SOLUTION

(1) (ग) (2) (ख) (3) (ग) (4) (क) (5) (घ)

(6) (क) (7) (घ) (8) (क) (9) (घ) (10) (क)

(11) $b^2 - 4ac > 0$ (12) $\sec A$ (13) 9 (14) 0.68

(15) 130° (16) समानुपाती (17) –4 (18) $\frac{1}{3}$ (19) $\frac{1}{2}$

(20) हाँ

(21) पहला पद (a) $= 16$

सार्व अंतर (d) = दूसरा पद – पहला पद

$$= 22 - 16 = 6 \text{ Ans.}$$

(22) L.H.S. = $\cot 48° \cot 33° \cot 42° \cot 57°$

$$= \cot(90° - 42)\cot(90° - 57°)\cot 42° \cot 57°$$

$$= \tan 42° \tan 57° \cot 42° \cot 57°$$

$$= \tan 42° \tan 57° \frac{1}{\tan 42°}\frac{1}{\tan 57°} = 1 \quad \text{R.H.S. Proved}$$

(23) Given $\cos A = \frac{3}{4}$

$$\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{7}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\frac{\sqrt{7}}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{7}}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{\sqrt{7}}{3} \text{ Ans.}$$

(24) दिया गया है ΔABC में $DE \parallel BC$

$$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$$

$$\frac{1.5}{3} = \frac{1}{EC} \Rightarrow EC = \frac{3}{1.5}$$

$$BC = \frac{3 \times 10}{15} = 2 \quad \therefore BC = 2\text{cm} \text{ Ans.}$$

(25) $\because \angle APO = 30°$

$OA \perp AP$ पर

$\because \angle OAP = 90°$

$\therefore \angle AOP = 180° - (90° + 30°) = 180° - 120° = 60°$ Ans.

(26) दिया हुआ है– $6x^2 - x - 2 = 0$

यहाँ $a = 6, b = -1, c = -2$

$$D = b^2 - 4ac$$
$$= (-1)^2 - 4 \times 6 \times -2$$
$$= 1 + 48 = 49 > 0$$

$\because$ $D > 0$

$\therefore$ मूल वास्तविक और असमान है।

(27) $2x - 3y = 8$

$4x - 6y = 9$

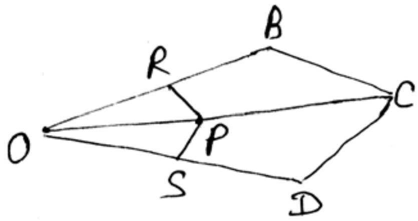
$a_1 = 2,\ b_1 = -3,\ c_1 = 8$

$a_2 = 4,\ b_2 = -6,\ c_2 = 9$

$\therefore\ \frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2},\ \frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{-6} = \frac{1}{2},\ \frac{c_1}{c_2} = \frac{8}{9},\quad \therefore \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \neq \frac{8}{9}$ अर्थात् $\frac{b_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

अतः रैखिक समीकरणों का युग्म संगत है।

(28) चित्रानुसार



ΔOBC में, $PR \parallel CB$

थेल्स प्रमेय से

$$\frac{OR}{OB} = \frac{OP}{OC} \qquad \ldots (1)$$

पुनः ΔOCD में, $PS \parallel CD$

थेल्स प्रमेय से

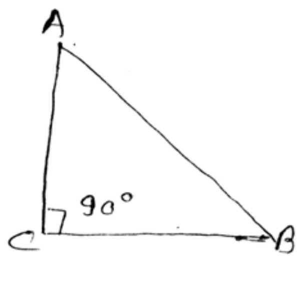
$$\frac{OP}{OC} = \frac{OS}{OD} \qquad \ldots (2)$$

अतः (1) और (2) से

$$\frac{OR}{OB} = \frac{OS}{OD}$$ सत्यापित।

(29) दिया गया है प्रश्न से ΔABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसका कोण C समकोण है।

