1}{4}$ ਭਾਗਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ = 12 (ਚਿੱਤਰ 2.12)



ਚਿੱਤਰ 2.12

ਇਹ ਵੀ ਦੇਖੋ ਕਿ $3\times\frac{4}{1} = 3\times 4 = 12$, ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $3\div\frac{1}{4}=3\times\frac{4}{1}=12$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $3\div\frac{1}{2}$ ਅਤੇ $3\times\frac{2}{1}$ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਭਿੰਨ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ

$\frac{1}{2}$ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ 'ਤੇ ਜਾਂ $\frac{1}{2}$ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਕਰਨ 'ਤੇ ਸੰਖਿਆ $\frac{2}{1}$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $\frac{1}{3}$ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਕਰਨ 'ਤੇ $\frac{3}{1}$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਆਓ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਇਹੋ ਜਿਹੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਦੇ ਬਾਰੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।
ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਗੁਣਨਫਲਾਂ ਨੂੰ ਦੇਖੋ ਅਤੇ ਖਾਲੀ ਥਾਵਾਂ ਭਰੋ :

$7\times\frac{1}{7} = 1$	$\frac{5}{4}\times\frac{4}{5}$ = ...
$\frac{1}{9}\times 9$ = ...	$\frac{2}{7}\times$ .... $= 1$
$\frac{2}{3}\times\frac{3}{2} = \frac{2\times 3}{3\times 2} = \frac{6}{6} = 1$	...... $\times\frac{5}{9} = 1$

ਇਹੋ ਜਿਹੇ ਪੰਜ ਹੋਰ ਜੋੜਿਆਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।

ਇਹੋ ਜਿਹੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜਿਹੜੀਆਂ ਸਿਫ਼ਰ ਨਾ ਹੋਣ, 'ਤੇ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਆਪਸੀ ਗੁਣਨਫਲ 1 ਹੈ, ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਉਲਟ ਕਹਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $\frac{5}{9}$ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ $\frac{9}{5}$ ਹੈ ਅਤੇ $\frac{9}{5}$ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ $\frac{5}{9}$ ਹੈ। $\frac{1}{9}$, $\frac{2}{7}$ ਦੇ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਕੀ ਹਨ।

ਤੁਸੀਂ ਵੇਖੋਗੇ ਕਿ $\frac{2}{3}$ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਕਰਨ 'ਤੇ ਇਸ ਦਾ ਉਲਟ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $\frac{3}{2}$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹੋ।

ਸੋਚੋ, ਵਿਚਾਰੋ ਅਤੇ ਲਿਖੋ

(i) ਕੀ ਇੱਕ ਉੱਚਿਤ ਭਿੰਨ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਵੀ ਉੱਚਿਤ ਭਿੰਨ ਹੋਵੇਗਾ ?

(ii) ਕੀ ਇੱਕ ਅਣ-ਉੱਚਿਤ ਭਿੰਨ ਦਾ ਉਲਟ੍ਰਮ ਵੀ ਇੱਕ ਅਣ-ਉੱਚਿਤ ਭਿੰਨ ਹੋਵੇਗਾ ?

ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ

$1\div\frac{1}{2} = 1\times\frac{2}{1} = 1\times$ ($\frac{1}{2}$ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ))

$3\div\frac{1}{4} = 3\times\frac{4}{1} = 3\times$ ($\frac{1}{4}$ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ)

$3\div\frac{1}{2}$ = ... = ...

ਇਸ ਲਈ $2 \div \frac{3}{4} = 2 \times (\frac{3}{4}$ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ$) = 2 \times \frac{4}{3}$.

$5 \div \frac{2}{9} = 5 \times$ .... $= 5 \times$ ....

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਿਸੇ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਇਕ ਭਿੰਨ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ ਲਈ ਉਸ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਭਿੰਨ ਦੇ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰ ਦਿਓ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਪਤਾ ਕਰੋ : (i) $7 \div \frac{2}{5}$ (ii) $6 \div \frac{4}{7}$ (iii) $2 \div \frac{8}{9}$

- ਕਿਸੇ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਇਕ ਮਿਸ਼ਰਤ ਭਿੰਨ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ, ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਮਿਸ਼ਰਤ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਅਣ-ਉੱਚਿਤ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ ਅਤੇ ਫਿਰ ਇਸ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $4 \div 2\frac{2}{5} = 4 \div \frac{12}{5} = ?$ ਨਾਲ ਹੀ $5 \div 3\frac{1}{3} = 3 \div \frac{10}{3} = ?$

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਪਤਾ ਕਰੋ :

(i) $6 \div 5\frac{1}{3}$

(ii) $7 \div 2\frac{4}{7}$

2.4.2 ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਿੰਨ ਦੀ ਭਾਗ

- $\frac{3}{4} \div 3$ ਦਾ ਕੀ ਮੁੱਲ ਹੋਵੇਗਾ?

ਪਿਛਲੇ ਤਜਰਬਿਆਂ ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ: $\frac{3}{4} \div 3 = \frac{3}{4} \div \frac{3}{1} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3}$
$= \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

ਇਸ ਲਈ $\frac{2}{3} \div 7 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{7} = ?$ $\frac{5}{7} \div 6$, $\frac{2}{7} \div 8$ ਦੇ ਮੁੱਲ ਕੀ ਹਨ?

- ਮਿਸ਼ਰਤ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਮਿਸ਼ਰਤ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਅਣ-ਉਚਿਤ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ। ਭਾਵ

$2\frac{2}{3} \div 5 = \frac{8}{3} \div 5 =$ ......; $4\frac{2}{5} \div 3 =$ ...... $=$ ...... $2\frac{3}{5} \div 2 =$ ...... $=$ ....

2.4.3 ਇੱਕ ਭਿੰਨ ਦੀ ਦੂਜੀ ਭਿੰਨ ਨਾਲ ਭਾਗ

ਹੁਣ ਅਸੀਂ $\frac{1}{3} \div \frac{6}{5}$ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

$\frac{1}{3} \div \frac{6}{5} = \frac{1}{3} \times (\frac{6}{5}$ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ$) = \frac{1}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{2}{5}$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $\frac{8}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{8}{5} \times (\frac{2}{3}$ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ$) = ?$ ਅਤੇ $\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = ?$

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਪਤਾ ਕਰੋ : (i) $\frac{3}{5} \div \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$ (iii) $2\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$ (iv) $5\frac{1}{6} \div \frac{9}{2}$

ਅਭਿਆਸ 2.4

1. ਪਤਾ ਕਰੋ :

(i) $12 \div \frac{3}{4}$ (ii) $14 \div \frac{5}{6}$ (iii) $8 \div \frac{7}{3}$ (iv) $4 \div \frac{8}{3}$

(v) $3 \div 2\frac{1}{3}$ (vi) $5 \div 3\frac{4}{7}$

2. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿਚੋਂ ਹਰੇਕ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਨੂੰ ਉੱਚਿਤ ਭਿੰਨ, ਅਣ-ਉੱਚਿਤ ਭਿੰਨ ਅਤੇ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਰਗੀਕ੍ਰਿਤ ਕਰੋ।

(i) $\frac{3}{7}$ (ii) $\frac{5}{8}$ (iii) $\frac{9}{7}$ (iv) $\frac{6}{5}$

(v) $\frac{12}{7}$ (vi) $\frac{1}{8}$ (vii) $\frac{1}{11}$

3. ਪਤਾ ਕਰੋ :

(i) $\frac{7}{3} \div 2$ (ii) $\frac{4}{9} \div 5$ (iii) $\frac{6}{13} \div 7$ (iv) $4\frac{1}{3} \div 3$

(v) $3\frac{1}{2} \div 4$ (vi) $4\frac{3}{7} \div 7$

4. ਪਤਾ ਕਰੋ:

(i) $\frac{2}{5} \div \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{4}{9} \div \frac{2}{3}$ (iii) $\frac{3}{7} \div \frac{8}{7}$ (iv) $2\frac{1}{3} \div \frac{3}{5}$ (v) $3\frac{1}{2} \div \frac{8}{3}$

(vi) $\frac{2}{5} \div 1\frac{1}{2}$ (vii) $3\frac{1}{5} \div 1\frac{2}{3}$ (viii) $2\frac{1}{5} \div 1\frac{1}{5}$

2.5 ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਬਾਰੇ ਤੁਸੀਂ ਕਿੰਨੀ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪੜ੍ਹ ਚੁੱਕੇ ਹੋ

ਤੁਸੀਂ ਪਿਛਲੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹਿਆ ਹੈ। ਆਓ ਅਸੀਂ ਇਥੇ ਸੰਖੇਪ

ਵਿੱਚ ਇਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਯਾਦ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸਾਰਨੀ ਨੂੰ ਵੇਖੋ ਅਤੇ ਖਾਲੀ ਸਥਾਨ ਭਰੋ:

ਸੈਂਕੜਾ (100)	ਦਹਾਈ (10)	ਇਕਾਈ (1)	ਦਸਵਾਂ $\left(\frac{1}{10}\right)$	ਸੌਵਾਂ $\left(\frac{1}{100}\right)$	ਹਜ਼ਾਰਵਾਂ $\left(\frac{1}{1000}\right)$	ਸੰਖਿਆ
2	5	3	1	4	7	253.147
6	2	9	3	2	1	....
0	4	3	1	9	2	....
....	1	4	2	5	1	514.251
2	....	6	5	1	2	236.512
....	2	....	5	....	3	724.503
6	....	4	....	2	....	614.326
0	1	0	5	3	0	....

ਉਪਰੋਕਤ ਸਾਰਨੀ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਇਹੋ ਜਿਹੀਆਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੀਆਂ ਹਨ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਦਿੱਤਾ ਹੋਇਆ ਸੀ। ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਦਾ ਉਲਟ ਵੀ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਭਾਵ ਜੇਕਰ ਤੁਹਾਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਦਿੱਤੀ ਹੈ ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ਉਸ ਨੂੰ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਲਈ,

$$253.417 = 2 \times 100 + 5 \times 10 + 3 \times 1 + 4 \times \left(\frac{1}{10}\right) + 1 \times \left(\frac{1}{100}\right) + 7 \times \left(\frac{1}{1000}\right)$$

ਜੋਹਨ ਕੋਲ ₹15.50 ਹਨ ਅਤੇ ਸਲਮਾ ਕੋਲ ₹15.75 ਹਨ। ਕਿਸ ਕੋਲ ਜ਼ਿਆਦਾ ਧਨ ਹੈ? ਇਸ ਨੂੰ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 15.50 ਅਤੇ 15.75 ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੈ। ਇਸ ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਦੇ ਅੰਕ ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇੱਥੇ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਦੇ ਦੋਨੋਂ ਅੰਕ 1 ਅਤੇ 5 ਦੋਵਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਇਕੋ ਜਿਹੇ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਦਸਵੇਂ ਸਥਾਨ ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $5 < 7$, ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $15.50 < 15.75$. ਇਸ ਲਈ ਸਲਮਾ ਕੋਲ ਜੋਹਨ ਤੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਧਨ ਹੈ।

ਜੇਕਰ ਦਸਵੇਂ ਸਥਾਨ ਦੇ ਅੰਕ ਵੀ ਇੱਕੋ ਜਿਹੇ ਹਨ ਤਾਂ ਸੌਵੇਂ ਸਥਾਨ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅੱਗੇ ਕਰੋ।

ਹੁਣ ਤੁਰੰਤ 35.63 ਅਤੇ 35.67; 20.1 ਅਤੇ 20.01; 19.36 ਅਤੇ 29.36 ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ।

ਧਨ (ਮੁਦਰਾ), ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਭਾਰ ਦੀ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਇਕਾਈ ਨੂੰ ਵੱਡੀ ਇਕਾਈ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਸਮੇਂ ਸਾਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ 3 ਪੈਸੇ = $\frac{3}{100}$ ₹ = ₹0.03

5 ਗ੍ਰਾਮ = $\frac{5}{1000}$ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ = 0.005 ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ, 7 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ = $\frac{7}{100}$ = 0.07 ਗ੍ਰਾਮ

75 ਪੈਸੇ = ______ ਰੁਪਏ, 250 ਗ੍ਰਾਮ = _____ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ, 85 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ = _____ ਮੀਟਰ, ਲਿਖੋ

ਅਸੀ ਇਹ ਵੀ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਜੋੜਿਆ ਅਤੇ ਘਟਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ 21.36 + 37.35 ਹੈ।

$$\begin{array}{r} 21.36 \\ +\ 37.35 \\ \hline 58.71 \end{array}$$

0.19 + 2.3 ਦਾ ਮੁੱਲ ਕੀ ਹੈ ?

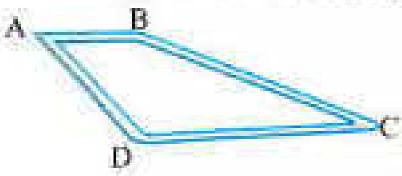
29.35 – 4.56 ਦਾ ਅੰਤਰ ਹੈ

$$\begin{array}{r} 29.35 \\ -\ 04.56 \\ \hline 24.79 \end{array}$$

39.87 – 21.98 ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਅਭਿਆਸ 2.5

1. ਕਿਹੜਾ ਵੱਡਾ ਹੈ ?
   (i) 0.5 ਜਾਂ 0.05 (ii) 0.7 ਜਾਂ 0.5 (iii) 7 ਜਾਂ 0.7
   (iv) 1.37 ਜਾਂ 1.49 (v) 2.03 ਜਾਂ 2.30. (vi) 0.8 ਜਾਂ 0.88.
2. ਦਸ਼ਮਲਵ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਰੁਪਇਆਂ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਓ :
   (i) 7 ਪੈਸੇ (ii) ₹7 7 ਪੈਸੇ (iii) ₹77 77 ਪੈਸੇ
   (iv) 50 ਪੈਸੇ (v) 235 ਪੈਸੇ
3. (i) 5 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ ਨੂੰ ਮੀਟਰ ਅਤੇ ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਓ।
   (ii) 35 ਮਿਲੀਮੀਟਰ ਨੂੰ ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ, ਮੀਟਰ ਅਤੇ ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਓ।
4. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮਾਂ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਓ।:
   (i) 200 ਗ੍ਰਾਮ (ii) 3470 ਗ੍ਰਾਮ (iii) 4 ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ 8 ਗ੍ਰਾਮ
5. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ :
   (i) 20.03 (ii) 2.03 (iii) 200.03 (iv) 2.034
6. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ 2 ਦਾ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਲਿਖੋ।
   (i) 2.56 (ii) 21.37 (iii) 10.25 (iv) 9.42 (v) 63.352.
7. ਦਿਨੇਸ਼ ਸਥਾਨ A ਤੋਂ B ਸਥਾਨ ਤੱਕ ਗਿਆ ਅਤੇ ਉੱਥੋਂ ਸਥਾਨ C ਤੱਕ ਗਿਆ। A ਤੋਂ B ਦੀ ਦੂਰੀ 7.5 ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਹੈ ਅਤੇ B ਤੋਂ C ਦੀ ਦੂਰੀ 12.7 ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਹੈ। ਅਯੂਬ ਸਥਾਨ A ਤੋਂ ਸਥਾਨ D ਤੱਕ ਗਿਆ ਅਤੇ ਉੱਥੋਂ ਉਹ ਸਥਾਨ C 'ਤੇ ਗਿਆ। A ਤੋਂ C ਦੀ ਦੂਰੀ 9.3 ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਹੈ ਅਤੇ D ਤੋਂ C ਦੀ ਦੂਰੀ 11.8 ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਹੈ। ਕਿਸਨੇ ਜ਼ਿਆਦਾ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਅਤੇ ਉਹ ਦੂਰੀ ਕਿੰਨੀ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੈ ?



8. ਸ਼ਿਆਮਾਂ ਨੇ 5 ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ 300 ਗ੍ਰਾਮ ਸੇਬ ਅਤੇ 3 ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ 250 ਗ੍ਰਾਮ ਅੰਬ ਖਰੀਦੇ। ਸਰਲਾ ਨੇ 4 ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ 800 ਗ੍ਰਾਮ ਸੰਤਰੇ ਅਤੇ 4 ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ 150 ਗ੍ਰਾਮ ਕੇਲੇ ਖਰੀਦੇ। ਕਿਸਨੇ ਵੱਧ ਫ਼ਲ ਖਰੀਦੇ ?
9. 28 ਕਿਲੋਮੀਟਰ, 42.6 ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਤੋਂ ਕਿੰਨਾ ਘੱਟ ਹੈ ?

2.6 ਦਸ਼ਮਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ

ਰੇਸ਼ਮਾਂ ਨੇ ₹ 8.50 ਪ੍ਰਤੀ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ 1.5 ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਸਬਜ਼ੀ ਖਰੀਦੀ। ਉਸਨੂੰ ਕਿੰਨੇ ਧਨ ਦਾ ਭੁਗਤਾਨ ਕਰਨਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ? ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਹੀ ਇਹ 8.50×1.50 ਰੁਪਏ ਹੋਵੇਗਾ। 8.5 ਅਤੇ 1.5 ਦੋਵੇਂ ਹੀ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਅਜਿਹੀ ਸਥਿਤੀ ਮਿਲਦੀ ਹੈ ਜਿਥੇ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੈ ਕਿ ਦੋ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਆਓ ਹੁਣ ਦੋ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਨੂੰ ਸਿੱਖਦੇ ਹਾਂ।

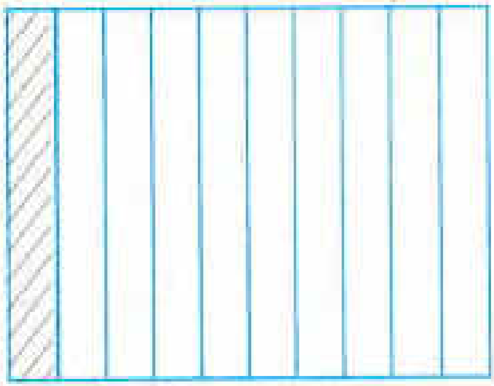
ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ, ਅਸੀਂ 0.1×0.1 ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਹੁਣ $0.1 = \frac{1}{10}$, ਇਸ ਲਈ $0.1 \times 0.1 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1 \times 1}{10 \times 10} = \frac{1}{100} = 0.01$

ਆਓ ਇਸ ਦਾ ਗਰਾਫ਼ ਬਣਾ ਕੇ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ (ਚਿੱਤਰ 2.13)

ਭਿੰਨ $\frac{1}{10}$, 10 ਸਮਾਨ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ।

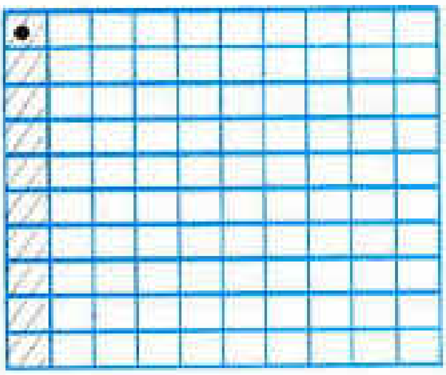
ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ $\frac{1}{10}$ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।



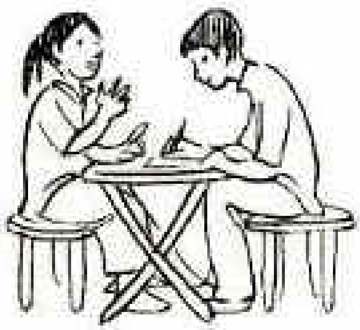
ਚਿੱਤਰ 2.13

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ

$\frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$ ਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ $\frac{1}{10}$ ਦਾ $\frac{1}{10}$, ਇਸ ਲਈ ਇਸ $\frac{1}{10}$ ਵੇਂ ਭਾਗ ਨੂੰ 10 ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡੋ ਅਤੇ ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿਚੋਂ ਇੱਕ ਭਾਗ ਨੂੰ ਲਓ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ (ਚਿੱਤਰ 2.14) ਕਿ



ਚਿੱਤਰ 2.14



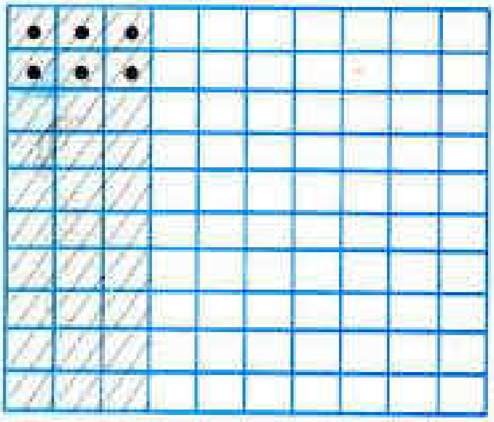
$\frac{1}{10}$ ਵੇਂ ਭਾਗ ਦੇ 10 ਭਾਗਾਂ ਵਿਚੋਂ ਇੱਕ ਭਾਗ ਬਿੰਦੂ ਲੱਗੇ ਵਰਗ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਭਾਵ ਇਹ $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$ ਜਾਂ 0.1×0.1 ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਕੀ ਬਿੰਦੂ ਲੱਗੇ ਵਰਗ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਤੁਸੀਂ ਚਿੱਤਰ 2.14 ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ ਛੋਟੇ ਵਰਗ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹੋ?

ਇਸ ਵਿੱਚ 100 ਛੋਟੇ ਵਰਗ ਹਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਬਿੰਦੂ ਵਾਲਾ ਵਰਗ 100 ਵਿਚੋਂ 1 ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਭਾਵ 0.01 ਨੂੰ ਨਿਰੂਪਤ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ $0.1 \times 0.1 = 0.01$

ਧਿਆਨ ਦਿਓ 0.1 ਗੁਣਨਫਲ ਵਿੱਚ ਦੋ ਵਾਰੀ ਆਉਂਦਾ ਹੈ। 0.1 ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਇੱਕ ਅੰਕ ਹੈ। 0.01 ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦੋ (ਭਾਵ 1 + 1) ਅੰਕ ਹਨ।



ਚਿੱਤਰ 2.15

ਆਓ ਹੁਣ ਅਸੀ 0.2×0.3 ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ $0.2 \times 0.3 = \frac{2}{10} \times \frac{3}{10}$

ਜਿਵੇਂ ਅਸੀਂ $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$, ਦੇ ਲਈ ਕੀਤਾ ਹੈ। ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਆਓ ਅਸੀਂ ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿਚੋਂ ਵਰਗ ਨੂੰ 10 ਸਮਾਨ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ $\frac{3}{10}$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਤਿੰਨ ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਬਾਹਰ ਕੱਢ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ। ਫਿਰ ਤੋਂ ਇਨ੍ਹਾਂ ਤਿੰਨ ਸਮਾਨ ਭਾਗਾਂ ਵਿਚੋਂ ਹਰੇਕ ਭਾਗ ਨੂੰ 10 ਸਮਾਨ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡੋ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਵਿਚੋਂ 2 ਲਵੋ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ $\frac{2}{10} \times \frac{3}{10}$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਬਿੰਦੂ ਵਾਲੇ ਵਰਗ $\frac{2}{10} \times \frac{3}{10}$ ਭਾਵ 0.2×0.3 ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ (ਚਿੱਤਰ 2.15 ਦੇਖੋ)

ਕਿਉਂਕਿ 100 ਵਿਚੋਂ 6 ਬਿੰਦੂ ਵਾਲੇ ਵਰਗ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ ਇਹ 0.06 ਨੂੰ ਵੀ ਨਿਰੂਪਤ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $0.2 \times 0.3 = 0.06$

ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ $2 \times 3 = 6$ ਅਤੇ 0.06 ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ 2 $(= 1 + 1)$ ਹੈ। ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ ਕੀ ਇਹ 0.1×0.1 ਦੇ ਲਈ ਵੀ ਠੀਕ ਹੈ।

ਇਨ੍ਹਾਂ ਪ੍ਰੇਖਣਾ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ 0.2×0.4 ਪਤਾ ਕਰੋ।

0.1×0.1 ਅਤੇ 0.2×0.3 ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਸੰਭਵ ਹੈ, ਤੁਸੀਂ ਧਿਆਨ ਦਿੱਤਾ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਵੱਲ ਧਿਆਨ ਨਾ ਦਿੰਦੇ ਹੋਏ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਸੀ। 0.1×0.1 ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ ਮਿਲਿਆ 01×01 ਭਾਵ 1×1 ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ 0.2×0.3 ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ $02 \times 03 = 2 \times 3$

ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਸਭ ਤੋਂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦੇ ਅੰਕ ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਕੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਚਲਦੇ ਹੋਏ ਅੰਕਾਂ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਗਿਣਿਆ। ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਉੱਥੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਲਗਾਇਆ। ਗਿਣੇ ਜਾਣ ਵਾਲੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਗੁਣਾ ਕੀਤੇ ਜਾ ਰਹੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਜੋੜ ਕਰਨ ਤੋਂ ਮਿਲਦੀ ਹੈ।

ਆਓ ਹੁਣ ਅਸੀਂ 1.2×2.5 ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

12 ਅਤੇ 25 ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰੋ। ਅਸੀਂ 300 ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। 1.2 ਅਤੇ 2.5 ਦੋਵਾਂ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਇੱਕ ਇੱਕ ਅੰਕ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ 300 ਵਿੱਚ ਸਭ ਤੋਂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ $1 + 1 = 2$ ਅੰਕ ਗਿਣ ਲਓ (ਭਾਵ 0) ਅਤੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਚਲੋ। ਅਸੀਂ 3.00 ਭਾਵ 3 ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ 1.5×1.6, 2.4×4.2 ਪਤਾ ਕਰੋ।

2.5 ਅਤੇ 1.25 ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਤੁਸੀਂ 25 ਅਤੇ 125 ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰੋਗੇ। ਪ੍ਰਾਪਤ ਗੁਣਨਫਲ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਲਗਾਉਣ ਲਈ ਤੁਸੀਂ ਸਭ ਤੋਂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦੇ ਅੰਕ ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ $1 + 2 = 3$ (ਕਿਉਂ) ਅੰਕ ਗਿਣਾਂਗੇ। ਇਸ ਲਈ $2.5 \times 1.25 = 3.225$, 2.7×1.35 ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

1. ਪਤਾ ਕਰੋ: (i) 2.7×4 (ii) 1.8×1.2 (iii) 2.3×4.35
2. ਪ੍ਰਸ਼ਨ 1 ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਗੁਣਨਫਲਾਂ ਨੂੰ ਘਟਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

ਉਦਾਹਰਣ 7 : ਇੱਕ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਇੱਕ ਭੁਜਾ 3.5 ਸਮ ਹੈ। ਇਸ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

ਇਸ ਲਈ, ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = 3.5 ਸਮ ਇਸ ਲਈ ਪਰਿਮਾਪ = 3×3.5 ਸਮ = 10.5 ਸਮ

ਉਦਾਹਰਣ 8 : ਇੱਕ ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 7.1 ਸਮ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 2.5ਸਮ ਹੈ। ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ?

ਹੱਲ: ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = 7.1 ਸਮ ਆਇਤ ਦੀ ਚੌੜਾਈ = 2.5 ਸਮ

ਇਸ ਲਈ, ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = 7.1 ਸਮ × 2.5 ਸਮ = 17.75 ਸਮ²

2.6.1 ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ 10,100 ਅਤੇ 1000 ਨਾਲ ਗੁਣਾ

ਰੇਸ਼ਮਾ ਨੇ ਵੇਖਿਆ ਕਿ $2.3 = \frac{23}{10}$ ਹੈ ਜਦ ਕਿ $2.35 = \frac{235}{100}$, ਇਸ ਲਈ ਉਸਨੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਕਿ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 10 ਜਾਂ 100 ਹਰ ਵਾਲੀ ਭਿੰਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਉਸਨੇ ਸੋਚਿਆ ਕਿ ਜੇਕਰ ਕਿਸੀ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ10 ਜਾਂ 100 ਜਾਂ 1000 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ?

ਆਓ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕੀ ਅਸੀਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ10 ਜਾਂ 100 ਜਾਂ 1000 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਦਾ ਕੋਈ ਪੈਟਰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੀ ਸਾਰਨੀ ਨੂੰ ਵੇਖੋ ਅਤੇ ਖਾਲੀ ਥਾਵਾਂ ਭਰੋ:

$1.76 \times 10 = \frac{176}{100} \times 10 = 17.6$	$2.35 \times 10 =$ ___	$12.356 \times 10 =$ ___
$1.76 \times 100 = \frac{176}{100} \times 100 = 176$ ਜਾਂ 176.0	$2.35 \times 100 =$ ___	$12.356 \times 100 =$ ___
$1.76 \times 1000 = \frac{176}{100} \times 1000 = 1760$ ਜਾਂ 1760.0	$2.35 \times 1000 =$ ___	$12.356 \times 1000 =$ ___
$0.5 \times 10 = \frac{5}{10} \times 10 = 5$; $0.5 \times 100 =$ ___ ; $0.5 \times 1000 =$ ___		

ਸਾਰਨੀ ਵਿੱਚ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਥਾਂ ਦੀ ਬਦਲੀ ਨੂੰ ਦੇਖੋ। ਇਥੇ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ 10,100 ਅਤੇ 1000 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। $1.76 \times 10 = 17.6$ ਅੰਕ ਉਹੀ ਹਨ ਭਾਵ ਦੋਨਾਂ ਪਾਸੇ 1, 7 ਅਤੇ 6 ਹਨ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਨੂੰ ਦੂਸਰੇ ਗੁਣਨਫਲਾਂ ਵਿੱਚ ਵੀ ਦੇਖਿਆ ਹੈ ? 1.76 ਅਤੇ 17.6 ਨੂੰ ਵੀ ਦੇਖੋ। ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਸੱਜੇ ਜਾਂ ਖੱਬੇ, ਕਿਸ ਪਾਸੇ ਖਿਸਕਦਾ ਹੈ ਧਿਆਨ ਦਿਓ 10 ਵਿੱਚ 1 ਵਾਧੂ ਸਿਫ਼ਰ ਹੈ।

$1.76 \times 100 = 176.0$ ਵਿੱਚ, 1.76 ਅਤੇ 176.0 ਨੂੰ ਵੇਖੋ ਕਿ ਕਿਸ ਪਾਸੇ ਅਤੇ ਕਿੰਨੇ ਸਥਾਨਾਂ ਤੱਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀ ਸਥਾਪਨ ਹੋਇਆ (ਖਿਸਕਦਾ) ਹੈ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਪਤਾ ਕਰੋ:

(i) 0.3×10

(ii) 1.2×100

(iii) 56.3×1000

ਧਿਆਨ ਦਿਓ 100 ਵਿੱਚ 1 ਦੇ ਇਲਾਵਾ ਦੋ ਸਿਫ਼ਰਾਂ ਹਨ।

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਦੂਜੇ ਗੁਣਨਫਲਾਂ ਵਿੱਚ ਵੀ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਦਾ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪ੍ਰਤੀਸਥਾਪਨ ਵੇਖਦੇ ਹੋ ?

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜਦੋਂ ਕਿਸੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 10, 100 ਜਾਂ 1000 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਅੰਕ ਉਹੀ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜੋ ਅੰਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਪ੍ਰੰਤੂ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਉਨੇ ਹੀ ਸਥਾਨਾਂ ਤੋਂ ਪ੍ਰਤੀਸਥਾਪਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜਿੰਨੇ 1 ਦੇ ਇਲਾਵਾ ਸਿਫ਼ਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਪ੍ਰੇਖਣਾ ਦੇ ਅਧਾਰ 'ਤੇ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ:

$$0.07 \times 10 = 0.7,\ 0.07 \times 100 = 7 \text{ ਅਤੇ } 0.07 \times 1000 = 70$$

ਕੀ ਹੁਣ ਤੁਸੀਂ ਦਸ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ $2.97 \times 10 = ?$ $2.97 \times 100 = ?$ $2.97 \times 1000 = ?$

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਹੁਣ ਰੇਸ਼ਮਾਂ ਵੱਲੋਂ ਦਿੱਤੀ ਜਾਣ ਵਾਲੀ ਰਾਸ਼ੀ ਭਾਵ 150×8.50 ਰੁਪਏ, ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਉਸਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ?

ਅਭਿਆਸ 2.6

1. ਪਤਾ ਕਰੋ:

(i) 0.2×6 (ii) 8×4.6 (iii) 2.71×5

(iv) 20.1×4 (v) 0.05×7 (vi) 211.02×4

(vii) 2×0.86

2. ਇੱਕ ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦੀ ਲੰਬਾਈ 5.7 ਸਮ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 3 ਸਮ ਹੈ।

3. ਪਤਾ ਕਰੋ:

(i) 1.3×10 (ii) 36.8×10 (iii) 153.7×10

(iv) 168.07×10 (v) 31.1×100 (vi) 156.1×100

(vii) 3.62×100 (viii) 43.07×100 (ix) 0.5×10

(x) 0.08×10 (xi) 0.9×100 (xii) 0.03×1000

4. ਇੱਕ ਦੋ ਪਹੀਆ ਵਾਹਨ ਇੱਕ ਲਿਟਰ ਪੈਟਰੋਲ ਵਿੱਚ 55.3 ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਦੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰਦਾ ਹੈ। 10 ਲਿਟਰ ਪੈਟਰੋਲ ਵਿੱਚ ਉਹ ਕਿੰਨੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰੇਗਾ ?

5. ਪਤਾ ਕਰੋ:

(i) 2.5×0.3	(ii) 0.1×51.7	(iii) 0.2×316.8
(iv) 1.3×3.1	(v) 0.5×0.05	(vi) 11.2×0.15
(vii) 1.07×0.02	(viii) 10.05×1.05	
(ix) 101.01×0.01	(x) 100.01×1.1	

2.7 ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਭਾਗ

ਸਵਿਤਾ ਆਪਣੀ ਜਮਾਤ ਦੀ ਸਜਾਵਟ ਲਈ ਇੱਕ ਡਿਜ਼ਾਇਨ ਤਿਆਰ ਕਰ ਰਹੀ ਸੀ। ਉਸਨੂੰ 1.9 ਸਮ ਲੰਬਾਈ ਵਾਲੀ ਕੁੱਝ ਰੰਗੀਨ ਕਾਗਜ਼ ਦੀਆਂ ਪੱਟੀਆਂ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਸੀ। ਉਸ ਕੋਲ 9.5 ਸਮ ਲੰਬਾਈ ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਰੰਗੀਨ ਕਾਗਜ਼ ਦੀ ਪੱਟੀ ਸੀ। ਇਸ ਪੱਟੀ ਵਿਚੋਂ ਉਹ ਲੋੜੀਂਦੀ ਲੰਬਾਈ ਵਾਲੇ ਕਿੰਨੇ ਟੁੱਕੜੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕੇਗੀ। ਉਸ ਨੇ ਸੋਚਿਆ ਇਹ $\frac{9.5}{1.9}$ ਸਮ ਹੋਵੇਗਾ। ਕੀ ਇਹ ਸਹੀ ਹੈ ?

9.5 ਅਤੇ 1.9 ਦੋਵੇਂ ਹੀ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਭਾਗ ਵੀ ਜਾਨਣ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੈ।

2.7.1 10, 100 ਅਤੇ 1000 ਨਾਲ ਭਾਗ

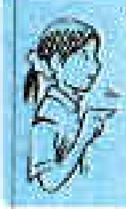
ਆਓ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 10, 100 ਅਤੇ 1000 ਨਾਲ ਭਾਗ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਅਸੀਂ $31.5 \div 10$ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

$$31.5 \div 10 = \frac{315}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{315}{100} = 3.15$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $$31.5 \div 100 = \frac{315}{10} \quad \frac{1}{100} = \frac{315}{1000} = 0.315$$

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ



ਪਤਾ ਕਰੋ :

(i) $235.4 \div 10$

(ii) $235.4 \div 100$

(iii) $235.4 \div 1000$

ਆਓ ਅਸੀਂ ਇਹ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕੀ ਅਸੀਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ 10, 100 ਜਾਂ 1000 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ ਦਾ ਕੋਈ ਪੈਟਰਨ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ 10, 100 ਜਾਂ1000 ਨਾਲ, ਸੰਖੇਪ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ ਲਈ ਸਾਡੀ ਸਹਾਇਤਾ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹੈ।

$31.5 \div 10 = 3.15$	$231.5 \div 10 =$___	$1.5 \div 10 =$___	$29.36 \div 10 =$___
$31.5 \div 100 = 0.315$	$231.5 \div 100 =$___	$1.5 \div 100 =$___	$29.36 \div 100 =$___
$31.5 \div 1000 = 0.0315$	$231.5 \div 1000 =$___	$1.5 \div 1000 =$___	$29.36 \div 1000 =$___

$31.5 \div 10 = 3.15$ ਨੂੰ ਲਓ। 31.5 ਅਤੇ 3.15 ਦੇ ਅੰਕ ਇੱਕੋ ਜਿਹੇ ਹਨ ਭਾਵ 3, 1, ਅਤੇ 5 ਪ੍ਰੰਤੂ ਭਾਗਫਲ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਬਦਲ ਗਿਆ ਹੈ। ਕਿਹੜੇ ਪਾਸੇ ਅਤੇ ਕਿੰਨੇ ਸਥਾਨਾਂ ਨਾਲ ? ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਇੱਕ ਸਥਾਨ ਨਾਲ ਬਦਲ ਗਿਆ ਹੈ। ਧਿਆਨ ਦਿਓ 10 ਵਿੱਚ 1 ਦੇ ਇਲਾਵਾ ਇੱਕ ਸਿਫ਼ਰ ਹੈ।

ਹੁਣ ਅਸੀਂ $31.5 \div 100 = 0.315$ ਦੀ ਚਰਚਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। 31.5 ਅਤੇ 0.315 ਵਿੱਚ ਅੰਕ ਇੱਕੋ ਜਿਹੇ ਹਨ ਪ੍ਰੰਤੂ ਭਾਗਫਲ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਬਾਰੇ ਕੀ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ? ਇਹ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਦੋ ਸਥਾਨਾਂ ਵੱਲ ਖਿਸਕ ਗਿਆ। ਧਿਆਨ ਦਿਓ 100 ਵਿੱਚ 1 ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਦੋ ਸਿਫ਼ਰਾਂ ਹਨ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕਿਸੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 10, 100 ਜਾਂ 1000 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਭਾਗਫਲ ਦੇ ਅੰਕ ਇੱਕੋ ਜਿਹੇ ਹਨ ਪ੍ਰੰਤੂ ਭਾਗਫਲ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਉਨ੍ਹੇ ਹੀ ਸਥਾਨਾਂ ਵੱਲ ਬਦਲ ਜਾਵੇਗਾ ਜਿੰਨੇ 1 ਦੇ ਨਾਲ ਸਿਫ਼ਰਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਇਸ ਪ੍ਰੇਖਣ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਜਲਦੀ ਹੀ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਨੂੰ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

$$2.38 \div 10 = 0.238$$

$$2.38 \div 100 = 0.0238$$

$$2.38 \div 1000 = 0.00238$$

2.7.2 ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਭਾਗ

ਆਓ, ਅਸੀਂ $\frac{6.4}{2}$ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਯਾਦ ਕਰੋ ਅਸੀਂ ਇਸ ਨੂੰ $6.4 \div 2$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ।

ਇਸ ਲਈ, ਜਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਭਿੰਨਾਂ ਤੋਂ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

(i) $35.7 \div 3 = ?$

(ii) $25.5 \div 3 = ?$

$$6.4 \div 2 = \frac{64}{10} \div 2$$

$$= \frac{64}{10} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{64 \times 1}{10 \times 2} = \frac{1 \times 64}{10 \times 2} = \frac{1}{10} \times \frac{64}{2}$$

$$= \frac{1}{10} \times 32 = \frac{32}{10} = 3.2$$

ਜਾਂ ਆਓ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ 64 ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਅਸੀਂ 32 ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। 6.4 ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਇੱਕ ਅੰਕ ਹੈ। 32 ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਰੱਖੋ ਤਾਂ ਕਿ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਹੀ ਅੰਕ ਰਹਿ ਸਕੇ। ਅਸੀਂ ਫਿਰ 3.2 ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

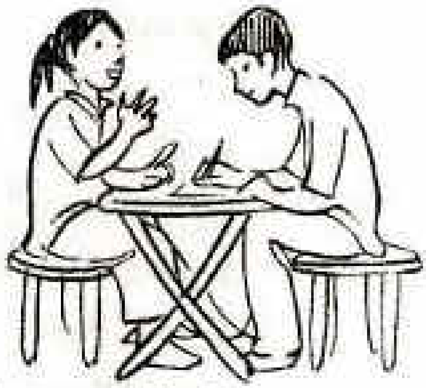
$19.5 \div 5$ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਪਹਿਲਾਂ $195 \div 5$ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਅਸੀਂ 39 ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। 19.5 ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਇੱਕ ਅੰਕ ਹੈ। 39 ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਰੱਖੋ ਤਾਂ ਕਿ ਇਸ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਅੰਕ ਰਹਿ ਜਾਵੇ। ਤੁਸੀਂ 3.9 ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋਗੇ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

(i) $43.15 \div 5 = ?$

(ii) $82.44 \div 6 = ?$

ਹੁਣ $$12.96 \div 4 = \frac{1296}{100} \div 4$$



$$= \frac{1296}{100} \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{100} \times \frac{1296}{4}$$

$$= \frac{1}{100} \times 324 = 3.24$$

ਜਾਂ, 1296 ਨੂੰ 4 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦਿਓ। ਤੁਸੀਂ 324 ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹੋ। 12.96 ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ 2 ਅੰਕ ਹਨ। 324 ਵਿੱਚ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਰੱਖਦੇ ਹੋਏ ਤੁਸੀ 3.24 ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋਗੇ।

ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਇਥੇ ਅਤੇ ਇਸ ਤੋਂ ਅਗਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਕੇਵਲ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਭਾਗ 'ਤੇ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ਹੈ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਵਿੱਚ ਨਾ ਰੱਖ ਕੇ, ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦੂਜੀ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕੇਗਾ। ਮਤਲਬ ਬਾਕੀ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸਿਫ਼ਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗਾ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ $19.5 \div 5$ ਵਿੱਚ, ਜਦ 195 ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਬਾਕੀ ਸਿਫ਼ਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਇਹੋ ਜਿਹੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵੀ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਸੰਖਿਆ ਦੂਸਰੀ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਭਾਗ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ। ਭਾਵ ਸਾਨੂੰ ਬਾਕੀ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸਿਫ਼ਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ। ਉਦਾਹਰਣ: $195 \div 7$ ਇਹੋ ਜਿਹੀ ਸਥਿਤੀ ਦੇ ਬਾਰੇ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਅਗਲੀ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਵਿਚਾਰ ਕਰਾਂਗੇ।

ਇਸ ਲਈ $40.86 \div 6 = 6.81$

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਪਤਾ ਕਰੋ:

(i) $15.5 \div 5$

(ii) $126.35 \div 7$

ਉਦਾਹਰਣ 9 : 4.2, 3.8 ਅਤੇ 7.6 ਦਾ ਔਸਤ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : 4.2, 3.8 ਅਤੇ 7.6 ਦਾ ਔਸਤ

$$\frac{4.2+3.8+7.6}{3}$$

$$= \frac{15.6}{3} = 5.2, \text{ ਹੋਵੇਗਾ}$$

2.7.3 ਇੱਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਦੂਜੀ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ

ਆਓ ਅਸੀਂ $\frac{25.5}{0.5}$ ਭਾਵ $25.5 \div 0.5$ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ: $25.5 \div 0.5 = \frac{255}{10} \div \frac{5}{10} = \frac{255}{10} \times \frac{10}{5} = 51$

ਇਸ ਲਈ, $25.5 \div 0.5 = 51$

ਅਸੀਂ ਕੀ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ? $\frac{25.5}{0.5}$ ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 0.5 ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੇ ਸੱਜੇ ਹੱਥ ਇੱਕ ਅੰਕ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ 10 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਬਦਲਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਨਾਲ 25.5 ਨੂੰ ਵੀ 10 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਕੇ ਇੱਕ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲਿਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਪਤਾ ਕਰੋ: (i) $\frac{7.75}{0.25}$ (ii) $\frac{42.8}{0.02}$ (iii) $\frac{5.6}{1.4}$

ਜਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 0.5 ਨੂੰ 5 ਬਣਾਉਣ ਦੇ ਲਈ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਇੱਕ ਸਥਾਨ ਤੋਂ ਬਦਲਿਆ ਗਿਆ ਸੀ।

ਇਸ ਲਈ 25.5 ਵਿੱਚ ਵੀ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵਿੱਚ ਸਥਾਨ ਤੋਂ ਬਦਲ ਕੇ 225 ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ।

ਇਸ ਲਈ $22.5 \div 1.5 = \frac{22.5}{1.5} = \frac{225}{15} = 15$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $\frac{20.3}{0.7}$ ਅਤੇ $\frac{15.2}{0.8}$ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਆਓ ਹੁਣ ਅਸੀਂ $20.55 \div 1.5$ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਉਪਰੋਕਤ ਚਰਚਾ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ, ਅਸੀਂ ਇਸ ਨੂੰ $205.5 \div 15$ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਅਸੀਂ 13.7 ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

$\frac{3.96}{0.4}, \frac{2.31}{0.3}$ ਪਤਾ ਕਰੋ

ਹੁਣ ਅਸੀਂ $\frac{33.725}{0.25}$ ਦੀ ਚਰਚਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ $\frac{3372.5}{25}$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ (ਕਿਵੇਂ ?) ਅਤੇ ਅਸੀਂ 134.9 ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਭਾਗਫਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਤੁਸੀਂ $\frac{27}{0.03}$ ਕਿਵੇਂ ਪਤਾ ਕਰੋਗੇ ? ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 27 ਨੂੰ 27.0 ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ $\frac{27}{0.03} = \frac{27.00}{0.03} = \frac{2700}{3} = ?$

ਉਦਾਹਰਣ 10 : ਇੱਕ ਸਮਬਹੁਭੁਜ ਦੀ ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 2.5 ਸਮ ਹੈ। ਬਹੁਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ 12.5 ਸਮ ਹੈ। ਇਸ ਬਹੁਭੁਜ ਦੀਆਂ ਕਿੰਨੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ।

ਹੱਲ : ਸਮ ਬਹੁਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਇਸ ਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਦਾ ਜੋੜ ਹੁੰਦਾ ਹੈ = 12.5 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ

ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = 2.5 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ

ਇਸ ਲਈ, ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ = $\frac{12.5}{2.5} = \frac{125}{25} = 5$

ਬਹੁਭੁਜ ਦੀਆਂ 5 ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਣ 11: ਇੱਕ ਕਾਰ 2.2 ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ 89.1 ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਦੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰਦੀ ਹੈ, ਕਾਰ ਦੁਆਰਾ ਇੱਕ ਘੰਟੇ ਵਿੱਚ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਔਸਤ ਦੂਰੀ ਕਿੰਨੀ ਹੈ?

ਹੱਲ: ਕਾਰ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ = 89.1 ਕਿਲੋਮੀਟਰ

ਇਸ ਦੂਰੀ ਨੂੰ ਤੈਅ ਕਰਨ ਲਈ ਲਿਆ ਗਿਆ ਸਮਾਂ = 2.2 ਘੰਟੇ

ਇਸ ਲਈ, ਕਾਰ ਦੁਆਰਾ 1 ਘੰਟੇ ਵਿੱਚ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ $= \frac{89.1}{2.2}$

$= \frac{891}{22} = 40.5$ ਕਿਲੋਮੀਟਰ

ਅਭਿਆਸ 2.7

1. ਪਤਾ ਕਰੋ :

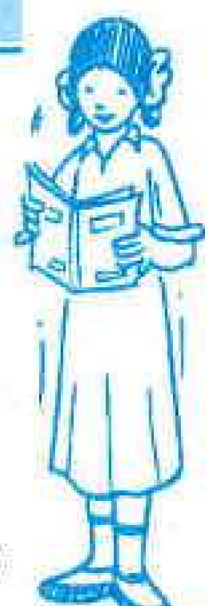
(i) $0.4 \div 2$ (ii) $0.35 \div 5$ (iii) $2.48 \div 4$
(iv) $65.4 \div 6$ (v) $651.2 \div 4$ (vi) $14.49 \div 7$
(vii) $3.96 \div 4$ (viii) $0.80 \div 5$

2. ਪਤਾ ਕਰੋ

(i) $4.8 \div 10$ (ii) $52.5 \div 10$ (iii) $0.7 \div 10$
(iv) $33.1 \div 10$ (v) $272.23 \div 10$ (vi) $0.56 \div 10$
(vii) $3.97 \div 10$

3. ਪਤਾ ਕਰੋ

(i) $2.7 \div 100$ (ii) $0.3 \div 100$ (iii) $0.78 \div 100$
(iv) $432.6 \div 100$ (v) $23.6 \div 100$ (vi) $98.53 \div 100$



4. ਪਤਾ ਕਰੋ :

(i) $7.9 \div 1000$ (ii) $26.3 \div 1000$

(iii) $38.53 \div 1000$ (iv) $128.9 \div 1000$ (v) $0.5 \div 1000$

5. ਪਤਾ ਕਰੋ :

(i) $7 \div 3.5$ (ii) $36 \div 0.2$ (iii) $3.25 \div 0.5$

(iv) $30.94 \div 0.7$ (v) $0.5 \div 0.25$ (vi) $7.75 \div 0.25$

(vii) $76.5 \div 0.15$ (viii) $37.8 \div 1.4$ (ix) $2.73 \div 1.3$

6. ਇਕ ਗੱਡੀ 24 ਲਿਟਰ ਪੈਟਰੋਲ ਵਿੱਚ 43.2 ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਦੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰਦੀ ਹੈ, ਇਹ ਗੱਡੀ ਇੱਕ ਲਿਟਰ ਪੈਟਰੋਲ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰੇਗੀ ?

ਅਸੀਂ ਕੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ?

1. ਅਸੀਂ ਪਿਛਲੀ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਭਿੰਨ ਅਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੇ ਬਾਰੇ ਵਿੱਚ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਤੇ ਘਟਾਓ ਕਰਨ ਦੀ ਕਿਰਿਆ ਸਮੇਤ ਅਧਿਐਨ ਕੀਤਾ ਹੈ।

2. ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਭਿੰਨਾਂ ਅਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਭਾਗ ਕਰਨ ਦੀ ਕਿਰਿਆ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕੀਤਾ ਹੈ।

3. ਅਸੀਂ ਅਧਿਐਨ ਕੀਤਾ ਕਿ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ। ਦੋ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਲਈ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਅੰਸ਼ਾਂ ਅਤੇ ਹਰਾਂ ਨੂੰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ ਗੁਣਨਫਲ ਨੂੰ

$\dfrac{\text{ਅੰਸ਼ਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ}}{\text{ਹਰਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ}}$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ $\dfrac{2}{3} \times \dfrac{5}{7} = \dfrac{2 \times 5}{3 \times 7} = \dfrac{10}{21}$

4. ਭਿੰਨ, ਕਿਰਿਆ 'ਦਾ' ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਕਰਦੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ: 2 ਦਾ $\dfrac{1}{2}$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ $\dfrac{1}{2} \times 2 = 1$

5. (a) ਦੋ ਉੱਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ, ਗੁਣਾ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹਰੇਕ ਭਿੰਨ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(b) ਇੱਕ ਉੱਚਿਤ ਭਿੰਨ ਅਤੇ ਇੱਕ ਅਣ-ਉੱਚਿਤ ਭਿੰਨ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਅਣ-ਉੱਚਿਤ ਭਿੰਨ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਉੱਚਿਤ ਭਿੰਨ ਤੋਂ ਜਿਆਦਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(c) ਦੋ ਅਣ-ਉੱਚਿਤ ਭਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ, ਗੁਣਾ ਕੀਤੀਆਂ ਗਈਆਂ ਦੋਨਾਂ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿਚੋਂ ਹਰੇਕ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

6. ਇੱਕ ਭਿੰਨ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਇਸ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਦੋਨਾਂ ਨੂੰ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ 'ਤੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

7. ਅਸੀਂ ਵੇਖਿਆ ਹੈ ਕਿ ਦੋ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ :

   (a) ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਭਿੰਨ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਅਸੀਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਭਿੰਨ ਦੇ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

   ਉਦਾਹਰਣ: $2 \div \frac{3}{5} = 2 \times \frac{5}{3} = \frac{10}{3}$

   (b) ਇੱਕ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ ਲਈ ਅਸੀਂ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ

   ਉਦਾਹਰਣ: $\frac{2}{3} \div 7 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{7} = \frac{2}{21}$

   (c) ਇੱਕ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਦੂਜੀ ਭਿੰਨ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ ਲਈ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲੀ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਦੂਜੀ ਭਿੰਨ ਦੇ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ $\frac{2}{3} \div \frac{5}{7} = \frac{2}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{14}{15}$

8. ਅਸੀਂ ਇਹ ਵੀ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ ਕਿ ਦੋ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਦੋ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਲਈ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਦੋਵਾਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਗਿਣਦੇ ਹਾਂ। ਗਿਣੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਸਭ ਤੋਂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਗਿਣਦੇ ਹੋਏ ਗੁਣਨਫਲ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਲਗਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਗਿਣਤੀ ਪਹਿਲਾਂ ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਜੋੜ ਦੇ ਸਮਾਨ ਹੋਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ।

   ਉਦਾਹਰਣ : $0.5 \times 0.7 = 0.35$

9. ਇੱਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 10, 100 ਜਾਂ 1000 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਲਈ ਅਸੀਂ ਉਸ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਉਨ੍ਹੇ ਹੀ ਸਥਾਨ ਖਿਸਕਾਉਂਦੇ ਹਾਂ। ਜਿੰਨੀਆਂ 1 ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਸਿਫ਼ਰਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

   ਇਸ ਲਈ, $0.53 \times 10 = 5.3$, $0.53 \times 100 = 53$, $0.53 \times 1000 = 530$

10. ਅਸੀਂ ਵੇਖਿਆ ਕਿ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਕਿਵੇਂ ਭਾਗ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

   (a) ਇੱਕ ਦਸ਼ਮਲ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਲਈ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਭਾਗ ਦੇਂਦੇ ਹਾਂ। ਫਿਰ ਭਾਗਫਲ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਗਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਜਿਵੇਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ।

   ਉਦਾਹਰਣ : $8.4 \div 4 = 2.1$

ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਅਸੀਂ ਇਥੇ ਕੇਵਲ ਉਹਨਾਂ ਭਾਗਾਂ (ਵੰਡਾਂ) ਦੀ ਗੱਲ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਬਾਕੀ ਸਿਫ਼ਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(b) ਇੱਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 10, 100 ਜਾਂ 1000 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ ਲਈ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਉਨ੍ਹੇ ਹੀ ਸਥਾਨ 'ਤੇ ਖਿਸਕਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿੰਨੇ 1 ਨਾਲ ਵਾਧੂ ਸਿਫ਼ਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਭਾਗਫਲ ਦੀ ਪ੍ਰਾਪਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ $23.9 \div 10 = 2.39, 23.9 \div 100 = 0.239$, $23.9 \div 1000 = 0.0239$

(c) ਦੋ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਭਾਗ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਦੋਵਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਸਮਾਨ ਸਥਾਨਾਂ 'ਤੇ ਖਿਸਕਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਫਿਰ ਭਾਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਇਸ ਲਈ

$2.4 \div 0.2 = 24 \div 2 = 12.$

ਅਧਿਆਇ-3

ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਬੰਧਨ

3.1 ਜਾਣ ਪਛਾਣ

ਪਿਛਲੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ, ਤੁਸੀਂ ਭਿੰਨ ਭਿੰਨ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਨਾਲ ਕੰਮ ਕੀਤਾ ਸੀ। ਤੁਸੀਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠਾ ਕਰਨਾ, ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸਾਰਣੀ ਬੱਧ ਕਰਨਾ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉਣਾ ਸਿੱਖਿਆ ਸੀ। ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਇਕੱਠ, ਰਿਕਾਰਡਿੰਗ ਤੇ ਪਰਦਰਸ਼ਿਤ ਕਰਨਾ ਸਾਡੇ ਅਨੁਭਵਾਂ ਨੂੰ ਸੰਗਠਿਤ ਕਰਨ ਅਤੇ ਉਸ ਤੋਂ ਸਿੱਟੇ ਕੱਢਣ ਵਿੱਚ ਸਾਡੀ ਸਹਾਇਤਾ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਇਸ ਵੱਲ ਇੱਕ ਕਦਮ ਹੋਰ ਅੱਗੇ ਵਧਾਂਗੇ। ਤੁਹਾਡੇ ਸਾਹਮਣੇ ਕੁੱਝ ਹੋਰ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਅੰਕੜੇ ਅਤੇ ਆਲੇਖ ਆਉਣਗੇ। ਤੁਸੀਂ ਅਖਬਾਰਾਂ, ਰਸਾਲਿਆਂ, ਟੈਲੀਵੀਜ਼ਨ ਤੇ ਹੋਰ ਸਾਧਨਾਂ ਤੋਂ ਭਿੰਨ ਭਿੰਨ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਦੇਖ ਚੁੱਕੇ ਹੋ। ਤੁਸੀਂ ਇਹ ਵੀ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ਕਿ ਸਾਰੇ ਅੰਕੜੇ ਸਾਨੂੰ ਕਿਸੇ ਨਾ ਕਿਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਸੂਚਨਾ ਜ਼ਰੂਰ ਦਿੰਦੇ ਹਨ। ਆਉ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਕੁੱਝ ਆਮ ਰੂਪ ਵੇਖੋ ਜੋ ਸਾਡੇ ਸਾਹਮਣੇ ਆਉਂਦੇ ਰਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਸਾਰਣੀ 3.1

ਸ਼ਹਿਰਾਂ ਦਾ ਤਾਪਮਾਨ 20.6.2006 ਨੂੰ		
	ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ	ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ
ਅਹਿਮਦਾਬਾਦ	38°C	29°C
ਅੰਮ੍ਰਿਤਸਰ	37°C	26°C
ਬੰਗਲੌਰ	28°C	21°C
ਚੇਨੱਈ	36°C	27°C
ਦਿੱਲੀ	38°C	28°C
ਜੈਪੁਰ	39°C	29°C
ਜੰਮੂ	41°C	26°C
ਮੁੰਬਈ	32°C	27°C

ਸਾਰਣੀ 3.2

ਫੁੱਟਬਾਲ ਵਿਸ਼ਵ ਕੱਪ 2006	
ਯੂਕਰੇਨ ਨੇ ਸਾਊਦੀ ਅਰਬ ਨੂੰ ਹਰਾਇਆ	4 - 0 ਨਾਲ
ਸਪੇਨ ਨੇ ਟਿਊਨਿਸ਼ੀਆ ਨੂੰ ਹਰਾਇਆ	3 - 1 ਨਾਲ
ਸਵਿਟਜ਼ਰਲੈਂਡ ਨੇ ਟੋਗੋ ਨੂੰ ਹਰਾਇਆ	2 - 0 ਨਾਲ

ਹਿੰਦੀ ਦੇ ਇਕ ਟੈਸਟ ਵਿੱਚ 5 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੇ 10ਵਿੱਚੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਅੰਕ ਹਨ: 4, 5, 8, 6, 7

ਸਾਰਣੀ 3.3

ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਇਹ ਇਕੱਠ ਸਾਨੂੰ ਕੀ ਦਸਦੇ ਹਨ ?

ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਅਸੀਂ ਇਹ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 20-6-2006 ਨੂੰ ਜੰਮੂ ਦਾ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਤਾਪਮਾਨ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਸੀ (ਸਾਰਣੀ 3.1) ਜਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਬੁੱਧਵਾਰ ਨੂੰ ਕੋਈ ਬੱਚਾ ਗੈਰਹਾਜ਼ਰ ਨਹੀਂ ਸੀ (ਸਾਰਣੀ 3.3)।

ਕੀ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਅਲੱਗ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਸੰਗਠਿਤ ਅਤੇ ਪੇਸ਼ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ, ਤਾਂ ਜੋ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਕਰਨਾ 'ਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰਨੀ ਵਧੀਆ ਹੋ ਜਾਵੇ ? ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਉੱਤਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਾਂਗੇ।

3.2 ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਇਕੱਠ

ਸ਼ਹਿਰਾਂ ਦੇ ਤਾਪਮਾਨਾਂ ਦੇ ਅੰਕੜੇ (ਸਾਰਣੀ 3.1) ਸਾਨੂੰ ਬਹੁਤ ਗੱਲਾਂ ਦੱਸ ਸਕਦੇ ਹਨ, ਪਰ ਇਹ ਅੰਕੜੇ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਨਹੀਂ ਦੱਸ ਸਕਦੇ ਕਿ ਪੂਰੇ ਸਾਲ ਵਿੱਚ ਕਿਹੜੇ ਸ਼ਹਿਰ ਦਾ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਤਾਪਮਾਨ ਸਭ ਤੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਸੀ, ਇਹ ਜਾਨਣ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਇਹਨਾਂ ਸ਼ਹਿਰਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰ ਸ਼ਹਿਰ ਦੇ ਪੂਰੇ ਸਾਲ ਦੇ ਦੌਰਾਨ ਰਿਕਾਰਡ ਕੀਤੇ ਗਏ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਤਾਪਮਾਨਾਂ ਦੇ ਸੰਬੰਧਿਤ ਅੰਕੜੇ ਇਕੱਠੇ ਕਰਨੇ ਪੈਣਗੇ। ਅਜਿਹੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਸਾਰਣੀ 3.1 ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਸਾਲ ਦੇ ਇੱਕ ਖਾਸ ਦਿਨ ਦਾ ਤਾਪਮਾਨ-ਚਾਰਟ ਕਾਫ਼ੀ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਇਸ ਤੋਂ ਇਹ ਪਤਾ ਚਲਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸ਼ਾਇਦ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਇਹ ਇਕੱਠ ਸਾਨੂੰ ਉਸ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਇੱਕ ਖਾਸ ਸੂਚਨਾ ਨਾ ਦੇ ਸਕੇ। ਇਸ ਲਈ, ਸਾਨੂੰ ਉਸ ਖਾਸ ਸੂਚਨਾ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਵਿੱਚ ਰੱਖਦੇ ਹੋਏ, ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠਾ ਕਰਨ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ। ਉਪਰੋਕਤ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ ਜੋ ਖਾਸ ਸੂਚਨਾ ਚਾਹੀਦੀ ਸੀ, ਕਿ ਪੂਰੇ ਸਾਲ ਦੌਰਾਨ ਇਹਨਾਂ ਸ਼ਹਿਰਾਂ ਦੇ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਤਾਪਮਾਨ ਕੀ ਰਹੇ, ਜੋ ਸਾਨੂੰ ਸਾਰਣੀ 3.1 ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕੀ ਸੀ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, **ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠਾ ਕਰਨ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ, ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਜਾਣਨਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ ਕਿ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕਿਸ ਲਈ ਕਰਾਂਗੇ।**

ਹੇਠ ਕੁੱਝ ਸਥਿਤੀਆਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਜਾ ਰਹੀਆਂ ਹਨ।

ਅਸੀਂ ਅਧਿਐਨ ਕਰਨਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ :

- ਹਿਸਾਬ ਵਿੱਚ ਆਪਣੀ ਜਮਾਤ ਦੀ ਕਾਰਗੁਜ਼ਾਰੀ ਦਾ
- ਫੁੱਟਬਾਲ ਜਾਂ ਕ੍ਰਿਕੇਟ ਵਿੱਚ ਭਾਰਤ ਦੀ ਕਾਰਗੁਜ਼ਾਰੀ ਦਾ
- ਕਿਸੀ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਮਹਿਲਾ ਸਾਖਰਤਾ ਦਰ ਦਾ, ਜਾਂ
- ਆਪਣੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਦੇ ਪਰਿਵਾਰਾਂ ਵਿੱਚੋਂ 5 ਸਾਲ ਤੋਂ ਘੱਟ ਉਮਰ ਦੇ ਬੱਚਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦਾ।

ਉਪਰੋਕਤ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ, ਤੁਹਾਨੂੰ ਕਿਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ ? ਜਦੋਂ ਤੱਕ ਅਸੀਂ ਢੁੱਕਵੇਂ ਅੰਕੜੇ ਇੱਕਠੇ ਨਹੀਂ ਕਰਾਂਗੇ ਅਸੀਂ ਲੋੜੀਂਦੀ ਜਾਣਕਾਰੀ ਨਹੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ। ਹਰੇਕ ਲਈ, ਢੁੱਕਵੇਂ ਅੰਕੜੇ ਕੀ ਹਨ ?

ਆਪਣੇ ਦੋਸਤਾਂ ਨਾਲ ਚਰਚਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਪਹਿਚਾਨ ਕਰੋ ਕਿ ਹਰੇਕ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਕਿਹੜੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਲੋੜ ਹੋਵੇਗੀ। ਕੁੱਝ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠਾ ਕਰਨਾ ਆਸਾਨ ਹੈ ਤੇ ਕੁੱਝ ਨੂੰ ਇਕੱਠਾ ਕਰਨਾ ਔਖਾ ਹੈ।

3.3 ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਸੰਗਠਨ

ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਸੰਗਠਿਤ (ਇਕੱਠੇ) ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਰਿਕਾਰਡ ਕਰਕੇ ਸੰਗਠਿਤ ਕਰਨਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਸਾਨੂੰ ਇਸਦੀ ਕਿਉਂ ਲੋੜ ਪੈਂਦੀ ਹੈ? ਹੇਠਾਂ ਉਦਾਹਰਣ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ :

ਜਮਾਤ ਅਧਿਆਪਕਾ ਸ਼੍ਰੀਮਤੀ ਨੀਲਮ ਇਹ ਜਾਣਨਾ ਚਾਹੁੰਦੀ ਸੀ ਕਿ ਅੰਗਰੇਜ਼ੀ ਵਿੱਚ ਬੱਚਿਆਂ ਦੀ ਕਾਰਗੁਜ਼ਾਰੀ ਕਿਵੇਂ ਰਹੀ? ਉਹ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਿਖਦੀ ਹੈ :

23, 35, 48, 30, 25, 46, 13, 27, 32, 38

ਇਸ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਅੰਕੜੇ ਸੌਖੇ ਢੰਗ ਨਾਲ ਸਮਝਣ ਯੋਗ ਨਹੀਂ ਸਨ। ਉਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਇਹ ਵੀ ਪਤਾ ਨਹੀਂ ਚੱਲਿਆ ਕਿ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੇ ਬਾਰੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਭਾਵ, ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਕਾਰਗੁਜ਼ਾਰੀ ਨਾਲ ਮੇਲ ਕਰਦੇ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ।

ਨੀਲਮ ਦੀ ਸਹਿਕਰਮੀ ਨੇ ਇਹਨਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇਕੱਠਾ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਮਦਦ ਕੀਤੀ। (ਸਾਰਣੀ 3.4):

ਸਾਰਣੀ 3.4

ਰੋਲ ਨੰਬਰ	ਨਾਂ	50 ਵਿੱਚੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕ	ਰੋਲ ਨੰਬਰ	ਨਾਂ	50 ਵਿੱਚੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕ
1	ਅਜੇ	23	6	ਗੋਵਿੰਦ	46
2	ਅਰਮਾਨ	35	7	ਜੈ	13
3	ਆਸ਼ੀਸ਼	48	8	ਕਵਿਤਾ	27
4	ਦੀਪਤੀ	30	9	ਮਨੀਸ਼ਾ	32
5	ਫੈਜ਼ਾਨ	25	10	ਨੀਰਜ	38

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਨੀਲਮ ਇਹ ਸਮਝ ਸਕੀ ਕਿ ਕਿਸ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਨੇ ਕਿੰਨੇ ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ। ਪਰ ਉਹ ਕੁੱਝ ਹੋਰ ਜਾਣਕਾਰੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨਾ ਚਾਹੁੰਦੀ ਸੀ। ਦੀਪਿਕਾ ਨੇ ਇਹਨਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਦੂਜੇ ਢੰਗ ਨਾਲ ਪਰਦਰਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ।

ਸਾਰਣੀ 3.5

ਰੋਲ ਨੰਬਰ	ਨਾਂ	50 ਵਿੱਚੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕ	ਰੋਲ ਨੰਬਰ	ਨਾਂ	50 ਵਿੱਚੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕ
3	ਆਸ਼ੀਸ਼	48	4	ਦੀਪਤੀ	30
6	ਗੋਵਿੰਦ	46	8	ਕਵਿਤਾ	27
10	ਨੀਰਜ	38	5	ਫੈਜ਼ਾਨ	25
2	ਅਰਮਾਨ	35	1	ਅਜੇ	23
9	ਮਨੀਸ਼ਾ	32	7	ਜੈ	13

ਹੁਣ ਨੀਲਮ ਇਹ ਜਾਣਨ ਵਿੱਚ ਸਮਰੱਥ ਹੋ ਗਈ ਕਿ ਕਿਸਨੇ ਸਭ ਤੋਂ ਵਧੀਆ ਕਾਰਗੁਜ਼ਾਰੀ ਕੀਤੀ ਹੈ ਅਤੇ ਕਿਸਨੂੰ ਸਹਾਇਤਾ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ।

ਸਾਡੇ ਸਾਹਮਣੇ ਆਉਣ ਵਾਲੇ ਬਹੁਤ ਅੰਕੜੇ ਸਾਰਣੀਬੱਧ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਸਾਡੇ ਸਕੂਲ ਦੇ ਰਜਿਸਟਰ, ਪ੍ਰਗਤੀ ਕਾਰਡ, ਅਭਿਆਸ ਪੁਸਤਕਾਂ ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮ ਅਨੁਸਾਰ ਸੂਚੀ, ਤਾਪਮਾਨ ਦਾ ਰਿਕਾਰਡ ਅਤੇ

ਹੋਰ ਬਹੁਤ ਅੰਕੜੇ ਸਾਰਣੀਬੱਧ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਕੁੱਝ ਹੋਰ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਬਾਰੇ ਸੋਚ ਸਕਦੇ ਹੋ, ਜੋ ਸਾਰਣੀਬੱਧ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੋਣ ?

ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਹੀ ਸਾਰਣੀ ਵਿੱਚ ਰੱਖਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸਮਝਣਾ ਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰਨਾ ਅਸਾਨ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਆਪਣੀ ਜਮਾਤ ਦੇ ਘੱਟੋ ਘੱਟ 20 ਬੱਚਿਆਂ (ਲੜਕੇ ਤੇ ਲੜਕੀਆਂ) ਦੇ ਵੱਖ ਵੱਖ ਭਾਰ ਕਰੋ (ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮਾਂ ਵਿੱਚ)। ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਉੱਤਰ ਦੇਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ:

(i) ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਭਾਰ ਕਿਸਦਾ ਹੈ ? (ii) ਕਿਹੜਾ ਭਾਰ ਸਭ ਬੱਚਿਆਂ ਸਾਂਝਾ ਹੈ ?

(iii) ਤੁਹਾਡੇ ਤੇ ਤੁਹਾਡੇ ਚੰਗੇ ਮਿੱਤਰ ਦੇ ਭਾਰ ਵਿੱਚ ਕੀ ਅੰਤਰ ਹੈ ?

3.4 ਪ੍ਰਤਿਨਿਧ ਮੁੱਲ

ਤੁਸੀਂ 'ਔਸਤ' (average) ਸ਼ਬਦ ਨਾਲ ਜ਼ਰੂਰ ਜਾਣੂ ਹੋਵੋਗੇ ਅਤੇ ਆਪਣੇ ਦੈਨਿਕ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਔਸਤ ਸ਼ਬਦ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਕਥਨ ਜ਼ਰੂਰ ਸੁਣੇ ਜਾਂ ਪੜ੍ਹੇ ਹੋਣਗੇ:

- ਈਸ਼ਾ ਆਪਣੀ ਪੜ੍ਹਾਈ 'ਤੇ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਔਸਤਨ ਲਗਭਗ 5 ਘੰਟੇ ਦਾ ਸਮਾਂ ਲਗਾਉਂਦੀ ਹੈ।
- ਇਸ ਸਮੇਂ ਸਾਲ ਦਾ ਔਸਤ ਤਾਪਮਾਨ 40 ਡਿਗਰੀ (ਸੈਂਟੀਗ੍ਰੇਡ) ਹੈ।
- ਮੇਰੀ ਜਮਾਤ ਦੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਔਸਤ ਉਮਰ 12 ਸਾਲ ਹੈ।
- ਇੱਕ ਸਕੂਲ ਦੀ ਸਾਲਾਨਾ ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਦੇ ਸਮੇਂ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਔਸਤ ਹਾਜ਼ਰੀ 98 ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਸੀ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਹੋਰ ਕਥਨ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੇ ਕਥਨਾਂ ਬਾਰੇ ਸੋਚੋ।

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਸੋਚਦੇ ਹੋ ਕਿ ਪਹਿਲੇ ਕਥਨ ਵਿੱਚ ਦੱਸਿਆ ਗਿਆ ਬੱਚਾ ਹਰ ਰੋਜ਼ ਠੀਕ 5 ਘੰਟੇ ਪੜ੍ਹਦਾ ਹੈ ? ਜਾਂ, ਕਿਸੇ ਖਾਸ ਸਮੇਂ ਤੇ, ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਸਥਾਨ ਦਾ ਤਾਪਮਾਨ ਹਮੇਸ਼ਾ 40 ਡਿਗਰੀ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ ?

ਜਾਂ, ਕੀ ਉਸ ਜਮਾਤ ਦਾ ਹਰੇਕ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਦੀ ਉਮਰ 12 ਸਾਲ ਹੈ ? ਸਪਸ਼ਟ ਹੈ ਇਹਨਾਂ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਉੱਤਰ ਹੈ 'ਨਹੀਂ'।

ਤਾਂ ਇਹ ਕਥਨ ਸਾਨੂੰ ਕੀ ਦੱਸਦੇ ਹਨ ?

ਔਸਤ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਸਮਝਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਈਸ਼ਾ ਅਕਸਰ ਇੱਕ ਦਿਨ ਵਿੱਚ 5 ਘੰਟੇ ਪੜ੍ਹਦੀ ਹੈ। ਕੁੱਝ ਦਿਨ ਉਹ ਇਸ ਤੋਂ ਘੱਟ ਘੰਟੇ ਪੜ੍ਹਦੀ ਹੈ ਤੇ ਕੁੱਝ ਦਿਨ ਇਸ ਤੋਂ ਵੱਧ ਘੰਟੇ ਪੜ੍ਹਦੀ ਹੈ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ 40 ਡਿਗਰੀ ਸੈਂਟੀਗ੍ਰੇਡ ਦੇ ਔਸਤ ਤਾਪਮਾਨ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ ਸਾਲ ਦੇ ਇਸ ਸਮੇਂ ਤਾਪਮਾਨ ਅਕਸਰ 40 ਡਿਗਰੀ ਸੈਂਟੀਗ੍ਰੇਡ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਕਦੇ ਉਹ 40° C ਤੋਂ ਘੱਟ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ ਤੇ ਕਦੇ 40° C ਤੋਂ ਵੱਧ ਵੀ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਅਸੀਂ ਇਹ ਅਨੁਭਵ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਔਸਤ ਇੱਕ ਅਜਿਹੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਜੋ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ (observations) ਜਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਇੱਕ ਸਮੂਹ ਦੀ ਕੇਂਦਰੀ-ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ (Central Tendency) ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਔਸਤ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਮੁੱਲ (value) ਦੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਔਸਤ, ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਇੱਕ ਸਮੂਹ ਦੀ ਕੇਂਦਰੀ-ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ ਦਾ ਮਾਪਕ

(measure) ਹੈ। ਵੱਖ ਵੱਖ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰਨ ਲਈ, ਵੱਖ ਵੱਖ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਪ੍ਰਤਿਨਿਧ (representative) ਮੁੱਲ ਜਾਂ ਕੇਂਦਰੀ-ਮੁੱਲਾਂ (Central values) ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ **ਪ੍ਰਤਿਨਿਧ ਮੁੱਲ ਅੰਕ ਗਣਿਤਿਕ ਮੱਧਮਾਨ**(arithmetic mean) ਹੈ।

3.5 ਅੰਕਗਣਿਤਿਕ ਮੱਧਮਾਨ

ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਸਮੂਹ ਲਈ ਜਿਆਦਾਤਰ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕੀਤਾ ਜਾਣ ਵਾਲਾ ਪ੍ਰਤਿਨਿਧ ਮੁੱਲ **ਅੰਕਗਣਿਤਿਕ ਮੱਧਮਾਨ ਹੈ**, ਸੰਖੇਪ ਵਿੱਚ ਇਸਨੂੰ **ਮੱਧਮਾਨ** (mean) ਵੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇਸਨੂੰ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮਝਣ ਲਈ ਆਓ ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਉਦਾਹਰਣ ਵੇਖੀਏ:

ਦੋ ਬਰਤਨਾਂ ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮਵਾਰ: 20 ਲਿਟਰ ਅਤੇ 60 ਲਿਟਰ ਦੁੱਧ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਦੋਨਾਂ ਬਰਤਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ-ਬਰਾਬਰ ਦੁੱਧ ਰੱਖਿਆ ਜਾਵੇ, ਤਾਂ ਹਰੇਕ ਬਰਤਨ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨਾ ਦੁੱਧ ਹੋਵੇਗਾ? ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਪੁੱਛਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਅੰਕਗਣਿਤਿਕ ਮੱਧਮਾਨ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਉਪਰੋਕਤ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਔਸਤ ਜਾਂ ਅੰਕਗਣਿਤਿਕ ਮੱਧਮਾਨ ਹੋਵੇਗਾ :

$$\frac{\text{ਦੁੱਧ ਦੀ ਕੁੱਲ ਮਾਤਰਾ}}{\text{ਬਰਤਨਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ}} = \frac{20+60}{2} \text{ ਲਿਟਰ} = 40 \text{ ਲਿਟਰ}$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਹਰੇਕ ਬਰਤਨ ਵਿੱਚ 40 ਲੀਟਰ ਦੁੱਧ ਹੋਵੇਗਾ।

ਔਸਤ ਜਾਂ ਅੰਕਗਣਿਤਿਕ ਮੱਧਮਾਨ (A.M.) ਜਾਂ ਕੇਵਲ ਮੱਧਮਾਨ ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਰੂਪ ਨਾਲ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ:

$$\text{ਮੱਧਮਾਨ} = \frac{\text{ਸਾਰੇ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ}}{\text{ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ}}$$

ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ :

ਉਦਾਹਰਣ 1 : ਆਸ਼ੀਸ਼ ਤਿੰਨ ਲਗਾਤਾਰ ਦਿਨਾਂ ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 4 ਘੰਟੇ, 5 ਘੰਟੇ ਅਤੇ 3 ਘੰਟੇ ਪੜ੍ਹਦਾ ਹੈ। ਉਸਦੇ ਹਰ ਰੋਜ਼ ਪੜ੍ਹਨ ਦਾ ਔਸਤ ਸਮਾਂ ਕੀ ਹੈ?

ਹੱਲ: ਆਸ਼ੀਸ਼ ਦੇ ਪੜ੍ਹਨ ਦਾ ਔਸਤ ਸਮਾਂ ਹੋਵੇਗਾ:

$$\frac{\text{ਪੜ੍ਹਾਈ ਵਿੱਚ ਲੱਗਿਆ ਕੁੱਲ ਸਮਾਂ}}{\text{ਦਿਨਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਜਿਹਨਾਂ 'ਚ ਪੜ੍ਹਾਈ ਕੀਤੀ}} = \frac{4+5+3}{3} \text{ ਘੰਟੇ} = 4 \text{ ਘੰਟੇ ਹਰ ਰੋਜ਼}$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਆਸ਼ੀਸ਼ ਹਰ ਰੋਜ 4 ਘੰਟੇ ਦੀ ਔਸਤ ਨਾਲ ਪੜ੍ਹਾਈ ਕਰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 2 : ਇੱਕ ਬੱਲੇਬਾਜ ਨੇ 6 ਪਾਰੀਆਂ (innings) ਵਿੱਚ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੀ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਨੁਸਾਰ ਦੌੜਾਂ ਬਣਾਈਆਂ : 36, 35, 50, 46, 60, 55

ਇੱਕ ਪਾਰੀ ਵਿੱਚ ਉਸ ਦੁਆਰਾ ਬਣਾਈ ਗਈ ਦੌੜਾਂ ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਕੁੱਲ ਦੌੜਾਂ $= 36 + 35 + 50 + 46 + 60 + 55 = 282$

ਮੱਧਮਾਨ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਸਾਰੇ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਪਤਾ ਕਰਕੇ ਉਸਨੂੰ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ, ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ,

$$\text{ਮੱਧਮਾਨ} = \frac{282}{6} = 47.$$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਇੱਕ ਪਾਰੀ ਵਿੱਚ ਉਸ ਦੁਆਰਾ ਬਣਾਈਆਂ ਗਈਆਂ ਦੌੜਾਂ ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ 47 ਹੈ।

ਅੰਕਗਣਿਤਿਕ ਮੱਧਮਾਨ ਕਿੱਥੇ ਸਥਿਤ ਹੈ ?

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਤੁਸੀਂ ਪੜ੍ਹਾਈ ਵਿੱਚ ਬਤੀਤ ਕੀਤੇ ਆਪਣੇ ਸਮੇਂ (ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ) ਦਾ ਪੂਰੇ ਹਫਤੇ ਦਾ ਔਸਤ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋਗੇ ?

ਸੋਚੋ, ਚਰਚਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਲਿਖੋ

ਉਪਰੋਕਤ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਅੰਕੜਿਆਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ ਤੇ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਵਿਸ਼ੇ 'ਤੇ ਸੋਚੋ :

- ਕੀ ਮੱਧਮਾਨ ਹਰ ਪ੍ਰੇਖਣ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੈ ?
- ਕੀ ਇਹ ਹਰ ਪ੍ਰੇਖਣ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਹੈ ?

ਆਪਣੇ ਮਿੱਤਰਾਂ ਨਾਲ ਚਰਚਾ ਕਰੋ, ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦਾ ਇੱਕ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣ ਬਣਾਉ ਤੇ ਇਹਨਾਂ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਉੱਤਰ ਦਿਓ।

ਤੁਸੀਂ ਦੇਖੋਗੇ ਕਿ ਮੱਧਮਾਨ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੇ ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੇ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਰੂਪ ਨਾਲ ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ ਹਮੇਸ਼ਾ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ, 5 ਅਤੇ 11 ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ $\frac{5+11}{2} = 8$ ਹੈ, ਜੋ 5 ਅਤੇ 11 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਸਥਿਤ ਹੈ।

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਵਿਚਾਰ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਇਹ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਦੋ ਭਿੰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਜਿੰਨੀਆਂ ਵੀ ਚਾਹੋ, ਉਨੀਆਂ ਭਿੰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪਤਾ ਕੀਤੀਆਂ ਜਾ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ ? ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ $\frac{1}{2}$ ਅਤੇ $\frac{1}{4}$ ਦੇ ਵਿੱਚ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਔਸਤ ਮਿਲੇਗਾ $\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}{2} = \frac{3}{8}$ ਅਤੇ ਫਿਰ $\frac{1}{2}$ ਅਤੇ $\frac{3}{8}$ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਔਸਤ $\frac{7}{16}$ ਹੋਵੇਗਾ ਆਦਿ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

1. ਇੱਕ ਹਫ਼ਤੇ ਦੀ ਨੀਂਦ ਵਿੱਚ ਬਤੀਤ ਕੀਤਾ ਸਮਾਂ (ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ) ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ ਪਤਾ ਕਰੋ।
2. $\frac{1}{2}$ ਅਤੇ $\frac{1}{3}$ ਵਿਚਕਾਰ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਪੰਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ।

3.5.1 ਵਿਚਲਨ ਸੀਮਾ

ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੇ ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੇ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੇ ਅੰਤਰ ਤੋਂ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੇ ਵਿਚਲਨ ਦਾ ਇੱਕ ਅੰਦਾਜਾ ਲੱਗ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸਨੂੰ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੇ ਪ੍ਰੇਖਣ ਵਿੱਚੋਂ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੇ ਪ੍ਰੇਖਣ ਨੂੰ ਘਟਾ ਕੇ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਇਸ ਨਤੀਜੇ ਨੂੰ ਅੰਕੜੇ ਜਾਂ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੀ ਵਿਚਲਨ ਸੀਮਾ (range) ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ।

ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਉਦਾਹਰਣ ਵੇਖੋ :

ਉਦਾਹਰਣ 3 : ਇੱਕ ਸਕੂਲ ਦੇ 10 ਅਧਿਆਪਕਾਂ ਦੀ ਸਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਉਮਰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੈ:

32, 41, 28, 54, 35, 26, 23, 33, 38, 40

(i) ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਉਮਰ ਵਾਲੇ ਅਧਿਆਪਕ ਦੀ ਉਮਰ ਕੀ ਹੈ? ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਉਮਰ ਵਾਲੇ ਅਧਿਆਪਕ ਦੀ ਉਮਰ ਕੀ ਹੈ?

(ii) ਅਧਿਆਪਕਾਂ ਦੀ ਉਮਰ ਦਾ ਵਿਚਲਨ ਸੀਮਾ ਕੀ ਹੈ?

(iii) ਇਹਨਾਂ ਅਧਿਆਪਕਾਂ ਦੀ ਮੱਧਮਾਨ ਉਮਰ ਕੀ ਹੈ?

ਹੱਲ :

(i) ਉਮਰ ਨੂੰ ਵਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਤਰਤੀਬ-ਬੱਧ ਕਰਨ 'ਤੇ, ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ :

23, 26, 28, 32, 33, 35, 38, 40, 41, 54

ਸਾਨੂੰ ਪਤਾ ਚਲਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਉਮਰ ਵਾਲੇ ਅਧਿਆਪਕ ਦੀ ਉਮਰ 54 ਸਾਲ ਹੈ ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਉਮਰ ਵਾਲੇ ਅਧਿਆਪਕ ਦੀ ਉਮਰ 23 ਸਾਲ ਹੈ।

(ii) ਅਧਿਆਪਕਾਂ ਦੀ ਉਮਰ ਦੀ ਵਿਚਲਨ ਸੀਮਾ= $(54 - 23)$ ਸਾਲ $= 31$ ਸਾਲ ਹੈ।

(iii) ਅਧਿਆਪਕਾਂ ਦੀ ਮੱਧਮਾਨ ਉਮਰ

$$= \frac{23+26+28+32+33+35+38+40+41+54}{10} \text{ ਸਾਲ}$$

$$= \frac{350}{10} \text{ ਸਾਲ} = 35 \text{ ਸਾਲ}$$

ਅਭਿਆਸ 3.1

1. ਆਪਣੀ ਜਮਾਤ ਦੇ ਕਿਸੇ ਦਸ (10) ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਉਚਾਈਆਂ ਦੀ ਵਿਚਲਨ ਸੀਮਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

2. ਜਮਾਤ ਦੇ ਇੱਕ ਟੈਸਟ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਗਏ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਸਾਰਣੀਬੱਧ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇਕੱਠਾ ਕਰੋ :

   4, 6, 7, 5, 3, 5, 4, 5, 2, 6, 2, 5, 1, 9, 6, 5, 8, 4, 6, 7

   (i) ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਅੰਕ ਕਿਹੜਾ? (ii) ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਅੰਕ ਕਿਹੜਾ ਹੈ?

   (iii) ਇਹਨਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਵਿਚਲਨ ਸੀਮਾ ਕੀ ਹੈ? (iv) ਅੰਕਗਣਿਤਿਕ ਮੱਧਮਾਨ ਪਤਾ ਕਰੋ।

3. ਪਹਿਲੀਆਂ ਪੰਜ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ ਪਤਾ ਕਰੋ।

4. ਇੱਕ ਕ੍ਰਿਕੇਟ ਖਿਡਾਰੀ ਨੇ 8 ਪਾਰੀਆਂ ਵਿੱਚ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਦੌੜਾਂ ਬਣਾਈਆਂ :

   58, 76, 40, 35, 46, 50, 0, 100.

   ਉਸਦਾ ਮੱਧਮਾਨ ਸਕੋਰ (score) ਜਾਂ ਦੌੜਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ।

5. ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸਾਰਣੀ ਹਰੇਕ ਖਿਡਾਰੀ ਦੁਆਰਾ ਚਾਰ ਖੇਡਾਂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਗਏ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ।

ਖਿਡਾਰੀ	ਖੇਡ	ਖੇਡ	ਖੇਡ	ਖੇਡ
	1	2	3	4
A	14	16	10	10
B	0	8	6	4
C	8	11	ਖੇਡਿਆ ਨਹੀਂ	13

ਹੁਣ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਉੱਤਰ ਦਿਓ :

(i) ਹਰੇਕ ਖੇਡ ਵਿੱਚ A ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਔਸਤ ਅੰਕ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ, ਮੱਧਮਾਨ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(ii) ਹਰੇਕ ਖੇਡ ਵਿੱਚ C ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਮੱਧਮਾਨ ਅੰਕ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ, ਤੁਸੀਂ ਕੁੱਲ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਵੋਗੇ ਜਾਂ 4 ਨਾਲ ? ਕਿਉਂ ?

(iii) B ਨੇ ਸਾਰੀਆਂ ਚਾਰ ਖੇਡਾਂ ਵਿੱਚ ਭਾਗ ਲਿਆ ਹੈ, ਤੁਸੀਂ ਉਸਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋਗੇ ?

(iv) ਕਿਸ ਦਾ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਨ ਸਭ ਤੋਂ ਚੰਗਾ ਹੈ ?

6. ਵਿਗਿਆਨ ਦੀ ਇੱਕ ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਵਿੱਚ, ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੇ ਇੱਕ ਗਰੁੱਪ ਦੁਆਰਾ (100 ਵਿੱਚ) ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਗਏ ਅੰਕ 85, 76, 90, 85, 39, 48, 56, 95, 81 ਅਤੇ 75 ਹਨ। ਪਤਾ ਕਰੋ:

(i) ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਅੰਕ ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਅੰਕ

(ii) ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਵਿਚਲਨ ਸੀਮਾ

(iii) ਗਰੁੱਪ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਮੱਧਮਾਨ ਅੰਕ

7. ਛੇ ਲਗਾਤਾਰ ਸਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਕੂਲ ਦੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸੀ :

1555, 1670, 1750, 2013, 2540, 2820

ਇਸ ਸਮੇਂ ਦੌਰਾਨ ਸਕੂਲ ਦੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਮੱਧਮਾਨ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ।

8. ਇੱਕ ਸ਼ਹਿਰ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਖਾਸ ਹਫ਼ਤੇ ਦੇ 7 ਦਿਨਾਂ ਵਿੱਚ ਹੋਈ ਵਰਖਾ (ਮਿ. ਮੀ. ਵਿੱਚ) ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਨਾਲ ਰਿਕਾਰਡ ਕੀਤੀ ਗਈ:

ਦਿਨ	ਸੋਮਵਾਰ	ਮੰਗਲਵਾਰ	ਬੁੱਧਵਾਰ	ਵੀਰਵਾਰ	ਸ਼ੁੱਕਰਵਾਰ	ਸ਼ਨੀਵਾਰ	ਐਤਵਾਰ
ਵਰਖਾ (ਮਿ.ਮੀ.)	0.0	12.2	2.1	0.0	20.5	5.5	1.0

(i) ਉਪਰੋਕਤ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨਾਲ ਵਰਖਾ ਦਾ ਵਿਚਲਨ ਸੀਮਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(ii) ਇਸ ਹਫ਼ਤੇ ਦੀ ਮੱਧਮਾਨ ਵਰਖਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(iii) ਕਿੰਨੇ ਦਿਨ ਵਰਖਾ, ਮੱਧਮਾਨ ਵਰਖਾ ਤੋਂ ਘੱਟ ਰਹੀ ?

9. 10 ਲੜਕੀਆਂ ਦੀਆਂ ਉੱਚਾਈਆਂ ਸੈਂਟੀਮੀਟਰਾਂ ਵਿੱਚ ਮਾਪੀਆਂ ਗਈਆਂ ਅਤੇ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪਰਿਣਾਮ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਏ:

135, 150, 139, 128, 151, 132, 146, 149, 143, 141.

(i) ਸਭ ਤੋਂ ਲੰਬੀ ਲੜਕੀ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਕੀ ਹੈ ?

(ii) ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਲੜਕੀ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਕੀ ਹੈ ?
(iii) ਇਹਨਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਵਿਚਲਨ ਸੀਮਾ ਕੀ ਹੈ ?
(iv) ਲੜਕੀਆਂ ਦੀ ਮੱਧਮਾਨ ਉਚਾਈ (ਲੰਬਾਈ) ਕੀ ਹੈ ?
(v) ਕਿੰਨੀਆਂ ਲੜਕੀਆਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ, ਮੱਧਮਾਨ ਲੰਬਾਈ ਤੋਂ ਜਿਆਦਾ ਹੈ ?

3.6 ਬਹੁਲਕ

ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਦੱਸ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕੇਵਲ ਮੱਧਮਾਨ ਹੀ ਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ ਦਾ ਮਾਪ ਜਾਂ ਪ੍ਰਤਿਨਿਧ ਮੁੱਲ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਵੱਖ ਵੱਖ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਲੋੜ ਅਨੁਸਾਰ ਹਰ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੀ ਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ ਦੇ ਮਾਪਕਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਉਦਾਹਰਣ ਨੂੰ ਵੇਖੋ :

ਕਮੀਜ਼ਾਂ ਦੇ ਵੱਖ ਵੱਖ ਮਾਪ (ਸਾਈਜ਼) ਦੀ ਹਫ਼ਤਾਵਾਰ ਮੰਗ ਨੂੰ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ, ਇੱਕ ਦੁਕਾਨਦਾਰ 90 ਸਮ, 95ਸਮ, 100ਸਮ, 105 ਸਮ ਅਤੇ 110 ਸਮ ਮਾਪ ਦੀ ਕਮੀਜ਼ਾਂ ਦੀ ਵਿਕਰੀ ਦਾ ਰਿਕਾਰਡ ਰੱਖਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਹਫਤੇ ਦਾ ਰਿਕਾਰਡ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੈ :

ਮਾਪ (ਸਮ ਵਿੱਚ)	90	95	100	105	110	ਜੋੜ
ਵੇਚੀਆਂ ਗਈਆਂ ਕਮੀਜ਼ਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ	8	22	32	37	6	**105**

ਜੇਕਰ ਉਹ ਵੇਚੀਆਂ ਗਈਆਂ ਕਮੀਜ਼ਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ ਪਤਾ ਕਰੇ ਤਾਂ ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਸੋਚਦੇ ਹੋ ਕਿ ਉਹ ਇਹ ਫੈਸਲਾ ਲੈ ਸਕੇਗਾ ਕਿ ਕਿਸ ਮਾਪ ਦੀ ਕਮੀਜ਼ ਸਟਾਕ (stock) ਵਿੱਚ ਰੱਖੀ ਜਾਵੇ ?

$$\text{ਵੇਚੀਆਂ ਗਈਆਂ ਕਮੀਜ਼ਾਂ ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ} = = \frac{\text{ਵੇਚੀ ਗਈਆਂ ਕਮੀਜ਼ਾਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਸੰਖਿਆ}}{\text{ਕਮੀਜ਼ਾਂ ਦੇ ਭਿੰਨ ਭਿੰਨ ਮਾਪਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਕਾਰ}} = \frac{105}{5} = 21$$

ਕੀ ਉਹ ਹਰੇਕ ਮਾਪ ਦੀਆਂ 21 ਕਮੀਜ਼ਾਂ ਸਟਾਕ ਵਿੱਚ ਰੱਖੇ ? ਜੇਕਰ ਉਹ ਅਜਿਹਾ ਕਰਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਕੀ ਉਹ ਆਪਣੇ ਗ੍ਰਾਹਕਾਂ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤਾਂ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰ ਪਾਵੇਗਾ ?

ਉਪਰੋਕਤ ਰਿਕਾਰਡ ਨੂੰ ਵੇਖ ਕੇ ਦੁਕਾਨਦਾਰ 95 ਸਮ, 100 ਸਮ ਅਤੇ 105 ਸਮ ਮਾਪਾਂ ਦੀ ਕਮੀਜ਼ਾਂ ਨੂੰ ਮੰਗਾਉਣ ਦਾ ਫੈਸਲਾ ਲੈਂਦਾ ਹੈ। ਉਹ ਹੋਰ ਮਾਪਾਂ ਦੀ ਕਮੀਜ਼ਾਂ ਨੂੰ ਮੰਗਵਾਉਣ ਦਾ ਫੈਸਲਾ, ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਘੱਟ ਖਰੀਦਾਰਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖਦੇ ਹੋਏ, ਅੱਗੇ ਲਈ ਟਾਲ ਦਿੰਦਾ ਹੈ।

ਇੱਕ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣ ਵੇਖੋ :

ਰੇਡੀਮੇਡ (readymade) ਕੱਪੜੇ ਦਾ ਇੱਕ ਦੁਕਾਨਦਾਰ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ। "ਮੇਰੇ ਵੱਲੋਂ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਮਾਪ ਦੀ ਵੇਚੀ ਗਈ ਕਮੀਜ਼ ਦਾ ਮਾਪ 90 ਸਮ ਹੈ।

ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ ਇੱਥੇ ਵੀ ਦੁਕਾਨਦਾਰ ਦੀ ਰੁੱਚੀ ਵੱਖ ਵੱਖ ਮਾਪਾਂ ਦੀਆਂ ਵੇਚੀਆਂ ਕਮੀਜ਼ਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਵਿੱਚ ਹੀ ਹੈ। ਉਹ ਕਮੀਜ਼ ਦੇ ਉਸ ਮਾਪ ਨੂੰ ਵੇਖ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਜੋ ਸਭ ਤੋਂ ਜਿਆਦਾ ਵਿਕਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਇੱਕ ਹੋਰ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧ ਮੁੱਲ ਹੈ। ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਵਿਕਰੀ 105 ਸਮ ਮਾਪ ਦੀ ਕਮੀਜ਼ਾਂ ਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧ ਮੁੱਲ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ (Mode) ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੇ ਇੱਕ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ, ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਵਾਰ ਆਉਣ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰੇਖਣ ਇਸ ਸਮੂਹ ਦਾ ਬਹੁਲਕ ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਦਾ ਬਹੁਲਕ ਪਤਾ ਕਰੋ:

(i) 2, 6, 5, 3, 0, 3, 4, 3, 2, 4, 5, 2, 4,

(ii) 2, 14, 16, 12, 14, 14, 16, 14, 10, 14, 18, 14

ਉਦਾਹਰਣ 4 : ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ ਪਤਾ ਕਰੋ:

1, 1, 2, 4, 3, 2, 1, 2, 2, 4

ਹੱਲ : ਸਮਾਨ ਮੁੱਲ ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਨਾਲ ਰੱਖਣ 'ਤੇ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ:

1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 4, 4

ਇਹਨਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ 2 ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਹੋਰ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਜ਼ਿਆਦਾ ਵਾਰ ਆਉਂਦਾ ਹੈ।

3.6.1 ਵੱਡੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ

ਜੇਕਰ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਵੱਡੀ ਹੋਵੇ, ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਮੁੱਲ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਤਰਤੀਬ ਵਿੱਚ ਕਰਨਾ ਅਤੇ ਫਿਰ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਗਿਣਨਾ ਇੰਨਾ ਆਸਾਨ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅਜਿਹੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਸਾਰਣੀਬੱਧ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਪਿਛਲੀ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਕਰ ਚੁੱਕੇ ਹੋ, ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਸਾਰਣੀ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਕੰਮ ਮਿਲਾਨ ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ (tally marks) ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੀ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ (frequencies) ਬਣਾ ਕੇ ਪੂਰਾ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਹੇਠਾਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਨੂੰ ਦੇਖੋ:

ਉਦਾਹਰਣ 5 : ਟੀਮਾਂ ਦੇ ਇੱਕ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ ਖੇਡੇ ਗਏ ਫੁੱਟਬਾਲ ਦੇ ਮੈਚਾਂ ਵਿੱਚ, ਜਿੱਤਣ ਦੇ ਅੰਤਰ ਗੋਲਾਂ ਵਿੱਚ (in goals) ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਹਨ :

1, 3, 2, 5, 1, 4, 6, 2, 5, 2, 2, 2, 4, 1, 2, 3, 1, 1, 2, 3, 2,

6, 4, 3, 2, 1, 1, 4, 2, 1, 5, 3, 3, 2, 3, 2, 4, 2, 1, 2

ਇਹਨਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਆਓ ਇਹਨਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਾਰਣੀ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਰੱਖੀਏ :

ਜਿੱਤਣ ਦਾ ਅੰਤਰ	ਮਿਲਾਨ ਚਿੰਨ੍ਹ	ਮੈਚਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ
1	~~IIII~~ IIII	9
2	~~IIII~~ ~~IIII~~ IIII	14
3	~~IIII~~ II	7
4	~~IIII~~	5
5	III	3
6	II	2
	ਜੋੜ	**40**

ਇਸ ਸਾਰਣੀ ਨੂੰ ਵੇਖ ਕੇ, ਅਸੀਂ ਤੁਰੰਤ ਇਹ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ '2' ਬਹੁਲਕ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ 2 ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਵਾਰ ਆਇਆ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਮੈਚ 2 ਗੋਲਾਂ ਦੇ ਅੰਤਰ ਨਾਲ ਜਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ।

ਸੋਚੋ, ਚਰਚਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਲਿਖੋ

ਕੀ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਇੱਕ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ ਦੋ ਬਹੁਲਕ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ ?

ਉਦਾਹਰਣ 6 : ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ ਪਤਾ ਕਰੋ : 2, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 8

ਹੱਲ ਇੱਥੇ 2 ਅਤੇ 5 ਦੋਵੇਂ ਤਿੰਨ ਵਾਰ ਆਏ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ, ਇਹ ਹੀ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਬਹੁਲਕ ਹਨ।

ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕਰੋ

1. ਆਪਣੀ ਜਮਾਤ ਦੇ ਸਹਿਪਾਠੀਆਂ ਦੀ ਉਮਰ (ਸਾਲਾਂ ਵਿੱਚ) ਰਿਕਾਰਡ ਕਰੋ ਅਤੇ ਫਿਰ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।
2. ਆਪਣੀ ਜਮਾਤ ਦੇ ਸਹਿਪਾਠੀਆਂ ਦੀ ਸੈਂਟੀਮੀਟਰਾਂ ਵਿੱਚ ਲੰਬਾਈਆਂ ਰਿਕਾਰਡ ਕਰੋ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

1. **ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ ਪਤਾ ਕਰੋ :**
   12, 14, 12, 16, 15, 13, 14, 18, 19, 12, 14, 15, 16, 15, 16, 16, 15,
   17, 13, 16, 16, 15, 15, 13, 15, 17, 15, 14, 15, 13, 15, 14
2. **25 ਬੱਚਿਆਂ ਦੀ ਉਚਾਈਆਂ (ਸੈਂਟੀਮੀਟਰਾਂ ਵਿੱਚ) ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਗਈਆਂ ਹਨ :**
   168, 165, 163, 160, 163, 161, 162, 164, 163, 162, 164, 163, 160, 163, 160, 165, 163, 162, 163, 164, 163, 160, 165, 163, 162
   ਇਹਨਾਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ ਕੀ ਹੈ ? ਇੱਥੇ ਬਹੁਲਕ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਕੀ ਸਮਝਦੇ ਹਾਂ ?

ਜਿੱਥੇ ਮੱਧਮਾਨ ਸਾਨੂੰ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਸਾਰੇ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦਾ ਔਸਤ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਉੱਥੇ ਬਹੁਲਕ ਅੰਕੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਵਾਰ ਆਉਣ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰੇਖਣ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਆਓ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ :

(a) ਤੁਹਾਨੂੰ ਇੱਕ ਪ੍ਰੋਗ੍ਰਾਮ ਵਿੱਚ ਬੁਲਾਏ ਗਏ 25 ਵਿਅਕਤੀਆਂ ਲਈ ਜ਼ਰੂਰੀ ਰੋਟੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਬਾਰੇ ਫੈਸਲਾ ਕਰਨਾ ਹੈ।

(b) ਕਮੀਜ਼ਾਂ ਵੇਚਣ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਦੁਕਾਨਦਾਰ ਨੂੰ ਆਪਣੇ ਸਟਾਕ ਦੀ ਪੂਰਤੀ ਕਰਨੀ ਹੈ।

(c) ਸਾਨੂੰ ਆਪਣੇ ਘਰ ਲਈ ਜ਼ਰੂਰੀ ਦਰਵਾਜ਼ੇ ਦੀ ਉਚਾਈ ਪਤਾ ਕਰਨੀ ਹੈ।

(d) ਇੱਕ ਪਿਕਨਿਕ 'ਤੇ ਜਾਂਦੇ ਸਮੇਂ ਜੇਕਰ ਹਰੇਕ ਵਿਅਕਤੀ ਲਈ ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਹੀ ਫਲ ਖਰੀਦਿਆ ਜਾਣਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਕਿਹੜਾ ਫ਼ਲ ਮਿਲੇਗਾ ?

ਇਹਨਾਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਕਿਸ ਵਿੱਚ ਬਹੁਲਕ ਦਾ ਇੱਕ ਚੰਗੇ ਅਨੁਮਾਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ?

ਪਹਿਲੇ ਕਥਨ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ। ਮੰਨ ਲਓ ਹਰੇਕ ਵਿਅਕਤੀ ਲਈ ਜ਼ਰੂਰੀ ਰੋਟੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੈ : 2, 3, 2, 3, 2, 1, 2, 3, 2, 2, 4, 2, 2, 3, 2, 4, 4, 2, 3, 2, 4, 2, 4, 3, 5

ਇਹਨਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ 2 ਰੋਟੀ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਬਹੁਲਕ ਨੂੰ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਪ੍ਰਤਿਨਿਧ ਮੁੱਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰੀਏ, ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀ ਵਿਅਕਤੀ 2 ਰੋਟੀਆਂ ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ 25 ਵਿਅਕਤੀਆਂ

ਲਈ ਕੇਵਲ 50 ਰੋਟੀਆਂ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੋਵੇਗੀ। ਪਰ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਤੌਰ 'ਤੇ ਇਹ ਰੋਟੀਆਂ ਸਾਰੇ ਵਿਅਕਤੀਆਂ ਨੂੰ ਅਢੁੱਕਵੀਆਂ ਹੋਣਗੀਆਂ। ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਕੀ ਮੱਧਮਾਨ ਇੱਕ ਢੁਕਵਾਂ ਪ੍ਰਤਿਨਿਧ ਮੁੱਲ ਹੋਵੇਗਾ ?

ਤੀਜੇ ਕਥਨ ਲਈ, ਦਰਵਾਜ਼ੇ ਦੀ ਉੱਚਾਈ, ਉਹਨਾਂ ਵਿਅਕਤੀਆਂ ਦੀ ਉੱਚਾਈ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਹੈ ਜੋ ਉਸ ਦਰਵਾਜ਼ੇ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਨਗੇ। ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਘਰ ਵਿੱਚ 5 ਬੱਚੇ ਤੇ 4 ਬਾਲਗ ਹਨ ਜੋ ਉਸ ਦਰਵਾਜ਼ੇ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ 5 ਬੱਚਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਦੀ ਉੱਚਾਈ 135 ਸਮ ਦੇ ਲਗਭਗ ਹੈ। ਉਚਾਈਆਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ 135 ਸਮ ਹੈ। ਕੀ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਦਰਵਾਜ਼ਾ ਲੈਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦੀ ਉੱਚਾਈ 144 ਸਮ ਹੋ ? ਕੀ ਸਾਰੇ ਬਾਲਗ ਇਸ ਦਰਵਾਜ਼ੇ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘ ਜਾਣਗੇ ? ਇਹ ਸਪਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਲਈ ਬਹੁਲਕ ਇੱਕ ਢੁਕਵਾਂ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧ ਮੁੱਲ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਕੀ ਇੱਥੇ ਮੱਧਮਾਨ ਇੱਕ ਠੀਕ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧ ਮੁੱਲ ਹੋਵੇਗਾ ?

ਕਿਉਂ ਨਹੀਂ ? ਦਰਵਾਜ਼ੇ ਦੀ ਉਚਾਈ ਬਾਰੇ ਫੈਸਲਾ ਲੈਣ ਲਈ, ਉੱਚਾਈ ਦੇ ਕਿਸ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧ ਮੁੱਲ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ ?

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਬਾਕੀ ਕਥਨਾਂ ਦਾ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਕਰੋ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਲਈ ਠੀਕ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਆਪਣੇ ਦੋਸਤਾਂ ਨਾਲ ਚਰਚਾ ਕਰੋ ਅਤੇ

(a) ਦੋ ਸਥਿਤੀਆਂ ਦੱਸੋ, ਜਿੱਥੇ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧ ਮੁੱਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਮੱਧਮਾਨ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਠੀਕ ਹੋਵੇਗਾ।

(b) ਦੋ ਸਥਿਤੀਆਂ ਦੱਸੋ, ਜਿੱਥੇ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧ ਮੁੱਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਹੁਲਕ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਠੀਕ ਹੋਵੇਗਾ।

3.7 ਮੱਧਿਕਾ

ਅਸੀਂ ਵੇਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕੁੱਝ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਅੰਕਗਣਿਤਿਕ ਮੱਧਮਾਨ ਇੱਕ ਢੁੱਕਵਾਂ ਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ ਦਾ ਮਾਪਕ ਹੈ ਅਤੇ ਕੁੱਝ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਬਹੁਲਕ ਇੱਕ ਢੁਕਵਾਂ ਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ ਦਾ ਮਾਪਕ ਹੈ।

ਆਓ ਹੁਣ ਇੱਕ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣ ਵੇਖੀਏ। 17 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੇ ਇੱਕ ਸਮੂਹ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ, ਜਿਹਨਾਂ ਦੀ ਉਚਾਈ ਸਮ ਵਿੱਚ ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਹੈ:

106, 110, 123, 125, 117, 120, 112, 115, 110, 120, 115, 102, 115, 115, 109, 115, 101.

ਖੇਡ ਦੀ ਅਧਿਆਪਿਕਾ ਜਮਾਤ ਨੂੰ ਅਜਿਹੇ ਦੋ ਸਮੂਹਾਂ ਵਿੱਚ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵੰਡਣਾ ਚਾਹੁੰਦੀ ਹੈ ਕਿ ਹਰੇਕ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਬਾਰਬਰ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਇੱਕ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆ ਦੀ ਉਚਾਈਆਂ ਇੱਕ ਖਾਸ ਉਚਾਈ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਦੂਜੇ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਉੱਚਾਈਆਂ ਉਸ ਖਾਸ ਉੱਚਾਈ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੋਣ। ਉਹ ਅਜਿਹਾ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਰੇਗੀ ?

ਆਓ ਉਸ ਕੋਲ ਜੋ ਵੱਖ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਿਕਲਪ ਹਨ, ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖੀਏ :

(i) ਉਹ ਮੱਧਮਾਨ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਮੱਧਮਾਨ ਹੈ :

$$\frac{106+110+123+125+117+120+112+115+110+120+115+102+115+115+109+115+101}{17}$$

$$=\frac{1930}{17}=113.5$$

ਇਸ ਲਈ, ਅਧਿਆਪਕ ਜਮਾਤ ਦੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਨੂੰ ਜੇਕਰ ਅਜਿਹੇ ਦੋ ਸਮੂਹਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੀ ਹੈ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ ਮੱਧਮਾਨ ਉੱਚਾਈ ਤੋਂ ਘੱਟ ਉੱਚਾਈ ਵਾਲੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਹਨ ਅਤੇ ਦੂਜੇ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ ਮੱਧਮਾਨ ਉੱਚਾਈ ਤੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਉਚਾਈ ਵਾਲੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਹਨ, ਤਾਂ ਇਹਨਾਂ ਸਮੂਹਾਂ ਵਿੱਚ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਇੱਕ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ 7 ਮੈਂਬਰ ਹੋਣਗੇ ਤੇ ਦੂਜੇ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ 10 ਮੈਂਬਰ ਹੋਣਗੇ।

(ii) ਉਸ ਕੋਲ ਦੂਜਾ ਵਿਕਲਪ ਹੈ ਕਿ ਉਹ ਬਹੁਲਕ ਪਤਾ ਕਰੇ। ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ ਵਾਲਾ ਪ੍ਰੇਖਣ 115 ਸਮ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ ਬਹੁਲਕ ਲਿਆ ਜਾਵੇਗਾ।

ਬਹੁਲਕ ਤੋਂ ਹੇਠਾਂ ਵਾਲੇ 7 ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਹਨ ਅਤੇ 10 ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਬਹੁਲਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਜਾਂ ਇਸ ਤੋਂ ਉੱਪਰ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਜਮਾਤ ਦੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਨੂੰ ਦੋ ਬਰਾਬਰ ਸਮੂਹਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡ ਨਹੀਂ ਕਰ ਸਕਦੇ।

ਇਸ ਲਈ, ਆਓ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਹੋਰ ਵੈਕਲਪਿਕ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧ ਮੁੱਲ ਜਾਂ ਕੇਂਦਰੀ ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ ਦੇ ਮਾਪਕ ਦੇ ਬਾਰੇ ਸੋਚੀਏ। ਅਜਿਹਾ ਕਰਨ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਦੁਬਾਰਾ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਉਚਾਈਆਂ (ਸਮ ਵਿੱਚ) ਨੂੰ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਤਰਤੀਬ ਵਿੱਚ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪ੍ਰੇਖਣ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ:
101, 102, 06, 109, 110, 110, 112, 115, 115, 115, 115, 115, 117, 120, 120, 123, 125

ਇਹਨਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਮੱਧਮਾਨ (middle value) 115 ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਨੂੰ ਦੋ ਬਰਾਬਰ ਸਮੂਹਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ ਹੈ। ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਵਿੱਚ 8 ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਹਨ, ਇਹ ਮੁੱਲ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਮੱਧਿਕਾ ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਮੱਧਿਕਾ ਉਸ ਮੁੱਲ ਨੂੰ ਦਸਦਾ ਹੈ, ਜੋ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ (ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਵੱਧਦੇ ਜਾਂ ਘੱਟਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਤਰਤੀਬ ਵਿੱਚ ਕਰਨ ਨਾਲ) ਅਤੇ ਅੱਧੇ ਪ੍ਰੇਖਣ ਇਸ ਤੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਮੁੱਲ ਵਾਲੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਤੇ ਅੱਧੇ ਪ੍ਰੇਖਣ ਇਸ ਤੋਂ ਘੱਟ ਮੁੱਲ ਵਾਲੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਖੇਡ ਦੀ ਅਧਿਆਪਕਾ ਇਸ ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਨੂੰ ਇਸ ਖੇਡ ਵਿੱਚ ਰੈਫਰੀ (refree) ਬਣਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।
ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਕੇਵਲ ਉਹਨਾਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਨੂੰ ਹੀ ਲਵਾਂਗੇ, ਜਿਹਨਾਂ ਪ੍ਰੇਖਣ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਟਾਂਕ ਹੈ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਤੁਹਾਡੇ ਇੱਕ ਦੋਸਤ ਨੇ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਮੱਧਿਕਾ ਅਤੇ ਬਹੁਲਕ ਪਤਾ ਕਰੀਏ। ਉਸ ਦੋਸਤ ਤੋਂ ਕੀਤੀ ਗਈ ਗਲਤੀ, ਜੇਕਰ ਕੋਈ ਹੋਵੇ ਤਾਂ, ਦੱਸੋ ਅਤੇ ਸਹੀ ਕਰੋ :

35, 32, 35, 42, 38, 32, 34

ਮੱਧਿਕਾ = 42, ਬਹੁਲਕ = 32

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਵੱਧਦੇ ਜਾਂ ਘੱਟਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਤਰਤੀਬ ਵਿੱਚ ਕਰਨ ਤੋਂ ਬਾਦ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਵਿੱਚੋਂ ਵਿੱਚ (ਮੱਧ) ਵਾਲਾ ਮੁੱਲ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਮੱਧਿਕਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਸਧਾਰਣ ਤੌਰ ਤੇ ਸਾਨੂੰ ਮੱਧਿਕਾ ਅਤੇ ਬਹੁਲਕ ਲਈ ਇੱਕ ਹੀ ਮੁੱਲ ਨਹੀਂ ਮਿਲੇਗਾ।
ਆਓ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖੀਏ।

ਉਦਾਹਰਣ 7 : ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਮੱਧਿਕਾ ਪਤਾ ਕਰੋ :

24, 36, 46, 17, 18, 25, 35

ਹੱਲ : ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਤਰਤੀਬ ਵਿੱਚ ਕਰਨ 'ਤੇ, ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ :

17, 18, 24, 25, 35, 36, 46

ਮੱਧ (ਵਿੱਚਕਾਰ) ਵਾਲਾ ਪ੍ਰੇਖਣ ਮੱਧਿਕਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਮੱਧਿਕਾ 25 ਹੈ।

ਅਭਿਆਸ 3.2

1. ਗਣਿਤ ਦੀ ਇੱਕ ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਵਿੱਚ 15 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੁਆਰਾ (25 ਵਿੱਚੋਂ) ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਗਏ ਅੰਕ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਹਨ :

19, 25, 23, 20, 9, 20, 15, 10, 5, 16, 25, 20, 24, 12, 20

ਇਹਨਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਬਹੁਲਕ ਅਤੇ ਮੱਧਿਕਾ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਕੀ ਇਹ ਬਰਾਬਰ ਹਨ ?

2. ਇੱਕ ਕ੍ਰਿਕੇਟ ਮੈਚ ਵਿੱਚ ਖਿਡਾਰੀਆਂ ਦੁਆਰਾ ਬਣਾਈਆਂ ਦੌੜਾਂ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹਨ :

6, 15, 120, 50, 100, 80, 10, 15, 8, 10, 15

ਇਹਨਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਮੱਧਮਾਨ, ਬਹੁਲਕ ਅਤੇ ਮੱਧਿਕਾ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਕੀ ਇਹ ਤਿੰਨੇ ਬਰਾਬਰ ਹਨ ?

3. ਇੱਕ ਜਮਾਤ ਦੇ 15 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦਾ ਭਾਰ (ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮਾਂ ਵਿੱਚ) ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੈ:

38, 42, 35, 37, 45, 50, 32, 43, 43, 40, 36, 38, 43, 38, 47

(i) ਇਹਨਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ ਅਤੇ ਮੱਧਿਕਾ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਕੀ ਇਹ ਬਰਾਬਰ ਹਨ ?

(ii) ਕੀ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਇੱਕ ਤੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਬਹੁਲਕ ਹਨ ?

4. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ ਅਤੇ ਮੱਧਿਕਾ ਪਤਾ ਕਰੋ :

13, 16, 12, 14, 19, 12, 14, 13, 14

5. ਦੱਸੋ ਕਿ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਕਥਨ ਸੱਚ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ :

(i) ਬਹੁਲਕ ਅੰਕੜਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਮੇਸ਼ਾ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(ii) ਮੱਧਮਾਨ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਅੰਕੜਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(iii) ਮੱਧਿਕਾ ਅੰਕੜਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਮੇਸ਼ਾ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

(iv) ਅੰਕੜਿਆਂ 6, 4, 3, 8, 9, 12, 13, 9 ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ 9 ਹੈ।

3.8 ਵੱਖ ਉਦੇਸ਼ ਨਾਲ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ

ਪਿਛਲੇ ਸਾਲ ਅਸੀਂ ਦੇਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇਕੱਠੀ ਕੀਤੀ ਗਈ ਸੂਚਨਾਵਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ ਵੰਡ ਸਾਰਣੀ (frequency distribution table)ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾਂ ਤਰਤੀਬ ਕਰਕੇ ਅਤੇ ਫਿਰ ਇਹਨਾਂ ਸੂਚਨਾਵਾਂ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਚਿੱਤਰ ਲੇਖਾਂ (Pictographs) ਜਾਂ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫਾਂ (bargraphs) ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਤੁਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫਾਂ ਨੂੰ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਬਾਰੇ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਤੁਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫਾਂ ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ ਸੂਚਨਾਵਾਂ ਵੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਤੁਸੀਂ ਇਹ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਸਭ ਤੋਂ ਲੰਬਾ ਛੜ (bar) ਹੀ ਬਹੁਲਕ ਹੈ, ਜੇਕਰ ਛੜ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ ਨੂੰ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ।

3.8.1 ਇੱਕ ਸਕੇਲ (ਜਾਂ ਮਾਪਦੰਡ) ਨੂੰ ਚੁਣਨਾ

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਸਮਾਨ ਚੌੜਾਈ ਦੀਆਂ ਛੜਾਂ ਦੁਆਰਾ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (ਅੰਕੜਿਆਂ) ਦਾ ਨਿਰੂਪਣ ਹੈ ਅਤੇ ਛੜਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈਆਂ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ ਅਤੇ ਚੁਣੇ ਗਏ ਸਕੇਲ (Scale) 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੀਆਂ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਇੱਕ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਵਿੱਚ, ਜਿੱਥੇ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਇਕਾਈਆਂ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉਣਾ ਹੋ। ਗ੍ਰਾਫ ਇੱਕ ਪ੍ਰੇਖਣ ਲਈ ਇੱਕ ਇਕਾਈ ਲੰਬਾਈ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਜੇਕਰ ਉਸਨੂੰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਦਹਾਈਆਂ ਜਾਂ ਸੈਂਕੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉਣਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਇੱਕ ਇਕਾਈ ਲੰਬਾਈ 10 ਜਾਂ 100 ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਨੂੰ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕਰ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ:

ਉਦਾਹਰਣ 8: ਛੇਵੀਂ ਤੇ ਸੱਤਵੀਂ ਜਮਾਤ ਦੇ 200 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਤੋਂ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਮਨਪਸੰਦ ਰੰਗ ਦਾ ਨਾਂ ਦੱਸਣ ਲਈ ਕਿਹਾ ਗਿਆ ਤਾਂ ਕਿ ਇਹ ਫੈਸਲਾ ਲਿਆ ਜਾ ਸਕੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਸਕੂਲ ਦੇ ਭਵਨ ਨੂੰ ਕਿਹੜਾ ਰੰਗ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ। ਇਸਦਾ ਨਤੀਜਾ ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸਾਰਣੀ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਨਾਲ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕਰੋ।

ਮਨਪਸੰਦ ਰੰਗ	ਲਾਲ	ਹਰਾ	ਨੀਲਾ	ਪੀਲਾ	ਨਾਰੰਗੀ
ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ	43	19	55	49	34

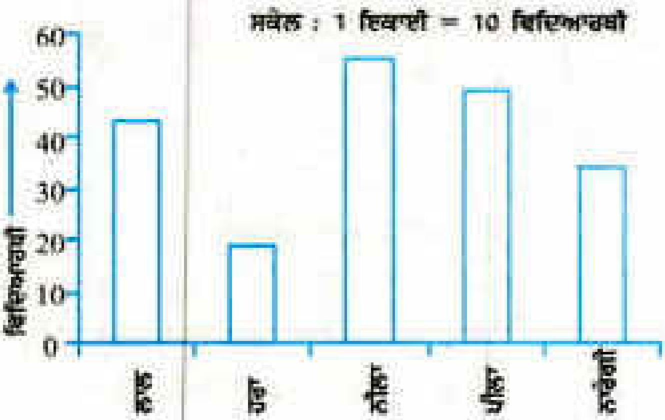
ਇਸ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਉੱਤਰ ਦਿਓ :

(i) ਕਿਹੜਾ ਰੰਗ ਸਭ ਤੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਪਸੰਦ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਕਿਹੜਾ ਰੰਗ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਪਸੰਦ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ?

(ii) ਕੁੱਲ ਕਿੰਨੇ ਰੰਗ ਹਨ ? ਉਹ ਕਿਹੜੇ ਹਨ ?

ਹੱਲ: ਇੱਕ ਢੁਕਵਾਂ ਪੈਮਾਨਾ ਹੇਠਾਂ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਚੁਣੋ :

ਸਕੇਲ ਨੂੰ 0 ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੋ, ਅੰਕੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਮੁੱਲ 55 ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, 55 ਤੋਂ ਕੁੱਝ ਵੱਧ, ਮੰਨ ਲਓ 60 ਤੇ ਖਤਮ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਧੁਰੇ ਤੇ ਸਮਾਨ ਭਾਗਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰੋ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ 10 ਦਾ ਵਾਧਾ। ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਾਰੇ ਛੜ (bars) 0 ਤੇ 60 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਸਥਿਤ ਹੋਣਗੇ। ਅਸੀਂ ਸਕੇਲ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਚੁਣਾਂਗੇ ਤਾਂ ਕਿ 0 ਅਤੇ 60 ਦੇ ਵਿੱਚ ਲੰਬਾਈ ਨਾ ਤਾਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਛੋਟੀ ਅਤੇ ਨਾ ਹੀ ਜਿਆਦਾ ਵੱਡੀ ਹੋਵੇ। ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ 1 ਇਕਾਈ = 10 ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ।



ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਖਿੱਚਦੇ ਅਤੇ ਨਾਮਕਰਣ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢਦੇ ਹਾਂ ਕਿ

(i) ਨੀਲਾ ਰੰਗ ਸਭ ਤੋਂ ਮਨਪਸੰਦ ਰੰਗ ਹੈ (ਕਿਉਂਕਿ ਨੀਲਾ ਰੰਗ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕਰਨ ਵਾਲੀ ਛੜ ਸਭ ਤੋਂ ਲੰਬੀ ਹੈ)

(ii) ਹਰਾ ਰੰਗ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਮਨਪਸੰਦ ਰੰਗ ਹੈ (ਕਿਉਂਕਿ ਹਰ ਰੰਗ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕਰਨ ਵਾਲੀ ਛੜ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਹੈ)

(iii) ਇੱਥੇ ਪੰਜ ਰੰਗ ਹਨ। ਇਹ ਹਨ ਲਾਲ, ਹਰਾ, ਨੀਲਾ, ਪੀਲਾ ਤੇ ਨਾਰੰਗੀ (ਇਹ ਲੇਟਵੇਂ ਧੁਰੇ 'ਤੇ ਵੇਖੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ)।

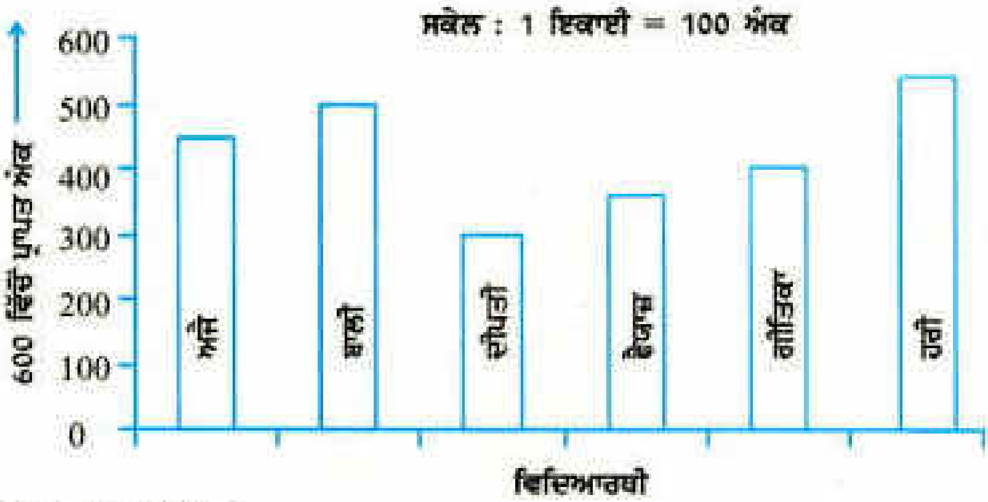
ਉਦਾਹਰਣ 9: ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜੇ ਕਿਸੀ ਜਮਾਤ ਦੇ ਛੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੁਆਰਾ (600 ਵਿੱਚੋਂ) ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਗਏ ਕੁੱਲ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਦੁਆਰਾ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕਰੋ।

ਵਿਦਿਆਰਥੀ	ਅਜੇ	ਬਾਲੀ	ਦੀਪਤੀ	ਫੇਯਾਜ	ਗੀਤਿਕਾ	ਹਰੀ
ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕ	450	500	300	360	400	540

ਹੱਲ:

1. ਇੱਕ ਢੁਕਵਾਂ ਸਕੇਲ ਚੁਣਨ ਲਈ, ਅਸੀਂ 100 ਦੇ ਵਾਧੇ ਲੈਂਦੇ ਹੋਏ, ਸਮਾਨ ਭਾਗ ਧੁਰੇ 'ਤੇ ਅੰਕਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, 1 ਇਕਾਈ 100 ਅੰਕ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕਰੇਗੀ। (ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ 1 ਇਕਾਈ ਨਾਲ 10 ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਈਏ ਤਾਂ ਕੀ ਮੁਸ਼ਕਲ ਹੋਵੇਗੀ ?

2. ਹੁਣ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਨਾਲ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕਰੋ



ਦੋਹਰਾ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਖਿੱਚਣਾ

ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਦੋ ਸਮੂਹਾਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ, ਜੋ ਦੋ ਸ਼ਹਿਰ, ਆਬੇਰਦੀਨ ਅਤੇ ਮਾਰਗੇਟ ਵਿੱਚ, ਸਾਲ ਦੇ ਬਾਰਾਂ ਮਹੀਨਿਆਂ ਲਈ, ਧੁੱਪ ਰਹਿਣ ਦੇ ਔਸਤ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਘੰਟਿਆਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਸ਼ਹਿਰ ਦੱਖਣ ਧਰੁਵ ਦੇ ਨੇੜੇ ਸਥਿਤ ਹਨ ਅਤੇ ਇਸ ਲਈ ਇੱਥੇ ਹਰ ਰੋਜ਼ ਧੁੱਪ ਬਹੁਤ ਘੱਟ ਘੰਟਿਆਂ ਲਈ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ।

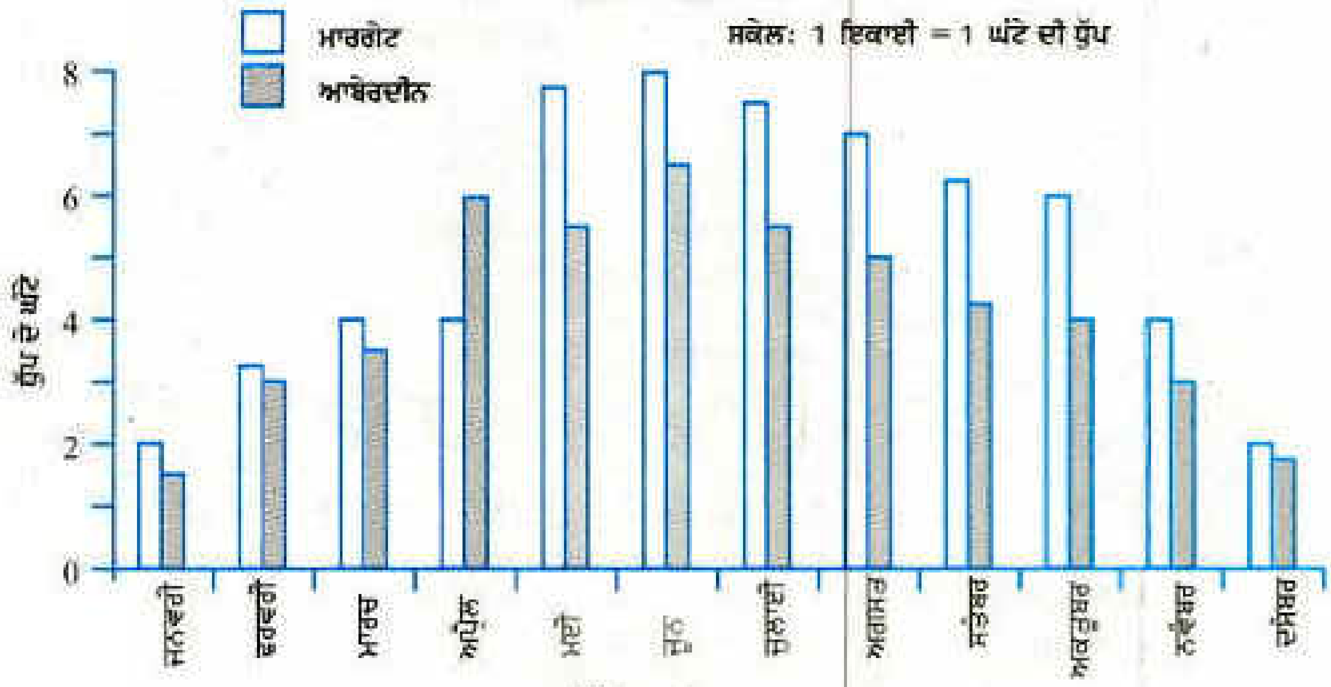
ਮਾਰਗੇਟ ਵਿੱਚ												
	ਜਨਵਰੀ	ਫਰਵਰੀ	ਮਾਰਚ	ਅਪ੍ਰੈਲ	ਮਈ	ਜੂਨ	ਜੁਲਾਈ	ਅਗਸਤ	ਸਤੰਬਰ	ਅਕਤੂਬਰ	ਨਵੰਬਰ	ਦਸੰਬਰ
ਧੁੱਪ ਦੇ ਔਸਤ ਘੰਟੇ	2	$3\frac{1}{4}$	4	4	$7\frac{3}{4}$	8	$7\frac{1}{2}$	7	$6\frac{1}{4}$	6	4	2
ਆਬੇਰਦੀਨ ਵਿੱਚ												
ਧੁੱਪ ਦੇ ਔਸਤ ਘੰਟੇ	$1\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$	6	$5\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$	5	$4\frac{1}{2}$	4	3	$1\frac{3}{4}$

ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਅਲੱਗ ਅਲੱਗ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਖਿੱਚ ਕੇ ਤੁਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਉੱਤਰ ਦੇ ਸਕਦੇ ਹੋ:

(i) ਹਰੇਕ ਸ਼ਹਿਰ ਵਿੱਚ, ਕਿਹੜੇ ਮਹੀਨੇ ਜਿਆਦਾ ਤੋਂ ਜਿਆਦਾ ਧੁੱਪ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ ? ਜਾਂ

(ii) ਹਰੇਕ ਸ਼ਹਿਰ ਵਿੱਚ, ਕਿਹੜੇ ਮਹੀਨੇ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਧੁੱਪ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ ?

ਪਰ, ਇੱਕ ਖਾਸ ਮਹੀਨੇ ਵਿੱਚ, ਕਿਸ ਸ਼ਹਿਰ ਵਿੱਚ ਧੁੱਪ ਜਿਆਦਾ ਘੰਟਿਆਂ ਤੱਕ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ ? ਅਜਿਹੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਉੱਤਰ ਦੇਣ ਲਈ, ਸਾਨੂੰ ਦੋਵੇਂ ਸ਼ਹਿਰਾਂ ਦੇ ਔਸਤ ਧੁੱਪ ਦੇ ਘੰਟਿਆਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਦੀ ਲੋੜ ਹੋਵੇਗੀ। ਇਸ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਗ੍ਰਾਫਾਂ ਨੂੰ ਖਿੱਚਣਾ ਸਿੱਖਾਂਗੇ, ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ ਦੋਹਰਾ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਸ਼ਹਿਰਾਂ ਦੀ ਸੂਚਨਾ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫਾਂ ਦੁਆਰਾ ਨਾਲ ਨਾਲ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।



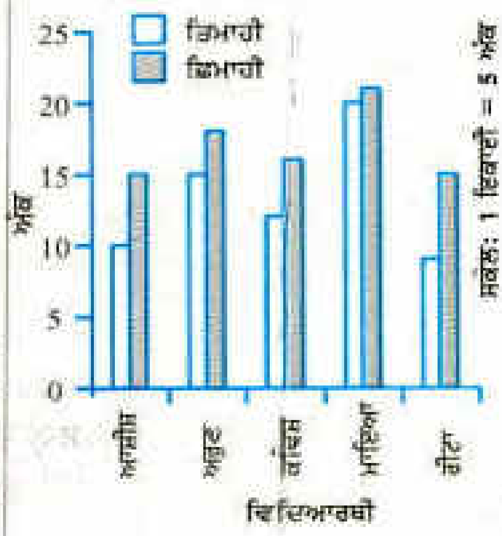
ਚਿੱਤਰ 3.1

ਉਪਰੋਕਤ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ (ਚਿੱਤਰ 3.1) ਦੋਵਾਂ ਸ਼ਹਿਰਾਂ ਦੇ ਔਸਤ ਧੁੱਪ ਦੇ ਸਮੇਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਮਹੀਨੇ ਲਈ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਦੋ ਛੜ ਹਨ, ਜਿਹਨਾਂ ਦੀ ਉਚਾਈਆਂ ਹਰੇਕ ਸ਼ਹਿਰ ਦੇ ਔਸਤ ਧੁੱਪ ਦੇ ਘੰਟਿਆਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ। ਇਸ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਇਹ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਅਪ੍ਰੈਲ ਦੇ ਮਹੀਨੇ ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ, ਬਾਕੀ ਹਰੇਕ ਮਹੀਨਿਆਂ ਵਿੱਚ ਮਾਰਗੇਟ ਵਿੱਚ ਆਬੇਰਦੀਨ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਧੁੱਪ ਹਮੇਸ਼ਾ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਾ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਆਪਣੇ ਖੇਤਰ ਜਾਂ ਸ਼ਹਿਰ ਲਈ ਵੀ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਆਓ ਇੱਕ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣ ਲਓ, ਜੋ ਸਾਡੇ ਨਾਲ ਜ਼ਿਆਦਾ ਸੰਬੰਧਿਤ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 10 : ਗਣਿਤ ਦੀ ਅਧਿਆਪਿਕਾ ਇਹ ਜਾਣਨਾ ਚਾਹੁੰਦੀ ਹੈ ਕਿ ਤਿਮਾਹੀ ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਤੋਂ ਬਾਅਦ, ਉਸ ਵੱਲੋਂ ਪੜ੍ਹਾਈ ਵਿੱਚ ਅਪਨਾਈ ਗਈ ਤਕਨੀਕ ਦਾ ਕੋਈ ਪ੍ਰਭਾਵ ਪਿਆ ਜਾਂ ਨਹੀਂ। ਉਹ ਸਭ ਤੋਂ ਕਮਜ਼ੋਰ 5 ਬੱਚਿਆਂ ਵੱਲੋਂ ਤਿਮਾਹੀ ਪ੍ਰੀਖਿਆ (25 ਵਿੱਚੋਂ) ਅਤੇ ਛਿਮਾਹੀ ਪ੍ਰੀਖਿਆ (25 ਵਿੱਚੋਂ) ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਲੈਂਦੀ ਹੈ, ਜੋ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹਨ :

ਵਿਦਿਆਰਥੀ	ਆਸ਼ੀਸ਼	ਅਰੁਣ	ਕਵਿਸ਼	ਮਾਇਆ	ਰੀਟਾ
ਤਿਮਾਹੀ	10	15	12	20	9
ਛਿਮਾਹੀ	15	18	16	21	15

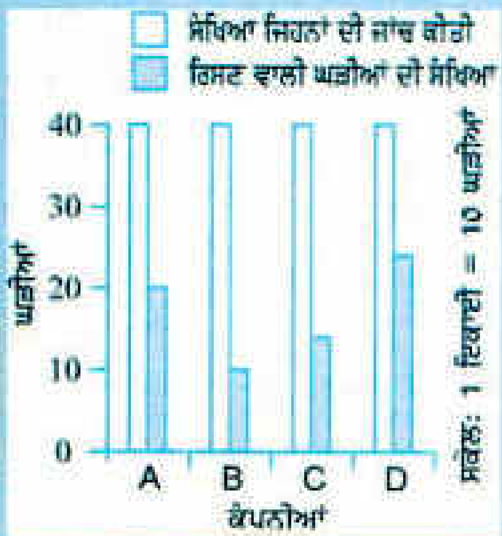


ਹੱਲ : ਪਹਿਲਾਂ ਉਹ ਨਾਲ ਲੱਗਦੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਇੱਕ ਦੋਹਰਾ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਛੜਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖ ਕੇ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਦੀ ਕਾਰਗੁਜ਼ਾਰੀ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਸੁਧਾਰ ਹੋਇਆ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, ਉਹ ਫੈਸਲਾ ਲੈਂਦੀ ਹੈ ਕਿ ਉਸਨੂੰ ਆਪਣੀ ਨਵੀਂ ਤਕਨੀਕ ਜਾਰੀ ਰੱਖਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ।

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਕੁੱਝ ਹੋਰ ਸਥਿਤੀਆਂ ਬਾਰੇ ਸੋਚਦੇ ਹੋ, ਜਿੱਥੇ ਤੁਸੀਂ ਦੋਹਰੇ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ?

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

1. ਦਿੱਤਾ ਹੋਇਆ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ (ਚਿੱਤਰ 3.2), ਵੱਖ ਵੱਖ ਕੰਪਨੀਆਂ ਵੱਲੋਂ ਬਣਾਈ ਗਈ ਜਲ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧੀ (Water resistant) ਘੜੀਆਂ ਦੀ ਜਾਂਚ ਲਈ ਕੀਤੇ ਗਏ ਇੱਕ ਸਰਵੇਖਣ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਕੰਪਨੀ ਨੇ ਦਾਅਵਾ ਕੀਤਾ ਹੈ ਕਿ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਘੜੀਆਂ ਜਲ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧੀ ਹਨ। ਇੱਕ ਜਾਂਚ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਉਪਰੋਕਤ ਨਤੀਜੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਏ ਹਨ
   (a) ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਹਰੇਕ ਕੰਪਨੀ ਲਈ, ਰਿਸਣ ਵਾਲੀ (Leak) ਘੜੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਦੀ, ਜਾਂਚ ਕੀਤੀ ਗਈ ਕੁੱਲ ਘੜੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਤੋਂ ਭਿੰਨ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹੋ?
   (b) ਇਸਦੇ ਆਧਾਰ ਤੇ ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਦਸ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਕਿਹੜੀ ਕੰਪਨੀ ਦੀਆਂ ਘੜੀਆਂ ਵਧੀਆ ਹਨ?



ਚਿੱਤਰ 3.2

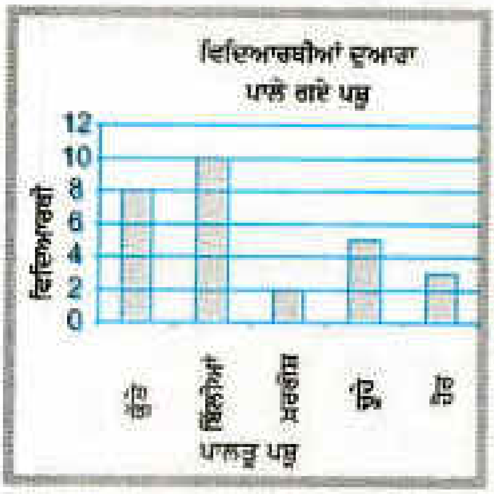
2. ਸਾਲ 1995, 1996, 1997 ਅਤੇ 1998 ਵਿੱਚ ਅੰਗਰੇਜ਼ੀ ਅਤੇ ਹਿੰਦੀ ਦੀਆਂ ਪੁਸਤਕਾਂ ਦੀ ਵਿਕਰੀ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ:

	1995	1996	1997	1998
ਅੰਗਰੇਜ਼ੀ	350	400	450	620
ਹਿੰਦੀ	500	525	600	650

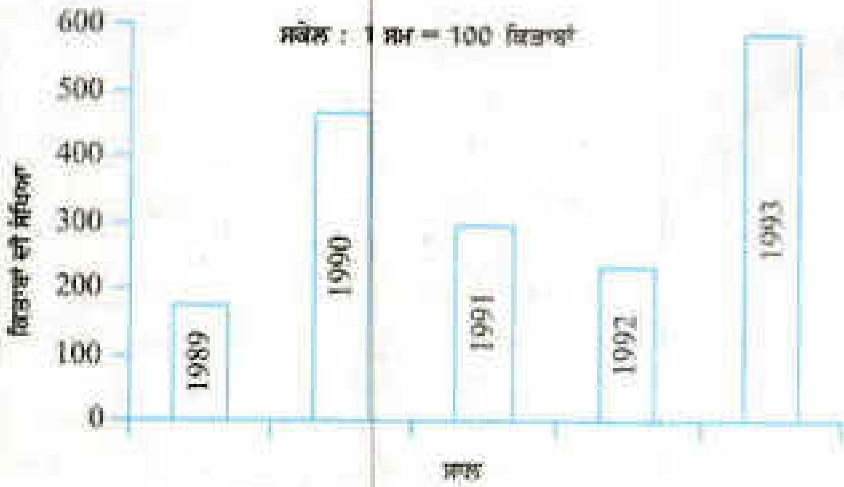
ਇੱਕ ਦੋਹਰਾ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਖਿੱਚੋ ਅਤੇ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਉੱਤਰ ਦਿਓ:
   (a) ਕਿਹੜੇ ਸਾਲ ਵਿੱਚ ਦੋਵਾਂ ਭਾਸ਼ਾਵਾਂ ਦੀ ਪੁਸਤਕਾਂ ਦੀ ਵੇਚ ਦਾ ਅੰਤਰ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਸੀ?
   (b) ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਅੰਗਰੇਜ਼ੀ ਦੀ ਪੁਸਤਕਾਂ ਦੀ ਮੰਗ ਵਿੱਚ ਤੇਜ਼ੀ ਨਾਲ ਵਾਧਾ ਹੋਇਆ ਹੈ? ਇਸ ਨੂੰ ਸਮਝਾਓ

ਅਭਿਆਸ 3.3

1. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਉੱਤਰ ਦੇਣ ਲਈ ਚਿੱਤਰ 3.3 ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰੋ:
   (a) ਕਿਹੜਾ ਪਾਲਤੂ ਪਸ਼ੂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹਰਮਨ ਪਿਆਰਾ ਹੈ?
   (b) ਕਿੰਨੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦਾ ਪਾਲਤੂ ਪਸ਼ੂ ਕੁੱਤਾ ਹੈ?
2. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਨੂੰ ਪੜ੍ਹੋ ਜੋ ਇੱਕ ਕਿਤਾਬਾਂ ਦੀ ਦੁਕਾਨ ਤੋਂ 5 ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਸਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਵਿਕਣੇ ਵਾਲੀਆਂ ਪੁਸਤਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ, ਅਤੇ ਅੱਗੇ ਆਉਣ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਉੱਤਰ ਦਿਓ।
   (i) ਸਾਲ 1989, 1990 ਅਤੇ 1992 ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਵਿੱਚ ਲਗਭਗ ਕਿੰਨੀਆਂ ਕਿਤਾਬਾਂ ਵੇਚੀਆਂ ਗਈਆਂ।
   (ii) ਕਿਸ ਸਾਲ ਵਿੱਚ ਲਗਭਗ 475 ਕਿਤਾਬਾਂ ਵੇਚੀਆਂ ਗਈਆਂ? ਕਿਸ ਸਾਲ ਵਿੱਚ ਲਗਭਗ 225 ਕਿਤਾਬਾਂ ਵੇਚੀਆਂ ਗਈਆਂ?
   (iii) ਕਿਹੜੇ ਸਾਲਾਂ ਵਿੱਚ 250 ਤੋਂ ਘੱਟ ਕਿਤਾਬਾਂ ਵੇਚੀਆਂ ਗਈਆਂ?
   (iv) ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਸਪਸ਼ਟ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਸਾਲ 1989 ਵਿੱਚ ਵੇਚੀਆਂ ਗਈਆਂ ਕਿਤਾਬਾਂ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਰੋਗੇ?



ਚਿੱਤਰ 3.3



ਚਿੱਤਰ 3.4

3. ਛੇ ਵੱਖ ਵੱਖ ਜਮਾਤਾਂ ਦੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਨਾਲ ਦਰਸਾਉ:

ਜਮਾਤ	ਪੰਜਵੀਂ	ਛੇਵੀਂ	ਸੱਤਵੀਂ	ਅੱਠਵੀਂ	ਨੌਵੀਂ	ਦਸਵੀਂ
ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ	135	120	95	100	90	80

(a) ਤੁਸੀਂ ਕਿਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦਾ ਸਕੇਲ ਚੁਣੋਗੇ ?

(b) ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਉੱਤਰ ਦਿਉ :

(i) ਕਿਹੜੀ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੈ? ਕਿਹੜੀ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ?

(ii) ਛੇਵੀਂ ਜਮਾਤ ਦੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਅੱਠਵੀਂ ਜਮਾਤ ਦੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਪਤਾ ਕਰੋ।

4. ਇੱਕ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਦੇ ਪਹਿਲੇ ਅਤੇ ਦੂਜੇ ਸਮੈਸਟਰ ਦੀ ਕਾਰਗੁਜ਼ਾਰੀ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਹੈ। ਇੱਕ ਢੁਕਵਾਂ ਸਕੇਲ ਚੁਣ ਕੇ ਇੱਕ ਦੋਹਰਾ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਖਿੱਚੋ ਅਤੇ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਉੱਤਰ ਦਿਉ:

ਵਿਸ਼ਾ	ਅੰਗਰੇਜ਼ੀ	ਹਿੰਦੀ	ਗਣਿਤ	ਵਿਗਿਆਨ	ਸਮਾਜਿਕ ਸਿੱਖਿਆ
ਪਹਿਲਾ ਸਮੈਸਟਰ (ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ 100 ਅੰਕ)	67	72	88	81	73
ਦੂਜਾ ਸਮੈਸਟਰ (ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ 100 ਅੰਕ)	70	65	95	85	75

(i) ਕਿਸ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਨੇ ਆਪਣੀ ਕਾਰਗੁਜ਼ਾਰੀ ਵਿੱਚ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਸੁਧਾਰ ਕੀਤਾ ਹੈ?

(ii) ਕਿਸ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਸੁਧਾਰ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ?

(iii) ਕੀ ਕਿਸੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਕਾਰਗੁਜ਼ਾਰੀ ਹੇਠਾਂ ਡਿੱਗੀ ਹੈ?

5. ਕਿਸੇ ਕਲੋਨੀ ਵਿੱਚ ਕੀਤੇ ਗਏ ਸਰਵੇਖਣ ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜਿਆਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ:

ਮਨਪਸੰਦ ਖੇਡ	ਕ੍ਰਿਕੇਟ	ਬਾਸਕਟਬਾਲ	ਤੈਰਨਾ	ਹਾਕੀ	ਦੌੜਾਂ
ਵੇਖਣਾ	1240	470	510	430	250
ਭਾਗ ਲੈਣਾ	620	320	320	250	105

(i) ਇੱਕ ਢੁਕਵਾਂ ਸਕੇਲ ਚੁਣਕੇ, ਇੱਕ ਦੋਹਰਾ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਖਿੱਚੋ। ਇਸ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਤੋਂ ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢਦੇ ਹੋ?

(ii) ਕਿਹੜਾ ਖੇਡ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹਰਮਨ ਪਿਆਰਾ ਹੈ?

(iii) ਖੇਡਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖਣਾ ਜ਼ਿਆਦਾ ਪਸੰਦ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਉਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਹਿੱਸਾ ਲੈਣਾ?

6. ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਦੇ ਸ਼ੁਰੂ ਵਿੱਚ, ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਵੱਖ ਵੱਖ ਸ਼ਹਿਰਾਂ ਦੇ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਅਤੇ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਤਾਪਮਾਨ ਦੇ ਅੰਕੜੇ (ਸਾਰਣੀ 3.1) ਨੂੰ ਲਓ। ਇਹਨਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਇੱਕ ਦੋਹਰਾ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਖਿੱਚ ਕੇ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਉੱਤਰ ਦਿਓ :

(i) ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਮਿਤੀ 'ਤੇ ਕਿਹੜੇ ਸ਼ਹਿਰ ਦਾ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਅਤੇ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਤਾਪਮਾਨ ਦਾ ਅੰਤਰ ਸਭ ਤੋਂ ਜਿਆਦਾ ਹੈ?

(ii) ਕਿਹੜਾ ਸ਼ਹਿਰ ਸਭ ਤੋਂ ਗਰਮ ਹੈ ਅਤੇ ਕਿਹੜਾ ਸ਼ਹਿਰ ਸਭ ਤੋਂ ਠੰਢਾ ਹੈ?

