ଅଷ୍ଟମ ଅଧ୍ୟାୟ

ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା

8.1 ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ

ବସ୍ତୁକୁ ଗଣିବା ଲାଗି ମଣିଷ ବିଭିନ୍ନ ସଙ୍କେତ ସୃଷ୍ଟି କଲା । ଏହାଦ୍ୱାରା କାଠି, ଗୋଡ଼ି ବା ମଞ୍ଜି ସାହାଯ୍ୟରେ ତା'ର କେତୋଟି ପଶୁ ବା ତା'ର କେତୋଟି ଗଛ ବା ତା' ପରିବାରରେ କେତେଜଣ ଲୋକ ସେସବୁ ହିସାବ କରିବାର ସମସ୍ୟା ଦୂର ହେଲା ।

ଯେତେ ବସ୍ତୁ ସେତେ ସଂଖ୍ୟା । ଏହା ମଧ୍ୟ ଏକ ସମସ୍ୟା ସୃଷ୍ଟି କଲା । ଅନେକଗୁଡ଼ିଏ ସଙ୍କେତ ମନେ ରଖିବା କଷ୍ଟସାଧ୍ୟ ହେଲା । ସେଥିରୁ ରକ୍ଷା ପାଇବା ପାଇଁ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ବ୍ୟବସ୍ଥା ଓ ଶୂନ ସୃଷ୍ଟି ହେଲା ।

ତା'ପରେ ଆବଶ୍ୟକତା ଅନୁଯାୟୀ ଯୋଗ, ବିୟୋଗ, ଗୁଣନ, ହରଣ ଆଦି ପ୍ରକ୍ରିୟା ସୃଷ୍ଟି ହେଲା । ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରୟୋଗ ଦ୍ୱାରା ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥା ବା ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥା ମଣିଷର ଅତି ଆପଣାର ହୋଇଗଲା ।

8.2 ଦୁଇଟି ଦିଗରେ ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାର ବିସ୍ତାର

କେତେକ ପରିସ୍ଥିତି ଉପୁଜିଲା, ଯେଉଁଠି ମଣିଷ ଦେଖିଲା, ଶୂନକୁ ବାଦ ଦେଲେ ଯେଉଁ ଅବଶିଷ୍ଟ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ରହିଲେ ସେଗୁଡ଼ିକ ଦୁଇଟି ବିପରୀତ ଅବସ୍ଥା ସହ ସମ୍ପୃକ୍ତ । ଏଭଳି କେତେକ ପରିସ୍ଥିତିର ସୂଚନା ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

ପ୍ରଥମ ପରିସ୍ଥିତି

ଶାଳପଡ଼ା, ହାତିବନ୍ଧା ଓ ଟୁକୁଣା ନାମକ ତିନୋଟି ସ୍ଥାନକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ସଳଖ ରାସ୍ତାଟିଏ ଅଛି । ଏହି ରାସ୍ତାକୁ ମାପିବା ପାଇଁ ଆମେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ବ୍ୟବସ୍ଥା କରିଥାଉ । ପରପୃଷ୍ଠା ମାନଙ୍କରେ ଥିବା ଚିତ୍ର 8.1, 8.2 ଓ 8.3 କୁ ଦେଖ ।

ଯଥା : (i) ଶାଳପଡ଼ା ଠାରୁ ହାତିବନ୍ଧା ଦେଇ ଟୁକୁଣା କୁ ଯାଇଥିବା ରାସ୍ତା,

ବା (ii) ଟୁକୁଣା ଠାରୁ ହାତିବନ୍ଧା ଦେଇ ଶାଳପଡ଼ା କୁ ଯାଇଥିବା ରାସ୍ତା,

ବା (iii) ହାତିବନ୍ଧା ଠାରୁ ଶାଳପଡ଼ା ଆଡକୁ ଓ ଟୁକୁଣା ଆଡ଼କୁ ଯାଇଥିବା ଦୁଇଟି ରାସ୍ତା ।

ରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ ବ୍ୟବସ୍ଥା କରିବାକୁ ହେଲେ –

(i) କ୍ଷେତ୍ରରେ ରାସ୍ତାର ଆରମ୍ଭ ଶାଳପଡ଼ା କୁ ସଂଖ୍ୟା ଶୂନ (0) ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଏ । କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ଏକ କି.ମି. ଦୂରତାରେ କି.ମି. ଖୁଣ୍ଟମାନ ବସାଯାଏ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକୁ 1, 2, 3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଏ ।

ଏହା ଫଳରେ ଆମେ କହୁ –

ଶାଳପଡ଼ା ଠାରୁ 4 କି.ମି. ଦୂରରେ ହାତିବନ୍ଧା ଅବସ୍ଥିତ ।

ଶାଳପଡ଼ା ଠାରୁ 9 କି.ମି. ଦୂରରେ ଟୁକୁଣା ଅବସ୍ଥିତ ।

(ii) କ୍ଷେତ୍ରରେ ରାସ୍ତାର ଆରମ୍ଭ ଟୁକୁଣା କୁ ସଂଖ୍ୟା ଶୂନ (0) ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଏ । କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ଏକ କି.ମି. ଦୂରତାରେ କି.ମି. ଖୁଣ୍ଟମାନ ବସାଯାଏ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକୁ 1, 2, 3 ..... ଆଦି ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଏ ।

ଏହା ଫଳରେ ଆମେ କହୁ –

ଟୁକୁଣା ଠାରୁ 5 କି.ମି. ଦୂରରେ ହାତିବନ୍ଧା ଅବସ୍ଥିତ ।

ଟୁକୁଣା ଠାରୁ 9 କି.ମି. ଦୂରରେ ଶାଳପଡ଼ା ଅବସ୍ଥିତ ।

ହାତିବନ୍ଧା ଠାରୁ 4 କି.ମି. ଦୂରରେ ଶାଳପଡ଼ା ଅବସ୍ଥିତ ।

(iii) କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଆମେ ରାସ୍ତାର ଆରମ୍ଭ ହାତିବନ୍ଧା ଠାରେ ବୋଲି ଧରି ନେଇଛୁ । ଏଣୁ ହାତିବନ୍ଧା କୁ ସଂଖ୍ୟା ଶୂନ ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଏ । ହାତିବନ୍ଧା ଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ଏକ କି.ମି. ଦୂରତାରେ ଶାଳପଡ଼ା ଆଡ଼କୁ କି.ମି.ଖୁଣ୍ଟମାନ ବସାଯାଏ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକୁ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ 1, 2, 3 ..... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଏ । ପୁନଶ୍ଚ ହାତିବନ୍ଧା ଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ଟୁକୁଣା ଆଡ଼କୁ 1 କି.ମି. ଦୂରତାରେ କି.ମି. ଖୁଣ୍ଟମାନ ବସାଯାଏ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକୁ 1, 2, 3...... ଆଦି ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଏ ।

ଏହା ଫଳରେ ଆମେ କହୁ ହାତିବନ୍ଧା ଠାରୁ ଡ଼ାହାଣକୁ 5 କି.ମି. ଦୂରରେ ଟୁକୁଣା ଅବସ୍ଥିତ ।

ହାତିବନ୍ଧା ଠାରୁ ବାମକୁ 4 କି.ମି. ଦୂରରେ ଶାଳପଡ଼ା ଅବସ୍ଥିତ ।

ଏହି ପରିସ୍ଥିତିରେ, ରାସ୍ତା ଉପରେ 1 ଚିହ୍ନିତ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ, 2 ଚିହ୍ନିତ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ, 3 ଚିହ୍ନିତ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ ଆଦି ରହିଥିବାର ଦେଖାଯାଉଛି । ଅବଶ୍ୟ ଗୋଟିଏ 1 ଚିହ୍ନିତ ବିନ୍ଦୁ ହାତିବନ୍ଧା ଠାରୁ ଡ଼ାହାଣକୁ ରହିଛି ତ ଅନ୍ୟ 1 ଚିହ୍ନିତ ବିନ୍ଦୁ ହାତିବନ୍ଧା ଠାରୁ ବାମକୁ ରହିଛି ।

ଏଣୁ ଦୁଇଟି 1 ଥିଲେ ମଧ୍ୟ ତାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥାଗତ ପାର୍ଥକ୍ୟ ରହିଛି ।

ଏହି ପାର୍ଥକ୍ୟକୁ ଦର୍ଶାଇବା ପାଇଁ ଆମେ ନିମ୍ନ ପଦ୍ଧତି ଅନୁସରଣ କରିପାରୁ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖିଲେ ଯେ ଗୋଟିଏ 1 ହେଉଛି 'ଡ଼ାହାଣକୁ' ଓ ଅନ୍ୟ 1 ହେଉଛି 'ବାମକୁ' । ଏହିପରି ଗୋଟିଏ 2 ହେଉଛି ଡ଼ାହାଣକୁ ଏବଂ ଅନ୍ୟ 2 ହେଉଛି ବାମକୁ ।

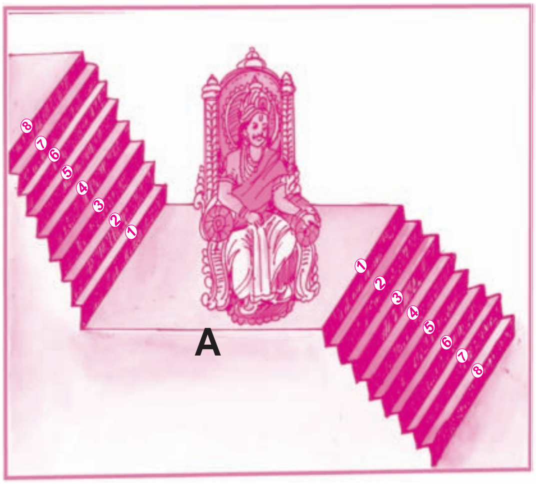
ଏହି ପାର୍ଥକ୍ୟକୁ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ କରିବା ଲାଗି ମଣିଷ 'ଡ଼ାହାଣ' ଲାଗି '+' ଚିହ୍ନ ଓ ବାମ ଲାଗି '–' ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରିବା କଥା ଚିନ୍ତା କଲା । ଫଳରେ ଉପରୋକ୍ତ ରାସ୍ତାର କି.ମି. ସୂଚକ ଖୁଣ୍ଟିମାନେ ନିମ୍ନମତେ ସୂଚିତ ହେଲେ –

ଏଠାରେ, 'ହାତିବନ୍ଧା' ଠାରେ ଦୁଇଟି ବିପରୀତ ଦିଗକୁ ଲମ୍ବିଥିବା ରାସ୍ତାର ଆରମ୍ଭ ହୋଇଥିବାରୁ ତାକୁ 'ମୂଳ ବିନ୍ଦୁ' ବା 'ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁ' ଆଖ୍ୟା ଦିଆଗଲା ଏବଂ ଏହାର ନାମ କରଣ ଲାଗି O (ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷର) ବ୍ୟବହାର କରାଗଲା ।

ଏହି ଆଲୋଚନା ଶୁଣି ସାରିଲା ପରେ ଶରତ କହିଲା, ''ମୁଁ ଗୋଟିଏ ପରିସ୍ଥିତି କହିବି'' । ତା'ପରେ ସେ ନିମ୍ନ ପରିସ୍ଥିତିଟି କହିଲା ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ପରିସ୍ଥିତି

ଜଣେ ରାଜା ତାଙ୍କର ଧନରତ୍ନକୁ ସୁରକ୍ଷିତ କରିବା ଲାଗି ଭୂମି ତଳକୁ ଗୋଟିଏ ଘର କରିଥା'ନ୍ତି । ଭୂମି ଉପରେ ଥିବା ଘର ଚଟାଣରୁ ଛାତ ଉପରକୁ ଯିବା ପାଇଁ ଶିଡ଼ିଟିଏ କରାଯାଇଥାଏ ଏବଂ ଭୂମି ତଳେ ଥିବା ଚଟାଣକୁ ଯିବାପାଇଁ ଆଉ ଗୋଟିଏ ଶିଡ଼ି ରହିଥାଏ ।

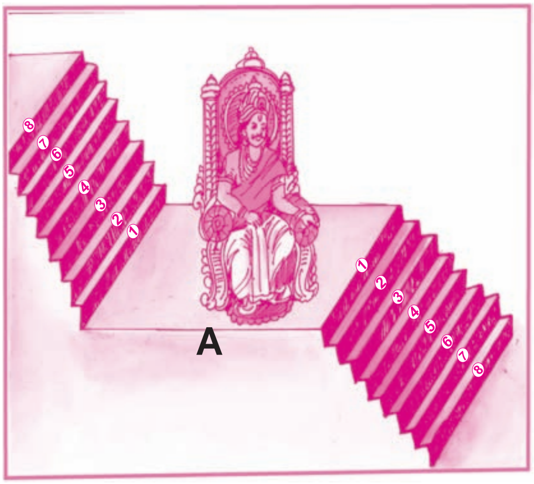


ଉଭୟ ଶିଡ଼ିର ଆରମ୍ଭ A ନାମକ ଗୋଟିଏ ସ୍ଥାନରେ ।

A ଠାରୁ ଉପର ପାହାଚଗୁଡ଼ିକୁ 1, 2, 3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଏବଂ A ଠାରୁ ତଳ ଆଡ଼କୁ ଥିବା ପାହାଚଗୁଡ଼ିକୁ ମଧ୍ୟ 1, 2,3 ..... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଇଥିଲା । ଏଣୁ 'ତଳକୁ 3 ନମ୍ବର ପାହାଚ' ବା 'ଉପରକୁ 3 ନମ୍ବର ପାହାଚ ବୋଲି ନ କହିଲେ କେଉଁ 3 ନମ୍ବର ପାହାଚ ତାହା ଜଣାପଡୁ ନଥିଲା ।

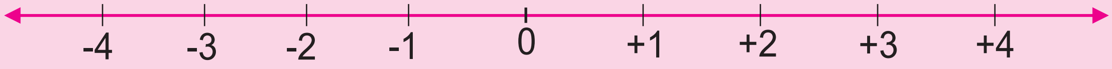
ଏହି ସମସ୍ୟାକୁ ଦୂର କରିବା ଲାଗି ମନ୍ତ୍ରୀ କହିଲେ –

ଯେଉଁଠି ପାହାଚ ଆରମ୍ଭ ସେ ସ୍ଥାନକୁ ଶୂନ (0) ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଉ ଏବଂ ଉପର ଆଡ଼କୁ ଥିବା ପାହାଚ ଗୁଡ଼ିକୁ +1, +2, +3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଓ ତଳକୁ ଥିବା ପାହାଚ ଗୁଡ଼ିକୁ -1, -2, -3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଉ । ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରଟିକୁ ନୂଆ ବ୍ୟବସ୍ଥା ଅନୁଯାୟୀ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।



୫.3 ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ବ୍ୟବସ୍ଥା

ଆମେ ଦେଖିଲେ, ଦୁଇଟି ବିପରୀତ ଅବସ୍ଥାକୁ ସୂଚାଉଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଲାଗି +1, +2, +3 ..... ଓ -1, -2, -3...... ଆଦି ସଂଖ୍ୟାମାନ ବ୍ୟବହାର କରାଗଲା । ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯେଉଁଠାରେ ବିପରୀତ ଅବସ୍ଥା ସୂଚକ ସଂଖ୍ୟା ଗଣନାର ଆରମ୍ଭ, ତାକୁ **ମୂଳ ବିନ୍ଦୁ** ବୋଲି କୁହାଗଲା ଏବଂ ଏହାକୁ ସଂଖ୍ୟା ଶୂନ (0) ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଗଲା ।



ଆମେ ପାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ହେଲା – { ......, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, ...}

ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ **ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସମୂହ** ନାମ ଦିଆଗଲା । ଏବଂ ଏହି ସଂଖ୍ୟାସମୂହ ସୂଚାଇବା ଲାଗି ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷର 'Z' ବ୍ୟବହାର କରାଗଲା ।

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ -1,-2,-3..... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକୁ **ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା** ବୋଲି ନାମିତ କରାଗଲା ଏବଂ +1, +2, +3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ **ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା** ରୂପେ ନାମିତ କରାଗଲା ।

'ଧନାତ୍ମକ ଓ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା' ନାମକରଣ କାହିଁକି ?

ଆମ ପାଖରେ ଥିବା ଟଙ୍କା ପଇସା ଓ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ସମ୍ପତ୍ତିକୁ ଆମେ ଆମର ଧନ ବୋଲି କହୁ । ମାତ୍ର ଆମେ ଯଦି କରଜ କରିଥାଉ, ତେବେ ଆମ ଧନରୁ ଆବଶ୍ୟକ ମତେ କିଛି ଆମ କରଜ ଦାତାକୁ ଦେଇ ଆମର କରଜ ଶୁଝୁ । ଏଣୁ କରଜ ବା ଋଣ ହେଉଛି ଧନର ବିପରୀତ ଅବସ୍ଥା । କାରଣ ଧନ ଆମର ସମ୍ପତ୍ତିକୁ ବଢ଼ାଏ ଏବଂ ଋଣ ଆମର ସମ୍ପତ୍ତିକୁ କମାଏ ।

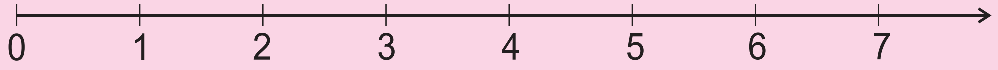
ଏହି କାରଣରୁ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ +1, +2, +3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ -1, -2, -3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ନାମକରଣ କରାଯାଇଛି ।

ନିମ୍ନରେ ଜଣେ ଦୋକାନୀର କେତେକ ଜିନିଷର ବିକ୍ରିକୁ ଲାଭ ଓ କ୍ଷତିରେ ସୂଚାଯାଇଛି । ଲାଭ ଓ କ୍ଷତି ହେଉଛି ଦୁଇଟି ବିପରୀତ ଅବସ୍ଥା । ଲାଭକୁ '+' ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଯାଉଥିବା ବେଳେ 'କ୍ଷତି' କୁ '-' ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଯାଇଥାଏ । କେତେକ ପରିସ୍ଥିତିର ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇଛି, ସଂକେତ ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖ -

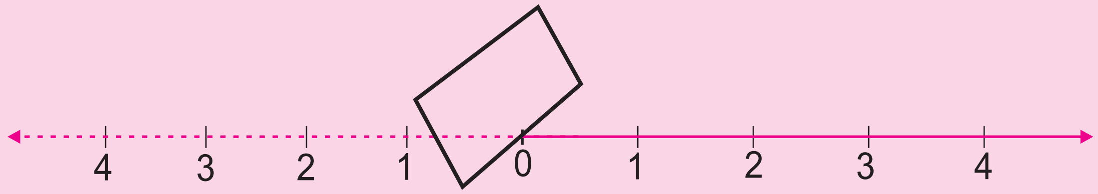
ଜିନିଷର ନାମ	**ଲାଭ**	**କ୍ଷତି**	**ଉପଯୁକ୍ତ ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରି ସୂଚାଇବା**
ସୋରିଷତେଲ	150 ଟଙ୍କା		
ଚାଉଳ		250ଟଙ୍କା	
ଗୋଲମରିଚ	225 ଟଙ୍କା		
ଗହମ	200ଟଙ୍କା		
ଆଳୁ		50 ଟଙ୍କା	

