ଗଣିତ

ସପ୍ତମ ଶ୍ରେଣୀ

ଶିକ୍ଷା ଅଧିକାର

ସର୍ବଶିକ୍ଷା ଅଭିଯାନ

ସଭିଏଁ ପଢ଼ନ୍ତୁ : ସଭିଏଁ ବଢ଼ନ୍ତୁ

ଶିକ୍ଷକ ଶିକ୍ଷା ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଳୟ ଏବଂ
ରାଜ୍ୟ ଶିକ୍ଷା ଗବେଷଣା ଓ ପ୍ରଶିକ୍ଷଣ ପରିଷଦ,
ଓଡ଼ିଶା, ଭୁବନେଶ୍ୱର

ଓଡ଼ିଶା ପ୍ରାଥମିକ ଶିକ୍ଷା କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ ପ୍ରାଧିକରଣ,
ଭୁବନେଶ୍ୱର

ଗଣିତ

ସପ୍ତମ ଶ୍ରେଣୀ

ଲେଖକ ମଣ୍ଡଳୀ

ଶ୍ରୀ ମଦନ ମୋହନ ମହାନ୍ତି

ଡ଼. ନଳିନୀକାନ୍ତ ମିଶ୍ର

ଡ଼. ନିବେଦିତା ନାୟକ

ଶ୍ରୀ ତାପସ କୁମାର ନାୟକ

ଶ୍ରୀ ଦିଲ୍ଲୀପ କୁମାର ସାହୁ

ସମୀକ୍ଷକ ମଣ୍ଡଳୀ

ଶ୍ରୀ ମଦନ ମୋହନ ମହାନ୍ତି

ଶ୍ରୀ ତାପସ କୁମାର ନାୟକ

ଡ଼. ବାମଦେବ ତ୍ରିପାଠୀ

ସଂଯୋଜନା

ଡ. ପ୍ରୀତିଲତା ଜେନା

ଡ. ତିଲୋତ୍ତମା ସେନାପତି

ପ୍ରକାଶକ :

ବିଦ୍ୟାଳୟ ଓ ଗଣଶିକ୍ଷା ବିଭାଗ,

ଓଡ଼ିଶା ସରକାର

ମୁଦ୍ରଣ ବର୍ଷ : ୨୦୧୦

୨୦୧୬

ମୁଦ୍ରଣ : ପାଠ୍ୟ ପୁସ୍ତକ ଉତ୍ପାଦନ ଓ ବିକ୍ରୟ, ଭୁବନେଶ୍ୱର

ପ୍ରସ୍ତୁତି :

ଶିକ୍ଷକ ଶିକ୍ଷା ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଳୟ ଏବଂ

ରାଜ୍ୟ ଶିକ୍ଷା ଗବେଷଣା ଓ ପ୍ରଶିକ୍ଷଣ ପରିଷଦ,

ଓଡ଼ିଶା, ଭୁବନେଶ୍ୱର

ଶିକ୍ଷା ଅଧିକାର

ସର୍ବଶିକ୍ଷା ଅଭିଯାନ

ସଭିଏଁ ପଢ଼ନ୍ତୁ, ସଭିଏଁ ବଢ଼ନ୍ତୁ

ଜଗତମାତାଙ୍କର ଚରଣରେ ଅଦ୍ୟାବଧି ମୁଁ ଯେଉଁ ଯେଉଁ ଭେଟି ଦେଉଅଛି ସେଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ମୌଳିକ ଶିକ୍ଷା ମୋତେ ସବୁଠାରୁ ଅଧିକ କ୍ରାନ୍ତିକାରୀ ଓ ମହତ୍ତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ମନେ ହେଉଛି । ଏହାଠାରୁ ଅଧିକ ମହତ୍ତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଓ ମୂଲ୍ୟବାନ ଭେଟି ମୁଁ ଯେ ଜଗତ ସମ୍ମୁଖରେ ଥୋଇପାରିବି, ତାହା ମୋର ପ୍ରତ୍ୟୟ ହେଉନାହିଁ । ଏଥିରେ ରହିଛି ମୋର ସମଗ୍ର ରଚନାତ୍ମକ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମକୁ ପ୍ରୟୋଗାତ୍ମକ କରିବାର ଚାବିକାଠି । ଯେଉଁ ନୂଆ ଦୁନିଆ ପାଇଁ ମୁଁ ଛଟପଟ ହେଉଛି, ତାହା ଏହିଥିରୁ ହିଁ ଉଭବ ହୋଇପାରିବ । ଏହା ମୋର ଅନ୍ତିମ ଅଭିଳାଷ କହିଲେ ଚଳେ ।

ମହାତ୍ମା ଗାନ୍ଧି

ଭାରତର ସମ୍ବିଧାନ

ପ୍ରସ୍ତାବନା

ଆମ୍ଭେ ଭାରତବାସୀ ଭାରତକୁ ଏକ ସାର୍ବଭୌମ, ସମାଜବାଦୀ, ଧର୍ମ ନିରପେକ୍ଷ, ଗଣତାନ୍ତ୍ରିକ ସାଧାରଣତନ୍ତ୍ର ରୂପେ ଗଠନ କରିବା ପାଇଁ ଦୃଢ଼ ସଂକଳ୍ପ ନେଇ ଓ ଏହାର ନାଗରିକଙ୍କୁ

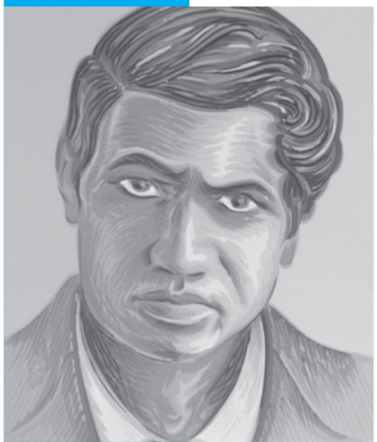
- ସାମାଜିକ, ଅର୍ଥନୈତିକ ଓ ରାଜନୈତିକ ନ୍ୟାୟ ;
- ଚିନ୍ତା, ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି, ପ୍ରତ୍ୟୟ, ଧର୍ମୀୟ ବିଶ୍ୱାସ ଏବଂ ଉପାସନାର ସ୍ୱତନ୍ତ୍ରତା ;
- ସ୍ଥିତି ଓ ସୁବିଧା ସୁଯୋଗର ସମାନତାର ସୁରକ୍ଷା ପ୍ରଦାନ କରିବାକୁ ତଥା ;
- ବ୍ୟକ୍ତି ମର୍ଯ୍ୟାଦା ଏବଂ ରାଷ୍ଟ୍ରର ଐକ୍ୟ ଓ ସଂହତି ନିଶ୍ଚିତ କରି ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଭ୍ରାତୃଭାବ ଉତ୍ସାହିତ କରିବାକୁ

ଏହି ୧୯୪୯ ମସିହା ନଭେମ୍ବର ୨୬ ତାରିଖ ଦିନ ଆମର ସମ୍ବିଧାନ ପ୍ରଣୟନ ସଭାରେ ଏତଦ୍ଦ୍ୱାରା ଏହି ସମ୍ବିଧାନ କୁ ଗ୍ରହଣ ଓ ପ୍ରଣୟନ କରୁଅଛୁ ଏବଂ ଆମ ନିଜକୁ ଅର୍ପଣ କରୁଅଛୁ ।

ସୂଚୀପତ୍ର

ଗଣିତଜ୍ଞ ରାମାନୁଜନ୍

(1887-1920)



'ତୁଳସୀ ଦୁଇ ପତ୍ରରୁ ବାସେ', ଏ କଥାଟି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଓଡ଼ିଆଙ୍କ ତୁଣ୍ଡରୁ ବାହାରି ଥାଏ । ଥରେ ଶିକ୍ଷକ ପ୍ରାଥମିକ ଶ୍ରେଣୀରେ ପଢାଉଥିଲେ- ''ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ, ଭାଗଫଳ ଏକ ହୁଏ । ଯେପରି ତିନୋଟି ଫଳକୁ ତିନିଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ ବାଣ୍ଟିଦେଲେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ଫଳ ପାଇବ ।''

ଛାତ୍ରଟିଏ ଏ କଥା ଶୁଣି ସାଙ୍ଗେ ସାଙ୍ଗେ ଠିଆହୋଇ ପଚାରିଲା- ''ତେବେ ଶୂନକୁ ଶୂନ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ଭାଗଫଳ ମଧ୍ୟ ଏକ ହେବ । ଅର୍ଥାତ୍ ଶୂନ ସଂଖ୍ୟକ ଫଳକୁ ଶୂନ ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ ବାଣ୍ଟିଦେଲେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ଗୋଟିଏ ଫଳ ପାଇବ । ଏହା କ'ଣ ଠିକ୍ କି ?''

ଏହି ପ୍ରଶ୍ନ ପଚାରିଥିବା ପିଲାଟି ଥିଲା **'ରାମାନୁଜନ୍'** । ସେହି ପିଲା ବୟସରୁ ହିଁ ତାଙ୍କର ଯେ ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରକୃତି ବିଷୟରେ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଅନ୍ତର୍ଦୃଷ୍ଟି ଥିଲା, ଉପରୋକ୍ତ ଘଟଣାଟି ହେଉଛି ତା'ର ନିଦର୍ଶନ । ପ୍ରାଥମିକ ଶ୍ରେଣୀରେ ଛାତ୍ର ଥିବା ବେଳେ ସେ ପୃଥିବୀର ବିଷୁବ ରେଖାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଗଣନା କରି ପାରିଥିଲେ ।

1 ରୁ 100 ମଧ୍ୟରେ କେଉଁ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମୌଳିକ ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ତୁମେ କାଗଜ କଲମର ସାହାଯ୍ୟ ନେବ, ଆଉ ଅନ୍ତତଃ ପନ୍ଦର ମିନିଟ୍ ସମୟ ମଧ୍ୟ ନେବ । ତୁମରି ବୟସରେ ସେ ଏକ ଠାରୁ ଏକ କୋଟି (1,00,00,000) ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡିକ ତାଙ୍କ ଜିଭ ଅଗରେ ଥିଲା । ମାଟ୍ରିକ୍ ପରୀକ୍ଷାରେ ସେ ପ୍ରଥମ ଶ୍ରେଣୀରେ ଉତ୍ତୀର୍ଣ୍ଣ ହୋଇଥିଲେ । ଏହା ପରେ ତାଙ୍କର କଲେଜ ଜୀବନ ଆରମ୍ଭ ହେଲା । କଲେଜ ଜୀବନର ଆରମ୍ଭରେ ସେ ଇଂରାଜୀ ପ୍ରବନ୍ଧ ଓ ଗଣିତ ପ୍ରତିଯୋଗିତାରେ ସଫଳତା ଲାଭ କରି ପୁରସ୍କାର ପାଇଥିବା ବିଭିନ୍ନ ପୁସ୍ତକ ମଧ୍ୟରେ ଖଣ୍ଡେ ଉଚ୍ଚସ୍ତରର ଗଣିତ ପୁସ୍ତକ ଥିଲା । ଉକ୍ତ ପୁସ୍ତକଟି ତାଙ୍କୁ ଗଣିତ ଅଧ୍ୟୟନ ପ୍ରତିଏତେ ଆକୃଷ୍ଟ କରିଥିଲା ଯେ, ସେ ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ ବିଷୟ ପ୍ରତି ଅବହେଳା ପ୍ରଦର୍ଶନ କରି ଉଚ୍ଚ ସ୍ତରର ଗଣିତ ପଢ଼ିବାରେ ଲାଗିଲେ । ଫଳତଃ କଲେଜ ପରୀକ୍ଷାରେ ଗଣିତରେ ଶତକଡା ଶହେ ନମ୍ବର ରଖିଥିବା ସତ୍ତ୍ୱେ ଇଂରାଜୀରେ ପାସ୍ ନମ୍ବର ଠାରୁ 3 ନମ୍ବର କମ୍ ରଖିଥିବାରୁ ସେ ପରୀକ୍ଷାରେ ଫେଲ୍ ହୋଇଥିଲେ । ଏହିଠାରେ ତାଙ୍କର ପାଠପଢ଼ା ଶେଷ ହେଲା ।

ଉଦ୍ୟମର ଶେଷ ନାହିଁ

ତା'ପରେ ସେ ନିଜର ଭରଣପୋଷଣ ପାଇଁ କିରାଣୀ ଚାକିରିଟିଏ କରିଥିଲେ । ଏହି ଚାକିରି ପାଇବାରେ ତାଙ୍କୁ ସାହାଯ୍ୟ କରିଥିଲେ ଜଣେ ଡେପୁଟି କଲେକ୍ଟର ରାମସ୍ୱାମୀ ଆୟାର । ଆୟାର ମହାଶୟ ଜଣେ ଗଣିତପ୍ରେମୀ ଥିଲେ । ରାମାନୁଜନଙ୍କ ଟିପାଖାତାରୁ ତାଙ୍କ ଲିଖିତ ସୂତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ଦେଖି ରାମାନୁଜନ୍‌ଙ୍କ ଠାରେ ଥିବା ଅସାଧାରଣ ପ୍ରତିଭାର ସୂଚନା ପାଇଲେ । ଏହାପରେ ଗଣିତ ଅଧ୍ୟୟନ ତଥା ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗବେଷଣା ଲାଗି ତାଙ୍କୁ ଅଧିକରୁ ଅଧିକ ସୁଯୋଗ ମିଳିଲା ।

ରାମାନୁଜନ୍‌ଙ୍କର ଗଣିତକ୍ଷେତ୍ରରେ ଗବେଷଣାଲବ୍ଧ ଜ୍ଞାନର ସୂଚନା ପାଇଥିଲେ ବିଲାତରେ କେମ୍ବ୍ରିଜ ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଥିବା ଗଣିତ ବିଭାଗର ଅଧ୍ୟାପକ ହାର୍ଡ଼ି । ସେ ରାମାନୁଜନ୍‌ଙ୍କୁ କେମ୍ବ୍ରିଜରେ ଅଧ୍ୟୟନ କରିବା ପାଇଁ ବୃତ୍ତିର ବ୍ୟବସ୍ଥା କରିଦେଲେ । ରାମାନୁଜନ୍ କେମ୍ବ୍ରିଜ ଗଲେ । ସେଠାରେ ତାଙ୍କର ଜ୍ଞାନ ସମସ୍ତ ଗଣିତ ଅଧ୍ୟାପକଙ୍କୁ ଚମତ୍କୃତ କରିଥିଲା ।

ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରଟିଏ ରୁଲର୍ ଓ କମ୍ପାସ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ଅଙ୍କନ କରିବା ଏକ ଅସମାହିତ ପ୍ରଶ୍ନ ବୋଲି ସମଗ୍ର ଗଣିତବିଦ୍‌ଙ୍କ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ହୋଇଥିବା ବେଳେ π ର ମାନ $\frac{155}{113}$ ନେଇ ରାମାନୁଜନ୍ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ଅଙ୍କନର ପ୍ରଣାଳୀ ତାଙ୍କ ଟିପାଖାତାରେ ଲେଖିଦେଇ ଯାଇଛନ୍ତି । ମାତ୍ର 33 ବର୍ଷ ବୟସରେ ସେ ଜଗତରୁ ବିଦାୟ ନେଇଥିଲେ ମଧ୍ୟ ବିଶ୍ୱରେ ଗଣିତଜ୍ଞମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ତାଙ୍କର ନାମ ସର୍ବବିଦିତ ।

ପ୍ରଥମ ଅଧ୍ୟାୟ

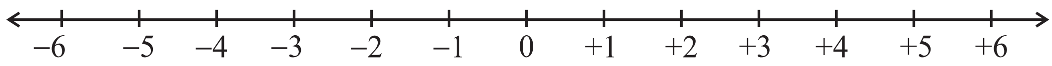
ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା

1.1 ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ

ଆମେ ପୂର୍ବଶ୍ରେଣୀରେ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା, ସଂପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା (ଶୂନ ସମେତ ସମସ୍ତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା) ଏବଂ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଜାଣିଛୁ। ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଚିହ୍ନଟ କରି ଜାଣିଛୁ । ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ କ୍ରମରେ ସଜାଇବା ଶିଖିଛୁ। ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ନେଇ ଯୋଗ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ମଧ୍ୟ ସମ୍ପାଦନ କରିଛୁ।

ଆସ, ସେସବୁକୁ ମନେ ପକାଇବା।

1. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାରେଖାକୁ ଦେଖି ତଳେ ଥିବା ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ସ୍ଥିର କର ।



(କ) +2 ଅପେକ୍ଷା 3 ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଟି କିଏ ?

(ଖ) −3 ଅପେକ୍ଷା 7 ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଟି କିଏ ?

(ଗ) କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଟି +4 ଅପେକ୍ଷା 7 କମ୍ ?

(ଘ) ଶୂନ ଅପେକ୍ଷା 5 ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଟି ଚିହ୍ନଟ କର ।

(ଙ) କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଟି 0 ଅପେକ୍ଷା 4 କମ୍ ?

(ଚ) +5 ଅପେକ୍ଷା ସାନ ହୋଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଟି +5 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁର କେଉଁ ପାଖରେ ରହିବ ?

(ଛ) ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ଚିହ୍ନଟ କର ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ 8 । ଏଭଳି ଅଧିକ ଯୋଡ଼ା ସଂଖ୍ୟା ପାଇବ କି ?

(ଜ) −3 ଓ +2 ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ କେତେ ?

(ଝ) ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରେ – 4 ଠାରୁ +3 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଥିବା ଏକକ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

(ଞ) ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରେ + 4 ଠାରୁ –3 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଥିବା ଏକକ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

ଜାଣିଛ କି ?
–4 ଠାରୁ +3 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଏକକ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବାକୁ ହେଲେ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ –4 ଠାରୁ +3 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଘର ଗଣିବା। ସେତୋଟି ଘର ପାଇଲେ ଏକକ ସଂଖ୍ୟା ସେତେ ହେବ।

2. ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ।

(କ) + 5 ଓ + 8 ର ଯୋଗଫଳ କେତେ ?

(ଖ) – 3 ଓ + 8 ର ଯୋଗଫଳ କେତେ ?

(ଗ) – 7 ଓ + 5 ର ଯୋଗଫଳ କେତେ ?

(ଘ) – 4 ଓ –7 ର ଯୋଗଫଳ କେତେ ?

ଜାଣିଛ କି ?
- ସଂଖ୍ୟାରେଖା ସାହାଯ୍ୟରେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ସହ ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗକଲାବେଳେ ଆମେ ଡାହାଣ ଆଡ଼କୁ ଯିବା।
- ସଂଖ୍ୟାରେଖା ସାହାଯ୍ୟରେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାରୁ ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ବିୟୋଗ କରିବାବେଳେ ଆମେ ବାମ ଆଡ଼କୁ ଯିବା।

(ଙ)	+8 ରୁ +3 ବିୟୋଗ କର ।

(ଚ)	+5 ରୁ +7 ବିୟୋଗ କର ।

(ଛ)	+7 ରୁ +12 ବିୟୋଗ କର ।

(ଜ)	+5 ରୁ +3 ବିୟୋଗ କର ।

(ଝ)	–4 ରୁ +8 ବିୟୋଗ କର ।

(ଞ)	–5 ରୁ –4 ବିୟୋଗ କର ।

(ଟ)	ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାରୁ ତା' ଅପେକ୍ଷା ବଡ଼ ହୋଇଥିବା ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାଟି ବିୟୋଗ କରି ପାରିବା କି ?

(ଠ)	ଶୂନରୁ + 8 ବିୟୋଗ କରି ପାରିବା କି ? ଯଦି ପାରିବା, ତେବେ ଉତ୍ତର କେତେ ହେବ ?

(ଡ଼)	+8 ସହ –3 ଯୋଗ କରିବା ଯାହା, +8 ରୁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ବିୟୋଗ କରିବା ତାହା ?

(ଢ଼)	–3 ରୁ –4 ବିୟୋଗ କରିବା ଯାହା, –3 ସହ କେତେ ଯୋଗ କରିବା ତାହା ?

