

Class –XII

MODEL QUESTION PAPER

Max Marks : 100

Time : Hours

Pass Marks : 33

General Instructions

All questions are compulsory

This question paper consist 29 questions

Divided into three sections – A, B and C

Section – “A” Comprises of 10 questions bearing 01 mark each.

Section – “B” Comprises of 12 questions bearing 04 marks each.

Section – “C” Comprises of 7 questions bearing 06 marks each.

सामान्य निर्देश

सभी प्रश्न अनिवार्य है ।

इस प्रश्न पत्र में 29 प्रश्न है, जो तीन खण्डों अ, ब और स में बटे हुए है ।

खण्ड - “अ” में 10 प्रश्न है, जिनमे प्रत्येक 01 अंक का है ।

खण्ड - “ब” में 12 प्रश्न है, जिनमे प्रत्येक 04 अंक का है ।

खण्ड - “स” में 7 प्रश्न है, जिनमे प्रत्येक 06 अंक का है ।

(SECTION – A)

(खण्ड - अ)

1. Let Q be the set of Rational number. An operation $*$ is defined on Q by $a * b = a + b + ab$. Then Find the value of $2 * 3$ (1)

माना कि Q परिमय संख्या का समुच्चय है । एक संक्रिया $*$ इस प्रकार परिभाषित है $a * b = a + b + ab$ तो $2 * 3$ का मान ज्ञात कीजिए।

2. Find the value of $\sin\left[\frac{\pi}{3} - \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)\right]$ (1)

मान ज्ञात कीजिए $\sin\left[\frac{\pi}{3} - \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)\right]$

3. If $\begin{bmatrix} x+y & 2 \\ 1 & x-y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$ Then find the value of x and y (1)

यदि $\begin{bmatrix} x+y & 2 \\ 1 & x-y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$ तो x व y का मान ज्ञात कीजिए ।

4. Find the value of x . $\begin{bmatrix} 3 & -x \\ x & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ (1)

x का मान ज्ञात कीजिए $\begin{bmatrix} 3 & x \\ x & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$

5. Find $\frac{dy}{dx}$. $y = \cos(\sin x^3)$ (1)

$\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए $y = \cos(\sin x^3)$

6. Find the slope of the curve $y = x^3 - x^2 + x$ at $x = 2$ (1)

$x = 2$ पर वक्र $y = x^3 - x^2 + x$ की ढाल ज्ञात कीजिए

7. Find the value of $\int \frac{dx}{1+\cos 2x}$ (1)

मान ज्ञात कीजिए $\int \frac{dx}{1+\cos 2x}$

8. Find the value of x for which $x\hat{i} + x\hat{j} + x\hat{k}$ is a unit vector (1)

x का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए $x\hat{i} + x\hat{j} + x\hat{k}$ एक इकाई सदिश है |

9. If $\vec{r} = 2\hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k}$, find direction cosines of \vec{r} (1)

यदि $\vec{r} = 2\hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k}$ तो \vec{r} का द्विक - कोज्याएं निकालें |

10. Find the Cartesian equation of a line which passes through the points $(2,1,3)$ and $(0,3,2)$ (1)

बिन्दुओं $(2,1,3)$ तथा $(0,3,2)$ से गुजरने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए |

(SECTION - B)

(खण्ड - ब)

11. If $f, g: R \rightarrow R$ are defined respectively by $f(x) = x^2 + 3x + 1$ and $g(x) = 2x - 3$ Then find the value of $f \circ g(x)$ (4)

यदि $f, g: R \rightarrow R$ क्रमशः $f(x) = x^2 + 3x + 1$ और $g(x) = 2x - 3$ से परिभाषित हैं तो $f \circ g(x)$ का मान ज्ञात कीजिए |

12. Prove that $\sin^{-1}\left(\frac{8}{17}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{77}{85}\right)$ (4)

सिद्ध कीजिए कि $\sin^{-1}\left(\frac{8}{17}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{77}{85}\right)$

13. Using properties of determinants, Prove that

$$\begin{vmatrix} 3a & -a-b & -a+c \\ a-b & 3b & c-b \\ a-c & a-c & 3c \end{vmatrix} = 3(a+b+c)(ab+bc+ca)$$
 (4)

सारणिकों के गुणों का प्रयोग कर साबित करें की

$$\begin{vmatrix} 3a & -a-b & -a+c \\ a-b & 3b & c-b \\ a-c & a-c & 3c \end{vmatrix} = 3(a+b+c)(ab+bc+ca)$$

(OR)

Prove that $\begin{vmatrix} x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ y+z & z+x & x+y \end{vmatrix} = (x+y+z)(y-z)(z-x)(x-y)$

साबित करें $\begin{vmatrix} x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ y+z & z+x & x+y \end{vmatrix} = (x+y+z)(y-z)(z-x)(x-y)$