सिद्ध करना है– $AB^2 = 2AC^2$



ΔACB में,

$\angle C = 90°,\ AC = BC$ (दिया है)

$AB^2 = AC^2 + BC^2$ (पाइथोगोरस प्रमेय से)

$= AC^2 + AC^2$ [BC = AC]

तो $AB^2 = 2AC^2$ सिद्ध हुआ

(30) हम जानते हैं कि प्रश्न से

$d = 14cm,$

$\therefore\ r = \frac{d}{2} = \frac{14}{2} = 7cm$

गोले का पृष्ठ क्षेत्रफल $= 3 \quad r^2$

$$= 3 \times \frac{22}{7} \times (7)^2 = 3 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$$

$$= 462\text{cm}^2 \quad \text{Ans.}$$

(31) $PQ = \sqrt{(2-10)^2 + (-3-\boldsymbol{y})^2}$

$PQ^2 = 8^2 + (3+\boldsymbol{y})^2$ प्रश्न से $PQ = 10$

$10^2 = 64 + 9 + 6\boldsymbol{y} + \boldsymbol{y}^2$

or, $\boldsymbol{y}^2 + 6\boldsymbol{y} - 27 = 0$

or, $\boldsymbol{y}^2 + 9\boldsymbol{y} - 3\boldsymbol{y} - 27 = 0$

or, $\boldsymbol{y}(\boldsymbol{y}+9) - 3(\boldsymbol{y}+9) = 0$

or, $(\boldsymbol{y}+9)(\boldsymbol{y}-3) = 0$

$\therefore \ \boldsymbol{y} = -9, 3$ Ans.

(32) माना कि $5-\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है।

$\therefore \ 5-\sqrt{3} = \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}$, जहाँ $\boldsymbol{a}$ और $\boldsymbol{b}$ $(\boldsymbol{b} \neq 0)$ सहअभाज्य संख्याएँ है।

अतः $5 - \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}} = \sqrt{3}$ है।

इसी समीकरण में पुनर्व्यवस्थित करने पर हमें प्राप्त होता है।

$$\sqrt{3} = 5 - \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}$$

चूँकि $\boldsymbol{a}$ और $\boldsymbol{b}$ पूर्णांक संख्याएँ है, इसलिए $5 - \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}$ एक परिमेय संख्या है अर्थात् $\sqrt{3}$ परिमेय संख्या है।

परंतु इससे इस तथ्य का विरोधाभास प्राप्त होता है कि $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

हमें यह विरोधाभास अपनी गलत कल्पना के कारण प्राप्त हुआ है कि $5-\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है।

अतः हम निष्कर्ष निकालते हैं कि $5-\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

(33) छड़ का आयतन $= \quad \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 8\ \text{cm}^3 = 2 \quad \text{cm}^3$

समान आयतन वाले तार की लंबाई $= 18\text{m} = 1800\text{cm}$

यदि तार के अनुप्रस्थ की त्रिज्या $\boldsymbol{r}$ है तो,

तार का आयतन $= \quad \times \boldsymbol{r}^2 \times 1800\ \text{cm}^3$

अतः $\quad \boldsymbol{r}^2 \times 1800 = 2$

$$\boldsymbol{r}^2 = \frac{2}{\quad \times 1800} = \frac{1}{900}$$

$$\boldsymbol{r}^2 = \frac{1}{900}$$

$$\boldsymbol{r} = \sqrt{\frac{1}{900}} = \frac{1}{30}\text{cm}$$

अतः तार के अनुप्रस्थ तार का व्यास, तार की चौड़ाई $\frac{1}{15}$cm यानि 0.67mm (लगभग)

(34) L.H.S. $= \sec A(1 - \sin A)(\sec A + \tan A)$

$$= \left(\frac{1}{\cos A}\right)(1 - \sin A)\left(\frac{1}{\cos A} + \frac{\sin A}{\cos A}\right)$$

$$= \frac{(1 - \sin A)(1 + \sin A)}{\cos^2 \boldsymbol{A}}$$

$$= \frac{1 - \sin^2 A}{\cos^2 A} = \frac{\cos^2 A}{\cos^2 A} = 1 = \text{R.H.S Proved}$$

