

## SET-5

समय : 1 घंटा 10 मिनट

पूर्णांक : 40

Time : 1 Hours 10 Min.

Full Marks : 40

### खण्ड - I ( वस्तुनिष्ठ प्रश्न )

#### SECTION-I (OBJECTIVE TYPE QUESTIONS)

प्रश्न संख्या 1 से 40 तक निम्न में दिए गए चार विकल्पों में से एक ही उत्तर सही है। प्रत्येक प्रश्न के सही उत्तर को उत्तर तालिका में चिह्नित करें। **40 × 1 = 40**

From Question No. 1 to 40 there is one correct answer. In each question you have to mark that correct option from given options. **40 × 1 = 40**

1. यदि  $f: R \rightarrow R, f(x) = 5x + 4$  के द्वारा परिभाषित है तो निम्न में कौन-सा  $f^{-1}(x)$  के बराबर है

If  $f: R \rightarrow R$ , is defined by  $f(x) = 5x + 4$  then which of the following is equal to  $f^{-1}(x)$

- (A)  $\frac{x-5}{4}$                       (B)  $\frac{x-4}{5}$                       (C)  $\frac{x}{5} - 4$                       (D)  $\frac{x}{4} - 4$

2. यदि द्विपद संक्रिया '0',  $a 0 b = a^2 + b^2$  के द्वारा परिभाषित है तो निम्न में कौन-सा  $(102)06$  के बराबर है।

If binary operation '0' is defined as  $a 0 b = a^2 + b^2$  then  $(102)06$  equal to which of the following.

- (A) 12                      (B) 28                      (C) 61                      (D) None of these

3. यदि  $\sin^{-1}(1-x) - 2\sin^{-1}x = \frac{\pi}{2}$  तो  $x$  का मान है।

If  $\sin^{-1}(1-x) - 2\sin^{-1}x = \frac{\pi}{2}$ , then  $x$  is equal to

- (A)  $0, \frac{1}{2}$                       (B)  $1, \frac{1}{2}$                       (C) 0                      (D)  $\frac{1}{2}$

4. निम्न में कौन-सा  $\tan^{-1}\sqrt{3} - \cot^{-1}(-\sqrt{3})$  के बराबर है।

$\tan^{-1}\sqrt{3} - \cot^{-1}(-\sqrt{3})$  is equal to which of the following

- (A)  $\pi$                       (B)  $-\frac{\pi}{2}$                       (C) 0                      (D)  $2\sqrt{3}$

5.  $\cos(\sin^{-1}x + \cos^{-1}x)$  का मान बराबर होगा।

The value of  $\cos(\sin^{-1}x + \cos^{-1}x)$  will be equal to

- (A) 0                      (B) 1                      (C)  $\frac{\pi}{2}$                       (D)  $\frac{\pi}{3}$

6. यदि  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$  तो  $\frac{dy}{dx}$  का मान है।

If  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$  then value of  $\frac{dy}{dx}$  equals

- (A)  $\frac{-\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$  (B)  $-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{y}{x}}$  (C)  $\frac{-\sqrt{y}}{\sqrt{x}}$  (D) None of these

7. यदि  $y = e^{\sin\sqrt{x}}$  तो  $\frac{dy}{dx}$  का मान निम्न में से कौन-सा है

If  $y = e^{\sin\sqrt{x}}$  then  $\frac{dy}{dx}$  equal to which of the following ?

- (A)  $e^{\sin\sqrt{x}} \cdot \cos\sqrt{x}$  (B)  $\frac{e^{\sin\sqrt{x}} \cdot \cos\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$  (C)  $\frac{e^{\sin\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$  (D) None of these

8.  $\int \sqrt{1 + \sin x} dx$  का मान है।

The value of  $\int \sqrt{1 + \sin x} dx$  equal

- (A)  $-\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}\right) + C$  (B)  $\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}\right)$   
 (C)  $-2\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) + C$  (D) None of these

9.  $\tan^{-1}(-\sqrt{3})$  का मुख्य मान है।

The principal value of  $\tan^{-1}(-\sqrt{3})$  is

- (A)  $\frac{2\pi}{3}$  (B)  $\frac{4\pi}{3}$  (C)  $-\frac{\pi}{3}$  (D) None of these

10. निम्न में से किस बिन्दु पर रेखा  $y = x + 1$ , वक्र  $y^2 = x + 1$ , वक्र  $y^2 = 4x$  पर स्पर्श रेखा है।

The line  $y = x + 1$  is tangent to the curve  $y^2 = 4x$  at which of the following points.