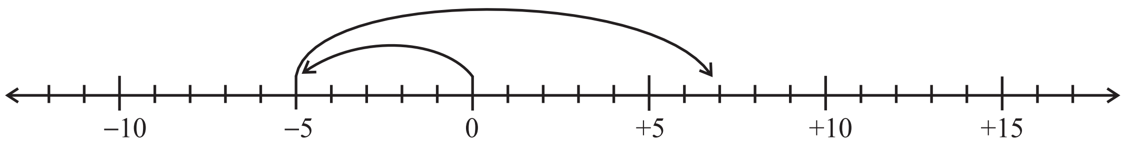
ଆମେ ଜାଣିଛନ୍ତି

ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ ଏକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଗୋଟିଏ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗ କରିବା ଅର୍ଥ ହେଉଛି ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାରୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟାର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ କରିବା ।

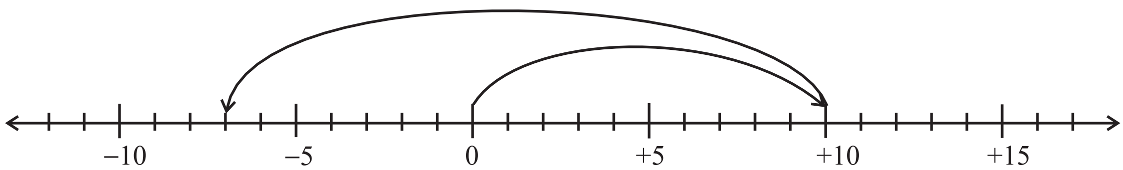
ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 1.1

1.	ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ପ୍ରକ୍ରିୟା ଓ ତା'ର ଫଳ ଲେଖ ।

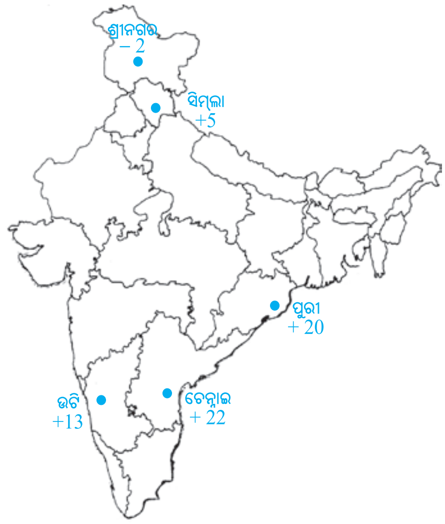
(କ)



(ଖ)



2. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ମାନଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ବିଭିନ୍ନ ସ୍ଥାନର ଗୋଟିଏ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦିନର ସର୍ବନିମ୍ନ ତାପମାତ୍ରା ସେଲସିଅସ୍ ଡିଗ୍ରୀରେ ଦିଆଯାଇଛି । ଏହାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକରି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।



(କ) କେଉଁ ସ୍ଥାନର ତାପମାତ୍ରା ସର୍ବାଧିକ ?

(ଖ) କେଉଁ ସ୍ଥାନର ତାପମାତ୍ରା ସର୍ବନିମ୍ନ ?

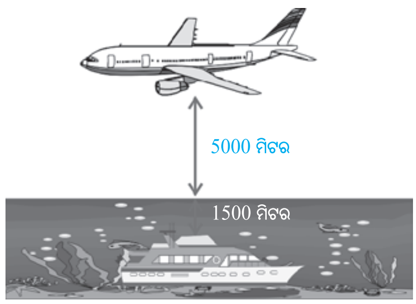
(ଗ) କେଉଁ ସ୍ଥାନର ତାପମାତ୍ରା ଉଟିର ତାପମାତ୍ରାଠାରୁ 8 ଡିଗ୍ରୀ କମ୍ ?

(ଘ) ଶ୍ରୀନଗର ଓ ଉଟିର ତାପମାତ୍ରା ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରାର୍ଥକ୍ୟ କେତେ ?

(ଙ) କେଉଁ ଦୁଇଟି ସ୍ଥାନର ତାପମାତ୍ରା ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ 22 ଡିଗ୍ରୀ ?

3. ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣଜ୍ଞାନ ପ୍ରତିଯୋଗିତାରେ ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ନର ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଲାଗି +1 ନମ୍ବର ଓ ଭୁଲ ଉତ୍ତର ଲାଗି –1 ନମ୍ବର ଦିଆଯାଏ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରତିଯୋଗୀକୁ ଚାରୋଟି ପାଳିରେ ପ୍ରଶ୍ନ ପଚରାଯାଏ ଓ ପ୍ରତିପାଳିରେ 25 ଟି ପ୍ରଶ୍ନ ପଚରା ଯାଏ । ମନିଷାକୁ ଚାରୋଟି ପାଳିରେ ପଚରାଯାଇଥିବା ପ୍ରଶ୍ନ ଲାଗି ସେ ପାଇଥିବା ନମ୍ବରଗୁଡ଼ିକ ହେଲା 7, –3, 5 ଓ –5 । ତେବେ ସେ ମୋଟ କେତେ ନମ୍ବର ପାଇଲା ?

4. ଏକ ସମୟରେ ଗୋଟିଏ ଉଡ଼ାଜାହାଜ ସମୁଦ୍ରପତନ ଠାରୁ 5000ମି. ଉପରେ ଉଡୁଥିବା ବେଳେ ଏକ ବୁଡ଼ାଜାହାଜ ସମୁଦ୍ର ପତନ ଠାରୁ 1500ମି. ଗଭୀରତାରେ ଗତି କରୁଥିଲା । ତେବେ ସେହି ସମୟରେ ଉକ୍ତ ଜାହାଜ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା କେତେ ?



5. ଗୋଟିଏ କୁହୁକ ବର୍ଗରେ ଡାହାଣରୁ ବାମକୁ, ଉପରୁ ତଳକୁ ବା ଗୋଟିଏ କଣରୁ ବିପରୀତ କଣକୁ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳ ସର୍ବଦା ସମାନ । ଏବେ କହ, ନିମ୍ନରେ ଥିବା ବର୍ଗ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ପୂର୍ବ ସମ୍ପର୍କ ଥିବା ଏକ କୁହୁକବର୍ଗ ?

+2	–8	0
–3	+1	–4
+4	–6	–7

–7	+4	–6
–2	–3	–4
0	–10	+1

6. a ଓ b ଲାଗି ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାମାନ ନେଇ $a-(-b)=a+b$ ଏହାର ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କର ।

(କ) $a=12, b=15$ (ଖ) $a=225, b=321$

(ଗ) $a=-8, b=0$ (ଘ) $a=-18, b=+16$

7. ସରଳ କର :

(କ) $+5+(-7)-(-3)$ (ଖ) $-18+(-3)-12$

(ଗ) $+25-(+7)+(-18)$ (ଘ) $-35-(-20)+(-14)$

8. ଶ୍ୟାମଳୀ ତା'ଘର ପାଖରୁ 25 ମିଟର ପୂର୍ବକୁ ଗଲାପରେ ପହଞ୍ଚିବା ସ୍ଥାନରୁ 27 ମିଟର ପଶ୍ଚିମକୁ ଫେରିଲା । ତେବେ ସେ ତା' ଘର ପାଖରୁ କେଉଁ ଦିଗରେ ଓ କେତେ ଦୂରରେ ପହଞ୍ଚିଲା ?

9. (କ) ଯୋଗଫଳ କେତେ ହେବ ସ୍ଥିର କର ।

$-8+7-6+5-4+3-2+1$

(ଖ) ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ପ୍ରଥମରୁ ଯୋଡ଼ି ଯୋଡ଼ି କରି ନେଇ ତା'ପରେ ଯୋଗଫଳ କେତେ ସ୍ଥିର କର ।

(ଗ) ଯୋଗଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

$(-4)+(-3)+(-2)+(-1)+0+(+1)+(+2)+(+3)+(+4)$

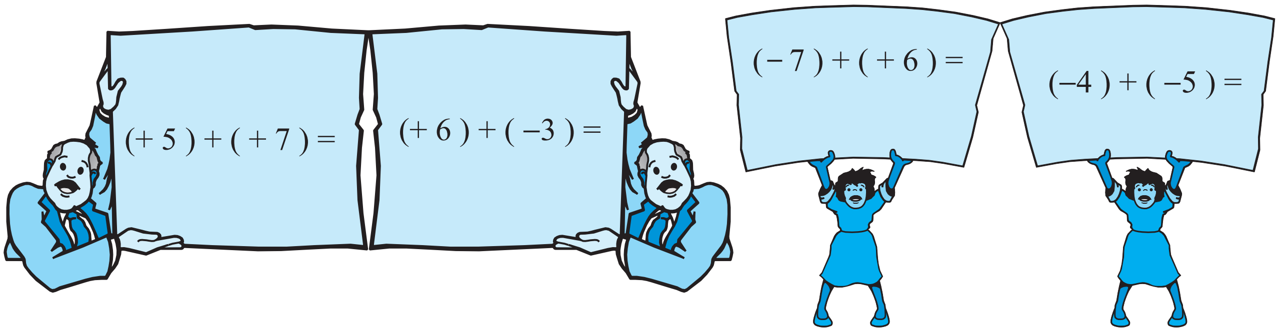
1.2. ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ବିଭିନ୍ନ ଧର୍ମ

ଆସ, ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(କ) $(+5)+(+7)=$ (ଖ) $(+6)+(-3)=$

(ଗ) $(-7)+(+6)=$ (ଘ) $(-4)+(-5)=$



ମିଳିଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଗଫଳ କି ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ?

ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ, ସାଙ୍ଗମାନଙ୍କ ସହ ଆଲୋଚନା କରି କୁହ ।

ଆମେ ଜାଣିଲେ –

ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ସର୍ବଦା ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।

ଏଣୁ ଆମେ କହୁ : ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା **ସଂବୃତି ନିୟମ** ପାଳନ କରେ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(କ)	$(+3)+(+5) =$	, $(+5)+(+3) =$
(ଖ)	$(+8)+(-7) =$	, $(-7)+(+8) =$
(ଗ)	$(-3)+(+4) =$	, $(+4)+(-3) =$
(ଘ)	$(-4)+(-2) =$	, $(-2)+(-4) =$

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାଡ଼ିରେ ଥିବା ଦୁଇଟିଯାକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗଫଳ ସମାନ ହେଉଛି କି ?

ଆମେ ଦେଖିଲେ -

$(+3)+(+5)=+8$ ଏବଂ $(+5)+(+3)= +8$

ଅର୍ଥାତ୍ $+3$ ସହ $+5$ ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ ଯେତେ, $+5$ ସହ $+3$ ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ ସେତେ ।

ଅନ୍ୟ ତିନୋଟି ଯୋଗଫଳକୁ ମଧ୍ୟ ଉପରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଭଳି ଲେଖ । ଏଥିରୁ ତୁମେ କ'ଣ ଜାଣିଲ ଲେଖ ।

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର,

ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ କ୍ରମ ବଦଳାଇ ଯୋଗକଲେ, ଯୋଗଫଳ ବଦଳେ ନାହିଁ ।

ଆମେ ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ a ଓ ଅନ୍ୟ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ b ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଇଲେ, ଉପରେ କହିଥିବା କଥାକୁ ନିମ୍ନମତେ କହିପାରିବା ।

$$\boxed{\mathbf{a + b = b + a}}$$

ଏଣୁ ଆମେ କହୁ, ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା **କ୍ରମ ବିନିମୟ ନିୟମ** ପାଳନ କରେ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

ଆସ, ନିମ୍ନରେ ଥିବା ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ତିନୋଟିର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

$(-3)+\{(-5)+(-2)\} =$

$\{(-3)+(-5)\}+(-2) =$

- ପ୍ରଥମ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗଫଳ କେତେ ପାଇଲ ?
- ଦ୍ୱିତୀୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗଫଳ କେତେ ପାଇଲ ?
- ଉଭୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗଫଳ ସମାନ ହେଲା କି ?
- ଏଥିରୁ ତୁମେ କ'ଣ ଜାଣିଲ ?

ଅର୍ଥାତ୍ ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗକଲାବେଳେ, ସେ ତିନୋଟି ମଧ୍ୟରୁ ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟିକୁ ପ୍ରଥମେ ଯୋଗକରି ପାଇଥିବା ଯୋଗଫଳ ସହ ବଳକା ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗକଲେ ଏକା ଯୋଗଫଳ ମିଳିଥାଏ ।

ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ମଧ୍ୟ ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆମେ ଏହାହିଁ ଜାଣିଥିଲେ ।

ସଂଖ୍ୟା ତିନୋଟିକୁ a, b ଓ c ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶ କଲେ ଉପରେ ଦେଖିଥିବା ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଧର୍ମକୁ ଆମେ ନିମ୍ନମତେ କହିପାରିବା ।

a, b, c ତିନୋଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ,
$\mathbf{a+ (b + c) = (a + b) + c}$

ଅର୍ଥାତ୍ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା **ସହଯୋଗୀ ନିୟମ** ପାଳନ କରେ ।

- ଆମେ ଆଗରୁ ଜାଣିଛୁ -

$5+0=5$
$9+0 = 9$
$74+0 = 74$

ଆହୁରି ମଧ୍ୟ କହିପାରିବା-

$(-3)+0 = (-3)$

ଜାଣିଛ କି ?
ଶୂନ (0) କୁ ଯୋଗାତ୍ମକ ଅଭେଦ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ତୁମେ କୁହ -

(i) $(-7)+0 = ?$
(ii) $(-12)+0 = ?$
(iii) $(-27)+0 = ?$
(iv) $0+(-43) = ?$

ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ସଙ୍କେତ a ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଉପରେ ଦେଖିଥିବା ଯୋଗପ୍ରକ୍ରିୟାର ଧର୍ମକୁ ନିମ୍ନମତେ କହିପାରିବା ।

a ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ,
$\mathbf{a + 0 = 0 + a = a}$

ଆମେ ଦେଖିଲେ, ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସହ ଶୂନକୁ ଯୋଗକଲେ, ଯୋଗଫଳ ମୂଳ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସହ ସମାନ ହୁଏ ।

ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଏହି ଗୁଣକୁ **ଅଭେଦ ନିୟମ** ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନକରି ପାଇଥିବା ଯୋଗଫଳକୁ ଲେଖ ।

(i) $(+5)+(-5) =$
(ii) $(+8)+(-8) =$
(iii) $(-12)+(+12) =$
(iv) $(-15)+(+15) =$

କହିଲ ଦେଖି :
ନିମ୍ନ ଉକ୍ତିମାନଙ୍କରେ ଥିବା ତାରକା ଚିହ୍ନିତ ସ୍ଥାନରେ କ'ଣ ଲେଖାଯିବ ?

(i) $(-7)+(*) = -7$
(ii) $(*)+(-4) = -4$
(iii) $(-18)+(*) = -18$
(iv) $(*)+(-28) = -28$

ଆମେ ଦେଖିଲେ, ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ଏପରି ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି, ଯେପରିକି ମୂଳ ସଂଖ୍ୟା ସହ ସେହି ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ଶୂନ ହେବ । ସେହିପରି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ଏପରି ଏକ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି, ଯେପରିକି ମୂଳ ସଂଖ୍ୟା ସହ ସେହି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ ଶୂନ ହେବ । ଏହିପରି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ । ଅର୍ଥାତ୍, ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ହେଉଛି ଶୂନ ।

ଜାଣିଛ କି ?
+4 ର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା (-4)
(-5) ର ବିପରୀତ ସଂଖ୍ୟା +5

ଏହି ଭଳି ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିକୁ ପରସ୍ପର **ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ** କୁହାଯାଏ ।

ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରି ଉପରୋକ୍ତ କଥାକୁ ଆମେ ନିମ୍ନମତେ କହିପାରିବା ।

a ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ
$a + (-a) = (-a) + a = 0$

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଏହି ଧର୍ମକୁ **ବିଲୋମୀ ନିୟମ** କୁହାଯାଏ ।

କହିଲ ଦେଖି :
ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ବିଲୋମୀ ନିୟମ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ନଥିଲା କାହିଁକି ?

✍ **ଉତ୍ତର ଲେଖ -**

1. ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଲେଖ, ଯାହାର ଯୋଗଫଳ ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ।
   (କ) ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ଓ ଅନ୍ୟଟି ଋଣାତ୍ମକ ହୋଇଥିବ ।
   (ଖ) ଦୁଇଟି ଯାକ ଋଣାତ୍ମକ ହୋଇଥିବ ।
   (ଗ) ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ଶୂନ ହୋଇଥିବ ।
2. ଏପରି ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଲେଖ, ଯାହାର ଯୋଗଫଳ
   (କ) ତୁମେ ଲେଖିଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ସାନ ।
   (ଖ) ଲେଖିଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକ ଠାରୁ ସାନ ଓ ଅନ୍ୟଟିଠାରୁ ବଡ଼ ।
   (ଗ) ଲେଖିଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଠାରୁ ବଡ଼ ।
3. ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ଯେପରିକି ସେ ଦୁଇଟିର ବିୟୋଗଫଳ
   (କ) ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ।
   (ଖ) ଲେଖିଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ସାନ ।
   (ଗ) ଲେଖିଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ବଡ ।
   (ଘ) ଶୂନ

ଜାଣିଛ କି ?
$(-3)+(-5) = -8$, ଏହି ଯୋଗକ୍ରିୟାର ଯୋଗଫଳ ମିଶାଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ସାନ ।

1.3. ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଧର୍ମ :

(କ) ଆସ ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ବିୟୋଗ ଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା । ଶୂନ୍ୟ କୋଠରିରେ ବିୟୋଗଫଳ ଲେଖ ।

(i) $(+5)-(+3) = \boxed{}$ (ii) $(+8)-(-2) = \boxed{}$

(iii) $(+2)-(+5) = \boxed{}$ (iv) $(-3)-(-4) = \boxed{}$

(v) $(-5)-(-2) = \boxed{}$ (vi) $(-4)-(-4) = \boxed{}$

ଉପରୋକ୍ତ ବିୟୋଗଫଳଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।

ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ କହ ଓ ଲେଖ । ଏଣୁ ଦେଖିଲେ, ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ବିୟୋଗଫଳ ମଧ୍ୟ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା । ଅର୍ଥାତ୍ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ମଧ୍ୟ **ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ** ପାଳନ କରେ ।

ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଲାଗି a ଓ b କୁ ସଙ୍କେତ ରୂପେ ବ୍ୟବହାର କରି ସବୃତ୍ତି ନିୟମକୁ ନିମ୍ନ ମତେ ଲେଖିପାରିବା

a ଓ **b** ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ
a – b ସର୍ବଦା ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେବ ।

କହିଲ ଦେଖି :
ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରିବାର ଦେଖିଥିଲ କି ? କାରଣ କ'ଣ ?