(35) हम जानते हैं कि

$$\cos^2 A + \sin^2 A = 1$$

$$\text{So, } \cos^2 A = 1 - \sin^2 A$$

अर्थात्, $\cos A = \pm\sqrt{1 - \sin^2 A}$

इससे यह प्राप्त होता है $\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A}$

अतः $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\sin A}{\sqrt{1 - \sin^2 A}}$

और $\sec A = \frac{1}{\cos A} = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 A}}$

(36) माना कि भिन्न $= \frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{y}}$

प्रश्नानुसार, $\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y} = 10$ (i)

$$\frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{y} + 2} = \frac{1}{2}$$

या, $2\boldsymbol{x} = \boldsymbol{y} + 2 \quad \therefore \quad 2\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y} = 2$ (ii)

समी० (i) तथा (ii) को जोड़ने पर

$$\begin{array}{l} \boldsymbol{x} + \cancel{\boldsymbol{y}} = 10 \\ 2\boldsymbol{x} - \cancel{\boldsymbol{y}} = 2 \\ \hline 3\boldsymbol{x} \quad = 12 \end{array} \qquad \therefore \ \boldsymbol{x} = \frac{12}{3} = 4$$ ए

$\boldsymbol{x} = 4$ समी० (i) रखने पर

$\therefore \quad 4 + \boldsymbol{y} = 10$

$\therefore \quad \boldsymbol{y} = 6$

अतः अभीष्ट भिन्न $= \frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{y}} = \frac{4}{6}$

(37) $10, 11, 12, 13, ..., 99$ में अंकों वाली उसे विभाज्य संख्याएँ $12, 15, 18, 21, 24, ..., 99$

यहाँ से स०क्षे० के लिए $a = 12, d = 15 - 12 = 3, l = 99$

$$l = a + (n-1) \times d$$

$$99 = 12 + (n-1) \times 3$$

$$\Rightarrow \frac{99-12}{3} = n - 1 \Rightarrow \frac{87}{3} = n - 1$$

या $n - 1 = 29, \therefore n = 30$ Ans.

(38) थैले में कुल गेंद $= 3 + 5 = 8$ $\therefore$ कुल संभावित परिणामों की संख्या $= 8$

(क) P (लाल गेंद) $= \frac{3}{8}$

(ख) P (लाल गेंद नहीं) $= 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$ Ans.

(39) $$\text{L.H.S.} = \frac{\cot A - \cos A}{\cot A + \cos A} = \frac{\frac{\cos A}{\sin A} - \cos A}{\frac{\cos A}{\sin A} + \cos A}$$

$$= \frac{\cos A\left(\frac{1}{\sin A} - 1\right)}{\cos A\left(\frac{1}{\sin A} + 1\right)} = \frac{\left(\frac{1}{\sin A} - 1\right)}{\left(\frac{1}{\sin A} - 1\right)} = \frac{\operatorname{cosec} A - 1}{\operatorname{cosec} A + 1} = \text{R.H.S}$$

(40) यहाँ बहुलक वर्ग 16–20 है।

क्योंकि इसकी बारंबारता सर्वाधिक है।

16–20 में अपवर्ती बनाने पर यह वर्ग $= 15.5 - 20.5$

इस प्रकार, $l = 15.5,\ f_0 = 50,\ f_{-1} = 30,\ f_i = 40, i = 5$

$\therefore$ $\text{Mode} = l + \frac{f_0 - f_1}{2f_0 - f_{-1} - f_i} \times i$ से

$$M_0 = 15.5 + \frac{50 - 30}{2 \times 50 - 30 - 40} \times 5 = 15.5 + \frac{20}{30} \times 5$$