(iii) ਅਜਿਹੇ ਦੋ ਸ਼ਹਿਰਾਂ ਦੇ ਨਾਂ ਲਿਖੋ, ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਦਾ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਤਾਪਮਾਨ ਦੂਜੇ ਦੇ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਤਾਪਮਾਨ ਤੋਂ ਘੱਟ ਸੀ।

(iv) ਉਸ ਸ਼ਹਿਰ ਦਾ ਨਾਂ ਲਿਖੋ, ਜਿਸ ਦੇ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਅਤੇ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਤਾਪਮਾਨਾ ਦਾ ਅੰਤਰ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ।

3.9 ਸੰਜੋਗ ਅਤੇ ਸੰਭਾਵਨਾ

ਇਹ ਸ਼ਬਦ ਅਕਸਰ ਸਾਡੇ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਦੇਖਣ ਵਿੱਚ ਆਉਂਦੇ ਹਨ। ਅਸੀਂ ਅਕਸਰ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ; ਅੱਜ ਮੀਂਹ ਪੈਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਨਹੀਂ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਵੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 'ਇਹ ਬਹੁਤ ਕੁੱਝ ਸੰਭਵ ਹੈ ਕਿ ਭਾਰਤ ਵਿਸ਼ਵ ਕੱਪ ਜਿੱਤੇਗਾ।' ਆਓ ਇਹਨਾਂ ਸ਼ਬਦਾਂ ਨੂੰ ਕੁੱਝ ਹੋਰ ਸਮਝਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੀਏ। ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਕਥਨਾਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ :

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਕੁਝ ਸਥਿਤੀਆਂ ਬਾਰੇ ਸੋਚੋ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਤਿੰਨ ਅਜਿਹੀਆਂ ਹੋਣ ਜਿਹਨਾਂ ਦਾ ਵਾਪਰਨਾ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਹੋਵੇ, ਕੁਝ ਅਜਿਹੀਆਂ ਜਿਹਨਾਂ ਦਾ ਵਾਪਰਨਾ ਅਸੰਭਵ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਕੁਝ ਅਜਿਹੀਆਂ ਜੋ ਹੋ ਵੀ ਸਕਦੀਆਂ ਹੋਣ ਅਤੇ ਨਾ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ ਹੋਣ, ਭਾਵ ਜਿਹਨਾਂ ਦੇ ਹੋਣ ਦੀ ਕੁਝ ਸੰਭਾਵਨਾ ਹੋਵੇ।

(i) ਸੂਰਜ ਪੱਛਮ ਤੋਂ ਨਿਕਲਦਾ ਹੈ।

(ii) ਇੱਕ ਕੀੜੀ ਦੀ ਉੱਚਾਈ 3 ਮੀਟਰ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

(iii) ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਵੱਡੇ ਆਇਤਨ ਵਾਲਾ ਘਣ ਲਵੋਗੇ, ਤਾਂ ਉਸਦੀ ਭੁਜਾ ਵੀ ਵੱਡੀ ਹੋਵੇਗੀ।

(iv) ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਵੱਡੇ ਖੇਤਰਫਲ ਵਾਲਾ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਲਵੋਗੇ ਤਾਂ ਉਸ ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵੀ ਵੱਡਾ ਹੋਵੇਗਾ।

(v) ਭਾਰਤ ਅਗਲੀ ਟੈਸਟ ਲੜੀ ਜਿੱਤੇਗਾ।

ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਉਪਰੋਕਤ ਕਥਨਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖੋਗੇ, ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ਕਹੋਗੇ ਕਿ ਪੱਛਮ ਤੋਂ ਸੂਰਜ ਦਾ ਨਿਕਲਨਾ ਅਸੰਭਵ ਹੈ। ਇੱਕ ਕੀੜੀ ਦੀ ਉਚਾਈ 3 ਮੀਟਰ ਹੋਣਾ ਵੀ ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਸਦੇ ਉਲਟ, ਜੇਕਰ ਚੱਕਰ ਵੱਡੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵੱਡਾ ਹੋਣਾ ਨਿਸ਼ਚਤ ਹੈ। ਇਹੋ ਗੱਲ ਤੁਸੀਂ ਘਣ ਤੇ ਵੱਡੇ ਆਇਤਨ ਅਤੇ ਉਸਦੀ ਭੁਜਾ ਬਾਰੇ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਦੂਜੇ ਪਾਸੇ, ਭਾਰਤ ਅਗਲੀ ਟੈਸਟ ਲੜੀ ਜਿੱਤ ਵੀ ਸਕਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਹਾਰ ਵੀ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਦੋਵੇਂ ਹੀ ਸੰਭਵ ਹਨ।

3.9.1 ਸੰਜੋਗ

ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਸਿੱਕੇ ਨੂੰ ਉਛਾਲੋ, ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ਹਮੇਸ਼ਾ ਸਹੀ ਭਵਿੱਖਬਾਣੀ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਕੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗਾ? ਹਰ ਵਾਰ ਸਿੱਕੇ ਨੂੰ ਉਛਾਲ ਕੇ ਉਸ ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਣ ਵਾਲੇ ਨਤੀਜੇ ਦੀ ਭਵਿੱਖਬਾਣੀ ਕਰੋ। ਆਪਣੇ ਪ੍ਰੇਖਣ ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸਾਰਣੀ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ :

ਉਛਾਲ ਸੰਖਿਆ	ਭਵਿੱਖਬਾਣੀ	ਨਤੀਜਾ

ਅਜਿਹਾ 10 ਵਾਰ ਕਰੋ, ਪ੍ਰਾਪਤ ਨਤੀਜਿਆਂ(outcomes) ਨੂੰ ਵੇਖੋ, ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਨਮੂਨਾ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ? ਹਰੇਕ ਉਛਾਲ ਤੋਂ ਬਾਦ ਤੁਹਾਨੂੰ ਕੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ? ਕੀ ਤੁਹਾਨੂੰ ਹਮੇਸ਼ਾ ਹੀ ਚਿੱਤ (head) ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ? ਇਹਨਾਂ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਨੂੰ 10 ਹੋਰ ਉਛਾਲਾਂ ਲਈ ਦੁਹਰਾਓ ਅਤੇ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਨੂੰ ਸਾਰਣੀਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

ਤੁਸੀਂ ਦੇਖੋਗੇ ਕਿ ਇਹ ਪ੍ਰੇਖਣ ਕੋਈ ਸਪਸ਼ਟ ਨਮੂਨਾ ਨਹੀਂ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਸਾਰਣੀ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਸੁਸ਼ੀਲਾ ਅਤੇ ਸਲਮਾ ਤੋਂ 25 ਉਛਾਲਾਂ ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਨੂੰ ਦੇਖ ਰਹੇ ਹਾਂ। ਇੱਥੇ H ਚਿੱਤ (head) ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ T ਪਟ (tail) ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਉਛਾਲ ਸੰਖਿਆ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ਨਤੀਜਾ	H	T	T	H	T	T	T	H	T	T	H	H	H	H	H
ਉਛਾਲ ਸੰਖਿਆ	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25					
ਨਤੀਜਾ	T	T	H	T	T	T	T	T	T	T					

ਇਹ ਅੰਕੜੇ ਤੁਹਾਨੂੰ ਕੀ ਦਸਦੇ ਹਨ ? ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਚਿੱਤ ਅਤੇ ਪਟ ਲਈ ਕੋਈ ਸੰਭਾਵਿਤ ਨਮੂਨਾ(predictable pattern) ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ? ਸਪਸ਼ਟ ਹੈ, ਇੱਥੇ ਚਿੱਤ ਅਤੇ ਪਟ ਦੇ ਆਉਣ ਦਾ ਕੋਈ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਪੈਟਰਨ (ਨਮੂਨਾ) ਨਹੀਂ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ ਹਰ ਵਾਰ ਸਿੱਕੇ ਨੂੰ ਉਛਾਲਦੇ ਹਾਂ, ਤਾਂ ਹਰੇਕ ਉਛਾਲ ਦਾ ਨਤੀਜਾ ਚਿੱਤ ਜਾਂ ਪਟ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਵੀ ਇੱਕ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਸੰਜੋਗ (chance) ਦੀ ਗੱਲ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਖਾਸ ਉਛਾਲ ਵਿੱਚ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਇੱਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇ।

ਉਪਰੋਕਤ ਅੰਕੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਗਏ ਚਿੱਤ ਅਤੇ ਪਟ ਗਿਣੋ। ਸਿੱਕੇ ਨੂੰ ਕਈ ਵਾਰ ਉਛਾਲੋ ਅਤੇ ਰਿਕਾਰਡ ਕਰਦੇ ਜਾਓ ਕਿ ਤੁਹਾਨੂੰ ਕੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਇਹ ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਤੁਹਾਨੂੰ ਕਿੰਨੀ ਵਾਰ (ਪਟ)ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਇਆ ਅਤੇ ਕਿੰਨੀ ਵਾਰ ਚਿੱਤ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਈ।

ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਪਾਸੇ (die)ਨਾਲ ਵੀ ਜ਼ਰੂਰ ਖੇਡੇ ਹੋਵੋਗੇ। ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਦੇ ਛੇ ਫਲਕ (faces) ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਨੂੰ ਸੁੱਟਦੇ ਹੋ, ਤਾਂ ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਣ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਭਵਿੱਖਬਾਣੀ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ? ਲੂਡੋ ਜਾਂ ਸੱਪ ਅਤੇ ਪੌੜੀ ਦਾ ਖੇਡ ਖੇਡਦੇ ਸਮੇਂ, ਤੁਸੀਂ ਇਹ ਇੱਛਾ ਜ਼ਰੂਰ ਕੀਤੀ ਹੋਵੇਗੀ ਕਿ ਇੱਕ ਖਾਸ ਸੁੱਟ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਖਾਸ ਸੰਖਿਆ ਨਤੀਜੇ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇ।

ਕੀ ਪਾਸਾ ਹਮੇਸ਼ਾ ਤੁਹਾਡੀ ਇੱਛਾਵਾਂ ਅਨੁਸਾਰ ਕੰਮ ਕਰਦਾ ਹੈ ? ਇੱਕ ਪਾਸਾ ਲਓ, ਉਸਨੂੰ 150 ਵਾਰ ਸੁੱਟੋ ਅਤੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਨਤੀਜਿਆਂ ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸਾਰਣੀ ਵਿੱਚ ਭਰੋ

ਪਾਸੇ ਦੀ ਲਿਖਤ ਸੰਖਿਆ	ਮਿਲਾਨ ਚਿੰਨ੍ਹ	ਸੰਖਿਆ ਕਿੰਨੀ ਵਾਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਈ
1		
2		

ਹਰ ਵਾਰ ਨਤੀਜਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਣ 'ਤੇ, ਢੁਕਵੀਂ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਇੱਕ ਮਿਲਾਨ ਚਿੰਨ੍ਹ (tally mark) ਲਗਾਓ, ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਪਹਿਲੀ ਸੁੱਟ (throw) ਵਿੱਚ 5 ਆਉਣ 'ਤੇ 5 ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਇੱਕ ਮਿਲਾਨ ਚਿੰਨ੍ਹ ਲਗਾਓ। ਅਗਲੀ ਵਾਰ ਤੁਹਾਨੂੰ ਸੰਖਿਆ 1 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ 1 ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਇੱਕ

ਮਿਲਾਨ ਚਿੰਨ੍ਹ ਲਗਾਓ, ਢੁੱਕਵੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਮਿਲਾਨ ਚਿੰਨ੍ਹ ਲਗਾਉਂਦੇ ਰਹੋ, ਇਸ ਕਿਰਿਆ ਨੂੰ 150 ਵਾਰ ਕਰੋ ਅਤੇ 150 ਵਾਰ ਸੁੱਟਣ ਲਈ, ਹਰੇਕ ਨਤੀਜਾ ਦੀ ਕੁੱਲ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਉਪਰੋਕਤ ਅੰਕੜਿਆਂ ਤੋਂ ਇੱਕ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਬਣਾਓ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੋਵੇ ਕਿ ਨਤੀਜਾ 1, 2, 3, 4, 5 ਅਤੇ 6 ਕਿੰਨੀ ਵਾਰ ਆਉਂਦੇ ਹਨ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

(ਇਸਨੂੰ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ ਕਰੋ)

1. ਇੱਕ ਸਿੱਕੇ ਨੂੰ 100 ਵਾਰ ਉਛਾਲੋ ਅਤੇ ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਚਿੱਤ ਕਿੰਨੀ ਵਾਰ ਅਤੇ ਪਟ ਕਿੰਨੀ ਵਾਰ ਆਇਆ ਹੈ।
2. ਆਫਤਾਬ ਨੇ ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਨੂੰ 250 ਵਾਰ ਸੁੱਟਿਆ ਅਤੇ ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸਾਰਣੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੀ:

ਪਾਸੇ 'ਤੇ ਸੰਖਿਆ	ਮਿਲਾਨ ਚਿੰਨ੍ਹ
1	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 ||
2	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸
3	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 ||
4	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 |
5	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 ||
6	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸

ਇਹਨਾ ਅੰਕੜਿਆਂ ਲਈ ਇੱਕ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਖਿੱਚੋ।

3. ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਨੂੰ 100 ਵਾਰ ਸੁੱਟ ਅਤੇ ਨਤੀਜਿਆਂ ਨੂੰ ਰਿਕਾਰਡ ਕਰੋ। ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ 1, 2, 3, 4, 5 ਅਤੇ 6 ਕਿੰਨੀ ਕਿੰਨੀ ਵਾਰ ਆਏ ਹਨ।

ਸੰਭਾਵਨਾ ਕੀ ਹੈ ?

ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਸਿੱਕੇ ਨੂੰ ਉਛਾਲਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਸਦੇ ਦੋ ਸੰਭਵ ਨਤੀਜੇ ਚਿੱਤ ਜਾਂ ਪਟ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਨਾਲ ਹੀ ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਨੂੰ ਸੁੱਟਣ ਤੇ ਛੇ ਸੰਭਵ ਨਤੀਜੇ ਹਨ। ਆਪਣੇ ਅਨੁਭਵ ਤੋਂ, ਅਸੀਂ ਇਹ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਇੱਕ ਸਿੱਕੇ ਦੇ ਲਈ ਚਿੱਤ ਜਾਂ ਪਟ ਦਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸੰਭਵ (equally likely) ਘਟਨਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਚਿੱਤ ਆਉਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ (probability) $\frac{1}{2}$ ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਕ ਪਟ ਆਉਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਵੀ $\frac{1}{2}$ ਹੈ। ਪਾਸਾ ਸੁੱਟਣ 'ਤੇ 1, 2, 3, 4, 5 ਜਾਂ 6 ਦੇ ਆਉਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾਵਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹਨ। ਭਾਵ ਪਾਸੇ ਲਈ 6 ਬਰਾਬਰ ਸੰਭਵ ਨਤੀਜੇ ਹਨ। ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 1, 2, 3, 4, 5 ਅਤੇ 6 ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਦੇ ਆਉਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ $(\frac{1}{6})$ ਹੈ।

ਇਸ ਬਾਰੇ, ਅਸੀਂ ਅਗਲੀ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਅਧਿਐਨ ਕਰਾਂਗੇ। ਪਰ ਹੁਣ ਤੱਕ ਜੋ ਅਸੀਂ ਕੀਤਾ ਹੈ। ਉਸ ਨਾਲ ਸਪਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਕਈ ਸੰਭਾਵਨਾਵਾਂ ਵਾਲੀ ਘਟਨਾ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ 0 ਅਤੇ 1 ਦੇ ਵਿੱਚਕਾਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਅਜਿਹੀਆਂ ਪੰਜ ਸਥਿਤੀਆਂ ਬਣਾਓ ਜਾਂ ਸੋਚੋ ਜਿਹਨਾਂ ਨਤੀਜਿਆਂ ਦੇ ਸੰਜੋਗ ਬਾਰਬਰ ਨਾ ਹੋਣ।

ਜਿਸਦੇ ਵਾਪਰਨ ਦਾ ਕੋਈ ਸੰਜੋਗ ਜਾਂ ਸੰਭਾਵਨਾ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ 0 ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਰੂਪ ਨਾਲ ਵਾਪਰਨਾ ਹੈ। ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ 1 ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਇੱਕ ਸਥਿਤੀ ਦਿੱਤੇ ਰਹਿਣ 'ਤੇ, ਅਸੀਂ ਵੱਖ ਵੱਖ ਸੰਭਵ ਨਤੀਜਿਆਂ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਨਤੀਜੇ ਦੇ ਸੰਭਾਵਿਤ ਸੰਜੋਗ ਦੇ ਅਧਿਐਨ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਸੰਭਵ ਹੈ ਕਿ ਸਿੱਕੇ ਅਤੇ ਪਾਸੇ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਦੇ ਉਲਟ ਅਜਿਹੇ ਵੀ ਨਤੀਜੇ ਹੋਣ ਜਿਹਨਾਂ ਦੇ ਵਾਪਰਨ ਦੇ ਸੰਜੋਗ ਬਰਾਬਰ ਨਾ ਹੋਣ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਬਰਤਨ ਵਿੱਚ 15 ਲਾਲ ਗੇਂਦਾਂ ਹੋਣ ਅਤੇ 9 ਚਿੱਟੀਆਂ ਗੇਂਦਾਂ ਹੋਣ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਗੇਂਦ ਬਿਨ੍ਹਾਂ ਦੇਖੇ ਕੱਢੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਚਿੱਟੀ ਗੇਂਦ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਬਹੁਤ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੈ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਕਿਉਂ? ਲਾਲ ਗੇਂਦ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾਂ ਸਫੈਦ ਗੇਂਦ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾਂ ਦਾ ਕਿੰਨੇ ਗੁਣਾ ਹੈ? ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਇਹਨਾਂ ਦੋਵਾਂ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ 0 ਅਤੇ 1 ਦੇ ਵਿੱਚ ਹੈ।

ਅਭਿਆਸ 3.4

1. ਦੱਸੋ ਕਿ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਵਿੱਚ ਕਿਸਦਾ ਹੋਣਾ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਹੈ ਕਿਸਦਾ ਹੋਣਾ ਅਸੰਭਵ ਹੈ ਅਤੇ ਕਿਹੜਾ ਹੋ ਵੀ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਪਰ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਰੂਪ ਨਾਲ ਨਹੀਂ :
   (i) ਅੱਜ ਤੁਸੀਂ ਕੱਲ ਨਾਲੋਂ ਵੱਧ ਉਮਰ ਦੇ ਹੋ।
   (ii) ਇੱਕ ਸਿੱਕੇ ਨੂੰ ਉਛਾਲਣ 'ਤੇ ਸਿੱਕੇ ਦਾ ਚਿੱਤ ਆਵੇਗਾ।
   (iii) ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਨੂੰ ਸੁੱਟਣ 'ਤੇ 8 ਆਵੇਗਾ।
   (iv) ਅਗਲੀ ਟ੍ਰੈਫਿਕ ਲਾਈਟ ਹਰੀ ਦਿਖੇਗੀ।
   (v) ਕੱਲ ਬੱਦਲਵਾਈ ਹੋਵੇਗੀ।
2. ਇੱਕ ਡੱਬੇ ਵਿੱਚ 6 ਬੰਟੇ ਹਨ ਜਿਹਨਾਂ 'ਤੇ 1 ਤੋਂ 6 ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੀਆਂ ਹਨ।
   (i) ਸੰਖਿਆ 2 ਵਾਲੇ ਬੰਟੇ ਨੂੰ ਇਸ ਵਿੱਚੋਂ ਕੱਢਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਕੀ ਹੈ?
   (ii) ਸੰਖਿਆ 5 ਵਾਲੇ ਬੰਟੇ ਨੂੰ ਇਸ ਵਿੱਚੋਂ ਕੱਢਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਕੀ ਹੈ?
3. ਇਹ ਫੈਸਲਾ ਲੈਣ ਲਈ ਕਿ ਕਿਹੜੀ ਟੀਮ ਖੇਡ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੇਗੀ, ਇੱਕ ਸਿੱਕਾ ਉਛਾਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸਦੀ ਕੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਹੈ ਕਿ ਤੁਹਾਡੀ ਟੀਮ ਖੇਡ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੇਗੀ?

ਅਸੀਂ ਕੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ?

1. ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਇਕੱਠ, ਰਿਕਾਰਡਿੰਗ ਅਤੇ ਪੇਸ਼ ਕਰਨ ਨਾਲ ਸਾਨੂੰ ਆਪਣੇ ਅਨੁਭਵਾਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠਾ ਕਰਨ ਅਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਤੋਂ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢਣ ਵਿੱਚ ਸਹਾਇਤਾ ਮਿਲਦੀ ਹੈ।
2. ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠਾ ਕਰਨ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ, ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਜਾਣ ਲੈਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕਿਸ ਕਾਰਜ ਵਿੱਚ ਕਰਾਂਗੇ।
3. ਇਕੱਠੇ ਕੀਤੇ ਗਏ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਢੁੱਕਵੀਂ ਸਾਰਣੀ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇਕੱਠੇ ਕੀਤੇ ਜਾਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਤਾਂ ਕਿ ਇਹ ਅਸਾਨੀ ਨਾਲ ਸਮਝਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹੋਣ ਅਤੇ ਇਹਨਾ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਵੀ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕੇ।
4. ਔਸਤ ਇੱਕ ਅਜਿਹੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ, ਜੋ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੇ ਸਮੂਹ (ਜਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ) ਦਾ ਪ੍ਰਤਿਨਿਧਤਾ

ਕਰਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਕੇਂਦਰੀ-ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।

5. ਅੰਕ ਗਣਿਤਿਕ ਮੱਧਮਾਨ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਇੱਕ ਪ੍ਰਤਿਨਿਧ ਮੁੱਲ ਹੈ।
6. ਬਹੁਲਕ, ਕੇਂਦਰੀ-ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ ਜਾਂ ਪ੍ਰਤਿਨਿਧ ਮੁੱਲ ਦਾ ਇੱਕ ਹੋਰ ਰੂਪ ਹੈ। ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੇ ਇੱਕ ਸਮੂਹ ਦਾ ਬਹੁਲਕ ਉਹ ਪ੍ਰੇਖਣ ਹੈ ਜੋ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਵਾਰ ਆਉਂਦਾ ਹੈ।
7. ਮੱਧਿਕਾ ਵੀ ਇੱਕ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦਾ ਪ੍ਰਤਿਨਿਧ ਮੁੱਲ ਹੈ। ਇਹ ਉਸ ਮੁੱਲ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ, ਜੋ ਪ੍ਰੇਖਣ ਦੇ ਮੱਧ ਵਿੱਚ (ਵਿਚਕਾਰ) ਹੁੰਦਾ ਹੈ (ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਵੱਧਦੇ ਜਾਂ ਘੱਟਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖਣ ਤੋਂ ਬਾਦ) ਅਤੇ ਅੱਧੇ ਪ੍ਰੇਖਣ ਇਸ ਤੋਂ ਉੱਪਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਅੱਧੇ ਪ੍ਰੇਖਣ ਇਸ ਤੋਂ ਹੇਠਾਂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।
8. ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਸਮਾਨ ਚੌੜਾਈ ਵਾਲੇ ਛੜਾਂ ਦੁਆਰਾ ਇੱਕ ਚਿੱਤਰ ਨਿਰੂਪਣ ਹੈ।
9. ਅਸੀਂ ਇਹ ਵੀ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਦੋਹਰਾ ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਖਿੱਚਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਇੱਕ ਹੀ ਨਜ਼ਰ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੇ ਦੋ ਸਮੂਹਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਸਹਾਇਤਾ ਹੈ।
10. ਸਾਡੇ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਅਜਿਹੀ ਸਥਿਤੀਆਂ ਹਨ ਜੋ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਰੂਪ ਨਾਲ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ, ਕੁੱਝ ਅਜਿਹੀਆਂ ਹਨ ਜਿਹਨਾਂ ਦਾ ਹੋਣਾ ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ ਹੈ ਅਤੇ ਕੁੱਝ ਅਜਿਹੀਆਂ ਹਨ ਜੋ ਹੋ ਵੀ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਨਹੀਂ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ। ਅਜਿਹੀ ਸਥਿਤੀ ਨੂੰ ਹਮੇਸ਼ਾ ਵਾਪਰਨ ਦਾ ਸੰਯੋਗ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਵਾਪਰ ਵੀ ਸਕਦੀ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ।

ਅਧਿਆਇ 4

ਸਰਲ ਸਮੀਕਰਣ

4.1 ਦਿਮਾਗੀ ਖੇਡ !

ਅਧਿਆਪਕਾ ਨੇ ਕਿਹਾ ਉਹ ਇੱਕ ਗਣਿਤ ਦਾ ਨਵਾਂ ਅਧਿਆਇ ਪੜਾਉਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਨ ਜਾ ਰਹੀ ਹੈ ਅਤੇ ਉਹ ਹੈ ਸਰਲ ਸਮੀਕਰਣ। ਅੱਪੂ, ਸਰੀਤਾ ਤੇ ਅਮੀਨਾ ਨੇ ਜਮਾਤ VI ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹੇ ਗਏ ਬੀਜ ਗਣਿਤ ਵਾਲੇ ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਦੁਹਰਾਈ ਕਰ ਲਈ ਹੈ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਵੀ ਕਰ ਲਈ ਹੈ ? ਅੱਪੂ, ਸਰਿਤਾ ਤੇ ਅਮੀਨਾ ਉਤਸ਼ਾਹਿਤ ਹਨ ਕਿਉਂ ਕਿ ਉਨ੍ਹਾਂ ਨੇ ਇੱਕ ਖੇਡ ਬਣਾਈ, ਜਿਸ ਨੂੰ ਉਹ ਦਿਮਾਗੀ ਖੇਡ ਕਹਿੰਦੀਆਂ ਹਨ ਤੇ ਉਹ ਪੂਰੀ ਜਮਾਤ ਅੱਗੇ ਪੇਸ਼ ਕਰਨਾ ਚਾਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

ਅਧਿਆਪਕਾ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਉਤਸਾਹ ਦੀ ਪ੍ਰਸੰਸਾ ਕਰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਆਪਣੀ ਖੇਡ ਵਿਖਾਉਣ ਲਈ ਸੱਦਾ ਦਿੰਦੀ ਹੈ। ਅਮੀਨਾ ਖੇਡ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਉਹ ਸਾਰਾ ਨੂੰ ਕੋਈ ਸੰਖਿਆ ਸੋਚਣ ਨੂੰ ਕਹਿੰਦੀ ਹੈ ਤੇ ਉਸਨੂੰ ਚਾਰ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ 5 ਜੋੜਨ ਨੂੰ ਕਹਿੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਇਸਦਾ ਉੱਤਰ ਦੱਸਣ ਨੂੰ ਕਹਿੰਦੀ ਹੈ। ਸਾਰਾ ਕਹਿੰਦੀ ਹੈ ਕਿ ਉੱਤਰ 65 ਹੈ। ਅਮੀਨਾ ਝੱਟ ਪਤਾ ਲਗਾ ਲੈਂਦੀ ਹੈ ਕਿ ਉਸ ਤੋਂ ਸੋਚੀ ਗਈ ਸੰਖਿਆ 15 ਹੈ, ਸਾਰਾ ਸਿਰ ਹਿਲਾ ਕੇ ਹਾਂ ਕਹਿੰਦੀ ਹੈ। ਸਾਰਾ ਸਮੇਤ ਸਾਰੀ ਜਮਾਤ ਹੈਰਾਨ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

ਹੁਣ ਅੱਪੂ ਦੀ ਵਾਰੀ ਹੈ। ਉਹ ਬਾਲੂ ਨੂੰ ਕੋਈ ਸੰਖਿਆ ਸੋਚਣ ਤੇ ਉਸਨੂੰ 10 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਤੇ ਗੁਣਨਫਲ ਵਿੱਚੋਂ 20 ਨੂੰ ਘਟਾਉਣ ਲਈ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤੋਂ ਬਾਦ ਉਹ ਬਾਲੂ ਨੂੰ ਉਸਦਾ ਉੱਤਰ ਦੱਸਣ ਲਈ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਬਾਲੂ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ ਇਹ 50 ਹੈ। ਅੱਪੂ ਝੱਟ ਬਾਲੂ ਤੋਂ ਸੋਚੀ ਗਈ ਸੰਖਿਆ ਦਸ ਦਿੰਦਾ ਹੈ ਤੇ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਸੰਖਿਆ 7 ਹੈ। ਬਾਲੂ ਇਸਦੀ ਪੁਸ਼ਟੀ ਕਰਦਾ ਹੈ।

ਹਰੇਕ ਵਿਅਕਤੀ ਇਹ ਜਾਣਦਾ ਹੈ ਕਿ ਅੱਪੂ ਸਰਿਤਾ ਤੇ ਅਮੀਨਾ ਤੋਂ ਪੇਸ਼ ਕੀਤੀ ਦਿਮਾਗੀ ਖੇਡ ਕਿਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਕੰਮ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਵੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇਹ ਕਿਵੇਂ ਕੰਮ ਕਰਦੀ ਹੈ ? ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਅਤੇ ਅਧਿਆਇ 12 ਨੂੰ ਪੜ੍ਹਨ ਤੋਂ ਬਾਦ ਤੁਸੀਂ ਇਹ ਚੰਗੀ ਤਰਾਂ ਨਾਲ ਜਾਣ ਜਾਓਗੇ ਕਿ ਇਹ ਖੇਡ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੰਮ ਕਰਦੀ ਹੈ।

4.2 ਸਮੀਕਰਣ ਬਣਾਉਣਾ

ਆਓ ਅਮੀਨਾ ਦਾ ਉਦਾਹਰਣ ਲਈਏ, ਅਮੀਨਾ ਸਾਰਾ ਨੂੰ ਕੋਈ ਸੰਖਿਆ ਸੋਚਣ ਨੂੰ ਕਹਿੰਦੀ ਹੈ, ਅਮੀਨਾ ਸੰਖਿਆ ਬਾਰੇ ਕੁੱਝ ਨਹੀਂ ਜਾਣਦੀ, ਉਸ ਲਈ ਇਹ ਸੰਖਿਆ 1, 2, 3, . . ., 11, . . . , 100, ... ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਆਓ ਇਸ ਅਗਿਆਤ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਇੱਕ ਅੱਖਰ x ਨਾਲ ਲਿਖੀਏ। ਤੁਸੀਂ x ਦੀ ਥਾਂ 'ਤੇ ਕੋਈ ਹੋਰ ਅੱਖਰ ਜਿਵੇਂ y, t ਆਦਿ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਨਾਲ ਕੋਈ ਫਰਕ ਨਹੀਂ ਪੈਂਦਾ ਕਿ ਸਾਰਾ ਦੁਆਰਾ ਸੋਚੀ ਗਈ ਅਗਿਆਤ ਸੰਖਿਆ ਲਈ ਅਸੀਂ ਕਿਹੜੇ ਅੱਖਰ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰ ਰਹੇ ਹਾਂ। ਸਾਰਾ ਜਦੋਂ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 4 ਨਾਲ ਗੁਣ ਕਰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਨੂੰ $4x$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਫਿਰ ਉਹ ਇਸ ਗੁਣਨਫਲ ਵਿੱਚ 5 ਜੋੜਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਨੂੰ $4x + 5$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। $(4x + 5)$ ਦਾ ਮੁੱਲ x ਦੇ ਮੁੱਲ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਜੇਕਰ $x = 1$ ਹੈ ਤਾਂ $4x + 5 = 4 \times 1 + 5 = 9$ ਹੈ, ਇਸ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ ਜੇਕਰ ਸਾਰਾ ਦੇ ਦਿਮਾਗ 'ਚ 1 ਹੁੰਦਾ ਤਾਂ ਉਸਦਾ ਉੱਤਰ 9 ਹੁੰਦਾ, ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜੇਕਰ ਉਸਨੇ ਸੰਖਿਆ 5 ਸੋਚੀ ਹੁੰਦੀ ਤਾਂ ਉਸਦਾ $x = 5$ ਲਈ $4x + 5 = 4 \times 5 + 5 = 25$ ਭਾਵ ਜੇਕਰ ਸਾਰਾ ਨੇ ਸੰਖਿਆ 5 ਸੋਚੀ ਹੁੰਦੀ ਤਾਂ ਉਸਦਾ ਉੱਤਰ 25 ਹੁੰਦਾ।

ਸਾਰਾ ਦੁਆਰਾ ਸੋਚੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਆਓ ਉਸ ਵੱਲੋਂ ਦਿੱਤੇ ਉੱਤਰ 65 ਦੇ ਉਲਟ ਕੰਮ ਕਰਨਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੀਏ, ਅਸੀਂ ਅਜਿਹਾ x ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਹੈ ਕਿ

$$4x + 5 = 65 \tag{4.1}$$

ਇਸ ਸਮੀਕਰਣ ਦਾ ਹੱਲ ਹੀ ਸਾਨੂੰ ਸਾਰਾ ਦੇ ਮਨ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਦੱਸੇਗਾ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਆਓ ਹੁਣ ਅੱਪੂ ਦੇ ਉਦਾਹਰਣ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ। ਆਓ ਬਾਲੂ ਦੁਆਰਾ ਚੁਣੀ ਗਈ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ y ਮੰਨ ਲਈਏ। ਅੱਪੂ ਨੇ ਬਾਲੂ ਨੂੰ ਇਸ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 10 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਤੇ ਫਿਰ ਗੁਣਨਫਲ ਤੋਂ 20 ਘਟਾਉਣ ਲਈ ਕਿਹਾ ਸੀ, ਭਾਵ ਬਾਲੂ y ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ $10y$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦਾ ਹੈ ਤੇ ਉਸ ਵਿੱਚੋਂ 20 ਘਟਾ ਕੇ $(10y - 20)$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਇਸਦਾ ਗਿਆਤ ਉੱਤਰ 50 ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ,
$$10y - 20 = 50 \tag{4.2}$$

ਇਸ ਸਮੀਕਰਣ ਦਾ ਹੱਲ ਹੀ ਬਾਲੂ ਤੋਂ ਸੋਚੀ ਗਈ ਸੰਖਿਆ ਦੱਸੇਗਾ।

4.3 ਜੋ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਦੀ ਦੁਹਰਾਈ

ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ (4.1) ਅਤੇ (4.2) ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਹਨ। ਆਓ ਯਾਦ ਕਰੀਏ ਕਿ ਜਮਾਤ VI ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਦੇ ਬਾਰੇ ਕੀ ਪੜ੍ਹਿਆ ਸੀ? ਸਮੀਕਰਣ ਚਲ 'ਤੇ ਇੱਕ ਪ੍ਰਤਿਬੰਧ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਸਮੀਕਰਣ (4.1) ਵਿੱਚ, ਚਲ x ਹੈ ਤੇ ਸਮੀਕਰਣ (4.2)ਵਿੱਚ ਚਲ y ਹੈ।

ਸ਼ਬਦ **ਚਲ** ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ, ਇੱਕ ਅਜਿਹੀ ਵਸਤੂ ਜੋ ਬਦਲ ਸਕਦੀ ਹੈ, ਇੱਕ ਚਲ ਵੱਖ ਵੱਖ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਮੁੱਲ ਲੈ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਭਾਵ ਇਸਦਾ ਮੁੱਲ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਜਾਂ ਸਥਿਰ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਚਲਾਂ ਨੂੰ ਅਕਸਰ ਅੰਗਰੇਜ਼ੀ ਵਰਣਮਾਲਾ ਦੇ ਅੱਖਰਾਂ x, y, z, l, m, n, p ਆਦਿ ਨਾਲ ਵਿਅਕਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਚਲਾਂ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਾਂ। ਇਹ ਵਿਅੰਜਕ ਚਲਾਂ 'ਤੇ ਜੋੜ, ਘਟਾਉ, ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਭਾਗ ਜਿਹੀਆਂ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਕਰਕੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ, x ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਵਿਅੰਜਕ $(4x + 5)$ ਬਣਾਇਆ ਸੀ। ਇਸ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ x ਨੂੰ 4 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਤੇ ਫਿਰ ਗੁਣਨਫਲ ਵਿੱਚ 5 ਜੋੜਿਆ ਸੀ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਅਸੀਂ y ਤੋਂ ਵਿਅੰਜਕ $(10y - 20)$ ਬਣਾਇਆ ਸੀ। ਇਸ ਲਈ, ਅਸੀਂ y ਨੂੰ 10 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਤੇ ਫਿਰ ਗੁਣਨਫਲ ਵਿੱਚੋਂ 20 ਨੂੰ ਘਟਾਇਆ ਸੀ, ਇਹ ਸਾਰੀਆਂ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਹਨ।

ਉੱਪਰ ਲਿਖੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਇੱਕ ਵਿਅੰਜਕ ਦਾ ਮੁੱਲ, ਚਲ ਦੇ ਚੁਣੇ ਗਏ ਮੁੱਲ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਜਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਦੇਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜਦੋਂ $x = 1$ ਹੈ, ਤਾਂ $4x + 5 = 9$ ਹੈ, ਜਦੋਂ $x = 5$ ਹੈ, ਤਾਂ $4x + 5 = 25$ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ

ਜਦੋਂ $x = 15$, ਤਾਂ $4x + 5 = 4 \times 15 + 5 = 65$ ਹੈ ;

ਜਦੋਂ $x = 0$, ਤਾਂ $4x + 5 = 4 \times 0 + 5 = 5$ ਹੈ ; ਆਦਿ।

ਸਮੀਕਰਣ (4.1) ਚਲ x 'ਤੇ ਇੱਕ ਪ੍ਰਤਿਬੰਧ ਹੈ। ਇਹ ਦਸਦੀ ਹੈ ਕਿ ਵਿਅੰਜਕ $4x + 5$ ਦਾ ਮੁੱਲ 65 ਹੈ, ਇਹ ਪ੍ਰਤਿਬੰਧ $x = 15$ ਹੋਣ ਤੇ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਸੰਖਿਆ 15 ਸਮੀਕਰਣ $4x + 5 = 65$ ਦਾ ਇੱਕ ਹੱਲ (solution) ਹੈ, ਜਦੋਂ $x = 5$ ਹੈ ਤਾਂ $4x + 5 = 25$ ਹੈ ਜੋ 65 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $x = 5$ ਇਸ ਸਮੀਕਰਣ ਦਾ ਹੱਲ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $x = 0$ ਵੀ ਇਸ ਸਮੀਕਰਣ ਦਾ ਹੱਲ ਨਹੀਂ ਹੈ, 15 ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ, x ਦਾ ਕੋਈ ਵੀ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਤਿਬੰਧ $4x + 5 = 65$ ਨੂੰ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ ਹੈ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਵਿਅੰਜਕ $(10y - 20)$ ਦਾ ਮੁੱਲ y ਦੇ ਮੁੱਲ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ। y ਨੂੰ ਪੰਜ ਭਿੰਨ ਭਿੰਨ ਮੁੱਲ ਦੇ ਕੇ ਅਤੇ y ਦੇ ਹਰ ਮੁੱਲ ਲਈ $(10y - 20)$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰਕੇ ਇਸਦੀ ਪੁਸ਼ਟੀ ਕਰੋ। $(10y - 20)$ ਦੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਵੱਖ ਵੱਖ ਮੁੱਲਾਂ ਤੋਂ ਕੀ ਤੁਸੀਂ $10y - 20 = 50$ ਦਾ ਕੋਈ ਹੱਲ ਵੇਖ ਰਹੇ ਹੋ? ਜੇਕਰ ਕੋਈ ਹੱਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਨਹੀਂ ਹੋਇਆ ਤਾਂ y ਨੂੰ ਕੋਈ ਹੋਰ ਮੁੱਲ ਦੇ ਕੇ ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਪ੍ਰਤਿਬੰਧ $10y - 20 = 50$ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ।

4.4 ਸਮੀਕਰਣ ਕੀ ਹੈ?

ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਣ ਵਿੱਚ ਸਮਾਨਤਾ (equality) ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਹਮੇਸ਼ਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਬਰਾਬਰ ਦਾ ਇਹ ਚਿੰਨ੍ਹ ਇਹ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇਸ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਦੇ ਵਿਅੰਜਕ ਦਾ ਮੁੱਲ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦੇ ਵਿਅੰਜਕ ਦੇ ਮੁੱਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਸਮੀਕਰਣ (4.1) ਵਿੱਚ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ $(4x + 5)$ ਹੈ ਤੇ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ 65 ਹੈ, ਸਮੀਕਰਣ (4.2) ਵਿੱਚ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ $(10y - 20)$ ਤੇ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ 50 ਹੈ।

ਜੇਕਰ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਤੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਕੋਈ ਹੋਰ ਚਿੰਨ੍ਹ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਇਹ ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਣ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ $4x + 5 > 65$ ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਣ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਇਹ ਕਥਨ ਸਾਨੂੰ ਦਸਦਾ ਹੈ ਕਿ $(4x + 5)$ ਦਾ ਮੁੱਲ 65 ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੈ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $4x + 5 < 65$ ਵੀ ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਣ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਹ ਕਥਨ ਸਾਨੂੰ ਦਸਦਾ ਹੈ $(4x + 5)$ ਦਾ ਮੁੱਲ 65 ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ।

ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਅਕਸਰ ਇਹ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ। ਸਮੀਕਰਣ (4.1) ਵਿੱਚ ਇਹ 65 ਹੈ ਅਤੇ ਸਮੀਕਰਣ (4.2) ਵਿੱਚ ਇਹ 50 ਹੈ। ਪਰ ਅਜਿਹਾ ਹੋਣਾ ਹਮੇਸ਼ਾ ਜਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਣ ਦਾ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ ਚਲ ਨਾਲ ਸਬੰਧਿਤ ਇੱਕ ਵਿਅੰਜਕ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਸਮੀਕਰਣ

$$4x + 5 = 6x - 25$$

ਵਿੱਚ ਸਮਾਨਤਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵਿਅੰਜਕ $4x + 5$ ਹੈ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵਿਅੰਜਕ $6x - 25$ ਹੈ।

ਸੰਖੇਪ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਣ ਚਲ 'ਤੇ ਇੱਕ ਪ੍ਰਤਿਬੰਧ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਪ੍ਰਤਿਬੰਧ (ਸ਼ਰਤ) ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਦੋਵੇਂ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੇ ਮੁੱਲ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ। ਧਿਆਨ ਰਹੇ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਦੋਨੋਂ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਘੱਟ

ਤੋਂ ਘੱਟ ਇੱਕ ਵਿੱਚ ਚਲ ਜਰੂਰ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

ਅਸੀਂ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਸਰਲ ਅਤੇ ਉਪਯੋਗੀ ਗੁਣ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ। ਸਮੀਕਰਣ $4x + 5 = 65$ ਉਹੀ ਹੈ ਜੋ ਸਮੀਕਰਣ $65 = 4x + 5$ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਸਮੀਕਰਣ $6x - 25 = 4x + 5$ ਉਹੀ ਹੈ ਜੋ ਸਮੀਕਰਣ $4x + 5 = 6x - 25$ ਹੈ, ਕਿਸੀ ਸਮੀਕਰਣ ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਤੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦੋਨਾਂ ਪਾਸੇ ਦੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਤੇ ਸਮੀਕਰਣ ਉਹੀ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਗੁਣ ਅਕਸਰ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਉਪਯੋਗੀ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 1: ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਕਥਨਾਂ ਨੂੰ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ :

(i) x ਦੇ ਤਿਗੁਣੇ ਅਤੇ 11 ਦਾ ਜੋੜ 32 ਹੈ।

(ii) ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ ਦੇ 6 ਗੁਣਾ ਵਿੱਚੋਂ ਤੁਸੀਂ 5 ਘਟਾਉ ਤਾਂ 7 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(iii) m ਦਾ ਇੱਕ ਚੌਥਾਈ 7 ਤੋਂ 3 ਵੱਧ ਹੈ।

(iv) ਕਿਸੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਇੱਕ ਤਿਹਾਈ ਵਿੱਚ 5 ਜੋੜਨ ਨਾਲ 8 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਹੱਲ :

(i) x ਦਾ ਤਿਗਣਾ $3x$ ਹੈ।

$3x$ ਅਤੇ 11 ਦਾ ਜੋੜ $3x + 11$ ਹੈ। ਇਹ ਜੋੜ 32 ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ, ਲੋੜੀਦੀਂ ਸਮੀਕਰਣ $3x + 11 = 32$ ਹੈ।

(ii) ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਇਹ ਸੰਖਿਆ z ਹੈ। z ਨੂੰ 6 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਤੇ $6z$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$6z$ ਵਿੱਚੋਂ 5 ਘਟਾਉਣ ਤੇ $6z - 5$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗਾ। ਇਹ ਨਤੀਜਾ 7 ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ, ਲੋੜੀਦੀ ਸਮੀਕਰਣ $6z - 5 = 7$ ਹੈ।

(iii) m ਦਾ ਇੱਕ ਚੌਥਾਈ $\frac{m}{4}$ ਹੈ।

ਇਹ 7 ਤੋਂ 3 ਵੱਧ ਹੈ। ਇਸਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ ਅੰਤਰ $(\frac{m}{4} - 7)$ ਬਰਾਬਰ 3 ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ, ਲੋੜੀਦੀ ਸਮੀਕਰਣ $\frac{m}{4} - 7 = 3$ ਹੈ।

(iv) ਲੋੜੀਂਦੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ n ਮੰਨ ਲਓ। n ਦਾ ਇੱਕ ਤਿਹਾਈ $\frac{n}{3}$ ਹੈ।

ਉਪਰੋਕਤ ਇੱਕ ਤਿਹਾਈ ਜਮਾਂ 5, $\frac{n}{3} + 5$ ਹੈ, ਇਹ 8 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ, ਲੋੜੀਦੀ ਸਮੀਕਰਣ $\frac{n}{3} + 5 = 8$ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 2 : ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਨੂੰ ਆਮ ਕਥਨਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ :

(i) $x - 5 = 9$ (ii) $5p = 20$ (iii) $3n + 7 = 1$ (iv) $\frac{m}{5} - 2 = 6$

ਹੱਲ: (i) x ਵਿੱਚੋਂ 5 ਘਟਾਉਣ 'ਤੇ 9 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(ii) ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ p ਦਾ 5 ਗੁਣਾ 20 ਹੈ।

(iii) 1 ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ n ਦੇ ਤਿੰਨ ਗੁਣੇ ਵਿੱਚ 7 ਜੋੜੋ।

(iv) ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ m ਦੇ $\frac{1}{5}$ ਵੇਂ ਭਾਗ ਵਿੱਚੋਂ 2 ਘਟਾਉਣ 'ਤੇ 6 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਇਥੇ ਧਿਆਨ ਯੋਗ ਇੱਕ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਗੱਲ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਸਮੀਕਰਣ ਨੂੰ ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਹੀ ਨਹੀਂ ਸਗੋਂ ਅਨੇਕ ਸਧਾਰਣ ਕਥਨਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਦਿੱਤੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ ਤੇ, ਉਪਰੋਕਤ ਸਮੀਕਰਣ (i) ਲਈ ਤੁਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹੋ :

x ਵਿੱਚੋਂ 5 ਘਟਾਉ ਤੁਹਾਨੂੰ 9 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਜਾਂ ਸੰਖਿਆ x, 9 ਤੋਂ 5 ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੈ।

ਜਾਂ 9 ਸੰਖਿਆ x ਤੋਂ 5 ਘੱਟ ਹੈ।

ਜਾਂ x ਤੇ 5 ਦਾ ਅੰਤਰ 9 ਹੈ, ਆਦਿ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਉਪਰੋਕਤ ਸਮੀਕਰਣਾਂ (ii), (iii) ਅਤੇ (iv) ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਲਈ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਇੱਕ ਹੋਰ ਕਥਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

ਉਦਾਹਰਣ 3 : ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸਥਿਤੀ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ :

ਰਾਜੂ ਦੇ ਪਿਤਾ ਦੀ ਉਮਰ ਰਾਜੂ ਦੀ ਉਮਰ ਦੇ ਤਿਗੁਣੇ ਤੋਂ 5 ਸਾਲ ਵੱਧ ਹੈ। ਰਾਜੂ ਦੇ ਪਿਤਾ ਦੀ ਉਮਰ 44 ਸਾਲ ਹੈ। ਰਾਜੂ ਦੀ ਉਮਰ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਣ ਬਣਾਉ।

ਹੱਲ : ਸਾਨੂੰ ਰਾਜੂ ਦੀ ਉਮਰ ਪਤਾ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਆਓ ਇਸਨੂੰ y ਸਾਲ ਮੰਨ ਲਓ, ਰਾਜੂ ਦੀ ਉਮਰ ਦਾ ਤਿੰਨ ਗੁਣਾ $3y$ ਸਾਲ ਹੈ, ਰਾਜੂ ਦੇ ਪਿਤਾ ਦੀ ਉਮਰ $3y$ ਸਾਲ ਤੋਂ 5 ਸਾਲ ਵੱਧ ਹੈ ਭਾਵ ਰਾਜੂ ਦੇ ਪਿਤਾ ਦੀ ਉਮਰ $(3y + 5)$ ਸਾਲ ਹੈ। ਇਹ ਵੀ ਦਿੱਤਾ ਹੈ ਕਿ ਰਾਜੂ ਦੇ ਪਿਤਾ ਦੀ ਉਮਰ 44 ਸਾਲ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ
$$3y + 5 = 44 \tag{4.3}$$

ਇਹ ਚਲ y ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਣ ਹੈ, ਇਸਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ 'ਤੇ ਰਾਜੂ ਦੀ ਉਮਰ ਪਤਾ ਚੱਲ ਜਾਵੇਗੀ।

ਉਦਾਹਰਣ 4 : ਇੱਕ ਦੁਕਾਨਦਾਰ ਦੋ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਪੇਟੀਆਂ ਵਿੱਚ ਅੰਬ ਵੇਚਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਪੇਟੀਆਂ ਛੋਟੀਆਂ ਅਤੇ ਵੱਡੀਆਂ ਹਨ। ਇੱਕ ਵੱਡੀ ਪੇਟੀ ਵਿੱਚ 8 ਛੋਟੀ ਪੇਟੀਆਂ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਅੰਬ ਤੇ 4 ਖੁੱਲੇ ਅੰਬ ਆਉਂਦੇ ਹਨ। ਹਰ ਛੋਟੀ ਪੇਟੀ ਵਿੱਚ ਅੰਬਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਦੱਸਣ ਵਾਲਾ ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਣ ਬਣਾਉ। ਦਿੱਤਾ ਹੋਇਆ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਵੱਡੀ ਪੇਟੀ ਵਿੱਚ ਅੰਬਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ 100 ਹੈ।

ਹੱਲ: ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਛੋਟੀ ਪੇਟੀ ਵਿੱਚ m ਅੰਬ ਹਨ। ਇੱਕ ਵੱਡੀ ਪੇਟੀ ਵਿੱਚ m ਦੇ 8 ਗੁਣਾ ਤੋਂ 4 ਵੱਧ ਅੰਬ ਹਨ ਭਾਵ ਇੱਕ ਵੱਡੀ ਪੇਟੀ ਵਿੱਚ $8m+4$ ਅੰਬ ਹਨ, ਪਰ ਇਹ ਸੰਖਿਆ 100 ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ

$$8m + 4 = 100 \tag{4.4}$$

ਇਸ ਸਮੀਕਰਣ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਕੇ, ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਛੋਟੀ ਪੇਟੀ ਦੇ ਅੰਬਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ।

ਅਭਿਆਸ 4.1

1. ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸਾਰਣੀ ਦੇ ਆਖਰੀ ਕਾਲਮ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰੋ :

ਲੜੀ ਨੰ.	ਸਮੀਕਰਣ	ਚਲ ਦਾ ਮੁੱਲ	ਕੀ ਸਮੀਕਰਣ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ (ਹਾਂ/ਨਹੀਂ)
(i)	$x+3=0$	$x=3$	–
(ii)	$x+3=0$	$x=0$	–
(iii)	$x+3=0$	$x=-3$	–
(iv)	$x-7=1$	$x=7$	–
(v)	$x-7=1$	$x=8$	–
(vi)	$5x=25$	$x=0$	–
(vii)	$5x=25$	$x=5$	–
(viii)	$5x=25$	$x=-5$	–
(ix)	$\frac{m}{3}=2$	$m=-6$	–
(x)	$\frac{m}{3}=2$	$m=0$	–
(xi)	$\frac{m}{3}=2$	$m=6$	–

2. ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ ਬ੍ਰੇਕਟਾਂ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਮੁੱਲ, ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਸੰਗਤ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਦੇ ਹੱਲ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀ:

(a) $n+5=19\ (n=1)$ (b) $7n+5=19\ (n=-2)$ (c) $7n+5=19\ (n=2)$

(d) $4p-3=13\ (p=1)$ (e) $4p-3=13\ (p=-4)$ (f) $4p-3=13\ (p=0)$

3. ਭੁੱਲ ਅਤੇ ਸੁਧਾਰ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ:

(i) $5p+2=17$ (ii) $3m-14=4$

4. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਕਥਨਾਂ ਨੂੰ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਦਾ ਰੂਪ ਦਿਓ :

(i) ਸੰਖਿਆਵਾਂ x ਤੇ 4 ਦਾ ਜੋੜ 9 ਹੈ। (ii) y ਵਿੱਚੋਂ 2 ਘਟਾਉਣ 'ਤੇ 8 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(iii) a ਦਾ 10 ਗੁਣਾ 70 ਹੈ। (iv) ਸੰਖਿਆ b ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ 6 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(v) t ਦਾ ਤਿੰਨ ਚੌਥਾਈ 15 ਹੈ।

(vi) m ਦਾ 7 ਗੁਣਾ ਅਤੇ 7 ਦਾ ਜੋੜ ਤੁਹਾਨੂੰ 77 ਦਿੰਦਾ ਹੈ।

(vii) ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ x ਦੀ ਚੌਥਾਈ ਵਿੱਚ 4 ਘਟਾਉਣ 4 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(viii) ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ y ਦੇ 6 ਗੁਣਾ ਵਿੱਚੋਂ 6 ਘਟਾਉ ਤਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ 60 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(ix) ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ z ਦੇ ਇੱਕ ਤਿਹਾਈ ਵਿੱਚ 3 ਜੋੜੋ ਤਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ 30 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

5. ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਨੂੰ ਸਧਾਰਣ ਕਥਨਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ :

(i) $p + 4 = 15$ (ii) $m - 7 = 3$ (iii) $2m = 7$ (iv) $\frac{m}{5} = 3$

(v) $\frac{3m}{5} = 6$ (vi) $3p + 4 = 25$ (vii) $4p - 2 = 18$ (viii) $\frac{p}{2} + 2 = 8$

6. ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਸਮੀਕਰਣ ਬਣਾਓ :

(i) ਇਰਫਾਨ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਉਸ ਕੋਲ, ਪਰਮੀਤ ਦੇ ਕੋਲ ਜਿੰਨੇ ਬੰਟੇ ਹਨ, ਉਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਪੰਜ ਗੁਣਾ ਤੋਂ 7 ਵੱਧ ਬੰਟੇ ਹਨ। ਇਰਫਾਨ ਕੋਲ 37 ਬੰਟੇ ਹਨ। (ਪਰਮੀਤ ਕੋਲ ਬੰਟਿਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ m ਲਓ।)

(ii) ਲਕਸ਼ਮੀ ਦੇ ਪਿਤਾ ਦੀ ਉਮਰ 49 ਸਾਲ ਹੈ, ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਉਮਰ ਲੜਕੀ ਦੀ ਉਮਰ ਦਾ ਤਿੰਨ ਗੁਣਾ ਤੋਂ 4 ਸਾਲ ਵੱਧ ਹੈ। (ਲਕਸ਼ਮੀ ਦੀ ਉਮਰ ਨੂੰ y ਸਾਲ ਲਓ।)

(iii) ਅਧਿਆਪਕਾ ਦਸਦੀ ਹੈ ਕਿ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਦੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਗਏ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਅੰਕ, ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਦੁੱਗਣੇ ਵਿੱਚ 7 ਜੋੜਣ ਬਰਾਬਰ ਹਨ। ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਅੰਕ 87 ਹਨ। (ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਗਏ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ l ਲਓ।)

(iv) ਇੱਕ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਸਿਖਰ ਕੋਣ, ਹਰੇਕ ਆਧਾਰ ਕੋਣ ਦਾ ਦੁੱਗਣਾ ਹੈ। (ਮੰਨ ਲਓ ਹਰੇਕ ਅਧਾਰ ਕੋਣ b ਡਿਗਰੀ ਹੈ। ਯਾਦ ਰੱਖੋ ਕਿ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਤਿੰਨ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 180 ਡਿਗਰੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।)

4.4.1 ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਣ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨਾ

ਇਸ ਸਮਾਨਤਾ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ

$$8 - 3 = 4 + 1 \qquad (4.5)$$

ਸਮਾਨਤਾ (4.5) ਸੱਚ ਹੈ, ਕਿਉਂ ਕਿ ਇਸ ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ ਬਰਾਬਰ ਹਨ। ਹਰੇਕ 5 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।)

- ਆਉ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ 2 ਜੋੜੀਏ। ਇਸਦੇ ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ:

  ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ $= 8 - 3 + 2 = 5 + 2 = 7$, ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ $= 4 + 1 + 2 = 5 + 2 = 7$

  ਦੁਬਾਰਾ, ਸਮਾਨਤਾ (4.5) ਸੱਚ ਹੈ (ਭਾਵ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ ਅਤੇ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ ਸਮਾਨ ਹਨ।)

  ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸਮਾਨਤਾ ਦੇ ਦੋਨੋਂ ਪਾਸੇ ਇੱਕ ਹੀ ਸੰਖਿਆ ਜੋੜੀਏ ਤਾਂ ਉਹ ਵੀ ਸਮਾਨਤਾ ਸੱਚ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

- ਆਉ ਹੁਣ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ 2 ਘਟਾਈਏ। ਇਸਦੇ ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ :

  ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ $= 8 - 3 - 2 = 5 - 2 = 3$, ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ $= 4 + 1 - 2 = 5 - 2 = 3$

  ਦੁਬਾਰਾ ਇਹ ਸਮਾਨਤਾ ਸੱਚ ਹੈ।

  ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸਮਾਨਤਾ ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਹੀ ਸੰਖਿਆ ਘਟਾਈਏ ਤਾਂ ਉਹ ਵੀ ਸਮਾਨਤਾ ਸੱਚ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

- ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸਮਾਨਤਾ ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ ਗੈਰ-ਸਿਫਰ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੀਏ ਜਾਂ ਭਾਗ ਕਰੀਏ, ਤਾਂ ਵੀ ਉਹ ਸਮਾਨਤਾ ਸੱਚ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

  ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਆਓ ਉਪਰੋਕਤ ਸਮਾਨਤਾ ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੀਏ, ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ : ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ $= 3 \times (8 - 3) = 3 \times 5 = 15$,

  ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ $= 3 \times (4 + 1) = 3 \times 5 = 15$.

ਸੱਚ ਹੈ।

ਆਓ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਉਪਰੋਕਤ ਸਮਾਨਤਾ ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੀਏ

ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ $= (8 - 3) \div 2 = 5 \div 2 = \frac{5}{2}$

ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ $= (4 + 1) \div 2 = 5 \div 2 = \frac{5}{2}$ = ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ

ਦੁਬਾਰਾ, ਸਮਾਨਤਾ ਸੱਚ ਹੈ।

ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਕੋਈ ਹੋਰ ਸਮਾਨਤਾ ਲਈਏ ਤਾਂ ਵੀ ਸਾਨੂੰ ਇਹੋ ਸਿੱਟਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਮੰਨ ਲਓ ਅਸੀਂ ਇਸ ਨਿਯਮ ਦਾ ਪਾਲਣ ਨਹੀਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਰੂਪ ਨਾਲ, ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸਮਾਨਤਾ ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵੱਖ ਵੱਖ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਦੇਖਾਂਗੇ ਕਿ ਸਮਾਨਤਾ ਸੱਚ ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗੀ (ਭਾਵ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ ਸਮਾਨ ਨਹੀਂ ਹੋਣਗੇ।) ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਆਓ ਸਮਾਨਤਾ (4.5) ਨੂੰ ਦੁਬਾਰਾ ਲਈਏ

$$8 - 3 = 4 + 1$$

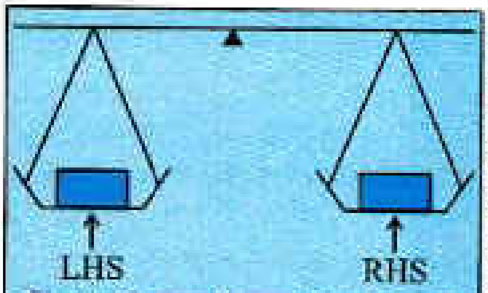
ਹੁਣ ਇਸਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ 2 ਜੋੜੀਏ ਤੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ 3 ਜੋੜੀਏ। ਹੁਣ ਨਵਾਂ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ $= 8 - 3 + 2 = 5 + 2 = 7$ ਹੈ ਅਤੇ ਨਵਾਂ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ $= 4 + 1 + 3 = 5 + 3 = 8$ ਹੈ। ਹੁਣ ਸਮਾਨਤਾ ਸੱਚ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਨਵਾਂ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ ਅਤੇ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਸਮੀਕਰਣ, ਇੱਕ ਚਲ ਵਾਲੀ ਸਮਾਨਤਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਉਪਰੋਕਤ ਸਿੱਟੇ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਲਈ ਯੋਗ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਕਿਉਂਕਿ ਹਰੇਕ ਸਮੀਕਰਣ ਵਿੱਚ ਚਲ ਕੇਵਲ ਸੰਖਿਆ ਹੀ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ।

ਅਕਸਰ ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਣ ਨੂੰ ਇੱਕ ਤੋਲਣ ਵਾਲੀ ਤੱਕੜੀ ਸਮਝਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਣ 'ਤੇ ਇੱਕ ਗਣਿਤਕ ਕਿਰਿਆ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮਝਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਤੋਲਣ ਵਾਲੀ ਤੱਕੜੀ ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਪਲੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਦੇ ਵੱਟੇ ਪਾਉਣਾ ਜਾਂ ਉਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਬਰਾਬਰ ਵੱਟੇ ਕੱਢ ਲੈਣਾ।

[ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਣ ਇੱਕ ਅਜਿਹੀ ਤੋਲਣ ਵਾਲੀ ਤੱਕੜੀ ਸਮਝੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ, ਜਿਸਦੇ ਦੋਵੇਂ ਪਲੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਵੱਟੇ ਹੋਣ। ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਤੱਕੜੀ ਦੀ ਡੰਡੀ ਠੀਕ ਲੇਟਵੀਂ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਦੋਨੋਂ ਪਲੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਵੱਟੇ ਪਾਈਏ ਤਾਂ ਡੰਡੀ ਹੁਣ ਵੀ ਲੇਟਵੀਂ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਪਲੜਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਬਰਾਬਰ ਵੱਟੇ ਹਟਾ ਦਈਏ ਤਾਂ ਵੀ ਡੰਡੀ ਲੇਟਵੀਂ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ। ਇਸਦੇ ਉਲਟ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਦੋਵੇਂ ਪਲੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵੱਖ ਵੱਖ ਵੱਟੇ ਪਾਈਏ (ਜੋੜੀਏ) ਜਾਂ ਉਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਵੱਖ ਵੱਟੇ ਕੱਢੀਏ (ਘਟਾਈਏ), ਤਾਂ ਵੀ ਤੱਕੜੀ ਦੀ ਡੰਡੀ ਦਾ ਸੰਤੁਲਨ ਵਿਗੜ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਭਾਵ ਡੰਡੀ ਲੇਟਵੀਂ ਨਹੀਂ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ।



ਇੱਕ ਸੰਤੁਲਿਤ ਸਮੀਕਰਣ ਤੱਕੜੀ ਵਰਗੀ ਹੈ ਜਿਸਦੇ ਦੋਵੇਂ ਪਲੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਦੇ ਵੱਟੇ ਹਨ

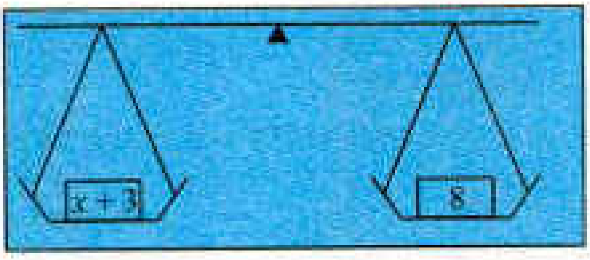
ਅਸੀਂ ਇਹ ਸਿਧਾਂਤ ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਣ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਬੇਸ਼ਕ ਇੱਥੇ ਤੱਕੜੀ ਕਾਲਪਨਿਕ ਹੈ ਅਤੇ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਵੱਟਿਆਂ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਭੌਤਿਕ ਰੂਪ ਨਾਲ ਸੰਤੁਲਿਤ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਸਿਧਾਂਤ ਨੂੰ ਪੇਸ਼ ਕਰਨ ਦਾ ਇਹੋ ਮੁੱਖ ਉਦੇਸ਼ ਹੈ। ਆਓ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਣ ਲਈਏ।

- ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸਮੀਕਰਣ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ:

$$x + 3 = 8 \qquad (4.6)$$

ਅਸੀਂ ਇਸ ਸਮੀਕਰਣ ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ 3 ਘਟਾਉਂਦੇ ਹਾਂ

ਨਵਾਂ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ ਹੈ : $x + 3 - 3 = x$ ਅਤੇ ਨਵਾਂ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ ਹੈ : $8 - 3 = 5$



ਅਸੀਂ 3 ਨੂੰ ਹੀ ਕਿਉਂ ਘਟਾਈਏ ਕੋਈ ਹੋਰ ਸੰਖਿਆ ਕਿਉਂ ਨਾ ਘਟਾਈਏ ? 3 ਨੂੰ ਜੋੜ ਕੇ ਵੇਖੋ, ਕੀ ਇਹ ਕੁੱਝ ਮਦਦ ਕਰੇਗਾ ? ਕਿਉਂ ਨਹੀਂ ?

ਅਜਿਹਾ ਇਸ ਲਈ ਕੀਤਾ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ 3 ਨੂੰ ਘਟਾਉਣ 'ਤੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ x ਰਹਿ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਕਿਉਂਕਿ ਇਸ ਨਾਲ ਸੰਤੁਲਨ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਫਰਕ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ, ਇਸ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ :

ਨਵਾਂ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ = ਨਵਾਂ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ ਜਾਂ $x = 5$

ਇਹ ਉਹੀ ਹੈ, ਜੋ ਅਸੀਂ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ ਭਾਵ ਇਹ ਸਮੀਕਰਣ (4.6) ਦਾ ਇੱਕ ਹੱਲ ਹੈ।

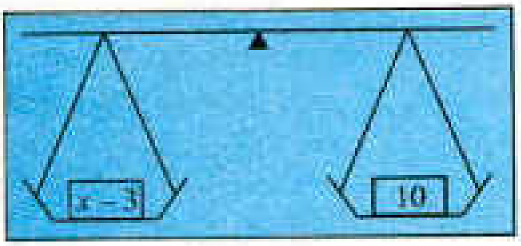
ਇਸਦੀ ਪੁਸ਼ਟੀ ਕਰਨ ਲਈ ਕਿ ਇਹ ਸਹੀ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ ਅਸੀਂ ਸ਼ੁਰੂ ਦੇ ਸਮੀਕਰਣ ਵਿੱਚ $x = 5$ ਰਖਾਂਗੇ। ਅਸੀਂ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ LHS $= x + 3 = 5 + 3 = 8$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਜੋ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।

ਸਮੀਕਰਣ ਦੇ ਦੋਨੋਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਸਹੀ ਗਣਿਤਕ ਕਿਰਿਆ ਕਰਨ ਨਾਲ (ਭਾਵ 3 ਘਟਾਉਣ ਨਾਲ) ਅਸੀਂ ਸਮੀਕਰਣ ਦੇ ਹੱਲ 'ਤੇ ਪਹੁੰਚ ਗਏ।

- ਆਓ ਇੱਕ ਹੋਰ ਸਮੀਕਰਣ ਲਈਏ :

$$x - 3 = 10 \qquad (4.7)$$

ਇੱਥੇ ਸਾਨੂੰ ਕੀ ਕਰਨਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ? ਸਾਨੂੰ ਦੋਨੋਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚ 3 ਜੋੜਨਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਅਜਿਹਾ ਕਰਨ ਨਾਲ ਸਮੀਕਰਣ ਦਾ ਸਤੁੰਲਨ ਬਣਿਆ ਰਹੇਗਾ ਤੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ x ਰਹਿ ਜਾਵੇਗਾ।



ਨਵਾਂ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ $= x - 3 + 3 = x$, ਨਵਾਂ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ $= 10 + 3 = 13$

ਇਸ ਲਈ $x = 13$ ਹੈ, ਜੋ ਲੋੜੀਂਦਾ ਹੱਲ ਹੈ।

ਸ਼ੁਰੂ ਦੇ ਸਮੀਕਰਣ (4.7) ਵਿੱਚ $x = 13$ ਰੱਖਣ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਇਸਦੀ ਪੁਸ਼ਟੀ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਹੱਲ ਸਹੀ ਹੈ :

ਸ਼ੁਰੂ ਦੇ ਸਮੀਕਰਣ ਨੂੰ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ $= x - 3 = 13 - 3 = 10$ ਹੈ।

ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਲੋੜੀਂਦਾ ਹੈ, ਇਹ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।

- ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਆਓ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸਮੀਕਰਣ ਨੂੰ ਵੇਖੀਏ :

$$5y = 35 \qquad (4.8)$$

$$\frac{m}{2} = 5 \qquad (4.9)$$

ਪਹਿਲੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਦੋਨੋਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਾਂਗੇ। ਇਸ ਨਾਲ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਕੇਵਲ y ਰਹਿ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਨਵਾਂ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ $= \frac{5y}{5} = \frac{5 \times y}{5} = y$, ਨਵਾਂ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ $= \frac{35}{5} = \frac{5 \times 7}{5} = 7$

ਇਸ ਲਈ $\quad y = 7$

ਇਹੋ ਸਮੀਕਰਣ ਦਾ ਲੋੜੀਂਦਾ ਹੱਲ ਹੈ। ਇਸ ਸਮੀਕਰਣ (4.8) ਵਿੱਚ $y = 7$ ਪ੍ਰਤੀਸਥਾਪਨ ਕਰਕੇ ਇਸਦੀ ਪੜਤਾਲ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਮੀਕਰਣ ਸਤੁੰਸ਼ਟ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਦੂਜੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਦੋਨੋਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਨਾਲ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਕੇਵਲ m ਰਹਿ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਨਵਾਂ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ $= \frac{m}{2} \times 2 = m$ ਅਤੇ ਨਵਾਂ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ $= 5 \times 2 = 10$ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ, $m = 10$ (ਇਹ ਲੋੜੀਂਦਾ ਹੱਲ ਹੈ। ਆਪ ਇਸਦੀ ਪੜਤਾਲ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇਹ ਹੱਲ ਸਹੀ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ।)

ਉਪਰੋਕਤ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਤੋਂ ਇਹ ਵੇਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸਮੀਕਰਣ ਦੇ ਹੱਲ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ, ਸਾਨੂੰ ਜਿਸ ਕਿਰਿਆ ਦੀ ਲੋੜ ਪਵੇਗੀ ਉਹ ਸਮੀਕਰਣ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਸਾਡੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਇਹ ਹੋਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ ਕਿ ਸਮੀਕਰਣ ਵਿੱਚ ਚਲ ਅਲੱਗ ਹੋ ਜਾਵੇ। ਕਦੇ ਕਦੇ ਅਜਿਹਾ ਕਰਨ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਤੋਂ ਵੱਧ ਗਣਿਤਕ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਕਰਨ ਦੀ ਲੋੜ ਪੈ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਇਸਨੂੰ ਦਿਮਾਗ ਵਿੱਚ ਰੱਖਦੇ ਹੋਏ, ਆਓ ਕੁੱਝ ਹੋਰ ਸਮੀਕਰਣ ਹੱਲ ਕਰੀਏ।

ਉਦਾਹਰਣ 5 : ਹੱਲ ਕਰੋ

(a) $3n + 7 = 25$ (4.10)

(b) $2p - 1 = 23$ (4.11)

ਹੱਲ :

(a) ਅਸੀਂ ਸਮੀਕਰਣ ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵਿੱਚ ਚਲ n ਨੂੰ ਅਲੱਗ ਕਰਨ ਲਈ, ਇੱਕ ਯੋਜਨਾਬੱਧ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਕੰਮ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਇੱਥੇ $3n + 7$ ਹੈ, ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ 7 ਘਟਾਵਾਂਗੇ ਜਿਸ ਨਾਲ $3n$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗਾ। ਇਸ ਤੋਂ ਅਗਲੇ ਪਗ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ 3 ਤੇ ਭਾਗ ਦੇਵਾਂਗੇ, ਜਿਸ ਨਾਲ n ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗਾ। ਯਾਦ ਰੱਖੋ ਕਿ ਸਾਨੂੰ ਸਮੀਕਰਣ ਦੇ ਦੋਨੋਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਹੀ ਕਿਰਿਆ ਕਰਨੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, ਦੋਨੋਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ 7 ਘਟਾਉਣ 'ਤੇ

$$3n + 7 - 7 = 25 - 7 \qquad \text{(ਪਗ 1)}$$

ਜਾਂ, $\quad 3n = 18$

ਹੁਣ ਦੋਨੋਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ :

$$\frac{3n}{3} = \frac{18}{3} \qquad \text{(ਪਗ 2)}$$

ਜਾਂ, $\quad n = 6$, ਜੋ ਇਸਦਾ ਹੱਲ ਹੈ।

(b) ਇੱਥੇ ਸਾਨੂੰ ਕੀ ਕਰਨਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ? ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਦੋਨਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚ 1 ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ :

$$2p - 1 + 1 = 23 + 1 \qquad \text{(ਪਗ 1)}$$

ਜਾਂ $2p = 24$

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਦੋਨੋਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ : $\frac{2p}{2} = \frac{24}{2}$ (ਪਗ 2)

ਜਾਂ $p = 12$, ਜੋ ਇਸਦਾ ਹੱਲ ਹੈ।

ਤੁਹਾਨੂੰ ਇੱਕ ਚੰਗੀ ਆਦਤ ਬਣਾ ਲੈਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ ਜੋ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਹੱਲ ਦੀ ਜਾਂਚ ਜ਼ਰੂਰ ਕਰ ਲਓ। ਜਦੋਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਇਹ (a) ਦੇ ਲਈ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਹੈ, ਪਰ ਆਓ ਇਸ ਉਦਾਹਰਣ (b) ਦੇ ਲਈ ਅਜਿਹਾ ਕਰੀਏ।

ਆਓ ਇਸ ਹੱਲ $p = 12$ ਨੂੰ ਸਮੀਕਰਣ ਵਿੱਚ ਰੱਖੀਏ।

ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ $= 2p - 1 = 2 \times 12 - 1 = 24 - 1$

$= 23 =$ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਹੱਲ ਦੀ ਸੱਚਾਈ ਦੀ ਪੜਤਾਲ ਹੋ ਗਈ।

ਉਪਰੋਕਤ (a) ਦੇ ਹੱਲ ਦੀ ਵੀ ਹੁਣ ਆਪ ਹੀ ਪੜਤਾਲ ਕਰ ਲਓ।

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਹਾਂ ਕਿ ਅੱਪੂ, ਸਰਿਤਾ ਅਤੇ ਅਮੀਨਾ ਦੁਆਰਾ ਪੇਸ਼ ਕੀਤੇ ਗਏ ਦਿਮਾਗੀ ਖੇਡ 'ਤੇ ਵਾਪਸ ਆਈਏ ਅਤੇ ਸਮਝੀਏ ਕਿ ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਆਪਣੇ ਉੱਤਰ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਤਾ ਕੀਤੇ। ਇਸ ਕੰਮ ਲਈ ਆਉ ਸਮੀਕਰਣਾਂ (4.1) ਅਤੇ (4.2) ਨੂੰ ਵੇਖੀਏ, ਜੋ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਅਮੀਨਾ ਤੇ ਅੱਪੂ ਦੇ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਦੇ ਸੰਗਤ ਹਨ।

- ਪਹਿਲਾਂ ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸਮੀਕਰਣ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ : $4x + 5 = 65$ (4.1)

  ਦੋਨੋਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ 5 ਘਟਾਉਣ 'ਤੇ, $4x + 5 - 5 = 65 - 5$

  ਭਾਵ $4x = 60$

  x ਨੂੰ ਅਲੱਗ ਕਰਨ ਲਈ, ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 4 ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ $\frac{4x}{4} = \frac{60}{4}$

  ਜਾਂ $x = 15$, ਜੋ ਲੋੜੀਂਦਾ ਹੱਲ ਹੈ (ਪੜਤਾਲ ਕਰੋ ਕਿ ਇਹ ਸਹੀ ਹੈ।)

- ਹੁਣ ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸਮੀਕਰਣ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ:

  $10y - 20 = 50$ (4.2)

  ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚ 20 ਜੋੜਨ 'ਤੇ, ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ:

  $10y - 20 + 20 = 50 + 20$ ਜਾਂ $10y = 70$

  ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 10 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ ਕਰਨ 'ਤੇ, ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ : $\frac{10y}{10} = \frac{70}{10}$

  ਜਾਂ, $y = 7$, ਜੋ ਲੋੜੀਂਦਾ ਹੱਲ ਹੈ। (ਪੜਤਾਲ ਕਰੋ ਕਿ ਸਹੀ ਹੈ।)

ਤੁਸੀਂ ਇਹ ਅਨੁਭਵ ਕਰੋਗੇ ਕਿ ਠੀਕ ਇਹੋ ਉੱਤਰ ਅੱਪੂ, ਸਰੀਤਾ ਤੇ ਅਮੀਨਾ ਨੇ ਦਿੱਤਾ ਸੀ। ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਸਮੀਕਰਣ ਬਣਾਉਣਾ ਤੇ ਫਿਰ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨਾ ਸਿੱਖ ਲਿਆ ਸੀ। ਇਸ ਕਾਰਣ ਉਹ ਆਪਣਾ ਬੌਧਿਕ ਖੇਡ ਬਣਾ ਕੇ ਪੂਰੀ ਜਮਾਤ 'ਤੇ ਆਪਣਾ ਪ੍ਰਭਾਵ ਪਾ ਸਕੇ। ਅਸੀਂ ਇਸ ਉੱਤੇ ਸੈਕਸ਼ਨ 4.7 ਵਿੱਚ ਵਾਪਸ ਆਵਾਂਗੇ।

ਅਭਿਆਸ 4.2

1. ਪਹਿਲੇ ਚਲ ਨੂੰ ਵੱਖ ਕਰਨ ਵਾਲਾ ਪਗ ਦੱਸੋ ਤੇ ਫਿਰ ਸਮੀਕਰਣ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ :

   (a) $x - 1 = 0$ (b) $x + 1 = 0$ (c) $x - 1 = 5$

   (d) $x + 6 = 2$ (e) $y - 4 = -7$ (f) $y - 4 = 4$

   (g) $y + 4 = 4$ (h) $y + 4 = -4$

2. ਪਹਿਲੇ ਚਲ ਨੂੰ ਵੱਖ ਕਰਨ ਲਈ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕੀਤਾ ਜਾਣ ਵਾਲਾ ਪਗ ਦੱਸੋ ਤੇ ਫਿਰ ਸਮੀਕਰਣ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ:

   (a) $3l = 42$ (b) $\frac{b}{2} = 6$ (c) $\frac{p}{7} = 4$ (d) $4x = 25$

   (e) $8y = 36$ (f) $\frac{z}{3} = \frac{5}{4}$ (g) $\frac{a}{5} = \frac{7}{15}$ (h) $20t = -10$

3. ਚਲ ਨੂੰ ਵੱਖ ਕਰਨ ਲਈ, ਤੁਸੀਂ ਜਿਹੜੇ ਪਗਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰੋਗੇ, ਉਹ ਦੱਸੋ ਤੇ ਫਿਰ ਸਮੀਕਰਣ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ :

   (a) $3n - 2 = 46$ (b) $5m + 7 = 17$ (c) $\frac{20p}{3} = 40$ (d) $\frac{3p}{10} = 6$

4. ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ :

   (a) $10p = 100$ (b) $10p + 10 = 100$ (c) $\frac{p}{4} = 5$ (d) $\frac{-p}{3} = 5$

   (e) $\frac{3p}{4} = 6$ (f) $3s = -9$ (g) $3s + 12 = 0$ (h) $3s = 0$

   (i) $2q = 6$ (j) $2q - 6 = 0$ (k) $2q + 6 = 0$ (l) $2q + 6 = 12$

4.5 ਕੁੱਝ ਹੋਰ ਸਮੀਕਰਣ

ਆਓ ਕੁੱਝ ਹੋਰ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਦਾ ਅਭਿਆਸ ਕਰੀਏ। ਇਹਨਾਂ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ, ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ (ਪਦ) ਨੂੰ ਸਥਾਨਾਂਤਰਣ (transpose) ਕਰਨ (ਭਾਵ ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਦੂਜੇ ਪਾਸੇ ਲੈ ਜਾਣ) ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹਾਂਗੇ (ਸਿੱਖਾਂਗੇ)। ਅਸੀਂ ਕਿਸੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ, ਸਮੀਕਰਣ ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਜੋੜਨ ਜਾਂ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਘਟਾਉਣ ਦੀ ਬਜਾਏ, ਸਥਾਨਾਂਤਰਣ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਉਦਾਹਰਣ 6 : $12p - 5 = 25$ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ : (4.12)

ਹੱਲ :

● ਸਮੀਕਰਣ ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚ 5 ਜੋੜਨ 'ਤੇ,

$12p - 5 + 5 = 25 + 5$ ਜਾਂ, $12p = 30$

- ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 12 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ 'ਤੇ,

$$\frac{12p}{12}=\frac{30}{12} \text{ ਜਾਂ } \quad p=\frac{5}{2}$$

ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ 5 ਜੋੜਨ ਦਾ ਅਰਥ ਉਹੀ ਹੈ, ਜੋ (– 5) ਦਾ ਪਾਸਾ ਬਦਲਣ ਦਾ ਹੈ।

$$12p-5=25$$
$$12p=25+5$$

ਪਾਸਾ ਬਦਲਣ ਨੂੰ ਸਥਾਨਾਂਤਰਣ ਕਰਨਾ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਸਥਾਨਾਂਤਰਣ ਕਰਨ 'ਤੇ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਬਦਲ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਸਮੀਕਰਣ (4.12) ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵਿੱਚ, $p=\frac{5}{2}$ ਰੱਖਣ 'ਤੇ,

$$\text{ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ} = 12\times\frac{5}{2}-5$$
$$=6\times5-5$$
$$=30-5=25=\text{ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ}$$

ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਕਿਸੀ ਸਮੀਕਰਣ ਦਾ ਹੱਲ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਵੇਖਿਆ ਹੈ, ਸਧਾਰਣ ਤੌਰ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਸਮੀਕਰਣ ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ ਇੱਕ ਹੀ ਸੰਖਿਆ ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ ਜਾਂ ਉਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਹੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਘਟਾਉਂਦੇ ਹਾਂ। ਕਿਸੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਸਥਾਨਾਂਤਰਣ ਕਰਨਾ (ਭਾਵ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਕਰਨਾ) ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਜੋੜਨ ਜਾਂ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਘਟਾਉਣ ਵਰਗਾ ਹੀ ਹੈ। ਅਜਿਹਾ ਕਰਨ ਲਈ ਉਸ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਬਦਲਣਾ ਪੈਂਦਾ ਹੈ। ਜੋ ਨਿਯਮ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਉਹੀ ਨਿਯਮ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਲਈ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਆਓ ਸਥਾਨਾਂਤਰਣ ਦੇ ਦੋ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣ ਲਈਏ।

ਦੋਨੋਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਜੋੜਨਾ ਜਾਂ ਘਟਾਉਣਾ	ਸਥਾਨਾਂਤਰਣ ਕਰਨਾ
(i) $3p-10=5$ ਦੋਨੋਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚ 10 ਜੋੜੋ $3p-10+10=5+10$ ਜਾਂ $3p=15$	(i) $3p-10=5$ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ (–10) ਨੂੰ ਸਥਾਨਾਂਤਰਣ ਕਰਨਾ (ਸਥਾਨਾਂਤਰਣ ਕਰਨ 'ਤੇ, – 10 ਬਦਲ ਕੇ + 10 ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ) $3p=5+10$ ਜਾਂ $3p=15$
(ii) $5x+12=27$ ਦੋਨੋਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚ 12 ਘਟਾਓ $5x+12-12=27-12$ ਜਾਂ $5x=15$	(ii) $5x+12=27$ + 12 ਨੂੰ ਸਥਾਨਾਂਤਰਣ ਕਰਨਾ (+ 12 ਸਥਾਨਾਂਤਰਣ ਕਰਨ 'ਤੇ, – 12 ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ) $5x=27-12$ ਜਾਂ $5x=15$

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਦੋ ਹੋਰ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਾਂਗੇ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਵੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ, ਇਹਨਾਂ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਵਿੱਚ ਬ੍ਰੈਕਟਾਂ ਵੀ ਹਨ, ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਖੋਲ੍ਹਣਾ ਪਵੇਗਾ।

ਉਦਾਹਰਣ 7 : ਹੱਲ ਕਰੋ

(a) $4(m+3)=18$ (b) $-2(x+3)=8$

ਹੱਲ :

(a) $4(m+3)=18$

ਆਓ ਇਹਨਾਂ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 4 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੀਏ। ਇਸ ਨਾਲ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਦੀ ਬਰੈਕਟ ਹੱਟ ਜਾਵੇਗੀ। ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ :

$m+3=\frac{18}{4}$ ਜਾਂ $m+3=\frac{9}{2}$

ਜਾਂ $m=\frac{9}{2}-3$ (3 ਨੂੰ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਸਥਾਨਾਂਤਰਣ ਕਰਨ 'ਤੇ)

ਜਾਂ $m=\frac{3}{2}$ (ਲੋੜੀਂਦਾ ਹੱਲ) $\left(\text{ਕਿਉਂ ਕਿ } \frac{9}{2}-3=\frac{9}{2}-\frac{6}{2}=\frac{3}{2}\right)$

ਪੜਤਾਲ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ = $4\left[\frac{3}{2}+3\right]=4\times\frac{3}{2}+4\times 3=2\times 3+4\times 3$ [$m=\frac{3}{2}$ ਰੱਖੋ]

$= 6 + 12 = 18 =$ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ

(b) $-2(x+3)=8$

ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਬਰੈਕਟ ਨੂੰ ਹਟਾਉਣ ਲਈ ਅਸੀਂ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ – 2 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ: :

$x+3=-\frac{8}{2}$ ਜਾਂ $x+3=-4$

ਜਾਂ, $x=-4-3$ (3 ਨੂੰ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਸਥਾਨਾਂਤਰਣ ਕਰਨ 'ਤੇ)
ਜਾਂ $x=-7$ (ਲੋੜੀਂਦਾ ਹੱਲ)

ਪੜਤਾਲ : ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ LHS $=-2(-7+3)$

$=-2(-4)$

$= 8 =$ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ ਜੋ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

4.6 ਹੱਲ ਤੋਂ ਸਮੀਕਰਣ

ਅਤੁਲ ਹਮੇਸ਼ਾ ਅਲੱਗ ਤਰ੍ਹਾਂ ਨਾਲ ਸੋਚਦਾ ਹੈ। ਉਹ ਕਿਸੀ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਤੋਂ ਸਮੀਕਰਣ ਹੱਲ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਲਏ ਹੋਏ ਨਿਰੰਤਰ ਕਦਮਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖਦਾ ਹੈ। ਉਹ ਸੋਚਦਾ ਹੈ ਕਿਉਂ ਨਾ ਇਸਦੇ ਉਲਟ ਰਸਤੇ ਅਨੁਸਾਰ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ।

ਸਮੀਕਰਣ ⟶ ਹੱਲ (ਸਧਾਰਣ ਰਸਤਾ)
ਹੱਲ ⟶ ਸਮੀਕਰਣ (ਉਲਟਾ ਰਸਤਾ)

ਉਹ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਰਸਤੇ ਅਨੁਸਾਰ ਕਰਦਾ ਹੈ : :

ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੋ ↓	$x = 5$	↑
ਦੋਨੋਂ ਪਾਸੇ 4 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ ↓	$4x = 20$	↑ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 4 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦਿਉ
ਦੋਨੋਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ 3 ਘਟਾਉ	$4x - 3 = 17$	ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚ 3 ਜੋੜੋ

ਇਸ ਨਾਲ ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਣ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ, ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਹਰੇਕ ਪਗ ਲਈ, ਉਸਦੇ ਉਲਟ ਰਸਤੇ ਦਾ ਪਿੱਛਾ ਕਰੀਏ। (ਜਿਵੇਂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ), ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਸਮੀਕਰਣ ਦਾ ਹੱਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਸ਼ੀਤਲ ਇਸ ਵਿੱਚ ਰੁਚੀ ਲੈਣ ਲੱਗਦੀ ਹੈ। ਉਹ ਪਹਿਲੇ ਪਗ ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਕ ਹੋਰ ਸਮੀਕਰਣ ਬਣਾ ਲੈਂਦੀ ਹੈ।

$x = 5$

ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ 3 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ, $3x = 15$

ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ 4 ਜੋੜਨ 'ਤੇ, $3x + 4 = 19$

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਉਸ ਪਗ $x = 5$ ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੋ ਅਤੇ ਇਸ ਤੋਂ ਦੋ ਵੱਖ ਵੱਖ ਸਮੀਕਰਣ ਬਣਾਉ। ਆਪਣੀ ਜਮਾਤ ਦੇ ਦੋ ਜਮਾਤੀਆਂ ਤੋਂ ਇਹਨਾਂ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ ਕਹੋ। ਪੜਤਾਲ ਕਰੋ ਕਿ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਹੱਲ $x = 5$ ਹੈ।

$y = 4$ ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੋ ਤੇ ਇਸਦੇ ਦੋ ਵੱਖ ਵੱਖ ਸਮੀਕਰਣ ਬਣਾਉ। ਆਪਣੇ ਤਿੰਨ ਸਾਥੀਆਂ ਨੂੰ ਵੀ ਅਜਿਹਾ ਕਰਣ ਲਈ ਕਹੋ। ਕੀ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਸਮੀਕਰਣ ਤੁਹਾਡੇ ਤੋਂ ਵੱਖ ਹਨ ?

ਕੀ ਇਹ ਚੰਗਾ ਨਹੀਂ ਹੈ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਨੂੰ ਕੇਵਲ ਹੱਲ ਹੀ ਨਹੀ ਕਰ ਸਕਦੇ, ਸਗੋਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਬਣਾ ਵੀ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਨਾਲ ਹੀ, ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇਹ ਵੇਖਿਆ ਹੈ ਕਿ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਸਮੀਕਰਣ ਦਾ ਤੁਸੀਂ ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਹੀ ਹੱਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹੋ। ਪਰ ਇੱਕ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਹੱਲ ਤੋਂ ਤੁਸੀਂ ਅਨੇਕਾਂ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹੋ।

ਹੁਣ ਸਾਰਾ ਇਹ ਚਾਹੁੰਦੀ ਹੈ ਕਿ ਪੂਰੀ ਜਮਾਤ ਇਹ ਜਾਣ ਜਾਵੇ ਕਿ ਉਹ ਕੀ ਸੋਚ ਰਹੀ ਹੈ। ਉਹ ਕਹਿੰਦੀ ਹੈ। "ਮੈਂ ਸ਼ੀਤਲ ਦੀ ਸਮੀਕਰਣ ਨੂੰ ਲੈ ਕੇ ਉਸਨੂੰ ਇੱਕ ਕਥਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲਾਂਗੀ, ਜਿਸ ਨਾਲ ਇੱਕ ਬੁਝਾਰਤ ਬਣ ਜਾਵੇਗੀ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ ਤੇ,

ਕੋਈ ਸੰਖਿਆ ਸੋਚੋ, ਉਸਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ ਤੇ ਗੁਣਨਫਲ ਵਿੱਚ 4 ਜੋੜੋ। ਹੁਣ ਦੱਸੋ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੀ ਹੈ ?

ਜੇਕਰ ਜੋੜ 19 ਹੈ, ਤਾਂ ਸ਼ੀਤਲ ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਗਏ ਸਮੀਕਰਣ ਤੋਂ ਬੁਝਾਰਤ ਹੱਲ ਹੋ ਜਾਵੇਗੀ। ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ 5 ਹੈ, ਕਿਉਂ ਕਿ ਸ਼ੀਤਲ ਨੇ ਇਸਨੂੰ ਸ਼ੁਰੂ ਕੀਤਾ ਸੀ।"

ਉਹ ਅੱਪੂ, ਸਗੀਤਾ ਅਤੇ ਅਮੀਨਾ ਵੱਲ ਦੇਖ ਕੇ ਪੁੱਛਦੀ ਹੈ ਕਿ ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੀ ਆਪਣੀ ਬੁਝਾਰਤ ਬਣਾਈ ਸੀ। ਉਹ ਤਿੰਨੋਂ ਇਹੋ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ, "ਹਾਂ"।

ਅਸੀਂ ਹੁਣ ਸਿੱਖ ਗਏ ਹਾਂ ਕਿ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸੰਖਿਆ ਬੁਝਾਰਤਾਂ ਤੇ ਹੋਰ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਬਣਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਦੋ ਸੰਖਿਆ ਬੁਝਾਰਤਾਂ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਯਤਨ ਕਰੋ, ਇੱਕ ਹੱਲ 11 ਲੈ ਕੇ ਅਤੇ ਦੂਸਰਾ ਹੱਲ 100 ਲੈ ਕੇ।

ਅਭਿਆਸ 4.3

1. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ :

(a) $2y + \frac{5}{2} = \frac{37}{2}$ (b) $5t + 28 = 10$ (c) $\frac{a}{5} + 3 = 2$ (d) $\frac{q}{4} + 7 = 5$

(e) $\frac{5}{2}x = 10$ (f) $\frac{5}{2}x = \frac{25}{4}$ (g) $7m + \frac{19}{2} = 13$ (h) $6z + 10 = -2$

(i) $\frac{3l}{2} = \frac{2}{3}$ (j) $\frac{2b}{3} - 5 = 3$

2. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ :

(a) $2(x+4)=12$ (b) $3(n-5)=21$ (c) $3(n-5)=-21$

(d) $-4(2+x)=8$ (e) $4(2-x)=8$

3. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ :

(a) $4=5(p-2)$ (b) $-4=5(p-2)$

(c) $16=4+3(t+2)$ (d) $4+5(p-1)=34$ (e) $0=16+4(m-6)$

4. (a) $x=2$ ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, 3 ਸਮੀਕਰਣ ਬਣਾਉ।

(b) $x=-2$ ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, 3 ਸਮੀਕਰਣ ਬਣਾਉ।

4.7 ਵਿਹਾਰਕ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਸਧਾਰਣ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ

ਅਸੀਂ ਅਜਿਹੇ ਕਈ ਉਦਾਹਰਣ ਵੇਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਦੈਨਿਕ ਜੀਵਨ ਦੀ ਭਾਸ਼ਾ ਤੋਂ ਕਥਨਾਂ ਨੂੰ ਲੈ ਕੇ, ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸਰਲ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲਿਆ ਸੀ। ਅਸੀਂ ਇਹ ਵੀ ਸਿੱਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਰਲ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਨੂੰ ਕਿਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੱਲ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਬੁਝਾਰਤਾਂ ਤੇ ਵਿਹਾਰਕ ਸਥਿਤੀਆਂ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਸੱਮਸਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ ਪੂਰੀ ਤੌਰ 'ਤੇ ਸਮਰੱਥ ਹੋ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ। ਇਸਦੀ ਵਿਧੀ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਪਹਿਲਾਂ ਇਹਨਾਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਦੇ ਸੰਗਤ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਨੂੰ ਬਣਾਇਆ ਜਾਵੇ ਅਤੇ ਫਿਰ ਇਹਨਾਂ ਬੁਝਾਰਤਾਂ/ਸੱਮਸਿਆਵਾਂ ਦੇ ਹੱਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ ਪ੍ਰਾਪਤ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰ ਲਿਆ ਜਾਵੇ। ਅਸੀਂ ਉਸ ਤੋਂ ਹੀ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਵੀ ਵੇਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ [ਉਦਾਹਰਣ 1(i) ਅਤੇ (iii) ਸੈਕਸ਼ਨ 4.2]

ਉਦਾਹਰਣ 8 : ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਤਿਗੁਣਾ ਅਤੇ 11 ਦਾ ਜੋੜ 32 ਹੈ। ਉਹ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ:

- ਜੇਕਰ ਅਗਿਆਤ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ x ਮੰਨ ਲਿਆ ਜਾਵੇ, ਤਾਂ ਉਸਦਾ ਤਿਗੁਣਾ $3x$ ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ $3x$ ਤੇ 11 ਦਾ ਜੋੜ 32 ਹੈ।

ਭਾਵ $3x+11=32$

- ਇਸ ਸਮੀਕਰਣ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਣ ਲਈ, ਅਸੀਂ 11 ਨੂੰ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਸਥਾਨਾਂਤਰਣ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਜਿਸ ਨਾਲ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ :

$3x = 32 - 11$ ਜਾਂ $3x = 21$

ਹੁਣ ਦੋਨੋਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ 'ਤੇ, ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ :

ਇਹੋ ਸਮੀਕਰਣ ਸਾਨੂੰ ਪਹਿਲੇ ਭਾਗ 4.2 ਦੇ ਉਦਾਹਰਣ 1 ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਇਆ ਸੀ।

$$x = \frac{21}{3} = 7$$

ਇਸ ਲਈ, ਲੋੜੀਂਦੀ ਸੰਖਿਆ 7 ਹੈ। (ਅਸੀਂ ਇਸਦੀ ਪੜਤਾਲ ਲਈ 7 ਦੇ ਤਿਗੁਣੇ ਵਿੱਚ 11 ਜੋੜ ਕੇ ਵੇਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਨਤੀਜਾ 32 ਆਉਂਦਾ ਹੈ।)

ਉਦਾਹਰਣ 9 : ਉਹ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦਾ ਇੱਕ ਚੌਥਾਈ 7 ਤੋਂ 3 ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੈ।

ਹੱਲ :

- ਆਓ ਅਗਿਆਤ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ y ਲਈਏ। ਇਸਦਾ ਇੱਕ ਚੌਥਾਈ $\frac{y}{4}$ ਹੈ।

ਸੰਖਿਆ $\left(\frac{y}{4}\right)$ ਸੰਖਿਆ 7 ਤੋਂ 3 ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ ਸਾਨੂੰ y ਤੋਂ ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸਮੀਕਰਣ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ: $\frac{y}{4} - 7 = 3$

ਇਸ ਸਮੀਕਰਣ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ ਪਹਿਲਾਂ – 7 ਨੂੰ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਸਥਾਨਾਂਤਰਣ ਕਰੀਏ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, $\frac{y}{4} = 3 + 7 = 10$

ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਦੋਨੋਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 4 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ, ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ :

$\frac{y}{4} \times 4 = 10 \times 4$ ਜਾਂ $y = 40$ (ਲੋੜੀਂਦੀ ਸੰਖਿਆ)

ਪੜਤਾਲ y ਦਾ ਮੁੱਲ ਰੱਖਣ 'ਤੇ,

ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ $= \frac{40}{4} - 7 = 10 - 7 = 3 =$ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ, ਜੋ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

(i) ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 6 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹੋ ਅਤੇ ਫਿਰ ਗੁਣਨਫਲ ਵਿਚੋਂ 5 ਘਟਾਉਂਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ 7 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਦੱਸ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਉਹ ਸੰਖਿਆ ਕਿਹੜੀ ਹੈ?

(ii) ਉਹ ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਜਿਸਦੇ ਇੱਕ ਤਿਹਾਈ ਵਿੱਚ 5 ਜੋੜਣ 'ਤੇ 8 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 10 : ਰਾਜੂ ਦੇ ਪਿਤਾ ਦੀ ਉਮਰ ਰਾਜੂ ਦੀ ਉਮਰ ਦੇ ਤਿੰਨ ਗੁਣਾ ਤੋਂ 5 ਸਾਲ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੈ। ਰਾਜੂ ਦੀ ਉਮਰ ਪਤਾ ਕਰੋ, ਜੇਕਰ ਉਸਦੇ ਪਿਤਾ ਦੀ ਉਮਰ 44 ਸਾਲ ਹੈ।

ਹੱਲ :

- ਉਦਾਹਰਣ 3 ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਰਾਜੂ ਦੀ ਉਮਰ (y) ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੀ ਸਮੀਕਰਣ ਹੈ: $3y + 5 = 44$
- ਇਸਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ, ਪਹਿਲਾਂ ਸਾਨੂੰ 5 ਦਾ ਸਥਾਨਾਂਤਰਣ ਕਰਨਾ ਹੈ। ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ

  $3y = 44 - 5 = 39$

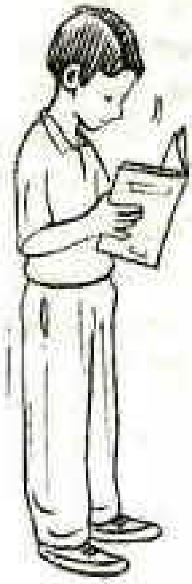
  ਦੋਨੋਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ 'ਤੇ, ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ : $y = 13$

  ਭਾਵ ਰਾਜੂ ਦੀ ਉਮਰ 13 ਸਾਲ ਹੈ, (ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਉੱਤਰ ਦੀ ਪੜਤਾਲ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ।)

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਮਾਪਾਂ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ, ਦੋ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਪੇਟੀਆਂ ਹਨ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਅੰਬ ਰੱਖੇ ਹੋਏ ਹਨ। ਹਰ ਵੱਡੀ ਪੇਟੀ ਵਿੱਚ ਰੱਖੇ ਅੰਬਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ 8 ਛੋਟੀਆਂ ਪੇਟੀਆਂ ਵਿੱਚ ਰੱਖੇ ਅੰਬਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਤੋਂ 4 ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੈ। ਹਰ ਵੱਡੀ ਪੇਟੀ ਵਿੱਚ 100 ਅੰਬ ਹਨ। ਹਰੇਕ ਛੋਟੀ ਪੇਟੀ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ ਅੰਬ ਹਨ?

ਅਭਿਆਸ 4.4



1. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਲਈ ਸਮੀਕਰਣ ਬਣਾਉ ਅਤੇ ਫਿਰ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਕੇ ਅਗਿਆਤ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਪਤਾ ਕਰੋ :

   (a) ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅੱਠ ਗੁਣੇ ਵਿੱਚ 4 ਜੋੜੀਏ ਤਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ 60 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗਾ।

   (b) ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਦਾ $\frac{1}{5}$ ਘਟਾਉ 4, ਸੰਖਿਆ 3 ਦਿੰਦਾ ਹੈ।

   (c) ਜੇਕਰ ਮੈਂ ਕਿਸੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਤਿੰਨ ਚੌਥਾਈ ਲੈ ਕੇ ਇਸ ਵਿੱਚ 3 ਜੋੜਾਂ ਤਾਂ ਮੈਨੂੰ 21 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

   (d) ਜਦੋਂ ਮੈਂ ਕਿਸੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਦੁੱਗਣੇ ਵਿੱਚੋਂ 11 ਨੂੰ ਘਟਾਇਆ, ਤਾਂ ਨਤੀਜਾ15 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਇਆ।

   (e) ਮੁੰਨਾ ਨੇ 50 ਵਿੱਚੋਂ ਆਪਣੀ ਅਭਿਆਸ ਪੁਸਤਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਤਿਗੁਣੇ ਨੂੰ ਘਟਾਇਆ, ਤਾਂ ਉਸਨੂੰ 8 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

   (f) ਇਬਨਾ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਸੋਚਦੀ ਹੈ। ਉਹ ਇਸ ਵਿੱਚ 19 ਜੋੜ ਕੇ ਜੋੜਫਲ ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਦੀ ਹੈ, ਉਸਨੂੰ 8 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

   (g) ਅਨਵਰ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਸੋਚਦਾ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਉਹ ਇਸ ਸੰਖਿਆ ਦੇ $\frac{5}{2}$ ਵਿੱਚੋਂ 7 ਕੱਢ ਦੇਵੇ, ਤਾਂ ਨਤੀਜਾ 23 ਹੈ।

2. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ :

   (a) ਅਧਿਆਪਕਾ ਦੱਸਦੀ ਹੈ ਕਿ ਉਸਦੀ ਜਮਾਤ ਦੇ ਇੱਕ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਗਏ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਅੰਕ, ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਅੰਕ ਦਾ ਦੁਗਣਾ ਜਮਾਂ 7 ਹੈ। ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਗਏ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਅੰਕ 87 ਹਨ। ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਅੰਕ ਕਿੰਨੇ ਹਨ?

   (b) ਕਿਸੇ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਆਧਾਰ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਸਿਖ਼ਰ ਕੋਣ 40° ਹੈ। ਇਸ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਆਧਾਰ ਕੋਣ ਕੀ ਹਨ? (ਯਾਦ ਕਰੋ ਕਿ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਤਿੰਨ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 180° ਹੁੰਦਾ ਹੈ।)

   (c) ਸਚਿਨ ਦੁਆਰਾ ਬਣਾਈਆਂ ਗਈਆਂ ਦੌੜਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਰਾਹੁਲ ਦੁਆਰਾ ਬਣਾਈਆਂ ਦੌੜਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਤੋਂ ਦੁੱਗਣੀ ਹੈ। ਉਹਨਾਂ ਦੁਆਰਾ ਮਿਲ ਕੇ ਬਣਾਈਆਂ ਗਈਆਂ ਕੁੱਲ ਦੌੜਾਂ ਇੱਕ ਦੋਹਰੇ ਸੈਂਕੜੇ ਤੋਂ 2 ਦੌੜਾਂ ਘੱਟ ਹਨ। ਹਰੇਕ ਨੇ ਕਿੰਨੀਆਂ ਦੌੜਾਂ ਬਣਾਈਆਂ ਸਨ?

3. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ :

   (i) ਇਰਫਾਨ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਉਸਦੇ ਕੋਲ ਪਰਮੀਤ ਕੋਲ ਜਿੰਨੇ ਬੰਟੇ, ਹਨ ਉਸਦੇ ਪੰਜ ਗੁਣਾ ਤੋਂ 7 ਜ਼ਿਆਦਾ ਬੰਟੇ ਹਨ। ਇਰਫਾਨ ਦੇ ਕੋਲ 37 ਬੰਟੇ ਹਨ। ਪਰਮੀਤ ਦੇ ਕੋਲ ਕਿੰਨੇ ਬੰਟੇ ਹਨ?

   (ii) ਲਕਸ਼ਮੀ ਦੇ ਪਿਤਾ ਦੀ ਉਮਰ 49 ਸਾਲ ਹੈ। ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਉਮਰ ਲਕਸ਼ਮੀ ਦੀ ਉਮਰ ਦੇ ਤਿੰਨ ਗੁਣਾ ਤੋਂ 4 ਸਾਲ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੈ। ਲਕਸ਼ਮੀ ਦੀ ਉਮਰ ਕੀ ਹੈ?

(iii) ਸੁੰਦਰਗ੍ਰਾਮ ਦੇ ਰਹਿਣ ਵਾਲੇ ਲੋਕਾਂ ਨੇ ਆਪਣੇ ਪਿੰਡ ਇੱਕ ਬਗੀਚੇ ਵਿੱਚ ਕੁੱਝ ਰੁੱਖ ਲਗਾਏ। ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਕੁੱਝ ਰੁੱਖ ਫ਼ਲਾਂ ਦੇ ਸਨ। ਉਹਨਾਂ ਰੁੱਖਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ, ਜੋ ਫ਼ਲਾਂ ਵਾਲੇ ਨਹੀਂ ਸਨ, ਫ਼ਲਾਂ ਵਾਲੇ ਰੁੱਖਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਤਿਗੁਣੇ ਤੋਂ 2 ਜ਼ਿਆਦਾ ਸੀ। ਜੇਕਰ ਅਜਿਹੇ ਰੁੱਖਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ, ਜੋ ਫ਼ਲਾਂ ਵਾਲੇ ਨਹੀਂ ਹਨ, 77 ਹੈ ਤਾਂ ਲਗਾਏ ਫ਼ਲਾਂ ਦੇ ਰੁੱਖਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਕੀ ਸੀ ?

4. ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਬੁਝਾਰਤ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ :

ਮੈਂ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਹਾਂ,

ਮੇਰੀ ਪਹਿਚਾਣ ਦੱਸੋ।

ਮੈਨੂੰ ਸੱਤ ਵਾਰ ਲਓ,

ਅਤੇ ਇੱਕ ਪੰਜਾਹ ਜੋੜੋ।

ਇੱਕ ਤੀਹਰੇ ਸੈਕੜੇਂ ਤੱਕ ਪਹੁੰਚਣ ਲਈ

ਤੁਹਾਨੂੰ ਹੁਣ ਵੀ ਚਾਲੀ ਚਾਹੀਦੇ।

ਅਸੀਂ ਕੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ?

1. ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਣ, ਇੱਕ ਚਲ 'ਤੇ ਅਜਿਹਾ ਪ੍ਰਤਿਬੰਧ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਦੋਨੋਂ ਪਾਸਿਆਂ ਦੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।
2. ਚਲ ਦਾ ਉਹ ਮੁੱਲ ਜਿਸਦੇ ਲਈ ਸਮੀਕਰਣ ਸਤੁੰਸ਼ਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਸਮੀਕਰਣ ਦਾ ਹੱਲ ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ।
3. ਕਿਸੀ ਸਮੀਕਰਣ ਦੇ ਖੱਬੇ ਅਤੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਨੂੰ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ 'ਤੇ, ਸਮੀਕਰਣ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦਾ।
4. ਇੱਕ ਸਤੁੰਲਤ ਸਮੀਕਰਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ

   (i) ਦੋਨੋਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਹੀ ਸੰਖਿਆ ਜੋੜੀਏ ਜਾਂ (ii) ਦੋਨੋਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਹੀ ਸੰਖਿਆ ਘਟਾਈਏ ਜਾਂ (iii) ਦੋਨੋਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਹੀ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੀਏ ਜਾਂ (iv) ਦੋਨੋਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਹੀ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਸਤੁੰਲਨ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਪਰਿਵਰਤਨ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਭਾਵ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਅਤੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦੇ ਮੁੱਲ ਬਰਾਬਰ ਰਹਿੰਦੇ ਹਨ।
5. ਉਪਰੋਕਤ ਗੁਣਾਂ ਰਾਹੀਂ ਸਮੀਕਰਣ ਨੂੰ ਯੋਜਨਾਬੱਧ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਹੱਲ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਸਾਨੂੰ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਤੋਂ ਵੱਧ ਗਣਿਤਕ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਕਰਨੀਆਂ ਪੈਂਦੀਆਂ ਹਨ। ਜਿਸ ਨਾਲ ਦੋਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ ਕੇਵਲ ਚਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇ। ਅਖੀਰਲਾ ਪਗ ਸਮੀਕਰਣ ਦਾ ਹੱਲ ਹੈ।
6. ਸਥਾਨਾਂਤਰਣ (Transpose) ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਦੂਜੇ ਪਾਸੇ ਵਿੱਚ ਜਾਣਾ। ਕਿਸੀ ਸੰਖਿਆ ਸਥਾਨਾਂਤਰਣ ਕਰਨਾ, ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਜੋੜਨ ਜਾਂ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਘਟਾਉਣ ਦੇ ਸਮਾਨ ਹੀ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਦੂਜੇ ਪਾਸੇ ਵਿੱਚ ਸਥਾਨਾਂਤਰਣ ਕਰਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ਉਸਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਨੂੰ ਬਦਲ ਦਿੰਦੇ ਹੋ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ ਤੇ, ਸਮੀਕਰਣ $x + 3 = 8$ ਵਿੱਚ $+ 3$ ਦਾ ਸਥਾਨਾਂਤਰਣ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਕਰਨ ਤੇ $x = 8 - 3 = 5$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦਾ ਵੀ ਸਥਾਨਾਂਤਰਣ ਉਸੀ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜਿਵੇਂ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਸਥਾਨਾਂਤਰਣ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।
7. ਅਸੀਂ ਵਿਹਾਰਕ ਸਥਿਤੀਆਂ ਨੂੰ, ਸੰਗਤ ਸਰਲ ਬੀਜ ਵਿਅੰਜਕ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਣਾ ਵੀ ਸਿੱਖਿਆ।

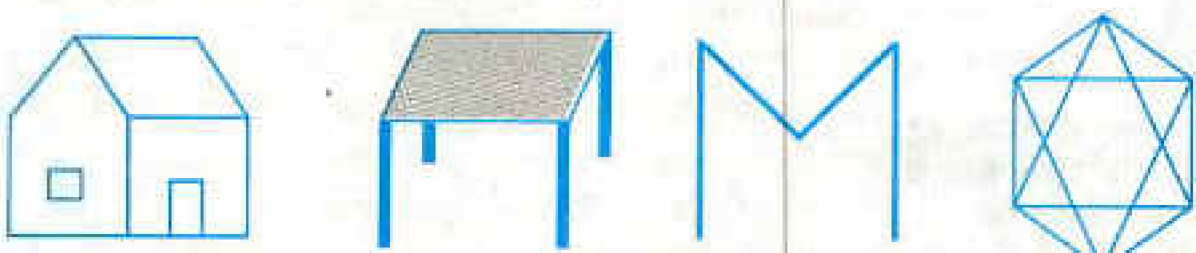
8. ਅਸੀਂ ਇਹ ਵੀ ਸਿੱਖਿਆ ਕਿ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਸਮੀਕਰਣ ਦੇ ਹੱਲ ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਕੇ, ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ 'ਤੇ ਬਰਾਬਰ ਗਣਿਤਕ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦੀ ਵਿਧੀ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕਰਕੇ (ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਲਈ ਦੋਨੋਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਜੋੜਨਾ ਜਾਂ ਘਟਾਉਣਾ) ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਣ ਕਿਵੇਂ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਨਾਲ ਹੀ ਅਸੀਂ ਇਹ ਵੀ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ ਕਿ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਸਮੀਕਰਣ ਦਾ ਵਿਹਾਰਕ ਸਥਿਤੀ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਉਸ ਸਮੀਕਰਣ ਦੇ ਲਈ ਕੋਈ ਵਿਹਾਰਕ ਸਮੱਸਿਆ ਜਾਂ ਪਹੇਲੀ ਵੀ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਅਧਿਆਇ 5

ਰੇਖਾਵਾਂ ਅਤੇ ਕੋਣ

5.1 ਭੂਮਿਕਾ

ਤੁਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ਕਿ ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਅਕਾਰ ਵਿੱਚ ਵੱਖ ਵੱਖ ਰੇਖਾਵਾਂ, ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਅਤੇ ਕੋਣਾਂ ਦੀ ਪਹਿਚਾਣ ਕਿਵੇਂ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਵੱਖ ਵੱਖ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਅਤੇ ਕੋਣਾਂ ਦੀ ਪਹਿਚਾਣ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ? (ਚਿੱਤਰ 5.1)



(i) (i) (i) (i)

ਚਿੱਤਰ 5.1

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇਹ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਬਣੇ ਹੋਏ ਕੋਣ ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਜਾਂ ਅਧਿਕ ਕੋਣ ਜਾਂ ਸਮਕੋਣ ਹਨ ?

ਯਾਦ ਕਰੋ ਕਿ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਖੰਡ ਦੇ ਦੋ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਜੇ ਅਸੀਂ ਦੋ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਆਪਣੀ-ਆਪਣੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਅਨੰਤ ਤੱਕ ਵਧਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਰੇਖਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋ ਜਾਵੇਗੀ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਦਾ ਕੋਈ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ। ਦੂਜੇ ਪਾਸੇ, ਯਾਦ ਕਰੋ ਕਿ ਕਿਰਨ ਦਾ ਇੱਕ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂ (ਨਾਮ ਲਈ ਆਰੰਭਿਕ ਬਿੰਦੂ) ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਅਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਵੱਲ ਵੇਖੋ :

ਚਿੱਤਰ 5.2

ਇੱਥੇ ਚਿੱਤਰ 5.2 (i) ਰੇਖਾ ਖੰਡ, ਚਿੱਤਰ 5.2 (ii) ਰੇਖਾ ਅਤੇ ਚਿੱਤਰ 5.2 (iii) ਇੱਕ ਕਿਰਨ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਰੇਖਾਖੰਡ PQ ਨੂੰ ਆਮ ਤੌਰ ਤੇ ਸੰਕੇਤ $\overline{PQ}$ ਨਾਲ, ਰੇਖਾ AB ਨੂੰ $\overleftrightarrow{AB}$ ਨਾਲ ਅਤੇ ਕਿਰਨ OP ਨੂੰ $\overrightarrow{OP}$ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਆਪਣੇ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਰਨਾਂ ਅਤੇ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਦੀਆਂ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਦਿਓ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਬਾਰੇ ਆਪਣੇ ਦੋਸਤਾਂ ਨਾਲ ਚਰਚਾ ਕਰੋ।

ਫਿਰ ਤੋਂ ਯਾਦ ਕਰੋ ਕਿ ਰੇਖਾਵਾਂ ਜਾਂ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਦੇ ਮਿਲਣ 'ਤੇ ਕੋਣ ਬਣਦਾ ਹੈ। ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ 5.1 ਵਿੱਚ ਸਿਖ਼ਰਾਂ (corners) ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਵੇਖੋ। ਇਹ ਸਿਖ਼ਰ ਉਦੋਂ ਬਣਦੇ ਹਨ ਜਦੋਂ ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਜਾਂ ਰੇਖਾ ਖੰਡ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਕੱਟਦੇ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵੱਲ ਵੇਖੋ :-

(i) (ii)

ਚਿੱਤਰ 5.3

ਚਿੱਤਰ 5.3 (i) ਵਿੱਚ ਰੇਖਾ ਖੰਡ AB ਅਤੇ BC, ਬਿੰਦੂ B 'ਤੇ ਕੱਟਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਕੋਣ ABC ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਰੇਖਾ ਖੰਡ BC ਅਤੇ AC, ਬਿੰਦੂ C ਤੇ ਕੱਟਕੇ ਕੋਣ ACB ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ ਆਦਿ। ਜਦੋਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 5.3 (ii) ਵਿੱਚ ਰੇਖਾਵਾਂ PQ ਅਤੇ RS ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਬਿੰਦੂ O ਤੇ ਕੱਟ ਕੇ ਚਾਰ ਕੋਣ POS, SOQ, QOR ਅਤੇ ROP ਬਣਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ। ਕੋਣ ABC ਨੂੰ ਸੰਕੇਤ $\angle ABC$ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਚਿੱਤਰ 5.3 (i) ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ ਕੋਣ $\angle ABC$, $\angle BCA$ ਅਤੇ $\angle BAC$ ਬਣਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਚਿੱਤਰ 5.3 (ii) ਵਿੱਚ ਚਾਰ ਕੋਣ $\angle POS$, $\angle SOQ$, $\angle QOR$ ਅਤੇ $\angle POR$ ਬਣਦੇ ਹਨ। ਤੁਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਪੜ੍ਹ ਚੁੱਕੇ ਹੋ ਕਿ ਨਿਊਨ ਕੋਣ, ਅਧਿਕ ਕੋਣ ਜਾਂ ਸਮਕੋਣ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕੋਣਾਂ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਵਰਗੀਕਰਣ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

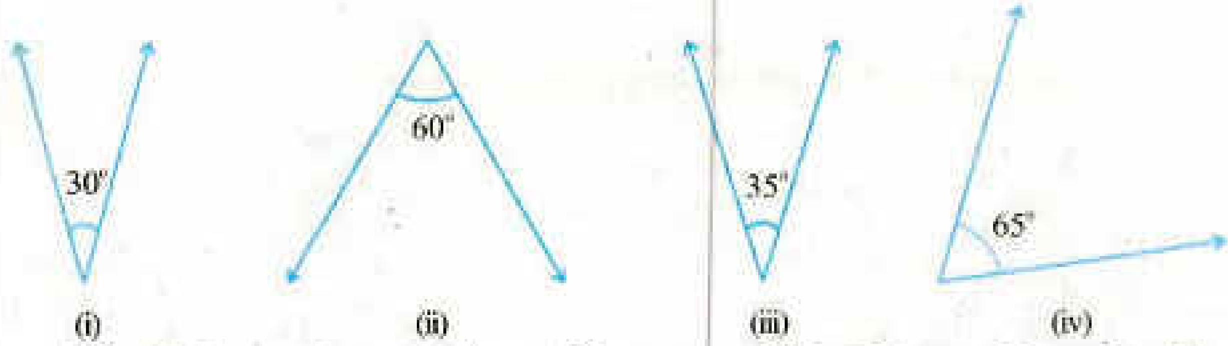
ਆਪਣੇ ਆਲੇ ਦੁਆਲੇ ਦੀਆਂ 10 ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੀ ਲਿਸਟ ਬਣਾਓ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਵਿਚਲੇ ਨਿਊਨ, ਅਧਿਕ ਕੋਣ ਅਤੇ ਸਮਕੋਣਾਂ ਦੀ ਪਹਿਚਾਣ ਕਰੋ

ਟਿੱਪਣੀ: ਕੋਣ ABC ਦੇ ਮਾਪ ਦੇ ਸਬੰਧ ਵਿੱਚ, $m\angle ABC$ ਨੂੰ ਸਧਾਰਣ ਰੂਪ ਵਿੱਚ: $\angle ABC$ ਲਿਖਾਂਗੇ। ਪ੍ਰਸੰਗ ਤੋਂ ਇਹ ਸਪਸ਼ਟ ਹੋ ਜਾਵੇਗਾ ਕਿ ਅਸੀਂ ਕੋਣ ਦੀ ਗੱਲ ਕਰ ਰਹੇ ਹਾਂ ਜਾਂ ਕੋਣ ਦੇ ਮਾਪ ਦੀ।

5.2 ਸੰਬੰਧਿਤ ਕੋਣ

5.2.1 ਪੂਰਕ ਕੋਣ

ਜਦੋਂ ਦੋ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਮਾਪਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 90° ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਕੋਣਾਂ ਨੂੰ ਪੂਰਕ ਕੋਣ (complementary angles) ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।



ਕੀ ਇਹ ਦੋ ਕੋਣ ਪੂਰਕ ਕੋਣ ਹਨ ? ਹਾਂ   ਚਿੱਤਰ 5.4   ਕੀ ਇਹ ਦੋ ਕੋਣ ਪੂਰਕ ਕੋਣ ਹਨ ? ਨਹੀਂ

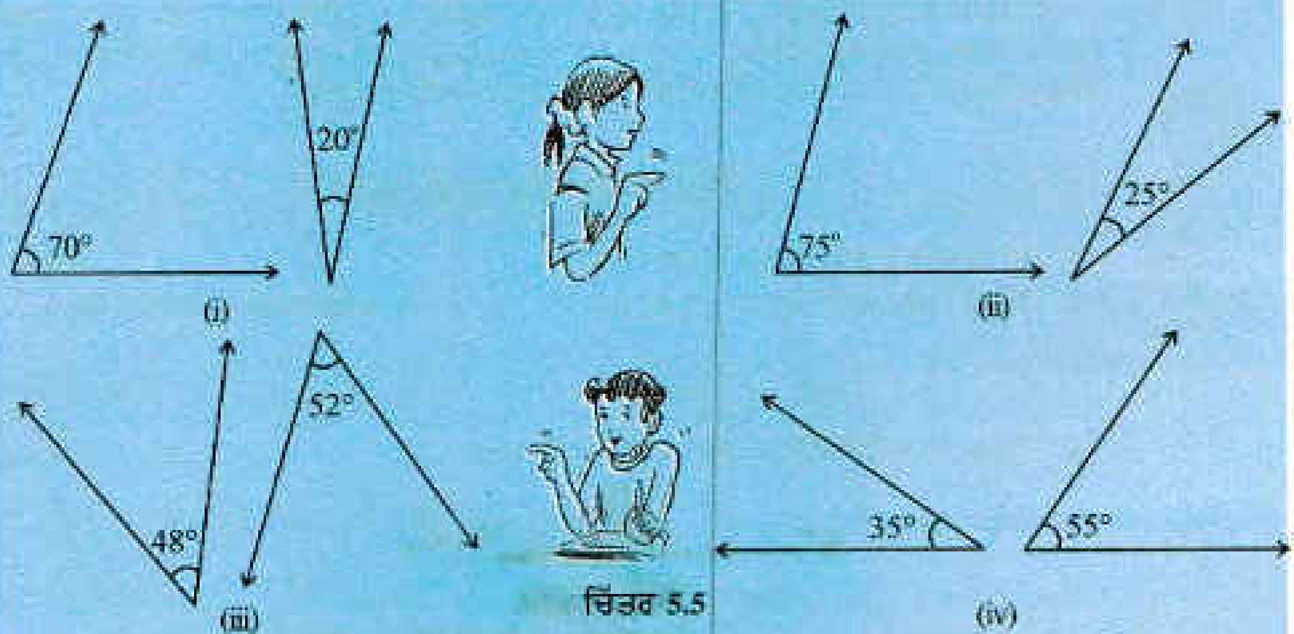
ਜਦੋਂ ਦੋ ਕੋਣ ਪੂਰਕ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਦਾ ਪੂਰਕ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੇ (ਚਿੱਤਰ 5.4) ਵਿੱਚ ''30° ਦਾ ਕੋਣ,'', ''60° ਦੇ ਕੋਣ'' ਦਾ ਪੂਰਕ ਹੈ ਅਤੇ ਉਲਟ ਵੀ ਠੀਕ ਹੈ:

ਸੋਚੋ, ਚਰਚਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਲਿਖੋ

1. ਕੀ ਦੋ ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਪੂਰਕ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ ?
2. ਕੀ ਦੋ ਅਧਿਕ ਕੋਣ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਪੂਰਕ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ ?
3. ਕੀ ਦੋ ਸਮਕੋਣ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਪੂਰਕ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ ?

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

1. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੇ ਜੋੜੇ ਪੂਰਕ ਹਨ ? (ਚਿੱਤਰ 5.5)

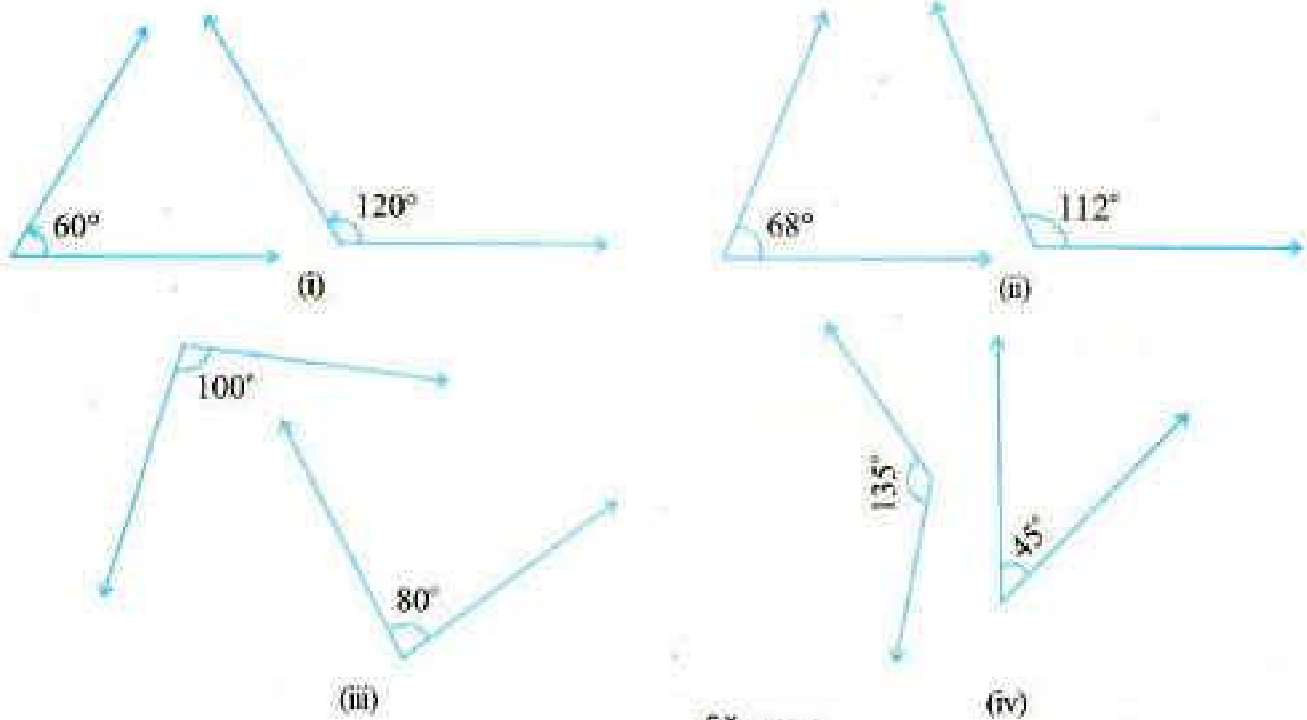


ਚਿੱਤਰ 5.5

2. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਕੋਣਾਂ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਦੇ ਪੂਰਕ ਦਾ ਮਾਪ ਕੀ ਹੈ ?
   (i) 45°   (ii) 65°   (iii) 41°   (iv) 54°
3. ਦੋ ਪੂਰਕ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਮਾਪਾਂ ਦਾ ਅੰਤਰ 12° ਹੈ। ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ।

5.2.2 ਸੰਪੂਰਕ ਕੋਣ

ਆਓ ਅਸੀਂ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜਿਆਂ ਵੱਲ ਵੇਖੀਏ (ਚਿੱਤਰ 5.6):



ਚਿੱਤਰ 5.6

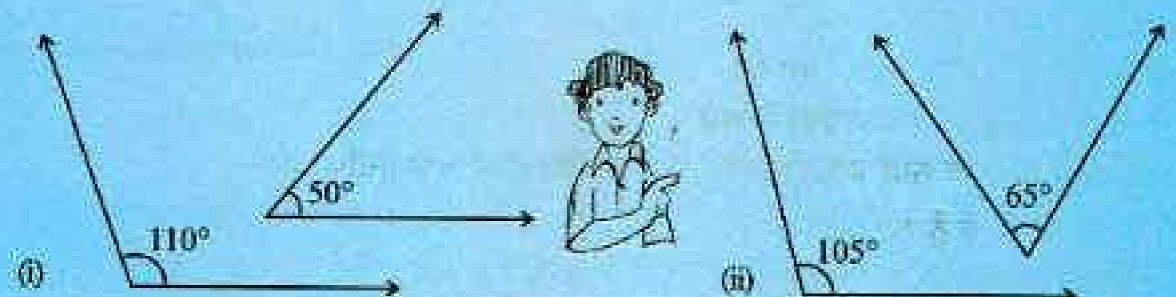
ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹੋ ਕਿ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਹਰੇਕ ਜੋੜੇ ਵਿੱਚ (ਚਿੱਤਰ 5.6) ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਜੋੜ 180° ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਅਜਿਹੇ ਜੋੜਿਆਂ ਨੂੰ ਸੰਪੂਰਕ ਕੋਣ (**supplementary angles**) ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਦੋ ਕੋਣ ਸੰਪੂਰਕ ਹੋਣ ਤਾਂ ਹਰੇਕ ਕੋਣ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਸੰਪੂਰਕ ਕਹਾਉਂਦੇ ਹਨ।

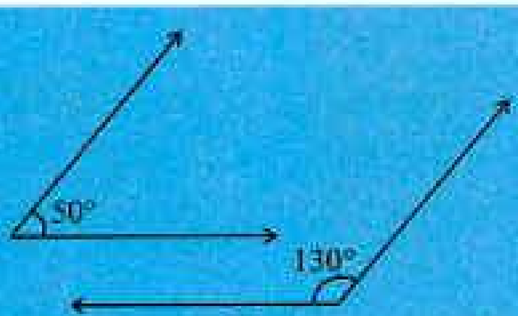
ਸੋਚੋ, ਚਰਚਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਲਿਖੋ

1. ਕੀ ਦੋ ਅਧਿਕ ਕੋਣ ਸੰਪੂਰਕ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ ?
2. ਕੀ ਦੋ ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਸੰਪੂਰਕ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ ?
3. ਕੀ ਦੋ ਸਮਕੋਣ ਸੰਪੂਰਕ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ ?

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

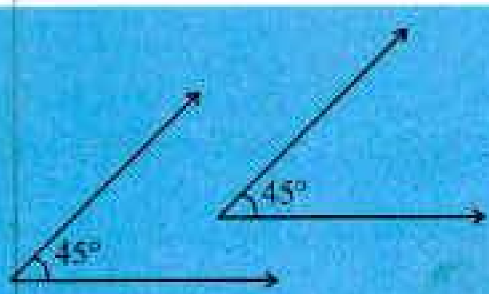
1. ਚਿੱਤਰ 5.7 ਵਿੱਚ ਸੰਪੂਰਕ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਪਤਾ ਕਰੋ:





(iii)


ਚਿੱਤਰ 5.7

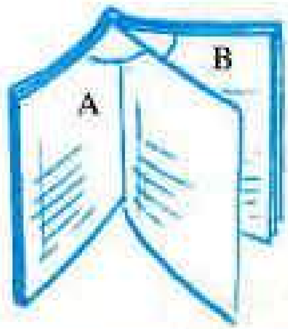


(iv)

2. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਕੋਣਾਂ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਦੇ ਸੰਪੂਰਕ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ?
   (i) 100° (ii) 90° (iii) 55° (iv) 125°
3. ਦੋ ਸੰਪੂਰਕ ਕੋਣਾਂ ਵਿੱਚ ਵੱਡੇ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ ਛੋਟੇ ਕੋਣ ਦੇ ਮਾਪ ਤੋਂ 44° ਵੱਧ ਹੈ। ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ।

5.2.3. ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣ

ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖੋ :



ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਕਿਤਾਬ ਖੋਲਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਜਿਹੀ ਲੱਗਦੀ ਹੈ। A ਅਤੇ B ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਜੋੜਾ ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਕੋਣ ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਅਗਲਾ ਕੋਣ ਹੈ।

ਕਿਸੀ ਕਾਰ ਦੇ ਸਟੇਰਿੰਗ ਚੱਕਰ ਨੂੰ ਵੇਖੋ। ਚੱਕਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਬਿੰਦ ਉੱਪਰ ਤਿੰਨ ਕੋਣ ਬਣੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਕੋਣ ਦੂਜੇ ਦਾ ਅਗਲਾ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਚਿੱਤਰ 5.8

ਦੋਵਾਂ ਸਿਖਰਾਂ A ਅਤੇ B ਉੱਪਰ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਰੱਖੇ ਹੋਏ ਹਨ।

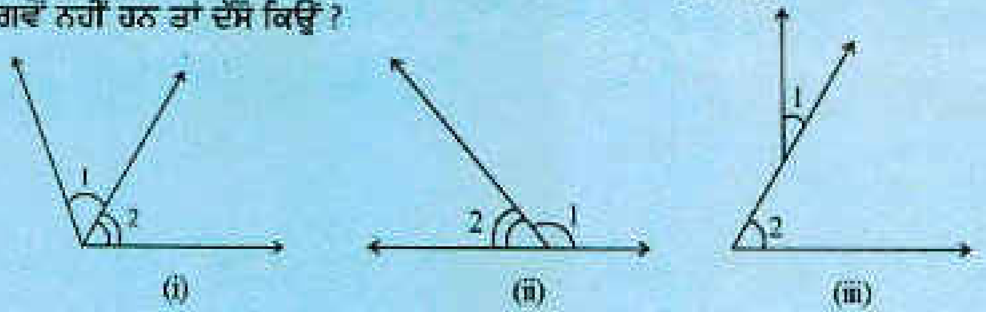
ਇਹ ਕੋਣ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹਨ ਕਿ :

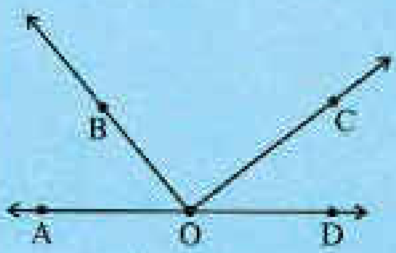
(i) ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਸਾਂਝਾ ਸਿਖਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
(ii) ਇਹਨਾਂ ਦੀ ਇੱਕ ਸਾਂਝੀ ਭੁਜਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ
(iii) ਜੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਸਾਂਝੀਆਂ ਨਹੀਂ ਹਨ, ਉਹ ਸਾਂਝੀ ਭੁਜਾ ਦੇ ਇੱਕ-ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਅਜਿਹੇ ਜੋੜੇ ਨੂੰ ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣ (Adjacent angles) ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਸਿਖਰ ਸਾਂਝਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਵੀ ਸਾਂਝੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਪਰ ਕੋਈ ਅੰਦਰੂਨੀ ਬਿੰਦੂ ਸਾਂਝਾ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।

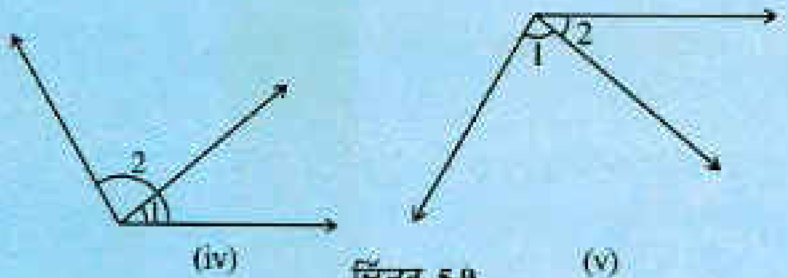
ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

1. ਕੀ 1 ਅਤੇ 2 ਨਾਲ ਅੰਕਿਤ ਕੋਣ ਲਾਗਵੇਂ ਹਨ? [ਚਿੱਤਰ 5.9 (i)-(v)] ਵਿੱਚ ਜੇ ਇਹ ਕੋਣ ਲਾਗਵੇਂ ਨਹੀਂ ਹਨ ਤਾਂ ਦੱਸ ਕਿਉਂ?





ਚਿੱਤਰ 5.10



ਚਿੱਤਰ 5.9

2. ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ 5.10 ਵਿੱਚ, ਕੀ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਕੋਣ ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣ ਹਨ?
   (a) ∠AOB ਅਤੇ ∠BOC (b) ∠BOD ਅਤੇ ∠BOC
   ਆਪਣੇ ਉੱਤਰ ਨੂੰ ਸਪਸ਼ਟ ਕਰੋ

ਸੋਚੋ, ਚਰਚਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਲਿਖੋ

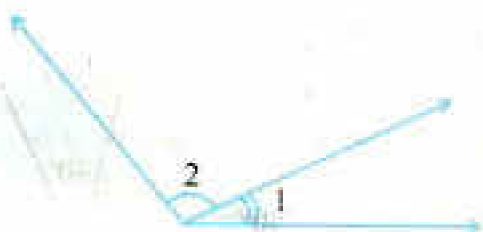
1. ਕੀ ਦੋ ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣ ਸੰਪੂਰਕ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ?
2. ਕੀ ਦੋ ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣ ਪੂਰਕ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ?
3. ਕੀ ਦੋ ਅਧਿਕ ਕੋਣ ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ
4. ਕੀ ਇੱਕ ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਇੱਕ ਅਧਿਕ ਕੋਣ ਦਾ ਲਾਗਵਾਂ ਕੋਣ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ?

5.2.4 ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ

ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣਾਂ **(linear pair)** ਦਾ ਉਹ ਜੋੜਾ ਹੈ ਜਿਸਦੀਆਂ ਗੈਰ-ਸਾਂਝੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਉੱਲਟ ਕਿਰਨਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

ਕੀ ∠1, ∠2 ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ ਹੈ? ਹਾਂ

(i)



ਕੀ ∠1, ∠2, ਇੱਕ ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ ਹੈ? ਨਹੀਂ (ਕਿਉਂ)

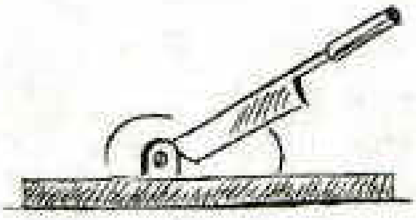
(ii)

ਚਿੱਤਰ 5.11

ਉਪਰੋਕਤ ਚਿੱਤਰ 5.11 (i) ਵਿੱਚ, ਦੇਖੋ ਕਿ ਉੱਲਟ ਕਿਰਨਾਂ (ਜਿਹੜੀਆਂ ਕਿ $\angle 1$ ਅਤੇ $\angle 2$ ਦੀਆਂ ਗੈਰ-ਸਾਂਝੀਆ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ) ਇੱਕ ਸਿੱਧੀ ਰੇਖਾ ਬਣਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $\angle 1 + \angle 2$ ਦਾ ਮਾਪ 180° ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਰੇਖੀ ਜੋੜੇ ਦੇ ਕੋਣ ਸੰਪੂਰਕ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਆਪਣੇ ਆਲੇ ਦੁਆਲੇ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਰੇਖੀ ਜੋੜੇ ਦੇ ਮਾਡਲ ਨੂੰ ਵੇਖਿਆ ਹੈ?

ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਵੇਖੋ ਦੋ ਸੰਪੂਰਕ ਕੋਣ ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ ਜਦੋਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਰੱਖਿਆ ਜਾਵੇ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਆਪਣੀ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚੋਂ ਰੇਖੀ ਜੋੜਿਆਂ ਦੀ ਉਦਾਹਰਣ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ? ਇੱਕ ਸਬਜ਼ੀ ਕੱਟਣ ਵਾਲੇ ਬੋਰਡ ਵੱਲ ਦੇਖੋ (ਚਿੱਤਰ 5.12)।



ਇੱਕ ਸਬਜ਼ੀ ਕੱਟਣ ਵਾਲਾ ਬੋਰਡ
ਕੱਟਣ ਵਾਲਾ ਬਲੇਡ, ਬੋਰਡ ਨਾਲ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ

ਇੱਕ ਪੈੱਨ ਸਟੈਂਡ
ਪੈੱਨ, ਸਟੈਂਡ ਨਾਲ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਚਿੱਤਰ 5.12

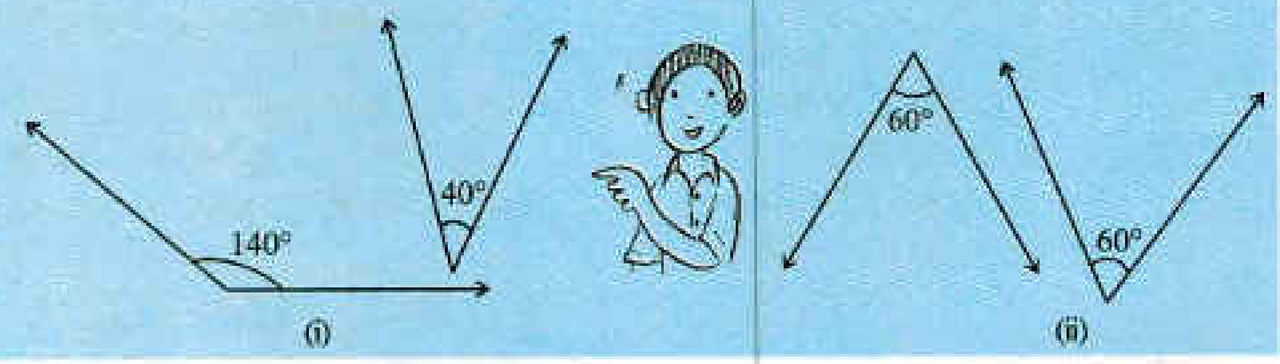
ਦੁਬਾਰਾ ਪੈੱਨ ਸਟੈਂਡ ਦੇਖੋ (ਚਿੱਤਰ 5.12)। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਪੈੱਨ, ਸਟੈਂਡ ਦੇ ਨਾਲ ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਸੋਚੋ, ਚਰਚਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਲਿਖੋ

1. ਕੀ ਦੋ ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਇੱਕ ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹਨ?
2. ਕੀ ਦੋ ਅਧਿਕ ਕੋਣ ਇੱਕ ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹਨ?
3. ਕੀ ਦੋ ਸਮਕੋਣ ਇੱਕ ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹਨ?

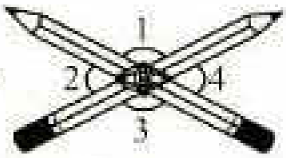
ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਜੋੜੇ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੇ ਦੋ ਕੋਣ ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ? (ਚਿੱਤਰ 5.13):



ਚਿੱਤਰ 5.13

5.2.5 ਸਿਖ਼ਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ



ਚਿੱਤਰ 5.14

ਦੋ ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਲਓ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਵਿਚਕਾਰੋਂ ਰਬੜ੍ਹ ਬੈਂਡ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਬੰਨੋ। ਜਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਚਿੱਤਰ 5.14 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਬਣੇ ਚਾਰੇ ਕੋਣਾਂ $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ ਅਤੇ $\angle 4$ ਵੱਲ ਵੇਖੋ।

$\angle 1$, $\angle 3$ ਦਾ ਸਿਖ਼ਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ ਹੈ। ਅਤੇ $\angle 4$, $\angle 2$ ਦਾ ਸਿਖ਼ਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ ਹੈ।

$\angle 1$ ਅਤੇ $\angle 3$ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਸਿਖ਼ਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣਾਂ (vertically opposite angles)ਦਾ ਇੱਕ ਜੋੜਾ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ।

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਸਿਖ਼ਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਹੋਰ ਜੋੜਿਆਂ ਦੇ ਨਾਮ ਦੱਸ ਸਕਦੇ ਹੋ।

ਕੀ $\angle 1$, $\angle 3$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਵਿਖਾਈ ਦੇਂਦਾ ਹੈ? ਕੀ $\angle 2$, $\angle 4$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਵਿਖਾਈ ਦੇਂਦਾ ਹੈ?

ਇਸ ਜਾਂਚ ਕਰਨ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਆਓ ਅਸੀਂ ਅਸਲ ਜਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚੋਂ ਸਿਖ਼ਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਣ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ (ਚਿੱਤਰ 5.15)।

ਚਿੱਤਰ 5.15

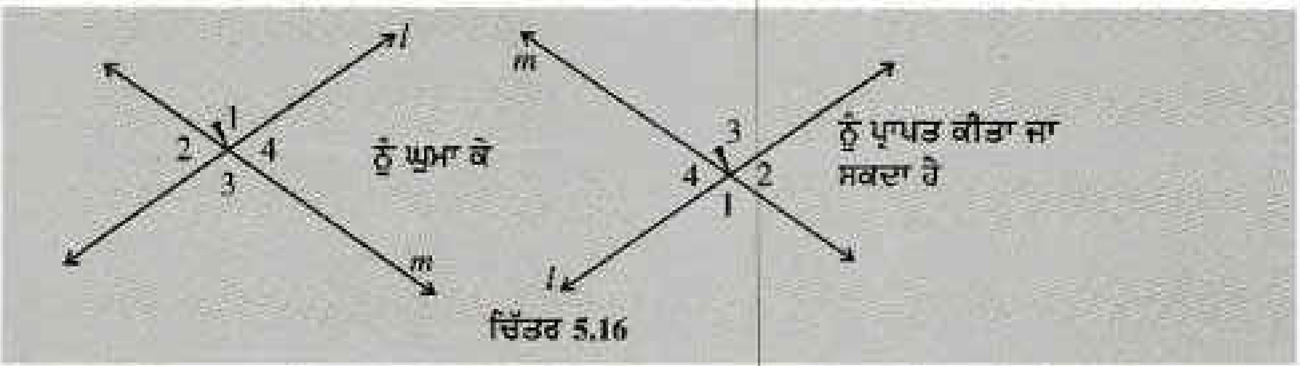
ਇਸਨੂੰ ਕਰੋ

ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ l ਅਤੇ m ਖਿੱਚੋ। ਹੁਣ ਤੁਸੀਂ ਚਿੱਤਰ 5.16 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ ਅਤੇ $\angle 4$ ਅੰਕਿਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ?

ਇਸਨੂੰ ਇੱਕ ਪਾਰਦਰਸ਼ੀ ਕਾਗਜ਼ (ਟਰੇਸ ਪੇਪਰ) ਉੱਤੇ ਟਰੇਸ ਕਰੋ।

ਇਸਨੂੰ ਅਸਲ ਚਿੱਤਰ ਉੱਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਰੱਖੋ $\angle 1$, $\angle 1$ ਨੂੰ ਅਤੇ $\angle 2$, $\angle 2$ ਨੂੰ ਢੱਕ ਲਵੇ। ... ਆਦਿ।

ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਇੱਕ ਪਿੰਨ ਲਗਾਓ। ਪਾਰਦਰਸ਼ੀ ਕਾਗਜ਼ ਨੂੰ 180° 'ਤੇ ਘੁਮਾਓ। ਕੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੁਬਾਰਾ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨਾਲ ਸੰਪਾਤੀ ਹੋ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ?



ਚਿੱਤਰ 5.16

ਤੁਹਾਨੂੰ ਪਤਾ ਲਗਦਾ ਹੈ ਕਿ $\angle 1$ ਅਤੇ $\angle 3$ ਨੇ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨਾਲ ਥਾਂ ਬਦਲ ਲਈ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $\angle 2$ ਅਤੇ $\angle 4$ ਨੇ ਵੀ ਆਪਣੀ ਜਗ੍ਹਾ ਬਦਲ ਲਈ ਹੈ। ਇਹ ਸਭ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ ਜਗ੍ਹਾ ਬਦਲੇ ਬਿਨਾਂ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।

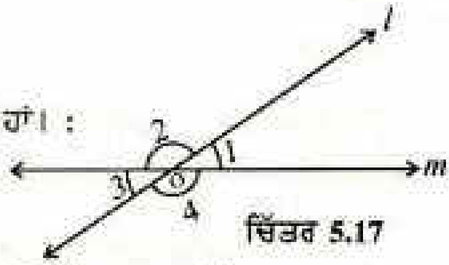
ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $\angle 1 = \angle 3$ ਅਤੇ $\angle 2 = \angle 4$

ਅਸੀਂ ਇਸ ਨਤੀਜੇ 'ਤੇ ਪਹੁੰਚਦੇ ਹਾਂ ਕਿ **ਜਦੋਂ ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ ਤਾਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਬਣੇ ਸਿਖਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।**

ਆਓ ਅਸੀਂ ਇਸ ਰੇਖਾ ਗਣਿਤਕ ਵਿਚਾਰ ਨੂੰ ਸਿੱਧ ਕਰੀਏ।

ਮੰਨ ਲਓ l ਅਤੇ m ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ (ਚਿੱਤਰ 5.17)।

ਅਸੀਂ ਇਸ ਨਤੀਜੇ ਤੇ ਤਰਕਸੰਗਤ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਪਹੁੰਚ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। :



ਚਿੱਤਰ 5.17

ਮੰਨ ਲਓ l ਅਤੇ m ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ ਜੋ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ O 'ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੋਣ $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ ਅਤੇ $\angle 4$ ਬਣਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।

ਅਸੀਂ ਸਿੱਧ ਕਰਨਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $\angle 1 = \angle 3$ ਅਤੇ $\angle 2 = \angle 4$

ਹੁਣ $\angle 1 = 180° - \angle 2$ ($\angle 1$ ਅਤੇ $\angle 2$ ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ। $\angle 1 + \angle 2 = 180°$) (i)

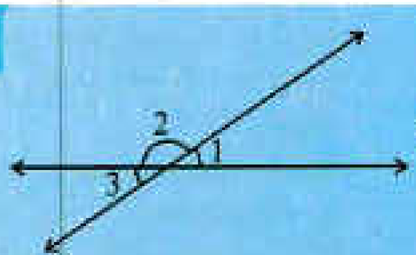
ਇਸੇ ਲਈ $\angle 3 = 180° - \angle 2$ ($\angle 2$, $\angle 3$ ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ ਇਸ ਲਈ $\angle 2 + \angle 3 = 180°$) (ii)

ਇਸੇ ਲਈ $\angle 1 = \angle 3$ [(i) ਅਤੇ (ii) ਤੋਂ]

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੀ ਅਸੀਂ ਸਿੱਧ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $\angle 2 = \angle 4$ (ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ)।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

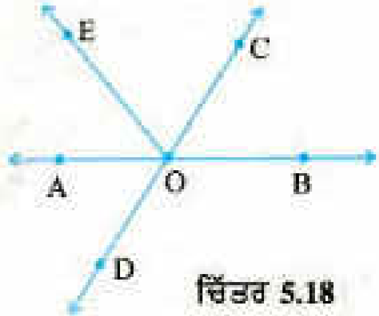
1. ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਜੇਕਰ $\angle 1 = 30°$, ਤਾਂ $\angle 2$ ਅਤੇ $\angle 3$ ਪਤਾ ਕਰੋ।
2. ਆਪਣੇ ਆਲੇ ਦੁਆਲੇ ਵਿੱਚੋਂ ਸਿਖਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਉਦਾਹਰਣ ਦਿਓ।



ਉਦਾਹਰਣ 1 : ਚਿੱਤਰ 5.18 ਵਿੱਚ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦੀ ਪਹਿਚਾਣ ਕਰੋ:

(i) ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਪੰਜ ਜੋੜੇ (ii) ਰਿੰਨ ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ

(iii) ਸਿਖਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਦੋ ਜੋੜੇ



ਚਿੱਤਰ 5.18

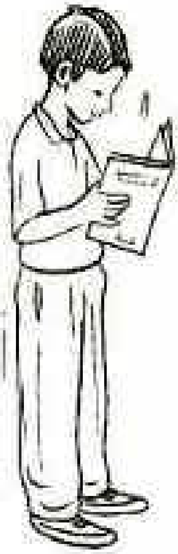
ਹੱਲ :

(i) ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਪੰਜ ਜੋੜੇ ਹਨ : ($\angle AOE$, $\angle EOC$), ($\angle EOC$, $\angle COB$), ($\angle AOC$, $\angle COB$), ($\angle COB$, $\angle BOD$), ($\angle EOB$, $\angle BOD$)

(ii) ਰੇਖੀ ਜੋੜੇ ਹਨ : ($\angle AOE$, $\angle EOB$), ($\angle AOC$, $\angle COB$), ($\angle COB$, $\angle BOD$)

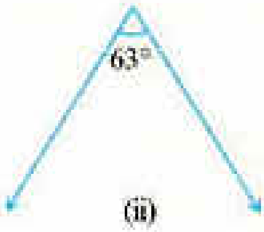
(iii) ਸਿਖ਼ਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ ਹਨ : ($\angle COB$, $\angle AOD$), ($\angle AOC$, $\angle BOD$)

ਅਭਿਆਸ 5.1

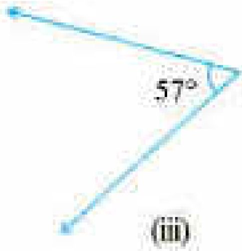


1. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਕੋਣਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਦਾ ਪੂਰਕ ਪਤਾ ਕਰੋ :

(i)



(ii)



(iii)

2. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਕੋਣਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਦਾ ਸੰਪੂਰਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।

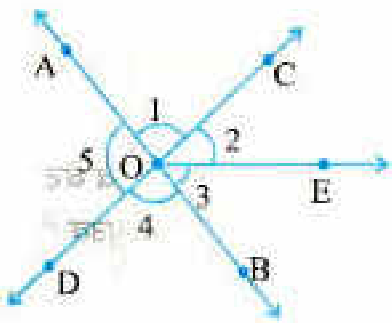
(i)

(ii)

(iii)

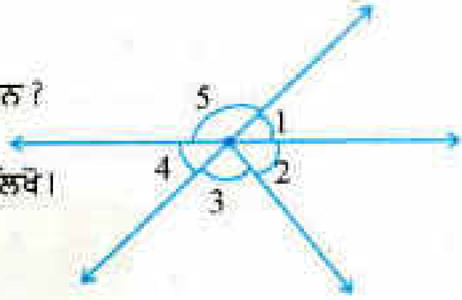
3. ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਜੋੜਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਪੂਰਕ ਅਤੇ ਸੰਪੂਰਕ ਜੋੜਿਆਂ ਦੀ ਪਹਿਚਾਨ ਕਰੋ।
   (i) 65°, 115° (ii) 63°, 27° (iii) 112°, 68°
   (iv) 130°, 50° (v) 45°, 45° (vi) 80°, 10°
4. ਅਜਿਹਾ ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ ਆਪਣੇ ਪੂਰਕ ਦੇ ਸਮਾਨ ਹੋਵੇ।
5. ਅਜਿਹਾ ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ ਆਪਣੇ ਸੰਪੂਰਕ ਦੇ ਸਮਾਨ ਹੋਵੇ।
6. ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ $\angle 1$ ਅਤੇ $\angle 2$ ਸੰਪੂਰਕ ਕੋਣ ਹਨ। ਜੇ $\angle 1$ ਨੂੰ ਘੱਟ ਕਰ ਦਿੱਤਾ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਕੋਣ $\angle 2$ ਵਿੱਚ ਕੀ ਤਬਦੀਲੀ ਆਵੇਗੀ ਤਾਂ ਕਿ ਦੋਨੋਂ ਕੋਣ ਫਿਰ ਵੀ ਸੰਪੂਰਕ ਰਹਿਣ।

7. ਕੀ ਦੋ ਅਜਿਹੇ ਕੋਣ ਸੰਪੂਰਕ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ ਜੇਕਰ ਉਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਦੋਵੇਂ
   (i) ਨਿਊਨ ਕੋਣ (ii) ਅਧਿਕ ਕੋਣ (iii) ਸਮ ਕੋਣ ਹੋਣ ?
8. ਇੱਕ ਕੋਣ 45° ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੈ। ਕੀ ਇਸਦਾ ਪੂਰਕ ਕੋਣ 45° ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਜਾਂ 45° ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜਾਂ 45° ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਹੈ ?
9. ਨਾਲ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ :
   (i) ਕੀ $\angle 1$, $\angle 2$ ਦਾ ਲਾਗਵਾਂ ਕੋਣ ਹੈ ?
   (ii) ਕੀ $\angle AOC$, $\angle AOE$ ਦਾ ਲਾਗਵਾਂ ਕੋਣ ਹੈ ?
   (iii) ਕੀ $\angle COE$ ਅਤੇ $\angle EOD$ ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ ?
   (iv) ਕੀ $\angle BOD$ ਅਤੇ $\angle DOA$ ਸੰਪੂਰਕ ਹਨ ?
   (v) ਕੀ $\angle 1$ ਦਾ ਸਿਖ਼ਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ $\angle 4$ ਹੈ ?
   (vi) $\angle 5$ ਦਾ ਸਿਖ਼ਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੀ ਹੈ ?

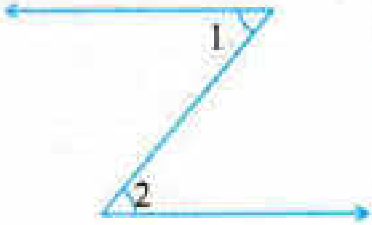


10. ਪਹਿਚਾਣ ਕਰੋ ਕਿ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਕਿਹੜੇ ਜੋੜੇ :

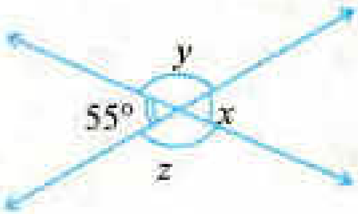
(i) ਸਿਖ਼ਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ ਹੈ। (ii) ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ ਹਨ ?



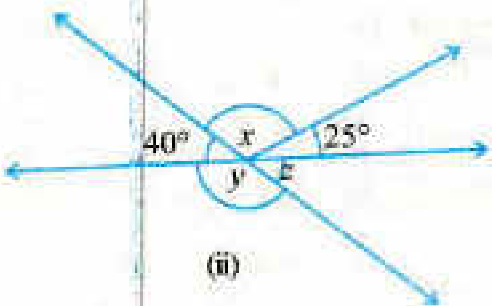
11. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਕੀ $\angle 1$, $\angle 2$ ਦਾ ਲਾਗਵਾਂ ਕੋਣ ਹੈ ? ਕਾਰਣ ਲਿਖੋ।



12. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਹਰੇਕ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਕੋਣ x, y ਅਤੇ z ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।



(i)



(ii)

13. ਖਾਲੀ ਥਾਵਾਂ ਭਰੋ :

(i) ਜੇ ਦੋ ਕੋਣ ਪੂਰਕ ਹਨ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਮਾਪਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ______ ਹੈ।

(ii) ਜੇ ਦੋ ਕੋਣ ਸੰਪੂਰਕ ਹਨ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਮਾਪਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ______ ਹੈ।

(iii) ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ ਬਣਾਉਣ ਵਾਲੇ ਦੋ ਕੋਣ ______ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

(iv) ਜੇ ਦੋ ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣ ਸੰਪੂਰਕ ਹਨ ਤਾਂ ਉਹ ______ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ।

(v) ਜੇ ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ ਤਾਂ ਸਿਖ਼ਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ ਹਮੇਸ਼ਾ ______ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

(vi) ਜੇ ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਜੇਕਰ ਸਿਖ਼ਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਜੋੜਾ ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਹੈ ਤਾਂ ਸਿਖ਼ਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ ਦਾ ਦੂਸਰਾ ਜੋੜਾ ______ ਹੈ।

14. ਨਾਲ ਦਿੱਤੀ ਅਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜਿਆ ਦੇ ਨਾਮ ਲਿਖੋ :

(i) ਸਿਖ਼ਰ ਸਨਮੁੱਖ ਅਧਿਕ ਕੋਣ

(ii) ਲਾਗਵੇਂ ਪੂਰਕ ਕੋਣ

(iii) ਸਮਾਨ ਸੰਪੂਰਕ ਕੋਣ

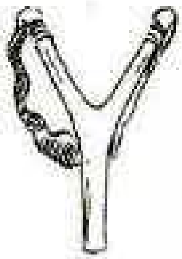
(iv) ਅਸਮਾਨ ਸੰਪੂਰਕ ਕੋਣ

(v) ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣ ਜੋ ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ ਨਹੀਂ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ ?