ଜାଣିରଖ :

$5+(-3)$ ଯାହା $5-3$ ତାହା

ଅର୍ଥାତ୍ $5+(-3)=5-3$

ଲକ୍ଷ୍ୟକର, ଏଠାରେ $5+(-3)$ ହେଉଛି ଏକ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା, ଯାହାକୁ $5-3$ ଭାବେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିଲା । $(5-3)$ ହେଉଛି ଏକ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା । ଏହା କୁହାଯାଇପାରେ ଯେ, ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିବ ।

ଆମେ ଜାଣିଛୁ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ, ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ଓ ଅଭେଦ ନିୟମ ପାଳନ କରେ । ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଉପରୋକ୍ତ ନିୟମମାନ ପାଳନ କରେ କି ? ନିଜେ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 1.2

1. ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକୁ ପଢ । ଠିକ ଉକ୍ତି ଶେଷରେ '✓' ଚିହ୍ନ ଓ ଭୁଲ ଉକ୍ତି ଶେଷରେ '✗' ଚିହ୍ନ ବସାଅ ।

   (କ) ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।

   (ଖ) ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ବିୟୋଗଫଳ ସର୍ବଦା ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ।

   (ଗ) ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗାତ୍ମକ ଅଭେଦ ହେଉଛି 0 ।

   (ଘ) ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ସାନ ସଂଖ୍ୟାରୁ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ କରାଯାଇ ପାରିବ ନାହିଁ ।

   (ଙ) ଶୂନରୁ ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ କଲେ ବିୟୋଗଫଳ ସର୍ବଦା ଋଣାତ୍ମକ ହେବ ।

2. ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

   (କ) $(+3)+(\quad)=0$

   (ଖ) $(-7)+(\quad)=0$

   (ଗ) -8 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ହେଉଛି ( ) ।

   (ଘ) 0 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ହେଉଛି ( ) ।

   (ଙ) ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ( ), ତା' ନିଜର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ଅଟେ ।

3. ନିମ୍ନରେ ଥିବା ପ୍ରଶ୍ନର ଡାହାଣରେ ଥିବା ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଶବ୍ଦକୁ ବାଛି ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନରେ ଲେଖ ।

   (କ) $+3$ ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ଅପେକ୍ଷା $+3$ ( ) । [ବଡ଼, ସାନ, ସମାନ]

   (ଖ) $+5$ ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ଅପେକ୍ଷା -5 ( ) । [ବଡ଼, ସାନ, ସମାନ]

4. (କ) ଏପରି ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଲେଖ, ଯାହାର ଯୋଗଫଳ ତୁମେ ଲେଖିଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ବଡ଼ ।

(ଖ) ଏପରି ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଲେଖ, ଯାହାର ଯୋଗଫଳ ତୁମେ ଲେଖିଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ସାନ ।

5. $>, =, <$ ମଧ୍ୟରୁ ଉପଯୁକ୍ତ ଚିହ୍ନଟି ବାଛି ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନରେ ବସାଅ ।

(କ) $+3$ ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ $\boxed{}$ -3 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ।

(ଖ) -5 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ $\boxed{}$ -7 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ।

(ଗ) 3 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ $\boxed{}$ 5 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ।

(ଘ) $+9$ ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ $\boxed{}$ -4 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ।

(ଙ) -4 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ $\boxed{}$ 0 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ।

1.4. ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା

ଆମେ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଆଲୋଚନା କରିଛୁ । ବର୍ତ୍ତମାନ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ତିନି ପ୍ରକାର । ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା - ଧନାତ୍ମକ, ଋଣାତ୍ମକ ଓ ଶୂନ । ଏଣୁ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯେ କୌଣସି ପ୍ରକ୍ରିୟା ଆଲୋଚନା କଲାବେଳେ ଆମେ -

(କ) ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ

(ଖ) ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଶୂନର ଗୁଣନ

(ଗ) ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ

(ଘ) ଶୂନ ସହ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ

(ଙ) ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ

(ଚ) ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ

ଏହି ଭଳି ଛଅ ଗୋଟି ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ଉକ୍ତ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଆଲୋଚନା କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

(କ) ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ :

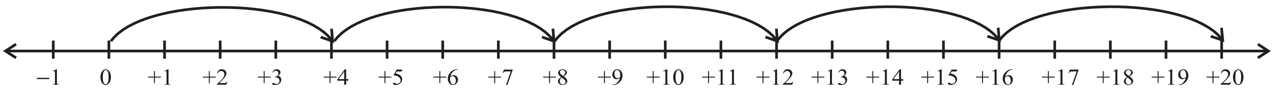
ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଆଲୋଚନା ବେଳେ ଆମେ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଆଲୋଚନା କରିଛୁ । ଏଠାରେ ଗୁଣନକୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ସହ ସେହି ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମିକ ଯୋଗ ରୂପେ ନିଆଯାଇଥିଲା ।

ଏଣୁ $5 \times 3 = 3+3+3+3+3$ ବା $5+5+5$

ଫଳରେ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସହ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନକୁ ମଧ୍ୟ ଉକ୍ତ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ସେହି ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମିକ ଯୋଗ ରୂପେ ନିଆଯିବ ।

ଯଥା :
$$\begin{aligned}(+5) \times (+4) &= (+4)+(+4)+(+4)+(+4)+(+4)\\ &=(+8)+(+4)+(+4)+(+4)\\ &=(+12)+(+4)+(+4)\\ &=(+16)+(+4)\\ &=+20\end{aligned}$$

ଆସ, ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଦେଖାଇବା :



ତୁମେ ସେହିଭଳି $(+6)\times(+3)$ ଓ $(+4)\times(+7)$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣଫଳ ଲେଖ ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିପାରିବା ଯେ,

ଦୁଇଟି ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ।

(ଖ) ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଶୂନର ଗୁଣନ :

ଆମେ ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଆଲୋଚନା ବେଳେ ମଧ୍ୟ ଆମେ ଶୂନ ସହ ଏକ ଅଣଶୂନ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ କରିଛନ୍ତି ।

ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଛୁ -

$5 \times 0 = 0$ ବା $(+5)\times 0 = 0$

$0 \times 3 = 0$ ବା $0\times(+3) = 0$

(ଗ) ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ :

ତୁମେ ଜାଣିଛ - $(+4) \times (+5) = 4 \times 5$

$= 5+5+5+5$

$= 20$

ଅର୍ଥାତ୍ 4×5 ହେଉଛି 4 ଗୋଟି 5 ର ଯୋଗ । ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସହ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନକୁ ସେହି ଭାବରେ ଅର୍ଥାତ୍ କ୍ରମିକ ଯୋଗ ରୂପରେ ଲେଖି ପାରିବା କି ? ହଁ, ଲେଖିପାରିବା । ଅନ୍ୟ କଥାରେ, $4\times(-5)$ କୁ ଆମେ 4 ଗୋଟି -5ର ଯୋଗ ରୂପେ ଲେଖିପାରିବା । ଯେପରି ;

$(+4) \times (-5) = 4 \times (-5)$

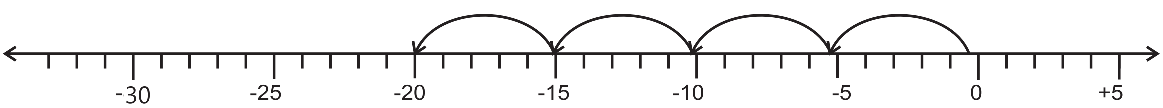
$= (-5)+(-5)+(-5)+(-5)$

$= (-10)+(-5)+(-5)$

$= (-15)+(-5)$

$= -20$

ଆସ, ସଂଖ୍ୟାରେଖା ସାହାଯ୍ୟରେ ଯୋଗକାର୍ଯ୍ୟ କରିବା-



ଆମେ ଦେଖିଲେ $(-5)+(-5)+(-5)+(-5) = -20$

ଏଣୁ $4 \times (-5) = -20$

ସଂଖ୍ୟାରେଖା ବ୍ୟବହାର କରି ତୁମେ ନିଜେ ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର-

(କ) $3\times(-2)$ (ଖ) $4\times(-3)$ (ଗ) $5\times(-5)$ (ଘ) $5\times(-8)$

ଆମେ ଦେଖିଲେ–

ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା × ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା = ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା

ଯଥା :

ସଂଖ୍ୟାଦୁଇଟି	ଗୁଣଫଳ	ଗୁଣଫଳର ଅନ୍ୟରୂପ
$3, (-2)$	-6	$-(3\times2)$
$4, (-3)$	-12	$-(4\times3)$
$5, (-5)$	-25	$-(5\times5)$

ଉପରୋକ୍ତ ଗୁଣନ କାର୍ଯ୍ୟକୁ ଆମେ ନିମ୍ନ ମତେ ସଂକ୍ଷେପରେ ଲେଖିବା

$4\times(-5)=-(4\times5)=-20$

$5\times(-3)=-(5\times3)=-15$

(ଘ) ଶୂନ (0) ସହ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ

ଶୂନ (0) ସହ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ ବିଷୟରେ ଆମେ ଜାଣିଛୁ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ :

$0 \times 2 = 0$
$0 \times 1 = 0$
$0 \times 0 = 0$
$0 \times (-1) = 0$
$0 \times (-2) = 0$
$0 \times (-3) = 0$

ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ, ଶୂନକୁ ଯେକୌଣସି ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଗୁଣିଲେ ଗୁଣଫଳ ଶୂନ ହେବ ।

(ଙ) ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସହ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ :

ନିମ୍ନ ଗୁଣଫଳଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର–

$4 \times 3 = 12$

$3 \times 3 = 9 \quad = 12-3$
$2 \times 3 = 6 \quad = 9-3$
$1 \times 3 = 3 \quad = 6-3$
$0 \times 3 = 0 \quad = 3-3$
$-1 \times 3 \quad = 0-(3) = -3$

ପରବର୍ତ୍ତୀ ଧାଡ଼ିଗୁଡ଼ିକ ନିଜେ ପୂରଣ କର । (ଉପର କାର୍ଯ୍ୟଭଳି)

-2×3 = $-3-(\quad)$ =....... [ପୂର୍ବ ଗୁଣଫଳରୁ 3 କମ୍]

-3×3 = $(\quad)-(\quad)$ =....... [ପୂର୍ବ ଗୁଣଫଳରୁ 3 କମ୍]

-4×3 = $(\quad)-(\quad)$ =....... [ପୂର୍ବ ଗୁଣ ଫଳରୁ 3 କମ୍]

ଆମେ ଆଗରୁ ଜାଣିଛୁ, $3\times(-4) = -12$

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ, $(-3)\times4 = -12 = 4\times(-3)$

ନିମ୍ନ ପ୍ରଣାଳୀରେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

$-3\times5 = 5\times(-3) = -(5\times3) = -15$

ଲକ୍ଷ୍ୟକର,

ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣକ ସମାନ । କିନ୍ତୁ ଗୋଟିଏ ଧାଡ଼ିରୁ ତା ପରବର୍ତ୍ତୀ ଧାଡ଼ିକୁ ଯିବା ବେଳକୁ ଗୁଣ୍ୟ **1** କମି କମି ଯାଉଛି ଓ ତଦନୁଯାୟୀ ଗୁଣଫଳ ମଧ୍ୟ **3** କମି କମି ଯାଉଛି ।

ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର :

-4×6 = 6×(..........) = –(..........×.........) = ...

-3×8 = ...×(–3) = –(..........×.........) = ...

-5×4 = ...×(..........) = –(..........×..........) = ...

ଆମେ ଦେଖିଲେ –

$3 \times (-5) = -(3 \times 5)$

$3 \times (-5) = -[3 \times (-5$ ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ $)]$

$= -(3 \times 5) = -15$

ଏହି ପ୍ରଣାଳୀକୁ ସାଧାରଣ ଭାବେ ନିମ୍ନ ମତେ କୁହାଯାଇ ପାରେ ।

a ଓ **b** ଦୁଇଟି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ, $\mathbf{a \times (-b) = (-a) \times b = -(a \times b)}$

ଜାଣିଛ କି ?

3×-5 କୁ $-[3 \times (-5)$ ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ$]$ ଭାବେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ ।

1. ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

   (କ) $8 \times (-12)$ (ଖ) $14 \times (-9)$ (ଗ) $(-18) \times 8$ (ଘ) $(-16) \times 12$ (ଙ) $(-15) \times 16$

2. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର :

   (କ) $15 \times (-18) = -(15 \times \ldots\ldots) = \ldots\ldots\ldots$

   (ଖ) $16 \times (-12) = -(\ldots\ldots \times 12) = \ldots\ldots\ldots$

   (ଗ) $(-18) \times 12 = -(\ldots\ldots \times \ldots\ldots) = \ldots\ldots\ldots$

   (ଘ) $(-21) \times 14 = -(\ldots\ldots \times \ldots\ldots) = \ldots\ldots\ldots$

   (ଙ) $(\ldots\ldots) \times (-18) = (-18) \times 16 = -(\ldots\ldots \times \ldots\ldots) = \ldots\ldots\ldots$

(ଚ) ଦୁଇଟି ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ :

ତୁମେ $5 \times (-4)$ ଏବଂ $(-7) \times 6$ ର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ଜାଣିଛ । ବର୍ତ୍ତମାନ $(-4) \times (-3)$ ର ଗୁଣଫଳ କିପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯିବ ଆସ ଦେଖିବା ।

ତୁମେ ଜାଣିଛ –

$-4 \times 3 = -12$

$-4 \times 2 = -8 = -12 + 4$

$-4 \times 1 = -4 = -8 + 4$

$-4 \times 0 = 0 = -4 + 4$

ସେହିପରି

$-4 \times (-1) = 0 + 4 = +4$

କହିଲ ଦେଖି :

ଏହି ଧାଡ଼ିଗୁଡ଼ିକରେ ତୁମେ କୌଣସି ସଂରଚନା ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ କି ?

ଗୁଣକ (ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ଥିବା ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା) କୁ 1 କମାଇବା ଫଳରେ ଗୁଣଫଳ କେତେ ବଢୁଥିବାର ଦେଖିଲ ?

ଏବେ ସେହିଭଳି ପରବର୍ତ୍ତୀ ଧାଡ଼ିଗୁଡ଼ିକୁ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ କର ।

$(-4) \times (-2) = 4 + \ldots\ldots = \ldots\ldots$

$(-4) \times (-3) = \ldots\ldots + \ldots\ldots = \ldots\ldots$

(କ) $(-4)\times(-3)$ ଯେପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଗଲା, ସେହିଭଳି $(-5)\times 4$ରୁ ଆରମ୍ଭ କରି $(-5)\times(-6)$ ର ଗୁଣଫଳ କେତେ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(ଖ) $(-6)\times 3$ ରୁ ଆରମ୍ଭ କରି $(-6)\times(-7)$ ର ଗୁଣଫଳ କେତେ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ଆମେ ଦେଖିଲେ-

ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଗୁଣଫଳଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକଲେ ଦେଖିବା-

$(-4)\times(-3) = +12$ ଅର୍ଥାତ୍ $(-4)\times(-3)=(+4)\times(+3)$

ଦୁଇଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ

= ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଦୁଇଟିର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀର ଗୁଣଫଳ।

ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀକୁ ନିମ୍ନଭଳି କହିପାରିବା।

a ଓ **b** ଦୁଇଟି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ, $(-a)\times(-b)=+(a\times b)$

ଜାଣିଛ କି ?

$-a$ ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ $= a$

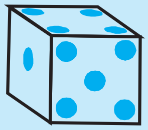
ଏବଂ $-b$ ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ $=b$

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ନିମ୍ନରେ ଦେଖାଯାଇଥିବାଭଳି ବୋର୍ଡ଼ଟିଏ ନିଅ, ଯେଉଁଥିରେ – 71 ଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି +71 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟାମାନ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ଲେଖାଯାଇଥିବ।

–71	–70	–69	–68	–67	–66	–65	–64	–63	–62	–61
–50	–51	–52	–53	–54	–55	–56	–57	–58	–59	–60
–49	–48	–47	–46	–45	–44	–43	–42	–41	–40	–39
–28	–29	–30	–31	–32	–33	–34	–35	–36	–37	–38
–27	–26	–25	–24	–23	–22	–21	–20	–19	–18	–17
–6	–7	–8	–9	–10	–11	–12	–13	–14	–15	–16
–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6
17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28
39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
60	59	58	57	56	55	54	53	52	51	50
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71

- ଗୋଟିଏ ଥଳିରେ ଚାରୋଟି ଗୋଟି ନିଆଯାଉ । ଗୋଟି ଚାରୋଟି ମଧ୍ୟରୁ ଦୁଇଟି ଧଳା ଓ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି କଳା କରାଯାଉ ।
- ଧଳା ଗୋଟି ଉପରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଧନାତ୍ମକ ବୋଲି ବିଚାର କରାଯାଉ ଓ କଳା ଗୋଟି ଉପରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଋଣାତ୍ମକ ବୋଲି ବିଚାର କରାଯାଉ ।
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ଖେଳାଳି ଗୋଟିଏ ସାର ବ୍ୟବହାର କରିବ ଓ ଖେଳ ଆରମ୍ଭରେ ସେ ସାରକୁ ବୋର୍ଡ଼ର ଶୂନ ଲେଖାଥିବା କୋଠରିରେ ରଖିବ । ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଖେଳାଳି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ରଙ୍ଗର ସାର ବ୍ୟବହାର କରିବେ ।



- ଜଣେ ଖେଳାଳି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଥର ଥଳି ଭିତରକୁ ନ ଦେଖି ଦୁଇଟି ଗୋଟି ଆଣିବ ଓ ସେ ଦୁଇଟିକୁ ଗଡ଼ାଇଦେବ । ଗୋଟି ଦୁଇଟିରୁ ମିଳିଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିକୁ ଗୁଣି ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବ । ସେହି ଗୁଣଫଳ ହେବ ତା'ର ସଂଖ୍ୟା । ତା'ପରେ ଗୋଟି ଦୁଇଟିକୁ ପୁଣି ଥଳିରେ ରଖିଦେବ ।
- ଗୁଣଫଳଟି ଧନାତ୍ମକ ହେଲେ ତା'ର ସାରକୁ ସେ ସେତିକି ଘର +71 ଆଡକୁ ନେବ । ଗୁଣଫଳଟି ଋଣାତ୍ମକ ହେଲେ ତା'ର ସାରକୁ ସେ ସେତିକି ଘର –71 ଆଡକୁ ନେବ ।
- ଯେ ପ୍ରଥମେ +71 ପାଖରେ ପହଞ୍ଚିବ, ସେ ଜିତିବ ।

ଯଦି ଦୁଇଜଣରୁ ଅଧିକ ପିଲା ଖେଳୁଥାଆନ୍ତି, ତା' ହେଲେ ଜିତିବା ଖେଳାଳିକୁ ଛାଡ଼ି ଅନ୍ୟମାନେ ତାଙ୍କର ଖେଳରେ ଆଗେଇବେ ।

ଜଣକ ପରେ ଜଣେ ଜିତିବ । ଯାହାର ସାର ପ୍ରଥମେ +71ରେ ପହଞ୍ଚିବ ସେ ହେବ ପ୍ରଥମ, ଯେ ତା'ପରେ ଜିତିବ ସେ ହେବ ଦ୍ୱିତୀୟ । ଏହିଭଳି ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରଥମ, ଦ୍ୱିତୀୟ, ତୃତୀୟ ଆଦି ବଛାହେବେ ।

ପ୍ରଥମ ହୋଇଥିବା ପିଲା ପାଇବ 10 ପଏଣ୍ଟ, ଦ୍ୱିତୀୟ ସ୍ଥାନ ଅଧିକାର କରିଥିବା ପିଲା, ପାଇବ ୫ ପଏଣ୍ଟ, ସେହିପରି ତୃତୀୟ ଓ ଚତୁର୍ଥ ସ୍ଥାନ ପାଇଥିବା ପିଲା ଯଥାକ୍ରମେ 5 ଓ 3 ପଏଣ୍ଟ ପାଇବେ ।

ଏହିପରି ଗୋଟିଏ ବାଜି ଖେଳ ସରିବା ପରେ ଆଉ ଗୋଟିଏ ବାଜି ଖେଳ କରାଯିବ । ଉଭୟ ବାଜିପରେ ବିଜୟୀ ଖେଳାଳୀ କିଏ ହେଲା ସ୍ଥିର କରାଯିବ ।

1.4.1 ତିନୋଟି ବା ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ :

ଆମେ ଦେଖିଲେ ଯେ, ଦୁଇଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା । ଆହୁରି ମଧ୍ୟ ଆମେ ଜାଣିଛେ ଯେ, ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ ଗୋଟିଏ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।

ଜାଣିଛ କି ?
ଗଣିତଜ୍ଞ ଅଏଲର୍ (1770 ଖ୍ରୀ.ଅ.) ପ୍ରଥମେ ପ୍ରମାଣ କରିଥିଲେ ଯେ $(-1)\times(-1)=+1$

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆସ, ତିନୋଟି ବା ତା'ଠାରୁ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ କରିବା । ତିନୋଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଗୁଣିବା ବେଳେ ଆମେ କିପରି ଗୁଣନ କରିଥାଉ ?

(କ) $(-5)\times(-3)\times(-4) = \{(-5)\times(-3)\}\times(-4)$

$= \{+(5\times3)\}\times(-4)$ (କାରଣ କ'ଣ ?)

$= (+15)\times(-4)$

$= -(15\times4) = -60$

ଆମେ ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରଥମ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୁଣନ କରିଥାଉ ଓ ପାଇଥିବା ଗୁଣଫଳରେ ତୃତୀୟ ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ଗୁଣନ କରିଥାଉ ।

(ଖ) $(-5)\times(-3)\times(-4)\times(-2) = \{(-5)\times(-3)\times(-4)\}\times-2$

$= \{(-60)\times(-2)$ [(କ)ରେ ପାଇଥିବା ଗୁଣଫଳ ନିଆଗଲା]

$= +(60\times2)=+120$

(ଗ) $(-5)\times(-3)\times(-4)\times(-2)\times(-6) = \{(-5)\times(-3)\times(-4)\times(-2)\}\times(-6)$

$= (+120)\times(-6)$ [(ଖ)ରେ ପାଇଥିବା ଗୁଣଫଳ ନିଆଗଲା]

$= -(120\times6)=-720$

ଉପରେ ପାଇଥିବା ଗୁଣଫଳ ଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର । କ'ଣ ଦେଖୁଛ ?