$$= 15.5 + 3.33 = 18.83$$

(41) $$3x^2 - 2\sqrt{6}x + 2 = 3x^2 - \sqrt{6}x - \sqrt{6}x + 2$$

$$= \sqrt{3}x(\sqrt{3}x - \sqrt{2}) - \sqrt{2}(\sqrt{3}x - \sqrt{2})$$

$$= (\sqrt{3}x - \sqrt{2})(\sqrt{3}x - \sqrt{2})$$

अतः समीकरण के मूल x के वे मान हैं, जिनके लिए

$\therefore \quad (\sqrt{3}x - \sqrt{2})(\sqrt{3}x - \sqrt{2}) = 0$

$\sqrt{3}\,x - \sqrt{2} = 0$

$\therefore x = \sqrt{\frac{2}{3}}$

पुनः , $\sqrt{3}x-\sqrt{2}=0 \quad \therefore \; x=\sqrt{\frac{2}{3}}$

अतः $\quad 3x^2-2\sqrt{6}x+2=0$ के मूल $\sqrt{\frac{2}{3}}, \sqrt{\frac{2}{3}}$ हैं।

(42) यहाँ दिया हुआ है कि $\sin 3A=\cos(A-26°)$ ... (1)

$\sin 3A=\cos(90°-3A)$ इसलिए हम (1) को इस रूप में लिख सकते हैं।

$\cos(90°-3A)=\cos(A-26°)$

क्योंकि $90°-3A$ और $A-26°$ दोनों न्यूनकोण है तो

$90°-3A = A-26° \Rightarrow -3A-A=-26-90$ प्राप्त होता है।

$\Rightarrow \; -4A=-116 \quad \therefore \; A=\frac{116}{4} \Rightarrow A=29°$

(43) $x-4y+14=0 \quad ...(1)$

and $3x+2y-14=0 \quad ...(2)$

समी० (1) $x-4y+14=0$

$x-4y=-14$

$x+14=4y$

$\frac{x+14}{4}=y$

x	–2	2	0
y	3	4	3.5

समी० (2) $3x+2y-14=0$

$3x+2y=14$

$3x=14-2y$

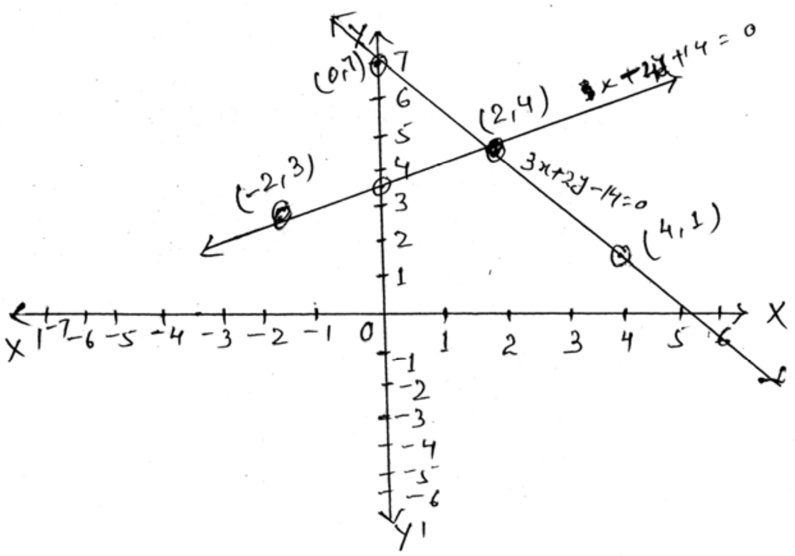
$x=\frac{14-2y}{3}$

x	4	0	2
y	1	7	4

दोनों आलेखों का कटान बिन्दु (2, 4) है।

अतः हल - $x=2$

$y=4$



(44) मान लिजिए कि AB मीनार की लंबाई $\boldsymbol{h}$ मीटर है।

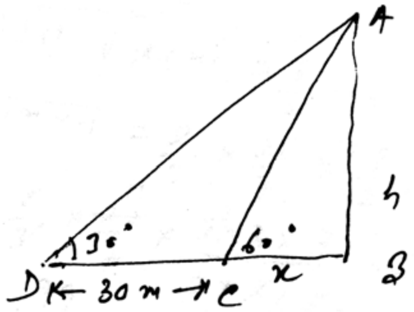
और BC, $\boldsymbol{x}$ मीटर है।

$$DC = 30 \text{ मीटर}$$

$$DB = DC + CB$$

$$= (30 + \boldsymbol{x}) \text{ मी॰}$$

अत: $DB = (30 + \boldsymbol{x})$ मी॰



अब यहाँ दो समकोण त्रिभुज ABC और ABD है।

समकोण ΔABC में

$$\tan 60° = \frac{AB}{BC}$$

$$\sqrt{3} = \frac{\boldsymbol{h}}{\boldsymbol{x}} \qquad ...(1)$$

ΔABD में, $\tan 30° = \dfrac{AB}{BD}$

or, $\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{\boldsymbol{h}}{\boldsymbol{x}+30} \qquad ...(2)$

(1) से हमें प्राप्त होता है।

$$\boldsymbol{h} = \boldsymbol{x}\sqrt{3} \qquad ...(3)$$