5.3 ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ

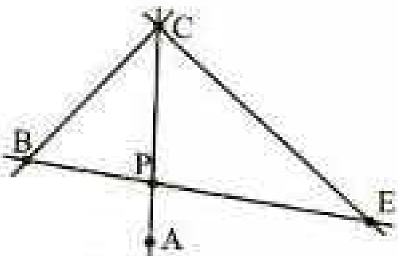
5.3.1 ਕਾਟਵੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ

ਚਿੱਤਰ 5.19



ਸਟੈਂਡ 'ਤੇ ਰੱਖੇ ਬਲੈਕ ਬੋਰਡ, ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਦੁਆਰਾ ਬਣਿਆ ਅੱਖਰ Y ਅਤੇ ਇੱਕ ਖਿੜਕੀ ਦਾ ਜਾਲੀ ਵਾਲਾ ਦਰਵਾਜਾ, ਇਨ੍ਹਾਂ ਸਾਰਿਆਂ ਵਿੱਚ ਸਾਂਝਾ ਕੀ ਹੈ ? ਇਹ ਕਾਟਵੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ (intersecting lines) ਦੇ ਉਦਾਹਰਣ ਹਨ (ਚਿੱਤਰ 5.19)। ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ l ਅਤੇ m ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ ਜੇਕਰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਸਾਂਝਾ ਹੋਵੇ। ਇਹ ਸਾਂਝਾ ਬਿੰਦੂ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਸੋਚੋ, ਚਰਚਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਲਿਖੋ



ਚਿੱਤਰ 5.20

ਚਿੱਤਰ 5.20 ਵਿੱਚ, AC ਅਤੇ BE, P 'ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ।
AC ਅਤੇ BC, C 'ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ। AC ਅਤੇ EC, C 'ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ।
ਕਾਟਵੇਂ ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ ਦੇ 10 ਹੋਰ ਜੋੜੇ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦਾ ਯਤਨ ਕਰੋ।
ਕੀ ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਜਾਂ ਰੇਖਾ-ਖੰਡ ਜਰੂਰ ਕੱਟਨੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ ?
ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦੋ ਰੇਖਾ-ਖੰਡਾਂ ਦਾ ਜੋੜਾ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਜੋ ਕਾਟਵੇਂ ਨਹੀਂ ਹਨ ? ਕੀ ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਇੱਕ ਤੋਂ ਵੱਧ ਬਿੰਦੂਆਂ 'ਤੇ ਕੱਟ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ। ਇਸ ਬਾਰੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

1. ਆਪਣੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਇਹੋ ਜਿਹੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਥੇ ਰੇਖਾਵਾਂ ਸਮਕੋਣ 'ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ।
2. ਇੱਕ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਸਿਖਰਾਂ 'ਤੇ ਕਾਟਵੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੁਆਰਾ ਬਣਾਏ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ।
3. ਇੱਕ ਆਇਤ ਬਣਾਓ ਅਤੇ ਕਾਟਵੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੁਆਰਾ ਬਣਾਏ ਚਾਰ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ।
4. ਜੇਕਰ ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ ਤਾਂ ਕੀ ਉਹ ਹਮੇਸ਼ਾ ਸਮਕੋਣ 'ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ ?

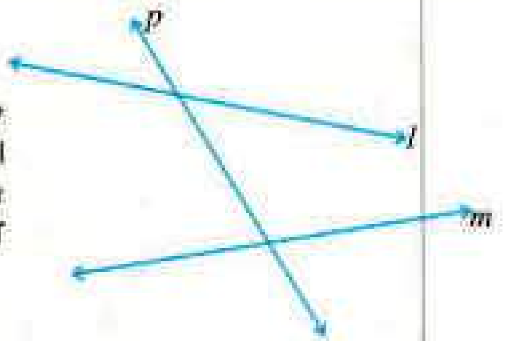
5.3.2 ਕਾਟਵੀ ਰੇਖਾ

ਤੁਸੀਂ ਦੋ ਜਾਂ ਵੱਧ ਸੜਕਾਂ ਨੂੰ ਪਾਰ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਇਕ ਸੜਕ ਵੇਖੀ ਹੋਵੇਗੀ ਜਾਂ ਕਈ ਹੋਰ ਰੇਲ ਪਟੜੀਆਂ ਨੂੰ ਪਾਰ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਇੱਕ ਰੇਲ ਪਟਰੀ ਵੇਖੀ ਹੋਵੇਗੀ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ (transversal) ਦਾ ਅਨੁਭਵ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 5.21)।

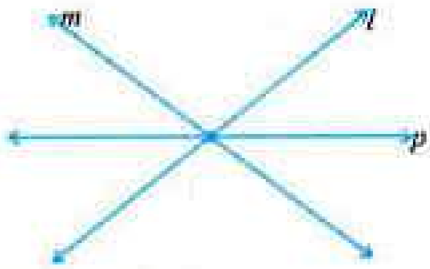
(i) ਚਿੱਤਰ 5.21 (ii)

ਇੱਕ ਅਜਿਹੀ ਰੇਖਾ ਜੋ ਦੋ ਜਾਂ ਵੱਧ ਰੇਖਾਵਾਂ ਨੂੰ ਭਿੰਨ-ਭਿੰਨ ਬਿੰਦੂਆਂ 'ਤੇ ਕੱਟਦੀ ਹੋ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਕਹਿਲਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ 5.22 ਵਿੱਚ p, ਰੇਖਾਵਾਂ l ਅਤੇ m ਦੀ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਹੈ।

ਚਿੱਤਰ 5.23 ਵਿੱਚ, p ਇੱਕ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਭਾਵੇਂ ਇਹ ਰੇਖਾਵਾਂ l ਅਤੇ m ਨੂੰ ਕੱਟਦੀ ਹੈ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਦੱਸ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿਉਂ ?



ਚਿੱਤਰ 5.22



ਚਿੱਤਰ 5.23

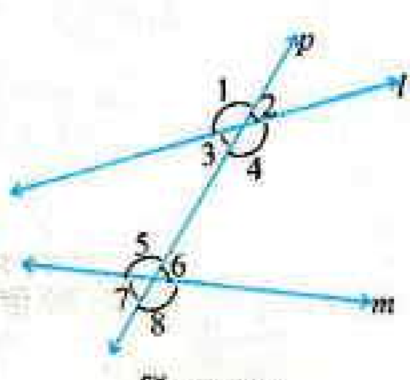
ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

1. ਮੰਨ ਲਓ ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦਿੱਤੀਆ ਹੋਈਆਂ ਹਨ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੇ ਲਈ ਤੁਸੀਂ ਕਿੰਨੀਆਂ ਕਾਟਵੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਖਿੱਚ ਸਕਦੇ ਹੋ ?
2. ਜੇ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਤਿੰਨ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਦੱਸੋ ਕਿੰਨੇ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ ਹਨ।
3. ਆਪਣੇ ਆਲੇ ਦੁਆਲੇ ਕੁੱਝ ਕਾਟਵੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਲੱਭਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ।

5.3.3 ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਦੁਆਰਾ ਬਣਾਏ ਕੋਣ

ਚਿੱਤਰ 5.24 ਵਿੱਚ, ਤੁਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹੋ ਕਿ ਰੇਖਾਵਾਂ l ਅਤੇ m ਨੂੰ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ p ਕੱਟ ਰਹੀ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਬਣਨ ਵਾਲੇ 1ਤੋਂ 8 ਕੋਣ ਤੱਕ ਦਰਸਾਏ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਨਾਮ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹਨ:

ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣ	$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6.$
ਬਾਹਰੀ ਕੋਣ	$\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$
ਸੰਗਤ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ	$\angle 1$ ਅਤੇ $\angle 5$, $\angle 2$ ਅਤੇ $\angle 6$, $\angle 3$ ਅਤੇ $\angle 7$, $\angle 4$ ਅਤੇ $\angle 8$.
ਇਕਾਂਤਰ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ	$\angle 3$ ਅਤੇ $\angle 6$, $\angle 4$ ਅਤੇ $\angle 5$
ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਦੇ ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਦੇ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ	$\angle 1$ ਅਤੇ $\angle 8$, $\angle 2$ ਅਤੇ $\angle 7$ $\angle 3$ ਅਤੇ $\angle 5$, $\angle 4$ ਅਤੇ $\angle 6$



ਚਿੱਤਰ 5.24

ਟਿੱਪਣੀ: ਚਿੱਤਰ 5.25 ਵਿੱਚ ($\angle 1$ ਅਤੇ $\angle 5$ ਵਰਗੇ) ਸੰਗਤ ਕੋਣਾਂ ਵਿੱਚ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸ਼ਾਮਲ ਹੁੰਦੇ ਹਨ :

(i) ਵੱਖ ਵੱਖ ਸਿਖਰ (ii) ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਦੇ ਇੱਕ ਹੀ ਪਾਸੇ ਬਣੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

(iii) ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਸੰਗਤ ਸਥਿਤੀਆਂ (ਉੱਪਰ ਜਾਂ ਹੇਠਾਂ, ਸੱਜੇ ਜਾਂ ਖੱਬੇ) ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

ਚਿੱਤਰ 5.25

ਚਿੱਤਰ 5.26

ਚਿੱਤਰ 5.26 ਵਿੱਚ ($\angle 3$ ਅਤੇ $\angle 6$ ਵਰਗੇ) ਅੰਦਰੂਨੀ ਇਕਾਂਤਰ ਕੋਣ

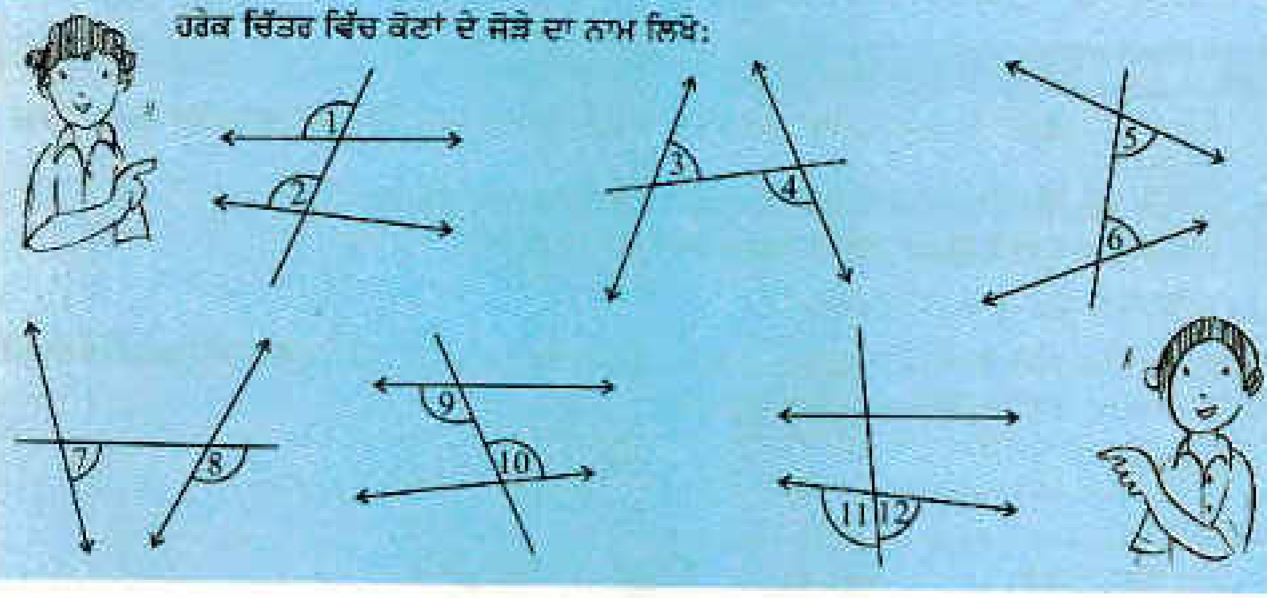
(i) ਦੋ ਵੱਖ - ਵੱਖ ਸਿਖਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

(ii) ਕਾਟਵੀ ਰੇਖਾ ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਸਥਿਤੀ ਤੇ ਬਣੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

(iii) ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੇ 'ਮੱਧ ' ਵਿੱਚ ਸਥਿਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਹਰੇਕ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਦਾ ਨਾਮ ਲਿਖੋ:



5.3.4 ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ

ਕੀ ਤੁਹਾਨੂੰ ਯਾਦ ਹੈ ਕਿ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਕੀ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਇਹ ਕਿਸੇ ਤਲ ਵਿੱਚ ਅਜਿਹੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਜੋ ਇਕ ਦੂਸਰੇ ਨਾਲ ਕਿਤੇ ਵੀ ਨਹੀਂ ਮਿਲਦੀਆਂ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ ਪਹਿਚਾਨ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ? (ਚਿੱਤਰ 5.27)

ਚਿੱਤਰ 5.27

ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਤੋਂ ਬਹੁਤ ਹੀ ਰੋਚਿਕ ਨਤੀਜੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕਰੋ

ਇੱਕ ਲਾਈਨਾਂ ਵਾਲਾ ਕਾਗਜ਼ ਲਵੋ। ਦੋ ਮੋਟੀਆਂ ਰੰਗਦਾਰ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ l ਅਤੇ m ਖਿੱਚੋ।

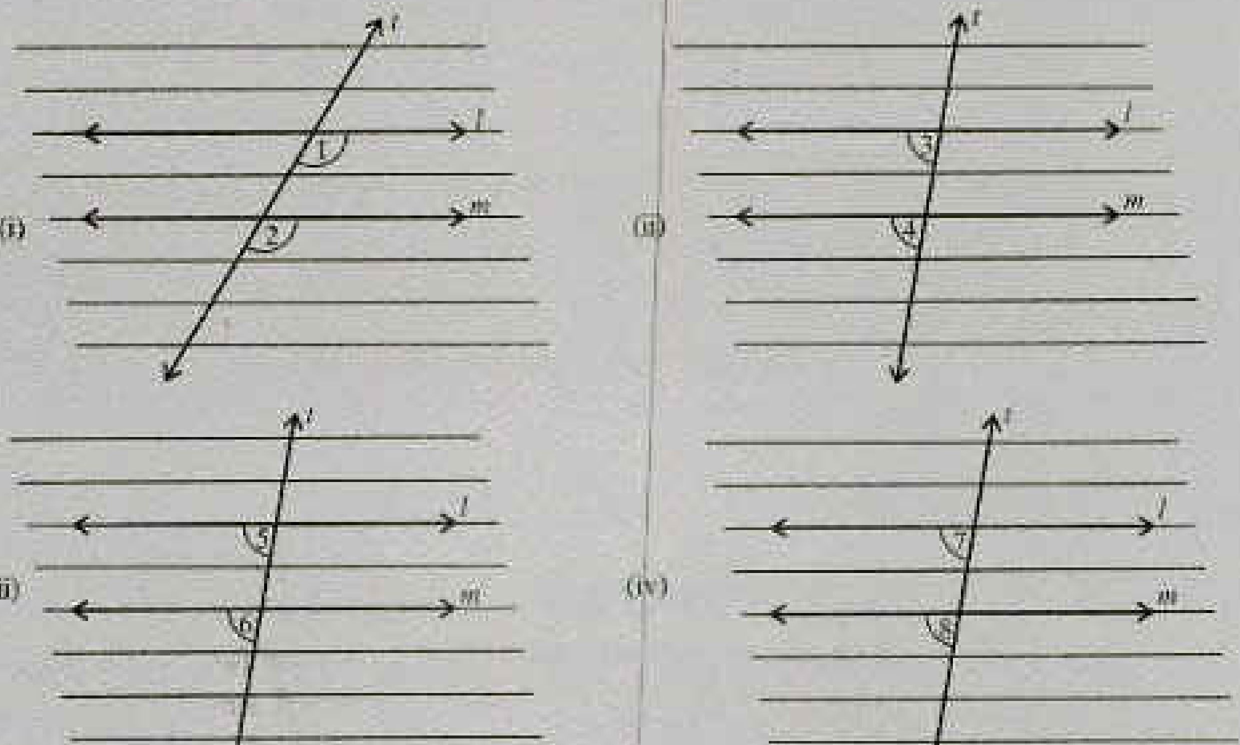
ਰੇਖਾਵਾਂ l ਅਤੇ m ਦੀ ਇੱਕ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ t ਖਿੱਚੋ। $\angle 1$ ਅਤੇ $\angle 2$ ਨੂੰ ਲੇਬਲ ਕਰੋ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 5.28(i) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਖਿੱਚੀ ਗਈ ਆਕ੍ਰਿਤੀ 'ਤੇ ਇੱਕ ਟਰੇਸਿੰਗ ਪੇਪਰ ਰੱਖੋ। ਰੇਖਾਵਾਂ l, m ਅਤੇ t ਦੀ ਨਕਲ ਬਣਾਉ

ਟਰੇਸਿੰਗ ਪੇਪਰ ਨੂੰ t ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਤਦ ਤੱਕ ਘੁਮਾਓ ਜਦੋਂ ਤੱਕ l, m ਦੇ ਸੰਪਾਤੀ ਨਾ ਹੋ ਜਾਵੇ। ਤੁਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹੋ ਕਿ ਨਕਲ ਚਿੱਤਰ ਦਾ $\angle 1$, ਮੂਲ ਚਿੱਤਰ ਦੇ $\angle 2$ ਦੇ ਸੰਪਾਤੀ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਨਤੀਜਿਆਂ ਨੂੰ ਟਰੇਸਿੰਗ ਜਾਂ ਘੁਮਾਉਣ ਦੀ ਕਿਰਿਆ ਨਾਲ ਵੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ।

(i) $\angle 1 = \angle 2$ (ii) $\angle 3 = \angle 4$ (iii) $\angle 5 = \angle 6$ (iv) $\angle 7 = \angle 8$

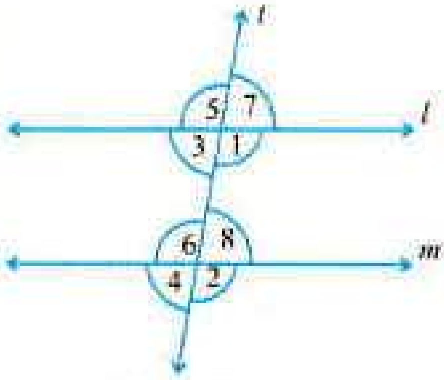


ਚਿੱਤਰ 5.28

ਇਹ ਕਿਰਿਆ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੱਚਾਈਆਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ:

ਜੇ ਦੋ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਕਿਸੇ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਦੁਆਰਾ ਕੱਟੀਆਂ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ ਤਾਂ ਸੰਗਤ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਹਰੇਕ ਜੋੜੇ ਦਾ ਮਾਪ ਸਮਾਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਨਤੀਜੇ ਨੂੰ ਵਰਤ ਕੇ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਹੋਰ ਦਿਲਚਸਪ ਨਤੀਜਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਚਿੱਤਰ 5.29 ਨੂੰ ਵੇਖੋ।



ਚਿੱਤਰ 5.29

ਜਦੋਂ ਰੇਖਾ t ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ l ਅਤੇ m, ਨੂੰ ਕੱਟਦੀ ਹੈ।

ਤਾਂ $\angle 3 = \angle 7$ (ਸਿਖ਼ਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ)

ਪਰੰਤੂ $\angle 7 = \angle 8$ (ਸੰਗਤ ਕੋਣ) ਇਸ ਲਈ $\angle 3 = \angle 8$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਤੁਸੀਂ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ $\angle 1 = \angle 6$.

ਇਸ ਲਈ, ਸਾਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆ ਨਤੀਜਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ :

ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਦੋ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਨੂੰ ਕੱਟੇ ਤਾਂ ਅੰਦਰਲੇ ਇਕਾਂਤਰ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਸਮਾਨ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

ਇਹ ਦੂਜਾ ਨਤੀਜਾ ਇੱਕ ਹੋਰ ਰੋਚਕ ਗੁਣ ਵੱਲ ਸਾਨੂੰ ਲੈ ਕੇ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਦੁਬਾਰਾ ਚਿੱਤਰ 5.29 ਤੋਂ, $\angle 3 + \angle 1 = 180°$ ($\angle 3$ ਅਤੇ $\angle 1$ ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ)

ਪਰੰਤੂ $\angle 1 = \angle 6$ (ਅੰਦਰਲੇ ਇਕਾਂਤਰ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਜੋੜਾ)

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $\angle 3 + \angle 6 = 180°$।

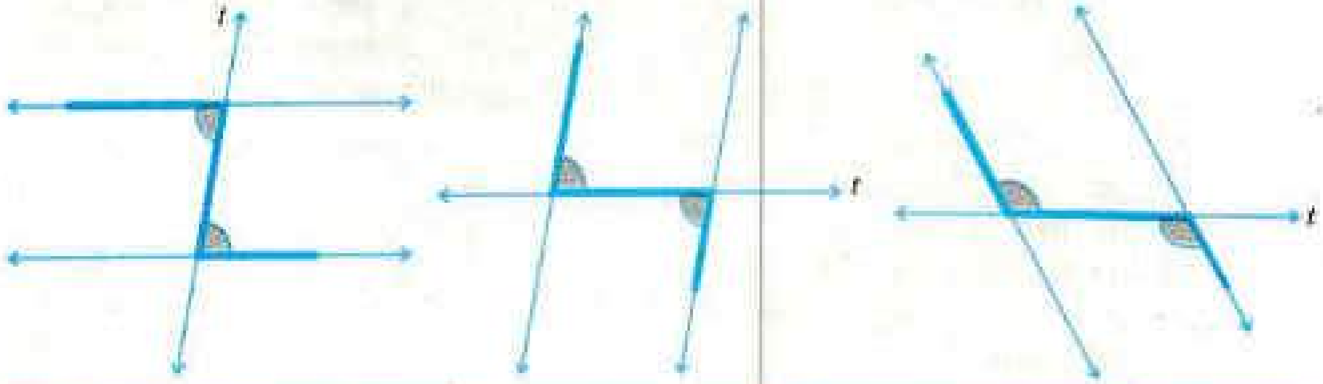
ਇਸੇ ਪ੍ਰਕਾਰ $\angle 1 + \angle 8 = 180°$. ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਾਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਨਤੀਜੇ ਦੀ ਪ੍ਰਾਪਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ:

ਜੇ ਇੱਕ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਦੋ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਨੂੰ ਕੱਟਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਦੇ ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਦੇ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਹਰੇਕ ਜੋੜਾ ਸੰਪੂਰਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਸਬੰਧਤ ਚਿੱਤਰਾਂ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਵਿੱਚ ਰੱਖਦੇ ਹੋਏ ਤੁਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਨਤੀਜਿਆਂ ਨੂੰ ਬਹੁਤ ਆਸਾਨੀ ਨਾਲ ਯਾਦ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ:

ਸੰਗਤ ਕੋਣਾਂ ਲਈ F-ਆਕਾਰ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਵਿੱਚ ਰੱਖੋ।

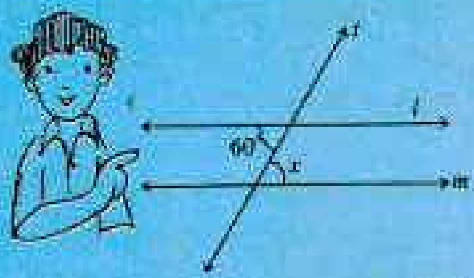
ਇਕਾਂਤਰ ਕੋਣਾਂ ਲਈ Z - ਆਕਾਰ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਵਿੱਚ ਰੱਖੋ।



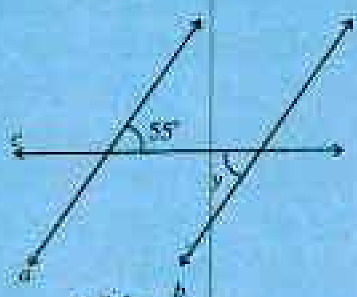
ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕਰੋ

ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਜੋੜਾ ਅਤੇ ਇੱਕ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੋ। ਕੋਣਾਂ ਨੂੰ ਮਾਪ ਕੇ ਉਪਰੋਕਤ ਤਿੰਨਾਂ ਕਥਨਾਂ ਦੀ ਸੱਚਾਈ ਦੀ ਪਰਖ ਕਰੋ।

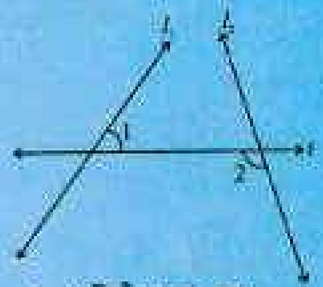
ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ



$l \parallel m$,
t ਇੱਕ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਹੈ
$\angle x = ?$

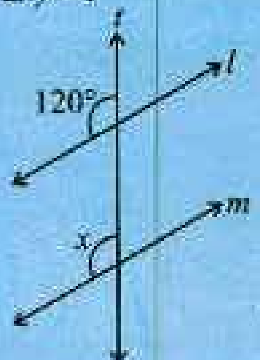


$a \parallel b$,
c ਇੱਕ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਹੈ
$\angle y = ?$

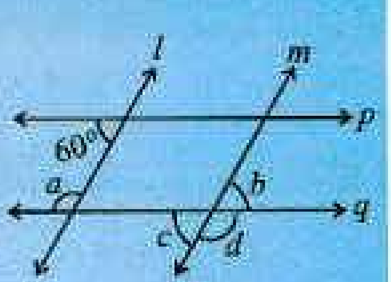


l_1, l_2 ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ,
t ਇੱਕ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਹੈ।
ਕੀ $\angle 1 = \angle 2$ ਹੈ?

$l \parallel m$,
t ਇੱਕ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਹੈ
$\angle z = ?$



$l \parallel m$,
t ਇੱਕ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਹੈ
$\angle x = ?$

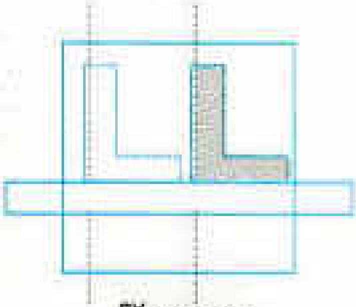


$l \parallel m$, $p \parallel q$,
a, b, c, d ਪਤਾ ਕਰੋ?

5.4 ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ ਜਾਂਚ

ਜੇ ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਸਮਾਂਤਰ ਹਨ ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇੱਕ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ, ਸਮਾਨ ਸੰਗਤ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਜੋੜਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਸਮਾਨ ਅੰਦਰਲੇ ਇਕਾਂਤਰ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਦੇ ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਦੇ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣ ਜੋ ਸਪੂੰਰਕ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

ਜਦੋਂ ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦਿੱਤੀਆ ਹੋਣ ਤਾਂ ਕੀ ਕੋਈ ਇਹੋ ਜਿਹੀ ਵਿਧੀ ਹੈ ਜਿਸ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਇਹ ਜਾਂਚ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕੇ ਕਿ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਸਮਾਂਤਰ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ? ਜੀਵਨ ਨਾਲ ਜੁੜੇ ਅਨੇਕਾਂ ਮੌਕਿਆਂ 'ਤੇ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਸ ਹੁਨਰ ਦੀ ਜਰੂਰਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।


ਚਿੱਤਰ 5.30

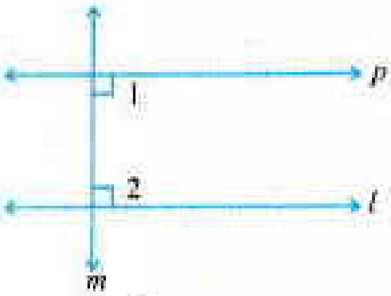

ਚਿੱਤਰ 5.31

ਇਨ੍ਹਾਂ ਖੰਡਾਂ ਨੂੰ (ਚਿੱਤਰ 5.30) ਖਿੱਚਣ ਲਈ ਇੱਕ ਨਕਸ਼ਾ ਨਵੀਸ, ਤਰਖਾਣ ਦੇ ਵਰਗ ਅਤੇ ਫੁੱਟੇ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਉਹ ਦਾਵਾ ਕਰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਸਮਾਂਤਰ ਹਨ। ਕਿਵੇਂ? ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਉਸਨੇ ਸੰਗਤ ਕੋਣਾਂ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਰੱਖਿਆ ਹੈ (ਇਥੇ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਕੀ ਹੈ?)

ਇਸ ਲਈ ਜਦੋਂ ਇੱਕ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਕੱਟਦੀ ਹੈ ਕਿ ਸੰਗਤ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਸਮਾਨ ਹੋਣ ਤਾਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਸਮਾਂਤਰ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

ਅੱਖਰ Z (ਚਿੱਤਰ 5.31) ਨੂੰ ਵੇਖੋ ਇਥੇ ਖਤਿਜੀ ਖੰਡ ਸਮਾਂਤਰ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਇਕਾਂਤਰ ਕੋਣ ਸਮਾਨ ਹਨ।

ਜਦੋਂ ਇੱਕ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੱਟਦੀ ਹੈ ਕਿ ਅੰਦਰਲੇ ਇਕਾਂਤਰ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਸਮਾਨ ਹੋਣ ਤਾਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਸਮਾਂਤਰ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।



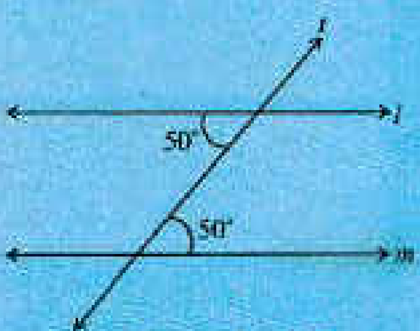
ਚਿੱਤਰ 5.32

ਇੱਕ ਰੇਖਾ l ਖਿੱਚੋ (ਚਿੱਤਰ 5.32).

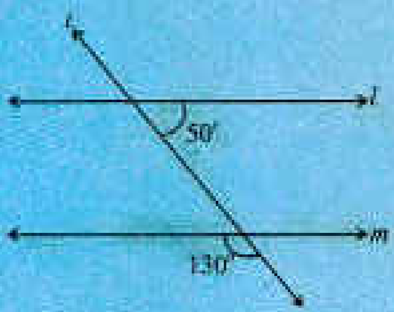
ਇੱਕ ਰੇਖਾ l 'ਤੇ ਰੇਖਾ m ਲੰਬ ਖਿੱਚੋ। ਇੱਕ ਰੇਖਾ p ਖਿੱਚੋ ਜੋ p, m ਦੇ ਲੰਬ ਹੋਵੇ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਰੇਖਾ p, l 'ਤੇ ਲੰਬ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $p \parallel l$ ਹੈ ਪ੍ਰੰਤੂ ਕਿਵੇਂ? ਇਹ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੈ ਕਿ ਤੁਸੀਂ p ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਖਿੱਚਿਆ ਹੈ ਕਿ $\angle 1 + \angle 2 = 180°$.

ਇਸ ਲਈ ਹੁਣ ਇੱਕ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਕੱਟਦੀ ਹੈ ਕਿ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਦੇ ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਬਣੇ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜਾ ਸੰਪੂਰਕ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਸਮਾਂਤਰ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

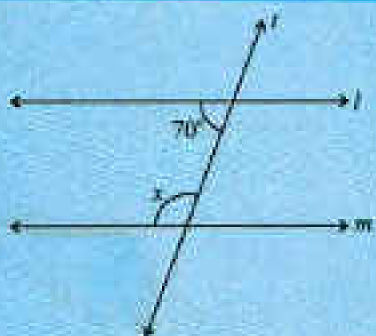
ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ



ਕੀ $l \parallel m$ ਹੈ? ਕਿਉਂ

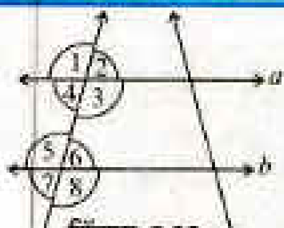


ਕੀ $l \parallel m$ ਹੈ? ਕਿਉਂ

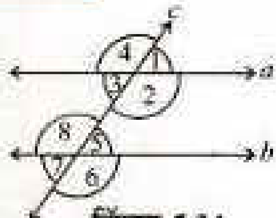


ਜੇਕਰ $l \parallel m$, ਤਾਂ x ਕੀ ਹੈ?

ਅਭਿਆਸ 5.2

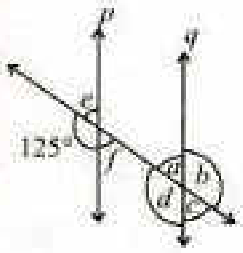


ਚਿੱਤਰ 5.33

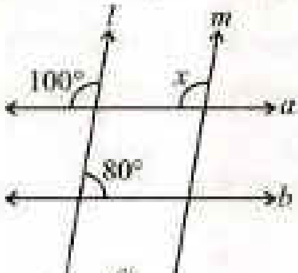


ਚਿੱਤਰ 5.34

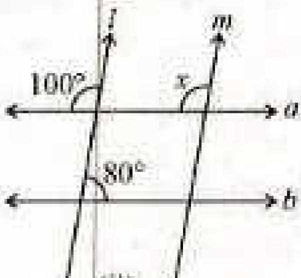
1. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਕਥਨ ਵਿੱਚ ਵਰਤੇ ਗਏ ਗੁਣ ਦਾ ਵਰਨਣ ਕਰੋ (ਚਿੱਤਰ 5.33)।
   (i) ਜੇ $a \parallel b$, ਤਾਂ $\angle 1 = \angle 5$
   (ii) ਜੇ $\angle 4 = \angle 6$, ਤਾਂ $a \parallel b$
   (iii) ਜੇ $\angle 4 + \angle 5 = 180°$, ਤਾਂ $a \parallel b$
2. ਚਿੱਤਰ 5.34 ਵਿੱਚ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦੀ ਪਹਿਚਾਣ ਕਰੋ :
   (i) ਸੰਗਤ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜਾ (ii) ਅੰਦਰਲੇ ਇਕਾਂਤਰ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ
   (iii) ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਦੇ ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਦੇ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ
   (iv) ਸਿਖ਼ਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ



3. ਨਾਲ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ $p \parallel q$, ਬਾਕੀ ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰੋ।
4. ਜੇਕਰ $l \parallel m$ ਹੈ, ਤਾਂ ਹੇਠਾਂ ਬਣੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਵਿੱਚ x ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

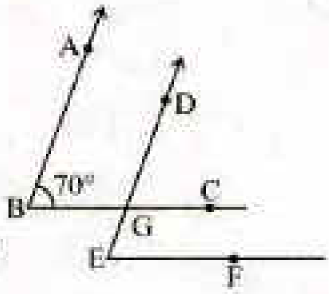


(i)

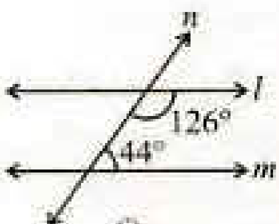


(ii)

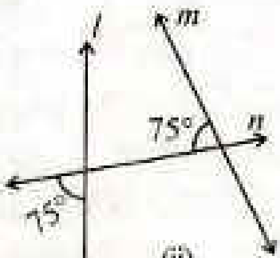
5. ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦੋ ਕੋਣਾਂ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਸਮਾਂਤਰ ਹਨ ਜੇ $\angle ABC = 70°$, ਤਾਂ
   (i) $\angle DGC$ ਪਤਾ ਕਰੋ।
   (ii) $\angle DEF$ ਪਤਾ ਕਰੋ।



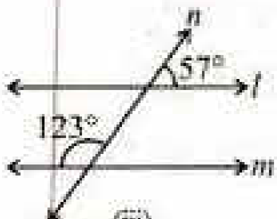
6. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਫੈਸਲਾ ਕਰੋ ਕਿ ਕੀ l, m ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੈ।



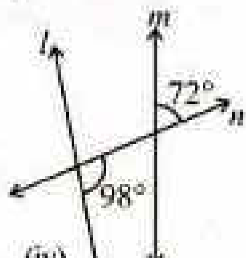
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

ਅਸੀਂ ਕੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ?

1. ਅਸੀਂ ਯਾਦ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ
   (i) ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਖੰਡ ਦੇ ਦੋ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।
   (ii) ਇੱਕ ਕਿਰਨ ਦਾ ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂ (ਇਸਦਾ ਸਿਖ਼ਰ) ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
   (iii) ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਦਾ ਕਿਸੇ ਪਾਸੇ ਵੀ ਕੋਈ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।

2. ਇੱਕ ਕੋਣ ਤਾਂ ਹੀ ਬਣਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ (ਜਾਂ ਕਿਰਨ ਜਾਂ ਰੇਖਾ ਖੰਡ) ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ।

ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ	ਸ਼ਰਤ
ਦੋ ਪੂਰਕ ਕੋਣ	ਮਾਪਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 90° ਹੈ।
ਦੋ ਸੰਪੂਰਕ ਕੋਣ	ਮਾਪਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 180° ਹੈ।
ਦੋ ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣ	ਸਾਂਝਾ ਸਿਖ਼ਰ ਅਤੇ ਸਾਂਝੀ ਭੁਜਾ ਪ੍ਰੰਤੂ ਕੋਈ ਸਾਂਝਾ ਅੰਦਰਲਾ ਭਾਗ ਨਹੀਂ।
ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ	ਲਾਗਵਾਂ ਅਤੇ ਸੰਪੂਰਕ

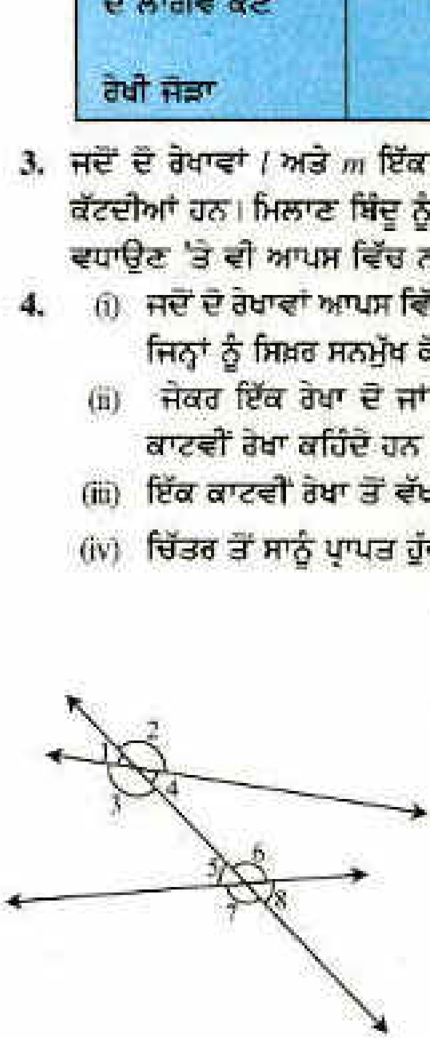
3. ਜਦੋਂ ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ l ਅਤੇ m ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਰੇਖਾਵਾਂ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ। ਮਿਲਾਣ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ ਕਹਿਲਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਹੋ ਜਿਹੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਵਧਾਉਣ 'ਤੇ ਵੀ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਮਿਲਦੀਆਂ, ਨੂੰ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

4. (i) ਜਦੋਂ ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ ਤਾਂ ਦੋ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਸਿਖ਼ਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਮਾਪ ਸਮਾਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

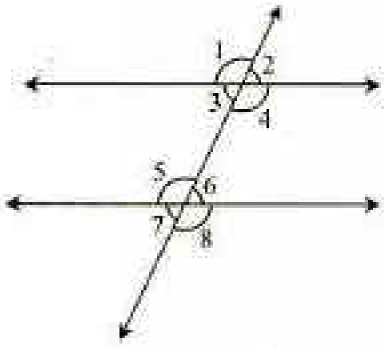
(ii) ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਦੋ ਜਾਂ ਵੱਧ ਰੇਖਾਵਾਂ ਨੂੰ ਵੱਖ ਵੱਖ ਬਿੰਦੂਆਂ 'ਤੇ ਕੱਟਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਨੂੰ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

(iii) ਇੱਕ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਤੋਂ ਵੱਖ ਵੱਖ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਕੋਣ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

(iv) ਚਿੱਤਰ ਤੋਂ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।



ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਕਾਰ	ਦਰਸਾਏ ਕੋਣ
ਅੰਦਰਲੇ	$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$
ਬਾਹਰੀ	$\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$
ਸੰਗਤ	$\angle 1$ ਅਤੇ $\angle 5$, $\angle 2$ ਅਤੇ $\angle 6$, $\angle 3$ ਅਤੇ $\angle 7$, $\angle 4$ ਅਤੇ $\angle 8$
ਅੰਦਰਲੇ ਇਕਾਂਤਰ	$\angle 3$ ਅਤੇ $\angle 6$, $\angle 4$ ਅਤੇ $\angle 5$.
ਬਾਹਰੀ ਇਕਾਂਤਰ	$\angle 1$ ਅਤੇ $\angle 8$, $\angle 2$ ਅਤੇ $\angle 7$.
ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਦੇ ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਦੇ ਕੋਣ	$\angle 3$ ਅਤੇ $\angle 5$, $\angle 4$ ਅਤੇ $\angle 6$.



(v) ਜਦੋਂ ਇੱਕ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਦੋ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਨੂੰ ਕੱਟਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਦਿਲਚਸਪ ਸੰਬੰਧ ਮਿਲਦੇ ਹਨ। ਸੰਗਤ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਹਰੇਕ ਜੋੜਾ ਸਮਾਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ : $\angle 1 = \angle 5$, $\angle 3 = \angle 7$, $\angle 2 = \angle 6$, $\angle 4 = \angle 8$

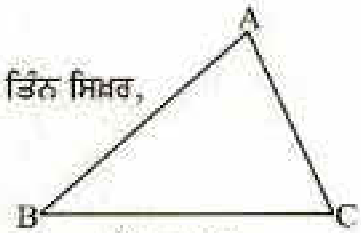
ਅੰਦਰਲੇ ਇਕਾਂਤਰ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਸਮਾਨ ਹੁੰਦੇ ਹਨ: $\angle 3 = \angle 6$, $\angle 4 = \angle 5$

ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾਂ ਦੇ ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਬਣੇ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਹਰੇਕ ਜੋੜਾ ਸੰਪੂਰਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ: $\angle 3 + \angle 5 = 180°$, $\angle 4 + \angle 6 = 180°$

ਅਧਿਆਇ 6

ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਗੁਣ

6.1 ਭੂਮਿਕਾ



ਚਿੱਤਰ 6.1

ਤੁਸੀਂ ਦੇਖ ਚੁੱਕੇ ਹੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜ, ਤਿੰਨ ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ ਤੋਂ ਬਣੀ ਇੱਕ ਬੰਦ ਸਰਲ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਹੈ। ਇਸਦੇ ਤਿੰਨ ਸਿਖ਼ਰ, ਤਿੰਨ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਤਿੰਨ ਕੋਣ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

ਇੱਥੇ ਇੱਕ ΔABC (ਚਿੱਤਰ 6.1) ਹੈ। ਇਸ ਵਿੱਚ :

ਭੁਜਾਵਾਂ : $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$

ਕੋਣ : $\angle BAC$, $\angle ABC$, $\angle BCA$

: A, B, C

ਸਿਖ਼ਰ A ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਭੁਜਾ $\overline{BC}$ ਹੈ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਭੁਜਾ $\overline{AB}$ ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਕੋਣ ਦਾ ਨਾਮ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ? ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ਕਿ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਵਰਗੀਕਰਣ (i) ਭੁਜਾਵਾਂ (ii) ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ ਕਿਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

(i) ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਅਧਾਰ 'ਤੇ : ਬਿਖਮਭੁਜੀ, ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਅਤੇ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ।

(ii) ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ : ਨਿਊਨ ਕੋਣ, ਅਧਿਕ ਕੋਣ ਅਤੇ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ।

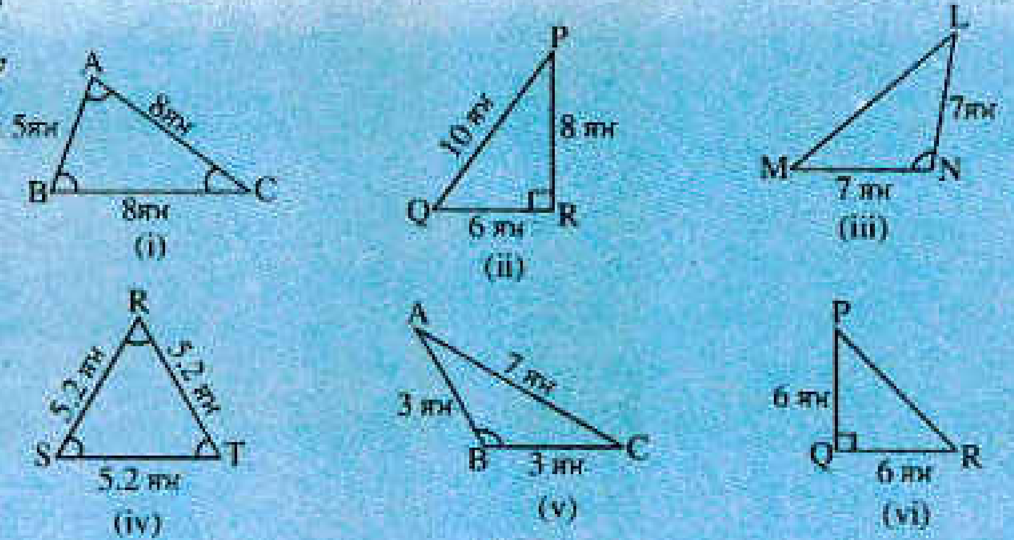
ਉੱਪਰ ਦੱਸੇ ਗਏ, ਸਾਰੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਆਕਾਰਾਂ ਦੇ ਨਮੂਨੇ, ਕਾਗਜ਼ ਤੋਂ ਕੱਟਕੇ ਬਣਾਓ। ਆਪਣੇ ਨਮੂਨਿਆਂ ਦੀ, ਮਿੱਤਰਾਂ ਦੇ ਨਮੂਨਿਆਂ ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਬਾਰੇ ਵਿੱਚ ਚਰਚਾ ਕਰੋ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

1. ΔABC ਦੇ ਛੇ ਭਾਗ ਜਾਂ ਤੱਤ (ਤਿੰਨ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਤਿੰਨ ਕੋਣਾਂ) ਦੇ ਨਾਮ ਲਿਖੋ।
2. ਲਿਖੋ:
   (i) ΔPQR ਦੇ ਸਿਖ਼ਰ Q ਦੀ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾ
   (ii) ΔLMN ਦੀ ਭੁਜਾ LM ਦਾ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ
   (iii) ΔRST ਦੀ ਭੁਜਾ RT ਦਾ ਸਨਮੁੱਖ ਸਿਖ਼ਰ

3. ਚਿੱਤਰ 6.2 ਦੇਖੋ ਅਤੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰ ਇੱਕ ਦਾ ਵਰਗੀਕਰਣ ਕਰੋ :

(a) ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ (b) ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ



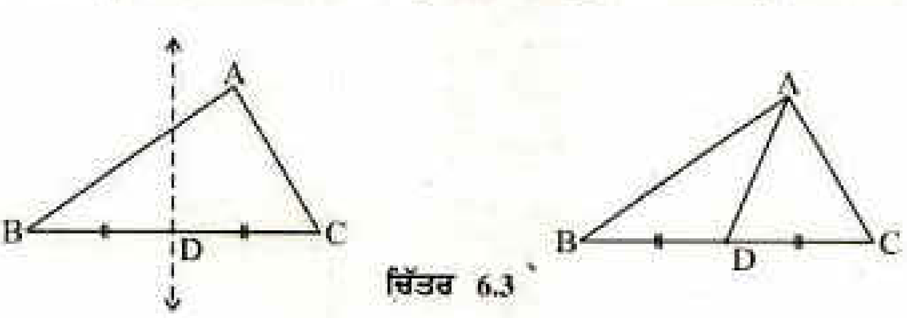
ਚਿੱਤਰ 6.2

ਆਓ, ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਬਾਰੇ ਕੁੱਝ ਹੋਰ ਜਾਨਣ ਦਾ ਯਤਨ ਕਰੀਏ।

6.2 ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਮੱਧਿਕਾਵਾਂ

ਤੁਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇੱਕ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਰੇਖਾ ਖੰਡ ਦਾ ਲੰਬ ਸਮਦੁਭਾਜਕ ਕਾਗਜ਼ ਮੋੜਨ ਦੀ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਜਾਂ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਕਿਵੇਂ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਕਾਗਜ਼ ਦੇ ਟੁੱਕੜੇ ਤੋਂ ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਕੱਟੋ (ਚਿੱਤਰ 6.3)। ਇਸਦੀ ਕੋਈ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਮੰਨ ਲਵੋ $\overline{BC}$ ਲਵੋ। ਕਾਗਜ਼ ਮੋੜਨ ਦੀ ਵਿਧੀ ਨਾਲ $\overline{BC}$ ਦਾ ਲੰਬ ਸਮਦੁਭਾਜਕ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਕਾਗਜ਼ ਉੱਪਰ ਮੋੜ ਦੀ ਤਹਿ, ਭੁਜਾ $\overline{BC}$ ਨੂੰ D ਉੱਪਰ ਕੱਟਦੀ ਹੈ। ਜੋ ਉਸਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹੈ। ਸਿਖ਼ਰ A ਨੂੰ D ਨਾਲ ਮਿਲਾਓ।



ਚਿੱਤਰ 6.3

ਰੇਖਾ ਖੰਡ AD, ਜੋ ਭੁਜਾ $\overline{BC}$ ਦੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ D ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਸਿਖ਼ਰ A ਨਾਲ ਜੋੜਦਾ ਹੈ, ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਇੱਕ ਮੱਧਿਕਾ ਹੈ।

ਭੁਜਾਵਾਂ $\overline{AB}$ ਅਤੇ $\overline{CA}$ ਲੈ ਕੇ, ਇਸ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਦੋ ਹੋਰ ਮੱਧਿਕਾਵਾਂ ਖਿੱਚੋ। ਮੱਧਿਕਾ, ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਇੱਕ ਸਿਖ਼ਰ ਨੂੰ, ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਬਿੰਦੂ ਨਾਲ ਮਿਲਾਉਂਦੀ ਹੈ।

ਸੋਚੋ, ਚਰਚਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਲਿਖੋ

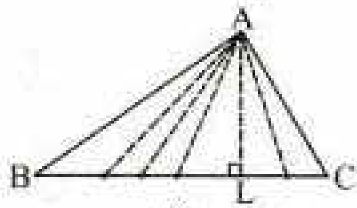
1. ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੀਆਂ ਮੱਧਿਕਾਵਾਂ ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ ?
2. ਕੀ ਇੱਕ ਮੱਧਿਕਾ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਅੰਦਰ ਸਥਿਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ? (ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਸਮਝਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇਹ ਸੱਚ ਨਹੀਂ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸ ਸਥਿਤੀ ਦੇ ਲਈ ਇੱਕ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਉ।

6.3 ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਸਿਖ਼ਰ ਲੰਬ

ਚਿੱਤਰ 6.4

ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਆਕਾਰ ਵਾਲਾ ਗੱਤੇ ਦਾ ਇੱਕ ਟੁੱਕੜਾ ABC ਲਵੋ। ਇਸਨੂੰ ਇੱਕ ਮੇਜ਼ ਉੱਪਰ ਸਿੱਧਾ (ਉੱਪਰ ਵੱਲ) ਖੜ੍ਹਾ ਕਰੋ। ਇਸਦੀ ਉੱਚਾਈ ਕਿੰਨੀ ਹੈ ? ਇਹ ਉੱਚਾਈ ਸਿਖ਼ਰ A ਤੋਂ ਭੁਜਾ $\overline{BC}$ ਤੱਕ ਦੀ ਦੂਰੀ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 6.4)।

ਸਿਖ਼ਰ A ਤੋਂ ਭੁਜਾ $\overline{BC}$ ਤੱਕ ਅਨੇਕ ਰੇਖਾਖੰਡ ਖਿੱਚੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ (ਚਿੱਤਰ 6.5)। ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਉਚਾਈ ਕਿਹੜਾ ਰੇਖਾਖੰਡ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 6.5

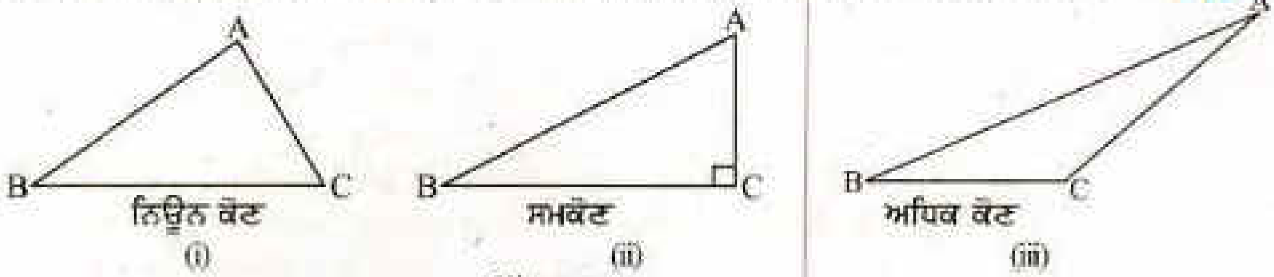
ਉਹ ਰੇਖਾਖੰਡ ਜੋ ਸਿਖ਼ਰ A ਤੋਂ ਸਿੱਧਾ (ਉੱਪਰ ਵੱਲ) ਹੇਠਾਂ $\overline{BC}$ ਤੱਕ ਅਤੇ ਉਸ ਉੱਪਰ ਲੰਬ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਇਸਦੀ ਉਚਾਈ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਰੇਖਾਖੰਡ AL ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਇੱਕ ਸਿਖ਼ਰ ਲੰਬ ਹੈ।

ਸਿਖ਼ਰ ਲੰਬ ਦਾ ਇੱਕ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂ, ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਇੱਕ ਸਿਖ਼ਰ ਉੱਪਰ ਅਤੇ ਦੂਸਰਾ ਬਿੰਦੂ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾ ਬਣਾਉਣ ਵਾਲੀ ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ ਸਥਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਹਰ ਇੱਕ ਸਿਖ਼ਰ ਤੋਂ ਇੱਕ ਸਿਖ਼ਰ ਲੰਬ ਖਿੱਚਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਸੋਚੋ, ਚਰਚਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਲਿਖੋ

1. ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ ਸਿਖ਼ਰ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ ?
2. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਵਿੱਚ A ਤੋਂ $\overline{BC}$ ਤੱਕ ਅਨੁਮਾਨ ਨਾਲ ਸਿਖ਼ਰ ਲੰਬ ਖਿੱਚੋ। (ਚਿੱਤਰ 6.6) :



ਚਿੱਤਰ 6.6

3. ਕੀ ਇੱਕ ਸਿਖ਼ਰ ਲੰਬ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤ ਹੋਵੇਗਾ ? (ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਸਮਝਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇਹ ਸੱਚ ਹੋਣਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸ ਸਥਿਤੀ ਦੇ ਲਈ ਇੱਕ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਉ)।
4. ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਕੋਈ ਅਜਿਹਾ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸੋਚ ਸਕਦੇ ਹੋ; ਜਿਸਦੇ ਦੋ ਸਿਖ਼ਰ ਲੰਬ ਉਸ ਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹੀ ਹੋਣ ?
5. ਕੀ ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਮੱਧਿਕਾ ਅਤੇ ਸਿਖ਼ਰ ਲੰਬ ਇੱਕ ਹੀ ਰੇਖਾਖੰਡ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ?

(ਸੰਕੇਤ : ਪ੍ਰਸ਼ਨ 4 ਅਤੇ 5 ਦੇ ਲਈ, ਹਰ ਇੱਕ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਸਿਖ਼ਰ ਲੰਬ ਖਿੱਚ ਕੇ ਖੋਜ ਕਰੋ।

ਇਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਕਰੋ

ਕਾਗਜ਼ ਵਿੱਚ ਕੱਟੇ ਹੋਏ ਇਨ੍ਹਾਂ ਚਿੱਤਰਾਂ ਨੂੰ ਲਵੋ।

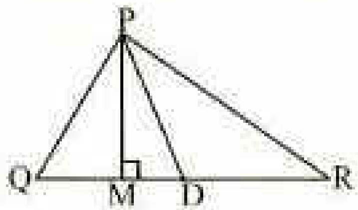
(i) ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ (ii) ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਅਤੇ

(iii) ਬਿਖਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ

ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਸਿਖਰ ਲੰਬ ਅਤੇ ਮੱਧਿਕਾਵਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਕੁੱਝ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹੋ? ਆਪਣੇ ਸਾਥੀਆਂ ਦੇ ਨਾਲ ਇਸ ਉੱਪਰ ਚਰਚਾ ਕਰੋ।

ਅਭਿਆਸ 6.1

1. Δ PQR ਵਿੱਚ ਭੁਜਾ $\overline{QR}$ ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ D ਹੈ।



$\overline{PM}$ ________________ ਹੈ।

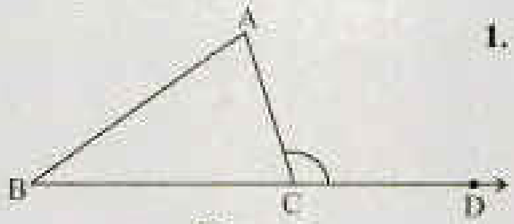
PD ________________ ਹੈ।

ਕੀ QM = MR ?

2. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆ ਦੇ ਅਨੁਮਾਨ ਲਈ ਚਿੱਤਰ ਖਿੱਚੋ।
   (a) ΔABC ਵਿੱਚ, BE ਇੱਕ ਮੱਧਿਕਾ ਹੈ।
   (b) ΔPQR ਵਿੱਚ, PQ ਅਤੇ PR ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਸਿਖਰ ਲੰਬ ਹਨ।
   (c) ΔXYZ ਵਿੱਚ, YL ਇੱਕ ਸਿਖਰ ਲੰਬ ਉਸਦੇ **ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ** ਵਿੱਚ ਹੈ।
3. ਚਿੱਤਰ ਬਣਾ ਕੇ ਪੜਤਾਲ ਕਰੋ ਕਿ ਇੱਕ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਸਿਖਰ ਲੰਬ ਅਤੇ ਮੱਧਿਕਾ ਇੱਕ ਹੀ ਰੇਖਾਖੰਡ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ।

6.4 ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਬਾਹਰਲਾ ਕੋਣ ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਗੁਣ

ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕਰੋ



ਚਿੱਤਰ 6.7

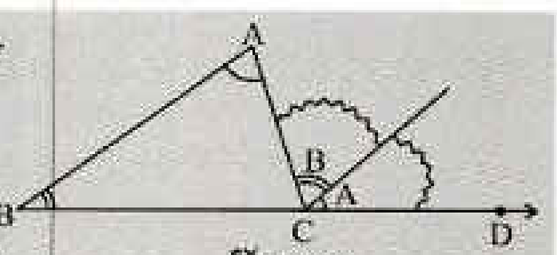
1. ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਖਿੱਚੋ ਅਤੇ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਇੱਕ ਭੁਜਾ, $\overline{BC}$ ਨੂੰ ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਨੂੰ ਵਧਾਉ (ਚਿੱਤਰ 6.7)। ਸਿਖਰ C ਉੱਪਰ ਬਣੇ ਕੋਣ ACD ਵੱਲ ਧਿਆਨ ਦਿਓ। ਇਹ ਕੋਣ ΔABC ਦੇ ਬਾਹਰਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤ ਹੈ। ਇਸਨੂੰ ਅਸੀਂ ΔABC ਦੇ ਸਿਖਰ C ਉੱਪਰ ਬਣਿਆ ਇੱਕ ਬਾਹਰੀ ਕੋਣ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ।

ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ $\angle$BCA ਅਤੇ $\angle$ACD ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣ ਹਨ। ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਬਾਕੀ ਦੋ ਕੋਣ, $\angle$A ਅਤੇ $\angle$B ਬਾਹਰੀ ਕੋਣ ACD ਦੇ ਦੋ ਸਨਮੁੱਖ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣ ਜਾਂ ਦੂਰ ਦੇ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣ ਕਹਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਹੁਣ ਕੱਟਕੇ ਜਾਂ **ਟਰੇਸ ਕਾਪੀ** (Trace copy) ਲੈ ਕੇ $\angle$A ਅਤੇ $\angle$B ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਨਾਲ ਮਿਲਾ ਕੇ $\angle$ACD ਉੱਪਰ ਰੱਖ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 6.8 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਕੀ ਇਹ ਦੋਨੋਂ ਕੋਣ $\angle ACD$ ਨੂੰ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪ੍ਰਭਾਵਿਤ ਕਰਦੇ ਹਨ ?

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹੋ

$m\angle ACD = m\angle A + m\angle B$?



ਚਿੱਤਰ 6.8

2. ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਪਹਿਲਾਂ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ, ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਲੈ ਕੇ ਉਸਦਾ ਬਾਹਰੀ ਕੋਣ ACD ਬਣਾਉ। ਕੋਣ ਮਾਪਕ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ $\angle ACD$, $\angle A$ ਅਤੇ $\angle B$ ਨੂੰ ਮਾਪੋ।

$\angle A + \angle B$ ਦਾ ਜੋੜ ਪਤਾ ਕਰਕੇ ਉਸਦੀ ਤੁਲਨਾ $\angle ACD$ ਦੇ ਨਾਲ ਕਰੋ। ਕੋਣ ਮਾਪਕ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ $\angle ACD$ ਦਾ ਮਾਪ $\angle A + \angle B$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ। ਜੇਕਰ ਮਾਪ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਗਲਤੀ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਦਾ ਮਾਪ ਲਗਭਗ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ।

ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੋ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਨੂੰ, ਕੁੱਝ ਹੋਰ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਲੈ ਕੇ ਉਸਦੇ ਬਾਹਰੀ ਕੋਣ ਖਿੱਚਕੇ, ਤੁਸੀਂ ਦੁਹਰਾ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਹਰ ਵਾਰੀ ਇਹੀ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਬਾਹਰਲਾ ਕੋਣ ਉਸਦੇ ਦੋਵਾਂ ਸਨਮੁੱਖ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

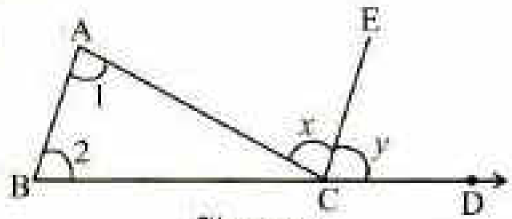
ਇੱਕ ਤਰਤੀਬਵਾਰ ਅਤੇ ਤਰਕਪੂਰਣ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਵੀ ਇਸ ਗੁਣ ਦੀ ਪੁਸ਼ਟੀ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।

ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਬਾਹਰਲਾ ਕੋਣ ਉਸਦੇ ਦੋ ਸਨਮੁੱਖ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਦਿੱਤਾ ਹੈ: ΔABC ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ। $\angle ACD$ ਇਸਦਾ ਬਾਹਰਲਾ ਕੋਣ ਹੈ।

ਦਿਖਾਇਆ ਹੈ : $m\angle ACD = m\angle A + m\angle B$

ਸਿਖਰ C ਤੋਂ ਭੁਜਾ $\overline{BA}$ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ CE ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੋ।



ਚਿੱਤਰ 6.9

ਨਿਚੋੜ

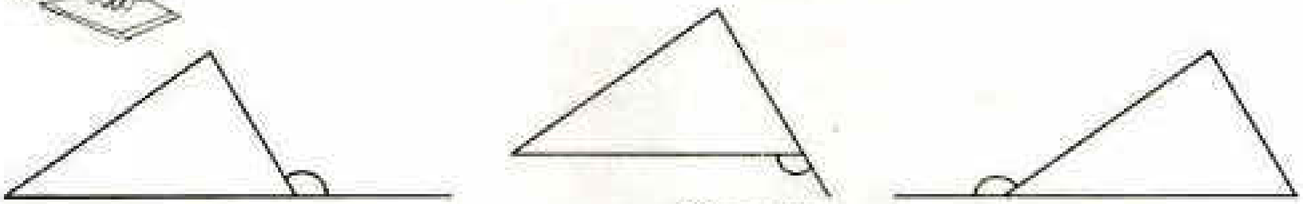
ਪਗ	ਕਾਰਣ
(a) $\angle 1 = \angle x$	$\overline{BA} \parallel \overline{CE}$ ਅਤੇ $\overline{AC}$ ਇੱਕ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਹੈ। ਅੰਤ ਵਿੱਚ; ਇਕਾਂਤਰ ਕੋਣ ਸਮਾਨ ਹੋਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ
(b) $\angle 2 = \angle y$	$\overline{BA} \parallel \overline{CE}$ ਅਤੇ $\overline{BD}$ ਇੱਕ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਹੈ। ਅੰਤ ਵਿੱਚ; ਸੰਗਤ ਕੋਣ ਸਮਾਨ ਹੋਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ।
(c) $\angle 1 + \angle 2 = \angle x + \angle y$	
(d) ਹੁਣ, $\angle x + \angle y = m\angle ACD$	(ਚਿੱਤਰ 6.9 ਤੋਂ)

ਅੰਤ ਵਿੱਚ; $\angle 1 + \angle 2 = \angle ACD$

ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਬਾਹਰਲਾ ਕੋਣ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਦੋਵੇਂ ਸਨਮੁੱਖ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਇਹ ਸੰਬੰਧ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਬਾਹਰਲੇ ਕੋਣ ਦੇ ਗੁਣ ਦੇ ਨਾਮ ਤੋਂ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਸੋਚੋ, ਚਰਚਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਲਿਖੋ

1. ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਲਈ ਬਾਹਰਲੇ ਕੋਣ ਭਿੰਨ-ਭਿੰਨ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਨਾਲ ਬਣਾਏ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਇਸਦੇ ਵਿੱਚੋਂ ਤਿੰਨ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੇਠਾਂ ਵਿਖਾਏ ਗਏ ਹਨ (ਚਿੱਤਰ 6.10)।

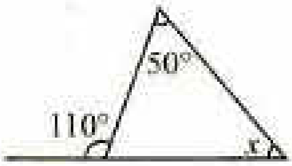


ਚਿੱਤਰ 6.10

ਇਸਦੇ ਇਲਾਵਾ ਤਿੰਨ ਹੋਰ ਤਰ੍ਹਾਂ ਨਾਲ ਵੀ ਬਾਹਰਲੇ ਕੋਣ ਬਣਾਏ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਵੀ ਅਨੁਮਾਨ ਨਾਲ ਬਣਾਓ।

2. ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਇੱਕ ਸਿਖ਼ਰ ਉੱਤੇ ਬਣੇ ਦੋਨੋਂ ਬਾਹਰਲੇ ਕੋਣ ਕੀ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ?
3. ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਇੱਕ ਬਾਹਰਲੇ ਕੋਣ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਨਾਲ ਜੁੜਵੇਂ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਬਾਰੇ ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹੋ ?

ਉਦਾਹਰਣ 1: ਚਿੱਤਰ 6.11 ਵਿੱਚ x ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।



ਚਿੱਤਰ 6.11

ਹੱਲ: ਸਨਮੁੱਖ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ = ਬਾਹਰਲਾ ਕੋਣ

ਜਾਂ $50^\circ + x = 110^\circ$

ਜਾਂ $x = 60^\circ$

ਸੋਚੋ, ਚਰਚਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਲਿਖੋ

1. ਹਰ ਇੱਕ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਅੰਦਰਲੇ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਬਾਰੇ ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹੋ ਜਦੋਂਕਿ ਬਾਹਰਲਾ ਕੋਣ ਹੈ :

   (i) ਸਮਕੋਣ (ii) ਅਧਿਕ ਕੋਣ (iii) ਨਿਊਨ ਕੋਣ
2. ਕੀ ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਕੋਈ ਬਾਹਰਲਾ ਕੋਣ ਇੱਕ ਸਰਲ ਕੋਣ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ?

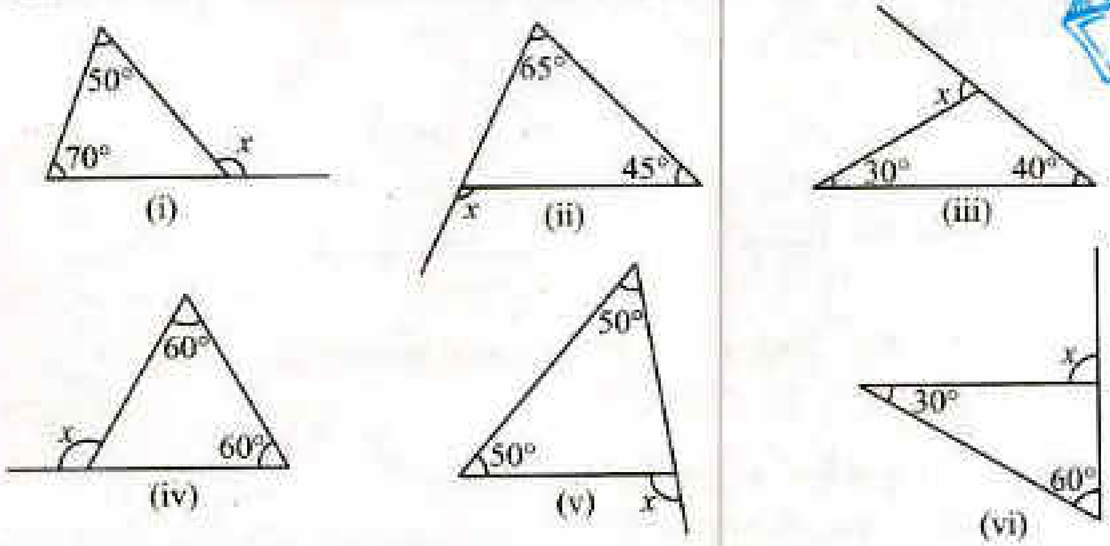
ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਚਿੱਤਰ 6.12

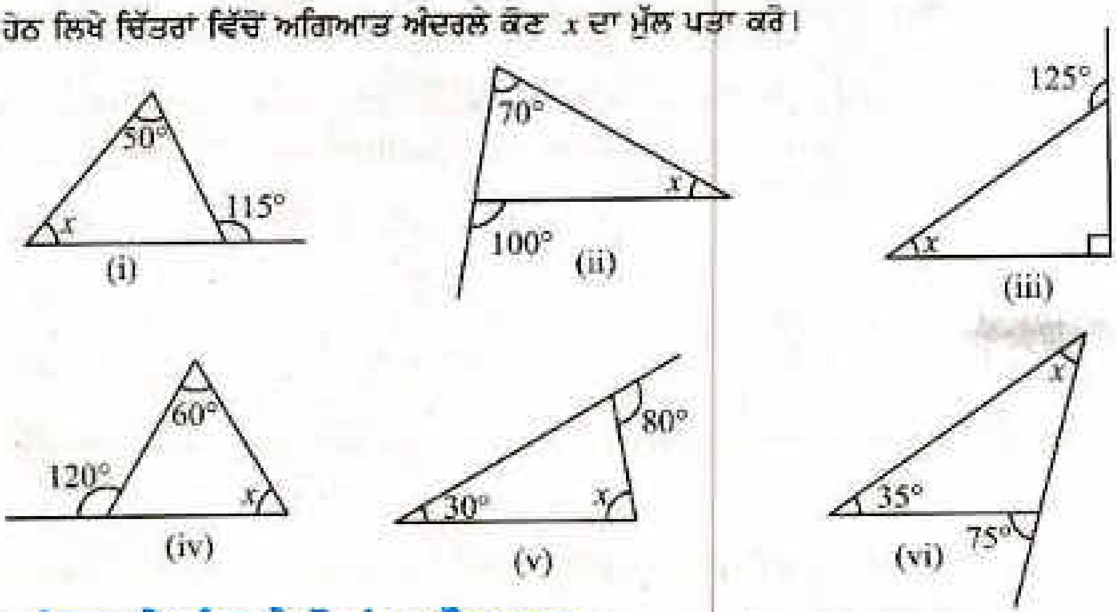
1. ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਬਾਹਰਲੇ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ 70° ਹੈ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਅੰਦਰਲੇ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਦਾ ਮਾਪ 25° ਹੈ। ਦੂਸਰੇ ਅੰਦਰਲੇ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ।
2. ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਦੋ ਅੰਦਰਲੇ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਮਾਪ 60° ਅਤੇ 80° ਹੈ। ਉਸਦੇ ਬਾਹਰਲੇ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ।
3. ਕੀ ਇਸ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਤਰੁੱਟੀ ਜਾਂ ਗਲਤੀ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 6.12)? ਟਿੱਪਣੀ ਕਰੋ।

ਅਭਿਆਸ 6.2

1. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਅਗਿਆਤ ਬਾਹਰਲੇ ਕੋਣ x ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।



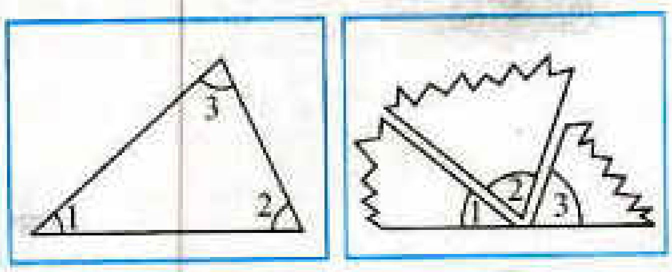
2. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਅਗਿਆਤ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣ x ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।



6.5 ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਗੁਣ

ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਤਿੰਨ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਸੰਬੰਧ ਦਰਸਾਉਣ ਵਾਲਾ ਇੱਕ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਗੁਣ ਹੈ। ਇਸ ਗੁਣ ਨੂੰ ਤੁਸੀਂ ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਚਾਰ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦੁਆਰਾ ਦੇਖ ਅਤੇ ਸਮਝ ਸਕੋਗੇ।

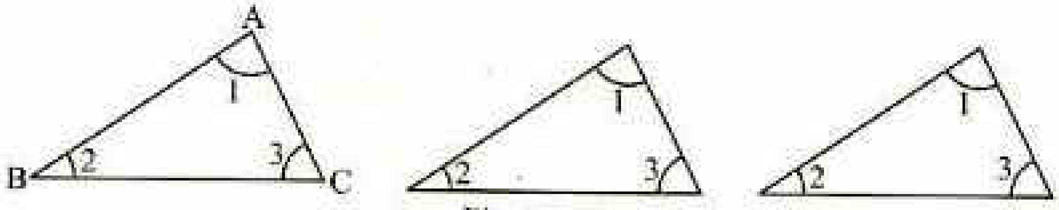
1. ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਖਿੱਚੋ। ਇਸਦੇ ਤਿੰਨ ਕੋਣਾਂ ਨੂੰ ਕੱਟ ਕੇ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਕਰੋ। ਹੁਣ ਇਸਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਤਰਤੀਬ ਵਿੱਚ ਰੱਖੋ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 6.13 (i) ਅਤੇ (ii) ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



(i) ਚਿੱਤਰ 6.13 (ii)

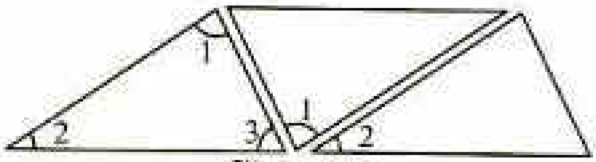
ਇਹ ਤਿੰਨੇ ਕੋਣ ਮਿਲ ਕੇ ਇੱਕ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਜਿਸਦਾ ਮਾਪ 180° ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਤਿੰਨੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਦਾ ਜੋੜ 180° ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

2. ਇਸ ਤੱਥ ਨੂੰ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਹੋਰ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਵੀ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਕਿਸੇ ΔABC ਦੇ ਤਿੰਨ ਪ੍ਰਤਿਰੂਪ ਬਣਾਓ (ਚਿੱਤਰ 6.14)।



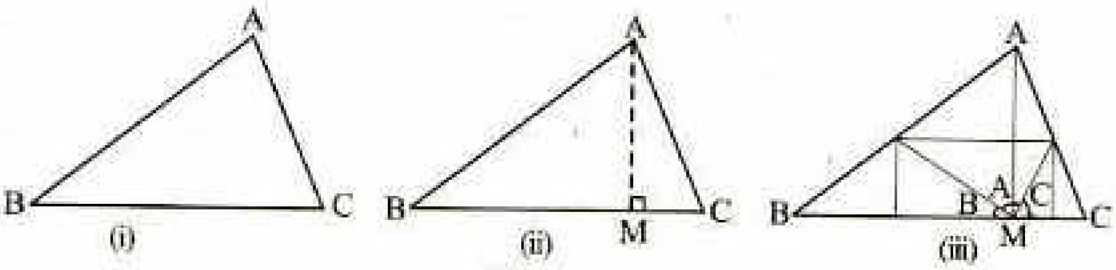
ਚਿੱਤਰ 6.14

ਇਨ੍ਹਾਂ ਤਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ 6.15 ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਮਿਲਾ ਕੇ ਠੀਕ ਤਰ੍ਹਾਂ ਰੱਖੋ। $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ ਦੇ ਬਾਰੇ ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹੋ?
(ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇਥੇ ਬਾਹਰਲੇ ਕੋਣ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਗੁਣ ਵੀ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ?)



ਚਿੱਤਰ 6.15

3. ਕਾਗਜ਼ ਦੇ ਇੱਕ ਟੁੱਕੜੇ ਦੇ ਨਾਲ ਕੋਈ ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ, ਜਿਵੇਂ ΔABC (ਚਿੱਤਰ 6.16) ਕੱਟੋ। ਇਸ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨੂੰ ਮੋੜ ਕੇ ਸਿਖਰ A ਦੇ ਨਾਲ ਗੁਜ਼ਰਦਾ ਹੋਇਆ ਸਿਖਰ ਲੰਬ AM ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਕਰੋ। ਹੁਣ ਇਸ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਤਿੰਨ ਕੋਣਾਂ ਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਮੋੜੋ ਜਿਸਦੇ ਨਾਲ ਤਿੰਨੋਂ ਸਿਖਰ A, B ਅਤੇ C ਬਿੰਦੂ M 'ਤੇ ਮਿਲਣ।



ਚਿੱਤਰ 6.16

ਤੁਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਕਿ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਤਿੰਨੋਂ ਕੋਣ ਮਿਲਕੇ ਇੱਕ ਸਰਲ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਕਿਰਿਆ ਹੁਣ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ ਕਿ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਤਿੰਨੋਂ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਦਾ ਜੋੜਫਲ 180° ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

4. ਆਪਣੀ ਅਭਿਆਸ ਪੁਸਤਕ ਉੱਪਰ ਕੋਈ ਤਿੰਨ ਤ੍ਰਿਭੁਜ, ਮੰਨ ਲਓ ΔABC, ΔPQR ਅਤੇ ΔXYZ ਖਿੱਚੋ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਸਾਰੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਹਰ ਇੱਕ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ ਇੱਕ ਕੋਣ ਮਾਪਕ ਦੁਆਰਾ ਮਾਪ ਕਰਕੇ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਮਾਪਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਾਰਣੀ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਲਿਖੋ,

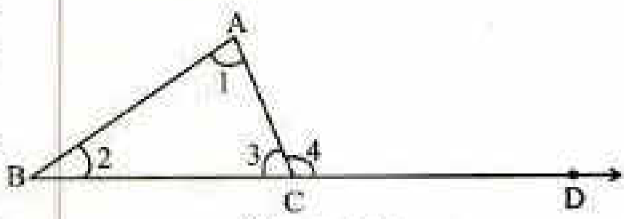
Δ ਦਾ ਨਾਮ	ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਮਾਪ			ਤਿੰਨ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਮਾਪਾਂ ਦਾ ਜੋੜਫਲ
ΔABC	$m\angle A =$	$m\angle B =$	$m\angle C =$	$m\angle A + m\angle B + m\angle C =$
ΔPQR	$m\angle P =$	$m\angle Q =$	$m\angle R =$	$m\angle P + m\angle Q + m\angle R =$
ΔXYZ	$m\angle X =$	$m\angle Y =$	$m\angle Z =$	$m\angle X + m\angle Y + m\angle Z =$

ਮਾਪਣ ਵਿੱਚ ਹੋਈ ਕੋਈ ਸੰਭਾਵਿਤ ਤਰੁੱਟੀ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਵਿੱਚ ਰੱਖਦੇ ਹੋਏ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖੋਗੇ ਕਿ ਆਖਰੀ ਕਾਲਮ ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 180° (ਜਾਂ ਲਗਭਗ 180°) ਹੀ ਹੈ।

ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਸ਼ੁੱਧ ਮਾਪ ਸੰਭਵ ਹੋਣ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਾਂਗੇ ਕਿ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਮਾਪ ਦਾ ਜੋੜ 180° ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਹੁਣ ਤੁਸੀਂ ਆਪਣੇ ਇਸ ਨਤੀਜੇ ਨੂੰ ਤਰਕਪੂਰਣ ਕਥਨਾਂ ਦੁਆਰਾ ਤਰਤੀਬਵਾਰ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪੇਸ਼ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ।

ਕਥਨ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਤਿੰਨੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਮਾਪਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 180° ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤੱਥ ਨੂੰ ਸਥਾਪਿਤ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਬਾਹਰਲੇ ਕੋਣ ਦੇ ਗੁਣ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।



ਚਿੱਤਰ 6.17

ਦਿੱਤਾ ਹੈ : ΔABC ਦੇ ਤਿੰਨ ਕੋਣ $\angle 1$, $\angle 2$ ਅਤੇ $\angle 3$ ਹਨ (ਚਿੱਤਰ 6.17)।

$\angle 4$ ਇਕ ਬਾਹਰਲਾ ਕੋਣ ਹੈ ਜੋ ਭੁਜਾ $\overline{BC}$ ਨੂੰ D ਤੱਕ ਵਧਾਉਣ 'ਤੇ ਬਣਦਾ ਹੈ।।

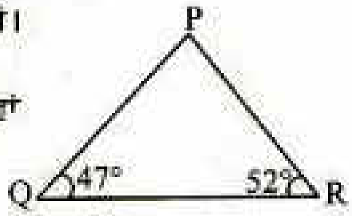
ਦਲੀਲ $\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$ (ਬਾਹਰਲੇ ਕੋਣ ਦਾ ਗੁਣ)

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \angle 4 + \angle 3$ (ਦੋਨੋਂ ਪੱਖਾਂ ਵਿੱਚ $\angle 3$ ਜੋੜਨ 'ਤੇ

ਪੰਰਤੂ $\angle 4$ ਅਤੇ $\angle 3$ ਇੱਕ ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਅੰਤ ਵਿੱਚ; ਇਸਦਾ ਜੋੜ 180° ਹੈ।

ਭਾਵ $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$

ਆਓ, ਹੁਣ ਵੇਖੀਏ ਕਿ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਇਸ ਗੁਣ ਨੂੰ, ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਹੱਲ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਕਿਵੇਂ ਉਪਯੋਗ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।



ਚਿੱਤਰ 6.18

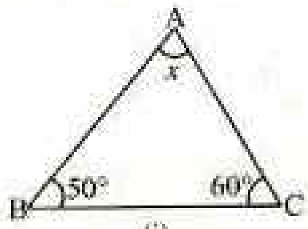
ਉਦਾਹਰਣ 2 : ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਚਿੱਤਰ 6.18 ਵਿੱਚ $\angle P$ ਦਾ ਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਗੁਣ ਨਾਲ $m\angle P + 47° + 52° = 180°$

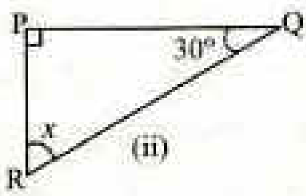
ਅੰਤ ਵਿੱਚ: $m\angle P = 180° - 47° - 52° = 180° - 99° = 81°$

ਅਭਿਆਸ 6.3

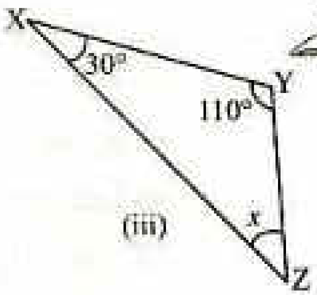
1. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਅਗਿਆਤ x ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।



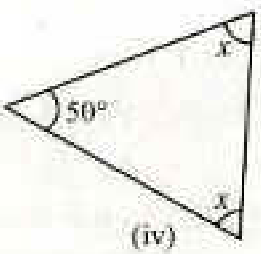
(i)



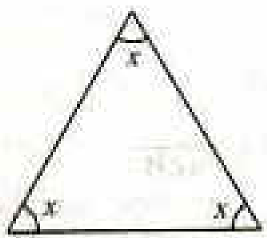
(ii)



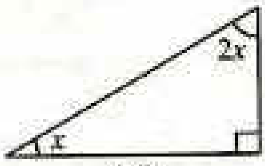
(iii)



(iv)

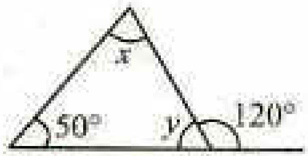


(v)

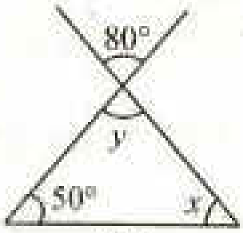


(vi)

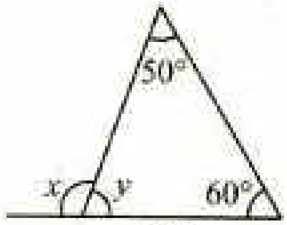
2. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚੋ ਅਗਿਆਤ x ਅਤੇ y ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।



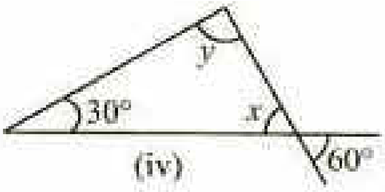
(i)



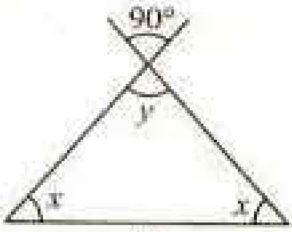
(ii)



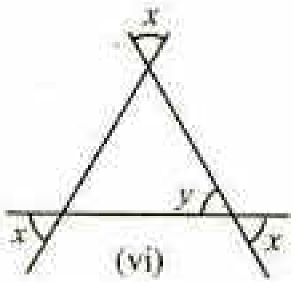
(iii)



(iv)



(v)



(vi)

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

1. ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਦੋ ਕੋਣ 30° ਅਤੇ 80° ਹਨ। ਇਸ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਤੀਸਰਾ ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰੋ।
2. ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਇੱਕ ਕੋਣ 80° ਹੈ ਅਤੇ ਦੂਸਰੇ ਦੋਨੋਂ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹਨ। ਬਰਾਬਰ ਕੋਣਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰ ਇੱਕ ਦਾ ਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ।
3. ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਤਿੰਨ ਕੋਣਾਂ ਵਿੱਚ $1 : 2 : 1$ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਹੈ। ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਤਿੰਨੋਂ ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਦੋਨੋਂ ਪ੍ਰਕਾਰ ਨਾਲ ਵਰਗੀਕਰਣ ਵੀ ਕਰੋ।

ਸੋਚੋ, ਚਰਚਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਲਿਖੋ

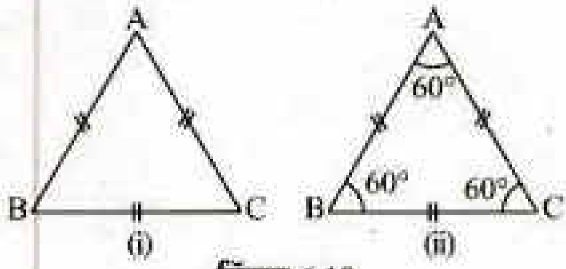
1. ਕੀ ਕੋਈ ਅਜਿਹਾ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸੰਭਵ ਹੈ ਜਿਸਦੇ ਦੋ ਕੋਣ ਸਮਕੋਣ ਹੋਣ ?
2. ਕੀ ਕੋਈ ਅਜਿਹਾ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸੰਭਵ ਹੈ ਜਿਸਦੇ ਦੋ ਕੋਣ ਅਧਿਕ ਕੋਣ ਹੋਣ ?
3. ਕੀ ਕੋਈ ਅਜਿਹਾ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸੰਭਵ ਹੈ ਜਿਸਦੇ ਦੋ ਕੋਣ ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਹੋਣ ?
4. ਕੀ ਕੋਈ ਅਜਿਹਾ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸੰਭਵ ਹੈ ਜਿਸਦੇ ਤਿੰਨੇ ਕੋਣ 60° ਤੋਂ ਜਿਆਦਾ ਹੋਣ ?
5. ਕੀ ਕੋਈ ਅਜਿਹਾ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸੰਭਵ ਹੈ ਜਿਸਦੇ ਤਿੰਨੇ ਕੋਣ 60° ਦੇ ਹੋਣ ?
6. ਕੀ ਕੋਈ ਅਜਿਹਾ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸੰਭਵ ਹੈ ਜਿਸਦੇ ਤਿੰਨੇ ਕੋਣ 60° ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੋਣ ?

6.6 ਦੋ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਤ੍ਰਿਭੁਜ : ਸਮਭੁਜੀ ਅਤੇ ਸਮਦੋਭੁਜੀ

ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ, ਜਿਸਦੀਆਂ ਤਿੰਨੇ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਾ ਮਾਪ ਸਮਾਨ ਹੋਵੇ, ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਕਹਾਉਂਦੀ ਹੈ।

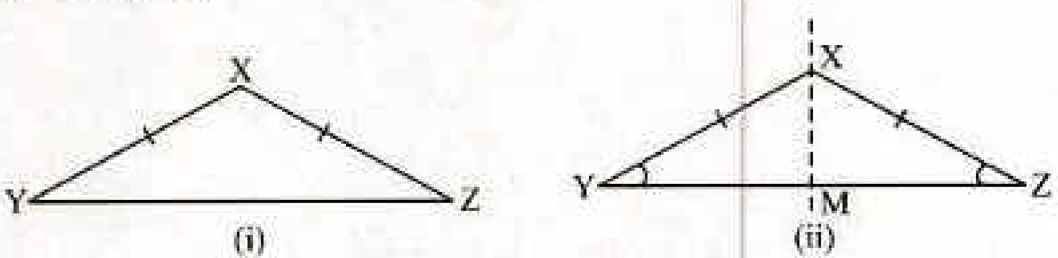
ਇੱਕ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC (ਚਿੱਤਰ 6.19) ਬਣਾਓ। ਇਸ ਦਾ ਪ੍ਰਤਿਰੂਪ ਭਾਵ ਇਸ ਮਾਪ ਦਾ ਇੱਕ ਹੋਰ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਕਾਗਜ਼ ਤੋਂ ਕੱਟੋ। ਪਹਿਲੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨੂੰ ਸਥਿਰ ਰੱਖਦੇ ਹੋਏ ਇਸਦੇ ਉੱਪਰ ਦੂਸਰਾ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਇਸਨੂੰ ਢੱਕਦੇ ਹੋਏ ਰੱਖੋ। ਦੂਸਰਾ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਪਹਿਲੇ ਨੂੰ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਢੱਕ ਲੈਂਦਾ ਹੈ। ਦੂਸਰੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨੂੰ ਪਹਿਲੇ

ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਉੱਪਰ ਕਿਸੇ ਵੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਘੁਮਾ ਕੇ ਰੱਖੋ, ਉਹ ਦੋਨੋਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਫਿਰ ਵੀ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਢੱਕ ਲੈਂਦੇ ਹਨ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਜੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨ ਭੁਜਾਵਾਂ ਸਮਾਨ ਮਾਪ ਦੀਆਂ ਹਨ ਤਾਂ ਤਿੰਨੇ ਕੋਣ ਵੀ ਸਮਾਨ ਮਾਪ ਦੇ ਹੀ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ (i) ਤਿੰਨੇ ਭੁਜਾਵਾਂ ਸਮਾਨ ਮਾਪ ਦੀਆਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। (ii) ਹਰ ਇੱਕ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ 60° ਹੁੰਦਾ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 6.19

ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ, ਜਿਸ ਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਾ ਮਾਪ ਸਮਾਨ ਹੋਵੇ, ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ।



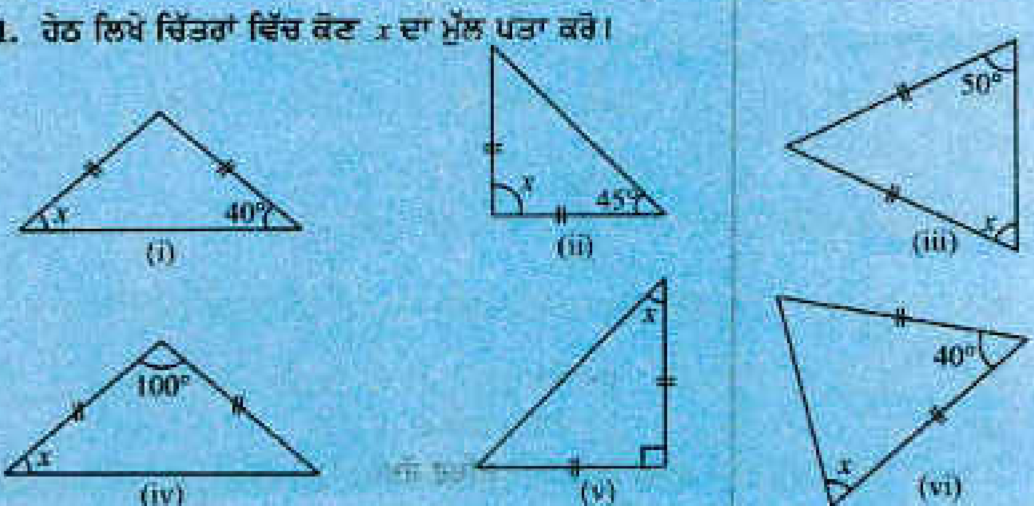
ਚਿੱਤਰ 6.20

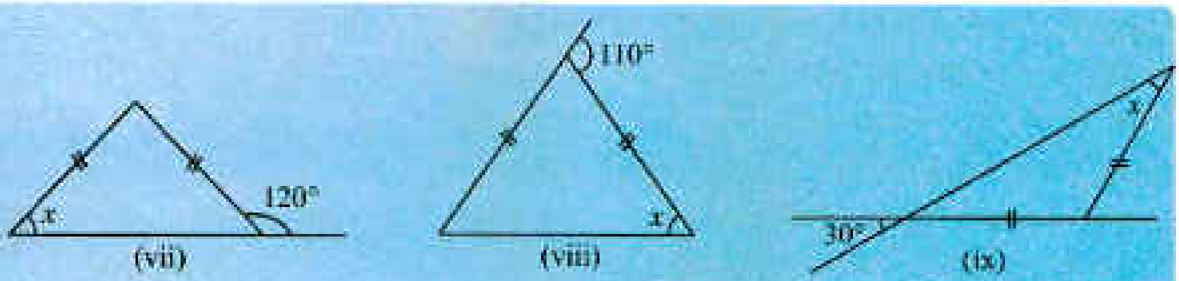
ਕਾਗਜ਼ ਦੇ ਟੁੱਕੜੇ ਦੇ ਨਾਲ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ XYZ ਕੱਟੋ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਭੁਜਾ XY = ਭੁਜਾ XZ ਹੋਵੇ (ਚਿੱਤਰ 6.20)। ਇਸਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਮੋੜੋ ਜਿਸਦੇ ਨਾਲ ਸਿਖ਼ਰ Z ਸਿਖਰ Y ਉੱਪਰ ਪੂਰਾ ਪੂਰਾ ਹੋਵੇ। ਹੁਣ ਸਿਖ਼ਰ X ਵਿੱਚ ਨਿਕਲਣ ਵਾਲੀ ਰੇਖਾ XM ਇਸ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਅੱਧ ਹੈ। (ਜਿਸਦੇ ਬਾਰੇ ਤੁਸੀਂ ਅਧਿਆਇ 14 ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹੋਗੇ) ਹੁਣ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਕਿ $\angle Y$ ਅਤੇ $\angle Z$ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਢੱਕ ਲੈਂਦੇ ਹਨ। XY ਅਤੇ XZ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਸਮ ਭੁਜਾਵਾਂ ਕਹਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ। YZ ਆਧਾਰ ਕਹਾਉਂਦੀ ਹੈ; $\angle Y$ ਅਤੇ $\angle Z$ ਆਧਾਰ ਕੋਣ ਕਹਾਉਂਦੇ ਹਨ ਜੋ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਸਮਾਨ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਅਸੀਂ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ (i) ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਬਰਾਬਰ ਲੰਬਾਈ ਦੀਆ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। (ii) ਸਮਾਨ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਦਾ ਕੋਣ ਸਮਾਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

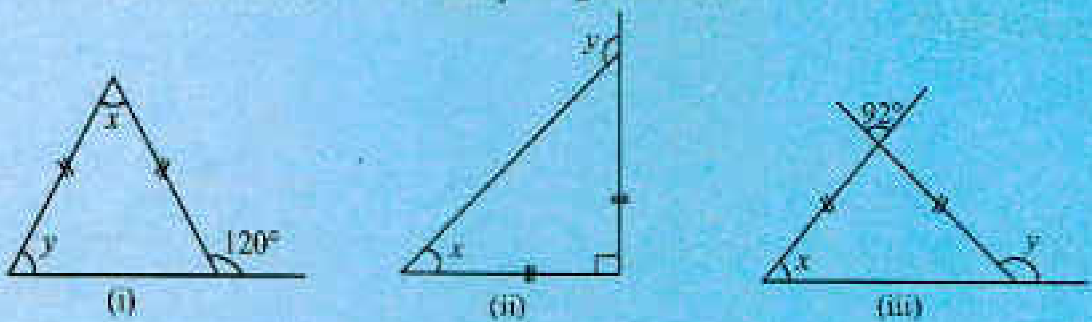
ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

1. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਕੋਣ x ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।



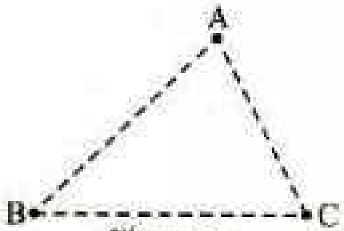


2. ਹਰ ਇੱਕ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਕੋਣ x ਅਤੇ y ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।



6.7 ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਦਾ ਜੋੜ

1. ਆਪਣੇ ਖੇਡ ਦੇ ਮੈਦਾਨ ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ ਬਿੰਦੂ A, B ਅਤੇ C ਅੰਕਿਤ ਜਾਂ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਕਰੋ। ਜੋ ਇੱਕ ਹੀ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਨਾ ਹੋਣ। ਚੂਨਾ ਪਾਊਡਰ ਲੈ ਕੇ AB, BC ਅਤੇ AC ਰਸਤਾ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਕਰੋ।



ਚਿੱਤਰ 6.21

ਆਪਣੇ ਕਿਸੇ ਮਿੱਤਰ ਨੂੰ ਕਹੋ ਕਿ ਉਹ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਰਸਤਿਆਂ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕਰਕੇ ਕਿਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ A ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਹੋ C ਤੱਕ ਪਹੁੰਚੇ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਲਈ, ਉਹ ਪਹਿਲਾਂ ਰਸਤੇ $\overline{AB}$ ਉੱਤੇ ਅਤੇ ਫਿਰ ਰਸਤੇ $\overline{BC}$ ਤੇ ਚੱਲਕੇ C ਤੱਕ ਪਹੁੰਚੇ ਜਾਂ ਰਸਤੇ $\overline{AC}$ 'ਤੇ ਚੱਲਕੇ ਸਿੱਧੇ C ਤੱਕ ਪਹੁੰਚ ਜਾਵੇ। ਸੁਭਾਵਿਕ ਹੈ ਕਿ ਉਹ ਸਿੱਧਾ ਰਸਤਾ AC ਪਸੰਦ ਕਰੇਗੀ। ਜੇਕਰ ਉਹ ਕੋਈ ਹੋਰ ਰਸਤਾ (ਜਿਵੇਂ $\overline{AB}$ ਫਿਰ $\overline{BC}$) ਲਵੇਗੀ, ਤਾਂ ਉਸਨੂੰ ਜ਼ਿਆਦਾ ਦੂਰੀ ਚੱਲਣੀ ਪਵੇਗੀ। ਦੂਸਰੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ

$$AB + BC > AC \qquad \text{(i)}$$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਜੇਕਰ ਉਹ B ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਕੇ A 'ਤੇ ਪਹੁੰਚਣਾ ਚਾਹੁੰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਉਹ ਪਹਿਲਾਂ ਰਸਤੇ $\overline{BC}$ ਅਤੇ ਫਿਰ ਰਸਤਾ $\overline{CA}$ ਨਹੀਂ ਲਵੇਗੀ, ਬਲਕਿ ਉਹ ਰਸਤਾ $\overline{BA}$ ਲੈ ਕੇ ਸਿੱਧਾ B ਤੋਂ A ਤੱਕ ਪਹੁੰਚੇਗੀ। ਇਹ ਇਸ ਲਈ ਕਿ

$$BC + CA > AB \qquad \text{(ii)}$$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦਲੀਲ (ਤਰਕ) ਕਰਨ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ

$$CA + AB > BC \qquad \text{(iii)}$$

ਇਸਤੋਂ ਪਤਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ **ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਦਾ ਜੋੜ ਤੀਸਰੀ ਭੁਜਾ ਦੇ ਮਾਪ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।**

2. ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਮਾਪ ਵਾਲੀਆਂ 15 ਛੋਟੀਆਂ ਤੀਲੀਆਂ (ਜਾਂ ਪੱਟੀਆਂ) ਲਵੋ। ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਮਾਪ, ਮੰਨ ਲਵੋ 6 ਸਮ, 7 ਸਮ, 8 ਸਮ 9 ਸਮ, ...20 ਸਮ ਹਨ।

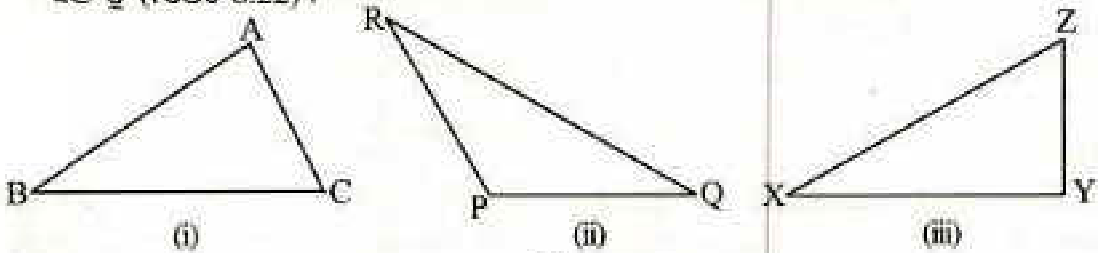
ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਤਿੰਨ ਤੀਲੀਆਂ ਲੈ ਕੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਅਭਿਆਸ ਕਰੋ। ਤਿੰਨ-ਤਿੰਨ ਤੀਲੀਆਂ ਦੇ ਵੱਖ ਵੱਖ ਸਮੂਹ ਲੈ ਕੇ ਇਸ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆਂ ਨੂੰ ਦੁਹਰਾਓ।

ਮੰਨ ਲਵੋ ਪਹਿਲਾਂ ਤੁਸੀਂ ਦੋ ਤੀਲੀਆਂ 6 ਸਮ ਅਤੇ 12 ਸਮ ਲੰਬੀ ਲੈਂਦੇ ਹੋ। ਤੀਸਰੀ ਤੀਲੀ $12 - 6 = 6$ ਸਮ ਤੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਲੰਬੀ ਪ੍ਰੰਤੂ $12 + 6 = 18$ ਸਮ ਤੋਂ ਘੱਟ ਲੰਬੀ ਲੈਣੀ ਹੋਵੇਗੀ। ਇਹ ਸਭ ਕਰਕੇ ਦੇਖੋ ਅਤੇ ਪਤਾ ਲਗਾਓ ਕਿ ਅਜਿਹਾ ਕਿਉਂ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ।

ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਬਣਾਉਣ ਦੇ ਲਈ, ਤੁਹਾਨੂੰ ਤਿੰਨ ਤੀਲੀਆਂ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਚੁਣਨੀਆ ਹੋਣਗੀਆਂ ਜਿਸਦੇ ਨਾਲ ਉਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਦੋ ਤੀਲੀਆਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦਾ ਜੋੜ ਤੀਸਰੀ ਤੀਲੀ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਤੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੋਵੇ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਤੋਂ ਇਹ ਵੀ ਪਤਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਦਾ ਜੋੜ ਤੀਸਰੀ ਭੁਜਾ ਦੇ ਮਾਪ ਤੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

3. ਆਪਣੀ ਅਭਿਆਸ ਪੁਸਤਕ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਤਿੰਨ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ, ਜਿਵੇਂ ΔABC, ΔPQR ਅਤੇ ΔXYZ ਬਣਾਉ (ਚਿੱਤਰ 6.22)।



ਚਿੱਤਰ 6.22

ਆਪਣੇ ਫੁੱਟੇ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਇਨ੍ਹਾਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਾ ਮਾਪ ਕਰਕੇ, ਇੱਕ ਸਾਰਨੀ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਲਿਖੋ :

Δ ਦਾ ਨਾਮ	ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਾ ਮਾਪ	ਕੀ ਇਹ ਸਹੀ ਹੈ ?	
ΔABC	AB ___	$AB - BC < CA$ ___ + ___ > ___	(ਹਾਂ/ਨਹੀਂ)
	BC ___	$BC - CA < AB$ ___ + ___ > ___	(ਹਾਂ/ਨਹੀਂ)
	CA ___	$CA - AB < BC$ ___ + ___ > ___	(ਹਾਂ/ਨਹੀਂ)
ΔPQR	PQ ___	$PQ - QR < RP$ ___ + ___ > ___	(ਹਾਂ/ਨਹੀਂ)
	QR ___	$QR - RP < PQ$ ___ + ___ > ___	(ਹਾਂ/ਨਹੀਂ)
	RP ___	$RP - PQ < QR$ ___ + ___ > ___	(ਹਾਂ/ਨਹੀਂ)
ΔXYZ	XY ___	$XY - YZ < ZX$ ___ + ___ > ___	(ਹਾਂ/ਨਹੀਂ)
	YZ ___	$YZ - ZX < XY$ ___ + ___ > ___	(ਹਾਂ/ਨਹੀਂ)
	ZX ___	$ZX - XY < YZ$ ___ + ___ > ___	(ਹਾਂ/ਨਹੀਂ)

ਇਸ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਨਾਲ ਸਾਡੇ ਪਿਛਲੇ ਅਨੁਮਾਨ ਦੀ ਪੁਸ਼ਟੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਅੰਤ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਇਹ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢਦੇ ਹਾਂ ਕਿ **ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਕੋਈ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਮਾਪਾਂ ਦਾ ਜੋੜ, ਤੀਸਰੀ ਭੁਜਾ ਦੇ ਮਾਪ ਤੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।**

ਨਾਲ ਹੀ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਵੀ ਪਤਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਕੋਈ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਾ ਅੰਤਰ, ਤੀਸਰੀ ਭੁਜਾ ਦੇ ਮਾਪ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 3 : ਕੀ ਕੋਈ ਅਜਿਹਾ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸੰਭਵ ਹੈ ਜਿਸਦੇ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਾ ਮਾਪ 10.2 ਸਮ, 5.8 ਸਮ ਅਤੇ 4.5 ਸਮ ਹੋਵੇ?

ਹੱਲ: ਮੰਨ ਲਵੋ ਅਜਿਹਾ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸੰਭਵ ਹੈ। ਹੁਣ ਇਸ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਕੋਈ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦਾ ਜੋੜ ਤੀਸਰੀ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਤੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੋਵੇਗਾ। ਆਓ, ਜਾਂਚ ਕਰਕੇ ਦੇਖੀਏ :

ਕੀ $4.5 + 5.8 > 10.2$? ਸਹੀ ਹੈ

ਕੀ $5.8 + 10.2 > 4.5$? ਸਹੀ ਹੈ

ਕੀ $10.2 + 4.5 > 5.8$? ਸਹੀ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ, ਇਹਨਾਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲਾ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸੰਭਵ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 4 : ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਾ ਮਾਪ 6 ਸਮ ਅਤੇ 8 ਸਮ ਹੈ। ਇਸਦੀ ਤੀਸਰੀ ਭੁਜਾ ਦਾ ਮਾਪ ਕਿਹੜੀ ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇਗਾ?

ਹੱਲ : ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਕੋਈ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਤੀਸਰੀ ਤੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

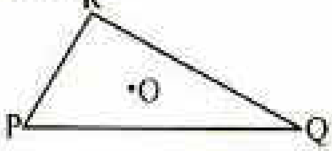
ਇਸ ਲਈ, ਤੀਸਰੀ ਭੁਜਾ, ਦਿੱਤੀ ਹੋਈਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੋਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ। ਭਾਵ ਤੀਸਰੀ ਭੁਜਾ $8 + 6 = 14$ ਸਮ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੋਵੇਗੀ।

ਇਹ ਤੀਸਰੀ ਭੁਜਾ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈਆਂ ਦੋਨੋਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਅੰਤਰ ਤੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੋਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ। ਭਾਵ ਤੀਸਰੀ ਭੁਜਾ $8 - 6 = 2$ ਸਮ ਤੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੋਵੇਗੀ।

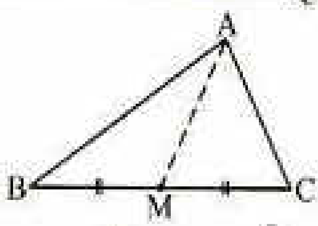
ਤੀਸਰੀ ਭੁਜਾ ਦਾ ਮਾਪ 2 ਸਮ ਤੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਅਤੇ 14 ਸਮ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

ਅਭਿਆਸ 6.4

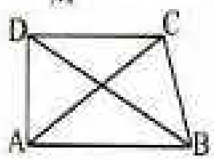
1. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਤੋਂ ਕੀ ਕੋਈ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸੰਭਵ ਹੈ?
   (i) 2 ਸਮ, 3 ਸਮ, 5 ਸਮ (ii) 3 ਸਮ, 6 ਸਮ, 7 ਸਮ
   (iii) 6 ਸਮ, 3 ਸਮ, 2 ਸਮ



2. ਤ੍ਰਿਭੁਜ PQR ਦੇ ਅੰਦਰ ਕੋਈ ਬਿੰਦ O ਲਵੋ।
   ਕੀ ਇਹ ਸਹੀ ਹੈ ਕਿ
   (i) $OP + OQ > PQ$?
   (ii) $OQ + OR > QR$?
   (iii) $OR + OP > RP$?



3. ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਦੀ ਇੱਕ ਮੱਧਿਕਾ AM ਹੈ। ਦੱਸੋ ਕਿ
   $AB + BC + CA > 2 AM$?
   (ਸੰਕੇਤ : ΔABM ਅਤੇ ΔAMC ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਉੱਪਰ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ।)



4. ABCD ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ। ਕੀ $AB + BC + CD + DA > AC + BD$?
5. ABCD ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ। ਕੀ $AB + BC + CD + DA < 2 (AC + BD)$?
6. ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਾ ਮਾਪ 12 ਸਮ ਅਤੇ 15 ਸਮ ਹੈ। ਇਸਦੀ ਤੀਸਰੀ ਭੁਜਾ ਦਾ ਮਾਪ ਕਿਹੜੇ ਦੋ ਮਾਪਾਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

ਸੋਚੋ, ਚਰਚਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਲਿਖੋ

1. ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਕੀ ਉਸਦੇ ਕੋਈ ਦੋ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਤੀਸਰੇ ਕੋਣ ਤੋਂ ਹਮੇਸ਼ਾ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

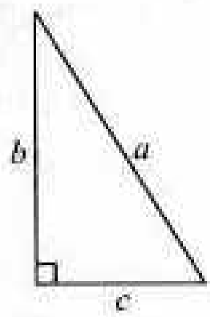
6.8 ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਅਤੇ ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਗੁਣ

ਈਸ਼ਾ ਦੀ ਛੇਵੀਂ ਸਦੀ ਪਹਿਲਾਂ, ਇੱਕ ਯੂਨਾਨੀ ਦਾਰਸ਼ਨਿਕ ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਨੇ, ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਉਪਯੋਗੀ ਅਤੇ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਗੁਣ ਦੇ ਬਾਰੇ ਪਤਾ ਲਗਾਇਆ, ਜਿਸਨੂੰ ਅਸੀਂ ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਦੱਸ ਰਹੇ ਹਾਂ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਇਸ ਗੁਣ ਨੂੰ ਉਸਦੇ ਨਾਮ ਤੋਂ ਹੀ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਇਸ ਗੁਣ ਦਾ ਗਿਆਨ ਕੁੱਝ ਹੋਰ ਦੇਸ਼ਾਂ ਦੇ ਲੋਕਾਂ ਨੂੰ ਵੀ ਸੀ। ਭਾਰਤੀ ਗਣਿਤ ਬੋਧਯਾਨ ਨੇ ਵੀ ਇਸ ਗੁਣ ਦੇ ਬਾਰੇ ਇੱਕ ਗੁਣ ਦੀ ਜਾਣਕਾਰੀ ਦਿੱਤੀ ਸੀ।

ਚਿੱਤਰ 6.23

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਗੁਣ ਦਾ ਵਿਸਥਾਰ ਨਾਲ ਅਧਿਐਨ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਉਸਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਨੂੰ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਨਾਮ ਦਿੱਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਸਮਕੋਣ ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਵਾਲੀ ਭੁਜਾ ਨੂੰ ਕਰਣ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਨੂੰ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਬਾਹਵਾਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ΔABC ਵਿੱਚ (ਚਿੱਤਰ 6.23), ਸਿਖਰ B ਉੱਤੇ ਸਮਕੋਣ ਬਣਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ;, AC ਇਸਦਾ ਕਰਣ ਹੈ। $\overline{AB}$ ਅਤੇ $\overline{BC}$ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਦੀਆਂ ਦੋ ਬਾਹਵਾਂ ਹਨ।

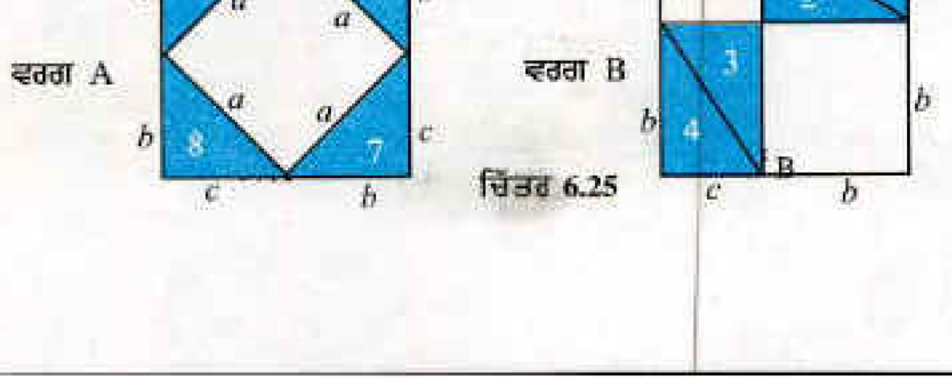


ਚਿੱਤਰ 6.24

ਕਿਸੇ ਵੀ ਮਾਪ ਦਾ ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਲੈ ਕੇ ਉਸਦੇ ਅੱਠ ਪ੍ਰਤਿਰੂਪ ਬਣਾਉ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਲਈ ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸਦੇ ਕਰਣ ਦਾ ਮਾਪ a ਇਕਾਈ ਅਤੇ ਉਸ ਦੀਆਂ ਦੋ ਬਾਹਵਾਂ ਦਾ ਮਾਪ b ਇਕਾਈ ਅਤੇ c ਇਕਾਈ ਹੋ (ਚਿੱਤਰ 6.24)।

ਇੱਕ ਕਾਗਜ਼ ਉੱਤੇ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਮਾਪ ਵਾਲੇ ਦੋ ਵਰਗ ਬਣਾਉ ਜਿਸਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਾ ਮਾਪ $b + c$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ।

ਹੁਣ ਆਪਣੇ ਅੱਠ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਚਾਰ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਨੂੰ ਵਰਗ A ਅਤੇ ਚਾਰ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਨੂੰ B ਵਿੱਚ ਸਥਾਪਿਤ ਕਰੋ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। (ਚਿੱਤਰ 6.25)।



ਚਿੱਤਰ 6.25

ਤੁਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ਕਿ ਦੋਨੋਂ ਵਰਗ ਇੱਕ ਰੂਪ ਹਨ ਭਾਵ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਹਨ ਅਤੇ ਰੱਖੇ ਗਏ ਅੱਠ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵੀ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਹਨ।

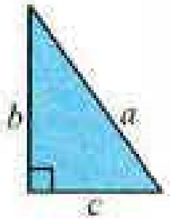
ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਵਰਗ A ਦਾ ਢੱਕਿਆ ਖੇਤਰਫਲ = ਵਰਗ B ਦਾ ਢੱਕਿਆ ਖੇਤਰਫਲ

ਜਾਂ ਵਰਗ A ਦੇ ਅੰਦਰ ਵਾਲੇ ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਵਰਗ B ਦੇ ਅੰਦਰ ਦੋਨੋਂ ਅਣ-ਢੱਕੇ ਵਰਗਾਂ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦਾ ਜੋੜ ਭਾਵ

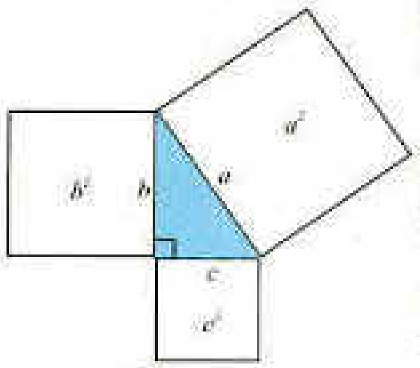
$$a^2 = b^2 + c^2$$

ਇਹ ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਗੁਣ ਹੈ। ਇਸਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਕਿਹਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ:

ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ
ਕਰਣ ਉੱਪਰ ਬਣਿਆ ਵਰਗ = ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਦੋ ਬਾਹਵਾਂ ਉੱਪਰ ਬਣੇ ਦੋਨੋਂ ਵਰਗਾਂ ਦਾ ਜੋੜ



ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਗੁਣ, ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਹੀ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਗੁਣ ਹੈ। ਅੱਗੇ ਦੀਆ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਇਸਨੂੰ ਇੱਕ ਸਿੱਧ ਕੀਤੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਿਧੀਪੂਰਵਕ ਸਿੱਧ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇਗਾ। ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇਸਦੇ ਅਰਥ ਨੂੰ ਭਲੀ-ਭਾਂਤੀ ਸਮਝ ਲਈਏ।



ਚਿੱਤਰ 6.26

ਇਸਦੇ ਅਨੁਸਾਰ, ਕਿਸੇ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਕਰਣ ਉੱਪਰ ਬਣੇ ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਦੋਨੋਂ ਬਾਹਵਾਂ ਉੱਪਰ ਬਣੇ ਵਰਗਾਂ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਇੱਕ ਵਰਗਾਕਾਰ ਕਾਗਜ਼ ਲੈ ਕੇ, ਉਸ ਉੱਪਰ ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਬਣਾਉ। ਇਸ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਉੱਪਰ ਵਰਗਾਂ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਇਸ ਸਿੱਧ ਕੀਤੇ ਰੂਪ ਦੀ ਵਿਹਾਰਕ ਪੜਤਾਲ ਕਰੋ (ਚਿੱਤਰ 6.26)।

ਜੇਕਰ ਕੋਈ ਤ੍ਰਿਭੁਜ, ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸ ਉੱਪਰ ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਗੁਣ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਹੁਣ ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਉੱਪਰ ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਗੁਣ ਸੱਚ ਹੈ ਤਾਂ ਕੀ ਇਹ ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੋਵੇਗਾ। (ਅਜਿਹੀ ਸਮੱਸਿਆ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਉਲਟ ਸਮੱਸਿਆ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਹੁਣ ਇਸ ਗੱਲ ਦਾ ਉੱਤਰ ਦੇਣ ਦਾ ਯਤਨ ਕਰਾਂਗੇ। ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਦਿਖਾਵਾਂਗੇ ਕਿ ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਵਰਗਾਂ ਦਾ ਜੋੜ, ਤੀਸਰੀ ਭੁਜਾ ਦੇ ਵਰਗ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ ਉਹ ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

ਇਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਕਰੋ

1. 4 ਸਮ, 5 ਸਮ ਅਤੇ 6 ਸਮ ਲੰਬੀ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲੇ ਤਿੰਨ ਵਰਗ ਕਾਗਜ਼ ਨਾਲ ਕੱਟੋ ਇੰਨ੍ਹਾਂ ਤਿੰਨ ਵਰਗਾਂ ਦੇ ਸਿਖਰਾਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਂਦੇ ਹੋਏ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਠੀਕ ਕਰਕੇ ਰੱਖੋ ਕਿ ਉਸਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਤੋਂ ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇ (ਚਿੱਤਰ 6.27)। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨੂੰ ਕਾਗਜ਼ ਉੱਪਰ ਨਿਸ਼ਾਨ ਲਗਾਉ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਤਿੰਨ ਕੋਣਾਂ ਨੂੰ ਮਾਪੋ। ਤੁਸੀਂ ਦੇਖੋਗੇ ਕਿ ਇਸ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਵੀ ਸਮਕੋਣ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਧਿਆਨ ਦੇਵੋ ਕਿ
   $4^2 + 5^2 \neq 6^2$, $5^2 + 6^2 \neq 4^2$ ਅਤੇ $6^2 + 4^2 \neq 5^2$

ਚਿੱਤਰ 6.27

2. ਉਪਰੋਕਤ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਨੂੰ 4 ਸਮ, 5 ਸਮ ਅਤੇ 7 ਸਮ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲੇ ਤਿੰਨ ਵਰਗ ਲੈ ਕੇ ਫਿਰ ਦੁਹਰਾਓ। ਇਸ ਵਾਰ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇੱਕ ਅਧਿਕ ਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗਾ। ਇੱਥੇ ਧਿਆਨ ਦੇਵੋ ਕਿ
   $4^2 + 5^2 \neq 7^2$ ਆਦਿ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਤੋਂ ਪਤਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਗੁਣ ਕੇਵਲ ਤਾਂ ਹੀ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਦਕਿ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੋਵੇਗਾ।

ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਤੱਥ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਉੱਪਰ ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਗੁਣ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਹੀ ਉਹ ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੋਵੇਗਾ।

ਉਦਾਹਰਣ 5: ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ 3 ਸਮ, 4 ਸਮ ਅਤੇ 5 ਸਮ ਲੰਬੀਆਂ ਹਨ। ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਕਰੋ ਕਿ ਇਹ ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ?

ਹੱਲ: $3^2 = 3 \times 3 = 9; 4^2 = 4 \times 4 = 16; 5^2 = 5 \times 5 = 25$

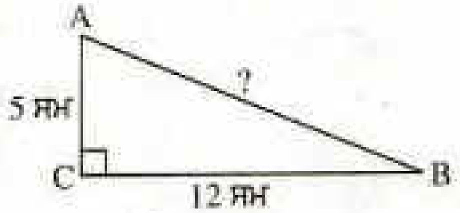
ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $3^2 + 4^2 = 5^2$

ਅੰਤ; ਇਹ ਤ੍ਰਿਭੁਜ, ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ।

ਧਿਆਨ ਦੇਵੋ: ਕਿਸੇ ਵੀ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਕਰਣ ਸਭ ਤੋਂ ਲੰਬੀ ਭੁਜਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਉਦਾਹਰਣ ਵਿੱਚ 5 ਸਮ ਲੰਬੀ ਭੁਜਾ ਹੀ ਕਰਣ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 6 : ΔABC ਦਾ C ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਹੈ। ਜੇਕਰ AC = 5 ਸਮ ਅਤੇ BC = 12 ਸਮ, ਤਾਂ AB ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਸਹਾਇਤਾ ਦੇ ਲਈ ਅਨੁਮਾਨ ਦੇ ਨਾਲ ਲੋੜੀਦਾਂ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਇਆ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 6.28)।



ਚਿੱਤਰ 6.28

ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਗੁਣ ਤੋਂ,

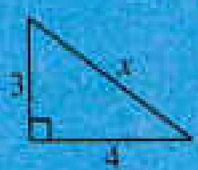
$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$
$$= 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$$

ਭਾਵ $AB^2 = 13^2$, ਅੰਤ ਵਿੱਚ:, AB = 13 ਹੈ ਭਾਵ AB ਦੀ ਲੰਬਾਈ 13 ਸਮ ਹੈ।

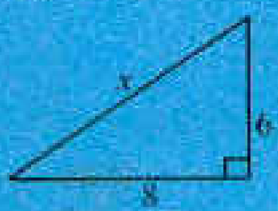
ਧਿਆਨ ਰੱਖੋ: ਪੂਰਨ ਵਰਗ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪਹਿਚਾਨਣ ਦੇ ਲਈ ਤੁਸੀਂ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਵਿਧੀ ਪ੍ਰਯੋਗ ਵਿੱਚ ਲਿਆ ਸਕਦੇ ਹੋ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

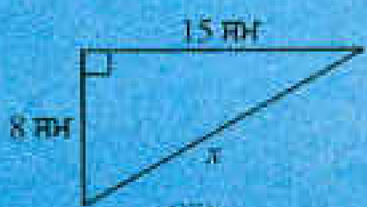
ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਚਿੱਤਰ 6.29 ਵਿੱਚ ਅਗਿਆਤ ਲੰਬਾਈ x ਪਤਾ ਕਰੋ :



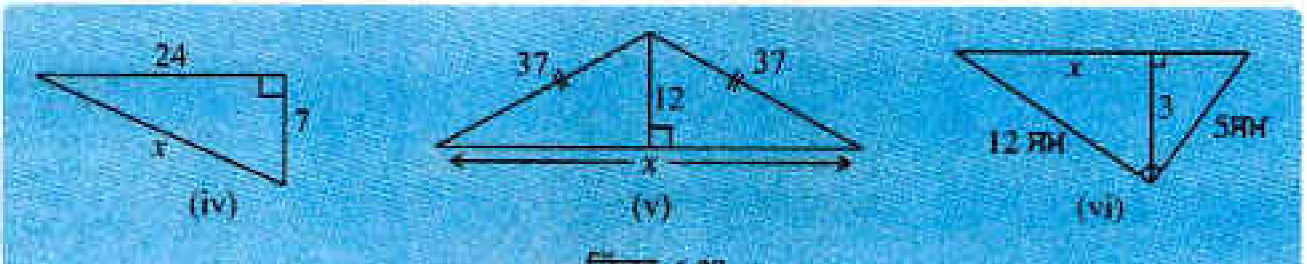
(i)



(ii)



(iii)



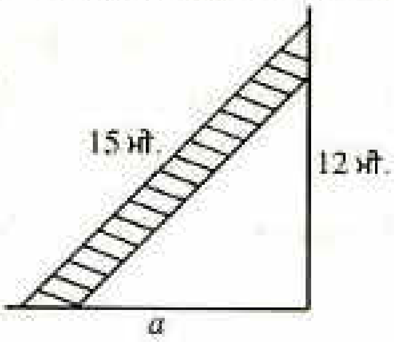
ਚਿੱਤਰ 6.29

ਅਭਿਆਸ 6.5

1. PQR ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਹੈ। ਜੇਕਰ PQ = 10 ਸਮ ਅਤੇ PR = 24 ਸਮ ਤਾਂ QR ਪਤਾ ਕਰੋ।

2. ABC ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ ਜਿਸਦਾ C ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਹੈ। ਜੇਕਰ AB = 25 ਸਮ ਅਤੇ AC = 7 ਸਮ ਤਾਂ BC ਪਤਾ ਕਰੋ।

3. ਦੀਵਾਰ ਦੇ ਸਹਾਰੇ ਉਸਦੇ ਪੈਰ ਕੁੱਝ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਰੱਖਕੇ 15 ਮੀ. ਲੰਬੀ ਇੱਕ ਪੌੜੀ ਭੂਮੀ ਤੋਂ 12 ਮੀ. ਉਚਾਈ 'ਤੇ ਸਥਿਤ ਖਿੜਕੀ ਤੱਕ ਪਹੁੰਚ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਦੀਵਾਰ ਤੋਂ ਪੌੜੀ ਦੇ ਪੈਰ ਦੀ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।



4. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਕਿਹੜੇ ਸਮੂਹ ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹਨ ?

   (i) 2.5 ਸਮ, 6.5 ਸਮ,6 ਸਮ

   (ii) 2 ਸਮ, 2 ਸਮ, 5 ਸਮ

   (iii) 1.5 ਸਮ, 2 ਸਮ, 2.5 ਸਮ

   ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੋਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਉਸਦੇ ਸਮਕੋਣ ਨੂੰ ਵੀ ਪਹਿਚਾਣੋਂ।

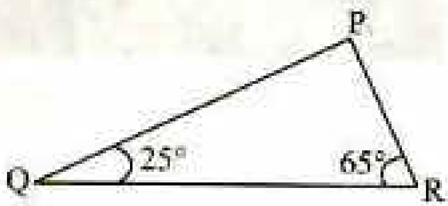
5. ਇੱਕ ਦਰੱਖ਼ਤ ਭੂਮੀ ਤੋਂ 5 ਮੀ. ਉੱਚਾਈ ਤੇ ਟੁੱਟ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਉਸਦਾ ਉਪੱਰਲਾ ਸਿਰਾ ਭੂਮੀ ਨੂੰ ਉਸਦੇ ਅਧਾਰ ਤੇ 12 ਮੀ: ਦੀ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਸਪਰਸ਼ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਦਰੱਖ਼ਤ ਦੀ ਪੂਰੀ ਉੱਚਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।

6. ਤ੍ਰਿਭੁਜ PQR ਵਿੱਚ ਕੋਣ $Q = 25°$ ਅਤੇ ਕੋਣ $R = 65°$ ਹੈ। ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਕਥਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਸਹੀ ਹੈ?

   (i) $PQ^2 + QR^2 = RP^2$

   (ii) $PQ^2 + RP^2 = QR^2$

   (iii) $RP^2 + QR^2 = PQ^2$



7. ਇੱਕ ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 40 ਸਮ ਹੈ ਅਤੇ ਉਸਦਾ ਇੱਕ ਵਿਕਰਣ 41ਸਮ ਹੈ। ਇਸਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ।

8. ਇੱਕ ਸਮਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਵਿਕਰਣ 15 ਸਮ ਅਤੇ 30 ਸਮ ਹਨ। ਇਸਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਸੋਚੋ, ਚਰਚਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਲਿਖੋ

1. ਤ੍ਰਿਭੁਜ PQR ਦਾ ਕੋਣ P ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਹੈ। ਇਸਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਲੰਬੀ ਭੁਜਾ ਕਿਹੜੀ ਹੈ?
2. ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਦਾ ਕੋਣ B ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਹੈ। ਇਸਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਲੰਬੀ ਭੁਜਾ ਕਿਹੜੀ ਹੈ?
3. ਕਿਸੇ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਸਭ ਤੋਂ ਲੰਬੀ ਭੁਜਾ ਕਿਹੜੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ?
4. ਕਿਸੇ ਆਇਤ ਵਿੱਚ ਵਿਕਰਣ ਉੱਪਰ ਬਣੇ ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਉਸਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਉੱਪਰ ਬਣੇ ਵਰਗਾਂ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਬੋਧਾਇਅਨ ਦਾ ਪ੍ਰਮੇਯ ਹੈ। ਇਸਦੀ ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਗੁਣ ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ।

ਇਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਕਰੋ

ਗਿਆਨ ਵਧਾਊ ਕਿਰਿਆ

ਚਿੱਤਰਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜ ਅਤੇ ਤੋੜਕੇ, ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਥਿਉਰੀ ਨੂੰ ਅਨੇਕ ਵਿਧੀਆਂ ਨਾਲ ਸਿੱਧ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿਧੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੁੱਝ ਨੂੰ ਇਕੱਠਾ ਕਰਕੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਚਾਰਟ ਬਣਾ ਕੇ ਪੇਸ਼ ਕਰੋ।

ਅਸੀਂ ਕੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ?

1. ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਤਿੰਨ ਕੋਣ, ਇਸਦੇ ਛੇ ਭਾਗ ਕਹਾਉਂਦੇ ਹਨ।
2. ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਇੱਕ ਸਿਖ਼ਰ ਨੂੰ ਉਸਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾ ਦੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਨਾਲ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲੇ ਰੇਖਾਖੰਡ ਨੂੰ ਉਸਦੀ ਇੱਕ ਮੱਧਿਕਾ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨ ਮੱਧਿਕਾਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।
3. ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਇੱਕ ਸਿਖ਼ਰ ਤੇ ਉਸਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾ ਉੱਪਰ ਖਿੱਚੇ ਗਏ ਲੰਬ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਇੱਕ ਸਿਖ਼ਰ ਲੰਬ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।
4. ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਬਾਹਰਲਾ ਕੋਣ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਨੂੰ ਵਧਾਉਣ 'ਤੇ ਬਣਦਾ ਹੈ। ਹਰ ਇੱਕ ਸਿਖ਼ਰ ਉੱਪਰ, ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਨੂੰ ਦੋ ਪ੍ਰਕਾਰ ਨਾਲ ਵਧਾ ਕੇ ਦੋ ਬਾਹਰਲੇ ਕੋਣ ਬਣਾਏ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ।
5. ਬਾਹਰਲੇ ਕੋਣ ਦਾ ਇੱਕ ਗੁਣ –
   ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਬਾਹਰਲੇ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ ਉਸਦੇ ਦੋ ਸਨਮੁੱਖ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
6. ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦਾ ਗੁਣ –
   ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਤਿੰਨ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 180° ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
7. ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਜਿਸਦੀ ਹਰ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਦਾ ਮਾਪ ਸਮਾਨ ਹੋਵੇ, ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਹਰੇਕ ਕੋਣ 60° ਦਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
8. ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ, ਜਿਸਦੀਆਂ ਕੋਈ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਮਾਪ ਵਿੱਚ ਸਮਾਨ ਹੋਣ, ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਅਸਮਾਨ ਭੁਜਾ ਉਸਦਾ ਆਧਾਰ ਕਹਾਉਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਆਧਾਰ ਉੱਪਰ ਬਣੇ ਦੋਨੋਂ ਕੋਣ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

9. ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਗੁਣ –

   (i) ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਕੋਈ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਦਾ ਜੋੜ, ਤੀਸਰੀ ਭੁਜਾ ਦੇ ਮਾਪ ਤੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

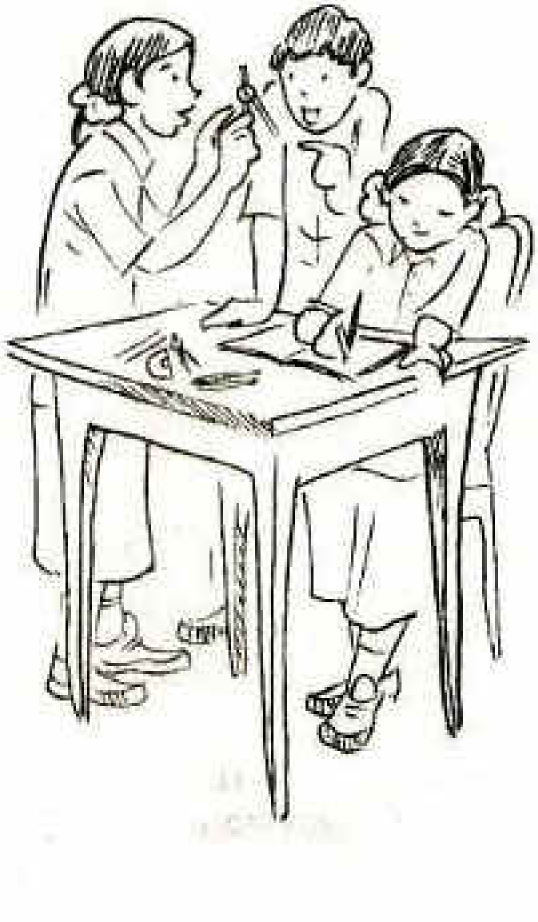
   (ii) ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਕੋਈ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਮਾਪਾਂ ਦਾ ਅੰਤਰ, ਤੀਸਰੀ ਭੁਜਾ ਦੇ ਮਾਪ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ? ਇਹ ਦੋਨੋਂ ਗੁਣ ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਰਚਨਾ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਉਪਯੋਗੀ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜਦੋਂ ਕਿ ਉਸ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਾ ਮਾਪ ਦਿੱਤਾ ਹੋਵੇ।

10. ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਸਮਕੋਣ ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਵਾਲੀ ਭੁਜਾ ਕਰਣ ਅਤੇ ਉਸ ਦੀਆਂ ਹੋਰ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਉਸਦੀਆਂ ਬਾਹਵਾਂ ਕਹਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।

11. **ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਗੁਣ –**

    ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਕਰਣ ਦਾ ਵਰਗ = ਉਸਦੀਆਂ ਬਾਹਵਾਂ ਦੇ ਵਰਗਾਂ ਦਾ ਜੋੜ।

    ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ, ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨਹੀਂ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਗੁਣ ਲਾਗੂ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਗੁਣ ਇਸ ਗੱਲ ਨੂੰ ਲਾਗੂ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਉਪਯੋਗੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕੋਈ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਮਕੋਣ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ।



ਅਧਿਆਇ 7

ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ

7.1 ਭੂਮਿਕਾ

ਹੁਣ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਜਿਮਾਇਤੀ ਸੰਕਲਪ "ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ" ਸਿੱਖਣ ਜਾ ਰਹੇ ਹੋ।
ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਕਰਕੇ ਤੁਸੀਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਬਾਰੇ ਬਹੁਤ ਕੁੱਝ ਪੜ੍ਹੋਗੇ।
ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਲਈ ਅਸੀਂ ਹੁਣ ਕੁੱਝ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਕਰਾਂਗੇ।

ਇਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਕਰੋ

ਇੱਕ ਹੀ ਤਰ੍ਹਾਂ (denomination) ਦੀਆਂ ਦੋ ਟਿਕਟਾਂ ਲਵੋ (ਚਿੱਤਰ 7.1)। ਇੱਕ ਟਿਕਟ ਨੂੰ ਦੂਸਰੀ ਟਿਕਟ ਉੱਪਰ ਰੱਖੋ। ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਦੇਖਦੇ ਹੋ?

ਚਿੱਤਰ 7.1

ਇੱਕ ਟਿਕਟ ਦੂਸਰੀ ਟਿਕਟ ਨੂੰ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਢੱਕ ਲੈਂਦੀ ਹੈ। ਇਸਦਾ ਅਰਥ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਦੋਵੇਂ ਟਿਕਟਾਂ ਇੱਕ ਹੀ ਆਕਾਰ ਅਤੇ ਇੱਕ ਹੀ ਮਾਪ ਦੀਆਂ ਹਨ। ਅਜਿਹੀਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ। ਤੁਹਾਡੇ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕੀਤੀਆਂ ਦੋਵੇਂ ਟਿਕਟਾਂ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਦੇ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ। ਸਰਬੰਗਸਮ ਵਸਤੂਆਂ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਦੀਆਂ ਹੂ-ਬ-ਹੂ ਨਕਲਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

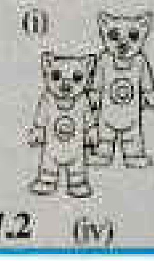
ਕੀ ਹੁਣ ਤੁਸੀਂ ਦੱਸ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ?

1. ਇੱਕ ਹੀ ਕੰਪਨੀ ਦੇ ਸ਼ੇਵਿੰਗ ਬਲੇਡ [ਚਿੱਤਰ 7.2 (i)]
2. ਇੱਕ ਹੀ ਲੈਟਰ ਪੈਡ ਦੇ ਪੰਨੇ [ਚਿੱਤਰ 7.2 (ii)]
3. ਇੱਕ ਹੀ ਪੈਕਟ ਦੇ ਬਿਸਕੁਟ [ਚਿੱਤਰ 7.2 (iii)]
4. ਇੱਕ ਹੀ ਸਾਂਚੇ ਵਿੱਚ ਬਣੇ ਖਿਡੌਣੇ [ਚਿੱਤਰ 7.2 (iv)]

(i)

(ii)

(iii)



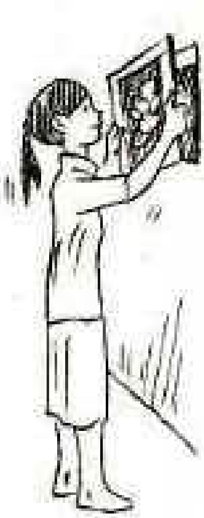
(iv)

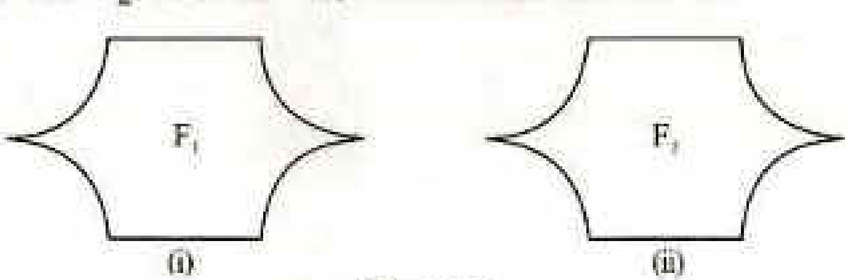
ਚਿੱਤਰ 7.2

ਦੋ ਵਸਤੂਆਂ ਦੇ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੋਣ ਦੇ ਸਬੰਧ ਨੂੰ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਕੇਵਲ ਤਲ ਵਿੱਚ ਬਣੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਬਾਰੇ ਹੀ ਚਰਚਾਂ ਕਰਾਂਗੇ ਜਦਕਿ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਇੱਕ ਸਧਾਰਣ ਵਿਸ਼ਾ ਹੈ। ਜਿਸਦਾ ਉਪਯੋਗ ਅਸੀਂ ਭਿੰਨ ਪਾਸਾਰੀ (3-Dimensional) ਚਿੱਤਰਾਂ ਲਈ ਵੀ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਤਲ ਵਿੱਚ ਬਣੇ ਅਜਿਹੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਦਾ ਵਿਧੀ ਪੂਰਵਕ ਅਰਥ ਜਾਨਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਾਂਗੇ ਜਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ।

7.2 ਤਲ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ

ਇੱਥੇ ਦਿੱਤੇ ਦੋ ਚਿੱਤਰਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖੋ (ਚਿੱਤਰ 7.3)। ਕੀ ਇਹ ਚਿੱਤਰ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ ?





ਚਿੱਤਰ 7.3

ਤੁਸੀਂ ਉੱਪਰ ਸਥਾਪਨ ਵਿਧੀ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਦੀ ਨਕਲ (trace-copy) ਬਣਾ ਕੇ ਦੂਸਰੇ ਚਿੱਤਰ ਉੱਪਰ ਰੱਖੋ। ਜੇਕਰ ਇਹ ਚਿੱਤਰ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਨੂੰ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਢੱਕ ਲੈਣ ਤਾਂ ਇਹ ਸਰਬੰਗਸਮ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਦੂਜੇ ਢੰਗ ਨਾਲ, ਤੁਸੀਂ ਇਨ੍ਹਾਂ ਚਿੱਤਰਾ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਨੂੰ ਕੱਟ ਕੇ ਦੂਸਰੇ ਚਿੱਤਰ ਉੱਪਰ ਰੱਖ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਲੇਕਿਨ ਸਾਵਧਾਨ। ਜਿਸ ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ ਤੁਸੀਂ ਕੱਟਿਆ ਹੈ (ਜਾਂ ਨਕਲ ਉਤਾਰੀ ਹੈ) ਉਸਨੂੰ ਮੋੜਨ ਜਾਂ ਫੈਲਾਉਣ ਦੀ ਖੁੱਲ ਤੁਹਾਨੂੰ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਚਿੱਤਰ 7.3 ਵਿੱਚ, ਜੇਕਰ ਚਿੱਤਰ F_1, ਚਿੱਤਰ F_2 ਦੇ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਲਿਖਾਂਗੇ $F_1 \cong F_2$.

7.3 ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਵਿੱਚ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ

ਦੋ ਰੇਖਾਖੰਡ ਕਦੋਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ? ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਦੇ ਦੋ ਜੋੜਿਆਂ ਨੂੰ ਵੇਖੋ।

ਚਿੱਤਰ 7.4

ਹਰੇਕ ਰੇਖਾਖੰਡ ਜੋੜੇ ਲਈ, ਇੱਕ ਰੇਖਾਖੰਡ ਦੀ ਨਕਲ ਉਤਾਰ ਕੇ ਉੱਪਰ ਸਥਾਪਨ ਵਿਧੀ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰੋ[ਚਿੱਤਰ 7.4(i)]। $\overline{CD}$ ਦੀ ਨਕਲ ਉਤਾਰ ਕੇ ਇਸਨੂੰ $\overline{AB}$ ਉੱਤੇ ਰੱਖੋ, ਤੁਸੀਂ ਦੇਖੋਗੇ ਕਿ $\overline{CD}$, $\overline{AB}$ ਨੂੰ ਪੂਰੀ ਢੱਕ ਲੈਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਬਿੰਦੂ C, A ਉੱਤੇ ਅਤੇ D, B ਉੱਪਰ ਸਥਿਤ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਦੋਵੇਂ ਰੇਖਾਖੰਡ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਲਿਖਾਂਗੇ $\overline{AB} \cong \overline{CD}$.

ਚਿੱਤਰ 7.4 (ii) ਦੇ ਰੇਖਾਖੰਡ ਜੋੜਿਆਂ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇਸ ਕਿਰਿਆ ਨੂੰ ਦੁਹਰਾਵਾਂਗੇ। ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਦੇਖਦੇ ਹੋ? ਇਹ ਰੇਖਾਖੰਡ ਸਰਬੰਗਸਮ ਨਹੀਂ ਹਨ। ਇਹ ਤੁਸੀਂ ਕਿਵੇਂ ਜਾਣਿਆ ? ਕਿਉਂਕਿ ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਰੇਖਾਖੰਡ ਨੂੰ ਦੂਸਰੇ ਉੱਪਰ ਰੱਖਿਆ ਤਾਂ ਉਹ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਨੂੰ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਨਹੀਂ ਢੱਕਦੇ ਹਨ।

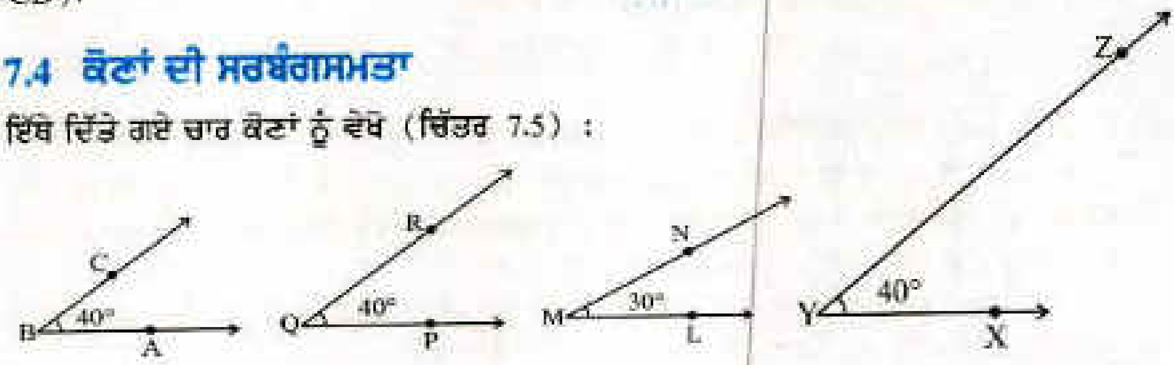
ਚਿੱਤਰ 7.4 (i) ਵਿੱਚੋਂ ਤੁਸੀਂ ਵੇਖਿਆ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਦੇ ਜੋੜਿਆਂ ਦਾ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨਾਲ ਸੁਮੇਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਪ੍ਰੰਤੂ ਚਿੱਤਰ 7.4 (ii) ਵਿੱਚ ਅਜਿਹੀ ਸਥਿਤੀ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਜੇਕਰ ਦੋ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ ਉਹ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਜੇਕਰ ਦੋ ਰੇਖਾਖੰਡ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਦੀਆ ਲੰਬਾਈਆਂ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਤੱਥ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਵਿਚ ਰੱਖਦੇ ਹੋਏ, ਜਦੋਂ ਦੋ ਰੇਖਾਖੰਡ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਕਿ ਰੇਖਾਖੰਡ ਬਰਾਬਰ ਹਨ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ AB=CD। (ਸਾਡਾ ਅਸਲੀ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ $\overline{AB} \cong \overline{CD}$)।

7.4 ਕੋਣਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ

ਇੱਥੇ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਚਾਰ ਕੋਣਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖੋ (ਚਿੱਤਰ 7.5) :



(i) (ii) (iii) (iv)

ਚਿੱਤਰ 7.5

$\angle PQR$ ਦਾ ਨਕਲ (trace copy) ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਓ ਅਤੇ ਇਸ ਨਾਲ $\angle ABC$ ਨੂੰ ਢਕਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ। ਇਸ ਲਈ, ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਬਿੰਦੂ Q ਨੂੰ B ਉੱਤੇ ਅਤੇ $\overrightarrow{QP}$ ਨੂੰ $\overrightarrow{BA}$ ਉੱਤੇ ਰੱਖੋ। $\overrightarrow{QR}$ ਕਿੱਥੇ ਆਵੇਗਾ ? ਇਹ $\overrightarrow{BC}$ ਦੇ ਉੱਪਰ ਹੋਵੇਗਾ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, $\angle PQR$ ਦਾ ਸੁਮੇਲਨ $\angle ABC$ ਨਾਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਸੁਮੇਲਨ ਵਿੱਚ, $\angle ABC$ ਅਤੇ $\angle PQR$ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ।

(ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੋਨਾਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਬਰਾਬਰ ਹਨ)

ਇਸਨੂੰ ਅਸੀਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ $\qquad \angle ABC \cong \angle PQR \qquad$ (i)

ਜਾਂ $\qquad m\angle ABC = m\angle PQR$ (ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਮਾਪ 40° ਹੈ)

ਹੁਣ ਤੁਸੀਂ $\angle LMN$ ਦਾ ਨਕਲ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਓ ਇਸਨੂੰ $\angle ABC$ ਉੱਪਰ ਰੱਖੋ। M ਨੂੰ B ਉੱਤੇ ਅਤੇ $\overrightarrow{ML}$ ਨੂੰ $\overrightarrow{BA}$ ਉੱਪਰ ਰੱਖੋ। ਕੀ $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{BC}$ ਉੱਪਰ ਆਉਂਦਾ ਹੈ ? ਨਹੀਂ, ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਅਜਿਹਾ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ। ਤੁਸੀਂ ਵੇਖਿਆ ਕਿ $\angle ABC$ ਅਤੇ $\angle LMN$ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਨਹੀਂ ਢੱਕਦੇ। ਇਸ ਲਈ, ਇਹ ਸਰਬੰਗਸਮ ਨਹੀਂ ਹਨ।

(ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ $\angle ABC$ ਅਤੇ $\angle LMN$ ਦੇ ਮਾਪ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹਨ)

$\angle XYZ$ ਅਤੇ $\angle ABC$ ਬਾਰੇ ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਕਹੋਗੇ ? ਚਿੱਤਰ 7.5 (iv) ਵਿੱਚ ਕਿਰਨ $\overrightarrow{YX}$ ਅਤੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਕਿਰਣ $\overrightarrow{BA}$ ਅਤੇ $\overrightarrow{BC}$ ਤੋਂ ਅਧਿਕ ਲੰਬੀਆਂ ਪ੍ਰਤੀਤ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਇਸਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ ਤੁਸੀਂ ਸੋਚ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ $\angle ABC$, $\angle XYZ$ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਹੈ। ਪ੍ਰੰਤੂ ਯਾਦ ਰੱਖੋ ਕਿ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਕਿਰਨ ਕੇਵਲ ਦਿਸ਼ਾ ਨੂੰ ਹੀ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ ਨਾ ਕਿ ਲੰਬਾਈ ਨੂੰ। ਤੁਸੀ ਦੇਖੋਗੇ ਕਿ ਇਹ ਦੋਵੇਂ ਕੋਣ ਵੀ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ।

ਇਸ ਨੂੰ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ $\qquad \angle ABC \cong \angle XYZ \qquad$ (ii)

ਜਾਂ $\qquad m\angle ABC = m\angle XYZ$

(i) ਅਤੇ (ii) ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਵਿੱਚ ਰੱਖਦੇ ਹੋਏ ਅਸੀਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ :

$$\angle ABC \cong \angle PQR \cong \angle XYZ$$

ਜੇਕਰ ਦੋ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ਤਾਂ ਉਹ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਜੇਕਰ ਦੋ ਕੋਣ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੋਣ ਤਾਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਵੀ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

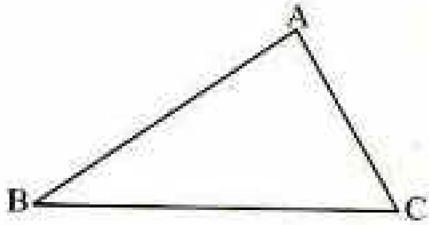
ਕੋਣਾਂ ਹੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਖਾਸ ਕਰਕੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਮਾਪਾਂ ਉੱਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੀ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਦੱਸਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇਹ ਕਹਿਣਾ ਕਿ ਦੋ ਕੋਣ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ, ਅਸੀਂ ਕਈ ਵਾਰ ਇਹੀ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹਨ; ਅਸੀਂ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ :

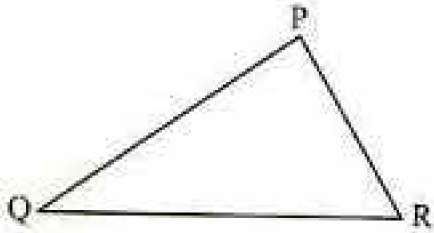
$$\angle ABC = \angle PQR \text{ (ਭਾਵ } \angle ABC \cong \angle PQR\text{)}.$$

7.5 ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ

ਅਸੀਂ ਦੇਖਿਆ ਹੈ ਕਿ ਰੇਖਾਖੰਡ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜਦੋਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ, ਦੂਜੇ ਦੀ ਹੂ-ਬ-ਹੂ ਨਕਲ ਹੋਵੇ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਦੋ ਕੋਣ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜੇਕਰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ, ਦੂਜੇ ਦੀ ਹੂ-ਬ-ਹੂ ਨਕਲ ਹੋਵੇ। ਅਸੀਂ ਹੁਣ ਇਸ ਸੰਕਲਪ ਨੂੰ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਲਈ ਵੀ ਵੇਖਾਂਗੇ।

ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜੇਕਰ ਉਹ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਦੀਆਂ ਹੂ-ਬ-ਹੂ ਨਕਲਾਂ ਹੋਣ ਅਤੇ ਇੱਕ ਨੂੰ ਦੂਜੇ ਉੱਪਰ ਰੱਖੇ ਜਾਣ 'ਤੇ, ਉਹ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਨੂੰ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਢੱਕ ਲੈਣ।





ਚਿੱਤਰ 7.6

ΔABC ਅਤੇ ΔPQR ਬਰਾਬਰ ਆਕਾਰ ਅਤੇ ਬਰਾਬਰ ਮਾਪ ਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ, ਇਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਦਰਸਾਵਾਂਗੇ:

$$\Delta ABC \cong \Delta PQR.$$

ਇਸਦਾ ਅਰਥ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ΔPQR ਨੂੰ ΔABC ਦੇ ਉੱਪਰ ਰੱਖਦੇ ਹੋ, ਤਾਂ P, A ਦੇ ਉੱਪਰ; Q, B ਦੇ ਉੱਪਰ ਅਤੇ R, C ਦੇ ਉੱਪਰ ਆਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $\overline{PQ}$, $\overline{AB}$ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ; $\overline{QR}$, $\overline{BC}$ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਅਤੇ $\overline{PR}$, $\overline{AC}$ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਆਉਂਦੇ ਹਨ। ਜੇਕਰ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸੁਮੇਲਨ (correspondence) ਵਿੱਚ ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਰਗੰਸਮ ਹਨ ਤਾਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਸੰਗਤ ਭਾਗ (ਭਾਵ ਕੋਣ ਅਤੇ ਭੁਜਾਵਾਂ) ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਇਹਨਾਂ ਦੋਵੇਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਵਿੱਚ, ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ:

ਸੰਗਤ ਸਿਖ਼ਰ	: A ਅਤੇ P, B ਅਤੇ Q, C ਅਤੇ R
ਸੰਗਤ ਭੁਜਾਵਾਂ	: $\overline{AB}$ ਅਤੇ $\overline{PQ}$, $\overline{BC}$ ਅਤੇ $\overline{QR}$, $\overline{AC}$ ਅਤੇ $\overline{PR}$
ਸੰਗਤ ਕੋਣ	: $\angle A$ ਅਤੇ $\angle P$, $\angle B$ ਅਤੇ $\angle Q$, $\angle C$ ਅਤੇ $\angle R$

ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ΔPQR ਨੂੰ ΔABC ਉੱਪਰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਨਾਲ ਰੱਖਦੇ ਹੋ ਕਿ P, B ਦੇ ਉੱਪਰ ਰੱਖੋ ਤਾਂ ਕੀ ਦੂਸਰੇ ਸਿਖ਼ਰ ਵੀ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਸੁਮੇਲ ਵਿੱਚ ਹੋਣਗੇ? ਅਜਿਹਾ ਹੋਣਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ? ਤੁਸੀਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਨਕਲ ਚਿੱਤਰ ਲਓ ਅਤੇ ਇਸ ਜਾਨਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ। ਇਹ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ

ਦੇ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਨਾ ਕੇਵਲ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਅਤੇ ਲੰਬਾਈਆਂ ਮਹੱਤਵ ਰੱਖਦੀਆਂ ਹਨ ਸਗੋਂ ਸਿਖਰਾਂ ਦਾ ਸੁਮੇਲਨ ਵੀ ਉਨ੍ਹਾਂ ਹੀ ਮਹੱਤਵ ਰੱਖਦਾ ਹੈ।

ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਸੁਮੇਲਨ ਹੈ:

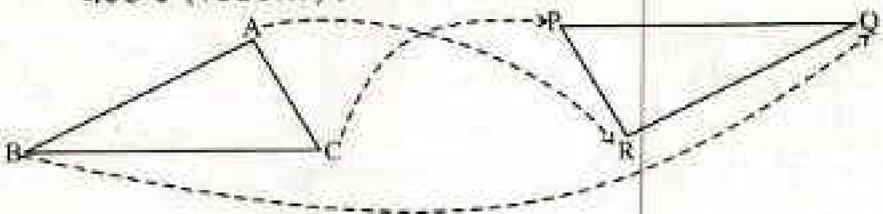
$$A \leftrightarrow P,\ B \leftrightarrow Q,\ C \leftrightarrow R$$

ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵੀ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ $ABC \leftrightarrow PQR$

ਉਦਾਹਰਣ 1: ਜੇਕਰ ΔABC ਅਤੇ ΔPQR ਸੁਮੇਲਨ $ABC \leftrightarrow RQP$ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੋਣ, ਤਾਂ ΔABC ਦੇ ਉਹ ਭਾਗ ਲਿਖੋ ਜਿਹੜੇ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦੇ ਸੰਗਤ ਹੋਣ

(i) $\angle P$ (ii) $\angle Q$ (iii) $\overline{RP}$

ਹੱਲ : ਇਸ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨੂੰ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮਝਣ ਲਈ, ਆਓ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਚਿੱਤਰ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ(ਚਿੱਤਰ7.7)।



ਚਿੱਤਰ 7.7

ਇੱਥੇ ਸੁਮੇਲਨ $ABC \leftrightarrow RQP$ ਹੈ। ਭਾਵ $A \leftrightarrow R$; $B \leftrightarrow Q$; $C \leftrightarrow P$.