- **ଦୁଇଟି ରଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।**
- **ତିନୋଟି ରଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ରଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।**
- **ଚାରୋଟି ରଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।**
- **ପାଞ୍ଚଟି ରଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ରଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।**

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

ତଳେ ଥିବା ସାରଣୀ ପୂରଣ କର ।

କେତୋଟି ରଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ନେଇ ଗୁଣନ କରିବା	ଗୁଣଫଳ କି ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ହେବ ?
ଦୁଇଟି	ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା
ତିନୋଟି	
ଚାରୋଟି	
ପାଞ୍ଚଟି	
ପାଞ୍ଚଟି	
ଛଅଟି	
ସାତଟି	
ଆଠଟି	
ନଅଟି	
ଦଶଟି	

ଉପରିସ୍ଥ ସାରଣୀରୁ ତୁମେ କ'ଣ ଜାଣିଲ ?

- ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ ରଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।
- ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ ରଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ରଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

$(-1)\times(-1)=+1$

$(-1)\times(-1)\times(-1)=$................

$(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)=$................

$(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)=$................

$(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)=$................

(କ) ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ -1 କୁ ନେଇ ଗୁଣନ କଲେ ଗୁଣଫଳ କେତେ ହେବ ?

(ଖ) ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ -1 କୁ ନେଇ ଗୁଣନ କଲେ ଗୁଣଫଳ କେତେ ହେବ ?

ଉତ୍ତର ସ୍ଥିର କର :

(କ) $(-3)\times(-5)\times(-2)\times(-7)$ ର ଗୁଣଫଳ କି ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ?

(ଖ) $(-3)\times(-5)\times(+2)\times(-7)$ ର ଗୁଣଫଳ କି ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ?

(ଗ) ଉପରିସ୍ଥ ଗୁଣଫଳ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ କେଉଁଟି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ?

(ଘ) ଉପରିସ୍ଥ ଗୁଣଫଳ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଉଥିବା ବେଳେ ଅନ୍ୟଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲା କାହିଁକି ?

(ଙ) ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ କେଉଁ ଚିହ୍ନ ବିଶିଷ୍ଟ ହେବ ?

- (i) ପାଞ୍ଚଗୋଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ ଦୁଇଗୋଟି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା
- (ii) ଦୁଇଗୋଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ ପାଞ୍ଚଗୋଟି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା
- (iii) ତିନିଗୋଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ ପାଞ୍ଚଗୋଟି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା
- (iv) ଆଠଗୋଟି ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ ସାତଗୋଟି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା

1.5 ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ବିଭିନ୍ନ ଧର୍ମ

ଆସ, ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ କିଛି ଜାଣିବା ।

(କ) ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ :

ନିମ୍ନସ୍ଥ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟକର ଓ ଗୁଣଫଳ କି ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ–

ଯେପରି : $(-3)\times(+4)=-12$	ଏହା ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା
$(+5)\times(+7)=$	....
$(+6)\times(-4)=$	....
$(-5)\times(+8)=$	....
$(-7)\times(-6)=$	....

କହିଲ ଦେଖି :
ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ କ'ଣ ?

ଏଥିରୁ ତୁମେ କ'ଣ ଜାଣିଲ ?

ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ମଧ୍ୟ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।

ଏପରି ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କହିପାରିବ କି ଯାହାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ ?

ପିଲାମାନେ ସମସ୍ତେ କହିଲେ-

"ଏଭଳି ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ନାହିଁ ଯାହାର ଗୁଣଫଳ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ।"

ଏଣୁ ସମସ୍ତେ ଜାଣିଲେ-

ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ସର୍ବଦା ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା।

ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରି ସାଧାରଣ ଭାବରେ କହି ପାରିବା -

a ଓ b ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ
$a \times b$ ମଧ୍ୟ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା

ଅର୍ଥାତ୍,

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ।

(ଖ) ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ :

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ପ୍ରଥମ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ତମ୍ଭରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଦୁଇଟିର ଗୁଣଫଳ ଲେଖ। ସେହି ଗୁଣଫଳ ଦୁଇଟିକୁ ଦେଖି ତୃତୀୟ ସ୍ତମ୍ଭରେ ତୁମର ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଲେଖ।

ପ୍ରଥମ ସ୍ତମ୍ଭ	ଦ୍ୱିତୀୟ ସ୍ତମ୍ଭ	ତୃତୀୟ ସ୍ତମ୍ଭ
$(+4)\times(-5) = -20$	$(-5)\times(+4) = -20$	$(+4)\times(-5)=(-5)\times(+4)$
$(+6)\times(+7) =$	$(+7)\times(+6) =$	
$(-8)\times(+9) =$	$(+9)\times(-8) =$	
$(-12)\times(-5) =$	$(-5)\times(-12) =$	
$(+18)\times(-4) =$	$(-4)\times(+18) =$	
$(+16)\times(-12) =$	$(-12)\times(+16) =$	
$(-12)\times 0 =$	$0 \times (-12) =$	

ତୁମେ ଉପର ସାରଣୀରୁ କ'ଣ ଦେଖିଲ ଲେଖ।

ଆମେ ଦେଖିଲେ -

"ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୁଣନ କଲା ପରେ ପୁଣି କ୍ରମ ବଦଳାଇ ଗୁଣିଲେ ସମାନ ଗୁଣଫଳ ମିଳେ।"

ଆମେ ଜାଣିଲେ -

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା କ୍ରମବିନିମୟୀ।

ଆମେ ସାଧାରଣ ଭାବରେ କହିପାରିବା -

a ଓ b ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ
$a \times b = b \times a$

(ଗ) ଗୁଣନ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଅଭେଦ ନିୟମ :

ଯୋଗ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଅଭେଦ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆମେ ଆଲୋଚନା କରିସାରିଛୁ ।

$3+0=3$, $-5+0=-5$ ଆଦି ଦେଖି ଆମେ ଜାଣିଲୁ ଯେକୌଣସି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସହ ଶୂନ ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ସହ ସମାନ ହୁଏ । ତେଣୁ 0 ହେଉଛି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗାତ୍ମକ ଅଭେଦ ।

ସେହିପରି ଗୁଣନ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ ଜାଣିଛୁ-

$+5\times1=+5$

$0\times1=0$

$-7\times1=-7$

ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେଣି ଯେ କୌଣସି ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ 1 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନକଲେ ଗୁଣଫଳ ସେହି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥାଏ ।

ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରି କହିଲେ, ଆମେ କହିବା -

a ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ,
$\mathbf{a\times1=1\times a=a}$

ଏହାକୁ ଗୁଣନ କ୍ଷେତ୍ରରେ, **ଅଭେଦ ନିୟମ** ବୋଲି କୁହାଯାଏ ଏବଂ 1 କୁ **ଗୁଣନାତ୍ମକ ଅଭେଦ** ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

କହିଲ ଦେଖି, ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ -1 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିଲେ ଗୁଣଫଳ କେତେ ହେବ ? ନିମ୍ନ ଗୁଣନ କ୍ରିୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସମ୍ପାଦନ କର ।

$(-4)\times(-1) = +(4\times1) = +4$ [$+4$ ହେଉଛି -4 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ]

$(+3)\times(-1) = -(3\times1) = -3$ [-3 ହେଉଛି $+3$ ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ]

$(-7)\times(-1) = \boxed{}$

$(-1)\times(+15) = \boxed{}$

$(-1)\times(-8) = \boxed{}$

$(+15)\times(-1) = \boxed{}$

କହିଲ କେତେ ?
$0 \times (-1) = ?$
0 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ = ?

ଜାଣିଛ କି ?
a ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ହେଉଛି $-a$
$-a$ ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ହେଉଛି a

ତୁମେ ଯାହା ଦେଖିଲ ତାକୁ ସାଧାରଣ ଭାବରେ ନିମ୍ନ ମତେ କହିବା-

a ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ,
$\mathbf{a\times(-1)=(-1)\times a=-a}$ **ଓ ଏହା a ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ**

(ଘ) ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ସହଯୋଗୀ ନିୟମ :

ଆସ, -3, -2 ଓ 5 ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ତିନୋଟିକୁ ନେଇ ଗୁଣନ କରିବା ।

$[(-3)\times(-2)]\times5=(+6)\times(+5)=+30$

$(-3)\times[(-2)\times5]=-3\times(-10)=+30$

ପ୍ରଥମେ, -3 ଓ -2 ର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ଗୁଣଫଳକୁ 5 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ ଏବଂ ଗୁଣଫଳ ପାଇଲେ $+30$ ।

ପରେ, -3କୁ -2 ଓ 5 ର ଗୁଣଫଳ ସହ ଗୁଣନ କଲେ ଓ ଗୁଣଫଳ ପାଇଲେ $+30$ ।

ଏଣୁ ଦେଖିଲେ-

$[(-3)\times(-2)]\times5=-3\times[(-2)\times5]$

ତିନୋଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୁଣନ କଲାବେଳେ, କେଉଁ ଦୁଇଟିକୁ ପ୍ରଥମେ ଗୁଣନ କରାଗଲା, ତା' ଉପରେ ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଭର କରେ ନାହିଁ ।

ଏହି କଥାକୁ ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ନିମ୍ନମତେ ଲେଖିଥାଉ ।

a, b ଓ c ତିନୋଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ,
$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

ଆମେ ଜାଣୁ, ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା **ସହଯୋଗୀ ନିୟମ** ପାଳନ କରେ ।

ଆମେ କେବଳ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଏକାଥରେ ଗୁଣନ କରିପାରୁ । ଏଣୁ ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟା ଗୁଣନ କଲାବେଳେ ପ୍ରଥମେ ସେ ତିନୋଟି ମଧ୍ୟରୁ ଦୁଇଟିକୁ ହିଁ ଗୁଣନ କରିବାକୁ ପଡିବ ।

ତିନୋଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲାବେଳେ ଆମେ କେଉଁ ଦୁଇଟିକୁ ପ୍ରଥମେ ଗୁଣନ କଲେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଗୁଣନ କ୍ରିୟା ସହଜ ହେବ ଏହା ଚିନ୍ତାକରୁ ଓ ସେହି ଅନୁଯାୟୀ ଆମେ ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରି ଗୁଣନ କରୁ ।

ଯଥା : -8, -7 ଓ -5 ର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା । ଆସ, କେତେ ପ୍ରକାରେ ଆମେ ଏହି ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ କରିବା ସମ୍ଭବ ତାହା ଦେଖିବା ।

ପ୍ରଥମ ପ୍ରକାର - $[(-8) \times (-7)] \times (-5) =$

ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରକାର - $(-8) \times [(-7) \times (-5)] =$

ତୃତୀୟ ପ୍ରକାର - $[(-8) \times (-5)] \times (-7) =$

କହିଲ ଦେଖି :
ଏହି ତିନୋଟି ପ୍ରକାର ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ପ୍ରକାରରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ କରିବା ତୁମ ପାଇଁ ସବୁଠାରୁ ଅଧିକ ସହଜ ? କାହିଁକି ?

(ଙ) ଯୋଗ ଉପରେ ଗୁଣନର ବଣ୍ଟନ ନିୟମ

ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗ ଉପରେ ଗୁଣନର ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ଆମେ ଜାଣିଛନ୍ତି ।

ଆସ, ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ନେଇ ତାହାକୁ ମନେପକାଇବା ।

ଯଥା : $4 \times (5+3) = (4 \times 5) + (4 \times 3)$

[ଏଠାରେ ଗୁଣନ ଯୋଗ ଉପରେ ବଣ୍ଟନ କରେ]

ଆସ, ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏହାର ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କରିବା ।

(i) $(-2) \times (3+5) = (-2) \times 8 = -16$

ଏବଂ $[(-2) \times 3] + [(-2) \times 5] = (-6) + (-10) = -16$

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ-

$(-2) \times (3+5) = [(-2) \times 3] + [(-2) \times 5]$

ତଳ ଉକ୍ତି ଦୁଇଟିର ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କର ।

(i) $3 \times [(-4) + (-5)] = [3 \times (-4)] + [3 \times (-5)]$

(ii) $-4 \times [(-3) + 2] = [(-4) \times (-3)] + [(-4) \times 2]$

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉକ୍ତି ସତ୍ୟ ହେବାର ଦେଖିଲ କି ?

ଆମେ ଦେଖିଲେ, ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଯୋଗପ୍ରକ୍ରିୟା ଉପରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ବଣ୍ଟନ କରିଥାଏ । ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଉପରୋକ୍ତ ନିୟମକୁ ସାଧାରଣ ଭାବରେ ନିମ୍ନମତେ କହିଥାଉ ।

a, b ଓ c ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ,
$\mathbf{a \times (b + c) = a \times b + a \times c}$

ଏହା ହେଉଛି ଯୋଗ ଉପରେ **ଗୁଣନର ବଣ୍ଟନ** ନିୟମ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ନିମ୍ନ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖିବା–

ଆମେ କହିପାରିବା କି ?

$4 \times (3-8) = 4 \times 3 - 4 \times 8$

ଆସ ଦେଖିବା –

$4 \times (3-8) = 4 \times (-5) = -20$

ଏବଂ $4 \times 3 - 4 \times 5 = 12 - 32 = -20$

$\therefore\ 4(3-8) = 4 \times 3 - 4 \times 8$

ଆଉ ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା

$(-5) \times [(-4)-(-6)] = (-5) \times [(-4)+6]$
$= (-5) \times (+2) = -10$

ଏବଂ $[(-5) \times (-4)] - [(-5) \times (-6)] = 20 - 30 = -10$

$\therefore\ (-5) \times [(-4)-(-6)] = [(-5) \times (-4)] - [(-5) \times (-6)]$

ପୁନଶ୍ଚ $(-9) \times [10-(-3)]$ ଏବଂ $[(-9) \times 10] - [(-9) \times (-3)]$ କୁ ନେଇ ପରୀକ୍ଷା କର ।

କହିଲ ଦେଖି :

- $4 \times [5+(-3)] = 4 \times 5 + 4 \times (-3)$
  ଏହା ସତ୍ୟ କି ?
- $(-5) \times [(-4)+(-2)] = (-5) \times (-4) + (-5) \times (-2)$
  ଏହା ସତ୍ୟ କି ?

ତୁମେ କ'ଣ ପାଇଲ ?

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଉପରେ ଗୁଣନ ବଣ୍ଟନ ନିୟମ କରିଥାଏ କି ?

ଆମେ ଦେଖିଲେ –

ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଉପରେ ମଧ୍ୟ ଗୁଣନ ବଣ୍ଟନ କରିଥାଏ ।

ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଉପରୋକ୍ତ ନିୟମକୁ ସାଧାରଣ ଭାବରେ ନିମ୍ନମତେ କହିଥାଉ ।

a, b , c ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ
$\mathbf{a \times (b - c) = (a \times b) - (a \times c)}$

ଏହା ହେଉଛି ବିୟୋଗ ଉପରେ ଗୁଣନର ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ।

ଉତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

(i) $10 \times [6-(-2)] = 10 \times 6 - 10 \times (-2)$; ଏହା ସତ୍ୟ କି ?

(ii) $(-15) \times [(-7)-(-1)] = (-15) \times (-7) - (-15) \times (-1)$; ଏହା ସତ୍ୟ କି ?

(ଚ) ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ସାହାଯ୍ୟରେ ଶୂନ ଦ୍ୱାରା ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ :

ଯୋଗ ଉପରେ ଗୁଣନର ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ ନିମ୍ନ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ସତ୍ୟ।

(i) $(+3) \times [5+(-5)] = [(+3)\times 5 + (+3)\times(-5)]$

ଅର୍ଥାତ୍, $(+3)\times 0 = (+15)+(-15) = 0$

(ii) $(-5)\times[(-4)+4] = [(-5)\times(-4)+(-5)\times 4]$

ଅର୍ଥାତ୍, $(-5)\times 0 = (+20)+(-20) = 0$

ସେହିପରି ଗୁଣନର ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ $0\times[(-7)+(+7)]$ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ଆମେ (i) ରେ ଦେଖିଲେ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା $\times\ 0 = 0$

(ii) ରେ ଦେଖିଲେ ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା $\times 0 = 0$

ଜାଣିଛ କି ?

$3-5$ ଯାହା $3+(-5)$ ତାହା, ଏ କଥା ତୁମେ ଜାଣ। ଫଳରେ $(+2)\times(3-5)$ ଏବଂ $(+2)\times[3+(-5)]$ ଭିନ୍ନ ନୁହେଁ। ତେଣୁ

$(+2)\times(3-5) = (+2)\times 3 - (+2)\times 5$

ଏବଂ $(+2)\times[3+(-5)] = (+2)\times 3 + (+2)\times(-5)$

ମଧ୍ୟରେ କିଛି ପାର୍ଥକ୍ୟ ନାହିଁ।

ତେଣୁ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ବିୟୋଗ ଉପରେ ଗୁଣନ ବଣ୍ଟନ କରିବା ଓ ଯୋଗ ଉପରେ ଗୁଣନ ବଣ୍ଟନ କରିବା ଭିନ୍ନ କଥା ନୁହେଁ।

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ ଆମେ କହିପାରିବା-

ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା $\times 0 = 0 \times$ ଉକ୍ତ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା $= 0$

ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା $\times 0 = 0 \times$ ଉକ୍ତ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା $= 0$

ଆମେ ଉପର ଉଦାହରଣ ମାନଙ୍କରେ ଦେଖିଲେ-

ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା $\times 0 = 0$

ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଉପରୋକ୍ତ କଥାକୁ ନିମ୍ନମତେ କହିପାରିବା-

a ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ,

$\mathbf{a \times 0 = 0 \times a = 0}$

1.5.1 ଗୁଣନ କାର୍ଯ୍ୟକୁ ସହଜ କରିବା

$(-25)\times 37\times 4$ କୁ ଦୁଇ ଉପାୟରେ କରାଯାଇଛି, ଲକ୍ଷ୍ୟକର।

ପ୍ରଥମ ପ୍ରଣାଳୀ :

$(-25)\times 37\times 4 = [(-25)\times 37]\times 4$

$= (-925)\times 4 = -3700$

ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ :

$(-25)\times 37\times 4 = [(-25)\times 4]\times 37$

$= (-100)\times 37 = -3700$

ଉପରିସ୍ଥ ଦୁଇ ପ୍ରକାର ଗୁଣନ ପ୍ରଣାଳୀ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ସହଜ ଲାଗିଲା ? କାରଣ କହ ?

ଲକ୍ଷ୍ୟକର, ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଗୁଣନର କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ଓ ସହଯୋଗୀ ଏହି ଦୁଇଟି ନିୟମର ସାହାଯ୍ୟ ନିଆଯାଇଛି।

କ୍ରମବିନିମୟୀ, ସହଯୋଗୀ ଓ ବଣ୍ଟନ ନିୟମମାନଙ୍କର ସାହାଯ୍ୟ ନେଇ କିପରି ଗୁଣନ କାର୍ଯ୍ୟକୁ ସହଜ କରି ପାରିବା ତା'ର ଆଉ କେତେକ ଉଦାହରଣ ନିମ୍ନରେ ଦେଖ।

(କ) 16×12 ର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

16×12 କୁ ଆମେ $16 \times (10+2)$ ରୂପେ ଲେଖିପାରିବା।

ଏଣୁ $16\times 12 = 16\times(10+2) = 16\times 10 + 16\times 2 = 160+32 = 192$

(ଖ) $(-23)\times 48 = (-23)(50-2) = (-23)\times 50 - (-23)\times 2 = (-1150) - (-46)$

$= -1150 + 46 = -1104$

ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ସାହାଯ୍ୟରେ ଗୁଣନ କର ଯେପରି କାର୍ଯ୍ୟଟି ସହଜ ହେବ ।

(କ) $(-49)\times 18$; (ଖ) $(-25)\times(-31)$ (ଗ) $70\times(-19)+(-1)\times 70$

ଉଦାହରଣ :

ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

(i) $(-18)\times(-10)\times 9$ (ii) $(-20)\times(-2)\times(-5)\times 7$

ସମାଧାନ :

(i) $(-18)\times(-10)\times 9 = [(-18)\times(-10)]\times 9 = 180\times 9 = 1620$

(ii) $(-20)\times(-2)\times(-5)\times 7 = (-20)\times[(-2)\times(-5)]\times 7$

$= [(-20)\times 10]\times 7 = (-200)\times 7 = -1400$

ଉଦାହରଣ :

ଗୋଟିଏ ଶ୍ରେଣୀର ପିଲାଙ୍କ ପ୍ରଶ୍ନପତ୍ରରେ 15ଟି ପ୍ରଶ୍ନ ଦିଆଯାଇଥିଲା । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନର ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଲାଗି 4 ନମ୍ବର ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭୁଲ ଉତ୍ତର ଲାଗି -2 ନମ୍ବର ଦିଆଯିବାର ବ୍ୟବସ୍ଥା ଥିଲା ।

ସୀମା ସମସ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ କରି ଥିଲା, ମାତ୍ର ସେଥିରୁ 9 ଗୋଟି ସମାଧାନ ଠିକ୍ ଥିଲା । ସେ ମୋଟ କେତେ ନମ୍ବର ପାଇଥିଲା ?