इस मान को (2) में प्रतिस्थापित करने पर हमें यह प्राप्त होता है $(\boldsymbol{x}\sqrt{3})\sqrt{3} = \boldsymbol{x} + 30$ यानि कि

$$3\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x} + 30$$

$$3\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x} = 30$$

$$2\boldsymbol{x} = 30 \;\therefore \boldsymbol{x} = \frac{30}{2} = 15$$

इसलिए (3) से $\boldsymbol{x} = 15\sqrt{3}$

अत: मीनार की ऊँचाई $15\sqrt{3}$ है।

(45) अर्द्धगोलाकार टंकी की त्रिज्या $= \dfrac{3}{2}$m

अत: टंकी का आयतन $= \dfrac{2}{3} \times \dfrac{22}{7} \times \left(\dfrac{3}{2}\right)^3 \text{ m}^3$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{3 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2} \text{m}^3$$

$$= \frac{99}{14} \text{ m}^3$$

उस पानी का आयतन, जिसे खाली किया जाना है।

$$= \frac{1}{2} \times \frac{99}{14} \text{m}^3$$

$$=\frac{99}{28}\times 1000=\frac{99000}{28} \text{ लीटर}$$

अब $\frac{25}{7}$ लीटर पानी खाली होता है 1 सेकेंड में।

इसलिए $\frac{99000}{28}$ लीटर पानी खाली होगा

$$\therefore \frac{99000}{28}\times\frac{7}{25}=\frac{99000\times 7}{28\times 25}$$

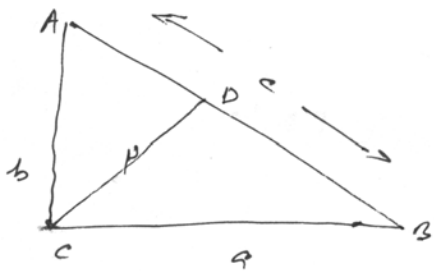
$$=\frac{99000\times 7}{28\times 25}=990 \text{ second}$$

$$\therefore \quad \frac{990}{60}=16.5 \text{ मिनट} \quad \text{Ans.}$$

(46) ΔABC में AB को आधार लेते हुए का क्षेत्रफल

$$=\frac{1}{2}\times AB\times CD$$

$$=\frac{1}{2}\times C\times p$$



पुनः BC को आधार मानते हुए

ΔABC का क्षेत्रफल $=\frac{1}{2}\times BC\times AC=\frac{1}{2}\boldsymbol{ab}$

$$\therefore \frac{1}{2}\times \boldsymbol{C}\times \boldsymbol{p}=\frac{1}{2}\cdot \boldsymbol{ab} \;\therefore\; \boldsymbol{C}\times\boldsymbol{p}=\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$$

$$\therefore \frac{1}{\boldsymbol{p}}=\frac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{ab}} \quad \therefore \frac{1}{\boldsymbol{p}^2}=\frac{\boldsymbol{c}^2}{\boldsymbol{a}^2\boldsymbol{b}^2}$$

$$\frac{1}{\boldsymbol{p}^2}=\frac{\boldsymbol{b}^2+\boldsymbol{a}^2}{\boldsymbol{a}^2\boldsymbol{b}^2}$$