ਇਸ ਲਈ: (i) $\overline{PQ} \leftrightarrow \overline{CB}$ (ii) $\angle Q \leftrightarrow \angle B$ (iii) $\overline{RP} \leftrightarrow \overline{AB}$

ਸੋਚੋ, ਚਰਚਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਲਿਖੋ

ਜਦੋਂ ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜ, ਮੰਨ ਲਓ ABC ਅਤੇ PQR, ਦਿੱਤੇ ਹੋਣ ਤਾਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਕੁੱਲ ਛੇ ਸੰਭਵ ਸੁਮੇਲਨ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਉਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਦੋ ਸੁਮੇਲਨ ਇਹ ਹਨ:

(i) $ABC \leftrightarrow PQR$ ਅਤੇ (ii) $ABC \leftrightarrow QRP$

ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਕੱਟ- ਆਊਟ (cutouts)ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਹੋਰ ਚਾਰ ਸੁਮੇਲਨ ਪਤਾ ਕਰੋ! ਕੀ ਇਹ ਸਾਰੇ ਸੁਮੇਲਨ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾਂ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ ? ਇਸਦੇ ਬਾਰੇ ਵਿੱਚ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ।

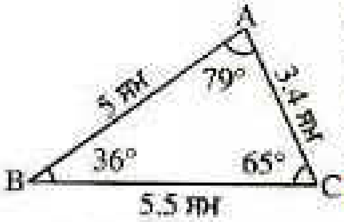
ਅਭਿਆਸ 7.1

1. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਕਥਨਾਂ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰੋ :
   (a) ਦੋ ਰੇਖਾ-ਖੰਡ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜੇਕਰ ________।
   (b) ਦੋ ਸਰਬੰਗਸਮ ਕੋਣਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਮਾਪ 70° ਹੈ। ਦੂਜੇ ਦਾ ਮਾਪ ________ ਹੈ।
   (c) ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ $\angle A = \angle B$ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ, ਸਾਡਾ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਅਰਥ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ________।
2. ਅਸਲ ਜੀਵਨ ਨਾਲ ਸਬੰਧਿਤ ਸਰਬੰਗਸਮ ਆਕਾਰਾਂ ਦੀਆਂ ਕੋਈ ਦੋ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਦਿਓ।
3. ਜੇਕਰ ਸੁਮੇਲਨ $ABC \leftrightarrow FED$ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ $\Delta ABC \cong \Delta FED$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਸਾਰੇ ਸੰਗਤ ਸਰਬੰਗਸਮ ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਲਿਖੋ।
4. ਜੇਕਰ $\Delta DEF \cong \Delta BCA$ ਹੋਵੇ, ਤਾਂ ΔBCA ਦੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਲਿਖੋ ਜਿਹੜੇ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦੇ ਸੰਗਤ ਹੋਣ:

   (i) $\angle E$ (ii) $\overline{EF}$ (iii) $\angle F$ (iv) $\overline{DF}$

7.6 ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਲਈ ਮਾਪ-ਦੰਡ

ਅਸੀਂ ਆਪਣੇ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਕਾਰ ਢਾਂਚਿਆਂ ਅਤੇ ਨਮੂਨਿਆਂ ਦਾ ਅਕਸਰ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਜਾਨਣਾ ਲਾਭਕਾਰੀ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਕਾਰ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਕਦੋਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੋਣਗੀਆਂ। ਜੇਕਰ ਤੁਹਾਡੀ ਕਾਪੀ ਵਿੱਚ ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਬਣੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਧ ਕਰਨਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹੋ ਕਿ ਦੋਵੇਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ ਤਾਂ ਹਰ ਵਾਰੀ ਉਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਨੂੰ ਕੱਟਕੇ ਦੂਜੇ ਉੱਪਰ ਰੱਖਣ ਵਾਲੀ ਵਿਧੀ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਨਹੀਂ ਕਰ ਸਕਦੇ। ਇਸਦੇ ਬਦਲੇ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਦੇ ਢੁੱਕਵੇਂ ਮਾਪਾਂ ਦੁਆਰਾ ਨਿਸ਼ਚਤ ਕਰ ਸਕੀਏ ਤਾਂ ਇਹ ਜ਼ਿਆਦਾ ਉਪਯੋਗੀ ਹੋਵੇਗਾ।



ਚਿੱਤਰ 7.8
ਅੱਪੂ ਦੁਆਰਾ ਬਣਾਈ ਤ੍ਰਿਭੁਜ

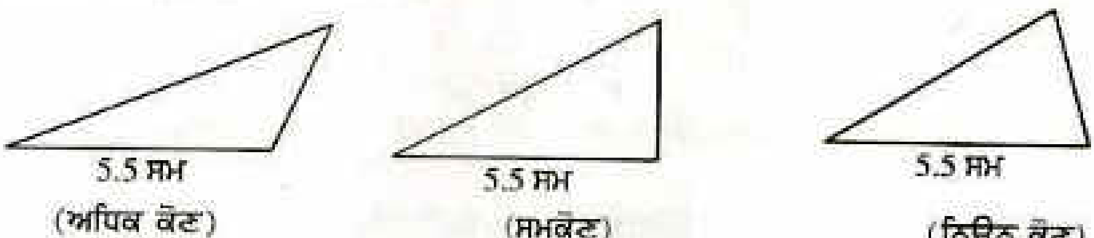
ਇੱਕ ਖੇਡ

ਅੱਪੂ ਅਤੇ ਟੀਪੂ ਇੱਕ ਖੇਡ ਖੇਡਦੇ ਹਨ। ਅੱਪੂ ਨੇ ਇੱਕ ABC(ਚਿੱਤਰ 7.8) ਬਣਾਇਆ ਹੈ। ਉਸਨੇ ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਕੋਣ ਦੇ ਮਾਪ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਵਿੱਚ ਰੱਖ ਲਿਆ। ਜਦੋਂ ਕਿ ਟੀਪੂ ਨੇ ਇਹ ਸਭ ਧਿਆਨ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਰੱਖਿਆ। ਅੱਪੂ, ਟੀਪੂ ਨੂੰ ਚੁਣੌਤੀ ਦਿੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕੀ ਉਹ ਕੁੱਝ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਸੂਚਨਾਵਾਂ ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ ਉਸਦੀ ΔABC ਦੀ ਹੂ-ਬ-ਹੂ ਨਕਲ ਬਣਾ ਸਕਦਾ ਹੈ? ਅੱਪੂ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤੀਆ ਗਈਆਂ ਸੂਚਨਾਵਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਟੀਪੂ ΔABC ਦੇ ਸਰਬੰਗਸਮ ਇੱਕ ਹੋਰ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਬਣਾਉਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਖੇਡ ਸ਼ੁਰੂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਸਾਵਧਾਨੀ ਨਾਲ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਖੇਡ ਅਤੇ ਗੱਲਬਾਤ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰੋ।

SSS ਖੇਡ

ਅੱਪੂ : ΔABC ਦੀ ਇੱਕ ਭੁਜਾ 5.5 ਸਮ ਹੈ।

ਟੀਪੂ :ਇਸ ਜਾਣਕਾਰੀ ਨਾਲ, ਮੈਂ ਅਨੇਕਾਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਬਣਾ ਸਕਦਾ ਹਾਂ (ਚਿੱਤਰ 7.9)। ਪ੍ਰੰਤੂ ਇਹ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਕਿ ਇਹ ΔABC ਦੀ ਹੂ-ਬ-ਹੂ ਨਕਲ ਹੋਵੇਗੀ। ਮੈਂ ਜਿਹੜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਬਣਾਵਾਂਗਾ ਉਹ ਅਧਿਕ ਕੋਣੀ (obtuse angled) ਜਾਂ ਸਮਕੋਣੀ (Right angled) ਜਾਂ ਨਿਊਨ ਕੋਣੀ (acute angled) ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹਨ :



ਚਿੱਤਰ 7.9

ਮੈਂ ਬਾਕੀ ਭੁਜਾਵਾਂ ਲਈ ਆਪਣੀ ਮਰਜ਼ੀ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕੀਤਾ ਹੈ। ਇਸ ਨਾਲ ਮੈਨੂੰ 5.5 ਸਮ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਆਧਾਰ ਵਾਲੇ ਕਈ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਮਿਲਦੇ ਹਨ।

ਇਸ ਲਈ, ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਹੀ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਨਾਲ ΔABC ਦੀ ਹੂ-ਬ-ਹੂ ਨਕਲ ਬਣਾਉਣਾ ਮੇਰੇ ਲਈ ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ।

ਅੱਪੂ :ਚੰਗਾ। ਮੈਂ ਤੈਨੂੰ ਇੱਕ ਹੋਰ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦੱਸਾਂਗਾ। ΔABC ਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ 5.5 ਸਮ ਅਤੇ 3.4 ਸਮ ਹਨ।

ਟੀਪੂ : ਇਹ ਜਾਣਕਾਰੀ ਵੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਹੂ-ਬ-ਹੂ ਨਕਲ ਬਨਾਉਣ ਲਈ ਕਾਫ਼ੀ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਮੈਂ ਇਸ ਸੂਚਨਾ ਨਾਲ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਬਣਾ ਸਕਦਾ ਹਾਂ ਜਿਹੜੇ ΔABC ਦੀ ਹੂ-ਬ-ਹੂ ਨਕਲ ਨਹੀਂ ਹੋਣਗੇ।

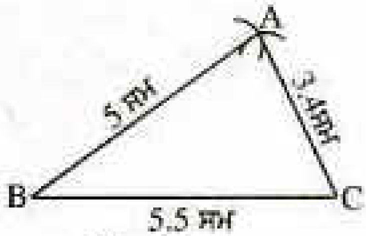
ਇਥੇ ਕੁੱਝ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ ਜੋ ਮੇਰੀ ਗੱਲ ਦੀ ਪੁਸ਼ਟੀ ਕਰਦੇ ਹਨ,

ਚਿੱਤਰ 7.10

ਤੁਹਾਡੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਹੂ-ਬ-ਹੂ ਨਕਲ ਕੋਈ ਵੀ ਨਹੀਂ ਬਣਾ ਸਕਦਾ ਜਦੋਂ ਕੇਵਲ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਣ।

ਅੱਪੂ: ਠੀਕ ਹੈ। ਮੈਂ ਤੈਨੂੰ ਆਪਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨੇ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਦਿੰਦਾ ਹਾਂ। ΔABC ਵਿੱਚ, ਮੇਰੇ ਕੋਲ $AB = 5$ ਸਮ, $BC = 5.5$ ਸਮ ਅਤੇ $AC = 3.4$ ਸਮ ਹੈ।

ਟੀਪੂ: ਮੈਂ ਸੋਚਦਾਂ ਹਾਂ ਕਿ ਹੁਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਬਣਾਉਣਾ ਸੰਭਵ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਹੁਣ ਮੈਂ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਦਾ ਹਾਂ। ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਮੈਂ ਇਹਨਾਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਨਾਲ ਇੱਕ ਰਫ਼ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹਾਂ ਜਿਸ ਨਾਲ ਮੈਂ ਆਸਾਨੀ ਨਾਲ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਯਾਦ ਰੱਖ ਸਕਾਂ। ਮੈਂ 5.5 ਸਮ $\overline{BC}$ ਖਿੱਚਦਾ ਹਾਂ।



ਚਿੱਤਰ 7.11

'B' ਨੂੰ ਕੇਂਦਰ ਲੈ ਕੇ, ਮੈਂ 5 ਸਮ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਚਾਪ ਲਗਾਉਂਦਾ ਹਾਂ। ਬਿੰਦੂ 'A' ਇਸ ਚਾਪ ਉੱਤੇ ਕਿਸੇ ਥਾਂ ਤੇ ਸਥਿਤ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਹੁਣ 'C' ਨੂੰ ਕੇਂਦਰ ਲੈ ਕੇ 3.4 ਸਮ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਹੋਰ ਚਾਪ ਖਿੱਚਦਾ ਹਾਂ। ਬਿੰਦੂ 'A' ਇਸ ਚਾਪ ਉੱਤੇ ਵੀ ਸਥਿਤ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਬਿੰਦੂ 'A' ਖਿੱਚੀਆਂ ਗਈਆਂ ਦੋਨਾਂ ਚਾਪਾਂ ਉੱਤੇ ਸਥਿਤ ਹੈ। ਭਾਵ ਬਿੰਦੂ 'A' ਦੋਨਾਂ ਚਾਪਾਂ ਦਾ 'ਕਾਟ' ਬਿੰਦੂ ਹੈ।

ਮੈਂ ਹੁਣ ਬਿੰਦੂਆਂ A, B ਅਤੇ C ਦੇ ਸਥਾਨ ਜਾਣਦਾ ਹਾਂ। ਬੱਲੇ! ਮੈਂ ਹੁਣ ਇਨ੍ਹਾਂ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾ ਕੇ ΔABC ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹਾਂ। (ਚਿੱਤਰ 7.11)

ਅੱਪੂ: ਬਹੁਤ ਚੰਗਾ! ਇਸ ਲਈ, ਇੱਕ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ΔABC ਦੀ ਹੂ-ਬ-ਹੂ ਨਕਲ ਬਣਾਉਣ ਲਈ (ਭਾਵ ΔABC ਦੇ ਸਰਬੰਗਸਮ) ਸਾਨੂੰ ਤਿੰਨੇ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਪਤਾ ਹੋਣੀਆਂ ਚਾਹੀਦੀਆਂ ਹਨ। ਕੀ ਅਸੀਂ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਨੂੰ ਭੁਜਾ-ਭੁਜਾ-ਭੁਜਾ (side-side-side) ਮਾਪ ਦੰਡ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ?

ਟੀਪੂ : ਕਿਉਂ ਨਾ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਸੰਖੇਪ ਵਿੱਚ, SSS ਮਾਪ ਦੰਡ ਕਹੀਏ।

SSS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਮਾਪ ਦੰਡ

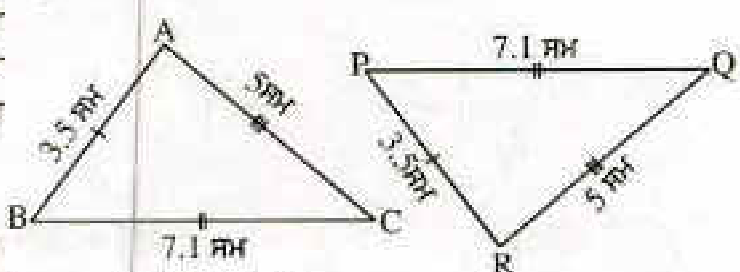
ਜੇਕਰ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸੁਮੇਲਨ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ, ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨੇ ਭੁਜਾਵਾਂ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਕਿਸੇ ਦੂਸਰੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਸੰਗਤ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ, ਤਾਂ ਦੋਵੇਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਣ 2 : ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਅਤੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ PQR ਵਿੱਚ $AB = 3.5$ ਸਮ, $BC = 7.1$ ਸਮ, $AC = 5$ ਸਮ, $PQ = 7.1$ ਸਮ, $QR = 5$ ਸਮ, ਅਤੇ $PR = 3.5$ ਸਮ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 7.1)। ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਕੀ ਦੋਵੇਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ? ਜੇਕਰ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸੁਮੇਲਨ ਸਬੰਧ ਨੂੰ ਸੰਕੇਤਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

ਹੱਲ : ਇੱਥੇ, $AB = RP$ (= 3.5 ਸਮ),

$BC = PQ$ (= 7.1 ਸਮ)

$AC = QR$ (= 5 ਸਮ)



ਚਿੱਤਰ 7.12

ਇਹ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਪਹਿਲੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨੇ ਭੁਜਾਵਾਂ, ਦੂਸਰੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨੇ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ: SSS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਮਾਪ ਦੰਡ ਅਨੁਸਾਰ, ਦੋਵੇਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ। ਉਪੱਰ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਤਿੰਨੇ ਸਮਾਨਤਾ ਵਾਲੇ ਸਬੰਧਾਂ ਤੋਂ ਇਹ ਅਸਾਨੀ ਨਾਲ ਦੇਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ $A \leftrightarrow R$, $B \leftrightarrow P$ ਅਤੇ $C \leftrightarrow Q$.

ਇਸ ਲਈ $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$

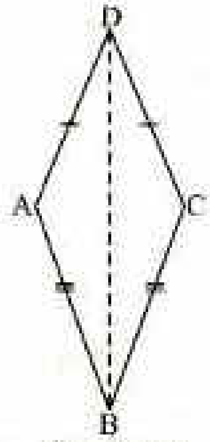
ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਜਾਣਕਾਰੀ : ਸਰਬੰਗਸਮ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਨਾਮਾਂ ਵਿੱਚ ਅੱਖਰਾਂ ਦੀ ਤਰਤੀਬ ਸੰਗਤ ਸਬੰਧਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$, ਲਿਖਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਪਤਾ ਚੱਲ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਬਿੰਦੂ A, R ਉੱਤੇ; B, P ਉੱਤੇ; C, Q ਉੱਤੇ; $\overline{AB}$, $\overline{RP}$ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ; $\overline{BC}$, $\overline{PQ}$ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਅਤੇ $\overline{AC}$, $\overline{RQ}$ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 3 : ਚਿੱਤਰ 7.13 ਵਿੱਚ, AD = CD ਅਤੇ AB = CB ਹੈ।

(i) ΔABD ਅਤੇ ΔCBD ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਦੇ ਤਿੰਨ ਜੋੜੇ ਦੱਸੋ।

(ii) ਕੀ $\Delta ABD \cong \Delta CBD$? ਕਿਉਂ ਜਾਂ ਕਿਉਂ ਨਹੀਂ ?

(iii) ਕੀ BD, $\angle ABC$ ਨੂੰ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ ? ਕਾਰਣ ਦੱਸੋ।



ਚਿੱਤਰ 7.13

ਹੱਲ :

(i) ΔABD ਅਤੇ ΔCBD ਵਿੱਚ, ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਦੇ ਤਿੰਨ ਜੋੜੇ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਹਨ:

AB = CB (ਦਿੱਤਾ ਹੈ)

AD = CD (ਦਿੱਤਾ ਹੈ)

ਅਤੇ BD = BD (ਸਾਂਝਾ)

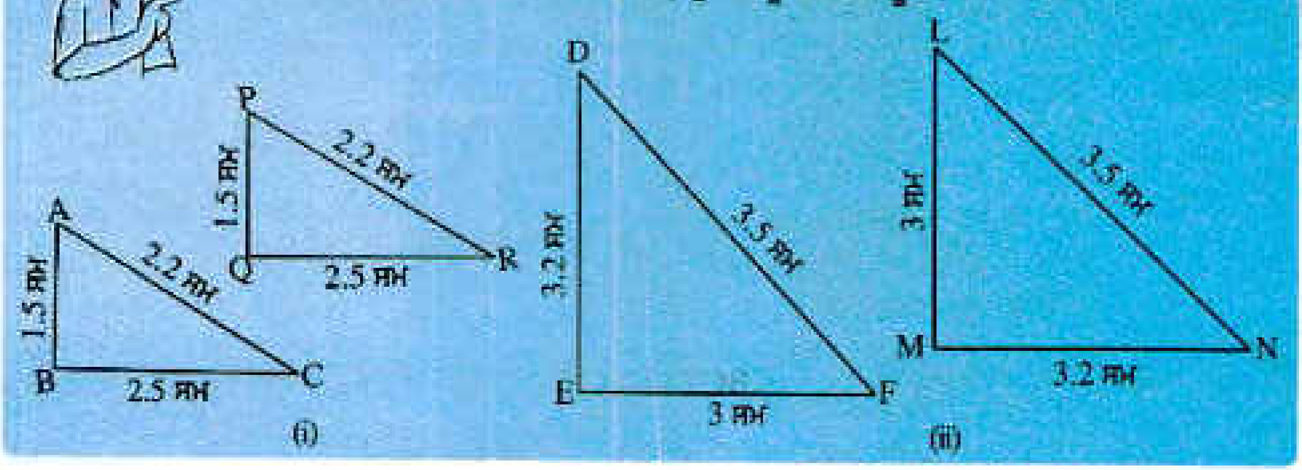
(ii) ਉਪੱਰ ਦਿੱਤੇ (i) ਤੋਂ , $\Delta ABD \cong \Delta CBD$ (SSS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਮਾਪ ਦੰਡ)

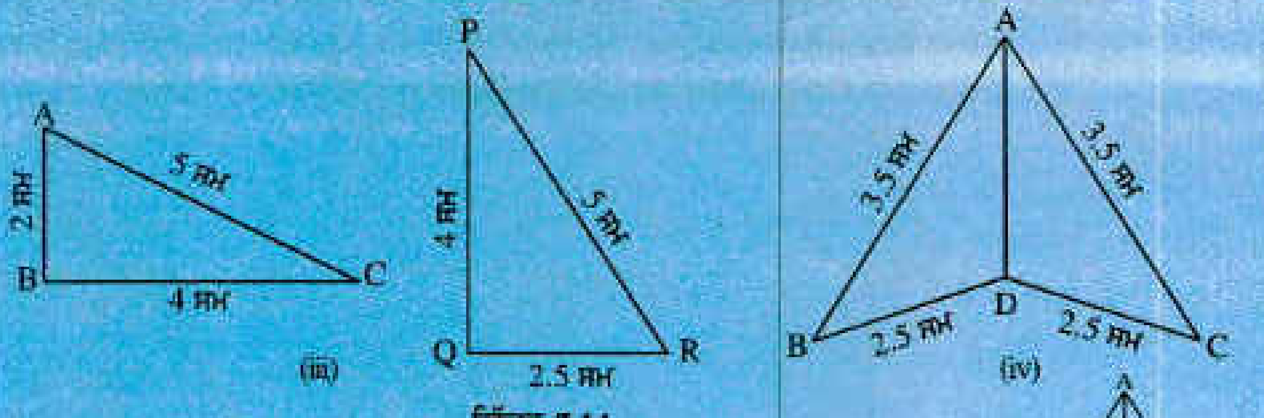
(iii) $\angle ABD = \angle CBD$ (ਸਰਬੰਗਸਮ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਸੰਗਤ ਭਾਗ)

ਇਸ ਲਈ : BD, $\angle ABC$ ਨੂੰ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

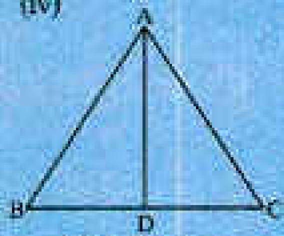
1. ਚਿੱਤਰ 7.14 ਵਿੱਚ, ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਦਰਸਾਈਆਂ ਗਈਆਂ ਹਨ। SSS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਮਾਪਦੰਡ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਦੱਸੋ ਕਿਹੜੇ ਕਿਹੜੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ। ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਉੱਤਰ ਨੂੰ ਸੰਕੇਤਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ:





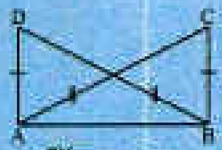
ਚਿੱਤਰ 7.14

2. ਚਿੱਤਰ 7.15 ਵਿੱਚ, AB = AC ਅਤੇ D, $\overline{BC}$ ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹੈ।
   (i) ΔADB ਅਤੇ ΔADC ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਦੇ ਤਿੰਨ ਜੋੜੇ ਦੱਸੋ।
   (ii) ਕੀ ΔADB ≅ ΔADC ਹੈ? ਕਾਰਣ ਦੱਸੋ।
   (iii) ਕੀ ∠B = ∠C ਹੈ? ਕਿਉਂ?



ਚਿੱਤਰ 7.15

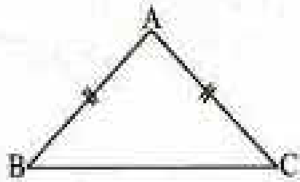
3. ਚਿੱਤਰ 7.16 ਵਿੱਚ, AC = BD ਅਤੇ AD = BC ਹੈ। ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਕਥਨਾਂ ਵਿੱਚ ਕਿਹੜਾ ਕਥਨ ਸੱਚ ਹੈ?
   (i) ΔABC ≅ ΔABD (ii) ΔABC ≅ ΔBAD



ਚਿੱਤਰ 7.16

ਸੋਚੋ, ਚਰਚਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਲਿਖੋ

ABC ਇੱਕ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ AB = AC (ਚਿੱਤਰ 7.17) ਹੈ।
ΔABC ਦੀ ਇੱਕ ਹੂ-ਬ-ਹੂ ਨਕਲ ਲਓ ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ ਵੀ ΔABC ਦਾ ਨਾਮ ਦਿਓ
(i) ΔABC ਅਤੇ ΔACB ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਦੇ ਤਿੰਨ ਜੋੜੇ ਬਣਾਓ।
(ii) ਕੀ ΔABC ≅ ΔACB ਹੈ? ਕਿਉਂ ਜਾਂ ਕਿਉਂ ਨਹੀਂ?
(iii) ਕੀ ∠B = ∠C ਹੈ? ਕਿਉਂ ਜਾਂ ਕਿਉਂ ਨਹੀਂ?



ਚਿੱਤਰ 7.17

ਅੱਪੂ ਅਤੇ ਟੀਪੂ ਹੁਣ ਪਿਛਲੇ ਖੇਡ ਵਿੱਚ ਕੁੱਝ ਤਬਦੀਲੀ ਕਰਕੇ ਦੁਬਾਰਾ ਖੇਡਦੇ ਹਨ।

SAS ਖੇਡ

ਅੱਪੂ : ਹੁਣ ਮੈਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਹੂ-ਬ-ਹੂ ਨਕਲ ਬਨਾਉਣ ਵਾਲੇ ਨਿਯਮਾਂ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਕਰਦਾ ਹਾਂ।

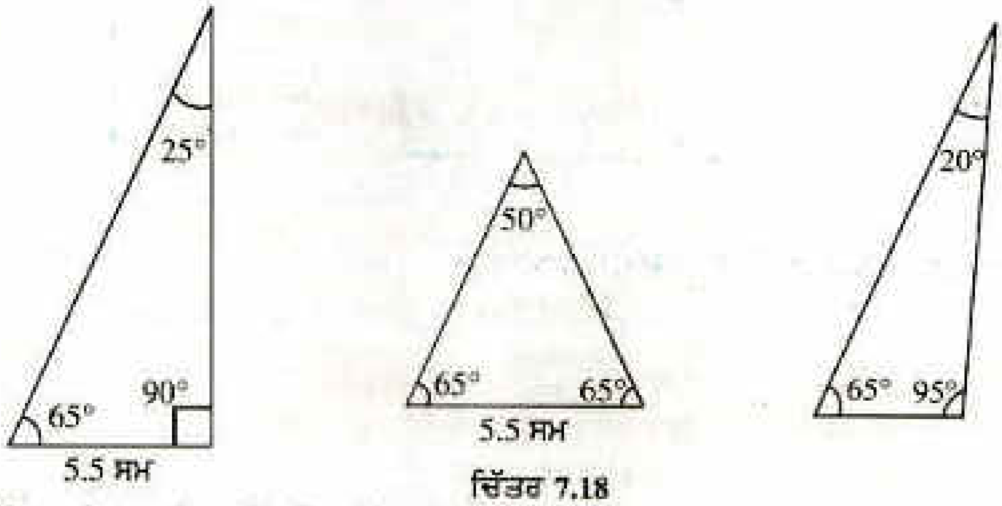
ਟੀਪੂ : ਠੀਕ ਹੈ, ਕਰੋ।

ਅੱਪੂ : ਤੁਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ਕਿ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦਾ ਪਤਾ ਹੋਣਾ ਹੀ ਕਾਫ਼ੀ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।

ਟੀਪੂ : ਹਾਂ।

ਅੱਪੂ : ਉਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਮੈਂ ਕਹਿੰਦਾ ਹਾਂ ਕਿ ΔABC ਦੀ ਇੱਕ ਭੁਜਾ 5.5 ਸਮ ਅਤੇ ਇੱਕ ਕੋਣ 65° ਦਾ ਹੈ।

ਟੀਪੂ : ਇਹ, ਫਿਰ ਤੋਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਬਨਾਉਣ ਲਈ ਕਾਫੀ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਮੈਂ ਅਜਿਹੇ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਬਣ ਸਕਦਾ ਹਾਂ ਜਿਹੜੇ ਤੁਹਾਡੀ ਸੂਚਨਾ ਨੂੰ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਕਰਦੇ ਹਨ, ਪ੍ਰੰਤੂ ਉਹ ΔABC ਦੀ ਹੂ-ਬ-ਹੂ ਨਕਲ ਨਹੀਂ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਣ ਲਈ, ਮੈਂ ਕੁਝ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਨੂੰ ਇੱਥੇ ਦਿੱਤਾ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 7.18)।



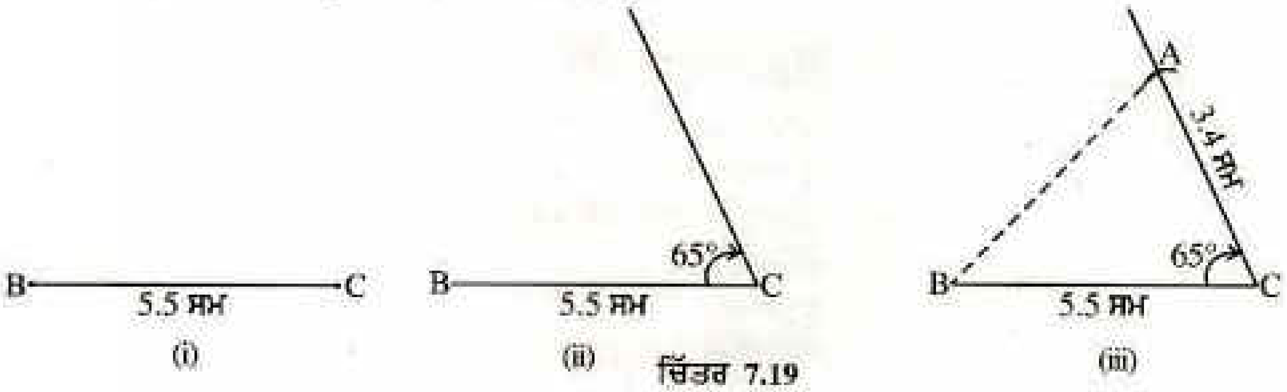
ਚਿੱਤਰ 7.18

ਅੱਪੂ : ਇਸ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਕੀ ਕਰੀਏ ?

ਟੀਪੂ : ਸਾਨੂੰ ਹੋਰ ਸੂਚਨਾਵਾਂ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੈ।

ਅੱਪੂ : ਤਦ, ਮੈਂ ਪਹਿਲਾਂ ਵਾਲੇ ਕਥਨ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਕਰਦਾ ਹਾਂ। ΔABC ਵਿੱਚ, ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 5.5 ਸਮ ਅਤੇ 3.4 ਸਮ ਹੈ, ਅਤੇ ਇਨਾਂ ਦੋਵੇਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਕੋਣ $65°$ ਦਾ ਹੈ।

ਟੀਪੂ : ਇਹ ਜਾਣਕਾਰੀ ਮੇਰੀ ਸਹਾਇਤਾ ਕਰੇਗੀ। ਮੈਂ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਦਾ ਹਾਂ। ਮੈਂ ਪਹਿਲਾਂ 5.5 ਸਮ ਲੰਬਾਈ ਵਾਲਾ ਰੇਖਾ ਖੰਡ BC ਖਿੱਚਦਾ ਹਾਂ (ਚਿੱਤਰ 7.19 (i)) । ਹੁਣ ਮੈਂ 'C' ਉੱਤੇ $65°$ ਦਾ ਕੋਣ ਬਨਾਉਂਦਾ ਹਾਂ (ਚਿੱਤਰ 7.19 (ii))।



ਚਿੱਤਰ 7.19

ਹਾਂ, ਮੈਨੂੰ ਬਿੰਦੂ A ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਹ C ਤੋਂ ਖਿੱਚੀ ਗਈ ਕੋਣੀ ਭੁਜਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ, C ਤੋਂ 3.4 ਸਮ ਦੀ ਦੂਰੀ ਉੱਤੇ ਸਥਿਤ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। C ਨੂੰ ਕੇਂਦਰ ਲੈ ਕੇ, ਮੈਂ 3.4 ਸਮ ਦੀ ਇੱਕ ਚਾਪ ਖਿੱਚਦਾ ਹਾਂ। ਇਹ ਕੋਣ ਦੀ ਭੁਜਾ ਨੂੰ A ਉੱਤੇ ਕੱਟਦਾ ਹੈ। ਹੁਣ ਮੈਂ AB ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਂਦਾ ਹਾਂ ਅਤੇ ΔABC ਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦਾ ਹਾਂ (ਚਿੱਤਰ 7.19 (ii))।

ਅੱਪੂ: ਤੁਸੀਂ ਇਥੇ ਭੁਜਾ-ਕੋਣ-ਭੁਜਾ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕੀਤਾ ਹੈ ਜਿੱਥੇ ਕੋਣ ਦੋਨਾਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਸਥਿਤ ਹੈ।

ਟੀਪੂ: ਹਾਂ। ਅਸੀਂ ਇਸ ਮਾਪ ਦੰਡ ਨੂੰ ਕੀ ਨਾਮ ਦੇਵਾਂਗੇ?

ਅੱਪੂ : ਇਹ SAS ਮਾਪ ਦੰਡ ਹੈ, ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਸਮਝ ਗਏ ਹੋ?

ਟੀਪੂ : ਹਾਂ। ਬਿਲਕੁਲ।

SAS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਮਾਪ ਦੰਡ

ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਸੁਮੇਲਨ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ, ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਉਨਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਕੋਣ ਦੂਸਰੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਦੋ ਸੰਗਤ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਕੋਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ, ਤਾਂ ਇਹ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

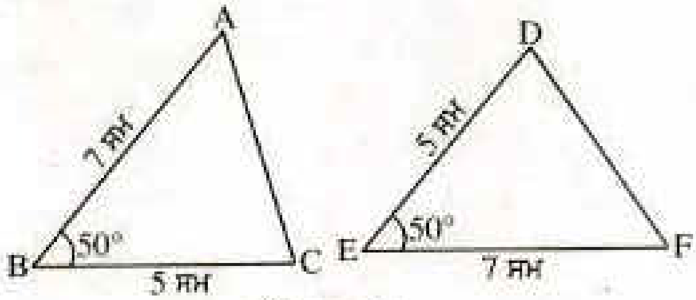
ਉਦਾਹਰਣ 4 : ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਕੁੱਝ ਮਾਪ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਹਨ। SAS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਮਾਪ ਦੰਡ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਕੀ ਦੋਵੇਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ ? ਜੇਕਰ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ ਤਾਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਸੰਕੇਤਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

	ΔABC	ΔDEF
(a)	AB = 7 ਸਮ, BC = 5 ਸਮ, $\angle B = 50°$	DE = 5 ਸਮ, EF = 7 ਸਮ, $\angle E = 50°$
(b)	AB = 4.5 ਸਮ, AC = 4 ਸਮ, $\angle A = 60°$	DE = 4 ਸਮ, FD = 4.5 ਸਮ, $\angle D = 55°$
(c)	BC = 6 ਸਮ, AC = 4 ਸਮ, $\angle B = 35°$	DF = 4 ਸਮ, EF = 6 ਸਮ, $\angle E = 35°$

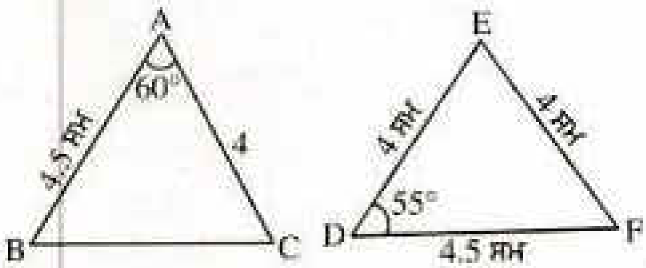
(ਇਹ ਹਮੇਸ਼ਾ ਬਹੁਤ ਉਪਯੋਗੀ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਪਹਿਲਾਂ ਇੱਕ ਰਫ਼ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾ ਕੇ ਉਸ ਉੱਤੇ ਮਾਪਾਂ ਨੂੰ ਅੰਕਿਤ ਕਰ ਦਿੱਤਾ ਜਾਵੇ ਅਤੇ ਉਸ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਨੂੰ ਦੇਖਿਆ ਜਾਵੇ।)

ਹੱਲ :

(a) ਇੱਥੇ AB = EF (= 7 ਸਮ), BC = DE (= 5 ਸਮ) ਅਤੇ ਵਿਚਕਾਰਲਾ $\angle B$ = ਵਿਚਕਾਰਲਾ $\angle E$ (= 50°).



ਚਿੱਤਰ 7.20



ਚਿੱਤਰ 7.21

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ $A \leftrightarrow F$ $B \leftrightarrow E$ ਅਤੇ $C \leftrightarrow D$.

ਇਸ ਲਈ , $\Delta ABC \cong \Delta FED$ (SAS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਮਾਪ ਦੰਡ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ) (ਚਿੱਤਰ 7.20)

(b) ਇੱਥੇ, AB = FD ਅਤੇ AC = DE ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 7.21)।

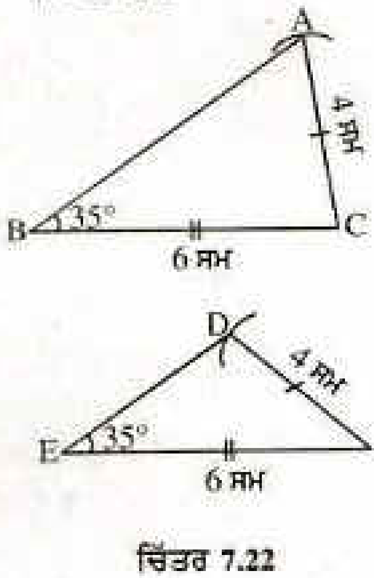
ਪ੍ਰੰਤੂ ਵਿਚਕਾਰਲਾ $\angle A \neq$ ਵਿਚਕਾਰਲਾ $\angle D$; ਇਸ ਲਈ: ਅਸੀਂ ਨਹੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਕਿ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ।

(c) ਇੱਥੇ BC = EF, AC = DF ਅਤੇ $\angle B = \angle E$.

ਪ੍ਰੰਤੂ $\angle B$ ਭੁਜਾਵਾਂ AC ਅਤੇ BC ਦਾ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਕੋਣ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, $\angle E$ ਭੁਜਾਵਾ EF ਅਤੇ DF ਦਾ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਕੋਣ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ : ਇੱਥੇ SAS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਮਾਪ ਦੰਡ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਨਹੀਂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਇਹ ਸਿੱਟਾ ਨਹੀਂ ਕੱਢ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਦੋਵੇਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ।



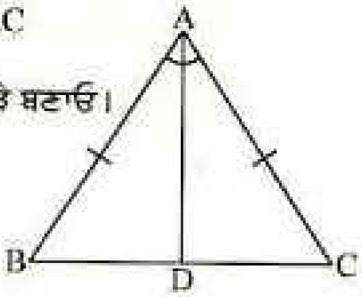
ਚਿੱਤਰ 7.22

ਉਦਾਹਰਣ 5: ਚਿੱਤਰ 7.23 ਵਿੱਚ, AB = AC ਹੈ ਅਤੇ AD, ∠BAC ਦਾ ਸਮਦੁਭਾਜਕ ਹੈ।

(i) ਤ੍ਰਿਭੁਜ ADB ਅਤੇ ADC ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਦੇ ਤਿੰਨ ਜੋੜੇ ਬਣਾਓ।

(ii) ਕੀ ΔADB ≅ ΔADC ? ਕਾਰਣ ਦੱਸੋ।

(iii) ਕੀ ∠B = ∠C ? ਕਾਰਣ ਦੱਸੋ।



ਚਿੱਤਰ 7.23

ਹੱਲ :

(i) ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਦੇ ਤਿੰਨ ਜੋੜੇ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਹਨ :

AB = AC (ਦਿੱਤਾ ਹੈ)

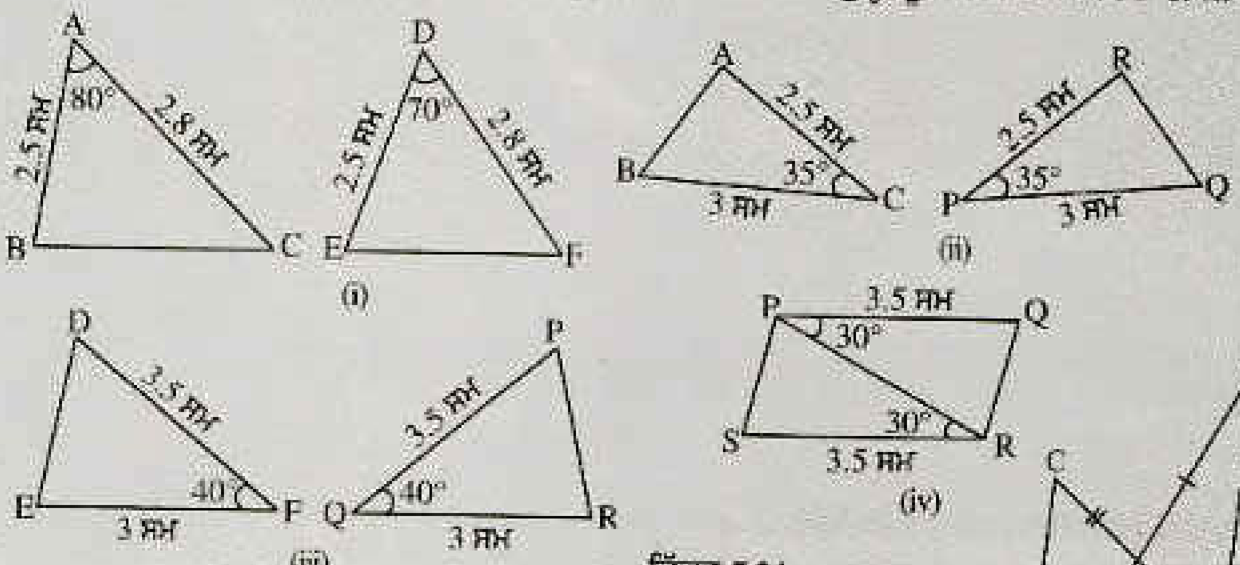
∠BAD = ∠CAD (AD, ∠BAC ਦਾ ਸਮਦੁਭਾਜਕ ਹੈ) ਅਤੇ AD = AD (ਸਾਂਝਾ)

(ii) ਹਾਂ, ΔADB ≅ ΔADC (SAS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਮਾਪਦੰਡ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ)

(iii) ∠B = ∠C (ਸਰਬੰਗਸਮ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਸੰਗਤ ਭਾਗ)

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

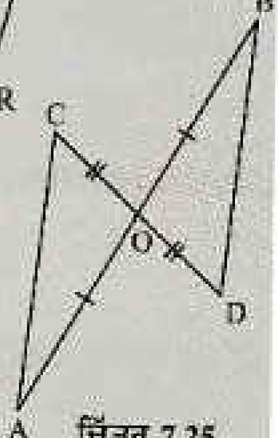
1. ΔDEF ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ $\overline{DE}$ ਅਤੇ $\overline{EF}$ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਕੋਣ ਕਿਹੜਾ ਹੈ?
2. SAS ਸਰਬੰਗਸਮ ਮਾਪਦੰਡ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕਰਕੇ ਤੁਸੀਂ ΔPQR ≅ ΔFED ਸਥਾਪਿਤ ਕਰਨਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹੋ। ਇਹ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਕਿ PQ = FE ਅਤੇ RP = DF ਹੈ। ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨੂੰ ਸਥਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ ਹੋਰ ਕਿਹੜੇ ਤੱਥ ਜਾਂ ਸੂਚਨਾ ਦੀ ਲੋੜ ਹੋਵੇਗੀ?
3. ਚਿੱਤਰ 7.24 ਵਿੱਚ, ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਜੋੜਿਆਂ ਦੇ ਜੋੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਕੁੱਝ ਭਾਗਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਅੰਕਿਤ ਕੀਤੇ ਗਏ ਹਨ। SAS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਮਾਪਦੰਡ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕਰਕੇ, ਇਹਨਾ ਵਿੱਚੋਂ ਉਹ ਜੋੜੇ ਛਾਂਟੋ ਜੋ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ। ਸਰਬੰਗਸਮ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਉਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਸੰਕੇਤਨ ਭਾਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਵੀ ਲਿਖੋ।



ਚਿੱਤਰ 7.24

4. ਚਿੱਤਰ 7.25 ਵਿੱਚ, $\overline{AB}$ ਅਤੇ $\overline{CD}$ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਨੂੰ O ਉੱਤੇ ਸਮਦੁਭਾਜਤ ਕਰਦੇ ਹਨ।

   (i) ਦੋਨਾਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ AOC ਅਤੇ BOD ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਦੇ ਤਿੰਨ ਜੋੜੇ ਦੱਸੋ।



ਚਿੱਤਰ 7.25

(ii) ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਕਥਨਾ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੇ ਕਥਨ ਸੱਚ ਹਨ ?

(a) $\Delta AOC \cong \Delta DOB$

(b) $\Delta AOC \cong \Delta BOD$

ASA ਖੇਡ

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਅੱਪੂ ਦੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨੂੰ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹੋ, ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹੋ:

(i) ਇਸਦੇ ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਕੋਣ ਨੂੰ ? (ii) ਇਸਦੇ ਕੇਵਲ ਦੋ ਕੋਣਾਂ ਨੂੰ ?

(iii) ਦੋ ਕੋਣ ਅਤੇ ਕੋਈ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ?

(iv) ਦੋ ਕੋਣ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਭੁਜਾ ?

ਉਪਰੋਕਤ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਹੱਲ ਕੱਢਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਸਾਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਮਾਪ ਦੰਡਾਂ ਤੋਂ ਜਾਣੂੰ ਕਰਾਉਂਦੇ ਹਨ।

ASA ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਮਾਪਦੰਡ:
ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਸੁਮੇਲਨ ਵਿੱਚ, ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਦੋ ਕੋਣ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਭੁਜਾ, ਕਿਸੇ ਦੂਜੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਦੋ ਸੰਗਤ ਕੋਣ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਭੁਜਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ, ਤਾਂ ਉਹ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

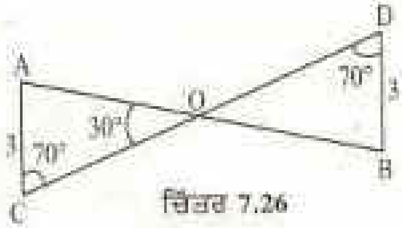
ਉਦਾਹਰਣ 6 : ASA ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ $\Delta ABC \cong \Delta QRP$ ਸਥਾਪਿਤ ਕਰਨਾ ਹੈ ਜੇਕਰ ਇਹ ਦਿੱਤਾ ਹੋਵੇ ਕਿ $BC = RP$ ਇਸ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨੂੰ ਸਥਾਪਿਤ ਕਰਨ ਲਈ ਹੋਰ ਕਿਹੜੇ ਤੱਥਾਂ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੈ ?

ਹੱਲ : ASA ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਮਾਪ ਦੰਡ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਦੋ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਨਾਲ ਨਾਲ ਉਨ੍ਹਾਂ ਵਿਚਕਾਰਲੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ BC ਅਤੇ RP ਦੀ ਵੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਹੋਰ ਜ਼ਰੂਰੀ ਤੱਥ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹਨ :

$\angle B = \angle R$

ਅਤੇ $\angle C = \angle P$

ਉਦਾਹਰਣ 7 : ਚਿੱਤਰ 7.26 ਵਿੱਚ, ਕੀ ਤੁਸੀਂ ASA ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਮਾਪ ਦੰਡ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕਰਕੇ ਇਹ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ $\Delta AOC \cong \Delta BOD$ ਹੈ ?



ਚਿੱਤਰ 7.26

ਹੱਲ : ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ AOC ਅਤੇ BOD ਵਿੱਚ, $\angle C = \angle D$ (ਹਰੇਕ $70°$)

ਅਤੇ $\angle AOC = \angle BOD = 30°$ (ਸਿਖ਼ਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ)

ਇਸ ਲਈ: $\angle A = 180° - (70° + 30°) = 80°$

(ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਤਿੰਨੋ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ)

ਇਸ ਲਈ $\angle B = 180° - (70° + 30°) = 80°$

ਇਸ ਲਈ ਸਾਡੇ ਕੋਲ, $\angle A = \angle B$, $AC = BD$ ਅਤੇ $\angle C = \angle D$ ਹੈ।

ਹੁਣ, $\angle A$ ਅਤੇ $\angle C$ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਭੁਜਾ AC ਅਤੇ $\angle B$ ਅਤੇ $\angle D$ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਭੁਜਾ BD ਹੈ।

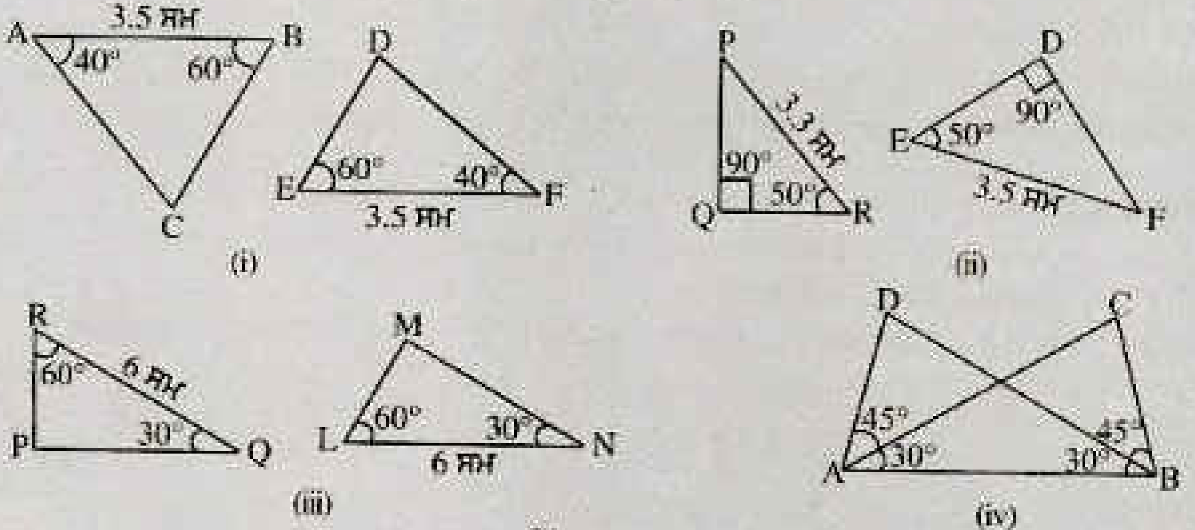
ਇਸ ਲਈ: ASA ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਮਾਪਦੰਡ ਤੋਂ, $\Delta AOC \cong \Delta BOD$.

ਟਿੱਪਣੀ

ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਦੋ ਕੋਣ ਦਿੱਤੇ ਹੋਣ ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਤੀਜਾ ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਇਸ ਲਈ : ਜਦੋਂ ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਦੋ ਕੋਣ ਅਤੇ ਇੱਕ ਭੁਜਾ,ਕਿਸੇ ਦੂਸਰੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਦੋ ਸੰਗਤ ਕੋਣ ਅਤੇ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ, ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ਇਸਨੂੰ "ਦੋ ਕੋਣ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਭੁਜਾ" ਵਾਲੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਸਕਦੇ ਹੋ ਅਤੇ ਤਦ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਮਾਪ ਦੰਡ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

1. ΔMNP ਵਿੱਚ ਕੋਣਾਂ, M ਅਤੇ N ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਕਿਹੜੀ ਭੁਜਾ ਹੈ?
2. ASA ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਮਾਪਦੰਡ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਤੁਸੀਂ $\Delta DEF \cong \Delta MNP$ ਸਥਾਪਿਤ ਕਰਨਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹੋ। ਤੁਹਾਨੂੰ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ $\angle D = \angle M$ ਅਤੇ $\angle F = \angle P$। ਹੈ। ਇਸ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨੂੰ ਸਥਾਪਿਤ ਕਰਨ ਲਈ ਹੋਰ ਕਿਹੜੇ ਕਿਹੜੇ ਤੱਥਾਂ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੈ? ਰਫ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾ ਕੇ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ।
3. ਚਿੱਤਰ 7.27 ਵਿੱਚ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਕੁੱਝ ਭਾਗਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਅੰਕਿਤ ਕੀਤੇ ਗਏ ਹਨ। ASA ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਮਾਪਦੰਡ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕਰਕੇ ਦੱਸੋ ਕਿ ਕਿਹੜੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ? ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਉੱਤਰ ਨੂੰ ਸੰਕੇਤਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

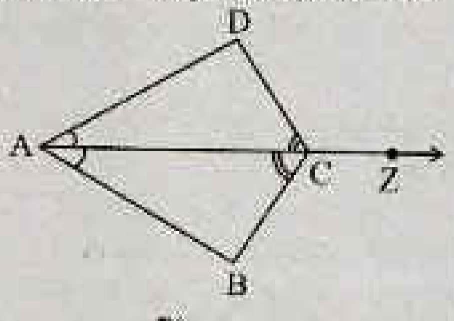


ਚਿੱਤਰ 7.27

4. ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਕੁੱਝ ਭਾਗਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ। ASA ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਮਾਪਦੰਡ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕਰਕੇ ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ ਕੀ ਇਹ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ? ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਉੱਤਰ ਨੂੰ ਸੰਕੇਤਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

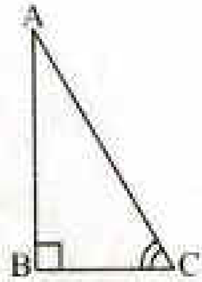
	ΔDEF	ΔPQR
(i)	$\angle D = 60^\circ$, $\angle F = 80^\circ$, DF = 5 ਸਮ	$\angle Q = 60^\circ$, $\angle R = 80^\circ$, QR = 5 ਸਮ
(ii)	$\angle D = 60^\circ$, $\angle F = 80^\circ$, DF = 6 ਸਮ	$\angle Q = 60^\circ$, $\angle R = 80^\circ$, QP = 6 ਸਮ
(iii)	$\angle E = 80^\circ$, $\angle F = 30^\circ$, EF = 5 ਸਮ	$\angle P = 80^\circ$, PQ = 5 ਸਮ, $\angle R = 30^\circ$

5. ਚਿੱਤਰ 7.28 ਵਿੱਚ, ਕਿਰਨ AZ, ∠DAB ਅਤੇ ∠DCB ਨੂੰ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦੀ ਹੈ।
   (i) ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ BAC ਅਤੇ DAC ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਦੇ ਤਿੰਨ ਜੋੜੇ ਦੱਸੋ।
   (ii) ਕੀ $\Delta BAC \cong \Delta DAC$ ਹੈ? ਕਾਰਣ ਦੱਸੋ?
   (iii) ਕੀ AB = AD ਹੈ? ਆਪਣੇ ਉੱਤਰ ਦਾ ਸਹੀ ਕਾਰਣ ਦੱਸੋ?
   (iv) ਕੀ CD = CB ਹੈ? ਕਾਰਣ ਦੱਸੋ?



ਚਿੱਤਰ 7.28

7.7 ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਵਿੱਚ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ



ਚਿੱਤਰ 7.29

ਦੋ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨੂੰ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਰੂਪ ਧਿਆਨ ਦੇਣਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅਜਿਹੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਵਿੱਚ, ਦੋ ਸਮਕੋਣ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਸਰਬੰਗਸਮ ਮਾਪ ਦੰਡ ਸੌਖਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ΔABC ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹੋ ਜਿਸ ਵਿੱਚ $\angle B = 90°$ ਹੋਵੇ (ਚਿੱਤਰ 7.29 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ) ਜੇਕਰ:

(i) ਕੇਵਲ ਭੁਜਾ BC ਪਤਾ ਹੋਵੇ? (ii) ਕੇਵਲ $\angle C$ ਦਾ ਪਤਾ ਹੋਵੇ?

(iii) $\angle A$ ਅਤੇ $\angle C$ ਦੀ ਜਾਣਕਾਰੀ ਹੋਵੇ? (iv) ਭੁਜਾ AB ਅਤੇ BC ਦੀ ਜਾਣਕਾਰੀ ਹੋਵੇ?

(v) ਕਰਣ AC ਅਤੇ AB ਜਾਂ BC ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਦੀ ਜਾਣਕਾਰੀ ਹੋਵੇ?

ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਰਫ਼ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਯਤਨ ਕਰੋ। ਤੁਸੀਂ ਦੇਖੋਗੇ ਕਿ (iv) ਅਤੇ (v) ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਬਣਾਉਣ ਵਿੱਚ ਤੁਹਾਡੀ ਸਹਾਇਤਾ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਪ੍ਰੰਤੂ ਸਥਿਤੀ (iv) ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ SAS ਮਾਪ ਦੰਡ ਹੀ ਹੈ। ਸਥਿਤੀ (v) ਕੁੱਝ ਨਵੀਂ ਹੈ। ਇਹ ਸਾਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਮਾਪ ਦੰਡ ਦੇ ਵੱਲ ਵਧਾਉਂਦਾ ਹੈ।

RHS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਮਾਪ ਦੰਡ

ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਸੁਮੇਲਨ ਵਿੱਚ, ਕਿਸੇ ਸਮਕੋਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਕਰਣ ਅਤੇ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਕਿਸੇ ਦੂਜੇ ਸਮਕੋਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਕਰਣ ਅਤੇ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਹ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ RHS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਕਿਉਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ? ਇਸਦੇ ਬਾਰੇ ਸੋਚੋ।

ਉਦਾਹਰਣ 8 : ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਜੋੜਿਆਂ ਦੇ ਕੁੱਝ ਭਾਗਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ। RHS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਮਾਪਦੰਡ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਦੱਸੋ ਕਿ ਕੀ ਇਹ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ? ਸਰਬੰਗਸਮ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ ਸੰਕੇਤਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵੀ ਲਿਖੋ:

	ΔABC	ΔPQR
(i)	$\angle B = 90°$, AC = 8 ਸਮ, AB = 3 ਸਮ	$\angle P = 90°$, PR = 3 ਸਮ, QR = 8 ਸਮ
(ii)	$\angle A = 90°$, AC = 5 ਸਮ, BC = 9 ਸਮ	$\angle Q = 90°$, PR = 8 ਸਮ, PQ = 5 ਸਮ

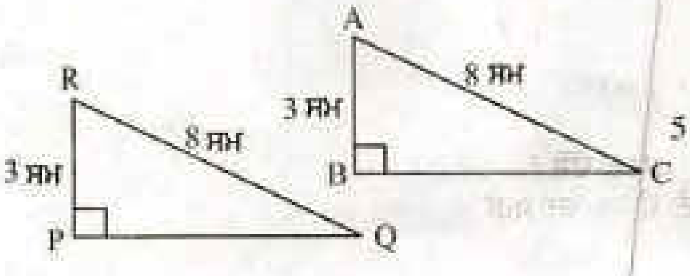
ਹੱਲ :

(i) ਇੱਥੇ $\angle B = \angle P = 90°$,

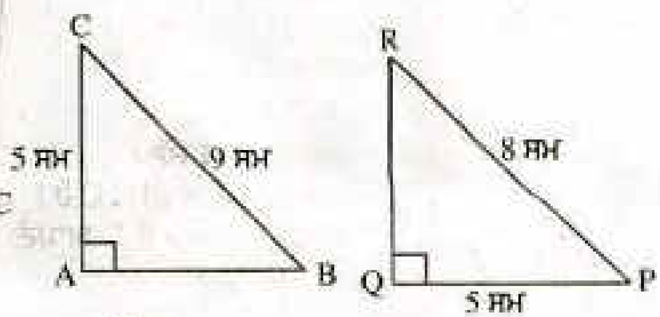
ਕਰਣ AC = ਕਰਣ RQ (= 8 ਸਮ) ਅਤੇ

ਭੁਜਾ AB = ਭੁਜਾ RP (= 3 ਸਮ)

ਇਸ ਲਈ: $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$ (RHS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਮਾਪ ਦੰਡ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ). [ਚਿੱਤਰ 7.30(i)]



(i)



(ii)

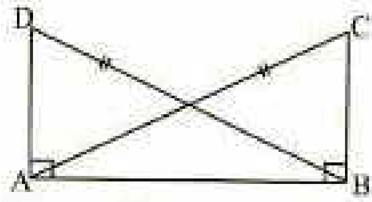
ਚਿੱਤਰ 7.30

(ii) ਇੱਥੇ $\angle A = \angle Q (= 90^\circ)$ ਅਤੇ

ਭੁਜਾ AC = ਭੁਜਾ PQ (= 5 ਸਮ)

ਪ੍ਰੰਤੂ ਕਰਣ BC $\neq$ ਕਰਣ PR [ਚਿੱਤਰ 7.30 (ii)]

ਇਸ ਲਈ, ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਨਹੀਂ ਹਨ।



ਚਿੱਤਰ 7.31

ਉਦਾਹਰਣ 9 : ਚਿੱਤਰ 7.31 ਵਿੱਚ, $DA \perp AB$, $CB \perp AB$ ਅਤੇ AC = BD ਹੈ।

(a) ΔABC ਅਤੇ ΔDAB ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਦੇ ਤਿੰਨ ਜੋੜੇ ਦੱਸੋ।

(b) ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਕਥਨ ਸੱਚ ਹੈ ?

(i) $\Delta ABC \cong \Delta BAD$ (ii) $\Delta ABC \cong \Delta ABD$

ਹੱਲ : ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਦੇ ਤਿੰਨ ਜੋੜੇ ਇਹ ਹਨ:

$\angle ABC = \angle BAD$ $(= 90^\circ)$

AC = BD (ਦਿੱਤਾ ਹੈ)

AB = BA (ਸਾਂਝੀ ਭੁਜਾ)

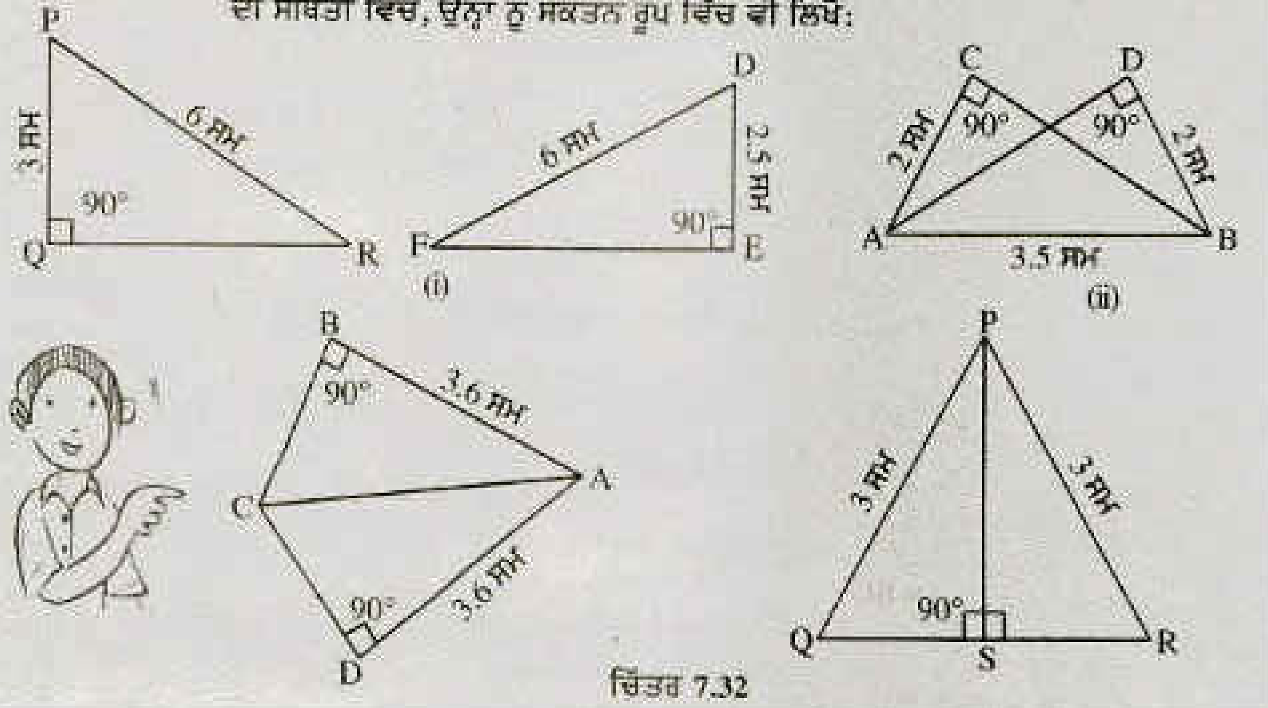
ਇਸ ਲਈ: $\Delta ABC \cong \Delta BAD$ (RHS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਮਾਪ ਦੰਡ)

ਇਸ ਲਈ ਕਥਨ (i) ਸੱਚ ਹੈ।

ਕਥਨ (ii) ਸੱਚ ਨਹੀਂ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਸਿਖਰਾਂ ਵਿੱਚ ਸੁਮੇਲਨ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕਰੋ

1. ਚਿੱਤਰ 7.32 ਵਿੱਚ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਕੁੱਝ ਭਾਗਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ। RHS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਦਾ ਮਾਪਦੰਡ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਦੱਸੋ ਕਿ ਕਿਹੜੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ। ਸਰਬੰਗਸਮ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਉਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਸੰਕੇਤਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵੀ ਲਿਖੋ:



ਚਿੱਤਰ 7.32

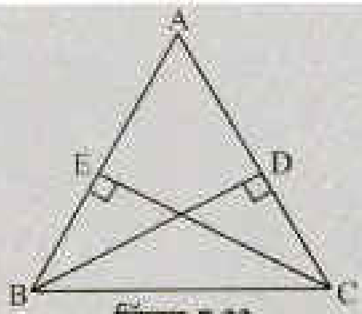
2. RHS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਮਾਪ ਦੰਡ ਤੋਂ $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$ ਸਥਾਪਿਤ ਕਰਨਾ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਇਹ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੋਵੇ ਕਿ $\angle B = \angle P = 90^\circ$ ਅਤੇ $AB = RP$ ਹੈ ਤਾਂ ਹੋਰ ਕਿਹੜੀ ਸੂਚਨਾ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੈ?

3. ਚਿੱਤਰ 7.33 ਵਿੱਚ, BD ਅਤੇ CE, ΔABC ਦੇ ਸਿਖਰ ਲੰਬ ਹਨ ਅਤੇ $BD = CE$.

(i) ΔCBD ਅਤੇ ΔBCE ਵਿੱਚ, ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਦੇ ਤਿੰਨ ਜੋੜੇ ਦੱਸੋ।

(ii) ਕੀ $\Delta CBD \cong \Delta BCE$ ਹੈ? ਕਿਉਂ ਜਾਂ ਕਿਉਂ ਨਹੀਂ?

(iii) ਕੀ $\angle DCB = \angle EBC$ ਹੈ? ਕਿਉਂ ਜਾਂ ਕਿਉਂ ਨਹੀਂ?



ਚਿੱਤਰ 7.33

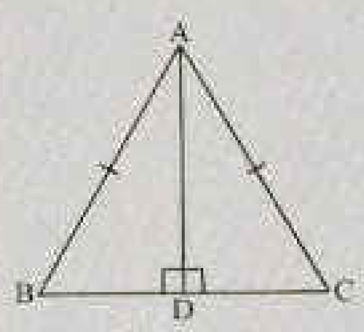
4. ABC ਇੱਕ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ $AB = AC$ ਅਤੇ AD ਇਸਦਾ ਇੱਕ ਸਿਖਰਲੰਬ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 7.34)।

(i) ΔADB ਅਤੇ ΔADC ਵਿੱਚ, ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਦੇ ਤਿੰਨ ਜੋੜੇ ਦੱਸੋ।

(ii) ਕੀ $\Delta ADB \cong \Delta ADC$ ਹੈ? ਕਿਉਂ ਜਾਂ ਕਿਉਂ ਨਹੀਂ?

(iii) ਕੀ $\angle B = \angle C$ ਹੈ ਕਿਉਂ ਜਾਂ ਕਿਉਂ ਨਹੀਂ?

(iv) ਕੀ $BD = CD$ ਹੈ? ਕਿਉਂ ਜਾਂ ਕਿਉਂ ਨਹੀਂ?



ਚਿੱਤਰ 7.34

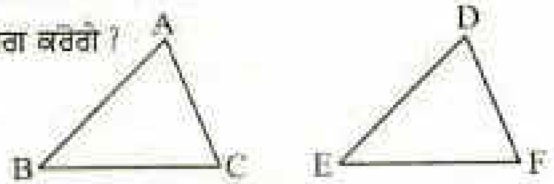
ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਹੁਣ ਤੱਕ ਦੇਖੇ ਗਏ ਮਾਪ ਦੰਡਾਂ ਤੇ ਅਧਾਰਿਤ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਅਤੇ ਸਵਾਲਾਂ ਨੂੰ ਦੇਖਾਂਗੇ।

ਅਭਿਆਸ 7.2

1. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਕਿਹੜੇ ਸਰਬੰਗਸਮ ਮਾਪ ਦੰਡਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰੋਗੇ?

(a) ਦਿੱਤਾ ਹੈ : $AC = DF$, $AB = DE$, $BC = EF$

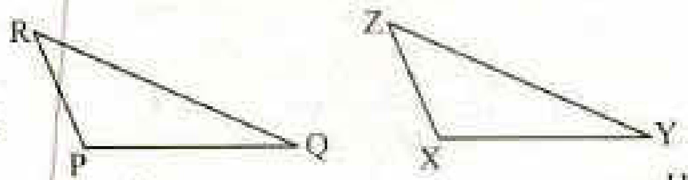
ਇਸ ਲਈ, $\Delta ABC \cong \Delta DEF$



(b) ਦਿੱਤਾ ਹੈ : $ZX = RP$, $RQ = ZY$

$\angle PRQ = \angle XZY$

ਇਸ ਲਈ, $\Delta PQR \cong \Delta XYZ$

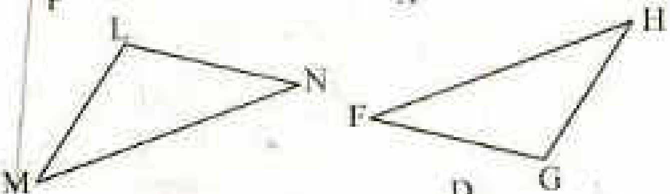


(c) ਦਿੱਤਾ ਹੈ : $\angle MLN = \angle FGH$

$\angle NML = \angle GFH$

$ML = FG$

ਇਸ ਲਈ, $\Delta LMN \cong \Delta GFH$

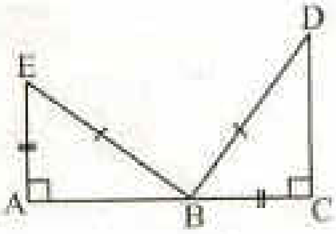


(d) ਦਿੱਤਾ ਹੈ : $EB = DB$

$AE = BC$

$\angle A = \angle C = 90^\circ$

ਇਸ ਲਈ, $\Delta ABE \cong \Delta CDB$

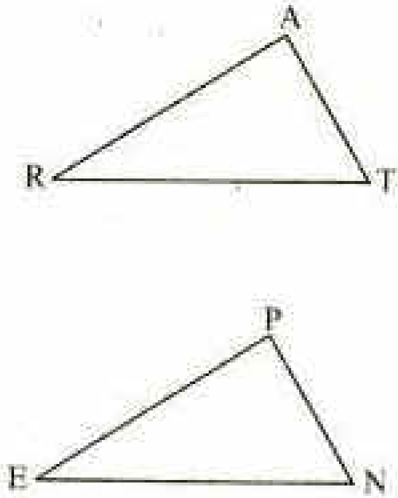


2. ਤੁਸੀਂ $\Delta ART \cong \Delta PEN$ ਦਰਸਾਉਣਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹੋ,

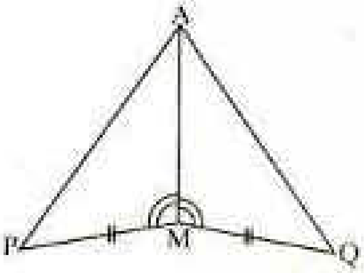
(a) ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ SSS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਮਾਪ ਦੰਡ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰੋ ਤਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੈ :
(i) AR = (ii) RT = (iii) AT =

(b) ਜੇਕਰ ਇਹ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੋਵੇ ਕਿ $\angle T = \angle N$ ਅਤੇ ਤੁਸੀਂ SAS ਮਾਪ ਦੰਡ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਨਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੋਵੇਗੀ :
(i) RT = ਅਤੇ (ii) PN =

(c) ਜੇਕਰ ਇਹ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੋਵੇ ਕਿ AT = PN ਅਤੇ ਤੁਹਾਨੂੰ ASA ਮਾਪ ਦੰਡ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਨਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੋਵੇਗੀ :
(i) ? = (ii) ? =



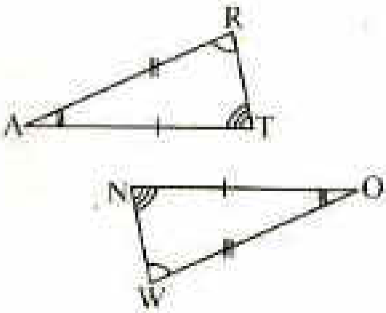
3. ਤੁਸੀਂ $\Delta AMP \cong \Delta AMQ$ ਦਰਸਾਉਣਾ ਹੈ।
ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚ ਖਾਲੀ ਸਥਾਨ ਭਰੋ।



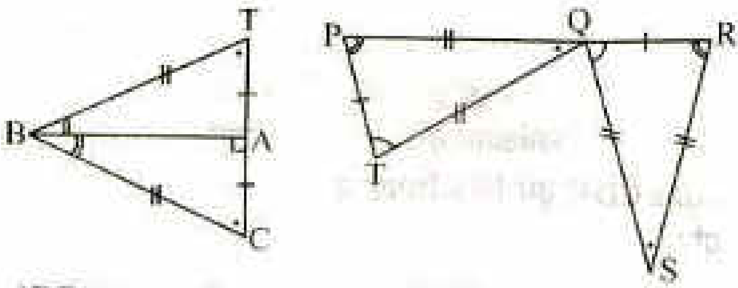
ਪਗ	ਕਾਰਣ
(i) PM = QM	(i) ...
(ii) $\angle PMA = \angle QMA$	(ii) ...
(iii) AM = AM	(iii) ...
(iv) $\Delta AMP \cong \Delta AMQ$	(iv) ...

4. ΔABC ਵਿੱਚ, $\angle A = 30°$, $\angle B = 40°$ ਅਤੇ $\angle C = 110°$
ΔPQR ਵਿੱਚ, $\angle P = 30°$, $\angle Q = 40°$ ਅਤੇ $\angle R = 110°$
ਇੱਕ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ ਕਿ AAA ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਮਾਪਦੰਡ ਨਾਲ $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ ਹੈ। ਕੀ ਇਹ ਕਥਨ ਸੱਚ ਹੈ? ਜਾਂ ਕਿਉਂ ਨਹੀਂ?

5. ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ART ਅਤੇ OWN ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ। ਜਿਸਦੇ ਸੰਗਤ ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ $\Delta RAT \cong$?

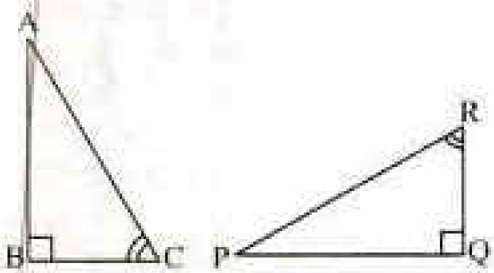


6. ਸਰਬੰਗਸਮ ਦੇ ਕਥਨਾਂ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰੋ:



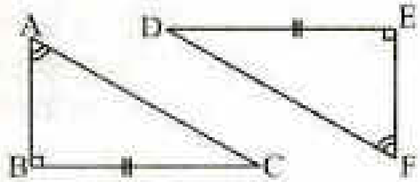
$\Delta BCA \cong$? $\Delta QRS \cong$?

7. ਇੱਕ ਵਰਗਾਕਾਰ ਕਾਗਜ਼ ਉੱਪਰ, ਬਰਾਬਰ ਖੇਤਰਫਲ ਵਾਲੇ ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਬਣਾਓ ਕਿ
   (i) ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੋਣ ।
   (ii) ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਰਬੰਗਸਮ ਨਾ ਹੋਣ ।
   ਤੁਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਪਰਿਮਾਪਾਂ ਬਾਰੇ ਕੀ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹੋ ?



8. ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਰਬੰਗਸਮ ਭਾਗਾਂ ਵਾਲਾ ਇੱਕ ਹੋਰ ਜੋੜਾ ਦੱਸੋ ਜਿਸ ਨਾਲ ΔABC ਅਤੇ ΔPQR ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੋ ਜਾਣ। ਤੁਸੀਂ ਕਿਹੜੇ ਮਾਪ ਦੰਡ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕੀਤਾ ਹੈ ?

9. ਚਰਚਾ ਕਰੋ, ਕਿਉਂ ?
   $\Delta ABC \cong \Delta FED$.



ਗਿਆਨ ਵਧਾਉ ਕਿਰਿਆਵਾਂ (Enrichment Activity)

ਅਸੀਂ ਦੇਖਿਆ ਹੈ ਕਿ ਉੱਪਰ ਸਥਾਪਨ, ਤਲ-ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨੂੰ ਜਾਂਚਣ ਦੀ ਇੱਕ ਉਪਯੋਗੀ ਵਿਧੀ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ, ਕੋਣਾਂ ਅਤੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਦੇ ਲਈ ਮਾਪਦੰਡਾਂ ਦਾ ਵਰਨਣ ਕੀਤਾ ਹੈ। ਹੁਣ ਤੁਸੀਂ ਇਨ੍ਹਾਂ ਸੰਕਲਪਾਂ ਨੂੰ ਅੱਗੇ ਵਧਾ ਕੇ ਤਲ ਦੇ ਦੂਜੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਲਈ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ।

1. ਵੱਖ-ਵੱਖ ਮਾਪ ਦੇ ਵਰਗਾਂ ਦੀਆਂ ਹੂ-ਬ-ਹੂ ਨਕਲਾਂ ਬਾਰੇ ਸੋਚੋ। ਉੱਪਰ ਸਥਾਪਨ ਵਿਧੀ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਵਰਗਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਦੇ ਮਾਪ ਦੰਡ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਕਰੋ। ਕਿਵੇਂ "ਸਰਬੰਗਸਮ ਭਾਗਾਂ" ਦੇ ਸੰਕਲਪ ਸਰਬੰਗਸਮ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਉਪਯੋਗ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ? ਕੀ ਇੱਥੇ ਸੰਗਤ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ ? ਕੀ ਇੱਥੇ ਸੰਗਤ ਵਿਕਰਣ ਹਨ ?
2. ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਚੱਕਰ ਲੈਂਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ? ਦੋ ਚੱਕਰਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਦਾ ਮਾਪ ਦੰਡ ਕੀ ਹੈ ? ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਫਿਰ ਉੱਪਰ ਸਥਾਪਨ ਵਿਧੀ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ? ਪਤਾ ਕਰੋ।
3. ਇਨਾਂ ਸੰਕਲਪਾਂ ਨੂੰ ਹੋਰ ਅੱਗੇ ਵਧਾ ਕੇ ਤਲ ਦੀਆਂ ਦੂਜੀਆਂ ਸ਼ਕਲਾਂ, ਜਿਵੇਂ ਸਮਛੇਭੁਜ ਆਦਿ ਲਈ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ।
4. ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਦੋ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੂ-ਬ-ਹੂ ਨਕਲਾਂ ਲਓ। ਕਾਗਜ਼ ਨੂੰ ਮੋੜ ਕੇ ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਕੀ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਸਿਖਰ ਲੰਬ ਬਰਾਬਰ ਹਨ ? ਕੀ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਮੱਧਿਕਾਵਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹਨ ? ਤੁਸੀਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਪਰਿਮਾਪ ਅਤੇ ਖੇਤਰਫਲ ਬਾਰੇ ਕੀ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹੋ ?

ਅਸੀਂ ਕੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ?

1. ਸਰਬੰਗਸਮ ਵਸਤੂਆਂ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਦੀ ਹੂ-ਬ-ਹੂ ਨਕਲ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।
2. ਉੱਪਰ ਸਥਾਪਨ ਵਿਧੀ, ਤਲ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰਦੀ ਹੈ।
3. ਦੋ ਤਲ ਚਿੱਤਰਾਂ, ਮੰਨ ਲਓ F_1 ਅਤੇ F_2 ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜੇਕਰ F_1 ਦੀ ਹੂ-ਬ-ਹੂ ਨਕਲ F_2, ਨੂੰ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਢੱਕ ਲੈਂਦੀ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ $F_1 \cong F_2$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ।
4. ਦੋ ਰੇਖਾ ਖੰਡ, ਮੰਨ ਲਓ $\overline{AB}$ ਅਤੇ $\overline{CD}$, ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਜੇਕਰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ। ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ। ਫਿਰ ਵੀ, ਸਧਾਰਣ ਤੌਰ 'ਤੇ ਇਸਨੂੰ $\overline{AB} = \overline{CD}$ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ।

5. ਦੋ ਕੋਣ, ਮੰਨ ਲਓ $\angle ABC$ ਅਤੇ $\angle PQR$, ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਜੇਕਰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ। ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ $\angle ABC \cong \angle PQR$ ਜਾਂ $m\angle ABC = m\angle PQR$, ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ। ਫਿਰ ਵੀ, ਵਿਹਾਰਕ ਤੌਰ 'ਤੇ ਇਸਨੂੰ ਸਧਾਰਣ ਰੂਪ ਵਿੱਚ $\angle ABC = \angle PQR$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ।
6. ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ SSS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ:
   ਇੱਕ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਸੁਮੇਲਨ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ, ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨੇ ਭੁਜਾਵਾਂ, ਕਿਸੇ ਦੂਸਰੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨੇ ਸੰਗਤ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ।
7. ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ SAS ਸਰਬੰਸਮਤਾ:
   ਇੱਕ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਸੁਮੇਲਨ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ, ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਕੋਣ, ਦੂਸਰੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਦੋ ਸੰਗਤ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ।
8. ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ASA ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ:
   ਇੱਕ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਸੁਮੇਲਨ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ, ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਦੋ ਕੋਣ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਭੁਜਾ; ਕਿਸੇ ਦੂਜੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਦੋ ਸੰਗਤ ਕੋਣ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਭੁਜਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ।
9. ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ RHS ਸਰਬੰਗਸਤਾ:
   ਇੱਕ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਸੁਮੇਲਨ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ, ਦੋ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਸਮਕੋਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਕਰਣ ਅਤੇ ਇੱਕ ਭੁਜਾ, ਕਿਸੇ ਦੂਜੀ ਸਮਕੋਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਕਰਣ ਅਤੇ ਸੰਗਤ ਭੁਜਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ।
10. ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਵਿੱਚ AAA ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
   ਇਹ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਕਿ ਬਰਾਬਰ ਸੰਗਤ ਕੋਣਾਂ ਵਾਲੇ ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੋਣ। ਅਜਿਹੇ ਸੁਮੇਲਨਾਂ ਵਿੱਚ, ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੂਜੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਵਧੀ ਹੋਈ ਨਕਲ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ। (ਇਹ ਉਦੋਂ ਹੀ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੋਣਗੇ ਜੇਕਰ ਇਹ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਦੀ ਹੂ-ਬ-ਹੂ ਨਕਲ ਹੋਣਗੇ।)

ਅਧਿਆਇ 8

ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ

8.1 ਜਾਣਕਾਰੀ

ਸਾਡੇ ਰੋਜ਼ਾਨਾਂ ਦੇ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ, ਅਨੇਕ ਅਜਿਹੇ ਮੌਕੇ ਆਉਂਦੇ ਹਨ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਦੋ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਮੰਨ ਲਓ ਅਸੀਂ ਹੀਨਾ ਅਤੇ ਆਮਿਰ ਦੀਆਂ ਉੱਚਾਈਆਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰ ਰਹੇ ਹਾਂ। ਅਸੀਂ ਇਸ ਸਿੱਟੇ 'ਤੇ ਪਹੁੰਚਦੇ ਹਾਂ ਕਿ :

1. ਹੀਨਾ, ਆਮਿਰ ਤੋਂ ਦੁੱਗਨੀ ਉੱਚੀ ਹੈ।

ਜਾਂ

2. ਆਮਿਰ ਦੀ ਉੱਚਾਈ ਹੀਨਾ ਦਾ ਉੱਚਾਈ ਦੀ ਅੱਧੀ ਹੈ।

ਆਓ ਇੱਕ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣ ਉੱਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ, ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ 20 ਬੰਟੇ ਰੀਟਾ ਅਤੇ ਅਮਿਤ ਵਿੱਚ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵੰਡਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਰੀਟਾ ਨੂੰ 12 ਬੰਟੇ ਅਤੇ ਅਮਿਤ ਨੂੰ 8 ਬੰਟੇ ਮਿਲਦੇ ਹਨ। ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ

1. ਰੀਟਾ ਦੇ ਕੋਲ, ਅਮਿਤ ਨਾਲੋਂ $\frac{3}{2}$ ਗੁਣਾ ਬੰਟੇ ਹਨ।

ਜਾਂ

2. ਅਮਿਤ ਦੇ ਕੋਲ, ਰੀਟਾ ਦੇ ਬੰਟਿਆਂ ਦਾ $\frac{2}{3}$ ਭਾਗ ਹੈ।

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇੱਕ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਚੀਤੇ ਅਤੇ ਆਦਮੀ ਦੀਆਂ ਦੋੜਨ ਦੀਆਂ ਗਤੀਆਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਇਥੇ ਚੀਤੇ ਦੀ ਚਾਲ (ਦੋੜਨ ਦੀ ਗਤੀ) ਆਦਮੀ ਦੀ ਚਾਲ ਦੀ 6 ਗੁਣੀ ਹੈ।

ਜਾਂ

ਆਦਮੀ ਦੀ ਚਾਲ, ਚੀਤੇ ਦੀ ਚਾਲ ਦਾ $\frac{1}{6}$ ਵਾਂ ਭਾਗ ਹੈ।

ਕੀ ਤੁਹਾਨੂੰ ਵੀ ਕੁੱਝ ਅਜਿਹੀਆਂ ਤੁਲਨਾਵਾਂ ਯਾਦ ਹਨ? ਛੇਵੀਂ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਦੋ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨਾ ਸਿੱਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ, ਉਦੋਂ ਸਾਨੂੰ ਦੱਸਿਆ ਗਿਆ ਸੀ ਕਿ ਇੱਕ ਰਾਸ਼ੀ, ਦੂਜੀ ਰਾਸ਼ੀ ਦਾ ਕਿੰਨੇ ਗੁਣਾ ਹੈ। ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇਹ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕਿਸੇ ਤੁਲਨਾ ਨੂੰ ਉਲਟਾ ਕੇ ਇਹ ਦੱਸਿਆ ਜਾਵੇ ਕਿ ਦੂਜੀ ਰਾਸ਼ੀ ਪਹਿਲੀ ਦਾ ਕਿੰਨਵਾਂ ਭਾਗ ਹੈ।

ਉੱਪਰ ਦੇ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨੂੰ, ਜਿਵੇਂ ਉਚਾਈਆਂ ਨੂੰ ਅਨੁਪਾਤ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਹੀਨਾ ਦੀ ਉੱਚਾਈ : ਆਮਿਰ ਦੀ ਉੱਚਾਈ $= 150:75$ ਜਾਂ $2:1$ ਹੈ।

ਕੀ ਹੁਣ ਤੁਸੀਂ ਹੋਰ ਤੁਲਨਾਵਾਂ ਨੂੰ ਵੀ ਅਨੁਪਾਤ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹੋ?

ਇਹ ਆਪਸੀ (ਪਰਸਪਰ) ਤੁਲਨਾਵਾਂ ਹਨ ਜੋ ਕਿ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਵੀ ਸਮਾਨ ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ। ਜੇਕਰ ਹੀਨਾ ਦੀ ਉਚਾਈ 150 ਸਮ ਅਤੇ ਆਮਿਰ ਦੀ ਉਚਾਈ 100 ਸਮ ਹੁੰਦੀ ਤਾਂ ਉੱਚਾਈਆਂ ਵਿੱਚ ਅਨੁਪਾਤ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੁੰਦਾ :

ਹੀਨਾ ਦੀ ਉੱਚਾਈ : ਆਮਿਰ ਦੀ ਉਚਾਈ $= 150:100 = \frac{150}{100} = \frac{3}{2}$ ਜਾਂ $3:2$ ਹੈ।

ਇਹ ਉਹੀ ਅਨੁਪਾਤ ਹੈ ਜੋ ਰੀਟਾ ਅਤੇ ਅਮਿਤ ਦੇ ਬੱਟਿਆਂ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਸੀ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਦੋ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ 'ਤੇ, ਇੱਕ ਹੀ ਅਨੁਪਾਤ ਮਿਲ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਧਿਆਨ ਰੱਖੋ ਕਿ ਤੁਲਨਾ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਦੋਨੋਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀਆਂ ਇਕਾਈਆਂ ਸਮਾਨ ਹੋਣੀਆਂ ਚਾਹੀਦੀਆਂ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਣ 1: 3 ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਦਾ 300 ਮੀ. ਨਾਲ ਅਨੁਪਾਤ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਪਹਿਲਾਂ, ਦੋਨੋਂ ਦੂਰੀਆਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਹੀ ਇਕਾਈ ਵਿੱਚ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ।

ਭਾਵ 3 ਕਿਲੋਮੀਟਰ $= 3 \times 1000$ ਮੀ. $= 3000$ ਮੀ.

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਲੋੜੀਂਦਾ ਅਨੁਪਾਤ 3 ਕਿ.ਮੀ. 300 ਮੀ. ਜਾਂ 3000 ਮੀ. 300 ਮੀ. ਜਾਂ $10:1$ ਹੈ।

8.2 ਤੁੱਲ ਅਨੁਪਾਤ

ਵੱਖ-ਵੱਖ ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਦੀ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਤੁਲਨਾ ਵੀ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ, ਜਿਸ ਤੋਂ ਪਤਾ ਚੱਲ ਸਕੇ ਕਿ ਇਹ ਤੁੱਲ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ। ਅਜਿਹਾ ਕਰਨ ਲਈ ਅਸੀਂ ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਨੂੰ ਪਹਿਲਾਂ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਾਂਗੇ ਅਤੇ ਫਿਰ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਹਰ ਵਾਲੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਕੇ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਜੇਕਰ ਇਹ ਭਿੰਨਾਂ ਸਮਾਨ ਹਨ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਅਨੁਪਾਤ ਤੁੱਲ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਣ 2: ਕੀ ਅਨੁਪਾਤ $1:2$ ਅਨੁਪਾਤ $2:3$ ਦੇ ਤੁੱਲ ਹੈ ?

ਹੱਲ: ਜਾਂਚ ਕਰਨ ਲਈ, ਸਾਨੂੰ ਦੇਖਣਾ ਪਵੇਗਾ ਕਿ ਕੀ $\frac{1}{2} = \frac{2}{3}$ ਹੈ ?

ਅਸੀਂ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ $\frac{1}{2} = \frac{1\times 3}{2\times 3} = \frac{3}{6}$ ਅਤੇ $\frac{2}{3} = \frac{2\times 2}{3\times 2} = \frac{4}{6}$

ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $\frac{3}{6} < \frac{4}{6}$ ਹੈ, ਭਾਵ $\frac{1}{2} < \frac{2}{3}$ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ ਅਨੁਪਾਤ $1:2$, ਅਨੁਪਾਤ $2:3$ ਦੇ ਤੁੱਲ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਅਜਿਹੀਆਂ ਤੁਲਨਾਵਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਵਿੱਚ ਦੇਖੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 3: ਇੱਕ ਕ੍ਰਿਕੇਟ ਟੀਮ ਦੁਆਰਾ ਖੇਡੇ ਗਏ ਕੁੱਝ ਮੈਚਾਂ ਵਿੱਚ ਪਰਦਰਸ਼ਨ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੈ:

	ਜਿੱਤ	ਹਾਰ
ਪਿਛਲੇ ਸਾਲ	8	2
ਵਰਤਮਾਨ ਸਾਲ	4	2

ਕਿਹੜੇ ਸਾਲ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਨ ਵਧੀਆ ਸੀ ?
ਅਜਿਹਾ ਤੁਸੀਂ ਕਿਸ ਆਧਾਰ 'ਤੇ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹੋ ?

ਹੱਲ: ਪਿਛਲੇ ਸਾਲ, ਜਿੱਤ : ਹਾਰ $= 8 : 2 = 4 : 1$
ਇਸ ਸਾਲ, ਜਿੱਤ : ਹਾਰ$= 4 : 2 = 2 : 1$

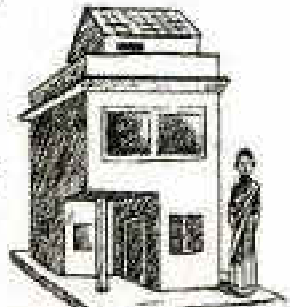
ਸਪਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ $4 : 1 > 2 : 1$ (ਭਿੰਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ $\frac{4}{1} > \frac{2}{1}$)

ਇਸ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਪਿਛਲੇ ਸਾਲ ਟੀਮ ਦਾ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਨ ਚੰਗਾ ਸੀ।

ਛੇਵੀਂ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਤੁੱਲ ਅਨੁਪਾਤ ਦੀ ਮਹੱਤਤਾ ਨੂੰ ਵੀ ਵੇਖਿਆ। ਦੋ ਅਨੁਪਾਤ ਜੇਕਰ ਤੁੱਲ ਹੋਣ ਤਾਂ ਉਹ ਇੱਕ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਆਉ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਤ ਬਾਰੇ ਯਾਦ ਕਰੀਏ।

ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਰੱਖਣਾ ਅਤੇ ਹੱਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨਾ

ਅਰੁਣਾ ਨੇ ਆਪਣੇ ਮਕਾਨ ਦੀ ਰੂਪ ਰੇਖਾ ਵੇਖ ਕੇ ਉਸ ਦਾ ਚਿੱਤਰ ਕਾਗਜ਼ 'ਤੇ ਬਣਾਇਆ ਅਤੇ ਮਕਾਨ ਦੇ ਨਾਲ ਆਪਣੀ ਮਾਂ ਨੂੰ ਵੀ ਨਾਲ ਖੜਾ ਦਿਖਾਇਆ। ਮੇਨਾ ਨੇ ਕਿਹਾ, "ਇਸ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਕੁੱਝ ਗਲਤੀ ਨਜ਼ਰ ਆ ਰਹੀ ਹੈ।"



ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਦਸ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇਸ ਵਿੱਚ ਕੀ ਗਲਤੀ ਹੈ ?

ਤੁਸੀਂ ਇਹ ਕਿਵੇਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹੋ ?

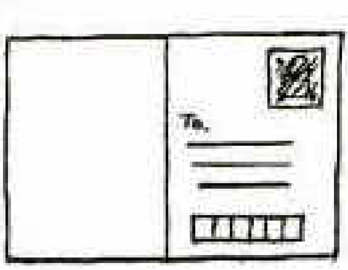
ਇਥੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਈਆਂ ਗਈਆਂ ਉਚਾਈਆਂ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਅਤੇ ਅਸਲ ਉੱਚਾਈਆਂ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਸਮਾਨ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

$$\frac{\text{ਮਕਾਨ ਦੀ ਸਹੀ ਉੱਚਾਈ}}{\text{ਮਾਂ ਦੀ ਸਹੀ ਉੱਚਾਈ}} = \frac{\text{ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਮਕਾਨ ਦੀ ਉੱਚਾਈ}}{\text{ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਮਾਂ ਦੀ ਉੱਚਾਈ}}$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੋਣ ਨਾਲ ਹੀ ਸਹੀ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਬਣੇਗਾ। ਅਕਸਰ ਜਦੋਂ ਸਹੀ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਹੀ ਉਹ ਚਿੱਤਰ ਦੇਖਣ ਨੂੰ ਸੁੰਦਰ ਲੱਗਦਾ ਹੈ।

ਇੱਕ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣ ਰਾਸ਼ਟਰੀ ਝੰਡੇ ਦਾ ਹੈ, ਜਿਸਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਸਹੀ ਅਨੁਪਾਤ ਦਾ ਧਿਆਨ ਰੱਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ਕਿ ਰਾਸ਼ਟਰੀ ਝੰਡੇ ਹਮੇਸ਼ਾ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਦੇ ਇੱਕ ਖਾਸ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹੀ ਬਣਾਏ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਜੋ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਦੇਸ਼ਾਂ ਲਈ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ ? ਪ੍ਰੰਤੂ ਅਕਸਰ ਇਹ ਅਨੁਪਾਤ 1.5:1 ਜਾਂ 1.7:1 ਹੁੰਦਾ ਹੈ।



ਅਸੀਂ ਇਸ ਅਨੁਪਾਤ ਦਾ ਮੁੱਲ 3:2 ਦੇ ਲਗਭਗ ਲੈ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਲਗਭਗ ਇਹੀ ਮੁੱਲ ਭਾਰਤ ਵਿੱਚ ਵਰਤੇ ਜਾਣ ਵਾਲੇ ਪੋਸਟ ਕਾਰਡ ਦਾ ਵੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਹੁਣ, ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ 4.5 ਸਮ ਲੰਬੇ 3.0 ਸਮ ਚੌੜੇ ਕਾਰਡ ਵਿੱਚ ਇਹੀ ਅਨੁਪਾਤ ਹੈ ? ਇਸ ਦੇ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਪੁੱਛਣ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੈ, ਕੀ 4.5 : 3.0, 3 : 2 ਦੇ ਤੁੱਲ ਹੈ ?

ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $4.5 : 3.0 = \frac{4.5}{3.0} = \frac{45}{30} = \frac{3}{2}$

ਇਸ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 4.5 : 3.0 ਅਤੇ 3 : 2 ਤੁੱਲ ਅਨੁਪਾਤ ਹਨ।

ਅਸਲ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਦੇ ਬਹੁਤ ਉਪਯੋਗ ਮਿਲਦੇ ਹਨ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਕੁੱਝ ਹੋਰ ਹਾਲਤਾਂ ਬਾਰੇ ਸੋਚ ਸਕਦੇ ਹੋ ?

ਅਸੀਂ ਪਿਛਲੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਇਕਾਈ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਹੱਲ ਕਰਨਾ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਅਸੀਂ ਅਨੇਕ ਤੋਂ ਇੱਕ ਅਤੇ ਫਿਰ ਲੋੜੀਂਦੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਲਈ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਆਓ ਹੁਣ ਦੇਖੀਏ ਕਿ ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੋਵਾਂ ਤਰੀਕਿਆਂ ਨਾਲ ਇੱਕ ਹੀ ਸਮੱਸਿਆ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਹੱਲ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 4 : ਇੱਕ ਨਕਸ਼ਾ 1000 ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਨੂੰ 2 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ ਨਾਲ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹੋਏ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਦੋ ਸਥਾਨਾਂ ਦੀ ਦੂਰੀ ਨਕਸ਼ੇ ਵਿੱਚ 2.5 ਸਮ ਹੈ, ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਅਸਲ ਦੂਰੀ ਕੀ ਹੋਵੇਗੀ ?

ਹੱਲ :

ਅਰੁਣ ਨੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾ ਹੱਲ ਕੀਤਾ:

ਮੰਨ ਲਉ ਦੂਰੀ = x ਕਿ.ਮੀ

ਤਾਂ $1000 : x = 2 : 2.5$

ਜਾਂ $\frac{1000}{x} = \frac{2}{2.5}$

ਜਾਂ $\frac{1000 \times x \times 2.5}{x} = \frac{2}{2.5} \times x \times 2.5$

ਜਾਂ $1000 \times 2.5 = x \times 2$

ਜਾਂ $x = 1250$

ਅਸਲ ਦੂਰੀ = 1250 ਕਿ.ਮੀ.

ਮੀਰਾਂ ਨੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੱਲ ਕੀਤਾ :

2 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ = 1000 ਕਿ.ਮੀ ਨੂੰ

ਇਸ ਲਈ 1 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ = $\frac{1000}{2}$ ਕਿ.ਮੀ. ਨੂੰ

ਇਸ ਲਈ 2.5 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ = $\frac{1000}{2} \times 2.5$ ਕਿ.ਮੀ. ਨੂੰ

= 1250 ਕਿ.ਮੀ. ਨੂੰ

ਅਰੁਣ ਨੇ ਪਹਿਲਾਂ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਬਣਾ ਕੇ ਫਿਰ ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਣ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਅਤੇ ਹੱਲ ਪਤਾ ਕੀਤਾ। ਮੀਰਾ ਨੇ ਪਹਿਲਾਂ 1 ਸਮ ਨਾਲ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕੀਤੀ ਅਤੇ ਫਿਰ ਉਸਨੇ 2.5 ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਨਾਲ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਅਸਲ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕੀਤੀ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਉਸਨੇ ਇਕਾਈ ਵਿਧੀ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕੀਤਾ। ਆਓ ਹੁਣ ਇਕਾਈ ਵਿਧੀ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਕੁੱਝ ਹੋਰ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੀਏ।

ਉਦਾਹਰਣ 5: ਜੇ 6 ਕੋਲੀਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ₹ 90 ਹੈ ਤਾ ਇਹੋ ਜਿਹੀਆਂ 10 ਕੋਲੀਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ?

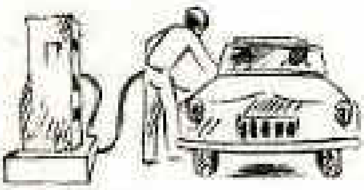
ਹੱਲ : 6 ਕੋਲੀਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ = ₹ 90

ਇਸ ਲਈ 1 ਕੋਲੀ ਦਾ ਮੁੱਲ = ₹ $\frac{90}{6}$

ਅਤੇ 10 ਕੋਲੀਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ = ₹ $\frac{90}{6} \times 10$ = ₹ 150

ਉਦਾਹਰਣ 6 : ਮੇਰੀ ਕਾਰ 25 ਲਿਟਰ ਪੈਟਰੋਲ ਵਿੱਚ 150 ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਦੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰਦੀ ਹੈ। 30 ਲਿਟਰ ਪੈਟਰੋਲ ਵਿੱਚ ਇਹ ਕਿੰਨੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰੇਗੀ ?

ਹੱਲ : 25 ਲਿਟਰ ਪੈਟਰੋਲ ਵਿੱਚ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ = 150 ਕਿਲੋਮੀਟਰ



ਇਸ ਲਈ 1 ਲਿਟਰ ਪੈਟਰੋਲ ਵਿੱਚ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰੇਗੀ = $\frac{150}{25}$ ਕਿ.ਮੀ

ਅਤੇ 30 ਲਿਟਰ ਪੈਟਰੋਲ ਵਿੱਚ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰੇਗੀ = $\frac{150}{25}\times30$ ਕਿ.ਮੀ. = 180 ਕਿ.ਮੀ.

ਇਸ ਵਿਧੀ ਵਿੱਚ, ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਵਸਤੂ ਦੇ ਲਈ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਭਾਵ ਇਕਾਈ ਦਰ ਕੱਢਦੇ ਹਾਂ। ਇਹ ਦੋ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਗੁਣਾਂ (Properties) ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਕੇ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਲਈ, ਵਸਤੂਆਂ ਦੇ ਮੁੱਲ ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕਰਕੇ ਇੱਕ ਵਸਤੂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਜਾਂ ਦੂਰੀ ਅਤੇ ਸਮਾਂ ਦਿੱਤੇ ਹੋਣ 'ਤੇ ਇਕਾਈ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਤੈਅ ਹੋਣ ਵਾਲੀ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰ ਲੈਂਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ 'ਹਰੇਕ' ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਅਸੀਂ ਅਕਸਰ 'ਪ੍ਰਤੀ' ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ ਤੇ, ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਪ੍ਰਤੀ ਘੰਟਾ (Km/h), ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਪ੍ਰਤੀ ਅਧਿਆਪਕ, ਆਦਿ ਇਕਾਈ ਦਰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ।

ਸੋਚੋ, ਚਰਚਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਲਿਖੋ

ਇੱਕ ਕੀੜੀ ਆਪਣੇ ਭਾਰ ਤੋਂ 50 ਗੁਣਾ ਭਾਰ ਚੁੱਕ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਕੋਈ ਮਨੁੱਖ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਰ ਸਕੇ ਤਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਤੁਸੀ ਕਿੰਨ੍ਹਾਂ ਭਾਰ ਚੁੱਕ ਸਕਦੇ ਹੋ ?

ਅਭਿਆਸ 8.1

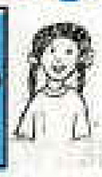
1. ਅਨੁਪਾਤ ਪਤਾ ਕਰੋ :
   (a) ₹ 5 ਦਾ 50 ਪੈਸੇ ਨਾਲ (b) 15 ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਦਾ 210 ਗ੍ਰਾਮ ਨਾਲ
   (c) 9 ਮੀਟਰ ਦਾ 27 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ ਨਾਲ (d) 30 ਦਿਨਾਂ ਦਾ 30 ਘੰਟਿਆਂ ਨਾਲ

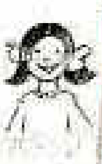
2. ਇੱਕ ਕੰਪਿਊਟਰ ਪ੍ਰਯੋਗਸ਼ਾਲਾ ਵਿੱਚ 6 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੇ ਲਈ 3 ਕੰਪਿਊਟਰ ਹੋਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ। ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ 24 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੇ ਲਈ ਕਿੰਨੇ ਕੰਪਿਊਟਰਾਂ ਦੀ ਲੋੜ ਹੋਵੇਗੀ ?
3. ਰਾਜਸਥਾਨ ਦੀ ਜਨਸੰਖਿਆ = 570 ਲੱਖ ਅਤੇ ਉੱਤਰ ਪ੍ਰਦੇਸ਼ ਦੀ ਜਨਸੰਖਿਆ = 1660 ਲੱਖ, ਰਾਜਸਥਾਨ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = 3 ਲੱਖ ਕਿ. ਮੀ.^{2} ਅਤੇ ਉੱਤਰ ਪ੍ਰਦੇਸ਼ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = 2 ਲੱਖ ਕਿ. ਮੀ.^{2}

ਪਤਾ ਕਰੋ :
   (i) ਇਹਨਾਂ ਦੋਨਾਂ ਰਾਜਾਂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਤੀ ਕਿ. ਮੀ^{2}. ਕਿੰਨੇ ਵਿਅਕਤੀ ਹਨ ?
   (ii) ਕਿਹੜੇ ਰਾਜ ਦੀ ਜਨ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਘੱਟ ਸੰਘਣੀ ਹੈ ?

8.3 ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤਤਾ-ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਦੀ ਇੱਕ ਹੋਰ ਵਿਧੀ

ਅਨੀਤਾ ਦੀ ਰਿਪੋਰਟ
ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕ : 320/400
ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ : 80





ਰੀਟਾ ਦੀ ਰਿਪੋਰਟ
ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕ : 300/360
ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ : 83.3

ਅਨੀਤਾ ਕਹਿੰਦੀ ਹੈ ਕਿ ਉਸਦਾ ਨਤੀਜਾ ਜ਼ਿਆਦਾ ਚੰਗਾ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਉਸਨੇ 320 ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਹਨ ਜਦ ਕਿ ਰੀਟਾ ਨੇ ਕੇਵਲ 300 ਅੰਕ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਉਸ ਨਾਲ ਸਹਿਮਤ ਹੋ ? ਤੁਹਾਡੇ ਵਿਚਾਰ ਵਿੱਚ ਕਿਸਦਾ ਨਤੀਜਾ ਵਧੀਆ ਹੈ ?

ਮਾਨਸੀ ਕਹਿੰਦੀ ਹੈ ਕਿ ਕੇਵਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਨਾਲ ਨਹੀਂ ਕਿਹਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਕਿ ਕਿਸਦਾ ਨਤੀਜਾ ਵਧੀਆ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਕੁੱਲ ਅੰਕ ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਦੋਨਾਂ ਨੂੰ ਅੰਕ ਮਿਲੇ ਹਨ, ਸਮਾਨ ਨਹੀਂ ਹਨ।

ਉਹ ਕਹਿੰਦੀ ਹੈ ਕਿ ਕਿ ਰਿਪੋਰਟ ਕਾਰਡਾਂ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵੱਲ ਤੁਸੀਂ ਧਿਆਨ ਕਿਉਂ ਨਹੀ ਦੇਂਦੀਆਂ। ਅਨੀਤਾ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਅੰਕ 80 ਹਨ ਜਦੋਂ ਕਿ ਗੀਟਾ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਅੰਕ 83 ਹਨ। ਇਸ ਤੋਂ ਪਤਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਗੀਟਾ ਦਾ ਨਤੀਜਾ ਵਧੀਆ ਹੈ।

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇਸਦੇ ਨਾਲ ਸਹਿਮਤ ਹੋ ?

ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਉਨ੍ਹਾਂ ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਅੰਸ਼ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਹਰ 100 ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਅਤੇ ਇਥੇ ਨਤੀਜਿਆਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਲਈ ਇਸ ਨੂੰ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਆਓ ਹੁਣ ਵਿਸਥਾਰ ਨਾਲ ਸਮਝਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੀਏ।

8.3.1 ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਦਾ ਅਰਥ

ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ (Percent) ਸ਼ਬਦ ਲਤੀਨੀ (Latin) ਭਾਸ਼ਾ ਦੇ ਇੱਕ ਸ਼ਬਦ 'percentum' ਤੋਂ ਲਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਪ੍ਰਤੀ ਇੱਕ ਸੌ।

ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਚਿੰਨ੍ਹ % ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਸੌਵਾਂ ਭਾਵ ਇੱਕ ਸੌਵਾਂ ਭਾਵ 1% ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਸੌ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਜਾਂ ਇੱਕ ਸੌਵਾਂ। ਇਸ ਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਲਿਖਦੇ ਹਨ

$$1\% = \frac{1}{100} = 0.01$$

ਇਸਨੂੰ ਸਮਝਣ ਲਈ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਰੀਨਾ ਇੱਕ ਮੇਜ਼ ਦੇ ਉਪਰਲੇ ਭਾਗ (Top) ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਲਈ 100 ਵੱਖ ਵੱਖ ਰੰਗਾਂ ਵਾਲੀਆਂ ਟਾਈਲਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਉਸਨੇ ਪੀਲੇ, ਹਰੇ, ਲਾਲ ਅਤੇ ਨੀਲੇ ਰੰਗ ਵਾਲੀਆਂ ਟਾਈਲਾਂ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਗਿਣਿਆਂ ਅਤੇ ਇੱਕ ਸਾਰਣੀ ਵਿੱਚ ਹੇਠ ਅਨੁਸਾਰ ਲਿਖਿਆ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਸਾਰਣੀ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰਨ ਲਈ ਉਸਦੀ ਮਦਦ ਕਰੋਗੇ ?

ਰੰਗ	ਟਾਈਲਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ	ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਦਰ	ਭਿੰਨ	ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ	ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ
ਪੀਲੀ	14	14	$\frac{14}{100}$	14%	14 ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ
ਹਰੀ	26	26	$\frac{26}{100}$	26%	26 ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ
ਲਾਲ	35	35	----	----	----
ਨੀਲੀ	25	--------	----	----	----
ਜੋੜ	**100**				

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

1. ਹੇਠਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਲਈ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਉਚਾਈ ਵਾਲੇ ਬੱਚਿਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਉਚਾਈ	ਬੱਚਿਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ	ਭਿੰਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ	ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ
110 ਸਮ	22		
120 ਸਮ	25		
128 ਸਮ	32		
130 ਸਮ	21		
ਜੋੜ	**100**		

2. ਇਕ ਦੁਕਾਨ ਵਿੱਚ ਭਿੰਨ-ਭਿੰਨ ਮਾਪਾਂ ਵਾਲੇ ਜੁੱਤਿਆਂ ਦੀਆਂ ਜੋੜੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੈ

ਮਾਪ 2 : 20; ਮਾਪ 3 : 30; ਮਾਪ 4 : 28; ਮਾਪ 5 : 14; ਮਾਪ 6 : 8

ਇਸ ਸੂਚਨਾ ਨੂੰ ਉਪਰ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇੱਕ ਸਾਰਣੀ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ ਅਤੇ ਦੁਕਾਨ ਵਿੱਚ ਪਏ ਜੁੱਤਿਆਂ ਦੀ ਹਰ ਮਾਪ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿਚ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰਕੇ ਲਿਖੋ।

ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤਤਾ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਜਦ ਜੋੜ ਸੌ ਨਾ ਹੋਵੇ

ਉਪਰੋਕਤ ਸਾਰੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਜੋੜ 100 ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਲਈ, ਰੀਨਾ ਦੇ ਕੋਲ ਕੁੱਲ 100 ਟਾਈਲਾਂ ਸਨ, ਬੱਚਿਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਵੀ 100 ਅਤੇ ਜੁੱਤਿਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਵੀ 100 ਹੀ ਸੀ। ਜੇਕਰ ਵਸਤੂਆਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਸੰਖਿਆ 100 ਨਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਹਰੇਕ ਵਸਤੂ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਰੂਪ ਕਿਵੇਂ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ? ਅਜਿਹੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਹਰੇਕ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਉਸਦੀ ਇਹੋ ਜਿਹੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਬਦਲਣਾ ਪਵੇਗਾ ਜਿਸਦਾ ਹਰ 100 ਹੋਵੇ। ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਉਦਾਹਰਣ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ। ਤੁਹਾਡੇ ਕੋਲ ਗਲੇ ਦੀ ਇਹੋ ਜਿਹੀ ਮਾਲਾ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਦੋ ਰੰਗਾਂ ਦੇ ਮੋਤੀ ਪਰੋਏ ਹੋਏ ਹਨ।

ਰੰਗ	ਮੋਤੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ	ਭਿੰਨ	100 ਹਰ ਵਾਲੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ	ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ
ਲਾਲ	8	$\frac{8}{20}$	$\frac{8}{20}\times\frac{100}{100}=\frac{40}{100}$	40%
ਨੀਲੇ	12	$\frac{12}{20}$	$\frac{12}{20}\times\frac{100}{100}=\frac{60}{100}$	60%
ਜੋੜ	**20**			

ਅਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜਦ ਵਸਤੂਆਂ ਦਾ ਜੋੜ 100 ਨਾ ਹੋਵੇ ਤਦ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਇਨ੍ਹਾਂ ਭਿੰਨ ਵਿਧੀਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਸਾਰਣੀ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਈ ਗਈ ਵਿਧੀ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਭਿੰਨ ਨੂੰ $\frac{100}{100}$ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਭਿੰਨ ਦਾ ਮੁੱਲ ਵੀ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦਾ ਅਤੇ ਸਾਨੂੰ ਅਜਿਹੀ ਭਿੰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਜਿਸ ਦਾ ਹਰ 100 ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਅਨਵਰ, ਲਾਲ ਮੋਤੀਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਪਤਾ ਕਰਦਾ ਹੈ:	ਆਸ਼ਾ, ਲਾਲ ਮੋਤੀਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਪਤਾ ਕਰਦੀ ਹੈ :
20 ਮੋਤੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਲਾਲ ਮੋਤੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ 8 ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ 100 ਮੋਤੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਲਾਲ ਮੋਤੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ $= \frac{8}{20}\times 100$ $= 40$ (100 ਵਿੱਚੋਂ) $= 40\%$	$\frac{8}{20} = \frac{8\times 5}{20\times 5}$ $= \frac{40}{100} = 40\%$

ਅਨਵਰ ਨੇ ਇਕਾਈ ਵਿਧੀ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕੀਤੀ ਹੈ। ਆਸ਼ਾ ਨੇ 'ਹਰ' ਵਿੱਚ 100 ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ ਉਸਨੂੰ $\frac{5}{5}$ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ। ਤੁਹਾਨੂੰ ਜੋ ਵਿਧੀ ਠੀਕ ਲੱਗੇ, ਉਸ ਨੂੰ ਵਰਤ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਤੁਸੀਂ ਆਪਣੀ ਕੋਈ ਵਿਧੀ ਸੋਚ ਸਕੋ।

ਅਨਵਰ ਨੇ ਜਿਸ ਵਿਧੀ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕੀਤਾ ਉਹ ਸਾਰੀਆਂ ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਲਈ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਕੀ ਆਸ਼ਾ ਨੇ ਜਿਸ ਵਿਧੀ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕੀਤਾ, ਉਹ ਵੀ ਸਭ ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਦੀ ਲਈ ਕੰਮ ਕਰਦੀ ਹੈ ? ਅਨਵਰ ਦਾ ਕਹਿਣਾ ਹੈ ਕਿ ਆਸ਼ਾ ਦੀ ਵਿਧੀ ਉਨ੍ਹਾਂ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਹੀ ਵਰਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੇ 'ਹਰ' ਨੂੰ ਇਹੋ ਜਿਹੀ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ 100 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋ ਜਾਵੇ। ਕਿਉਂਕਿ ਉਸਦੀ ਵਿਧੀ ਵਿੱਚ 'ਹਰ' ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆ ਵੀਹ ਸੀ ਜਿਸਨੂੰ ਉਸਨੇ 5 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ 100 ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਲਿਆ। ਜੇਕਰ 'ਹਰ' ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆ 6 ਹੁੰਦੀ ਤਾਂ ਉਹ ਇਸ ਵਿਧੀ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਨਹੀਂ ਕਰ ਸਕਦੀ ਸੀ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਨਾਲ ਸਹਿਮਤ ਹੋ ?

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

1. ਵੱਖ-ਵੱਖ ਰੰਗਾਂ ਵਾਲੇ 10 ਟੁੱਕੜਿਆਂ (chips) ਦਾ ਢੇਰ (ਇਕੱਠ) ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੈ:

ਰੰਗ	ਸੰਖਿਆ	ਭਿੰਨ	ਹਰ ਸੌ	ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ
ਹਰਾ (G)				
ਨੀਲਾ (B)				
ਲਾਲ (R)				
ਜੋੜ				

ਸਾਰਣੀ ਨੂੰ ਭਰੋ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਰੰਗ ਵਾਲੇ ਟੁੱਕੜਿਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਪਤਾ ਕਰੋ।

2. ਮਾਲਾ ਕੋਲ ਵੰਗਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਇਕੱਠ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ 20 ਸੋਨੇ ਅਤੇ 10 ਚਾਂਦੀ ਦੀਆਂ ਵੰਗਾਂ ਹਨ। ਹਰੇਕ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੀਆਂ ਵੰਗਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਕੀ ਹੈ ? ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਦੇ ਲਈ ਵੀ ਉੱਪਰ ਵਰਗੀ ਸਾਰਣੀ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹੋ ?

ਸੋਚੋ, ਚਰਚਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਲਿਖੋ

ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਵੇਖੋ ਅਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ ਕਿ ਹਰੇਕ ਲਈ ਕਿਹੜੀ ਵਿਧੀ ਯੋਗ ਹੈ।

1. ਵਾਤਾਵਰਨ ਵਿੱਚ 1 ਗ੍ਰਾਮ ਹਵਾ ਵਿੱਚ ਹੈ :

.78 ਗ੍ਰਾਮ ਨਾਈਟ੍ਰੋਜਨ
.21 ਗ੍ਰਾਮ ਆਕਸੀਜਨ
.01 ਗ੍ਰਾਮ ਹੋਰ ਗੈਸ

ਅਤੇ

78% ਨਾਈਟ੍ਰੋਜਨ
21% ਆਕਸੀਜਨ
1% ਹੋਰ ਗੈਸ

2. ਇੱਕ ਕਮੀਜ ਦੇ ਕੱਪੜੇ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੇ ਹਨ:

$\frac{3}{5}$ ਸੂਤੀ
$\frac{2}{5}$ ਪੋਲਿਸਟਰ

60% ਸੂਤੀ
40% ਪੋਲਿਸਟਰ

8.3.2 ਭਿੰਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ

ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ, 'ਹਰ' ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਹਰਾਂ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਕਰਨਾ ਪੈਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਵੇਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਕਿ ਤਦ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨਾ ਅਸਾਨ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਹਰੇਕ 'ਹਰ' 100 ਹੋਵੇ। ਭਾਵ ਅਸੀਂ ਭਿੰਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਰਹੇ ਹਾਂ। ਆਓ ਹੁਣ ਕੁਝ ਭਿੰਨਾ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੀਏ।

ਉਦਾਹਰਣ 7 : $\frac{1}{3}$ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

ਹੱਲ: ਸੰਖਿਆ ਹੈ, $\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{100}{100} = \frac{1}{3} \times 100\%$

$$= \frac{100}{3}\% = 33\frac{1}{3}\%$$

ਉਦਾਹਰਣ 8 : 25 ਬੱਚਿਆਂ ਦੀ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ 15 ਲੜਕੀਆਂ ਹਨ। ਲੜਕੀਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਕੀ ਹੈ ?

ਹੱਲ : 25 ਬੱਚਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ 15 ਲੜਕੀਆਂ ਹਨ

ਇਸ ਲਈ, ਲੜਕੀਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ $= \frac{15}{25} \times 100 = 60$, ਭਾਵ ਕਲਾਸ ਵਿੱਚ 60% ਲੜਕੀਆਂ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਣ 9 : $\frac{5}{4}$ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

ਹੱਲ : ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ, $\frac{5}{4} = \frac{5}{4} \times 100\% = 125\%$

ਇਨ੍ਹਾਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਉਚਿਤ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਲਈ 100 ਤੋਂ ਘੱਟ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਅਤੇ ਮਿਸ਼ਰਤ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਲਈ 100 ਤੋਂ ਵੱਧ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਸੋਚੋ, ਚਰਚਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਲਿਖੋ

(i) ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਕਿਸੇ ਕੇਕ ਦਾ 50% ਖਾ ਸਕਦੇ ਹੋ ?
ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਕਿਸੇ ਕੇਕ ਦਾ 100% ਖਾ ਸਕਦੇ ਹੋ ?
ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਕਿਸੇ ਕੇਕ ਦਾ 150% ਖਾ ਸਕਦੇ ਹੋ ?

(ii) ਕੀ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਮੁੱਲ 50% ਵੱਧ ਸਕਦਾ ਹੈ ?
ਕੀ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਮੁੱਲ 100% ਵੱਧ ਸਕਦਾ ਹੈ ?
ਕੀ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਮੁੱਲ 150% ਵੱਧ ਸਕਦਾ ਹੈ ?

8.3.3 ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ

ਅਸੀਂ ਵੇਖਿਆ ਕਿ ਸਧਾਰਣ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਕਿਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਬਦਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਹੁਣ ਆਓ ਦੇਖੀਏ ਦਸ਼ਮਲਵ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਵੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਬਦਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 10 : ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ :

(a) 0.75 (b) 0.09 (c) 0.2

ਹੱਲ :

(a) $0.75 = 0.75 \times 100\ \%$

$= \frac{75}{100} \times 100\ \% = 75\%$

(b) $0.09 = \frac{9}{100} = 9\ \%$

(c) $0.2 = \frac{2}{10} \times 100\% = 20\ \%$

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

1. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

(a) $\frac{12}{16}$ (b) 3.5 (c) $\frac{49}{50}$

(d) $\frac{2}{2}$ (e) 0.05

2. (i) 32 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਵਿਚੋਂ 8 ਗੈਰਹਾਜ਼ਰ ਹਨ। ਗੈਰਹਾਜ਼ਰ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਕੀ ਹੈ ?

(ii) 25 ਰੇਡੀਓ ਸੈੱਟਾਂ ਵਿੱਚੋਂ 12 ਖਰਾਬ ਹਨ। ਖਰਾਬ ਰੇਡੀਓ ਸੈੱਟਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਕੀ ਹੈ ?

(iii) ਇੱਕ ਦੁਕਾਨ ਵਿੱਚ 500 ਪੁਰਜੇ ਹਨ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ 5 ਖਰਾਬ ਹਨ। ਖਰਾਬ ਪੁਰਜ਼ਿਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਕੀ ਹੈ ?

(iv) 120 ਵੋਟਰਾਂ ਵਿੱਚੋਂ 90 ਨੇ ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਵੋਟ ਦਿੱਤੀ। ਕਿੰਨੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੇ ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਵੋਟ ਦਿੱਤਾ ?

8.3.4 ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਸਧਾਰਣ ਭਿੰਨ ਜਾਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ

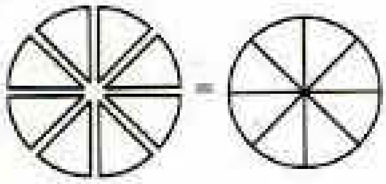
ਹੁਣ ਤੱਕ ਅਸੀਂ ਸਧਾਰਣ ਭਿੰਨ ਜਾਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲਿਆ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਇਸਦਾ ਉਲਟ ਵੀ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਭਾਵ, ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਦਿੱਤਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਉਸਨੂੰ ਸਧਾਰਣ ਜਾਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਵੀ ਬਦਲ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸਾਰਣੀ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਵੇਖਕੇ ਪੂਰਾ ਕਰੋ :

ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ	1%	10%	25%	50%	90%	125%	250%
ਸਾਧਾਰਣ ਭਿੰਨ	$\frac{1}{100}$	$\frac{10}{100}=\frac{1}{10}$					
ਦਸ਼ਮਲਵ ਭਿੰਨ	0.01	0.10					

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਕੁੱਝ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣ ਬਣਾਓ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਵੀ ਕਰੋ।

ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੇ ਸਾਰੇ ਭਾਗ ਮਿਲ ਕੇ ਹਮੇਸ਼ਾ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਵਸਤੂ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ।

ਰੰਗਦਾਰ ਟਾਈਲਾਂ, ਬੱਚਿਆਂ ਦੀਆਂ ਉੱਚਾਈਆਂ ਅਤੇ ਵਾਤਾਵਰਨ ਵਿੱਚ ਗੈਸਾਂ ਦੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਵੇਖਿਆ ਕਿ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਇਹਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ 100 ਹੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਉਹ ਸਾਰੇ ਭਾਗ ਮਿਲਕੇ ਜੋ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਵਸਤੂ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ, ਜੋੜਨ ਨਾਲ ਇੱਕ ਜਾਂ 100% ਦਿੰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ, ਜੇਕਰ ਦੋ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਭਾਗ ਦਿੱਤਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਦੂਸਰਾ ਭਾਗ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਉਦਾਹਰਣ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ :



ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ 30% ਲੜਕੇ ਹਨ।

ਇਸ ਦਾ ਮਤਲਬ ਇਹ ਹੋਇਆ ਕਿ ਜੇ 100 ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਹਨ ਤਾਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਵਿਚ 30 ਲੜਕੇ ਹਨ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਲੜਕੀਆਂ ਹੋਣਗੀਆਂ।

ਸਪਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਲੜਕੀਆਂ (100–30)% = 70% ਹੋਣਗੀਆਂ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

1. 35% + ______% = 100%, 64% + 20% + ______% = 100%
   45% = 100% – ______%, 70% = ______% – 30%
2. ਕਿਸੇ ਜਮਾਤ ਦੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਵਿੱਚ 65% ਕੋਲ ਸਾਈਕਲ ਹਨ। ਕਿੰਨੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਕੋਲ ਸਾਈਕਲ ਨਹੀਂ ਹਨ ?

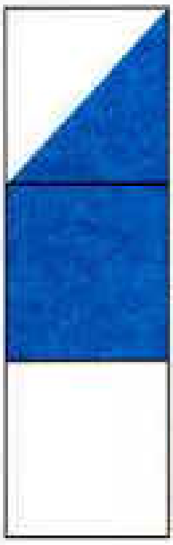
3. ਸਾਡੇ ਕੋਲ, ਸੇਬ, ਸੰਤਰੇ ਅਤੇ ਅੰਬਾਂ ਨਾਲ ਭਰੀ ਇੱਕ ਟੋਕਰੀ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ 50% ਸੇਬ ਅਤੇ 30% ਸੰਤਰੇ ਹਨ ਤਾਂ ਅੰਬਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਕਿੰਨ੍ਹਾ ਹੈ ?

ਸੋਚੋ, ਚਰਚਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਲਿਖੋ

ਇੱਕ ਸੂਟ ਬਣਾਉਣ 'ਤੇ ਹਏ ਖਰਚ ਨੂੰ ਵੇਖੋ। ਕਢਾਈ 'ਤੇ 20%, ਕੱਪੜੇ 'ਤੇ 50% ਅਤੇ ਸਿਲਾਈ 'ਤੇ 30%। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਹੋਰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਸਕਦੇ ਹੋ ?

8.3.5 ਅੰਦਾਜ਼ੇ ਦੇ ਨਾਲ ਮਨੋਰੰਜਨ

ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤਤਾ, ਇੱਕ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਖੇਤਰਫਲ ਦੇ ਕਿਸੇ ਭਾਗ ਦਾ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਲਗਾਉਣ ਵਿੱਚ ਸਹਾਇਤਾ ਕਰਦੀ ਹੈ।



ਉਦਾਹਰਣ 11 : ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ ਪੂਰੇ ਦਾ ਕਿੰਨੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਹੈ ?

ਹੱਲ : ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਪੂਰੇ ਚਿੱਤਰ ਦਾ ਕਿੰਨਾਂ ਭਾਗ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਭਿੰਨ ਤੋਂ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ ਦੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤਤਾ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।

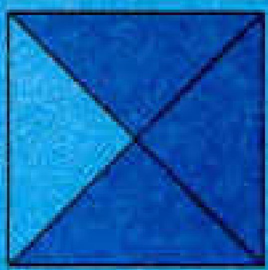
ਤੁਸੀਂ ਵੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਪੂਰੇ ਚਿੱਤਰ ਦਾ ਅੱਧਾ ਭਾਗ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਹੈ।

ਜਾਂ $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 100\,\% = 50\,\%$

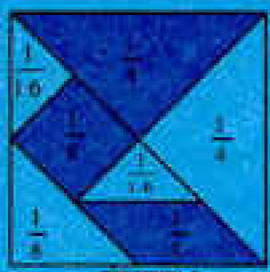
ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, 50 % ਛਾਇਆ–ਅੰਕਿਤ ਹੈ।

ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦਾ ਕਿੰਨੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਹੈ ?

(i)



(ii)



ਟੈਨਗ੍ਰਾਮ

ਤੁਸੀਂ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੁੱਝ ਹੋਰ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਓ ਅਤੇ ਆਪਣੇ ਸਾਥੀਆਂ ਨੂੰ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ ਦਾ ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਲਗਾਉਣ ਲਈ ਕਹੋ।

8.4 ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤਤਾ ਦੇ ਉਪਯੋਗ

8.4.1 ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤਤਾ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ

ਤੁਸੀਂ ਵੇਖਿਆ ਕਿ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਲਈ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤਤਾ ਕਿੰਨੀ ਮਦਦਗਾਰ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਸਧਾਰਣ ਅਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਭਿੰਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ ਵੀ ਸਿੱਖ ਲਿਆ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਵੇਖਾਂਗੇ ਕਿ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਰੋਜ਼ਾਨਾਂ ਜੀਵਨ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪ੍ਰਯੋਗ ਵਿੱਚ ਲਿਆਈ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਕਥਨਾਂ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

– ਰਵੀ ਆਪਣੀ ਆਮਦਨ ਦਾ 5% ਬਚੱਤ ਕਰਦਾ ਹੈ।
– ਰੇਖਾ ਨੂੰ ਹਰੇਕ ਪੁਸਤਕ ਵੇਚਨ 'ਤੇ 10% ਲਾਭ ਮਿਲਦਾ ਹੈ।
– ਮੀਰਾ ਦੇ ਕੱਪੜੇ 20% ਨੀਲੇ ਰੰਗ ਦੇ ਹਨ।

ਇਹਨਾਂ ਕਥਨਾਂ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਤੋਂ ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਨਤੀਜਾ ਕੱਢ ਸਕਦੇ ਹੋ ?

5% ਤੋਂ ਸਾਡਾ ਮਤਲਬ ਹੈ 100 ਵਿੱਚ 5 ਭਾਗ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ $\frac{5}{100}$ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ ਰਵੀ ਆਪਣੀ ਆਮਦਨ ਦੇ ਹਰੇਕ ₹100 ਵਿੱਚੋਂ ₹ 5 ਬਚਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਤੁਸੀਂ ਵੀ ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਬਾਕੀ ਕਥਨਾਂ ਦੇ ਅਰਥ ਲਗਾਓ।

8.4.2 ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਤੋਂ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰਨਾ

ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ 'ਤੇ ਧਿਆਨ ਦਿਓ।

ਉਦਾਹਰਣ 12: 40 ਬੱਚਿਆਂ ਦੇ ਸਰਵੇਖਣ ਤੋਂ ਪਤਾ ਲੱਗਿਆ ਕਿ 25% ਫੁੱਟਬਾਲ ਖੇਡਨਾ ਪਸੰਦ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਕਿੰਨੇ ਬੱਚਿਆਂ ਨੂੰ ਫੁੱਟਬਾਲ ਖੇਡਨਾ ਪਸੰਦ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਹੱਲ : ਇੱਥੇ ਬੱਚਿਆਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਸੰਖਿਆ 40 ਹੈ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ 25% ਫੁੱਟਬਾਲ ਖੇਡਨਾ ਪਸੰਦ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਮੀਨਾ ਅਤੇ ਅਰੁਣ ਨੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਬੱਚਿਆ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਲੱਭਣ ਲਈ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਤਰੀਕੇ ਵਰਤੇ। ਤੁਸੀਂ ਇਹੋ ਜਿਹੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾ ਦੇ ਉੱਤਰ ਲਈ ਇੰਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਵੀ ਤਰੀਕਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ।

ਅਰੁਣ ਨੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੱਲ ਕੀਤਾ

100 ਵਿੱਚੋਂ ਫੁੱਟਬਾਲ ਖੇਡਨਾ ਪਸੰਦ ਕਰਨ ਵਾਲੇ = 25

ਇਸ ਲਈ, 40 ਵਿੱਚੋਂ ਫੁੱਟਬਾਲ ਖੇਡਣਾ ਪਸੰਦ ਕਰਨ ਵਾਲੇ = $\frac{25}{100} \times 40 = 10$

ਮੀਨਾ ਨੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੱਲ ਕੀਤਾ

40 ਦਾ 25% = $\frac{25}{100} \times 40$

$= 10$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ 40 ਬੱਚਿਆਂ ਵਿੱਚ 10 ਫੁੱਟਬਾਲ ਖੇਡਣਾ ਪਸੰਦ ਕਰਦੇ ਹਨ 1

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

1. ਪਤਾ ਕਰੋ :

(a) 164 ਦਾ 50% (b) 12 ਦਾ 75% (c) 64 ਦਾ $12\frac{1}{2}$%

2. 25 ਬੱਚਿਆਂ ਦੀ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ 8 ਬੱਚੇ ਮੀਂਹ ਵਿੱਚ ਭਿਜਣਾ ਪਸੰਦ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਮੀਂਹ ਵਿੱਚ ਭਿਜਣ ਵਾਲੇ ਬੱਚਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਉਦਾਹਰਣ 13 : ਜਦੋਂ 25% ਛੋਟ ਦਿੱਤੀ ਜਾ ਰਹੀ ਸੀ ਤਦ ਰਾਹੁਲ ਨੇ ਇੱਕ ਸਵੈਟਰ ਖਰੀਦਿਆ ਅਤੇ ₹ 20 ਬਚਾਏ। ਛੋਟ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਸਵੈਟਰ ਦਾ ਕੀ ਮੁੱਲ ਸੀ ?

ਹੱਲ : ਰਾਹੁਲ ਨੇ ₹ 20 ਬਚਾਏ ਜਦੋਂ 25% ਦੀ ਛੋਟ ਮਿਲੀ ਭਾਵ ਮੁੱਲ ਵਿੱਚ 25% ਘਾਟ (ਕਮੀ) ਹੋਣ ਕਾਰਣ ਰਾਹੁਲ ₹ 20 ਦੀ ਬਚੱਤ ਹੋਈ। ਆਓ ਵੇਖੀਏ ਕਿ ਮੋਹਨ ਅਤੇ ਅਬਦੁਲ ਨੇ ਸਵੈਟਰ ਦਾ ਅਸਲ ਮੁੱਲ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ?

ਮੋਹਨ ਦਾ ਹੱਲ

ਅਸਲ ਮੁੱਲ ਦਾ 25% = ₹ 20

ਮੰਨ ਲਓ ਮੁੱਲ ਹੈ ₹ P

ਇਸ ਲਈ P ਦਾ 25% = 20

ਭਾਵ $\frac{25}{100} \times P = 20$

ਜਾਂ $\frac{P}{4} = 20$ ਜਾਂ $P = 20 \times 4$

ਇਸ ਲਈ P = ₹ 80

ਅਬਦੁੱਲ ਦਾ ਹੱਲ

ਹਰੇਕ ₹ 100 'ਤੇ ₹ 25 ਦੀ ਬੱਚਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ₹ 20 ਦੀ ਬਚੱਤ ਇਸ ਰਾਸ਼ੀ ਤੋਂ ਹੋਵੇਗੀ

$= \frac{100}{25} \times 20$ = ₹ 80

ਦੋਨਾਂ ਨੇ ਹੀ ਸਵੈਟਰ ਦਾ ਅਸਲ ਮੁੱਲ ₹ 80 ਪਤਾ ਕੀਤਾ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

1. 9 ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ 25% ਹੈ ?
2. 15 ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ 75% ਹੈ ?

ਅਭਿਆਸ 8.2

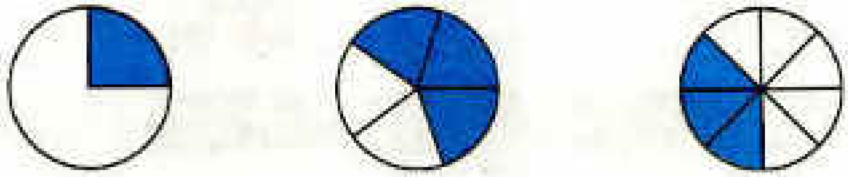
1. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

   (a) $\frac{1}{8}$ (b) $\frac{5}{4}$ (c) $\frac{3}{40}$ (d) $\frac{2}{7}$

2. ਦਿੱਤੀਆਂ ਗਈਆਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

   (a) 0.65 (b) 2.1 (c) 0.02 (d) 12.35

3. ਅੰਦਾਜ਼ਾ ਲਗਾਓ ਕਿ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦਾ ਕਿੰਨਾ ਭਾਗ ਰੰਗ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਕਿੰਨੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਰੰਗੀਨ ਭਾਗ ਹੈ ?



(i) (ii) (iii)

4. ਪਤਾ ਕਰੋ:

   (a) 250 ਦਾ 15% (b) 1 ਘੰਟੇ ਦਾ 1%

   (c) 2500 ਦਾ 20% (d) 1 ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਦਾ 75%

5. ਪੂਰਨ ਰਾਸ਼ੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।

   (a) ਇਸਦਾ 5%, 600 ਹੈ। (b) ਇਸਦਾ 12%, 1080 ਹੈ। (c) ਇਸਦਾ 40%, 500 ਕਿ.ਮੀ ਹੈ।

   (d) ਇਸਦਾ 70% 14 ਮਿੰਟ ਹੈ। (e) ਇਸਦਾ 8%, 40 ਲਿਟਰ ਹੈ।

6. ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤਾਂ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ ਅਤੇ ਉੱਤਰ ਨੂੰ ਸਰਲ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

   (a) 25% (b) 150% (c) 20% (d) 5%

7. ਇਕ ਸ਼ਹਿਰ ਵਿੱਚ 30% ਔਰਤਾਂ, 40% ਮਰਦ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਬੱਚੇ ਹਨ। ਬੱਚਿਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਕਿੰਨਾ ਹੋਵੇਗਾ ?

8. ਕਿਸੇ ਹਲਕੇ ਵਿੱਚ 15,000 ਮਤਦਾਤਾਂ ਵਿੱਚ 60% ਨੇ ਮਤਦਾਨ ਵਿੱਚ ਭਾਗ ਲਿਆ। ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਕਿੰਨੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੇ ਮਤਦਾਨ ਵਿੱਚ ਭਾਗ ਨਹੀਂ ਲਿਆ। ਕੀ ਹੁਣ ਤੁਸੀਂ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਮਤਦਾਤਾਂ ਨੇ ਮਤਦਾਨ ਨਹੀਂ ਦਿੱਤਾ ?

9. ਮੀਤਾ ਆਪਣੀ ਤਨਖਾਹ ਵਿੱਚ ₹ 400 ਬਚਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਇਹ ਉਸਦੀ ਤਨਖਾਹ ਦਾ 10% ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਦੀ ਤਨਖਾਹ ਕਿੰਨੀ ਹੈ ?

10. ਇੱਕ ਸਥਾਨਕ ਕ੍ਰਿਕੇਟ ਟੀਮ ਨੇ ਇੱਕ ਸੈਸ਼ਨ (season) ਵਿੱਚ 20 ਮੈਚ ਖੇਡੇ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇਸ ਟੀਮ ਨੇ 25% ਮੈਚ ਜਿੱਤੇ। ਜਿੱਤੇ ਗਏ ਮੈਚਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਕਿੰਨੀ ਹੈ ?

8.4.3 ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਤੋਂ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ

ਕਦੀ-ਕਦੀ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਜਾਂ ਰਾਸ਼ੀ ਦੇ ਭਾਗ, ਅਨੁਪਾਤ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਸਾਨੂੰ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ ਪੈਂਦਾ ਹੈ। ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਵੇਖੋ।

ਉਦਾਹਰਣ 14 : ਰੀਨਾ ਦੀ ਮਾਂ ਨੇ ਦੱਸਿਆ ਕਿ ਇਡਲੀ ਬਣਾਉਣ ਲਈ 2 ਭਾਗ ਚਾਵਲ ਅਤੇ 1 ਭਾਗ ਮਾਂਹ ਦੀ ਦਾਲ (ਉੜਦ) ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਡਲੀ ਦੇ ਇਸ ਮਿਸ਼ਰਣ ਵਿੱਚ ਮਾਂਹ ਦੀ ਦਾਲ ਅਤੇ ਚਾਵਲ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਮਿਸ਼ਰਣ ਨੂੰ ਅਨੁਪਾਤ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਿਖਿਆ ਜਾਵੇਗਾ।

ਚਾਵਲ : ਮਾਂਹ ਦੀ ਦਾਲ = 2 : 1

ਹੁਣ, ਕੁੱਲ ਭਾਗ 2 + 1 = 3. ਭਾਵ ਮਿਸ਼ਰਣ ਵਿੱਚ $\frac{2}{3}$ ਭਾਗ ਚਾਵਲ ਅਤੇ $\frac{1}{3}$ ਭਾਗ ਮਾਂਹ ਦੀ ਦਾਲ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ, ਚਾਵਲ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ $\frac{2}{3}\times 100\,\% = \frac{200}{3} = 66\frac{2}{3}\,\%$

ਅਤੇ ਮਾਂਹ ਦੀ ਦਾਲ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ $\frac{1}{3}\times 100\,\% = \frac{100}{3} = 33\frac{1}{3}\,\%$

ਉਦਾਹਰਣ 15 : ਰਵੀ, ਰਾਜੂ ਅਤੇ ਰਾਏ ਵਿੱਚ ₹ 250 ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵੰਡੇ ਗਏ ਕਿ ਰਵੀ ਨੂੰ ਦੋ ਭਾਗ, ਰਾਜੂ ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਭਾਗ ਅਤੇ ਰਾਏ ਨੂੰ ਪੰਜ ਭਾਗ ਮਿਲੇ। ਇਸ ਵੰਡ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਨੂੰ ਕਿੰਨਾ ਧਨ ਮਿਲਿਆ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਕਿੰਨਾਂ ਸੀ ?

ਹੱਲ : ਹਰੇਕ ਦੇ ਹਿੱਸੇ ਨੂੰ ਅਨੁਪਾਤ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਿਖਿਆ ਜਾਵੇਗਾ 2 : 3 : 5

ਸਾਰੇ ਹਿੱਸਿਆਂ ਦਾ ਜੋੜ 2 + 3 + 5 = 10.

ਕੁੱਲ ਰਾਸ਼ੀ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ

ਰਵੀ ਦਾ ਹਿੱਸਾ $\frac{2}{10}\times 100\,\% = 20\,\%$

ਰਾਜੂ ਦਾ ਹਿੱਸਾ $\frac{3}{10}\times 100\,\% = 30\,\%$

ਰਾਏ ਦਾ ਹਿੱਸਾ $\frac{5}{10}\times 100\,\% = 50\,\%$

ਹਰੇਕ ਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਰਾਸ਼ੀ

$\frac{2}{10}\times$ ₹250 = ₹ 50

$\frac{3}{10}\times$ ₹250 = ₹ 75

$\frac{5}{10}\times$ ₹250 = ₹ 125

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

1. 15 ਮਿਠਾਈਆਂ ਨੂੰ ਮਨੂੰ ਅਤੇ ਸੋਨੂੰ ਵਿੱਚ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਵੰਡੋ ਕਿ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕੁੱਲ ਮਿਠਾਈ ਦਾ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 20 % ਅਤੇ 80 % ਮਿਲੇ।
2. ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਕੋਣਾਂ ਵਿੱਚ 2 : 3 : 4 ਅਨੁਪਾਤ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਸਦੇ ਹਰੇਕ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ?

8.4.4 ਵਾਧੇ ਜਾਂ ਘਾਟੇ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਰੂਪ

ਕਈ ਵਾਰ ਸਾਨੂੰ ਕਿਸੇ ਰਾਸ਼ੀ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ ਵਾਧੇ ਜਾਂ ਘਾਟੇ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਰਾਜ ਦੀ ਆਬਾਦੀ 5,50,000 ਤੋਂ ਵੱਧ ਕੇ 6,05,000 ਹੋ ਗਈ ਤਾਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਆਬਾਦੀ ਵਿੱਚ ਵਾਧੇ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸਮਝਣਾ ਸੌਖਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਅਸੀਂ ਕਹੀਏ ਕਿ ਰਾਜ ਦੀ ਆਬਾਦੀ 10% ਵੱਧ ਗਈ।

ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਰਾਸ਼ੀ ਦੇ ਵਧਣ ਜਾਂ ਘਟਣ ਨੂੰ ਕੁੱਲ ਰਾਸ਼ੀ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਬਦਲ ਸਕਦੇ ਹਾਂ? ਆਓ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ।

ਉਦਾਹਰਣ 16 : ਇੱਕ ਸਕੂਲ ਦੀ ਟੀਮ ਨੇ ਇਸ ਸਾਲ 6 ਖੇਡਾਂ ਵਿੱਚ ਜਿੱਤ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੀ ਜਦ ਕਿ ਪਿਛਲੇ ਸਾਲ 4 ਵਿੱਚ ਹੀ ਕੀਤੀ ਸੀ। ਪਿਛਲੇ ਸਾਲ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਜਿੱਤ ਕਿੰਨੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਧੀ?

ਹੱਲ : ਜਿੱਤ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਵਾਧਾ $= 6 - 4 = 2$.

$$\text{ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਾਧਾ} = \frac{\text{ਵਾਧਾ}}{\text{ਆਧਾਰ ਸਾਲ ਵਿੱਚ ਜਿੱਤ}} \times 100$$

$$= \frac{\text{ਜਿੱਤ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਵਾਧਾ}}{\text{ਪਿਛਲੇ ਸਾਲ ਵਿੱਚ ਜਿੱਤ ਦੀ ਸੰਖਿਆ}} \times 100 = \frac{2}{4} \times 100 = 50$$

ਭਾਵ ਜਿੱਤ ਵਿੱਚ 50 ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਦਾ ਵਾਧਾ ਹੋਇਆ।

ਉਦਾਹਰਣ 17 : ਕਿਸੇ ਦੇਸ਼ ਵਿੱਚ, ਪਿਛਲੇ 10 ਸਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਅਨਪੜ੍ਹਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ 150 ਲੱਖ ਤੋਂ ਘੱਟ ਕੇ 100 ਲੱਖ ਰਹਿ ਗਈ। ਘਟਣ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਕਿੰਨਾ ਰਿਹਾ।

ਹੱਲ : ਅਸਲ ਰਾਸ਼ੀ = ਸ਼ੁਰੂ ਵਿੱਚ ਅਨਪੜ੍ਹਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ = 150 ਲੱਖ

ਅਸਲ ਰਾਸ਼ੀ ਵਿੱਚ ਬਦਲਾਅ = ਅਨਪੜ੍ਹਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਘਾਟ = 150 − 100 = 50 ਲੱਖ

ਇਸ ਲਈ, $\text{ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਘਾਟ} = \frac{\text{ਰਾਸ਼ੀ ਵਿੱਚ ਬਦਲਾਅ}}{\text{ਅਸਲ ਰਾਸ਼ੀ}} \times 100 = \frac{50}{150} \times 100 = 33\frac{1}{3}\%$

ਇਸ ਲਈ ਘਟਣ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ $33\frac{1}{3}\%$ ਹੈ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

1. ਵਧਣ ਜਾਂ ਘਟਣ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਪਤਾ ਕਰੋ।
   - ਕਮੀਜ਼ ਦਾ ਮੁੱਲ ₹ 80 ਤੋਂ ਘੱਟ ਕੇ ₹ 60 ਰਹਿ ਗਿਆ।
   - ਕਿਸੇ ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕ ਵੱਧ ਕੇ 20 ਤੋਂ 30 ਹੋ ਗਏ।
2. ਮੇਰੀ ਮਾਤਾ ਜੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਕਿ ਉਹਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਬਚਪਨ ਵਿੱਚ ਪੈਟਰੋਲ ਦੀ ਦਰ ₹ 1 ਪ੍ਰਤੀ ਲਿਟਰ ਸੀ ਅਤੇ ਅੱਜਕਲ ਇਹ ₹ 52 ਪ੍ਰਤੀ ਲਿਟਰ ਹੈ। ਪੈਟਰੋਲ ਦੀ ਦਰ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਦਾ ਵਾਧਾ ਹੋਇਆ?

8.5 ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਮੁੱਲ ਜਾਂ ਵੇਚਣਾ ਅਤੇ ਖ੍ਰੀਦਣਾ ?

ਮੈਂ ਇਸਨੂੰ ₹ 600 ਵਿੱਚ ਖ੍ਰੀਦਿਆ

ਅਤੇ ਮੈਂ ਇਸਨੂੰ ₹ 610 ਵਿੱਚ ਵੇਚਾਂਗਾ।

ਜਿਸ ਮੁੱਲ 'ਤੇ ਵਸਤੂ ਖਰੀਦੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਉਹ ਉਸਦਾ ਖ੍ਰੀਦ ਮੁਲ ਕਹਿਲਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਸਨੂੰ ਸੰਖੇਪ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਖ੍ਰੀਦ ਮੁੱਲ C.P. (Cost Price) ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜਿਸ ਮੁੱਲ 'ਤੇ ਵਸਤੂ ਵੇਚੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਉਹ ਉਸਦਾ ਵੇਚ ਮੁੱਲ ਕਹਿਲਾਉਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ ਸੰਖੇਪ ਵਿੱਚ S.P. (Selling Price) ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਤੁਸੀਂ ਕਿਸ ਨੂੰ ਚੰਗਾ ਕਹੋਗੇ, ਜੇ ਕਿਸੀ ਵਸਤੂ ਨੂੰ ਖ੍ਰੀਦ ਮੁੱਲ 'ਤੇ ਜਾਂ ਖ੍ਰੀਦ ਮੁੱਲ ਤੋਂ ਘੱਟ 'ਤੇ ਜਾਂ ਖ੍ਰੀਦ ਮੁੱਲ ਤੋਂ ਵੱਧ 'ਤੇ ਵੇਚਿਆ ਜਾਵੇ ?

ਖ੍ਰੀਦ ਮੁੱਲ ਅਤੇ ਵੇਚ ਮੁੱਲ ਤੋਂ ਹੀ ਫੈਸਲਾ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਵੇਚ ਕੇ ਲਾਭ ਹੋਇਆ ਜਾਂ ਨਹੀਂ।

ਜੇ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ (CP) < ਵੇਚ ਮੁੱਲ (SP) ਤਾਂ ਲਾਭ = SP-CP (ਵੇਚ ਮੁੱਲ-ਖ੍ਰੀਦ ਮੁੱਲ)

ਜੇ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ (CP) = ਵੇਚ ਮੁੱਲ (SP)। ਤਾਂ ਨਾ ਲਾਭ ਨਾ ਹਾਨੀ।

ਜੇ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ (CP) > ਵੇਚ ਮੁੱਲ ਤਾਂ ਹਾਨੀ (SP) = CP-SP (ਖ੍ਰੀਦ ਮੁੱਲ-ਵੇਚ ਮੁੱਲ)

ਆਓ ਕੁੱਝ ਵਸਤੂਆਂ ਦੇ ਖਰੀਦ ਅਤੇ ਵੇਚ ਮੁੱਲ ਵੇਖਕੇ ਕਥਨਾਂ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੀਏ।

- ਇੱਕ ਖਿਡਾਉਣਾ ₹ 72 ਵਿੱਚ ਖ੍ਰੀਦਿਆ ਅਤੇ ₹ 80 ਵਿੱਚ ਵੇਚਿਆ।

- ਇਹ ਟੀ ਸ਼ਰਟ ₹ 120 ਵਿੱਚ ਖ੍ਰੀਦੀ ਅਤੇ ₹ 100 ਵਿੱਚ ਵੇਚੀ ਗਈ।

- ਇੱਕ ਸਾਈਕਲ ₹ 800 ਵਿੱਚ ਖਰੀਦੀ ਅਤੇ ₹ 940 ਵਿੱਚ ਵੇਚੀ ਗਈ

ਹੁਣ ਪਹਿਲੇ ਕਥਨ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ। ਇਥੇ ਖ੍ਰੀਦ ਮੁੱਲ ₹ 72 ਹੈ ਅਤੇ ਵੇਚ ਮੁੱਲ ₹ 80 ਹੈ।
ਇਸ ਲਈ ਵੇਚ ਮੁੱਲ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੈ ਖ੍ਰੀਦ ਮੁੱਲ ਤੋਂ।
ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਾਭ = SP – CP = ₹ 80 – ₹ 72 = ₹ 8
ਹੁਣ ਤੁਸੀਂ ਬਾਕੀ ਦੇ ਕਥਨਾਂ ਨੂੰ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸੋਚ ਕੇ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰੋ।

8.5.1 ਲਾਭ ਜਾਂ ਹਾਨੀ, ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ

ਲਾਭ ਜਾਂ ਹਾਨੀ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਧਿਆਨ ਰੱਖੋ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਹਮੇਸ਼ਾ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ 'ਤੇ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਉਪਰੋਕਤ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਲਾਭ ਜਾਂ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਹਾਨੀ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਆਓ ਖਿਡਾਉਣੇ ਵਾਲਾ ਉਦਾਹਰਣ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ। ਇੱਥੇ C.P = ₹ 72, S.P = ₹ 80 ਅਤੇ ਲਾਭ = ₹ 8, ਲਾਭ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਨੇਹਾ ਅਤੇ ਸ਼ੇਖਰ ਨੇ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਵਿਧੀਆਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ।

ਨੇਹਾ ਨੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੀਤਾ

ਲਾਭ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ $= \frac{\text{ਲਾਭ}}{\text{ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ}} \times 100 = \frac{8}{72} \times 100$

$= \frac{1}{9} \times 100 = 11\frac{1}{9}$

ਇਸ ਲਈ ਲਾਭ % $= 11\frac{1}{9}$

ਸ਼ੇਖਰ ਨੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੀਤਾ

₹ 72 'ਤੇ ₹ 8 ਲਾਭ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ ₹100 'ਤੇ ਲਾਭ $= \frac{8}{72} \times 100$

ਜਾਂ ਲਾਭ % $= 11\frac{1}{9}$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਤੁਸੀਂ ਦੂਜੇ ਕਥਨ ਵਿੱਚ ਵੀ ਹਾਨੀ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ।

ਇਥੇ C.P = ₹120, S.P = ₹ 100 ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ ਹਾਨੀ = ₹120 – ₹100 = ₹ 20

ਹਾਨੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ $= \frac{\text{ਹਾਨੀ}}{\text{ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ}} \times 100$

$= \frac{20}{120} \times 100$

$= \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}$ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ

ਇਸ ਲਈ ਹਾਨੀ $= 16\frac{2}{3}\%$

₹120 'ਤੇ ਹਾਨੀ = ₹ 20

ਇਸ ਲਈ ₹100 'ਤੇ ਹਾਨੀ -----

$= \frac{20}{120} \times 100 = \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}$

ਇਸ ਲਈ ਹਾਨੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ $16\frac{2}{3}$ ਹੈ।

ਹੁਣ ਤੁਸੀਂ ਸਾਈਕਲ ਵਾਲਾ ਉਦਾਹਰਣ ਹੱਲ ਕਰਕੇ ਵੇਖੋ।

ਅਸੀਂ ਇੱਥੇ ਇਹ ਵੀ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ, ਵੇਚ ਮੁੱਲ ਅਤੇ ਲਾਭ ਜਾਂ ਹਾਨੀ ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਦੋ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਪਤਾ ਹੋਣ ਤਾਂ ਤੀਸਰੀ ਰਾਸ਼ੀ ਪਤਾ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 18 : ਇੱਕ ਫੁਲਦਾਨ ਦੀ ਲਾਗਤ ₹120 ਹੈ। ਜੇ ਦੁਕਾਨਦਾਰ ਇਸ ਨੂੰ 10% ਹਾਨੀ 'ਤੇ ਵੇਚੇ ਤਾਂ ਉਸਦਾ ਵੇਚ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਪਹਿਲਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨੂੰ ਪਹਿਚਾਣਦੇ ਹਨ। ਦਿੱਤਾ ਹੈ, ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ- ₹120 ਅਤੇ ਹਾਨੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ = 10, ਅਸੀਂ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਹੈ ਵੇਚ ਮੁੱਲ

ਸੋਹਨ ਨੇ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੱਲ ਕੀਤਾ

10% ਹਾਨੀ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਜੇ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ = ₹ 100

ਤਾਂ ਹਾਨੀ = ₹ 10

ਇਸ ਲਈ ਵੇਚ ਮੁੱਲ = ₹ (100 – 10) = ₹ 90

ਆਨੰਦੀ ਨੇ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੱਲ ਕੀਤਾ

ਹਾਨੀ = ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ ਦਾ 10 %

= ₹ 120 ਦਾ 10 %

$= \frac{10}{100} \times 120 = ₹12$

ਜਦੋਂ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ = ₹100 ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਵੇਚ ਮੁੱਲ
= ₹ 90
ਜਦੋਂ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ = ₹120 ਹੋਵੇ ਤਾਂ

ਵੇਚ ਮੁੱਲ = $\frac{90}{100} \times 120$ = ₹ 108

ਇਸ ਲਈ
ਵੇਚ ਮੁੱਲ = ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ – ਹਾਨੀ
= ₹120 – ₹12 = ₹108

ਦੋਵਾਂ ਹੀ ਤਰੀਕਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵੇਚ ਮੁੱਲ ₹ 180 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 19 : ਇੱਕ ਖਿਡੌਣਾ ਕਾਰ ਦਾ ਵੇਚ ਮੁੱਲ ₹ 540 ਸੀ। ਇੱਕ ਦੁਕਾਨਦਾਰ ਨੇ ਉਸਨੂੰ 20% ਲਾਭ 'ਤੇ ਵੇਚਿਆ। ਖਿਡੌਣੇ ਦਾ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ ਕੀ ਸੀ ?