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ଧଳା କାଗଜ ପୃଷ୍ଠା ଉପରେ ଗୋଟିଏ ରଶ୍ମି ଅଙ୍କନ କରି ତା'ଉପରେ ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖାଅ । (ନିମ୍ନଚିତ୍ର ପରି) ।



- ଗୋଟିଏ ଦର୍ପଣ-କାଚ ଆଣି ତା'ର ଗୋଟିଏ ଧାରକୁ କାଗଜ ଉପରେ ଲଗାଇ ରଖ, ଯେପରି ଦର୍ପଣ ପୃଷ୍ଠଟି କାଗଜ ସହ ଲମ୍ବ ଭାବରେ ରହିବ ଏବଂ କାଗଜକୁ ଲାଗି ରହିଥିବା ଦର୍ପଣର ଧାରଟି କାଗଜରେ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାରେଖା ପ୍ରତି ମଧ୍ୟ ଲମ୍ବ ଭାବରେ ରହିବ ।
- ବର୍ତ୍ତମାନ ଦର୍ପଣର ଧାରଟି ସଂଖ୍ୟାରେଖାର ସଂଖ୍ୟା ଶୂନ (0) କୁ ଲଗାଇ ରଖ ଯେପରି ଏହାର ପ୍ରତିଫଳନ ପାଖଟି ରଶ୍ମି ଉପରିସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟା ଆଡକୁ ରହିବ । ଏହି ପରିସ୍ଥିତି ନିମ୍ନ ଚିତ୍ର ଭଳି ଦେଖାଯିବ ।

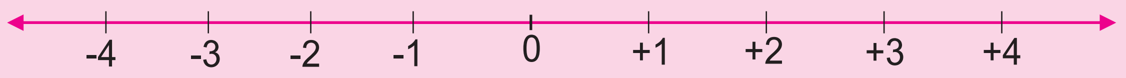


- ତୁମେ ଦର୍ପଣକୁ ଚାହିଁଲେ ତୁମ ଆଙ୍କିଥିବା ରଶ୍ମି ଓ ଏହା ଉପରିସ୍ଥ 1, 2, 3 ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଦର୍ପଣରେ ଦେଖାଯିବ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକ 0 ଠାରୁ ବାମକୁ କ୍ରମଶଃ ବୃଦ୍ଧି ପାଇବା ପରି ଦେଖାଯିବ ।
- ଦର୍ପଣର ପଛ ଆଡ଼କୁ ଦେଖାଯାଉଥିବା 1, 2, 3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ -1, -2, -3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ବୋଲି ଗ୍ରହଣ କରାଯାଇପାରେ ।

ଏହି କାମଟିରୁ ତୁମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର –

- ତୁମେ ଅଙ୍କନ କରିଥିବା ରଶ୍ମି ଓ ଦର୍ପଣରେ ଦେଖାଯାଉଥିବା ପ୍ରତିବିମ୍ବ (ରଶ୍ମିର ପ୍ରତିବିମ୍ବ) ଏକତ୍ର ଗୋଟିଏ ରେଖା ସୃଷ୍ଟି କରିବ ଏବଂ ଏହି ରେଖା ଉପରେ ଥିବା 0(ଶୂନ) ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁର ଡ଼ାହାଣକୁ 1, 2, 3 .... ଆଦି ତୁମେ ଲେଖିଥିବା ସଂଖ୍ୟା ରହିବ ଓ ବାମକୁ ଉକ୍ତସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରତିବିମ୍ବ ସଂଖ୍ୟା 1, 2, 3 ...... ଆଦି ରହିବ ।
- ଦର୍ପଣଟି ଉଠାଇ ନେଇ ଓ ତୁମେ ପୂର୍ବରୁ ଅଙ୍କନ କରିଥିବା ରଶ୍ମିଟିକୁ ବାମକୁ ବଢ଼ାଇଲେ କ'ଣ ହେବ ?

  ପୂର୍ବରୁ ଅଙ୍କିତ ରଶ୍ମିରେ ଯୋଡ଼ିଥିବା ଅଂଶଟିକୁ ମୂଳରଶ୍ମିର ବିପରୀତ ରଶ୍ମିରୂପେ ରହିବ । ଉଭୟ ରଶ୍ମି ଏକତ୍ର ଏକ ସରଳରେଖା ସୃଷ୍ଟି କରିବେ । ମୂଳରଶ୍ମିର ବିପରୀତ ରଶ୍ମି ହିଁ ତୁମେ ଦର୍ପଣରେ ଦେଖିଥିବା ପ୍ରତିବିମ୍ବ-ରଶ୍ମି । ଏହା ଉପରେ ପୂର୍ବରୁ ନେଇଥିବା କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନ ସଙ୍ଗେ ସମାନ ବ୍ୟବଧାନ ନେଇ ବିନ୍ଦୁମାନ ଚିହ୍ନଟ କର ଓ ସେଗୁଡ଼ିକୁ 0 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁର ଠିକ୍ ବାମରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁରୁ ଆରମ୍ଭ କରି -1, -2, -3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ନାମିତ କର । ତୁମେ ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରଟି ପାଇବ ।



ଅବଶ୍ୟ ଏହି ଚିତ୍ରରେ 0 (ଶୂନ) ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁର ଡ଼ାହାଣକୁ ଥିବା ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ପାଖରେ ଆଗରୁ 1, 2, 3 .... ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଲେଖାଯାଇଥିଲା । ବର୍ତ୍ତମାନ ସେହିଗୁଡ଼ିକ ସହ '+' ଚିହ୍ନ ଲେଖ । ଫଳରେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ +1, +2, +3........ ରେ ପରିଣତ ହେବ । (ଅବଶ୍ୟ +1 ଓ 1 ମଧ୍ୟରେ ସଂଖ୍ୟାଗତ ପାର୍ଥକ୍ୟ ନାହିଁ) ।

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ମଧ୍ୟରେ +1 ଓ -1 **ପରସ୍ପର ବିପରୀତ** । ଏହି ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ିକୁ ଆମେ (+1, -1) ରୂପେ ଲେଖୁ । ସେହିପରି ଅନ୍ୟ ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ି ମାନ ହେଲେ (+2, -2), (+3, -3), (+4, -4) ଇତ୍ୟାଦି ।

+ 5 ର ବିପରୀତ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି - 5

- 5 ର ବିପରୀତ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି + 5

ଜାଣିଛ କି ?

0 ର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା ସେ ନିଜେ । ଅର୍ଥାତ୍ 0 = – 0

ଯେଉଁଠି ଦୁଇଟି ବିପରୀତ ପରିସ୍ଥିତି ସହ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ପୃକ୍ତ ହୋଇଥାଏ, ସେଠାରେ ଗୋଟିଏ ପରିସ୍ଥିତି ସହ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଓ ଏହାର ବିପରୀତ ପରିସ୍ଥିତି ସହ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସମ୍ପୃକ୍ତ କରାଯାଏ । ବିପରୀତ ପରିସ୍ଥିତିର କେତେକ ଉଦାହରଣ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

ଦୂରତା ମାପ କ୍ଷେତ୍ରରେ : ବାମ – ଡ଼ାହାଣ, ତଳ-ଉପର, ଆଗ-ପଛ, ଉଚ୍ଚତା-ଗଭୀରତା ଆଦି ବିପରୀତ ପରିସ୍ଥିତି । ସାଧାରଣତଃ –

'ଡ଼ାହାଣ' ଲାଗି ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଓ 'ବାମ' ଲାଗି ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା,

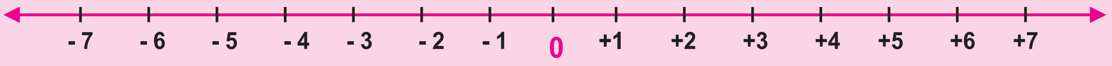
'ଉପର' ଲାଗି ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଓ 'ତଳ' ଲାଗି ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା,

'ଉଚ୍ଚତା' ଲାଗି ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଓ 'ଗଭୀରତା' ଲାଗି ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।

ଏହି ଆଲୋଚନା ଶୁଣିବା ପରେ, ରମନ୍ ପଚାରିଲା – "**+4 ଓ -7 କୁ ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା କହିବା କି ?**"

ରମନ୍ ପଚାରିଥିବା ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଜାଣିବା ପାଇଁ ଆସ ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା କାମଟିକୁ କରିବା ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ



- ଉପରିସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟାରେଖାକୁ ଦେଖି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

  ଶୂନ (0) ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ପାଖରୁ ଡ଼ାହାଣକୁ 3 ଏକକ ଯାଅ, କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଲ ?

  ଶୂନ (0) ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ପାଖରୁ ବାମକୁ 3 ଏକକ ଯାଅ, କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଲ ?

- ଶୂନ ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ଏହାର ବିପରୀତ ପାଖରେ ସମାନ ସମାନ ଦୂରତାରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିକୁ ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ । ଏଣୁ, +3 ଓ -3 ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା ।

  ଯେହେତୁ +4 ଓ -7 ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି 0 ଠାରୁ ସମାନ ସମାନ ଦୂରତାରେ ନାହାଁନ୍ତି, ତେଣୁ ସେମାନଙ୍କୁ ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯିବ କି ?

ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଆଉ ଗୋଟିଏ କାମ କରିବା ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ତୁମେ ଓ ତୁମ ସାଙ୍ଗ ଏକାଠି ବସ ।
- ତୁମ ପାଖରେ -1, -2, -3, ..., - 8 ଲେଖାଥିବା ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡ଼ ରଖ । ତୁମ ପାଖରେ କେତୋଟି ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡ ରହିଲା ?
- ସେହିପରି ତୁମ ସାଙ୍ଗକୁ +1, +2, +3, ..., + 8 ଲେଖାଥିବା ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡ଼ ଦିଅ ।
- ତୁମେ -1 କାର୍ଡ଼କୁ ଦେଖାଇଲେ ତୁମ ସାଙ୍ଗକୁ -1 ର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡଟିକୁ ଦେଖାଇବାକୁ କହ । ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ ଦୁଇଟିକୁ ଏକାଠି ରଖ ।
- ସେହିପରି ତୁମ ସାଙ୍ଗ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡ ଦେଖାଇଲେ ତୁମେ ସେହି ସଂଖ୍ୟାର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡଟିକୁ ଦେଖାଅ । ଏହିଭଳି ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡ ସରିବା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ କାର୍ଯ୍ୟଟିକୁ କର ।
- ଏହିପରି ଭାବେ ଖେଳି ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାଯୋଡ଼ି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

8.3.1 ରଣାତ୍ମକ ଚିହ୍ନ (–) ର ଅର୍ଥ

ଏ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଲାଗି (–) ଚିହ୍ନର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଉଥିଲା । ଆମ ପାଇଁ 5 - 3 ର ଅର୍ଥ ଥିଲା 5 ରୁ 3 ବିୟୋଗ କରିବା । ମାତ୍ର '-3' ଲାଗି କୌଣସି ଅର୍ଥ ଆମ ପାଖରେ ନ ଥିଲା, ଯେ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆମେ କେବଳ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ପରିଚିତ ଥିଲେ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ୍ '–' ଚିହ୍ନର ଅନ୍ୟ ଏକ ଅର୍ଥ ଆମେ ପାଇଲେ । ଏହା ହେଲା **'ବିପରୀତ ପରିସ୍ଥିତି'** ସୂଚକ ଚିହ୍ନ ।

ଅର୍ଥାତ୍, + 5 ର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା – 5

+ 5 ଓ – 5 ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା, ଏଣୁ –

5 ର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା = + 5 ବା, – (– 5) = + 5

ସେହିପରି, – (– 7) = +7

୪.4 ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ବଡ଼-ସାନ କ୍ରମ

ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ ଦର୍ଶାଇବା ବେଳେ ଆମେ ଦେଖିଥିଲେ –

ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା ଅପେକ୍ଷା ବୃହତ୍ତର ସଂଖ୍ୟାଟି ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁର ଡାହାଣକୁ ରହେ ଏବଂ ସେହି ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ସାନ ସଂଖ୍ୟାଟି ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁର ବାମକୁ ରହେ ।

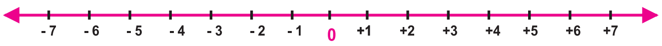
ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ଦେଖାଇବା ବେଳେ ମଧ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର କ୍ରମ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ସେହି ନିୟମ ଅନୁସରଣ କରିବା । ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ –

0 ଅପେକ୍ଷା -1 ସାନ,

-1 ଅପେକ୍ଷା - 2 ସାନ,

-2 ଅପେକ୍ଷା -3 ସାନ,

-୪ ଅପେକ୍ଷା -୫ ସାନ,



ନିମ୍ନସ୍ଥ ଦୁଇଟି କଥାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର –

-୪ ଅପେକ୍ଷା ୫ ବଡ଼ (ଏହା ଆମେ ଜାଣୁ)

-୪ ଅପେକ୍ଷା - ୫ ସାନ (ବର୍ତ୍ତମାନ ଜାଣିଲେ)

ଶ୍ରେଣୀରେ ଏ ସମସ୍ତ ଆଲୋଚନା ଶୁଣି ରମେଶ ପଚାରିଲା – ଏଭଳି ଗୋଟିଏ ପରିସ୍ଥିତି କ'ଣ ଅଛି ଯେଉଁଠି -୫ ଅପେକ୍ଷା - ୪ ବଡ଼ ବୋଲି ଜଣା ପଡ଼ିବ ? ସୀମା ଉତ୍ତର ଦେଲା –

ଆମେ ତ ଜାଣିଛୁ, ଲାଭ ପରିମାଣକୁ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ଓ କ୍ଷତି ପରିମାଣକୁ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ । ସମସ୍ତେ କହିଲେ 'ହଁ' । ରହିମ ଓ ଶଙ୍କର ପ୍ରତ୍ୟେକ 5000 ଟଙ୍କା ଲେଖାଏଁ ମୂଳଧନ ନେଇ ବ୍ୟବସାୟ କରିଥିଲେ ।

ଗୋଟିଏ ସପ୍ତାହ ଶେଷରେ ଦେଖାଗଲା –

ରହିମ 200 ଟଙ୍କା କ୍ଷତି କରିଛି ଏବଂ

ଶଙ୍କର 50 ଟଙ୍କା କ୍ଷତି କରିଛି ।

ତେବେ କହ, ବର୍ତ୍ତମାନ କାହାର ମୂଳ ଜମା କେତେ ଅଛି ?

ରହିମର ବର୍ତ୍ତମାନ ମୂଳଜମା = 5000 ଟ. - 200ଟ.

= 4800 ଟଙ୍କା

ଶଙ୍କରର ବର୍ତ୍ତମାନ ମୂଳଜମା = 5000 ଟ. - 50ଟ.

= 4950 ଟ.

ତେବେ 200ଟଙ୍କା କ୍ଷତି କରିଥିବା ବ୍ୟବସାୟୀର ଜମା ଅଧିକ, ନାଁ 50 ଟଙ୍କା କ୍ଷତି କରିଥିବା ବ୍ୟବସାୟୀର ଜମା ଅଧିକ ?

ଏଣୁ କ୍ଷତି 200 (ବା-200) ଅପେକ୍ଷା କ୍ଷତି 50 (-50) ବଡ଼ । -50 > - 200

କ୍ଷୁଦ୍ରତର ଚିହ୍ନ (<) ବ୍ୟବହାର କରି ବର୍ତ୍ତମାନ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର କ୍ରମ ହେବ -

1 < 2
0 < 1 (ଆମେ ଜାଣିଥିଲେ)

-1 < 0
-2 < -1
-3 < -2
-12 < -11 (ବର୍ତ୍ତମାନ ଜାଣିଲେ)

ନିମ୍ନ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର କ୍ରମ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆମେ ନିମ୍ନ କଥାମାନ ଜାଣିଲେ

- ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା 0 (ଶୂନ) ଅପେକ୍ଷା ବଡ଼ ।
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା, ଯେ କୌଣସି ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଅପେକ୍ଷା ବଡ଼ ।
- 0 (ଶୂନ), ପ୍ରତ୍ୟେକ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଅପେକ୍ଷା ବଡ଼ ।
- 9 > 7 ଓ -9 < -7, 5 > -3 ଓ -5 < 3, -7 < -4 ଓ 7 > 4

  ଅର୍ଥାତ୍ ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯେଉଁ ପ୍ରକାର ଅସମତା (ବଡ଼ ବା ସାନ)ଥାଏ, ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ପୂର୍ବ ଅସମତାର ବିପରୀତ ଅସମତା ଥାଏ ।
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ବ୍ୟବଧାନ ହେଉଛି 1,

  ଯେପରି 6 - 5 = 1 (ଆମେ ଜାଣିଛେ)

  ସେପରି -2 - (-3) = 1

  -3 - (-4) = 1 ଇତ୍ୟାଦି
- ସଂଖ୍ୟା ରେଖା ଉପରେ ଥିବା ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ ଡ଼ାହାଣକୁ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା, ବାମକୁ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଠାରୁ ବଡ଼ । ଫଳରେ ବାମକୁ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଡାହାଣକୁ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ସାନ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 8.1

1. ନିମ୍ନ ପରିସ୍ଥିତିମାନଙ୍କର ବିପରୀତ ପରିସ୍ଥିତି ଲେଖ।

   (କ) ଜନସଂଖ୍ୟା ବୃଦ୍ଧି (ଖ) ବ୍ୟାଙ୍କରେ ଟଙ୍କା ଜମା କରିବା

   (ଗ) ବ୍ୟୟ କରିବା (ଘ) ଉତ୍ତରକୁ ଯିବା

   (ଙ) ତାପମାତ୍ରା ହ୍ରାସ (ଚ) 500 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦ

2. '+' ବା '−' ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖ।

   (କ) 400 ଟଙ୍କା ଲାଭ (ଖ) ଡାହାଣକୁ 4 କି.ମି.