पाइथागोरस प्रमेय से, ΔABC में $\boldsymbol{c}^2=\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2$

$$=\frac{\boldsymbol{b}^2}{\boldsymbol{a}^2\boldsymbol{b}^2}+\frac{\boldsymbol{a}^2}{\boldsymbol{a}^2\boldsymbol{b}^2}$$

$$\frac{1}{\boldsymbol{p}^2}=\frac{1}{\boldsymbol{a}^2}+\frac{1}{\boldsymbol{b}^2} \quad \text{Proved}$$

अथवा

$\because \angle DPC+\angle BPC=180^\circ$ (रैखिक युग्म अभिगृहीत)

$\therefore \angle DPC+125^\circ=180^\circ$

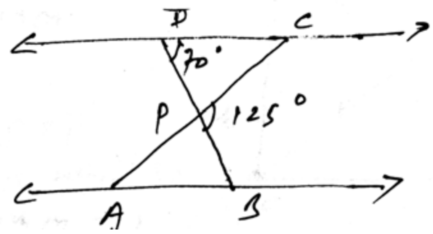
$\therefore \angle DPC=180^\circ-125^\circ=55^\circ$

ΔCPD में,

$\because \angle CDP+\angle DPC+\angle DCP=180^\circ$ (त्रिभुज के तीनों योग का योग 180^{0} होता हैं)

$\therefore\ 70° + 55° + \angle DCP = 180°$

या $\angle DCP = 180° - (70° + 55°) = 180° - 125°$



$\therefore\ \angle DCP = 55°$

पुनः $\Delta PDC \sim \Delta PBA$ (दिया है)

$\therefore\ \angle PAB = \angle PCD$

$\therefore\ \angle PAB = 55°$ ($\because\ \angle PCD = 55°$)

इसी प्रकार $\angle DPC = 55°$

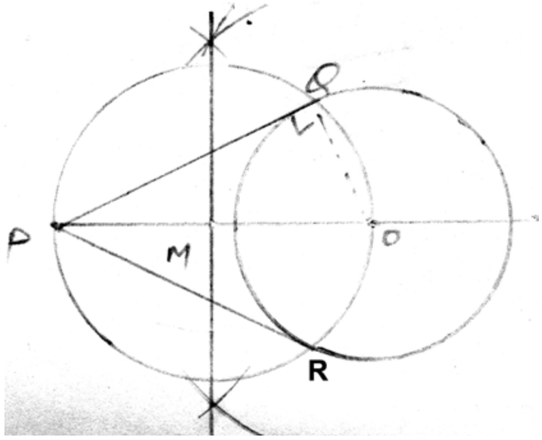
$\angle DCP = 55°, \angle PAB = 55°$

(47) **रचना के चरण–**

(1) कोई बिंदु 0 को केन्द्रमानकर 3 सेमी० त्रिज्या का एक वृत्त खीचेंगे।

(2) वृत्त के बाहर कोई बिंदु बिंदु P लेंगे।

(3) PO को मिलाऐगे और इसे समद्विभाजित करेंगे मान कि PO का मध्य बिन्दु M है।



(4) M को केन्द्र मान कर तथा MO त्रिज्या लेकर एक वृत्त खीचेंगें। यह दिए गए वृत्त को Q और R पर प्रतिच्छेद करता है।

(5) M को Q तथा R से मिलाऐंगे तब PQ और PR अभीष्ट स्पर्श रेखाएँ मिलती है।