- (A) (1,2) (B) (2,1) (C) (1, -2) (D) (-1,2)

11. वृत्त के त्रिज्या  $r$  के सापेक्ष क्षेत्रफल परिवर्तन की दर  $r = 6\text{cm}$  पर है

The rate of change of area of a circle with respect to its radius  $r$  at  $r = 6\text{ cm}$  is

- (A)  $12\pi$  (B)  $11\pi$  (C)  $10\pi$  (D)  $8\pi$

12. निम्न में कौन-सा  $\frac{d^2y}{dx^2}$  के बराबर है यदि  $y = a^x$  है।

If  $y = a^x$ , then  $\frac{d^2y}{dx^2}$  is equal to which of the following

- (A)  $a^x \log a$  (B)  $a^x \cdot (\log a)^2$  (C)  $(a^x)^2 \cdot \log a$  (D) None of these

13. सदिश  $\hat{i} \times (\hat{j} + \hat{k}) + \hat{j} \times (\hat{k} + \hat{i}) + \hat{k} \times (\hat{i} + \hat{j})$  के परिमाण का मान बराबर है।

The value of magnitude of the vector  $\hat{i} \times (\hat{j} + \hat{k}) + \hat{j} \times (\hat{k} + \hat{i}) + \hat{k} \times (\hat{i} + \hat{j})$

- (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D)  $\hat{i} \times (\hat{j} \times \hat{k})$

14. निम्न में कौन-सा समान्तर चतुर्भुज जिसके विकर्ण  $\vec{d}_1 = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$  और  $\vec{d}_2 = \hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$  हैं के क्षेत्रफल के बराबर है

The area of parallelogram having diagonals  $\vec{d}_1 = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$  and  $\vec{d}_2 = \hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$  is equal to which of the following

- (A)  $10\sqrt{3}$  (B) 9 (C) 8 (D)  $5\sqrt{3}$

15. यदि  $(2\hat{i} + 6\hat{j} + 14\hat{k}) \times (i - \lambda j + 7k) = 0$  तो  $\lambda$  का मान क्या होगा?

If  $(2\hat{i} + 6\hat{j} + 14\hat{k}) \times (i - \lambda j + 7k) = 0$ , then what will be value of  $\lambda$ .

- (A) 3 (B) 0 (C) -3 (D)  $\pm 3$

16. यदि  $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$  और  $\vec{b} = 3\hat{i} + 5\hat{j} - 2\hat{k}$  तो निम्न में कौन-सा  $|\vec{a} \times \vec{b}|$  का मान है।

If  $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$  and  $\vec{b} = 3\hat{i} + 5\hat{j} - 2\hat{k}$  then which of the following is value of  $|\vec{a} \times \vec{b}|$

- (A)  $\sqrt{507}$  (B)  $\sqrt{501}$  (C) 1 (D) None of these

17. यदि  $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 0$  तो निम्न में कौन-सा सत्य है।

If  $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 0$ , then which of the following is true

- (A)  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  are perpendicular (B)  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  are parallel  
(C)  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$  (D) None of these

18. निम्न में कौन-सा  $(\vec{a} \times \vec{b})^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2$  के बराबर है

Which of the following is equal to  $(\vec{a} \times \vec{b})^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2$

- (A)  $2(\vec{a} \times \vec{b})$  (B)  $a^2 b^2$  (C)  $\frac{(\vec{a} \cdot \vec{b})}{2}$  (D)  $\frac{\vec{a} \times \vec{b}}{2}$