ਹੱਲ : ਸਾਨੂੰ ਪਤਾ ਹੈ ਕਿ ਵੇਚ ਮੁੱਲ = ₹ 540 ਅਤੇ ਲਾਭ = 20%, ਸਾਨੂੰ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਹੈ।

ਅਮੀਨਾ ਨੇ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੱਲ ਕੀਤਾ :
20% ਲਾਭ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ ਜੇਕਰ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ ₹ 100 ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਲਾਭ ₹ 20
ਇਸ ਲਈ ਵੇਚ ਮੁੱਲ 100 + 20 = ₹ 120 ਹੋਵੇਗਾ।
ਮਤਲਬ ₹ 120 ਵੇਚ ਮੁੱਲ ਹੋਣ 'ਤੇ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ = ₹100
ਇਸ ਲਈ ₹ 540 ਵੇਚ ਮੁੱਲ ਹੋਣ ਤੇ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ = $\frac{100}{120} \times$ ₹ 540= ₹ 450

ਅਰੁਣਾ ਨੇ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੱਲ ਕੀਤਾ :
ਲਾਭ = ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ ਦਾ 20% ਅਤੇ ਵੇਚ ਮੁੱਲ = ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ + ਲਾਭ
ਇਸ ਲਈ 540 = ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ + ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ ਦਾ 20%

ਜਾਂ 540 = ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ + $\frac{20}{100} \times$ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ = $\left[1+\frac{1}{5}\right]$ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ

= $\frac{6}{5}$ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ ਇਸ ਲਈ, $540 \times \frac{5}{6}$ = ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ
ਜਾਂ ₹ 450 = ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਦੋਵਾਂ ਵਿਧੀਆ ਤੋਂ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ ₹ 450 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਇਆ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

1. ਇੱਕ ਦੁਕਾਨਦਾਰ ਨੇ ਇੱਕ ਕੁਰਸੀ ₹ 375 ਵਿੱਚ ਖਰੀਦੀ ਅਤੇ ₹ 400 ਵਿੱਚ ਵੇਚ ਦਿੱਤੀ। ਉਸਦਾ ਲਾਭ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਪਤਾ ਕਰੋ।
2. ਇੱਕ ਵਸਤੂ ₹ 50 ਵਿੱਚ ਖਰੀਦੀ ਗਈ ਅਤੇ 12 ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਲਾਭ 'ਤੇ ਵੇਚ ਦਿੱਤੀ। ਉਸਦਾ ਵੇਚ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
3. ਇੱਕ ਵਸਤੂ ₹ 250 ਵਿੱਚ ਵੇਚਣ 'ਤੇ 5% ਲਾਭ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਇਆ। ਉਸਦਾ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ ਕੀ ਸੀ ?
4. ਇੱਕ ਵਸਤੂ 5% ਹਾਨੀ 'ਤੇ ₹ 540 ਵਿੱਚ ਵੇਚੀ ਗਈ। ਉਸਦਾ ਖਰੀਦ ਮੁੱਲ ਕੀ ਸੀ ?

8.6 ਉਧਾਰ ਲਏ ਧਨ 'ਤੇ ਖਰਚ ਭਾਵ ਸਧਾਰਣ ਵਿਆਜ

ਸੋਹਣੀ ਨੇ ਦੱਸਿਆ ਕਿ ਉਹ ਨਵਾਂ ਸਕੂਟਰ ਖ੍ਰੀਦਣ ਜਾ ਰਹੇ ਹਨ। ਮੋਹਨ ਨੇ ਪੁਛਿਆ ਕਿ ਕੀ ਉਹਨਾਂ ਕੋਲ ਇਸ ਨੂੰ ਖ੍ਰੀਦਣ ਲਈ ਲੋੜੀਂਦਾ ਧਨ ਹੈ? ਸੋਹਣੀ ਨੇ ਜਵਾਬ ਦਿੱਤਾ ਕਿ ਉਸਦੇ ਪਿਤਾ ਜੀ ਬੈਂਕ ਤੋਂ ਉਧਾਰ (ਕਰਜ਼ਾ) ਲੈਣਗੇ। ਉਧਾਰ ਲਏ ਗਏ ਧਨ ਨੂੰ ਮੂਲਧਨ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਇਹ ਧਨ ਵਾਪਿਸ ਕਰਨ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ, ਉਧਾਰ ਲੈਣ ਵਾਲੇ ਵਿਅਕਤੀ ਵਲੋਂ ਕੁੱਝ ਸਮੇਂ ਤੱਕ ਇਸ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਉਸਨੂੰ, ਉਨ੍ਹੇ ਸਮੇਂ ਦਾ ਧਨ ਵਰਤਣ ਦੇ ਬਦਲੇ ਕੁੱਝ ਵਾਧੂ ਧਨ ਬੈਂਕ ਨੂੰ ਦੇਣਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਵਾਧੂ ਧਨ ਵਿਆਜ ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਤ ਸਮੇਂ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਤੁਹਾਨੂੰ ਮੂਲਧਨ ਅਤੇ ਵਿਆਜ ਦੋਨਾਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾ ਕੇ ਪੂਰਾ ਧਨ ਵਾਪਸ ਕਰਨਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸਨੂੰ ਮਿਸ਼ਰਤ ਧਨ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਭਾਵ **ਮਿਸ਼ਰਤਧਨ = ਮੂਲਧਨ + ਵਿਆਜ**

ਵਿਆਜ ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਤ ਦਰ 'ਤੇ ਕੱਢਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਹਮੇਸ਼ਾ ਹਰੇਕ ₹ 100 ਦੇ ਲਈ ਇੱਕ ਸਾਲ ਲਈ ਨਿਧਾਰਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, 14 ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਪ੍ਰਤੀ ਸਾਲਾਨਾ ਜਾਂ 10 ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਸਾਲਾਨਾ।

10 ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਸਾਲਾਨਾ ਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਉਧਾਰ ਲਏ ਗਏ ਹਰੇਕ ₹100 ਲਈ ਹਰੇਕ ਸਾਲ ਦੇ ਬਾਅਦ ₹10 ਵਿਆਜ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਾਧੂ ਦੇਣੇ ਹੋਣਗੇ।

ਇੱਕ ਉਦਾਹਰਣ ਲੈ ਕੇ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਵਿਆਜ ਕਿਵੇਂ ਕੱਢਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 20 : ਅਨੀਤਾ ₹ 5000 ਦਾ ਇੱਕ ਕਰਜਾ 15 ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਸਾਲਾਨਾ ਦਰ 'ਤੇ ਵਿਆਜ 'ਤੇ ਲੈਂਦੀ ਹੈ। ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਇੱਕ ਸਾਲ ਬਾਅਦ ਉਸਨੂੰ ਕੁੱਲ ਕਿੰਨਾ ਧਨ ਵਾਪਸ ਕਰਨਾ ਪਵੇਗਾ?

ਹੱਲ : ਉਧਾਰ ਲਈ ਰਾਸ਼ੀ = ₹ 5000

ਵਿਆਜ ਦੀ ਦਰ = 15 ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਪ੍ਰਤੀ ਸਾਲ

ਇਸ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ ਜੇਕਰ ਉਹ ₹ 100 ਉਧਾਰ ਲੈਂਦੀ ਤਾਂ ਉਸਨੂੰ ਇੱਕ ਸਾਲ ਬਾਅਦ ₹ 15 ਵਿਆਜ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦੇਣੇ ਪੈਣਗੇ।

ਇਸ ਲਈ ₹ 5000 ਦੇ ਉਧਾਰ 'ਤੇ ਉਸਨੂੰ 1 ਸਾਲ ਬਾਅਦ ਦੇਣੇ ਪੈਣਗੇ: $\frac{15}{100} \times ₹500 = ₹\ 750$

ਭਾਵ ਇੱਕ ਸਾਲ ਬਾਅਦ ਉਸਨੂੰ ਵਿਆਜ ਮਿਲਾ ਕੇ ਮਿਸ਼ਰਤਧਨ ₹ 5000 + ₹ 750 = ₹ 5750 ਦੇਣੇ ਹੋਣਗੇ।

ਇੱਕ ਸਾਲ ਦਾ ਵਿਆਜ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸਬੰਧ ਜਾਂ ਸੂਤਰ ਵੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਅਸੀਂ ਮੂਲਧਨ ਨੂੰ P ਨਾਲ ਅਤੇ ਦਰ R % ਸਾਲਾਨਾ ਨੂੰ R ਨਾਲ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ₹ 100 ਲਈ ਇੱਕ ਸਾਲ ਦਾ R ਰੁਪਏ ਵਿਆਜ ਦੇਣਾ ਹੋਵੇਗਾ।

ਇਸ ਲਈ P ਰੁਪਏ ਉਧਾਰ ਲੈਣ 'ਤੇ ਇੱਕ ਸਾਲ ਦਾ ਵਿਆਜ I ਹੋਵੇਗਾ।

$$I = \frac{R \times P}{100} = \frac{P \times R}{100}$$

8.6.1 ਜ਼ਿਆਦਾ ਸਾਲਾਂ ਲਈ ਵਿਆਜ਼

ਜੇਕਰ ਧਨ ਇੱਕ ਸਾਲ ਤੋਂ ਵੱਧ ਸਮੇਂ ਲਈ ਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਵਿਆਜ਼ ਵੀ ਉਸ ਪੂਰੇ ਸਮੇਂ ਲਈ ਕੱਢਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿੰਨ੍ਹੇ ਸਮੇਂ ਲਈ ਧਨ ਰੱਖਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਲਈ, ਜੇ ਅਨੀਤਾ ਉਹੀ ਧਨ ਉਸ ਦਰ 'ਤੇ ਦੋ ਸਾਲਾਂ ਬਾਅਦ ਵਾਪਿਸ ਕਰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਨੂੰ ਵਿਆਜ ਵੀ ਦੁੱਗਣਾ ਦੇਣਾ ਹੋਵੇਗਾ ਭਾਵ ₹ 750 ਪਹਿਲੇ ਸਾਲ ਅਤੇ ₹ 750 ਦੂਸਰੇ ਸਾਲ ਲਈ। ਮੂਲਧਨ ਉਹੀ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ ਬਦਲਦਾ ਨਹੀਂ ਅਤੇ ਵਿਆਜ਼ ਵੀ ਹਰੇਕ ਸਾਲ ਲਈ ਸਮਾਨ ਹੀ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਵਿਆਜ ਨੂੰ ਸਧਾਰਣ ਵਿਆਜ਼ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਜਿਵੇਂ-ਜਿਵੇਂ ਸਾਲਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਵਧਦੀ ਜਾਦੀ ਹੈ ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਿਆਜ਼ ਦੀ ਰਾਸ਼ੀ ਵੀ ਵਧਦੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। 3 ਸਾਲਾਂ ਲਈ ₹ 100, 18 ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਸਾਲਾਨਾ ਦਰ ਨਾਲ ਉਧਾਰ ਲੈਣ 'ਤੇ 3 ਸਾਲਾਂ ਬਾਅਦ ਵਿਆਜ਼ $18 + 18 + 18 = 3 \times 18 =$ ₹ 54 ਦੇਣਾ ਹੋਵੇਗਾ।

ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸਾਲ ਤੋਂ ਵੱਧ ਸਮੇਂ ਲਈ ਵੀ ਸਾਧਾਰਣ ਵਿਆਜ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਸੂਤਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਅਸੀਂ ਦੇਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਕਿ P ਰੁਪਏ ਲਈ R % ਸਾਲਾਨਾ ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ 1 ਸਾਲ ਬਾਅਦ $\frac{R \times P}{100}$ ਵਿਆਜ਼ ਦੇਣਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ T ਸਾਲਾਂ ਲਈ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਵਿਆਜ (I) ਹੋਵੇਗਾ :

$$I = \frac{T \times R \times P}{100} = \frac{P \times R \times T}{100} \text{ ਜਾਂ } \frac{PRT}{100}$$

ਅਤੇ T ਸਾਲਾਂ ਬਾਅਦ ਮਿਸ਼ਰਤਧਨ A ਹੋਵੇਗਾ : $A = P + I$

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

1. ₹ 10000, 5% ਸਾਲਾਨਾ ਦਰ ਨਾਲ ਜਮਾਂ ਕੀਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਇੱਕ ਸਾਲ ਬਾਅਦ ਕਿੰਨਾ ਵਿਆਜ਼ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗਾ ?
2. ₹ 3500, 7% ਸਾਲਾਨਾ ਦਰ ਨਾਲ ਉਧਾਰ ਦਿਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਦੋ ਸਾਲਾਂ ਬਾਅਦ ਕਿੰਨਾ ਸਧਾਰਣ ਵਿਆਜ਼ ਦੇਣਾ ਹੋਵੇਗਾ ?
3. ₹ 6050, 6.5% ਸਾਲਾਨਾ ਦਰ ਨਾਲ ਉਧਾਰ ਲਏ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। 3 ਸਾਲਾ ਬਾਅਦ ਕਿੰਨਾ ਵਿਆਜ਼ ਅਤੇ ਮਿਸ਼ਰਤ ਧਨ ਦੇਣਾ ਹੋਵੇਗਾ ?
4. ₹ 7000, 3.5% ਸਾਲਾਨਾ ਦਰ ਨਾਲ 2 ਸਾਲਾਂ ਲਈ ਉਧਾਰ ਲਏ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਦੋ ਸਾਲਾਂ ਬਾਅਦ ਕਿੰਨਾ ਮਿਸ਼ਰਤ ਧਨ ਦੇਣਾ ਹੋਵੇਗਾ ?

ਜਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਤੁਸੀਂ ਖਰੀਦ - ਵੇਚ ਮੁੱਲਾਂ ਦੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਦੇਖਿਆ ਸੀ ਉਸੇ ਪ੍ਰਕਾਰ ਸੂਤਰ $I = \frac{P \times T \times R}{100}$ ਦੁਆਰਾਂ, ਚਾਰ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਵੀ ਤਿੰਨ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਪਤਾ ਹੋਣ 'ਤੇ ਚੌਥੀ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਉਦਾਹਰਣ 21 : 4500 ਰੁ: ਦੇ ਕਰਜ਼ੇ 'ਤੇ 2 ਸਾਲਾਂ ਬਾਅਦ ਮਨੋਹਰ 7500 ਰੁ: ਸਧਾਰਣ ਵਿਆਜ ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਵਿਆਜ ਦੀ ਦਰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ 1:

$$I = \frac{P \times T \times R}{100}$$

ਇਸ ਲਈ $750 = \frac{4500 \times 2 \times R}{100}$

ਜਾਂ $\frac{750}{45 \times 2} = R$

ਇਸ ਲਈ ਵਿਆਜ਼ ਦੀ ਦਰ

$= 8\frac{1}{3}\%$ ਸਾਲਾਨਾ

ਹੱਲ 2 :

2 ਸਾਲਾਂ ਦਾ ਵਿਆਜ਼ = ₹ 750

ਇਸ ਲਈ 1 ਸਾਲ ਦਾ ਵਿਆਜ਼ $= \frac{750}{2} =$ ₹375

ਹੁਣ ₹ 4500 'ਤੇ ਵਿਆਜ਼ = ₹ 375

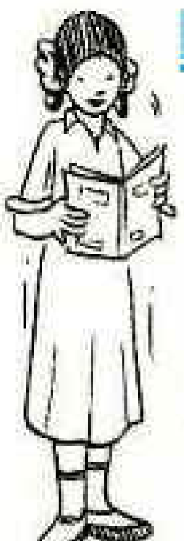
ਇਸ ਲਈ ₹ 100 'ਤੇ ਵਿਆਜ਼

$= \frac{375 \times 100}{4500} = 8\frac{1}{3}\%$

ਇਸ ਲਈ ਵਿਆਜ਼ ਦੀ ਦਰ $= 8\frac{1}{3}\%$ ਸਾਲਾਨਾ

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

1. ਤੁਹਾਡੇ ਬੈਂਕ ਖਾਤੇ ਵਿੱਚ ₹ 2400 ਜਮ੍ਹਾਂ ਹਨ ਅਤੇ ਵਿਆਜ਼ ਦੀ ਦਰ 5% ਸਾਲਾਨਾ ਹੈ। ਕਿੰਨੇ ਸਾਲਾਂ ਬਾਅਦ ਵਿਆਜ ਦੀ ਰਾਸ਼ੀ ₹ 240 ਹੋਵੇਗੀ ?
2. ਕਿਸੇ ਰਾਸ਼ੀ ਦਾ 5 ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਸਾਲਾਨਾ ਦਰ 'ਤੇ 3 ਸਾਲ ਦਾ ਵਿਆਜ਼ ₹ 450 ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਉਹ ਰਾਸ਼ੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।



ਅਭਿਆਸ 8.3

1. ਖ਼ਰੀਦਣ – ਵੇਚਣ ਦੇ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸੌਦਿਆਂ ਵਿੱਚ ਹਾਨੀ ਜਾਂ ਲਾਭ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਹਰੇਕ ਵਿੱਚ ਹਾਨੀ % ਅਤੇ ਲਾਭ % ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।
   (a) ਬਗੀਚੇ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਆਉਣ ਵਾਲੀ ਕੈਂਚੀ ₹ 250 ਵਿੱਚ ਖਰੀਦੀ ਗਈ ਅਤੇ ₹ 325 ਵਿੱਚ ਵੇਚੀ ਗਈ।
   (b) ਇੱਕ ਫਰਿਜ ₹ 12000 ਵਿੱਚ ਖ਼ਰੀਦਿਆ ਗਿਆ ਅਤੇ ₹ 13560 ਵਿੱਚ ਵੇਚਿਆ ਗਿਆ।
   (c) ਇੱਕ ਅਲਮਾਰੀ ₹ 2500 ਵਿੱਚ ਖਰੀਦੀ ਗਈ ਅਤੇ ₹ 3000 ਵਿੱਚ ਵੇਚੀ ਗਈ।
   (d) ਇੱਕ ਸਕਰਟ ₹ 250 ਵਿੱਚ ਖਰੀਦ ਕੇ ₹ 150 ਵਿੱਚ ਵੇਚੀ ਗਈ।
2. ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਰੇਕ ਅਨੁਪਾਤ ਦੇ ਦੋਵਾਂ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।
   (a) 3:1 (b) 2:3:5 (c) 1:4 (d) 1:2:5

3. ਇੱਕ ਸ਼ਹਿਰ ਦੀ ਆਬਾਦੀ 25,000 ਤੋਂ ਘੱਟ ਕੇ 24,500 ਰਹਿ ਗਈ। ਘਟਣ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਪਤਾ ਕਰੋ।
4. ਅਰੁਣ ਨੇ ਇੱਕ ਕਾਰ ₹ 3,50,000 ਵਿੱਚ ਖਰੀਦੀ। ਅਗਲੇ ਸਾਲ ਉਸਦਾ ਮੁੱਲ ਵੱਧਕੇ ₹ 3,70,000 ਹੋ ਗਿਆ। ਕਾਰ ਦੇ ਮੁੱਲ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਾਧਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।
5. ਮੈਂ ਇੱਕ ਟੀ. ਵੀ. ₹ 10,000 ਵਿੱਚ ਖ੍ਰੀਦ ਕੇ 20 ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਲਾਭ 'ਤੇ ਵੇਚ ਦਿੱਤਾ ਮੈਨੂੰ ਵੇਚਣ 'ਤੇ ਕਿੰਨਾ ਧੰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਇਆ ?
6. ਜੂਹੀ ਇੱਕ ਵਾਸ਼ਿੰਗ ਮਸ਼ੀਨ ₹13, 500 ਵਿੱਚ ਵੇਚਣ 'ਤੇ 20% ਦੀ ਹਾਨੀ ਉਠਾਂਦੀ ਹੈ ਉਸਨੇ ਉਹ ਮਸ਼ੀਨ ਕਿੰਨੇ ਦੀ ਖਰੀਦੀ ਸੀ ?
7. (i) ਚਾਕ ਪਾਊਡਰ ਵਿੱਚ ਕੈਲਸ਼ਿਅਮ, ਕਾਰਬਨ ਅਤੇ ਆਕਸੀਜਨ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ 10 : 3 : 12 ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਵਿੱਚ ਕਾਰਬਨ ਦੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਮਾਤਰਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।
   (ii) ਚਾਕ ਦੀ ਇੱਕ ਡੰਡੀ ਵਿੱਚ ਜੇਕਰ ਕਾਰਬਨ ਦੀ ਮਾਤਰਾ 3 ਗ੍ਰਾਮ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਦਾ ਕੁੱਲ ਭਾਰ ਕਿੰਨਾ ਹੋਵੇਗਾ ?
8. ਅਮੀਨਾ ਇੱਕ ਕਿਤਾਬ ₹ 275 ਵਿੱਚ ਖਰੀਦ ਕੇ ਉਸਨੂੰ 15% ਹਾਨੀ 'ਤੇ ਵੇਚਦੀ ਹੈ। ਕਿਤਾਬ ਦਾ ਵੇਚ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
9. ਹਰੇਕ ਵਿੱਚ 3 ਸਾਲਾਂ ਬਾਅਦ ਕਿੰਨ੍ਹਾ ਮਿਸ਼ਰਤਧਨ ਹੋਵੇਗਾ ?
   (a) ਮੂਲਧਨ = ₹ 1200 ਦਰ 12% ਸਾਲਾਨਾ (b) ਮੂਲਧਨ = ₹ 7500 ਦਰ 5% ਸਾਲਾਨਾ
10. ₹ 56,000 ਤੇ 2 ਸਾਲਾਂ ਬਾਅਦ ਕਿੰਨੀ ਦਰ ਨਾਲ ₹ 280 ਸਾਧਾਰਣ ਵਿਆਜ ਦੇਣਾ ਹੋਵੇਗਾ ?
11. ਮੀਨਾ ਨੇ 9% ਸਾਲਾਨਾ ਦਰ 'ਤੇ 1 ਸਾਲ ਬਾਅਦ ₹ 45 ਵਿਆਜ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ। ਉਸਨੇ ਕਿੰਨਾ ਧਨ ਉਧਾਰ ਲਿਆ ਸੀ ?

ਅਸੀਂ ਕੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ?

1. ਆਪਣੇ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ ਅਕਸਰ ਦੋ ਰਾਸ਼ੀਆ ਵਿੱਚ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨੀ ਪੈਂਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਉਚਾਈ, ਭਾਰ, ਤਨਖਾਹ, ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕ ਆਦਿ ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ।
2. 150 ਸਮ. ਅਤੇ 75 ਸਮ. ਉਚਾਈ ਵਾਲੇ ਦੋ ਵਿਅਕਤੀਆਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਇਸ ਨੂੰ ਅਨੁਪਾਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ 150 : 75 ਜਾਂ 2 : 1 ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ।
3. ਦੋ ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਹਰ ਵਾਲੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਕੇ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਦੋਵੇਂ ਸਮਾਨ ਹਰ ਵਾਲੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਸਮਾਨ ਹਨ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਦੋਵੇਂ ਅਨੁਪਾਤ ਵੀ ਤੁੱਲ ਅਨੁਪਾਤ ਹਨ।
4. ਜੇਕਰ ਦੋ ਅਨੁਪਾਤ ਤੁੱਲ ਹਨ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਚਾਰੇ ਪਦ ਇੱਕ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਦੋ ਅਨੁਪਾਤ 8 : 2 ਅਤੇ 16 : 4 ਸਮਾਨ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ 8, 2, 16 ਅਤੇ 4 ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ।
5. ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਦੀ ਇੱਕ ਵਿਧੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵੀ ਹੈ। ਭਿੰਨਾ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਹਰ 100 ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਅੰਸ਼, ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਦਾ ਅਰਥ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਹਰੇਕ 100 'ਤੇ।
6. ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਲਈ $\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times 100\,\% = 25\%$ ਅਤੇ, $75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$

7. ਦਸ਼ਮਲਵ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਵੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿੱਚ। ਉਦਾਹਰਣ ਲਈ $0.25 = 0.25 \times 100\% = 25\%$
8. ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਦੇ ਸਾਡੇ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਜ਼ਿਆਦਾ ਉਪਯੋਗ ਹਨ:
   (a) ਜਦੋਂ ਸਾਨੂੰ ਕਿਸੇ ਰਾਸ਼ੀ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਪਤਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਉਹ ਸਪੂੰਰਨ ਰਾਸ਼ੀ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।
   (b) ਜਦੋਂ ਸਾਨੂੰ ਕਿਸੇ ਰਾਸ਼ੀ ਦੇ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਅਨੁਪਾਤ ਦਿੱਤਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਵੀ ਬਦਲ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।
   (c) ਕਿਸੀ ਰਾਸ਼ੀ ਦਾ ਘਟਣਾ ਜਾ ਵਧਣਾ ਵੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।
   (d) ਕਿਸੀ ਵਸਤੂ ਦੇ ਖ਼ੀਦਣ - ਵੇਚਣ 'ਤੇ ਹੋਏ ਲਾਭ ਜਾਂ ਹਾਨੀ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।
   (e) ਉਧਾਰ ਲਈ ਗਈ ਰਾਸ਼ੀ 'ਤੇ ਵਿਆਜ ਕੱਢਣ ਲਈ ਉਸਦੀ ਦਰ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਵਿੱਚ ਹੀ ਦਿੱਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਲਈ, ₹ 800, 3 ਸਾਲ ਦੇ ਲਈ 12% ਸਾਲਾਨਾ ਵਿਆਜ ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਉਧਾਰ ਲਿਆ।

ਅਧਿਆਇ 9

ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ

9.1 ਭੂਮਿਕਾ

ਤੁਸੀਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਆਪਣੇ ਆਲੇ ਦੁਆਲੇ ਦੀਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਦੇ ਗਿਣਨ ਨਾਲ ਸ਼ੁਰੂ ਕੀਤਾ। ਇਸ ਕਾਰਜ ਵਿੱਚ ਵਰਤੀਆਂ ਗਈਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਗਿਣਨ ਯੋਗ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (counting numbers) ਜਾਂ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (natural numbers) ਕਿਹਾ ਗਿਆ ਸੀ। ਇਹ ਹਨ 1, 2, 3, 4, ...। ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ 0 ਨੂੰ ਸ਼ਾਮਿਲ ਕਰਨ ਨਾਲ ਸਾਨੂੰ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (whole numbers), ਭਾਵ 0, 1, 2, 3, ... ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਈਆਂ। ਇਸ ਉਪਰੰਤ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (integers) ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ, ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਰਿਣਾਤਮਕ (negatives) ਨੂੰ ਸ਼ਾਮਿਲ ਕੀਤਾ ਗਿਆ। ... −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3 ... ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਅਸੀਂ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਣਾਲੀ (number system) ਨੂੰ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਤੋਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਤੱਕ ਅਤੇ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਤੋਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਤੱਕ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਕੀਤਾ।

ਤੁਹਾਨੂੰ ਭਿੰਨਾਂ (fractions) ਤੋਂ ਵੀ ਜਾਣੂੰ ਕਰਵਾਇਆ ਗਿਆ ਸੀ। ਇਹ $\frac{\text{ਅੰਸ਼}}{\text{ਹਰ}}\left(\frac{\text{numerator}}{\text{denominator}}\right)$, ਦੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਜਿਥੇ ਅੰਸ਼ ਜਾਂ ਤਾਂ 0 ਜਾਂ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਹਰ, ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਤੁਸੀਂ ਦੋ ਪ੍ਰਾਪਤ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕੀਤੀ, ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਤੁੱਲ (equivalent) ਰੂਪ (ਭਿੰਨਾਂ) ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ। ਇਨ੍ਹਾਂ 'ਤੇ ਚਾਰੋਂ ਮੁਢਲੇ ਮਾਪਦੰਡ ਜੋੜ, ਘਟਾਉ, ਗੁਣਨ ਅਤੇ ਵੰਡ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕੀਤਾ।

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦਾ ਵਧੇਰੇ ਵਿਸਥਾਰ ਕਰਾਂਗੇ। ਅਸੀਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (rational numbers) ਦੀ ਜਾਣਕਾਰੀ ਦੇ ਕੇ ਉਨ੍ਹਾਂ 'ਤੇ ਜੋੜ, ਘਟਾਉ, ਗੁਣਨ ਅਤੇ ਵੰਡ ਦੀਆਂ ਕ੍ਰਿਆਵਾਂ ਕਰਨਾ ਸਿੱਖਾਂਗੇ।

9.2 ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਲੋੜ

ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਵੇਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਉਲਟ (opposite) ਸਥਿਤੀਆਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਜੇਕਰ ਇੱਕ

ਸਥਾਨ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ 3 ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਦੀ ਦੂਰੀ ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਉਸੇ ਸਥਾਨ ਤੋਂ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ 5 ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਦੀ ਦੂਰੀ ਨੂੰ –5 ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਜੇਕਰ ₹150 ਦੇ ਲਾਭ ਨੂੰ 150 ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ₹100 ਦੀ ਹਾਨੀ ਨੂੰ –100 ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਅਨੇਕਾਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਭਿੰਨਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (ਭਿੰਨਾਂ) ਸ਼ਾਮਿਲ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਸਮੁੰਦਰ ਤਲ ਤੋਂ ਉੱਪਰ 750 ਮੀਟਰ ਦੀ ਉੱਚਾਈ ਨੂੰ $\frac{3}{4}$ ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਨਾਲ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਕੀ ਅਸੀਂ ਸਮੁੰਦਰ ਤਲ ਤੋਂ ਥੱਲੇ 750 ਮੀਟਰ ਦੀ ਗਹਿਰਾਈ ਨੂੰ ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਨੂੰ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਨ ? ਕੀ ਅਸੀਂ ਸਮੁੰਦਰ ਤਲ ਤੋਂ ਥੱਲੇ $\frac{3}{4}$ ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਦੀ ਗਹਿਰਾਈ ਨੂੰ $\frac{-3}{4}$ ਨਾਲ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ? ਅਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $\frac{-3}{4}$ ਨਾ ਤਾਂ ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਨਾ ਹੀ ਇੱਕ ਭਿੰਨ। ਅਜਿਹੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸ਼ਾਮਿਲ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਨੂੰ ਵਿਸਤ੍ਰਤ ਕਰਨ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ।

9.3 ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਕੀ ਹਨ ?

ਸ਼ਬਦ ਪਰਿਮੇਯ (rational) ਦੀ ਉੱਤਪਤੀ, ਪਦ 'ਅਨੁਪਾਤ' (ratio) ਤੋਂ ਹੋਈ ਹੈ। ਤੁਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ਕਿ ਅਨੁਪਾਤ 3 : 2 ਨੂੰ $\frac{3}{2}$ ਵੀ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਥੇ 3 ਅਤੇ 2 ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ p ਅਤੇ q $(q \neq 0)$ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ $p:q$ ਨੂੰ $\frac{p}{q}$ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਹੀ ਉਹ ਰੂਪ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਰਸਾਈਆਂ ਜਾ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ।

ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਅਜਿਹੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਜਿਸਨੂੰ $\frac{p}{q}$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਜਿੱਥੇ p ਅਤੇ q ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਅਤੇ $q \neq 0$ ਹੈ।

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $\frac{4}{5}$ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ। ਇਥੇ $p = 4$ ਹੈ ਅਤੇ $q = 5$ ਹੈ।

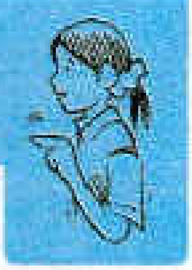
ਕੀ $\frac{-3}{4}$ ਵੀ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ? ਕਿਉਂਕਿ $p = -3$ ਹੈ ਅਤੇ $q = 4$ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

- ਤੁਸੀਂ $\frac{3}{8}, \frac{4}{8}, 1\frac{2}{3}$, ਆਦਿ ਜਿਹੀਆਂ ਅਨੇਕਾਂ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇਖੀਆਂ ਹਨ। ਸਾਰੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ, ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇਸਦਾ ਕਾਰਨ ਦੱਸ ਸਕਦੇ ਹਨ ? ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 0.5, 2.3, 0.333 ਆਦਿ ਦੇ ਬਾਰੇ ਵਿੱਚ ਕੀ ਕਿਹਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ? ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹਰੇਕ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਇੱਕ ਆਮ ਭਿੰਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ,

$0.5 = \frac{5}{10}, 2.3 = \frac{23}{10}, 0.333 = \frac{333}{1000}$ ਆਦਿ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

1. ਕੀ ਸੰਖਿਆ $\frac{2}{-3}$ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ? ਇਸ ਦੇ ਬਾਰੇ ਸੋਚੋ।
2. ਦਸ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਇੱਕ ਸੂਚੀ ਬਣਾਉ।



ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ

$\frac{p}{q}$ ਵਿੱਚ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ p ਅੰਸ਼ ਹੈ ਅਤੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ $q\ (\neq 0)$ ਹਰ ਹੈ।

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $\frac{-3}{7}$ ਵਿੱਚ -3 ਅੰਸ਼ ਹੈ, ਅਤੇ 7 ਹਰ ਹੈ।

ਅਜਿਹੀਆਂ ਪੰਜ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਦਾ

(ੳ) ਅੰਸ਼ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਹਰ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆ ਹੋਵੇ।
(ਅ) ਅੰਸ਼ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਹਰ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੋਵੇ।
(ੲ) ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਦੋਵੇਂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੋਣ।
(ਸ) ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਦੋਵੇਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੋਣ।

- **ਕੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ?**

ਕਿਸੀ ਵੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਮੰਨਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ -5 ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਤੁਸੀਂ ਇਸਨੂੰ $\frac{-5}{1}$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ 0 ਨੂੰ ਵੀ $0=\frac{0}{2}$ ਜਾਂ $\frac{0}{7}$ ਆਦਿ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਵੀ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

ਇਸ ਤਰਾਂ, ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਤੇ ਭਿੰਨਾਂ ਸ਼ਾਮਿਲ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

ਤੁੱਲ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ

ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਵੱਖ ਵੱਖ ਅੰਸ਼ਾਂ ਅਤੇ ਹਰਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ $\frac{-2}{3}$ ਉੱਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ।

$\frac{-2}{3}=\frac{-2\times 2}{3\times 2}=\frac{-4}{6}$। ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $\frac{-2}{3}$ ਉਹੀ ਹੈ ਜਿਹੜੀ $\frac{-4}{6}$ ਹੈ।

ਨਾਲ ਹੀ $\frac{-2}{3}=\frac{(-2)\times(-5)}{3\times(-5)}=\frac{10}{-15}$ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, $\frac{-2}{3}$ ਉਹੀ ਹੈ ਜਿਹੜੀ $\frac{10}{-15}$ ਹੈ।

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $\frac{-2}{3}=\frac{-4}{6}=\frac{10}{-15}$ ਹੈ। ਅਜਿਹੀਆਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜੋ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ; ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਦੇ ਤੁੱਲ **(equivalent)** ਹਨ।

ਦੁਬਾਰਾ $\frac{10}{-15} = \frac{-10}{15}$ (ਕਿਵੇਂ ?)

ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ ਇੱਕ ਹੀ 'ਗੈਰ-ਸਿਫ਼ਰ'*(non-zero)* ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ, ਸਾਨੂੰ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਤੁੱਲ ਇੱਕ ਹੋਰ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਠੀਕ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਵਰਗਾ ਹੀ ਹੈ।

ਗੁਣਾ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਇੱਕ ਹੀ ਗੈਰ-ਸਿਫ਼ਰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ ਭਾਗ ਦੇਣ 'ਤੇ ਵੀ ਤੁੱਲ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ,

$$\frac{10}{-15} = \frac{10 \div (-5)}{-15 \div (-5)} = \frac{-2}{3}, \quad \frac{-12}{24} = \frac{-12 \div 12}{24 \div 12} = \frac{-1}{2}$$

ਆਉ ਕਰੀਏ

ਖਾਲੀ ਥਾਂਵਾਂ ਭਰੋ :

(i) $\frac{5}{4} = \frac{\square}{16} = \frac{25}{\square} = \frac{-15}{\square}$

(ii) $\frac{-3}{7} = \frac{\square}{14} = \frac{9}{\square} = \frac{-6}{\square}$

ਅਸੀਂ $\frac{-2}{3}$ ਨੂੰ $-\frac{2}{3}$, $\frac{-10}{15}$ ਨੂੰ $-\frac{10}{15}$ ਆਦਿ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ।

9.4 ਧਨਾਤਮਕ ਅਤੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ

ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ $\frac{2}{3}$ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ। ਇਸ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਦੋਵੇਂ ਹੀ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ। ਅਜਿਹੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਇਸ ਲਈ, $\frac{3}{8}, \frac{5}{7}, \frac{2}{9}$ ਆਦਿ ਧਨਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।

ਆਉ ਕਰੀਏ

1. ਕੀ 5 ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ?
2. ਪੰਜ ਹੋਰ ਧਨਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ।

$\frac{-3}{5}$ ਦਾ ਅੰਸ਼ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਕਿ ਇਸ ਦਾ ਹਰ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ। ਅਜਿਹੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਆਖਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ $\frac{-5}{7}, \frac{-3}{8}, \frac{-9}{5}$ ਆਦਿ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ

ਆਉ ਕਰੀਏ

1. ਕੀ-8 ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।
2. ਪੰਜ ਹੋਰ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ।

- ਕੀ $\frac{8}{-3}$ ਇੱਕ ਰਿਣਤਮਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ? ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $\frac{8}{-3} = \frac{8 \times (-1)}{-3 \times (-1)} = \frac{-8}{3}$ ਹੈ, ਅਤੇ $\frac{-8}{3}$ ਇੱਕ ਰਿਣਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ $\frac{8}{-3}$ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

  ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, $\frac{5}{-7}, \frac{6}{-5}, \frac{2}{-9}$ ਆਦਿ ਸਾਰੀਆਂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।

  ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਧਨਾਤਮਕ ਹਨ ਅਤੇ ਹਰ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹਨ।
- ਸੰਖਿਆ 0 ਨਾ ਤਾਂ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਨਾ ਹੀ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।
- $\frac{-3}{-5}$ ਦੇ ਬਾਰੇ ਵਿੱਚ ਕੀ ਕਿਹਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ?

ਤੁਸੀਂ ਵੇਖੋਗੇ ਕਿ $\frac{-3}{-5}=\frac{-3\times(-1)}{-5\times(-1)}=\frac{3}{5}$ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ $\frac{-3}{-5}$ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $\frac{-2}{-5}, \frac{-5}{-3}$, ਆਦਿ ਧਨਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।

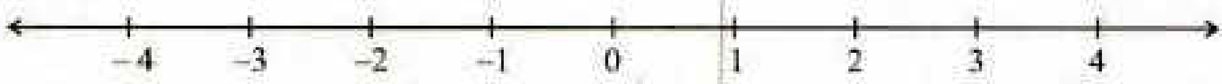
ਆਉ ਕਰੀਏ

ਨਿਮਨਲਿਖਿਤ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ?

(i) $\frac{-2}{3}$ (ii) $\frac{5}{7}$ (iii) $\frac{3}{-5}$ (iv) 0 (v) $\frac{6}{11}$ (vi) $\frac{-2}{-9}$

9.5 ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ

ਅਸੀਂ ਇਹ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਉੱਤੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਆਉ ਅਜਿਹੀ ਹੀ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਖਿਚੀਏ।



0 ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ + ਚਿੰਨ੍ਹ ਨਾਲ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਹ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ। 0 ਤੋਂ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਬਿੰਦੂਆ ਨੂੰ – ਚਿੰਨ੍ਹ ਨਾਲ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਹ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ।

ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਨਿਰੂਪਣ ਤੋਂ ਵੀ ਤੁਸੀਂ ਜਾਣੂੰ ਹੋ।

ਆਉ ਹੁਣ ਵੇਖੀਏ ਕਿ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ, ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਰਸਾਈ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ?

ਆਉ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ ਸੰਖਿਆ $-\frac{1}{2}$ ਨੂੰ ਦਰਸਾਈਏ।

ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਸੀ, ਧਨਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ 0 ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇਗਾ ਅਤੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ 0 ਤੋਂ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇਗਾ।

0 ਦੇ ਕਿਸ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਤੁਸੀਂ $-\frac{1}{2}$ ਨੂੰ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋਗੇ? ਰਿਣਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੋਣ ਦੇ ਕਾਰਣ ਇਸ ਨੂੰ 0 ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇਗਾ।

ਤੁਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ਕਿ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਅੰਕਿਤ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਬਰਾਬਰ ਅੰਤਰਾਲ ਉੱਤੇ ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਨਾਲ ਹੀ, ਸੰਖਿਆਵਾਂ 1 ਅਤੇ –1 ਸੰਖਿਆ 0 ਤੋਂ ਸਮਾਨ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਹਨ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ 2 ਤੇ –2 ਅਤੇ 3 ਤੇ –3 ਵੀ ਸਮਾਨ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਹਨ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ $\frac{1}{2}$ ਅਤੇ $-\frac{1}{2}$ ਵੀ 0 ਤੋਂ ਸਮਾਨ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਹਨ। ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ $\frac{1}{2}$ ਨੂੰ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਉੱਤੇ

ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜਿਹੜੀ 0 ਅਤੇ 1 ਤੋਂ ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀ ਉੱਤੇ ਹੈ। ਭਾਵ 0 ਅਤੇ 1 ਦੀ ਅੱਧੀ ਦੂਰੀ ਉੱਤੇ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ, $-\frac{1}{2}$ ਨੂੰ 0 ਅਤੇ –1 ਦੀ ਅੱਧੀ ਦੂਰੀ ਉੱਤੇ ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇਗਾ।

$$-1 \quad \frac{-1}{2} \quad 0 \quad \frac{1}{2} \quad 1$$

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $\frac{3}{2}$ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸਨੂੰ 0 ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ 1 ਅਤੇ 2 ਵਿੱਚ ਅੱਧੀ ਦੂਰੀ ਉੱਤੇ ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਆਉ ਹੁਣ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ $\frac{-3}{2}$ ਨੂੰ ਅੰਕਿਤ ਕਰੀਏ। ਇਹ 0 ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਉਨੀ ਹੀ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਅੰਕਿਤ ਹੋਵੇਗਾ ਜਿੰਨੀ ਦੂਰੀ 0 ਅਤੇ $\frac{3}{2}$ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ।

ਘਟਦੇ ਹੋਏ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ $\frac{-1}{2}, \frac{-2}{2} (=-1)$ $\frac{-3}{2}, \frac{-4}{2} (=-2)$ ਆਦਿ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹਨ। ਇਸ ਨਾਲ ਇਹ ਪ੍ਰਦਸ਼ਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ $\frac{-3}{2}$ ਸੰਖਿਆਵਾਂ –1 ਅਤੇ –2 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਅੱਧੀ ਦੂਰੀ ਉੱਤੇ ਅੰਕਿਤ ਹੋਵੇਗਾ।

$$\frac{-4}{2}=(\ 2) \quad \frac{-3}{2} \quad \frac{-2}{2}=(-1) \quad \frac{-1}{2} \quad \frac{0}{2}=(0) \quad \frac{1}{2} \quad \frac{2}{2}=(1) \quad \frac{3}{2} \quad \frac{4}{2}=(2)$$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, $\frac{-5}{2}$ ਅਤੇ $\frac{-7}{2}$ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ।

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $-\frac{1}{3}$ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ 0 ਤੋਂ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ 0 ਤੋਂ ਉਨੀ ਹੀ ਦੂਰੀ ਉਤੇ ਹੋਵੇਗਾ ਜਿੰਨੀ ਕਿ $\frac{1}{3}$ ਸਿਫ਼ਰ ਤੋਂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦੂਰੀ ਉੱਤੇ ਹੈ।

ਸੋ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਉੱਪਰ ਕਰਕੇ ਵੇਖਿਆ ਹੈ, $-\frac{1}{3}$ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ ਦਰਸਾਇਆ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਵਾਰ ਸਾਨੂੰ $-\frac{1}{3}$ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ ਦਰਸਾਉਣਾ ਆ ਜਾਏ ਤਾਂ ਅਸੀਂ $-\frac{2}{3}, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \ldots$ ਆਦਿ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਵੱਖ ਵੱਖ ਹਰਾਂ ਵਾਲੀਆਂ ਹੋਰ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਵੀ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉਤੇ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

9.6 ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ

ਨਿਮਨਲਿਖਿਤ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖੋ :

$$\frac{3}{5}, \frac{-5}{8}, \frac{2}{7}, \frac{-7}{11}$$

ਇਨਾਂ ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਹਰ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਅਤੇ ਅੰਸ਼ ਤੇ ਹਰਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਸਾਂਝਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੈ। ਨਾਲ ਹੀ ਰਿਣਾਤਮਕ ਚਿੰਨ੍ਹ (–) ਕੇਵਲ ਅੰਸ਼ ਵਿੱਚ ਹੀ ਸਥਿਤ ਹੈ।

ਅਜਿਹੀਆਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ **ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ** **(standard form)** ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਈਆਂ ਗਈਆਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਇੱਕ ਪਰਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਈ ਗਈ ਕਹੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ, ਜੇਕਰ ਉਸਦਾ ਹਰ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਸਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਵਿੱਚ 1 ਦੇ ਇਲਾਵਾ ਕੋਈ ਸਾਂਝਾ ਗੁਣਨ ਖੰਡ ਨਾ ਹੋਵੇ।

ਜੇਕਰ ਕੋਈ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਤਾਂ ਉਸਨੂੰ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਯਾਦ ਕਰੋ ਕਿ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਨਿਊਨਤਮ ਰੂਪਾਂ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉਣ ਅਸੀਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਅੰਸ਼ਾਂ ਅਤੇ ਹਰਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਹੀ ਗੈਰ ਸਿਫ਼ਰ ਯੋਗ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨਾਲ ਭਾਗ ਦਿੱਤਾ ਸੀ। ਅਸੀਂ ਇਸੀ ਵਿਧੀ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪਾਂ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਕਰਾਂਗੇ।

ਉਦਾਹਰਨ 1: $\frac{-45}{30}$ ਨੂੰ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

ਹੱਲ : ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੈ : $\frac{-45}{30}=\frac{-45\div 3}{30\div 3}=\frac{-15}{10}=\frac{-15\div 5}{10\div 5}=\frac{-3}{2}$

ਅਸੀਂ ਦੋ ਵਾਰ ਵੰਡ ਕਰਨੀ ਪਈ। ਪਹਿਲੀ ਵਾਰ 3 ਨਾਲ ਅਤੇ ਫਿਰ 5 ਨਾਲ। ਇਸਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਵੀ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ :

$$\frac{-45}{30}=\frac{-45\div 15}{30\div 15}=\frac{-3}{2}$$

ਇਸ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ ਵੇਖੋ ਕਿ 15, ਸੰਖਿਆਵਾਂ 45 ਅਤੇ 30 ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ ਹੈ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ ਉਨ੍ਹਾ ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ ਨਾਲ, ਰਿਣ ਚਿੰਨ੍ਹ ਉੱਤੇ ਬਿਨ੍ਹਾਂ ਕੋਈ ਧਿਆਨ ਦਿੱਤੇ(ਜੇਕਰ ਹੋਵੇ), ਭਾਗ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ। (ਰਿਣ ਚਿੰਨ੍ਹ ਉੱਤੇ ਧਿਆਨ ਨਾ ਦੇਣ ਦਾ ਕਾਰਣ ਅਸੀਂ ਅਗਲੀ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹਾਂਗੇ)।

ਜੇਕਰ ਹਰ ਵਿੱਚ ਰਿਣਾਤਮਕ ਚਿੰਨ੍ਹ ਹੈ ਤਾਂ ' – ਮ. ਸ.ਵ.' ਨਾਲ ਭਾਗ ਦਿਉ।

ਉਦਾਹਰਨ 2 : ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ :

(i) $\frac{36}{-24}$ (ii) $\frac{-3}{-15}$

ਹੱਲ :

(i) 36 ਅਤੇ 24 ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. 12 ਹੈ।
ਸੋ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ –12 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਨਾਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, $\frac{36}{-24}=\frac{36\div(-12)}{-24\div(-12)}=\frac{-3}{2}$

(ii) 3 ਅਤੇ 15 ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ 3 ਹੈ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, $\frac{-3}{-15}=\frac{-3\div(-3)}{-15\div(-3)}=\frac{1}{5}$

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਪਤਾ ਕਰੋ (i) $\frac{-18}{45}$ (ii) $\frac{-12}{18}$

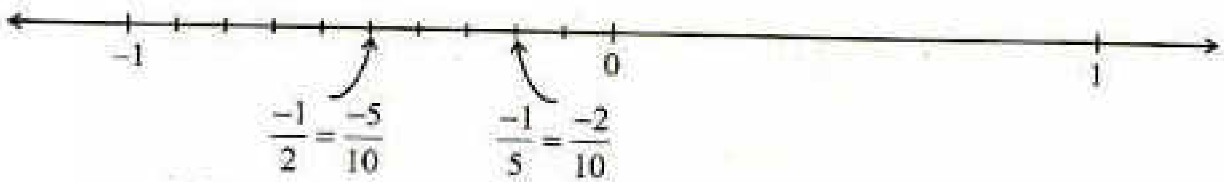
9.7 ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ

ਅਸੀਂ ਇਹ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਦੋ ਸਪੂੰਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜਾਂ ਦੋ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਵੀ ਕਿ ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਕਿਹੜੀ ਵੱਡੀ ਹੈ ਅਤੇ ਕਿਹੜੀ ਛੋਟੀ। ਆਓ ਹੁਣ ਵੇਖੋ ਕਿ ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।

- $\frac{2}{3}$ ਅਤੇ $\frac{5}{7}$ ਜਿਹੀਆਂ ਦੋ ਧਨਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਠੀਕ ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਭਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਲਈ ਪਹਿਲਾਂ ਪੜ੍ਹ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ।
- ਮੇਰੀ ਨੇ ਦੋ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ $-\frac{1}{2}$ ਅਤੇ $-\frac{1}{5}$ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਕੀਤੀ। ਉਸਨੂੰ ਪਤਾ ਸੀ ਕਿ ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਉਹ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵੱਡੀ ਸੀ, ਜਿਹੜੀ ਦੂਜੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਸਥਿਤ ਸੀ।

  ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ 5, ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ 2 ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਸਥਿਤ ਹੈ ਅਤੇ $5 > 2$ ਹੈ। ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ -2 ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ -5 ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਸਥਿਤ ਹੈ ਅਤੇ $-2 > -5$ ਹੈ।

  ਉਸਨੇ ਇਸ ਵਿਧੀ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਲਈ ਵੀ ਕੀਤਾ। ਉਸਨੂੰ ਪਤਾ ਸੀ ਕਿ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਉਸਨੇ $-\frac{1}{2}$ ਅਤੇ $-\frac{1}{5}$ ਨੂੰ ਹੇਠ ਅਨੁਸਾਰ ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਹੈ :



ਕੀ ਉਸ ਨੇ ਦੋਵੇਂ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਸਹੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਨਾਲ ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਹੈ ? ਉਸਨੇ ਕਿਵੇਂ ਅਤੇ ਕਿਉਂ $-\frac{1}{2}$ ਨੂੰ $-\frac{5}{10}$ ਅਤੇ $-\frac{1}{5}$ ਨੂੰ $-\frac{2}{10}$ ਵਿੱਚ ਬਦਲਿਆ ? ਉਸਨੂੰ ਗਿਆਨ ਹੋਇਆ ਕਿ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ $-\frac{1}{5}$ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ $-\frac{1}{2}$ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਸਥਿਤ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $-\frac{1}{5} > -\frac{1}{2}$ ਹੈ ਜਾਂ $-\frac{1}{2} < -\frac{1}{5}$ ਹੈ।

ਕੀ ਤੁਸੀਂ $-\frac{3}{4}$ ਤੇ $-\frac{2}{3}$ ਦੀ ਅਤੇ $-\frac{1}{3}$ ਤੇ $-\frac{1}{5}$ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ?

ਅਸੀਂ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਆਪਣੇ ਅਧਿਐਨ ਨਾਲ ਇਹ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $\frac{1}{5} < \frac{1}{2}$ ਹੈ। ਨਾਲ ਹੀ ਮੇਰੀ ਨੇ $-\frac{1}{2}$ ਅਤੇ $-\frac{1}{5}$ ਦੇ ਲਈ ਕੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ? ਕੀ ਇਹ ਇਸਦਾ ਠੀਕ ਉਲਟ ਨਹੀਂ ਸੀ ?

ਤੁਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਕਿ $\frac{1}{2} > \frac{1}{5}$ ਹੈ, ਪ੍ਰੰਤੂ $-\frac{1}{2} < -\frac{1}{5}$ ਹੈ।

ਕੀ ਤੁਸੀਂ $-\frac{3}{4}$ ਤੇ $-\frac{2}{3}$ ਅਤੇ $-\frac{1}{2}$ ਤੇ $-\frac{1}{5}$ ਦੇ ਲਈ ਵੀ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਾ ਨਤੀਜਾ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ?

ਮੇਰੀ ਨੂੰ ਯਾਦ ਆਉਂਦਾ ਹੈ ਉਹਨੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹਿਆ ਸੀ, ਕਿ $4 > 3$ ਹੈ, ਪ੍ਰੰਤੂ $-4 < -3$ ਹੈ ; $5 > 2$ ਹੈ, ਪ੍ਰੰਤੂ $-5 < -2$ ਆਦਿ।

- ਰਿਣਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜਿਆਂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵੀ ਠੀਕ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੈ। ਦੋ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਨਜ਼ਰ ਅੰਦਾਜ਼ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਬਾਅਦ ਵਿੱਚ ਅਸਮਾਨਤਾ *(inequality)* ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਨੂੰ ਉਲਟਾ ਕਰਕੇ ਬਦਲ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ, $-\frac{7}{5}$ ਅਤੇ $-\frac{5}{3}$, ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਲਈ, ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ $\frac{7}{5}$ ਅਤੇ $\frac{5}{3}$ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

  ਸਾਨੂੰ $\frac{7}{5} < \frac{5}{3}$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਨਾਲ ਅਸੀਂ ਇਸ ਨਤੀਜੇ ਉੱਤੇ ਪੁੱਜਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $-\frac{7}{5} > -\frac{5}{3}$ ਹੈ। ਅਜਿਹੇ ਹੋਰ ਪੰਜ ਜੋੜਿਆਂ ਨੂੰ ਲਵੋ, ਫਿਰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ।

  ਕਿਹੜਾ ਵੱਡਾ ਹੈ: $-\frac{3}{8}$ ਜਾਂ $-\frac{2}{7}$?; $-\frac{4}{3}$ ਜਾਂ $-\frac{3}{2}$?

- ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਅਤੇ ਧਨਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਸਪਸ਼ਟ ਹੈ। ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ, ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਸਿਫ਼ਰ ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਸਥਿਤ ਹੈ। ਇਕ ਧਨਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਸਿਫ਼ਰ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਸਥਿਤ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ; ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਸਦਾ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

  ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $-\frac{2}{7} < \frac{1}{2}$ ਹੈ।

- ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ $\frac{-3}{-5}$ ਅਤੇ $\frac{-2}{-7}$ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਪਹਿਲਾਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ ਅਤੇ ਫਿਰ ਉਨ੍ਹਾ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ।

ਉਦਾਹਰਨ 3 : ਕੀ $\frac{4}{-9}$ ਅਤੇ $\frac{-16}{36}$ ਇੱਕ ਹੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ ?

ਹੱਲ : ਹਾਂ, ਕਿਉਂਕਿ $\frac{4}{-9} = \frac{4\times(-4)}{-9\times(-4)} = \frac{-16}{36}$ ਜਾਂ $\frac{-16}{36} = \frac{-16 \div -4}{36 \div -4} = \frac{4}{-9}$ ਹੈ।

9.8 ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ

ਰੇਸ਼ਮਾ 3 ਅਤੇ 10 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਗਿਣਨਾ ਚਾਹੁੰਦੀ ਸੀ। ਉਸਨੂੰ ਆਪਣੀ ਪਿਛਲੀ ਜਮਾਤਾਂ ਤੋਂ ਇਹ ਪਤਾ ਸੀ ਕਿ 3 ਅਤੇ 10 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਠੀਕ 6 ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਉਹ -3 ਅਤੇ 3 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰਨੀ ਚਾਹੁੰਦੀ ਸੀ। -3 ਅਤੇ 3 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ -2, -1, 0, 1 ਅਤੇ 2 ਹਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ -3 ਅਤੇ 3 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਠੀਕ 5 ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।

ਕੀ -3 ਅਤੇ -2 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਕੋਈ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ? ਨਹੀਂ, -3 ਅਤੇ -2 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਕੋਈ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਦੋ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਸਿਫ਼ਰ (0) ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਸੀਮਿਤ (finite) ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
ਕੀ ਇਹ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਵੀ ਹੋਵੇਗਾ ?

ਰੇਸ਼ਮਾ ਨੇ ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ $\frac{-3}{5}$ ਅਤੇ $\frac{-1}{3}$ ਲਈਆਂ।

ਉਸਨੇ ਇਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕੋ ਜਿਹੇ ਹਰ ਵਾਲੀਆਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਦਿੱਤਾ।

ਇਸ ਲਈ, $\frac{-3}{5}=\frac{-9}{15}$ ਅਤੇ $\frac{-1}{3}=\frac{-5}{15}$ ਹਨ।

ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੈ ਕਿ $\frac{-9}{15}<\frac{-8}{15}<\frac{-7}{15}<\frac{-6}{15}<\frac{-5}{15}$ ਹਨ ਜਾਂ $\frac{-3}{5}<\frac{-8}{15}<\frac{-7}{15}<\frac{-6}{15}<\frac{-1}{3}$ ਹਨ।

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਉਹ $\frac{-3}{5}$ ਅਤੇ $-\frac{1}{3}$ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ $\frac{-8}{15},\frac{-7}{15},\frac{-6}{15}$ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕੀ।

ਕੀ $\frac{-3}{5}$ ਅਤੇ $\frac{-1}{3}$ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਕੇਵਲ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ $\frac{-8}{15},\frac{-7}{15},\frac{-6}{15}$ ਹੀ ਹਨ।

ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੈ ਕਿ $\frac{-3}{5}=\frac{-18}{30}$ ਅਤੇ $\frac{-8}{15}=\frac{-16}{30}$ ਹਨ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $\frac{-18}{30}<\frac{-17}{30}<\frac{-16}{30}$ $\quad \frac{-3}{5}<\frac{-17}{30}<\frac{-8}{15}$ ਹੈ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, $\frac{-3}{5}<\frac{-17}{30}<\frac{-8}{15}<\frac{-7}{15}<\frac{-6}{15}<\frac{-1}{3}$ ਹੈ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, $\frac{-1}{3}$ ਅਤੇ $\frac{-3}{5}$ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਹੋਰ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਸਫਲ ਹੋ ਗਏ ਹਾਂ। ਇਸ ਵਿਧੀ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ, ਤੁਸੀਂ ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਜਿੰਨੀਆਂ ਚਾਹੋ ਉਨੀਆਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ।

ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ $\frac{-3}{5}=\frac{-3\times 30}{5\times 30}=\frac{-90}{150}$ ਅਤੇ $\frac{-1}{3}=\frac{-1\times 50}{3\times 50}=\frac{-50}{150}$ ਹਨ।

ਅਸੀਂ $\frac{-90}{150}$ ਅਤੇ $\frac{-50}{150}$ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ; ਮਤਲਬ $\frac{-3}{5}$ ਅਤੇ $\frac{-1}{3}$ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ 39 ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ $\frac{-89}{150},\frac{-88}{150},\frac{-87}{150},\ldots,\frac{-51}{150}$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।
ਤੁਸੀਂ ਇਹ ਪਤਾ ਕਰੋਗੇ ਕਿ ਇਹ ਸੂਚੀ ਕਦੇ ਸਮਾਪਤ ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗੀ।

ਕੀ ਤੁਸੀਂ $\frac{-5}{3}$ ਅਤੇ $\frac{-8}{7}$ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਪੰਜ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ? ਅਸੀਂ ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਅਸੀਮਿਤ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

$\frac{-5}{7}$ ਅਤੇ $\frac{-3}{8}$ ਦੇ ਵਿੱਚ ਪੰਜ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਉਦਾਹਰਣ 4 : – 2 ਅਤੇ – 1 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਤਿੰਨ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ ?

ਹੱਲ : ਆਓ –1 ਅਤੇ –2 ਨੂੰ ਹਰ 5 ਹਰ ਵਾਲੀਆਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੀਏ।

ਸਾਡੇ ਕੋਲ $-1 = \frac{-5}{5}$ ਅਤੇ $-2 = \frac{-10}{5}$ ਹਨ।

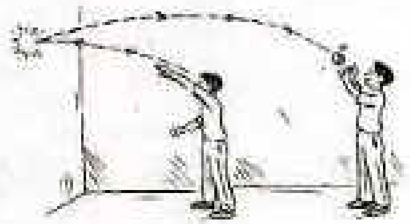
ਇਸ ਲਈ : $\frac{-10}{5} < \frac{-9}{5} < \frac{-8}{5} < \frac{-7}{5} < \frac{-6}{5} < \frac{-5}{5}$ ਜਾਂ $-2 < \frac{-9}{5} < \frac{-8}{5} < \frac{-7}{5} < \frac{-6}{5} < -1$ ਹਨ।

–2 ਅਤੇ –1 ਦੇ ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ $\frac{-9}{5}, \frac{-8}{5}, \frac{-7}{5}$ ਹੋਣਗੀਆਂ।

(ਤੁਸੀ $\frac{-9}{5}, \frac{-8}{5}, \frac{-7}{5}$ ਅਤੇ $\frac{-6}{5}$ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਵੀ ਤਿੰਨ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹੋ।)

ਉਦਾਹਰਣ 5 : ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪੈਟਰਨ (Pattern) ਵਿੱਚ ਚਾਰ ਹੋਰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ :

$$\frac{-1}{3}, \frac{-2}{6}, \frac{-3}{9}, \frac{-4}{12}, \ldots$$



ਹੱਲ :

$$\frac{-2}{6} = \frac{-1\times 2}{3\times 2}, \frac{-3}{9} = \frac{-1\times 3}{3\times 3}, \frac{-4}{12} = \frac{-1\times 4}{3\times 4}$$

ਜਾਂ $\frac{-1\times 1}{3\times 1} = \frac{-1}{3}, \frac{-1\times 2}{3\times 2} = \frac{-2}{6}, \frac{-1\times 3}{3\times 3} = \frac{-3}{9}, \frac{-1\times 4}{3\times 4} = \frac{-4}{12}$ ਹੈ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਇਨ੍ਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਪੈਟਰਨ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ।

ਹੋਰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ $\frac{-1\times 5}{3\times 5} = \frac{-5}{15}, \frac{-1\times 6}{3\times 6} = \frac{-6}{18}, \frac{-1\times 7}{3\times 7} = \frac{-7}{21}$ ਹੋਣਗੀਆਂ।

ਅਭਿਆਸ 9.1

1. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਵਿੱਚ 5 ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ :

   (i) –1 ਅਤੇ 0 (ii) –2 ਅਤੇ –1 (iii) $\frac{-4}{5}$ ਅਤੇ $\frac{-2}{3}$ (iv) $-\frac{1}{2}$ ਅਤੇ $\frac{2}{3}$

2. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪੈਟਰਨ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਵਿੱਚ ਚਾਰ ਹੋਰ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ :

   (i) $\frac{-3}{5}, \frac{-6}{10}, \frac{-9}{15}, \frac{-12}{20}, \ldots$ (ii) $\frac{-1}{4}, \frac{-2}{8}, \frac{-3}{12}, \ldots$

   (iii) $\frac{-1}{6}, \frac{2}{-12}, \frac{3}{-18}, \frac{4}{-24}, \ldots$ (iv) $\frac{-2}{3}, \frac{2}{-3}, \frac{4}{-6}, \frac{6}{-9}, \ldots$

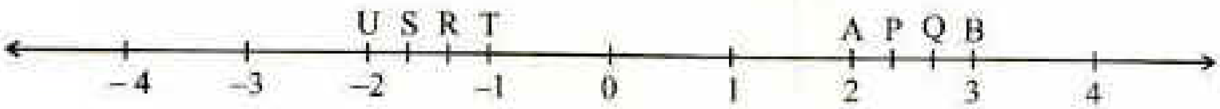
3. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦੇ ਤੁੱਲ ਚਾਰ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ :

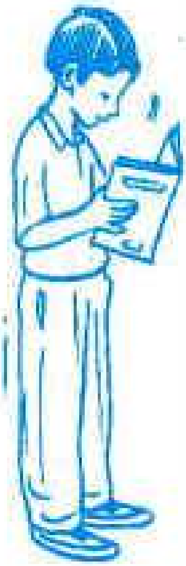
   (i) $\frac{-2}{7}$ (ii) $\frac{5}{-3}$ (iii) $\frac{4}{9}$

4. ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੋ ਅਤੇ ਉਸ ਉੱਤੇ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉ :

(i) $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{-5}{8}$ (iii) $\frac{-7}{4}$ (iv) $\frac{7}{8}$

5. ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਬਿੰਦੂ P, Q, R, S, T, U, A ਅਤੇ B ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹਨ ਕਿ TR = RS = SU ਅਤੇ AP = PQ = QB ਹੈ। P, Q, R ਅਤੇ S ਨਾਲ ਦਰਸਾਈਆਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਲਿਖੋ।





6. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੇ-ਕਿਹੜੇ ਜੋੜੇ ਇੱਕ ਹੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ ?

(i) $\frac{-7}{21}$ ਅਤੇ $\frac{3}{9}$ (ii) $\frac{-16}{20}$ ਅਤੇ $\frac{20}{-25}$ (iii) $\frac{-2}{-3}$ ਅਤੇ $\frac{2}{3}$

(iv) $\frac{-3}{5}$ ਅਤੇ $\frac{-12}{20}$ (v) $\frac{8}{-5}$ ਅਤੇ $\frac{-24}{15}$ (vi) $\frac{1}{3}$ ਅਤੇ $\frac{-1}{9}$

(vii) $\frac{-5}{-9}$ ਅਤੇ $\frac{5}{-9}$

7. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਸਰਲਤਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ :

(i) $\frac{-8}{6}$ (ii) $\frac{25}{45}$ (iii) $\frac{-44}{72}$ (iv) $\frac{-8}{10}$

8. ਸੰਕੇਤ >, <, ਅਤੇ = ਵਿੱਚੋਂ ਸਹੀ ਸੰਕੇਤ ਚੁਣ ਕੇ ਖਾਲੀ ਸਥਾਨ ਭਰੋ:

(i) $\frac{-5}{7} \square \frac{2}{3}$ (ii) $\frac{-4}{5} \square \frac{-5}{7}$ (iii) $\frac{-7}{8} \square \frac{14}{-16}$

(iv) $\frac{-8}{5} \square \frac{-7}{4}$ (v) $\frac{1}{-3} \square \frac{-1}{4}$ (vi) $\frac{5}{-11} \square \frac{-5}{11}$

(vii) $0 \square \frac{-7}{6}$

9. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ ਵੱਡੀ ਹੈ ?

(i) $\frac{2}{3}, \frac{5}{2}$ (ii) $\frac{-5}{6}, \frac{-4}{3}$ (iii) $\frac{-3}{4}, \frac{2}{-3}$

(iv) $\frac{-1}{4}, \frac{1}{4}$ (v) $-3\frac{2}{7}, -3\frac{4}{5}$

10. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਚੜ੍ਹਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

(i) $\frac{-3}{5}, \frac{-2}{5}, \frac{-1}{5}$ (ii) $\frac{1}{3}, \frac{-2}{9}, \frac{-4}{3}$ (iii) $\frac{-3}{7}, \frac{-3}{2}, \frac{-3}{4}$

9.9 ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 'ਤੇ ਕਿਰਿਆਵਾਂ

ਤੁਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ਕਿ ਸਪੂੰਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਤੇ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਜੋੜਿਆ, ਘਟਾਇਆ, ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਆਓ ਅਸੀਂ ਹੁਣ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 'ਤੇ ਇਹਨਾਂ ਮੂਲ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰੀਏ।

9.9.1 ਜੋੜ

- ਆਓ ਸਮਾਨ ਹਰ ਵਾਲੀਆਂ ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ, ਮੰਨ ਲਉ $\frac{7}{3}$ ਅਤੇ $\frac{-5}{3}$, ਨੂੰ ਜੋੜੀਏ।

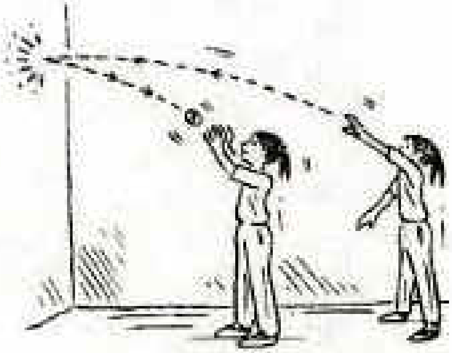
  ਅਸੀਂ $\frac{7}{3}+\left(\frac{-5}{3}\right)$ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

  ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ, ਸਾਨੂੰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ :

$$\frac{-3}{3}\quad \frac{-2}{3}\quad \frac{-1}{3}\quad \frac{0}{3}\quad \frac{1}{3}\quad \frac{2}{3}\quad \frac{3}{3}\quad \frac{4}{3}\quad \frac{5}{3}\quad \frac{6}{3}\quad \frac{7}{3}\quad \frac{8}{3}$$

ਦੋ ਲਗਾਤਾਰ ਬਿੰਦੂਆਂ ਵਿਚਕਾਰੀ ਦੂਰੀ $\frac{1}{3}$ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, $\frac{7}{3}$ ਵਿੱਚ $\frac{-5}{3}$ ਜੋੜਨ ਦਾ ਭਾਵ ਹੈ ਕਿ $\frac{7}{3}$ ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ 5 ਕਦਮ ਚੱਲੋ। ਅਸੀਂ ਕਿੱਥੇ ਪਹੁੰਚਦੇ ਹਾਂ ? ਅਸੀਂ $\frac{2}{3}$ 'ਤੇ ਪਹੁੰਚਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ

$\frac{7}{3}+\left(\frac{-5}{3}\right)=\frac{2}{3}$ ਹੈ।



ਆਓ ਇਸ ਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਕਰਨ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੀਏ :

$\frac{7}{3}+\frac{(-5)}{3}=\frac{7+(-5)}{3}=\frac{2}{3}$ ਸਾਨੂੰ ਉਹੀ ਉੱਤਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$\frac{6}{5}+\frac{(-2)}{5}$, $\frac{3}{7}+\frac{(-5)}{7}$ ਨੂੰ ਉਪਰੋਕਤ ਦੋਵਾਂ ਵਿਧੀਆ ਨਾਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ ਦੋਨੋਂ ਉੱਤਰ ਸਮਾਨ ਹਨ।

ਇਸੇ ਪ੍ਰਕਾਰ, $\frac{-7}{8}+\frac{5}{8}$ ਹੋਵੇਗਾ :

$$\frac{-7}{8}\quad \frac{-6}{8}\quad \frac{-5}{8}\quad \frac{-4}{8}\quad \frac{-3}{8}\quad \frac{-2}{8}\quad \frac{-1}{8}\quad \frac{0}{8}\quad \frac{1}{8}\quad \frac{2}{8}\quad \frac{3}{8}\quad \frac{4}{8}\quad \frac{5}{8}$$

ਸਾਨੂੰ ਕੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ?

ਨਾਲ ਹੀ, $\frac{-7}{8}+\frac{5}{8}=\frac{-7+5}{8}=$? ਕੀ ਦੋਵੇਂ ਮੁੱਲ ਸਮਾਨ ਹਨ ?

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

$\frac{-13}{7}+\frac{6}{7}$ ਅਤੇ $\frac{19}{5}+\left(\frac{-7}{5}\right)$ ਪਤਾ ਕਰੋ :

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਮਾਨ ਹਰ ਵਾਲੀਆਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਸਮੇਂ, ਅਸੀਂ ਹਰ ਨੂੰ ਉਹੀ ਰੱਖਦੇ ਹੋਏ, ਅੰਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, $\frac{-11}{5}+\frac{7}{5}=\frac{-11+7}{5}=\frac{-4}{5}$ ਹੈ।

- ਅਸੀਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹਰ ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜੋੜੀਏ ? ਭਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਹਰਾਂ ਦਾ ਲ. ਸ.ਵ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਇਹੋ ਜਿਹੀਆਂ ਸਮਾਨ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਹਰ ਇਹ ਲ.ਸ.ਵ ਹੋਵੇ। ਇਸ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਅਸੀਂ ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੋਵਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ।

ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਆਓ $\frac{-7}{5}$ ਅਤੇ $\frac{-2}{3}$ ਨੂੰ ਜੋੜੀਏ 5 ਅਤੇ 3 ਦਾ ਲ. ਸ. 15 ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ:. $\frac{-7}{5}=\frac{-21}{15}$ ਅਤੇ $\frac{-2}{3}=\frac{-10}{15}$ ਹਨ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ $\frac{-7}{5}+\left(\frac{-2}{3}\right)=\frac{-21}{15}+\left(\frac{-10}{15}\right)=\frac{-31}{15}$ ਹੋਇਆ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਪਤਾ ਕਰੋ :

(i) $\frac{-3}{7}+\frac{2}{3}$

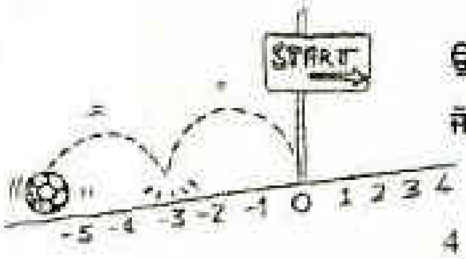
(ii) $\frac{-5}{6}+\frac{-3}{11}$

ਜੋੜਾਤਮਕ ਉੱਲਟ:

$\frac{-4}{7}+\frac{4}{7}$ ਕਿਸਦੇ ਬਾਰਬਰ ਹੈ ?

$\frac{-4}{7}+\frac{4}{7}=\frac{-4+4}{7}=0$ ਹੈ। ਨਾਲ ਹੀ $\frac{4}{7}+\left(\frac{-4}{7}\right)=0$ ਹੈ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $\frac{-2}{3}+\frac{2}{3}=0=\frac{2}{3}+\left(\frac{-2}{3}\right)$ ਹੈ।



ਤੁਹਾਨੂੰ ਯਾਦ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਸਪੂੰਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ, – 2 ਦਾ **ਜੋੜਾਤਮਕ ਉੱਲਟ (additive inverse)** 2 ਹੈ, ਅਤੇ 2, ਸਪੂੰਰਨ ਸੰਖਿਆ – 2 ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉੱਲਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $\frac{-4}{7}$ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ $\frac{4}{7}$ ਦਾ **ਜੋੜਾਤਮਕ ਉੱਲਟ** ਹੈ ਅਤੇ $\frac{4}{7}$ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ $\frac{-4}{7}$ ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉੱਲਟ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ $\frac{-2}{3}$ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ $\frac{2}{3}$ ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉੱਲਟ ਹੈ ਅਤੇ $\frac{2}{3}$ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ $\frac{-2}{3}$ ਦਾ ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉੱਲਟ ਹੈ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

$\frac{-3}{9}, \frac{-9}{11}$ ਅਤੇ $\frac{5}{7}$ ਦੇ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉੱਲਟ ਕੀ ਹਨ ?

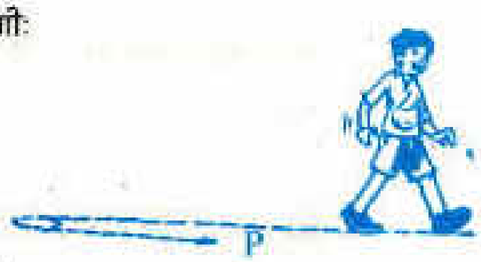
ਉਦਾਹਰਣ 6: ਸਤਪਾਲ ਕਿਸੇ ਸਥਾਨ P ਤੋਂ ਪੂਰਬ ਵੱਲ $\frac{2}{3}$ ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਚਲਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ ਇੱਥੋਂ ਪੱਛਮ ਵੱਲ $1\frac{5}{7}$ ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਚਲਦਾ ਹੈ। ਹੁਣ ਉਹ P ਤੋਂ ਕਿੱਥੇ ਹੋਵੇਗਾ ?

ਹੱਲ: ਆਓ ਪੂਰਬ ਵੱਲ ਚੱਲੀ ਗਈ ਦੂਰੀ ਨੂੰ ਧਨਾਤਮਨ ਚਿੰਨ੍ਹ ਨਾਲ ਦਰਸਾਈਏ। ਇਸ ਲਈ, ਪੱਛਮ ਵੱਲ ਚੱਲੀ ਗਈ ਦੂਰੀ ਨੂੰ ਰਿਣਾਤਮਕ ਚਿੰਨ੍ਹ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਵੇਗਾ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਬਿੰਦੂ P ਤੋਂ ਸਤਪਾਲ ਦੀ ਦੂਰੀ (ਕਿਲੋਮੀਟਰਾਂ ਵਿੱਚ) ਹੋਵੇਗੀ:

$$\frac{2}{3}+\left(-1\frac{5}{7}\right)=\frac{2}{3}+\frac{(-12)}{7}=\frac{2\times7}{3\times7}+\frac{(-12)\times3}{7\times3}$$

$$=\frac{14-36}{21}=\frac{-22}{21}=-1\frac{1}{21}$$



ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਸਤਪਾਲ P ਤੋਂ ਪੱਛਮ ਵੱਲ $1\frac{1}{21}$ ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਦੀ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਹੈ।

9.9.2 ਘਟਾਓ

ਸਵਿਤਾ ਨੇ ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ $\frac{5}{7}$ ਅਤੇ $\frac{3}{8}$ ਦਾ ਅੰਤਰ ਇਸ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ:

$$\frac{5}{7}-\frac{3}{8}=\frac{40-21}{56}=\frac{19}{56}$$

ਫਰੀਦਾ ਜਾਣਦੀ ਸੀ ਕਿ ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a ਅਤੇ b ਦੇ ਲਈ, $a-b=a+(-b)$ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਉਸਨੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਵੀ ਕੀਤਾ ਅਤੇ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਕਿ $\frac{5}{7}-\frac{3}{8}=\frac{5}{7}+\frac{(-3)}{8}=\frac{19}{56}$ ਹੈ। ਦੋਵਾਂ ਨੇ ਇੱਕ ਹੀ (ਸਮਾਨ) ਅੰਤਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ।

ਦੋਵਾਂ ਵਿਧੀਆਂ ਨਾਲ, $\frac{7}{8}-\frac{5}{9}$, $\frac{3}{11}-\frac{8}{7}$ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦਾ ਯਤਨ ਕਰੋ। ਕੀ ਤੁਹਾਨੂੰ ਸਮਾਨ ਉੱਤਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

ਇਸ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਘਟਾਉਂਦੇ ਸਮੇਂ, ਘਟਾਈ ਜਾਣ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉੱਲਟ ਨੂੰ ਦੂਜੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਜੋੜ ਦੇਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, $1\frac{2}{3}-2\frac{4}{5}=\frac{5}{3}-\frac{14}{5}=\frac{5}{3}+\frac{14}{5}$ ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉੱਲਟ

$$=\frac{5}{3}+\frac{(-14)}{5}=\frac{-17}{15}=-1\frac{2}{15} \text{ ਹੈ।}$$

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਪਤਾ ਕਰੋ

(i) $\frac{7}{9}-\frac{2}{5}$ (ii) $2\frac{1}{5}-\frac{(-1)}{3}$

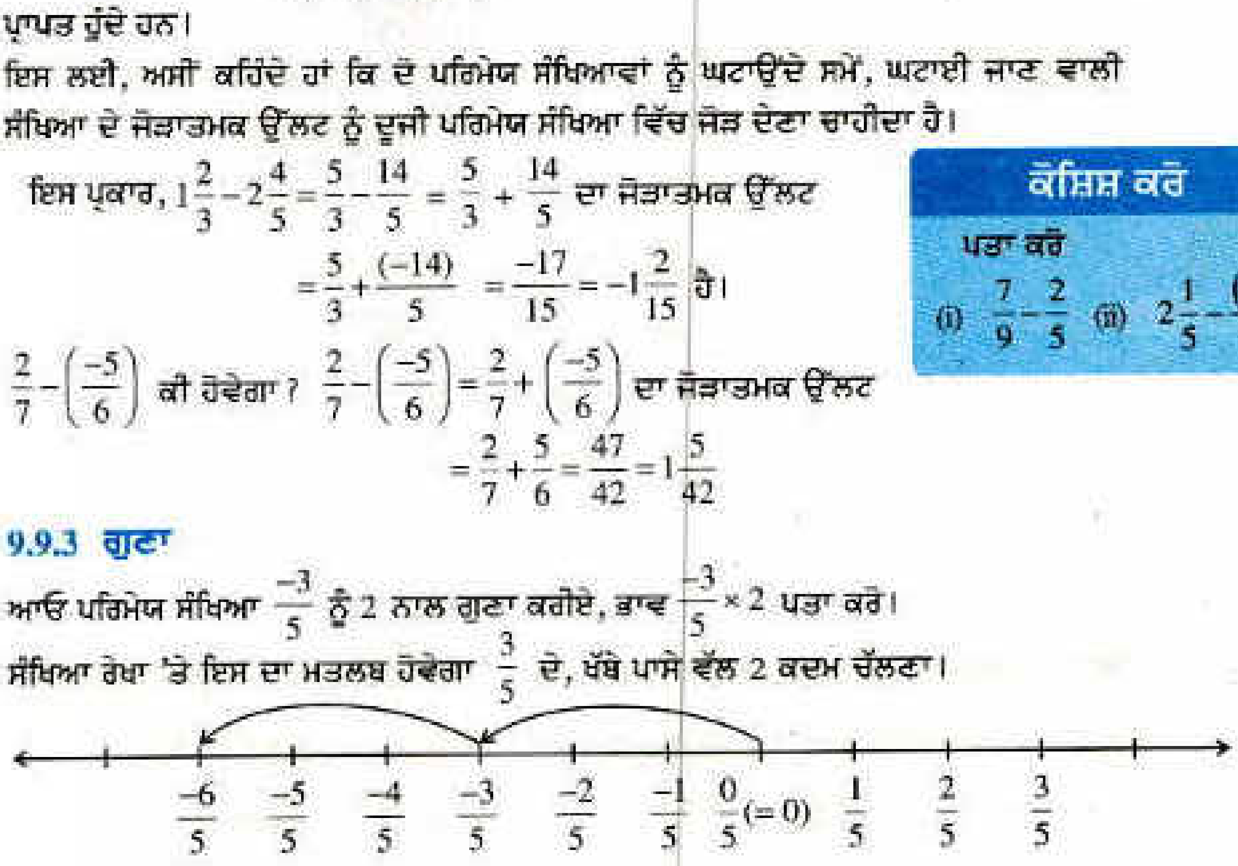
$\frac{2}{7}-\left(\frac{-5}{6}\right)$ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ? $\frac{2}{7}-\left(\frac{-5}{6}\right)=\frac{2}{7}+\left(\frac{-5}{6}\right)$ ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉੱਲਟ

$$=\frac{2}{7}+\frac{5}{6}=\frac{47}{42}=1\frac{5}{42}$$

9.9.3 ਗੁਣਾ

ਆਓ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ $\frac{-3}{5}$ ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੀਏ, ਭਾਵ $\frac{-3}{5}\times 2$ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਇਸ ਦਾ ਮਤਲਬ ਹੋਵੇਗਾ $\frac{3}{5}$ ਦੇ, ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ 2 ਕਦਮ ਚੱਲਣਾ।



ਅਸੀਂ ਕਿੱਥੇ ਪਹੁੰਚਦੇ ਹਾਂ ? ਅਸੀਂ $\frac{-6}{5}$ 'ਤੇ ਪਹੁੰਚਦੇ ਹਾਂ। ਆਓ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਭਿੰਨਾਂ ਵਾਲੀ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਪਤਾ ਕਰੀਏ।

$$\frac{-3}{5}\times 2=\frac{-3\times 2}{5}=\frac{-6}{5}$$

ਅਸੀਂ ਉਹੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ 'ਤੇ ਪਹੁੰਚ ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ।

ਦੋਵਾਂ ਵਿਧੀਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ $\frac{-4}{7}\times 3$ ਅਤੇ $\frac{-6}{5}\times 4$, ਨੂੰ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ?

ਇਸ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ, ਅਸੀਂ ਅੰਸ਼ ਨੂੰ ਉਸ ਸਪੂੰਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ ਉੱਥੇ ਹੀ ਰੱਖਦੇ ਹਾਂ।

ਆਓ ਹੁਣ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੀਏ।

$$\frac{-2}{9}\times(-5)=\frac{-2\times(-5)}{9}=\frac{10}{9}$$

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਗੁਣਨਫਲ ਕੀ ਹੋਣਗੇ

(i) $\frac{-3}{5}\times 7$ (ii) $\frac{-6}{5}\times(-2)$

ਯਾਦ ਰੱਖੋ ਕਿ –5 ਨੂੰ $\frac{-5}{1}$ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ:, $\frac{-2}{9}\times\frac{-5}{1}=\frac{10}{9}=\frac{-2\times(-5)}{9\times 1}$ ਹੈ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, $\frac{3}{11}\times(-2)=\frac{3\times(-2)}{11\times 1}=\frac{-6}{11}$ ਹੈ।

ਉਪਰੋਕਤ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ, ਅਸੀਂ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $\frac{-3}{8}\times\frac{5}{7}=\frac{-3\times 5}{8\times 7}=\frac{-15}{56}$ ਹੈ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਪਤਾ ਕਰੋ :

(i) $\frac{-3}{4}\times\frac{1}{7}$

(ii) $\frac{2}{3}\times\frac{-5}{9}$

ਇਸ ਲਈ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਕੀਤਾ ਸੀ, ਅਸੀਂ ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ :

ਪਗ 1 : ਦੋਵੇਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਅੰਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।

ਪਗ 2 : ਦੋਵੇਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਹਰਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰੋ।

ਪਗ 3 : ਗੁਣਨਫਲ ਨੂੰ $\frac{\text{ਪਗ ਇੱਕ ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਨਤੀਜਾ}}{\text{ਪਗ ਦੋ ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਨਤੀਜਾ}}$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, $\frac{-3}{5}\times\frac{2}{7}=\frac{-3\times 2}{5\times 7}=\frac{-6}{35}$ ਹੈ।

ਨਾਲ ਹੀ $\frac{-5}{8}\times\frac{-9}{7}=\frac{(-5)\times(-9)}{8\times 7}=\frac{45}{56}$ ਹੈ।

9.9.4 ਭਾਗ

ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਉਲਟਕ੍ਰਮ (reciprocals) ਦੇ ਬਾਰੇ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਪੜ੍ਹ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ। $\frac{2}{7}$ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਕੀ ਹੈ ? ਇਹ $\frac{7}{2}$ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਇਸ ਧਾਰਨਾ ਨੂੰ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਦੇ ਲਈ ਵੀ ਲਾਗੂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, $\frac{-2}{7}$ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ $\frac{7}{-2}$ ਭਾਵ $\frac{-7}{2}$ ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ $\frac{-3}{5}$ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ $\frac{-5}{3}$ ਹੋਵੇਗਾ।

ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਉਸਦੇ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਨਾਲ ਗੁਣਨਫਲ

ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਉਸਦੇ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਨਾਲ ਗੁਣਨਫਲ ਹਮੇਸ਼ਾ 1 ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ : $\frac{-4}{9} \times \left(\frac{-4}{9} \text{ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ}\right)$

$= \frac{-4}{9} \times \frac{-9}{4} = 1$ ਹੈ।

ਇਸੇ ਪ੍ਰਕਾਰ $\frac{-6}{13} \times \frac{-13}{6} = 1$ ਹੈ।

ਕੁੱਝ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣ ਲੈ ਕੇ, ਇਸ ਪ੍ਰੇਖਣ ਦੀ ਪੁਸ਼ਟੀ ਕਰੋ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

$\frac{-6}{11}$, $\frac{-8}{5}$ ਦੇ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਕੀ ਹੋਣਗੇ ?

ਸਵਿਤਾ ਨੇ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ $\frac{4}{9}$ ਨੂੰ ਇੱਕ ਹੋਰ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ $\frac{-5}{7}$ ਨਾਲ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਭਾਗ ਕੀਤਾ :

$$\frac{4}{9} \div \frac{-5}{7} = \frac{4}{9} \times \frac{7}{-5} = \frac{-28}{45}$$

ਉਸਨੇ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੀ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਦੀ ਧਾਰਨਾ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕੀਤਾ।

ਅਰਪਿਤ ਨੇ ਪਹਿਲਾਂ $\frac{4}{9}$ ਨੂੰ $\frac{5}{7}$ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਅਤੇ $\frac{28}{45}$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ।

ਅੰਤ ਵਿੱਚ, ਉਸਨੇ ਕਿਹਾ ਕਿ $\frac{4}{9} \div \frac{-5}{7} = \frac{-28}{45}$ ਹੈ। ਉਸਨੇ ਇਹ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ?

ਉਸਨੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਚਿੰਨ੍ਹ ਨੂੰ ਛੱਡਦੇ ਹੋਏ, ਉਨ੍ਹਾ ਨੂੰ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਤਰਾਂ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਅਤੇ ਬਾਅਦ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਪਰਿਣਾਮ ਦੇ ਨਾਲ ਰਿਣਾਤਮਕ ਚਿੰਨ੍ਹ ਲਗਾ ਦਿਤਾ।

ਦੋਵਾਂ ਨੇ ਇੱਕ ਹੀ ਮੁੱਲ $\frac{-28}{45}$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ। $\frac{2}{3}$ ਨੂੰ $\frac{-5}{7}$ ਨਾਲ ਦੋਨਾਂ ਵਿਧੀਆਂ ਦੁਆਰਾ ਭਾਗ ਦੇ ਕੇ ਦੇਖੋ ਕਿ ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਹੀ (ਸਮਾਨ) ਉੱਤਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹੋ ?

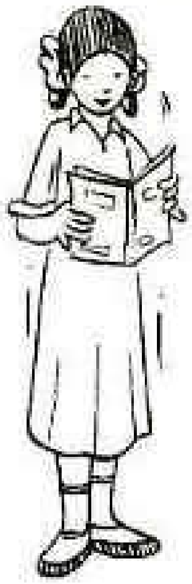
ਉਪਰੋਕਤ ਤੋਂ ਇਹ ਪਤਾ ਚਲਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਉਸ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦੂਜੇ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ $\frac{6}{-5} \div \frac{-2}{3} = \frac{6}{-5} \times \left(\frac{-2}{3}\right)$ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ $= \frac{6}{-5} \times \frac{3}{-2} = \frac{18}{10}$

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਪਤਾ ਕਰੋ: (i) $\frac{2}{3} \times \frac{-7}{8}$ (ii) $\frac{-6}{7} \times \frac{5}{7}$

ਅਭਿਆਸ 9.2



1. ਜੋੜ ਪਤਾ ਕਰੋ :

(i) $\frac{5}{4}+\left(\frac{-11}{4}\right)$ (ii) $\frac{5}{3}+\frac{3}{5}$ (iii) $\frac{-9}{10}+\frac{22}{15}$

(iv) $\frac{-3}{-11}+\frac{5}{9}$ (v) $\frac{-8}{19}+\frac{(-2)}{57}$ (vi) $\frac{-2}{3}+0$

(vii) $-2\frac{1}{3}+4\frac{3}{5}$

2. ਪਤਾ ਕਰੋ :

(i) $\frac{7}{24}-\frac{17}{36}$ (ii) $\frac{5}{63}-\left(\frac{-6}{21}\right)$ (iii) $\frac{-6}{13}-\left(\frac{-7}{15}\right)$

(iv) $\frac{-3}{8}-\frac{7}{11}$ (v) $-2\frac{1}{9}-6$

3. ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ :

(i) $\frac{9}{2}\times\left(\frac{-7}{4}\right)$ (ii) $\frac{3}{10}\times(-9)$ (iii) $\frac{-6}{5}\times\frac{9}{11}$

(iv) $\frac{3}{7}\times\left(\frac{-2}{5}\right)$ (v) $\frac{3}{11}\times\frac{2}{5}$ (vi) $\frac{3}{-5}\times\frac{-5}{3}$

4. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦੇ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ :

(i) $(-4)\div\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{-3}{5}\div 2$ (iii) $\frac{-4}{5}\div(-3)$

(iv) $\frac{-1}{8}\div\frac{3}{4}$ (v) $\frac{-2}{13}\div\frac{1}{7}$ (vi) $\frac{-7}{12}\div\left(\frac{-2}{13}\right)$

(vii) $\frac{3}{13}\div\left(\frac{-4}{65}\right)$

ਅਸੀਂ ਕੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ?

1. ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਜਿਸਨੂੰ $\frac{p}{q}$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕੇ, ਜਿਥੇ p ਅਤੇ q ਸਪੂੰਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਅਤੇ $q \neq 0$ ਹੈ, ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਕਹਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਸੰਖਿਆਵਾਂ $\frac{-2}{7}, \frac{3}{8}, 3$ ਆਦਿ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।
2. ਸਾਰੀਆਂ ਸਪੂੰਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਤੇ ਭਿੰਨਾਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।
3. ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ ਇੱਕ ਹੀ ਗੈਰ-ਸਿਫ਼ਰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ ਜਾਂ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ, ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜੋ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਤੁੱਲ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ, $\frac{-3}{7}=\frac{-3\times 2}{7\times 2}=\frac{-6}{14}$ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $\frac{-6}{14}$ ਸੰਖਿਆ $\frac{-3}{7}$ ਦਾ ਇੱਕ ਤੁੱਲ ਰੂਪ ਹੈ। ਨਾਲ ਹੀ ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ $\frac{-6}{14}=\frac{-6\div 2}{14\div 2}=\frac{-3}{7}$ ਹੈ।
4. ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਧਨਾਤਮਨ ਅਤੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਦੋਨੋਂ ਹੀ ਧਨਾਤਮਕ ਜਾਂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸਪੂੰਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੋਣ, ਤਾਂ ਉਹ ਧਨਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਕਹਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਅੰਸ਼ ਜਾ ਹਰ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸਪੂੰਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਹ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਕਹਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ, $\frac{3}{8}$ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ $\frac{-8}{9}$ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।
5. ਸੰਖਿਆ 0 ਨਾ ਤਾਂ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਅਤੇ ਨਾ ਹੀ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।
6. ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਆਪਣੇ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਤਾਂ ਹੀ ਸਮਝਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜਦ ਉਸਦਾ ਹਰ ਧਨਾਤਮਕ ਸਪੂੰਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਵਿਚ 1 ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਕੋਈ ਹੋਰ ਸਾਂਝਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਨਾ ਹੋਵੇ। ਸੰਖਿਆਵਾਂ $\frac{-1}{3}, \frac{2}{7}$ ਆਦਿ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹਨ।
7. ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਅਸੀਮਿਤ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।
8. ਸਮਾਨ ਹਰ ਵਾਲੀਆਂ ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ, ਉਹਨਾ ਦੇ ਅੰਸ਼ਾ ਨੂੰ ਜੋੜਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਹਰ ਉਹੀ ਰੱਖ ਕੇ ਜੋੜ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹਰ ਵਾਲੀਆਂ ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਲਈ, ਪਹਿਲਾ ਦੋਨਾਂ ਹਰਾਂ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ ਦੋਨੋਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਲ.ਸ.ਵ. ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਸਮਾਨ ਹਰ ਵਾਲੀਆਂ ਦੇ ਤੁੱਲ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਕੇ ਜੋੜ ਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ, $\frac{-2}{3}+\frac{3}{8}=\frac{-16}{24}+\frac{9}{24}=\frac{-16+9}{24}=\frac{-7}{24}$ ਹੈ। ਇਥੇ 3 ਅਤੇ 8 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. 24 ਹੈ।
9. ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਘਟਾਓ ਕਰਨ ਲਈ ਅਸੀਂ ਘਟਾਓ ਕੀਤੀ ਜਾਣ ਵਾਲੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉੱਲਟ ਨੂੰ ਦੂਜੀ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, $\frac{7}{8} - \frac{2}{3} = \frac{7}{8} + ($ $\frac{2}{3}$ ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉੱਲਟ$) = \frac{7}{8} + \frac{(-2)}{3} = \frac{21+(-16)}{24} = \frac{5}{24}$ ਹੈ।

10. ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇਨ੍ਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਅੰਸ਼ਾਂ ਅਤੇ ਹਰਾਂ ਨੂੰ ਅਲੱਗ - ਅਲੱਗ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਫਿਰ ਗੁਣਨਫਲ ਨੂੰ $\frac{\text{ਅੰਸ਼ਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ}}{\text{ਹਰਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ}}$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ।

11. ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਇੱਕ ਹੋਰ ਗੈਰ ਸਿਫ਼ਰ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਲਈ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦੂਜੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉੱਲਟ $\frac{-7}{2} \div \frac{4}{3} = \frac{-7}{2} \times ($ $\frac{4}{3}$ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ$) = \frac{-7}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{-21}{8}$ ਹੈ।

ਅਧਿਆਇ 10

ਪ੍ਰਯੋਗਿਕ ਰੇਖਾ ਗਣਿਤ

10.1 ਭੂਮਿਕਾ

ਤੁਸੀਂ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਅਕਾਰਾਂ ਤੋਂ ਜਾਣੂੰ ਹੋ। ਤੁਸੀਂ ਪਿਛਲੀਆਂ ਸ਼੍ਰੇਣੀਆਂ ਵਿੱਚ ਇਹਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੁੱਝ ਅਕਾਰਾਂ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰਨੀ ਸਿੱਖ ਚੁੱਕੇ ਹੋ, ਜਿਵੇਂ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਲੰਬਾਈ ਦਾ ਰੇਖਾ ਖੰਡ, ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਖੰਡ ਉੱਤੇ ਲੰਬ ਰੇਖਾ, ਇੱਕ ਕੋਣ, ਕੋਣ ਦਾ ਸਮਦੁਭਾਜਕ, ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਆਦਿ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਹੁਣ ਤੁਸੀਂ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਅਤੇ ਕੁੱਝ ਹੋਰ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੀਆਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰਨੀ ਸਿੱਖਾਂਗੇ।

10.2 ਇੱਕ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਰੇਖਾ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚਣਾ ਜੋ ਇਸ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਸਥਿਤ ਨਹੀਂ ਹੈ।

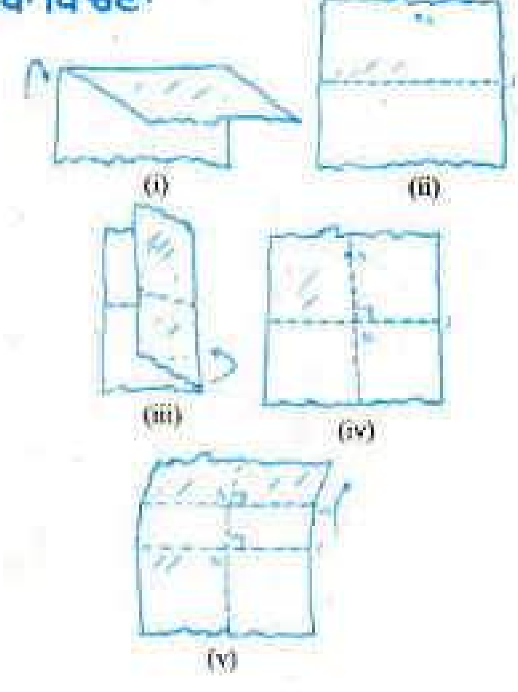
ਆਓ ਇੱਕ ਕਿਰਿਆ ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੀਏ। (ਚਿੱਤਰ 10.1)

(i) ਇੱਕ ਕਾਗਜ ਦੀ ਸ਼ੀਟ ਲਉ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ ਮੋੜ ਕੇ ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਾਨ ਬਣਾਉ। ਇਹ ਮੋੜ ਦਾ ਨਿਸ਼ਾਨ ਇੱਕ ਰੇਖਾ l ਨੂੰ ਨਿਰੂਪਤ ਕਰਦਾ ਹੈ।

(ii) ਕਾਗਜ ਨੂੰ ਖੋਲੋ। ਇਸ ਕਾਗਜ਼ 'ਤੇ ਰੇਖਾ l ਦੇ ਬਾਹਰ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ A ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ।

(iii) ਇਸ ਬਿੰਦੂ A ਤੋਂ ਹੋ ਕੇ ਜਾਂਦਾ ਹੋਇਆ ਅਤੇ ਰੇਖਾ l ਉੱਪਰ ਲੰਬ ਇੱਕ ਮੋੜ ਦਾ ਨਿਸ਼ਾਨ ਬਣਾਉ। ਇਸ ਲੰਬ ਦਾ ਨਾਮ AN ਰੱਖੋ।

(iv) ਹੁਣ, ਬਿੰਦੂ A ਤੋਂ ਹੋ ਕੇ ਇਸ ਲੰਬ ਉੱਪਰ ਇੱਕ ਹੋਰ ਲੰਬ ਅਕਾਰ ਮੋੜ ਦਾ ਨਿਸ਼ਾਨ ਬਣਾਉ। ਇਸ ਨਵੀਂ ਲੰਬ ਰੇਖਾ ਦਾ ਨਾਮ m ਰੱਖੋ। ਹੁਣ $l \parallel m$ ਹੈ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਅਜਿਹਾ ਕਿਉਂ ਹੈ?



ਚਿੱਤਰ 10.1

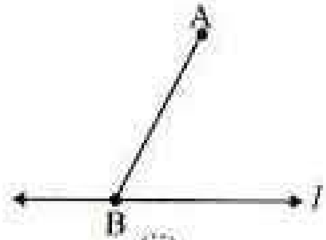
ਇਥੇ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦਾ ਕਿਹੜਾ ਗੁਣ ਜਾਂ ਕਿਹੜੇ ਗੁਣ ਇਹ ਕਹਿਣ ਵਿੱਚ ਸਹਾਇਤਾ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਨ ਕਿ ਰੇਖਾ l ਅਤੇ m ਸਮਾਂਤਰ ਹਨ ?

ਤੁਸੀਂ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਅਤੇ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਤ ਨਿਯਮਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਸੀ ਵੀ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਇਸ ਰਚਨਾ ਨੂੰ ਫੁੱਟੇ ਅਤੇ ਪਰਕਾਰ ਦੀ ਮਦਦ ਨਾਲ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ।

ਪਗ 1 ਇੱਕ ਰੇਖਾ 'l' ਅਤੇ ਇਸ ਦੇ ਬਾਹਰ ਬਿੰਦੂ 'A' ਲਵੋ [ਚਿੱਤਰ10.2 (i)] ।

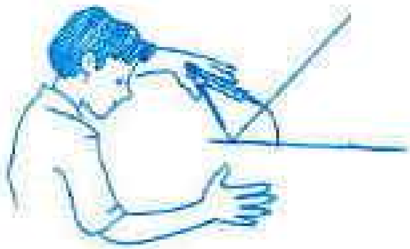
(i)

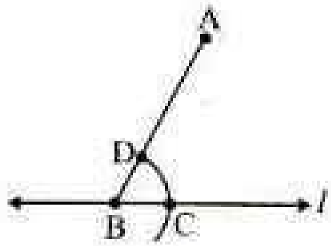
ਪਗ 2 ਰੇਖਾ l ਉੱਪਰ ਕੋਈ ਬਿੰਦੂ B ਲਵੋ ਅਤੇ A ਨੂੰ B ਨਾਲ ਮਿਲਾਉ [ਚਿੱਤਰ 10.2(ii)]।



(ii)

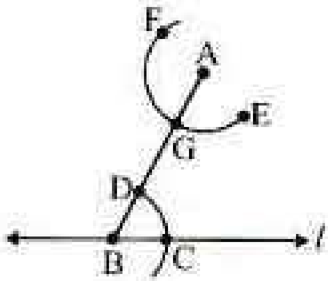
ਪਗ 3 ਬਿੰਦੂ B ਨੂੰ ਕੇਂਦਰ ਮੰਨ ਕੇ ਅਤੇ ਕੋਈ ਸੁਵਿਧਾ ਅਨੁਸਾਰ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਲੈ ਕੇ l ਨੂੰ C ਉੱਪਰ ਅਤੇ BA ਨੂੰ D ਉੱਪਰ ਕੱਟਦਾ ਹੋਇਆ ਇੱਕ ਚਾਪ ਖਿੱਚੋ[ਚਿੱਤਰ10.2(iii)]।





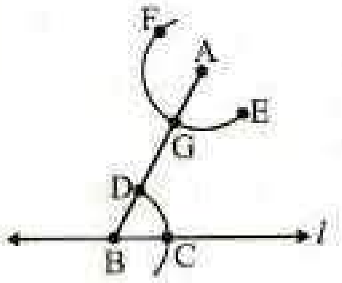
(iii)

ਪਗ 4 ਹੁਣ A ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਕੇਂਦਰ ਮੰਨ ਕੇ ਅਤੇ ਪਗ 3 ਵਾਲਾ ਹੀ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਲੈ ਕੇ AB ਨੂੰ G ਉੱਪਰ ਕੱਟਦਾ ਹੋਇਆ ਇੱਕ ਚਾਪ EF ਖਿੱਚੋ [ਚਿੱਤਰ 10.2 (iv)]।



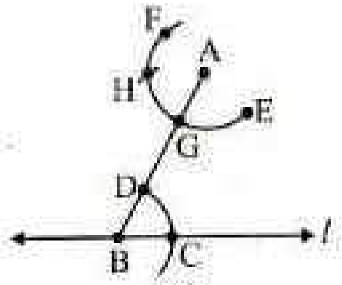
(iv)

ਪਗ 5 ਪਰਕਾਰ ਦੇ ਤਿੱਖੇ ਸਿਰੇ ਨੂੰ C ਉੱਪਰ ਰੱਖੋ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ ਖੋਲ ਕੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਰੱਖੋ ਕਿ ਪੈਨਸਿਲ ਦੀ ਨੋਕ D ਉੱਪਰ ਰਹੇ। [ਚਿੱਤਰ 10.2 (v)]।



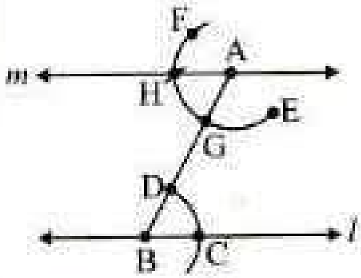
(v)

ਪਗ 6 G ਨੂੰ ਕੇਂਦਰ ਮੰਨ ਕੇ ਅਤੇ ਪਰਕਾਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਪਗ 5 ਵਾਲਾ ਹੀ ਰੱਖਦੇ ਹੋਏ ਇੱਕ ਚਾਪ ਲਗਾਉ ਜੋ ਚਾਪ EF ਨੂੰ H ਉੱਪਰ ਕੱਟੇ [ਚਿੱਤਰ 10.2 (vi)]।



(vi)

ਪਗ 7 ਹੁਣ AH ਨੂੰ ਮਿਲਾ ਕੇ ਰੇਖਾ m ਖਿੱਚੋ [ਚਿੱਤਰ 10.2 (vii)]।



(vii)

ਚਿੱਤਰ **10.2** (i)-(vii)

ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ $\angle ABC$ ਅਤੇ $\angle BAH$ ਅੰਦਰਲੇ ਇਕਾਂਤਰ ਕੋਣ ਹਨ। ਜੋ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ $m \parallel l$ ਹੈ।

ਸੋਚੋ, ਵਿਚਾਰੋ ਅਤੇ ਲਿਖੋ

1. ਉਪਰੋਕਤ ਰਚਨਾ ਵਿੱਚ, ਕੀ ਤੁਸੀਂ A ਤੋਂ ਹੋ ਕੇ ਜਾਂਦੀ ਕੋਈ ਹੋਰ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚ ਸਕਦੇ ਹੋ ਜੋ ਰੇਖਾ l ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੋਵੇ?
2. ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਰਚਨਾ ਵਿੱਚ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਰਵਰਤਨ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਸਮਾਨ ਇਕਾਂਤਰ ਕੋਣ ਦੀ ਬਜਾਏ ਸਮਾਨ ਸੰਗਤ ਕੋਣ ਬਨਣ?

ਅਭਿਆਸ 10.1

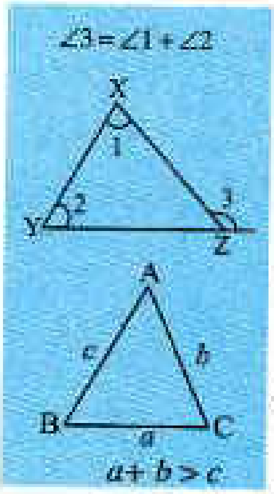
1. ਇੱਕ ਰੇਖਾ (ਮੰਨ ਲਉ AB ਖਿੱਚੋ ਅਤੇ ਇਸ ਦੇ ਬਾਹਰ ਸਥਿਤ ਕੋਈ ਬਿੰਦੂ C ਲਵੋ। ਸਿਰਫ਼ ਫੁੱਟੇ ਅਤੇ ਪਰਕਾਰ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, C ਤੋਂ ਜਾਂਦੀ AB ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੋ।

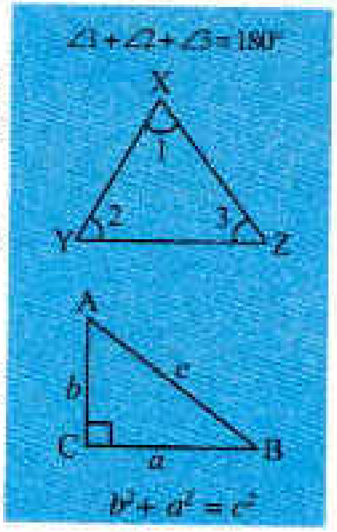
2. ਇੱਕ ਰੇਖਾ l ਖਿੱਚੋ ਅਤੇ l ਉੱਤੇ ਸਥਿਤ ਕਿਸੇ ਵੀ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ l ਉੱਪਰ ਲੰਬ ਖਿੱਚੋ। ਇਸ ਲੰਬ ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ X ਲਵੋ ਜੋ l ਤੋਂ 4 ਸਮ ਦੀ ਦੂਰੀ ਤੇ ਹੋਵੇ। X ਤੋਂ ਹੋ ਕੇ ਜਾਂਦੀ l ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਇੱਕ ਰੇਖਾ m ਖਿੱਚੋ।

3. ਮੰਨ ਲਉ l ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਹੈ ਅਤੇ P ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਹੈ ਜੋ l ਉੱਪਰ ਸਥਿਤ ਨਹੀਂ ਹੈ। P ਤੋਂ ਹੋ ਕੇ l ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਇੱਕ ਰੇਖਾ m ਖਿੱਚੋ। ਹੁਣ P ਨੂੰ l 'ਤੇ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ Q ਨਾਲ ਜੋੜੋ। m ਉੱਪਰ ਕੋਈ ਹੋਰ ਬਿੰਦੂ R ਚੁਣੋ। R ਤੋਂ ਹੋ ਕੇ, PQ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੋ। ਮੰਨ ਲਉ ਇਹ ਰੇਖਾ, ਰੇਖਾ l ਦੇ ਬਿੰਦੂ S ਉੱਪਰ ਮਿਲਦੀ ਹੈ। ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੇ ਇਹਨਾ ਦੋਹਾਂ ਸਮੂਹਾਂ ਤੋਂ ਕਿਹੜੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਬਣਦੀ ਹੈ ?

10.3 ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਰਚਨਾ

ਇਸ ਭਾਗ ਨੂੰ ਕਰਨ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਚੰਗਾ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀਆਂ ਧਾਰਨਾਵਾਂ, ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਗੁਣ ਅਤੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਵਾਲੇ ਅਧਿਆਇ ਨੂੰ ਯਾਦ ਕਰੋ।





ਤੁਸੀਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨੂੰ ਵਰਗੀਕ੍ਰਿਤ ਕਰਨਾ ਅਤੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਤ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਗੁਣਾਂ ਬਾਰੇ ਵੀ ਜਾਣਦੇ ਹੋ:

(i) ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਬਾਹਰਲਾ ਕੋਣ ਅੰਦਰਲੇ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(ii) ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਤਿੰਨਾਂ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 180° ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(iii) ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਕੋਈ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦਾ ਜੋੜ ਤੀਜੀ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(iv) ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਕਰਣ ਉੱਪਰ ਬਣਿਆ ਵਰਗ ਬਾਕੀ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਵਰਗਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

'ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ' ਵਾਲੇ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਵੇਖਿਆ ਸੀ ਕਿ ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਜੇਕਰ ਉਸ ਦੇ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸਮੂਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਇੱਕ ਦਿੱਤਾ ਹੋਵੇ:

(i) ਤਿੰਨੇ ਭੁਜਾਵਾਂ

(ii) ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਕੋਣ

(iii) ਦੋ ਕੋਣ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਭੁਜਾ

(iv) ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਲਈ ਕਰਣ ਅਤੇ ਇੱਕ ਭੁਜਾ

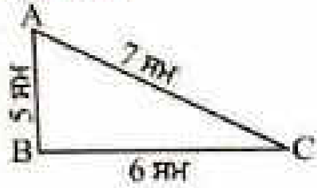
ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਵਿਚਾਰਾਂ ਦਾ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਰਚਨਾ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਾਂਗੇ।

10.4 ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰਨੀ ਜਦੋਂ ਉਸ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨੇ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਪਤਾ ਹੋਣ (ਨਿਯਮ SSS)

ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰਾਂਗੇ ਜਦੋਂ ਉਸ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨੇ ਭੁਜਾਵਾਂ ਪਤਾ ਹੋਣ। ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਉਸ ਦਾ ਰਫ਼ ਚਿੱਤਰ ਬਨਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਇਸ ਤੋਂ ਉਸ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਾ ਕੁੱਝ ਅਨੁਮਾਨ ਲੱਗ ਜਾਵੇ ਅਤੇ ਫਿਰ ਤਿੰਨੋਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਲੈ ਕੇ ਰਚਨਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਨੂੰ ਸਮਝੋ:

ਉਦਾਹਰਣ 1 : **ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ ਜਦੋਂ ਕਿ AB=5 ਸਮ, BC=6 ਸਮ ਅਤੇ AC=7 ਸਮ ਦਿੱਤਾ ਹੋਵੇ।**

ਹੱਲ :

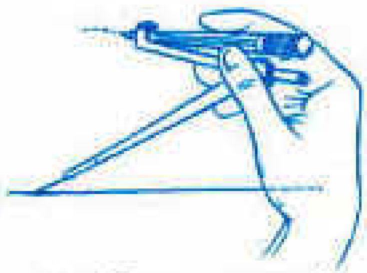


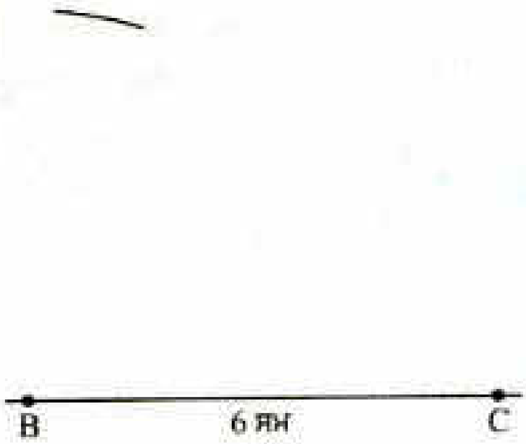
ਪਗ 1 ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਮਾਪਾਂ ਦੀ ਰਫ਼ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਾਂ (ਇਸ ਤੋਂ ਸਾਨੂੰ ਅੱਗੇ ਬਨਾਉਣ ਲਈ ਸਹਾਇਤਾ ਮਿਲੇਗੀ) [ਚਿੱਤਰ 10.3(i)]।

ਪਗ 2 ਇੱਕ 6 ਸਮ ਦਾ ਰੇਖਾ ਖੰਡ BC ਖਿੱਚੋ [ਚਿੱਤਰ 10.3(ii)]।

(ii)

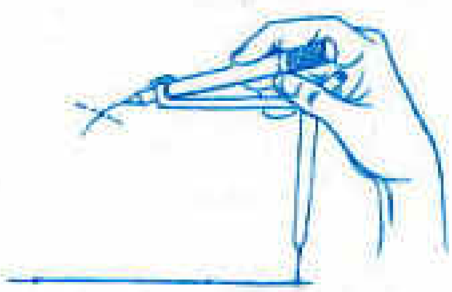
ਪਗ 3 ਬਿੰਦੂ B ਤੋਂ ਬਿੰਦੂ A, 5 ਸਮ ਦੀ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ B ਨੂੰ ਕੇਂਦਰ ਮੰਨ ਕੇ ਅਤੇ 5 ਸਮ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੀ ਇੱਕ ਚਾਪ ਲਗਾਓ (ਹੁਣ A ਇਸ ਚਾਪ ਉੱਪਰ ਕਿਤੇ ਸਥਿਤ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਹੈ ਇਹ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਸਾਡਾ ਕੰਮ ਹੈ ਕਿ A ਬਿਲਕੁਲ ਠੀਕ ਇਸ ਚਾਪ ਉੱਤੇ ਕਿਥੇ ਹੈ) (ਚਿੱਤਰ 10.3(iii)]।

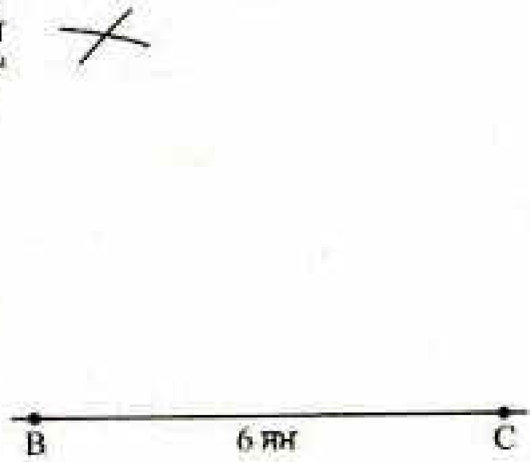




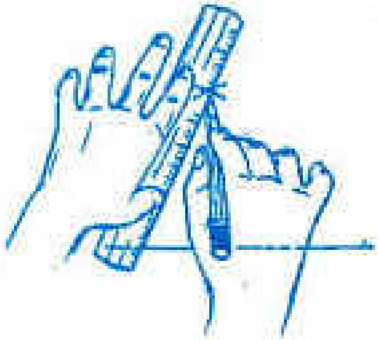
(iii)

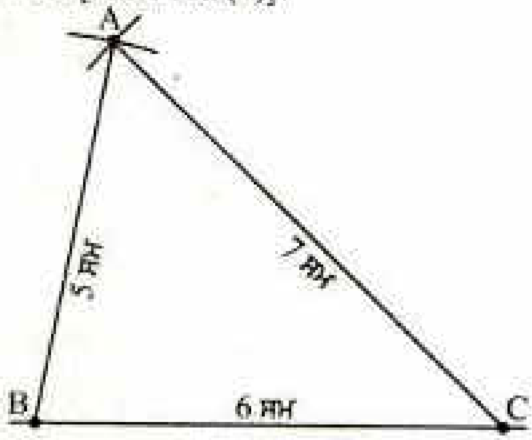
ਪਗ 4 C ਤੋਂ, ਬਿੰਦੂ A, 7 ਸਮ ਦੀ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ C ਨੂੰ ਕੇਂਦਰ ਮੰਨ ਕੇ ਅਤੇ 7 ਸਮ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਲੈ ਕੇ ਇੱਕ ਚਾਪ ਲਗਾਓ। (A ਇਸ ਚਾਪ ਉੱਪਰ ਕਿਤੇ ਸਥਿਤ ਹੋਵੇਗਾ ਅਸੀਂ ਉਸ ਦਾ ਪਤਾ ਲਗਾਉਣਾ ਹੈ। (ਚਿੱਤਰ 10.3(iv)]।





ਪਗ 5 A ਨੂੰ ਲਗਾਈਆਂ ਗਈਆਂ ਇਹਨ੍ਹਾਂ ਦੋਨਾਂ ਚਾਪਾਂ ਉੱਪਰ ਸਥਿਤ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, ਇਹ ਇਹਨਾਂ ਦੋਨੋਂ ਚਾਪਾਂ ਦਾ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ ਹੈ। ਇਸ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ A ਨਾਲ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ। AB ਅਤੇ AC ਨੂੰ ਮਿਲਾਉ। ਹੁਣ ∆ABC ਤਿਆਰ ਹੈ [ਚਿੱਤਰ 10.3(v)]।





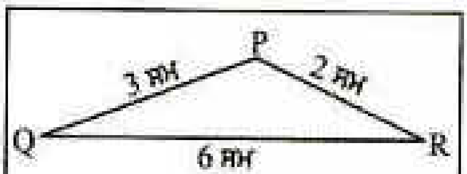
ਚਿੱਤਰ 10.3 (i) - (v) (v)

ਇਸ ਨੂੰ ਕਰੋ

ਆਉ ਹੁਣ ਇੱਕ ਹੋਰ ਤ੍ਰਿਭੁਜ DEF ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੀਏ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ DE = 5 ਸਮ, EF = 6 ਸਮ ਅਤੇ DF = 7 ਸਮ ਹੋਵੇ। ∆DEF ਨੂੰ ਕੱਟ ਕੇ ∆ABC ਉੱਪਰ ਰੱਖੋ।

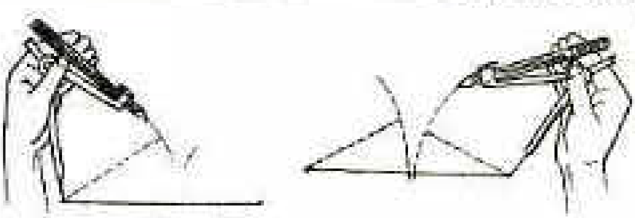
ਅਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ∆DEF, ∆ABC ਨੂੰ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਢੱਕ ਲੈਂਦਾ ਹੈ, ਭਾਵ ਉਸ ਦੇ ਨਾਲ ਸੰਪਾਤੀ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਦੋਨੋਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਰਚਨਾ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਤਿੰਨੋਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਤੋਂ ਕੀਤੀ ਹੈ) ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨੋਂ ਭੁਜਾਵਾਂ, ਦੂਸਰੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਸੰਗਤ ਤਿੰਨੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ਤਾਂ ਦੋਨੋਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇਹ SSS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ, ਜਿਸ ਨੂੰ ਤੁਸੀਂ ਪਿਛਲੇ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹਿਆ ਹੈ।

ਸੋਚੋ , ਵਿਚਾਰੋ ਅਤੇ ਲਿਖੋ



ਚਿੱਤਰ 10.4: ਸੋਚੋ, ਕੀ ਇਹ ਸਹੀ ਹੈ ?

ਇੱਕ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਨੇ ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਯਤਨ ਕੀਤਾ ਜਿਸ ਦੀ ਰਫ ਅਕ੍ਰਿਤੀ ਇਥੇ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ। ਪਹਿਲਾਂ ਉਸਨੇ QR ਖਿਚਿਆ। ਫਿਰ ਉਸਨੇ Q ਨੂੰ ਕੇਂਦਰ ਮੰਨ ਕੇ ਅਤੇ 3 ਸਮ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਲੈ ਕੇ ਇੱਕ ਚਾਪ ਲਗਾਈ ਅਤੇ R ਨੂੰ ਕੇਂਦਰ ਮੰਨ ਕੇ 2 ਸਮ ਅਰਧਵਿਆਸ ਲੈ ਕੇ ਇੱਕ ਹੋਰ ਚਾਪ ਲਗਾਈ। ਪਰ ਉਹ P ਪ੍ਰਾਪਤ ਨਹੀਂ ਕਰ ਸਕਿਆ। ਇਸ ਦਾ ਕੀ ਕਾਰਨ ਹੈ ? ਇਸ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਤ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਕਿਹੜੇ ਗੁਣ ਨੂੰ ਤੁਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ? ਕੀ ਅਜਿਹੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਹੋਂਦ ਹੈ ? (ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਇਸ ਗੁਣ ਨੂੰ ਯਾਦ ਕਰੋ : ਕਿਸੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਹਮੇਸ਼ਾ ਤੀਜੀ ਭੁਜਾ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।)



ਅਭਿਆਸ 10.2

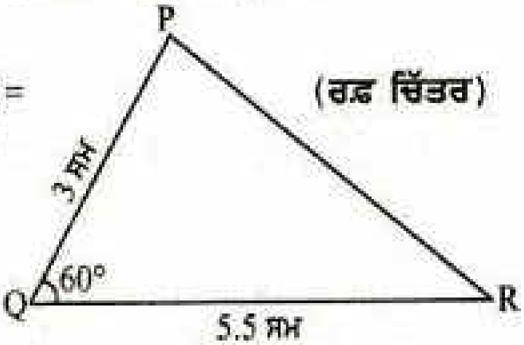
1. ΔXYZ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ $XY = 4.5$ ਸਮ, $YZ = 5$ ਸਮ ਅਤੇ $ZX = 6$ ਸਮ ਹੋਵੇ।
2. 5.5 ਸਮ ਭੁਜਾ ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ।
3. ΔPQR ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਵਿੱਚ $PQ = 4$ ਸਮ, $QR = 3.5$ ਸਮ ਅਤੇ $PR = 4$ ਸਮ ਹੋਵੇ। ਇਹ ਕਿਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ?
4. ABC ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਵਿੱਚ $AB = 2.5$ ਸਮ, $BC = 6$ ਸਮ ਅਤੇ $AC = 6.5$ ਸਮ ਹੋਵੇ। $\angle B$ ਨੂੰ ਮਾਪੋ।

10.5 ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰਨੀ ਜਦੋਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਕੋਣ ਦਿੱਤਾ ਹੋਵੇ (ਨਿਯਮ SAS)

ਇਥੇ ਸਾਨੂੰ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਕੋਣ ਦਿੱਤਾ ਹੈ। ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਇਸ ਦਾ ਰਫ਼ ਚਿੱਤਰ ਬਨਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਫਿਰ ਦਿੱਤਾ ਹੋਏ ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਰੇਖਾ-ਖੰਡ ਨੂੰ ਖਿੱਚਦੇ ਹਾਂ ਫਿਰ ਬਾਕੀ ਪਗਾਂ ਨੂੰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਉਦਾਹਰਣ 2 ਦੇਖੋ।

ਉਦਾਹਰਣ 2 : ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ PQR ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਵਿੱਚ $PQ = 3$ ਸਮ, $QR = 5.5$ ਸਮ ਅਤੇ $\angle PQR = 60^\circ$ ਹੋਵੇ।

(ਰਫ਼ ਚਿੱਤਰ)

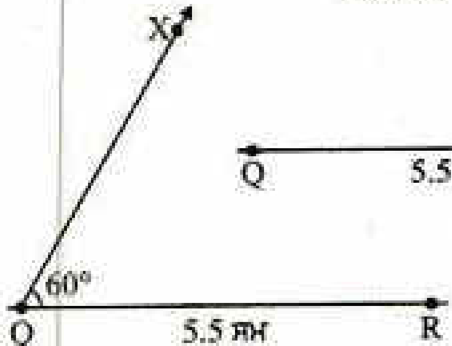


ਹੱਲ :

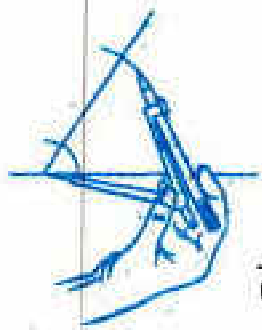
ਪਗ 1 ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਮਾਪਾਂ ਤੋਂ ਰਫ਼ ਚਿੱਤਰ ਬਨਾਉਂਦੇ ਹਾਂ (ਇਸ ਤੋਂ ਸਾਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ ਸਹਾਇਤਾ ਮਿਲਦੀ ਹੈ। [ਚਿੱਤਰ 10.5(i)]।

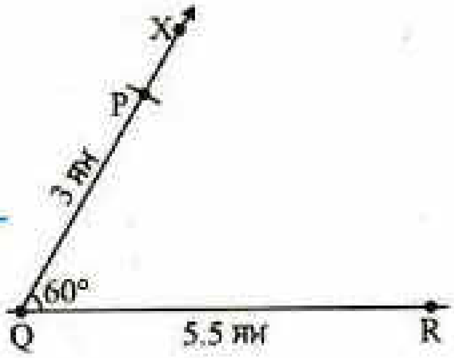
ਪਗ 2 5.5 ਸਮ ਲੰਬਾਈ ਦਾ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਖੰਡ QR ਖਿੱਚੋ [ਚਿੱਤਰ 10.5(ii)]।

ਪਗ 3 Q ਉੱਪਰ ਕਿਰਨ QX ਖਿੱਚੋ, ਜੋ QR ਦੇ ਨਾਲ 60° ਦਾ ਕੋਣ ਬਣਾਵੇ (ਬਿੰਦੂ P ਕੋਣ ਦੀ ਇਸ ਕਿਰਨ ਉੱਤੇ ਕਿਤੇ ਸਥਿਤ ਹੋਵੇਗਾ) [ਚਿੱਤਰ 10.5(iii)]।

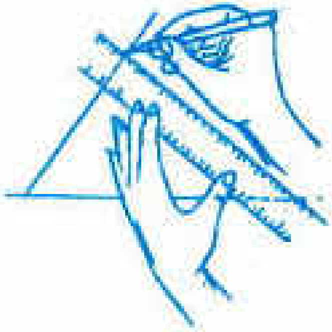


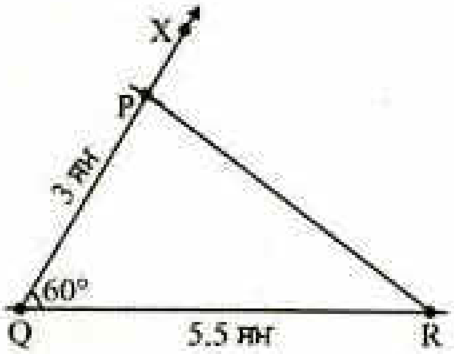
ਪਗ 4 (P ਨੂੰ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਦੂਰੀ QP ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਹੈ।) Q ਨੂੰ ਕੇਂਦਰ ਮੰਨ ਕੇ 3 ਸਮ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਚਾਪ ਲਗਾਓ ਜੋ QX ਨੂੰ ਬਿੰਦੂ P 'ਤੇ ਕੱਟਦੀ ਹੈ ਚਿੱਤਰ 10.5 (iv)।





ਪਗ 5 PR ਨੂੰ ਮਿਲਾਉ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ΔPQR ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ [ਚਿੱਤਰ 10.5 (v)]।





(v)

ਚਿੱਤਰ **10.5** (i)-(v)

ਇਸ ਨੂੰ ਕਰੋ

ਆਉ ਇੱਕ ਹੋਰ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਕਿ AB = 3 ਸਮ, BC = 6.5 ਸਮ ਅਤੇ $\angle ABC = 60°$ ਹੋਵੇ। ਇਸ ΔABC ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨੂੰ ਕੱਟ ਕੇ ΔPQR ਉੱਪਰ ਰੱਖੋ। ਅਸੀਂ ਕੀ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ? ਅਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ΔABC ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ΔPQR ਦੇ ਨਾਲ ਸੰਪਾਤੀ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਭਾਵ ਇਸ ਨੂੰ ਢੱਕ ਲੈਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਕੋਣ, ਇੱਕ ਹੋਰ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਸੰਗਤ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਕੋਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਦੋਨੋਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਨੂੰ SAS ਸਰਬੰਗਸਮ ਨਿਯਮ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ, ਜਿਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਪਿਛਲੇ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ। (ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ ਦੋਨੋਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਰਚਨਾ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਕੋਣ ਤੋਂ ਕੀਤੀ ਹੈ।)

ਸੋਚੋ, ਵਿਚਾਰੋ ਅਤੇ ਲਿਖੋ

ਉਪਰੋਕਤ ਰਚਨਾ ਵਿੱਚ, ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਕੋਣ ਦਿੱਤਾ ਹੋਇਆ ਸੀ। ਹੁਣ, ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸਮੱਸਿਆ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰੋ।

ਇੱਕ ΔABC ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ, ਜੇਕਰ AB = 3 ਸਮ AC = 5 ਸਮ ਅਤੇ $\angle C = 30°$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਕੀ ਅਸੀਂ ਇਸ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ? ਅਸੀਂ AC = 5 ਸਮ ਲੈ ਕੇ $\angle C = 30°$ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। $\angle C$ ਦੀ ਇੱਕ ਭੁਜਾ CA ਹੈ। ਬਿੰਦੂ B ਨੂੰ ਇਸ ਕੋਣ C ਦੀ ਦੂਸਰੀ ਭੁਜਾ ਉੱਪਰ ਸਥਿਤ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਪ੍ਰੰਤੂ ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ ਬਿੰਦੂ B ਨੂੰ ਇੱਕ ਵਿਲੱਖਣ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ। ਇਸ ਲਈ, ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰਨ ਲਈ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਮਾਪ ਪੂਰੇ ਨਹੀਂ ਹਨ।

ਹੁਣ ΔABC ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰਨ ਦਾ ਯਤਨ ਕਰੋ ਜਦੋਂ AB = 3 ਸਮ, AC = 5 ਸਮ ਅਤੇ $\angle B = 30°$ ਹੋਵੇ। ਅਸੀਂ ਕੀ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ? ਫਿਰ ΔABC ਦੀ ਰਚਨਾ ਇੱਕ ਵਿੱਲਖਣ ਰੂਪ ਨਾਲ ਨਹੀਂ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਅਸੀਂ ਇਸ ਸਿੱਟੇ ਤੇ ਪਹੁੰਚਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਹੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਰਚਨਾ ਤਾਂ ਹੀ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ ਜਦੋਂ ਉਸ ਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ ਦਿੱਤਾ ਹੋਵੇ।

ਅਭਿਆਸ 10.3

1. ΔDEF ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਵਿੱਚ $DE = 5$ ਸਮ, $DF = 3$ ਸਮ, ਅਤੇ $\angle EDF = 90^\circ$ ਹੋਵੇ।
2. ਇੱਕ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਦੀ ਹਰੇਕ ਸਮਾਨ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 6.5 ਸਮ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਕੋਣ 110° ਦਾ ਹੋਵੇ।
3. $BC = 7.5$ ਸਮ ਅਤੇ $AC = 5$ ਸਮ ਅਤੇ $m\angle C = 60^\circ$ ਵਾਲੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ΔABC ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ।

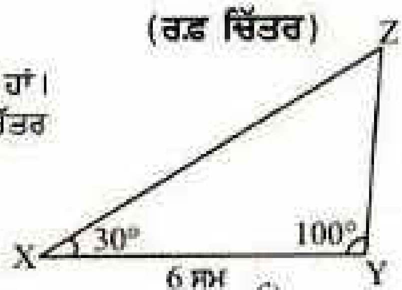
10.6 ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰਨੀ ਜਦੋਂ ਉਸ ਦੇ ਦੋ ਕੋਣ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਕੋਣਾਂ ਦੀ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦਿੱਤੀ ਹੋਵੇ (ਨਿਯਮASA)

ਜਿਵੇਂ ਪਹਿਲਾਂ ਕੀਤਾ ਸੀ, ਇੱਕ ਰਫ਼ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਬਣਾਉ। ਹੁਣ ਦਿੱਤਾ ਹੋਇਆ ਰੇਖਾ ਖੰਡ ਖਿੱਚੋ। ਇਸ ਦੇ ਦੋਨੋਂ ਸਿਰਿਆਂ ਦੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਉੱਪਰ ਕੋਣ ਬਣਾਉ। ਉਦਾਹਰਣ 3 ਦੇਖੋ।

ਉਦਾਹਰਣ 3: **ΔXYZ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ, ਜੇਕਰ** $XY = 6$ **ਸਮ**, $\angle ZXY = 30^\circ$ **ਅਤੇ** $m\angle XYZ = 100^\circ$ **ਹੋਵੇ।**

ਹੱਲ :

(ਰਫ਼ ਚਿੱਤਰ)



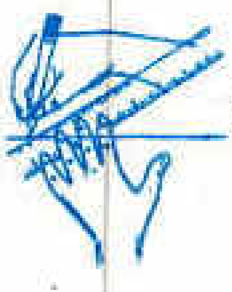
(i)

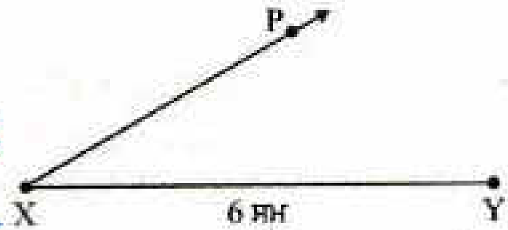
ਪਗ 1 ਅਸਲ ਰਚਨਾ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਦਿੱਤੇ ਮਾਪ ਅਨੁਸਾਰ ਰਫ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਤੋਂ ਕੁੱਝ ਅਨੁਮਾਨ ਲੱਗ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਰਚਨਾ ਕਿਵੇਂ ਕਰਨੀ ਹੈ। (ਚਿੱਤਰ 10.6(i)]।

ਪਗ 2 6 ਸਮ ਲੰਬਾਈ ਦਾ ਰੇਖਾ ਖੰਡ XY ਖਿੱਚੋ (ਚਿੱਤਰ 10.6(ii)]।

(ii)

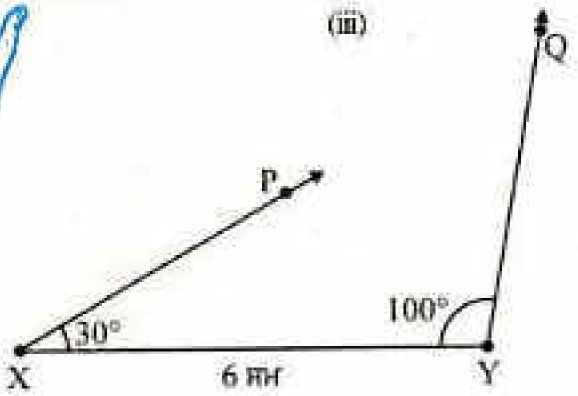
ਪਗ 3 X ਉੱਪਰ ਇੱਕ ਕਿਰਨ XP ਖਿੱਚੋ ਜੋ XY ਨਾਲ 30° ਦਾ ਕੋਣ ਬਣਾਵੇ। ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਸ਼ਰਤ ਅਨੁਸਾਰ Z ਕਿਰਨ XP ਉੱਪਰ ਕਿਤੇ ਸਥਿਤ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ (ਚਿੱਤਰ 10.6 (v))10.6(iii)]।





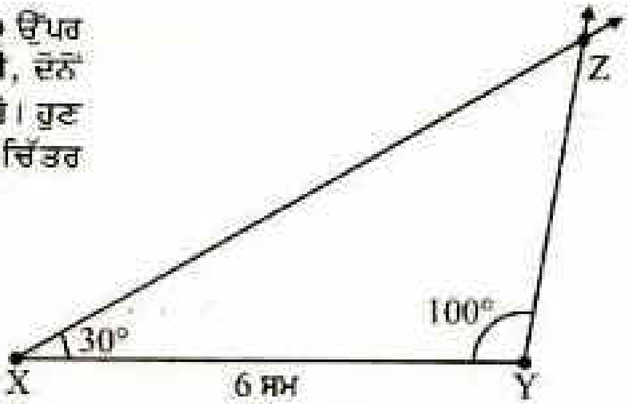
(iii)

ਪਗ 4 Y ਉੱਪਰ ਇੱਕ ਕਿਰਨ YQ ਖਿੱਚੋ, ਜੋ YX ਤੋਂ100° ਦਾ ਕੋਣ ਬਣਾਵੇ।ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਸ਼ਰਤ ਅਨੁਸਾਰ Z ਕਿਰਨ YQ ਉੱਪਰ ਵੀ ਜ਼ਰੂਰ ਸਥਿਤ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ [ਚਿੱਤਰ10.6(iv)]।



(iv)

ਪਗ 5 Z ਨੂੰ ਦੋਨੋਂ ਕਿਰਨਾਂ XP ਅਤੇ YQ ਉੱਪਰ ਸਥਿਤ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ। ਇਸ ਲਈ, ਦੋਨੋਂ ਕਿਰਨਾਂ ਦਾ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ ਹੀ Z ਹੈ। ਹੁਣ ΔXYZ ਪੂਰਾ ਬਣ ਗਿਆ ਹੈ [ਚਿੱਤਰ 10.6(v)]।



(v)

ਚਿੱਤਰ 10.6 (i) - (v)

ਇਸ ਨੂੰ ਕਰੋ

ਹੁਣ ਇੱਕ ਹੋਰ ਤ੍ਰਿਭੁਜ LMN ਬਣਾਉ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ $m\angle NLM = 30^\circ$, LM = 6 ਸਮ ਅਤੇ $m\angle NML = 100^\circ$ ਹੋਵੇ। ਇਸ ਤ੍ਰਿਭੁਜ LMN ਨੂੰ ਕੱਟ ਕੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ XYZ ਉੱਪਰ ਰੱਖੋ। ਅਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਤ੍ਰਿਭੁਜ LMN ਤ੍ਰਿਭੁਜ XYZ ਦੇ ਨਾਲ ਪੂਰੀ ਸੰਪਾਤੀ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਦੋ ਕੋਣ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਭੁਜਾ ਦੂਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਸੰਗਤ ਦੋ ਕੋਣ ਅਤੇ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਭੁਜਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਦੋਨੋਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇਹ ASA ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਦਾ ਨਿਯਮ ਹੈ। ਜਿਸ ਨੂੰ ਤੁਸੀਂ ਪਿਛਲੇ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹਿਆ ਹੈ। (ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ ਇਥੇ ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ, ਜਦੋਂ ਦੋ ਕੋਣ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਭੁਜਾ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੋਵੇ)

ਸੋਚੋ, ਵਿਚਾਰੋ ਅਤੇ ਲਿਖੋ

ਉਪਰੋਕਤ ਉਦਾਹਰਣ ਵਿੱਚ, ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਦੋ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸਨ। ਹੁਣ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੀ ਸਮੱਸਿਆ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰੋ:

ΔABC ਵਿੱਚ, ਜੇਕਰ AC = 7 ਸਮ $m\angle A = 60^\circ$ ਅਤੇ $m\angle B = 50^\circ$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ? (ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਕੋਣ ਜੋੜ ਗੁਣ ਤੁਹਾਡੀ ਸਹਾਇਤਾ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹੈ।)

ਅਭਿਆਸ 10.4

1. ΔABC, ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ $m\angle A = 60^\circ$, $m\angle B = 30^\circ$ ਅਤੇ AB = 5.8 ਸਮ ਹੋਵੇ।
2. ΔPQR ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ, ਜਦੋਂ PQ = 5 ਸਮ, $m\angle PQR = 105^\circ$ ਅਤੇ $m\angle QRP = 40^\circ$ ਦਿੱਤਾ ਹੈ। (ਸੰਕੇਤ : ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਕੋਣ ਜੋੜ ਗੁਣ ਨੂੰ ਯਾਦ ਕਰੋ)
3. ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ΔDEF ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਜਾਂ ਨਹੀਂ, ਜੇਕਰ EF = 7.2 ਸਮ, $m\angle E = 110^\circ$ ਅਤੇ $m\angle F = 80^\circ$ ਹੋਵੇ। ਆਪਣੇ ਉੱਤਰ ਦੀ ਪੁਸ਼ਟੀ ਕਰੋ।

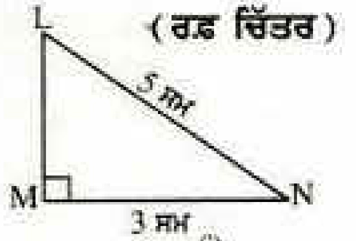
10.7 ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰਨੀ, ਜਦੋਂ ਉਸ ਦੀ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਅਤੇ ਕਰਣ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਣ (RHS ਨਿਯਮ)

ਇਥੇ ਰਫ਼ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਉਣਾ ਅਸਾਨ ਹੈ। ਹੁਣ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਭੁਜਾ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਖੰਡ ਖਿੱਚੋ। ਇਸ ਦੇ ਇੱਕ ਸਿਰੇ ਦੇ ਬਿੰਦੂ ਉੱਪਰ ਸਮਕੋਣ ਬਣਾਉ। ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਲੰਬਾਈ ਦੀ ਭੁਜਾ ਕਰਣ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਖਿੱਚਣ ਲਈ ਪਰਕਾਰ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰੋ। ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰੋ। ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਉਦਾਹਰਣ ਉੱਪਰ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ :

ਉਦਾਹਰਣ 4 : ΔLMN ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ $\angle LMN$ ਸਮਕੋਣ ਹੈ ਅਤੇ $LN = 5$ ਸਮ ਅਤੇ $MN = 3$ ਸਮ ਦਿੱਤਾ ਹੈ।

ਹੱਲ:

(ਰਫ਼ ਚਿੱਤਰ)



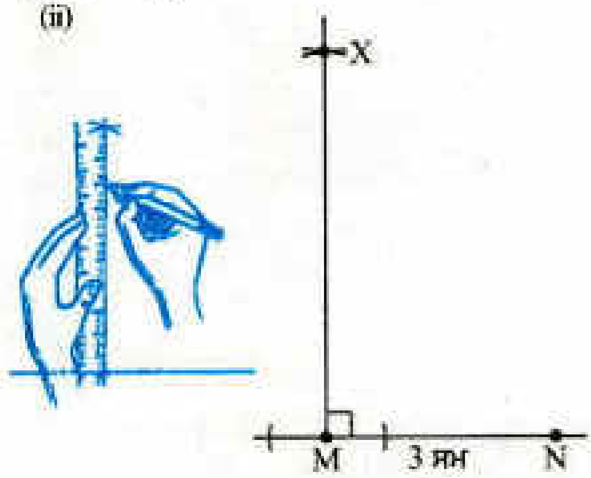
(i)

ਪਗ 1 ਇੱਕ ਰਫ਼ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਉ ਅਤੇ ਉਸ ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਮਾਪ ਨੂੰ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ। ਸਮਕੋਣ ਲਿਖਣਾ ਯਾਦ ਰੱਖੋ (ਚਿੱਤਰ 10.7(i))।

ਪਗ 2 3 ਸਮ ਲੰਬਾਈ ਦਾ ਰੇਖਾ ਖੰਡ MN ਖਿੱਚੋ। (ਚਿੱਤਰ 10.7(ii)]

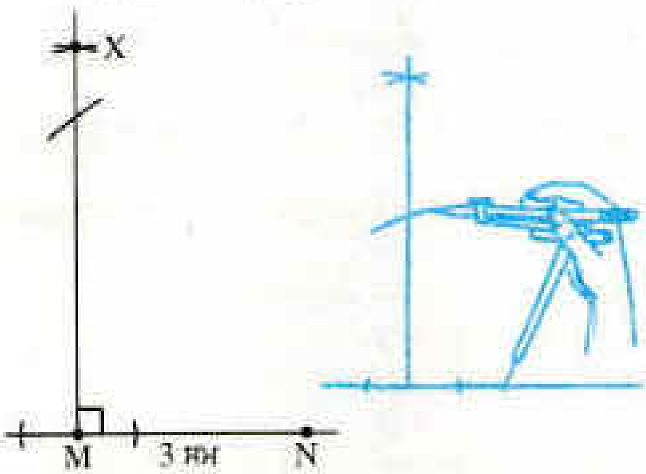
(ii)

ਪਗ 3 M ਉੱਪਰ $MX \perp MN$ ਖਿੱਚੋ (L ਇਸ ਲੰਬ ਉੱਪਰ ਕਿਤੇ ਸਥਿਤ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। [ਚਿੱਤਰ 10.7(iii)]।

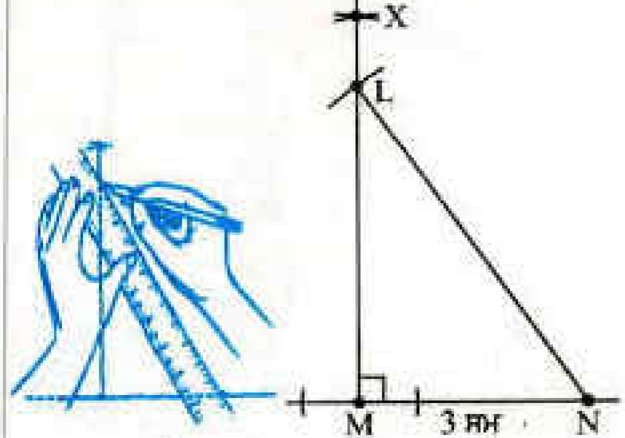


(iii)

ਪਗ 4 N ਨੂੰ ਕੇਂਦਰ ਮੰਨ ਕੇ 5 ਸਮ ਅਰਧਵਿਆਸ ਦੀ ਇੱਕ ਚਾਪ ਲਗਾਉ। (L ਇਸ ਚਾਪ ਉੱਪਰ ਸਥਿਤ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ, ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ N ਤੋਂ 5 ਸਮ ਦੀ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਹੈ।
[ਚਿੱਤਰ 10.7(iv)]।



ਪਗ 5 L ਨੂੰ ਲੰਬ ਰੇਖਾ MX ਉੱਪਰ ਅਤੇ ਕੇਂਦਰ N ਵਾਲੇ ਚਾਪ ਉੱਪਰ ਸਥਿਤ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, L ਇਹਨਾਂ ਦੋਨਾਂ ਦਾ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ ਹੋਵੇਗਾ। LN ਨੂੰ ਮਿਲਾਉ। ਹੁਣ ΔLMN ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋ ਗਿਆ ਹੈ। [ਚਿੱਤਰ 10.7(v)]।



(v)

ਚਿੱਤਰ **10.7** (i)-(v)

ਅਭਿਆਸ 10.5

1. ਸਮਕੋਣ ΔPQR ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ, ਜਦੋਂ $m\angle Q = 90^\circ$, QR = 8 ਸਮ ਅਤੇ PR = 10 ਸਮ ਹੋਵੇ ।
2. ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ, ਜਿਸ ਦਾ ਕਰਣ 6 ਸਮ ਅਤੇ ਇੱਕ ਭੁਜਾ 4 ਸਮ ਹੋਵੇ।
3. ਇੱਕ ਸਮਦੋਂਭੁਜੀ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ, ਜਦੋਂ $m\angle ACB = 90^\circ$ ਅਤੇ AC = 6 ਸਮ ਹੋਵੇ।

ਫੁਟਕਲ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

ਹੇਠਾਂ ਕੁੱਝ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ ਕਿਹੜੀ ਰਚਨਾ ਨਹੀਂ ਬਣ ਸਕਦੀ ਅਤੇ ਇਹ ਵੀ ਦੱਸੋ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਿਉਂ ਨਹੀਂ ਕਰ ਸਕਦੇ। ਬਾਕੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਰਚਨਾ ਕਰੋ।

	ਤ੍ਰਿਭੁਜ		ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਮਾਪ	
1.	ΔABC	$m\angle A = 85^\circ$,	$m\angle B = 115^\circ$,	AB = 5 ਸਮ
2.	ΔPQR	$m\angle Q = 30^\circ$,	$m\angle R = 60^\circ$,	QR = 4.7 ਸਮ
3.	ΔABC	$m\angle A = 70^\circ$,	$m\angle B = 50^\circ$,	AC = 3 ਸਮ
4.	ΔLMN	$m\angle L = 60^\circ$,	$m\angle N = 120^\circ$।	LM = 5 ਸਮ
5.	ΔABC	BC = 2 ਸਮ	AB = 4 ਸਮ	AC = 2 ਸਮ
6.	ΔPQR	PQ = 3.5 ਸਮ	QR = 4 ਸਮ	PR = 3.5 ਸਮ
7.	ΔXYZ	XY = 3 ਸਮ	YZ = 4 ਸਮ	XZ = 5 ਸਮ
8.	ΔDEF	DE = 4.5 ਸਮ	EF = 5.5 ਸਮ	DF = 4 ਸਮ

ਅਸੀਂ ਕੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ?

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਫੁੱਟੇ ਅਤੇ ਪਰਕਾਰ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਨਾਲ ਕੁੱਝ ਰਚਨਾਵਾਂ ਦੀਆਂ ਵਿਧੀਆਂ ਦਾ ਵਰਨਣ ਕੀਤਾ ਹੈ।

1. ਇੱਕ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਰੇਖਾ ਅਤੇ ਅਜਿਹੇ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਲਈ ਜੋ ਇਸ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਸਥਿਤ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਅਸੀਂ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਰੇਖਾ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚਣ ਦੇ ਲਈ ਸਮਾਨ ਇਕਾਂਤਰ ਕੋਣਾਂ ਦੀ ਧਾਰਣਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਹੈ। ਇਸ ਰਚਨਾ ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ ਸਮਾਨ ਸੰਗਤ ਕੋਣਾਂ ਦੀ ਧਾਰਣਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਵੀ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।
2. ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਸਰਬੰਗਸਮ ਦੇ ਸੰਕਲਪ ਦਾ ਅਪ੍ਰਤੱਖ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਉਪਯੋਗ ਕਰਕੇ ਅਸੀਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਰਚਨਾਂ ਦੀ ਵਿਧੀ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕੀਤਾ ਹੈ।
   ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ, ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਦੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ।
   (i) SSS:ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦਿੱਤੀ ਹੈ।
   (ii) SAS: ਕਿਸੀ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਸਥਿਤ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ ਦਿੱਤਾ ਹੋਇਆ ਹੈ।
   (iii) AAS: ਦੋ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਮਾਪ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਸਥਿਤ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਹੈ।
   (iv) RHS: ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਕਰਣ ਅਤੇ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਹੈ।

ਅਧਿਆਇ 11

ਪਰਿਮਾਪ ਅਤੇ ਖੇਤਰਫਲ

11.1 ਜਾਣ ਪਛਾਣ

ਛੇਵੀਂ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਵਿੱਚ, ਤੁਸੀਂ ਤਲ ਵਿੱਚ ਬਣੀਆਂ ਸ਼ਕਲਾਂ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਅਤੇ ਵਰਗ ਜਾਂ ਆਇਤ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲਾਂ ਦੇ ਬਾਰੇ ਪਹਿਲਾ ਹੀ ਸਿੱਖ ਚੁੱਕੇ ਹੋ। ਪਰਿਮਾਪ ਇੱਕ ਬੰਦ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦੇ ਚਾਰ ਚੁਫੇਰੇ ਦੀ ਦੂਰੀ ਹੈ, ਜਦੋਂ ਕਿ ਖੇਤਰਫਲ ਇੱਕ ਬੰਦ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦੁਆਰਾ ਘੇਰੀ ਸਾਰੀ ਜਗ੍ਹਾ/ਖੇਤਰ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ, ਤੁਸੀਂ ਕੁੱਝ ਹੋਰ ਤਲ ਦੀਆਂ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦੇ ਪਰਿਮਾਪ ਅਤੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦੇ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖੋਗੇ।

11.2 ਵਰਗ ਅਤੇ ਆਇਤ

ਆਯੁਸ਼ ਅਤੇ ਦੀਕਸ਼ਾ ਦੋਵੇਂ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਆਯੁਸ਼ ਨੇ ਇੱਕ ਚਿੱਤਰ 60 ਸਮ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ 20 ਸਮ ਚੌੜਾਈ ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਆਇਤਕਾਰ ਸ਼ੀਟ 'ਤੇ ਬਣਾਇਆ ਜਦੋਂ ਕਿ ਦੀਕਸ਼ਾ ਨੇ ਇੱਕ ਚਿੱਤਰ 40 ਸਮ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ 35 ਸਮ ਚੌੜਾਈ ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਆਇਤਕਾਰ ਸ਼ੀਟ 'ਤੇ ਬਣਾਇਆ। ਦੋਨੋ ਚਿੱਤਰਾਂ ਨੂੰ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਫਰੇਮ ਅਤੇ ਲੈਮੀਨੇਟ ਕਰਵਾਉਣਾ ਹੈ।

ਜੇਕਰ ਫਰੇਮ ਕਰਵਾਉਣ ਦੇ ਖਰਚ ਦੀ ਦਰ ₹ 3.00 ਪ੍ਰਤੀ ਸਮ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਕਿਹੜੇ ਚਿੱਤਰ 'ਤੇ ਫਰੇਮ ਦਾ ਖਰਚ ਵੱਧ ਕਰਨਾ ਪਵੇਗਾ ?