ସମାଧାନ :

(କ) ସୀମାର ନମ୍ବର : ପ୍ରତ୍ୟେକ ଠିକ୍ ସମାଧାନ ଲାଗି ମିଳେ 4 ନମ୍ବର

9 ଗୋଟି ଠିକ୍ ସମାଧାନ ଲାଗି ମିଳେ $9\times 4 = 36$ ନମ୍ବର

ଭୁଲ ସମାଧାନ ସଂଖ୍ୟା $= 15 - 9 = 6$

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭୁଲ ସମାଧାନ ଲାଗି ମିଳେ -2 ନମ୍ବର

6 ଗୋଟି ଭୁଲ ସମାଧାନ ଲାଗି ମିଳେ $6\times(-2) = -12$ ନମ୍ବର ।

ଏଣୁ ସୀମାର ମୋଟ ନମ୍ବର $= 36 + (-12) = 36 - 12 = 24$

ଉଦାହରଣ :

ଧରିନିଆଯାଉ ଯେ ଭୂପୃଷ୍ଠ ଉପରକୁ ମପା ଯାଉଥିବା ଦୂରତାକୁ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ଓ ଭୂପୃଷ୍ଠର ନିମ୍ନକୁ ମପାଯାଉଥିବା ଦୂରତାକୁ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ । ତଦନୁଯାୟୀ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(କ) ଖଣି ଭିତରକୁ ଯାଉଥିବା ଉତ୍ତୋଳନକାରୀ ଯନ୍ତ୍ରଟିଏ ମିନିଟ୍ ପ୍ରତି 5 ମିଟର ବେଗରେ ଗତି କଲେ ଏକ ଘଣ୍ଟା ପରେ ତା'ର ଅବସ୍ଥିତିକୁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରିବା ? (ଯନ୍ତ୍ରଟି ଭୂପୃଷ୍ଠରେ ଥିଲା ବୋଲି ଧରି ନିଆଯାଉ)

(ଖ) ଯଦି ଉତ୍ତୋଳନକାରୀ ଯନ୍ତ୍ରଟି ପ୍ରଥମ ଅବସ୍ଥାରେ ଭୂପୃଷ୍ଠରୁ 15ମି. ଉପରେ ଥାଏ ଏବଂ ସେଠାରୁ ଏହା ଖଣି ଭିତରକୁ ପୂର୍ବ ବେଗରେ ଗତି କରେ, ତେବେ 45 ମିନିଟ୍ ପରେ ଏହାର ଅବସ୍ଥିତିକୁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରିବା ?

ସମାଧାନ :

(କ) ଯନ୍ତ୍ରଟି ଭୂପୃଷ୍ଠରୁ ନିମ୍ନକୁ ଯାଉଥିବାରୁ ଏହାର ଅବସ୍ଥିତିକୁ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯିବ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ମିନିଟ୍‌ରେ ଏହାର ଅବସ୍ଥିତି -5ମି. ବଦଳିବ ।

ଏଣୁ ଏକ ଘଣ୍ଟା (ବା 60 ମିନିଟ୍‌ରେ) ଏହାର ଅବସ୍ଥିତି $(-5) \times 60$ ମି. ବା -300ମି. ବଦଳିବ ।

ମାତ୍ର ତା'ର ପ୍ରଥମ ଅବସ୍ଥିତି ଭୂପୃଷ୍ଠରେ ହୋଇଥିବାରୁ ଏହି ଅବସ୍ଥିତିକୁ 0ମି. ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯିବ । ତେଣୁ ଘଣ୍ଟାକ ପରେ ଯନ୍ତ୍ରଟିର ଅବସ୍ଥିତି $0 + (-300) = -300$ମି. ଅର୍ଥାତ୍ ଏହା ଭୂପୃଷ୍ଠଠାରୁ 300ମି. ନିମ୍ନରେ ପହଞ୍ଚିଥିବ ।

(ଖ) 45 ମିନିଟ୍‌ରେ ଯନ୍ତ୍ରଟିର ଅବସ୍ଥିତିର ପରିବର୍ତ୍ତନ ପରିମାଣ $= (-5) \times 45 = -225$ ମି. । ଅର୍ଥାତ୍ ତା'ର ପ୍ରଥମ ଅବସ୍ଥିତିରୁ 225ମି. ନିମ୍ନକୁ ଯାଇଥିବ । ଏଣୁ ତା'ର ଶେଷ ଅବସ୍ଥିତି $= (+15) + (-225) = -210$ମି. ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହେବ । ଅର୍ଥାତ୍ ଯନ୍ତ୍ରଟି ଭୂପୃଷ୍ଠଠାରୁ 210 ମି. ନିମ୍ନରେ ପହଞ୍ଚ ଥିବ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 1.3

1. **ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ;**

(କ) $3 \times (-2)$ (ଖ) $(-1) \times 222$ (ଗ) $(-24) \times (-25)$ (ଘ) $(-348) \times (-1)$

(ଙ) $(-12) \times 0 \times (-16)$ (ଚ) $(-8) \times (-15) \times 10$ (ଛ) $18 \times (-6) \times (-5)$ (ଜ) $(-22) \times (-5) \times (-8)$

(ଝ) $(-1) \times (+2) \times (-3) \times (-4)$ (ଞ) $(-7) \times (-5) \times (-8) \times (-1)$

2. **ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କର :**

(କ) $18 \times [7 + (-3)] = [18 \times 7] + [18 \times (-3)]$

(ଖ) $(-24) \times [(-6) + (-3)] = [(-24) \times (-6)] + [(-24) \times (-3)]$

3. (କ) ଶୂନ ଭିନ୍ନ ଯେ କୌଣସି ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ a ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଗଲେ, $(-1) \times a$ ର ଗୁଣଫଳ କେତେ ?

(ଖ) କେଉଁ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ (-1) ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ ନିମ୍ନ ଗୁଣଫଳ ମିଳିବ ?

(i) -34 (ii) 42 (iii) 0

4. $(-1) \times 5$ ରୁ ଆରମ୍ଭକରି, ଗୁଣନର ବିଭିନ୍ନ କ୍ରମ ଦେଖାଇ $(-1) \times (-1) = 1$ ବୋଲି ଦର୍ଶାଅ ।

5. ଗୁଣନର ଉପଯୁକ୍ତ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରି ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

(କ) $24 \times (-47) + (-47) \times (-14)$ (ଖ) $8 \times 48 \times (-125)$ (ଗ) $15 \times (-25) \times (-4) \times (-10)$

(ଘ) $(-46) \times 102$ (ଙ) $8 \times (50-2)$ (ଚ) $625 \times (-35) + (-625) \times 65$

(ଛ) $(-17) \times (-29)$ (ଜ) $(-57) \times (-19) + 57$

6. ଗୋଟିଏ କୋଠରିର ତାପମାତ୍ରା ଥିଲା 40 ଡିଗ୍ରୀ ସେଲ୍‌ସିଅସ୍ । ସେହି କୋଠରିରେ ଥିବା ଶୀତଳୀକରଣ ଯନ୍ତ୍ର ପ୍ରତି ଘଣ୍ଟାରେ 5 ଡିଗ୍ରୀ ସେଲ୍‌ସିଅସ୍ ହାରରେ ତାପମାତ୍ରା କମାଇ ପାରିଲେ, 10 ଘଣ୍ଟା ପରେ ତାପମାତ୍ରା କେତେ ହେବ ?

7. ଜେମ୍ସ୍‌ର ଘର ପାଖଦେଇ ଗୋଟିଏ ରାସ୍ତା ପୂର୍ବ - ପଶ୍ଚିମ ହୋଇ ଲମ୍ବିଛି । ଜେମ୍ସ୍ ଥରେ ଘରୁ ବାହାରି ସାଇକେଲ ଯୋଗେ ପୂର୍ବ ଦିଗକୁ 8 କ.ମି. ଯାଇ 'କ' ନାମକ ସ୍ଥାନରେ ପହଞ୍ଚିଲା । 'କ' ଠାରୁ ପଶ୍ଚିମ ଦିଗକୁ 12 କି.ମି. ଯାଇ 'ଖ' ସ୍ଥାନରେ ପହଞ୍ଚିଲା ।

(1) ଯଦି ଜେମ୍ସ୍‌ର ଘରଠାରୁ ପୂର୍ବ ଦିଗରେ ଅବସ୍ଥିତ ସ୍ଥାନଗୁଡ଼ିକୁ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ଓ ପଶ୍ଚିମରେ ଅବସ୍ଥିତ ସ୍ଥାନଗୁଡ଼ିକୁ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ, ତେବେ 'କ' ଓ 'ଖ' ସ୍ଥାନର ଅବସ୍ଥିତିକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରାଯିବ ? (2) ଯଦି 'କ' ସ୍ଥାନଟି +10 ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହୁଏ ଓ 'ଖ' ସ୍ଥାନଟି –6 ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହୁଏ, ତେବେ 'କ' ସ୍ଥାନର କେଉଁ ଦିଗରେ 'ଖ' ସ୍ଥାନ ଅବସ୍ଥିତ ? 'କ' ଓ 'ଖ' ସ୍ଥାନ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା କେତେ ?

8. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନରେ ଉପଯୁକ୍ତ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ବସାଅ ଯେପରି ଉକ୍ତିଟି ଠିକ୍ ହେବ ।

(କ) $-5 \times (..........) = 40$ (ଗ) $7 \times (.............) = -63$

(ଖ) $(...............) \times (-12) = -96$ (ଘ) $(...........) \times (-11) = 99$

1.6 ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଭାଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା :

ହରଣ ହେଉଛି ଗୁଣନର ବିପରୀତ ପ୍ରକ୍ରିୟା,ଏକଥା ଆମେ ଜାଣିଛୁ । ଆସ, କେତେକ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା ।

ଯେହେତୁ $4 \times 6 = 24$

ଏଣୁ $24 \div 4 = 6$ ଏବଂ $24 \div 6 = 4$ ।

ସେହିପରି $8 \times 7 = 56$ ରୁ ଆମେ ପାଇବା $56 \div 7 = 8$ ଏବଂ $56 \div 8 = 7$ ।

ଆମେ ଦେଖିଲେ-

ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନରୁ ଭାଗ ସଂପର୍କରେ ଦୁଇଟି ତଥ୍ୟ ମିଳିଥାଏ ।

ଜାଣିଛ କି ?

ଗୁଣନ-କଥା : ଗୁଣ୍ୟ x ଗୁଣକ = ଗୁଣଫଳ

ଭାଗ-କଥାରେ ଲେଖିଲେ -

	ଗୁଣଫଳ	-	ଭାଜ୍ୟ
	ଗୁଣକ	-	ଭାଜକ
	ଗୁଣ୍ୟ	-	ଭାଗଫଳ
ଅଥବା	ଗୁଣଫଳ	-	ଭାଜ୍ୟ
	ଗୁଣ୍ୟ	-	ଭାଜକ
	ଗୁଣକ	-	ଭାଗଫଳ

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

ଦିଆଯାଇଥିବା ଗୁଣନ କଥାକୁ ତୁମେ ଭାଗ କଥାରେ ଲେଖିପାରିବ କି ?

ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଥିବା ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସମ୍ପୃକ୍ତ ପ୍ରଥମ ଦୁଇଟି ଗୁଣନ କଥା ଓ ସେଥିରୁ ମିଳିଥିବା ଭାଗ-କଥା କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଓ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣକର :

ଗୁଣନ - କଥା	ତତ୍ ସମ୍ପୃକ୍ତ ଭାଗ-କଥା
$4 \times (-7) = -28$	$(-28) \div (-7) = 4$ ଓ $(-28) \div 4 = (-7)$
$(-6) \times 8 = -48$	
$(-9) \times (-7) = 63$	
$(-7) \times 5 =$	
$(-9) \times 6 =$	
$7 \times (-8) =$	
$(-12) \times (-4) =$	

ପୂର୍ବ ପୃଷ୍ଠାରେ ଥିବା ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କାର୍ଯ୍ୟରୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ-

$(-28) \div 4 = -7$
$(-48) \div 8 = -6$
$(-35) \div 5 = -7$
$(-56) \div 7 = -8$

ଆମେ ଦେଖିଲେ-

$(-28) \div 4 = -(28 \div 4) = -7$
$(-48) \div 8 = -(48 \div 8) = -6$

କହିଲ ଦେଖି : ଭାଗଫଳ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଥିବା ଭଳି ଛଅଟି ହରଣ କ୍ରିୟାର ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

- ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କାର୍ଯ୍ୟରୁ ଆମେ ଆହୁରି ମଧ୍ୟ ଜାଣିଲେ-

$63 \div (-9) = -7$ ଏବଂ $63 \div (-7) = -9$

$48 \div (-12) = -4$ ଏବଂ $48 \div (-4) = -12$

ଉପରେ ଯାହା ଦେଖିଲେ ତାକୁ ଆମେ ସାଧାରଣ ଭାବରେ ନିମ୍ନମତେ କହିପାରିବା-

a, b ଓ c ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଏବଂ $a \div b = c$ ହେଲେ,
$(-a) \div b = a \div (-b) = -(a \div b) = -c$

ଭାଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

(କ) $96 \div (-12)$ (ଖ) $104 \div (-13)$ (ଗ) $112 \div (-14)$

- ଉପର ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କାର୍ଯ୍ୟରୁ ଆମେ ଆହୁରି ମଧ୍ୟ ଜାଣିଲେ -

$(-28) \div (-7) = 4$, $(-48) \div (-6) = 8$, $(-54) \div (-9) = 6$

ଆମେ ଦେଖିଲେ-

$(-28) \div (-7) = +(28 \div 7) = 4$
$(-48) \div (-6) = +(48 \div 6) = 8$
$(-56) \div (-8) = +(56 \div 8) = 7$

ଉପରେ ଯାହା ଦେଖିଲେ ତାକୁ ଆମେ ସାଧାରଣ ଭାବରେ ନିମ୍ନମତେ କହିପାରିବା ।

a, b ଓ c ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଏବଂ $a \div b = c$ ହେଲେ,
$(-a) \div (-b) = a \div b = c$

ଭାଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର

(କ) $(-32) \div (-8)$ (ଖ) $(-45) \div (-9)$ (ଗ) $(-48) \div (-6)$

1.7 ଭାଗକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ କିଛି ଜାଣିବା କଥା

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନର ଯେଉଁ ସବୁ ଧର୍ମ ଅଛି, ତାହା ଭାଗକ୍ରିୟା ଲାଗି ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ କି ନାହିଁ ଆସ ଦେଖିବା-

- ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନ ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ । ଭାଗକ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ କି ?

ଉକ୍ତି	ଫଳାଫଳ
$(-8) \div 2 = -4$	ଭାଗଫଳ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା
$(-36) \div (-9) = 4$	ଭାଗଫଳ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା
$(48) \div (-12) = -4$	ଭାଗଫଳ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା
$(-12) \div 5 = ?$	ଭାଗଫଳ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେବ କି ?

ଅମେ ଦେଖିଲେ :

ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ, ଭାଗଫଳ ସର୍ବଦା ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହୁଏ ନାହିଁ।

ଏଣୁ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଭାଗକ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ ନାହିଁ ।

- ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା କ୍ରମ ବିନିମୟୀ। ଭାଗକ୍ରିୟା ସେହି ନିୟମ ପାଳନ କରେ କି ?

  $(-8) \div 2 = \_\_\_\_\_$, $2 \div (-8) = \_\_\_\_\_$

  ଏଠାରେ ଭାଗଫଳ ଦ୍ୱୟ ସମାନ ଅଛି କି ? ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ?

  ଏଣୁ ଭାଗକ୍ରିୟା କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ ପାଳନକରେ ନାହିଁ ।

ଜାଣିଛ କି ?
ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନ କ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରିଥାଏ।

- ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ।

  ଭାଗକ୍ରିୟା ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ କି ? ଆସ ପରୀକ୍ଷା କରିବା-

  $[(-8) \div 4] \div (-2) = (-2) \div (-2) = 1$

  $(-8) \div [4 \div (-2)] = (-8) \div (-2) = 4$

  $[(-8) \div 4] \div (-2)$ ଏବଂ $(-8) \div [4 \div (-2)]$ ର ମୂଲ୍ୟ ସମାନ ହେଉଛି କି ?

  ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ?

  ଏଣୁ ଭାଗ କ୍ରିୟା ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ନାହିଁ।

> ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଯେ କୌଣସି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା $a \times 1 =$ ସେହି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା a ।

ଭାଗକ୍ରିୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ ଦେଖିଲେଣି-

$(-8) \div 1 = -8$ କାରଣ $(-8) \times 1 = -8$

$0 \div 1 = 0$ କାରଣ $0 \times 1 = 0$

> ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଯେ କୌଣସି ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା a ହେଲେ, $a \times (-1) = -a$ ଯାହା କି a ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ।

ଆମେ ମଧ୍ୟ ଦେଖିଲେଣି-

$8 \div (-1) = -8$ (ଏବଂ -8 ହେଉଛି 8 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ)

$(-5) \div (-1) = 5$ (ଏବଂ 5 ହେଉଛି -5ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ)

$0 \div (-1) = 0$ (ଏବଂ 0 ହେଉଛି 0 ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ)

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ-

> a ଯେ କୌଣସି ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ, $a \div (-1) = -a$ ଯାହା କି a ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ।

- ଆମେ ଜାଣିଥିଲୁ, ସମ୍ପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଶୂନ ଦ୍ୱାରା ଭାଗକ୍ରିୟା ଅର୍ଥହୀନ। ଅର୍ଥାତ୍ $8 \div 0$ ଅର୍ଥହୀନ।

  ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ କ'ଣ ହେବ ଆସ ଦେଖିବା।

  $(-5) \div 0$ ର ଭାଗଫଳ କେତେ ?

  ଯେପରି $6 \div (-2) = -3$ କାରଣ $(-2) \times (-3) = 6$,

  ସେହିପରି $(-5) \div 0 =$ କେତେ ?

କହିଲ ଦେଖି :
0 ରେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୁଣିଲେ ଗୁଣଫଳ -5 ହେବ ? ଏପରି ସଂଖ୍ୟା ଅଛି କି ? ତୁମର ଉତ୍ତର ସପକ୍ଷରେ କାରଣ କହ ?

କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାକୁ 0 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ ଗୁଣଫଳ -5 ହେବ ?

ଅର୍ଥାତ୍ $(-5) \div 0$ ମଧ୍ୟ ଅର୍ଥହୀନ

$0 \div 0 =$ କେତେ ?

ଆସ ଦେଖିବା କେଉଁସଂଖ୍ୟା $\times 0 = 0$?

$5 \times 0 = 0, \quad 8 \times 0 = 0, \quad 15 \times 0 = 0$

ତେବେ $0 \div 0$ ଭାଗଫଳ କୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ହେଲା କି ?

ନିଶ୍ଚୟ ତୁମେ କହିବ 'ନାହିଁ'।

ଏଣୁ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ 0 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା ଅର୍ଥହୀନ।

ସାଧାରଣଭାବେ କହିପାରିବା ଯେ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଶୂନ (0) ଦ୍ୱାରା ଭାଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସଜ୍ଞାକୃତ ନୁହେଁ,

ଭାଗକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତେକ ଉଦାହରଣ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି। ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର।

ଗୋଟିଏ ପରୀକ୍ଷାରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଲାଗି 5 ନମ୍ବର ଦିଆଯାଏ। ମାତ୍ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭୁଲ ଉତ୍ତର ଲାଗି -2 ନମ୍ବର ଦିଆଯାଏ।

(i) ସେହି ପରୀକ୍ଷାରେ ରାଧା ସମସ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦେଇଥିଲା ମାତ୍ର ସେଥିରୁ ଦଶଟି ଉତ୍ତର ଠିକ୍ ଥିଲା। ସେ ମୋଟ 30 ନମ୍ବର ପାଇଥିଲେ, ପରୀକ୍ଷାରେ ମୋଟ କେତୋଟି ପ୍ରଶ୍ନ ପଚରା ଯାଇଥିଲା ?