19. निम्न में कौन-सा  $(\vec{a} \times \vec{b})^2$  के बराबर है।

Which of the following is equal to  $(\vec{a} \times \vec{b})^2$

- (A)  $\begin{vmatrix} \vec{a} \cdot \vec{a} & \vec{a} \cdot \vec{b} \\ \vec{a} \cdot \vec{b} & \vec{b} \cdot \vec{b} \end{vmatrix}$  (B)  $\begin{vmatrix} \vec{a} \cdot \vec{b} & \vec{b} \cdot \vec{a} \\ \vec{a} \cdot \vec{a} & \vec{b} \cdot \vec{b} \end{vmatrix}$  (C)  $\begin{vmatrix} \vec{a} \cdot \vec{a} & \vec{a} \cdot \vec{b} \\ \vec{a} \cdot \vec{b} & \vec{b} \cdot \vec{b} \end{vmatrix}^2$  (D) None of these

20.  $\int_1^4 x\sqrt{x}dx$  का मान बराबर है।

The value of  $\int_1^4 x\sqrt{x}dx$  is equal to

- (A)  $12 \cdot 8$  (B)  $12 \cdot 4$  (C) 7 (D) None of these

21.  $\int \frac{dx}{4+x^2}$  बराबर है (equal to)

- (A)  $\tan^{-1} \frac{x}{3} + c$  (B)  $\frac{1}{3} \tan^{-1} \frac{x}{3} + c$  (C)  $\frac{1}{3} \tan^{-1} \frac{x}{3} + c$  (D)  $3 \tan^{-1} \frac{x}{3} + c$

22.  $\int \frac{\log x}{x} dx$  बराबर है (equal to)

- (A)  $\frac{1}{2}(\log x)^2 + c$  (B)  $-\frac{1}{2}(\log x)^2 + c$  (C)  $\frac{2}{x^2} + c$  (D) None of these

23. बिन्दु (1,0,2) का स्थानिक सदिश है।

The position vector of the point (1,0,2) is

- (A)  $\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$  (B)  $\hat{i} + 2\hat{j}$  (C)  $\hat{i} + 2\hat{k}$  (D) None of these

24. अवकल समीकरण  $\frac{d^2y}{dx^2} + x^3 \cdot \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = x^4$  की कोटि निम्न में कौन-सा है?

The order of the differential equation  $\frac{d^2y}{dx^2} + x^3 \cdot \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = x^4$  is which of the following.

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

25. निम्न में कौन-सा अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} + Py = Q$ , (जहाँ  $P$  और  $Q$ ,  $x$  का फलन है) का समाकलन गुणांक है।

Which of the following is integrating factor of differential equation  $\frac{dy}{dx} + Py = Q$ , where  $P$  and  $Q$  are function of  $x$ .

- (A)  $e^{\int P dx}$  (B)  $e^{\int P} \cdot dx$  (C)  $e^{-\int P dx}$  (D) None of these

26. The distance of the point  $(2, -3, -1)$  from the plane  $2x - 3y + 6z + 7 = 0$  is  
तल  $2x - 3y + 6z + 7 = 0$  से बिंदु  $(2, -3, -1)$  की दूरी है।

(A) 9 (B) 3 (C) 2 (D)  $\frac{1}{5}$

27. यदि  $A$  और  $B$  दो घटनाएँ इस प्रकार हैं कि  $P(A) \neq 0$  और  $P\left(\frac{B}{A}\right) = 1$  तो निम्न में कौन-सा कथन सत्य है।

If  $A$  and  $B$  are two events such that  $P(A) \neq 0$  and  $P\left(\frac{B}{A}\right) = 1$  then which of the following is true.

(A)  $B \subset A$  (B)  $B = \phi$  (C)  $A \subset B$  (D)  $A \cap B = \phi$

28. निम्न में कौन-सा समघातीय अवकल समीकरण नहीं है।

Which of the following is not a hamogenous differential equation.