ਜੇਕਰ ਲੈਮੀਨੇਸ਼ਨ ਦਾ ਖਰਚ ਦੀ ਦਰ ₹ 2.00 ਪ੍ਰਤੀ ਵਰਗ ਸਮ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਕਿਹੜੇ ਚਿੱਤਰ 'ਤੇ ਲੈਮੀਨੇਸ਼ਨ ਦਾ ਖਰਚ ਵੱਧ ਕਰਨਾ ਪਵੇਗਾ ?

ਫਰੇਮ 'ਤੇ ਕੁੱਲ ਖਰਚ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ, ਸਾਨੂੰ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰਕੇ ਫਰੇਮ ਕਰਵਾਉਣ ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੋਵੇਗੀ। ਇਸੇ ਪ੍ਰਕਾਰ ਲੈਮੀਨੇਸ਼ਨ 'ਤੇ ਕੁੱਲ ਖਰਚ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ, ਸਾਨੂੰ ਇਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰਕੇ ਫਿਰ ਉਸਨੂੰ ਲੈਮੀਨੇਸ਼ਨ ਕਰਵਾਉਣ ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੋਵੇਗੀ।

ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕਰੋ

ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦਾ ਉੱਤਰ ਦੇਣ ਦੇ ਲਈ ਤਹਾਨੂੰ ਖੇਤਰਫਲ ਜਾ ਪਰਿਮਾਪ ਵਿੱਚ ਕਿਸਨੂੰ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੋਵੇਗੀ।

1. ਇੱਕ ਬਲੈਕ ਬੋਰਡ ਕਿੰਨੀ ਜਗ੍ਹਾ ਘੇਰਦਾ ਹੈ ?
2. ਇੱਕ ਆਇਤਕਾਰ ਫੁੱਲਾਂ ਦੀ ਕਿਆਰੀ ਦੇ ਚਾਰ ਚੁਫੇਰੇ ਵਾੜ ਲਗਾਉਣ ਲਈ ਕਿੰਨੀ ਲੰਬਾਈ ਦੀ ਤਾਰ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੈ ?

3. ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੇ ਚਾਰ ਪਾਸੇ ਦੋ ਵਾਰ ਚੱਕਰ ਲਗਾਉਣ ਲਈ ਤੁਹਾਨੂੰ ਕਿੰਨੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰਨੀ ਪਵੇਗੀ ?
4. ਇੱਕ ਆਇਤਕਾਰ ਸਵੀਮਿੰਗ ਪੂਲ ਨੂੰ ਢਕਣ ਲਈ ਕਿੰਨੀ ਪਲਾਸਟਿਕ ਸ਼ੀਟ ਦੀ ਲੋੜ ਹੋਵੇਗੀ ?

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹੋ,

ਚਿੱਤਰ 11.1

ਸਮ ਬਹੁਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ $\times$ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ

ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = $4 \times$ ਭੁਜਾ

ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = $2 \times (l + b)$

ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਲੰਬਾਈ $\times$ ਚੌੜਾਈ

ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਭੁਜਾ $\times$ ਭੁਜਾ

ਤਾਨੀਆਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਕੋਲਾਜ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਇੱਕ 4 ਸਮ ਭੁਜਾ ਵਾਲੇ ਵਰਗ ਦੀ ਲੋੜ ਸੀ। ਉਸਦੇ ਕੋਲ 28 ਸਮ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ 21 ਸਮ ਚੌੜਾਈ ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਆਇਤਕਾਰ ਸ਼ੀਟ ਸੀ। (ਚਿੱਤਰ 11.1)। ਉਸਨੇ ਇਸ ਆਇਤਕਾਰ ਸ਼ੀਟ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ 4 ਸਮ ਭੁਜਾ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਵਰਗ ਨੂੰ ਕੱਟਿਆ। ਉਸਦੀ ਸਹੇਲੀ ਨੇ ਸ਼ੀਟ ਦੇ ਬਾਕੀ ਭਾਗ ਨੂੰ ਦੇਖਿਆ (ਚਿੱਤਰ 11.2) ਅਤੇ ਤਾਨੀਆ ਤੋਂ ਪੁਛਿਆ, "ਕੀ ਸ਼ੀਟ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਹੁਣ ਵੱਧ ਗਿਆ ਹੈ ਜਾਂ ਘੱਟ ਹੋ ਗਿਆ ਹੈ ? ਕੀ ਭੁਜਾ AD ਦੀ ਕੁੱਲ ਲੰਬਾਈ, ਵਰਗ ਕੱਟਣ ਦੇ ਬਾਅਦ ਵੱਧ ਗਈ ਹੈ ? ਕੀ ਖੇਤਰਫਲ ਵੱਧ ਗਿਆ ਜਾਂ ਘੱਟ ਹੋ ਗਿਆ ਹੈ ?

ਚਿੱਤਰ 11.2

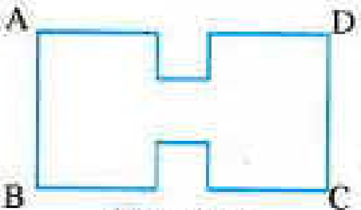
ਤਾਨੀਆ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਤੋਂ ਇੱਕ ਹੋਰ ਵਰਗ ਕੱਟਦੀ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 11.3)

ਕੀ ਸ਼ੀਟ ਦੇ ਬਾਕੀ ਭਾਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਹਿਲਾਂ ਤੋਂ ਹੋਰ ਵੱਧ ਹੋ ਜਾਵੇਗਾ ?

ਕੀ ਖੇਤਰਫਲ ਪਹਿਲਾਂ ਤੋਂ ਹੋਰ ਵੱਧ ਵਧੇਗਾ ਜਾਂ ਘੱਟ ਹੋਵੇਗਾ ?

ਅੰਤ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਇੱਥੋਂ ਕੀ ਨਤੀਜਾ ਕੱਢ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ?

ਇਸ ਤੋਂ ਇਹ ਸਪਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਪਰਿਮਾਪ ਦੇ ਵਧਾਏ ਜਾਣ 'ਤੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦਾ ਵਧਣਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 11.3

ਆਉ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੀਏ

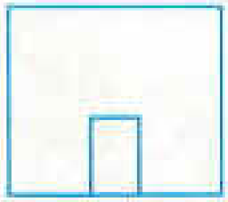
1. ਅਜਿਹੀਆਂ ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਅਤੇ ਕੱਟੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਅਕ੍ਰਿਤੀਆਂ 'ਤੇ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰੋ। ਤੁਸੀਂ ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਇਹਨਾਂ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਨੂੰ ਵਰਗਾਕਾਰ ਸ਼ੀਟਾਂ 'ਤੇ ਬਣਾ ਕੇ ਖੇਤਰਫਲ ਅਤੇ ਘੇਰਾ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਕਰ ਸਕੋਗੇ। ਤੁਸੀਂ ਹੁਣ ਦੇਖ ਚੁੱਕੇ ਹੋ ਕਿ ਘੇਰਾ ਵਧਾਉਣ ਦਾ ਅਰਥ ਇਹ ਨਹੀਂ ਕਿ ਉਸਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਵੀ ਵਧੇਗਾ।
2. ਦੋ ਅਜਿਹੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਦਿਓ, ਜਿੱਥੇ ਪਰਿਮਾਪ ਵਧਾਉਣ ਨਾਲ ਉਸਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਵੀ ਵਧੇ।
3. ਦੋ ਅਜਿਹੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਦਿਓ, ਜਿਥੇ ਪਰਿਮਾਪ ਵਧਾਉਣ ਨਾਲ ਉਸਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਨਾ ਵਧੇ।

ਉਦਾਹਰਣ 1: 10 ਮੀ. $\times$ 10 ਮੀ. ਮਾਪ ਵਾਲੀ ਕੰਧ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ 3 ਮੀ. $\times$ 2 ਮੀ. ਮਾਪ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਦਰਵਾਜੇ ਦੀ ਚੁਗਾਠ (ਫਰੇਮ) ਲਗਾਈ ਜਾਣੀ ਹੈ। ਜੇਕਰ 1 ਮੀ^{2} ਦੀਵਾਰ ਉੱਪਰ ਪੇਂਟ ਕਰਵਾਉਣ ਦੀ ਮਜ਼ਦੂਰੀ ₹ 2.50 ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਪੂਰੀ ਦੀਵਾਰ ਨੂੰ ਰੰਗ ਕਰਵਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚਾ ਪਤਾ ਕਰੋ ?

ਹੱਲ : ਦੀਵਾਰ ਨੂੰ ਰੰਗ, ਦਰਵਾਜੇ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ ਹੋਵੇਗਾ।

ਦਰਵਾਜੇ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = $l \times b$

= 3×2 ਮੀ². = 6 ਮੀ².



ਚਿੱਤਰ 11. 4

ਦਰਵਾਜੇ ਸਮੇਤ ਕੰਧ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਭੁਜਾ × ਭੁਜਾ = 10×10 ਮੀ². = 100 ਮੀ².

ਦਰਵਾਜੇ ਬਗੈਰ ਕੰਧ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = (100 − 6) ਮੀ². = 94 ਮੀ².

∴ ਕੰਧ ਨੂੰ ਰੰਗ ਕਰਵਾਉਣ ਦਾ ਕੁੱਲ ਖਰਚਾ = 94 × ₹2.50 = ₹ 235

ਉਦਾਹਰਣ 2 : ਇੱਕ ਆਇਤਕਾਰ ਸ਼ੀਟ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ 500 ਸਮ² ਹੈ। ਜੇ ਸ਼ੀਟ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 25 ਸਮ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਸਦੀ ਚੌੜਾਈ ਕੀ ਹੋਵੇਗੀ ? ਆਇਤਕਾਰ ਸ਼ੀਟ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਆਇਤਕਾਰ ਸ਼ੀਟ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = 500 ਸਮ²

ਲੰਬਾਈ(l) = 25 ਸਮ

ਆਇਤਕਾਰ ਸ਼ੀਟ ਖੇਤਰਫਲ = $l \times b$ (ਜਿੱਥੇ b = ਸ਼ੀਟ ਦੀ ਚੌੜਾਈ ਹੈ)

∴ ਚੌੜਾਈ b = $\dfrac{\text{ਖੇਤਰਫਲ}}{l} = \dfrac{500}{25}$ = 20 ਸਮ

ਸ਼ੀਟ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = $2 \times [l + b]$ = $2 \times [25 + 20]$ ਸਮ = 90 ਸਮ

ਇਸ ਲਈ, ਆਇਤਕਾਰ ਸ਼ੀਟ ਦੀ ਚੌੜਾਈ = 20 ਸਮ ਅਤੇ ਪਰਿਮਾਪ = 90 ਸਮ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 3 : ਅਨੂ ਆਪਣੇ ਘਰ ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਵਾਲੇ ਬਗੀਚੇ ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਪਾਸਿਆਂ ਤੋਂ ਵਾੜ ਲਗਾਉਣਾ ਚਾਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 20ਮੀ. ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 12 ਮੀ. ਹੈ। ₹ 150 ਪ੍ਰਤੀ ਮੀਟਰ ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਵਾੜ ਲਗਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚਾ ਪਤਾ ਕਰੋ। (ਚਿੱਤਰ 11.5)।

ਵਾੜ ਦੀ ਲੋੜ ਅਨੁਸਾਰ ਲੰਬਾਈ ਬਗੀਚੇ ਦਾ ਉਹ ਪਰਿਮਾਪ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਸ਼ਾਮਿਲ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਜੋ ਕਿ ਬਰਾਬਰ 20 ਮੀ. + 12 ਮੀ. + 12 ਮੀ. ਭਾਵ 44 ਮੀ. ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।

∴ ਵਾੜ ਲਗਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚਾ = ₹150 × 44

= ₹ 6600

ਚਿੱਤਰ 11.5

ਉਦਾਹਰਣ 4 : ਇੱਕ ਤਾਰ 10 ਸਮ ਭੁਜਾ ਵਾਲੇ ਵਰਗ ਦੇ ਆਕਾਰ ਦੀ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਤਾਰ ਨੂੰ ਮੋੜ ਕੇ 12 ਸਮ ਲੰਬਾਈ ਵਾਲੀ ਆਇਤ ਬਣਾਈ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਦੀ ਚੌੜਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ ? ਕਿਸ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਵੱਧ ਹੋਵੇਗਾ, ਵਰਗ ਦਾ ਜਾਂ ਆਇਤ ਦਾ ?

ਹੱਲ : ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ = 10 ਸਮ

ਤਾਰ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = 4 × ਭੁਜਾ = 4×10 ਸਮ = 40 ਸਮ

ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ l = 12 ਸਮ, b ਨੂੰ ਆਇਤ ਦੀ ਚੌੜਾਈ ਮੰਨ ਲਓ

ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = ਤਾਰ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = 40 ਸਮ

ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = 2 [l + b]

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ 40 = 2 [12 + b]

$$\text{ਜਾਂ} \quad \frac{40}{2} = 12 + b$$

$$b = 20 - 12 = 8 \text{ ਸਮ}$$

ਇਸ ਲਈ, ਆਇਤ ਦੀ ਚੌੜਾਈ 8 ਸਮ ਹੈ।

$$\text{ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} = (\text{ਭੁਜਾ})^2$$

$$= 10 \text{ ਸਮ} \times 10 \text{ ਸਮ} = 100 \text{ ਸਮ}^2$$

$$\text{ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} = l \times b$$

$$= 12 \text{ ਸਮ} \times 8 \text{ ਸਮ} = 96 \text{ ਸਮ}^2$$

ਇਸ ਲਈ, ਵਰਗ ਜਿਆਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਘੇਰਦਾ ਹੈ, ਜਦੋਂ ਕਿ ਇਸਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਆਇਤ ਦੇ ਪਰਿਮਾਪ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 5 : ਇੱਕ ਵਰਗ ਅਤੇ ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ 40 ਸਮ ਅਤੇ ਆਇਤ ਦੀ ਚੌੜਾਈ 25 ਸਮ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਆਇਤ ਦਾ ਘੇਰਾ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $\text{ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} = (\text{ਭੁਜਾ})^2$

$$= 40 \text{ ਸਮ} \times 40 \text{ ਸਮ} = 1600 \text{ ਸਮ}^2$$

ਇਹ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।

$$\text{ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} = \text{ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ}$$

$$\text{ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} = 1600 \text{ ਸਮ}^2$$

$$\text{ਆਇਤ ਦੀ ਚੌੜਾਈ} = 25 \text{ ਸਮ}$$

$$\text{ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} = l \times b$$

ਜਾਂ $1600 = l \times 25$

ਜਾਂ $\dfrac{1600}{25} = l$

ਜਾਂ $l = 64$ ਸਮ

ਇਸ ਲਈ, ਆਇਤ ਲੰਬਾਈ 64 ਸਮ ਹੈ।

$$\text{ਘੇਰਾ} = 2(l + b) = 2(64 + 25) \text{ ਸਮ}$$

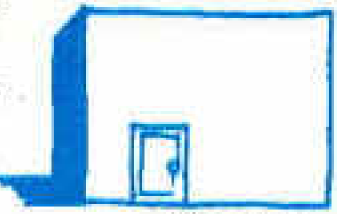
$$= 2 \times 89 \text{ ਸਮ} = 178 \text{ ਸਮ}$$

ਇਸ ਲਈ, ਆਇਤ ਦਾ ਘੇਰਾ 178 ਸਮ ਹੈ, ਜਦੋਂ ਕਿ ਇਸ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ, ਵਰਗ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।

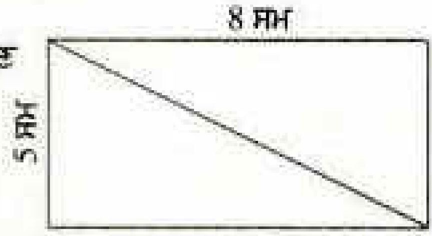
ਅਭਿਆਸ 11.1

1. ਇੱਕ ਆਇਤਕਾਰ (ਖੇਤ) ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਕ੍ਰਮਵਾਰ : 500 ਮੀ. ਅਤੇ 300 ਮੀ. ਹੈ। ਪਤਾ ਕਰੋ : (i) ਖੇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ (ii) ਖੇਤ ਜਾਂ ਜਮੀਨ ਦਾ ਮੁੱਲ , ਜੇਕਰ 1 ਮੀ^{2}. ਜਮੀਨ ਦਾ ਮੁੱਲ ₹10,000 ਰੁ. ਹੋਵੇ।
2. ਇੱਕ ਵਰਗਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦਾ ਪਰਿਮਾਪ 320 ਮੀ. ਹੈ।
3. ਇੱਕ ਜਮੀਨ ਦੇ ਆਇਤਕਾਰ ਪਲਾਟ ਦੀ ਚੌੜਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ, ਜੇਕਰ ਇਸਦਾ ਖੇਤਰਫਲ 440 ਮੀ^{2}. ਅਤੇ ਲੰਬਾਈ 20 ਮੀ. ਹੈ। ਇਸਦਾ ਘੇਰਾ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।

4. ਇੱਕ ਆਇਤਾਕਾਰ ਸ਼ੀਟ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ 100 ਸਮ ਹੈ। ਜੇ ਲੰਬਾਈ 35 ਸਮ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਚੌੜਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਖੇਤਰਫਲ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।
5. ਇੱਕ ਵਰਗਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਆਇਤਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਵਰਗਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੀ ਭੁਜਾ 60 ਮੀ. ਅਤੇ ਆਇਤਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 90 ਮੀ. ਤਾ ਆਇਤਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੀ ਚੌੜਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।
6. ਇੱਕ ਤਾਰ ਆਇਤ ਦੇ ਆਕਾਰ ਦੀ ਹੈ। ਇਸਦੀ ਲੰਬਾਈ 40 ਸਮ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 22 ਸਮ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਇਸੀ ਤਾਰ ਨੂੰ ਵਰਗ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਮੋੜਿਆ ਜਾਵੇ, ਤਾਂ ਇਸ ਵਰਗ ਦੀ ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ ਦਾ ਮਾਪ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ। ਇਹ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿਸ ਆਕਾਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਵੱਧ ਹੋਵੇਗਾ?
7. ਇੱਕ ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ 130 ਸਮ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਆਇਤ ਦੀ ਚੌੜਾਈ 30 ਸਮ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।
8. 2 ਮੀ. ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ 1 ਮੀ. ਚੌੜਾਈ ਵਾਲਾ ਇੱਕ ਦਰਵਾਜਾ ਕੰਧ ਵਿੱਚ ਲਗਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਦੀਵਾਰ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 4.5 ਮੀ. ਚੌੜਾਈ 3.6 ਮੀ. ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 11.6)। ₹ 20 ਪ੍ਰਤੀ 1 m^2 ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਦੀਵਾਰ 'ਤੇ ਸਫੇਦੀ (white wash) ਕਰਵਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।


ਚਿੱਤਰ 11.6

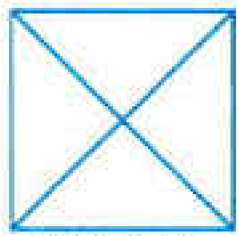
11.2.1 ਆਇਤ ਦੇ ਭਾਗ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਤ੍ਰਿਭੁਜ (Trinangles)



ਚਿੱਤਰ11.7

8 ਸਮ ਅਤੇ 5 ਸਮ ਭੁਜਾ ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਆਇਤ ਲਓ। ਆਇਤ ਦੇ ਵਿਕਰਣ ਅਨੁਸਾਰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੱਟੋ ਤਾਂ ਕਿ ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਣ (ਚਿੱਤਰ 11.7)।
ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਉੱਪਰ ਦੂਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਰੱਖੋ।
ਕੀ ਦੋਨੋਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਇੱਕੋ ਆਕਾਰ ਦੀਆਂ ਹਨ?
ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਦੋਵੇਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਵੀ ਸਮਾਨ ਹਨ?
ਕੀ ਇਹ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਵੀ ਹਨ?
ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਕਿੰਨਾ ਹੈ?
ਤੁਸੀਂ ਦੇਖੋਗੇ ਕਿ ਦੋਵੇਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲਾਂ ਦਾ ਜੋੜਫਲ, ਆਇਤ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।

$$\text{ਹਰੇਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} = \frac{1}{2}(\text{(ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ)})$$
$$= \frac{1}{2}\times(l\times b) = \frac{1}{2}(8\times 5)$$
$$= \frac{40}{2} = 20 \text{ ਸਮ}^2$$

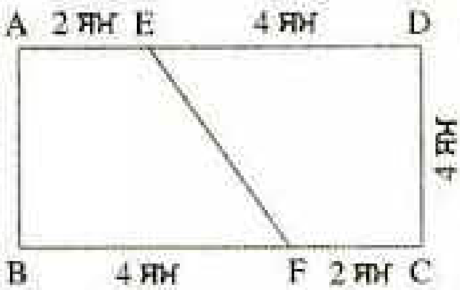

ਚਿੱਤਰ 11.8

ਹੁਣ ਇੱਕ 5 ਸਮ ਵਾਲਾ ਵਰਗ ਲਓ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ 4 ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਵਿੱਚ ਚਿੱਤਰ (11.8) ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਵੰਡੋ।
ਕੀ ਚਾਰੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਸਮਾਨ ਹਨ? ਕੀ ਉਹ ਸਾਰੀਆਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਵੀ ਹਨ? (ਜਾਂਚ ਕਰਨ ਲਈ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਦੇ ਉੱਪਰ ਰੱਖਕੇ ਵੇਖੋ)
ਹਰੇਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਕੀ ਹੈ?

$$\text{ਹਰੇਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} = \frac{1}{4}[\text{ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ}]$$
$$= \frac{1}{4}[\text{ਭੁਜਾ}]^2 = \frac{1}{4}(5)^2 \text{ ਸਮ}^2 = 6.25 \text{ ਸਮ}^2$$

11.2.2 ਆਇਤਾਂ ਦੇ ਹੋਰ ਸਰਬੰਗਸਮ ਭਾਗਾਂ ਲਈ ਵਿਆਪੀਕਰਨ

ਇੱਕ ਆਇਤ ਜਿਸਦੀ ਲੰਬਾਈ 6 ਸਮ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 4 ਸਮ ਹੈ, ਨੂੰ ਦੋ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 11.9)। ਆਇਤ ਨੂੰ ਦੂਸਰੇ ਕਾਗਜ਼ 'ਤੇ ਛਾਪ (Trace) ਲਓ, ਅਤੇ ਆਇਤ ਨੂੰ EF ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਅਨੁਸਾਰ ਦੋ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਕੱਟੋ।



ਚਿੱਤਰ 11.9

ਇੱਕ ਭਾਗ ਨੂੰ ਦੂਸਰੇ 'ਤੇ ਰੱਖ ਕੇ ਦੇਖੋ ਕਿ ਕੀ ਇਹ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਢੱਕਦੇ ਹਨ। (ਤੁਸੀਂ ਘੁਮਾ ਕਰ ਕੇ ਚੈੱਕ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ)

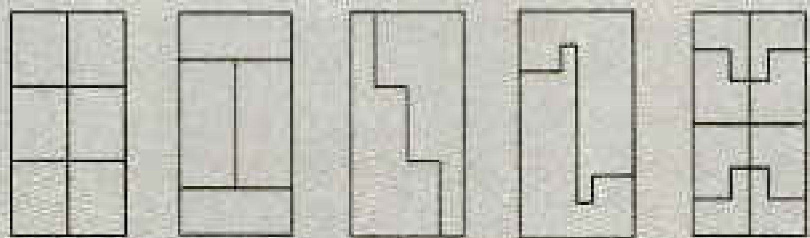
ਕੀ ਇਹ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ ? ਕੀ ਇਹ ਦੋਵੇਂ ਭਾਗ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਵੀ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇੱਕ ਭਾਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਦੂਸਰੇ ਭਾਗ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ?

ਹਰੇਕ ਸਰਬੰਗਸਮ ਭਾਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ $= \frac{1}{2}$ (ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ)

$= \frac{1}{2} \times (6 \times 4)$ ਸਮ^2 = 12 ਸਮ^2

ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕਰੋ

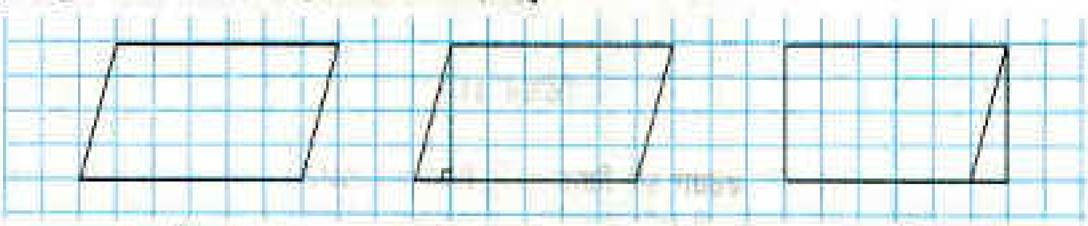
ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਹਰੇਕ ਆਇਤ ਜਿੰਨਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 6 ਸਮ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 4 ਸਮ ਹੈ, ਸਰਬੰਗਸਮ ਬਹੁਭੁਜਾਂ ਤੋਂ ਮਿਲ ਕੇ ਬਣੀ ਹੈ। ਹਰੇਕ ਬਹੁਭੁਜ (Polygon) ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ



11.3 ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ

ਸਾਨੂੰ ਵਰਗ ਅਤੇ ਆਇਤ ਦੇ ਇਲਾਵਾ ਹੋਰ ਬਹੁਤ ਦੂਜੇ ਆਕਾਰ ਵੀ ਦੇਖਣ ਨੂੰ ਮਿਲਦੇ ਹਨ।
ਤੁਸੀਂ ਉਸ ਖੇਤਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਕਿਵੇਂ ਪਤਾ ਕਰੋਗੇ ਜਿਸਦਾ ਆਕਾਰ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਵਰਗਾ ਹੋਵੇ।
ਆਓ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਲੱਭਣ ਲਈ ਤਰੀਕਾ ਲੱਭੀਏ।
ਕੀ ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਖੇਤਰਫਲ ਵਾਲੇ ਆਇਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ?

ਦਿਖਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਗਰਾਫ਼ ਪੇਪਰ ਉੱਪਰ ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਬਣਾਓ [ਚਿੱਤਰ [11.10(i)]। ਹੁਣ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਕੱਟੋ। ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਇੱਕ ਸਿਖਰ ਤੋਂ ਇਸਦੀ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾ 'ਤੇ ਲੰਬ ਖਿੱਚੋ [ਚਿੱਤਰ 11.10 11.10(ii)]। ਇਸ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨੂੰ ਕੱਟ ਲਓ। ਇਸ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨੂੰ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀ ਦੂਸਰੀ ਭੁਜਾ ਦੇ ਨਾਲ ਲਗਾਓ [ਚਿੱਤਰ 11.10(iii)]।



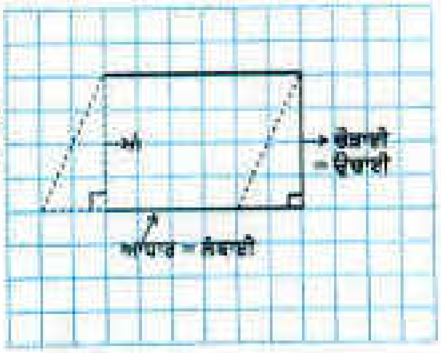
(i) (ii) ਚਿੱਤਰ 11.10 (iii)

ਇਹ ਆਕਾਰ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ? ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਆਇਤ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹੋ। ਕੀ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਬਣਾਏ ਗਏ ਆਇਤ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ?

'ਹਾਂ', ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਬਣੀ ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ

ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਕਿੰਨੀ ਹੈ?

ਅਸੀਂ ਦੇਖਿਆ ਕਿ, ਬਣਾਈ ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਇਸਦੇ ਦੇ ਆਧਾਰ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ ਆਇਤ ਦੀ ਚੌੜਾਈ, ਇਸਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਉਚਾਈ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 11.11)।



ਚਿੱਤਰ 11.11

ਹੁਣ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ

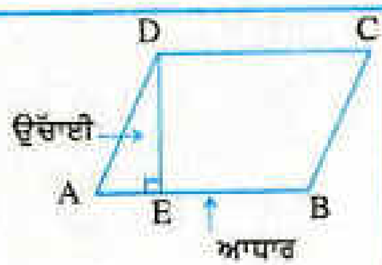
= ਲੰਬਾਈ × ਚੌੜਾਈ = $l \times b$

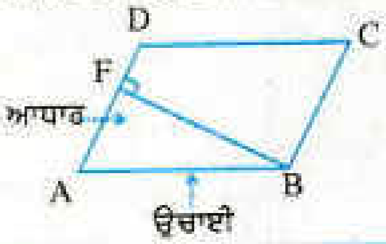
ਪ੍ਰੰਤੂ ਲੰਬਾਈ l ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ b

ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਅਧਾਰ b ਅਤੇ ਉਚਾਈ h ਹੈ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਆਧਾਰ × ਉਚਾਈ = $b \times h$

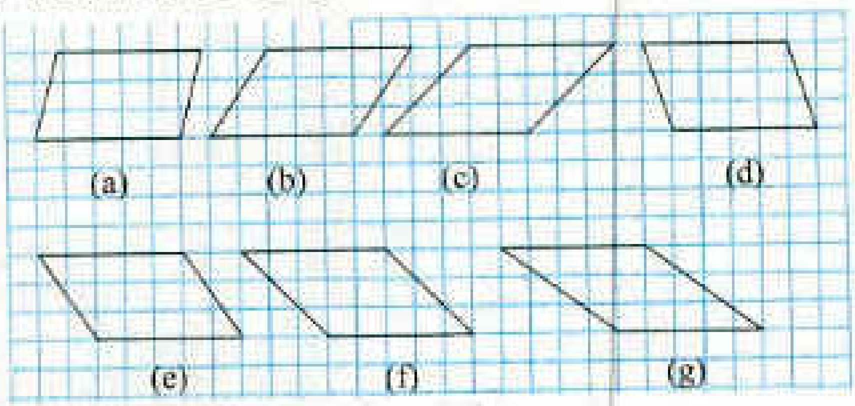
ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਕਿਸੀ ਵੀ ਭੁਜਾ ਨੂੰ ਆਧਾਰ ਲੈ ਸਕਦੇ ਹੈ। ਉਸ ਭੁਜਾ 'ਤੇ ਸੁੱਟਿਆ ਲੰਬ, ਸਾਹਮਣੇ ਸਿਖਰ ਤੋਂ ਲਿਆ ਹੋਵੇ, ਇਹ ਉਚਾਈ (altitude) ਕਹਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਵਿੱਚ DE, AB 'ਤੇ ਲੰਬ ਹੈ। ਇੱਕ AB ਆਧਾਰ ਅਤੇ DE ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀ ਉਚਾਈ ਹੈ।





ਇੱਕ ਹੋਰ ਸਥਿਤੀ, ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਵਿੱਚ, BF ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾ AD 'ਤੇ ਸੁੱਟਿਆ ਲੰਬ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਆਧਾਰ AD ਅਤੇ BF ਉਚਾਈ ਹੈ।

ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਬਾਰੇ ਸੋਚੋ (ਚਿੱਤਰ 11.12)।



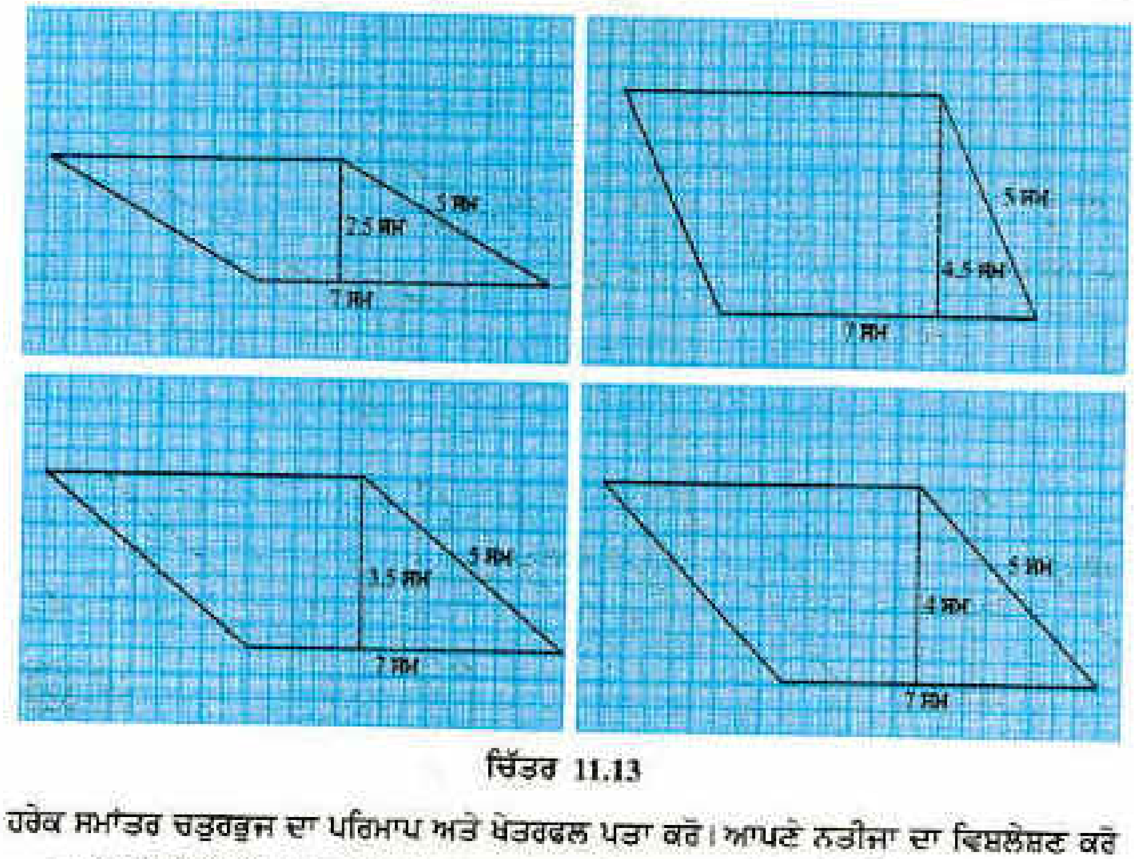
ਚਿੱਤਰ 11.12

ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੁਆਰਾ ਘੇਰੇ ਗਏ ਵਰਗਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨੂੰ ਗਿਣ ਕੇ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਲਗਾਓ ਅਤੇ ਭੁਜਾਵਾਂ ਨੂੰ ਮਾਪ ਕੇ ਪਰਿਮਾਪ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਸਾਰਣੀ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰੋ :

ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ	ਆਧਾਰ	ਉੱਚਾਈ	ਖੇਤਰਫਲ	ਪਰਿਮਾਪ
(a)	5 ਇਕਾਈ	3 ਇਕਾਈ	$5 \times 3 = 15$ ਵਰਗ ਇਕਾਈ	
(b)				
(c)				
(d)				
(e)				
(f)				
(g)				

ਤੁਸੀਂ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਤਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਪ੍ਰੰਤੂ ਘੇਰਾ ਵੱਖ ਵੱਖ ਹੈ। ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜਾਂ ਨੂੰ ਦੇਖੋ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ 7 ਸਮ ਅਤੇ 5 ਸਮ ਹਨ (ਚਿੱਤਰ 11.13)।



ਚਿੱਤਰ 11.13

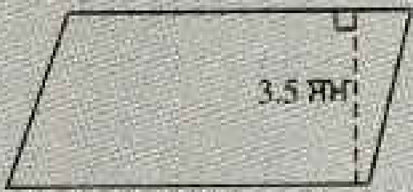
ਹਰੇਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਅਤੇ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਆਪਣੇ ਨਤੀਜਾ ਦਾ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਕਰੋ

ਤੁਸੀਂ ਦੇਖੋਗੇ ਕਿ ਇਨ੍ਹਾਂ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜਾਂ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਤਾਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹੈ ਪ੍ਰੰਤੂ ਪਰਿਮਾਪ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਹਨ। ਇਸ ਤੋਂ ਸਿੱਧ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਲੱਭਣ ਲਈ, ਤੁਹਾਨੂੰ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਆਧਾਰ ਅਤੇ ਸੰਗਤ ਉੱਚਾਈ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੀ ਹੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੈ।

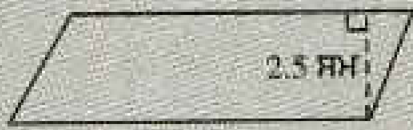
ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕਰੋ

ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਲਗਾਓ।

(i)

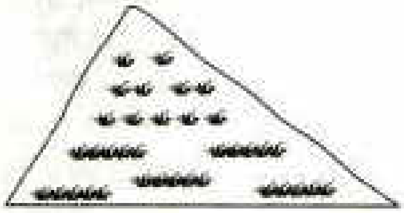


(ii)



(iii) ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਵਿੱਚ AB = 7.2 ਸਮ ਅਤੇ C ਤੋਂ AB 'ਤੇ ਲੰਬ 4.5 ਸਮ ਹੈ।

11.4 ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ



ਇੱਕ ਮਾਲੀ ਪੂਰੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਵਿੱਚ ਘਾਹ ਲਗਾਉਣਾ ਦਾ ਖਰਚ ਜਾਣਨਾ ਚਾਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਕਾਰ ਭਾਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਲੱਭਣ ਦੀ ਜਰੂਰਤ ਹੈ।

ਆਓ, ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਲੱਭਣ ਦਾ ਤਰੀਕਾ ਲੱਭੀਏ।

ਕਾਗਜ਼ ਦੇ ਇੱਕ ਟੁੱਕੜੇ 'ਤੇ ਬਿਖਮ ਭੁਜੀ ਤਿਕੋਣ ਬਣਾਓ। ਇਸ ਨੂੰ ਕੱਟੋ। ਇਸ ਨੂੰ ਦੂਜੇ ਕਾਗਜ਼ ਦੇ ਟੁੱਕੜੇ 'ਤੇ ਟਿਕਾਓ ਅਤੇ ਇੱਕ ਹੋਰ ਦੂਜੀ ਸਮਾਨ ਆਕਾਰ ਦੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਕੱਟੋ।

ਇਸ ਲਈ ਹੁਣ ਤੁਹਾਡੇ ਪਾਸ ਦੋ ਸਮਾਨ ਆਕਾਰ ਦੀਆਂ ਦੋ ਬਿਖਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਹਨ। ਕੀ ਇਹ ਦੋਵੇਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ ?

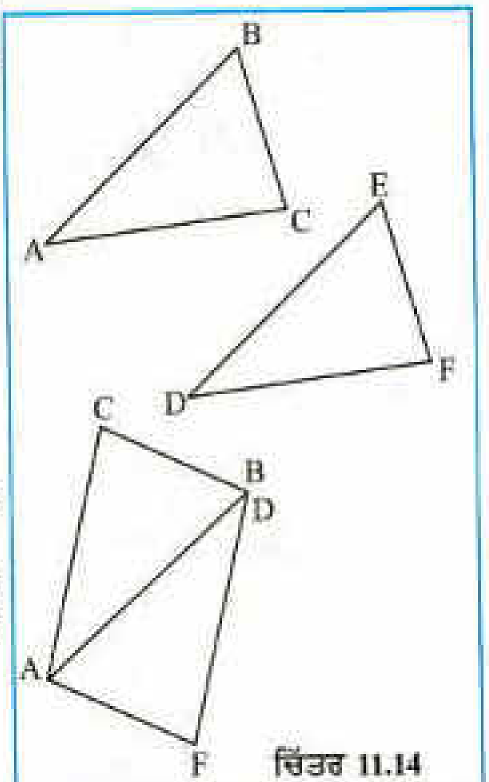
ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨੂੰ ਦੂਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ 'ਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਰੱਖੋ ਕਿ ਇਹ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਪੂਰੀ-ਪੂਰੀ ਢੱਕ ਲੈਣ। ਤੁਸੀਂ ਦੋਨਾਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਨੂੰ ਘੁਮਾ (Rotate) ਵੀ ਸਕਦੇ ਹੋ।

ਹੁਣ ਦੋਨੋਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਰੱਖੋ ਕਿ ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਸੰਗਤ ਭੁਜਾਵਾਂ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਮਿਲ ਜਾਣ। ਜਿਵੇਂ ਚਿੱਤਰ 11.14 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਕੀ ਇਹ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਬਣੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ ? ਹਰੇਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਨਾਲ ਕਰੋ।

ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਆਧਾਰ ਅਤੇ ਉਚਾਈ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਆਧਾਰ ਅਤੇ ਉਚਾਈ ਨਾਲ ਕਰੋ।

ਤੁਸੀਂ ਦੇਖੋਗੇ ਕਿ ਦੋਨੋਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲਾਂ ਦਾ ਜੋੜਫਲ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਆਧਾਰ ਅਤੇ ਉਚਾਈ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਆਧਾਰ ਅਤੇ ਉੱਚਾਈ ਦੇ ਸਮਾਨ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 11.14

ਹਰੇਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ $= \frac{1}{2}$[ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ]

$= \frac{1}{2}$(ਆਧਾਰ × ਉੱਚਾਈ)

(ਕਿਉਂਕਿ, ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਆਧਾਰ × ਉੱਚਾਈ)

$= \frac{1}{2}(b \times h)$ (ਜਾਂ $\frac{1}{2}bh$, ਸੰਖੇਪ ਵਿੱਚ)

ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕਰੋ

1. ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੀ ਕਿਰਿਆ ਨੂੰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਲੈ ਕੇ ਦੁਹਰਾਓ।
2. ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਲਓ। ਹਰੇਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਨੂੰ ਵਿਕਰਨਾਂ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਕੱਟੋ। ਕੀ ਇਹ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ?

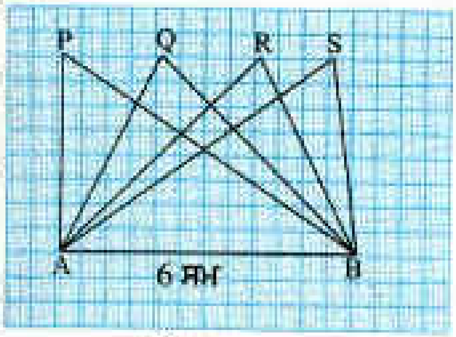
ਆਕ੍ਰਿਤੀ (11.15) ਵਿੱਚ ਸਾਰੀਆਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ, ਆਧਾਰ AB = 6 ਸਮ ਉੱਪਰ ਸਥਿੱਤ ਹਨ।

ਆਧਾਰ AB ਉੱਪਰ ਹਰੇਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਸੰਗਤ ਉਚਾਈ ਦੇ ਬਾਰੇ ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹੋ?

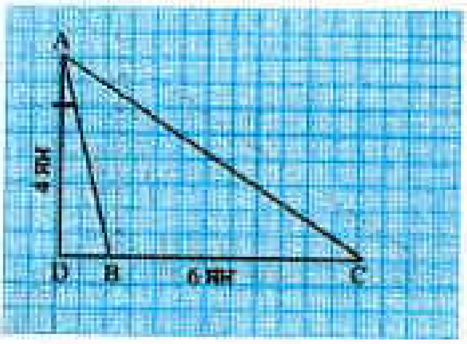
ਕੀ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਾਰੀਆਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਬਰਾਬਰ ਹਨ? ਹਾਂ

ਕੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਵੀ ਹਨ? ਨਹੀਂ।

ਅਸੀਂ ਇਹ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਾਰੀਆਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਪ੍ਰੰਤੂ ਇਹ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਕਿ ਬਰਾਬਰ ਖੇਤਰਫਲ ਵਾਲੀਆਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਸਰਬੰਗਸਮ ਵੀ ਹੋਣ।



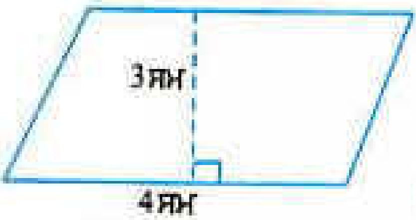
ਚਿੱਤਰ 11 .15



ਚਿੱਤਰ 11 .16

6 ਸਮ ਆਧਾਰ ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਅਧਿਕ ਕੋਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC (ਚਿੱਤਰ 11.16) 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸਦੀ ਉੱਚਾਈ AD, ਸਿਖਰ A ਤੋਂ DC 'ਤੇ ਲੰਬ ਹੈ। ਜੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਤੋਂ ਬਾਹਰ ਸਥਿੱਤ ਹੈ ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਤ੍ਰਿਕੋਣ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ।?

ਉਦਾਹਰਣ 6: ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਅਤੇ ਸੰਗਤ ਉੱਚਾਈ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 4 ਸਮ ਅਤੇ 3 ਸਮ ਹੈ। ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ (ਚਿੱਤਰ 11.17)।



ਚਿੱਤਰ 11.17

ਹੱਲ : ਆਧਾਰ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ (b) = 4 ਸਮ, ਉੱਚਾਈ (h) = 3 ਸਮ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ$=b \times h$ = 4 ਸਮ × 3 ਸਮ = 12 ਸਮ^2

ਉਦਾਹਰਣ 7 : ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ (ਚਿੱਤਰ 11.18) ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ 24ਸਮ^2 ਅਤੇ ਆਧਾਰ 4 ਸਮ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਚਾਈ 'x' ਪਤਾ ਕਰੋ।

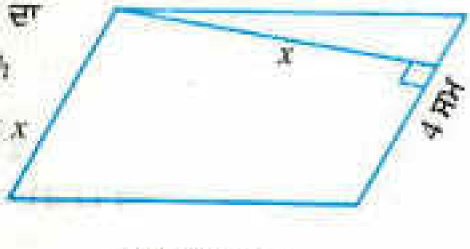
ਹੱਲ :

ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ $= b \times h$

ਇਸ ਲਈ $24 = 4 \times x$

ਜਾਂ $\dfrac{24}{4} = x$

ਜਾਂ $x = 6$ ਸਮ



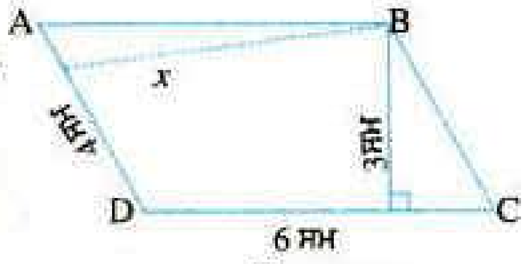
ਚਿੱਤਰ 11.18

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀ ਉੱਚਾਈ 6 ਸਮ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 8 : ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ 6 ਸਮ ਅਤੇ 4 ਸਮ ਹਨ। ਅਧਾਰ CD ਦੀ ਸੰਗਤ ਉਚਾਈ 3 ਸਮ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 11.19)। ਪਤਾ ਕਰੋ :

(i) ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ (ii) ਅਧਾਰ AD ਦੀ ਸੰਗਤ ਉੱਚਾਈ

ਹੱਲ :



ਚਿੱਤਰ 11.19

(i) ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਖੇਤਰਫਲ = $b \times h$

= 6 ਸਮ × 3 ਸਮ = 18 ਸਮ²

(ii) ਅਧਾਰ (b) = 4 ਸਮ

ਉਚਾਈ = x (ਮੰਨ ਲਓ)

ਖੇਤਰਫਲ = 18 ਸਮ²

ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = $b \times x$

$18 = 4 \times x$

$\frac{18}{4} = x$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $x = 4.5$ ਸਮ

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਆਧਾਰ AD ਦੀ ਸੰਗਤ ਉੱਚਾਈ 4.5 ਸਮ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 9 : ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਚਿੱਤਰ11.20) :

ਚਿੱਤਰ 11.20

ਹੱਲ :

(i) (i) ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = $\frac{1}{2}bh = \frac{1}{2} \times QR \times PS$

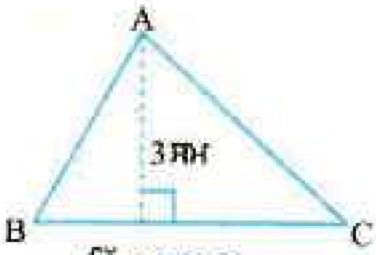
$= \frac{1}{2} \times 4$ ਸਮ × 2 ਸਮ = 4 ਸਮ²

(ii) ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = $\frac{1}{2}bh = \frac{1}{2} \times MN \times LO$

$= \frac{1}{2} \times 3$ ਸਮ × 2 ਸਮ = 3 ਸਮ²

ਉਦਾਹਰਣ 10 : BC ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ 36 ਸਮ ਅਤੇ ਉਚਾਈ AD 3 ਸਮ ਹੋਵੇ।(ਚਿੱਤਰ 11.21):

ਹੱਲ: ਉੱਚਾਈ $= 3$ ਸਮ, ਖੇਤਰਫਲ $= 36$ ਸਮ^2



ਚਿੱਤਰ 11.21

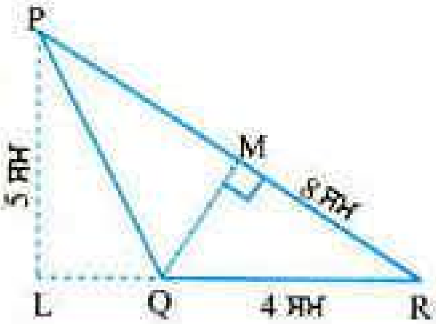
ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ $= \frac{1}{2} bh$

$$36 = \frac{1}{2} \times b \times 3$$

$$b = \frac{36 \times 2}{3} = 24 \text{ ਸਮ}$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ BC $=24$

ਉਦਾਹਰਣ 11 : ΔPQR ਵਿੱਚ PR $= 8$ ਸਮ QR $= 4$ ਸਮ PL $= 5$ ਸਮ (ਚਿੱਤਰ 11.22)।



ਚਿੱਤਰ 11.22

(i) ΔPQR ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ (ii) QM

ਹੱਲ :

(i) ਆਧਾਰ $= 4$

ਉੱਚਾਈ $= 5$

ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ $= \frac{1}{2} bh$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \text{ ਸਮ} \times 5 \text{ ਸਮ} = 10 \text{ਸਮ}^2$$

(ii) ਆਧਾਰ $= 8$ ਸਮ, ਉਚਾਈ $= ?$, ਖੇਤਰਫਲ $= 10$ ਸਮ^2

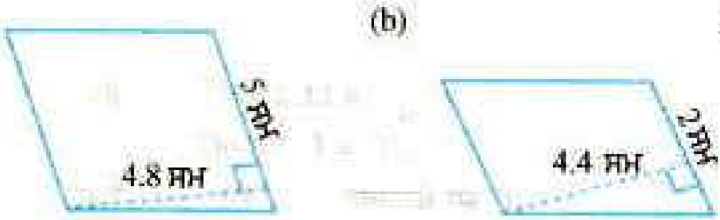
ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ $= \frac{1}{2} \times b \times h$ ਭਾਵ $10 = \frac{1}{2} \times 8 \times h$

$h = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2.5$ ਇਸ ਲਈ, QM $= 2.5$ ਸਮ

ਅਭਿਆਸ 11.2

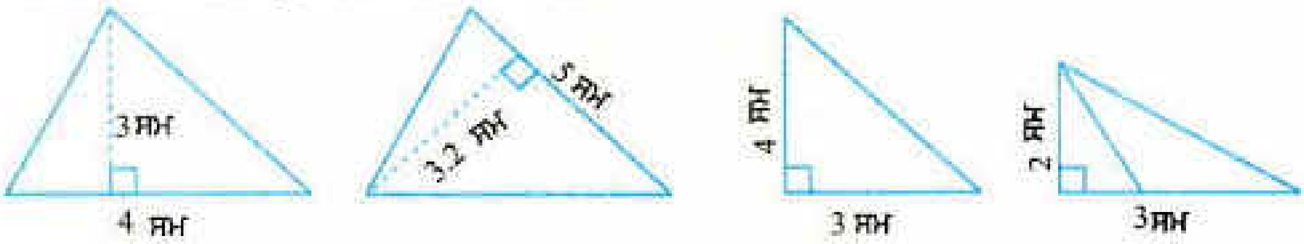
1. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਹਰੇਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ : :

(a) (b) (c)



(d) (e)

2. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀ ਹਰੇਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ:



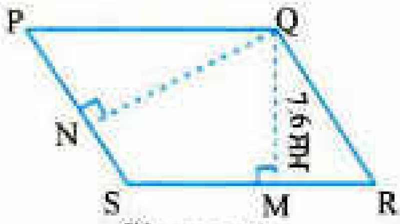
(a) (b) (c) (d)

3. ਖਾਲੀ ਥਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ (value) ਪਤਾ ਕਰੋ

ਲੜੀ ਨੰ.	ਆਧਾਰ	ਉੱਚਾਈ	ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ
a.	20 ਸਮ		246 ਸਮ^2
b.		15 ਸਮ	154.5 ਸਮ^2
c.		8.4 ਸਮ	48.72 ਸਮ^2
d.	15.6 ਸਮ		16.38 ਸਮ^2

4. ਖਾਲੀ ਥਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ :

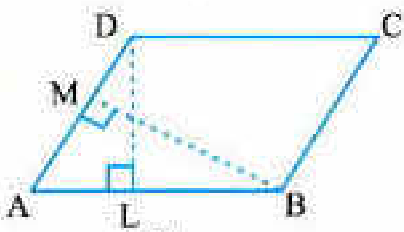
ਆਧਾਰ	ਉੱਚਾਈ	ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ
15 ਸਮ	_____	87 ਸਮ^2
_____	31.4 ਸਮ	1256 ਸਮ^2
22 ਸਮ	_____	170.5 ਸਮ^2



ਚਿੱਤਰ 11.23

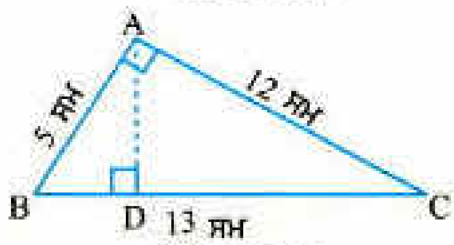
5. PQRS ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 11.23)। QM ਸਿਖਰ Q ਤੋਂ ਭੁਜਾ SR ਤੱਕ ਦੀ ਉਚਾਈ ਅਤੇ QN ਸਿਖਰ Q ਤੋਂ PS ਤੱਕ ਦੀ ਉਚਾਈ ਹੈ। ਜੇਕਰ SR = 12 ਸਮ ਅਤੇ QM = 7.6 ਸਮ ਤਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ :

(a) ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ PQRS ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ (b)QN, ਜੇਕਰ PS = 8 ਸਮ



ਚਿੱਤਰ 11.24

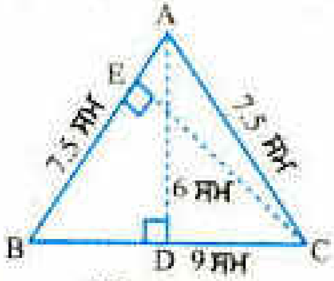
6. DL ਅਤੇ BM ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਦੀ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ AB ਅਤੇ AD 'ਤੇ ਲੰਬ ਹਨ (ਚਿੱਤਰ 11.24)। ਜੇਕਰ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ 1470 ਸਮ^2 ਹੈ, AB = 35 ਸਮ ਅਤੇ AD = 49 ਸਮ ਹੈ ਤਾਂ BM ਅਤੇ DL ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।



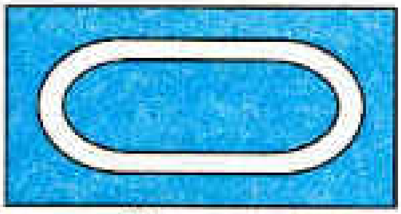
ਚਿੱਤਰ 11.25

7. ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC, A 'ਤੇ ਸਮਕੋਣ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 11.25) ਅਤੇ AD ਭੁਜਾ BC 'ਤੇ ਲੰਬ ਹੈ। ਜੇਕਰ AB = 5 ਸਮ, BC = 13 ਸਮ ਅਤੇ AC = 12 ਸਮ ਹੈ ਤਾਂ ΔABC ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। AD ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।

8. ΔABC ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ $AB = AC = 7.5$ ਸਮ ਅਤੇ $BC = 9$ ਸਮ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 11.26)। A ਤੋਂ BC ਤੱਕ ਦੀ ਉਚਾਈ AD,6 ਸਮ ਹੈ। ΔABC ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। C ਤੋਂ AB ਤੱਕ ਦੀ ਉਚਾਈ, ਭਾਵ CE ਕੀ ਹੋਵੇਗੀ ?



ਚਿੱਤਰ 11.26

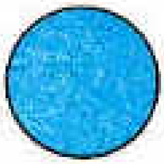

ਚਿੱਤਰ 11.27

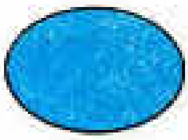
11.5 ਚੱਕਰ

ਇੱਕ ਦੌੜ ਟਰੈਕ ਆਪਣੇ ਦੋਵੇਂ ਕਿਨਾਰਿਆਂ 'ਤੇ ਅਰਧ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 11.27)।
ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਅਥਲੀਟ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ, ਜੇਕਰ ਦੌੜਾਕ ਇਸ ਦੌੜ ਪੱਥ ਦੇ ਦੋ ਪੂਰੇ ਚੱਕਰ ਲਗਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਆਕਾਰ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਸਦੇ ਚਾਰੇ ਪਾਸੇ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਦੀ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਵਿਧੀ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

11.5.1ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ

ਤਾਨੀਆਂ ਇੱਕ ਗੱਤੇ ਵਿੱਚੋਂ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਦੇ ਕਾਰਡ ਕੱਟਦੀ ਹੈ। ਉਹ ਇਨ੍ਹਾਂ ਕਾਰਡਾਂ ਦੇ ਆਲੇ ਦੁਆਲੇ ਹਾਸ਼ੀਆ/ਲੈਸ ਸਜਾਉਣ ਲਈ ਲਗਾਉਣਾ ਚਾਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਹਰੇਕ ਦੇ ਲਈ ਕਿੰਨੀ ਲੰਬੀ ਲੈਸ (Lace) ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੋਵੇਗੀ ? (ਚਿੱਤਰ 11.28) ?


(a)


(b)

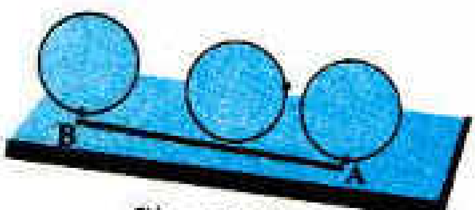

(c)

ਚਿੱਤਰ 11.28


ਚਿੱਤਰ 11.29

ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਫੁੱਟੇ ਦੀ ਮਦਦ ਨਾਲ ਵਕਰ ਨੂੰ ਨਹੀਂ ਮਾਪ ਸਕਦੇ ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਚਿੱਤਰ ਸਿੱਧੇ ਨਹੀਂ ਹਨ। ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਕਰੋਗੇ ?

ਚਿੱਤਰ 11.28 (a) ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਆਕਾਰ ਦੀ ਲੋੜ ਅਨੁਸਾਰ ਲੈਸ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਲਗਾਉਣ ਦੇ ਲਈ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇੱਕ ਤਰੀਕਾ ਦੱਸਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਕਾਰਡ ਦੇ ਇੱਕ ਕਿਨਾਰੇ ਉੱਪਰ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਦਰਜ ਕਰੋ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ ਇੱਕ ਮੇਜ 'ਤੇ ਰੱਖੋ। ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਨੂੰ ਮੇਜ 'ਤੇ ਵੀ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ (ਚਿੱਤਰ 11.29)।



ਚਿੱਤਰ 11.30

ਹੁਣ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਕਾਰਡ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਿੱਧੀ ਰੇਖਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਮੇਜ ਉੱਪਰ ਉਨੀ ਦੇਰ ਤੱਕ ਘੁਮਾਓ ਜਦੋਂ ਤੱਕ ਅੰਕਿਤ ਬਿੰਦੂ ਮੇਜ ਨੂੰ ਦੁਬਾਰਾ ਸਪਰਸ਼ ਨਾ ਕਰ ਜਾਵੇ। ਇਸ ਦੂਰੀ ਨੂੰ ਰੇਖਾ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਮਾਪ ਲਓ। ਇਹੀ ਲੈਸ ਜਾਂ ਕਿਨਾਰੀ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਹੈ। ਇਸ ਕਾਰਡ 'ਤੇ ਅੰਕਿਤ ਕੀਤੇ ਗਏ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਕਾਰਡ ਦੇ ਕਿਨਾਰੇ-ਕਿਨਾਰੇ ਵਾਪਸ ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਤੱਕ ਦੀ ਦੂਰੀ ਹੈ।

ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਧਾਗੇ ਨੂੰ ਇੱਕ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਵਸਤੂ ਦੇ ਚਾਰੇ ਪਾਸੇ ਕਿਨਾਰੇ-ਕਿਨਾਰੇ ਰੱਖ ਕੇ ਵੀ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ।

ਇੱਕ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਖੇਤਰ ਦੀ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ ਹੀ ਇਸਦਾ ਘੇਰਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕਰੋ

ਇੱਕ ਬੋਤਲ ਦਾ ਢੱਕਣ, ਇੱਕ ਵੰਗ ਜਾਂ ਕੋਈ ਹੋਰ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਵਸਤੂ ਲੈ ਕੇ ਇਸਦਾ ਘੇਰਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੁਣ ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਵਿਧੀ ਤੋਂ ਇੱਕ ਅਥਲੀਟ ਦੁਆਰਾ ਟਰੈਕ 'ਤੇ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਲਗਾ ਸਕਦੇ ਹੋ?

ਹੁਣ ਵੀ, ਪੱਥ ਦੇ ਚਾਰੇ ਪਾਸੇ ਦੀ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਜਾਂ ਕਿਸੀ ਦੂਜੀ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਵਸਤੂ ਨੂੰ ਧਾਗੇ ਨਾਲ ਮਾਪਣਾ ਬਹੁਤ ਹੀ ਮੁਸ਼ਕਿਲ ਹੋਵੇਗਾ। ਹੋ ਸਕਦਾ ਮਿਣਤੀ ਵੀ ਸਹੀ ਨਾ ਹੋ ਸਕੇ।

ਇਸ ਲਈ, ਸਾਨੂੰ ਕਿਸੇ ਸੂਤਰ (Formula) ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਅਸੀਂ ਤਲ ਦੀਆਂ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਜਾਂ ਹੋਰ ਆਕਾਰਾਂ ਦੇ ਲਈ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਆਓ ਅਸੀਂ ਦੇਖੀਏ ਕੀ ਚੱਕਰਾਂ ਦੇ ਵਿਆਸ ਅਤੇ ਘੇਰੇ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਕੋਈ ਸਬੰਧ ਹੈ?

ਹੇਠ ਦਿੱਤੀ ਸਾਰਣੀ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ। ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੇ 6 ਚੱਕਰ ਵਾਹੋ ਅਤੇ ਧਾਗੇ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਘੇਰਾ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਘੇਰੇ ਅਤੇ ਵਿਆਸ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਚੱਕਰ	ਅਰਧ ਵਿਆਸ	ਵਿਆਸ	ਘੇਰਾ	ਘੇਰੇ ਅਤੇ ਵਿਆਸ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ
1.	3.5 ਸਮ	7.0 ਸਮ	22.0 ਸਮ	$\frac{22}{7} = 3.14$
2.	7.0 ਸਮ	14.0 ਸਮ	44.0 ਸਮ	$\frac{44}{14} = 3.14$
3.	10.5 ਸਮ	21.0 ਸਮ	66.0 ਸਮ	$\frac{66}{21} = 3.14$
4.	21.0 ਸਮ	42.0 ਸਮ	132.0 ਸਮ	$\frac{132}{42} = 3.14$
5.	5.0 ਸਮ	10.0 ਸਮ	32.0 ਸਮ	$\frac{32}{10} = 3.2$
6.	15.0 ਸਮ	30.0 ਸਮ	94.0 ਸਮ	$\frac{94}{30} = 3.13$

ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੀ ਸਾਰਣੀ ਤੋਂ ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢਦੇ ਹੋ? ਕੀ ਇਹ ਅਨੁਪਾਤ ਲੱਗਭੱਗ ਬਰਾਬਰ ਹੈ? ਹਾਂ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ ਇਸ ਦੇ ਵਿਆਸ ਦਾ ਤਿੰਨ ਗੁਣਾ ਹੈ? ਹਾਂ।

ਇਹ ਅਨੁਪਾਤ ਸਥਿਰ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ 'π' (*pi*) ਨਾਲ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਦਾ ਲਗਭਗ ਮੁੱਲ $\frac{22}{7}$ ਜਾਂ 3.14 ਹੈ।

ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ $\frac{C}{d} = \pi$, ਜਿੱਥੇ 'C' ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ 'd' ਇਸਦਾ ਵਿਆਸ ਹੈ।

ਜਾਂ $C = \pi d$

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਵਿਆਸ (d), ਅਰਧ ਵਿਆਸ (r) ਦਾ ਦੁੱਗਣਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਭਾਵ $d = 2r$

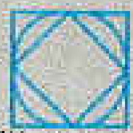
ਇਸ ਲਈ, $C = \pi d = \pi \times 2r$ ਜਾਂ $C = 2\pi r$

ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕਰੋ

ਚਿੱਤਰ 11.31 ਵਿੱਚ

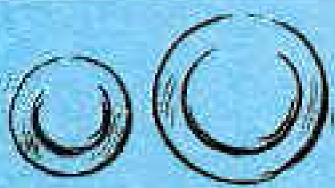
(a) ਕਿਹੜੇ ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਵੱਧ ਹੈ ?

(b) ਕਿਹੜਾ ਵੱਧ ਹੈ, ਛੋਟੇ ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਜਾਂ ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ ?



ਚਿੱਤਰ 11.31

ਆਓ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੀਏ



ਇੱਕ ਚੌਥਾਈ ਪਲੇਟ ਜਾਂ ਅਰਧ ਪਲੇਟ ਲਓ। ਹਰੇਕ ਪਲੇਟ ਨੂੰ ਟੇਬਲ ਦੀ ਉਪਰਲੀ ਸਤ੍ਹਾ 'ਤੇ ਇੱਕ ਵਾਰ ਘੁਮਾਓ। ਕਿਹੜੀ ਪਲੇਟ ਇੱਕ ਪੂਰੇ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਅਧਿਕ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰਦੀ ਹੈ ? ਹਰੇਕ ਨੂੰ ਮੇਜ਼ ਦੀ ਉਪਰਲੀ ਸਤਾ ਤੇ ਇੱਕ ਵਾਰ ਘੁਮਾਓ। ਕਿਹੜੀ ਪਲੇਟ ਘੱਟ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਮੇਜ਼ ਦੀ ਉਪਰਲੀ ਸਤ੍ਹਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰੇਗੀ ?

ਉਦਾਹਰਣ 12: 10 ਸਮ ਵਿਆਸ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ ਪਤਾ ਕਰੋ ($\pi = 3.14$ ਲਓ)।

ਹੱਲ : ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ (d) = 10 ਸਮ

ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ = πd

= 3.14×10 ਸਮ = 31.4 ਸਮ

ਇਸ ਲਈ, ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ 31.4 ਸਮ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 13 : ਇੱਕ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਡਿਸਕ (disc) ਦਾ ਘੇਰਾ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ 14 ਸਮ ਹੈ? $\pi = \frac{22}{7}$ ਲਓ

ਹੱਲ : ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਡਿਸਕ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ (r) = 14 ਸਮ

ਡਿਸਕ ਦਾ ਘੇਰਾ $2\pi r$

= $2 \times \frac{22}{7} \times 14$ ਸਮ = 88 ਸਮ

ਇਸ ਲਈ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਡਿਸਕ ਦਾ ਘੇਰਾ 88 ਸਮ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 14 : ਇੱਕ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਪਾਈਪ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ 10 ਸਮ ਹੈ। ਇਸਦੇ ਆਲੇ ਦੁਆਲੇ ਇੱਕ ਵਾਰ ਟੇਪ ਲਗਾਉਣ ਲਈ ਲੋੜੀਂਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ $\pi = 3.14$ ਵਰਤੋ)

ਹੱਲ : ਪਾਈਪ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ (r) = 10 ਸਮ

ਲੋੜੀਂਦੀ ਟੇਪ ਦੀ ਲੰਬਾਈ, ਪਾਈਪ ਦੇ ਘੇਰੇ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।

ਪਾਈਪ ਦਾ ਘੇਰਾ $2\pi r$

= $2 \times 3.14 \times 10$ ਸਮ = 62.8 ਸਮ

ਇਸ ਲਈ ਪਾਈਪ ਦੇ ਚਾਰੇ ਪਾਸੇ ਇੱਕ ਵਾਰ ਟੇਪ ਲਗਾਉਣ ਦੀ ਲੋੜੀਂਦੀ ਲੰਬਾਈ 62.8 ਸਮ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 15 : ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਇਸ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ ਹਰੇਕ ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ ਨਾਲ ਬਣੇ ਅਰਧ ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ। ਕੀ ਤੁਹਾਨੂੰ ਵਰਗ ਦੇ ਪਰਿਮਾਪ ਨੂੰ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੀ ਵੀ ਲੋੜ ਹੈ? ਨਹੀਂ। ਇਸ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਅਰਧ ਚੱਕਰਾਂ ਨਾਲ ਮਿਲ ਕੇ ਬਣੀ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ 11.32 ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਅਰਧ ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ 14 ਸਮ ਹੈ।

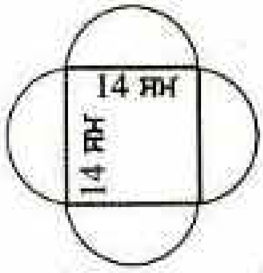
ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ $= \pi d$

ਅਰਧ ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ $= \frac{1}{2}\pi d$

$= \frac{1}{2} \times \frac{22}{7}$ 14 ਸਮ = 22 ਸਮ

ਹਰੇਕ ਅਰਧ ਚੱਕਰ ਦੇ ਘੇਰਾ = 22

ਇਸ ਲਈ, ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦਾ ਘੇਰਾ = 4 × 22 ਸਮ = 88 ਸਮ



ਚਿੱਤਰ 11.32

ਉਦਾਹਰਣ 16 : ਸੰਧਾਸ਼ੂ ਇੱਕ ਚੱਕਰਕਾਰ ਡਿਸਕ, ਜਿਸਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ 7 ਸਮ ਹੈ, ਨੂੰ ਦੋ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ ਹੈ। ਹਰੇਕ ਅਰਧ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਡਿਸਕ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ?

ਹੱਲ : ਅਰਧ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਡਿਸਕ (disc) ਦੇ ਪਰਿਮਾਪ ਨੂੰ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ (ਚਿੱਤਰ 11.33) ਸਾਨੂੰ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੈ :

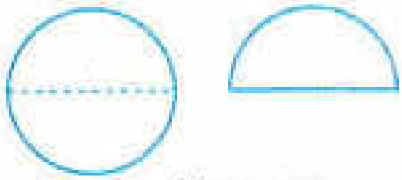
(i) ਅਰਧ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਆਕਾਰ ਦਾ ਘੇਰਾ (ii) ਵਿਆਸ

ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਅਰਧ ਵਿਆਸ (r) = 7 ਸਮ

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ, ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ $= 2\pi r$

ਇਸ ਲਈ, ਅਰਧ ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ $= \frac{1}{2} \times 2\pi r = \pi r$

$= \frac{22}{7} \times 7$ ਸਮ = 22ਸਮ


ਚਿੱਤਰ 11.33

ਇਸ ਲਈ, ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ $= 2r = 2 \times 7$ ਸਮ = 14 ਸਮ

ਇਸ ਲਈ, ਅਰਧ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਡਿਸਕ (disc) ਦਾ ਘੇਰਾ = 22ਸਮ + 14ਸਮ = 36ਸਮ

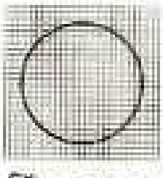
11.5.2 ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ

ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ:

- ਇੱਕ ਕਿਸਾਨ 7 ਮੀਟਰ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੀ ਫੁੱਲਾਂ ਦੀ ਕਿਆਰੀ ਖੇਤ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚ ਖੋਦਦਾ ਹੈ। ਉਸਨੂੰ ਖਾਦ ਖਰੀਦਣ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੈ। ਜੇਕਰ 1 ਮੀ^{2}. ਲਈ 1 ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਖਾਦ ਦੀ ਲੋੜ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਸਨੇ ਕਿੰਨੇ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਖਾਦ ਖਰੀਦਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ?
- ਮੇਜ਼ ਦੀ ਉਪਰਲੀ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਸਤ੍ਹਾ ਜੋ ਕਿ 2 ਮੀ. ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੀ ਹੈ, ਨੂੰ ₹ 10 ਪ੍ਰਤੀ ਵਰਗ ਮੀਟਰ ਨਾਲ ਪੋਲਿਸ਼ ਕਰਨ ਦਾ ਖਰਚਾ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ।

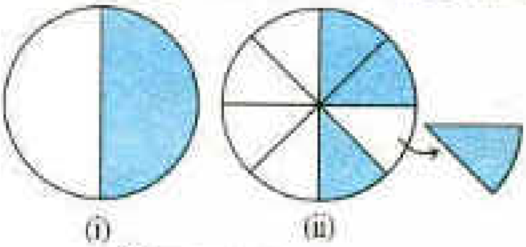
ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਦੱਸ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਅਜਿਹੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ ਕੀ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੈ ? ਖੇਤਰਫਲ ਜਾਂ ਪਰਿਮਾਪ ? ਅਜਿਹਿਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿਚ ਸਾਨੂੰ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਭਾਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਪਵੇਗਾ। ਆਓ ਗਰਾਫ਼ ਪੇਪਰ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੀਏ।

4 ਸਮ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲਾ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਗਰਾਫ ਪੇਪਰ 'ਤੇ ਵਾਹੋ। (ਚਿੱਤਰ 11.34)। ਚੱਕਰ ਦੁਆਰਾ ਘਿਰੇ ਹੋਏ ਵਰਗਾਂ ਨੂੰ ਗਿਣਕੇ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

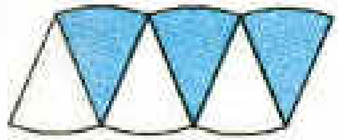

ਚਿੱਤਰ 11.34

ਕਿਉਂਕਿ ਕਿਨਾਰੇ ਸਿੱਧੇ ਨਹੀਂ ਹਨ, ਸਾਨੂੰ ਇਸ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ, ਚੱਕਰ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਲਈ ਰਫ (Rough) ਅਨੁਮਾਨ ਹੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਹੋਰ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਵਾਹੋ ਅਤੇ ਅੱਧੇ ਭਾਗ ਨੂੰ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ [ਚਿੱਤਰ 11.35 (i)] ਕਰੋ। ਹੁਣ ਚੱਕਰ ਨੂੰ 8 ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਮੋੜੋ ਅਤੇ ਮੋੜੀ ਹੋਈ ਤਹਿ ਅਨੁਸਾਰ ਕੱਟੋ। [ਚਿੱਤਰ 11.35 (ii)]
ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਦਿਖਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਤਰਤੀਬ ਕਰਕੇ ਲਗਾਓ (ਚਿੱਤਰ 11.36) ਜਿਹੜੀ ਕਿ ਰਫ਼ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।

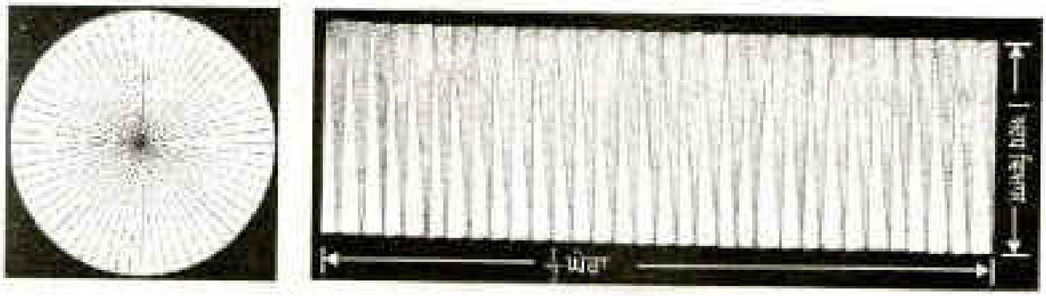


ਚਿੱਤਰ 11.35


ਚਿੱਤਰ 11.36

ਜਿੰਨੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੋਣਗੇ ਉਨਾਂ ਹੀ ਸਹੀ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਜਿਵੇਂ ਉੱਪਰ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਜੇਕਰ ਇਸ ਚੱਕਰ ਨੂੰ 64 ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡਾ ਵਿੱਚ ਵੰਡੀਏ ਅਤੇ ਇਨਾਂ ਨੂੰ ਦਿਖਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਤਰਤੀਬ ਵਿੱਚ ਲਗਾਈਏ ਤਾਂ ਇਹ ਲੱਗਭੱਗ ਆਇਤ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 11.37)।



ਚਿੱਤਰ 11.37

ਇਸ ਆਇਤ ਦੀ ਚੌੜਾਈ ਕੀ ਹੈ ? ਆਇਤ ਦੀ ਚੌੜਾਈ ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਹੀ ਭਾਵ 'r' ਹੈ। ਜਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪੂਰੇ ਚੱਕਰ ਨੂੰ 64 ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਪਾਸੇ 32 ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਹਨ। ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 32 ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਜਿਹੜੀ ਕਿ ਚੱਕਰ ਦੇ ਘੇਰਾ ਦਾ ਅੱਧ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 11.37)।

ਕਿ ਚੱਕਰ ਦੇ ਘੇਰਾ ਦਾ ਅੱਧ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 11.37)।

ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਬਣੀ ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = $l \times b$

= ਘੇਰਾ ਦਾ ਅੱਧ × ਅਰਧ ਵਿਆਸ = $\left(\frac{1}{2}\times 2pr\right)\times r = \pi r^2$

ਇਸ ਲਈ, ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = πr^2

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੀਏ

ਵੱਖ ਵੱਖ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਗਰਾਫ ਪੇਪਰ 'ਤੇ ਬਣਾਓ। ਵਰਗਾਂ ਨੂੰ ਗਿਣਕੇ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਲਗਾਓ। ਸੂਤਰ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਵੀ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਦੋਨੋ ਉੱਤਰਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ।

ਉਦਾਹਰਣ 17 : 30 ਸਮ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ? ($\pi = 3.14$ ਲਓ)

ਹੱਲ : ਅਰਧ ਵਿਆਸ (r) = 30 ਸਮ

ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ $= \pi r^2 = 3.14 \times 30^2 = 2826$ ਸਮ^2

ਉਦਾਹਰਣ 18 : ਇੱਕ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਬਗੀਚੇ ਦਾ ਵਿਆਸ 9.8 ਮੀ. ਹੈ। ਇਸ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ।

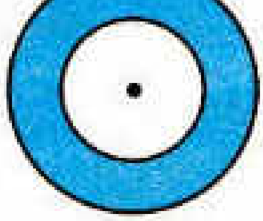
ਹੱਲ : ਵਿਆਸ $(d) = 9.8$ ਮੀ. ਇਸ ਲਈ ਅਰਧ ਵਿਆਸ $(r) = 9.8 \div 2 = 4.9$ ਮੀ.

ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ= $\pi r^2 = \frac{22}{7}\times(4.9)^2$ ਮੀ^{2}. $= \frac{22}{7}\times 4.9\times 4.9$ ਮੀ^{2}. $= 75.46$ ਮੀ^{2}.

ਉਦਾਹਰਣ 19 : ਨਾਲ ਦਿੱਤਾ ਚਿੱਤਰ, ਦੋ ਚੱਕਰਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਕੇਂਦਰ ਇੱਕੋ ਹੈ। ਵੱਡੇ ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ 10 ਸਮ ਅਤੇ ਛੋਟੇ ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ 4 ਸਮ ਹੈ।

ਪਤਾ ਕਰੋ (a) ਵੱਡੇ ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ (b) ਛੋਟੇ ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ

(c) ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਜੋ ਦੋਨਾਂ ਚੱਕਰ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ। ($\pi = 3.14$)



ਹੱਲ :

(a) ਵੱਡੇ ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ = 10 ਸਮ

: ਵੱਡੇ ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ $= \pi r^2$

$= 3.14 \times 10 \times 10 = 314$ ਸਮ^2

(b) ਛੋਟੇ ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ = 4 ਸਮ

ਛੋਟੇ ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ $= \pi r^2$

$= 3.14 \times 4 \times 4 = 50.24$ ਸਮ^2

(c) ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = $(314 - 50.24)$ ਸਮ^2 $= 263.76$ ਸਮ^2

ਅਭਿਆਸ 11.3

1. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਅਨੁਸਾਰ ਚੱਕਰਾਂ ਦਾ ਘੇਰਾ ਪਤਾ ਕਰੋ ($\pi = \frac{22}{7}$ ਲਓ)

(a) 14 ਸਮ (b) 28 ਮਿਮੀ. (c) 21 ਸਮ

2. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਚੱਕਰਾਂ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ:

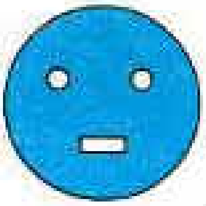
(a) ਅਰਧ ਵਿਆਸ= =14 ਮਿਮੀ. $\left(D = \frac{22}{7}\right.$ ਲਓ$\left.\right)$ (b) ਵਿਆਸ= 49 ਮੀ. (c) ਅਰਧ ਵਿਆਸ = 5 ਸਮ

3. ਜੇਕਰ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਸ਼ੀਟ ਦਾ ਘੇਰਾ 154 ਮੀ. ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਸ਼ੀਟ ਦਾ ਵੀ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right.$ ਲਓ$\left.\right)$

4. 21 ਮੀ. ਵਿਆਸ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਬਗੀਚੇ ਦੇ ਚਾਰੇ ਪਾਸੇ ਮਾਲੀ ਵਾੜ ਲਗਾਉਣਾ ਚਾਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਰੱਸੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ ਖਰੀਦਿਆ ਜਾਣਾ, ਜੇਕਰ ਉਹ ਪੂਰੇ 2 ਚੱਕਰ ਦੀ ਵਾੜ ਬਣਾਉਣਾ ਚਾਹੁੰਦਾ ਹੋਵੇ। ₹4 ਪ੍ਰਤੀ ਮੀਟਰ ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਰੱਸੇ ਦਾ ਖਰਚ ਪਤਾ ਕਰੋ। $\left(\pi = \frac{22}{7} \text{ ਲਓ}\right)$

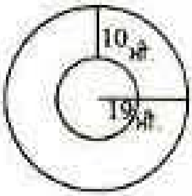
5. 4 ਸਮ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੀ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਸ਼ੀਟ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ 3 ਸਮ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲਾ ਚੱਕਰ ਕੱਢਿਆ ਜਾਣਾ ਹੈ। ਬਾਕੀ ਬਚੀ ਸ਼ੀਟ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। ($\pi = 3.14$)
6. ਸਾਇਮਾ 1.5 ਮੀ. ਵਿਆਸ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਟੇਬਲ ਕਵਰ ਦੇ ਆਲੇ ਦੁਆਲੇ ਲੈਸ ਲਗਾਉਣਾ ਚਾਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਉਸਨੂੰ ਜਿੰਨੀ ਲੇਸ ਖਰੀਦਣ ਦੀ ਜਰੂਰਤ ਹੈ, ਉਸਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ। 15 ਰੁਪਏ ਪ੍ਰਤੀ ਮੀਟਰ ਦੀ ਲੈਸ ਲਗਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚਾ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ। ($\pi = 3.14$ ਲਓ)
7. ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਵਿਆਸ ਦੇ ਨਾਲ ਇੱਕ ਅਰਧ ਚੱਕਰ ਹੈ। ਉਸਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ।

8. ₹ 15 ਪ੍ਰਤੀ ਮੀ^{2}. ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ 1.6 ਮੀਟਰ ਵਿਆਸ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਮੇਜ਼ ਦੇ ਉਪਰਲੀ ਸਤ੍ਹਾ ਨੂੰ ਪਾਲਿਸ਼ ਕਰਵਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚਾ ਪਤਾ ਕਰੋ। ($\pi = 3.14$ ਲਓ)
9. ਸੁਨੀਤਾ 44 ਸਮ ਲੰਬੀ ਇੱਕ ਤਾਰ ਲੈਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਉਸਨੂੰ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੇ ਆਕਾਰ ਵਿੱਚ ਮੋੜ ਦਿੰਦੀ ਹੈ। ਉਸ ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਇਸ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਜੇਕਰ ਇਸੇ ਤਾਰ ਨੂੰ ਦੁਬਾਰਾ ਇੱਕ ਵਰਗ (Square) ਦੇ ਆਕਾਰ ਵਿੱਚ ਮੋੜਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਕੀ ਹੋਵੇਗੀ ? ਕਿਹੜੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਜ਼ਿਆਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਘੇਰਦੀ ਹੈ, ਚੱਕਰ ਜਾਂ ਵਰਗ ? $\left(\pi = \frac{22}{7} \text{ ਲਓ}\right)$
10. 14 ਸਮ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਗੱਤੇ ਦੀ ਸ਼ੀਟ ਵਿੱਚੋਂ, 3.5 ਸਮ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੇ ਦੋ ਚੱਕਰਾਂ ਨੂੰ ਅਤੇ 3 ਸਮ ਲੰਬਾਈ ਤੇ 1 ਸਮ ਚੌੜਾਈ ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਆਇਤ ਨੂੰ ਕੱਢ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ (ਜਿਵੇਂ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਹੈ)। ਸ਼ੀਟ ਦੇ ਬਾਕੀ ਭਾਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। $\left(\pi = \frac{22}{7} \text{ ਲਓ}\right)$



11. 6 ਸਮ ਭੁਜਾ ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਐਲੂਮੀਨੀਅਮ ਵਰਗਕਾਰ ਸ਼ੀਟ ਵਿੱਚੋਂ 2 ਸਮ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਨੂੰ ਕੱਟ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸ਼ੀਟ ਦੇ ਬਾਕੀ ਭਾਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਕਿੰਨਾ ਹੋਵੇਗਾ ? ($\pi = 3.14$ਲਓ)
12. ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ 31.4 ਸਮ ਹੈ। ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਅਤੇ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। ($\pi = 3.14$ ਲਓ)

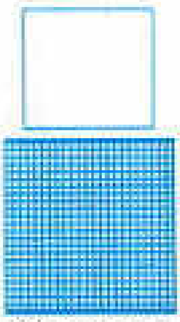
13. ਇੱਕ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਫੁੱਲਾਂ ਦੀ ਕਿਆਰੀ ਦੇ ਚਾਰੇ ਪਾਸੇ 4 ਮੀਟਰ ਚੌੜਾ ਰਸਤਾ ਹੈ ਅਤੇ ਫੁੱਲਾਂ ਦੀ ਕਿਆਰੀ ਦਾ ਵਿਆਸ 66 ਮੀ. ਹੈ। ਇਸ ਰਸਤੇ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। ($\pi = 3.14$ ਲਓ)
14. ਇੱਕ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਫੁੱਲਾਂ ਦੇ ਬਗੀਚੇ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ 314 ਮੀ.^{2} ਹੈ। ਇਸ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਘੁੰਮਣਵਾਲਾ ਫ਼ੁਹਾਰਾ (sprinkler) ਲਗਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜੋ ਆਪਣੇ ਚਾਰੇ ਪਾਸੇ 12 ਮੀ. ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਵਿੱਚ ਪਾਣੀ ਦਾ ਛਿੜਕਾਅ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਕੀ ਫ਼ੁਹਾਰਾ ਪੂਰੇ ਬਗੀਚੇ ਵਿੱਚ ਪਾਣੀ ਦਾ ਛਿੜਕਾਅ ਕਰ ਸਕੇਗਾ ?



15. ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਬਾਹਰੀ ਅਤੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਚੱਕਰਾਂ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ। ($\pi = 3.14$ ਲਓ)
16. 28 ਮੀਟਰ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਪਹੀਏ ਨੂੰ 352 ਮੀ. ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਕਿੰਨੀ ਵਾਰ ਘੁਮਾਉਣਾ ਪਵੇਗਾ ? $\left(\pi = \frac{22}{7} \text{ ਲਓ}\right)$
17. ਇੱਕ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਘੜੀ ਦੀ ਮਿੰਟਾਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 15 ਸਮ ਹੈ। ਮਿੰਟ ਦੀ ਸੂਈ ਦੀ ਨੋਕ (Tip) 1 ਘੰਟੇ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰਦੀ ਹੈ। ($\pi = 3.14$ ਲਓ)

11.6 ਇਕਾਈਆਂ ਦਾ ਬਦਲਾਅ (Conversion)

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 1 ਸਮ.= 10 ਮਿ.ਮੀ.। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਦੱਸ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ 1 ਸਮ^2 ਕਿੰਨੇ ਮਿ.ਮੀ^{2} ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ? ਆਓ ਅਸੀਂ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੀ ਖੋਜ ਕਰੀਏ ਅਤੇ ਜਾਣੀਏ ਕਿ ਖੇਤਰਫਲ ਨੂੰ ਮਾਪਦੇ ਹੋਏ ਇਨ੍ਹਾਂ ਇਕਾਈਆਂ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਬਦਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ? ਗਰਾਫ਼ ਪੇਪਰ 'ਤੇ 1ਸਮ ਭੁਜਾ ਵਾਲਾ ਇੱਕ ਵਰਗ ਬਣਾਓ (ਚਿੱਤਰ 11.38)। ਤੁਸੀਂ ਦੇਖੋਗੇ ਕਿ 1 ਸਮ ਵਾਲੇ ਇਸ ਵਰਗ ਨੂੰ 100 ਵਰਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆਂ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਹਰੇਕ ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ 1 ਮਿ. ਮੀ. ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 11.38

1 ਸਮ ਭੁਜਾ ਵਾਲੇ ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = 100 ਵਰਗਾਂ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਜਿਸ ਦੀ ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ 1 ਮਿ. ਮੀ. ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ 1 ਸਮ^2 = 100 × 1 ਮਿ.ਮੀ^{2} ਜਾਂ 1 ਸਮ^2 = 100 ਮਿ.ਮੀ^{2}

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ 1 ਮੀ.^{2} = 1 ਮੀ. × 1 ਮੀ.

= 100 ਸਮ × 100 ਸਮ (1 ਮੀ = 100 ਸਮ)

= 10000 ਸਮ^2

ਹੁਣ ਕੀ ਤੁਸੀਂ 1 ਕਿ.ਮੀ.^{2} ਨੂੰ ਮੀ.^{2} ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਸਕਦੇ ਹੋ ?

ਮੀਟ੍ਰਿਕ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਵਿੱਚ ਧਰਤੀ ਜਾਂ ਖੇਤ [Land] ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਨੂੰ ਹੈਕਟੇਅਰ ਵਿੱਚ ਮਾਪਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ [ਸੰਖੇਪ ਵਿੱਚ ha ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ]

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ 1 ਹੈਕਟੇਅਰ = 100 × 100 ਮੀ^{2} = 100000 ਮਿ.ਮੀ^{2}

ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਖੇਤਰਫਲ ਦੀ ਇੱਕ ਇਕਾਈ (Unit) ਨੂੰ ਛੋਟੀ ਇਕਾਈ ਵਿੱਚ ਬਦਲਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਇਕਾਈਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਵੱਧ ਹੋਵੇਗੀ।

ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਲਈ, = 1000 ਸਮ^2 = 1000 × 100 ਮਿ.ਮੀ^{2} = 100000 ਮਿ.ਮੀ^{2}.

ਪਰ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਖੇਤਰਫਲ ਦੀ ਇੱਕ ਇਕਾਈ ਨੂੰ ਵੱਡੀ ਇਕਾਈ ਵਿੱਚ ਬਦਲਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਵੱਡੀ ਇਕਾਈਆ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਘੱਟ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਲਈ, 1000 ਸਮ^2 = $\frac{1000}{10000}$ ਮੀ^{2} = 0.1 ਮੀ^{2}

ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕਰੋ

ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਬਦਲੋ :

(i) 50 ਸਮ^2 ਨੂੰ ਮਿ.ਮੀ^{2}. ਵਿੱਚ

(ii) 2 ਹੈਕਟੇਅਰ ਨੂੰ ਮੀ^{2}. ਵਿੱਚ

(iii) 10 ਮੀ.^{2} ਨੂੰ ਸਮ^2 ਵਿੱਚ

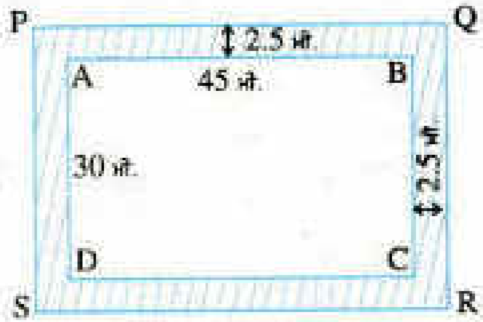
(iv) 1000 ਸਮ^2 ਨੂੰ ਮਿ.ਮੀ^{2}.

11.7 ਉਪਯੋਗ

ਤੁਸੀਂ ਧਿਆਨ ਦਿੱਤਾ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਬਹੁਤੇ ਬਾਗਾਂ ਜਾਂ ਪਾਰਕਾਂ ਵਿੱਚ ਇਸਦੇ ਚਾਰੇ ਪਾਸੇ ਜਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਕੁੱਝ ਚੁਰਸਤੇ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕੁੱਝ ਜਗ੍ਹਾ ਛੱਡੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇੱਕ ਫਰੇਮ ਕੀਤੀ ਹੋਈ ਤਸਵੀਰ ਜਾਂ ਰੰਗਦਾਰ ਹਿੱਸੇ ਦੇ ਚਾਰੇ ਪਾਸੇ ਕੁੱਝ ਹਿੱਸਾ ਛੱਡਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਸਾਨੂੰ ਅਜਿਹੇ ਰਸਤਿਆ ਜਾਂ ਬਾਰਡਰਾਂ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਨੂੰ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੀ ਜਰੂਰਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਉਸਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ।

ਉਦਾਹਰਣ 20 : ਇੱਕ ਆਇਤਕਾਰ ਪਾਰਕ 45 ਮੀ. ਲੰਮਾ ਅਤੇ 30 ਮੀ. ਚੌੜਾ ਹੈ। ਪਾਰਕ ਦੇ ਬਾਹਰ ਚਾਰੇ ਪਾਸੇ ਇੱਕ 2.5 ਮੀ. ਚੌੜਾ ਇੱਕ ਰਸਤਾ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਰਸਤੇ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।



ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਓ ABCD ਆਇਤਕਾਰ ਪਾਰਕ ਨੂੰ ਅਤੇ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ (Shaded) ਕੀਤਾ ਭਾਗ 2.5 ਮੀਟਰ ਚੌੜੇ ਰਸਤੇ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਰਸਤੇ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਨੂੰ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਸਾਨੂੰ (ਆਇਤ PQRS ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ – ਆਇਤ ABCD ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ) ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੀ ਜਰੂਰਤ ਹੈ।

ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ PQ = (45 + 2.5 + 2.5) ਮੀ. = 50 ਮੀ.

PS = (30 + 2.5 + 2.5) ਮੀ. = 35 ਮੀ.

ਆਇਤ ABCD ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ$= l \times b = 45 \times 30$ ਮੀ.$^2 = 1350$ ਮੀ.^{2}

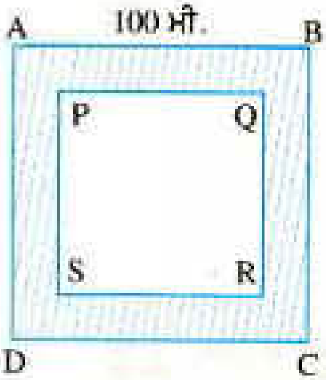
ਆਇਤ PQRS ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ$= l \times b = 50 \times 35$ ਮੀ.$^2 = 1750$ ਮੀ.^{2}

ਰਸਤੇ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਆਇਤ PQRS ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ-ਆਇਤ ABCD ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ

$= (1750 - 1350)$ ਮੀ.$^2 = 400$ ਮੀ.^{2}

ਉਦਾਹਰਣ 21: 100 ਮੀ. ਭੁਜਾ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਵਰਗਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੀ ਹੱਦ ਦੇ ਨਾਲ ਲੱਗਿਆ ਹੋਇਆ ਅੰਦਰ (Inside) ਵਾਲੇ ਪਾਸੇ ਇੱਕ 5 ਮੀ. ਚੌੜਾ ਰਸਤਾ ਬਣਿਆ ਹੋਇਆ ਹੈ। ਇਸ ਰਸਤੇ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। ₹ 250 ਪ੍ਰਤੀ 10 ਮੀ.^{2} ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਇਸ ਨੂੰ ਪਲਸਤਰ ਕਰਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਮੰਨ ABCD, 100 ਮੀ. ਭੁਜਾ ਵਾਲਾ ਵਰਗਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਹੈ। ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ ਜੋ ਕਿ 5 ਮੀ. ਚੌੜੇ ਰਸਤੇ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।



PQ $= 100 - (5 + 5) = 90$ ਮੀ.

ਵਰਗ ABCD ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ $=$ (ਭੁਜਾ)$^2 = (100)^2$ ਮੀ.$^2 = 10{,}000$ ਮੀ.^{2}

ਵਰਗ PQRS ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ $=$ (ਭੁਜਾ)$^2 = (90)^2$ ਮੀ.$^2 = 8100$ ਮੀ.^{2}

ਇਸ ਲਈ, ਰਸਤੇ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ $= (10000 - 8100)$ ਮੀ.$^2 = 1900$ ਮੀ.^{2}

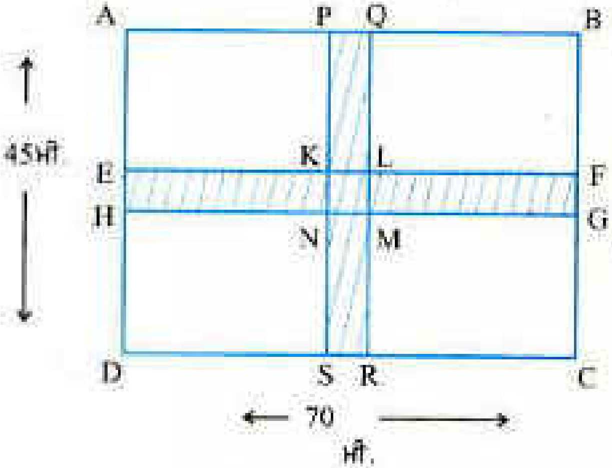
10 ਮੀ.^{2} ਪਲਸਤਰ ਕਰਵਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚਾ $=$ ₹ 250

ਇਸ ਲਈ 1 ਮੀ.^{2} ਪਲਸਤਰ ਕਰਵਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚਾ $=$ ₹ $\frac{250}{10}$

ਇਸ ਲਈ, 1900 ਮੀ.^{2} 'ਤੇ ਪਲਸਤਰ ਕਰਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚਾ $=$ ₹ $\frac{250}{10} \times 1900 =$ ₹ 47500

ਉਦਾਹਰਣ 22 : 70 ਮੀ. ਲੰਬੇ ਅਤੇ 45 ਮੀ. ਚੌੜਾਈ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਆਇਤਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਕੇ ਜਾਂਦੇ 5 ਮੀ. ਚੌੜਾਈ ਦੇ ਦੋ ਰਸਤੇ, ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ 'ਤੇ ਲੰਬ ਅਜਿਹੇ ਬਣੇ ਹਨ ਜੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹਨ। ਰਸਤਿਆਂ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ₹ 105 ਪ੍ਰਤੀ ਮੀ.^{2} ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਰਸਤਿਆਂ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਵੀ ਖਰਚਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਰਸਤਿਆਂ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ, ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਹੀ ਹੈ ਭਾਵ ਆਇਤ PQRS ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਅਤੇ ਆਇਤ EFGH ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ। ਪ੍ਰੰਤੂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ, ਵਰਗ KLMN ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਨੂੰ ਦੋ ਵਾਰ ਲੈਣਾ ਪੈਂਦਾ ਹੈ, ਜਿਸਨੂੰ ਘਟਾਉਣਾ ਪਵੇਗਾ। ਹੁਣ



PQ $= 5$ ਮੀ. ਅਤੇ PS $= 45$ ਮੀ.

EH $= 5$ ਮੀ. ਅਤੇ EF $= 70$ ਮੀ.

KL $= 5$ ਮੀ. ਅਤੇ KN $= 5$ ਮੀ.

ਰਸਤਿਆਂ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਆਇਤ PQRS ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ

\+ ਆਇਤ EFGH ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ

–ਵਰਗ KLMN ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ

$= PS \times PQ + EF \times EH - KL \times KN$

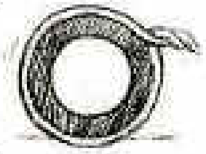
$= (45 \times 5 + 70 \times 5 - 5 \times 5)$ ਮੀ.^{2}

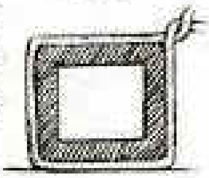
$= (225 + 350 - 25)$ ਮੀ.$^2 = 550$ ਮੀ.^{2}

ਰਸਤਿਆਂ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚਾ $= 105 \times 550 =$ ₹ 5775

ਅਭਿਆਸ 11.4

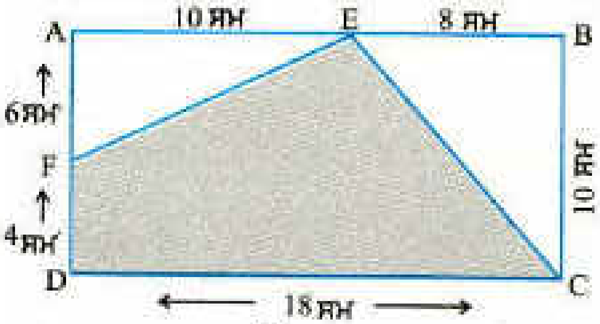
1. ਇੱਕ ਬਾਗ 90 ਮੀ. ਲੰਬਾ ਅਤੇ 75 ਮੀ. ਚੌੜਾ ਹੈ। ਇਸਦੇ ਬਾਹਰ ਚਾਰੇ ਪਾਸੇ 5 ਮੀ. ਚੌੜਾ ਰਸਤਾ ਬਣਾਉਣਾ ਹੈ। ਰਸਤੇ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਬਾਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਹੈਕਟੇਅਰ ਵਿੱਚ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।
2. 125 ਮੀ. ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ 65 ਮੀ. ਚੌੜਾਈ ਵਾਲੇ ਆਇਤਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੇ ਬਾਹਰਵਾਰ ਚਾਰੇ ਪਾਸੇ ਇੱਕ 3 ਮੀ. ਚੌੜਾ ਰਸਤਾ ਬਣਿਆ ਹੋਇਆ ਹੈ। ਰਸਤੇ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
3. 8 ਸਮ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ 5 ਸਮ ਚੌੜਾਈ ਵਾਲਾ ਇੱਕ ਗੱਤੇ 'ਤੇ ਇੱਕ ਪੇਂਟਿੰਗ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਬਣਾਈ ਗਈ ਹੈ ਕਿ ਇਸ ਦੀਆਂ ਹਰੇਕ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ 1.5 ਸਮ ਚੌੜਾ ਹਾਸ਼ੀਆ (margin) ਛੱਡਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਹਾਸ਼ੀਏ ਦਾ ਕੁੱਲ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
4. 5.5 ਮੀ. ਲੰਬੇ ਅਤੇ 4 ਮੀ. ਚੌੜੇ ਕਮਰੇ ਦੇ ਬਾਹਰਵਾਰ ਚਾਰੇ ਪਾਸੇ 2.25 ਮੀ. ਚੌੜਾ ਇੱਕ ਬਰਾਂਡਾ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਪਤਾ ਕਰੋ
   (i) ਬਰਾਂਡੇ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ
   (ii) ₹ 200 ਪ੍ਰਤੀ 1 ਮੀ.^{2} ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਬਰਾਂਡੇ ਦੇ ਫਰਸ਼ 'ਤੇ ਸੀਮਿੰਟ ਕਰਵਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚ।
5. 30 ਮੀ. ਭੁਜਾ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਵਰਗਾਕਾਰ ਬਗੀਚੇ ਦੀ ਸੀਮਾ ਦੇ ਅੰਦਰਵਾਲੇ ਪਾਸੇ 1 ਮੀ. ਚੌੜਾ ਰਸਤਾ ਬਣਿਆ ਹੋਇਆ ਹੈ। ਪਤਾ ਕਰੋ:
   (i) ਰਸਤੇ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ
   (ii) ₹ 40 ਪ੍ਰਤੀ 1 ਮੀ.^{2} ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਬਗੀਚੇ ਦੇ ਬਾਕੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਘਾਹ (grass) ਲਗਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚ
6. 700 ਮੀ. ਲੰਬੇ ਅਤੇ 300 ਮੀ. ਚੌੜੇ ਇੱਕ ਆਇਤਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚੋਂ ਹੁੰਦੇ ਹੋਏ 10 ਮੀ. ਚੌੜੇ ਦੋ ਰਸਤੇ ਬਣੇ ਹੋਏ ਹਨ ਜੋ ਇੱਕ ਦੂਜੇ 'ਤੇ ਲੰਬ ਅਤੇ ਚੌਪੜ ਦੇ ਆਕਾਰ ਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਵੀ ਹਨ। ਹਰੇਕ ਰਸਤੇ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਪਾਰਕ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ ਪਾਰਕ ਦੇ ਬਾਕੀ ਭਾਗ ਦਾ ਵੀ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਉੱਤਰ ਹੈਕਟੇਅਰ ਵਿੱਚ ਦਿਓ।
7. 90 ਮੀ. ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ 60 ਮੀ. ਚੌੜਾਈ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਆਇਤਕਾਰ ਮੈਦਾਨ ਵਿੱਚ 2 ਰਸਤੇ ਬਣਾਏ ਗਏ ਹਨ, ਜੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹਨ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਨੂੰ ਲੰਬ 'ਤੇ ਕੱਟਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਮੈਦਾਨ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੇ ਹੋਏ ਨਿਕਲਦੇ ਹਨ। ਜੇਕਰ ਹਰੇਕ ਰਸਤੇ ਦੀ ਚੌੜਾਈ 3 ਮੀ. ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ :
   (i) ਰਸਤਿਆਂ ਦੁਆਰਾ ਘਿਰਿਆ ਖੇਤਰ।
   (ii) ₹110 ਪ੍ਰਤੀ ਮੀ.^{2} ਦਰ ਨਾਲ ਰਸਤਿਆਂ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚਾ।

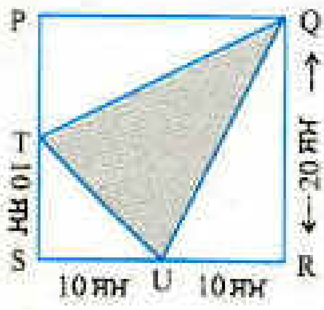


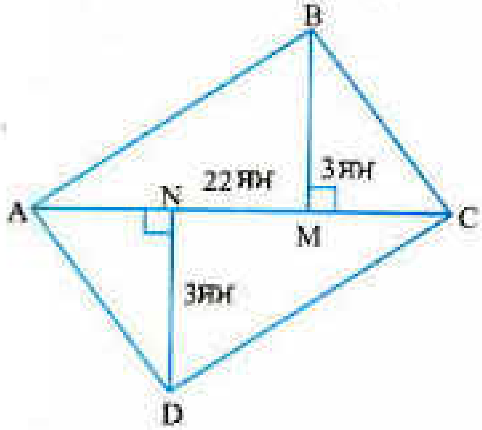


8. ਪਰੌਗਿਆ 4 ਸਮ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਚੱਕਰਕਾਰ ਪਾਈਪ ਦੇ ਚਾਰੇ ਪਾਸੇ ਇੱਕ ਰੱਸੀ ਲਪੇਟਦੀ ਹੈ ਅਤੇ (ਜਿਵੇਂ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ) ਜਰੂਰਤ ਅਨੁਸਾਰ ਰੱਸੀ ਨੂੰ ਕੱਟ ਲੈਂਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਉਹ ਉਸਨੂੰ 4 ਸਮ ਭੁਜਾ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਵਰਗਾਕਾਰ ਬਕਸੇ ਦੇ ਚਾਰੇ ਪਾਸੇ ਲਪੇਟਦੀ ਹੈ (ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ)। ਕੀ ਉਸ ਕੋਲ ਹੋਰ ਰੱਸੀ ਬਚੇਗੀ ? ($\pi = 3.14$)
9. ਜਿਵੇਂ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ, ਇੱਕ ਆਇਤਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਫੁੱਲਾਂ ਦੀ ਕਿਆਰੀ ਹੈ। ਪਤਾ ਕਰੋ:
   (i) ਪੂਰੇ ਪਾਰਕ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ
   (ii) ਫੁੱਲਾਂ ਦੀ ਕਿਆਰੀ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ
   (iii) ਫੁੱਲਾਂ ਦੀ ਕਿਆਰੀ ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ, ਪਾਰਕ ਦੇ ਬਾਕੀ ਭਾਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ
   (iv) ਕਿਆਰੀ ਦਾ ਘੇਰਾ

10. ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।







11. ਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਇੱਥੇ AC = 22 ਸਮ, BM = 3 ਸਮ, DN = 3 ਸਮ ਅਤੇ BM $\perp$ AC, DN $\perp$ AC

ਅਸੀਂ ਕੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ?

1. ਪਰਿਮਾਪ ਇੱਕ ਬੰਦ ਆਕ੍ਰਿਤੀ (Closed Figure) ਦੇ ਚਾਰੇ ਪਾਸੇ ਦੀ ਦੂਰੀ ਹੈ ਜਦ ਕਿ ਖੇਤਰਫਲ ਬੰਦ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦੁਆਰਾ ਘੇਰੇ ਗਏ ਤਲ ਦੇ ਭਾਗ ਜਾਂ ਖੇਤਰ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।
2. ਅਸੀਂ ਪਿਛਲੀ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਵਿੱਚ ਜਾਣ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਵਰਗ ਅਤੇ ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਜਾਂ ਖੇਤਰਫਲ ਕਿਵੇਂ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜਿਵੇਂ :-
   (a) ਇੱਕ ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = 4 × ਭੁਜਾ
   (b) ਇੱਕ ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = 2 × [ਲੰਬਾਈ + ਚੌੜਾਈ]
   (c) ਇੱਕ ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਭੁਜਾ × ਭੁਜਾ
   (d) ਇੱਕ ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਲੰਬਾਈ × ਚੌੜਾਈ
3. ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਆਧਾਰ × ਉਚਾਈ
4. ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ $= \frac{1}{2}$ (ਇਸ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ)

   $= \frac{1}{2} \times$ ਆਧਾਰ × ਉਚਾਈ
5. ਇੱਕ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਖੇਤਰ ਦੇ ਚਾਰੇ ਪਾਸੇ ਦੀ ਦੂਰੀ ਇਸ ਦਾ ਘੇਰਾ ਕਹਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ $= \pi d$, ਜਿੱਥੇ d ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ ਅਤੇ $\pi = \frac{22}{7}$ ਜਾਂ 3.14 (ਲੱਗਭੱਗ) ਹੈ।
6. ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ $= \pi r^2$ ਜਿੱਥੇ r ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਹੈ।
7. ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ਕਿ ਜਿਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਲੰਬਾਈਆਂ ਦੀਆਂ ਇਕਾਈਆਂ ਦਾ ਰੂਪਾਂਤਰਣ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਖੇਤਰਫਲਾਂ ਦੀਆਂ ਇਕਾਈਆਂ ਨੂੰ ਰੂਪਾਂਤਰਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।
   1 ਸਮ² = 100 ਮਿ. ਮੀ.², 1 ਮੀ.² = 10000 ਸਮ², 1 ਹੈਕਟੇਅਰ = 10000 ਮੀ.²

ਅਧਿਆਇ 12

ਅਲਜਬਰਈ ਵਿਅੰਜਕ

12.1 ਭੂਮਿਕਾ

ਅਸੀਂ $x + 3$, $y - 5$, $4x + 5$, $10y - 5$, ਆਦਿ ਵਰਗੇ ਸਰਲ ਅਲਜਬਰਈ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨਾਲ ਜਾਣੂੰ ਹੋ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ। ਛੇਵੀਂ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਵੇਖਿਆ ਸੀ ਕਿ ਇਹ ਵਿਅੰਜਕ ਕਿਵੇਂ ਬੁਝਾਰਤਾਂ ਅਤੇ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸੁਚੱਜੇ ਢੰਗ ਨਾਲ ਪੇਸ਼ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਸਹਾਇਤਾ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਅਸੀਂ ਸਰਲ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਵਾਲੇ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਵੀ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੇ ਕਈ ਉਦਾਹਰਣ ਦੇਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ

ਬੀਜਗਣਿਤ ਵਿੱਚ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਮੁੱਖ ਧਾਰਨਾ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਅਧਿਆਇ ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਹੋਵੇਗਾ। ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਨੂੰ ਪੜ੍ਹ ਲਵੋਗੇ ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ਜਾਣ ਲਵੋਗੇ ਕਿ ਅਲਜਬਰਈ ਵਿਅੰਜਕ ਕਿਵੇਂ ਬਣਦੇ ਹਨ, ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਇਕੱਠਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਮੁੱਲ ਕਿਵੇਂ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਵਰਤ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

12.2 ਵਿਅੰਜਕ ਕਿਵੇਂ ਬਣਦੇ ਹਨ ?

ਅਸੀਂ ਹੁਣ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਚਲ (variable) ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਚਲ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ x, y, l , m ਆਦਿ ਵਰਗੇ ਅੱਖਰਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇੱਕ ਚਲ ਦੇ ਕਈ ਮੁੱਲ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਇਸਦਾ ਮੁੱਲ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ। ਇਸਦੇ ਉਲਟ ਅਚਲ (constant) ਦਾ ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਮੁੱਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ 4, 100, -17, ਆਦਿ ਹਨ।

ਅਸੀਂ ਚਲ (variable) ਅਤੇ ਅਚਲ (constant) ਨੂੰ ਮਿਲਾ ਕੇ ਅਲਜਬਰਈ ਵਿਅੰਜਕ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਜੋੜ, ਘਟਾਓ, ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਭਾਗ ਵਰਗੀਆਂ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਵੀ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ $4x + 5$, 10y-20 ਵਰਗੇ ਵਿਅੰਜਕ ਦੇਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ। ਵਿਅੰਜਕ $4x + 5$, x ਚਲ ਦੇ ਨਾਲ ਬਣਿਆ ਹੈ। ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਚਲ x ਨੂੰ 4 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤੀ ਅਤੇ ਫੇਰ ਇਸ ਗੁਣਨਫਲ ਵਿੱਚ ਅਚਲ 5 ਨੂੰ ਜੋੜ ਦਿੱਤਾ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ 10y-20 ਨੂੰ ਪਹਿਲਾਂ ਚਲ y ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ 10 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਅਤੇ ਫਿਰ ਇਸ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਵਿੱਚੋਂ 20 ਘਟਾ ਕੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਉਪਰਲੇ ਵਿਅੰਜਕ ਚਲ ਅਤੇ ਅਚਲ ਨੂੰ ਮਿਲਾ ਕੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਗਏ ਸਨ। ਅਸੀਂ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ, ਚਲਾਂ ਨੂੰ ਆਪਣੇ ਆਪ ਉਹਨਾਂ ਚਲਾਂ ਨਾਲ ਜਾਂ ਦੂਸਰੇ ਚਲਾਂ ਨਾਲ ਮਿਲਾ ਕੇ ਵੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਦੇਖੋ ਕਿ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਵਿਅੰਜਕ ਕਿਵੇਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ?

x^2, $2y^2$, $3x^2 - 5$, xy, $4xy + 7$

(i) ਵਿਅੰਜਕ x^2 ਨੂੰ ਚਲ x ਨੂੰ ਆਪਣੇ ਆਪ x ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਭਾਵ $x \times x = x^2$ ਹੈ।
ਜਿਵੇਂ $4 \times 4 = 4^2$ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $x \times x = x^2$ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ ਸਾਧਾਰਣ ਤੌਰ 'ਤੇ x ਦਾ ਵਰਗ ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
[ਬਾਅਦ ਵਿੱਚ, ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ 'ਘਾਤ ਅੰਕ ਅਤੇ ਘਾਤ' ਵਾਲੇ ਅਧਿਆਇ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰੋਗੇ। ਤਦ ਤੁਸੀਂ ਅਨੁਭਵ (ਮਹਿਸੂਸ) ਕਰੋਗੇ ਕਿ x^2 ਨੂੰ x ਦੇ ਉੱਪਰ ਘਾਤ 2 ਵੀ ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।
ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਅਸੀਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ : $x \times x \times x = x^3$
ਸਾਧਾਰਣ ਤੌਰ 'ਤੇ ; x^3 ਨੂੰ x ਦਾ ਘਣ ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਬਾਅਦ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਇਹ ਮਹਿਸੂਸ ਕਰਾਂਗੇ ਕਿ x^3 ਨੂੰ x ਉੱਪਰ ਘਾਤ 3 ਵੀ ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।
$x, x^2, x^3, \ldots$ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ x ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਇੱਕ ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕ ਹੈ।

(ii) ਵਿਅੰਜਕ $2y^2$ ਨੂੰ y ਤੋਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ : $2y^2 = 2 \times y \times y$
ਇੱਥੇ, ਅਸੀਂ y ਨੂੰ y ਦੇ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ y^2 ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਫਿਰ ਇਸ ਗੁਣਨਫਲ y^2 ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

(iii) $(3x^2 - 5)$ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ x^2 ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਫਿਰ ਉਸਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ $3x^2$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਅੰਤ ਵਿੱਚ, $3x^2 - 5$ 'ਤੇ ਪਹੁੰਚਣ ਦੇ ਲਈ, ਅਸੀਂ $3x^2$ ਵਿੱਚੋਂ 5 ਨੂੰ ਘਟਾਉਂਦੇ ਹਾਂ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਦੱਸੋ ਕਿ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਵਿਅੰਜਕ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ:
$7xy + 5$, x^2y, $4x^2 - 5x$

(iv) xy ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਚਲ x ਨੂੰ ਇੱਕ ਹੋਰ ਚਲ y ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $x \times y = xy$

(v) $4xy + 7$ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ xy ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਫਿਰ 4 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ $4xy$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਫਿਰ ਦਿੱਤਾ ਹੋਇਆ ਵਿਅੰਜਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ, $4xy$ ਵਿੱਚ 7 ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ।

12.3 ਇੱਕ ਵਿਅੰਜਕ ਦੇ ਪਦ :

ਹੁਣ ਤੱਕ ਅਸੀਂ ਉੱਪਰ ਪੜ੍ਹਿਆ ਹੈ ਕਿ ਵਿਅੰਜਕ ਕਿਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਬਣਾਏ ਜਾਂਦੇ ਹਨ, ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਉਸਨੂੰ ਇੱਕ ਸਹੀ ਤਰਤੀਬ ਵਿੱਚ ਰੱਖਾਂਗੇ। ਇਸ ਕੰਮ ਦੇ ਲਈ, ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਜਾਨਣ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਵਿਅੰਜਕ ਦੇ ਪਦ (terms) ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡ (factors) ਕੀ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਭਾਵ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਅਰਥ ਕੀ ਹਨ।

ਵਿਅੰਜਕ $(4x + 5)$ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ। ਇਸ ਵਿਅੰਜਕ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਲਈ, ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਵੱਖਰੇ ਤੌਰ 'ਤੇ 4 ਅਤੇ x ਦੀ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ $4x$ ਬਣਾਇਆ ਸੀ ਅਤੇ ਫਿਰ ਇਸ ਵਿੱਚ 5 ਜੋੜ ਦਿੱਤਾ ਸੀ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਵਿਅੰਜਕ $(3x^2 + 7y)$ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ। ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਲਗ ਤੋਂ 3, x ਅਤੇ x ਦੀ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ $3x^2$ ਬਣਾਇਆ ਸੀ। ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਅਲਗ ਤੋਂ 7 ਅਤੇ y ਦੀ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ $7y$ ਬਣਾਇਆ ਸੀ। $3x^2$ ਅਤੇ $7y$ ਬਣਾਉਣ ਦੇ ਬਾਅਦ, ਅਸੀਂ ਦਿੱਤਾ ਹੋਇਆ ਵਿਅੰਜਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜ ਦਿੱਤਾ ਸੀ।

ਤੁਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋਗੇ ਕਿ ਅਸੀਂ ਜਿੰਨੇ ਵੀ ਵਿਅੰਜਕਾਂ 'ਤੇ ਕੰਮ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਉਹ ਸਾਰੇ ਇਸ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦੇਖੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਭਾਗ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜੋ ਅਲਗ ਤੋਂ ਬਣਾਏ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਫਿਰ ਜੋੜ ਦਿੱਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਭਾਗ, ਜੋ ਪਹਿਲਾਂ ਅਲਗ ਤੋਂ ਬਣਾਏ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਫਿਰ ਜੋੜ ਦਿੱਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ, ਇਸ ਵਿਅੰਜਕ ਦੇ ਪਦ ਕਹਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਵਿਅੰਜਕ $4x^2 - 3xy$ ਨੂੰ ਦੇਖੋ। ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਸਦੇ ਦੋ ਪਦ $4x^2$ ਅਤੇ $-3xy$ ਹਨ। ਪਦ $4x^2$: 4, x ਅਤੇ x ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਹੈ ਅਤੇ ਪਦ $-3xy$; -3, x ਅਤੇ y ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਹੈ।

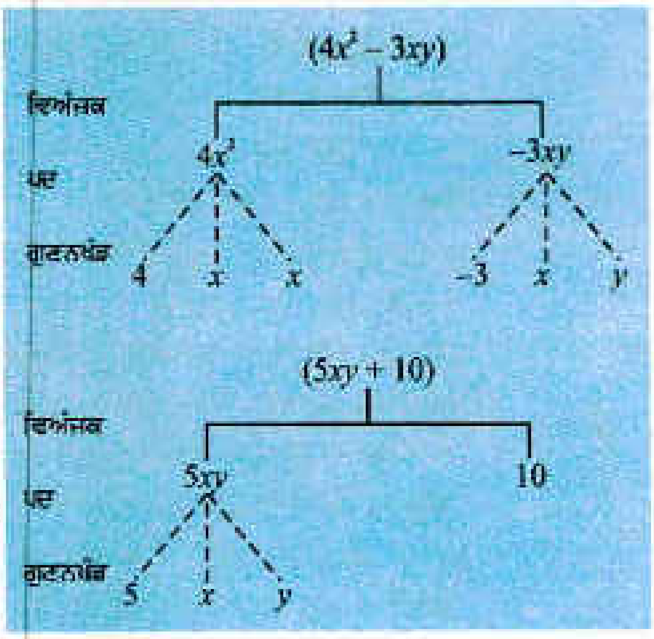
ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਦੇ ਲਈ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਿਅੰਜਕ $(4x + 5)$ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਦੇ ਲਈ $4x$ ਅਤੇ 5 ਨੂੰ ਜੋੜ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਿਅੰਜਕ $(4x^2 - 3xy)$ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਦੇ ਲਈ $4x^2$ ਅਤੇ $(-3xy)$ ਨੂੰ ਜੋੜ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸਦਾ ਕਾਰਣ $4x^2 + (-3xy) = 4x^2 - 3xy$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਪਦ ਵਿੱਚ ਰਿਣ ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਸ਼ਾਮਿਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਵਿਅੰਜਕ, $4x^2 - 3xy$ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਪਦ ਨੂੰ $3xy$ ਨਾ ਲੈ ਕੇ $(-3xy)$ ਲਿਆ ਸੀ। ਇਸ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਕਹਿਣ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਨਹੀਂ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਵਿਅੰਜਕ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਦੇ ਲਈ, ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਿਆ ਜਾਂ ਘਟਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਦੇ ਲਈ ਸਿਰਫ਼ ਇਹ ਕਹਿਣਾ ਹੀ ਕਾਫੀ ਹੈ ਕਿ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਇੱਕ ਪਦ ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡ :

ਅਸੀਂ ਉੱਪਰ ਦੇਖਿਆ ਸੀ ਕਿ ਵਿਅੰਜਕ $(4x^2 - 3xy)$ ਦੇ ਦੋ ਪਦ $4x^2$ ਅਤੇ $-3xy$ ਹਨ। ਪਦ $4x^2$; 4, x ਅਤੇ x ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 4, x ਅਤੇ x ਪਦ $4x^2$ ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹਨ ਇੱਕ ਪਦ ਆਪਣੇ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਗੁਣਨਫਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਪਦ $-3xy$, ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ -3, x ਅਤੇ y ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਹੈ।

ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਵਿਅੰਜਕ ਦੇ ਪਦਾਂ ਅਤੇ ਪਦਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸੁਵਿਧਾਜਨਕ ਅਤੇ ਆਕਰਸ਼ਕ ਢੰਗ ਨਾਲ ਇੱਕ ਵਿਅੰਜਕ ਦਰੱਖਤ ਚਿੱਤਰ ਦੇ ਰਾਹੀ ਪੇਸ਼ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਵਿਅੰਜਕ $(4x^2 - 3xy)$ ਦਾ ਦਰੱਖਤ ਲਾਗਵੇਂ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਦਰੱਖਤ(ਚਿੱਤਰ) ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਗੁਣਨਖੰਡ ਦੇ ਲਈ ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਅਤੇ ਪਦਾਂ ਦੇ ਲਈ ਲਗਾਤਾਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਹੈ। ਇਹ ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਰਲਗਡ ਨਾ ਹੋਣ ਦੇ ਲਈ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।

ਆਓ ਵਿਅੰਜਕ $5xy + 10$ ਦਾ ਦਰੱਖਤ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਈਏ। ਗੁਣਨਖੰਡ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਿਖੇ ਜਾਣਗੇ ਕਿ ਜਿਨ੍ਹਾ ਦੇ ਅੱਗੇ ਗੁਣਨਖੰਡ ਨਾ ਹੋ ਸਕਣ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਅਸੀਂ $5xy$ ਨੂੰ $5 \times xy$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਲਿਖਦੇ ਕਿਉਂਕਿ xy ਦੇ ਅੱਗੇ ਹੋਰ ਵੀ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਜੇ x^3 ਇੱਕ ਪਦ ਹੁੰਦਾ ਤਾਂ ਇਸ ਨੂੰ $x \times x^2$ ਨਾ ਲਿਖ ਕੇ $x \times x \times x$ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ। ਨਾਲ ਹੀ, ਯਾਦ ਰੱਖਿਆ ਜਾਵੇ 1 ਨੂੰ ਵੱਖਰੇ ਤੌਰ ਤੇ ਗੁਣਨਖੰਡ ਨਹੀਂ ਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

1. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਵਿੱਚੋ ਕਿਹੜੇ - ਕਿਹੜੇ ਪਦ ਹਨ? ਦਰਸਾਉ ਕਿ ਇਹ ਵਿਅੰਜਕ ਕਿਵੇਂ ਬਣਾਏ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਹਰੇਕ ਵਿਅੰਜਕ ਦੇ ਲਈ ਇੱਕ ਦਰੱਖਤ ਚਿੱਤਰ ਵੀ ਖਿੱਚੋ।
   $8y + 3x^2$, $7mn - 4$, $2x^2y$
2. ਅਜਿਹੇ ਤਿੰਨ ਵਿਅੰਜਕ ਲਿਖੋ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਵਿੱਚ ਚਾਰ ਪਦ ਹੋਣ।

ਗੁਣਾਂਕ

ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਪਦ ਨੂੰ ਉਸਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਣਾ ਸਿੱਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਸੰਖਿਆਤਮਕ (numerical) ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਹੋਰ ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ (algebraic) ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ। (ਭਾਵ ਇਸ ਵਿੱਚ ਚਲ ਹੁੰਦੇ ਹਨ) ਇਸ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਨੂੰ ਪਦ ਦਾ ਸੰਖਿਆਤਕਮ ਗੁਣਾਂਕ ਜਾਂ ਕੇਵਲ ਗੁਣਾਂਕ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇਸਨੂੰ ਬਾਕੀ ਪਦ (ਜੋ ਸਪਸ਼ਟ ਤੌਰ 'ਤੇ ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਹੈ) ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ ਵੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਪਦ $5xy$ ਵਿੱਚ xy ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ 5 ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਪਦ $10xyz$ ਵਿੱਚ xyz ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ 10 ਹੈ ਅਤੇ ਪਦ $-7x^2y^2$ ਵਿੱਚ x^2y^2 ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ -7 ਹੈ।

ਜਦੋਂ ਕਿਸੇ ਪਦ ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ 1 ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ ਉਸ ਨੂੰ ਲਿਖਦੇ ਸਮੇਂ ਛੱਡ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ, $1x$ ਨੂੰ x ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, $1x^2y^2$ ਨੂੰ x^2y^2 ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਆਦਿ। ਨਾਲ ਹੀ, ਗੁਣਾਂਕ (-1) ਨੂੰ ਸਿਰਫ਼ ਰਿਣ ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $(-1)\,x$ ਨੂੰ $-x$ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। $(-1)\,x^2\,y^2$ ਨੂੰ $-x^2\,y^2$ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਆਦਿ।

ਕਦੇ-ਕਦੇ ਸ਼ਬਦ, ਗੁਣਾਂਕ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਇੱਕ ਵਧੇਰੇ ਵਿਆਪਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਪਦ $5xy$ ਵਿੱਚ, xy ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ 5 ਹੈ, $5y$ ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ x ਹੈ ਅਤੇ $5x$ ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ y ਹੈ। $10xy^2$ ਵਿੱਚ, xy^2 ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ 10 ਹੈ, $10y^2$ ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ x ਹੈ ਅਤੇ $10x$ ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ y^2 ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਇਸ ਨੂੰ ਵਧੇਰੇ ਵਿਆਪਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਗੁਣਾਂਕ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਇੱਕ ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਦੋ ਜਾਂ ਵੱਧ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ ਬਾਕੀ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੇ ਪਦਾਂ ਦੇ ਗੁਣਾਂਕਾਂ ਦੀ ਪਹਿਚਾਣ ਕਰੋ :

$4x - 3y$, $a + b + 5$, $2y + 5$, $2xy$

ਉਦਾਹਰਣ 1: ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਵਿੱਚੋਂ, ਉਹ ਪਦ ਲੱਭੋ ਜਿਹੜੇ ਅਚਲ ਨਹੀਂ ਹਨ। ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਗੁਣਾਂਕ ਵੀ ਲਿਖੋ :

$$xy + 4,\ 13 - y^2,\ 13 - y + 5y^2,\ 4p^2q - 3pq^2 + 5$$

ਹੱਲ :

ਕ੍ਰਮ ਸੰਖਿਆ	ਵਿਅੰਜਕ	ਪਦ	ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਗੁਣਾਂਕ
(i)	$xy + 4$	xy	1
(ii)	$13 - y^2$	$-y^2$	-1
(iii)	$13 - y + 5y^2$	$-y$ $5y^2$	-1 5
(iv)	$4p^2q - 3pq^2 + 5$	$4p^2q$ $-3pq^2$	4 -3

ਉਦਾਹਰਣ 2:

(a) ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਵਿੱਚ x ਦੇ ਗੁਣਾਂਕ ਕੀ ਹਨ?

$$4x - 3y,\ 8 - x + y,\ y^2x - y,\ 2z - 5xz$$

(b) ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਵਿੱਚ y ਦੇ ਗੁਣਾਂਕ ਕੀ ਹਨ?

$$4x - 3y,\ 8 + yz,\ yz^2 + 5,\ my + m$$

ਹੱਲ :

(a) ਹਰੇਕ ਵਿਅੰਜਕ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਗੁਣਨਖੰਡ x ਵਾਲੇ ਪਦ ਨੂੰ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਇਸ ਪਦ ਦਾ ਬਾਕੀ ਭਾਗ x ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ ਹੋਵੇਗਾ।

ਕ੍ਰਮ ਸੰਖਿਆ	ਵਿਅੰਜਕ	ਗੁਣਨਖੰਡ x ਵਾਲਾ ਪਦ	x ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ
(i)	$4x - 3y$	$4x$	4
(ii)	$8 - x + y$	$-x$	-1
(iii)	$y^2x - y$	y^2x	y^2
(iv)	$2z - 5xz$	$-5xz$	$-5z$

(b) ਇਸ ਦਾ ਢੰਗ ਉੱਪਰ (a) ਦੀ ਵਿਧੀ ਵਰਗਾ ਹੀ ਹੈ।

ਕ੍ਰਮ ਸੰਖਿਆ	ਵਿਅੰਜਕ	ਗੁਣਨਖੰਡ y ਵਾਲਾ ਪਦ	y ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ
(i)	$4x - 3y$	$-3y$	-3
(ii)	$8 + yz$	yz	z
(iii)	$yz^2 + 5$	yz^2	z^2
(iv)	$my + m$	my	m

12.4 ਸਮਾਨ ਅਤੇ ਅਸਮਾਨ ਪਦ

ਜਦੋਂ ਪਦਾਂ ਦੇ ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਇਕੋ ਜਿਹੇ ਹੋਣ ਤਾਂ ਉਹ ਪਦ **ਸਮਾਨ ਪਦ** (like terms) ਕਹਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਜਦ ਪਦਾਂ ਦੇ ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਅਲਗ-ਅਲਗ ਹੋਣ, ਤਾਂ ਉਹ **ਅਸਮਾਨ ਪਦ** (unlike terms) ਕਹਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਵਿਅੰਜਕ $2xy - 3x + 5xy - 4$, ਵਿੱਚ ਪਦ $2xy$ ਅਤੇ $5xy$ ਨੂੰ ਦੇਖੋ। $2xy$ ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡ 2, x ਅਤੇ y ਹਨ। $5xy$ ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡ 5, x ਅਤੇ y ਹਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਇਸਦੇ ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ (ਭਾਵ ਉਹ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਚੱਲ ਹਨ) ਗੁਣਨਖੰਡ ਇੱਕ ਹੀ ਹਨ ਅਤੇ ਇਸ ਲਈ ਇਹ **ਸਮਾਨ ਪਦ** ਹਨ। ਇਸਦੇ ਉਲਟ, ਪਦ $2xy$ ਅਤੇ $-3x$ ਵਿੱਚ ਅਲਗ-ਅਲਗ ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹਨ। ਇਹ **ਅਸਮਾਨ ਪਦ** ਹਨ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਪਦ $2xy$ ਅਤੇ 4 ਅਸਮਾਨ ਪਦ ਹਨ। ਨਾਲ ਹੀ $-3x$ ਅਤੇ 4 ਵੀ ਅਸਮਾਨ ਪਦ ਹਨ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਪਦੀ, ਦੋ ਪਦੀ ਅਤੇ ਤਿੰਨ ਪਦੀ, ਦੇ ਰੂਪ ਵੰਡੋ : :

$12x,\ 12,\ -25x,\ -25,\ -25y,\ 1,\ x,\ 12y,\ y$

12.5 ਇੱਕ ਪਦੀ, ਦੋ ਪਦੀ, ਤਿੰਨ ਪਦੀ ਅਤੇ ਬਹੁਪਦੀ

ਉਹ ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕ ਜਿਸਦਾ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਪਦ ਹੋਵੇ, **ਇੱਕ ਪਦੀ (monomial)** ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ $7xy,\ -5m,\ 3z^2,\ 4$ ਆਦਿ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਇਕ ਪਦੀ, ਦੋਪਦੀ ਅਤੇ ਤਿਨ ਪਦੀ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਰਗੀਕ੍ਰਿਤ ਕਰੋ : $a, a+b, ab+a+b, ab+a+b-5, xy, xy+5, 5x^2-x+2, 4pq-3q+5p, 7, 4m-7n+10, 4mn+7$.

ਇੱਕ ਵਿਅੰਜਕ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ ਦੋ ਪਦ ਹੋਣ ਅਤੇ ਉਹ ਅਸਮਾਨ ਪਦ ਹੋਣ, ਉਹ ਦੋ ਪਦੀ (binomial) ਕਹਾਉਂਦੇ ਹਨ, ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ $x+y$, $m-5$, $mn+4m$, a^2-b^2 ਦੋ ਪਦੀ ਹਨ। ਵਿਅੰਜਕ $10pq$ ਦੋ ਪਦੀ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਹ ਇੱਕ ਪਦੀ ਹੈ। ਵਿਅੰਜਕ $(a+b+5)$ ਦੋ ਪਦੀ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਸ ਵਿਚ ਤਿਨ ਪਦ ਹਨ। ਇਕ ਵਿਅੰਜਕ ਜਿਸ ਵਿਚ ਤਿੰਨ ਪਦ ਹੋਣ। ਇੱਕ ਤਿਨ ਪਦੀ (trinomial) ਕਹਾਉਂਦੀ ਹੈ,ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ $x+y+7$, $ab+a+b$, $3x^2-5x+2$, $m+n+10$ ਤਿੰਨ ਪਦੀ ਹਨ। ਪਰ ਵਿਅੰਜਕ $ab+a+b+5$ ਇੱਕ ਤਿੰਨ ਪਦੀ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਸ ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ ਪਦ ਨਾ ਹੋ ਕੇ ਚਾਰ ਪਦ ਹਨ। ਵਿਅੰਜਕ $x+y+5x$ ਇੱਕ ਤਿੰਨ ਪਦੀ ਨਹੀਂ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਪਦ x ਅਤੇ $5x$ ਸਮਾਨ ਪਦ ਹਨ।

ਆਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਇੱਕ ਜਾਂ ਵੱਧ ਪਦਾਂ ਵਾਲਾ ਵਿਅੰਜਕ **ਇੱਕ ਬਹੁਪਦ** (Polynomial) ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇੱਕ ਪਦੀ, ਦੋ ਪਦੀ ਅਤੇ ਤਿੰਨ ਪਦੀ ਵੀ ਬਹੁਪਦ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਣ 3 : ਕਾਰਣ ਸਹਿਤ ਦੱਸੋ ਕਿ ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਜੋੜਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੇ-ਕਿਹੜੇ ਜੋੜੇ ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਕਿਹੜੇ ਕਿਹੜੇ ਜੋੜੇ ਅਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਦੇ ਹਨ

(i) $7x, 12y$ (ii) $15x, -21x$ (iii) $-4ab, 7ba$ (iv) $3xy, 3x$
(v) $6xy^2, 9x^2y$ (vi) $pq^2, -4pq^2$ (vii) $mn^2, 10mn$

ਹੱਲ :

ਕ੍ਰਮ ਸੰਖਿਆ	ਜੋੜੇ	ਗੁਣਨਖੰਡ	ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਇੱਕ ਹੀ ਹਨ ਜਾਂ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਹਨ	ਸਮਾਨ/ ਅਸਮਾਨ ਪਦ	ਟਿੱਪਣੀ
(i)	$7x$ $12y$	$7, x$ $12, y$	ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ	ਅਸਮਾਨ	ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਚਲ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਹਨ
(ii)	$15x$ $-21x$	$15, x$ $-21, x$	ਇੱਕ ਹੀ ਹਨ	ਸਮਾਨ	
(iii)	$-4ab$ $7ba$	$-4, a, b$ $7, b, a$	ਇੱਕ ਹੀ ਹਨ	ਸਮਾਨ	ਯਾਦ ਰੱਖੋ $ab = ba$
(iv)	$3xy$ $3x$	$3, x, y$ $3, x$	ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ	ਅਸਮਾਨ	ਚਲ y ਸਿਰਫ ਪਹਿਲੇ ਪਦ ਵਿਚ ਹੈ
(v)	$6xy^2$ $9x^2y$	$6, x, y, y$ $9, x, x, y$	ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ	ਅਸਮਾਨ	ਦੋਨਾਂ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਚਲ ਤਾਂ ਇੱਕੋ ਜਿਹੇ ਹਨ, ਪ੍ਰੰਤੂ ਇਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਘਾਤਾਂ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਹਨ
(vi)	pq^2 $-4pq^2$	$1, p, q, q$ $-4, p, q, q$	ਇੱਕ ਹੀ ਹਨ	ਸਮਾਨ	ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਗੁਣਾਂਕ 1 ਦਿਖਾਇਆ ਨਹੀਂ ਜਾਂਦਾ

ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਸਰਲ ਪਗ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਹ ਫੈਸਲਾ ਲੈਣ ਵਿੱਚ ਮਦਦ ਕਰਨਗੇ ਕਿ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਪਦ **ਸਮਾਨ ਪਦ** ਹਨ ਜਾਂ **ਅਸਮਾਨ ਪਦ** ਹਨ।

(i) ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਗੁਣਾਂਕ ਵੱਲ ਧਿਆਨ ਨਾ ਦਿਓ। ਪਦਾਂ ਦੇ ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਭਾਗ 'ਤੇ ਆਪਣਾ ਧਿਆਨ ਦਿਓ।

(ii) ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਚਲ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰੋ। ਇਹ ਇੱਕ ਹੀ ਹੋਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ।

(iii) ਹੁਣ, ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਚਲ ਦੀ ਘਾਤਾਂ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰੋ। ਇਹ ਇੱਕ ਹੀ ਹੋਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ।

ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਦੇ ਬਾਰੇ ਫੈਸਲਾ ਲੈਂਦੇ ਸਮੇ, ਇਹਨਾਂ ਦੋ ਗੱਲਾਂ ਨਾਲ ਕੋਈ ਪ੍ਰਭਾਵ ਨਹੀਂ ਪੈਂਦਾ (1) ਪਦਾਂ ਦੇ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਗੁਣਾਂਕ ਅਤੇ (2) ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਚਲਾਂ ਦੇ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਦਾ ਕ੍ਰਮ।

ਅਭਿਆਸ 12.1

1. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹਾਲਤਾਂ ਵਿੱਚ, ਚਲ, ਅਚਲ ਅਤੇ ਅੰਕ ਗਣਿਤਕ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਵੇ, ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ :

(i) ਸੰਖਿਆ y ਵਿੱਚੋਂ z ਨੂੰ ਘਟਾਉਣਾ।

(ii) ਸੰਖਿਆਵਾਂ x ਅਤੇ y ਦੇ ਜੋੜ ਦਾ ਅੱਧਾ

(iii) ਸੰਖਿਆ z ਨੂੰ ਆਪਣੇ ਆਪ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

(iv) ਸੰਖਿਆਵਾਂ p ਅਤੇ q ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦਾ ਇੱਕ-ਚੌਥਾਈ।

(v) ਦੋਨਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ x ਅਤੇ y ਦੇ ਵਰਗਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

(vi) ਸੰਖਿਆਵਾਂ m ਅਤੇ n ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਤਿੰਨ ਗੁਣਾ ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆ 5 ਜੋੜਨਾ।

(vii) 10 ਵਿੱਚੋਂ ਸੰਖਿਆ y ਅਤੇ z ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਨੂੰ ਘਟਾਉਣਾ।

(viii) ਸੰਖਿਆਵਾਂ a ਅਤੇ b ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਵਿੱਚੋਂ ਉਸਦੇ ਜੋੜਫਲ ਨੂੰ ਘਟਾਉਣਾ।

2. (i) ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੇ ਪਦਾਂ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਨੂੰ ਪਛਾਣੋ। ਪਦਾਂ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਨੂੰ ਦਰੱਖਤ ਚਿੱਤਰ ਦੁਆਰਾ ਵੀ ਦਰਸਾਓ।

(a) $x - 3$ (b) $1 + x + x^2$ (c) $y - y^3$

(d) $5xy^2 + 7x^2y$ (e) $-ab + 2b^2 - 3a^2$

(ii) ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਵਿੱਚ ਪਦਾਂ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਨੂੰ ਛਾਂਟੋ।

(a) $-4x + 5$ (b) $-4x + 5y$ (c) $5y + 3y^2$

(d) $xy + 2x^2y^2$ (e) $pq + q$ (f) $1.2\,ab - 2.4\,b + 3.6\,a$

(g) $\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$ (h) $0.1\,p^2 + 0.2\,q^2$

3. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਵਿੱਚ ਪਦਾਂ ਦੇ ਸੰਖਿਆਤਕ ਗੁਣਾਂਕ, ਜੋ ਅਚਲ ਨਾ ਹੋਣ, ਦੀ ਪਛਾਣ ਕਰੋ।

(i) $5 - 3t^2$ (ii) $1 + t + t^2 + t^3$ (iii) $x + 2xy + 3y$

(iv) $100m + 1000n$ (v) $-p^2q^2 + 7pq$ (vi) $1.2\,a + 0.8\,b$

(vii) $3.14\,r^2$ (viii) $2\,(l + b)$ (ix) $0.1\,y + 0.01\,y^2$

4. (a) ਉਹ ਪਦ ਪਛਾਣੋ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ x ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ x ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ ਲਿਖੋ।

(i) $y^2x + y$ (ii) $13y^2 - 8yx$ (iii) $x + y + 2$

(iv) $5 + z + zx$ (v) $1 + x + xy$ (vi) $12xy^2 + 25$

(vii) $7 + xy^2$

(b) ਉਹ ਪਦ ਪਛਾਣੋ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ y^2 ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ y^2 ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ ਲਿਖੋ

(i) $8 - xy^2$ (ii) $5y^2 + 7x$ (iii) $2x^2y - 15xy^2 + 7y^2$

5. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਪਦੀ, ਦੋ ਪਦੀ ਅਤੇ ਤਿੰਨ ਪਦੀ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵੰਡੋ :

(i) $4y - 7z$	(ii) y^2	(iii) $x + y - xy$	(iv) 100
(v) $ab - a - b$	(vi) $5 - 3t$	(vii) $4p^2q - 4pq^2$	(viii) $7mn$
(ix) $z^2 - 3z + 8$	(x) $a^2 + b^2$	(xi) $z^2 + z$	(xii) $1 + x + x^2$

6. ਦੱਸੋ ਕਿ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਪਦਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਦੇ ਹਨ ਜਾਂ ਅਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਦੇ ਹਨ :

(i) $1, 100$	(ii) $-7x, \frac{5}{2}x$	(iii) $-29x, -29y$
(iv) $14xy, 42yx$	(v) $4m^2p, 4mp^2$	(vi) $12xz, 12x^2z^2$

7. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤਿਆਂ ਵਿੱਚ ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਪਛਾਣੋ।

(a) $-xy^2, -4yx^2, 8x^2, 2xy^2, 7y, -11x^2, -100x, -11yx, 20x^2y, -6x^2, y, 2xy, 3x$

(b) $10pq, 7p, 8q, -p^2q^2, -7qp, -100q, -23, 12q^2p^2, -5p^2, 41, 2405p, 78qp, 13p^2q, qp^2, 701p^2$

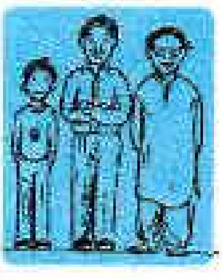
12.6 ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਓ।

ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ।

1. ਸਰੀਤਾ ਦੇ ਕੋਲ ਕੁੱਝ ਬੰਟੇ ਹਨ। ਅਮੀਨਾ ਦੇ ਕੋਲ ਉਸਦੇ ਨਾਲੋਂ 10 ਬੰਟੇ ਵੱਧ ਹਨ। ਅੱਪੂ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਉਸ ਕੋਲ ਸਰੀਤਾ ਅਤੇ ਅਮੀਨਾ ਦੇ ਕੋਲ ਜਿੰਨੇ ਬੰਟੇ ਹਨ ਉਸ ਨਾਲੋਂ 3 ਵੱਧ ਹਨ। ਤੁਸੀਂ ਅੱਪੂ ਦੇ ਬੰਟਿਆਂ ਦੇ ਸੰਖਿਆ ਕਿਵੇਂ ਪਤਾ ਕਰੋਗੇ ?

   ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਦਿੱਤਾ ਨਹੀਂ ਗਿਆ ਹੈ ਕਿ ਸਰੀਤਾ ਦੇ ਕੋਲ ਕਿੰਨੇ ਬੰਟੇ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ x ਮੰਨ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ। ਅਮੀਨਾ ਦੇ ਕੋਲ ਇਹਨਾ ਨਾਲੋਂ 10 ਵੱਧ, ਭਾਵ $x + 10$ ਬੰਟੇ ਹਨ। ਅੱਪੂ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਉਸਦੇ ਕੋਲ ਸਰੀਤਾ ਅਤੇ ਅਮੀਨਾ ਦੇ ਕੁੱਲ ਬੰਟਿਆਂ ਤੋਂ 3 ਵੱਧ ਹਨ। ਅਸੀਂ ਸਰੀਤਾ ਅਤੇ ਅਮੀਨਾ ਦੇ ਬੰਟਿਆਂ ਦੇ ਜੋੜਫਲ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਉਸ ਜੋੜਫਲ ਵਿੱਚ 3 ਜੋੜ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਭਾਵ ਅਸੀਂ x, $x + 10$ ਅਤੇ 3 ਨੂੰ ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ।

2. ਰਾਮੂ ਦੇ ਪਿਤਾ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ ਰਾਮੂ ਦੀ ਉਮਰ ਦਾ ਤਿੰਨ ਗੁਣਾ ਹੈ। ਰਾਮੂ ਦੇ ਦਾਦਾ ਜੀ ਦੀ ਉਮਰ ਰਾਮੂ ਅਤੇ ਰਾਮੂ ਦੇ ਪਿਤਾ ਦੀ ਉਮਰ ਦੇ ਜੋੜ ਤੋਂ 13 ਸਾਲ ਵੱਧ ਹੈ। ਤੁਸੀਂ ਰਾਮੂ ਦੇ ਦਾਦਾ ਜੀ ਦੀ ਉਮਰ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋਗੇ ?



   ਕਿਉਂਕਿ ਰਾਮੂ ਦੀ ਉਮਰ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, ਇਸ ਨੂੰ y ਸਾਲ ਮੰਨ ਲਓ ਤਾਂ, ਉਸਦੇ ਪਿਤਾ ਦੀ ਉਮਰ $3y$ ਸਾਲ ਹੈ। ਰਾਮੂ ਦੇ ਦਾਦਾ ਜੀ ਦੀ ਉਮਰ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ ਰਾਮੂ ਦੀ ਉਮਰ (y) ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਪਿਤਾ ਦੀ ਉਮਰ ($3y$) ਦਾ ਜੋੜਫਲ ਪਤਾ ਕਰਕੇ । ਇਸ ਜੋੜਫਲ ਵਿੱਚ 13 ਜੋੜਨਾ ਹੋਵੇਗਾ ਭਾਵ ਸਾਨੂੰ y, $3y$ ਅਤੇ 13 ਦਾ ਜੋੜਫਲ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਹੋਵੇਗਾ।

3. ਇੱਕ ਬਾਗ ਵਿੱਚ ਗੁਲਾਬ ਅਤੇ ਗੇਂਦੇ ਦੇ ਪੌਦੇ ਵਰਗਾਕਾਰ ਕਿਆਰੀਆਂ ਵਿੱਚ ਲਗਾਏ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਜਿਸ ਵਰਗਾਕਾਰ ਕਿਆਰੀ ਵਿੱਚ ਗੇਂਦੇ ਦੇ ਫੁੱਲ ਲਗਾਏ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਉਸਦੀ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਉਸ ਵਰਗਾਕਾਰ ਕਿਆਰੀ ਦੀ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਤੋਂ 3 ਮੀਟਰ ਵੱਧ ਹੈ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਗੁਲਾਬ ਦੇ ਪੌਦੇ ਲਗਾਏ ਗਏ ਹਨ। ਗੇਂਦੇ ਦੀ ਕਿਆਰੀ ਗੁਲਾਬ ਦੀ ਕਿਆਰੀ ਤੋਂ ਖੇਤਰਫਲ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੀ ਵੱਡੀ ਹੈ ?