(ii) ମାଧବ ସମସ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦେଇପାରି ନ ଥିଲା। ସେ ଯଦି ସାତଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଦେଇଥାଏ ଓ ମୋଟ 19 ନମ୍ବର ପାଇଥାଏ, ତେବେ ସେ କେତେଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦେଇଥିଲା ?

ସମାଧାନ : (i) ପ୍ରତ୍ୟେକ ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଲାଗି 5 ନମ୍ବର ମିଳେ

ରାଧାର 10 ଗୋଟି ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଲାଗି $5 \times 10 = 50$ ନମ୍ବର ମିଳିଲା

ମାତ୍ର ସେ ପାଇଛି 30 ନମ୍ବର। ତେଣୁ ଭୁଲ ଉତ୍ତର ଲାଗି ସେ ପାଇଥିବା ନମ୍ବର $= 30 - 50 = -(50-30) = -20$

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭୁଲ ଉତ୍ତର ଲାଗି ମିଳେ -2 ନମ୍ବର

$\therefore$ ରାଧାର ଭୁଲ ଉତ୍ତର ସଂଖ୍ୟା $= (-20) \div (-2) = 10$

ରାଧାର ମୋଟ ଉତ୍ତର ସଂଖ୍ୟା $= 10 + 10 = 20$

ରାଧା ସବୁ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦେଇଥିବାରୁ ପରୀକ୍ଷାର ମୋଟ ପ୍ରଶ୍ନ ସଂଖ୍ୟା $= 20$ ।

(ii) ମାଧବର ସାତଟି ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଲାଗି ପାଇଥିବା ନମ୍ବର $= 5 \times 7 = 35$ । ମାତ୍ର ତା'ର ମୋଟ ନମ୍ବର $= 19$

$\therefore$ ଭୁଲ ଉତ୍ତର ଲାଗି ମାଧବ ପାଇଥିବା ନମ୍ବର $= 19 - 35 = -16$

ପ୍ରତି ଭୁଲ ଉତ୍ତର ଲାଗି ମିଳେ -2 ନମ୍ବର

$\therefore$ ମାଧବର ଭୁଲ ଉତ୍ତର ସଂଖ୍ୟା $= (-16) \div (-2) = 8$

ତା'ର ମୋଟ ଉତ୍ତର ସଂଖ୍ୟା = ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ସଂଖ୍ୟା + ଭୁଲ ଉତ୍ତର ସଂଖ୍ୟା $= 7 + 8 = 15$

ଉଦାହରଣ ଜଣେ ଦୋକାନୀ ପ୍ରତ୍ୟେକ କଲମକୁ 1 ଟଙ୍କା ଲାଭରେ ବିକ୍ରି କରେ ଓ ତା'ର ପୁରୁଣା ଷ୍ଟକ୍‌ରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ପେନ୍‌ସିଲ୍‌କୁ 40 ପଇସା କ୍ଷତିରେ ବିକ୍ରି କରେ ।

(i) ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାସରେ ସେ 45 ଟି କଲମ ବିକିଥିଲା ଓ କିଛି ପେନ୍‌ସିଲ୍ ବିକି ଥିଲା । ଯଦି ସେହି ମାସରେ ମୋଟରେ ତା'ର 5 ଟଙ୍କା କ୍ଷତି ହୋଇଥାଏ, ତେବେ ସେ ମାସରେ ସେ କେତୋଟି ପେନ୍‌ସିଲ୍ ବିକି ଥିଲା ?

(ii) ପରବର୍ତ୍ତୀ ମାସରେ ତା'ର ଲାଭ ବା କ୍ଷତି କିଛି ହୋଇ ନ ଥିଲା । ସେ ଯଦି ସେହି ମାସରେ 70ଟି କଲମ ବିକିଥାଏ, ତେବେ କେତୋଟି ପେନ୍‌ସିଲ୍ ବିକିଥିଲା ?

ସମାଧାନ : (i) ଗୋଟିଏ କଲମ ରେ ସେ ପାଇଥିବା ଲାଭ = 1ଟ. ବା + 1ଟ.

45 କଲମରେ ସେ ପାଇଥିବା ଲାଭ = 45 × 1ଟ. = 45ଟ. ବା + 45ଟ.

ମାତ୍ର ସେ ମାସରେ ତା'ର କ୍ଷତି = 5ଟ. ବା ସେ ପାଇଲା – 5ଟ.

∴ କଲମ ଓ ପେନ୍‌ସିଲ୍ ବିକି ସେ ମୋଟରେ ରୋଜଗାର କଲା – 5ଟ.

ମାତ୍ର କଲମ ବିକି ସେ ରୋଜଗାର କରିଥିଲା + 45 ଟ.

∴ ପେନ୍‌ସିଲ ବିକି ସେ କରିଥିବା ରୋଜଗାର = ମୋଟ ରୋଜଗାର – କଲମରୁ ପାଇଥିବା ରୋଜଗାର

$= (-5) - (+45)$

$= -5 - 45$

$= -50$ ଟଙ୍କା

$= -5000$ ପଇସା ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ ପେନ୍‌ସିଲ୍‌ରେ ତା'ର କ୍ଷତି 40 ପଇସା ବା ତା'ର ରୋଜଗାର –40 ପଇସା ।

∴ ସେ ବିକିଥିବା ପେନ୍‌ସିଲ୍ ସଂଖ୍ୟା $= (-5000) \div (-40) = 125$

(ii) ପରବର୍ତ୍ତୀ ମାସରେ ତା'ର ଲାଭ ବା କ୍ଷତି କିଛି ନ ଥିଲା ।

∴ ତା'ର ମୋଟ ରୋଜଗାର = 0

ପ୍ରତି ପେନ୍‌ସିଲ୍‌ରେ ତା'ର କ୍ଷତି = 40 ପଇସା

ବା, ତା'ର ରୋଜଗାର = –40 ପଇସା

> **ଜାଣିଛ କି ?**
> ଲାଭକୁ ଧନାତ୍ମକ ରୋଜଗାର ବୋଲି କହିବା ଓ କ୍ଷତିକୁ ଋଣାତ୍ମକ ରୋଜଗାର ବୋଲି କହିବା ।

70ଟି କଲମ ବିକ୍ରିକରି ସେ କରିଥିବା ମୋଟ ରୋଜଗାର $= 70 \times (+1)$ଟ. $= +70$ଟ.

ପେନ୍‌ସିଲ୍ ବିକ୍ରିରୁ ପାଇଥିବା ରୋଜଗାର = ମୋଟ ରୋଜଗାର – କଲମରୁ ପାଇଥିବା ରୋଜଗାର

$= 0 - (+70$ଟ.)

$= -70$ଟ.

$= -7000$ପ.

ଗୋଟିଏ ପେନ୍‌ସିଲ୍ ବିକ୍ରିରୁ ତା'ର ରୋଜଗାର ହୁଏ – 40ପ.

∴ ବିକ୍ରିହୋଇଥିବା ପେନ୍‌ସିଲ୍ ସଂଖ୍ୟା $= (-7000) \div (-40) = 175$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 1.4

1. **ଭାଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ;**

(କ) $(-40) \div (-10)$ (ଖ) $(-60) \div (-6)$ (ଗ) $(-37) \div (+37)$

(ଘ) $15 \div [(-4) + 3]$ (ଙ) $18 \div [-3 - (-2)]$ (ଚ) $0 \div (-5)$

(ଛ) $27 \div [(-14) + (-13)]$ (ଜ) $(-19) \div [-2 - (-21)]$ (ଝ) $[(-25) \div 5] \div (-1)$

(ଞ) $(-25) \div [5 \div (-1)]$ (ଟ) $(-32) \div [(-8) \div 4]$

2. a, b ଓ c **ଲାଗି ନିମ୍ନ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ନେଇ,** $a \div (b + c) \neq (a \div b) + (a \div c)$ **ଏହାର ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କର ।**

(କ) $a = 12, b = -4, c = 2$ (ଖ) $a = -10, b = 1, c = -1$

3. (କ) ଗୋଟିଏ ଯୋଡା ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା (a, b) ଲେଖ, ଯେଉଁଥିରେ $a \div b = -4$ ଏବଂ a ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।
ଯେପରି $(+12, -3)$ କାରଣ $(+12) \div (-3) = -4$

(ଖ) ଗୋଟିଏ ଯୋଡା ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା (a, b) ଲେଖ, ଯେଉଁଥିରେ $a \div b = -3$ ଏବଂ a ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।
ଯେପରି $(-15, 5)$, କାରଣ $(-15) \div 5 = -3$

4. ଗୋଟିଏ ସ୍ଥାନରେ ମଧ୍ୟାହ୍ନ 12 ଟା ବେଳର ତାପମାତ୍ରା 0 ଡିଗ୍ରୀ ସେଲ୍‌ସିଅସ୍ ଅପେକ୍ଷା 8 ଡିଗ୍ରୀ ଅଧିକ ଥିଲା । ମଧ୍ୟରାତ୍ରି ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ପ୍ରତି ଘଣ୍ଟାରେ ତାପମାତ୍ରା 2 ଡିଗ୍ରୀ ସେଲ୍‌ସିଅସ୍ ହାରରେ କମିଲା । କେତେବେଳେ ତାପମାତ୍ରା 0 ଡିଗ୍ରୀ ଅପେକ୍ଷା 6 ଡିଗ୍ରୀ କମ୍ ହେବ ? ମଧ୍ୟରାତ୍ରି 12 ଟା ବେଳେ ତାପମାତ୍ରା କେତେ ହେବ ?

5. ଗୋଟିଏ କୋଇଲା ଉତ୍ତୋଳନକାରୀ ଯନ୍ତ୍ର ଖଣି ଭିତରକୁ ମିନିଟ୍ ପ୍ରତି 6ମି. ବେଗରେ ଗତି କରେ । ଯଦି ଭୂପୃଷ୍ଠ ଠାରୁ 10ମି. ଉଚ୍ଚତାରୁ ଯନ୍ତ୍ରଟି ଖଣି ଭିତରକୁ ଗତି କରିଥାଏ, ତେବେ ଏହା –350ମି. ସୂଚକ ସ୍ଥାନରେ ପହଞ୍ଚିବା ପାଇଁ କେତେ ସମୟ ନେବ ?

ଦ୍ୱିତୀୟ ଅଧ୍ୟାୟ

ଭଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା

2.1 ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ :

ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆମେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ପରିଚିତ ହୋଇଛୁ। ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ପ୍ରକୃତ ଓ ଅପ୍ରକୃତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ମିଶ୍ର ସଂଖ୍ୟାକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବା ସଂଗେ ସଂଗେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଅଭ୍ୟାସ କରିଛୁ। ଏତଦ୍ ବ୍ୟତୀତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା, ସଦୃଶ ଓ ଅସଦୃଶ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା, ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ସ୍ଥାନ ନିରୂପଣ ଏବଂ ସମଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ମଧ୍ୟ ଆଲୋଚନା କରିଛୁ।

ସେହିପରି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା ତଥା ସଂଖ୍ୟାରେ ଥିବା ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସ୍ଥାନୀୟମାନ ଅନୁଯାୟୀ ବିସ୍ତାରିତ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଲିଖନ ଏବଂ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ, ବିୟୋଗ ତଥା ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ସ୍ଥାନ ନିରୂପଣ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଧାରଣା ପାଇଛୁ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନ ଏବଂ ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ କରି ଶିଖିବା। ତା' ପୂର୍ବରୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣ କଥା ଜାଣିବା ଆବଶ୍ୟକ। ତାହା ହେଲା - ଯଦି ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଲବ ଓ ହରର କୌଣସି ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ଥାଏ, ତେବେ ଲବ ଓ ହର ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ସେହି ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ମିଳିଥିବା ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଟି ମୂଳ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଲଘିଷ୍ଠ ଆକାର ହୋଇଥାଏ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

$\frac{12}{18}$ କୁ ଲଘିଷ୍ଠ ଆକାରରେ ପ୍ରକାଶ କର।

- $\frac{12}{18}$ ରେ 12 ହେଉଛି ଲବ ଓ 18 ହେଉଛି ହର।
- 12 ଓ 18 ର ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ଗୁଡ଼ିକ କଣ କଣ ?
- 12 ଓ 18 ର ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ସବୁଠୁ ବଡ଼ କେଉଁଟି ?
- 12 ଓ 18 କୁ ସେମାନଙ୍କର ସବୁଠୁ ବଡ଼ ଗୁଣନୀୟକ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ କେଉଁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବ ?
- ତେବେ $\frac{12}{18}$ ର ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପ କେତେ ?

ତୁମେ ନିଶ୍ଚୟ $\frac{12}{18}$ ର ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପ ବା ଲଘିଷ୍ଠ ଆକାର $\frac{2}{3}$ ପାଇଥିବ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 2.1

1. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ସ୍ଥାପନ କର ।

(କ) $\frac{2}{3}$ (ଖ) $\frac{3}{5}$ (ଗ) $\frac{7}{2}$

2. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସେଥିରେ ଥିବା ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସ୍ଥାନୀୟମାନ ଅନୁଯାୟୀ ବିସ୍ତାରିତ କରି ଲେଖ ।

(କ) 21.52 (ଖ) 13.534 (ଗ) 2.25

3. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକୁ ଅଧଃ କ୍ରମରେ ସଜାଇ ଲେଖ ।

(କ) $\frac{2}{2}, \frac{2}{3}, \frac{8}{21}$ (ଖ) $\frac{1}{5}, \frac{3}{7}, \frac{7}{10}$

4. ନିମ୍ନ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଲଘିଷ୍ଠ ଆକାରରେ ପରିଣତ କର ।

(କ) $\frac{8}{12}$ (ଖ) $\frac{10}{30}$ (ଗ) $\frac{27}{36}$

5. ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର:

(କ) $4+\frac{7}{8}$ (ଖ) $2\frac{2}{3}+3\frac{1}{2}$ (ଗ) $\frac{7}{10}+\frac{2}{5}+1\frac{1}{2}$

6. ବିଯୋଗ ଫଳ କେତେ ହେବ ଲେଖ ।

(କ) $\frac{9}{10}-\frac{4}{15}$ (ଖ) $8\frac{1}{2}-3\frac{5}{8}$ (ଗ) $7-\frac{5}{8}$

7. ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ଟିଣ ଚଦରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ଯଥାକ୍ରମେ $12\frac{1}{2}$ ସେ.ମି. ଏବଂ $10\frac{2}{5}$ ସେ.ମି. ହେଲେ, ଉକ୍ତ ଚଦରର ପରିସୀମା ସ୍ଥିର କର ।

8. ରିଙ୍କୁ ଟ 25.75 ମୂଲ୍ୟର ଗୋଟିଏ ବହି କିଣି ଦୋକାନୀକୁ 50 ଟଙ୍କିଆ ନୋଟଟିଏ ଦେଲା । ଦୋକାନୀ ରିଙ୍କୁକୁ କେତେ ଫେରାଇବ ?

2.2 ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ

ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ କରିବାରେ ଆମେ ଅଭ୍ୟସ୍ତ । ଆସ, ନିମ୍ନ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାଟିକୁ ଦେଖିବା ।

5×7 = 5 ଗୋଟି 7 ର ଯୋଗ

= 7+7+7+7+7

= 35

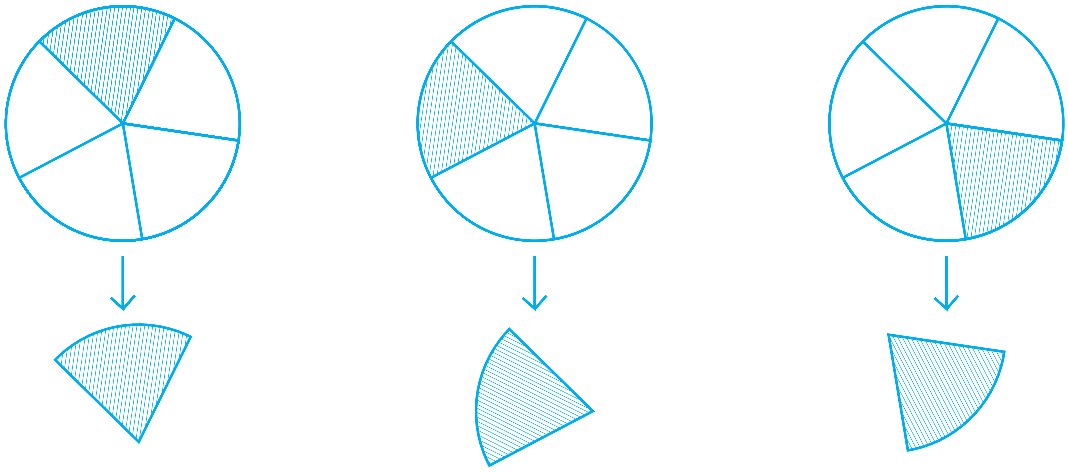
ଜାଣିଛ କି ?

କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମିକ ଯୋଗକୁ ଆମେ ଗୁଣନ କହିଥାଉ ।

ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା କିପରି ସମ୍ପାଦନ କରିବା-

2.2.1 ଗୋଟିଏ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଓ ଗୋଟିଏ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ :

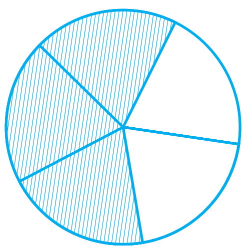
$3\times\frac{1}{5}$ କୁ ଆମେ 3 ଟି (ତିନୋଟି) $\frac{1}{5}$ ର ଯୋଗଫଳ ବୋଲି କହିପାରିବା । ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଚିତ୍ର 2.1 କୁ ଦେଖ ।



(ଚିତ୍ର 2.1)

ଏଠାରେ 3 ଗୋଟି ସମାନ ଆକାରର ଚକତି ନିଆଯାଇଛି ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚକତିକୁ ପାଞ୍ଚ ସମାନ ଭାଗ କରାଯାଇଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକର $\frac{1}{5}$ ଅଂଶକୁ ରଙ୍ଗିନ କରାଯାଇଛି ।

ପ୍ରତ୍ୟେକର ରଙ୍ଗିନ୍ ଅଂଶକୁ କାଟି ନିଆଯାଇ ନିମ୍ନରେ ରଖାଯାଇଛି ।



(ଚିତ୍ର 2.2)

ଚିତ୍ର 2.2 ରେ ଅନ୍ୟ ଏକ ସମାନ ଚକତିକୁ 5 ସମାନ ଭାଗ କରାଯାଇଛି । ଉପର ଚକତି ତିନୋଟିରୁ ଅଣାଯାଇଥିବା ତିନୋଟି ଯାକ $\frac{1}{5}$ ଅଂଶକୁ ଏହି ଚକତି ଉପରେ ସଜାଇ ରଖାଯାଇଛି ।

ଏବେ କହ, ଚିତ୍ରରେ କ'ଣ ଦେଖାଯାଉଛି ?

ଚିତ୍ରରେ 5 ସମାନ ଭାଗରୁ 3 ଭାଗ ରଙ୍ଗିନ୍ ହୋଇଥିବାର ଦେଖାଯାଉଛି ।

ଏଣୁ $3\times\frac{1}{5}=\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$

ଆମେ କହି ପାରିବା $3\times\frac{1}{5}=\frac{3\times1}{5}=\frac{3}{5}$

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା 3 କୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଲବ 1 ସହ ଗୁଣନ କରିବାରୁ ଗୁଣଫଳର ଲବ ମିଳିଛି । ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ହର ହିଁ ଗୁଣଫଳର ହର ରୂପେ ନିଆଯାଇଛି ।

ତଳ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖ–

ଉଦାହରଣ -1 3 ଓ $\frac{2}{7}$ ର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସମାଧାନ : $3\times\frac{2}{7}=\frac{3\times2}{7}=\frac{6}{7}$

ଉଦାହରଣ-2: 4 ଓ $\frac{3}{5}$ ଗୁଣପଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସମାଧାନ : $4\times\frac{3}{5}=\frac{4\times3}{5}=\frac{12}{5}=2\frac{2}{5}$

> **ଜାଣିଛ କି ?**
> ଗୁଣଫଳ ଅପ୍ରକୃତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ହେଲେ ତା'କୁ ମିଶ୍ର ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରାଯାଏ ।

ଉତ୍ତର ଲେଖ

(କ) $2\times\frac{2}{5}=\frac{2\times\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots}=\frac{\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

(ଖ) $3\times\frac{5}{7}=\frac{\ldots\times\ldots}{\ldots\ldots}=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

ପାଇଥିବା ଉତ୍ତର ପ୍ରକୃତ ଅଥବା ଅପ୍ରକୃତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ?