(A)  $y^2 dx + (x^2 + xy)dy = 0$  (B)  $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} - \frac{y^3}{x^3}$

(C)  $(x - y)dy + y^2 dx = 0$  (D)  $\frac{dy}{dx} = \sin \frac{y}{x}$

29. यदि  $A$  और  $B$  दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं तो  $P\left(\frac{\bar{A}}{\bar{B}}\right)$  बराबर है।

If  $A$  and  $B$  are two independent events, then  $P\left(\frac{\bar{A}}{\bar{B}}\right)$  equal to

(A)  $1 - P\left(\frac{A}{B}\right)$  (B)  $1 - P\left(\frac{\bar{A}}{\bar{B}}\right)$  (C)  $1 - P(B)$  (D)  $1 - P(A)$

30.  $\vec{a}$  का  $\vec{b}$  पर प्रक्षेप निम्न में किसके द्वारा दिया जा सकता है।

Projection of  $\vec{a}$  on  $\vec{b}$  is given by which of the following

(A)  $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|}$  (B)  $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|}$  (C)  $\frac{\vec{a} \times \vec{b}}{|\vec{b}|}$  (D)  $\frac{\vec{b} \times \vec{a}}{|\vec{a}|}$

31. रेखा  $x = x_1, y = y_1$  है (The line  $x = x_1, y = y_1$  is)

(A) parallel to  $x$ -axis (B) parallel to  $y$ -axis (C) parallel to  $z$ -axis (D) None of these

32.  $y$ -अक्ष का समीकरण है (Equation of  $y$ -axis are)

(A)  $x = 0, y = 0$  (B)  $x = 0, z = 0$  (C)  $y = 0, z = 0$  (D) None of these

33. त्रिभुज का क्षेत्रफल जिसके शीर्ष  $(1,1,1)$ ,  $(-1,2,3)$  और  $(2,-1,3)$  है

The area of the triangle having vertices  $(1,1,1)$ ,  $(-1,2,3)$  and  $(2,-1,3)$  is

- (A) 1 (B)  $\frac{9}{2}$  (C)  $\frac{5}{2}$  (D)  $\frac{1}{2}$

34. समीकरण  $\vec{r} = \lambda \vec{i} + N \vec{j}$ , तल को निर्धारित करता है।

The equation  $\vec{r} = \lambda \vec{i} + N \vec{j}$  represents the plane

- (A)  $x = 0$  (B)  $z = 0$  (C)  $y = 0$  (D) None of these

35. अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{f\left(\frac{y}{x}\right)}{f'\left(\frac{y}{x}\right)}$  का हल है।

The solution of differential equation  $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{f\left(\frac{y}{x}\right)}{f'\left(\frac{y}{x}\right)}$  is

- (A)  $f\left(\frac{y}{x}\right) = kx$  (B)  $f\left(\frac{y}{x}\right) = ky$  (C)  $xf\left(\frac{y}{x}\right) = k$  (D)  $yf\left(\frac{y}{x}\right) = k$

36. यदि  $y = e^{\frac{1}{x}}$ , तो  $\frac{dy}{dx}$  का मान है।

If  $y = e^{\frac{1}{x}}$ , then  $\frac{dy}{dx}$  equal to

- (A)  $\frac{1}{x} \left( e^{\frac{1}{x}-1} \right)$  (B)  $\frac{-e^{\frac{1}{x}}}{x^2}$  (C)  $e^{\frac{1}{x}} \cdot \log x$  (D) None of these

37.  $\int_0^a [f(x) + f(-x)] dx =$

- (A) 0 (B)  $2 \int_0^a f(x) dx$  (C)  $\int_{-a}^a f(x) dx$  (D) None of these

38. यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ , तो  $|2A|$  का मान है।

If  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ , then value of  $|2A|$  equal to

- (A)  $2|A|$  (B)  $4|A|$  (C)  $8|A|$  (D) None of these

39. यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  तो  $AB$  बराबर है

If  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ , then  $AB$  equal to

(A)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

(B)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

(C)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(D) None of these

40.  $\int \frac{dx}{\sqrt{x}}$  का मान बराबर है

The value of  $\int \frac{dx}{\sqrt{x}}$  is equal to

(A)  $\sqrt{x} + k$

(B)  $2\sqrt{x} + k$

(C)  $x + k$

(D)  $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + k$

## खण्ड - II ( गैर - वस्तुनिष्ठ प्रश्न )

### SECTION-II (NON-OBJECTIVE TYPE QUESTIONS)

समय : 2 घंटा 05 मिनट  
Time : 2 Hours 05 Min.

