

(Hindi Version)

- नोट : (i) अपनी उत्तर-पुस्तिका के मुख्य पृष्ठ पर विषय-कोड/पेपर-कोड वाले खाने में विषय-कोड/पेपर-कोड 028/A अवश्य लिखें।
- (ii) उत्तर-पुस्तिका लेते ही इसके पृष्ठ गिनकर देख लें कि इसमें टाइटल सहित 30 पृष्ठ हैं एवं सही क्रम में हैं।
- (iii) उत्तर-पुस्तिका में खाली छोड़े गये पृष्ठ/पृष्ठों के पश्चात् हल किए गए प्रश्न/प्रश्नों का मूल्यांकन नहीं किया जायेगा।
- (iv) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (v) कैल्कुलेटर का प्रयोग वर्जित है, पर लॉग टेबल का प्रयोग किया जा सकता है।
- (vi) प्रश्न 1 में 10 भाग होंगे तथा प्रत्येक भाग 1 अंक का होगा।
- (vii) प्रश्न 2 से 9 प्रत्येक 2 अंकों का होगा।
- (viii) प्रश्न 10 से 19 प्रत्येक 4 अंकों का होगा।
- (ix) प्रश्न 20 से 23 प्रत्येक 6 अंकों का होगा।
- (x) ग्राफ पेपर प्रश्न-पत्र के साथ नथी है।
- (xi) पंजाबी तथा हिंदी में प्रश्न अंग्रेजी में प्रश्नों के अनुवाद हैं। क्योंकि अनुवाद अनुमान पर आधारित होता है इसलिए किसी भ्रम की स्थिति में अंग्रेजी के प्रश्न को सही माना जाए।
- (xii) प्रश्न संख्या 10, 15, 18, 20, 21, 22 और 23 में अन्दरूनी चुनाव की छूट दी गई है।

1. (i) मान लो * वास्तविक संख्याओं के समूह R पर एक युग्म संक्रिया $a * b = a + b$ द्वारा परिभाषित है जहां $a, b \in R$ हैं, तब $6 * (3 * 3)$ का मूल्य है
- (a) 15 (b) 12 (c) 13 (d) 32 1
- (ii) $\cos^{-1} \left(-\cos \frac{2\pi}{3} \right)$ का मुख्य मूल्य है
- (a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{2\pi}{3}$ (c) $\frac{\pi}{5}$ (d) $\frac{2\pi}{5}$ 1

028/A-SS

[Turn over

(6)

(iii) यदि $A+B=C$ है जहाँ B और C 3×5 क्रम की मैट्रिक्स हैं तो मैट्रिक्स C का क्रम है

- (a) 3×5 (b) 3×3 (c) 5×5 (d) 5×3

(iv) यदि $f(x) = \begin{cases} kx^2, & x < 2 \\ 3, & x \geq 2 \end{cases}$, $x=2$ पर लगातार है तो k का मूल्य है

- (a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{4}{3}$ (c) $\frac{3}{2}$ (d) $\frac{3}{4}$

(v) $\frac{d}{dx} \{ \tan^{-1}(e^x) \}$ बराबर है

- (a) $e^x \tan^{-1}(e^x)$ (b) $\frac{e^x}{1+e^x}$ (c) $\frac{e^x}{1+(e^x)^2}$ (d) $e^x \sec^{-1} x$

(vi) $\int_0^\pi \sin^2 x \cos^3 x \, dx$ बराबर है

- (a) 1 (b) -1 (c) 0 (d) 2

(vii) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = 2x$ का समाकलन-गुणक है

- (a) $\frac{1}{x}$ (b) x^2 (c) $\frac{1}{x^2}$ (d) x

(viii) सदिश $\frac{1}{\sqrt{3}} \hat{i} + \frac{1}{\sqrt{3}} \hat{j} + \frac{1}{\sqrt{3}} \hat{k}$ का परिमाण बराबर है

- (a) -1 (b) 1 (c) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (d) 0

(ix) रेखाएँ जिनके दिशा अनुपात $\langle 2, 3, -2 \rangle$ और $\langle -1, 2, 2 \rangle$ हैं के बीच कोण बराबर है

- (a) 45° (b) 60° (c) 90° (d) 30°

(x) यदि A और B स्वतंत्र घटनाएँ हैं और यदि $P(A) = \frac{3}{5}$, $P(B) = \frac{1}{5}$ है, तो $P(A \cap B)$ बराबर है

- (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{25}{3}$ (c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{3}{25}$

2. यदि $x \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \end{bmatrix}$ है, तो x और y का मूल्य ज्ञात करें।

3. यदि $Y = e^x \sin x$ है, तो $\frac{d^2y}{dx^2}$ पता करें।

4. $\int \frac{dx}{1 + \cos x}$ का मूल्य पता करें।

(7)

5. $\int e^x \left(\sin^{-1} x + \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \right) dx$ का मूल्य पता करें। 2

6. अवकल समीकरण को हल करें

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{1+y^2}}{\sqrt{1+x^2}} \quad 2$$

7. अवकल समीकरण को हल करें

$$(\tan^2 x + 2 \tan x + 5) \frac{dy}{dx} = 2 (\tan x + 1) \sec^2 x \quad 2$$

8. उस बिन्दु के निर्देश अंक पता करें जब दो बिन्दुओं (5, 1, 6) और (3, 4, 1) से हाकर गुजरती हुई रेखा, तल YZ को पार (cross) करती है। 2