   (ଗ) ବ୍ୟାଙ୍କରୁ 300 ଟଙ୍କା ଉଠାଣ (ଘ) 5 ଗୋଲ୍‌ରେ ହାରିବା

   (ଙ) ଭୂପୃଷ୍ଠ ଠାରୁ 200ମି. ଉଚ୍ଚ (ଚ) 2,00,000 ଟଙ୍କା ଆୟ।

3. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାଯୋଡ଼ି ଚିହ୍ନଟ କର।

   (2, -3), (-5, 5), (-7, -8), (-1, 0), (-11, +11), (17, -17)

4. ଗୋଟିଏ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦିବସରେ ଭାରତର ଛଅଟି ସ୍ଥାନର ତାପମାତ୍ରାକୁ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି।

ସ୍ଥାନ	**ତାପମାତ୍ରା**
ସିଆଚୀନ	$0^{\circ}C$ ରୁ $10^{\circ}C$ କମ୍
ଭୁବନେଶ୍ୱର	$0^{\circ}C$ ରୁ $22^{\circ}C$ ଅଧିକ
ସିମଳା	$0^{\circ}C$ ରୁ $3^{\circ}C$ କମ୍
ଦାରିଙ୍ଗିବାଡ଼ି	$0^{\circ}C$ ରୁ $1^{\circ}C$ କମ୍
କୋରାପୁଟ	$0^{\circ}C$ ରୁ $8^{\circ}C$ ଅଧିକ
ଲଦାଖ	$0^{\circ}C$ ରୁ $8^{\circ}C$ କମ୍

   (କ) ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥାନର ତାପମାତ୍ରାକୁ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

   (ଖ) ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଅଙ୍କନ କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥାନର ତାପମାତ୍ରାକୁ ସେଥିରେ ସୂଚାଅ।

   (ଗ) କେଉଁ ସ୍ଥାନର ତାପମାତ୍ରା ସବୁଠାରୁ ଅଧିକ ଓ କେଉଁ ସ୍ଥାନର ତାପମାତ୍ରା ସବୁଠାରୁ କମ୍ ?

5. ନିମ୍ନରେ ଥିବା କ୍ରମଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ କ୍ରମକୁ ଚିହ୍ନାଅ।

   $3 < 4$, $-7 > -8$, $-9 > +5$, $-3 < 0$, $-8 < +2$, $+1 > -300$, $-0 < 0$

6. ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ।

   (କ) 7 (ଖ) -9 (ଗ) -10 (ଘ) 0 (ଙ) 17

7. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସାନରୁ ବଡ଼ କ୍ରମରେ ଲେଖ।

(କ) 2 ଓ 8 (ଖ) -3 ଓ -7

(ଗ) -5 ଓ +2 (ଘ) -1 ଓ +1

(ଙ) -7 ଓ 0

8. ଖାଲି ଘରେ **>, <** ଓ **=** ଚିହ୍ନମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଉପଯୁକ୍ତ ଚିହ୍ନ ବସାଅ, ଯେପରି କ୍ରମ ଠିକ୍ ରହିବ।

(କ) 2 ☐ - 5 (ଖ) -7 ☐ 3 (ଗ) 0 ☐ - 4

(ଘ) 0 ☐ - 0 (ଙ) -0 ☐ - 3 (ଚ) - 3 ☐ - 7

9. ନିମ୍ନ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଉକ୍ତିକୁ ବାଛି ତୁମ ଖାତାରେ ଲେଖ।

(କ) କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 0। (ଖ) - 225 ଅପେକ୍ଷା - 80 ସାନ।

(ଗ) - 444 ଅପେକ୍ଷା 0 ସାନ। (ଘ) -2 < 0 < 7

(ଙ) - 0 = 0 (ଚ) ଶୂନ (0)ଧନାତ୍ମକ ବା ଋଣାତ୍ମକ ନୁହେଁ।

10. (କ) ସାନରୁ ବଡ଼ କ୍ରମରେ ସଜାଅ।

5, 0, -11, 14, -20, 25, - 4

(ଖ) ବଡ଼ରୁ ସାନକ୍ରମରେ ସଜାଅ।

- 8, 2, 5, -6, 0, 15, -111

11. ସଂଖ୍ୟାରେଖାକୁ ଦେଖି, ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଦିଅ।

(କ) + 5 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ଡ଼ାହାଣକୁ 3 ଏକକ ଦୂର ଗଲେ, କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବ ?

(ଖ) + 5 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ବାମକୁ 3 ଏକକ ଦୂର ଗଲେ, କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବ ?

(ଗ) + 7 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ କେତେ ଏକକ ଦୂରରେ - 4 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ରହିଛି ?

(ଘ) - 7 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ଯେତିକି ଦୂରରେ - 4 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ରହିଛି, -7 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁର ବାମକୁ ପାଖକୁ ସେତିକି ଦୂରରେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ରହିଛି ?

12. ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରେ

(କ) -3 ଓ - 8 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନ କେତେ ?

(ଖ) -2 ଓ + 3 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା କେତେ ?

8.5 ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ।

8.5.1 ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ :

ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସହ ତୁମେମାନେ ପରିଚିତ ।

+ 5 ଓ 5 ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି ପାର୍ଥକ୍ୟ ନାହିଁ । ଏଣୁ 5 + 3 ଏବଂ (+5) + (+3) ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି ପାର୍ଥକ୍ୟ ନାହିଁ । ତେଣୁ ତୁମେ କହିପାରିବ : (+5) + (+3) = + 8

ତେବେ ଏହି ଯୋଗଫଳ କିପରି ପାଇଥିଲ ଆସ ମନେ ପକାଇବା ।

5ଟି ଫୁଲ   3ଟି ଫୁଲ

ତିନୋଟି ଫୁଲରୁ ଗୋଟିଏ ଆଣି 5ଟି ଫୁଲ ସହ ମିଶାଇଲେ –

6ଟି ଫୁଲ   2 ଟି ଫୁଲ

ଦୁଇଟି ଫୁଲରୁ ଗୋଟିଏ ଆଣି 6ଟି ଫୁଲ ସହ ମିଶାଇଲେ –

7 ଟି ଫୁଲ   1 ଟି ଫୁଲ

ଶେଷ ଗୋଟିକ ଆଣି 7ଟି ଫୁଲ ସହ ମିଶାଇଲେ –

8 ଟି ଫୁଲ

ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମ ଅନୁଯାୟୀ 3 ରୁ 1,1 ଓ ଆଉ 1 ଆଣି 5 ସହ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ଏକାଠି କରି ପାଇଲେ 8 ।

ଏହି କାର୍ଯ୍ୟକୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରେ ନିମ୍ନମତେ କରାଯାଇପାରିବ ।

ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାଟି ଦର୍ଶାଇବା ପାଇଁ ଶୂନ (0) ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯିବ ।

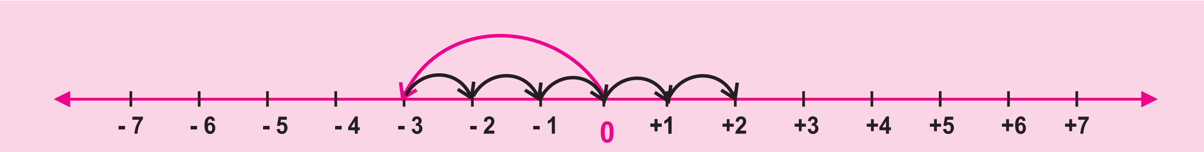
(+5) ଓ (+3) ର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଲାଗି ଶୂନ ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ 5 ଘର ଡ଼ାହାଣକୁ ଯାଇ +5 ବିନ୍ଦୁ ପାଖରେ ପହଞ୍ଚିବା ପରେ, ଗଣିଗଣି 3 ବା 3 ଏକକ ଘର ଡ଼ାହାଣକୁ ଗଲେ। ବର୍ତ୍ତମାନ ପହଞ୍ଚିଲେ + 8 ପାଖରେ।

ଏଣୁ ଜାଣିଲେ, (+5) + (+3) = +8

ଏହି ପ୍ରଣାଳୀରେ ନିମ୍ନ ଯୋଗ କ୍ରିୟା ଗୁଡ଼ିକୁ ସମ୍ପାଦନ କରିବା।

(କ) (-3) + (+5) = ?

ଯୋଗ କ୍ରିୟାର ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା -3 ହେତୁ ଶୂନ (0) ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁରୁ -3 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯାଇ -3 ବିନ୍ଦୁ ପାଖରେ ପହଞ୍ଚିଲେ।



+5 ଯୋଗ କରିବା କାର୍ଯ୍ୟ କରିବା ଲାଗି ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଘର ନେଇ ପାଞ୍ଚ ଘର (ବା ଏକକ) ଗଣି ଡାହାଣକୁ ଯିବା। ଆମେ ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପାଖରେ ପହଞ୍ଚିଲେ ତାହା ହେଲା +2।

ଏଣୁ (-3) + (+5) = +2

କହିଲ ଦେଖି :
ସଂଖ୍ୟାରେଖା ବ୍ୟବହାର କରି - 4 ରେ +6 ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ କେତେ ହେବ ?

8.5.2. ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ବିୟୋଗ :

ଆମେ ଜାଣିଛୁ, 'ଲାଭ'କୁ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଓ 'କ୍ଷତି'କୁ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ।

ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣ କଥା ଦ୍ୱାରା ସହଜରେ ଏହାକୁ ବୁଝିପାରିବା । ତାହା ହେଲା – ଲାଭ କମିଯାଏ ଯଦି କ୍ଷତି ଅଧିକ ହୁଏ। ଏହି କଥା ଲାଗି ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା –

ଗୋବିନ୍ଦ ଆଳୁ ବିକି 10 ଟଙ୍କା ଲାଭ କଲା ଓ ପିଆଜ ବିକି 4ଟଙ୍କା କ୍ଷତି କଲା।

ତେବେ ତା'ର ମୋଟ ଲାଭ ହେଲା = 10ଟ. – 4ଟ. = 6ଟ.

ତା'ପର ଦିନ ତା'ର ଆଳୁ ବିକ୍ରିରୁ ଲାଭ କଲା 10ଟ. କିନ୍ତୁ ପିଆଜ ବିକ୍ରିରୁ କ୍ଷତି ହେଲା 5 ଟଙ୍କା, ଅର୍ଥାତ୍ ତା'ର କ୍ଷତି 1ଟଙ୍କା ଅଧିକ ହେଲା।

ମୋଟ ଲାଭ ହେଲା = 10ଟ. – 5ଟ. = 5ଟ.

ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖିଲେ,

ଦ୍ୱିତୀୟ ଦିନ ତା'ର କ୍ଷତି 1ଟଙ୍କା ବଢ଼ିଯିବାରୁ (4ଟ. ପରିବର୍ତ୍ତେ 5ଟ. କ୍ଷତି ହେବାରୁ) ତା'ର ମୋଟ ଲାଭ 1ଟ. କମିଗଲା (6ଟ. ପରିବର୍ତ୍ତେ 5ଟ. ଲାଭ ହେଲା)। ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ, କ୍ଷତି ଯେତିକି ବଢ଼େ, ଲାଭ ସେତିକି କମେ।

ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ? **- 3 ଯୋଗ କରିବା ଯାହା +3 ବିୟୋଗ କରିବା ତାହା।**

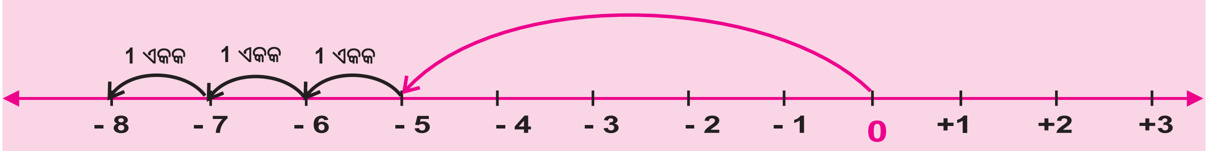
ଏଣୁ (-5) + (-3) = -5 - (+3)

ଆମେ 7 ରୁ 3 କିପରି ବିୟୋଗ କରୁ ?

7 - 3 = (7-1)-2
= (6-1)-1
= 5 - 1 = 4

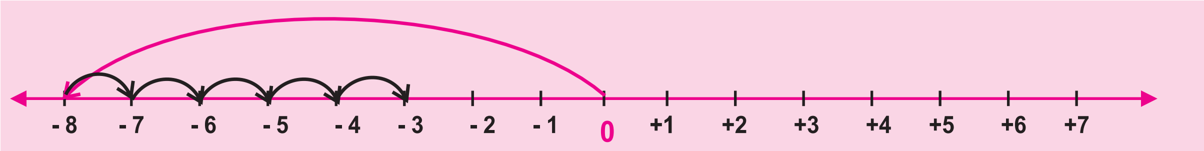
ଅର୍ଥାତ୍ 7ରୁ ଥର ଥର କରି 3 ଗୋଟି 1 କମାଇ ଆମେ 7ରୁ 3 ବିୟୋଗ କରିଥାଉ। 1 କମାଇବା ଅର୍ଥ ସେହିସଂଖ୍ୟା ପାଇବା, ଯେଉଁଟି ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ପୂର୍ବ ସଂଖ୍ୟାର ବାମ ପାଖରେ ଥାଏ। ଏଣୁ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ବିୟୋଗ କଲା ବେଳେ ଆମେ ବାମକୁ ଯାଉ।

(କ) (-5) + (-3) = -5 - (+3)



ଶୂନ (0) ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁରୁ - 5 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯିବାପରେ, +3 ବିୟୋଗ କରିବା ଲାଗି 3 ଘର (ଏକକ) ବାମକୁ ଗଲେ। -5 + (-3) = -5 - (+3) = -8

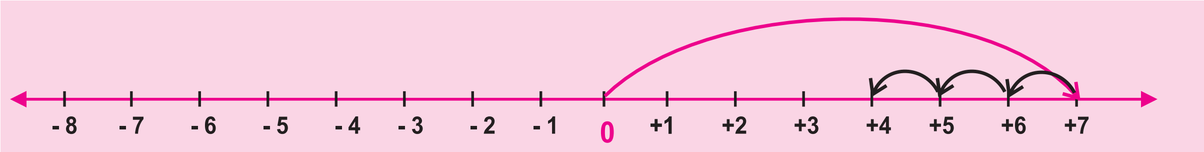
(ଖ) (- 8) + (+5) = ?



ଆମେ ଦେଖିଲେ : -8 + (+5) = -3

(ଗ) (+ 7) - (+3) = ?

ଆମେ ତ' ଜାଣିଲୁଣି +3 ବିୟୋଗ କରିବା ଲାଗି 3 ଏକକ ବାମକୁ ଯିବାକୁ ହେବ।

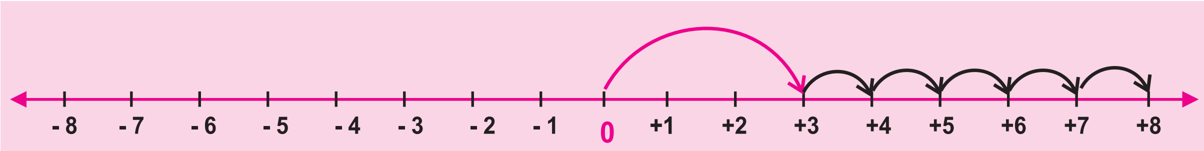


(+ 7) - (+3) = + 4

(ଘ) (+3) - (-5) = ?

-5 ବିୟୋଗ କରିବା ଅର୍ଥ ହେଉଛି - 5ର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା +5 କୁ ଯୋଗ କରିବା।

(+3) - (-5) = (+3) + (+5)



ଏଣୁ, (+3) - (-5) =(+3) + (+5) = +8

ସଂଖ୍ୟାରେଖା ସାହାଯ୍ୟରେ ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ କାର୍ଯ୍ୟ ସମ୍ବନ୍ଧରେ କେତେକ ଜାଣିବା କଥା

- ଯୋଗ ବା ବିୟୋଗ କଲାବେଳେ ଆମେ ଶୂନ (0) ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରୁ।
- ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗକଲା ବେଳେ ଆମେ ଡ଼ାହାଣକୁ ଯାଉ।
- ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ବିୟୋଗ କଲାବେଳେ ଆମେ ବାମକୁ ଯାଉ।
- ଯେଉଁ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗ କରିବାକୁ ଥାଏ, ଗୋଟି ଗୋଟି କରି ସେତିକି ଘର (ଏକକ) ଗଣି ଆମେ ଡାହାଣକୁ ଯାଉ।
- ଯେଉଁ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ବିୟୋଗ କରିବାକୁ ଥାଏ, ଗୋଟି ଗୋଟି କରି ସେତିକି ଘର ଗଣି ଆମେ ବାମକୁ ଯାଉ।
- **ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗ କରିବା ପାଇଁ ସେହି ସଂଖ୍ୟାର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ନେଇ ବିୟୋଗ କରିବା।** ଏଣୁ ଯେଉଁଠି ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗ କରିବାକୁ ଥାଏ, ସେଠାରେ ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ କରିବାକୁ ହୁଏ।

  ଯଥା : $(+5)+(-7)=(+5)-(+7)$
- **ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ବିୟୋଗ କରିବା ପାଇଁ, ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗ କରିବାକୁ ହୁଏ।**

  ଯଥା : $(+3)-(-5)=(+3)+(+5)$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 8.2

1. ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଅଙ୍କନ କରି ସେଥିରେ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନ ଚିହ୍ନଟ କର। ସେହି ସଂଖ୍ୟାରେଖା ସାହାଯ୍ୟରେ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଦିଅ।

   (କ) -3 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟାର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁର ଦୂରତା କେତେ ଏକକ ?

   (ଖ) -7 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ଓ - 4 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା କେତେ ?

   (ଗ) + 7 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ଓ + 4 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା କେତେ ?

2. ସଂଖ୍ୟା ରେଖାଟିଏ ଅଙ୍କନ କରି ସେଥିରେ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମାନଙ୍କୁ ଚିହ୍ନଟ କର। ସେହି ସଂଖ୍ୟା ରେଖାକୁ ଦେଖି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଦିଅ।

   (କ) -2 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ପାଖରୁ 4 ଏକକ ବାମକୁ ଆସିଲେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ପାଖରେ ପହଞ୍ଚିବ ?

   (ଖ) +4 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ 7 ଏକକ ବାମକୁ ଆସିଲେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ପାଖରେ ପହଞ୍ଚିବ ?

   (ଗ) -5 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ପାଖରୁ 4 ଏକକ ଡ଼ାହାଣକୁ ଆସିଲେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପାଖରେ ପହଞ୍ଚିବ ?

   (ଘ) -2 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ 5 ଏକକ ଡ଼ାହାଣକୁ ଗଲେ, କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପାଖରେ ପହଞ୍ଚିବ ?

3. ସଂଖ୍ୟାରେଖା ସାହାଯ୍ୟରେ ଯୋଗକର । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନ ସମାଧାନ ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାରେଖାର ସାହାଯ୍ୟ ନିଅ ।

(କ) (+3) + (+2)   (ଖ) (-2) + (+5)   (ଗ) (+8) + (-3)

(ଘ) (-7) + (+4)   (ଙ) (-3) + (-4)   (ଚ) (+5) + (0)

4. ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନ ଲାଗି ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଅଙ୍କନ କରି ବିୟୋଗ କର ।

(କ) (+5) - (+3)   (ଖ) (+7) - (-4)   (ଗ) (+5) - (+8)

(ଘ) (+4) - (-7)   (ଙ) (-4) - (+3)   (ଚ) (-6) - (-5)

8.6 ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ବିଭିନ୍ନ ନିୟମ

(କ) ଆମେ ଯେଉଁ ଯୋଗ କାର୍ଯ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ସମ୍ପାଦନ କରିଛୁ, ସେଥିରୁ ଦେଖିଛୁ -

ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ମଧ୍ୟ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।

ଏଣୁ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା **ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ** ପାଳନ କରେ ।

(ଖ) ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ନିଅ । ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାଟି ସହ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ମିଶାଅ । ଏବେ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ସହ ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ମିଶାଅ । ଉଭୟ ଯୋଗଫଳ ସମାନ ହେଲା କି ?
- ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ ଗୋଟିଏ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ନେଇ ସେହିଭଳି କାମଟିକୁ କର । ଦୁଇଟି ଯାକ ଯୋଗଫଳ ମଧ୍ୟରେ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?
- ଦୁଇଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ନେଇ ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ମିଶାଇ ଯୋଗଫଳ କେତେ ହେଲା ଲେଖ । ଏବେ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ସହ ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗକରି ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଉଭୟ ଯୋଗଫଳ ସମାନ ହେଉଛି କି ?
- ଉପରେ କରିଥିବା ତିନୋଟି କାମରୁ କ'ଣ ଜାଣିଲ ?