ଯଦି ଅପ୍ରକୃତ ହୋଇଥାଏ, ତାକୁ ମିଶ୍ର ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରି ଉତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ ।

ଉଦାହରଣ -3: ସମୀର ପାଖରେ 28 ଟଙ୍କା ଥିଲା। ତାହାର $\frac{1}{4}$ ଅଂଶ ସେ ତା' ଭାଇ ସଞ୍ଜୟକୁ ଦେଲା। ସେ ସଞ୍ଜୟକୁ କେତେ ଟଙ୍କା ଦେଲା ?

ସମାଧାନ: 28 ର $\frac{1}{4}$ $=28$ ର 4 ସମାନ ଭାଗରୁ 1 ଭାଗ $=28\div4=7$

ଆମେ ଜାଣିଥିଲୁ: $28\times\frac{1}{4}=\frac{28\times1}{4}=\frac{28}{4}=7$

2.2.2 ଦୁଇଟି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ

ମନେ କରାଯାଉ, ଆମେ $\frac{2}{3}$ କୁ $\frac{4}{5}$ ସହ ଗୁଣନ କରିବା।

ଆମେ $\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}$ କୁ $\frac{2}{3}$ ଗୋଟି $\frac{4}{5}$ ର ଯୋଗ ବୋଲି କହିପାରିବା କି ?

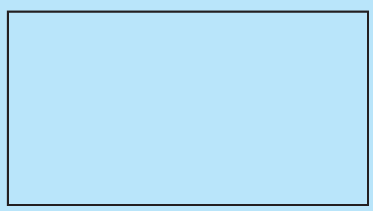
କାରଣ କ'ଣ ଭାବି କହ।

ତେବେ $\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}$ କାର୍ଯ୍ୟଟିକୁ କିପରି କରିବା ତା

> **ଜାଣିଛ କି ?**
> '$\frac{2}{3}$ ଗୋଟି' କଥାର ଅର୍ଥ ନାହିଁ। ଆମେ 1 ଗୋଟି, 2 ଗୋଟି, 5 ଗୋଟି ଆଦି କହିଥାଉ ଓ ତା'ର ଅର୍ଥ ବୁଝିଥାଉ। କାରଣ, ଗଣିବା ପାଇଁ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ। ଗଣିବା ପାଇଁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ନାହିଁ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ଚିତ୍ର 2.3 (କ) ରେ ଦେଖାଯାଇଥିବାଭଳି ଆୟତାକୃତିର କାଗଜ ଖଣ୍ଡଟିଏ ନିଅ।
- ନେଇଥିବା କାଗଜ ଖଣ୍ଡକୁ ସମାନ ଦୁଇ ଭାଗ କର। ଭଙ୍ଗାଯାଇଥିବା କାଗଜ ଖଣ୍ଡର ଉପରି ଭାଗଟି ଉପରେ ଥିବା କାଗଜ ଖଣ୍ଡର $\frac{1}{2}$ ଅଂଶ। (ଚିତ୍ର 2.3 (ଖ))
- ଏବେ ଦୁଇଭାଗଁ ହୋଇଥିବା କାଗଜଖଣ୍ଡକୁ ପୁଣି ସମାନ ତିନି ଭାଗଁ କର।



[ଚିତ୍ର 2.3 (କ)]

ଚିତ୍ର 2.3. (ଗ) ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଅଂଶଟି ପ୍ରଥମେ ନିଆଯାଇଥିବା କାଗଜ ଖଣ୍ଡର $\frac{1}{2}$ ର $\frac{1}{3}$ ଅଂଶ ।

- ଚିତ୍ର 2.3 (ଗ)ରେ ଥିବାଭଳି ଭଙ୍ଗାଯାଇଥିବା କାଗଜ ଖଣ୍ଡ ଉପରେ ରଙ୍ଗ ଦିଅ । ରଙ୍ଗ ଦିଆଯାଇଥିବା ଅଂଶଟି ପ୍ରଥମେ ନିଆଯାଇଥିବା କାଗଜ ଖଣ୍ଡର $\frac{1}{2}$ ର $\frac{1}{3}$ ଅଂଶ ।
- ବର୍ତ୍ତମାନ ଭଙ୍ଗାଯାଇଥିବା କାଗଜଟିକୁ ପୂରା ଖୋଲି ଦିଅ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଖୋଲାଯାଇଥିବା କାଗଜ ଖଣ୍ଡକୁ ଦେଖି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର କହ ।

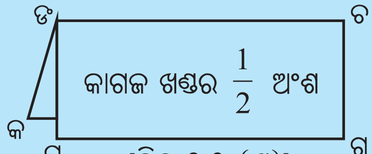
(କ) କାଗଜ ଖଣ୍ଡ ଉପରେ ଥିବା ଭାଙ୍ଗ ଦାଗଗୁଡ଼ିକ ଦ୍ୱାରା କାଗଜ ଖଣ୍ଡଟି କେତେ ସମାନ ଭାଗରେ ପରିଣତ ହୋଇଛି ?

(ଖ) କାଗଜ ଖଣ୍ଡର ରଙ୍ଗିନ୍ ଅଂଶଟି କାଗଜ ଖଣ୍ଡର କେତେ ସମାନ ଭାଗରୁ କେତେ ଭାଗ ?

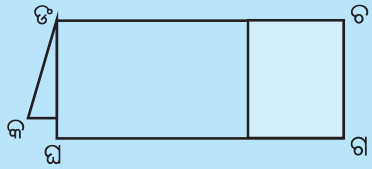
(ଗ) ରଙ୍ଗିନ୍ ଅଂଶଟି କେଉଁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚାଉଛି ?

ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ?

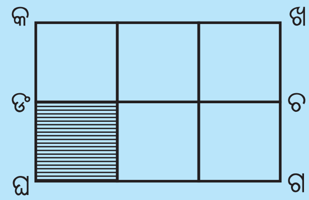
କାଗଜ ଖଣ୍ଡର $\frac{1}{2}$ ର $\frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ ଅର୍ଥାତ୍, $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$



[ଚିତ୍ର 2.3 (ଖ)]



[ଚିତ୍ର 2.3 (ଗ)]



ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଖଣ୍ଡେ କାଗଜ ନିଅ ।
- ଏହି କାଗଜ ଖଣ୍ଡକୁ ଚାରି ସମାନ ଭାଗ କରି ଭାଙ୍ଗି ଦିଅ ।
- ଭଙ୍ଗାଯାଇଥିବା କାଗଜକୁ ପୁଣି 2 ସମାନ ଭାଗ କରି ଭାଙ୍ଗି ଦିଅ ।
- ଭଙ୍ଗାଯାଇଥିବା କାଗଜର ଉପରକୁ ଥିବା ପାଖରେ ରଙ୍ଗ ଦିଅ ।
- ଭଙ୍ଗା ଯାଇଥିବା କାଗଜକୁ ପୂରା ଖୋଲି ଦିଅ ।

କାଗଜକୁ ଦେଖି ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

(a) କାଗଜ ଖଣ୍ଡିକ .... ଗୋଟି ସମାନ ଭାଗ ହେବାର ଦେଖାଯାଉଛି ।

(b) କାଗଜର..............ସମାନ ଭାଗରୁ .... ସମାନ ଭାଗ ରଙ୍ଗିନ୍ ହୋଇଥିବାର ଦେଖାଯାଉଛି ।

(c) କାଗଜ ଖଣ୍ଡିକର................ଅଂଶ ରଙ୍ଗିନ୍ ହୋଇଛି ।

(d) କାଗଜଟିକୁ ପ୍ରଥମେ ....ଗୋଟି ସମାନ ଭାଗରେ ଭାଙ୍ଗ କରାଯାଇଥିଲା ଓ ପରେ ଏହି ଭଙ୍ଗା ଯାଇଥିବା କାଗଜକୁ ପୁଣି.......... ଗୋଟି ସମାନ ଭାଗରେ ଭାଙ୍ଗ କରାଗଲା । ତେଣୁ କାଗଜଟି ମୋଟ .... ଭାଗ ହେଲା ।

(e) ଆମେ ଜାଣିଲେ, କାଗଜ ଖଣ୍ଡିକର ....ଅଂଶରେ ରଙ୍ଗ ଦିଆଯାଇଛି ।

- ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଲେ ?

.................× .... = $\frac{1}{8}$

ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖିବା- $\frac{1}{8} = \frac{1 \times 1}{4 \times 2}$

ଏଣୁ $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1 \times 1}{4 \times 2} = \frac{1}{8}$

ଆମେ ଜାଣିଲେ-

- ଦୁଇଟି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ।
- ଗୁଣଫଳର ଲବ = ଗୁଣାଯାଇଥିବା ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ଲବର ଗୁଣଫଳ,
  ଗୁଣଫଳର ହର = ଗୁଣାଯାଇଥିବା ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ହରର ଗୁଣଫଳ ।

  ଯଥା: $\frac{1}{5} \times \frac{1}{7} = \frac{1 \times 1}{5 \times 7} = \frac{1}{35}$

କହିଲ ଦେଖି :

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$ ର ଗୁଣଫଳ ଜାଣିବା ପାଇଁ –

- ଖଣ୍ଡେ ଆୟତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କାଗଜକୁ ପ୍ରଥମେ କେତେ ସମାନ ଭାଗ କରି ଭାଙ୍ଗିବା ?
- ଭଙ୍ଗା ଯାଇଥିବା କାଗଜକୁ ପୁଣି କେତେ ସମାନ ଭାଗକରି ଭାଙ୍ଗିବା ?

ଆସ, ଆଉ ଗୋଟିଏ କାମ କରି ଦୁଇଟି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ସ୍ଥିର କରିବା ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ଆୟତାକୃତ ବିଶିଷ୍ଟ ଖଣ୍ଡେ କାଗଜ ନିଅ । ଉପରୁ ତଳକୁ ଗାର କାଟି କାଗଜ ପୃଷ୍ଠକୁ ତିନୋଟି ସମାନ ଭାଗରେ ପରିଣତ କର । (ପ୍ରଥମେ ତିନି ଭାଙ୍ଗ କରି ପରେ ଗାର ଟାଣି କିମ୍ବା ସ୍କେଲ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ସମାନ ତିନି ଭାଗ କରି ଗାର ଟାଣି ପାର ।)

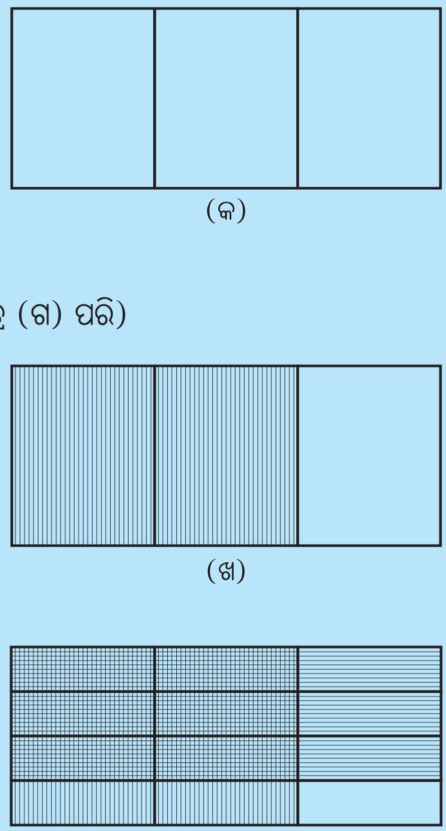
  ଦୁଇଟି ଭାଗରେ କଳା ସ୍ୟାହିରେ ଉପରୁ ତଳକୁ ଗାର ଟାଣି ପୂରଣ କର (ଚିତ୍ର-ଖ ପରି) ।
- ବାମରୁ ଡାହାଣକୁ ଗାର ଟାଣି କାଗଜ ପୃଷ୍ଠକୁ ସମାନ 4 ଭାଗ କର । (ଚିତ୍ର (ଗ) ପରି) (କାଗଜକୁ ସମାନ 4 ଭାଙ୍ଗ କରି ପରେ ଗାର ଟାଣି ପାର ବା ସ୍କେଲ୍ ଦ୍ୱାରା ମାପି ଗାର ଟାଣି ପାର)
- ବର୍ତ୍ତମାନ, 4 ସମାନ ଭାଗରୁ 3 ଭାଗ ଉପରେ ନାଲି ସ୍ୟାହିରେ ବାମରୁ ଡାହାଣକୁ ଗାର ଟାଣି ପୂରଣ କର ।

  (କ) କାଗଜର.......... ଅଂଶ ଉପରେ ଉପରୁ ତଳକୁ କଳା ସ୍ୟାହିରେ ଗାର ଟାଣି ପୂରଣ କରାଯାଇଛି ।

  (ଖ) କାଳି ସ୍ୟାହି ଗାର ଟାଣି ପୂରଣ କରାଯାଇଥିବା $\frac{2}{3}$ ଅଂଶର .... ଅଂଶକୁ ନାଲି ସ୍ୟାହିର ଗାର ଟାଣି ପୂରଣ କରାଯାଇଛି ।

  (ଗ) କାଗଜ ପୃଷ୍ଠର .... ର .... ଅଂଶରେ ଉଭୟ କଳା ଓ ନାଲି ଉଭୟ ସ୍ୟାହିରେ ଗାରମାନ ରହିଛି ।

  (ଘ) କାଗଜ ପୃଷ୍ଠରେ ଥିବା ମୋଟ 12 ଗୋଟି ଛୋଟ ଛୋଟ ସମାନ ଭାଗରୁ .... ଟି ଭାଗରେ ଉଭୟ କଳା ଓ ନାଲି ଗାର ରହିଛି ।



(କ) (ଖ) (ଗ)

ଚିତ୍ର 2.4

ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ : $\frac{2}{3}$ ର $\frac{3}{4}=\frac{6}{12}$ ବା $\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{6}{12}$

ମାତ୍ର $\frac{6}{12}=\frac{2\times3}{3\times4}$

ଏଣୁ $\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{2\times3}{3\times4}$

ଏଠାରେ ମଧ୍ୟ ଆମେ ଜାଣିଲେ :

- ଦୁଇଟି ଭଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ଭଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ।
- ଗୁଣଫଳର ଲବ = ଗୁଣାଯାଇଥିବା ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ଲବର ଗୁଣଫଳ,

  ଗୁଣଫଳର ହର = ଗୁଣାଯାଇଥିବା ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ହରର ଗୁଣଫଳ ।

  ଯଥା: $\frac{3}{7}\times\frac{2}{5}=\frac{3\times2}{7\times5}=\frac{6}{35}$

ଉଦାହରଣ-4 : $\frac{3}{5}$ ଓ $\frac{4}{9}$ ର ଗୁଣଫଳ କେତେ ?

ସମାଧାନ: $\frac{3}{5}\times\frac{4}{9}=\frac{3\times4}{5\times9}=\frac{12}{45}$

> **ଜାଣିଛ କି ?**
> ଗୁଣନ କରିବାକୁ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ଏକ ମିଶ୍ରସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥିଲେ, ପ୍ରଥମେ ତାକୁ ଅପ୍ରକୃତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରାଯିବ ଓ ତା' ପରେ ଗୁଣନ କାର୍ଯ୍ୟ କରାଯିବ ।

ଉଦାହରଣ-5: $\frac{2}{3}$ ଓ $1\frac{1}{2}$ ର ଗୁଣଫଳ କେତେ ?

ସମାଧାନ: $\frac{2}{3}\times1\frac{2}{5}=\frac{2}{3}\times\frac{7}{5}$

$=\frac{2\times7}{3\times5}=\frac{14}{15}$

ଉଦାହରଣ-6: ଗୋଟିଏ ଦୋକାନୀ ପାଖରେ ଥିବା 40 ଗୋଟି ପେନ୍‌ସିଲ୍ ମଧ୍ୟରୁ ସେ ପ୍ରଥମ ଦିନ ସମସ୍ତ ପେନ୍‌ସିଲ୍‌ର $\frac{1}{5}$ ଅଂଶ ବିକ୍ରି କଲେ ଓ ତା' ପର ଦିନ ବଳକା ଥିବା ପେନ୍‌ସିଲ୍‌ଗୁଡ଼ିକର $\frac{1}{4}$ ଅଂଶ ବିକ୍ରି କଲେ । ତେବେ ସେ ଉକ୍ତ ଦୁଇ ଦିନରେ ମୋଟରେ କେତୋଟି ପେନ୍‌ସିଲ୍ ବିକ୍ରି କଲେ ?

ସମାଧାନ: ପ୍ରଥମ ଦିନ ବିକ୍ରି କରିଥିବା ପେନ୍‌ସିଲ୍ ସଂଖ୍ୟା $=40$ ର $\frac{1}{5}$ ଅଂଶ

$=40\times\frac{1}{5}=\frac{40}{5}=8$ $\left[\frac{40}{5}\right.$ ଅର୍ଥ $\left.40\div5\right]$

ବଳକା ଥିବା ପେନ୍‌ସିଲ୍ ସଂଖ୍ୟା $=40-8=32$

ଦ୍ୱିତୀୟ ଦିନ ବିକ୍ରି କରିଥିବା ପେନ୍‌ସିଲ୍ ସଂଖ୍ୟା $=32$ ର $\frac{1}{4}$ ଅଂଶ

$=32\times\frac{1}{4}=\frac{32}{4}=8$ $\left[\frac{32}{4}\right.$ ଅର୍ଥ $\left.32\div4\right]$

ଦୁଇ ଦିନରେ ବିକ୍ରି କରିଥିବା ମୋଟ ପେନ୍‌ସିଲ ସଂଖ୍ୟା $=8+8=16$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 2.2

1. ଗୁଣଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

(କ) $2\times\frac{1}{5}$ (ଖ) $7\times\frac{3}{5}$ (ଗ) $5\times\frac{2}{9}$ (ଘ) $8\times\frac{2}{3}$ (ଙ) $4\times1\frac{3}{5}$ (ଚ) $2\frac{1}{2}\times3$

2. ଗୁଣଫଳ ସ୍ଥିର କର । (ଗୁଣଫଳ ଅପ୍ରକୃତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ହେଲେ, ତାକୁ ମିଶ୍ର ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କର)

(କ) $\frac{2}{3}\times\frac{5}{7}$ (ଖ) $\frac{3}{5}\times\frac{2}{7}$ (ଗ) $\frac{4}{9}\times\frac{5}{7}$ (ଘ) $\frac{5}{8}\times\frac{3}{4}$

(ଙ) $1\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}$ (ଚ) $\frac{4}{5}\times3\frac{1}{3}$ (ଛ) $2\frac{1}{3}\times1\frac{1}{2}$ (ଜ) $3\frac{1}{2}\times1\frac{2}{5}$

3. ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ସମ୍ଭବ ହେଲେ ଲଘିଷ୍ଠ ଆକାର ବିଶିଷ୍ଟ କର । ଅପ୍ରକୃତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ହେଲେ ମିଶ୍ର ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କର ।

(କ) $3\frac{1}{2}\times1\frac{3}{8}$ (ଖ) $2\frac{1}{2}\times1\frac{1}{5}$ (ଗ) $2\frac{2}{5}\times1\frac{3}{4}$

4. ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ:

(କ) 24 ର $\frac{1}{2}$ (ଖ) 18 ର $\frac{2}{3}$ (ଗ) 27 ର $\frac{5}{9}$ (ଘ) 121 ର $\frac{7}{11}$

5. ଗୋଟିଏ କାର୍ 16 କି.ମି. ରାସ୍ତା ଅତିକ୍ରମ କରିବା ପାଇଁ 1 ଲିଟର ପେଟ୍ରୋଲ ଦରକାର କରେ । $2\frac{3}{4}$ ଲିଟର ପେଟ୍ରୋଲ ପକାଇଲେ ସେହି କାର କେତେ ରାସ୍ତା ଅତିକ୍ରମ କରି ପାରିବ ?

6. ରିଙ୍କି ଗୋଟିଏ ସିଧା ଧାଡ଼ିରେ 9 ଗୋଟି ଫୁଲ ଗଛ ଲଗାଇବ । ଯଦି ପାଖାପାଖି ଲଗାଯାଉଥିବା ଫୁଲ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ $\frac{3}{4}$ ମିଟର ବ୍ୟବଧାନ ରହେ, ତେବେ ପ୍ରଥମ ଓ ଶେଷ ଫୁଲଗଛ ମଧ୍ୟରେ କେତେ ମିଟର ବ୍ୟବଧାନ ରହିବ ?