14. If $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x < 3 \\ ax + b & \text{if } 3 < x < 5 \\ 7 & \text{if } x > 5 \end{cases}$ Then find the values of a and b for which $f(x)$ is

continuous function. (4)

$$\text{यदि } f(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x < 3 \\ ax + b & \text{if } 3 < x < 5 \\ 7 & \text{if } x > 5 \end{cases} \text{ (a और b का मान ज्ञात कीजिए यदि } f(x)$$

संततफलन है |

15. Find $\frac{dy}{dx}$ If $y = x^{\cos x} + (\sin x)^{\tan x}$ (4)

$\frac{dy}{dx}$ निकालें यदि $y = x^{\cos x} + (\sin x)^{\tan x}$

(OR)

If $y = e^{\tan^{-1}x}$ Then show that $(x^2 + 1) \cdot \frac{d^2y}{dx^2} + (2x - 1) \cdot \frac{dy}{dx} = 0$

i.e $(x^2 + 1)y_2 + (2x - 1) \cdot y_1 = 0$

यदि $y = e^{\tan^{-1}x}$ दिखाएँ की $(x^2 + 1) \cdot \frac{d^2y}{dx^2} + (2x - 1) \cdot \frac{dy}{dx} = 0$

i.e $(x^2 + 1)y_2 + (2x - 1) \cdot y_1 = 0$

16. Find the intervals in which the following function is strictly Increasing or Strictly decreasing (4)

$f(x) = 4x^3 - 6x^2 - 72x + 30$

वह अंतराल ज्ञात कीजिए जिसमें निम्नलिखित फलन निरंतर वर्धमान या निरंतर हासमान है

$f(x) = 4x^3 - 6x^2 - 72x + 30$

(OR)

A balloon, which always remains spherical, has a variable radius $\frac{3}{2}(2x + 3)$. Determine the rate of change of volume with respect to x .

एक गुब्बारा, जो सदैव गोलाकार रहता है, का परिवर्तनशील त्रिज्या $\frac{3}{2}(2x + 3)$ है | x के सापेक्ष आयतन के परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए |

17. Evaluate $\int \frac{x+1}{\sqrt{2x^2+1-3}} \cdot dx$ (4)

ज्ञात कीजिए $\int \frac{x+1}{\sqrt{2x^2+1-3}} \cdot dx$

18. Evaluate $\int \frac{\sin 2x}{(1+\sin x)(2+\sin x)} \cdot dx$ (4)

ज्ञात कीजिए $\int \frac{\sin 2x}{(1+\sin x)(2+\sin x)} \cdot dx$

(OR)

Evaluate $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin \theta} \cdot \cos^5 \theta \cdot d\theta$

ज्ञात कीजिए $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin \theta} \cdot \cos^5 \theta \cdot d\theta$

19. Using properties of definite Integration prove that $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \cos x}{1 + \sin x \cdot \cos x} \cdot dx =$ (4)

निश्चित समाकलन के गुणों का प्रयोग कर सिद्ध कीजिए की $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \cos x}{1 + \sin x \cos x} dx = 0$

20. Find the values of γ and μ for which $(2\hat{i} + 6\hat{j} + 27\hat{k}) \times (\hat{i} + \gamma\hat{j} + \mu\hat{k}) = \vec{0}$ (4)

γ तथा μ के मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए $(2\hat{i} + 6\hat{j} + 27\hat{k}) \times (\hat{i} + \gamma\hat{j} + \mu\hat{k}) = \vec{0}$

21. Find the angle between the following Pair of lines

$$\vec{r} = (3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}) + \gamma(\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}) \text{ and} \quad (4)$$

$$\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - 6\hat{k}) + t(3\hat{i} - 5\hat{j} - 4\hat{k})$$

निम्नलिखित रेखा युग्मों के बिच का कोण ज्ञात कीजिए

$$\vec{r} = (3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}) + \gamma(\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k})$$

$$\text{तथा } \vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - 6\hat{k}) + t(3\hat{i} - 5\hat{j} - 4\hat{k})$$

(OR)

Find the equation of the plane passing through Intersection of the planes $x + y + z - 6 = 0$ and $2x + 3y + 4z = 5$ and the point $(1,1,1)$

समतलों $x + y + z - 6 = 0$ तथा $2x + 3y + 4z = 5$ के प्रतिच्छेदी रेखा तथा बिंदु $(1,1,1)$

से जाते हुए तल का समीकरण ज्ञात कीजिए ।

22. If the probability of P winning a race is $\frac{1}{4}$ and that of Q winning the same race is $\frac{1}{6}$, find the Probability that none of them will win. (4)