ଆମେ ଦେଖିଲେ -

ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ ଯେକୌଣସି କ୍ରମରେ ଯୋଗକଲେ ମଧ୍ୟ ଯୋଗଫଳ ସମାନ ହୁଏ ।

ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।

କହିଲ ଦେଖି :

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ କି ?

(ଗ) { (+2) + (-3)} + (+6) = (-1) + (+6) = +5

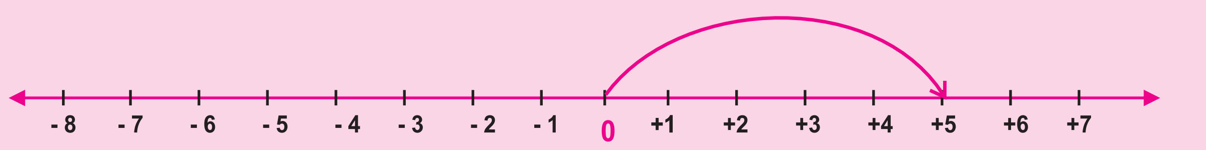
ପୁନଶ୍ଚ (+2) + {(-3) + (+6)} = (+2) + (+3) = +5

ଆମେ ଦେଖିଲେ- ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରଥମ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟର ଯୋଗଫଳକୁ ତୃତୀୟ ସହ ଯୋଗକଲେ ଯେଉଁଫଳ ମିଳେ, ପ୍ରଥମକୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ଓ ତୃତୀୟର ଯୋଗଫଳ ସହ ଯୋଗକଲେ, ସେହି ଯୋଗଫଳ ମିଳେ ।

ଅର୍ଥାତ୍ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା **ସହଯୋଗୀ ନିୟମ** ପାଳନ କରେ ।

(ଘ) ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସହ ଶୂନ (0) କୁ ଯୋଗ କରିବା ।

(+5) + (0) = ?



+ 5 ରେ ଶୂନ (0) ଯୋଗ କଲାବେଳେ, ପ୍ରଥମେ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ + 5 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁକୁ ଯିବାକୁ ପଡ଼ିବ । ଶୂନ ମିଶାଯିବା ଅର୍ଥ ଆଉ ଆଗକୁ (ଡାହାଣକୁ) ଯିବାନାହିଁ । ତେଣୁ, + 5 ରେ ଶୂନ ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ + 5 ହେବ ।

(+5) + (0) = +5

ସେହିପରି (0) + (+5) = +5

ଏଣୁ (+5) + 0 = 0 + (+5) = +5

> **ଜାଣିଛ କି ?**
> ଶୂନ (0) ହେଉଛି ଯୋଗାତ୍ମକ ଅଭେଦ ।

ଅର୍ଥାତ୍ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଅଭେଦ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।

ଆମେ ଦେଖିଲେ -

ଯେକୌଣସି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା + 0 = 0 + ସେହି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା = ସେହି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା

(ଙ) **ଦୁଇଟି ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ**

ସଂଖ୍ୟାରେଖା ସାହାଯ୍ୟରେ କେତେ ଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

- (+4) + (-4) = କେତେ ?
- (-7) + (+7) = କେତେ ?
- (+ 8) + (- 8) = କେତେ ?

ଉପରୋକ୍ତ ତିନୋଟି ଯୋଗଫଳରୁ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ହେଉଛି ଶୂନ (0) ।

ଏହାକୁ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର **ବିଲୋମ ନିୟମ** କୁହାଯାଏ ।

8.7 ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ପରମମାନ

ସଂଖ୍ୟାରେଖାର 0 (ଶୂନ) ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ +3 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯିବାକୁ ହେଲେ କେତେ ଏକକ ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିବାକୁ ହେବ ? ଉତ୍ତର ହେବ : 3 ଏକକ ।

ପୁନଶ୍ଚ 0(ଶୂନ) ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ - 3 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯିବାକୁ ହେଲେ, କେତେ ଏକକ ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିବାକୁ ହେବ ? ଉତ୍ତର ହେବ : 3 ଏକକ ।

ଅବଶ୍ୟ +3 ସୂଚାଏ ଯେ ଏହା 0 ଠାରୁ 3 ଏକକ ଡ଼ାହାଣରେ ଅବସ୍ଥିତ ଏବଂ -3 ସୂଚାଏ ଯେ ଏହା 0 ଠାରୁ 3 ଏକକ ବାମକୁ ଅବସ୍ଥିତ । ଏଠାରେ '+' ଚିହ୍ନ 'ଡ଼ାହାଣ' ଦିଗର ସୂଚକ ଏବଂ '−' ଚିହ୍ନ 'ବାମ' ଦିଗର ସୂଚକ ।

ମାତ୍ର ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟା +3 ଓ -3 ର ଏକ ସାଧାରଣ ଗୁଣ ହେଉଛି ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶୂନ (0) ଠାରୁ 3 ଏକକ ଦୂରରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ, +3 ଓ -3 ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା 3 ସହ ସମ୍ପୃକ୍ତ । 3କୁ +3 ଓ -3 ପ୍ରତ୍ୟେକର ପରମମାନ ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ସଙ୍କେତରେ –

-3 ର ପରମମାନକୁ $|-3|$ ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ଏବଂ $|-3| = 3$

ସେହିପରି +3 ର ପରମ ମାନକୁ $|+3|$ ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ।

$|+3| = 3$, $|+2| = 2$, $|-2| = 2$, $|-15| = 15$, $|+15| = 15$

> **ଜାଣିଛ କି ?**
>
> ◆ 'ପରମମାନ' ଅର୍ଥ ପରିମାଣ ସୂଚକ ମାନ ।
>
> ◆ 0ର ପରମମାନ ହେଉଛି 0 ।
>
> କାରଣ ଆମେ ଆଗରୁ ଜାଣିଛୁ 0 = - 0
>
> ଏଣୁ $|0| = |-0| = 0$

✍ **-12, + 6, -1394 ଓ + 1579 ର ପରମ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।**

8.8 ସଂଖ୍ୟାରେଖା ବ୍ୟବହାର ନ କରି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ

(କ) ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ

ଆମେ ସଂଖ୍ୟାରେଖାର ସାହାଯ୍ୟ ନେଇ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ କାର୍ଯ୍ୟ ସମ୍ପାଦନ କରିଛୁ। ବର୍ତ୍ତମାନ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ବିନା ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବା ।

ସଂଖ୍ୟାର ବିଶ୍ଳେଷଣ ସାହାଯ୍ୟରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା

ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟା ଲାଗି ପ୍ରଥମେ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର **ବିଶ୍ଳେଷଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା** ସହ ପରିଚିତ ହେବା । ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରିବା ଅର୍ଥ ଏହାକୁ ଦୁଇଟି ବା ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ।

ଯେପରି $+5 = (+4) + (+1)$, ସେହିପରି ଆମେ ପାଇବା $+5 = (+3) + (+2)$

$= (+2) + (+3)$

$= (+1) + (+4)$

ଏହା ହେଉଛି +5 ର ବିଭିନ୍ନ ବିଶ୍ଳେଷଣ । ଅର୍ଥାତ + 5 କୁ ଯେତେ ପ୍ରକାରେ ଦୁଇଟି ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ରୂପେ ଲେଖିବା ସମ୍ଭବ, ଏଠାରେ ତାହା କରାଯାଇଛି ।

✍ **+ 8 କୁ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରରେ ଦୁଇଟି ଧନାତ୍ମକ ରାଶିର ସମଷ୍ଟି ରୂପେ ଲେଖ ।**

ଆମେ ଜାଣିପାରିବା ଯେ, 1ଟଙ୍କା କ୍ଷତି ଓ ଆଉ 1 ଟଙ୍କା କ୍ଷତି ହେଲେ ମୋଟ କ୍ଷତି ହେବ 2 ଟଙ୍କା ।

ଅନ୍ୟ କଥାରେ : (-1) + (-1) = -2

2 ଟଙ୍କା କ୍ଷତି ସହ ଆଉ 1 ଟଙ୍କା କ୍ଷତି ହେଲେ, ମୋଟ କ୍ଷତି ହେବ 3 ଟଙ୍କା । ଅର୍ଥାତ୍, (-2) + (-1) = -3

ଏଥିରୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ –

-3 = (-2) + (-1)
= (-1) + (-2)

ସେହିପରି, -5 = (-4) + (-1)
= (-3) + (-2)
= (-2) + (-3)
= (-1) + (-4)

ଏହା ହେଲା -5 ର ବିଶ୍ଳେଷଣ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାର ବିଶ୍ଳେଷଣ ସାହାଯ୍ୟରେ ଯୋଗ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବା ।

ଉଦାହରଣ- 1 (-3) + (+5) = ?

(-3) + (+5) = (-3) + (+3) +(+2) [+5 କୁ (+3) + (+2) ରୂପେ ନିଆଯାଇଛି]

= 0 + (+2) [ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା (-3) ଓ (+3)ର ଯୋଗଫଳ 0 ହେତୁ]

= +2 [ଅଭେଦନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ 0 + (+2) = +2]

ଅବଶ୍ୟ ଲେଖିପାରିଥାଆନ୍ତେ (-3) + (+5) = (+5) + (-3)
= 5 - 3 = 2

ଉଦାହରଣ- 2 (-8) + (+6) = ?

(-8) + (+6) = (-2) + (-6) + (+6)
= (-2) + { (-6) +(+6)}
= (-2) + 0
= -2

> **ଜାଣିଛ କି ?**
> ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ଓ ଗୋଟିଏ ରଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗ କଲାବେଳେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଟିର ବିଶ୍ଳେଷଣ କରାଯିବ ? ଏହା ଜାଣିବା ପାଇଁ ଦୁଇଟି ଯାକ ସଂଖ୍ୟାର ପରମ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯିବ । ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର ପରମ ମାନ ଅଧିକ, ସେଇଟିର ବିଶ୍ଳେଷଣ କରାଯିବ ।

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର : ଉଦାହରଣ (1) ରେ + 5 ର ବିଶ୍ଳେଷଣ କରାଯାଇଥିଲା, ମାତ୍ର ପ୍ରଶ୍ନ (2) ରେ -8 ର ବିଶ୍ଳେଷଣ କରାଗଲା ।

(ଖ) ସଂଖ୍ୟାର ବିଶ୍ଳେଷଣ ସାହାଯ୍ୟରେ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା

ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ କରିବା ଅର୍ଥ ଏହାର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ବା ଏହାର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗ କରିବା ।

ଅର୍ଥାତ୍

(i) $+5 - (-3) = +5 + (+3)$

(ii) $-3 - (+5) = -3 + (-5)$

ଏହିପରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ଏକ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ପରିଣତ କରିହେବ । ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ପରିଣତ କରିବାପରେ ଯୋଗ ପ୍ରଣାଳୀରେ କାର୍ଯ୍ୟ ସମ୍ପାଦନ କରିବାକୁ ହେବ ।

(iii) $(-5)-(+3) = (-5)+(-3)$
$= (-5) + (-1) + (-2)$
$= (-6) + (-1) + (-1)$
$= (-7) + (-1)$
$= -8$

(iv) $(-3)-(-5) = (-3)+(+5)$
$= (-3) + (+3) + (+2)$
$= 0 + (+2)$
$= +2$

ଜାଣିଛ କି ?

- +3 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ହେଉଛି -3 ।
- -5 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ହେଉଛି +5 ।
- କୌଣସି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ ତାହାର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀର ସମଷ୍ଟି ହେଉଛି 0 ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 8.3

1. ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଦିଅ -

(କ) (+5) ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା, (-6) ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।

(+5) + (-6) = (-1), ଏଠାରେ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଯୋଗଫଳ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲା ।

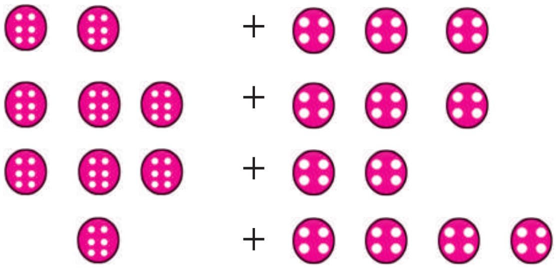
ଏଥିରୁ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା କେଉଁ ନିୟମ ପାଳନ କରୁଥିବାର ଜଣାପଡିଲା ?

(ଖ) ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଅଭେଦ ନିୟମ ପାଳନ କରେ- ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ଦେଇ ବୁଝାଅ ।

(ଗ) ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ନିଅ । ଏହାର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ତୁମେ ନେଇଥିବା ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଓ ତାହାର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀର ସମଷ୍ଟି କେତେ ହେବ ସ୍ଥିର କର ।

2. ଏହା (+1)କୁ ସୂଚାଏ, ସେହିପରି ଏହା (-1)କୁ ସୂଚାଏ

ତେବେ ନିମ୍ନ ଯୋଗଫଳଗୁଡିକୁ ସ୍ଥିର କର-



= ______ + ______ = ______

= ______ + ______ = ______

= ______ + ______ = ______

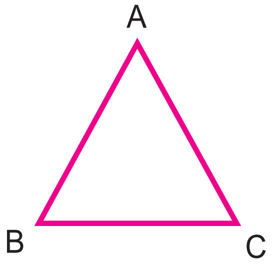
= ______ + ______ = ______

ନବମ ଅଧ୍ୟାୟ

ସମତଳ ଉପରିସ୍ଥ ଜ୍ୟାମିତିକ ଆକୃତି

9.1. ତ୍ରିଭୁଜ

9.1.1. ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ



A, B, C ଏକ ରେଖାରେ ନ ଥିବା ତିନୋଟି ବିନ୍ଦୁ ହୁଅନ୍ତୁ । $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ଓ $\overline{CA}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଚିତ୍ର ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋଟି ବାହୁ ବା ଭୁଜ, ତିନିଟି ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଓ ତିନୋଟି କୋଣ ଥାଏ ।

ଆମେ ମଧ୍ୟ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ତ୍ରିଭୁଜ ବିଷୟରେ ଜାଣିଛୁ । ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନୁଯାୟୀ ତ୍ରିଭୁଜକୁ ତିନି ଶ୍ରେଣୀରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଛି । ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା (କ) ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ (ଖ) ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ (ଗ) ବିଷମ ବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ

ସେହିପରି କୋଣ ପରିମାଣ ଅନୁସାରେ ତ୍ରିଭୁଜକୁ ତିନି ଶ୍ରେଣୀରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଛି । ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା-

(କ) ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ (ଖ) ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ (ଗ) ସ୍ଥୂଳକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- କିଛି ଦିଆସିଲି କାଠି ନିଅ । ଦିଆସିଲି କାଠିଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ତ୍ରିଭୁଜ ଆକୃତି ତିଆରି କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର ।
- ତୁମେ ବିଭିନ୍ନ ଥରରେ ନିମ୍ନସଂଖ୍ୟକ ଦିଆସିଲି କାଠି ନିଅ ।

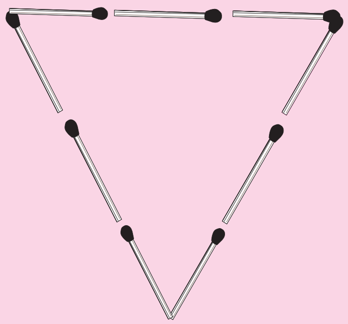
  ତିନୋଟି କାଠି

  ଚାରୋଟି କାଠି

  ପାଞ୍ଚଟି କାଠି

  ଛଅଟି କାଠି

  (ମନେରଖ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଥର ତୁମେ ନେଇଥିବା ସମସ୍ତ ଦିଆସିଲି କାଠିକୁ ବ୍ୟବହାର କରାଯିବ)



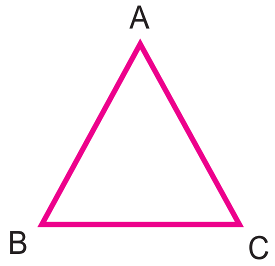
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ଥର ତିଆରି କରିଥିବା ତ୍ରିଭୁଜଗୁଡ଼ିକର ନାମକରଣ କର । ଯଦି ତୁମେ ତ୍ରିଭୁଜ ତିଆରି କରିପାରୁ ନାହଁ ତାହାର କାରଣ ଚିନ୍ତା କର ।

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର, $\overline{AB}$ ଓ $\overline{CB}$ ର ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ 'B' । 'B' ବିନ୍ଦୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ।

B ବିନ୍ଦୁଠାରେ ଥିବା କୋଣ ∠ABC କୁ ∠B ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ ।

ଏଠାରେ ∠B ର ସମ୍ମୁଖୀନ ବାହୁ ହେଉଛି $\overline{AC}$ ।

$\overline{AC}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ '*b*' କୁହାଯାଏ ।



ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନ ମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

କ) ∠A ର ସମ୍ମୁଖୀନ ବାହୁ କିଏ ?

ଖ) କେଉଁ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ 'a' ରୂପେ ନାମିତ କରାଯାଏ ?

ଗ) $\overline{BC}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ କିପରି ନାମିତ କରାଯିବ ?

ଘ) $\overline{AB}$ ଓ $\overline{AC}$ ର ଛେଦରେ ଗଠିତ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁର ନାମ କ'ଣ ?

ଜାଣିରଖ !