   ਆਓ ਗੁਲਾਬ ਦੀ ਕਿਆਰੀ ਦੀ ਭੁਜਾ ਨੂੰ l ਮੀਟਰ ਮੰਨ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ। ਤਦ ਗੇਂਦੇ ਦੀ ਕਿਆਰੀ ਦੀ ਭੁਜਾ

$(l + 3)$ ਮੀਟਰ ਹੋਵੇਗੀ। ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ (ਵਰਗ ਮੀਟਰ ਵਿੱਚ) ਕ੍ਰਮਵਾਰ l^2 ਅਤੇ $(l + 3)^2$ ਹੋਣਗੇ। ਇਸ ਦੋਨੋਂ ਦਾ ਅੰਤਰ ਹੀ ਇਹ ਦਰਸਾਵੇਗਾ ਕਿ ਗੇਂਦੇ ਦੇ ਪੌਦੇ ਵਾਲੀ ਕਿਆਰੀ, ਗੁਲਾਬ ਵਾਲੀ ਕਿਆਰੀ ਤੋਂ ਖੇਤਰਫਲ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੀ ਵੱਡੀ ਹੈ।

ਉਪਰੋਕਤ ਤਿੰਨੋ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ, ਸਾਨੂੰ ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨਾ ਜਾਂ ਘਟਾਉਣਾ ਪਿਆ ਸੀ। ਦੈਨਿਕ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ, ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੀਆਂ ਅਨੇਕ ਅਜਿਹੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਸਾਡੇ ਸਾਹਮਣੇ ਆਉਂਦੀਆਂ ਹਨ। ਜਿਥੇ ਸਾਨੂੰ ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਨਾ ਪੈਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਤੇ ਅੰਕ ਗਣਿਤਕ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਕਰਨੀ ਪੈਂਦੀਆਂ ਹਨ। ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਇਹ ਦੇਖਾਂਗੇ ਕਿ ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜੋੜਿਆ ਅਤੇ ਘਟਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਘੱਟ ਘੱਟ ਦੋ ਅਜਿਹੀ ਸਥਿਤੀਆਂ ਦੇ ਬਾਰੇ ਸੋਚੋ। ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਵਿੱਚ ਤੁਹਾਨੂੰ ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਦੀ ਲੋੜ ਪਵੇ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨਾ ਜਾਂ ਘਟਾਉਣਾ ਪਵੇ।

ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਦਾ ਜੋੜਣਾ ਅਤੇ ਘਟਾਉਣਾ :

ਸਰਲ ਵਿਅੰਜਕ ਇੱਕ ਪਦੀ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਹੀ ਪਦ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇਹ ਸਿੱਖਾਂਗੇ ਕਿ ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜੋੜਿਆ ਜਾਂ ਘਟਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

- ਆਓ $3x$ ਅਤੇ $4x$ ਨੂੰ ਜੋੜੀਏ। ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ਕਿ x ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

  ਇਸ ਲਈ $3x$ ਅਤੇ $4x$ ਵੀ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।

  ਹੁਣ $3x + 4x = (3 \times x) + (4 \times x)$ (ਵੰਡਕਾਰੀ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਨਾਲ)

  $= (3 + 4) \times x$

  $= 7 \times x = 7x$

  ਜਾਂ $3x + 4x = 7x$

> ਕਿਉਂਕਿ ਚਲ, ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੀ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਵੰਡਕਾਰੀ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

- ਆਉ ਹੁਣ ਅੱਗੇ $8xy$, $4xy$, $2xy$ ਨੂੰ ਜੋੜੀਏ।

  $8xy + 4xy + 2xy = (8 \times xy) + (4 \times xy) + (2 \times xy)$

  $= (8 + 4 + 2) \times xy$

  $= 14 \times xy = 14xy$

  ਜਾਂ $8xy + 4xy + 2xy = 14\ xy$

- ਆਓ ਅਸੀਂ $7n$ ਵਿੱਚੋਂ $4n$ ਨੂੰ ਘਟਾਈਏ।

  $7n - 4n = (7 \times n) - (4 \times n)$

  $= (7 - 4) \times n = 3 \times n = 3n$

  ਜਾਂ $7n - 4n = 3n$

- ਇਸੇ ਪ੍ਰਕਾਰ, $11ab$ ਵਿੱਚੋਂ $5ab$ ਨੂੰ ਘਟਾਓ।

  $11ab - 5ab = (11 - 5)\ ab = 6ab$

ਇਸੇ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਦੋ ਜਾਂ ਅਧਿਕ ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਦਾ ਜੋੜ, ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪਦ ਹੁੰਦਾ ਹੈ; ਜਿਸ ਦਾ ਸੰਖਿਆਤਮਕ (numerical) ਗੁਣਾਂਕ ਸਾਰੇ ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਦੇ ਗੁਣਾਂਕਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਦੋ ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਦਾ ਅੰਤਰ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪਦ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜਿਸਦਾ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਗੁਣਾਂਕ ਦੋਨੋ ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਦੇ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਗੁਣਾਂਕਾਂ ਦੇ ਅੰਤਰ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਧਿਆਨ ਦਿਓ, ***ਅਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਉਸੇ ਪ੍ਰਕਾਰ ਜੋੜਿਆ ਜਾਂ ਘਟਾਇਆ ਨਹੀਂ ਜਾ ਸਕਦਾ ਜਿਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਿਆ ਜਾਂ ਘਟਾਇਆ ਕਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।*** ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਰਾਹੀਂ ਜਾਣ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ। ਜਦੋਂ x ਵਿੱਚ 5 ਨੂੰ ਜੋੜਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਪਰਿਣਾਮ (Result) ਨੂੰ $(x + 5)$ ਤੌਰ 'ਤੇ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ। ਨੋਟ ਕਰੋ, ਕਿ $(x + 5)$ ਵਿੱਚ 5 ਅਤੇ x ਦੋਨੋਂ ਪਦ ਪਹਿਲਾਂ ਵਰਗੇ ਹੀ ਹਨ। ਇਸੇ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਅਸਮਾਨ ਪਦਾਂ $3xy$ ਅਤੇ 7 ਨੂੰ ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਜੋੜਫਲ $3xy + 7$ ਹੈ।

ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ $3xy$ ਵਿੱਚੋਂ 7 ਘਟਾਈਏ ਤਾਂ ਪਰਿਣਾਮ $3xy - 7$ ਹੈ।

ਵਿਆਪਕ ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਣਾ ਅਤੇ ਘਟਾਉਣਾ :

ਆਓ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਲਓ

- $3x + 11$ ਅਤੇ $7x - 5$ ਜੋੜੋ।

  ਲੋੜੀਂਦਾ ਅੰਤਰ $= 3x + 11 + 7x - 5$

  ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਪਦ $3x$ ਅਤੇ $7x$ ਸਮਾਨ ਪਦ ਹਨ ਅਤੇ 11 ਅਤੇ -5 ਵੀ ਸਮਾਨ ਪਦ ਹਨ। ਨਾਲ ਹੀ, $3x + 7x = 10x$ ਅਤੇ $11 + (-5) = 6$ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਉਪਰੋਕਤ ਜੋੜਫਲ ਨੂੰ ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਅਨੁਸਾਰ ਸਰਲ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ

  ਜੋੜਫਲ $= 3x + 11 + 7x - 5$

  $= 3x + 7x + 11 - 5$ (ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਦੁਬਾਰਾ ਤਰਤੀਬ ਵਿੱਚ ਕਰਨ 'ਤੇ)

  $= 10x + 6$

  ਇਸ ਲਈ, $3x + 11 + 7x - 5 = 10x + 6$

- $3x + 11 + 8z$ ਅਤੇ $7x - 5$ ਨੂੰ ਜੋੜੋ

  ਜੋੜਫਲ $= 3x + 11 + 8z + 7x - 5$

  $= 3x + 7x + 11 - 5 + 8z$ (ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਦੁਬਾਰਾ ਤਰਤੀਬ ਵਿੱਚ ਕਰਨ 'ਤੇ)

  ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ ਅਸੀਂ ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠੇ ਰੱਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਇਕੱਲਾ ਅਸਮਾਨ ਪਦ $8z$ ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।

  ਇਸ ਲਈ, ਜੋੜਫਲ $= 10x + 6 + 8z$

- $3a - b + 4$ ਵਿੱਚੋਂ $a - b$ ਨੂੰ ਘਟਾਓ

  ਅੰਤਰ $= 3a - b + 4 - (a - b)$

  $= 3a - b + 4 - a + b$

  ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ $a - b$ ਨੂੰ ਬਰੇਕਟਾਂ ਵਿੱਚ ਰੱਖਿਆ ਅਤੇ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਬਰੈਕਟਾਂ ਨੂੰ ਖੋਲਦੇ ਸਮੇਂ ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਧਿਆਨ ਰੱਖਿਆ ਹੈ। ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠਾ ਰੱਖਣ ਦੇ ਲਈ, ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਦੁਬਾਰਾ ਤਰਤੀਬ ਦੇਣ 'ਤੇ,

  ਅੰਤਰ $= 3a - a - b + b + 4$

  $= (3 - 1)\,a - (1 - 1)\,b + 4$

  ਅੰਤਰ $= 2a + (0)\,b + 4 = 2a + 4$

  ਜਾਂ $3a - b + 4 - (a - b) = 2a + 4$

> **ਧਿਆਨ ਦਿਓ:**
> ਜਿਵੇਂ $-(5 - 3) = -5 + 3$ ਹੈ, ਉਸੀ ਤਰ੍ਹਾਂ $-(a - b) = -a + b$ ਹੈ ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਪਦਾਂ ਦੇ ਚਿਨ੍ਹਾਂ 'ਤੇ ਉਸੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੰਮ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਚਿਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਨਾਲ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।।

ਅਸੀਂ ਅਭਿਆਸ ਦੇ ਤੌਰ ਤੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਓ ਲਈ ਕੁਝ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਵੀ ਹੱਲ ਕਰਾਂਗੇ।

ਉਦਾਹਰਣ 4 : ਸਮਾਨ-ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠੇ ਕਰਕੇ ਵਿਅੰਜਕ $12m^2 - 9m + 5m - 4m^2 - 7m + 10$ ਨੂੰ ਸਰਲ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਦੁਬਾਰਾ ਤਰਤੀਬ ਕਰਕੇ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ:

$$\begin{aligned} 12m^2 - 4m^2 + 5m - 9m - 7m + 10 &= (12 - 4)\, m^2 + (5 - 9 - 7)\, m + 10 \\ &= 8m^2 + (-4 - 7)\, m + 10 \\ &= 8m^2 + (-11)\, m + 10 \\ &= 8m^2 - 11m + 10 \end{aligned}$$

ਅਭਿਆਸ ਕਰ

ਜੋੜੋ ਅਤੇ ਘਟਾਓ:

(i) $m - n,\ m + n$

(ii) $mn + 5 - 2,\ mn + 3$

ਉਦਾਹਰਣ 5 : $30ab + 12b + 14a$ ਵਿੱਚੋਂ $24ab - 10b - 18a$ ਘਟਾਓ।

ਹੱਲ :

$$\begin{aligned} 30ab + 12b + 14a - (24ab - 10b - 18a) &= 30ab + 12b + 14a - 24ab + 10b + 18a \\ &= 30ab - 24ab + 12b + 10b + 14a + 18a \\ &= 6ab + 22b + 32a \end{aligned}$$

ਧਿਆਨ ਰੱਖੋ, ਕਿ ਇਕ ਪਦ ਘਟਾਉਣ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ ਉਸਦੇ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਨੂੰ ਜੋੜਨਾ। ਅੰਤ, $-10b$ ਘਟਾਉਣ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ $+10b$ ਜੋੜਨਾ, $-18a$ ਘਟਾਉਣਾ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ $+18a$ ਨੂੰ ਜੋੜਨਾ ਅਤੇ $-24ab$ ਨੂੰ ਜੋੜਨਾ। ਘਟਾਏ ਜਾਣ ਵਿਅੰਜਕ ਦੇ ਹੇਠਾਂ ਦਰਸਾਏ ਗਏ ਚਿਨ੍ਹ, ਘਟਾਉਣ ਦੀ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਨੂੰ ਉਚਿਤ ਰੂਪ ਨਾਲ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਸਹਾਇਕ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

ਬਦਲਵੀ ਵਿਧੀ : ਅਸੀਂ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਦੇ ਹੇਠਾਂ ਇੱਕ ਕਰਕੇ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਰੱਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਮਾਨ ਪਦ ਇੱਕ ਹੀ ਸੇਧ ਵਿੱਚ ਭਾਵ ਕਾੱਲਮਾਂ ਵਿੱਚ ਰਹਿਣ ਜਿਵੇਂ ਹੇਠਾਂ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ :

$$\begin{array}{ccccc} 30ab & + & 12b & + & 14a \\ 24ab & - & 10b & - & 18a \\ - & & + & & + \\ \hline 6ab & + & 22b & + & 32a \\ \hline \end{array}$$

ਉਦਾਹਰਣ 6: $2y^2 + 3yz,\ -y^2 - yz - z^2$ ਅਤੇ $yz + 2z^2$ ਦੇ ਜੋੜ ਵਿੱਚੋਂ $3y^2 - z^2$ ਅਤੇ $-y^2 + yz + z^2$ ਦੇ ਜੋੜਫਲ ਨੂੰ ਘਟਾਓ।

ਹੱਲ : ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ $2y^2 + 3yz,\ -y^2 - yz - z^2$ ਅਤੇ $yz + 2z^2$ ਨੂੰ ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ।

$$\begin{array}{cccccc} & 2y^2 & + & 3yz & & \\ - & y^2 & - & yz & - & z^2 \\ & & + & yz & + & 2z^2 \\ \hline & y^2 & + & 3yz & + & z^2 \\ \hline \end{array} \qquad (1)$$

ਫਿਰ ਅਸੀਂ $3y^2 - z^2$ ਅਤੇ $-y^2 + yz + z^2$ ਨੂੰ ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ।

$$\begin{array}{cccccc} & 3y^2 & & & - & z^2 \\ - & y^2 & + & yz & + & z^2 \\ \hline & 2y^2 & + & yz & & \\ \hline \end{array} \qquad (2)$$

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਜੋੜਫਲ (1) ਵਿੱਚੋਂ (2) ਜੋੜਫਲ ਨੂੰ ਘਟਾਉਂਦੇ ਹਾਂ।

$$\begin{array}{rrr} y^2 & +\,3yz & +\,z^2 \\ 2y^2 & +\,yz & \\ - & - & \\ \hline -\,y^2 & +\,2yz & +\,z^2 \\ \hline \end{array}$$

ਅਭਿਆਸ 12.2

1. ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕਠਾ ਕਰਕੇ ਸਰਲ ਕਰੋ :

(i) $21b - 32 + 7b - 20b$

(ii) $-z^2 + 13z^2 - 5z + 7z^3 - 15z$

(iii) $p - (p - q) - q - (q - p)$

(iv) $3a - 2b - ab - (a - b + ab) + 3ab + b - a$

(v) $5x^2y - 5x^2 + 3yx^2 - 3y^2 + x^2 - y^2 + 8xy^2 - 3y^2$

(vi) $(3y^2 + 5y - 4) - (8y - y^2 - 4)$

2. ਜੋੜੋ:

(i) $3mn, -5mn, 8mn, -4mn$

(ii) $t - 8tz, 3tz - z, z - t$

(iii) $-7mn + 5, 12mn + 2, 9mn - 8, -2mn - 3$

(iv) $a + b - 3, b - a + 3, a - b + 3$

(v) $14x + 10y - 12xy - 13, 18 - 7x - 10y + 8xy, 4xy$

(vi) $5m - 7n, 3n - 4m + 2, 2m - 3mn - 5$

(vii) $4x^2y, -3xy^2, -5xy^2, 5x^2y$

(viii) $3p^2q^2 - 4pq + 5, -10p^2q^2, 15 + 9pq + 7p^2q^2$

(ix) $ab - 4a, 4b - ab, 4a - 4b$

(x) $x^2 - y^2 - 1, y^2 - 1 - x^2, 1 - x^2 - y^2$

3. ਘਟਾਓ।

(i) y^2 ਵਿੱਚੋਂ $-5y^2$

(ii) $-12xy$ ਵਿੱਚੋਂ $6xy$

(iii) $(a + b)$ ਵਿੱਚੋਂ $(a - b)$

(iv) $b(5 - a)$ ਵਿੱਚੋਂ $a(b - 5)$

(v) $4m^2 - 3mn + 8$ ਵਿੱਚੋਂ $-m^2 + 5mn$

(vi) $5x - 10$ ਵਿੱਚੋਂ $-x^2 + 10x - 5$

(vii) $3ab - 2a^2 - 2b^2$ ਵਿੱਚੋਂ $5a^2 - 7ab + 5b^2$

(viii) $5p^2 + 3q^2 - pq$ ਵਿੱਚੋਂ $4pq - 5q^2 - 3p^2$

4. (a) $2x^2 + 3xy$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ, $x^2 + xy + y^2$ ਵਿੱਚ ਕੀ ਜੋੜਨਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ?

(b) $-3a + 7b + 16$ ਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ $2a + 8b + 10$ ਵਿੱਚੋਂ ਕੀ ਘਟਾਈਏ?

5. $-x^2-y^2+6xy+20$ ਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ, $3x^2-4y^2+5xy+20$ ਵਿੱਚੋਂ ਕੀ ਕੱਢਣਾ ਪਵੇਗਾ ?
6. (a) $3x-y+11$ ਅਤੇ $-y-11$ ਦੇ ਜੋੜਫਲ ਵਿੱਚੋਂ $3x-y-11$ ਨੂੰ ਘਟਾਓ ?
   (b) $4+3x$ ਅਤੇ $5-4x+2x^2$ ਦੇ ਜੋੜਫਲ ਵਿੱਚੋਂ $3x^2-5x$ ਅਤੇ $-x^2+2x+5$ ਦੇ ਜੋੜ ਨੂੰ ਘਟਾਓ।

12.7 ਕਿਸੀ ਵਿਅੰਜਕ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰਨਾ

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕ ਦਾ ਮੁੱਲ ਉਸ ਵਿਅੰਜਕ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਵਾਲੇ ਚਲਾਂ (variables) 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਅਜਿਹੀਆਂ ਅਨੇਕ ਸਥਿਤੀਆਂ ਹਨ, ਜਿਥੇ ਅਸੀਂ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਪੜਤਾਲ ਕਰਨਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ, ਕਿ ਚਲ ਦਾ ਇੱਕ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਮੁੱਲ ਇੱਕ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਸਮੀਕਰਣ ਨੂੰ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ।

ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਰੇਖਾ ਗਣਿਤਕ ਅਤੇ ਪ੍ਰਤੀ ਦਿਨ ਦੇ ਗਣਿਤ ਦੇ ਸੂਤਰਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਵੀ ਅਸੀਂ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਉਦਾਹਰਣ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਭੁਜਾ l ਵਾਲੇ ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ l^2 ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜਦੋਂ $l = 5$ ਸਮ ਹੈ ਤਾਂ ਖੇਤਰਫਲ 5^2 ਸਮ^2 = 25 ਸਮ^2 ਹੈ। ਜੇਕਰ ਭੁਜਾ = 10 ਸਮ ਹੈ ਤਾਂ ਖੇਤਰਫਲ 10^2 ਸਮ^2 ਜਾਂ 100 ਸਮ^2 ਹੈ, ਆਦਿ। ਅਜਿਹੀਆਂ ਕੁੱਝ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਅਸੀਂ ਅਗਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਵੇਖਾਂਗੇ।

ਉਦਾਹਰਣ 7 : ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੇ ਮੁੱਲ $x = 2$ ਦੇ ਲਈ ਪਤਾ ਕਰੋ :

(i) $x+4$ (ii) $4x-3$ (iii) $19-5x^2$
(iv) $100-10x^3$

ਹੱਲ :

(i) $x+4$ ਵਿੱਚ $x = 2$ ਭਰਨ 'ਤੇ ਸਾਨੂੰ $x+4$ ਦਾ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ:
$x+4 = 2+4 = 6$

(ii) $4x-3$ ਵਿੱਚ $x = 2$ ਰੱਖਣ 'ਤੇ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ:
$4x-3 = (4\times 2)-3 = 8-3 = 5$

(iii) $19-5x^2$ ਵਿੱਚ $x = 2$ ਰੱਖਣ 'ਤੇ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ:
$19-5x^2 = 19-(5\times 2^2) = 19-(5\times 4) = 19-20 = -1$

(v) $100-10x^3$ ਵਿੱਚ $x = 2$ ਰੱਖਣ 'ਤੇ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ:
$100-10x^3 = 100-(10\times 2^3) = 100-(10\times 8)$ [ਸੰਕੇਤ $2^3 = 8$]
$= 100-80 = 20$ [ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ $2^3 = 8$ ਹੈ]

ਉਦਾਹਰਣ 8 : ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਦੋਂ $n = -2$

(i) $5n-2$ (ii) $5n^2+5n-2$ (iii) n^3+5n^2+5n-2 ਹੋਵੇ।

ਹੱਲ :

(i) $5n-2$ ਵਿੱਚ $n = -2$ ਮੁੱਲ ਭਰਨ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ:
$5(-2)-2 = -10-2 = -12$

(ii) $5n^2+5n-2$ ਵਿੱਚ $n = -2$ ਦੇ ਲਈ $5n-2 = -12$ ਹੈ
ਅਤੇ, $5n^2 = 5\times(-2)^2 = 5\times 4 = 20$ [ਕਿਉਂਕਿ $(-2)^2 = 4$]

ਦੋਨਾਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ 'ਤੇ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ:

$5n^2 + 5n - 2 = 20 - 12 = 8$

(iii) ਹੁਣ, $n = -2$ ਦੇ ਲਈ

$5n^2 + 5n - 2 = 8$ ਹੈ ਅਤੇ

$n^3 = (-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$ ਹੈ।

ਦੋਨਾਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਤੇ ,

$n^3 + 5n^2 + 5n - 2 = -8 + 8 = 0$

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਦੋ ਚਲਾਂ ਦੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਜਿਵੇਂ $x + y$, xy ਆਦਿ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਾਂਗੇ। ਦੋ ਚਲਾਂ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਵਿਅੰਜਕ ਦਾ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ, ਸਾਨੂੰ ਦੋਨਾਂ ਚਲਾਂ ਵਿੱਚ ਮੁੱਲ ਰੱਖਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਤੌਰ 'ਤੇ, $x = 3$ ਅਤੇ $y = 5$ ਦੇ ਲਈ $x + y$ ਦਾ ਮੁੱਲ $3 + 5 = 8$ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 9 : $a = 3$ ਅਤੇ $b = 2$ ਦੇ ਲਈ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੇ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ :

(i) $a + b$ (ii) $7a - 4b$ (iii) $a^2 + 2ab + b^2$

(iv) $a^3 - b^3$

ਹੱਲ : ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਵਿੱਚ $a = 3$, $b = 2$ ਭਰਨ 'ਤੇ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ :

(i) $a + b = 3 + 2 = 5$

(ii) $7a - 4b = 7 \times 3 - 4 \times 2 = 21 - 8 = 13.$

(iii) $a^2 + 2ab + b^2 = 3^2 + 2 \times 3 \times 2 + 2^2 = 9 + 12 + 4 = 25$

(iv) $a^3 - b^3 = 3^3 - 2^3 = 3 \times 3 \times 3 - 2 \times 2 \times 2 = 9 \times 3 - 4 \times 2 = 27 - 8 = 19$

ਅਭਿਆਸ 12.3

1. ਜੇ $m = 2$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਹੇਠ ਦਿੱਤਿਆਂ ਦੀ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ :
   (i) $m - 2$ (ii) $3m - 5$ (iii) $9 - 5m$
   (iv) $3m^2 - 2m - 7$ (v) $\frac{5m}{2} - 4$
2. ਜੇ $p = -2$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਹੇਠ ਦਿੱਤਿਆਂ ਦੀ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ :
   (i) $4p + 7$ (ii) $-3p^2 + 4p + 7$ (iii) $-2p^3 - 3p^2 + 4p + 7$
3. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਦੋਂ $x = -1$ ਹੋਵੇ :
   (i) $2x - 7$ (ii) $-x + 2$ (iii) $x^2 + 2x + 1$
   (iv) $2x^2 - x - 2$
4. ਜੇ $a = 2$ ਅਤੇ $b = -2$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦੇ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ :
   (i) $a^2 + b^2$ (ii) $a^2 + ab + b^2$ (iii) $a^2 - b^2$
5. ਜਦੋਂ $a = 0$, $b = -1$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ:
   (i) $2a + 2b$ (ii) $2a^2 + b^2 + 1$ (iii) $2a^2b + 2ab^2 + ab$
   (iv) $a^2 + ab + 2$

6. ਇਹਨਾਂ ਵਿਅੰਜਕਾ ਨੂੰ ਸਰਲ ਕਰੋ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ, ਜਦੋਂ $x = 2$ ਹੋਵੇ:
   (i) $x + 7 + 4(x - 5)$ (ii) $3(x + 2) + 5x - 7$
   (iii) $6x + 5(x - 2)$ (iv) $4(2x - 1) + 3x + 11$
7. ਇਹਨਾਂ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਸਰਲ ਕਰੋ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਮੁੱਲ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੇ $x = 3$, $a = -1$ ਅਤੇ $b = -2$ ਹੋਵੇ:
   (i) $3x - 5 - x + 9$ (ii) $2 - 8x + 4x + 4$
   (iii) $3a + 5 - 8a + 1$ (iv) $10 - 3b - 4 - 5b$
   (v) $2a - 2b - 4 - 5 + a$
8. (i) ਜੇਕਰ $z = 10$ ਹੈ, ਤਾਂ $z^3 - 3(z - 10)$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
   (ii) ਜੇ $p = -10$ ਹੈ, ਤਾਂ $p^2 - 2p - 100$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
9. ਜੇਕਰ $x = 0$ ਹੋਣ 'ਤੇ $2x^2 + x - a$ ਮੁੱਲ 5 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ ਤਾਂ a ਦਾ ਮੁੱਲ ਕੀ ਹੋਵੇਗੀ ?
10. ਵਿਅੰਜਕ $2(a^2 + ab) + 3 - ab$ ਨੂੰ ਸਰਲ ਕਰੋ ਅਤੇ ਇਸਦਾ ਮੁੱਲ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਦੋਂ $a = 5$ ਅਤੇ $b = -3$ ਹੈ।

12.8 ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ : ਸੂਤਰ ਅਤੇ ਨਿਯਮ (Rules)

ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਵੀ ਵੇਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਕਿ ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ ਸੂਤਰ (formulas) ਅਤੇ ਨਿਯਮ (rules) ਨੂੰ ਸੰਖੇਪ ਅਤੇ ਵਿਆਪਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਹੇਠਾਂ ਅਨੇਕ ਉਦਾਹਰਣ ਦੇਖਾਂਗੇ :

- **ਪਰਿਮਾਪ ਸੂਤਰ**
  1. ਇੱਕ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = 3 × ਉਸਦੀ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਇਸ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਨੂੰ l ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਤਾਂ ਉਸਦਾ **ਪਰਿਮਾਪ = $3l$** ਹੋਵੇਗਾ।
  2. ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = $4l$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜਿੱਥੇ l ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਹੈ।
  3. ਇੱਕ ਸਮ ਪੰਜਭੁਜ (regular pentagon) ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = $5l$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜਿੱਥੇ l ਉਸਦੀ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਹੈ, ਆਦਿ।
- **ਖੇਤਰਫਲ ਸੂਤਰ**
  1. ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ ਨੂੰ l ਨਾਲ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = l^2 ਹੈ।
  2. ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ l ਅਤੇ b ਨਾਲ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = $l \times b = lb$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
  3. ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਜੇਕਰ b ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਆਧਾਰ b ਅਤੇ ਉਚਾਈ h ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ $= \frac{b \times h}{2} = \frac{bh}{2}$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਇੱਕ ਵਾਰ ਕਿਸੀ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਰਾਸ਼ੀ ਲਈ ਸੂਤਰ ਭਾਵ ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕ ਪਤਾ ਹੋ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਉਸ ਰਾਸ਼ੀ ਦਾ ਮੁੱਲ ਲੋੜੀਦੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਕੱਢਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਲਈ, ਲੰਬਾਈ 3 ਸਮ ਦੀ ਭੁਜਾ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ, ਵਰਗ ਦੇ ਪਰਿਮਾਪ ਦੇ ਵਿਅੰਜਕ, ਭਾਵ $4l$ ਵਿੱਚ $l = 3$ ਸਮ ਰੱਖਣ 'ਤੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = (4 × 3) ਸਮ = 12 ਸਮ

ਇਸੇ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਇਸ ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ, ਵਰਗ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦੇ ਵਿਅੰਜਕ ਭਾਵ l^2 ਵਿੱਚ $l = 3$ ਸਮ ਭਰਨ 'ਤੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = $(3)^2$ ਸਮ^2 = 9 ਸਮ^2

- **ਸੰਖਿਆ ਨਮੂਨਿਆਂ (patterns) ਦੇ ਲਈ ਨਿਯਮ**

ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਕਥਨਾਂ ਨੂੰ ਪੜ੍ਹੋ।

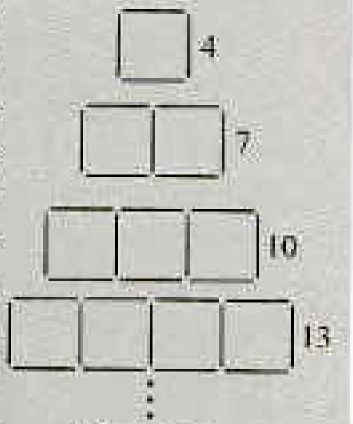
1. ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਪ੍ਰਾਕਿਤਿਕ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ n ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਉਸਦਾ ਅਗੇਤਰ(successor) $(n + 1)$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਇਸ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਿਸੇ ਵੀ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਿਕ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਲਈ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ, ਜੇ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆ 10 ਹੈ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਅਗੇਤਰ $10 + 1 = 11$ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਪਤਾ ਹੈ।
2. ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਪ੍ਰਾਕਿਤਿਕ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ n ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ $2n$ ਇੱਕ ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ $(2n + 1)$ ਇੱਕ ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਆਓ ਇਸ ਦੀ ਕਿਸੇ ਵੀ ਸੰਖਿਆ ਮੰਨ ਲਓ= 15; ਲਈ ਪਰਖ ਕਰੀਏ। ਹੁਣ $2n = 2 \times 15 = 30$ ਹੈ। ਜੋ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ $2n + 1 = 2 \times 15 + 1 = 30 + 1 = 31$ ਹੈ, ਜੋ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕਰੋ

ਮਾਚਿਸ ਦੀ ਤੀਲੀਆਂ, ਦੰਦ ਸਾਫ ਕਰਨ ਦੀ ਸੀਖਾਂ ਜਾਂ ਸਰਕੰਡੇ ਦੀ ਬਰਾਬਰ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਟੁੱਕੜੇ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਛੋਟੇ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਨੂੰ ਲਓ। ਉਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਨਮੂਨਿਆਂ (patterns) ਵਿੱਚ ਜੋੜੋ:

1. (ਆਕ੍ਰਿਤੀ 12.1 ਵਿੱਚ ਬਣੇ ਨਮੂਨੇ ਨੂੰ ਦੇਖੋ।

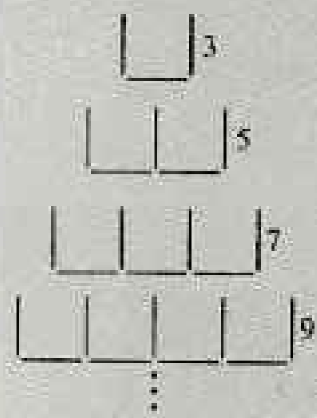
ਇਸ ਵਿੱਚ ਚਾਰ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਨਾਲ ਬਣੇ ਆਕਾਰ □ ਦੀ ਦੁਹਰਾਈ (Repetition) ਹੋ ਰਹੀ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇੱਕ ਆਕਾਰ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਦੇ ਲਈ ਚਾਰ ਰੇਖਾਖੰਡਾ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਦੋ ਆਕਾਰਾਂ ਲਈ 7, ਤਿੰਨ ਆਕਾਰਾਂ ਲਈ 10 ਆਦਿ ਰੇਖਾਖੰਡਾ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ (need) ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਆਕਾਰਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ 'n' ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਦੇ ਲਈ ਲੋੜ ਅਨੁਸਾਰ ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ $(3n + 1)$ ਹੋਵੇਗੀ। ਤੁਸੀਂ $n = 1, 2, 3, ..., 10, ...$ ਲੈ ਕੇ ਇਸਦੀ ਸੱਚਾਈ ਦੀ ਜਾਂਚ (verify) ਸਕਦੇ ਹੋ। ਜੇ ਬਣਾਏ ਗਏ ਆਕਾਰਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ 3 ਹੈ ਤਾਂ ਜ਼ਰੂਰੀ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ $3 \times 3 + 1 = 10$ ਹੋਵੇਗੀ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 12.1

2. ਹੁਣ ਚਿੱਤਰ 12.2 ਅਨੁਸਾਰ ਨਮੂਨੇ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ।

ਇਥੇ ਆਕਾਰ ⊔ ਦੀ ਦੁਹਰਾਈ ਹੋ ਰਹੀ ਹੈ ਆਕਾਰ 1, 2, 3, ... ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਦੇ ਲਈ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਜ਼ਰੂਰੀ ਰੇਖਾਖੰਡਾ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੈ : 3, 5, 7, 9, ... । ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਜ਼ਰੂਰੀ ਜੇਕਰ 'n' ਬਣਾਏ ਗਏ ਆਕਾਰਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ $(2n + 1)$ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਪਵੇਗੀ। ਵਿਅੰਜਕ ਸਹੀ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ, ਦੀ ਜਾਂਚ 'n' ਦੇ ਕਿਸੇ ਵੀ ਮੁੱਲ ਨੂੰ ਭਰ ਕੇ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ? ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ, $n = 4$ ਲੈਣ 'ਤੇ ਪਰ ਲੋੜੀਦੇ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ $2n + 1 = (2 \times 4) + 1 = 9$ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੋਵੇਗੀ ਜੋ ਕਿ ਅਸਲ ਵਿੱਚ 4 ⊔ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਦੇ ਲਈ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ।

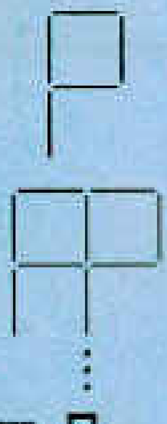


ਚਿੱਤਰ 12.2

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਦਿਖਾਈਆਂ ਗਈਆਂ ਮੂਲ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆ (Basic Fiqures) ਨੂੰ ਲੈ ਕੇ ਉਪਰੋਕਤ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਨਮੂਨੇ ਬਣਾਓ

(i)



5

9

⋮

$(4n+1)$

ਆਕਾਰ P

(ii)

5

8

⋮

$(3n+2)$

ਆਕਾਰ H

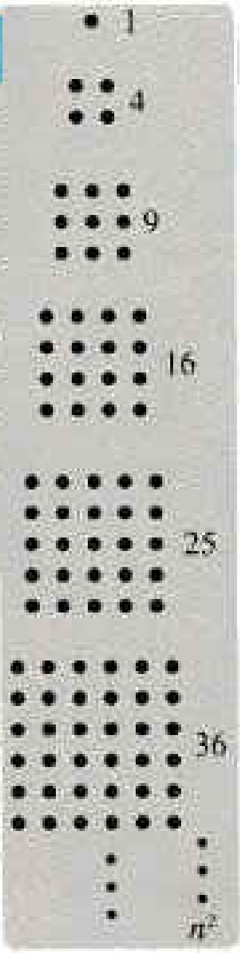
[ਆਕਾਰਾਂ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਦੇ ਲਈ ਲੋੜ ਅਨੁਸਾਰ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਲਿਖੀ ਹੋਈ ਹੈ। ਨਾਲ ਹੀ, n ਆਕਾਰਾਂ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਦੇ ਲਈ ਜ਼ਰੂਰੀ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਵਾਲਾ ਵਿਅੰਜਕ ਵੀ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।]

ਅੱਗੇ ਵੱਧੋ ਅਤੇ ਅਜਿਹੇ ਹੋਰ ਨਮੂਨੇ ਲੱਭੋ ।

ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕਰੋ

ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਏ ਅਨੁਸਾਰ, ਬਿੰਦੂਆਂ (dots) ਦੇ ਨਮੂਨੇ ਬਣਾਓ : ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਗਰਾਫ਼ ਪੇਪਰ ਜਾਂ ਡਾਟ ਪੇਪਰ (dot paper) ਲਵੋ ਤਾਂ ਨਮੂਨਾ ਬਣਾਉਣਾ ਹੋਰ ਵੀ ਸੌਖਾ ਹੋਵੇਗਾ।

ਦੇਖੋ ਕਿ ਕਿਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਵਰਗ ਦੇ ਆਕਾਰ ਵਿੱਚ ਕਿਵੇਂ ਤਰਤੀਬ ਅਨੁਸਾਰ ਰੱਖਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਜੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਕਤਾਰ ਜਾਂ ਕੌਲਮ ਵਿੱਚ n ਹੈ ਤਾਂ ਆਕ੍ਰਿਤੀ (shape) ਵਿੱਚ ਕੁੱਲ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਵਿਅੰਜਕ $n \times n = n^2$ ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ $n = 4$ ਲਈਏ। ਉਸ ਆਕਾਰ ਦੇ ਲਈ ਹਰੇਕ ਕਤਾਰ (ਜਾਂ ਕੌਲਮ) ਵਿੱਚ 4 ਬਿੰਦੂ ਹਨ ਅਤੇ ਕੁੱਲ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ $4 \times 4 = 16$ ਹੋਵੇਗੀ। ਜਿਸਨੂੰ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਵੇਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਜਾਂਚ n ਦੇ ਕਿਸੀ ਹੋਰ ਮੁੱਲ ਲੈ ਕੇ ਵੀ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਪ੍ਰਾਚੀਨ ਯੂਨਾਨੀ ਗਣਿਤ ਵਿਗਿਆਨੀ ਨੇ ਇਨ੍ਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 1, 4, 9, 16, ... ਨੂੰ ਵਰਗ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (square numbers) ਦਾ ਨਾਂ ਦਿੱਤਾ ਹੈ।



● ਕੁੱਝ ਹੋਰ ਸੰਖਿਆ ਪੈਟਰਨ

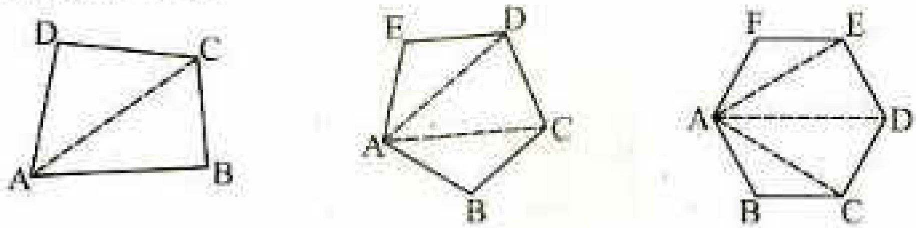
ਆਓ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਇੱਕ ਹੋਰ ਪੈਟਰਨ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ। ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਸਾਡੀ ਸਹਾਇਤਾ ਲਈ ਕੋਈ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਬਣੀ ਹੋਈ ਨਹੀਂ ਹੈ। 3, 6, 9, 12, ..., $3n$, ...

ਇਹ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 3 ਦੇ ਗੁਣਜ (multiples) ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ 3 ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਕੇ ਵਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਤਰਤੀਬਬੱਧ ਕੀਤਾ (arranged) ਗਿਆ ਹੈ। n ਵੇਂ ਸਥਾਨ 'ਤੇ ਆਉਣ ਵਾਲੇ ਪਦ ਨੂੰ $3n$ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ (shown) ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਤੁਸੀਂ ਸੌਖੀ ਤਰ੍ਹਾਂ 10ਵੇਂ ਸਥਾਨ 'ਤੇ ਆਉਣ ਵਾਲੇ ਪਦ (ਜੋ $3 \times 10 = 30$ ਹੈ) ਅਤੇ 100 ਵੇਂ ਸਥਾਨ 'ਤੇ ਆਉਣ ਵਾਲੇ ਪਦ (ਜੋ $3 \times 100 = 300$ ਹੈ) ਆਦਿ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ।

● ਰੇਖਾ ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ ਨਮੂਨੇ

ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਕਿਸੇ ਸਿਖਰ (Vertex) ਤੋਂ ਉਸਦੇ ਕਿੰਨੇ ਵਿਕਰਨ ਖਿੱਚੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ ? ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਇਹਨਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਇੱਕ ਹੈ।

ਇੱਕ ਪੰਜਭੁਜ (Pentagon) ਦੇ ਇੱਕ ਸਿਖਰ ਤੋਂ ਉਸਦੇ ਕਿੰਨੇ ਵਿਕਰਨ ਖਿੱਚੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ ? ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ 'ਦੋ' ਹੈ।



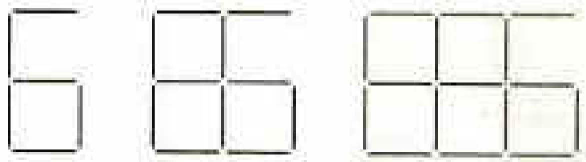
ਇੱਕ ਛੇਭੁਜ ਦੇ ਇੱਕ ਸਿਖਰ ਤੋਂ ਉਸਦੇ ਕਿੰਨੇ ਵਿਕਰਨ ਖਿੱਚੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ ? ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ ਇਹ ਸੰਖਿਆ 3 ਹੈ।

n ਭੁਜਾ ਵਾਲੇ ਕਿਸੀ ਬਹੁਭੁਜ (Polygon) ਦੇ ਇੱਕ ਸਿਖਰ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਕੁੱਲ (n–3) ਵਿਕਰਨ ਖਿੱਚ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇੱਕ ਸੱਤਭੁਜ (7 ਭੁਜਾਵਾਂ) ਅਤੇ ਅੱਠ ਭੁਜ (8 ਭੁਜਾਵਾਂ) ਦੇ ਲਈ, ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਬਣਾ ਕੇ ਪਰਖ (Verify) ਕਰੋ। ਇਹ ਸੰਖਿਆ ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ (3 ਭੁਜਾਵਾਂ) ਲਈ ਕੀ ਹੈ ? ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਕਿਸੇ ਵੀ ਬਹੁਭੁਜ ਦੇ ਕਿਸੇ ਵੀ ਇੱਕ ਸਿਖਰ ਤੋਂ ਖਿੱਚੇ ਗਏ ਵਿਕਰਨ ਉਸਨੂੰ ਉਨੇ ਹੀ ਅਣ-ਅਤਿਵਿਆਪੀ (ਜੋ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਨੂੰ ਢੱਕਦੇ ਨਾ ਹੋਣ) ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੇ ਹਨ ਜਿੰਨੀ ਵਿਕਰਨਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਤੋਂ ਵੱਧ '1' ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਅਭਿਆਸ 12.4

1. ਬਰਾਬਰ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਤੋਂ ਬਣਾਏ ਗਏ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਨਮੂਨੇ ਨੂੰ ਦੇਖੋ। ਤੁਸੀਂ ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ ਨਾਲ ਬਣੇ ਹੋਏ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਅੰਕਾਂ (digits) ਨੂੰ ਇਲੈਕਟ੍ਰਾਨਿਕ ਘੜੀਆਂ ਜਾਂ ਕੈਲਕੁਲੇਟਰਾਂ 'ਤੇ ਵੀ ਵੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ।

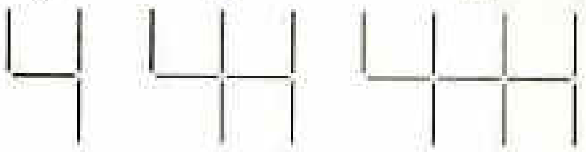
(a)



... ...

6 11 16 21 ... $(5n + 1)$ ...

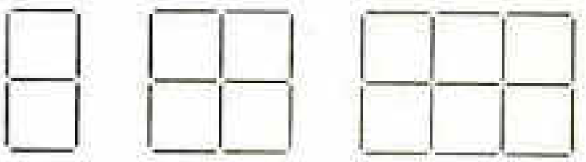
(b)



... ...

4 7 10 13 ... $(3n + 1)$ ...

(c)



... ...

7 12 17 22 ... $(5n + 2)$ ...

ਜੇਕਰ ਬਣਾਏ ਗਏ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ n ਲਈ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਉਸਦੇ ਲਈ ਜਰੂਰੀ ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ ਦੀ (n) ਜਰੂਰਤ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੋਇਆ ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕ ਹਰੇਕ ਨਮੂਨੇ ਦੇ ਸੱਜੇ (Right Side) ਪਾਸੇ ਲਿਖਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। 6, 4, 8 ਦੇ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ 5,10,100 ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਦੇ ਲਈ ਕਿੰਨੇ ਰੇਖਾਖੰਡਾ ਦੀ ਜਰੂਰਤ (need) ਹੋਵੇਗੀ ?

2. ਸੰਖਿਆ ਨਮੂਨਿਆਂ ਦੀ ਹੇਠ ਦਿੱਤੀ ਸਾਰਣੀ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰੋ:

ਲੜੀ ਨੰ.	ਵਿਅੰਜਕ	ਪਦ									
		ਪਹਿਲਾ	ਦੂਜਾ	ਤੀਜਾ	ਚੌਥਾ	ਪੰਜਵਾਂ	...	ਦਸਵਾਂ		ਸੌਵਾਂ	...
(i)	$2n-1$	1	3	5	7	9	-	19	-	-	-
(ii)	$3n+2$	2	5	8	11	-	-	-	-	-	-
(iii)	$4n+1$	5	9	13	17	-	-	-	-	-	-
(iv)	$7n+20$	27	34	41	48	-	-	-	-	-	-
(v)	n^2+1	2	5	10	17	-	-	-	-	10,001	-

ਅਸੀਂ ਕੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ?

1. **ਚਲਾਂ** ਅਤੇ **ਅਚਲਾਂ** ਨਾਲ **ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕ** ਬਣਦੇ ਹਨ। ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਦੇ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਚਲ ਅਤੇ ਅਚਲ 'ਤੇ ਜੋੜ, ਘਟਾਓ, ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਵੰਡ ਦੀਆਂ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ, ਵਿਅੰਜਕ $4xy+7$, ਚਲ x ਅਤੇ y ਅਤੇ ਅਚਲ 4 ਅਤੇ 7 ਨਾਲ ਬਣਿਆ ਹੈ। ਅਚਲ 4 ਚਲ x ਅਤੇ y ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ $4xy$ ਬਣਾ ਕੇ ਉਸ ਵਿੱਚ 7 ਜੋੜਨ 'ਤੇ $4xy+7$ ਵਿਅੰਜਕ ਬਣਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
2. ਵਿਅੰਜਕ **ਪਦਾਂ** ਨਾਲ ਮਿਲਕੇ ਬਣਦੇ ਹਨ। ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜ ਕੇ ਵਿਅੰਜਕ ਬਣਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ ਪਦ $4xy$ ਅਤੇ 7 ਨੂੰ ਜੋੜਣ 'ਤੇ ਵਿਅੰਜਕ $4xy+7$ ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
3. ਇੱਕ ਪਦ, **ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ** (Factors) ਦਾ ਇੱਕ ਗੁਣਨਫਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਵਿਅੰਜਕ $4xy+7$ ਵਿੱਚ ਪਦ $4xy$ ਗੁਣਨਖੰਡ x, y ਅਤੇ 4 ਦਾ ਇੱਕ ਗੁਣਨਫਲ ਹੈ। ਚਲਾਂ ਵਾਲੇ ਗੁਣਨਖੰਡ **ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਗੁਣਨਖੰਡ** ਕਹਾਉਂਦੇ ਹਨ।
4. ਪਦ ਦਾ **ਗੁਣਾਂਕ** ਉਸਦਾ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਕਦੇ-ਕਦੇ ਪਦ ਦਾ ਕੋਈ ਵੀ ਇੱਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਪਦ ਦੇ ਬਾਕੀ ਭਾਗ ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ।
5. ਇੱਕ ਜਾਂ ਅਧਿਕ ਪਦਾਂ ਨਾਲ ਬਣਿਆ ਵਿਅੰਜਕ ਇੱਕ **ਬਹੁਪਦ** ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਖਾਸ ਕਰਕੇ, ਇੱਕ ਪਦ ਵਾਲਾ ਵਿਅੰਜਕ **ਇੱਕ ਪਦੀ**, ਦੋ ਪਦਾਂ ਵਾਲਾ ਵਿਅੰਜਕ **ਦੋ ਪਦੀ** ਅਤੇ ਤਿੰਨ ਪਦਾਂ ਵਾਲਾ ਵਿਅੰਜਕ **ਤਿੰਨ ਪਦੀ** ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ।
6. ਜਿਹੜੇ ਪਦ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਇੱਕ ਜਿਹੇ ਹੋਣ **ਸਮਾਨ ਪਦ** ਕਹਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਭਿੰਨ -ਭਿੰਨ ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਵਾਲੇ ਪਦਾਂ **ਅਸਮਾਨ ਪਦ** ਕਹਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ $4xy$ ਅਤੇ $-3xy$ ਸਮਾਨ ਪਦ ਹਨ ਪ੍ਰੰਤੂ $4xy$ ਅਤੇ $-3x$ ਸਮਾਨ ਪਦ ਨਹੀਂ ਹਨ।
7. **ਦੋ ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਦਾ ਜੋੜਫਲ (ਜਾਂ ਅੰਤਰ)** ਇੱਕ ਹੋਰ ਸਮਾਨ ਪਦ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਗੁਣਾਂਕ ਉਨ੍ਹਾਂ ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਦੇ ਗੁਣਾਂਕਾਂ ਦੇ ਜੋੜਫਲ (ਜਾਂ ਅੰਤਰ) ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ $8xy-3xy=(8-3)xy$, ਭਾਵ $5xy$ ।

8. ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਦੋ ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ **ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ**, ਤਾਂ ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਉੱਪਰ ਦੱਸੇ ਨਿਯਮ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਜੋੜਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜੋ ਸਮਾਨ ਪਦ ਨਹੀਂ ਹੈ ਉਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਛੱਡ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ $4x^2 + 5x$ ਅਤੇ $2x + 3$ ਦਾ ਜੋੜ $4x^2 + 7x + 3$ ਹੈ । ਜਿਥੇ ਸਮਾਨ ਪਦ $5x$ ਅਤੇ $2x$ ਜੁੜ ਕੇ $7x$ ਬਣ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ **ਅਸਮਾਨ** ਪਦ $4x^2$ ਅਤੇ 3 ਨੂੰ ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੀ ਛੱਡ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

9. ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਣ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨਾ ਅਤੇ ਕਿਸੇ ਸੂਤਰ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨਾ ਵਰਗੀ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ, ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ **ਵਿਅੰਜਕ ਦਾ ਮੁੱਲ** ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕ ਦਾ ਮੁੱਲ ਉਹਨਾਂ ਚਲਾਂ ਦੇ ਮੁੱਲਾਂ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਤੋਂ ਇਹ ਬਣਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ $x = 5$ ਦੇ ਲਈ $7x - 3$ ਦਾ ਮੁੱਲ 32 ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ $7 \times 5 - 3 = 32$ ਹੈ।

10. ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ, ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, **ਨਿਯਮਾਂ ਅਤੇ ਸੂਤਰਾਂ** ਨੂੰ ਸੰਖੇਪ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਅਤੇ ਵਿਆਪਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ $= lb$ ਹੈ ਜਿਥੇ l ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ b ਆਇਤ ਦੀ ਚੌੜਾਈ ਹੈ।

    ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਨਮੂਨਾ (ਜਾਂ ਅਨੁਕ੍ਰਮ) ਦਾ ਵਿਆਪਕ (n ਵਾਂ) ਪਦ, n ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਵਿਅੰਜਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਸੰਖਿਆ ਨਮੂਨਾ 11, 21, 31, 41, . . . ਦਾ n ਵਾਂ ਪਦ $(10n + 1)$ ਹੈ।

ਅਧਿਆਇ-13

ਘਾਤ-ਅੰਕ ਅਤੇ ਘਾਤ

13.1 ਭੂਮਿਕਾ

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ਕਿ ਧਰਤੀ ਦਾ ਪੁੰਜ (mass) ਕੀ ਹੈ ?
ਇਹ 5,970,000,000,000,000,000,000,000 ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਹੈ।
ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਪੜ੍ਹ ਸਕਦੇ ਹੋ ?
ਯੂਰੇਨਸ ਗ੍ਰਹਿ (Uranus) ਦਾ ਪੁੰਜ
86,800,000,000,000,000,000,000,000 ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਹੈ।
ਕਿਸ ਦਾ ਪੁੰਜ ਵੱਧ ਹੈ – ਧਰਤੀ ਜਾਂ ਯੂਰੇਨਸ ਗ੍ਰਹਿ ?

ਸੂਰਜ(Sun) ਅਤੇ ਸ਼ਨੀ (Saturn) ਦੀ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਦੂਰੀ 1,433,500,000,000 ਮੀਟਰ ਹੈ ਅਤੇ ਸ਼ਨੀ ਤੇ ਯੂਰੇਨਸ ਗ੍ਰਹਿ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਦੂਰੀ 1,439,000,000,000 ਮੀਟਰ ਹੈ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇਨ੍ਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਪੜ੍ਹ ਸਕਦੇ ਹੋ ? ਇਹਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਦੂਰੀ ਘੱਟ ਹੈ ?

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਬਹੁਤ ਵੱਡੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਪੜਨਾ, ਸਮਝਣਾ ਅਤੇ ਇਹਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨਾ ਕਰਨਾ ਕਠਿਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅਜਿਹੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸਰਲਤਾ ਨਾਲ ਪੜਣ, ਸਮਝਣ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾਂ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਘਾਤ ਅੰਕਾਂ(exponents) ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਘਾਤ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਾਂਗੇ ਅਤੇ ਇਹ ਵੀ ਸਿੱਖਾਂਗੇ ਕਿ ਇਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਿਵੇਂ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

13.2 ਘਾਤ-ਅੰਕ

ਅਸੀਂ ਵੱਡੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਘਾਤ-ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਸੰਖੇਪ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਨੂੰ ਵੇਖੋ: $10,000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$

ਸੰਖੇਪ ਸੰਕੇਤਨ 10^4 ਗੁਣਨਫਲ $10\times10\times10\times10$ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇੱਥੇ '10' ਆਧਾਰ (base) ਅਤੇ '4' ਘਾਤ ਅੰਕ ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ। 10^4 ਨੂੰ 10 ਦੀ ਘਾਤ 4 ਜਾਂ ਕੇਵਲ 10 ਦੀ ਚੌਥੀ ਘਾਤ ਪੜਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। 10^4 ਨੂੰ 10000 ਦਾ ਘਾਤ-ਅੰਕੀ ਰੂਪ (exponential form) ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਅਸੀਂ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ 1000 ਨੂੰ ਵੀ 10 ਦੀ ਘਾਤ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਕਿਉਂਕਿ 1000 ਸੰਖਿਆ 10 ਆਪਣੇ ਨਾਲ ਤਿੰਨ ਵਾਰ ਗੁਣਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ

$1000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$ ਹੈ।

ਇਥੇ, ਫਿਰ 10^3 ਸੰਖਿਆ 1000 ਦਾ ਘਾਤ-ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਹੈ।

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $1,00,000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5$ ਹੈ।

ਭਾਵ 10^5 ਸੰਖਿਆ 1,00,000 ਦਾ ਘਾਤ ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਹੈ।

ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੋਨਾਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਵਿੱਚ, ਆਧਾਰ 10 ਹੈ 10^3 ਵਿੱਚ ਘਾਤ-ਅੰਕ 3 ਹੈ ਅਤੇ 10^5 ਵਿੱਚ ਘਾਤ ਅੰਕ 5 ਹੈ।

ਅਸੀਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਰੂਪ ਜਾਂ ਪ੍ਰਸਾਰਿਤ ਰੂਪ (expanded form) ਵਿੱਚ ਲਿਖਣ ਲਈ 10, 100, 1000 ਆਦਿ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ।

ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ, $47561 = 4 \times 10000 + 7 \times 1000 + 5 \times 100 + 6 \times 10 + 1$ ਹੈ।

ਇਸ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵੀ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ : $4 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 6 \times 10 + 1$:

ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਵੀ ਇਸੇ ਪ੍ਰਕਾਰ ਲਿਖਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ।

172, 5642, 6374

ਉਪਰਲੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਉਹ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇਖੀਆਂ ਹਨ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਆਧਾਰ 10 ਹਨ। ਪ੍ਰੰਤੂ ਆਧਾਰ ਕੋਈ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ, $81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਥੇ ਆਧਾਰ 3 ਅਤੇ ਘਾਤ ਅੰਕ 4 ਹੈ।

ਕੁੱਝ ਘਾਤਾਂ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਨਾਮ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ

10^2, ਜੋ 10 ਦੀ ਘਾਤ 2 ਹੈ, ਇਸ ਨੂੰ 10 ਦਾ ਵਰਗ ਵੀ ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

10^3 ਜੋ 10 ਦੀ ਘਾਤ 3 ਹੈ, ਇਸ ਨੂੰ 10 ਦਾ ਘਣ ਵੀ ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਦਸ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ 5^3(5 ਦੇ ਘਣ) ਦਾ ਕੀ ਅਰਥ ਹੈ ?

5^3 ਦਾ ਮਤਲਬ, 5 ਦਾ ਆਪਣੇ ਨਾਲ ਤਿੰਨ ਵਾਰ ਗੁਣਾ ਕਰਨਾ ਹੈ, ਭਾਵ

$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$

ਇਸ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 125 ਸੰਖਿਆ 5 ਦੀ ਤੀਜੀ ਘਾਤ ਹੈ।

5^3 ਵਿੱਚ ਆਧਾਰ ਅਤੇ ਘਾਤ-ਅੰਕ ਕੀ ਹਨ।

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ ਜੋ ਕਿ 2 ਦੀ ਪੰਜਵੀਂ ਘਾਤ ਹੈ।

2^5 ਵਿੱਚ, 2 ਆਧਾਰ ਅਤੇ 5 ਘਾਤ-ਅੰਕ ਹੈ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੀ, $243 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$,

$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$

$625 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$

ਤੁਸੀਂ ਸੰਖੇਪ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਣ ਦੀ ਇਸ ਵਿਧੀ ਨੂੰ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਾਲੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ ਵੀ ਲਾਗੂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ।

$(-2)^3$ ਦਾ ਕੀ ਅਰਥ ਹੈ ?

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਇਹੋ ਜਿਹੀਆਂ ਪੰਜ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਦਿਓ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਘਾਤ-ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਦਾ ਅਧਾਰ ਅਤੇ ਘਾਤ ਅੰਕ ਦੀ ਪਹਿਚਾਣ ਕਰੋ।

ਕੀ $(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$ ਹੈ ?

ਕੀ $(-2)^4 = 16$ ਹੈ? ਇਸ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰੋ।

ਕਿਸੇ ਨਿਸ਼ਚਤ ਸੰਖਿਆ ਲੈਣ ਦੀ ਜਗ੍ਹਾ, ਆਓ ਕਿਸੇ ਵੀ ਸੰਖਿਆ a ਨੂੰ ਆਧਾਰ ਲਓ ਅਤੇ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ:

$a \times a = a^2$ (ਇਸ ਨੂੰ 'a ਦਾ ਵਰਗ ਜਾਂ 'a ਦੀ ਘਾਤ 2' ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ)

$a \times a \times a = a^3$ (ਇਸ ਨੂੰ 'a ਦਾ ਘਣ ਜਾਂ 'a ਦੀ ਘਾਤ 3' ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ)

$a \times a \times a \times a = a^4$ ((ਇਸ ਨੂੰ a ਦੀ ਘਾਤ 4 ਜਾਂ 'a ਦੀ ਚੌਥੀ ਘਾਤ ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ)

$a \times a \times a \times a \times a \times a \times a = a^7$ (ਇਸ ਨੂੰ 'a ਦੀ ਘਾਤ 7' ਜਾਂ 'a ਦੀ ਸੱਤਵੀਂ ਘਾਤ ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ) ਆਦਿ

$a \times a \times a \times b \times b$ ਨੂੰ a^3b^2 ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ (ਇਸ ਨੂੰ a ਦਾ ਘਣ ਗੁਣਾ b ਦਾ ਵਰਗ ਪੜਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ)।

$a \times a \times b \times b \times b \times b$ ਨੂੰ a^2b^4 ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ (ਇਸ ਨੂੰ a ਦਾ ਵਰਗ ਗੁਣਾ b ਦੀ ਘਾਤ ਦੀ 4 ਪੜਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ)

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਦਰਸਾਓ :

(i) 729 ਨੂੰ 3 ਦੀ ਘਾਤ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ

(ii) 128 ਨੂੰ 2 ਦੀ ਘਾਤ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ

(iii) 343 ਨੂੰ 7 ਦੀ ਘਾਤ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ

ਉਦਾਹਰਣ 1: 256 ਨੂੰ 2 ਦੀ ਘਾਤ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਓ।

ਹੱਲ: ਸਾਡੇ ਕੋਲ

$256 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

ਇਸ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $256 = 2^8$

ਉਦਾਹਰਣ 2 : 2^3 ਅਤੇ 3^2 ਵਿੱਚ ਕੌਣ ਵੱਡਾ ਹੈ ?

ਹੱਲ: ਸਾਡੇ ਕੋਲ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ ਹੈ ਅਤੇ $3^2 = 3 \times 3 = 9$ ਹੈ।

ਕਿਉਂਕਿ $9 > 8$, ਇਸ ਲਈ 3^2 ਸੰਖਿਆ 2^3 ਵੱਡਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 3 : ਕੌਣ ਵੱਡਾ ਹੈ 2^8 ਜਾਂ 8^2 ?

ਹੱਲ: $8^2 = 8 \times 8 = 64$ ਹੈ।

$2^8 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 256$ ਹੈ।

ਸਪਸ਼ਟ ਹੈ, $2^8 > 8^2$ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 4: a^3b^2, a^2b^3, b^2a^3, ਅਤੇ b^3a^2 ਨੂੰ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ। ਕੀ ਇਹ ਵੀ ਬਰਾਬਰ ਹਨ ?

ਹੱਲ :

$$a^3b^2 = a^3 \times b^2 = (a \times a \times a) \times (b \times b) = a \times a \times a \times b \times b$$

$$a^2b^3 = a^2 \times b^3 = a \times a \times b \times b \times b$$

$$b^2a^3 = b^2 \times a^3 = b \times b \times a \times a \times a$$

$$b^3a^2 = b^3 \times a^2 = b \times b \times b \times a \times a$$

ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਪਦ $a^3 b^2$ ਅਤੇ $a^2 b^3$ ਵਿੱਚ, a ਅਤੇ b ਦੀਆਂ ਘਾਤਾਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹਨ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ $a^3 b^2$ ਅਤੇ $a^2 b^3$ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹਨ।

ਇਸ ਦੇ ਉਲਟ, $a^3 b^2$ ਅਤੇ $b^2 a^3$ ਬਰਾਬਰ (ਇੱਕ ਹੀ) ਹਨ, ਕਿਉਂਕਿ ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ a ਅਤੇ b ਦੀਆਂ ਘਾਤਾਂ ਇੱਕ ਜਿਹੀ ਹਨ। ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਦੇ ਕ੍ਰਮ ਤੋਂ ਕੋਈ ਪ੍ਰਭਾਵ ਨਹੀਂ ਪੈਂਦਾ ਹੈ।
ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $a^3 b^2 = a^3 \times b^2 = b^2 \times a^3 = b^2 a^3$ ਹੈ।
ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $a^2 b^3$ ਅਤੇ $b^3 a^2$ ਵੀ ਬਰਾਬਰ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਣ 5: ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਆਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਦੀਆਂ ਘਾਤਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ :

(i) 72 (ii) 432 (iii) 1000 (iv) 16000

2	72
2	36
2	18
3	9
	3

ਹੱਲ :

(i) $72 = 2 \times 36 = 2 \times 2 \times 18$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 9$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $72 = 2^3 \times 3^2$ (ਲੋੜੀਂਦੇ ਆਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ)

(ii) $432 = 2 \times 216 = 2 \times 2 \times 108 = 2 \times 2 \times 2 \times 54$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 27 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 9$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

ਜਾਂ $432 = 2^4 \times 3^3$ (ਲੋੜੀਦਾ ਰੂਪ)

(iii) $1000 = 2 \times 500 = 2 \times 2 \times 250 = 2 \times 2 \times 2 \times 125$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 25 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$

ਜਾਂ $1000 = 2^3 \times 5^3$

> ਅਤੁਲ ਇਸ ਉਦਾਹਰਣ ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਹੱਲ ਕਰਨਾ ਚਾਹੁੰਦਾ ਹੈ:
> $1000 = 10 \times 100 = 10 \times 10 \times 10$
> $= (2 \times 5) \times (2 \times 5) \times (2 \times 5)$ (ਕਿਉਂਕਿ $10 = 2 \times 5$ ਹੈ)
> $= 2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$
> ਜਾਂ $1000 = 2^3 \times 5^3$
> ਕੀ ਅਤੁਲ ਦੀ ਵਿਧੀ ਠੀਕ ਹੈ ?

(iv) $16000 = 16 \times 1000 = (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times 1000$ (ਕਿਉਂਕਿ $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$ ਹੈ।)
$= (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5)$
(ਕਿਉਂਕਿ $1000 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$ ਹੈ।)
$= (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (5 \times 5 \times 5)$

ਜਾਂ, $16000 = 2^7 \times 5^3$

ਉਦਾਹਰਣ 6 : ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦੇ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
$(1)^5, (-1)^3, (-1)^4, (-10)^3$ ਜਾਂ $(-5)^4$;

ਹੱਲ :

(i) ਸਾਡੇ ਕੋਲ $(1)^5 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$
ਅਸਲ ਵਿੱਚ, 1 ਦੀ ਕੋਈ ਵੀ ਘਾਤ, 1 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ?

(ii) $(-1)^3 = (-1) \times (-1) \times (-1) = 1 \times (-1) = -1$

(iii) $(-1)^4 = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = 1 \times 1 = 1$

ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ (-1) ਦੀ ਕੋਈ ਵੀ ਟਾਂਕ ਘਾਤ (-1) ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ (-1) ਦੀ ਕੋਈ ਵੀ ਜਿਸਤ ਘਾਤ $(+1)$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

$(-1)^{\text{ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆ}} = -1$
$(-1)^{\text{ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆ}} = +1$

(iv) $(-10)^3 = (-10) \times (-10) \times (-10) = 100 \times (-10) = -1000$

(v) $(-5)^4 = (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) = 25 \times 25 = 625$

ਅਭਿਆਸ 13.1

1. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ:
   (i) 2^6 (ii) 9^3 (iii) 11^2 (iv) 5^4
2. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਘਾਤ ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ:
   (i) $6 \times 6 \times 6 \times 6$ (ii) $t \times t$ (iii) $b \times b \times b \times b$
   (iv) $5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7$ (v) $2 \times 2 \times a \times a$ (vi) $a \times a \times a \times c \times c \times c \times c \times d$
3. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਘਾਤ-ਅੰਕੀ ਸੰਕੇਤਨ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ :
   (i) 512 (ii) 343 (iii) 729 (iv) 3125
4. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਦੇ ਹਰੇਕ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਜਿਥੇ ਸੰਭਵ ਹੋਵੇ, ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆਂ ਲੱਭੋ ?
   (i) 4^3 ਜਾਂ 3^4 (ii) 5^3 ਜਾਂ 3^5 (iii) 2^8 ਜਾਂ 8^2
   (iv) 100^2 ਜਾਂ 2^{100} (v) 2^{10} ਜਾਂ 10^2
5. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿਚੋਂ ਹਰੇਕ ਨੂੰ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਦੇ ਘਾਤ-ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਓ:
   (i) 648 (ii) 405 (iii) 540 (iv) 3600
6. ਸਰਲ ਕਰੋ:
   (i) 2×10^3 (ii) $7^2 \times 2^2$ (iii) $2^3 \times 5$ (iv) 3×4^4
   (v) 0×10^2 (vi) $5^2 \times 3^3$ (vii) $2^4 \times 3^2$ (viii) $3^2 \times 10^4$
7. ਸਰਲ ਕਰੋ:
   (i) $(-4)^3$ (ii) $(-3) \times (-2)^3$ (iii) $(-3)^2 \times (-5)^2$
   (iv) $(-2)^3 \times (-10)^3$
8. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ :
   (i) 2.7×10^{12} ; 1.5×10^8 (ii) 4×10^{14} ; 3×10^{17}

13.3 ਘਾਤ-ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਨਿਯਮ

13.3.1 ਇੱਕ ਹੀ ਆਧਾਰ ਵਾਲੀਆਂ ਘਾਤਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ

(i) ਆਓ $2^2 \times 2^3$ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰੀਏ।

$$2^2 \times 2^3 = (2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2)$$
$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 2^{2+3}$$

ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ 2^2 ਅਤੇ 2^3 ਵਿੱਚ ਆਧਾਰ ਇੱਕ ਹੀ (ਸਮਾਨ) ਹੈ ਅਤੇ ਘਾਤ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਭਾਵ, 2 ਅਤੇ 3 ਦਾ ਜੋੜ 5 ਹੈ।

(ii) $(-3)^4 \times (-3)^3 = [(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)] \times [(-3) \times (-3) \times (-3)]$

$$= (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$$
$$= (-3)^7$$
$$= (-3)^{4+3}$$

ਦੁਬਾਰਾ ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਆਧਾਰ ਇੱਕ ਹੀ ਹੈ ਅਤੇ ਘਾਤਾਂ ਦਾ ਜੋੜ $4 + 3 = 7$ ਹੈ।

(iii) $a^2 \times a^4 = (a \times a) \times (a \times a \times a \times a)$
$$= a \times a \times a \times a \times a \times a = a^6$$

(ਟਿੱਪਣੀ :– ਆਧਾਰ ਇੱਕ ਹੀ ਹੈ ਅਤੇ ਘਾਤ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਜੋੜ $2 + 4 = 6$ ਹੈ)

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਜਾਂਚ ਕਰੋ

$$4^2 \times 4^2 = 4^{2+2}$$

ਅਤੇ $3^2 \times 3^3 = 3^{2+3}$ ਹੈ।

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਬਾਕਸ ਵਿੱਚ ਸਹੀ ਸੰਖਿਆ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ?

$$(-11)^2 \times (-11)^6 = (-11)^{\square}$$
$$b^2 \times b^3 = b^{\square}$$

(ਯਾਦ ਰੱਖੋ, ਆਧਾਰ ਇੱਕ ਹੀ ਹੈ, b ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ)।

$$c^3 \times c^4 = c^{\square}$$ (c ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ)।

$$d^{10} \times d^{20} = d^{\square}$$

ਇਥੋਂ ਅਸੀਂ ਆਮ ਤੌਰ ਤੇ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ a, ਜੋ ਸਿਫਰ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਦੇ ਲਈ $a^m \times a^n = a^{m+n}$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜਿਥੇ m ਅਤੇ n ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਸਰਲ ਕਰਕੇ ਘਾਤ ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ :

(i) $2^5 \times 2^3$
(ii) $p^3 \times p^2$
(iii) $4^3 \times 4^2$
(iv) $a^3 \times a^2 \times a^7$
(v) $5^3 \times 5^7 \times 5^{12}$
(vi) $(-4)^{100} \times (-4)^{20}$

ਸਾਵਧਾਨੀ !

$2^3 \times 3^2$ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ।

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਘਾਤਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜ ਸਕਦੇ ਹੋ ? ਨਹੀਂ! ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਦਸ ਸਕਦੇ ਹੋ 'ਕਿਉਂ' ? 2^3 ਦਾ ਆਧਾਰ 2 ਹੈ ਅਤੇ 3^2 ਦਾ ਆਧਾਰ 3 ਹੈ। ਆਧਾਰ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਨਹੀਂ ਹਨ।

13.3.2 ਇੱਕ ਹੀ ਆਧਾਰ ਵਾਲੀਆਂ ਘਾਤਾਂ ਦੀ ਭਾਗ

ਆਓ $3^7 \div 3^4$ ਨੂੰ ਸਰਲ ਕਰੀਏ।

$$3^7 \div 3^4 = \frac{3^7}{3^4} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3 \times 3}$$
$$= 3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 3^{7-4}$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $3^7 \div 3^4 = 3^{7-4}$ ਹੈ।

[ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ 3^7 ਅਤੇ 3^4 ਦੇ ਆਧਾਰ ਇੱਕ ਹੀ ਹਨ ਅਤੇ $3^7 \div 3^4 = 3^{7-4}$ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।]

$$5^6 \div 5^2 = \frac{5^6}{5^2} = \frac{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}{5 \times 5}$$
$$= 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4 = 5^{6-2}$$

ਜਾਂ $5^6 \div 5^2 = 5^{6-2}$

ਮੰਨ ਲਓ a ਕੋਈ ਗੈਰ-ਸਿਫ਼ਰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ। ਤਦ

$$a^4 \div a^2 = \frac{a^4}{a^2} = \frac{a \times a \times a \times a}{a \times a} = a \times a = a^2 = a^{4-2}$$

ਜਾਂ $\qquad a^4 \div a^2 = a^{4-2}$ ਹੈ

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਹੁਣ ਤੁਰੰਤ ਉੱਤਰ ਦੇ ਸਕਦੇ ਹੋ ?

$$10^8 \div 10^3 = 10^{8-3} = 10^5$$

$$7^9 \div 7^6 = 7^{\square}$$

$$a^8 \div a^5 = a^{\square}$$

ਗੈਰ-ਸਿਫ਼ਰ ਜੀਰੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ b ਅਤੇ c ਦੇ ਲਈ

$$b^{10} \div b^5 = b^{\square}$$

$$c^{100} \div c^{90} = c^{\square}$$

ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਕਿਸੇ ਵੀ ਗੈਰ-ਸਿਫ਼ਰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ a ਲਈ,

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜਿਥੇ m ਅਤੇ n ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਅਤੇ $m > n$ ਹੈ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਸਰਲ ਕਰਕੇ ਘਾਤ ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ:
ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਲਈ, $11^6 \div 11^2 = 11^4$)

(i) $2^9 \div 2^3$ (ii) $10^8 \div 10^4$
(iii) $9^{11} \div 9^7$ (iv) $20^{15} \div 20^{13}$
(v) $7^{13} \div 7^{10}$

13.3.3 ਇੱਕ ਘਾਤ ਦੀ ਘਾਤ ਲੈਣਾ

ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ:

$(2^3)^2$ ਅਤੇ $(3^2)^4$ ਨੂੰ ਸਰਲ ਕਰੋ।

ਹੁਣ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ 2^3 ਨੂੰ ਆਪਣੇ ਨਾਲ ਦੋ ਵਾਰੀ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।

$$(2^3)^2 = 2^3 \times 2^3$$
$$= 2^{3+3} \qquad \text{(ਕਿਉਂਕਿ } a^m \times a^n = a^{m+n} \text{ ਹੈ।)}$$
$$= 2^6 = 2^{3\times 2}$$

ਭਾਵ $\qquad (2^3)^2 = 2^{3\times 2}$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, $\qquad (3^2)^4 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2$
$$= 3^{2+2+2+2}$$
$$= 3^8 \qquad \text{(ਦੇਖੋ ਕਿ 2 ਅਤੇ 4 ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ 8 ਹੈ)}$$
$$= 3^{2\times 4}$$

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਦਸ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ $(7^2)^{10}$ ਕਿਸ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ:, $\qquad (2^3)^2 = 2^{3\times 2} = 2^6$

$$(3^2)^4 = 3^{2\times 4} = 3^8$$

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਸਰਲ ਕਰਕੇ ਘਾਤ ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਲਈ

(i) $(6^2)^4$ (ii) $(2^2)^{100}$
(iii) $(7^{50})^2$ (iv) $(5^3)^7$

$$(7^2)^{10} = 7^{2\times10} = 7^{20}$$

$$(a^2)^3 = a^{2\times3} = a^6$$

$$(a^m)^3 = a^{m\times3} = a^{3m}$$

ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਉਪਰੋਕਤ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕਿਸੇ ਗੈਰ-ਸਿਫਰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ 'a' ਲਈ,

$$\boxed{(a^m)^n = a^{mn}}$$

ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜਿਥੇ m ਅਤੇ n ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਣ 7: ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਦਸ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ $(5^2)\times 3$ ਅਤੇ $(5^2)^3$ ਵਿੱਚ ਕੌਣ ਵੱਡਾ ਹੈ ?

ਹੱਲ: $(5^2)\times 3$ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ 5^2 ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ, ਭਾਵ ਇਹ $5\times5\times3 = 75$

ਪ੍ਰੰਤੂ $(5^2)^3$ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ 5^2 ਨੂੰ ਆਪਣੇ ਆਪ ਨਾਲ ਤਿੰਨ ਵਾਰ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਭਾਵ ਇਹ

$5^2\times5^2\times5^2 = 5^6 = 15625$ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ $(5^2)^3 > (5^2)\times 3$ ਹੈ।

13.3.4 ਸਮਾਨ ਘਾਤ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀਆਂ ਘਾਤਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ

ਕੀ ਤੁਸੀਂ $2^3\times3^3$ ਨੂੰ ਸਰਲ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ? ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਇਥੇਂ ਦੋਨਾਂ ਪਦਾਂ 2^3 ਅਤੇ 3^3 ਦੇ ਆਧਾਰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹਨ ਪਰੰਤੂ ਘਾਤਾਂ ਸਮਾਨ ਹਨ।

ਹੁਣ $2^3\times3^3 = (2\times2\times2)\times(3\times3\times3)$

$= (2\times3)\times(2\times3)\times(2\times3)$

$= 6\times6\times6$

$= 6^3$ (ਦੇਖੋ 6 ਆਧਾਰਾਂ 2 ਅਤੇ 3 ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਹੈ)

ਦੇਖੋ $4^4\times3^4 = (4\times4\times4\times4)\times(3\times3\times3\times3)$

$= (4\times3)\times(4\times3)\times(4\times3)\times(4\times3)$

$= 12\times12\times12\times12$

$= 12^4$

ਧਿਆਨ ਦਿਓ $3^2\times a^2 = (3\times3)\times(a\times a)$

$= (3\times a)\times(3\times a)$

$= (3\times a)^2$

$= (3a)^2$ (ਧਿਆਨ ਦਿਓ : $3\times a = 3a$)

ਇਸ ਲਈ $a^4\times b^4$ $= (a\times a\times a\times a)\times(b\times b\times b\times b)$

$= (a\times b)\times(a\times b)\times(a\times b)\times(a\times b)$

$= (a\times b)^4$

$= (ab)^4$ (ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ $a\times b = ab$ ਹੈ)

ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਕਿਸੇ ਵੀ ਗੈਰ ਸਿਫ਼ਰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਲਈ,

$a^m \times b^m = (ab)^m$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜਿਥੇ m ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 8 : ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਘਾਤ-ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ :

(i) $(2 \times 3)^5$ (ii) $(2a)^4$ (iii) $(-4m)^3$

ਹੱਲ:

(i) $(2 \times 3)^5 = (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3)$
$= (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3)$
$= 2^5 \times 3^5$

(ii) $(2a)^4 = 2a \times 2a \times 2a \times 2a$
$= (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (a \times a \times a \times a)$
$= 2^4 \times a^4$

(iii) $(-4m)^3 = (-4 \times m)^3$
$= (-4 \times m) \times (-4 \times m) \times (-4 \times m)$
$= (-4) \times (-4) \times (-4) \times (m \times m \times m) = (-4)^3 \times (m)^3$

13.3.5 ਸਮਾਨ ਘਾਤਾਂ ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਭਾਗ

ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੀਆਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਦੇਖੋ :

(i) $\dfrac{2^4}{3^4} = \dfrac{2\times2\times2\times2}{3\times3\times3\times3} = \dfrac{2}{3}\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{2}{3} = \left(\dfrac{2}{3}\right)^4$

(ii) $\dfrac{a^3}{b^3} = \dfrac{a\times a\times a}{b\times b\times b} = \dfrac{a}{b}\times\dfrac{a}{b}\times\dfrac{a}{b} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^3$

ਇਨ੍ਹਾਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਤੋਂ, ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਆਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ,

$a^m \div b^m = \dfrac{a^m}{b^m} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^m$ ਜਿਥੇ a ਅਤੇ b ਕੋਈ ਦੋ ਗੈਰ-ਸਿਫ਼ਰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਅਤੇ m ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

9: ਵਿਸਥਾਰ ਕਰੋ (i) $\left(\dfrac{3}{5}\right)^4$ (ii) $\left(\dfrac{-4}{7}\right)^5$

ਹੱਲ:

(i) $\left(\dfrac{3}{5}\right)^4 = \dfrac{3^4}{5^4} = \dfrac{3\times3\times3\times3}{5\times5\times5\times5}$

(ii) $\left(\dfrac{-4}{7}\right)^5 = \dfrac{(-4)^5}{7^5} = \dfrac{(-4)\times(-4)\times(-4)\times(-4)\times(-4)}{7\times7\times7\times7\times7}$

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

$a^m \times b^m = (ab)^m$ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ, ਹੋਰ ਰੂਪ ਵਿਚ ਬਦਲੋ :

(i) $4^3 \times 2^3$ (ii) $2^5 \times b^5$
(iii) $a^2 \times t^2$ (iv) $5^6 \times (-2)^6$
(v) $(-2)^4 \times (-3)^4$

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

$a^m \div b^m = \left(\dfrac{a}{b}\right)^m$ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ, ਹੋਰ ਰੂਪ ਵਿਚ ਬਦਲੋ :

(i) $4^3 \div 3^3$
(ii) $2^5 \div b^5$
(iii) $(-2)^3 \div b^3$
(iv) $p^4 \div q^4$
(v) $5^6 \div (-2)^6$

- **ਸਿਫ਼ਰ ਘਾਤ-ਅੰਕ ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ**

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਦਸ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ $\frac{3^5}{3^5}$ ਕਿਸਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ?

$$\frac{3^5}{3^5} = \frac{3\times3\times3\times3\times3}{3\times3\times3\times3\times3} = 1 \text{ ਹੈ ?}$$

ਘਾਤਾਂ ਦੇ ਨਿਯਮਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ,

$3^5 \div 3^5 = 3^{5-5} = 3^0$ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ $3^0 = 1$ ਹੈ।

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਦਸ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ 7^0 ਕਿਸਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ?

$7^3 \div 7^3 = 7^{3-3} = 7^0$

ਨਾਲ ਹੀ, $\frac{7^3}{7^3} = \frac{7\times7\times7}{7\times7\times7} = 1$ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ : $7^0 = 1$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, $a^3 \div a^3 = a^{3-3} = a^0$ ਹੈ।

ਨਾਲ ਹੀ $a^3 \div a^3 = \frac{a^3}{a^3} = \frac{a\times a\times a}{a\times a\times a} = 1$ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ, $a^0 = 1$ (ਕਿਸੀ ਗੈਰ ਸਿਫ਼ਰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ a ਦੇ ਲਈ)

ਇਸ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕਿਸੇ ਵੀ ਸੰਖਿਆ (ਸਿਫ਼ਰ ਤੋਂ ਬਗੈਰ) 'ਤੇ ਘਾਤ 0 ਦਾ ਮੁੱਲ 1 ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

> a^0 ਕੀ ਹੈ ?
> ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪੈਟਰਨ ਨੂੰ ਵੇਖੋ:
> $2^6 = 64$
> $2^5 = 32$
> $2^4 = 16$
> $2^3 = 8$
> $2^2 = ?$
> $2^1 = ?$
> $2^0 = ?$
> ਤੁਸੀਂ ਕੇਵਲ ਪੈਟਰਨ ਵੇਖਦੇ ਹੀ 2^0 ਦੇ ਮੁੱਲ ਦਾ ਅੰਦਾਜਾ ਲਗਾ ਸਕਦੇ ਹੋ।
> ਤੁਸੀਂ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ $2^0 = 1$ ਹੈ।
> ਜੇਕਰ $3^6 = 729$, ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੀਏ, ਅਤੇ ਉੱਪਰ ਦਰਸਾਈ ਵਿਧੀ ਤੋਂ 3^5, 3^4, 3^3,... ਆਦਿ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, ਕੀ ਤੁਸੀਂ 3^0 ਦਾ ਮੁੱਲ ਦੱਸ ਸਕਦੇ ਹੋ ?

13.4 ਘਾਤ-ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਨਿਯਮਾਂ ਦਾ ਰਲੀਆ ਮਿਲੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਯੋਗ

ਆਓ ਉੱਪਰ ਬਣਾਏ ਗਏ ਘਾਤਾਂ ਦੇ ਨਿਯਮਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਕੁੱਝ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਹੱਲ ਕਰੀਏ।

ਉਦਾਹਰਣ 10: $8\times8\times8\times8$ ਦੇ ਲਈ ਆਧਾਰ 2 ਲੈਂਦੇ ਹੋਏ, ਇਸ ਨੂੰ ਘਾਤ ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

ਹੱਲ: ਪਤਾ ਹੈ ਕਿ, $8\times8\times8\times8 = 8^4$

ਪ੍ਰੰਤੂ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $8 = 2\times2\times2 = 2^3$ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ $8^4 = (2^3)^4 = 2^3\times2^3\times2^3\times2^3$

$= 2^{3\times4}$ (ਤੁਸੀਂ $(a^m)^n = a^{mn}$ ਦੀ ਵੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ।)

$= 2^{12}$

ਉਦਾਹਰਣ 11: ਸਰਲ ਕਰੋ ਅਤੇ ਉੱਤਰ ਨੂੰ ਘਾਤ-ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ :

(i) $\left(\frac{3^7}{3^2}\right)\times3^5$ (ii) $2^3\times2^2\times5^5$ (iii) $(6^2\times6^4)\div6^3$

(iv) $((2^2)^3\times3^6)\times5^6$ (v) $8^2\div2^3$

ਹੱਲ: (i) $\left(\frac{3^7}{3^2}\right)\times3^5 = \left(3^{7-2}\right)\times3^5$

$= 3^5\times3^5 = 3^{5+5} = 3^{10}$

(ii) $2^3 \times 2^2 \times 5^5 = 2^{3+2} \times 5^5$
$= 2^5 \times 5^5 = (2\times5)^5 = 10^5$

(iii) $\left(6^2 \times 6^4\right) \div 6^3 = 6^{2+4} \div 6^3$
$= \frac{6^6}{6^3} = 6^{6-3} = 6^3$

(iv) $\left[\left(2^2\right)^3 \times 3^6\right] \times 5^6 = [2^6 \times 3^6] \times 5^6$
$= (2\times3)^6 \times 5^6$
$= (2\times3\times5)^6 = 30^6$

(v) $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

ਇਸ ਲਈ, $8^2 \div 2^3 =$ $(2^3)^2 \div 2^3$
$= 2^6 \div 2^3 = 2^{6-3} = 2^3$

ਉਦਾਹਰਣ 12: ਸਰਲ ਕਰੋ

(i) $\frac{12^4 \times 9^3 \times 4}{6^3 \times 8^2 \times 27}$ (ii) $2^3 \times a^3 \times 5a^4$ (iii) $\frac{2 \times 3^4 \times 2^5}{9 \times 4^2}$

(i) ਇੱਥੇ

$$\frac{12^4 \times 9^3 \times 4}{6^3 \times 8^2 \times 27} = \frac{(2^2 \times 3)^4 \times (3^2)^3 \times 2^2}{(2\times3)^3 \times (2^3)^2 \times 3^3}$$

$$= \frac{(2^2)^4 \times (3)^4 \times 3^{2\times3} \times 2^2}{2^3 \times 3^3 \times 2^{2\times3} \times 3^3} = \frac{2^8 \times 2^2 \times 3^4 \times 3^6}{2^3 \times 2^6 \times 3^3 \times 3^3}$$

$$= \frac{2^{8+2} \times 3^{4+6}}{2^{3+6} \times 3^{3+3}} = \frac{2^{10} \times 3^{10}}{2^9 \times 3^6}$$

$$= 2^{10-9} \times 3^{10-6} = 2^1 \times 3^4$$

$$= 2 \times 81 = 162$$

(ii) $2^3 \times a^3 \times 5a^4 = 2^3 \times a^3 \times 5 \times a^4$
$= 2^3 \times 5 \times a^3 \times a^4 = 8 \times 5 \times a^{3+4}$
$= 40\, a^7$

(ii) $\frac{2\times3^4\times2^5}{9\times4^2} = \frac{2\times3^4\times2^5}{3^2\times\left(2^2\right)^2} = \frac{2\times2^5\times3^4}{3^2\times2^{2\times2}}$

$= \frac{2^{1+5}\times3^4}{2^4\times3^2} = \frac{2^6\times3^4}{2^4\times3^2} = 2^{6-4}\times3^{4-2}$

$= 22 \times 32 = 4 \times 9 = 36$

ਟਿੱਪਣੀ: ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਜ਼ਿਆਦਾਤਰ ਇਹੋ ਜਿਹੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਲਈਆਂ ਹਨ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਆਧਾਰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ। ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਦੇ ਸਾਰੇ ਪਰਿਣਾਮ ਉਨ੍ਹਾਂ ਸਾਰੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਲਈ ਵੀ ਸੱਚ ਹੈ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਆਧਾਰ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।

ਅਭਿਆਸ 13.2

1. ਘਾਤ-ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਨਿਯਮਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, ਸਰਲ ਕਰੋ ਅਤੇ ਉੱਤਰ ਨੂੰ ਘਾਤ-ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ :

   (i) $3^2 \times 3^4 \times 3^8$ (ii) $6^{15} \div 6^{10}$ (iii) $a^3 \times a^2$

   (iv) $7^x \times 7^2$ (v) $(5^2)^3 \div 5^3$ (vi) $2^5 \times 5^5$

   (vii) $a^4 \times b^4$ (viii) $(3^4)^3$ (ix) $(2^{20} \div 2^{15}) \times 2^3$

   (x) $8^t \div 8^2$

2. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿਚੋਂ ਹਰੇਕ ਨੂੰ ਸਰਲ ਕਰਕੇ ਘਾਤ-ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਓ:

   (i) $\frac{2^3 \times 3^4 \times 4}{3 \times 32}$ (ii) $\left[(5^2)^3 \times 5^4\right] \div 5^7$ (iii) $25^4 \div 5^3$

   (iv) $\frac{3 \times 7^2 \times 11^8}{21 \times 11^3}$ (v) $\frac{3^7}{3^4 \times 3^3}$ (vi) $2^0 + 3^0 + 4^0$

   (vii) $2^0 \times 3^0 \times 4^0$ (viii) $(3^0 + 2^0) \times 5^0$ (ix) $\frac{2^8 \times a^5}{4^3 \times a^3}$

   (x) $\left(\frac{a^5}{a^3}\right) \times a^8$ (xi) $\frac{4^5 \times a^8 b^3}{4^5 \times a^5 b^2}$ (xii) $(2^3 \times 2)^2$

3. ਦੱਸੋ ਕਿ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਕਥਨ ਸੱਚ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ ਅਤੇ ਆਪਣੇ ਉੱਤਰ ਦਾ ਕਾਰਣ ਵੀ ਦਿਓ:

   (i) $10 \times 10^{11} = 100^{11}$ (ii) $2^3 > 5^2$ (iii) $2^3 \times 3^2 = 6^5$

   (iv) $3^0 = (1000)^0$

4. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿਚੋਂ ਹਰੇਕ ਨੂੰ ਕੇਵਲ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਦੀਆਂ ਘਾਤਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ :

   (i) 108×192 (ii) 270 (iii) 729×64

   (iv) 768

5. ਸਰਲ ਕਰੋ :

   (i) $\frac{(2^5)^2 \times 7^3}{8^3 \times 7}$ (ii) $\frac{25 \times 5^2 \times t^8}{10^3 \times t^4}$ (iii) $\frac{3^5 \times 10^5 \times 25}{5^7 \times 6^5}$

13.5 ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਣਾਲੀ

ਆਓ 47561 ਦਾ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤਾ ਵਿਸਥਾਰ ਦੇਖੀਏ, ਜਿਸ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਜਾਣੂੰ ਹਾਂ :

$$47561 = 4 \times 10000 + 7 \times 1000 + 5 \times 100 + 6 \times 10 + 1$$

ਅਸੀਂ ਇਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ 10 ਦੀਆਂ ਘਾਤਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, ਘਾਤ ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ :

$$47561 = 4 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 1 \times 10^0$$

[ਧਿਆਨ ਦਿਓ : $10000 = 10^4$, $1000 = 10^3$, $100 = 10^2$, $10 = 10^1$ ਅਤੇ $1 = 10^0$ ਹੈ]

ਆਓ ਇੱਕ ਹੋਰ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੀਏ :

$$\begin{aligned} 104278 &= 1 \times 100{,}000 + 0 \times 10000 + 4 \times 1000 + 2 \times 100 + 7 \times 10 + 8 \times 1 \\ &= 1 \times 10^5 + 0 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 8 \times 10^0 \\ &= 1 \times 10^5 + 4 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 8 \times 10^0 \end{aligned}$$

ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਕਿਸ ਪ੍ਰਕਾਰ 10 ਦੇ ਘਾਤ-ਅੰਕ ਅਧਿਕਤਮ ਮੁੱਲ 5 ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਹੁੰਦੇ ਹੋਏ ਇੱਕ-ਇੱਕ ਕਰਕੇ ਘਟਦੇ ਹੋਏ 0 ਤੱਕ ਆ ਜਾਂਦੇ ਹਨ।

13.6 ਵੱਡੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉਣਾ

ਆਓ, ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਦੇ ਸ਼ੁਰੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ 'ਤੇ ਵਾਪਸ ਆ ਜਾਈਏ। ਅਸੀਂ ਕਿਹਾ ਸੀ ਕਿ ਵੱਡੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਘਾਤ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਸੌਖੇ ਢੰਗ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ ਹੁਣ ਤੱਕ ਅਸੀਂ ਦਰਸਾਇਆ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਰਾਂਗੇ:

1. ਸੂਰਜ ਸਾਡੀ ਆਕਾਸ਼ ਗੰਗਾ (Milky Way Galaxy) ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ 300,000,000,000,000,000,000 ਮੀਟਰ ਦੀ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਸਥਿਤ ਹੈ।
2. ਸਾਡੀ ਆਕਾਸ਼ ਵਿੱਚ 100,000,000,000 ਤਾਰੇ ਹਨ।
3. ਧਰਤੀ ਦਾ ਪੁੰਜ 5,976,000,000,000,000,000,000,000 ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਹੈ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

10 ਦੀਆਂ ਘਾਤਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, ਘਾਤ-ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਸਾਰਿਤ ਕਰੋ:

(i) 172
(ii) 5643
(iii) 56439
(iv) 176428

ਇਹ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪੜ੍ਹਨ ਅਤੇ ਲਿਖਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਸਰਲ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਸਰਲ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਅਸੀਂ ਘਾਤਾਂ (ਜਾਂ ਘਾਤ-ਅੰਕਾਂ) ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਨੂੰ ਦੇਖੋ :

$$59 = 5.9 \times 10 = 5.9 \times 10^1$$
$$590 = 5.9 \times 100 = 5.9 \times 10^2$$
$$5900 = 5.9 \times 1000 = 5.9 \times 10^3$$
$$59000 = 5.9 \times 10000 = 5.9 \times 10^4 \text{ ਆਦਿ।}$$

ਅਸੀਂ ਇਨ੍ਹਾਂ ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ (standard form) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾ ਦਿੱਤਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਵੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 1.0 ਅਤੇ 10.0 ਦੇ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ (ਜਿਸ ਵਿੱਚ 1.0 ਸ਼ਾਮਿਲ ਹੈ) ਅਤੇ 10 ਦੀ ਕਿਸੇ ਘਾਤ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਇਸ ਰੂਪ ਨੂੰ ਉਸਦਾ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ

$5985 = 5.985 \times 1000 = 5.985 \times 10^3$ ਸੰਖਿਆ 5985 ਦਾ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਹੈ।

ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ 5985 ਨੂੰ 59.85×100 ਜਾਂ 59.85×10^2 ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵੀ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਪ੍ਰੰਤੂ ਇਹ 5985 ਦਾ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ

$5985 = 0.5985 \times 10000 = 0.5985 \times 10^4$ ਵੀ 5985 ਦਾ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਨਹੀਂ ਹੈ।

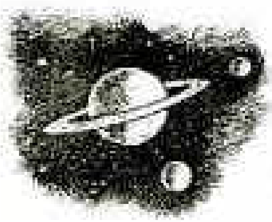
ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਦੇ ਸ਼ੁਰੂ ਵਿੱਚ ਆਈਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹੋ ਗਏ ਹਾਂ

ਸਾਡੀ ਆਕਾਸ਼ ਗੰਗਾਂ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ ਸੂਰਜ ਦੀ ਦੂਰੀ

300,000,000,000,000,000,000 ਮੀਟਰ ਨੂੰ

$3.0 \times 100,000,000,000,000,000,000$ ਮੀਟਰ $= 3.0 \times 10^{20}$ ਮੀਟਰ

ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਹੁਣ ਕੀ ਤੁਸੀਂ 40,000,000,000 ਨੂੰ ਇਸੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ? ਇਸ ਦੀਆਂ ਸਿਫ਼ਰਾਂ ਗਿਣੋ। ਇਹ 10 ਹਨ।



ਇਸ ਲਈ, $40,000,000,000 = 4.0 \times 10^{10}$ ਹੈ।

ਧਰਤੀ ਦਾ ਪੁੰਜ $= 5,976,000,000,000,000,000,000,000$ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ

$= 5.976 \times 10^{24}$ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਹੈ।

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਗੱਲ ਨਾਲ ਸਹਿਮਤ ਹੋ ਕਿ ਪੜ੍ਹਨ, ਸਮਝਣ ਅਤੇ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਲਈ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੀ ਸੰਖਿਆ ਉਸ 25 ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਤੋਂ ਬਹੁਤ ਜਿਆਦਾ ਸੌਖੀ ਹੈ ?

ਹੁਣ ਯੂਰੇਨਸ ਗ੍ਰਹਿ ਦਾ ਪੁੰਜ $= 86,800,000,000,000,000,000,000,000$ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ

$= 8.68 \times 10^{25}$ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਹੈ।

ਹੁਣ, ਉਪਰਲੇ ਦੋਨਾਂ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਵਿੱਚ ਕੇਵਲ 10 ਦੀਆਂ ਘਾਤਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਕੇ ਹੀ, ਅਸੀਂ ਇਹ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਯੂਰੇਨਸ ਦਾ ਪੁੰਜ (ਭਾਰ) ਧਰਤੀ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੈ।

ਸੂਰਜ ਅਤੇ ਸ਼ਨੀ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਦੂਰੀ 1,433,500,000,000 ਮੀਟਰ ਜਾਂ 1.4335×10^{12} ਮੀਟਰ ਹੈ। ਸ਼ਨੀ ਅਤੇ ਯੂਰੇਨਸ ਦੇ ਵਿਚਲੀ ਦੂਰੀ 1,439,000,000,000 ਮੀਟਰ ਜਾਂ 1.439×10^{12} ਮੀਟਰ ਹੈ। ਸੂਰਜ ਅਤੇ ਧਰਤੀ ਵਿਚਲੀ ਦੂਰੀ 149, 600,000,000 ਮੀਟਰ ਜਾਂ 1.496×10^{11} ਮੀਟਰ ਹੈ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਦਸ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇਨ੍ਹਾਂ ਤਿੰਨਾਂ ਦੂਰੀਆਂ ਵਿਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਦੂਰੀ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ ?

ਉਦਾਹਰਣ 13 : ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ :

(i) 5985.3 (ii) 65950

(iii) 3,430,000 (iv) 70,040,000,000

ਹੱਲ:

(i) $5985.3 = 5.9853 \times 1000 = 5.9853 \times 10^3$

(ii) $65950 = 6.595 \times 10000 = 6.595 \times 10^4$

(iii) $3,430,000 = 3.43 \times 1000,000 = 3.43 \times 10^6$

(iv) $70,040,000,000 = 7.004 \times 10,000,000,000 = 7.004 \times 10^{10}$

ਇਥੇ ਧਿਆਨ ਰੱਖਣ ਯੋਗ ਗੱਲ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਦੇ (ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ) ਗਿਣਕੇ, ਉਸ ਵਿਚੋਂ 1 ਘਟਾ ਕੇ ਜੋ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਉਹੀ 10 ਦੀ ਘਾਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜਿਸ ਨੂੰ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਇਸ ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਕਲਪਣਾ, ਸੰਖਿਆ ਦੇ (ਸੱਜੇ) ਸ਼ੁਰੂ ਵਿੱਚ ਕਰ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ। ਇੱਕ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ 11 ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਣ ਲਈ, 10 ਦੀ ਘਾਤ $11 - 1 = 10$ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਦੇ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿਚ 10 ਦੀ ਘਾਤ $4 - 1 = 3$ ਹੈ।

ਅਭਿਆਸ 13.3

1. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ :

   279404, 3006194, 2806196, 120719, 20068

2. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਰੂਪਾਂ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਦੇ ਲਈ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ :

   (a) $8 \times 10^4 + 6 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 5 \times 10^0$

   (b) $4 \times 10^5 + 5 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 2 \times 10^0$

   (c) $3 \times 10^4 + 7 \times 10^2 + 5 \times 10^0$

   (d) $9 \times 10^5 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10^1$

3. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿਚ ਲਿਖੋ :

   (i) 5,00,00,000 (ii) 70,00,000 (iii) 3,18,65,00,000

   (iv) 3,90,878 (v) 39087.8 (vi) 3908.78

4. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਕਥਨਾਂ ਵਿੱਚ ਆਉਣ ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ:

   (a) ਧਰਤੀ ਅਤੇ ਚੰਦਰਮਾਂ ਦੀ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਦੂਰੀ 384,000,000 ਮੀਟਰ ਹੈ।

   (b) ਖਲਾਅ (vacuum) ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦੀ ਗਤੀ (ਜਾਂ ਚਾਲ) 300,000,000 ਮੀ./ਸੈਕਿੰਡ ਹੈ।

   (c) ਧਰਤੀ ਦਾ ਵਿਆਸ 12756000 ਮੀਟਰ ਹੈ।

   (d) ਸੂਰਜ ਦਾ ਵਿਆਸ 1,400,000,000 ਮੀਟਰ ਹੈ।

   (e) ਇੱਕ ਅਕਾਸ਼ ਗੰਗਾਂ ਵਿੱਚ ਔਸਤਨ 100,000,000,000 ਤਾਰੇ ਹਨ।

   (f) ਬਰਿਹਮੰਡ (Univese) 12,000,000,000 ਸਾਲ ਪੁਰਾਣਾ ਅਨੁਮਾਨ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।

   (g) ਆਕਾਸ਼ ਗੰਗਾ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ ਸੂਰਜ ਦੀ ਦੂਰੀ 300,000,000,000,000,000,000 ਮੀਟਰ ਦਾ ਅਨੁਮਾਨ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।

   (h) 1.8 ਗ੍ਰਾਮ ਭਾਰ ਵਾਲੀ ਪਾਣੀ ਦੀ ਇੱਕ ਬੂੰਦ ਵਿੱਚ 60,230,000,000,000,000,000,000 ਅਣੂ (molecules) ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

   (i) ਧਰਤੀ 'ਤੇ 1,353,000,000 ਕਿ. ਮੀ.^{3} ਸਮੁੰਦਰੀ ਪਾਣੀ ਹੈ।

   (j) ਮਾਰਚ 2001 ਵਿੱਚ ਭਾਰਤ ਦੀ ਜਨਸੰਖਿਆ 1,027,000,000 ਸੀ।

ਅਸੀਂ ਕੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ?

1. ਬਹੁਤ ਵੱਡੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਪੜ੍ਹਨ, ਸਮਝਣ ਅਤੇ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ 'ਤੇ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਮੁਸ਼ਕਿਲ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਸਰਲ ਬਣਾਉਣ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਜ਼ਿਆਦਾਤਰ ਵੱਡੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਘਾਤਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਸੰਖੇਪ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ।
2. ਕੁੱਝ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਘਾਤ ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਹਨ:

   $10000 = 10^4$ (ਇਸ ਨੂੰ 10 ਦੀ ਘਾਤ 4 ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ)

   $243 = 3^5$, $128 = 2^7$.

   ਇਥੇ, 10, 3 ਅਤੇ 2 ਆਧਾਰ ਹਨ ਅਤੇ 4, 5 ਅਤੇ 7 ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਘਾਤ-ਅੰਕ ਹਨ। ਅਸੀਂ ਇਹ ਵੀ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 10 ਦੀ ਚੌਥੀ ਘਾਤ 10000 ਹੈ, 3 ਦੀ ਪੰਜਵੀਂ ਘਾਤ 243 ਹੈ, ਆਦਿ।
3. ਘਾਤ-ਅੰਕੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਕੁੱਝ ਨਿਯਮਾਂ ਦਾ ਪਾਲਣਾ ਕਰਦੀਆਂ ਹਨ, ਜੋ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹਨ:

   ਕੋਈ ਗੈਰ-ਸਿਫ਼ਰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a ਅਤੇ b ਅਤੇ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ m ਅਤੇ n ਦੇ ਲਈ,

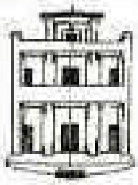
   (a) $a^m \times a^n = a^{m+n}$
   (b) $a^m \div a^n = a^{m-n}$, $m > n$
   (c) $(a^m)^n = a^{mn}$
   (d) $a^m \times b^m = (ab)^m$
   (e) $a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$
   (f) $a^0 = 1$
   (g) $(-1)^{\text{ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆ}} = 1$
   $(-1)^{\text{ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆ}} = -1$

ਸਮਮਿਤੀ

ਅਧਿਆਇ 14

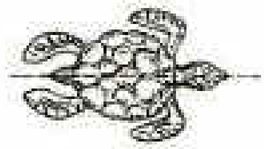
14.1 ਭੂਮਿਕਾ

ਸਮਮਿਤੀ (Symmetry) ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਗਣਿਤ ਦਾ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਸੰਕਲਪ ਹੈ, ਜੋ ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਈ ਦਿੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦੇ ਲਗਭਗ ਸਾਰੇ ਖੇਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਕਲਾਕਾਰ, ਕੰਮਕਾਜੀ, ਕੱਪੜੇ ਜਾਂ ਗਹਿਣੇ ਡਿਜ਼ਾਇਨ ਕਰਨ ਵਾਲੇ, ਕਾਰ ਬਣਾਉਣ ਵਾਲੇ, ਨਕਸ਼ਾ ਨਵੀਸ਼ ਅਤੇ ਕਈ ਹੋਰ ਸਮਮਿਤੀ ਦੇ ਸੰਕਲਪ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਮਧੂ ਮੱਖੀਆਂ ਦਾ ਛੱਤਾ, ਫੁੱਲ, ਦਰਖਤਾਂ ਦੇ ਪੱਤੇ, ਧਾਰਮਿਕ ਚਿੰਨ੍ਹ, ਕੰਬਲਾਂ ਅਤੇ ਰੁਮਾਲਾਂ ਆਦਿ ਉੱਤੇ ਇਹਨਾਂ ਸਾਰੇ ਸਥਾਨਾਂ 'ਤੇ ਤੁਹਾਨੂੰ ਸਮਮਿਤੀ ਡਿਜ਼ਾਇਨ ਦਿਖਾਈ ਦੇਣਗੇ।



ਆਰਕੀਟੈਕਚਰ

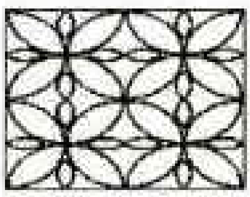
ਇੰਜੀਨੀਅਰਿੰਗ



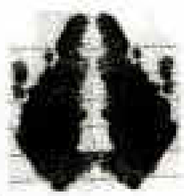
ਕੁਦਰਤ

ਤੁਸੀਂ ਪਿਛਲੀ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਵਿੱਚ, ਰੇਖਾ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਦਾ ਕੁੱਝ ਅਨੁਭਵ ਕਰ ਚੁੱਕੇ ਹੋ।

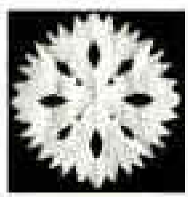
ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਰੇਖਾ ਸਮਮਿਤੀ ਹੁੰਦਾ, ਹੈ ਜੇਕਰ ਉਸ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਅਜਿਹੀ ਹੋਵੇ ਜਿਸ ਤੋਂ ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ ਮੋੜਨ 'ਤੇ ਦੋਨੋਂ ਭਾਗ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਸੰਪਾਤੀ ਹੋ ਜਾਣ। ਇਹਨਾਂ ਸੰਕਲਪਾਂ ਨੂੰ ਤੁਸੀਂ ਯਾਦ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਤੁਹਾਡੀ ਸਹਾਇਤਾ ਲਈ ਇਥੇ ਕੁੱਝ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹਨ।



ਸਮਮਿਤੀ ਦਿਖਾਉਣ
ਲਈ ਫੋਟੋ ਐਲਬਮ



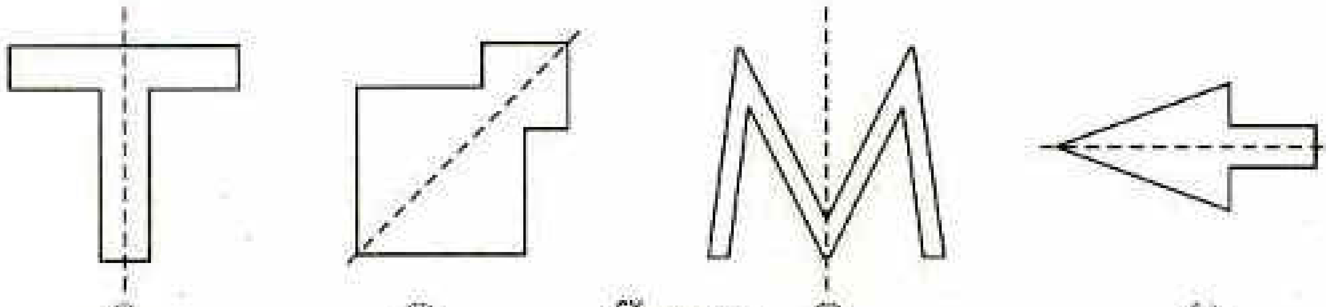
ਕੁੱਝ ਆਕਰਸ਼ਕ
ਸਿਆਹੀ ਦੇ ਨਿਸ਼ਾਨ
ਲਗਾਓ



ਕਾਗਜ਼ ਨੂੰ ਕੱਟ ਕੇ
ਸਮਮਿਤੀ ਡਿਜ਼ਾਇਨ
ਬਣਾਓ।

ਤੁਹਾਡੇ ਦੁਆਰਾ ਇੱਕਠੇ ਕੀਤੇ ਡਿਜ਼ਾਇਨਾਂ ਵਿੱਚ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਜਾਂ ਧੁਰਿਆਂ ਦੀ ਪਹਿਚਾਣ ਕਰਨ ਦਾ ਅਨੰਦ ਲਵੋ।

ਆਓ ਹੁਣ ਸਮਮਿਤੀ ਬਾਰੇ ਆਪਣੇ ਸੰਕਲਪਾਂ ਨੂੰ ਹੋਰ ਮਜ਼ਬੂਤ ਕਰੋ। ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰੋ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਨੂੰ ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 14.1 (i)-(iv))।


(i) (ii) (iii) (iv)

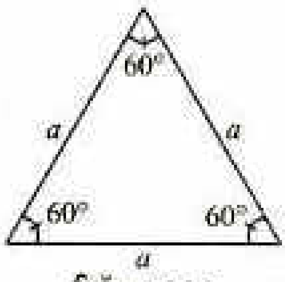
ਚਿੱਤਰ 14.1

14.2 ਸਮ ਬਹੁਭੁਜ ਦੇ ਲਈ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ

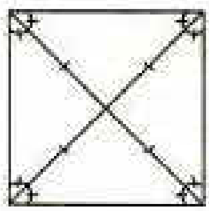
ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਬਹੁਭੁਜ (polygon) ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਬੰਦ ਚਿੱਤਰ ਹੈ, ਜੋ ਅਨੇਕ ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ ਨਾਲ ਬਣਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ ਨਾਲ ਬਣਿਆ ਬਹੁਭੁਜ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ ਤੋਂ ਘੱਟ ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ ਵਾਲਾ ਕੋਈ ਹੋਰ ਬਹੁਭੁਜ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹੋ ? ਇਸ ਦੇ ਬਾਰੇ ਸੋਚੋ ?

ਇੱਕ ਬਹੁਭੁਜ ਸਮ ਬਹੁਭੁਜ (regular polygon) ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ ਜੇਕਰ ਇਸ ਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਸਮਾਨ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਸਾਰੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਸਮਾਨ ਹੋਣ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਇੱਕ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਤਿੰਨ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲਾ ਸਮ ਬਹੁਭੁਜ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਕੀ ਚਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲਾ ਇੱਕ ਸਮ ਬਹੁਭੁਜ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਚਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲਾ ਸਮ ਬਹੁਭੁਜ ਦਾ ਨਾਮ ਦੱਸ ਸਕਦੇ ਹੋ ?

ਇੱਕ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਮਭੁਜ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਇਸ ਦੀ ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਸਮਾਨ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਦੇ ਹਰੇਕ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ 60° ਹੁੰਦਾ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 14.2)।



ਚਿੱਤਰ 14.2



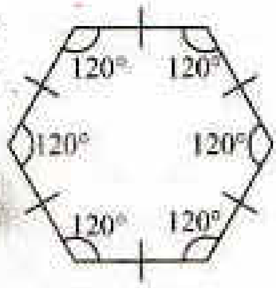
ਚਿੱਤਰ 14.3

ਚਿੱਤਰ 14.4

ਵਰਗ ਵੀ ਇੱਕ ਸਮ ਬਹੁਭੁਜ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਇਸ ਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਸਮਾਨ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਦਾ ਹਰੇਕ ਕੋਣ ਸਮਕੋਣ (ਭਾਵ 90°) ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਦੇ ਵਿਕਰਨ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਨੂੰ ਸਮਕੋਣ 'ਤੇ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦੇ ਹਨ (ਚਿੱਤਰ 14.3)।

ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਪੰਜਭੁਜ (pentagon) ਇੱਕ ਸਮ ਬਹੁਭੁਜ ਹੈ ਤਾਂ ਸੁਭਾਵਿਕ ਹੈ ਕਿ ਇਸ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਬਰਾਬਰ ਲੰਬਾਈਆਂ ਦੀਆਂ ਹੋਣੀਆਂ ਚਾਹੀਦੀਆਂ ਅਤੇ ਇਸ ਦੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਵੀ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ। ਬਾਅਦ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਪੜੋਗੇ ਕਿ ਇਸ ਦੇ ਹਰੇਕ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ 108° ਹੁੰਦਾ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 14.4)।

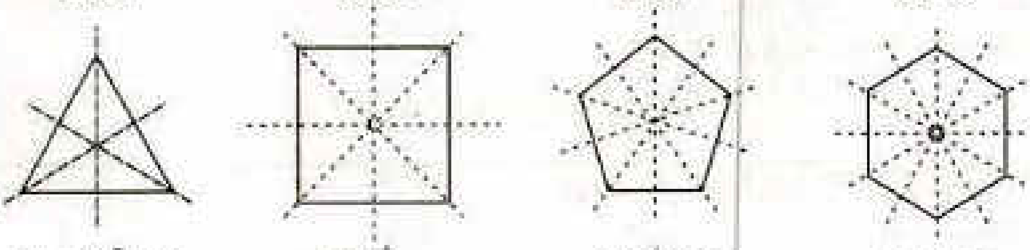
ਇੱਕ ਸਮ ਛੇ ਭੁਜ (regular hexagon) ਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਇਸ ਦੇ ਹਰੇਕ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ 120° ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਦੇ ਬਾਰੇ ਤੁਸੀਂ ਜਿਆਦਾ ਜਾਣਕਾਰੀ ਬਾਅਦ ਵਿੱਚ ਪੜੋਗੇ। (ਚਿੱਤਰ 14.5) ।



ਚਿੱਤਰ 14.5

ਸਮਬਹੁਭੁਜ ਸਮਮਿਤੀ ਚਿੱਤਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਬਹੁਤ ਰੋਚਕ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਹਰੇਕ ਸਮਬਹੁਭੁਜ ਦੀਆਂ ਉਨੀਆਂ ਹੀ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਜਿੰਨੀਆਂ ਉਸ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ [ਚਿੱਤਰ 14.6 (i) ਸੇ (iv)]।

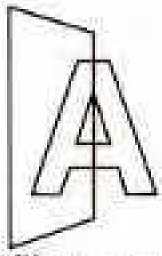
ਤਿੰਨ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ | ਚਾਰ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ | ਪੰਜ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ | ਛੇ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ



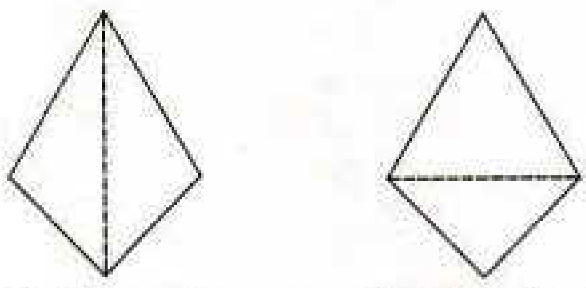
ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ (i) | ਵਰਗ (ii) | ਸਮ ਪੰਜਭੁਜ (iii) | ਸਮ ਛੇਭੁਜ (iv)

ਚਿੱਤਰ 14.6

ਸ਼ਾਇਦ ਤੁਸੀਂ ਕਾਗਜ਼ ਮੋੜਨੇ ਦੀ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਇਸ ਨੂੰ ਕਰਨਾ ਚਾਹੋਗੇ, ਕੋਈ ਗੱਲ ਨਹੀਂ, ਅੱਗੇ ਵਧੋ!


ਚਿੱਤਰ 14.7

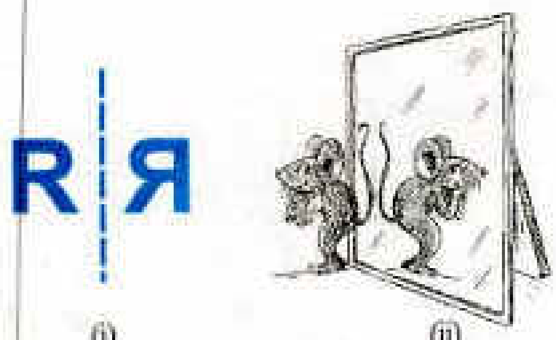
ਰੇਖੀ ਸਮਮਿਤੀ ਦੇ ਸੰਕਲਪ ਦਾ ਦਰਪਣ ਪਰਵਰਤਨ (mirror reflection) ਨਾਲ ਨੇੜੇ ਦਾ ਸੰਬੰਧ ਹੈ। ਇੱਕ ਆਕਾਰ (shape) ਵਿੱਚ ਰੇਖਾ ਸਮਮਿਤੀ ਉਦੋਂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਜਦੋਂ ਉਸ ਦਾ ਅੱਧਾ ਹਿੱਸਾ, ਦੂਸਰੇ ਅੱਧੇ ਹਿੱਸੇ ਦਾ ਦਰਪਣ ਪ੍ਰਤੀਬਿੰਬ (mirror image) ਹੋਵੇ (ਚਿੱਤਰ 14.7)। ਇੱਕ ਦਰਪਣ ਰੇਖਾ ਸਾਨੂੰ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਦੇਖਣ ਜਾਂ ਪਤਾ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਸਹਾਇਤਾ ਕਰਦੀ ਹੈ। (ਚਿੱਤਰ 14.8) ।



ਕੀ ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾ ਦਰਪਣ ਰੇਖਾ ਹੈ? ਹਾਂ

ਕੀ ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾ ਦਰਪਣ ਰੇਖਾ ਹੈ? ਨਹੀਂ

ਚਿੱਤਰ 14.8



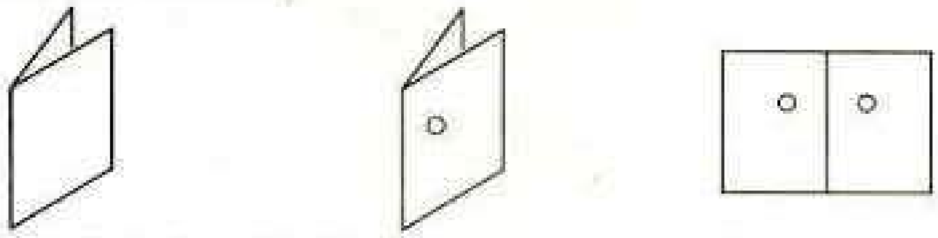
(i) (ii)

ਇੱਥੇ ਆਕਾਰ ਤਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹਨ; ਪ੍ਰੰਤੂ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਉਲਟ ਹਨ।

ਚਿੱਤਰ 14.9

ਦਰਪਣ ਪਰਾਵਰਤਨ ਦੇ ਨਾਲ ਕਾਰਜ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਇਹ ਧਿਆਨ ਰੱਖਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿ ਚਿੱਤਰ ਦੀਆਂ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ (orientations) ਵਿੱਚ ਖੱਬੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਪਲਟ ਜਾਂਦੇ ਹਨ (ਚਿੱਤਰ 14.9)।

ਛੇਕ ਕਰਨ ਵਾਲਾ ਇਹ ਖੇਡ ਖੇਡੋ।



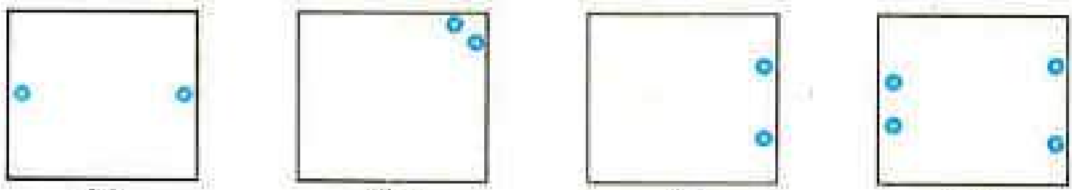
ਇੱਕ ਕਾਗਜ਼ ਨੂੰ ਦੋ ਅੱਧਿਆਂ ਵਿੱਚ ਮੋੜੋ   ਇੱਕ ਛੇਕ ਕਰੋ   ਮੋੜ ਦੇ ਨਿਸ਼ਾਨ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਦੋ ਛੇਕ

ਚਿੱਤਰ 14.10

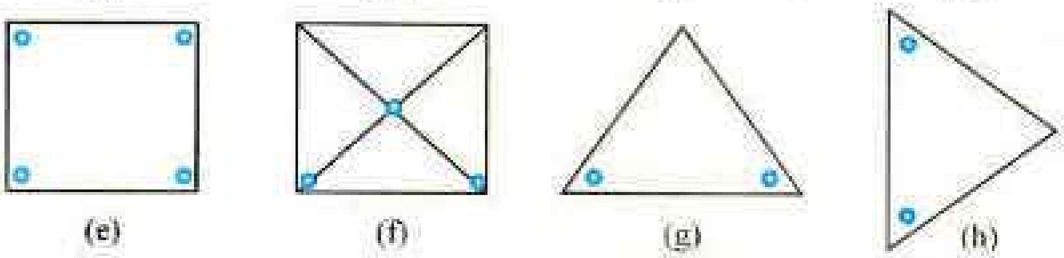
ਮੋੜ ਦਾ ਨਿਸ਼ਾਨ ਇੱਕ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਜਾਂ (ਧੁਰਾ) ਹੈ। ਮੋੜੇ ਹੋਏ ਕਾਗਜ਼ ਉੱਤੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਥਾਵਾਂ 'ਤੇ ਕੀਤੇ ਛੇਕ ਅਤੇ ਸੰਗਤ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰੋ (ਚਿੱਤਰ 14.10)।

ਅਭਿਆਸ 14.1

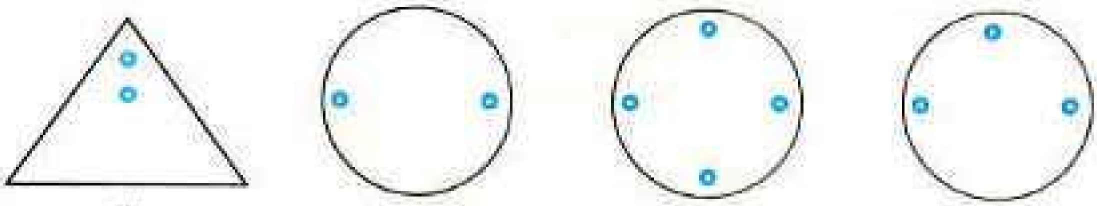
1. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਛੇਕ ਕੀਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੀਆਂ ਨਕਲਾਂ ਬਣਾ ਕੇ (ਖਿੱਚ ਕੇ) ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ :



(a) (b) (c) (d)

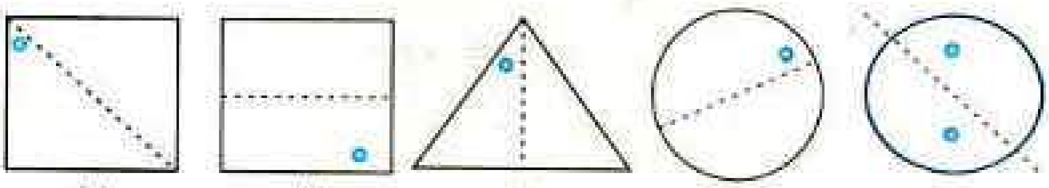


(e) (f) (g) (h)



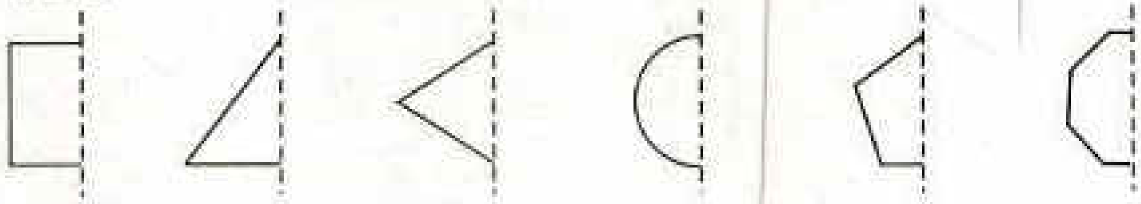
(i) (j) (k) (l)

2. ਹੇਠਾਂ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ (ਰੇਖਾਵਾਂ) ਦਿੱਤੀਆਂ ਹਨ, ਹੋਰ ਛੇਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।



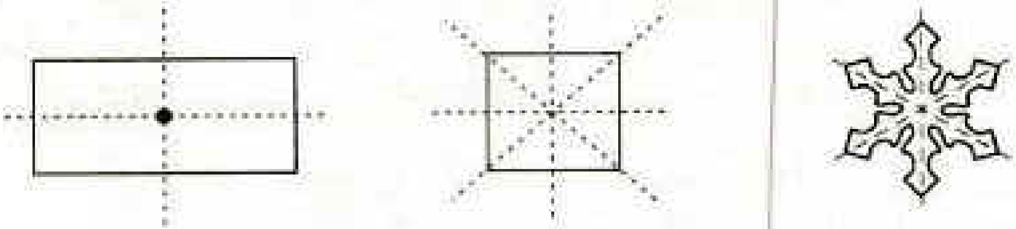
(a) (b) (c) (d) (e)

3. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ, ਦਰਪਣ ਰੇਖਾ (ਭਾਵ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ) ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ। ਦਾਣੇਦਾਰ (ਦਰਪਣ) ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਚਿੱਤਰ ਦਾ ਪਰਵਰਤਨ ਕਰਕੇ ਹਰੇਕ ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰੋ। (ਤੁਸੀਂ ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਇੱਕ ਸ਼ੀਸ਼ਾ (ਦਰਪਣ) ਰੱਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ਅਤੇ ਫਿਰ ਪ੍ਰਤੀਬਿੰਬ (image) ਦੇ ਲਈ ਦਰਪਣ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ)। ਕੀ ਤੁਹਾਨੂੰ ਪੂਰੇ ਕੀਤੇ ਚਿੱਤਰ ਦਾ ਨਾਮ ਯਾਦ ਹੈ।



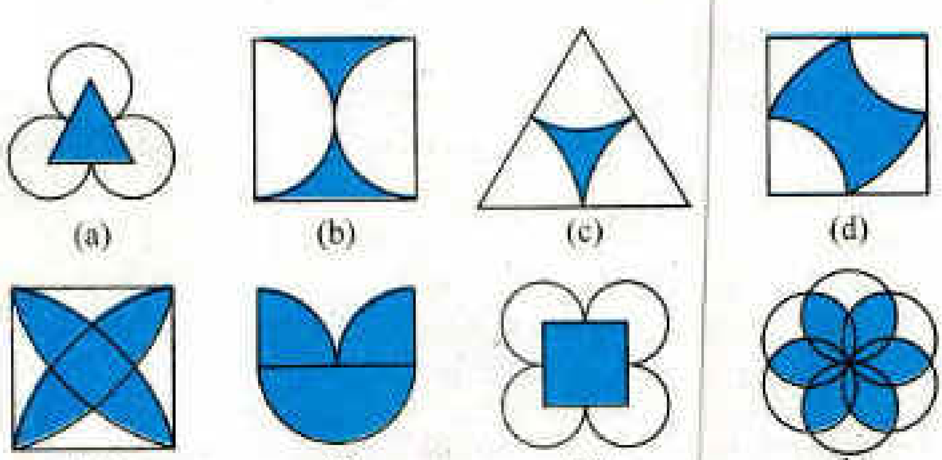
(a) (b) (c) (d) (e) (f)

4. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ, ਇੱਕ ਤੋਂ ਵੱਧ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ। ਅਜਿਹੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਲਈ ਇਹ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਅਨੇਕ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ।



(a) (b) (c)

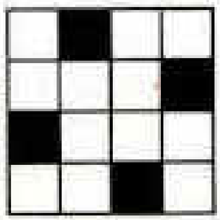
ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਦੀਆਂ ਅਨੇਕ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ (ਜੇ ਹਨ ਤਾਂ), ਦੀ ਪਹਿਚਾਣ ਕਰੋ:



(a) (b) (c) (d)

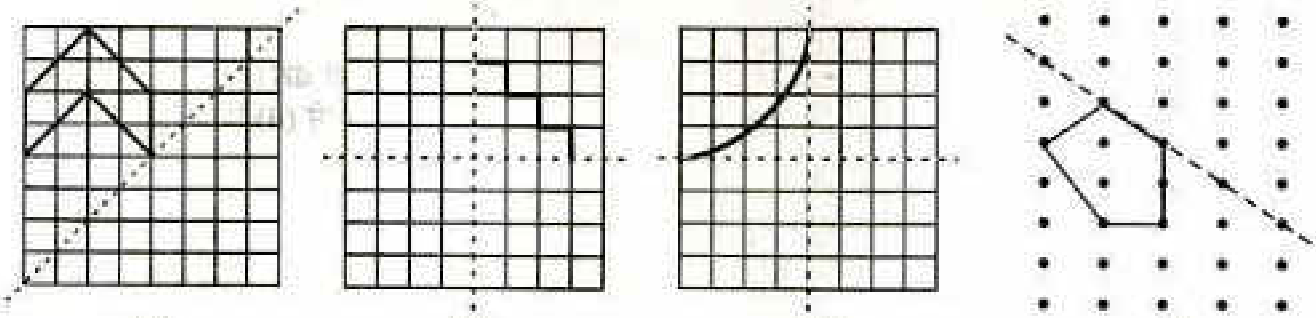
(e) (f) (g) (h)

5. ਇੱਥੇ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਚਿੱਤਰ ਦੀ ਨਕਲ ਬਣਾਓ।



ਕੋਈ ਇੱਕ ਵਿਕਰਣ ਦੀ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਲਓ ਅਤੇ ਕੁੱਝ ਹੋਰ ਵਰਗਾਂ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ ਕਿ ਇਹ ਚਿੱਤਰ ਇਸ ਵਿਕਰਣ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਸਮਮਿਤੀ ਹੋ ਜਾਵੇ। ਕੀ ਅਜਿਹਾ ਕਰਨ ਦੀਆਂ ਇੱਕ ਤੋਂ ਵੱਧ ਵਿਧੀਆਂ ਹਨ? ਕੀ ਇਹ ਚਿੱਤਰ ਦੋਵੇਂ ਵਿਕਰਣਾਂ ਅਨੁਸਾਰ ਸਮਮਿਤੀ ਹੋਵੇਗਾ?

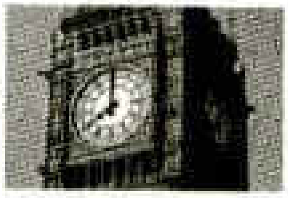
6. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੀਆਂ ਨਕਲਾਂ ਬਣਾਓ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪੂਰਾ ਕਰੋ ਕਿ ਇਹ ਚਿੱਤਰ ਦਰਪਣ ਰੇਖਾ (ਜਾਂ ਰੇਖਾਵਾਂ) ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਸਮਮਿਤੀ ਹੋ ਜਾਣ:



(a) (b) (c) (d)

7. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੇ ਲਈ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦੱਸੋ:
   (a) ਇੱਕ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ (b) ਇੱਕ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ (c) ਇੱਕ ਬਿਖਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ
   (d) ਇੱਕ ਵਰਗ (e) ਇੱਕ ਆਇਤ (f) ਇੱਕ ਸਮਚਤੁਰਭੁਜ
   (g) ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ (h) ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ (i) ਇੱਕ ਸਮਛੇਭੁਜ
   (j) ਇੱਕ ਚੱਕਰ
8. ਅੰਗਰੇਜ਼ੀ ਵਰਨਮਾਲਾ ਦੇ ਕਿਹੜੇ ਅੱਖਰਾਂ ਵਿੱਚ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਪਰਵਰਤਨ ਸਮਮਿਤੀ (ਦਰਪਣ ਪਰਵਤਨ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਤ ਸਮਮਿਤੀ) ਹੈ:
   (a) ਇੱਕ ਲੰਬ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਪਣ (b) ਇੱਕ ਲੇਟਵਾਂ ਦਰਪਣ
   (c) ਲੰਬ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਅਤੇ ਲੇਟਵਾਂ ਦਰਪਣ ਦੋਵੇਂ
9. ਅਜਿਹੇ ਤਿੰਨ ਆਕਾਰਾਂ ਦੀ ਉਦਾਹਰਣ ਦਿਓ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਕੋਈ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਨਾ ਹੋਵੇ।
10. ਤੁਸੀਂ ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੀ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਦੇ ਲਈ ਹੋਰ ਕੀ ਨਾਂ ਦੇ ਸਕਦੇ ਹੋ?
   (a) ਇੱਕ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ (b) ਇੱਕ ਚੱਕਰ

14.3 ਘੁੰਮਦੀ ਸਮਮਿਤੀ



ਜਦੋਂ ਘੜੀ ਦੀਆਂ ਸੂਈਆਂ ਘੁੰਮਦੀਆਂ ਹਨ ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹੋ? ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਘੁੰਮ (Rotate) ਰਹੀਆਂ ਹਨ।

ਘੜੀ ਦੀਆਂ ਸੂਈਆਂ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਹੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਦੁਆਲੇ, ਜਿਹੜਾ ਘੜੀ ਦੇ ਤਲ ਦਾ ਕੇਂਦਰ ਹੈ।

ਘੜੀ ਦੀਆਂ ਸੂਈਆਂ ਜਿਸ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮਦੀਆਂ ਹਨ ਉਸ ਨੂੰ ਸੱਜੇ ਗੇੜ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮਣਾ ਕਰਾਉਂਦਾ ਹੈ (rotation) (clockwise) ਨਹੀਂ ਤਾਂ ਖੱਬੇ ਗੇੜ (anticlockwise rotation) ਘੁੰਮਣਾ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਛੱਤ ਦੇ ਪੱਖੇ ਦੇ ਪਰਾਂ (blade) ਦੇ ਘੁੰਮਣ ਦੇ ਬਾਰੇ ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹੋ? ਕੀ ਇਹ ਸੱਜੇ ਗੇੜ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮਦੇ ਹਨ ਜਾਂ ਖੱਬੇ ਗੇੜ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮਦੇ ਹਨ? ਜਾਂ ਇਹ ਦੋਹਾਂ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮਦੇ ਹਨ?

ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਸਾਈਕਲ ਦੇ ਪਹੀਏ ਨੂੰ ਘੁੰਮਾਉਂਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਕੀ ਇਹ ਦੋਹਾਂ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਭਾਵ ਸੱਜੇ ਗੇੜ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਅਤੇ ਖੱਬੇ ਗੇੜ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮ ਸਕਦਾ ਹੈ? ਸੱਜੇ ਗੇੜ ਦੇ ਘੁੰਮਣ ਅਤੇ ਖੱਬੇ ਗੇੜ ਦੇ ਘੁੰਮਣ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਦਿਓ।

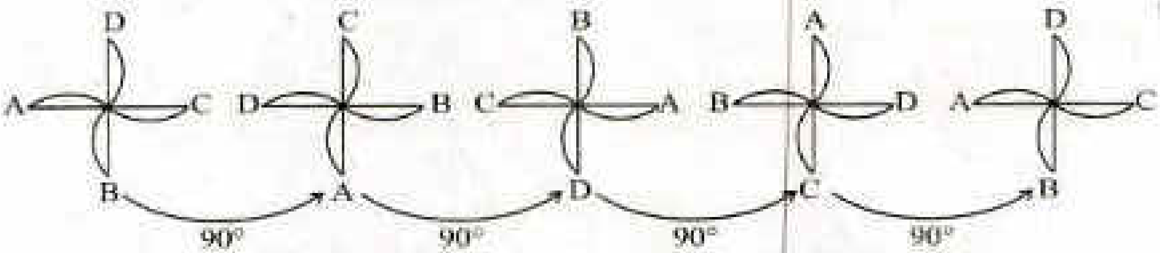
ਜਦੋਂ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਘੁੰਮਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸ ਦੇ ਆਕਾਰ ਅਤੇ ਮਾਪ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਬਦਲਾਅ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ। ਵਸਤੂ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਦੀ ਹੈ ਇਸ ਸਥਿਰ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ **ਘੁੰਮਣ ਦਾ ਕੇਂਦਰ (centre of rotation)** ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਘੜੀ ਦੀਆਂ ਸੂਈਆਂ ਦੇ ਘੁੰਮਣ ਦਾ ਕੇਂਦਰ ਕੀ ਹੈ। ਇਸ ਬਾਰੇ ਸੋਚੋ।

ਘੁੰਮਣ ਦੇ ਦੌਰਾਨ ਘੁੰਮੇ ਗਏ ਕੋਣ ਨੂੰ **ਘੁੰਮਣ ਕੋਣ (angle of rotation)** ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਤੁਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇੱਕ ਪੂਰੇ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ 360° ਦਾ ਕੋਣ ਬਣਦਾ ਹੈ। (i) ਇੱਕ ਅੱਧਾ ਚੱਕਰ ਅਤੇ (ii) ਇੱਕ ਚੌਥਾਈ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ ਡਿਗਰੀ ਦਾ ਕੋਣ ਬਣਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਅੱਧੇ ਚੱਕਰ ਦਾ ਭਾਵ 180° ਦਾ ਘੁੰਮਣਾ ਅਤੇ ਇੱਕ ਚੌਥਾਈ ਚੱਕਰ ਦਾ ਭਾਵ 90° ਦਾ ਘੁੰਮਣਾ ਹੈ।

ਜਦੋਂ 12 ਵਜਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਘੜੀ ਦੀਆਂ ਦੋਨੋ ਸੂਈਆਂ ਇਕੱਠੀਆਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ, 3 ਵੱਜਣ ਤੱਕ ਮਿੰਟਾਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ ਤਾਂ ਤਿੰਨ ਪੂਰੇ ਚੱਕਰ ਲਗਾ ਲੈਂਦੀ ਹੈ ਪਰੰਤੂ ਘੰਟੇ ਵਾਲੀ ਸੂਈ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਚੌਥਾਈ ਚੱਕਰ ਲਗਾਉਂਦੀ ਹੈ ਕੀ ਤੁਸੀਂ 6 ਵਜੇ ਦੀ ਇਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਬਾਰੇ ਕੀ ਦੱਸ ਸਕਦੇ ਹੋ ?

ਚਿੱਤਰ 14.11

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਕਦੀ ਕਾਗਜ਼ ਦੀ ਭੰਬੀਰੀ (ਫਿਰਕੀ) (paper windmill) ਬਣਾਈ ਹੈ ? ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਈ ਕਾਗਜ਼ ਦੀ ਭੰਬੀਰੀ/ਚੱਕਰੀ ਸਮਮਿਤੀ ਦਿਖਾਈ ਦਿੰਦੀ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 14.11) ਪਰੰਤੂ ਸਾਨੂੰ ਇਸ ਦੀ ਕੋਈ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ। ਇਸ ਨੂੰ ਕਿਸੀ ਵੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਮੋੜਨ ਉੱਤੇ ਦੋਨੋਂ ਅੱਧੇ ਭਾਗ ਸੰਪਾਤੀ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੇ। ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵਿਚਲੇ ਸਥਿਰ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ 90° ਦੇ ਕੋਣ ਉੱਤੇ ਘੁਮਾਓ ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ਵੇਖੋਗੇ ਕਿ ਭੰਬੀਰੀ ਦਾ ਆਕਾਰ (ਚਿੱਤਰ 14.11) ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਅਨੁਸਾਰ ਪਹਿਲਾਂ ਵਾਲਾ ਹੀ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਭੰਬੀਰੀ (ਚੱਕਰੀ) ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ (rotational symmetry) ਹੈ।

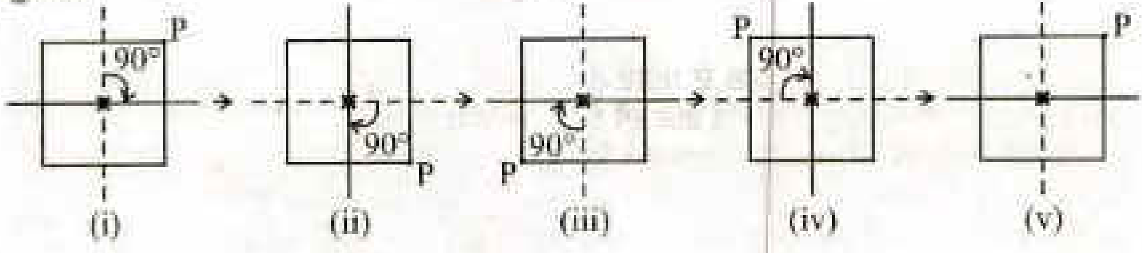


ਚਿੱਤਰ 14.12

ਇੱਕ ਪੂਰੇ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਅਜਿਹੀਆਂ **ਚਾਰ ਸਥਿਤੀਆਂ** ਹਨ (90°, 180°, 270° ਅਤੇ 360° ਦੇ ਕੋਣਾਂ ਉੱਪਰ ਘੁੰਮਾਉਣ 'ਤੇ ਜਾਂ ਘੁੰਮਣ ਤੇ), ਜਦੋਂ ਭੰਬੀਰੀ ਪਹਿਲਾਂ ਵਰਗੀ ਦਿਸਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਕਰਕੇ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਭੰਬੀਰੀ ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮ 4 (order 4) ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਹੈ।

ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦੀ ਇੱਕ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣ ਦੇਖੋ, ਇੱਕ ਵਰਗ ਉੱਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ ਜਿਸ ਦਾ ਇੱਕ ਕੋਨਾ ਜਾਂ ਸਿਖ਼ਰ P (ਚਿੱਤਰ 14.13) ਹੈ।

ਆਓ ਇਸ ਵਰਗ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਨੂੰ × ਨਿਸ਼ਾਨ ਲਗਾ ਕੇ ਇਸ ਦੇ ਦੁਆਲੇ ਇੱਕ ਚੌਥਾਈ ਚੱਕਰ 'ਤੇ ਘੁੰਮਾਓ।



ਚਿੱਤਰ 14.13

ਚਿੱਤਰ 14.13 (i) ਇਸ ਦੀ ਆਰੰਭਿਕ ਸਥਿਤੀ ਹੈ। ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਚਾਰੇ ਪਾਸੇ 90° ਘੁੰਮਾਉਣ ਤੇ ਚਿੱਤਰ 14.13 (ii) ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਹੁਣ ਬਿੰਦੂ P ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਦੇਖੋ। ਵਰਗ ਨੂੰ ਫਿਰ 90° ਦੇ ਕੋਣ 'ਤੇ ਘੁਮਾਉ। ਤੁਹਾਨੂੰ ਫਿਰ ਚਿੱਤਰ 14.13 (iii) ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗੀ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ ਵਰਗ ਨੂੰ ਚਾਰ ਇੱਕ ਚੌਥਾਈ ਚੱਕਰ ਘੁੰਮਾ ਦਿੰਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਇਹ ਆਰੰਭਿਕ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਹੁਣ ਚਿੱਤਰ 14.13 (i) ਵਰਗਾ ਹੀ ਦਿਸਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ P ਦੀਆਂ ਅਲੱਗ ਅਲੱਗ ਸਥਿਤੀਆਂ ਰਾਹੀਂ ਦੇਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਰਗ ਵਿੱਚ ਉਸ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਦੁਆਲੇ ਚਾਰੇ ਪਾਸੇ **ਕ੍ਰਮ 4 ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ** ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ

(i) ਘੁੰਮਨ ਦਾ ਕੇਂਦਰ ਵਰਗ ਦਾ ਕੇਂਦਰ ਹੈ:

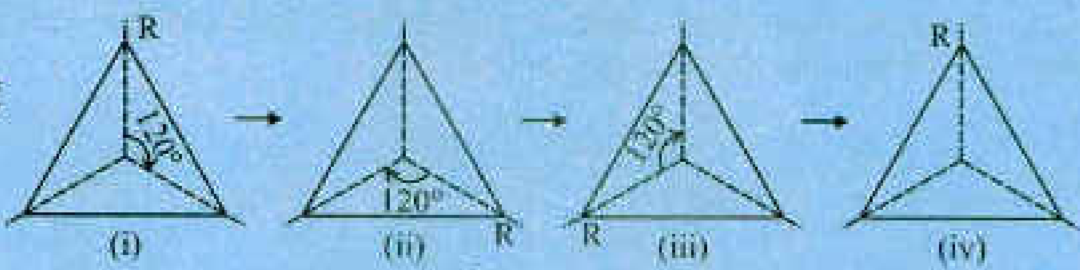
(ii) ਘੁੰਮਣ ਦਾ ਕੋਣ 90° ਹੈ।

(iii) ਘੁੰਮਣ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਸੱਜੇ ਗੇੜ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੈ।

(iv) ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ 4 ਹੈ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

1. (a) ਕੀ ਹੁਣ ਤੁਸੀਂ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਲਈ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਦਸ ਸਕਦੇ ਹੋ (ਚਿੱਤਰ 14.14) ?



ਚਿੱਤਰ 14.14

(b) ਜਦੋਂ ਉਪਰੋਕਤ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨੂੰ ਉਸ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਦੁਆਲੇ 120° ਦੇ ਕੋਣ ਉੱਪਰ ਘੁਮਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਕਿੰਨੀਆ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਪਹਿਲਾਂ ਵਰਗਾ ਲਗਦਾ ਹੈ।

2. ਹੇਠ ਦਿੱਤਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੇ ਆਕਾਰਾਂ (ਚਿੱਤਰ 14.15) ਵਿੱਚ ਅੰਕਿਤ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਚਾਰੇ ਪਾਸੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਹੈ ?

ਚਿੱਤਰ 14.15

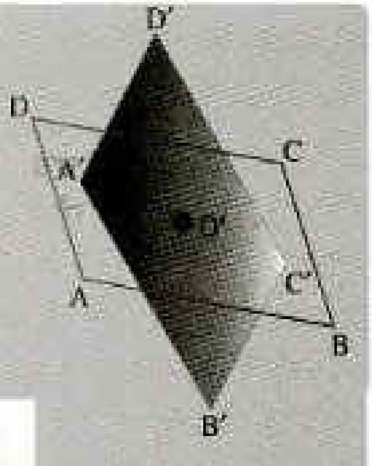
ਇਸ ਨੂੰ ਕਰੋ

ਦੋ ਇੱਕ ਹੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ (ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ, ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਇੱਕ ਕਾਗਜ ਦੀ ਸ਼ੀਟ ਉੱਪਰ ਅਤੇ ਦੂਜਾ A'B'C'D' ਪਾਰਦਰਸ਼ੀ ਕਾਗਜ (transparent sheet) ਉੱਪਰ ਬਣਾਓ। ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਵਿਕਰਨਾਂ ਦੇ ਕਾਟਵੇਂ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ O ਅਤੇ O' ਨਾਲ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ (ਚਿੱਤਰ 14.16)।

ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜਾਂ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਰੱਖੋ ਕਿ A' ਸਿਖਰ A 'ਤੇ ਰਹੇ, B' ਸਿਖਰ B ਉੱਪਰ ਰਹੇ ਆਦਿ ਤਾਂ ਬਿੰਦੂ O ਤੇ ਆਵੇਗਾ।

ਇਹਨਾਂ ਅਕਾਰਾਂ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ O ਉੱਪਰ ਇੱਕ ਪਿੰਨ ਲਗਾਓ। ਹੁਣ ਪਾਰਦਰਸ਼ੀ ਕਾਗਜ ਨੂੰ ਸੱਜੇ ਗੇੜ (ਘੜੀ ਦੀਆਂ ਸੂਈਆਂ ਅਨੁਸਾਰ) ਘੁਮਾਓ। ਇੱਕ ਪੂਰੇ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਪਾਰਦਰਸ਼ੀ ਕਾਗਜ ਉੱਪਰ ਬਣਿਆ ਚਿੱਤਰ ਦੂਸਰੇ ਕਾਗਜ਼ ਉੱਪਰ ਬਣੇ ਚਿੱਤਰ ਨਾਲ ਕਿੰਨੀ ਵਾਰ ਸੰਪਾਤੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ? ਇਥੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕੀ ਕ੍ਰਮ ਹੈ ?

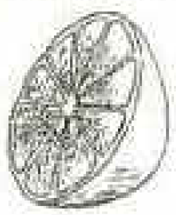
ਉਹ ਬਿੰਦੂ, ਜਿੱਥੇ ਅਸੀਂ ਪਿੰਨ ਲਗਾਈ ਹੈ, ਘੁੰਮਣ ਦਾ ਕੇਂਦਰ ਹੈ। ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਇਹ ਵਿਕਰਨਾਂ ਦਾ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ ਹੈ।

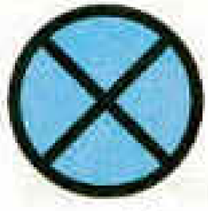


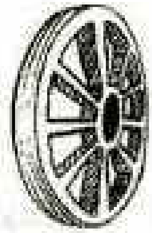
ਚਿੱਤਰ 14.16

ਹਰੇਕ ਵਸਤੂ (ਜਾਂ ਚਿੱਤਰ) ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮ 1 ਦੀ ਘੁੰਮਨ ਸਮਮਿਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ 360° ਉੱਤੇ ਘੁਮਾਉਣ ਬਾਅਦ (ਭਾਵ ਪੂਰੇ ਚੱਕਰ ਤੋਂ ਬਾਅਦ) ਇਹ ਮੁੜ ਆਪਣੀ ਆਰੰਭਿਕ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਅਜਿਹੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਸਾਡੀ ਕੋਈ ਰੁਚੀ ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗੀ।

ਤੁਹਾਡੇ ਆਲੇ ਦੁਆਲੇ ਵਿੱਚ ਅਨੇਕ ਅਜਿਹੇ ਚਿੱਤਰ ਹਨ ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ (ਚਿੱਤਰ 14.17)। ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ ਜਦੋਂ ਕੁੱਝ ਫਲਾਂ ਨੂੰ ਕੱਟਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਦੁਸਾਰ ਕਾਟ (cross section) ਅਜਿਹੇ ਆਕਾਰਾਂ ਦੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖੋਗੇ ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ਹੈਰਾਨ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹੋ (ਚਿੱਤਰ 14.17)।


ਫਲ
(i)


ਸੜਕ ਸੰਕੇਤ
(ii)


ਪਹੀਆ
(iii)

ਚਿੱਤਰ 14.17

ਅਜਿਹੇ ਕਈ ਸੜਕ ਸੰਕੇਤ (road signs) ਵੀ ਹਨ। ਜੋ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਅਗਲੀ ਵਾਰੀ ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ ਕਿਸੇ ਭੀੜ ਭਰੀ ਸੜਕ 'ਤੇ ਘੁੰਮਣ ਜਾਵੋ ਤਾਂ ਅਜਿਹੇ ਸੜਕ ਸੰਕੇਤਾਂ ਨੂੰ ਪਹਿਚਾਣੋ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦੇ ਕ੍ਰਮ ਨੂੰ ਪਤਾ ਕਰੋ। [ਚਿੱਤਰ 14.17(ii)]।

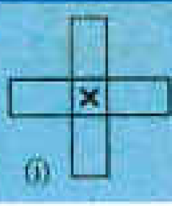
ਘੁੰਮਨ ਸਮਮਿਤੀ ਦੀਆਂ ਕੁੱਝ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਦੇ ਬਾਰੇ ਸੋਚੋ। ਹਰੇਕ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਹੇਠ ਦਿੱਤਿਆਂ ਦੀ ਚਰਚਾ ਕਰੋ।

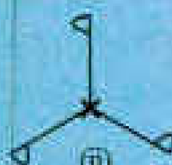
(i) ਘੁੰਮਣ ਦਾ ਕੇਂਦਰ (ii) ਘੁੰਮਨ ਦਾ ਕੋਣ

(iii) ਘੁੰਮਣ ਕਿਹੜੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ (iv) ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਲਈ ਬਿੰਦੂ × ਨਾਲ ਅੰਕਿਤ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਦੱਸੋ। (ਚਿੱਤਰ 14.18)।


(i)

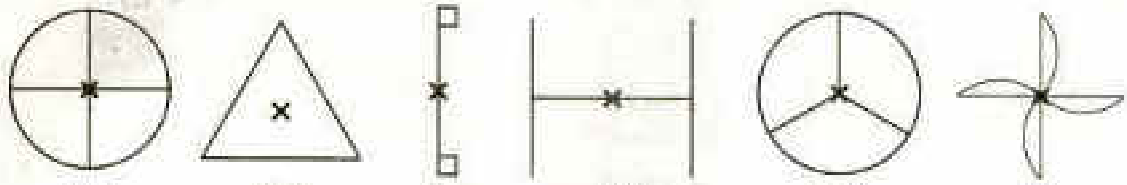

(ii)


(iii)

ਚਿੱਤਰ 14.18

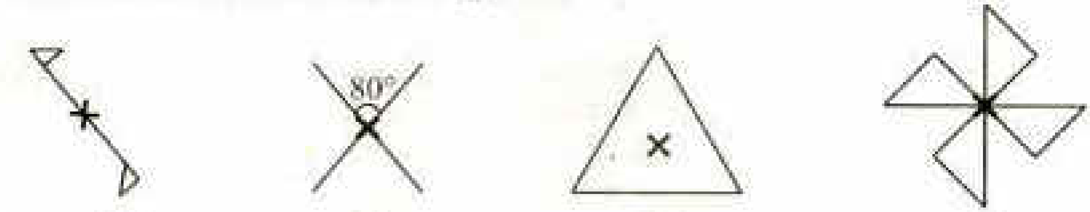
ਅਭਿਆਸ 14.2

1. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ 1 ਤੋਂ ਵੱਧ ਕ੍ਰਮ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਹੈ।

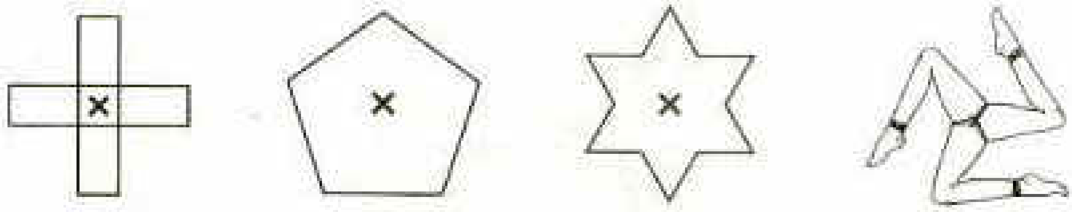


(a) (b) (c) (d) (e) (f)

2. ਹਰੇਕ ਚਿੱਤਰ ਦੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਦੱਸੋ:



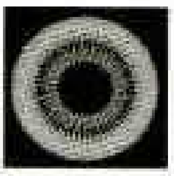
(a) (b) (c) (d)



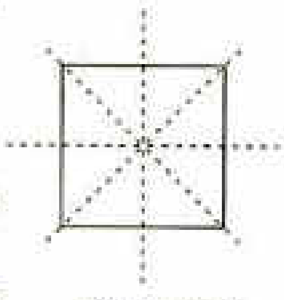
(e) (f) (g) (h)

14.4 ਰੇਖੀ ਸਮਮਿਤੀ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ

ਤੁਸੀਂ ਹੁਣ ਤੱਕ ਅਨੇਕ ਆਕਾਰਾਂ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਸਮਮਿਤੀਆਂ ਨੂੰ ਦੇਖਿਆ ਹੈ। ਹੁਣ ਤੱਕ ਤੁਸੀਂ ਸਮਝ ਗਏ ਹੋ ਕਿ ਕੁੱਝ ਆਕਾਰਾਂ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ ਰੇਖੀ ਸਮਮਿਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਕੁੱਝ ਵਿੱਚ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਕੁੱਝ ਆਕਾਰਾਂ ਵਿੱਚ ਰੇਖੀ ਅਤੇ ਘੁੰਮਣ ਦੋਨੋਂ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੀ ਸਮਮਿਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।



ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਇੱਕ ਵਰਗ ਦੇ ਆਕਾਰ ਨੂੰ ਵੇਖੋ (ਚਿੱਤਰ 14.19)
ਇਸ ਦੀਆਂ ਕਿੰਨੀਆਂ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ ?
ਕੀ ਇਸ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਹੈ ?
ਜੇਕਰ ਉੱਤਰ ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਕੀ ਹੈ ? ਇਸ ਦੇ ਬਾਰੇ ਸੋਚੋ।



ਚਿੱਤਰ 14.19

ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਪੂਰਨ ਸਮਮਿਤੀ ਚਿੱਤਰ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਇਸ ਨੂੰ ਇਸ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਦੁਆਲੇ ਕਿਸੇ ਵੀ ਕੋਣ ਉੱਪਰ ਘੁੰਮਾ ਕੇ ਉਹੀ ਚਿੱਤਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਭਾਵ ਇਸ ਵਿੱਚ ਅਸੀਮਿਤ ਰੂਪ ਨਾਲ ਅਨੇਕ ਕ੍ਰਮ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਹੈ ਅਤੇ ਨਾਲ ਹੀ ਇਸ ਦੀਆਂ ਅਸੀਮਿਤ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ। ਚੱਕਰ ਦੇ ਕਿਸੀ ਵੀ ਨਮੂਨੇ ਨੂੰ ਵੇਖੋ। ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਣ ਵਾਲੀ ਹਰੇਕ ਰੇਖਾ (ਭਾਵ ਹਰੇਕ ਵਿਆਸ) ਪਰਵਰਤਨ ਸਮਮਿਤੀ ਦੀ ਇੱਕ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਹੈ ਅਤੇ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਦੁਆਲੇ ਹਰੇਕ ਕੋਣ ਦੇ ਲਈ ਇਸ ਦੀ ਇੱਕ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਹੈ।

ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕਰੋ

ਅੰਗਰੇਜੀ ਵਰਨਮਾਲਾ ਦੇ ਕੁੱਝ ਅੱਖਰਾਂ ਵਿੱਚ ਅਦਭੁਤ ਅਤੇ ਆਕਰਸ਼ਕ ਸਮਮਿਤੀ ਦੀਆਂ ਸੰਰਚਨਾਵਾਂ (structures) ਹਨ। ਕਿਹੜੇ ਵੱਡੇ ਅੱਖਰਾਂ ਵਿੱਚ ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਹੀ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਹੈ ? (ਜਿਵੇਂ E) ? ਕਿਹੜੇ ਵੱਡੇ ਅੱਖਰਾਂ ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮ 2 ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਹੈ (ਜਿਵੇਂ I) ?

ਉਪਰੋਕਤ ਤੋਂ ਸੋਚਦੇ ਹੋਏ ਤੁਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸਾਰਣੀ ਨੂੰ ਭਰਨ ਨੂੰ ਸਮਰੱਥ ਹੋ ਜਾਵੋਗੇ।

ਵਰਨਮਾਲਾ ਦਾ ਅੱਖਰ	ਰੇਖੀ ਸਮਮਿਤੀ	ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ	ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ	ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਦਰਜਾ ਕ੍ਰਮ
Z	ਨਹੀਂ	0	ਹਾਂ	2
S				
H	ਹਾਂ		ਹਾਂ	
O	ਹਾਂ		ਹਾਂ	
E	ਹਾਂ			
N			ਹਾਂ	
C				

ਅਭਿਆਸ 14.3

1. ਕੋਈ ਦੋ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੇ ਨਾਂ ਦੱਸੋ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਰੇਖੀ ਸਮਮਿਤੀ ਅਤੇ ਕ੍ਰਮ 1 ਤੋਂ ਵੱਧ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦੋਵੇਂ ਹੀ ਹੋਣ।
2. ਜਿਥੋਂ ਤੱਕ ਸੰਭਵ ਹੋਵੇ। ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦਾ ਰਫ਼ ਚਿੱਤਰ ਖਿੱਚੋ:
   (i) ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਰੇਖੀ ਸਮਮਿਤੀ ਅਤੇ ਕ੍ਰਮ 1 ਤੋਂ ਵੱਧ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦੋਵੇਂ ਹੋਣ।
   (ii) ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ ਰੇਖੀ ਸਮਮਿਤੀ ਅਤੇ ਕ੍ਰਮ 1 ਤੋਂ ਵੱਧ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਨਾ ਹੋਵੇ।
   (iii) ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮ 1 ਤੋਂ ਵੱਧ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਪ੍ਰੰਤੂ ਰੇਖੀ ਸਮਮਿਤੀ ਨਾ ਹੋਵੇ।
   (iv) ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ ਰੇਖੀ ਸਮਮਿਤੀ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਕ੍ਰਮ 1 ਤੋਂ ਵੱਧ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਨਾ ਹੋਵੇ।
3. ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਚਿੱਤਰ ਦੀਆਂ ਦੋ ਜਾਂ ਵੱਧ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹੋਣ ਤਾਂ ਕੀ ਇਹ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ ਕਿ ਉਸ ਦੇ ਕ੍ਰਮ 1 ਤੋਂ ਵੱਧ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਹੋਵੇਗੀ ?
4. ਖਾਲੀ ਸਥਾਨ ਭਰੋ :

ਆਕਾਰ	ਵਰਗ	ਆਇਤ	ਸਮਚਤੁਰਭੁਜ	ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ	ਸਮ ਛੇਭੁਜ	ਚੱਕਰ	ਅਰਧ ਚੱਕਰ
ਘੁੰਮਣ ਦਾ ਕੇਂਦਰ							
ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ							
ਘੁੰਮਣ ਦਾ ਕੋਣ							

5. ਅਜਿਹੇ ਚਤੁਰਭੁਜਾਂ ਦੇ ਨਾਮ ਦੱਸੋ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਰੇਖਾ ਸਮਮਿਤੀ ਅਤੇ ਕ੍ਰਮ 1 ਤੋਂ ਵੱਧ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਹੋਵੇ।
6. ਕਿਸੇ ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ ਉਸ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਦੁਆਲੇ 60° ਦੇ ਕੋਣ ਉੱਪਰ ਘੁਮਾਉਣ 'ਤੇ ਉਹ ਆਰੰਭਿਕ ਸਥਿਤੀ ਵਰਗਾ ਦਿਖਾਈ ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਚਿੱਤਰ ਦੇ ਲਈ ਅਜਿਹੇ ਹੋਰ ਕਿਹੜੇ ਕੋਣਾਂ ਲਈ ਵੀ ਅਜਿਹਾ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ?
7. ਕੀ ਸਾਨੂੰ ਕੋਈ ਅਜਿਹੀ ਕ੍ਰਮ 1 ਤੋਂ ਵੱਧ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ, ਜਿਸ ਦੇ ਘੁੰਮਣ ਦੇ ਕੋਣ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਹੋਣ।

   (i) 45°　　　　(ii) 17°

ਅਸੀਂ ਕੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ?