यदि किसी दौड़ में P के जितने की प्रायिकता $\frac{1}{4}$ है, तथा Q के उसी दौड़ में जितने की प्रायिकता $\frac{1}{6}$ है, तो दोनों में किसी के नहीं जितने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

(OR)

A and B are two given independent events where $P(A) = 0.3, P(B) = 0.6$ Then find the values of the following

i) $[P(A \text{ and } B)]$

ii) $[P(A \text{ and not } B)]$

iii) $[P(A \text{ or } B)]$

iv) $[P(\text{None of } A \text{ and } B)]$

A और B स्वतंत्र घटनाएँ दी गयी हैं, जहाँ $P(A) = 0.3, P(B) = 0.6$ तो निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए ।

i) $[P(A \text{ और } B)]$

ii) $[P(A \text{ और } B \text{ नहीं})]$

iii) $[P(A \text{ या } B)]$

iv) $[P(A \text{ और } B \text{ में कोई नहीं})]$

(SECTION - C)

(खण्ड - स)

23. Obtain the Inverse of the matrix using elementary operations:

(6)

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Using Matrices, Solve the following system of equations:

$$x - 2y + z = 0, \quad 2x - y + z = 3, \quad x + y + z = 6$$

प्रारंभिक संक्रियाओं के प्रयोग द्वारा निम्नलिखित आव्यूह का प्रतिलोभ निकालें

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

आव्यूह का प्रयोग कर निम्नलिखित समीकरण निकाय को हल करें :

$$x - 2y + z = 0, \quad 2x - y + z = 3, \quad x + y + z = 6$$

24. Find the maximum and minimum values of the following function. (6)

$$y = \frac{x^2 - 7x + 6}{x - 10}$$

निम्नलिखित फलन का महत्तम और न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए

$$y = \frac{x^2 - 7x + 6}{x - 10}$$

25. Find the area of the region bounded by the Parabolas $x^2 = 4y$ and $y^2 = 4x$ (6)

परवलय $x^2 = 4y$ तथा $y^2 = 4x$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए

(OR)

Find $\int_0^3 (x^2 + 4) \cdot dx$ as the limit of a sum.

योगफल की सीमा के रूप में $\int_0^3 (x^2 + 4) \cdot dx$ का मान ज्ञात कीजिए

26. Verify that the function $y = a\cos x + b\sin x$ is a solution of the differential equations

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0 \quad (6)$$

सत्यापित करें कि $y = a\cos x + b\sin x$ अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ का एक हल है।

(OR)

Solve the following differential equations: $(x^2 + 1) \cdot \frac{dy}{dx} + 2xy = \sqrt{x^2 + 4}$

निम्नलिखित अवकल समीकरण को हल करें $(x^2 + 1) \cdot \frac{dy}{dx} + 2xy = \sqrt{x^2 + 4}$

27. Find the shortest distance between the two lines whose vector equation are given by:

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}) + \gamma(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}) \text{ and } \vec{r} = (3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}) + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})$$

दो रेखाओं जिनके सदिश समीकरण निम्नलिखित हैं, के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}) + \gamma(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}) \text{ तथा } \vec{r} = (3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}) + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})$$

28. A bag contains 4 red and 4 black balls. Another bag contains 2 red and 6 black balls. One of the two bags is selected at random and a ball is drawn from the bag which is found to be red. Find the Probability that the ball is drawn from the first bag. (6)

एक थैले में 4 लाल और 4 काला गेंदे हैं। और एक अन्य थैले में 2 लाल और 6 काला गेंदे हैं। दोनों थैलों में से एक को यादृच्छ्या चुना जाता है और उसमें से एक गेंद निकली

जाती है जो की लाल हो | इस बात की क्या प्रायिकता है की गेंद पहले थैले से गयी है?

(OR)

The Probability that a student entering a university will graduate is 0.4. Find the Probability that out of 3 students of the University. (6)

- i) none will graduate
- ii) only one will graduate
- iii) all will graduate

एक विश्वविद्यालय में प्रवेश करने वाले एक विद्यार्थी के स्नातक होने की प्रायिकता 0.4 है | प्रायिकता ज्ञात करें की विश्वविद्यालय के 3 विद्यार्थियों में

- i) कोई स्नातक नहीं होगा
- ii) केवल एक स्नातक होगा
- iii) सभी स्नातक होंगे

29. Solve the following LPP graphically (6)

$$\text{Maximize } z = 5x + 3y$$

Subjected to Constrains

$$3x + 5y \leq 10$$

$$5x + 2y \leq 10$$

$$\text{and } x, y \geq 0.$$

निम्नलिखित रैखिक प्रोग्राम समस्या को आलेखीय विधि से करें |

अधिकतमीकरण करे $z = 5x + 3y$

जबकि

$$3x + 5y \leq 10$$

$$5x + 2y \leq 10$$

$$\text{तथा } x, y \geq 0.$$