$\overline{BC}$ ର ସଂଲଗ୍ନ କୋଣ ଦ୍ୱୟ ∠ABC ଓ ∠ACB

$\overline{AC}$ ର ସଂଲଗ୍ନ କୋଣ ଦ୍ୱୟ ∠BAC ଓ ∠ACB

$\overline{AB}$ ର ସଂଲଗ୍ନ କୋଣଦ୍ୱୟ ∠ABC ଓ ∠BAC

$\overline{BA}$ ଓ $\overline{CA}$ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ ହେଉଛି ∠BAC ।

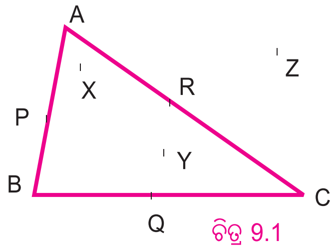
ସେହିପରି, $\overline{AB}$ ଓ $\overline{BC}$ ର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ ∠ABC ।

$\overline{BC}$ ଓ $\overline{AC}$ ର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣର ନାମ କହ ।

9.1.2. ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଓ ବହିର୍ଦେଶ

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ABC ତ୍ରିଭୁଜକୁ ଦେଖ ଓ ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

- Δ ABC ______, ______ ଓ ______ ରେଖାଖଣ୍ଡ ତ୍ରୟର ସମାହାର ।
- P ବିନ୍ଦୁଟି ________ ବାହୁ ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ ।
- Q ବିନ୍ଦୁଟି ________ ବାହୁ ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ ।
- R ବିନ୍ଦୁଟି ________ ବାହୁ ଉପରିସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ।
- A,B,C ବିନ୍ଦୁ ବ୍ୟତୀତ ଚିତ୍ରରେ ________ , ________ ଓ ________ ବିନ୍ଦୁ ତିନୋଟି ଅବସ୍ଥିତ ।

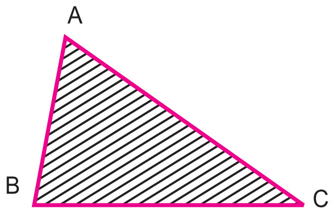


ଚିତ୍ର 9.1

ଚିତ୍ର 9.1 ରେ ଆମେ ଦେଖିଲେ ଯେ- X, Y ଓ Z ବିନ୍ଦୁ ତ୍ରୟ ତ୍ରିଭୁଜ ଉପରେ (ଅର୍ଥାତ୍ ତ୍ରିଭୁଜର କୌଣସି ବାହୁ ଉପରେ) ଅବସ୍ଥିତ ନୁହନ୍ତି । ତେବେ ସେଗୁଡ଼ିକ କେଉଁଠି ଅବସ୍ଥିତ ?

ନିଶ୍ଚୟ ତୁମେ ଭାବିଥିବ ଯେ, X ଓ Y ବିନ୍ଦୁ ତ୍ରିଭୁଜ ABC ର ଭିତରେ ଅବସ୍ଥିତ । X ଓ Y ଭଳି ବହୁ ବିନ୍ଦୁ ଅଛନ୍ତି ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକ ତ୍ରିଭୁଜ ABC ଭିତରେ ଅବସ୍ଥିତ । ସେହି ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁକୁ ନେଇ ଗଠିତ ଅଞ୍ଚଳକୁ ତ୍ରିଭୁଜ ABC ର **ଅନ୍ତର୍ଦେଶ** ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ଚିତ୍ର 9.2 ରେ ଚିତ୍ରିତ ଅଞ୍ଚଳ ତ୍ରିଭୁଜ ABC ର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ । ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ଚିତ୍ର 9.1ରେ Z ବିନ୍ଦୁଟି ତ୍ରିଭୁଜ ABCର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ନାହିଁ କିମ୍ବା ତ୍ରିଭୁଜ ଉପରେ ନାହିଁ । ଏହା ତ୍ରିଭୁଜର **ବହିର୍ଦେଶରେ** ଅବସ୍ଥିତ ।



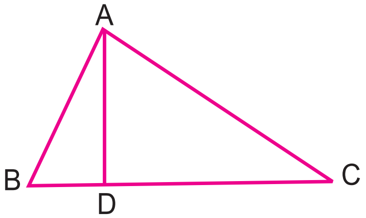
ଚିତ୍ର 9.2

ତ୍ରିଭୁଜ ABC ଓ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଦ୍ଦେଶକୁ ବାଦ୍ ଦେଇ ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ ଅଂଶକୁ ତ୍ରିଭୁଜ ABC ର ବହିର୍ଦ୍ଦେଶ କୁହାଯାଏ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 9.1

1. Δ ABC ର ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର। ଏହି ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦ୍ଦେଶରେ P ବିନ୍ଦୁ ଓ ଏହାର ବହିର୍ଦ୍ଦେଶରେ Q ବିନ୍ଦୁଟି ଚିହ୍ନିତ କର। A ବିନ୍ଦୁଟି Δ ABC ଅନ୍ତର୍ଦ୍ଦେଶ କିମ୍ବା ବହିର୍ଦ୍ଦେଶରେ ଅବସ୍ଥିତ କି ?

2. କ) ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ତିନୋଟି ତ୍ରିଭୁଜର ନାମ ଲେଖ।
   ଖ) ଏହି ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ସାତଟି କୋଣର ନାମ ଲେଖ।
   ଗ) ଛଅଟି ରେଖାଖଣ୍ଡର ନାମ ଲେଖ।
   ଘ) କେଉଁ ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜରେ $\angle$B ହେଉଛି ସାଧାରଣ କୋଣ ?

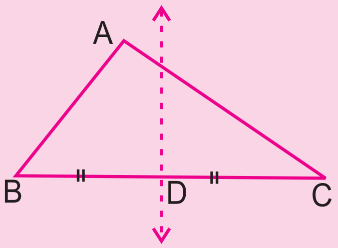


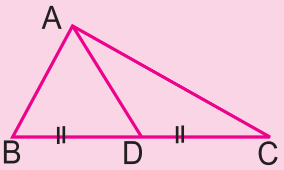
9.1.3. ତ୍ରିଭୁଜର ମଧ୍ୟମା

କାଗଜକୁ ଭାଙ୍ଗି ଦତ୍ତ ରେଖାଖଣ୍ଡର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ ପାଇବାର ଉପାୟ ଆମେ ଜାଣିଛୁ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ଖଣ୍ଡେ କାଗଜରୁ Δ ABC ଆକାରରେ କାଟି ନିଅ। (ଚିତ୍ର ଦେଖ)।
- କାଗଜକୁ ଭାଙ୍ଗି $\overline{BC}$ ବାହୁର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ ଚିହ୍ନିତ କର।
- ଭଙ୍ଗାଯାଇଥିବା କାଗଜର ଭାଙ୍ଗ, $\overline{BC}$ ବାହୁକୁ ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦକରେ ତାହାର ନାମ 'D' ଦିଅ।
- ବର୍ତ୍ତମାନ A ବିନ୍ଦୁ ଓ D ବିନ୍ଦୁକୁ ଯୋଗକଲେ ଆମେ $\overline{AD}$ ପାଇବା, ଏହି $\overline{AD}$ କୁ ତ୍ରିଭୁଜର **ମଧ୍ୟମା** କୁହାଯାଏ।





Δ ABC ରେ ବାହୁ $\overline{BC}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ D। $\overline{BC}$ ର ସମ୍ମୁଖୀନ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ A । ରେଖାଖଣ୍ଡ $\overline{AD}$ କୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ମଧ୍ୟମା କୁହାଯାଏ। ସେହିପରି, $\overline{AC}$ ବାହୁର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ E ଓ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ B କୁ ଯୋଗକରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡ $\overline{BE}$ ତ୍ରିଭୁଜ ABC ର ଅନ୍ୟ ଏକ ମଧ୍ୟମା।

ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁକୁ ତାର ବିପରୀତ ବାହୁର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁସହ ଯୋଗକରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ **ମଧ୍ୟମା** କୁହାଯାଏ।

ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର ମଧ୍ୟମା ଅଙ୍କନ ହେବା ସମ୍ଭବ।

ଜାଣିଛ କି ?

- ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ସର୍ବମୋଟ ତିନୋଟି ମଧ୍ୟମା ରହିଛି।
- ଏକ ମଧ୍ୟମାର ଦୁଇ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁକୁ ଛାଡ଼ି ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦ୍ଦେଶରେ ରହିଛନ୍ତି।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 9.2

1. ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ମଧ୍ୟମାଟିଏ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣଭାବରେ ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ରହିଥାଏ କି ? ନିଜର ଉତ୍ତରର ଯଥାର୍ଥତା ଦର୍ଶାଅ ।

2. ଚିତ୍ରଟିଏ ଅଙ୍କନ କରି ଦେଖାଅ ।

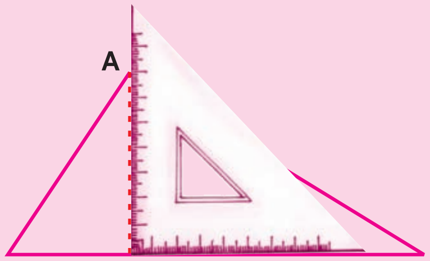
   (କ) Δ ABC ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି AB=AC (ଯେ କୌଣସି ମାପ ନିଅ ।) ।
   $\overline{AD}$ ମଧ୍ୟମା ଅଙ୍କନ କର । ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସାହାଯ୍ୟରେ $\angle$ADB ର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

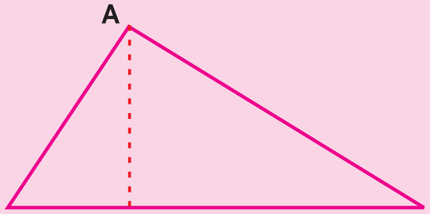
   (ଖ) AB = AC ନେଇ ଅନ୍ୟ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର । $\overline{BE}$ ଓ $\overline{CF}$ ମଧ୍ୟମା ଅଙ୍କନ କର । ଅଙ୍କିତ ମଧ୍ୟମା ଦୁଇଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପରେ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

9.1.4. ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- କାର୍ଡ଼ବୋର୍ଡ଼ରେ ଏକ Δ ABC ତିଆରି କର ।
- ତାକୁ ଏକ ଟେବୁଲ୍ ଉପରେ ଲମ୍ବଭାବରେ ଧରି ରଖ ଯେପରି $\overline{BC}$ ଧାର ଟେବୁଲ ସହ ଲାଗିରିହବ ।
- ତ୍ରିଭୁଜଟିର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଟେବୁଲ୍ ଉପରୁ କେତେ ଉଚ୍ଚତାରେ ରହିଛି, ଏକ ସ୍କେଲ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ମାପି କହ ।
- ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ A ରୁ ଭୂମି $\overline{BC}$ ର ସର୍ବନିମ୍ନ ଦୂରତା ବା ଲମ୍ବ ଦୂରତାକୁ ତ୍ରିଭୁଜର **ଉଚ୍ଚତା** କୁହାଯାଏ ।
- ଏକ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ଏହି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର ଓ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ମାପ । ଏହି ଦୈର୍ଘ୍ୟ ହେଉଛି ତ୍ରିଭୁଜର A ଶୀର୍ଷରୁ $\overline{BC}$ ଭୂମି ପ୍ରତି ଉଚ୍ଚତା । $\overline{AL}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ଉଚ୍ଚତା ।



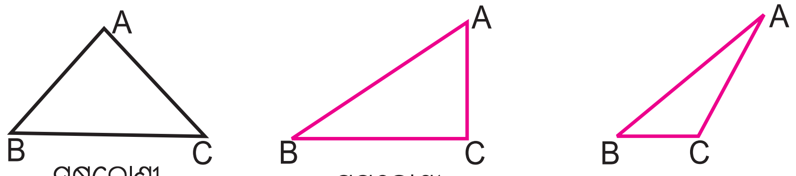


କୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରୁ ଏହାର ବିପରୀତ ବାହୁ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଭାବରେ ଅଙ୍କିତ ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ଉକ୍ତ ବାହୁପ୍ରତି **ଉଚ୍ଚତା** କୁହାଯାଏ ଓ ଏହି ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ପୂର୍ବୋକ୍ତ ବାହୁ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ କୁହାଯାଏ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରୁ ଏହାର ବିପରୀତ ବାହୁ ପ୍ରତି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଉଚ୍ଚତା ଥାଏ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 9.3

1. ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର କେତୋଟି ଉଚ୍ଚତା ଥାଏ ?

2. (କ) ପରପୃଷ୍ଠାରେ ଥିବା ଚିତ୍ର 9.3ରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଭଳି ତିନୋଟି ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଓ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ବ୍ୟବହାର କରି ଉକ୍ତ ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକରେ A ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{BC}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ ତା'ର ନାମଦିଅ $\overline{AD}$ ।



ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣୀ (i)   ସମକୋଣୀ (ii)   ସ୍ଥୂଳକୋଣୀ (iii)

(ଖ) ସମକୋଣୀ Δ ABC ରେ D ବିନ୍ଦୁର ଅବସ୍ଥିତି କେଉଁଠି ହେବାର ଦେଖୁଛ ?

(ଗ) ସ୍ଥୂଳକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ A ବିନ୍ଦୁରୁ ବିପରୀତ ବାହୁ $\overline{BC}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ହେଲା କି ?

(ସୂଚନା : $\overleftrightarrow{BC}$ ରେଖା ଅଙ୍କନ କର ଓ ତା'ପରେ $\overline{AD}$ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର ।)

3. ପ୍ରଶ୍ନ ନଂ. 2ରେ ଅଙ୍କନ କରିଥିବା ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖି ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

(କ) କେଉଁ ପ୍ରକାର ତ୍ରିଭୁଜରେ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ A ରୁ $\overline{BC}$ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟ ଭିନ୍ନ ଅବଶିଷ୍ଟାଂଶ Δ ABCର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ରହିଲା ?

(ଖ) କେଉଁ ପ୍ରକାର ତ୍ରିଭୁଜରେ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ A ରୁ $\overline{BC}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବର ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ A ଭିନ୍ନ ଅବଶିଷ୍ଟାଂଶ Δ ABCର ବହିର୍ଦେଶରେ ରହିଲା ?

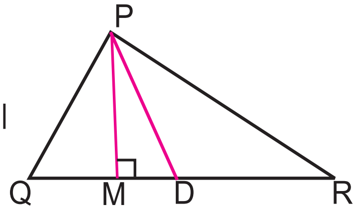
(ଗ) କେଉଁ ପ୍ରକାର ତ୍ରିଭୁଜରେ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ A ରୁ $\overline{BC}$ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ Δ ABC ର ଗୋଟିଏ ବାହୁ ସହ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଭାବେ ମିଳିଗଲା ?

4. କେଉଁ ପ୍ରକାର ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇଟି ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରୁ ବିପରୀତ ବାହୁ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଉଚ୍ଚତା, ସେହି ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସଙ୍ଗେ ସମାନ ?

5. କେଉଁ ପ୍ରକାର ତ୍ରିଭୁଜରେ ଗୋଟିଏ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରୁ ଏହାର ବିପରୀତ ବାହୁପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ ଓ ମଧ୍ୟମା ଅଭିନ୍ନ ?

6. Δ PQR ରେ D ହେଉଛି $\overline{QR}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ।

$\angle$PMR ର ପରିମାଣ 90^0 ହେଲେ,



(କ) $\overline{PM}$, ତ୍ରିଭୁଜର ______ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରୁ ______ ବାହୁପ୍ରତି _____ ।

(ଖ) $\overline{PD}$, ତ୍ରିଭୁଜର _____ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରୁ _____ ବାହୁପ୍ରତି _____ ।

(ଗ) $\overline{QM}$ ଓ $\overline{MR}$ ର ମାପ ସମାନ କି ?

7. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପରିସ୍ଥିତିଗୁଡ଼ିକୁ ଦର୍ଶାଇ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ।

(କ) Δ ABC ର, $\overline{BE}$ ମଧ୍ୟମା ।

(ଖ) Δ PQR ରେ, ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ P ରୁ $\overline{QR}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ $\overline{PM}$ ଓ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ Q ରୁ $\overline{PR}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ $\overline{QN}$ ।

(ଗ) Δ XYZ ରେ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ Y ରୁ ବିପରୀତ ବାହୁ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର Y ବିନ୍ଦୁ ଭିନ୍ନ ଅବଶିଷ୍ଟ ଅଂଶ ତ୍ରିଭୁଜର ବହିର୍ଦ୍ଦେଶରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

(ଘ) Δ PQR ରେ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ P ରୁ ଏହାର ବିପରୀତ ବାହୁ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ $\overline{PM}$ ଏବଂ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ R ରୁ ଏହାର ବିପରୀତ ବାହୁ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ $\overline{RN}$ ଏବଂ $\overline{PM} = \overline{RN}$

ତୁମ ପାଇଁ କିଛି କାର୍ଯ୍ୟ :

କାଗଜରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ତ୍ରିଭୁଜର ଆକୃତି (ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ, ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ, ବିଷମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ) ଅଙ୍କନ କର ଓ ସେମାନଙ୍କର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରୁ ବିପରୀତ ବାହୁ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଓ ମଧ୍ୟମା ଦର୍ଶାଅ । ଉଚ୍ଚତା ଓ ମଧ୍ୟମାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ସେଥିରେ ଥିବା ସ୍ୱତନ୍ତ୍ରତା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ତୁମ ସାଙ୍ଗମାନଙ୍କ ସହିତ ଆଲୋଚନା କର ।

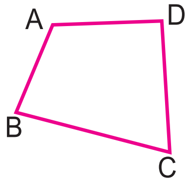
9.2 ଚତୁର୍ଭୁଜ

9.2.1. ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ

ଆମେମାନେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ର ବିଷୟରେ ଜାଣିଛୁ । ଏହା ପୂର୍ବରୁ ଆମେ ତ୍ରିଭୁଜ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିଛୁ । ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ, ତିନୋଟି ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଚିତ୍ର । ମାତ୍ର ଏଠାରେ ଆମେ ଚାରୋଟି ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଏକ ଚିତ୍ର ବିଷୟରେ ଜାଣିବା ।

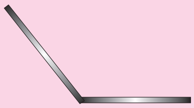
ତୁମ ଖାତାରେ ଚାରୋଟି ବିନ୍ଦୁ A, B, C ଓ D ଏପରି ନିଅ, ଯେପରି ଏମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସି ତିନୋଟି ଏକ ରେଖାରେ ନଥିବେ । ବର୍ତ୍ତମାନ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଗୁଡ଼ିକ ଅଙ୍କନ କର । ତୁମେ ଗୋଟିଏ ଚିତ୍ର ପାଇଲ ।

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖ । ଏହା ଚାରୋଟି ରେଖାଖଣ୍ଡର ସମାହାରରେ ଗଠିତ ଏକ ଚିତ୍ର । ଏହି ନୂତନ ପ୍ରକାର ଚିତ୍ରର ନାମ **ଚତୁର୍ଭୁଜ** ।

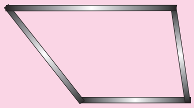


ନିଜେ କରି ଦେଖ

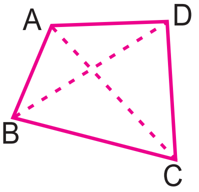
- ଦୁଇଟି କାଠି ନିଅ । ସେ କାଠି ଦ୍ୱୟର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ମୁଣ୍ଡକୁ ଯୋଡ଼ି ରଖ ଓ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ମୁଣ୍ଡକୁ ପରସ୍ପରଠାରୁ ଦୂରେଇ ରହିବେ, ଯେପରିକି କାଠି ଦ୍ୱୟ ଏକ ସରଳରେଖାରେ ରହିବେ ନାହିଁ ।



- ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି କାଠି ନେଇ ସେ ଦୁଇଟିର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ମୁଣ୍ଡକୁ ଆଗରୁ ରଖିଥିବା କାଠି ଦୁଇଟିର ପାଖାପାଖି ନଥିବା ମୁଣ୍ଡସହ ଲଗାଇ ରଖ ।
- ବର୍ତ୍ତମାନ କାଠି ଦୁଇଟିର ଅନ୍ୟମୁଣ୍ଡ ଦୁଇଟିକୁ ଯୋଡ଼ିରଖ । ପାଖାପାଖି (ଅର୍ଥାତ୍ ମୁଣ୍ଡକୁ ମୁଣ୍ଡ ଲାଗିଥିବା) କାଠି ଦୁଇଟି ଯେପରି ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖାରେ ନ ରହେ, ସେଥିପ୍ରତି ଧ୍ୟାନ ଦେବା ଆବଶ୍ୟକ ।

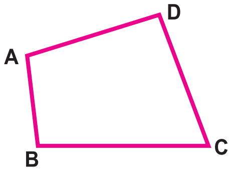


ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ କାର୍ଯ୍ୟରୁ ଉତ୍ପନ୍ନ ଚିତ୍ରଟି ଡିଆସିଲ୍‌କାଠିଗୁଡ଼ିକଦ୍ୱାରା ଗଠିତ । ପ୍ରତ୍ୟେକ କାଠି ଗୋଟିଏ ରେଖାଖଣ୍ଡର ସ୍ଥୁଳ ଅବସ୍ଥା । ଏହି ଆକୃତି ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ସୂଚାଏ । ପ୍ରତ୍ୟେକ କାଠି ଏହି ଚତୁର୍ଭୁଜର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ବାହୁକୁ ସୂଚାଏ ।



ଏହି ଚତୁର୍ଭୁଜର ଚାରୋଟି ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ, ଚାରୋଟି ବାହୁ ଓ ଚାରୋଟି କୋଣ ରହିଛି । ଦୁଇ ବିପରୀତ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ଚତୁର୍ଭୁଜର **କର୍ଣ୍ଣ** କୁହାଯାଏ । ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜରେ $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣ ।

ଉପର ଆଲୋଚନାରୁ ଆମେ ଜାଣିଲୁ ଯେ ଏକ ସମତଳ (କାଗଜପୃଷ୍ଠା ବା କଳାପଟା) ଉପରେ ଚାରୋଟି ବିନ୍ଦୁ A, B, C, D ଅବସ୍ଥିତ ଥିଲେ ଓ ସେ ବିନ୍ଦୁ ଚାରୋଟି ମଧ୍ୟରୁ ଯେ କୌଣସି ତିନୋଟି ଏକ ସରଳ ରେଖାରେ ନ ଥିଲେ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ଓ $\overline{DA}$ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଚିତ୍ରକୁ ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜ କୁହାଯାଏ ।



ଯେ କୌଣସି ଚତୁର୍ଭୁଜର ଚାରୋଟି ବାହୁ ବା ଭୁଜ, ଚାରୋଟି ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଓ ଚାରୋଟି କୋଣ ଥାଏ । ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ଚତୁର୍ଭୁଜର ନାମ କ'ଣ ?

- ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଯେଉଁ ବାହୁ ଦୁଇଟିର ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣ ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ଥାଏ, ସେ ବାହୁ ଦ୍ୱୟକୁ **ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁ** କୁହାଯାଏ । $\overline{AB}$ ଓ $\overline{BC}$ ଏକ ଯୋଡ଼ା ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଚାରି ଯୋଡ଼ା ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁ ଥାଏ ।

ଉପର ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ଚାରି ଯୋଡ଼ା ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁର ନାମ ଲେଖ ।

- ଯେଉଁ ବାହୁ ଦୁଇଟିର କୌଣସି ସାଧାରଣ ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ନ ଥାଏ, ସେ ବାହୁ ଦୁଇଟିକୁ **ବିପରୀତ ବାହୁ** କୁହାଯାଏ । $\overline{AB}$ ଓ $\overline{CD}$ ଏକ ଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ବାହୁ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଦୁଇ ଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ବାହୁ ଥାଏ ।

ଉପର ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ଚତୁର୍ଭୁଜର ଦୁଇ ଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ବାହୁର ନାମ ଲେଖ ।

- କୌଣସି ଚତୁର୍ଭୁଜର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୁଇ ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁକୁ ଉକ୍ତ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଏକ ଯୋଡ଼ା **କ୍ରମିକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ** କୁହାଯାଏ । ଯେଉଁ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟ କ୍ରମିକ ନୁହନ୍ତି, ସେ ଦୁଇଟିକୁ **ବିପରୀତ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ** କୁହାଯାଏ । A ଓ B ଏକ ଯୋଡ଼ା କ୍ରମିକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ, A ଓ C ଏକ ଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ।

ଅନ୍ୟ କେଉଁ ଯୋଡ଼ା ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ କ୍ରମିକ ଓ କେଉଁ ଯୋଡ଼ା ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ବିପରୀତ, ତାହା ଚିତ୍ରରୁ ବାଛି ଲେଖ ।

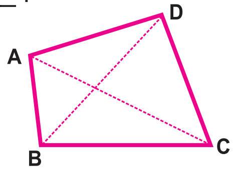
- କ୍ରମିକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରେ ଥିବା କୋଣ ଦୁଇଟିକୁ **କ୍ରମିକ କୋଣ** ଏବଂ ବିପରୀତ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରେ ଥିବା କୋଣ ଦୁଇଟିକୁ **ବିପରୀତ କୋଣ** କୁହାଯାଏ ।

ଉପର ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ରମିକ କୋଣ ଓ ବିପରୀତ କୋଣର ନାମ ଲେଖ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 9.4

1. ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନକରି ତାହାର ନାମ PQRS ଦିଅ । ଏହାର ସମସ୍ତ ବାହୁ, କୋଣ, ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଓ କର୍ଣ୍ଣର ନାମ ଲେଖ ।

2. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର ଦେଖି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ।



କ) ∠B ର ବିପରୀତ କୋଣ ________ ଓ ∠A ର ବିପରୀତ କୋଣ ________ ।

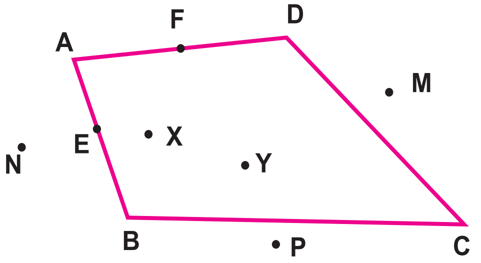
ଖ) $\overline{DA}$ ବାହୁର ସଂଲଗ୍ନ କୋଣ ଦୁଇଟି ହେଲେ ________ ଓ ________ ।

ଗ) ଚତୁର୍ଭୁଜଟିରେ ଗୋଟିଏ ବାହୁର ________ ଗୋଟି ସଂଲଗ୍ନ କୋଣ ଥାଏ।

ଘ) B ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁର ବିପରୀତ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ହେଉଛି ________ ।

ଙ) ________ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ________ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟଠାରୁ ଅଧିକ।

9.2.2. ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଓ ବହିର୍ଦେଶ



ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖି ଉତ୍ତର ଦିଅ।

କ) କେଉଁ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଉପରିସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ?

ଖ) କେଉଁ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ?

ଗ) କେଉଁ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ଚତୁର୍ଭୁଜର ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ?

ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜରେ X, Y ବିନ୍ଦୁ ଭଳି ଅସଂଖ୍ୟ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ଅଛନ୍ତି। ସେହି ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁର ସମାହାରରେ ଗଠିତ ଅଞ୍ଚଳକୁ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ କୁହାଯାଏ। ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜର ସମସ୍ତ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁର ସମାହାରରେ ଗଠିତ ଅଞ୍ଚଳକୁ ଚତୁର୍ଭୁଜର **ଅନ୍ତର୍ଦେଶ** କୁହାଯାଏ।

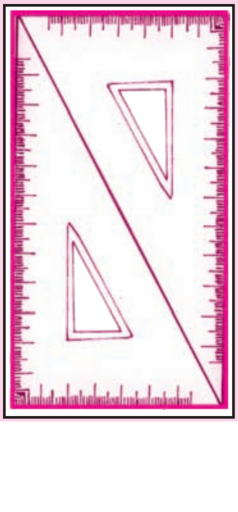
ଜାଣିଛ କି ?

କୌଣସି ଚତୁର୍ଭୁଜ ଓ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଦେଶକୁ ଏକତ୍ର ନେଲେ ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜାକାର କ୍ଷେତ୍ର ଗଠିତ ହୁଏ।

କାଗଜପୃଷ୍ଠା (ସମତଳ)ର ଯେଉଁ ଅଞ୍ଚଳ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର ବାହାରେ ଥାଏ ତାକୁ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର ବହିର୍ଦେଶ କୁହାଯାଏ। ଚତୁର୍ଭୁଜଟିର ଚାରି ବାହୁ ହେଉଛନ୍ତି ତାର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଓ ବହିର୍ଦେଶ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସୀମାରେଖା। ଚତୁର୍ଭୁଜ ଓ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଦେଶକୁ ବାଦ୍‌ଦେଲେ, ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ଧାରଣ କରୁଥିବା ସମତଳର ଅବଶିଷ୍ଟ ଅଞ୍ଚଳକୁ ଚତୁର୍ଭୁଜର **ବର୍ହିଦେଶ** କୁହାଯାଏ। ତେଣୁ ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ସୀମିତ ଅଞ୍ଚଳ ହୋଇଥିଲା ବେଳେ ବହିର୍ଦେଶ ଅସୀମ।

9.2.3. କେତେକ ବିଶେଷ ପ୍ରକାରର ଚତୁର୍ଭୁଜ

ନିଜେ କରି ଦେଖ



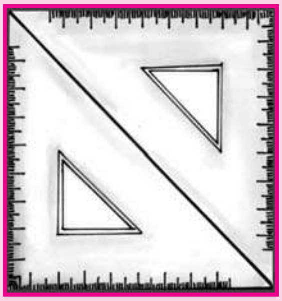
- ତୁମ ଜ୍ୟାମିତି ବାକ୍ସରେ ଦୁଇଟି ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ଅଛି। ଗୋଟିକୁ 60^0-30^0 ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ଓ ଅନ୍ୟଟିକୁ 45^0- 45^0 ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର କୁହାଯାଏ।
- ତୁମର ଓ ତୁମ ବନ୍ଧୁଙ୍କ 30^0 ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ଦ୍ୱୟକୁ ଚିତ୍ରରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହେଲା ଭଳି ଯୋଡ଼ି ରଖ।
- ବର୍ତ୍ତମାନ କହ, ଉତ୍ପନ୍ନ ଚତୁର୍ଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ କେତେ ?

ଉତ୍ପନ୍ନ ଚତୁର୍ଭୁଜର ବିପରୀତ ବାହୁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କି ପ୍ରକାର ସମ୍ପର୍କ ଅଛି ?

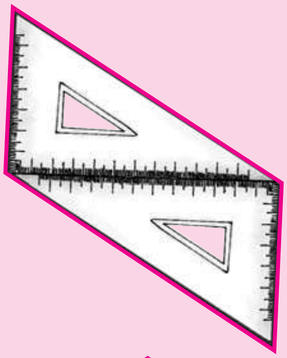
ଏ ପ୍ରକାର ଚିତ୍ରକୁ ଆୟତଚିତ୍ର କୁହାଯାଏ। ଏଥିରୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ, **ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ 90^0, ତାହାକୁ ଆୟତଚିତ୍ର କୁହାଯାଏ।**

ନିଜେ କରି ଦେଖ

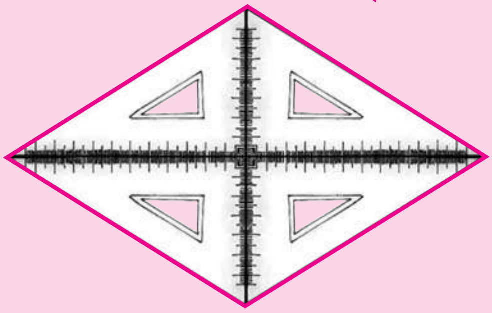
- 45^0- 45^0 ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ଦୁଇଟିକୁ ଚିତ୍ରରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହେଲା ପରି ଯୋଡ଼ି କରି ରଖିଲେ, ଆମେ ଏକ ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜ ପାଇବା। ଏହି ଆକୃତିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକଲେ ଦେଖିବା ଯେ, ଏହି ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ 90^0 ଓ ସମସ୍ତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ। ଏହି ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ବର୍ଗଚିତ୍ର କୁହାଯାଏ।



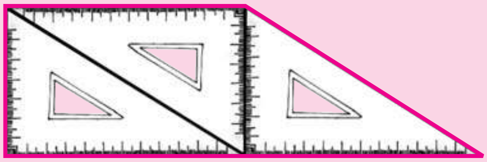
- ଏବେ ତୁମେ ଦୁଇଟି 60^0- 30^0 ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରକୁ ଚିତ୍ରରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହେଲା ଭଳି ଯୋଡ଼ି ରଖ। ତୁମେ ଏଥର ଆଉ ଏକ ପ୍ରକାରର ଚତୁର୍ଭୁଜ ଚିତ୍ର ପାଇବ। ଲକ୍ଷ୍ୟ କର, ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ଏହି ଚତୁର୍ଭୁଜର ବିପରୀତ ବାହୁମାନ ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର ଓ ସମାନ। ଏପରି ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର କୁହାଯାଏ।



- ଚାରୋଟି 60^0- 30^0 ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରକୁ ଚିତ୍ରରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହେଲା ପରି ଯୋଡ଼ି ରଖିଲେ ତାହା ଏକ ଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜର ଆକୃତି ଗଠନ କରିବ। ଏହି ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ଚତୁର୍ଭୁଜର ବିପରୀତ ବାହୁମାନ ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର ଓ ସମସ୍ତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ। ଏହି ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ରମ୍ବସ୍ କୁହାଯାଏ।



- ତିନୋଟି 60^0-30^0 ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରକୁ ଚିତ୍ରରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହେଲା ଭଳି ଯୋଡ଼ି ରଖ। ଏହା ଏକ ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜର ଆକୃତି ଗଠନ କରିବ। ଏହି ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍ କୁହାଯାଏ। ଏହାର ଗୋଟିଏ ଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ବାହୁ ସମାନ୍ତର।



9.2.4. ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜର କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ

ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜର ଯେଉଁ ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ଆଗରୁ ଦିଆଯାଇଛି, ସେହି ଚିତ୍ରରୁ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ତୁମ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସାହାଯ୍ୟରେ ମାପ। ସାରଣୀରେ ଖାଲିଥିବା ଘରେ 'ଠିକ୍' ବା 'ଭୁଲ୍' ଲେଖ।

ଚତୁର୍ଭୁଜର ନାମ	ବିପରୀତ କୋଣ ମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ସମାନ	ଚାରୋଟି ଯାକ କୋଣର ପରିମାଣ ସମାନ
ଆୟତଚିତ୍ର		
ବର୍ଗଚିତ୍ର		
ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ର		
ରମ୍ବସ୍		
ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍		

ତୁମେ ନିଶ୍ଚୟ ଦେଖିଥିବ ଯେ, **ଆୟତଚିତ୍ର ଓ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଉଭୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ, ସମସ୍ତ କୋଣର ପରିମାଣ ସମାନ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ 90°। ଆୟତଚିତ୍ର, ବର୍ଗଚିତ୍ର, ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଓ ରମ୍ବସ୍ କ୍ଷେତ୍ରରେ, ବିପରୀତ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ସମାନ।**

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 9.5

1. ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସାରଣୀକୁ ପୂରଣ କର, ଯେପରି ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ସମ୍ବନ୍ଧରେ 'ହଁ 'ବା 'ନାହିଁ' ପୂରଣ କରାଯାଇଛି ।

ଚତୁର୍ଭୁଜ	ବିପରୀତ ବାହୁ		ସମସ୍ତବାହୁ	ବିପରୀତ କୋଣ	କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ	
	ସମାନ୍ତର	ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ	ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ	ସମାନ ପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ	ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ	ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ
ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର	ହଁ	ହଁ	ନାହିଁ	ହଁ	ନାହିଁ	ନାହିଁ
ଆୟତଚିତ୍ର						
ବର୍ଗଚିତ୍ର						
ରମ୍ବସ୍						
ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍						

2. ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉକ୍ତିର ତଳେ ଥିବା ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରୁ ଉପଯୁକ୍ତ ତଥ୍ୟ ବାଛି ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର।

   କ) ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର............. ସମାନ ହେଲେ ଚିତ୍ରଟି ରମ୍ବସ୍ ହୁଏ।

   [କୋଣର ପରିମାଣ , ସମସ୍ତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ , କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ]

ଖ) ଏକ ________ ର କୋଣମାନ ସମକୋଣ ହେଲେ, ଚିତ୍ରଟି ଆୟତଚିତ୍ର ହେବ ।

[ବର୍ଗ ଚିତ୍ର, ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର, ରମ୍ବସ୍]

ଗ) ଏକ ଆୟତଚିତ୍ରର ________ ସମାନ ହେଲେ ଚିତ୍ରଟି ବର୍ଗଚିତ୍ର ହେବ ।

[ସମସ୍ତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ , ସମସ୍ତ କୋଣର ପରିମାଣ]

ଘ) କୌଣସି ଚତୁର୍ଭୁଜର ଏକ ଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ବାହୁ ସମାନ୍ତର ହେଲେ ଚିତ୍ରଟି ________ ହେବ ।

[ରମ୍ବସ୍, ବର୍ଗଚିତ୍ର. ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍]

ଙ) କୌଣସି ଚତୁର୍ଭୁଜର ଦୁଇଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ବାହୁ ସମାନ୍ତର ହେଲେ ଚିତ୍ରଟି ________ ହେବ ।

[ବର୍ଗ ଚିତ୍ର, ଆୟତ ଚିତ୍ର, ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର]

ଚ) ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର $\overline{AB}$ ସମାନ୍ତର $\overline{CD}$, $\overline{AD}$ ସମାନ୍ତର $\overline{BC}$ ଏବଂ $\angle ABC$ ର ପରିମାଣ 90^0 ହେଲେ, ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଏକ ________ ହେବ ।

[ରମ୍ବସ୍ , ଆୟତଚିତ୍ର , ବର୍ଗଚିତ୍ର]

3. ନିମ୍ନସ୍ଥ ଉକ୍ତିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଉକ୍ତି ଶେଷରେ ଠିକ୍ ଚିହ୍ନ ( ) ଓ ଭୁଲ ଉକ୍ତି ଶେଷରେ ଛକି ଚିହ୍ନ (X) ବସାଅ ।

କ) ଆୟତଚିତ୍ରର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣ ଏକ ସମକୋଣ ।

ଖ) ଆୟତଚିତ୍ରର ବିପରୀତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ।

ଗ) ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ।

ଘ) ଏକ ରମ୍ବସ୍‌ର ସମସ୍ତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ।

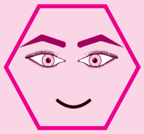
ଙ) ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ସମସ୍ତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ।

ଚ) ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ବିପରୀତ ବାହୁ ସମାନ୍ତର ।

କହିଲ ଦେଖି :

ବର୍ଗଚିତ୍ରକୁ ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରକାରର ଆୟତ ଚିତ୍ର କହିବା କି ? କାରଣ କ'ଣ ?

4. ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜର ସମସ୍ତ ବାହୁ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଓ ସମସ୍ତ କୋଣ ସମପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ ହେଲେ, ଆମେ ତାକୁ ସୁଷମ ଚତୁର୍ଭୁଜ କହୁ । ତେବେ ସୁଷମ ଚତୁର୍ଭୁଜଟି କିଏ ଲେଖ ।



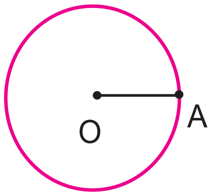
9.3 ବୃତ୍ତ

ପୂର୍ବଶ୍ରେଣୀରେ ତୁମ୍ଭେମାନେ ମୁକ୍ତ ହସ୍ତରେ ଏବଂ କମ୍ପାସ୍ ଦ୍ୱାରା କିପରି ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରାଯାଏ ତାହା ଜାଣିଛ । ଏହି ପାଠରେ ଆମ୍ଭେମାନେ ବୃତ୍ତ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତେକ ବିଶେଷ ତଥ୍ୟ ଜାଣିବା ।

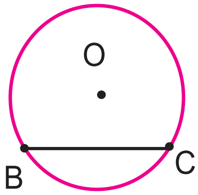
9.3.1. ବୃତ୍ତ ଓ ବୃତ୍ତ ସମ୍ପୃକ୍ତ କେତେକ ଶବ୍ଦ

ତୁମ ଖାତାର ଗୋଟିଏ ପୃଷ୍ଠାରେ ବିନ୍ଦୁଟିଏ ନିଅ । ସେହି ବିନ୍ଦୁରେ କମ୍ପାସ୍‌ର କଣ୍ଟାମୁନକୁ ରଖି ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର । ବିନ୍ଦୁଟିର ନାମ 'O' ଦିଅ । ଏହି 'O' ବିନ୍ଦୁକୁ ଅଙ୍କିତ ବୃତ୍ତର **କେନ୍ଦ୍ର** କୁହାଯାଏ । ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ ଅନ୍ୟ ଏକ ବିନ୍ଦୁ A ନିଅ ।

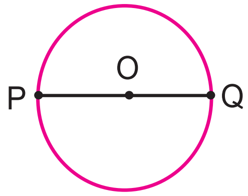
ସ୍କେଲ ସାହାଯ୍ୟରେ $\overline{OA}$ ଅଙ୍କନ କର। $\overline{OA}$ କୁ ବୃତ୍ତର ଗୋଟିଏ **ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ** କୁହାଯାଏ। **ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର ଓ ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ ଯେ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କୁହାଯାଏ।** ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଏକ ଦୈର୍ଘ୍ୟମାପକୁ ସୂଚାଏ।



ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ B ଓ C ନିଅ। $\overline{BC}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କର। ବର୍ତ୍ତମାନ $\overline{BC}$ କୁ ବୃତ୍ତର ଏକ **ଜ୍ୟା** କୁହାଯାଏ। ଅର୍ଥାତ୍, ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ବୃତ୍ତର **ଜ୍ୟା** କୁହାଯାଏ।



ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ P ଓ Q ଏପରି ନିଅ, ଯେପରି $\overline{PQ}$ ଜ୍ୟା ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର 'O' କୁ ଧାରଣ କରିଯିବ। $\overline{PQ}$ କୁ ବୃତ୍ତର ଏକ **ବ୍ୟାସ** କୁହାଯାଏ। ଅର୍ଥାତ୍ **କେନ୍ଦ୍ରବିନ୍ଦୁଗାମୀ ଜ୍ୟାକୁ ବୃତ୍ତର ଗୋଟିଏ ବ୍ୟାସ କୁହାଯାଏ।** ଚିତ୍ରରେ ଏହି ବ୍ୟାସ ହେଉଛି ବୃତ୍ତର ବୃହତ୍ତମ ଜ୍ୟା।ବୃତ୍ତର ଯେ କୌଣସି ବ୍ୟାସର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ଉକ୍ତ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ କୁହାଯାଏ। ଏଣୁ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ ଏକ ଦୈର୍ଘ୍ୟମାପକୁ ସୂଚାଏ।



ନିଜେ କରି ଦେଖ

- 3ସେ.ମି., 4ସେ.ମି. ଓ 5ସେ.ମି. ପରିମାଣ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ତିନୋଟି ଅଲଗା ଅଲଗା ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର (କମ୍ପାସ ସାହାଯ୍ୟରେ)। ସେଗୁଡିକୁ ପ୍ରଥମ, ଦ୍ୱିତୀୟ ଓ ତୃତୀୟ ବୃତ୍ତ ଭାବେ ନାମିତ କର।
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ବୃତ୍ତରେ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ବ୍ୟାସ ଅଙ୍କନ କର।
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ବୃତ୍ତରେ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ ବ୍ୟାସକୁ ମାପି ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କ'ଣ ସମ୍ପର୍କ ଅଛି ସ୍ଥିର କର।

ଆମେ ଜାଣିଲେ, **ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ = 2 x ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ**

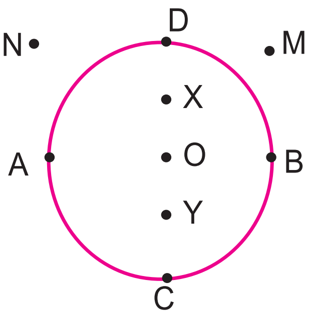
ଯଦି କୌଣସି ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 3.5 ସେ.ମି. ହୁଏ,

ତେବେ ଏହାର ବ୍ୟାସ = 3.5 x 2 = 7 ସେ.ମି. ହେବ।

କହିଲ ଦେଖି :
ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ ଜଣାଥିଲେ ଏହାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କିପରି ବାହାରିବ ?

9.3.2. ବୃତ୍ତର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଓ ବହିର୍ଦେଶ

ଚିତ୍ର ଦେଖି ଉତ୍ତର ଦିଅ।



(କ) C,D,A ଓ _____ ବିନ୍ଦୁ ଗୁଡ଼ିକ ବୃତ୍ତ ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ।

(ଖ) M ଓ _____ ବୃତ୍ତର ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ଅଟନ୍ତି।

(ଗ) X,O ଓ _____ ବୃତ୍ତର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ଅଟନ୍ତି।

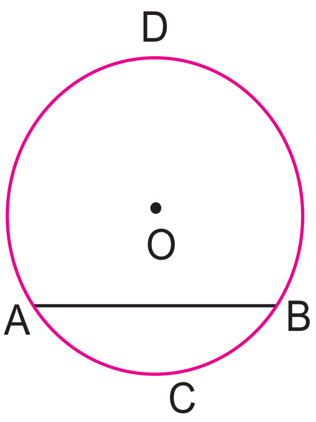
ବୃତ୍ତର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସମାହାରରେ ବୃତ୍ତର **ଅନ୍ତର୍ଦେଶ** ଗଠିତ। ଏହା ବୃତ୍ତଦ୍ୱାରା ସୀମାବଦ୍ଧ ଅଞ୍ଚଳକୁ ସୂଚାଏ। ଏହା ଏକ ସୀମିତ ଅଞ୍ଚଳ। ବୃତ୍ତ ଓ ବୃତ୍ତର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଏକତ୍ର ବୃତ୍ତଆକୃତିରର କ୍ଷେତ୍ର ଗଠନ କରେ। ବୃତ୍ତର ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସମାହାରରେ ବୃତ୍ତର **ବହିର୍ଦେଶ** ଗଠିତ। ଏହା ଅସୀମ ଭାବେ ବିସ୍ତୃତ।

ଜାଣିରଖ

ଯେଉଁ ସମତଳରେ ବୃତ୍ତଟିଏ ଅଙ୍କିତ, ସେହି ସମତଳଟି ବୃତ୍ତ, ବୃତ୍ତର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଓ ବୃତ୍ତର ବହିର୍ଦେଶ ଏପରି ତିନୋଟି ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ ହୋଇଥାଏ।

9.3.3 ବୃତ୍ତର ଚାପ

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରଥିବା ବୃତ୍ତର $\overline{AB}$ ଏକ ଜ୍ୟା। A ଓ B ବିନ୍ଦୁ ବ୍ୟତୀତ ବୃତ୍ତ ଉପରେ 'C' ଅନ୍ୟ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ନିଅ। ବୃତ୍ତର ACB ଅଂଶକୁ ବୃତ୍ତର ଏକ **ଚାପ** କୁହାଯାଏ। ଏହାକୁ $\overset{\frown}{ACB}$ ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ। $\overline{AB}$ ଜ୍ୟାର ଯେଉଁ ପାର୍ଶ୍ୱରେ C ବିନ୍ଦୁ ଅଛି ତା'ର ବିପରୀତ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ବୃତ୍ତ ଉପରେ ଏକ ବିନ୍ଦୁ D ନିଅ। $\overset{\frown}{ADB}$ ଅନ୍ୟ ଏକ ଚାପ ଅଟେ। $\overset{\frown}{ACB}$ ଓ $\overset{\frown}{ADB}$ ଚାପଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର **ବିପରୀତ ଚାପ**। ଚିତ୍ରରେ $\overset{\frown}{ACB}$ ଏକ କ୍ଷୁଦ୍ରଚାପ ଓ $\overset{\frown}{ADB}$ ଏକ ବୃହତ୍ ଚାପ। $\overset{\frown}{ACB}$ ଓ $\overset{\frown}{ADB}$ ଚାପଦ୍ୱୟର A ଓ B ଦୁଇଟି ସାଧାରଣ **ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁ**। ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ବୃତ୍ତକୁ A C B ବା CBD ବା BCD ନାମ ଦିଆଯାଏ। ଅର୍ଥାତ୍ ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ ତିନୋଟି ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱାରା ବୃତ୍ତର ନାମକରଣ କରାଯାଏ।



ଉତ୍ତର ଲେଖ

(କ) $\overset{\frown}{DAC}$, $\overset{\frown}{DBC}$, _______ ଓ _______ ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଚାପ।

(ଖ) $\overset{\frown}{DBC}$ ଚାପର _______ ଓ _______ ଦୁଇଟି ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁ।

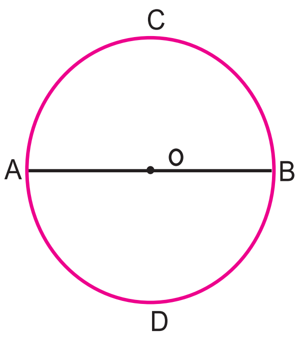
(ଗ) $\overset{\frown}{ADB}$ ଚାପ ଓ _______ ଚାପର ସଂଯୋଗରେ ସମୁଦାୟ ବୃତ୍ତଟି ଗଠିତ ହୁଏ।

(ଘ) $\overset{\frown}{ACB}$ ଚାପର A ବିନ୍ଦୁ ଓ _______ ବିନ୍ଦୁ ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ଚାପର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ।

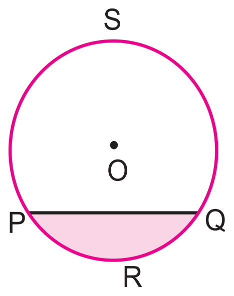
ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ

ବୃତ୍ତର ଗୋଟିଏ ବ୍ୟାସ ବୃତ୍ତକୁ ଯେଉଁ ଦୁଇଟି ଅଂଶରେ ବିଭକ୍ତ କରେ, ଉକ୍ତ ଅଂଶଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଂଶକୁ **ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ** କୁହାଯାଏ।

$\overline{AB}$ ବୃତ୍ତର ଏକ ବ୍ୟାସ। $\overset{\frown}{ACB}$ ଓ $\overset{\frown}{ADB}$ ଦୁଇଟି ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ। ଅର୍ଥାତ୍ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ ବୃତ୍ତକୁ ଦୁଇଟି ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତରେ ପରିଣତ କରେ। ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚାପର ଏକ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଥାଏ। ଏଠାରେ, $\overset{\frown}{ACB}$ ଓ $\overset{\frown}{ADB}$ ଚାପଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ। $\overset{\frown}{ACB}$ ଓ $\overset{\frown}{ADB}$ ଚାପ ଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି ସମୁଦାୟ ABC ବୃତ୍ତର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସଙ୍ଗେ ସମାନ। ସମୁଦାୟ ବୃତ୍ତର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ବୃତ୍ତର **ପରିଧି** କୁହାଯାଏ।

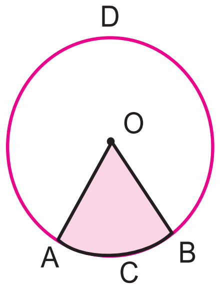


ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡ



ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଜ୍ୟା $\overline{PQ}$ ଓ ଚାପ $\overset{\frown}{PRQ}$ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଚିତ୍ରକୁ ଏକ **ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡ** କୁହାଯାଏ । ସେହିପରି $\overline{PQ}$ ଜ୍ୟା ଓ $\overset{\frown}{PSQ}$ ଚାପ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଚିତ୍ର ହେଉଛି ଅନ୍ୟ ଏକ ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡ । **ଏଣୁ କୌଣସି ବୃତ୍ତର ଏକ ଚାପ ଓ ଏହା ସହିତ ସମ୍ପୃକ୍ତ ଜ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଚିତ୍ରକୁ ଉକ୍ତ ବୃତ୍ତର ଏକ ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡ କୁହାଯାଏ ।**

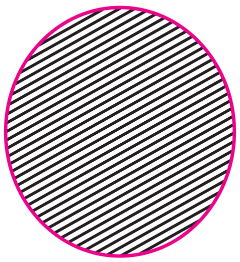
ବୃତ୍ତକଳା



ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ $\overline{OA}$ ଓ $\overline{OB}$ ଦୁଇଟି ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ । A ଓ B ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱାରା $\overset{\frown}{ACB}$ ଓ $\overset{\frown}{ADB}$ ଦୁଇଟି ଚାପ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଛି । $\overset{\frown}{ACB}$ ଚାପ, $\overline{OA}$ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ $\overline{OB}$ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଚିତ୍ରକୁ ଏକ **ବୃତ୍ତକଳା** କୁହାଯାଏ । $\angle AOB$ ହେଉଛି ଏହାର କେନ୍ଦ୍ରୀୟ କୋଣ । ସେହିପରି $\overset{\frown}{ADB}$ ଚାପ, $\overline{OA}$ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ $\overline{OB}$ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଚିତ୍ର ମଧ୍ୟ ଏକ ବୃତ୍ତକଳା ।

ଏକ ଚାପ ଓ ତାହାର ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟ ଦେଇ ଅଙ୍କିତ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧଦ୍ୱୟ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଚିତ୍ରକୁ ଏକ ବୃତ୍ତକଳା କୁହାଯାଏ ।

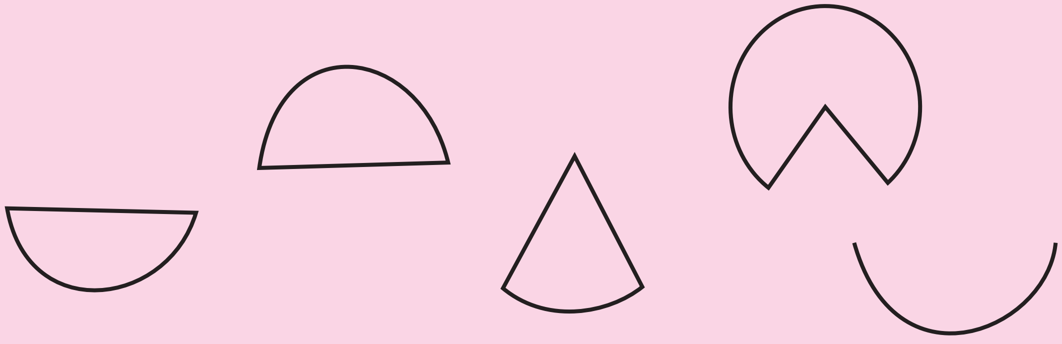
ବୃତ୍ତଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ର



ତ୍ରିଭୁଜଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ର ଓ ଚତୁର୍ଭୁଜଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ର ପରି ବୃତ୍ତ ଏବଂ ବୃତ୍ତର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଏକତ୍ର **ବୃତ୍ତାକୃତି କ୍ଷେତ୍ର** ଗଠନ କରେ । ଦତ୍ତ ଚିତ୍ରକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ର ପରି କାଗଜରେ ସ୍କେଲ୍ ଓ କମ୍ପାସ୍ ଦ୍ୱାରା ବିଭିନ୍ନ ଚିତ୍ର ପ୍ରସ୍ତୁତ କରି ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡ, ବୃତ୍ତକଳା ଓ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ ଚିହ୍ନଟ କର ।



ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 9.6

1. C କୁ କେନ୍ଦ୍ର ବିନ୍ଦୁ ନେଇ 4.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର। P, Q, R ବିନ୍ଦୁକୁ ଚିହ୍ନଟ କର ଯେପରି P ବିନ୍ଦୁ ବୃତ୍ତର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ, 'Q' ବିନ୍ଦୁ ବୃତ୍ତ ଉପରେ ଓ 'R' ବିନ୍ଦୁ ବୃତ୍ତର ବହିର୍ଦେଶରେ ରହିବ।

3. 'O' କୁ କେନ୍ଦ୍ରବିନ୍ଦୁ ରୂପେ ନେଇ 4 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର । ଗୋଟିଏ ଜ୍ୟା ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ ତା'ର ନାମ ଦିଅ $\overline{AB}$। ଉତ୍ପନ୍ନ କ୍ଷୁଦ୍ରଚାପ ଉପରେ ଏକ ବିନ୍ଦୁ 'X' ଚିହ୍ନଟ କର।

4. ନିମ୍ନସ୍ଥ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଉକ୍ତି ପାଖରେ ଠିକ୍ ଚିହ୍ନ (✓) ଓ ଭୁଲ୍ ଉକ୍ତି ପାଖରେ ଛକି ଚିହ୍ନ(X) ଦିଅ।

   କ) ବୃତ୍ତର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଏକ ଜ୍ୟା ଅଟେ।

   ଖ) ବୃତ୍ତର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବ୍ୟାସ ଏକ ଜ୍ୟା ଅଟେ।

   ଗ) ବୃତ୍ତର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଜ୍ୟା କେନ୍ଦ୍ରରେ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡିତ ହୁଏ ।

   ଘ) ବୃତ୍ତର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଜ୍ୟା ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଯାହାର ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ବୃତ୍ତ ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

   ଙ) ଏକ ବୃତ୍ତର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବ୍ୟାସର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ହେଉଛି ଉକ୍ତ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର।

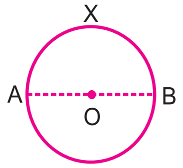
5. 'O' କୁ କେନ୍ଦ୍ର ରୂପେ ନେଇ 3.7 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର। ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ବୃତ୍ତକଳା ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର କେନ୍ଦ୍ରୀୟ କୋଣର ପରିମାଣ 72^0।

6. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର। (<,>, = ଚିହ୍ନମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଉପଯୁକ୍ତ ଚିହ୍ନ କୁ ବ୍ୟବହାର କରି)