1. ਇੱਕ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ **ਰੇਖੀ ਸਮਮਿਤੀ** ਉਦੋਂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਜਦੋਂ ਕੋਈ ਅਜਿਹੀ ਰੇਖਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕੇ ਜਿਸ ਦੇ ਦੁਆਲੇ ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ ਮੋੜਨੇ 'ਤੇ ਉਸ ਦੇ ਦੋਨੋ ਭਾਗ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਸੰਪਾਤੀ ਹੋ ਜਾਣ।
2. ਸਮਬਹੁਭੁਜਾਂ ਦੀਆਂ ਸਮਾਨ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਸਮਾਨ ਕੋਣ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਅਨੇਕ ਭਾਵ ਇੱਕ ਤੋਂ ਵੱਧ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।
3. ਹਰੇਕ ਸਮਬਹੁਭੁਜ ਦੀਆਂ ਉਨੀਆਂ ਹੀ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ, ਜਿੰਨੀਆਂ ਉਸ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

ਸਮਬਹੁਭੁਜ	ਸਮ ਛੇਭੁਜ	ਸਮ ਪੰਜਭੁਜ	ਵਰਗ	ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ
ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	6	5	4	3

4. ਦਰਪਣ ਪਰਵਰਤਣ ਵਿੱਚ ਅਜਿਹੀ ਸਮਮਿਤੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਖੱਬੇ-ਸੱਜੇ ਪਾਸਿਆਂ ਦਾ ਧਿਆਨ ਰੱਖਣਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
5. ਘੁੰਮਣ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਵਸਤੂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਬਿੰਦੂ ਦੁਆਲੇ ਘੁਮਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਸਥਿਰ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ **ਘੁੰਮਣ ਦਾ ਕੇਂਦਰ** ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਜਿਸ ਕੋਣ ਉੱਪਰ ਵਸਤੂ ਘੁੰਮਦੀ ਹੈ ਉਸ ਨੂੰ **ਘੁੰਮਣ ਦਾ ਕੋਣ** ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਅੱਧੇ ਜਾਂ ਅਰਧ ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਥ 180° ਦਾ ਘੁੰਮਣ ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਕ ਚੌਥਾਈ ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਥ 90° ਦਾ ਘੁੰਮਣ ਹੈ। ਘੁੰਮਣ ਸੱਜੇ ਗੇੜ ਖੱਬੇ ਗੇੜ ਦੋਨੋ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ।
6. ਜੇਕਰ ਘੁੰਮਣ ਦੇ ਬਾਅਦ, ਵਸਤੂ ਸਥਿਤੀ ਅਨੁਸਾਰ ਪਹਿਲੇ ਵਰਗੀ ਦਿਖਾਈ ਦਿੰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਸ ਵਿੱਚ **ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਹੈ।**
7. ਇੱਕ ਪੂਰੇ ਚੱਕਰ (360° ਦਾ) ਵਿੱਚ, ਇੱਕ ਵਸਤੂ ਜਿੰਨੀ ਵਾਰ ਸਥਿਤੀ ਅਨੁਸਾਰ, ਪਹਿਲੇ ਵਰਗੀ ਦਿਖਾਈ ਦੇਵੇ, ਇਹ ਸੰਖਿਆ ਇਸ ਘੁੰਮਣ **ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ** (order) ਅਖਵਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਇੱਕ ਵਰਗ ਦੀ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਕ੍ਰਮ 4 ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਕ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਕ੍ਰਮ 3 ਹੈ।
8. ਕੁੱਝ ਅਕਾਰਾਂ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਹੀ ਸਮਮਿਤੀ ਰੇਖਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਅੱਖਰ E; ਕੁੱਝ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ ਘੁੰਮਣ ਸਮਮਿਤੀ ਹੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਅੱਖਰ S ਅਤੇ ਕੁੱਝ ਵਿੱਚ ਦੋਨੋਂ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੀਆ ਸਮਮਿਤੀਆਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ, ਜਿਵੇਂ ਅੱਖਰ H ਹੈ। ਸਮਮਿਤੀ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਇਸ ਲਈ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਇਸ ਦਾ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਵਧੇਰੇ ਉਪਯੋਗ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਤੋਂ ਵੱਧ ਮਹੱਤਵ ਇਸ ਕਾਰਣ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਸਾਨੂੰ ਸੁੰਦਰ ਨਮੂਨੇ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕਰਦਾ ਹੈ।

ਠੋਸ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦਾ ਚਿਤਰਨ

15.1 ਭੂਮਿਕਾ : ਤਲ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਅਤੇ ਠੋਸ ਆਕਾਰ

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਹੁਣ ਤੱਕ ਵੇਖਿਆ ਗਈਆਂ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਨੂੰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਪਸਾਰਾਂ (dimensions) ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵੰਡ ਕਰੋਗੇ।

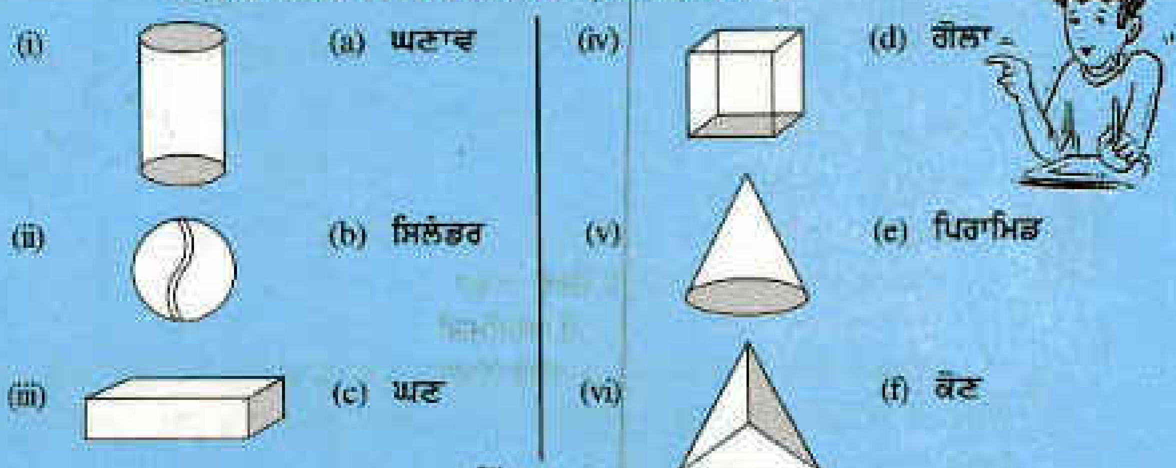
ਆਪਣੀ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਆਪਣੇ ਆਲੇ ਦੁਆਲੇ ਵਿੱਚ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਆਕਾਰਾਂ ਦੀਆਂ ਬਹੁਤ ਚੀਜਾਂ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਜਿਵੇਂ : ਕਿਤਾਬਾਂ, ਗੇਂਦਾ, ਆਈਸਕ੍ਰੀਮ ਸ਼ੰਕੂ ਆਦਿ। ਜਿਆਦਾਤਰ ਇੰਨ੍ਹਾਂ ਸਾਰੀਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਗੱਲ ਸਾਂਝੀ ਹੈ, ਉਹ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਦੀ ਕੁੱਝ ਲੰਬਾਈ, ਚੌੜਾਈ, ਉਚਾਈ ਜਾਂ ਗਹਿਰਾਈ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਇਸ ਕਾਰਨ ਇਹ ਸਾਰੇ ਜਗ੍ਹਾਂ ਘੇਰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨ ਪਸਾਰਾਂ (three dimensional shapes) ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਤਿੰਨ ਪਸਾਰੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਕਹਾਉਂਦੇ ਹਨ।

ਕੀ ਤੁਹਾਨੂੰ ਪਿਛਲੀ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਵੇਖੇ ਗਏ ਕੁੱਝ ਤਿਨ ਪਸਾਰੀ ਆਕਾਰਾਂ (ਠੋਸ ਆਕਾਰਾਂ) ਬਾਰੇ ਕੁੱਝ ਯਾਦ ਹੈ ?

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

ਅਕਾਰਾਂ ਦਾ ਨਾਮ ਨਾਲ ਮਿਲਾਣ (match) ਕਰੋ :

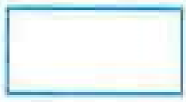


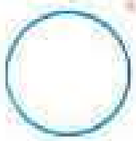
ਚਿੱਤਰ 15.1

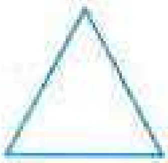
ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੇ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਆਕਾਰ ਵਰਗੀਆਂ ਕੁੱਝ ਵਸਤੂਆਂ ਦੀ ਪਛਾਣ ਕਰਨ ਦਾ ਯਤਨ ਕਰੋ।

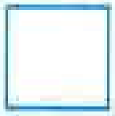
ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਤਰਕ ਦੁਆਰਾ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਕਾਗਜ਼/ਪੰਨੇ ਉੱਪਰ ਖਿੱਚੀਆਂ ਜਾ ਸਕਣ ਵਾਲੀਆਂ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ (ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਕੇਵਲ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਹੁੰਦੀ ਹੈ) ਨੂੰ ਦੋ ਪਸਾਰੀ (two dimensional) (ਜਾਂ ਤਲ) ਕਹਿਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਦੋ ਪਸਾਰੀ ਦੀਆਂ ਕੁੱਝ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਨੂੰ ਪਿਛਲੀ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਵੇਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ

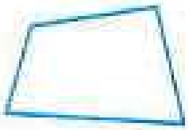
ਦੋ ਪਸਾਰੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦਾ ਨਾਂ ਦੇ ਨਾਲ ਮਿਲਾਣ ਕਰੋ। (ਚਿੱਤਰ15.2):

(i)  (a) ਚੱਕਰ

(ii)  (b) ਆਇਤ

(iii)  (c) ਵਰਗ

(iv)  (d) ਚਤੁਰਭੁਜ

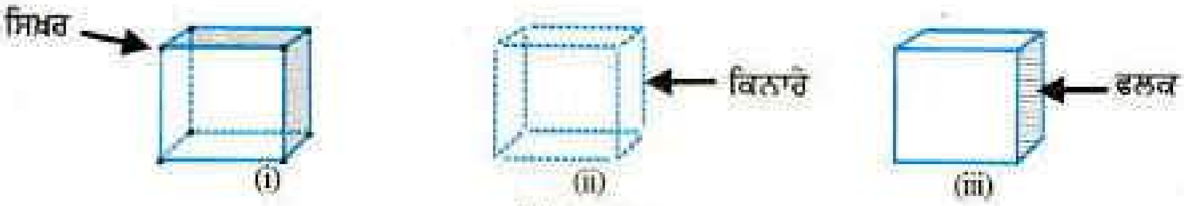
(v)  (e) ਤ੍ਰਿਕੋਣ

ਚਿੱਤਰ 15.2

ਟਿੱਪਣੀ : ਅਸੀਂ ਸੰਖੇਪ ਵਿੱਚ 2-ਪਸਾਰੀ ਨੂੰ 2-D ਅਤੇ 3-ਪਸਾਰੀ ਨੂੰ 3-D ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

15.2 ਫਲਕ, ਕਿਨਾਰੇ ਅਤੇ ਸਿਖ਼ਰ

ਕੀ ਤੁਹਾਨੂੰ ਪਹਿਲਾਂ ਪੜ੍ਹੇ ਹੋਏ ਠੋਸ ਆਕਾਰਾਂ ਦੇ ਫਲਕਾਂ, ਸਿਖਰਾਂ ਅਤੇ ਕਿਨਾਰਿਆਂ ਦੇ ਬਾਰੇ ਕੁੱਝ ਯਾਦ ਹੈ? ਇੱਥੇ ਇੱਕ ਘਣ ਲਈ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



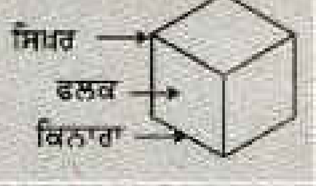
ਚਿੱਤਰ 15.3

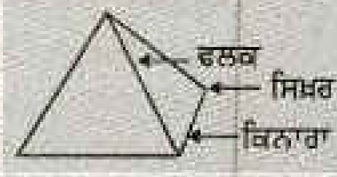
ਘਣ ਦੇ 8 ਕੋਨੇ ਉਸਦੇ ਸਿਖ਼ਰ (vertices) ਹਨ। ਘਣ ਦੇ ਢਾਂਚੇ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਲਈ 12 ਰੇਖਾਖੰਡ ਉਸਦੇ ਕਿਨਾਰੇ ਜਾਂ ਕੋਰ (edges) ਕਹਾਉਂਦੇ ਹਨ। 6 ਸਪਾਟ ਵਰਗਾਕਾਰ ਤਲ ਜੋ ਘਣ ਦੀ ਚਮੜੀ ਹੈ, ਉਸਦੇ ਫਲਕ (faces) ਕਹਾਉਂਦੇ ਹਨ।

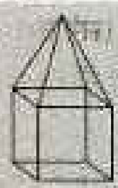
ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ

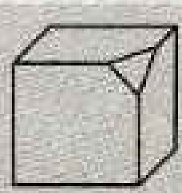
ਸਾਰਣੀ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰਾ :

ਚਿੱਤਰ 15.1









ਸਿਖਰ (F)	6	4		
ਫਲਕ (E)	12			
ਕਿਨਾਰਾ (V)	8	4		

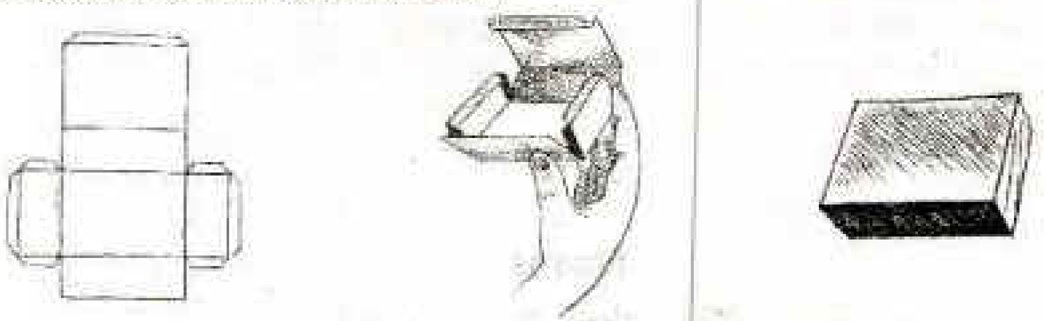
ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਵੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ 2-ਪਸਾਰੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਫਲਕਾਂ ਦੀ ਪਛਾਣ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ ? ਉਦਾਹਰਨ ਵੱਜੋਂ ਇੱਕ ਵੇਲਣ  ਦੇ ਦੋ ਫਲਕ ਅਜਿਹੇ ਹਨ ਜੋ ਚੱਕਰ ਹਨ ਅਤੇ ਵਿਖਾਏ ਗਏ ਪਿਰਾਮਿਡ  ਦੇ ਫਲਕ ਤਿਕੋਣਾਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਹਨ।

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇਹ ਵੇਖਣ ਦਾ ਯਤਨ ਕਰਾਂਗੇ ਕਿ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੁੱਝ 3-ਪਸਾਰੀ ਅਕਾਰਾਂ ਨੂੰ 2-ਪਸਾਰੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ (ਭਾਵ ਕਾਗਜ਼ 'ਤੇ) ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਨਿਰੂਪਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਰਨ ਲਈ ਅਸੀਂ 3-D ਵਸਤੂਆਂ ਦੇ ਨੇੜਲੇ ਰੂਪ ਤੋਂ ਜਾਣੂੰ ਹੋਣਾ ਚਾਹਾਂਗੇ। ਆਓ ਇਹਨਾਂ ਵਸਤੂਆਂ ਨੂੰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਤੋਂ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਯਤਨ ਕਰੀਏ, ਜੋ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਜਾਲ (net) ਕਹਾਉਂਦੇ ਹਨ।

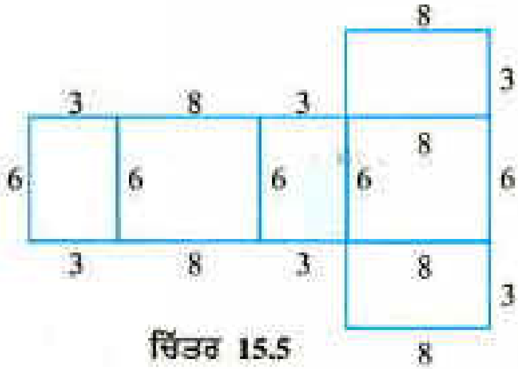
15.3 3-D ਆਕਾਰ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਜਾਲ (Net)

ਇੱਕ ਗੱਤੇ ਦਾ ਬਕਸਾ (box) ਲਉ। ਇਸ ਨੂੰ ਕੁੱਝ ਕਿਨਾਰਿਆਂ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਕੱਟ ਦੇ ਸਪਾਟ (flat) ਬਣਾ ਲਉ। ਹੁਣ ਤੁਹਾਡੇ ਕੋਲ ਇਸ ਬਕਸੇ ਦਾ ਜਾਲ ਹੈ। ਜਾਲ 2-D ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਾ ਅਜਿਹਾ ਢਾਂਚਾ (ਜਾਂ ਰੂਪਰੇਖਾ) ਹੁੰਦਾ ਹੈ (ਆਕ੍ਰਿਤੀ 15.4 (i) ਜਿਸਨੂੰ ਮੋੜਨ 'ਤੇ (ਆਕ੍ਰਿਤੀ 15.4 (ii) ਨਤੀਜੇ ਵੱਜੋਂ ਇੱਕ 3-D ਆਕਾਰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ (ਆਕ੍ਰਿਤੀ 15.4 (iii))।



(i) (ii) (iii)

15.4

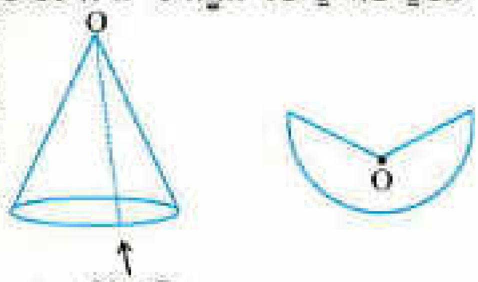


ਚਿੱਤਰ 15.5

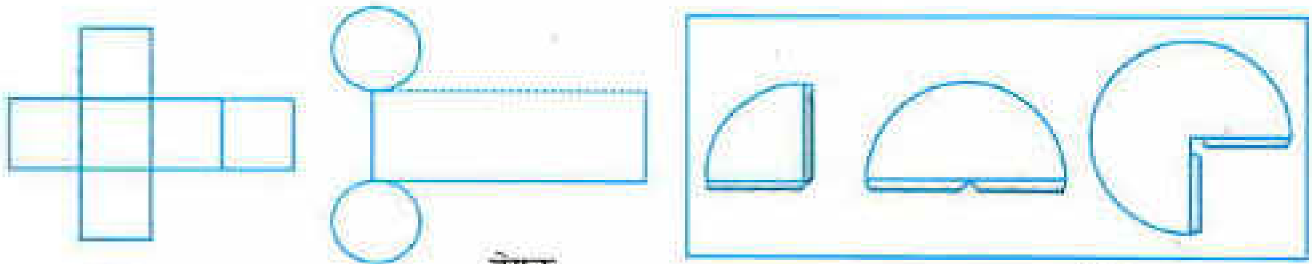
ਇੱਥੇ ਤੁਸੀਂ ਕਿਨਾਰਿਆਂ ਨੂੰ ਉਚਿਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਅੱਡ ਕਰਕੇ ਇੱਕ ਜਾਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਲਿਆ ਹੈ। ਕੀ ਇਸਦੀ ਉਲਟ ਕਿਰਿਆ ਸੰਭਵ ਹੈ ? ਇੱਥੇ ਇੱਕ ਬਕਸੇ ਦੇ ਜਾਲ ਦਾ ਨਮੂਨਾ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ (ਆਕ੍ਰਿਤੀ 15.5)। ਇਸ ਦਾ ਪ੍ਰਤਿਰੂਪ ਬਣਾ ਕੇ ਵਿਸਥਾਰ (enlarge) ਕਰ ਲਉ। ਫਿਰ ਇਸਨੂੰ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਮੋੜਕੇ ਅਤੇ ਚਿਪਕਾ ਕੇ ਇੱਕ ਬਕਸਾ ਬਣਾਉ।

ਤੁਸੀਂ ਇਕਾਈਆਂ (units) ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਪ੍ਰਾਪਤ ਬਕਸਾ ਇੱਕ ਠੋਸ ਹੈ। ਇਹ ਘਣਾਵ (cuboid) ਦੇ ਆਕਾਰ ਦੀ ਇੱਕ 3-D ਵਸਤੂ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਸ਼ੰਕੂ ਨੂੰ ਉਸਦੀ ਟੇਢੀ ਸਤ੍ਹਾ ਦੇ ਨਾਲ ਇੱਕ ਪਤਲੀ ਪੱਟੀ (ਯਾਂ ਝਿਰੀ) ਕੱਟ ਕੇ ਇਸਦਾ ਜਾਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ।

ਵੱਖ-ਵੱਖ ਆਕਾਰਾਂ ਲਈ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਜਾਲ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਜਾਲਾਂ ਦੇ ਨਮੂਨੇ ਬਣਾਉ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਵਿਸਥਾਰ ਕਰੋ ਅਤੇ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਜਾਲਾਂ ਦੇ ਵਿਸਥਾਰਿਤ ਰੂਪਾਂ ਦੇ ਨਮੂਨੇ ਬਣਾਉ (ਆਕ੍ਰਿਤੀ 15.7) ਫਿਰ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਹੇਠਾਂ 3-D ਆਕਾਰਾਂ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਯਤਨ ਕਰੋ। ਤੁਸੀਂ ਗੱਤੇ ਦੀਆਂ ਪਤਲੀਆਂ ਪੱਟੀਆਂ ਲੈ ਕੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕਾਗਜ ਦੇ ਕਲਿਪਾਂ (clips) ਨਾਲ ਬੰਨ ਕੇ ਆਕਾਰਾਂ ਦੇ ਢਾਂਚੇ ਵੀ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹੋ।



ਚਿੱਤਰ 15.6



ਘਣ
(i)

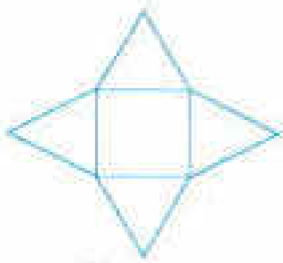
ਵੇਲਣ
(ii)

ਸ਼ੰਕੂ
(iii)

ਚਿੱਤਰ 15.7

ਅਸੀਂ ਗਿਜਾਂ (ਮਿਸਰ ਵਿੱਚ ਹੈ) ਦੇ ਗ੍ਰੇਟ ਪਿਰਾਮਿਡ (Great Pyramid) (ਆਕ੍ਰਿਤੀ 15.8) ਦੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਪਿਰਾਮਿਡ ਲਈ ਵੀ ਜਾਲ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਯਤਨ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਪਿਰਾਮਿਡ ਦਾ ਆਧਾਰ ਇੱਕ ਵਰਗ ਹੈ ਅਤੇ ਚਾਰੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਉੱਤੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਬਣੇ ਹੋਏ ਹਨ। ਦੇਖੋ ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਜਾਲ ਨਾਲ (ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦੁਆਰਾ 15.9) ਇਹ ਪਿਰਾਮਿਡ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹੋ।

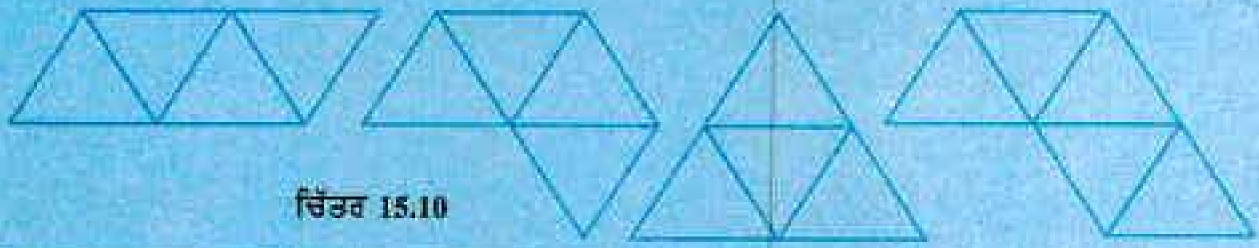
ਚਿੱਤਰ 15.8



ਚਿੱਤਰ 15.9

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

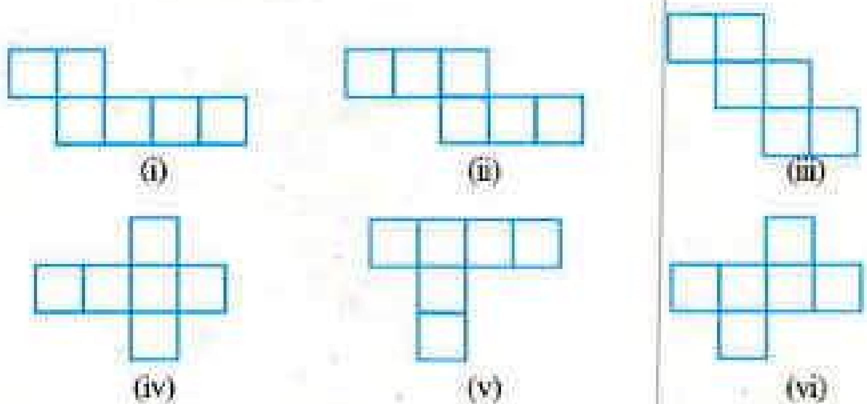
ਇੱਥੇ ਤੁਸੀਂ ਚਾਰ ਜਾਲਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖ ਰਹੇ ਹੋ (ਆਕ੍ਰਿਤੀ 15.10)। ਇੱਕ ਚਤੁਰਫਲਕ (tetrahedron) ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਦੋ ਜਾਲ ਸਹੀ ਹਨ। ਦੇਖੋ ਕਿ ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਕਿਹੜੇ-ਕਿਹੜੇ ਜਾਲਾਂ ਨਾਲ ਚਤੁਰਫਲਕ ਬਣ ਸਕਦਾ ਹੈ।



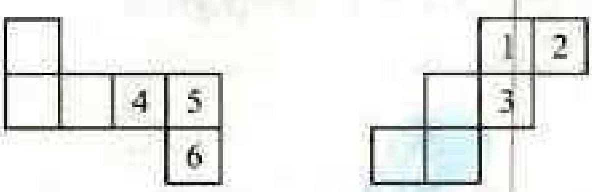
ਚਿੱਤਰ 15.10

ਅਭਿਆਸ 15.1

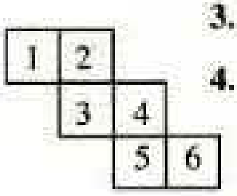
1. ਉਹਨਾ ਜਾਲਾਂ ਨੂੰ ਪਛਾਣੋ ਜਿੰਨਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਤੁਸੀਂ ਘਣ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹੋ (ਇਹਨਾਂ ਜਾਲਾਂ ਦੇ ਨਮੂਨਿਆਂ ਨੂੰ ਕੱਟ ਕੇ ਅਜਿਹਾ ਕਰਨ ਦਾ ਯਤਨ ਕਰੋ) :



2. ਪਾਸਾ (dice) ਅਜਿਹਾ ਘਣ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਹਰੇਕ ਫਲਕ ਉੱਤੇ ਬਿੰਦੂ (dots) ਅੰਕਿਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਫਲਕਾ 'ਤੇ ਅੰਕਿਤ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਹਮੇਸ਼ਾ 7 ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਪਾਸੇ (ਘਣਾਂ) ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਦੋ ਜਾਲ ਦਿੱਤੇ ਜਾ ਰਹੇ ਹਨ। ਹਰੇਕ ਵਰਗ ਵਿੱਚ ਲਿਖੀ ਸੰਖਿਆ ਉਸ ਬਕਸੇ ਦੇ ਬਿੰਦੂਆ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ।

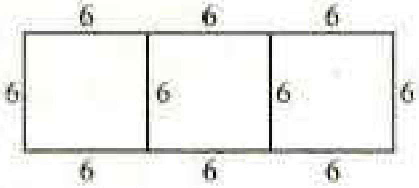


ਇਹ ਯਾਦ ਰੱਖਦੇ ਹੋਏ ਕਿ ਪਾਸੇ ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਫਲਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਹਮੇਸ਼ਾ 7 ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਖਾਲੀ ਥਾਵਾਂ ਤੇ ਉਚਿਤ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ।

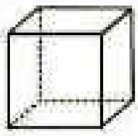
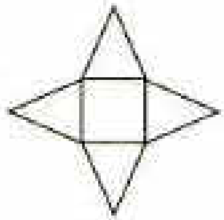


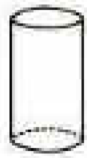
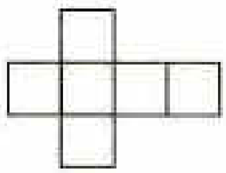
3. ਕੀ ਇਹ ਪਾਸੇ ਲਈ ਇੱਕ ਜਾਲ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ? ਆਪਣੇ ਉੱਤਰ ਨੂੰ ਸਪਸ਼ਟ ਕਰੋ

4. ਇੱਥੇ ਇੱਕ ਘਣ ਨੂੰ ਬਨਾਉਣ ਲਈ ਅਧੂਰਾ ਜਾਲ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ ਦੋ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਵਿਧੀਆਂ ਰਾਹੀਂ ਪੂਰਾ ਕਰੋ। ਯਾਦ ਰੱਖੋ ਕਿ ਘਣ ਦੇ 6 ਫਲਕ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇੱਥੇ ਇਸ ਜਾਲ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ ਫਲਕ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਹਨ (ਦੋ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਚਿੱਤਰ ਦਿਓ। ਕੰਮ ਨੂੰ ਸੌਖਾ ਕਰਣ ਲਈ ਤੁਸੀਂ ਵਰਗਾਂ ਵਾਲੇ ਕਾਗਜ਼ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ)

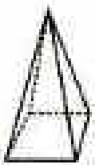
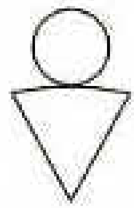


5. ਜਾਲਾਂ ਨੂੰ ਸਹੀ ਠੋਸਾਂ ਨਾਲ ਮਿਲਾਓ :

(a)  (i) 

(b)  (ii) 

(c)  (iii) 

(d)  (iv) 

ਇਹ ਖੇਡ ਖੇਡੋ :

ਤੁਸੀਂ ਅਤੇ ਤੁਹਾਡਾ ਮਿੱਤਰ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਪਿੱਠ ਨਾਲ ਪਿੱਠ ਜੋੜ ਕੇ ਬੈਠੇ ਹੋ। ਤੁਹਾਡੇ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਵਿਅਕਤੀ 3-D ਆਕਾਰ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਇੱਕ ਜਾਲ ਨੂੰ ਪੜ੍ਹਦਾ ਹੈ। ਜਦ ਕਿ ਦੂਸਰਾ ਵਿਅਕਤੀ ਇਸਦਾ ਪ੍ਰਤਿਰੂਪ ਬਣਾਕੇ ਦੱਸੇ ਗਏ 3-D ਆਕਾਰ ਨੂੰ ਖਿਚੱਣ ਜਾਂ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਯਤਨ ਕਰਦਾ ਹੈ।

15.4 ਇੱਕ ਸਪਾਟ ਤਲ 'ਤੇ ਠੋਸਾਂ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣਾ

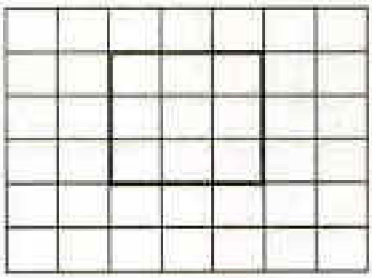
ਚਿੱਤਰ 15.11

ਤੁਹਾਡਾ ਇਹ ਸਪਾਟ ਇੱਕ ਕਾਗਜ਼ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਠੋਸ ਆਕਾਰ ਨੂੰ ਖਿਚੱਦੇ ਹੋ, ਤਾਂ ਪ੍ਰਤਿਬਿੰਬਾਂ ਨੂੰ ਕੁੱਝ ਟੇਢਾ ਕਰ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਜੋ ਇਹ ਤਿੰਨ ਪਸਾਰੀ ਦਿਖਾਈ ਦੇਣ। ਇਹ ਇੱਕ ਨਜ਼ਰ ਭੁਲੇਖਾ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਤੁਹਾਡੀ ਸਹਾਇਤਾ ਲਈ ਦੋ ਤਕਨੀਕਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਜਾ ਰਹੀਆਂ ਹਨ।

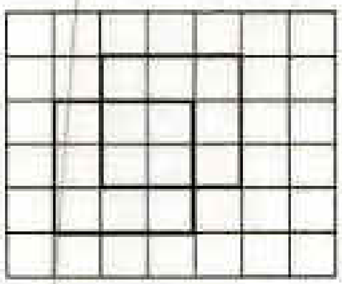
15.4.1 ਤਿਰਛੇ ਜਾਂ ਟੇਢੇ (Oblique Sketches) ਚਿੱਤਰ

ਇੱਥੇ ਇੱਕ ਘਣ ਦਾ ਚਿੱਤਰ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ (ਆਕ੍ਰਿਤੀ 15.11) ਜਦ ਇਹਨੂੰ ਸਾਹਮਣੇ ਤੋਂ ਵੇਖਿਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਇਸਤੋਂ ਇਹ ਸਪਸ਼ਟ ਪਤਾ ਚੱਲਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਘਣ ਕਿਵੇਂ ਦਾ ਦਿੱਸਦਾ ਹੈ। ਤੁਸੀਂ ਇਸਦੇ ਕੁੱਝ

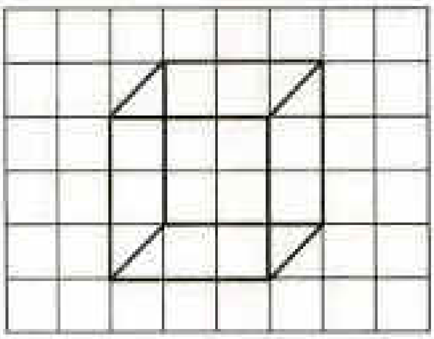
ਫਲਕਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖ ਨਹੀਂ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਖਿੱਚੇ ਗਏ ਇਸ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਲੰਬਾਈ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਜਦਕਿ ਘਣ ਵਿੱਚ ਇਹ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ ਫੇਰ ਵੀ ਤੁਸੀਂ ਇਹ ਪਛਾਣ ਕਰ ਲੈਂਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇਹ ਇੱਕ ਘਣ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਠੋਸ ਦਾ ਅਜਿਹਾ ਚਿੱਤਰ ਇੱਕ ਤਿਰਛਾ ਜਾਂ ਟੇਢਾ ਚਿੱਤਰ (oblique sketch) ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਤੁਸੀਂ ਅਜਿਹੇ ਚਿੱਤਰ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਖਿੱਚ ਸਕਦੇ ਹੋ ? ਆਉ ਇਸ ਦੀ ਤਕਨੀਕ ਨੂੰ ਸਿੱਖਣ ਦਾ ਯਤਨ ਕਰੀਏ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇੱਕ ਵਰਗਾਂ ਵਾਲੇ (ਰੇਖਾਵਾਂ ਜਾਂ ਬਿੰਦੂਆਂ) ਕਾਗਜ਼ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ। ਸ਼ੁਰੂ ਵਿੱਚ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਕਾਗਜ਼ ਉੱਤਰ ਚਿੱਤਰ ਦੀ ਅਭਿਆਸ ਕਰਨ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਤੁਸੀਂ ਬਿਨ੍ਹਾਂ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਕਾਗਜ਼ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਦੇ ਸਾਦੇ ਕਾਗਜ਼ ਉਪੱਰ ਆਸਾਨੀ ਨਾਲ ਇਹ ਚਿੱਤਰ ਖਿੱਚ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਆਉ ਇੱਕ $3 \times 3 \times 3$ ਦਾ ਇੱਕ ਤਿਰਛਾ ਜਾਂ ਟੇਢਾ ਚਿੱਤਰ (ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਘਣ ਜਿਸਦਾ ਹਰੇਕ ਕਿਨਾਰਾ 3 ਇਕਾਈ ਦਾ ਹੈ) ਖਿੱਚਣ ਦਾ ਯਤਨ ਕਰੀਏ (ਆਕ੍ਰਿਤੀ 15.12)।



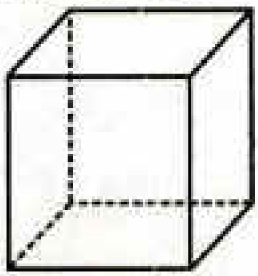
ਪਗ 1
ਸਾਹਮਣੇ ਦਾ ਫਲਕ ਖਿੱਚੋ



ਪਗ 2
ਸਾਹਮਣੇ ਦੇ ਫਲਕ ਦਾ ਸਨਮੁੱਖ ਫਲਕ ਖਿੱਚੋ
ਫਲਕਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ ਪ੍ਰੰਤੂ ਇਹ ਚਿੱਤਰ ਪਗ 1 ਦੇ ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ ਕੁਲ ਖਿਸਕਾ ਹੀ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



ਪਗ 3
ਸੰਗਤ ਸਿਖਰਾਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉ।



ਪਗ 4
ਲੁਕੇ ਹੋਏ ਸਿਖਰਾਂ ਲਈ ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਫਿਰ ਖਿੱਚੋ। (ਇਹ ਇੱਕ ਪ੍ਰਥਾ ਹੈ) ਹੁਣ ਲੋੜੀਂਦਾ ਚਿੱਤਰ ਤਿਆਰ ਹੈ।

ਚਿੱਤਰ 15.12

ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੇ ਤਿਰਛੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਹੇਠ ਗੱਲਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖ ਰਹੇ ਹੋ ?

(i) ਸਾਹਮਣੇ ਦੇ ਫਲਕ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਫਲਕ ਦੇ ਮਾਪ ਬਰਾਬਰ ਹਨ, ਅਤੇ

(ii) ਘਣ ਦੇ ਕਿਨਾਰੇ ਜੋ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਵੀ ਬਰਾਬਰ ਦਿਖਾਈ ਦਿੰਦੇ ਹਨ, ਜਦ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਲਿਆ ਗਿਆ ਹੈ।

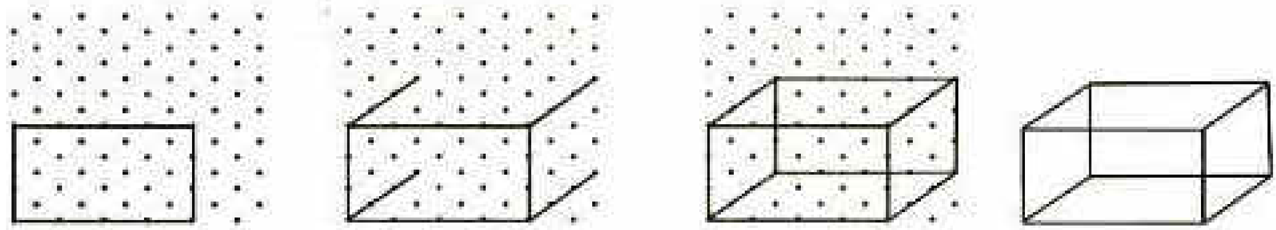
ਹੁਣ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਘਣਾਵ ਦਾ ਅਨਿਯਮਿਤ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਯਤਨ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ (ਯਾਦ ਰੱਖੋ ਕਿ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਫਲਕ ਇੱਕ ਆਇਤ ਹੈ)

ਟਿੱਪਣੀ : ਤੁਸੀਂ ਅਜਿਹੇ ਚਿੱਤਰ ਵੀ ਖਿੱਚ ਸਕਦੇ ਹੋ ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਮਾਪ (ਯਾਂ ਮਾਪਣ) ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਠੋਸ ਦੇ ਮਾਪਾਂ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ (ਅਨੁਕੂਲ) ਹੀ ਹੋਵੇ। ਅਜਿਹਾ ਕਰਨ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਅਜਿਹੇ ਕਾਗਜ਼ ਦੀ ਲੋੜ ਪਵੇਗੀ, ਜਿਸਨੂੰ ਸਮਾਨ ਦੂਰੀ ਵਾਲੀ ਸ਼ੀਟ (isometric sheet) ਅਰਥਾਤ ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀ ਵਾਲੀ ਸ਼ੀਟ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਆਉ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀ ਵਾਲੀ ਸ਼ੀਟ ਉੱਪਰ ਅਜਿਹਾ ਘਣਾਵ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਯਤਨ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸਦੀ ਲੰਬਾਈ 4 ਸਮ ਚੌੜਾਈ 3 ਸਮ ਅਤੇ ਉਚਾਈ 3 ਸਮ ਹੈ।

15.4.2 ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀ ਵਾਲੇ ਚਿੱਤਰ

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀ ਵਾਲੀ ਬਿੰਦੂ-ਅੰਕਿਤ ਸ਼ੀਟ ਵੇਖੀ ਹੈ (ਇਸਦਾ ਇੱਕ ਨਮੂਨਾ (sample) ਇਸ ਕਿਤਾਬ ਦੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।) ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੀ ਸ਼ੀਟ ਵਿੱਚ ਪੂਰਾ ਕਾਗਜ਼ (ਅਰਥਾਤ ਇਹ ਸ਼ੀਟ) ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਨਾਲ ਬਣੇ ਛੋਟੇ-ਛੋਟੇ ਸਮਭੁਜੀ ਤਿਕੋਣਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਅਜਿਹੇ ਚਿੱਤਰ ਖਿੱਚਣ ਲਈ ਜਿਹਨਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਠੋਸਾਂ ਦੇ ਮਾਪਾਂ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੋਣ, ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਬਿੰਦੂ-ਅੰਕਿਤ ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀ ਵਾਲੀ ਸ਼ੀਟਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਆਉ ਪਸਾਰ $4 \times 3 \times 3$ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਘਣਾਵ (ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਇਸ ਦੀ ਲੰਬਾਈ, ਚੌੜਾਈ ਅਤੇ ਉਚਾਈ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 4, 3 ਅਤੇ 3 ਇਕਾਈਆਂ ਦੀ ਹੈ) ਦਾ ਇੱਕ ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀ ਵਾਲਾ ਚਿੱਤਰ ਤਿਆਰ ਕਰਨ ਦਾ ਯਤਨ ਕਰੋ (ਆਕ੍ਰਿਤੀ 15.13)



ਪਗ 1
ਸਾਹਮਣੇ ਵਾਲਾ ਫਲਕ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ 4×3 ਮਾਪ ਦਾ ਆਇਤ ਖਿੱਚੋ

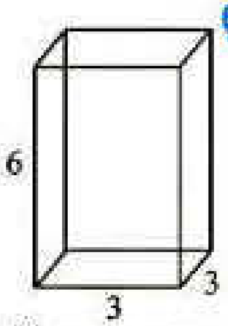
ਪਗ 2
ਆਇਤ ਦੇ ਚਾਰੋਂ ਕੋਨਿਆਂ ਤੋਂ ਲੰਬਾਈ 3 ਇਕਾਈ ਵਾਲੇ 4 ਰੇਖਾਖੰਡ ਖਿੱਚੋ।

ਪਗ 3
ਸੰਗਤ ਕੋਨਿਆਂ ਨੂੰ ਉਚਿਤ ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ ਨਾਲ ਮਿਲਾਓ

ਪਗ 4
ਇਹ ਘਣਾਵ ਦਾ ਇੱਕ ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀ ਵਾਲਾ ਚਿੱਤਰ ਹੈ।

ਚਿੱਤਰ 15.13

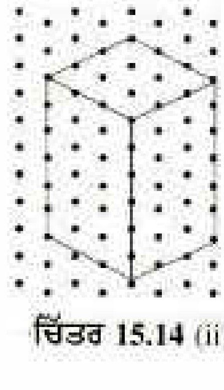
ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀ ਵਾਲੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਮਾਪ ਠੀਕ ਠੋਸ ਦੇ ਦਿੱਤੀ ਹੋਏ ਮਾਪਾਂ ਦੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਜਦਕਿ ਤਿਰਛੇ ਚਿੱਤਰ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਅਜਿਹਾ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 15.14 (i)

ਉਦਾਹਰਣ 1 : ਇਥੇ ਕਿਸੀ ਘਣਾਵ ਦਾ ਇੱਕ ਤਿਰਛਾ ਚਿੱਤਰ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ (ਆਕ੍ਰਿਤੀ 15.14 (i))। ਇਸ ਚਿੱਤਰ ਨਾਲ ਮਿਲਾਣ ਕਰਨ ਵਾਲਾ ਇੱਕ ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀ ਵਾਲਾ ਚਿੱਤਰ ਖਿੱਚੋ।

ਹੱਲ : ਇਸ ਦਾ ਹੱਲ ਆਕ੍ਰਿਤੀ 15.14 (ii) ਵਿੱਚ ਚਿੱਤਰ ਖਿੱਚ ਕੇ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਮਾਪਾਂ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਚਿੱਤਰ ਖਿੱਚਿਆ ਗਿਆ ਹੈ।

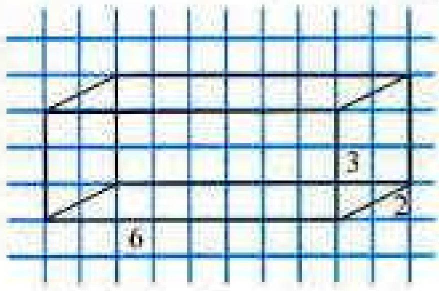


ਚਿੱਤਰ 15.14 (ii)

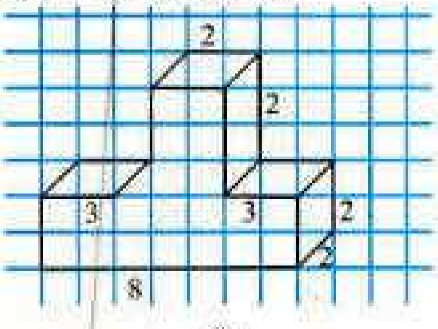
ਤੁਸੀਂ (i) ਲੰਬਾਈ (ii) ਚੌੜਾਈ (iii) ਉੱਚਾਈ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਕਿੰਨੀਆਂ ਇਕਾਈਆਂ ਲਈਆਂ ਹਨ ? ਕੀ ਇਹ ਤਿਰਛੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਈਆਂ ਗਈਆਂ ਇਕਾਈਆਂ ਨਾਲ ਸੁਮੇਲ ਖਾਂਦੀ ਹੈ ?

ਅਭਿਆਸ 15.2

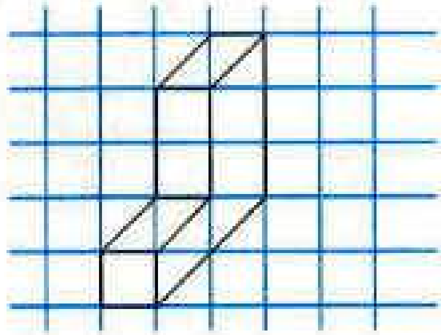
1. ਇੱਕ ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀ ਵਾਲੇ ਬਿੰਦੂ-ਅੰਕਿਤ ਕਾਗਜ਼ (Isometric dot paper) ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰ ਇੱਕ ਦਾ ਇੱਕ ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀ ਵਾਲਾ ਚਿੱਤਰ ਖਿੱਚੋ :

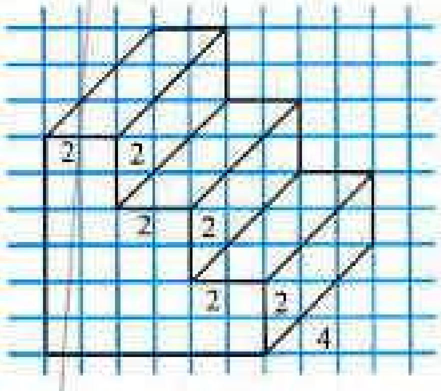


(i)



(ii)

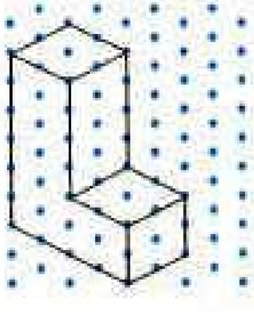

(iii)

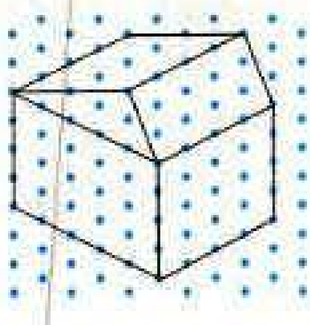


(iv)

ਚਿੱਤਰ 15.15 (i)-(iv)

2. ਇੱਕ ਘਣਾਵ ਦੇ ਪਸਾਰ 5 ਸਮ 3 ਸਮ ਅਤੇ 2 ਸਮ ਹਨ। ਇਸ ਘਣਾਣ ਦੇ ਤਿੰਨ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀ ਵਾਲੇ ਚਿੱਤਰ ਖਿੱਚੋ।
3. 2 ਸਮ ਵਾਲੇ ਤਿੰਨ ਘਣਾਂ ਨੂੰ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਰੱਖਦੇ ਹੋਏ ਇੱਕ ਘਣਾਵ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ ਹਨ। ਇਸ ਘਣਾਵ ਦਾ ਇੱਕ ਤਿਰਛਾ ਜਾਂ ਇੱਕ ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀ ਵਾਲਾ ਚਿੱਤਰ ਖਿੱਚੋ।
4. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀ ਵਾਲੇ ਆਕਾਰਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰ ਇੱਕ ਦਾ ਇੱਕ ਤਿਰਛਾ ਚਿੱਤਰ ਖਿੱਚੋ :





5. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਗਈ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰ ਇੱਕ ਲਈ (i) ਇੱਕ ਤਿਰਛਾ ਚਿੱਤਰ (ii) ਇੱਕ ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀ ਵਾਲਾ ਚਿੱਤਰ ਖਿੱਚੋ:
   (a) 5 ਸਮ, 3 ਸਮ ਅਤੇ 2 ਸਮ ਪਸਾਰ ਵਾਲਾ ਇੱਕ ਘਣਾਵ (ਕੀ ਤੁਹਾਡਾ ਚਿੱਤਰ ਵਿਲੱਖਣ ਹੈ ?)
   (b) 4cm ਲੰਬੇ ਕਿਨਾਰੇ ਵਾਲਾ ਘਣ।

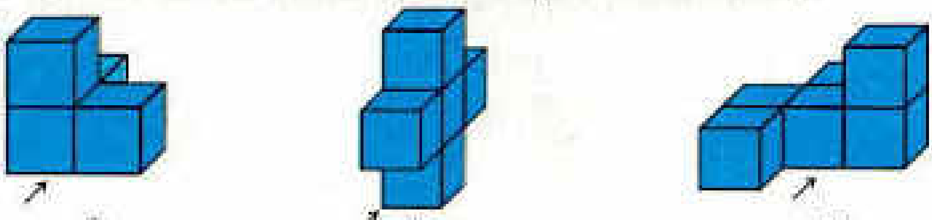
ਇਸ ਪੁਸਤਕ ਦੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀ ਵਾਲੀ ਸ਼ੀਟ ਲੱਗੀ ਹੈ। ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਉਪੱਰ ਆਪਣੇ ਮਿੱਤਰ ਦੁਆਰਾ ਦੱਸੀਆਂ ਪਸਾਰਾਂ ਦੇ ਘਣ ਜਾਂ ਘਣਾਵ ਖਿੱਚ ਸਕਦੇ ਹੋ।

15.4.3 ਠੋਸ ਵਸਤੂਆਂ ਦਾ ਚਿੱਤਰਨ

ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕਰੋ

ਕਦੇ-ਕਦੇ ਜਦ ਤੁਸੀਂ ਜੁੜੇ ਹੋਏ ਆਕਾਰਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੁੱਝ ਤੁਹਾਡੀ ਨਜ਼ਰ ਤੋਂ ਲੁੱਕ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਅਰਥਾਤ ਤਹਾਨੂੰ ਵਿਖਾਈ ਨਹੀਂ ਦਿੰਦੇ।

ਇਥੇ ਕੁੱਝ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਜਾ ਰਹੀਆਂ ਹਨ। ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਤੁਸੀਂ ਆਪਣੇ ਖਾਲੀ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਕਰਨ ਦਾ ਯਤਨ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਕੁੱਝ ਠੋਸ ਵਸਤੂਆਂ ਦੇ ਚਿਤਰਨ ਜਾਂ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਬਾਰੇ ਕਲਪਨਾ ਕਰਨ ਲਈ ਸਹਾਇਤਾ ਮਿਲੇਗੀ ਕਿ ਇਹ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਵਿਖਾਈ ਦਿੰਦੇ ਹਨ।

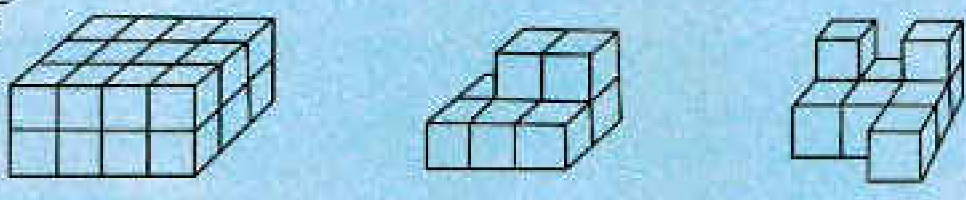


(i) (ii) (iii)

ਕੁੱਝ ਘਣ ਲਉ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਆਕ੍ਰਿਤੀ 15.16 ਵਿੱਚ ਵਿਖਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਟਿਕਾਉ। ਹੁਣ ਆਪਣੇ ਮਿੱਤਰ ਨੂੰ ਪੁੱਛੋ ਕਿ ਉਹ ਇਸਦਾ ਅਨੁਮਾਨ ਲਗਾਏ ਕਿ ਤੀਰ ਦੇ ਨਿਸ਼ਾਨ ਅਨੁਸਾਰ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖਣ ਨਾਲ ਕਿੰਨੇ ਘਣ ਵਿਖਾਈ ਦੇਣਗੇ ?

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

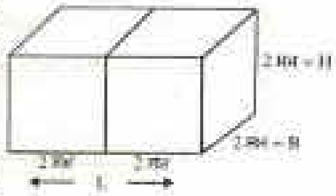
ਇਹ ਅਨੁਮਾਨ ਲਗਾਉਣ ਦਾ ਯਤਨ ਕਰੋ ਕਿ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਘਣਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਕਿੰਨੀ ਹੈ ? (ਆਕ੍ਰਿਤੀ 15.17)



(i) (ii) (iii)

ਚਿੱਤਰ 15.17

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਾ ਚਿੱਤਰਨ ਕਰਣ ਬਹੁਤ ਸਹਾਇਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਮੰਨ ਲਉ ਤੁਸੀਂ ਅਜਿਹੇ ਘਣਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜ ਕੇ ਘਣਾਵ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹੋ, ਅਜਿਹੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਤੁਸੀਂ ਇਹ ਅਨੁਮਾਨ ਲਗਾ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਉਸ ਘਣਾਵ ਦੀ ਲੰਬਾਈ, ਚੌੜਾਈ, ਅਤੇ ਉਚਾਈ ਕੀ ਹੋਵੇਗੀ ?



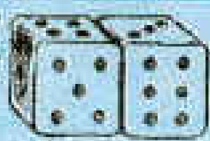
ਚਿੱਤਰ 15.18

ਉਦਾਹਰਣ 2 : ਜੇਕਰ 2 ਸਮ × 2 ਸਮ × 2 ਸਮ ਪਸਾਰ ਵਾਲੇ ਦੋ ਘਣਾਂ ਨੂੰ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਨਾਲ ਰੱਖ ਲਿਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਘਣਾਵ ਦੀਆਂ ਪਸਾਰਾਂ ਕੀ ਹੋਣਗੇ ?

ਹੱਲ : ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਵੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ (ਆਕ੍ਰਿਤੀ 15.18) ਘਣਾਂ ਨੂੰ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਰੱਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਕੇਵਲ ਲੰਬਾਈ ਹੀ ਅਜਿਹਾ ਮਾਪ ਹੈ। ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਵਾਧਾ ਹੋਇਆ ਹੈ। ਇਹ $2 + 2 = 4$ ਸਮ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਘਣਾਵ ਦੀ ਚੌੜਾਈ 2 ਸਮ ਹੈ ਅਤੇ ਉੱਚਾਈ ਵੀ 2 ਸਮ ਹੈ।

ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

1. ਦੋ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ ਅਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਜੋੜ ਕੇ ਰੱਖਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਦੱਸ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਫਲਕਾਂ ਦੇ ਉੱਲਟ ਫਲਕਾਂ ਉਪੱਰ ਅੰਕਿਤ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦਾ ਜੋੜ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ?



ਚਿੱਤਰ 15.19

   (a) $5 + 6$ (b) $4 + 3$

   ਯਾਦ ਰੱਖੋ ਕਿ ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਫਲਕਾਂ 'ਤੇ ਅੰਕਿਤ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਹਮੇਸ਼ਾ 7 ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

2. 2 ਸਮ ਕਿਨਾਰੇ ਵਾਲੇ ਤਿੰਨ ਘਣਾਂ ਨੂੰ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਜੋੜ ਕੇ ਰੱਖਦੇ ਹੋਏ ਇੱਕ ਘਣਾਵ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਘਣਾਵ ਦਾ ਤਿਰਛਾ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਯਤਨ ਕਰੋ ਅਤੇ ਦੱਸੋ ਕਿ ਇਸਦੀ ਲੰਬਾਈ, ਚੌੜਾਈ, ਅਤੇ ਉਚਾਈ ਕੀ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ ?

15.5 ਕਿਸੇ ਠੋਸ ਦੇ ਵੱਖ-2 ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਦੇਖਣਾ

ਆਉ ਹੁਣ ਇਸ 'ਤੇ ਚਰਚਾ ਕਰੀਏ ਕਿ ਇੱਕ 3-D ਵਸਤੂ ਨੂੰ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵੱਖ-2 ਵਿਧੀਆਂ ਨਾਲ ਦੇਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

15.5.1 ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਨੂੰ ਵੇਖਣ ਦੀ ਵਿਧੀ ਹੈ ਉਸਨੂੰ ਕੱਟਣਾ ਜਾਂ ਉਸਦੇ ਪਤਲੇ ਟੁੱਕੜੇ ਕਰਨਾ।

ਚਿੱਤਰ 15.20

ਟੁੱਕੜੇ ਕਰਨ ਵਾਲਾ ਖੇਡ

ਇੱਥੇ ਇੱਕ ਡਬਲ ਰੋਟੀ (bread) ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਹੈ (ਆਕ੍ਰਿਤੀ 15.20) ਇਹ ਵਰਗਾਕਾਰ ਆਧਾਰ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਘਣਾਵ ਵਰਗੀ ਹੈ। ਤੁਸੀਂ ਚਾਕੂ ਨਾਲ ਇਸਦੇ ਟੁੱਕੜੇ ਕਰੋ।

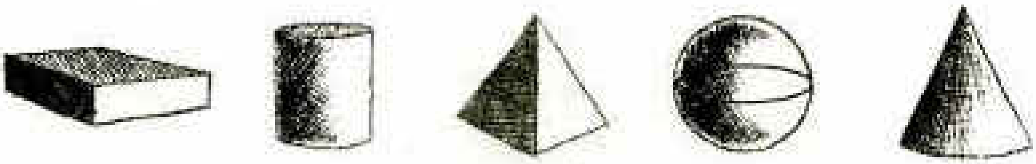
ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਲੰਬ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕੱਟਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਅਨੇਕ ਟੁੱਕੜੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਕ੍ਰਿਤੀ 15.20 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇੱਕ ਟੁੱਕੜੇ ਦਾ ਹਰੇਕ ਫਲਕ ਇੱਕ ਵਰਗ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਇਸ ਫਲਕ ਨੂੰ ਡਬਲ ਰੋਟੀ ਦੀ ਇੱਕ ਦੁਸਾਰ-ਕਾਟ (cross section) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਦੁਸਾਰ-ਕਾਟ ਇੱਕ ਵਰਗ ਹੈ ਧਿਆਨ ਰੱਖੋ ਕਿ ਜੇਕਰ ਤੁਹਾਡਾ ਇਹ ਕੱਟਣਾ ਜਾਂ ਕਾਟ ਲੰਬ ਰੂਪ ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗਾ ਤਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇੱਕ ਅਲੱਗ ਦੁਸਾਰ-ਕਾਟ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸਦੇ ਬਾਰੇ ਵਿੱਚ ਸੋਚੋ। ਤੁਹਾਡੇ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਦੁਸਾਰ-ਕਾਟ ਦੀ ਸੀਮਾ ਇੱਕ ਤਲ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਹੈ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਵੇਖ ਰਹੇ ਹੋ ?

ਇੱਕ ਰਸੋਈ ਖੇਡ

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਸਬਜੀਆਂ ਦੇ ਦੁਸਾਰ-ਕਾਟ ਦੇ ਆਕਾਰਾਂ 'ਤੇ ਧਿਆਨ ਦਿੱਤਾ ਹੈ, ਜਦੋਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਰਸੋਈ ਵਿੱਚ ਪਕਾਉਣ ਦੇ ਲਈ ਕਟਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ? ਵੱਖ-2 ਟੁੱਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਦੇਖੋ ਅਤੇ ਸਬਜੀਆਂ ਨੂੰ ਕੱਟਣ ਨਾਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਦੁਸਾਰ-ਕਾਟ ਆਕਾਰਾਂ ਨਾਲ ਜਾਣੂੰ ਹੋ ਜਾਉ।

ਇਹਨੂੰ ਖੇਡੋ

ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਠੋਸਾਂ ਦੇ ਮਿੱਟੀ (ਜਾਂ ਪਲਾਸਟਿਕ ਦੀ ਮਿੱਟੀ) ਦੇ ਮਾਡਲ (Models) ਬਣਾਉ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਲੰਬ ਰੂਪ ਜਾਂ ਲੇਟਵੇਂ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕੱਟੋ। ਆਪਣੇ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਦੁਸਾਰ-ਕਾਟਾਂ ਦੇ ਰਫ (Rough) ਚਿੱਤਰ ਖਿੱਚੋ। ਜਿੱਥੇ ਵੀ ਸੰਭਵ ਹੋ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਨਾਂ ਵੀ ਲਿਖੋ।



ਚਿੱਤਰ 15.21

ਅਭਿਆਸ 15.3

ਤੁਹਾਨੂੰ ਕਿਹੜੀ ਦੁਸਾਰ-ਕਾਟ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਠੋਸਾਂ ਨੂੰ

(i) ਲੰਬ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਅਤੇ (ii) ਲੇਟਵੇਂ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕਟੱਦੇ ਹੋ ?

(a) ਇੱਕ ਇੱਟ (b) ਇੱਕ ਗੋਲ ਸੇਬ (c) ਇੱਕ ਪਾਸਾ

(d) ਇੱਕ ਵੇਲਣਕਾਰ ਪਾਇਪ (e) ਇੱਕ ਆਈਸਕ੍ਰੀਮ ਸ਼ੰਕੂ

15.5.2 ਇੱਕ ਹੋਰ ਵਿਧੀ ਪਰਛਾਵੇਂ ਵਿਧੀ ਵਾਲੀ ਖੇਡ ਵਿਧੀ ਹੈ

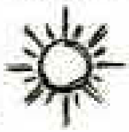
ਇੱਕ ਪਰਛਾਵਾਂ ਖੇਡ

ਚਿੱਤਰ 15.22

ਇਹ ਸਮਝਾਉਣ ਲਈ ਕਿ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਤਿੰਨ ਪਸਾਰੀ ਵਸਤੂਆਂ ਨੂੰ ਦੋ ਪਸਾਰੀ ਆਕਾਰਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦੇਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਪਰਛਾਵੇਂ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਚੰਗੇ (ਜਾਂ ਸੁੰਦਰ) ਉਦਾਹਰਣ ਹਨ।

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਕਦੇ ਇੱਕ ਪਰਛਾਵਾਂ ਖੇਡ (Shadow Play) ਵੇਖਿਆ ਹੈ ? ਇਹ ਇੱਕ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦਾ ਮਨੋਰੰਜਨ ਹੈ। ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਸਪਸ਼ਟ ਠੋਸ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦੇ ਸੋਮੇ ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਰੱਖਕੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਚਲਦੇ ਪ੍ਰਤਿਬਿੰਬਾਂ ਦੇ ਭਰਮ ਉਤਪਨ ਕੀਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਗਣਿਤ ਦੀਆਂ ਧਾਰਨਾਵਾਂ ਦਾ ਕੁੱਝ ਅਪ੍ਰਤੱਖ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਯੋਗ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਚਿੱਤਰ 15.23



ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਸ ਕਿਰਿਆ ਦੇ ਲਈ ਇੱਕ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦੇ ਸੋਮੇ ਅਤੇ ਕੁੱਝ ਠੋਸ ਆਕਾਰਾਂ ਦੀ ਲੋੜ ਪਵੇਗੀ (ਜੇਕਰ ਤੁਹਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕ ਓਵਰਹੈੱਡ ਪ੍ਰੋਜੈਕਟਰ (over-head projector) ਹੈ ਤਾਂ ਠੋਸ ਨੂੰ ਬਲਬ ਦੇ ਹੇਠਾਂ ਰੱਖੋ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਦੀ ਖੋਜ ਕਰੋ।) ਇੱਕ ਸ਼ੰਕੂ ਦੇ ਠੀਕ ਸਾਹਮਣੇ ਇੱਕ ਟਾਰਚ ਦਾ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਪਾਉ। ਇਹ ਪਰਦੇ 'ਤੇ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਾ ਪਰਛਾਵਾਂ ਵਿਖਾਉਂਦਾ ਹੈ (ਆਕ੍ਰਿਤੀ 15.23) ਠੋਸ ਤਿੰਨ ਪਸਾਰਾਂ ਵਾਲਾ ਹੈ। ਇਸ ਦੇ ਪਰਛਾਵੇਂ ਦੇ ਕਿੰਨੇ ਪਸਾਰ ਹਨ ? ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਖੇਡ ਵਿੱਚ ਸ਼ੰਕੂ ਦੀ ਥਾਂ 'ਤੇ ਇੱਕ ਘਣ ਨੂੰ ਟਾਰਚ ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਰੱਖੋ ਤਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਾ ਪਰਛਾਵਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗਾ ?

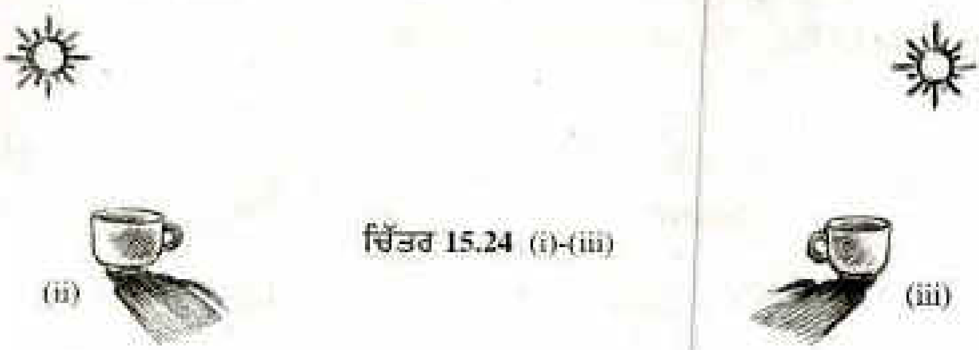
(i)

ਪ੍ਰਕਾਸ਼ ਦੇ ਸੋਮੇ ਦੀਆਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਥਿਤੀਆਂ ਅਤੇ ਠੋਸ ਵਸਤੂ ਦੀਆਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ

ਸਥਿਤੀਆਂ ਨੂੰ ਲੈ ਕੇ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰੋ। ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੀਆਂ ਗਈਆਂ ਪਰਛਾਂਵਿਆਂ ਦੇ ਆਕਾਰ ਅਤੇ ਮਾਪਾਂ ਉੱਤੇ ਇਸਦੇ ਪ੍ਰਭਾਵ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰੋ। ਇੱਥੇ ਇੱਕ ਹੋਰ ਦਿਲਚਸਪ ਪ੍ਰਯੋਗ ਦਿੱਤਾ ਜਾ ਰਿਹਾ ਹੈ।

ਜਿਹਨੂੰ ਤੁਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਕਰ ਚੁੱਕੇ ਹੋਣਗੇ। ਇੱਕ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਚਾਹ ਦੇ ਪਿਆਲੇ ਨੂੰ ਖੁੱਲੇ ਵਿੱਚ ਰੱਖ ਦਿਓ, ਜੱਦ ਦੁਪਹਿਰ ਬਾਰਾਂ ਵਜੇ ਦੇ ਕਰੀਬ ਸੂਰਜ ਠੀਕ ਉਸਦੇ ਉਪੱਰ ਹੋਵੇ। ਇਸਨੂੰ ਆਕ੍ਰਿਤੀ 15.24 ਵਿੱਚ ਵਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਸ ਦਾ ਪਰਛਾਵਾਂ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਾ ਵਿਖਾਈ ਦਿੰਦਾ ਹੈ ?
ਕੀ ਇਹ ਪਰਛਾਵਾਂ ਇੱਕ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਾ ਹੀ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ ?

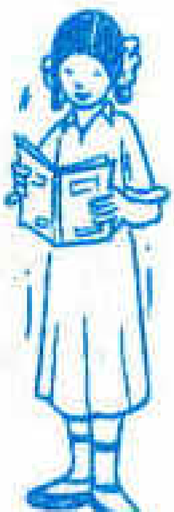
(a) ਸਵੇਰੇ ਅਤੇ (b) ਸ਼ਾਮ



ਚਿੱਤਰ 15.24 (i)-(iii)

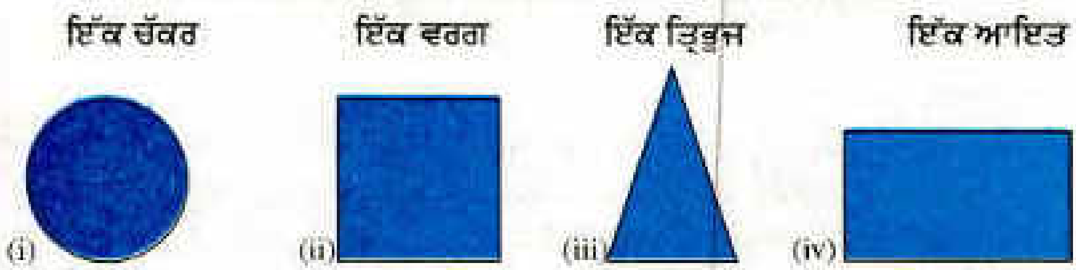
ਸੂਰਜ ਦੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਅਤੇ ਪ੍ਰੇਖਣ ਦੇ ਸਮੇਂ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਪਰਛਾਵਿਆਂ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰੋ।

ਅਭਿਆਸ 15.4



1. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਠੋਸਾਂ ਦੇ ਠੀਕ ਉਪਰ ਇੱਕ ਜਗਦਾ ਹੋਇਆ ਬਲਬ ਰੱਖਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਹਰ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਪਰਛਾਵੇਂ ਦੇ ਆਕਾਰ ਦਾ ਨਾਂ ਦੱਸੋ। ਇਸ ਪਰਛਾਵੇਂ ਦਾ ਰਫ਼ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਯਤਨ ਕਰੋ। (ਪਹਿਲਾਂ ਤੁਸੀਂ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਨ ਦਾ ਯਤਨ ਕਰੋ ਅਤੇ ਫਿਰ ਉੱਤਰ ਦਿਓ।)

2. ਇੱਥੇ ਕੁੱਝ 3-D ਵਸਤੂਆਂ ਦੇ ਪਰਛਾਵੇਂ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ ਜੋ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਓਵਰਹੈੱਡ ਪ੍ਰੋਜੈਕਟਰ ਦੇ ਲੈਂਪ (ਬਲਬ) ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਜਾਂ ਹੇਠਾਂ ਰੱਖ ਕੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਗਏ ਹਨ। ਹਰੇਕ ਪਰਛਾਵੇਂ ਨਾਲ ਮਿਲਾਣ ਵਾਲੇ ਠੋਸ ਦੀ ਪਛਾਣ ਕਰੋ। (ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਤੋਂ ਵੱਧ ਉਤਰ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ।)



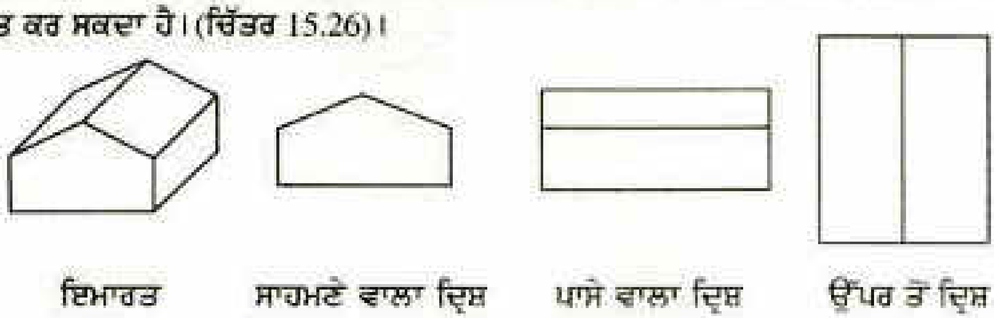
3. ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ ਕੀ ਇਹ ਕਥਨ ਸੱਚ ਹਨ।
   (i) ਇੱਕ ਘਣ ਇੱਕ ਆਇਤ ਦੇ ਆਕਾਰ ਦਾ ਪਰਛਾਵਾਂ ਦੇ ਸਕਦਾ ਹੈ।
   (ii) ਇੱਕ ਘਣ ਇੱਕ ਛੇਭੁਜੀ ਦੇ ਆਕਾਰ ਦਾ ਪਰਛਾਵਾਂ ਦੇ ਸਕਦਾ ਹੈ।

15.5.3 ਇੱਕ ਤੀਜੀ ਵਿਧੀ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਇਸਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਦ੍ਰਿਸ਼ ਵੇਖਣ ਦੇ ਲਈ ਇਹਨੂੰ ਕੁੱਝ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਕੋਣਾਂ ਤੋਂ ਵੇਖਿਆ ਜਾਵੇ।

ਕੋਈ ਵੀ ਵਿਅਕਤੀ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਨੂੰ ਉਹਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਜਾਂ ਉਸਦੇ ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਜਾਂ ਉਸਦੇ ਉਪਰ ਵੱਲੋਂ ਵੇਖ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਹਰ ਵਾਰ ਉਸਨੂੰ ਇੱਕ ਵੱਖ ਦ੍ਰਿਸ਼ ਮਿਲੇਗਾ। (ਚਿੱਤਰ 15.25)।

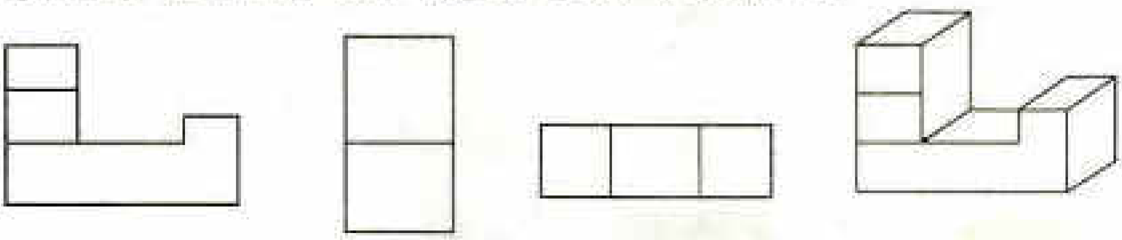
ਚਿੱਤਰ 15.25

ਇੱਥੇ ਇੱਕ ਉਦਾਹਰਣ ਦਿੱਤੀ ਜਾ ਰਹੀ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਵਿਅਕਤੀ ਇੱਕ ਇਮਾਰਤ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਦ੍ਰਿਸ਼ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹੈ। (ਚਿੱਤਰ 15.26)।



ਚਿੱਤਰ 15.26

ਤੁਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਘਣਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਵਾਲੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦੇ ਲਈ ਵੀ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ।



ਚਿੱਤਰ 15.27

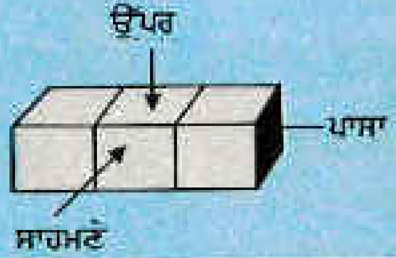
ਘਣਾਂ ਨੂੰ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਰੱਖ ਕੇ ਠੋਸ ਬਣਾਉ ਅਤੇ ਫੇਰ ਉਸਨੂੰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਲੋਂ ਵੇਖਦੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਉਪਰ ਦੱਸੇ ਅਨੁਸਾਰ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਯਤਨ ਕਰੋ।

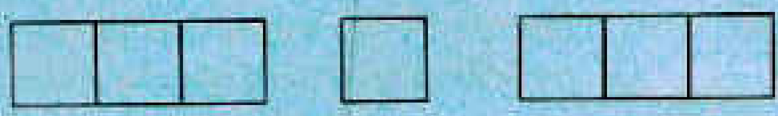
ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ

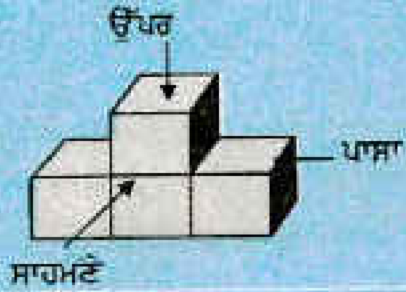
1. ਹਰੇਕ ਠੋਸ ਦੇ ਲਈ ਤਿੰਨ ਦ੍ਰਿਸ਼ (1), (2) ਅਤੇ (3) ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ। ਹਰੇਕ ਠੋਸ ਦੇ ਲਈ ਸੰਗਤ ਉੱਪਰ ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਦੇ ਅਤੇ ਪਾਸੇ ਦੇ ਦ੍ਰਿਸ਼ ਦੀ ਪਛਾਣ ਕਰੋ।

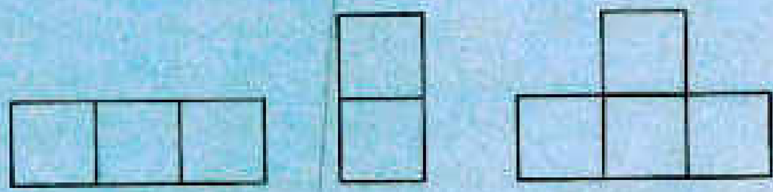
ਠੋਸ — ਉਸਦਾ ਦ੍ਰਿਸ਼

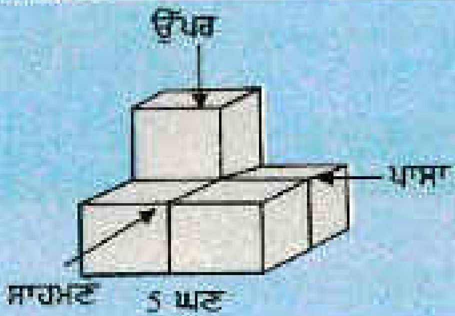
(1) (2) (3)

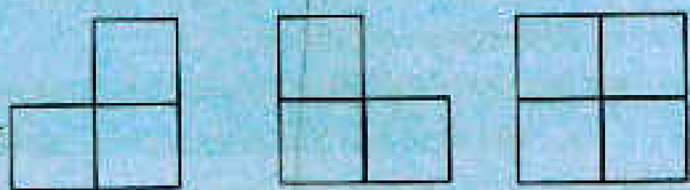


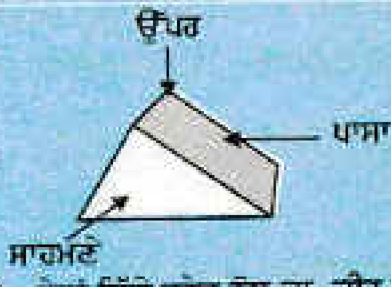


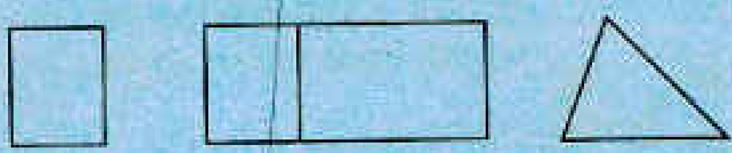




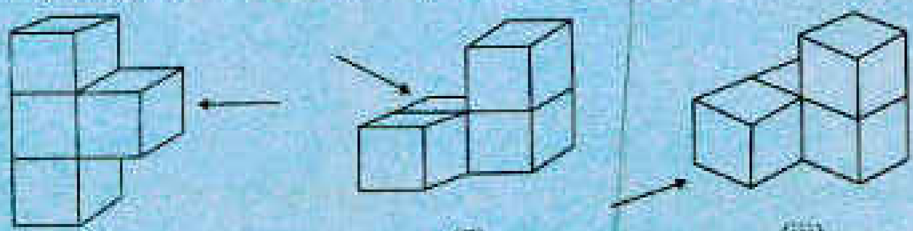








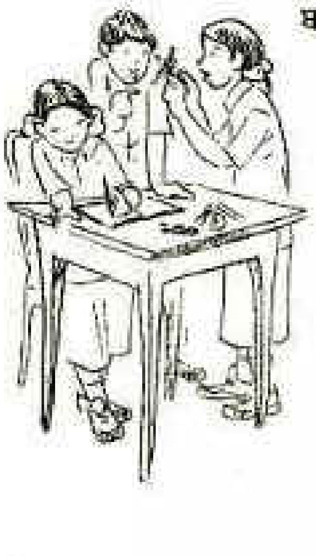
2. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਹਰੇਕ ਠੋਸ ਦਾ, ਤੀਰ ਦੁਆਰਾ ਸੂਚਿਤ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਉਹਨੂੰ ਦੇਖਣ 'ਤੇ, ਇੱਕ ਦ੍ਰਿਸ਼ ਖਿੱਚੋ।



(i) (ii) (iii)

ਅਸੀਂ ਕੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ?

1. ਚੱਕਰ, ਵਰਗ, ਆਇਤ, ਚਤੁਰਭੁਜ ਅਤੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ, ਸਮਤਲ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦੇ ਉਦਾਹਰਣ ਹਨ ਅਤੇ ਘਣ, ਘਣਾਵ, ਗੋਲਾ, ਬੇਲਣ, ਸ਼ੰਕੂ ਅਤੇ ਪਿਰਾਮਿਡ ਠੋਸ ਆਕਾਰਾਂ ਦੇ ਉਦਾਹਰਣ ਹਨ।
2. ਸਮਤਲ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦੇ ਦੋ ਪਸਾਰ ਸੰਖੇਪ ਵਿੱਚ **(2-D)** ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਠੋਸ ਆਕਾਰਾਂ ਦੇ ਤਿੰਨ ਪਸਾਰ ਸੰਖੇਪ ਵਿੱਚ **(3-D)** ਹੁੰਦੇ ਹਨ।
3. ਠੋਸ ਆਕਾਰਾਂ ਦੇ ਕੋਨੇ, ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਸਿਖਰ, ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਢਾਂਚੇ ਦੇ ਰੇਖਾਖੰਡ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਕਿਨਾਰੇ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਸਪਾਟ ਤਲ, ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਫਲਕ ਕਹਿਲਾਉਂਦੇ ਹਨ।
4. ਠੋਸ ਦਾ ਇੱਕ ਜਾਲ ਦੋ ਪਸਾਰਾਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਢਾਂਚਾ (ਜਾਂ ਰੂਪ ਰੇਖਾ) ਹੈ ਜਿਸਨੂੰ ਮੋੜਕੇ ਉਹ ਠੋਸ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਹੀ ਠੋਸ ਦੇ ਅਨੇਕ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਜਾਲ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ।
5. ਵਾਸਤਵਿਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਠੋਸ ਆਕਾਰਾਂ ਨੂੰ ਸਪਾਟ ਤਲ (ਜਿਵੇਂ ਕਾਗਜ਼) 'ਤੇ ਖਿੱਚਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ **3-D** ਠੋਸ ਦਾ **2-D** ਨਿਰੂਪਣ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ।
6. ਇੱਕ ਠੋਸ ਦੇ ਦੋ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਉਣਾ ਸੰਭਵ ਹੈ :
   (a) ਇੱਕ ਤਿਰਛਾ ਚਿੱਤਰ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਲੰਬਾਈਆਂ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤੀ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਇਸ ਵਿੱਚ ਇਹ ਠੋਸ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸਾਰੀ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਜਾਣਕਾਰੀ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕਰਦਾ ਹੈ।
   (b) ਇੱਕ ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀ ਵਾਲੇ ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀ ਵਾਲੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਲੰਬਾਈਆਂ ਨੂੰ ਬਰਾਬਰ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਰੱਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
7. ਠੋਸ ਆਕਾਰਾਂ ਦਾ ਚਿੱਤਰਨ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਉਪਯੋਗੀ ਕਲਾ ਹੈ। ਤੁਹਾਨੂੰ ਠੋਸ ਆਕਾਰਾਂ ਦੇ ਲੁਕੇ ਭਾਗ ਦਿਖਾਈ ਦੇ ਜਾਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ।
8. ਇੱਕ ਠੋਸ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਵਿਧੀਆਂ ਰਾਹੀਂ ਦੇਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।
   (a) ਇੱਕ ਵਿਧੀ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਦਿੱਤੇ ਆਕਾਰ ਨੂੰ ਕੱਟ ਲਿਆ ਜਾਵੇ। ਇਸ ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ ਠੋਸ ਦਾ ਇੱਕ ਦੁਸਾਰ-ਕਾਟ ਮਿਲ ਜਾਵੇਗਾ।
   (b) ਇੱਕ ਹੋਰ ਵਿਧੀ ਇਹ ਕਿ ਇੱਕ 3-D ਆਕਾਰ ਦਾ ਇੱਕ 2-D ਪਰਛਾਵਾਂ ਦੇਖਿਆ ਜਾਵੇ।
   (c) ਤੀਜੀ ਵਿਧੀ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਠੋਸ ਆਕਾਰ ਨੂੰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕੋਣਾਂ ਤੋਂ ਵੇਖਿਆ ਜਾਵੇ। ਵੇਖੇ ਗਏ ਆਕਾਰ ਦਾ ਸਾਹਮਣੇ ਦਾ ਦ੍ਰਿਸ਼, ਪਾਸਵਾਂ ਦ੍ਰਿਸ਼ ਅਤੇ ਉੱਪਰ ਦਾ ਦ੍ਰਿਸ਼ ਸਾਨੂੰ ਉਸ ਆਕਾਰ ਬਾਰੇ ਬਹੁਤ ਵੱਧ ਜਾਣਕਾਰੀ ਪ੍ਰਦਾਨ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹੈ।



ਉੱਤਰਮਾਲਾ

ਅਭਿਆਸ 1.1

1. (a) ਲਾਹੁਲਸਮਿਤੀ: –8°C, ਸ਼੍ਰੀ ਨਗਰ –2°C, ਸ਼ਿਮਲਾ: 5°C, ਊਟੀ: 14°C, ਬੰਗਲੋਰ: 22°C

(b) 30°C (c) 6°C (d) ਹਾਂ, ਨਹੀਂ

2. 35 **3.** –7°C; –3°C **4.** 6200 ਮੀਟਰ **5.** ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆ ਦੁਆਰਾ; ₹ 358

6. ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆ ਦੁਆਰਾ – 10. **7.** (ii) ਇੱਕ ਜਾਦੂਈ ਵਰਗ ਹੈ।

9. (a) $<$ (b) $<$ (c) $>$ (d) $<$ (e) $>$

10. (i) 11 ਛਲਾਂਗਾਂ ਵਿੱਚ (ii) 5 ਛਲਾਂਗਾਂ ਵਿੱਚ

(iii) (a) $-3+2-3+2-3+2-3+2-3+2-3=-8$ (b) $4-2+4-2+4=8$

(b) ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆ 8, ਉੱਪਰ ਵੱਲ 8 ਪੌੜੀਆਂ ਚੜ੍ਹਨ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਅਭਿਆਸ 1.2

1. ਇੱਕ ਜੋੜਾ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਾ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ।

(a) –10, 3 (b) – 6, 4; $(-6-4=-10)$ (c) –3, 3

2. ਇੱਕ ਜੋੜਾ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਾ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ।

(a) –2, –10; $[-2-(-10)=8]$ (b) – 6, 1 (c) –1, 2; $(-1-2=-3)$

3. ਦੋਵਾਂ ਟੀਮਾਂ ਨੂੰ ਬਰਾਬਰ ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਏ, ਭਾਵ –30, ਹਾਂ

4. (i) –5 (ii) 0 (iii) –17 (iv) –7 (v) –3

ਅਭਿਆਸ 1.3

1. (a) –3 (b) –225 (c) 630 (d) 316 (e) 0

(f) 1320 (g) 162 (h) –360 (i) –24 (j) 36

3. (i) $-a$ (ii) (a) 22 (b) –37 (c) 0

4. $-1\times5=-5$, $-1\times4=-4=-5+1$, $-1\times3=-3=-4+1$,

$-1\times2=-2=-3+1$, $-1\times1=-1=-2+1$, $-1\times0=0=-1+1$ ਅਤੇ: $-1\times(-1)=0+1=1$.

5. (a) 480 (b) – 53000 (c) – 15000 (d) – 4182

(e) – 62500 (f) 336 (g) 493 (h) 1140

6. – 10°C **7.** (i) 8 (ii) 15 (iii) 0

8. (a) ₹1000 ਦੀ ਹਾਨੀ (b) 4000 ਬੋਰੀਆਂ

9. (a) – 9 (b) – 7 (c) 7 (d) – 11

ਅਭਿਆਸ 1.4

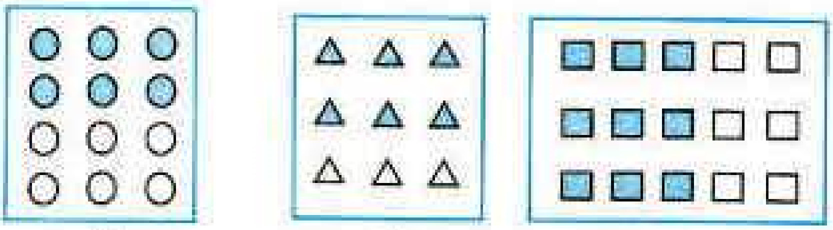
1. (a) -3 (b) -10 (c) 4 (d) -1
   (e) -13 (f) 0 (g) 1 (h) -1 (i) 1
3. (a) 1 (b) 75 (c) -206 (d) -1
   (e) -87 (f) -48 (g) -10 (h) -12
4. $(-6, 2), (-12, 4), (12, -4), (9, -3), (-9, 3)$ (ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਕਈ ਜੋੜੇ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ)
5. 9 ਵਜੇ ਸ਼ਾਮ; $-14°C$ **6.** (i) 8 (ii) 13 **7.** 1 ਘੰਟਾ

ਅਭਿਆਸ 2.1

1. (i) $\frac{7}{5}$ (ii) $\frac{39}{8}\left(=4\frac{7}{8}\right)$ (iii) $\frac{31}{35}$ (iv) $\frac{91}{165}$
   (v) $\frac{13}{5}\left(=2\frac{3}{5}\right)$ (vi) $\frac{37}{6}\left(=6\frac{1}{6}\right)$ (vii) $\frac{39}{8}\left(=4\frac{7}{8}\right)$
2. (i) $\frac{2}{3}, \frac{8}{21}, \frac{2}{9}$ (ii) $\frac{7}{10}, \frac{3}{7}, \frac{1}{5}$ **3.** ਹਾਂ **4.** $\frac{139}{3}\left(=46\frac{1}{3}\right)$ ਸਮ
5. (i) $8\frac{17}{20}$ ਸਮ (ii) $7\frac{5}{6}$ ਸਮ; ΔABE ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੈ।
6. $\frac{3}{10}$ ਸਮ **7.** $\frac{2}{5}$; ਰੀਤੂ $\frac{1}{5}$ **8.** ਵੈਭਵ, ਦੁਆਰਾ $\frac{1}{6}$ ਘੰਟੇ ਵਿੱਚ

ਅਭਿਆਸ 2.2

1. (i) (d) (ii) (b) (iii) (a) (iv) (c)
2. (i) (c) (ii) (a) (iii) (b)
3. (i) $4\frac{1}{5}$ (ii) $1\frac{1}{3}$ (iii) $1\frac{5}{7}$ (iv) $1\frac{1}{9}$ (v) $2\frac{2}{3}$
   (vi) 15 (vii) $6\frac{2}{7}$ (viii) 16 (ix) $4\frac{1}{3}$ (x) 9
4. ਇਹ ਇੱਕ ਤਰੀਕਾ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ



(i) (ii) (iii)

5. (a) (i) 12 (ii) 23 (b) (i) 12 (ii) 18 (c) (i) 12 (ii) 27 (d) (i) 16 (ii) 28

6. (a) $15\frac{3}{5}$ (b) $33\frac{3}{4}$ (c) $15\frac{3}{4}$ (d) $25\frac{1}{3}$

(e) $19\frac{1}{2}$ (f) $27\frac{1}{5}$

7. (a) (i) $1\frac{3}{8}$ (ii) $2\frac{1}{9}$ (b) (i) $2\frac{19}{48}$ (ii) $6\frac{1}{24}$ 8. (i) 2 ਲਿਟਰ (ii) $\frac{3}{5}$

ਅਭਿਆਸ 2.3

1. (i) (a) $\frac{1}{16}$ (b) $\frac{3}{20}$ (c) $\frac{1}{3}$ (ii) (a) $\frac{2}{63}$ (b) $\frac{6}{35}$ (c) $\frac{3}{70}$

2. (i) $1\frac{7}{9}$ (ii) $\frac{2}{9}$ (iii) $\frac{9}{16}$ (iv) $1\frac{2}{25}$

(v) $\frac{5}{8}$ (vi) $1\frac{13}{20}$ (vii) $1\frac{13}{48}$

3. (i) $2\frac{1}{10}$ (ii) $4\frac{44}{45}$ (iii) 8 (iv) $2\frac{1}{42}$ (v) $1\frac{33}{35}$ (vi) $7\frac{4}{5}$ (vii) $2\frac{1}{7}$

4. (i) $\frac{3}{5}$ ਦਾ $\frac{5}{8}$ (ii) $\frac{1}{2}$ ਦਾ $\frac{6}{7}$ 5. $2\frac{1}{4}$ ਮੀਟਰ 6. $10\frac{1}{2}$ ਘੰਟੇ 7. 44 ਕਿਲੋਮੀਟਰ

8. (a) (i) $\frac{5}{10}$ (ii) $\frac{1}{2}$ (b) (i) $\frac{8}{15}$ (ii) $\frac{8}{15}$

ਅਭਿਆਸ 2.4

1. (i) 16 (ii) $\frac{84}{5}$ (iii) $\frac{24}{7}$ (iv) $\frac{3}{2}$ (v) $\frac{9}{7}$ (vi) $\frac{7}{5}$

2. (i) $\frac{7}{3}$ (ਅਣ ਉਚਿੱਤ ਭਿੰਨ) (ii) $\frac{8}{5}$ (ਅਣ ਉਚਿੱਤ ਭਿੰਨ) (iii) $\frac{7}{9}$ (ਉਚਿੱਤ ਭਿੰਨ)

(iv) $\frac{5}{6}$ (ਉਚਿੱਤ ਭਿੰਨ) (v) $\frac{7}{12}$ (ਉਚਿੱਤ ਭਿੰਨ) (vi) 8 (ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ)

(vii) 11 (ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ)

3. (i) $\frac{7}{6}$ (ii) $\frac{4}{45}$ (iii) $\frac{6}{91}$ (iv) $\frac{13}{9}$ (v) $\frac{7}{8}$ (vi) $\frac{31}{49}$

4. (i) $\frac{4}{5}$ (ii) $\frac{2}{3}$ (iii) $\frac{3}{8}$ (iv) $\frac{35}{9}$ (v) $\frac{21}{16}$ (vi) $\frac{4}{15}$

(vii) $\frac{48}{25}$ (viii) $\frac{11}{6}$

ਅਭਿਆਸ 2.5

1. (i) 0.5 (ii) 0.7 (iii) 7 (iv) 1.49 (v) 2.30 (vi) 0.88
2. (i) ₹ 0.07 (ii) ₹ 7.07 (iii) ₹ 77.77 (iv) ₹ 0.50 (v) ₹ 2.35
3. (i) 0.05 ਮੀਟਰ, 0.00005 ਕਿਲੋਮੀਟਰ (ii) 3.5 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ, 0.035 ਮੀਟਰ, 0.000035 ਕਿਲੋਮੀਟਰ
4. (i) 0.2 ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ (ii) 3.470 ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ (iii) 4.008 ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ
5. (i) $2 \times 10 + 0 \times 1 + 0 \times \frac{1}{10} + 3 \times \frac{1}{100}$ (ii) $2 \times 1 + 0 \times \frac{1}{10} + 3 \times \frac{1}{100}$

   (iii) $2 \times 100 + 0 \times 10 + 0 \times 1 + 0 \times \frac{1}{10} + 3 \times \frac{1}{100}$

   (iv) $2 \times 1 + 0 \times \frac{1}{10} + 3 \times \frac{1}{100} + 4 \times \frac{1}{1000}$
6. (i) ਇਕਾਈ (ii) ਸੈਂਕੜਾ (iii) ਦਸਵਾਂ (iv) ਸੌਵਾਂ (v) ਹਜ਼ਾਰਵਾਂ
7. ਅਯੂਬ ਨੇ ਵੱਧ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕੀਤੀ। ਇਹ ਦੂਰੀ 0.9 ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਜਾਂ 900 ਮੀਟਰ ਵੱਧ ਸੀ 8. ਸਰਲਾ ਨੇ ਵੱਧ ਫਲ ਖਰੀਦੇ
9. 14.6 ਕਿਲੋਮੀਟਰ

ਅਭਿਆਸ 2.6

1. (i) 1.2 (ii) 36.8 (iii) 13.55 (iv) 80.4 (v) 0.35 (vi) 844.08
   (vii) 1.72
2. 17.1 ਸਮ^2
3. (i) 13 (ii) 368 (iii) 1537 (iv) 1680.7 (v) 3110 (vi) 15610
   (vii) 362 (viii) 4307 (ix) 5 (x) 0.8 (xi) 90 (xii) 30
4. 553 ਕਿਲੋਮੀਟਰ 5. (i) 0.75 (ii) 5.17 (iii) 63.36 (iv) 4.03 (v) 0.025
   (vi) 1.68 (vii) 0.0214 (viii) 10.5525 (ix) 1.0101 (x) 110.011

ਅਭਿਆਸ 2.7

1. (i) 0.2 (ii) 0.07 (iii) 0.62 (iv) 10.9 (v) 162.8 (vi) 2.07
   (vii) 0.99 (viii) 0.16
2. (i) 0.48 (ii) 5.25 (iii) 0.07 (iv) 3.31 (v) 27.223 (vi) 0.056
   (vii) 0.397
3. (i) 0.027 (ii) 0.003 (iii) 0.0078 (iv) 4.326 (v) 0.236 (vi) 0.9853
4. (i) 0.0079 (ii) 0.0263 (iii) 0.03853 (iv) 0.1289 (v) 0.0005
5. (i) 2 (ii) 180 (iii) 6.5 (iv) 44.2 (v) 2 (vi) 31
   (vii) 510 (viii) 27 (ix) 2.1 6. 18 ਕਿਲੋਮੀਟਰ

ਅਭਿਆਸ 3.1

2.

ਅੰਕ	ਮਿਲਾਣ ਚਿੰਨ੍ਹ	ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ
1	I	1
2	II	2

3	|	1
4	|||	3
5	~~||||~~	5
6	||||	4
7	||	2
8	|	1
9	|	1

(i) 9 (ii) 1 (iii) 8 (iv) 5

3. 2 **4.** 50 **5.** (i) 12.5 (ii) 3 (iii) $\frac{0+8+6+4}{4} = \frac{18}{4}$ ਜਾਂ $\frac{9}{2}$ (iv) A

6. (i) ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਅੰਕ = 95, ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਅੰਕ = 39 (ii) 56 (iii) 73 **7.** 2058

8. (i) 20.5 (ii) 5.9 (iii) 5 **9.** (i) 151 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ (ii) 128 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ (iii) 23 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ (iv) 141.4 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ (v) 5

ਅਭਿਆਸ 3.2

1. ਬਹੁਲਕ = 20, ਮੱਧਿਕਾ = 20, ਹਾਂ **2.** ਮੱਧਮਾਨ = 39, ਬਹੁਲਕ = 15, ਮੱਧਿਕਾ = 15, ਨਹੀਂ

3. (i) ਬਹੁਲਕ = 38, 43; ਮੱਧਿਕਾ = 40 (ii) ਹਾਂ, ਇਸਦੇ ਦੋ ਬਹੁਲਕ ਹਨ।

4. ਬਹੁਲਕ = 14, ਮੱਧਿਕਾ = 14

5. (i) ਠੀਕ (ii) ਗਲਤ (iii) ਠੀਕ (iv) ਗਲਤ

ਅਭਿਆਸ 3.3

1. (a) ਬਿੱਲੀ (b) 8

4. (i) ਗਣਿਤ (ii) ਸਮਾਜਿਕ ਵਿਗਿਆਨ (iii) ਹਿੰਦੀ

5. (ii) ਕ੍ਰਿਕਟ (iii) ਖੇਡ ਦੇਖਣਾ

6. (i) ਜੰਮੂ (ii) ਜੰਮੂ, ਬੰਗਲੌਰ

(iii) ਬੰਗਲੌਰ ਅਤੇ ਜੈਪੁਰ ਜਾਂ ਬੰਗਲੌਰ ਅਤੇ ਅਹਿਮਦਾਬਾਦ (iv) ਮੁਬੰਈ

ਅਭਿਆਸ 3.4

1. (i) ਨਿਸ਼ਚਤ ਹੈ (ii) ਹੋ ਵੀ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਪ੍ਰੰਤੂ ਨਿਸ਼ਚਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ (iii) ਅਸੰਭਵ

(iv) ਹੋ ਵੀ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਪ੍ਰੰਤੂ ਨਿਸ਼ਚਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ (v) ਹੋ ਵੀ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਪ੍ਰੰਤੂ ਨਿਸ਼ਚਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ

2. (i) $\frac{1}{6}$ (ii) $\frac{1}{6}$ **3.** $\frac{1}{2}$

ਅਭਿਆਸ 4.1

1. (i) ਨਹੀਂ (ii) ਨਹੀਂ (iii) ਹਾਂ (iv) ਨਹੀਂ (v) ਹਾਂ (vi) ਨਹੀਂ
   (vii) ਹਾਂ (viii) ਨਹੀਂ (ix) ਨਹੀਂ (x) ਨਹੀਂ (xi) ਹਾਂ
2. (a) ਨਹੀਂ (b) ਨਹੀਂ (c) ਹਾਂ (d) ਨਹੀਂ (e) ਨਹੀਂ (f) ਨਹੀਂ
3. (i) $p = 3$ (ii) $m = 6$
4. (i) $x + 4 = 9$ (ii) $y - 2 = 8$ (iii) $10a = 70$ (iv) $\frac{b}{5} = 6$
   (v) $\frac{3t}{4} = 15$ (vi) $7m + 7 = 77$ (vii) $\frac{x}{4} - 4 = 4$ (viii) $6y - 6 = 60$
   (ix) $\frac{z}{3} + 3 = 30$
5. (i) p ਅਤੇ 4 ਦਾ ਜੋੜਫਲ 15 ਹੈ (ii) m ਵਿੱਚੋਂ 7 ਘਟਾਉਣ 'ਤੇ 3 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ
   (iii) ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ m ਦਾ ਦੁੱਗਣਾ 7 ਹੈ (iv) ਸੰਖਿਆ m ਦਾ $\frac{1}{5}$, 3, ਹੁੰਦਾ ਹੈ
   (v) ਸੰਖਿਆ m ਦਾ $\frac{3}{5}$, 6 ਹੈ (vi) ਸੰਖਿਆ p ਦੇ ਤਿੰਨ ਗੁਣਾ ਦਾ 4 ਨਾਲ ਜੋੜ 25 ਹੈ।
   (vii) ਸੰਖਿਆ p ਦੇ ਚਾਰ ਗੁਣਾ ਵਿੱਚੋਂ 2 ਘਟਾਉਣ 'ਤੇ 18 ਮਿਲਦੇ ਹਨ।
   (viii) ਸੰਖਿਆ p ਦੇ ਅੱਧੇ ਵਿੱਚੋਂ 2 ਜੋੜਨ 'ਤੇ 8 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
6. (i) $5m + 7 = 37$ (ii) $3y + 4 = 49$ (iii) $2l + 7 = 87$ (iv) $4b = 180°$

ਅਭਿਆਸ 4.2

1. (a) ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ 1 ਜੋੜੋ; $x = 1$ (b) ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ 1 ਘਟਾਓ; $x = -1$
   (c) ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ 1 ਜੋੜੋ; $x = 6$ (d) ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ 6 ਘਟਾਓ; $x = -4$
   (e) ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ 4 ਜੋੜੋ; $y = -3$ (f) ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ 4 ਜੋੜੋ; $y = 8$
   (g) ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ 4 ਘਟਾਓ; $y = 0$ (h) ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ 4 ਘਟਾਓ; $y = -8$
2. (a) ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦਿਓ; $l = 14$ (b) ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ; $b = 12$
   (c) ਦੋਵਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 7 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ $p = 28$ (d) ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 4 ਭਾਗ ਕਰੋ; $x = \frac{25}{4}$
   (e) ਦੋਵਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 8 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ; $y = \frac{36}{8}$ (f) ਦੋਵਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 3 ਗੁਣਾ ਕਰੋ; $z = \frac{15}{4}$
   (g) ਦੋਵਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ; $a = \frac{7}{3}$ (h) ਦੋਵਾਂ ਪਾਸਿਆ ਨੂੰ 20 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ; $t = -\frac{1}{2}$
3. (a) ਪਗ 1: ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚ 2 ਜੋੜੋ, (b) ਪਗ 1: ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚ 7 ਘਟਾਓ
   ਪਗ 2: ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ ; $n = 16$ ਪਗ 2: ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ; $m = 2$
   (c) ਪਗ 1: ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ (d) ਪਗ 1: ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 10 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ
   ਪਗ 2: ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 20 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ; $p = 6$ ਪਗ 2: ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ; $p = 20$

4. (a) $p = 10$ (b) $p = 9$ (c) $p = 20$ (d) $p = -15$ (e) $p = 8$ (f) $x = -3$
(g) $x = -4$ (h) $x = 0$ (i) $q = 3$ (j) $q = 3$ (k) $q = -3$ (l) $q = 3$

ਅਭਿਆਸ 4.3

1. (a) $y = 8$ (b) $t = \frac{12}{5}$ (c) $a = -5$ (d) $q = -8$ (e) $x = -4$ (f) $x = \frac{5}{2}$
(g) $m = \frac{1}{2}$ (h) $z = -2$ (i) $l = \frac{4}{9}$ (j) $b = 12$
2. (a) $x = 2$ (b) $n = 12$ (c) $n = -2$ (d) $x = -4$ (e) $x = 0$
3. (a) $p = \frac{14}{3}$ (b) $p = \frac{6}{5}$ (c) $t = -\frac{6}{5}$ (d) $p = 7$ (e) $m = 2$
4. (a) ਸੰਭਵ ਸਮੀਕਰਣ ਹਨ : $10x + 2 = 22$; $\frac{x}{5} = \frac{2}{5}$; $5x - 3 = 7$
(b) ਸੰਭਵ ਸਮੀਕਰਣ ਹਨ : $3x = -6$; $3x + 7 = 1$; $3x + 10 = 4$

ਅਭਿਆਸ 4.4

1. (a) $8x + 4 = 60$; $x = 7$ (b) $\frac{x}{5} - 4 = 3$; $x = 35$ (c) $\frac{3}{4}y + 3 = 21$; $y = 24$
(d) $2m - 11 = 15$; $m = 13$ (e) $50 - 3x = 8$; $x = 14$ (f) $\frac{x+19}{5} = 8$; $x = 21$
(g) $\frac{5n}{2} - 7 = 23$; $n = 12$
2. (a) ਨਿਊਨਤਮ ਅੰਕ = 40 (b) ਹਰੇਕ ਕੋਣ 70° (c) ਸਚਿਨ : 132 ਰਨ, ਰਾਹੁਲ: 66 ਰਨ
3. (i) 6 (ii) 15 ਸਾਲ (iii) 25 4. 30

ਅਭਿਆਸ 5.1

1. (i) 70° (ii) 27° (iii) 33°
2. (i) 75° (ii) 93° (iii) 26°
3. (i) ਸੰਪੂਰਕ (ii) ਪੂਰਕ (iii) ਸੰਪੂਰਕ
(iv) ਸੰਪੂਰਕ (v) ਪੂਰਕ (vi) ਪੂਰਕ
4. 45° 5. 90° 6. ਜਿਸ ਮਾਪ ਨਾਲ $\angle 1$ ਘਟੇਗਾ ਉਸੇ ਮਾਪ ਨਾਲ $\angle 2$ ਵਧੇਗਾ।
7. (i) ਨਹੀਂ (ii) ਨਹੀਂ (iii) ਹਾਂ 8. 45° ਤੋਂ ਘੱਟ
9. (i) ਹਾਂ (ii) ਨਹੀਂ (iii) ਹਾਂ (iv) ਹਾਂ (v) ਹਾਂ (vi) $\angle COB$
10. (i) $\angle 1, \angle 4; \angle 5, \angle 2 + \angle 3$ (ii) $\angle 1, \angle 5; \angle 4, \angle 5$
11. $\angle 1$ ਅਤੇ $\angle 2$ ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣ ਨਹੀਂ ਹਨ ਕਿਉਂਕਿ ਇਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਸਿਖਰ ਸਾਂਝਾਂ ਨਹੀਂ ਹੈ।
12. (i) $x = 55^\circ$, $y = 125^\circ$, $z = 125^\circ$ (ii) $x = 115^\circ$, $y = 140^\circ$, $z = 40^\circ$
13. (i) 90° (ii) 180° (iii) ਸੰਪੂਰਕ (iv) ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ (v) ਸਮਾਨ (vi) ਅਧਿਕ ਕੋਣ

14. (i) $\angle AOD$, $\angle BOC$ (ii) $\angle EOA$, $\angle AOB$ (iii) $\angle EOB$, $\angle EOD$
(iv) $\angle EOA$, $\angle EOC$ (v) $\angle AOB$, $\angle AOE$; $\angle AOE$, $\angle EOD$; $\angle EOD$, $\angle COD$

ਅਭਿਆਸ 5.2

1. (i) ਸੰਗਤ ਕੋਣ ਗੁਣ (ii) ਅੰਦਰਲੇ ਇਕਾਂਤਰ ਕੋਣ ਗੁਣ
(iii) ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਦੇ ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਦੇ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਸਪੂੰਰਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
2. (i) $\angle 1, \angle 5$; $\angle 2, \angle 6$; $\angle 3, \angle 7$; $\angle 4, \angle 8$ (ii) $\angle 2, \angle 8$; $\angle 3, \angle 5$
(iii) $\angle 2, \angle 5$; $\angle 3, \angle 8$ (iv) $\angle 1, \angle 3$; $\angle 2, \angle 4$; $\angle 5, \angle 7$; $\angle 6, \angle 8$
3. $a = 55°$; $b = 125°$; $c = 55°$; $d = 125°$; $e = 55°$; $f = 55°$
4. (i) $x = 70°$ (ii) $x = 100°$
5. (i) $\angle DGC = 70°$ (ii) $\angle DEF = 70°$
6. (i) l, m ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਨਹੀਂ ਹੈ। (ii) l, m ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਨਹੀਂ ਹੈ।
(iii) l, m ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੈ। (iv) l, m ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਅਭਿਆਸ 6.1

1. ਉਚਾਈ, ਮੱਧਿਕਾ, ਨਹੀਂ

ਅਭਿਆਸ 6.2

1. (i) 120° (ii) 110° (iii) 70° (iv) 120° (v) 100° (vi) 90°
2. (i) 65° (ii) 30° (iii) 35° (iv) 60° (v) 50° (vi) 40°

ਅਭਿਆਸ 6.3

1. (i) 70° (ii) 60° (iii) 40° (iv) 65° (v) 60° (vi) 30°
2. (i) $x = 70°, y = 60°$ (ii) $x = 50°, y = 80°$ (iii) $x = 110°, y = 70°$
(iv) $x = 60°, y = 90°$ (v) $x = 45°, y = 90°$ (vi) $x = 60°, y = 60°$

ਅਭਿਆਸ 6.4

1. (i) ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ ਹੈ (ii) ਸੰਭਵ ਹੈ (iii) ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ ਹੈ।
2. (i) ਹਾਂ (ii) ਹਾਂ (iii) ਹਾਂ 3. ਹਾਂ 4. ਹਾਂ 5. ਨਹੀਂ
6. 3 ਅਤੇ 27 ਦੇ ਵਿੱਚ

ਅਭਿਆਸ 6.5

1. 26 ਸਮ 2. 24 ਸਮ 3. 9 ਮੀ. 4. (i) ਅਤੇ (iii) 5. 18 ਮੀ. 6. (ii)
7. 98 ਸਮ 8. 68 ਸਮ

ਅਭਿਆਸ 7.1

1. (a) ਦੋਵਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। (b) $70°$ (c) $m\angle A = m\angle B$
3. $\angle A \leftrightarrow \angle F$, $\angle B \leftrightarrow \angle E$, $\angle C \leftrightarrow \angle D$, $\overline{AB} \leftrightarrow \overline{FE}$, $\overline{BC} \leftrightarrow \overline{ED}$, $\overline{AC} \leftrightarrow \overline{FD}$
4. (i) $\angle C$ (ii) $\overline{CA}$ (iii) $\angle A$ (iv) $\overline{BA}$

ਅਭਿਆਸ 7.2

1. (a) SSS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ (b) SAS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ
   (c) ASA ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ (d) RHS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ
2. (a) (i) PE (ii) EN (iii) PN (b) (i) EN (ii) AT
   (c) (i) $\angle RAT = \angle EPN$ (ii) $\angle ATR = \angle PNE$
3. (i) ਦਿੱਤਾ ਹੈ (ii) ਦਿੱਤਾ ਹੈ (iii) ਸਾਂਝਾ (iv) SAS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ
4. ਨਹੀਂ
5. ΔWON
6. ΔBTA, ΔTPQ
9. BC = QR, ASA ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਨਿਯਮ

ਅਭਿਆਸ 8.1

1. (a) 10:1 (b) 500:7 (c) 100:3 (d) 20:1
2. 12 ਕੰਪਿਊਟਰ
3. (i) ਰਾਜਸਥਾਨ : 190 ਵਿਅਕਤੀ; ਉੱਤਰ ਪ੍ਰਦੇਸ਼ : 830 ਵਿਅਕਤੀ (ii) ਰਾਜਸਥਾਨ

ਅਭਿਆਸ 8.2

1. (a) 12.5% (b) 125% (c) 7.5% (d) $28\frac{4}{7}\%$
2. (a) 65% (b) 210% (c) 2% (d) 1235%
3. (i) $\frac{1}{4}$, 25% (ii) $\frac{3}{5}$; 60% (iii) $\frac{3}{8}$; 37.5%
4. (a) 37.5 (b) $\frac{3}{5}$ ਮਿੰਟ ਜਾਂ 36 ਸੈਕਿੰਡ (c) 500 ਰੁਪਏ (d) 0.75 ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਜਾਂ 750 ਗ੍ਰਾਮ
5. (a) 12000 (b) ₹9000 (c) 1250 ਕਿਲੋਮੀਟਰ (d) 20 ਮਿੰਟ (e) 500 ਲਿਟਰ
6. (a) 0.25; $\frac{1}{4}$ (b) 1.5; $\frac{3}{2}$ (c) 0.2; $\frac{1}{5}$ (d) 0.05; $\frac{1}{20}$
7. 30%
8. 40%; 6000
9. ₹4000
10. 5

ਅਭਿਆਸ 8.3

1. (a) ਲਾਭ = ₹ 75 ਰੁਪਏ, ਲਾਭ % = 30 (b) ਲਾਭ = ₹1500, ਲਾਭ % = 12.5
   (c) ਲਾਭ = ₹ 500 ; ਲਾਭ % = 20 (d) ਹਾਨੀ = ₹ 100, ਹਾਨੀ % = 40
2. (a) 75%; 25% (b) 20%, 30%, 50% (c) 20%; 80% (d) 12.5%; 25%; 62.5%
3. 2%
4. $5\frac{5}{7}\%$
5. ₹ 12000
6. ₹ 16875
7. (i) 12% (ii) 25
8. ₹ 233.75
9. (a) ₹ 1632 (b) ₹ 8625
10. 0.25%
11. ₹ 500

ਅਭਿਆਸ 9.1

1. (i) $\frac{-2}{3}, \frac{-1}{2}, \frac{-2}{5}, \frac{-1}{3}, \frac{-2}{7}$ (ii) $\frac{-3}{2}, \frac{-5}{3}, \frac{-8}{5}, \frac{-10}{7}, \frac{-9}{5}$

(iii) $\frac{-35}{45}\left(=\frac{-7}{9}\right), \frac{-34}{45}, \frac{-33}{45}\left(=\frac{-11}{15}\right), \frac{-32}{45}, \frac{-31}{45}$ (iv) $\frac{-1}{3}, \frac{-1}{4}, 0, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$

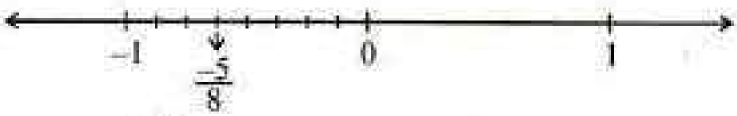
2. (i) $\frac{-15}{25}, \frac{-18}{30}, \frac{-21}{35}, \frac{-24}{40}$ (ii) $\frac{-4}{16}, \frac{-5}{20}, \frac{-6}{24}, \frac{-7}{28}$

(iii) $\frac{5}{-30}, \frac{6}{-36}, \frac{7}{-42}, \frac{8}{-48}$ (iv) $\frac{8}{-12}, \frac{10}{-15}, \frac{12}{-18}, \frac{14}{-21}$

3. (i) $\frac{-4}{14}, \frac{-6}{21}, \frac{-8}{28}, \frac{-10}{35}$ (ii) $\frac{10}{-6}, \frac{15}{-9}, \frac{20}{-12}, \frac{25}{-15}$ (iii) $\frac{8}{18}, \frac{12}{27}, \frac{16}{36}, \frac{28}{63}$

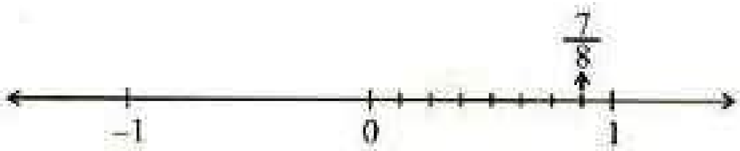
4. (i)

(ii)



(iii)

(iv)



5. P ਨਿਰੂਪਤ ਕਰਦਾ ਹੈ $\frac{7}{3}$; Q ਨਿਰੂਪਤ ਕਰਦਾ ਹੈ $\frac{8}{3}$; R ਨਿਰੂਪਤ ਕਰਦਾ ਹੈ $\frac{-4}{3}$; S ਨਿਰੂਪਤ ਕਰਦਾ ਹੈ $\frac{-5}{3}$

6. (ii), (iii), (iv), (v)

7. (i) $\frac{-4}{3}$ (ii) $\frac{5}{9}$ (iii) $\frac{-11}{18}$ (iv) $\frac{-4}{5}$

8. (i) $<$ (ii) $<$ (iii) $=$ (iv) $>$ (v) $<$ (vi) $=$ (vii) $>$

9. (i) $\frac{5}{2}$ (ii) $\frac{-5}{6}$ (iii) $\frac{2}{-3}$ (iv) $\frac{1}{4}$ (v) $-3\frac{2}{7}$

10. (i) $\frac{-3}{5}, \frac{-2}{5}, \frac{-1}{5}$ (ii) $\frac{-4}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{-2}{9}$ (iii) $\frac{-3}{2}, \frac{-3}{4}, \frac{-3}{7}$

ਅਭਿਆਸ 9.2

1. (i) $\frac{-3}{2}$ (ii) $\frac{34}{15}$ (iii) $\frac{17}{30}$ (iv) $\frac{82}{99}$
   (v) $\frac{-26}{57}$ (vi) $\frac{-2}{3}$ (vii) $\frac{34}{15}$
2. (i) $\frac{-13}{72}$ (ii) $\frac{23}{63}$ (iii) $\frac{1}{195}$ (iv) $\frac{-89}{88}$ (v) $\frac{-73}{9}$
3. (i) $\frac{-63}{8}$ (ii) $\frac{-27}{10}$ (iii) $\frac{-54}{55}$ (v) $\frac{-6}{35}$ (v) $\frac{6}{55}$
   (vi) 1
4. (i) -6 (ii) $\frac{-3}{10}$ (iii) $\frac{4}{15}$ (iv) $\frac{-1}{6}$ (v) $\frac{-14}{13}$
   (vi) $\frac{91}{24}$ (vii) $\frac{-15}{4}$

ਅਭਿਆਸ 11.1

1. (i) 150000 ਮੀਟਰ^2 (ii) ₹ 1,500,000,000
2. 6400 ਮੀਟਰ^2 3. 20 ਮੀਟਰ 4. 15 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ; 525 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ^2 5. 40 ਮੀਟਰ
6. 31 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ; ਵਰਗ 7. 35 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ; 1050 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ^2 8. ₹ 284

ਅਭਿਆਸ 11.2

1. (a) 28 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ^2 (b) 15 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ^2 (c) 8.75 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ^2 (d) 24 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ^2 (e) 8.8 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ^2
2. (a) 6 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ^2 (b) 8 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ^2 (c) 6 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ^2 (d) 3 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ^2
3. (a) 12.3 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ (b) 10.3 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ (c) 5.8 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ (d) 1.05 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ
4. (a) 11.6 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ (b) 80 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ (c) 15.5 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ
5. (a) 91.2 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ^2 (b) 11.4 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ
6. BM ਦੀ ਲੰਬਾਈ = 30 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ; DL ਦੀ ਲੰਬਾਈ = 42 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ
7. ΔABC ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = 30 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ^2; AD ਦੀ ਲੰਬਾਈ = $\frac{60}{13}$ ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ
8. ΔABC ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = 27 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ^2; CE ਦੀ ਉਚਾਈ = 7.2 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ

ਅਭਿਆਸ 11.3

1. (a) 88 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ (b) 176 ਮਿਲੀ ਮੀਟਰ (c) 132 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ
2. (a) 616 ਮਿਲੀ ਮੀਟਰ^2 (b) 1886.5 ਮੀਟਰ^2 (c) $\frac{550}{7}$ ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ^2
3. 24.5 ਮੀਟਰ; 1886.5 ਮੀਟਰ^2 4. 132 ਮੀਟਰ; ₹ 528 5. 21.98 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ^2
6. 4.71 ਮੀਟਰ; ₹ 70.65 7. 25.7 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ 8. ₹ 30.14 (ਲਗਭਗ) 9. 7 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ; 154 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ^2; 11 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ; ਚੱਕਰ
10. 536 ਸਮ^2 11. 23.44 ਸਮ^2 12. 5 ਸਮ; 78.5 ਸਮ^2 13. 879.20 ਸਮ^2
14. ਹਾਂ 15. 119.32 ਮੀਟਰ; 56.52 ਮੀਟਰ 16. 200 ਗੁਣਾ 17. 94.2 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ

ਅਭਿਆਸ 11.4

1. 1750 ਮੀਟਰ^2 ; 0.675 ਹੈਕਟੇਅਰ **2.** 1176 ਮੀਟਰ^2 **3.** 30 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ^2

4. (i) 63 ਮੀਟਰ^2 (ii) ₹ 12,600 **5.** (i) 116 ਮੀਟਰ^2 (ii) ₹ 31,360

6. 0.99 ਹੈਕਟੇਅਰ; 1.2 ਹੈਕਟੇਅਰ **7.** (i) 441 ਮੀਟਰ^2 (ii) ₹ 48,510 **8.** ਹਾਂ, 12 ਮੀ. ਰੱਸੀ ਬਚਦੀ ਹੈ

9. (i) 50 ਮੀਟਰ^2 (ii) 12.56 ਮੀਟਰ^2 (iii) 37.44 ਮੀਟਰ^2 (iv) 12.56 ਮੀਟਰ

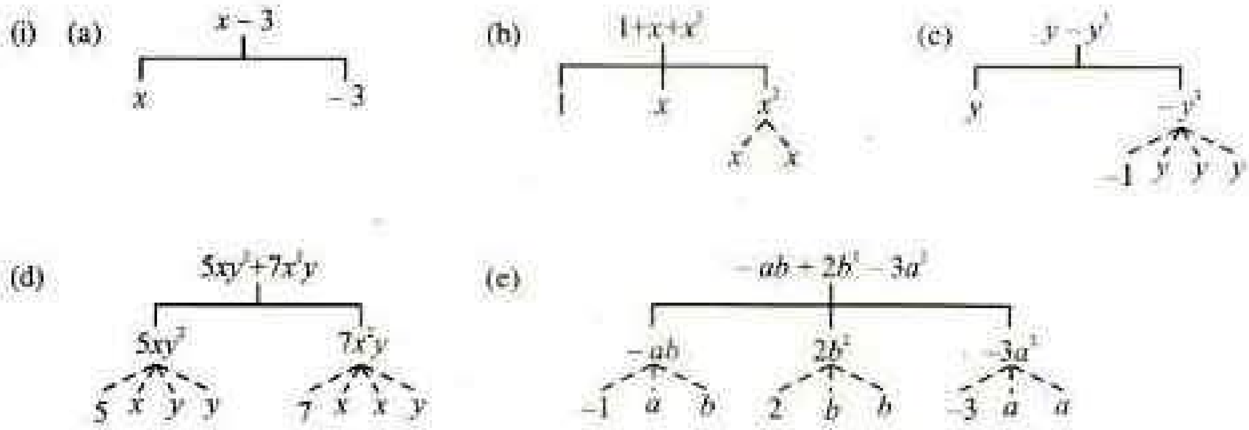
10. (i) 110 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ^2 (ii) 150 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ^2 **11.** 66 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ^2

ਅਭਿਆਸ 12.1

1. (i) $y - z$ (ii) $\frac{1}{2}(x + y)$ (iii) z^2 (iv) $\frac{1}{4}pq$ (v) $x^2 + y^2$ (vi) $5 + 3\,mn$

(vii) $10 - yz$ (viii) $ab - (a + b)$

2. (i)



(ii)

	ਵਿਅੰਜਕ	ਪਦ	ਗੁਣਨਖੰਡ
(a)	$-4x + 5$	$-4x$ 5	$-4, x$ 5
(b)	$-4x + 5y$	$-4x$ $5y$	$-4, x$ $5, y$
(c)	$5y + 3y^2$	$5y$ $3y^2$	$5, y$ $3, y, y$
(d)	$xy + 2x^2y^2$	xy $2x^2y^2$	x, y $2, x, x, y, y$
(e)	$pq + q$	pq q	p, q q
(f)	$1.2ab - 2.4b + 3.6a$	$1.2ab$ $-2.4b$ $3.6a$	$1.2, a, b$ $-2.4, b$ $3.6, a$

(g)	$\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}x$ $\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}, x$ $\frac{1}{4}$
(h)	$0.1p^2 + 0.2q^2$	$0.1p^2$ $0.2q^2$	$0.1, p, p$ $0.2, q, q$

3.

	ਵਿਅੰਜਕ	ਪਦ	ਗੁਣਾਂਕ
(i)	$5 - 3t^2$	$-3t^2$	-3
(ii)	$1 + t + t^2 + t^3$	t t^2 t^3	1 1 1
(iii)	$x + 2xy + 3y$	x $2xy$ $3y$	1 2 3
(iv)	100 m +1000 n	100 m 1000 n	100 1000
(v)	$-p^2q^2 + 7pq$	$-p^2q^2$ $7pq$	-1 7
(vi)	$1.2a + 0.8b$	$1.2\ a$ $0.8\ b$	1.2 0.8
(vii)	$3.14r^2$	$3.14r^2$	3.14
(viii)	$2(l + b)$	$2l$ $2b$	2 2
(ix)	$0.1y + 0.01y^2$	$0.1y$ $0.01y^2$	0.1 0.01

4. (a)

	ਵਿਅੰਜਕ	ਗੁਣਨਖੰਡ x ਵਾਲਾ	x ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ
(i)	$y^2x + y$	y^2x	y^2
(ii)	$13y^2 - 8yx$	$-8yx$	$-8y$
(iii)	$x + y + 2$	x	1
(iv)	$5 + z + zx$	zx	z
(v)	$1 + x + xy$	x xy	1 y
(vi)	$12xy^2 + 25$	$12xy^2$	$12y^2$
(vii)	$7 + xy^2$	xy^2	y^2

(b)

	ਵਿਅੰਜਕ	ਗੁਣਨਖੰਡ y^2 ਵਾਲਾ	y^2 ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ
(i)	$8 - xy^2$	$-xy^2$	$-x$
(ii)	$5y^2 + 7x$	$5y^2$	5
(iii)	$2x^2y - 15xy^2 + 7y^2$	$-15xy^2$ $7y^2$	$-15x$ 7

5. (i) ਦੋ ਪਦੀ (ii) ਇੱਕ ਪਦੀ (iii) ਤਿੰਨ ਪਦੀ (iv) ਇੱਕ ਪਦੀ
(v) ਤਿੰਨ ਪਦੀ (vi) ਦੋ ਪਦੀ (vii) ਦੋ ਪਦੀ (viii) ਇੱਕ ਪਦੀ
(ix) ਤਿੰਨ ਪਦੀ (x) ਦੋ ਪਦੀ (xi) ਦੋ ਪਦੀ (xii) ਤਿੰਨ ਪਦੀ

6. (i) ਸਮਾਨ ਪਦ (ii) ਸਮਾਨ ਪਦ (iii) ਅਸਮਾਨ ਪਦ (iv) ਸਮਾਨ ਪਦ
(v) ਅਸਮਾਨ ਪਦ (vi) ਅਸਮਾਨ ਪਦ

7. (a) $-xy^2, 2xy^2; -4yx^2, 20x^2y; 8x^2, -11x^2, -6x^2; 7y, y; -100x, 3x; -11yx, 2xy.$
(b) $10pq, -7qp, 78qp; 7p, 2405p; 8q, -100q; -p^2q^2, 12q^2p^2; -23, 41; -5p^2, 701p^2; 13p^2q, qp^2$

ਅਭਿਆਸ 12.2

1. (i) $8b - 32$ (ii) $7z^3 + 12z^2 - 20z$ (iii) $p - q$ (iv) $a + ab$
(v) $8x^2y + 8xy^2 - 4x^2 - 7y^2$ (vi) $4y^2 - 3y$

2. (i) $2mn$ (ii) $-5tz$ (iii) $12mn - 4$ (iv) $a + b + 3$
(v) $7x + 5$ (vi) $3m - 4n - 3mn - 3$ (vii) $9x^2y - 8xy^2$
(viii) $5pq + 20$ (ix) 0 (x) $-x^2 - y^2 - 1$

3. (i) $6y^2$ (ii) $-18xy$ (iii) $2b$ (iv) $5a + 5b - 2ab$
(v) $5m^2 - 8mn + 8$ (vi) $x^2 - 5x - 5$
(vii) $10ab - 7a^2 - 7b^2$ (viii) $8p^2 + 8q^2 - 5pq$

4. (a) $x^2 + 2xy - y^2$ (b) $5a + b - 6$

5. $4x^2 - 3y^2 - xy$

6. (a) $-y + 11$ (b) $2x + 4$

ਅਭਿਆਸ 12.3

1. (i) 0 (ii) 1 (iii) –1 (iv) 1 (v) 1

2. (i) –1 (ii) –13 (iii) 3 **3.** (i) –9 (ii) 3 (iii) 0 (iv) 1

4. (i) 8 (ii) 4 (iii) 0 **5.** (i) –2 (ii) 2 (iii) 0 (iv) 2

6. (i) $5x - 13; -3$ (ii) $8x - 1; 15$ (iii) $11x - 10; 12$ (iv) $11x + 7; 29$

7. (i) $2x+4; 10$ (ii) $-4x + 6; -6$ (iii) $-5a + 6; 11$ (iv) $-8b + 6; 22$ (v) $3a - 2b - 9; -8$

8. (i) 1000 (ii) 20 **9.** –5 **10.** $2a^2 + ab + 3; 38$

ਅਭਿਆਸ 12.4

1.

ਅੰਕ	ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ	ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ
6	5	26
	10	51
	100	501
4	5	16
	10	31
	100	301
8	5	27
	10	52
	100	502

2. (i) $2n - 1 \rightarrow$ 100 ਵਾਂ : 199
(ii) $3n + 2 \rightarrow$ 5 ਵਾਂ : 17; 10 ਵਾਂ : 32; 100 ਵਾਂ : 302
(iii) $4n + 1 \rightarrow$ 5 ਵਾਂ : 21; 10 ਵਾਂ : 41; 100 ਵਾਂ : 401
(iv) $7n + 20 \rightarrow$ 5 ਵਾਂ : 55; 10 ਵਾਂ : 90; 100 ਵਾਂ : 720
(v) $n^2 + 1 \rightarrow$ 5 ਵਾਂ : 26; 10 ਵਾਂ : 101

ਅਭਿਆਸ 13.1

1. (i) 64 (ii) 729 (iii) 121 (iv) 625
2. (i) 6^4 (ii) t^2 (iii) b^4 (iv) $5^2 \times 7^3$ (v) $2^2 \times a^2$ (vi) $a^3 \times c^4 \times d$
3. (i) 2^9 (ii) 7^3 (iii) 3^6 (iv) 5^5
4. (i) 3^4 (ii) 3^5 (iii) 2^8 (iv) 2^{100} (v) 2^{10}
5. (i) $2^3 \times 3^4$ (ii) 5×3^4 (iii) $2^2 \times 3^3 \times 5$ (iv) $2^4 \times 3^2 \times 5^2$
6. (i) 2000 (ii) 196 (iii) 40 (iv) 768 (v) 0
(vi) 675 (vii) 144 (viii) 90000
7. (i) -64 (ii) 24 (iii) 225 (iv) 8000
8. (i) $2.7 \times 10^{12} > 1.5 \times 10^8$ (ii) $4 \times 10^{14} < 3 \times 10^{17}$

ਅਭਿਆਸ 13.2

1. (i) 3^{14} (ii) 6^5 (iii) a^5 (iv) 7^{x+2} (v) 5^3 (vi) $(10)^5$
(vii) $(ab)^4$ (viii) 3^{12} (ix) 2^8 (x) 8^{t-2}
2. (i) 3^3 (ii) 5^5 (iii) 5^5 (iv) 7×11^5 (v) 3^0 or 1 (vi) 3
(vii) 1 (viii) 2 (ix) $(2a)^2$ (x) a^{10} (xi) a^3b (xii) 2^8
3. (i) ਗਲਤ; $10 \times 10^{11} = 10^{12}$ ਅਤੇ $(100)^{11} = 10^{22}$ (ii) ਗਲਤ; $2^3 = 8$, $5^2 = 25$
(iii) ਗਲਤ; $6^5 = 2^5 \times 3^5$ (iv) ਠੀਕ; $3^0 = 1$, $(1000)^0 = 1$
4. (i) $2^8 \times 3^4$ (ii) $2 \times 3^3 \times 5$ (iii) $3^6 \times 2^6$ (iv) $2^8 \times 3$
5. (i) 98 (ii) $\frac{5t^4}{8}$ (iii) 1

ਅਭਿਆਸ 13.3

1. $279404 = 2 \times 10^5 + 7 \times 10^4 + 9 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 4 \times 10^0$

$3006194 = 3 \times 10^6 + 0 \times 10^5 + 0 \times 10^4 + 6 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 4 \times 10^0$

$2806196 = 2 \times 10^6 + 8 \times 10^5 + 0 \times 10^4 + 6 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 6 \times 10^0$

$120719 = 1 \times 10^5 + 2 \times 10^4 + 0 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 9 \times 10^0$

$20068 = 2 \times 10^4 + 0 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 8 \times 10^0$

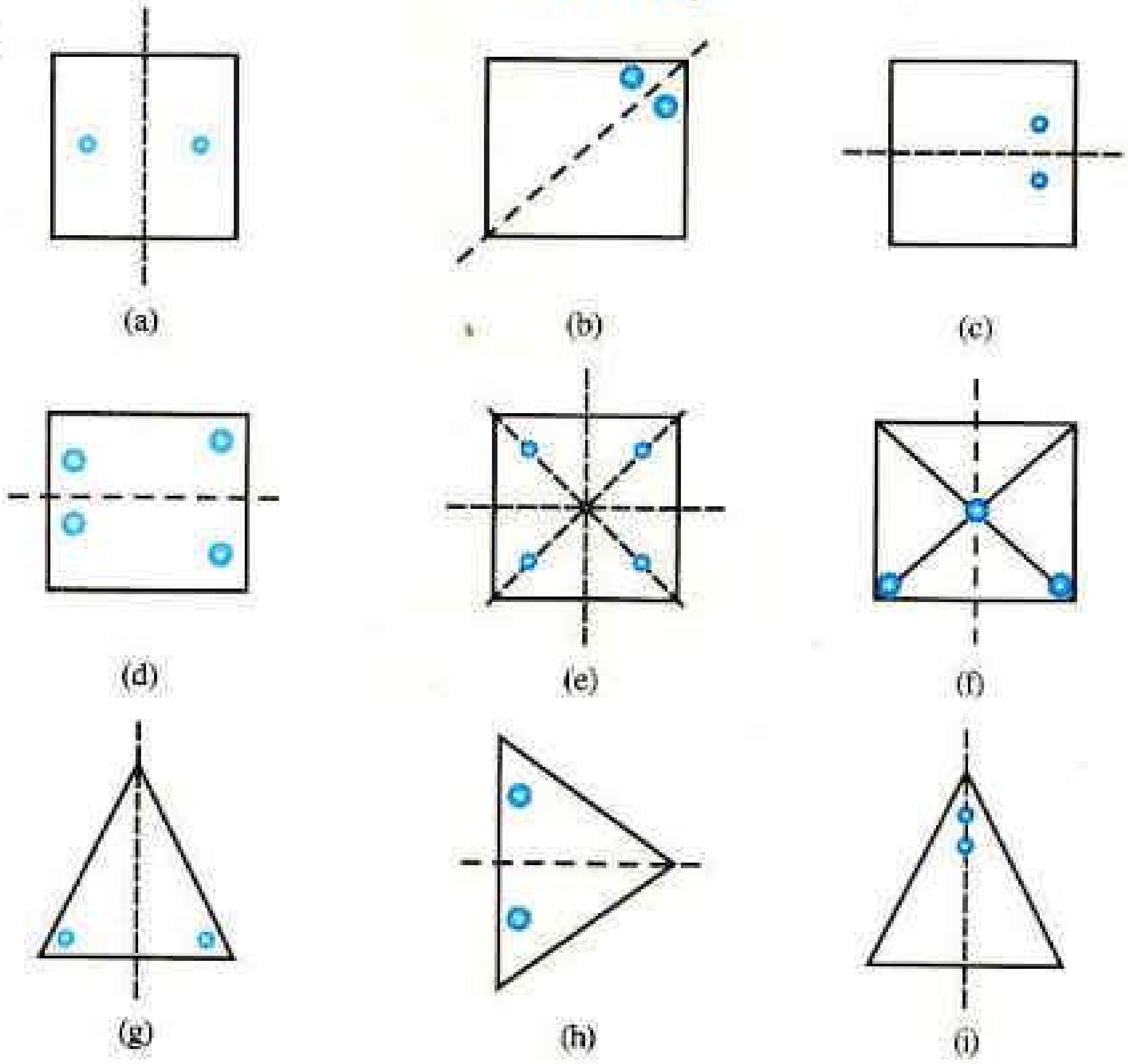
2. (a) 86045 (b) 405302 (c) 30705 (d) 900230

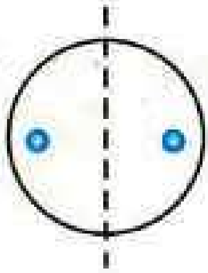
3. (i) 5×10^7 (ii) 7×10^6 (iii) 3.1865×10^9 (iv) 3.90878×10^5
(v) 3.90878×10^4 (vi) 3.90878×10^3

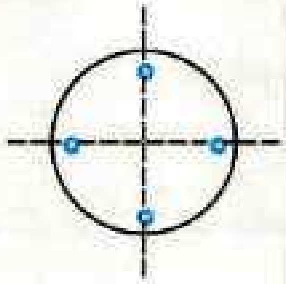
4. (a) 3.84×10^8 ਮੀਟਰ (b) 3×10^8 ਮੀਟਰ/ਸੈਕਿੰਡ (c) 1.2756×10^7 ਮੀਟਰ (d) 1.4×10^9 ਮੀਟਰ
(e) 1×10^{11} (f) 1.2×10^{10} ਸਾਲ (g) 3×10^{20} ਮੀਟਰ (h) 6.023×10^{22}
(i) 1.353×10^9 ਕਿਲੋਮੀਟਰ (j) 1.027×10^9

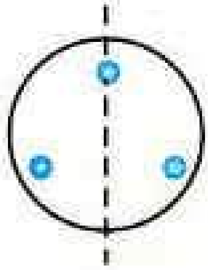
ਅਭਿਆਸ 14.1

1.



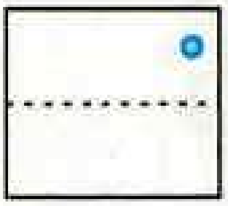

(j)

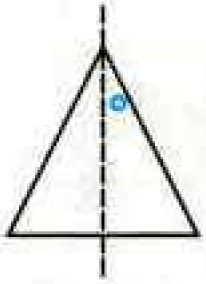

(k)


(l)

2.


(a)

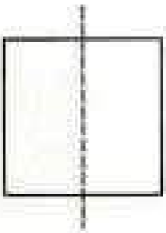

(b)

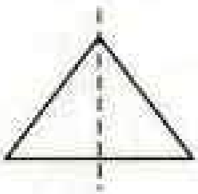

(c)

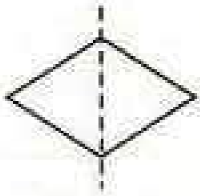

(d)


(e)

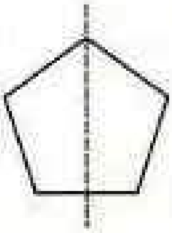
3.


(a) ਵਰਗ


(b) ਤ੍ਰਿਭੁਜ

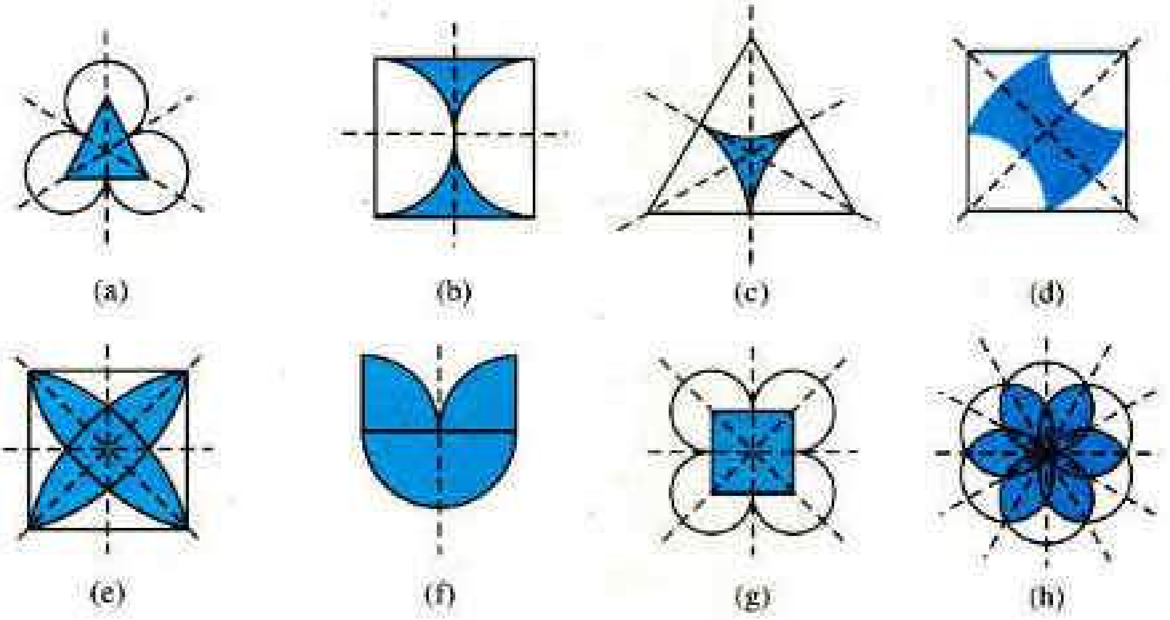

(c) ਸਮਚਤੁਰਭੁਜ


(d) ਚੱਕਰ


(e) ਪੰਜਭੁਜ


(f) ਅੱਠਭੁਜ

4.



7. (a) 3 (b) 1 (c) 0 (d) 4 (e) 2 (f) 2
(g) 0 (h) 0 (i) 6 (j) ਅਨੰਤ

8. (a) A, H, I, M, O, T, U, V, W, X, Y (b) B, C, D, E, H, I, O, X
(c) O, X, I, H

10. (a) ਮੱਧਿਕਾ (b) ਵਿਆਸ

ਅਭਿਆਸ 14.2

1. (a), (b), (d), (e), (f)

2. (a) 2 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) 4 (f) 5
(g) 6 (h) 3

ਅਭਿਆਸ 14.3

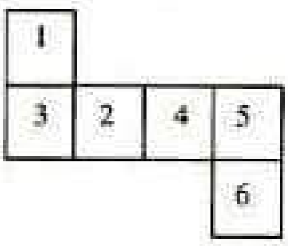
3. ਹਾਂ 5. ਵਰਗ 6. 120°, 180°, 240°, 300°, 360°

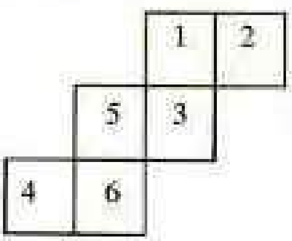
7. (i) ਹਾਂ (ii) ਨਹੀਂ

ਅਭਿਆਸ 15.1

1. (ii), (iii), (iv), (vi) ਦੇ ਜਾਲ ਘਣ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ।

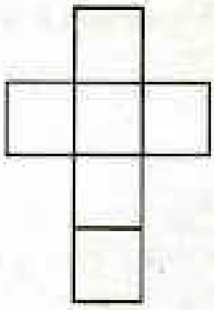
2.

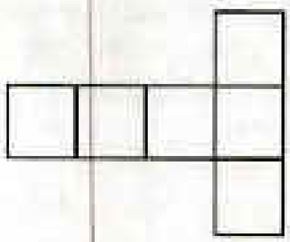




3. ਨਹੀਂ, ਕਿਉਂਕਿ ਸਨਮੁੱਖ ਫਲਕਾਂ ਦੇ ਇੱਕ ਜੋੜੇ 'ਤੇ 1 ਅਤੇ 4 ਹੋਣਗੇ, ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 7 ਨਹੀਂ ਹੈ ਅਤੇ ਸਨਮੁੱਖ ਫਲਕਾਂ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਜੋੜੇ 'ਤੇ 3 ਅਤੇ 6 ਹੋਣਗੇ, ਜਿੰਨ੍ਹਾ ਦਾ ਜੋੜ ਵੀ 7 ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗਾ।

4. ਤਿੰਨ ਫਲਕ





5. (a) (ii) (b) (iii) (c) (iv) (d) (i)

ਦਿਮਾਗੀ ਕਸਰਤ

1. ਇਹ ਸੰਖਿਆ ਬੁਝਾਰਤ ਨੂੰ ਸੁਲਝਾਓ :
   (i) ਦੱਸੋ ਮੈਂ ਕੌਣ ਹਾਂ ; ਮੈਂ ਕੌਣ ਹਾਂ।
   ਮੇਰੇ ਵਿੱਚੋਂ ਅੱਠ ਕੱਢ ਕੇ
   ਫਿਰ ਉਸਨੂੰ ਇਕ ਦਰਜਨ ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ 'ਤੇ
   ਪਾਉਗੇ ਤੁਸੀਂ ਕ੍ਰਿਕਟ ਦੀ ਪੂਰੀ ਟੀਮ।
   (ii) ਇਕ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਛੇ ਗੁਣਾ ਵਿੱਚ ਚਾਰ ਮਿਲਾਕੇ
   ਪਾਉਗੇ ਤੁਸੀਂ ਚੌਹਠ।
   ਪੂਰਾ ਮਾਣ ਹੋਵੇਗਾ ਤੁਹਾਡਾ
   ਜੇ ਤੁਰੰਤ ਦੱਸੋ ਸਕੋਰ ਤੁਸੀਂ
2. ਇੰਨ੍ਹਾਂ ਬੁਝਾਰਤਾਂ ਨੂੰ ਸੁਲਝਾਓ:
   (i) ਕਿਸੇ ਜੰਗਲ ਵਿੱਚ ਸੀ ਇੱਕ ਪਿੱਪਲ ਦਾ ਦਰੱਖਤ
   ਇਸ ਵੱਡੇ ਦਰੱਖਤ ਦੀਆਂ ਟਹਿਣੀਆਂ ਸੀ ਦਸ ਅਤੇ ਤਿੰਨ
   ਹਰ ਟਹਿਣੀ 'ਤੇ ਰਹਿੰਦੇ ਸੀ ਪੰਛੀ ਚੌਦਾਂ
   ਚਿੜੀਆਂ ਭੂਰੀ, ਕਾਂ ਕਾਲੇ ਅਤੇ ਤੋਤੇ ਹਰੇ।
   ਤੋਤਿਆਂ ਦੇ ਦੁੱਗਣੇ ਸੀ ਕਾਂ
   ਅਤੇ ਕਾਵਾਂ ਦੀਆਂ ਦੁੱਗਣੀਆਂ ਸਨ ਚਿੜੀਆਂ।
   ਸਾਨੂੰ ਹੈਰਾਨੀ ਹੈ ਕਿੰਨੇ ਸੀ ਪੰਛੀ ਹਰ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ,
   ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਨਹੀਂ ਕਰੋਗੇ ਮਦਦ ਇਹ ਲੱਭਣ ਵਿੱਚ ਸਾਡੀ ?
   (ii) ਮੇਰੇ ਕੋਲ ਕੁੱਝ ਪੰਜ ਰੁਪਏ ਦੇ ਅਤੇ ਕੁੱਝ ਦੋ ਰੁਪਏ ਦੇ ਸਿੱਕੇ ਹਨ। ਦੋ ਰੁਪਏ ਦੇ ਸਿੱਕਿਆ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਪੰਜ ਰੁਪਏ ਦੇ ਸਿੱਕਿਆ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਤੋਂ ਦੁੱਗਣੀ ਹੈ। ਮੇਰੇ ਕੋਲ ਕੁੱਲ ₹ 108 ਹਨ। ਮੇਰੇ ਕੋਲ ਪੰਜ ਰੁਪਏ ਦੇ ਕਿੰਨੇ ਸਿੱਕੇ ਹਨ ? ਅਤੇ ਦੋ ਰੁਪਏ ਦੇ ਕਿੰਨੇ ਸਿੱਕੇ ਹਨ ?

3. ਮੇਰੇ ਕੋਲ ਦੋ ਫੈਟ ਹਨ, ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਵਿੱਚ ਦੋ ਮੈਟ (ਦਰੀਆਂ) ਹਨ। ਹਰ ਮੈਟ ਵਿੱਚ ਦੋ ਕੈਟ (ਬਿੱਲੀਆਂ) ਹਨ। ਹਰ ਕੈਟ ਨੇ ਦੋ ਪੁਰਾਣੀਆਂ ਮਜਾਕੀਆਂ ਹੈਟ (ਟੋਪੀਆਂ) ਪਾਈਆਂ ਹੋਈਆ ਹਨ। ਹਰ ਹੈਟ 'ਤੇ ਦੋ ਛੋਟੇ ਰੈਟ (ਚੂਹੇ) ਹਨ। ਹਰ ਰੈਟ 'ਤੇ ਦੋ ਬੈਟ (ਛੋਟੇ ਚਮਗਿਦੜ) ਬੈਠੇ ਹਨ। ਦੱਸ ਮੇਰੇ ਫੈਟ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੀਆਂ ਚੀਜਾਂ ਹਨ ?
4. ਸਤਾਈ ਛੋਟੇ ਘਣਾਂ ਨੂੰ ਚਿਪਕਾ ਕੇ ਇੱਕ ਵੱਡਾ ਘਣ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ। ਵੱਡੇ ਘਣ ਦੇ ਬਾਹਰਲੇ ਭਾਗ ਨੂੰ ਪੀਲਾ ਰੰਗ ਕੀਤਾ ਗਿਆ। ਇਨ੍ਹਾਂ 27 ਛੋਟੇ ਘਣਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿੰਨੇ ਘਣਾਂ 'ਤੇ ਪੀਲਾ ਰੰਗ
   (i) ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਫਲਕ 'ਤੇ ਹੋਵੇਗਾ ?
   (ii) ਦੋ ਫਲਕਾਂ 'ਤੇ ਹੋਵੇਗਾ ?
   (iii) ਤਿੰਨ ਫਲਕਾਂ 'ਤੇ ਹੋਵੇਗਾ ?
5. ਰਾਹੁਲ ਆਪਣੇ ਬਗੀਚੇ ਦੇ ਇੱਕ ਦੌਰਖਤ ਦੀ ਉਚਾਈ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਚਾਹੁੰਦਾ ਸੀ। ਉਸਨੇ ਆਪਣੀ ਅਤੇ ਆਪਣੀ ਪਰਛਾਵੇਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਵੇਖਿਆ। ਉਹ 4:1 ਸੀ। ਫਿਰ ਉਸਨੇ ਉਸ ਦਰੱਖਤ ਦੇ ਪਰਛਾਵੇਂ ਨੂੰ ਮਿਣਿਆ। ਉਸਦਾ ਮਾਪ 15 ਫੁੱਟ ਸੀ। ਇਸ ਲਈ ਦਰੱਖਤ ਦੀ ਉਚਾਈ ਕੀ ਹੋਵੇਗੀ ?
6. ਇੱਕ ਲੱਕੜਹਾਰਾ 12 ਮਿੰਟ ਵਿੱਚ ਲੱਕੜੀ ਦੇ ਇੱਕ ਹਿੱਸੇ ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਟੁੱਕੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਕੱਟਦਾ ਹੈ। ਇਹੋ ਜਿਹੇ ਪੰਜ ਟੁੱਕੜੇ ਕਰਨ ਲਈ ਕਿੰਨਾ ਸਮਾਂ ਲੱਗੇਗਾ ?
7. ਧੋਣ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਇੱਕ ਕੱਪੜਾ 0.5% ਸੁੰਗੜ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਭਿੰਨ ਕਿੰਨੀ ਹੈ ?
8. ਸੁਮਿਤਾ ਦੀ ਮਾਂ ਦੀ ਉਮਰ 34 ਸਾਲ ਹੈ। ਅੱਜ ਤੋਂ ਦੋ ਸਾਲ ਬਾਅਦ ਮਾਂ ਦੀ ਉਮਰ ਸੁਮਿਤਾ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ ਤੋਂ ਚਾਰ ਗੁਣਾ ਹੋਵੇਗੀ। ਸੁਮਿਤਾ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ ਕੀ ਹੈ ?
9. ਮਾਇਆ, ਮਧੁਰਾ ਅਤੇ ਮੋਹਸਿਨਾ ਦੋਸਤ ਹਨ ਜੋ ਇੱਕ ਹੀ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹਦੀਆਂ ਹਨ। ਇੱਕ ਕਲਾਸ ਟੈਸਟ ਵਿੱਚ, ਭੁਗੋਲ ਵਿੱਚ, 25 ਵਿੱਚੋਂ ਮਾਇਆ ਨੂੰ 16 ਅਤੇ ਮਧੁਰਾ ਨੂੰ 20 ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਔਸਤ ਅੰਕ 19 ਸੀ। ਮੋਹਸਿਨਾ ਨੂੰ ਕਿੰਨੇ ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਏ ?

ਉੱਤਰ

1. (i) 140 (ii) 10
2. (i) ਚਿੜੀਆਂ : 104, ਕਾਂ : 52, ਤੋਤੇ : 26
   (ii) ₹ 5 ਦੇ ਸਿੱਕਿਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ = 12, ₹ 2 ਦੇ ਸਿੱਕਿਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ = 24
3. 124 4. (i) 6 (ii) 10 (iii) 8 5. 60 ਫੁੱਟ
6. 24 ਮਿੰਟ 7. $\frac{1}{200}$ 8. 7 ਸਾਲ 9. 21

ਟਿੱਪਣੀ