9. A और B द्वारा किसी लक्ष्य को प्राप्त करने की संभावना क्रमशः $\frac{4}{5}$ और $\frac{2}{3}$ है। यदि दोनों कोशिश करते हैं तो संभावना ज्ञात करो कि दोनों में से कम से कम एक लक्ष्य को प्राप्त कर लेगा। 2

10. जांच कीजिये कि $f: Z \rightarrow Z, f(x) = x^2$ से परिभाषित फलन एक-एक (one-one) और ऊपर (onto) है। 4

अथवा

सिद्ध करें कि पूर्णांकों के समुच्चय Z पर परिभाषित सम्बन्ध $R = \{(a, b) : 4, |a-b| \text{ को विभाजित करता है} \}$ एक अनुरूपता संबंध है। 4

11. सिद्ध करें कि : $\sin^{-1} \frac{3}{5} + \cos^{-1} \frac{12}{13} = \sin^{-1} \frac{56}{65}$ 4

12. $\begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ को सममित एवम विषम सममित मैट्रिक्सों के योग के रूप में व्यक्त कीजिए। 4

13. यदि $y = (x \tan x)^x$ है तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 4

14. अवकलीकरण का उपयोग करते हुए $\sqrt[3]{0.009}$ का लगभग मूल्य ज्ञात कीजिए। 4

15. $\int \frac{dx}{x(x^4+1)}$ का मूल्यांकन कीजिए। 4

अथवा

$\int_1^3 2^x dx$ का योग की सीमा के रूप में मूल्यांकन करें। 4

16. पैराबोला $x^2 = 9y$ और $y^2 = 9x$ के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात करें। इसका कच्चा (rough) आलेख भी बनाएं। 4

17. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} + \operatorname{cosec} \left(\frac{y}{x} \right) = 0, (x \neq 0)$ का खास हल ज्ञात कीजिए, दिया गया है कि $y=0, x=1$ । 4

18. सदिशों $2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ और $\lambda\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ के जोड़ की दिशा में इकाई सदिश के सदिश $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ के साथ स्केलर गुणनफल एक के बराबर है। λ का मूल्य पता करो। 4

(8)

अथवा

तिहरी स्केलर गुणा के उपयोग द्वारा सिद्ध करें कि चार बिंदु सह-समतलीय हैं जिनके स्थिति सदिश $-\hat{j}+\hat{k}$, $2\hat{i}-\hat{j}-\hat{k}$, $\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$ और $3\hat{j}+3\hat{k}$ द्वारा दिए गए हैं।

4

19. एक बीमा कंपनी ने 2000 स्कूटर चालकों, 4000 कार चालकों तथा 6000 ट्रक चालकों का बीमा किया। स्कूटर, कार और ट्रक की हादसाग्रस्त होने की सम्भावना क्रमशः $\frac{1}{100}$, $\frac{3}{100}$ और $\frac{3}{20}$ है। एक बीमायुक्त व्यक्ति हादसाग्रस्त हो जाता है। सम्भावना पता करें कि वह एक स्कूटर चालक है।

4

20. निम्नलिखित रेखीय समीकरण प्रणाली को मैट्रिक्स विधि द्वारा हल कीजिए :

$$x-y+2z=7, 3x+4y-5z=-5, 2x-y+3z=12$$

6

अथवा

आधारभूत परिवर्तकों द्वारा

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

का उलटक्रम ज्ञात करें।

6

21. अधिकतम आयतन वाले लम्ब वृत्ताकार सिलिंडर की ऊंचाई पता करें जो कि एक गोले जिसका अर्धव्यास 9 सेमी. है के अन्तर्गत रखा जा सके।

6

अथवा

36 सेमी. लम्बी एक तार को दो टुकड़ों में विभक्त किया गया। इनमें से एक को वृत्त एवम दूसरे की समभुज त्रिभुज बनाई गई। प्रत्येक टुकड़े की लम्बाई कितनी होनी चाहिए जिससे वृत्त एवम समभुज त्रिभुज का सम्मिलित क्षेत्रफल न्यूनतम हो।

6

22. निम्नलिखित समीकरणों से दी गई रेखाओं के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए :

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) \text{ और}$$

$$\vec{r} = (2\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}) + \mu (3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k})$$

6

अथवा

तल की समीकरण ज्ञात करें जो कि समीकरणों $x+y+z=1$ और $2x+3y+4z=5$ द्वारा दिये तलों की काट में से निकलते हुए समीकरण $x-y+z=0$ द्वारा दिए तल पर लम्ब है।

6

23. निम्नलिखित रेखीय प्रोग्रामिंग समस्या (L.P.P) को आलेख द्वारा हल करें : शर्तों

$$x+y \leq 100, x+y \geq 60, x \leq 60, y \leq 50, x \geq 0, y \geq 0$$

के अधीन उद्देश्य फलन $Z=2x+3y$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

6

अथवा

शर्तों $x+2y \geq 100, 2x-y \leq 0, 2x+y \leq 200, x \geq 0, y \geq 0$ के अधीन उद्देश्य फलन $Z=x+2y$ का अधिकतम मूल्य आलेखी विधि द्वारा ज्ञात कीजिए।

6