   କ) ଏକ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର ବିନ୍ଦୁ O, ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁ 'P' ଓ ବୃତ୍ତର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ଥିବା ଏକ ବିନ୍ଦୁ 'Q'। ଏଠାରେ OP ________ OQ

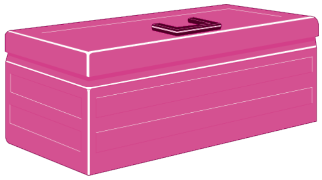
   ଖ) ଏକ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର ବିନ୍ଦୁ O, ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁ 'P' ଓ ବୃତ୍ତର ବହିର୍ଦେଶରେ ଏକ ବିନ୍ଦୁ 'R'। ଏଠାରେ, OP ________ QR

   ଗ) $\overset{\frown}{AXB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ________ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ।



9.4. ତ୍ରିମାତ୍ରିକ ଆକୃତିର ପଦାର୍ଥ

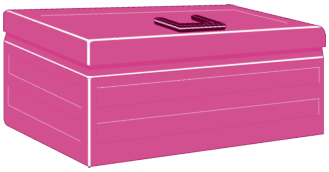
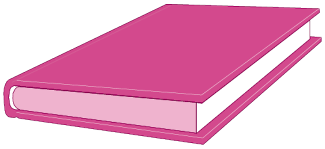
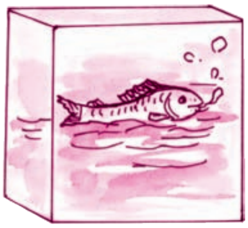
ତୁମେ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଦେଖୁଥିବା କେତେକ ପଦାର୍ଥର ଆକୃତି ସମ୍ପର୍କରେ ନିମ୍ନରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି।



ବାକ୍ସଟିଏ ବା ଇଟାଟିଏ ତୁମେ ଦେଖିଛ। ଏହା ବାମରୁ ଡାହାଣକୁ ବିସ୍ତୃତ, ତଳୁ ଉପରକୁ ବିସ୍ତୃତ ଏବଂ ସାମନା ପାଖରୁ ପଛ ଆଡକୁ ବିସ୍ତୃତ। ଅନ୍ୟ ଯେଉଁ ସବୁ ବସ୍ତୁର ଚିତ୍ର ଦିଆଯାଇଛି, ବାକ୍ସଟିଏ ପରି ସେଗୁଡ଼ିକର ବାମ-ଡାହାଣ, ଉପର-ତଳ ଓ ଆଗ-ପଛ ବିସ୍ତୃତି ରହିଛି। ଏଥି ଯୋଗୁ ଏଗୁଡିକୁ **ତ୍ରିମାତ୍ରିକ ବସ୍ତୁ** ବା **ଘନ ବସ୍ତୁ** କୁହାଯାଏ।

9.4.1. ଆୟତଘନ

ଘନ ପଦାର୍ଥକୁ ଦୁଇ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଛି, ଯଥା – ସମତଳ ପୃଷ୍ଠ ବିଶିଷ୍ଟ ଘନ ଓ ବକ୍ରତଳ ପୃଷ୍ଠ ବିଶିଷ୍ଟ ଘନ । କାଠବାକ୍ସ, ଦିଆସିଲି ବାକ୍ସ, ବହି, ଆଲମିରା, ଲୁଡୁଗୋଟି ଆଦି ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସମତଳ ପୃଷ୍ଠ ବିଶିଷ୍ଟ ଘନ । ଉପରୋକ୍ତ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକୁ **ଆୟତଘନ** କୁହାଯାଏ ।

ଏଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଅଛି । ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର କେତେକ ଅଂଶ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

କ) ପାର୍ଶ୍ୱ

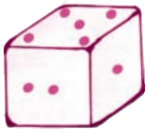
ଏକ ଆୟତଘନର ଛଅଟି ଆୟତଚିତ୍ର ଆକୃତିର **ପାର୍ଶ୍ୱ** ଥାଏ । ବିପରୀତ ପାର୍ଶ୍ୱଗୁଡ଼ିକ ଏକ ପ୍ରକାରର ଏବଂ ସମାନ ମାପ ବିଶିଷ୍ଟ ।

ଖ) ଧାର

ଚିତ୍ରଦେଖ । ଦୁଇଟି ପାଖର ମିଳନ ସ୍ଥାନକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର । ଏହାକୁ ଆୟତଘନର ଏକ ଧାର କୁହାଯାଏ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାରର ଆକୃତି ରେଖାଖଣ୍ଡ ସଦୃଶ । ଏକ ଆୟତଘନର 12ଟି **ଧାର** ଥାଏ ।

ଗ) ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ

ବାକ୍ସର ଚିତ୍ରର ଉପର ପାଖକୁ ଦେଖ । ଏହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ (ବା କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁ)କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର, ଦେଖିବ ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରେ ବାକ୍ସର ତିନୋଟି ଧାର ମିଳିତ ହୋଇଛନ୍ତି । ଏହି **ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁ**କୁ ଆୟତଘନର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ କୁହାଯାଏ । ଏହିପରି ଏକ ଆୟତଘନର 8 ଟି ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଥାଏ ।

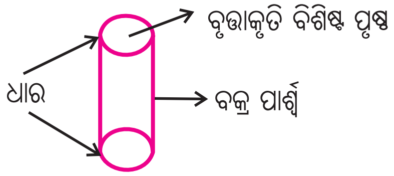


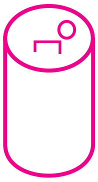
ଲୁଡୁଗୋଟିର ଚିତ୍ରକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ଚିତ୍ରଟି ଏକ ଆୟତଘନ ଯାହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ସମାନ । ଏହା ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରକାର ଆୟତଘନ । ତେଣୁ ଏଭଳି ଆୟତଘନକୁ ଏକ ସମଘନ କୁହାଯାଏ । ଆୟତଘନ ଭଳି ଏହାର ଛଅଟି ପୃଷ୍ଠ, 12ଟି ଧାର ଓ 8ଟି ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଥାଏ । ଏହାର ପୃଷ୍ଠଗୁଡ଼ିକ ବର୍ଗାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ।

ଯେଉଁ ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ପରସ୍ପର ସମାନ, ତାହା ହେଉଛି ଏକ **ସମଘନ** ।

9.4.2. ସିଲିଣ୍ଡର

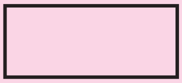
ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ନଳାକୃତି ପାଇପ୍, ଗ୍ୟାସ ସିଲିଣ୍ଡର ଓ ତେଲଟିଣ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ **ସିଲିଣ୍ଡର** ଆକୃତିର ।



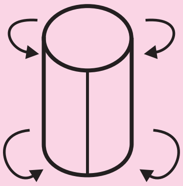


ସିଲିଣ୍ଡରର ଗୋଟିଏ ବକ୍ର ପୃଷ୍ଠ ଓ ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପୃଷ୍ଠ ଥାଏ । ସିଲିଣ୍ଡରର ଦୁଇ ମୁଣ୍ଡରେ ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଧାର ଥାଏ । ସିଲିଣ୍ଡରର କୌଣସି ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ନ ଥାଏ ।

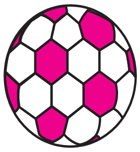
ନିଜେ କରି ଦେଖ



- ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଆକୃତିର ଖଣ୍ଡେ କାଗଜପଟି ନିଅ ।
- ଚିତ୍ରରେ ଦେଖାଯାଇଥିବା ଭଳି କାଗଜପଟିକୁ ମୋଡ଼ି ଦୁଇମୁଣ୍ଡକୁ ଏକାଠି କରି ଦିଅ ।
- ଦୁଇ ମୁଣ୍ଡକୁ ଏକ ପିନ୍‌କଣ୍ଟା ବା ଅଠା ଲଗାଇ ଯୋଡ଼ି ଦିଅ ।
- ବର୍ତ୍ତମାନ କାଗଜର ଯେଉଁ ଆକୃତିଟି ପ୍ରସ୍ତୁତ ହେଲା ତାହା କି' ପ୍ରକାର ଆକୃତି ?



9.4.3. ଗୋଲକ



ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ବଲ୍‌ର ଚିତ୍ରକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ଏହି ପ୍ରକାର ଆକୃତିକୁ **ଗୋଲକ** କୁହାଯାଏ । ଏହାର ଗୋଟିଏ ବକ୍ର ପାର୍ଶ୍ୱତଳ ଥାଏ । ଗୋଲକର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ବା ଧାର ନ ଥାଏ ।

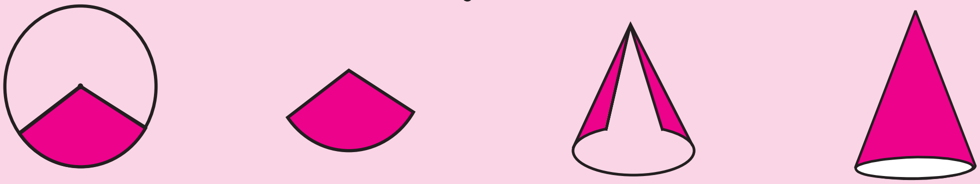
9.4.4. କୋନ୍

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରଟି ଏକ **କୋନ୍** ଅଟେ । ଏହାର ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପାର୍ଶ୍ୱ (ଭୂମି) ଥାଏ ଓ ଗୋଟିଏ ବକ୍ରପୃଷ୍ଠ ଥାଏ । ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଧାର ଥାଏ । ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଥାଏ । ଧାନ, ମୁଗ ଆଦି ଶସ୍ୟ ଅଥବା କିଛି ଶୁଖିଲା ବାଲିକୁ ଗଦା କରି ଦେଲେ ତାହା ସ୍ୱତଃ କୋନ୍ ଆକୃତି ଗଠନ କରେ, ନିଜେ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

ତୁମର ପରିବେଶରେ କେଉଁ କେଉଁ ଠାରେ କୋନ୍ ଆକୃତିର ଘନବସ୍ତୁ ଦେଖୁଛ ଲେଖ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ

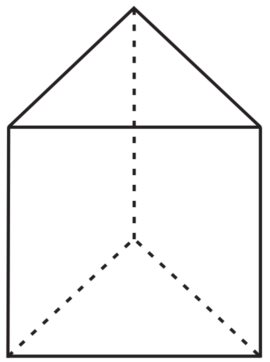
- ଖଣ୍ଡେ କାଗଜ ଉପରେ କମ୍ପାସ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ବୃତ୍ତଟି ଅଙ୍କନକର (ଚିତ୍ର (କ) ପରି) ।



- ସେହି ବୃତ୍ତରେ ଦୁଇଟି ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଅଙ୍କନ କର (ଚିତ୍ର (ଖ) ପରି) ଏବଂ ସେହି ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କଡ଼େ କଡ଼େ କଇଁଚିରେ କାଟିଦିଅ । ଚିତ୍ର (ଖ) ଭଳି ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତକଳା ପାଇବ ।
- ବୃତ୍ତକଳାକୁ ଧୀରେ ଧୀରେ ମୋଡ଼ ଯେପରି ସଳଖ ଧାର ଦୁଇଟି ପାଖାପାଖି ହେବେ (ଚିତ୍ର (ଗ) ପରି) ଓ ପରସ୍ପର ସହ ମିଶିଯିବେ (ଚିତ୍ର (ଘ) ଭଳି) ।
- ଦୁଇଟିଯାକ ଧାରକୁ ଅଠା ଲଗାଇ ଯୋଡ଼ିଦିଅ । କିପରି ଆକୃତିଟିଏ ପାଇଲ ଦେଖ ।

9.4.5. ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରିଜିମ୍

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ଏହା ଏକ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଚିତ୍ର । ଏହାର ଦୁଇଟି ପୃଷ୍ଠର ଆକୃତି ତ୍ରିଭୁଜ ଭଳି । ତେଣୁ ଏହାକୁ **ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରିଜିମ୍** କୁହାଯାଏ । ତ୍ରିଭୁଜ ପରି ଆକୃତି ଥିବା ପୃଷ୍ଠ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ ଯେଉଁଟି ତଳକୁ ରହିଥିବାର ଦେଖୁଛ, ସେଇଟିକୁ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମି ବା ଆଧାର କୁହାଯାଏ । ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଦୁଇଟିଯାକ ତ୍ରିଭୁଜ ଆକୃତିର ପୃଷ୍ଠ ସମ ଆକାର ବିଶିଷ୍ଟ । ଅନ୍ୟ ପୃଷ୍ଠଗୁଡ଼ିକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ । ଏହାର ତିନୋଟି ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପୃଷ୍ଠ ରହିଛି ।



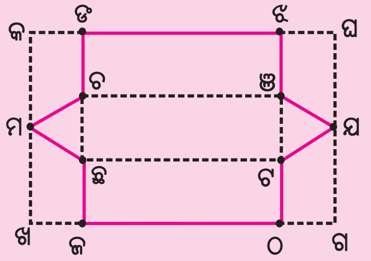
ଏକ ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର 6 ଟି ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ, 3 ଟି ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପୃଷ୍ଠ, 2ଟି ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପୃଷ୍ଠ ଭୂମି ଓ ୯ ଟି ଧାର ଥାଏ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖ । କଖଗଘ ଭଳି ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପଟି କାଗଜ ଖଣ୍ଡେ ନିଅ ।

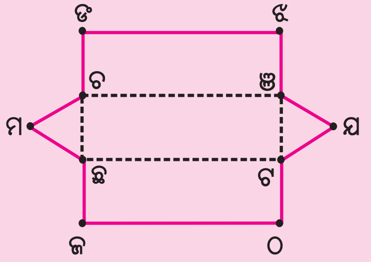
- କଖ ମୁଣ୍ଡରୁ ଓ ଗଘ ମୁଣ୍ଡରୁ ସମାନ ଦୂରତାରେ ଙଜ ଓ ଝଠ ସରଳରେଖା ଖଣ୍ଡ ଟାଣ । ଙଜ ଓ ଝଠ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦୁଇଟିକୁ ସମାନ ତିନି ଭାଗ କର । କଖ ଧାର ଉପରେ 'ମ' ବିନ୍ଦୁ ଓ ଗଘ ଧାର ଉପରେ 'ଯ' ବିନ୍ଦୁ ଏପରି ଚିହ୍ନଟ କର, ଯେପରି

  ମଚ = ମଛ = ଚଛ = ଞଟ = ଞଯ = ଟଯ ହେବ ।



(A)

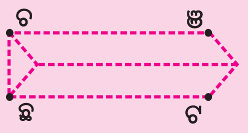
- ବର୍ତ୍ତମାନ ଙଚ ଓ ଚମ ଗାରରେ କାଟି ଦିଅ ; ମଛ, ଛଜ ଗାରରେ କାଟି ଦିଅ । ଝଞ ଓ ଞଯ ଗାରରେ କାଟି ଦିଅ ଏବଂ ଠଟ ଓ ଟଯ ଗାରରେ କାଟି ଦିଅ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଚିତ୍ର (B)ରେ ଥିବା ଆକୃତିର କାଗଜ ଖଣ୍ଡେ ମିଳିବ ।



(B)

- ତା'ପରେ ଚଞ ଓ ଛଟ ଗାର ପାଖରେ କାଗଜକୁ ଭାଙ୍ଗି ଦିଅ, ଯେପରି ଙଝ ଓ ଜଠ ଧାର ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ସହ ଲାଗି ଯିବ । ସେ ଧାର ଦୁଇଟିକୁ ଅଠା ଦେଇ ଯୋଡ଼ିଦିଅ ।

- ତା'ପରେ ମଚଛ ଅଂଶକୁ ଚଛ ଗାର ପାଖରେ ଭାଙ୍ଗି ଦିଅ ଏବଂ ଞଟଯ ଅଂଶକୁ ଞଟ ଗାର ପାଖରେ ଭାଙ୍ଗି ଦିଅ ।

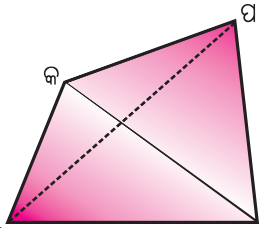


(C)

- ଚିତ୍ର (C) ଭଳି ଆକୃତିଟିଏ ପାଇବ । କି' ପ୍ରକାର ଆକୃତିଟିଏ ପାଇଲ

9.4.6. ପିରାମିଡ୍

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରଟି ଏକ ପିରାମିଡ୍। ଏହାର ଭୂମି ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ। ତେଣୁ ଏହାକୁ **ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପିରାମିଡ୍** କୁହାଯାଏ। ଏହାକୁ ମଧ୍ୟ **ଟେଟ୍ରାହେଡ୍ରନ୍** କୁହାଯାଏ କଖଗ ପୃଷ୍ଠକୁ ଏହି ପିରାମିଡ୍‌ର ଭୂମି କୁହାଯାଏ।



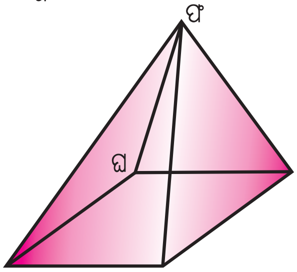
ଚିତ୍ର ଦେଖି କୁହ।

କ) ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପିରାମିଡ୍‌ର ପୃଷ୍ଠସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

ଖ) ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପିରାମିଡ୍‌ର ଧାର ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

ଗ) ଏହାର ଶୀର୍ଷ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର। ଏହା ଏକ **ଚତୁର୍ଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପିରାମିଡ୍**। ଏହାର ଭୂମି ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର। କଖଗଘ ପୃଷ୍ଠକୁ ଏହି ପିରାମିଡ୍‌ର ଭୂମି କୁହାଯାଏ। ଏଥିରେ 5 ଟି ପୃଷ୍ଠ, 8 ଟି ଧାର ଓ ଗୋଟିଏ ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁ ଥାଏ।



ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଭଳି ଏକ ସାରଣୀ ତିଆରି କରି ଖାଲିଘରେ ଉତ୍ତର ଲେଖ।

ଆକୃତିର ନାମ	ପୃଷ୍ଠ ସଂଖ୍ୟା	ଧାର ସଂଖ୍ୟା	ଶୀର୍ଷ ସଂଖ୍ୟା
ଆୟତଘନ			
ସମଘନ			
ସିଲିଣ୍ଡର୍			
ଗୋଲକ			
କୋନ୍			
ପ୍ରିଜିମ୍			

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 9.7

1. ପ୍ରତ୍ୟେକରୁ ଦୁଇଟି ଲେଖାଏଁ ଉଦାହରଣ ଦିଅ।
   ଆୟତଘନ, ସମଘନ, ଗୋଲକ, ପ୍ରିଜିମ୍, ସିଲିଣ୍ଡର୍, କୋନ୍
2. କେଉଁ ପ୍ରକାର ଆକୃତି ଲେଖ।
   (କ) ତୁମର ଜ୍ୟାମିତି ବାକ୍ସ   (ଖ) ଗୋଟିଏ ଇଟା
   (ଗ) ଦିଆସିଲି ବାକ୍ସ   (ଘ) ଗୋଟିଏ ରୁଲ୍ ବାଡ଼ି
   (ଙ) ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁଗୋଟି   (ଚ) କ୍ରିକେଟ୍ ବଲ୍