पूर्णांक : 60  
Full Marks : 60

### लघु उत्तरीय प्रश्न (Short Answer Type Question)

प्रश्न संख्या 1 से 8 तक लघु उत्तरीय प्रकार के हैं। प्रत्येक के लिए 4 अंक निर्धारित हैं।  
Question Nos. 1 to 8 are of short answer type. Each question carries 4 marks.

8 × 4 = 32

8 × 4 = 32

1. दिखाइए कि बिंदु  $(a, 0)$ ,  $(0, b)$  और  $(1, 1)$  एक रैखिक है यदि  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$

Show that the points  $(a, 0)$ ,  $(0, b)$  and  $(1, 1)$  are collinear if  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$

2. यदि  $x^y = e^{x-y}$ , सिद्ध करें  $\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(1 + \log x)^2}$

If  $x^y = e^{x-y}$ , prove that  $\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(1 + \log x)^2}$

3.  $x = 0$  पर  $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$  के अवकलनता की जाँच करें।

Check the differentiability of  $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$  at  $x = 0$

4. वक्र  $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$  के किस बिन्दु पर स्पर्श रेखा  $x$ -अक्ष के समानान्तर है।

At what points on the curve  $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$  is the tangent parallel to  $x$ -axis.

5. यदि  $\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} -4 & 8 & 4 \\ -1 & 2 & 1 \\ -3 & 6 & 3 \end{bmatrix}$ ,  $X$  ज्ञात करें।

If  $\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} -4 & 8 & 4 \\ -1 & 2 & 1 \\ -3 & 6 & 3 \end{bmatrix}$ , Find  $X$ .



6. बिंदु  $(1,2,5)$  की दूरी तल  $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) + 17 = 0$  से ज्ञात करें।

Find the distance of the point  $(1,2,5)$  from the plane  $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) + 17 = 0$ .

7. यदि  $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$  और  $\vec{b} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$  तो सदिश  $\vec{a} + \vec{b}$  और  $\vec{a} - \vec{b}$  के बीच का कोण ज्ञात करें।

Find the angle between the vector  $\vec{a} + \vec{b}$  and  $\vec{a} - \vec{b}$ . If  $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$  and  $\vec{b} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ .

8. छः सिक्कों को एक साथ उछाला जाता है। (i) कोई हेड नहीं (ii) कम से कम एक हेड आने की प्रायिकता ज्ञात करें।  
Six coin are tossed simultaneously. Find the probability of getting (i) no head (ii) at least one head.

**दीर्घ उत्तरीय प्रश्न**  
**(Long Answer Type Question)**

प्रश्न संख्या 9 से 12 तक दीर्घ उत्तरीय प्रकार के हैं। प्रत्येक के लिए 7 अंक निर्धारित है।

$4 \times 7 = 28$

Question Nos. 9 to 12 are of short answer type. Each question carries 7 marks.

$4 \times 4 = 28$

9. दो वृत्त  $x^2 + y^2 = 1$  और  $(x-1)^2 + y^2 = 1$  के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

Find the area of the region enclosed between the two circle  $x^2 + y^2 = 1$  and  $(x-1)^2 + y^2 = 1$ .

10. रेखाएँ  $\vec{r} = 3\hat{i} + 8\hat{j} + 3\hat{k} + \lambda(3\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$  और  $\vec{r} = -3\hat{i} - 7\hat{j} + 6\hat{k} + \mu(-3\hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k})$  के बीच लघुतम दूरी और लघुतम दूरी वाले रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात करें।

Find the shortest distance and the vector equation of the line of shortest distance between the lines given by

$$\vec{r} = 3\hat{i} + 8\hat{j} + 3\hat{k} + \lambda(3\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \text{ and } \vec{r} = -3\hat{i} - 7\hat{j} + 6\hat{k} + \mu(-3\hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k}).$$

11. ज्ञात करें (Evaluate):  $\int_0^{\pi} 2 \tan^3 x dx$

12. निम्नलिखित LPP को आलेखीय हल करें।

अधिकतम  $z = 5x + 3y$  जबकि

$$3x + 5y \leq 15$$

$$5x + 2y \leq 10$$

$$x, y \geq 0$$

Solve the following LPP graphically

Maximize  $z = 5x + 3y$  subject to

$$3x + 5y \leq 15$$

$$5x + 2y \leq 10$$

$$x, y \geq 0$$