7. ଗୋଟିଏ ଶ୍ରେଣୀର ମୋଟ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 56 । ମୋଟ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଛାତ୍ରୀ ହେଉଛନ୍ତି $\frac{2}{7}$ ଅଂଶ । ମୋଟ ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟାର $\frac{1}{5}$ ଅଂଶ ସ୍କୁଲକୁ ପ୍ରତ୍ୟହ ସାଇକେଲ୍ ଯୋଗେ ଆସନ୍ତି । ତେବେ :

(a) ଶ୍ରେଣୀର ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟା କେତେ ? (b) ଶ୍ରେଣୀର କେତେ ଛାତ୍ର ସାଇକେଲ ଯୋଗେ ସ୍କୁଲକୁ ଆସନ୍ତି ?

8. ଗୁଣଫଳ ସ୍ଥିର କର- (କ) $\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}\times\frac{7}{9}$

ସୂଚନା: $\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}\times\frac{7}{9}=\left(\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}\right)\times\frac{7}{9}$

$=\frac{2\times1}{3\times5}\times\frac{7}{9}$

ଜାଣିଛ କି ?
ତିନୋଟି ଭଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନ ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ।

(ଖ) $\frac{1}{4}\times\frac{3}{5}\times\frac{6}{7}$

9. ଗୁଣଫଳ ସ୍ଥିର କର-

(କ) $\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}$

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର : ଲବ ବା ହର ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ କଟିଗଲେ ତା’ ସ୍ଥାନରେ 1 ନେବା।

(ଖ) $\frac{3}{5}\times\frac{7}{9}\times\frac{15}{28}$

ଜାଣିଛ କି ?

ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ କରି ସାରି ଗୁଣଫଳକୁ ଲଘିଷ୍ଠ ଆକାରରେ ପରିଣତ କରାଯାଇ ପାରେ କିମ୍ବା ଗୁଣନ କରିବା ପୂର୍ବରୁ ଆମେ ନିମ୍ନମତେ କାର୍ଯ୍ୟ କରି ପାରୁ।

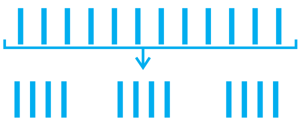
- ପ୍ରଥମ ଲବ 2 ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ହର 4ର ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ 2 ଏଣୁ 2 ଓ 4 ଉଭୟକୁ 2 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା ବା 2 ଦ୍ୱାରା କାଟିବା।
- ସେହିପରି ଦ୍ୱିତୀୟ ଲବ 3 ଓ ତୃତୀୟ ହର 6 ଉଭୟକୁ ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ 3 ଦ୍ୱାରା କାଟିବା ଏବଂ ତୃତୀୟ ଲବ 5 ଓ ପ୍ରଥମ ହର 5 ଉଭୟକୁ 5 ଦ୍ୱାରା କାଟିବା। କାଟିବା କାର୍ଯ୍ୟକୁ ଆମେ ନିମ୍ନମତେ ଦର୍ଶାଉ।

$$\frac{\cancel{2}}{\cancel{5}}\times\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}_2}\times\frac{\cancel{5}}{\cancel{6}_2} = \frac{1}{1}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

2.3 ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗକ୍ରିୟା

ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ଛୋଟ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରି ଜାଣିଛୁ। ସେହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ କିପରି ଭାଗକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ କରୁ ଆସ ମନେ ପକାଇବା।

ମନେ କରାଯାଉ, ଆମେ 12 କୁ 4 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା।



: 12 ଟି ବସ୍ତୁ ଅଛି

: 4 ଟି ବସ୍ତୁର ଗୋଷ୍ଠୀରେ ପରିଣତ କରାଗଲା।

ଜାଣିଛ କି ?

ଭାଜ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାରେ ଭାଜକ ସଂଖ୍ୟା ଯେତେଥର ଥାଏ, ଭାଗଫଳ ସେତିକି ହୁଏ।

ଆମେ ଜାଣିଲେ, 12 ରେ 4 ତିନି ଥର ଅଛି।

ଏଣୁ ଆମେ କହିଲେ, $12\div4=3$

ଆସ, ବର୍ତ୍ତମାନ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା।

2.3.1 ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗକ୍ରିୟା

ଆସ, 1କୁ $\frac{1}{2}$ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା।

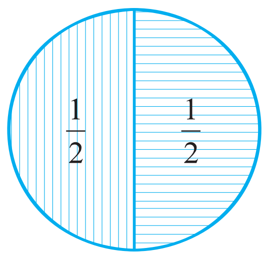
ଏଥିପାଇଁ 1 ରେ କେତେ ଗୋଟି $\frac{1}{2}$ ଅଛି ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା।

ଚିତ୍ର 3.5 ରେ ଗୋଟିଏ ଚକତିକୁ ସମାନ ଦୁଇ ଭାଗ କରାଯାଇଛି।

ଏଣୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗ ଚକତିଟିର $\frac{1}{2}$ ଅଂଶ।

ଏଣୁ ଚିତ୍ରରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ଚକତିଟିରେ ଦୁଇ ଗୋଟି $\frac{1}{2}$ ଅଛି।

ଅର୍ଥାତ୍ 1 ରେ $\frac{1}{2}$ ଦୁଇ ଥର ଅଛି। ଏଣୁ $1\div\frac{1}{2}=2$



[ଚିତ୍ର 2.5]

✍ ଚିତ୍ର 2.6 କୁ ଦେଖି ନିମ୍ନସ୍ଥ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର-

ଚିତ୍ର-କ: 1 ରେ ....ଗୋଟି $\frac{1}{3}$ ଅଛି।

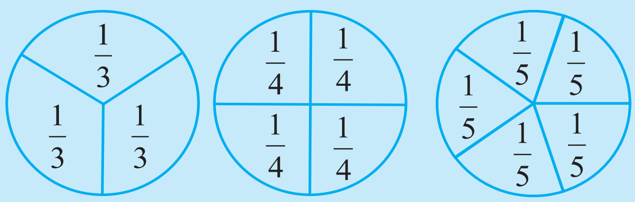
$\therefore\ 1\div\frac{1}{3}=$..........

ଚିତ୍ର-ଖ: 1 ରେ.......... ଗୋଟି $\frac{1}{4}$ ଅଛି।

$\therefore\ 1\div\frac{1}{4}=$.........

ଚିତ୍ର-ଗ: 1ରେ.......... ଗୋଟି $\frac{1}{5}$ ଅଛି।

$\therefore\ 1\div\frac{1}{5}=$..........



(କ) (ଖ) (ଗ)

[ଚିତ୍ର 2.6]

ବର୍ତ୍ତମାନ ଭାଗକ୍ରିୟା କିପରି କରିବା ତାହା ଦେଖିବା ।

$1 \div \frac{1}{2} = 2$ ହେଉଥିବାର ଆମେ ଚିତ୍ର 2.5 ରୁ ଦେଖିଛୁ ।

ମାତ୍ର $1 \times 2 = 2$ ହୁଏ । ଏଣୁ ଆମେ ଲେଖି ପାରିବା $1 \times \frac{2}{1} = 2$

[କାରଣ: 2 ସହ $\frac{2}{1}$ ସମାନ, ଏ କଥା ଆମେ ଜାଣୁ ।
ଏଣୁ 1×2 ସ୍ଥାନରେ $1 \times \frac{2}{1}$ ମଧ୍ୟ ଲେଖିପାରିବା ।]

∴ ଆମେ ଦେଖିଲେ-

$1 \div \frac{1}{2}$ ଯାହା, $1 \times \frac{2}{1}$ ତାହା

ସେହିପରି $1 \div \frac{1}{3} = 1 \times \frac{3}{1} = 3$

ଆମେ ଦେଖିଲେ-

ଭାଗକ୍ରିୟାର ଭାଜକ ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥିବା ବେଳେ, ଭାଗଫଳ ପାଇବା ପାଇଁ ଭାଜ୍ୟକୁ ଭାଜକର ଓଲଟା ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା (ଲବକୁ ହର ଓ ହରକୁ ଲବ ନେଇ ଯେଉଁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ମିଳେ) ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରୁ ।

ଜାଣିରଖ: ଗୋଟିଏ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଲବକୁ ହର ଓ ହରକୁ ଲବ ରୂପେ ନେଇ ଯେଉଁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଲେଖାଯାଏ, ତାକୁ ପ୍ରଥମ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର **ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ବା ପ୍ରତିଲୋମୀ** କୁହାଯାଏ ।

ଏଣୁ $\frac{1}{3}$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ $= \frac{3}{1}$

$\frac{2}{5}$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ $= \frac{5}{2}$

$\frac{3}{4}$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ = ...

$\frac{5}{7}$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ = ...

ଏଣୁ ଆମେ କହିବା-

ଭାଗକ୍ରିୟାର ଭାଜକ ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥିବା ବେଳେ, ଭାଗଫଳ ପାଇବା ଲାଗି ଭାଜ୍ୟକୁ ଭାଜକର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ-7 3 କୁ $\frac{3}{5}$ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର ।

ସମାଧାନ : $3 \div \frac{3}{5} = 3 \times \frac{3}{5}$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ $= 3 \times \frac{5}{3} = \frac{15}{3} = 5$ (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-8: 2 କୁ $1\frac{2}{3}$ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର ।

ସମାଧାନ: $2 \div 1\frac{2}{3} = 2 \div \frac{5}{3} = 2 \times \frac{3}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$ (ଉତ୍ତର)

ଲକ୍ଷ୍ୟକର : ମିଶ୍ର ସଂଖ୍ୟାକୁ ଅପ୍ରକୃତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରି ଭାଗକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ କରାଗଲା ।

✍ ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର।

(କ) $\frac{2}{3}$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ = ... (ଖ) $\frac{3}{7}$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ = ...

(ଗ) $\frac{5}{2}$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ = ... (ଘ) 4 ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ = ...

(ଙ) $1 \div \frac{1}{5}$ = ...×......... = ... (ଚ) $2 \div \frac{3}{4}$ = ...×......... = ...

2.3.2 ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗକ୍ରିୟା

ଆମେ ଜାଣିଛୁ ଯେ 2 ଓ $\frac{2}{1}$ ଉଭୟ ସମାନ।

ଏଣୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲାବେଳେ ପୂର୍ବପରି ମଧ୍ୟ ଭାଜ୍ୟକୁ ଭାଜକର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରାଯାଏ।

ଯଥା: $\frac{2}{3} \div 4 = \frac{2}{3} \times (4 \text{ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ}) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2 \times 1}{3 \times 4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-9: $\frac{3}{5}$ କୁ 2 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର।

ସମାଧାନ: $\frac{3}{5} \div 2 = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$ (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-10 $2\frac{1}{3}$ କୁ 5 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର।

ସମାଧାନ: $2\frac{1}{3} \div 5 = \frac{7}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{7}{15}$ (ଉତ୍ତର)

✍ ଉତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର -

(କ) $\frac{4}{5} \div 3 =$ (ଖ) $3\frac{1}{3} \div 4 =$

2.3.3 ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗକ୍ରିୟା

ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଭାଜ୍ୟକୁ ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଭାଜକ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲାବେଳେ ମଧ୍ୟ ଭାଗକ୍ରିୟାରେ ପୂର୍ବ ବର୍ଣ୍ଣିତ ପ୍ରଣାଳୀ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଏ, ଅର୍ଥାତ୍ ଭାଜ୍ୟ ÷ ଭାଜକ = ଭାଜ୍ୟ × ଭାଜକର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ।

ଉଦାହରଣ-11: $\frac{1}{3}$ କୁ $\frac{5}{6}$ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର।

ସମାଧାନ: $\frac{1}{3} \div \frac{5}{6} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{5}{6} \text{ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ}\right)$

$= \frac{1}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{6}{15}$

$= \frac{2}{5}$ [ଲଘିଷ୍ଠ ଆକାରରେ ପରିଣତ କରାଗଲା।]

କହିଲ ଦେଖି :
ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟାର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ସହ ଗୁଣନ କଲେ ଗୁଣଫଳ କେତେ ମିଳିବ ?

ଉତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(କ) $\frac{2}{7} \div \frac{3}{5}$

(ଖ) $1\frac{3}{4} \div \frac{5}{6}$

(ଗ) $2\frac{3}{5} \div 1\frac{2}{3}$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 2.3

1. ଭାଗଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

(କ) $12 \div \frac{3}{4}$ (ଖ) $8 \div \frac{7}{3}$ (ଗ) $4 \div \frac{8}{5}$

(ଘ) $3 \div 2\frac{1}{3}$ (ଙ) $5 \div 3\frac{4}{7}$

2. ଭାଗଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

(କ) $\frac{7}{3} \div 2$ (ଖ) $\frac{3}{7} \div \frac{8}{7}$ (ଗ) $3\frac{1}{2} \div \frac{8}{3}$

(ଘ) $4\frac{1}{3} \div 3$ (ଙ) $3\frac{1}{2} \div 4$

3. ଭାଗଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

(କ) $\frac{2}{5} \div \frac{1}{2}$ (ଖ) $\frac{3}{7} \div \frac{8}{7}$ (ଗ) $3\frac{1}{2} \div \frac{8}{3}$

(ଘ) $\frac{2}{5} \div 1\frac{1}{2}$ (ଙ) $2\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{5}$

4. $\frac{3}{5}$ ମି. ଦୀର୍ଘ ଫିତାରୁ $\frac{1}{5}$ ମିଟର ଦୀର୍ଘ କେତେ ଖଣ୍ଡ ଫିତା ପାଇପାରିବା ?

2.4 ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ

ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା (ବା ଦଶମିକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା) ହେଉଛି ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରକାରର ସାଧାରଣ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା, ଯେଉଁ ସାଧାରଣ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ହର 10, 100, 1000 ଭଳି 10 ର ଘାତ ସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥାଏ, ସେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ରୂପରେ ଲେଖାଯାଏ ।

ଯଥା: $\frac{3}{10} = 0.3$

$2\frac{27}{100} = 2.27$ ଇତ୍ୟାଦି ।

ଉପରିସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ହରଟି କେବଳ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ରୂପରେ ରହିଛି । ଏଣୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ନେଇ ଗୁଣନ କଲାବେଳେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରି ଦେଇ ଆମେ ଗୁଣନ କରି ପାରିବା ।

2.4.1 ଦୁଇଟି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ

ଆସ, 0.3 ଓ 1.5 କୁ ଗୁଣନ କରିବା ।

ଯଥା: $0.3 \times 1.5 = \frac{3}{10} \times 1\frac{5}{10}$

$= \frac{3}{10} \times \frac{15}{10}$

$= \frac{45}{100}$

$= 0.45$

କହିଲ ଦେଖି :

ଏଠାରେ $1\frac{5}{10}$ ପାଇଁ $\frac{15}{10}$ ଲେଖାଯାଇଛି କାହିଁକି ?

ଲକ୍ଷ୍ୟକର, ଏଠାରେ ଲବଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ ରୁ ହିଁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ ମିଳିଛି । ହର ଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ ଅର୍ଥାତ୍ 100, ଆମକୁ କେବଳ ଗୁଣଫଳରେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନ ନିରୂପଣରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିଛି ।

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ-

- ଗୁଣନର ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା 0.3 ରୁ ଆମେ 3 ନେଇଛୁ ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା 1.5 ରୁ ଆମେ 15 ନେଇଛୁ ଓ ଏହି ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିକୁ ଗୁଣି $3 \times 15 = 45$ ପାଇଛୁ ।
- ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାରେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରେ ଗୋଟିଏ ଅଙ୍କ ରହିଛି ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟାରେ ମଧ୍ୟ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରେ ଗୋଟିଏ ଅଙ୍କ ରହିଛି ଏବଂ ଗୁଣଫଳରେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରେ ଦୁଇଟି ଅଙ୍କ ଥିବାର ଆମେ ଦେଖୁଛୁ ।
- ଗୁଣନ କରିବାକୁ ଥିବା ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା 1 ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା 1 କୁ ଯୋଗ କରି ପାଇଲେ 2, ଏବଂ ଗୁଣଫଳର ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟ ପାଇଛୁ 2 ।

କେଉଁ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଦୁଇଟି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୁଣନ କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଥାଏ, ଆସ ତାହା ଦେଖିବା ।

ମାନସ କିଲୋଗ୍ରାମ୍ ପ୍ରତି ଟ8.50 ଦରରେ 2.5 କି.ଗ୍ରା. କଲରା କିଣିଲା । ତେବେ କିଣିଥିବା ପରିବା ବାବଦରେ ଦୋକାନୀକୁ କେତେ ଦାମ୍ ଦେବ ?

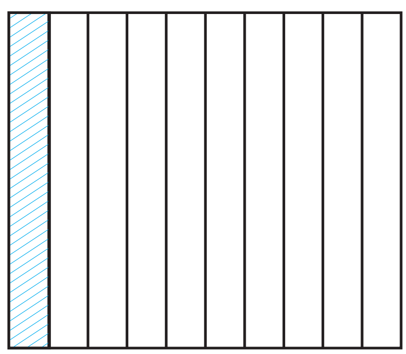
ତୁମେ ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ କହିବ ଯେ ମାନସ ଦୋକାନୀକୁ ଦେବା ମୂଲ୍ୟ $= (8.50 \times 2.50)$ ଟଙ୍କା । ଏଠାରେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର -

8.5 ଏବଂ 2.5 ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା । ତେଣୁ ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିକୁ ଗୁଣନ କରିବାକୁ ହେବ ।

ଆସ, ଗୁଣନ ପ୍ରଣାଳୀକୁ ଆଉ ଥରେ ବିଚାର କରିବା ।

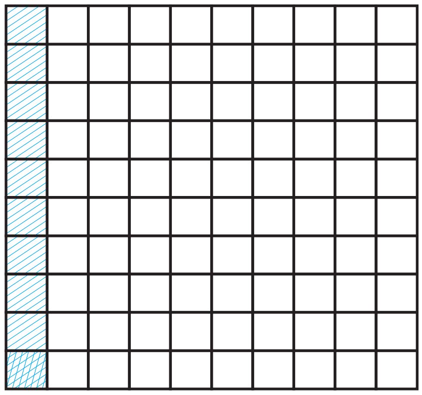
ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର 2.7 କୁ ଦେଖ ।

- ଏଠାରେ ଖଣ୍ଡେ କାଗଜ ପଟିକୁ କେତେ ସମାନ ଭାଗ କରାଯାଇଛି ?
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗ ହେଉଛି, କାଗଜ ପଟିର $\frac{1}{10}$ ବା 0.1 ଅଂଶ । ଏଣୁ ଚିତ୍ରିତ ଅଂଶଟି କାଗଜ ପଟିର କେତେ ଅଂଶ ?



(ଚିତ୍ର 2.7)

ପୁନଶ୍ଚ କାଗଜ ପଟି ଉପରେ ବାମରୁ ଡାହାଣକୁ ଗାରମାନ ଟଣାଯାଇ ପଟିକୁ ଦଶ ସମାନ ଭାଗ କରାଯାଇଛି (ଚିତ୍ର 2.8) । ଏହା ଦ୍ୱାରା ଚିତ୍ର 2.7 ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରିତ ଅଂଶଟି ମଧ୍ୟ ସମାନ 10 ଭାଗରେ ପରିଣତ ହୋଇଛି ଏବଂ ସମଗ୍ର କାଗଜ ପଟିଟି $10\times10=100$ ଗୋଟି ସମାନ ଭାଗରେ ପରିଣତ ହୋଇଛି ।



(ଚିତ୍ର 2.8)

ଫଳରେ ଚିତ୍ର 2.8 ରେ ଥିବା ଛକ ଚିହ୍ନିତ ଅଂଶଟି ସମୁଦାୟ କାଗଜ ପଟିର $\frac{1}{10}$ ଅଂଶର ଏକ ଦଶାଂଶ ।

ତେଣୁ ଉକ୍ତ ଛକ ଚିହ୍ନିତ ଅଂଶଟି ସମୁଦାୟ ପଟିର କେତେ ଅଂଶ ?

ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ, ଛକଚିହ୍ନିତ ଅଂଶଟି ସମୁଦାୟ ପଟିର $\frac{1}{10}$ ର $\frac{1}{10}$ ଅଂଶ ବା 0.1 ର 0.1 ଅଂଶ $=0.1\times0.1$ ଅଂଶ

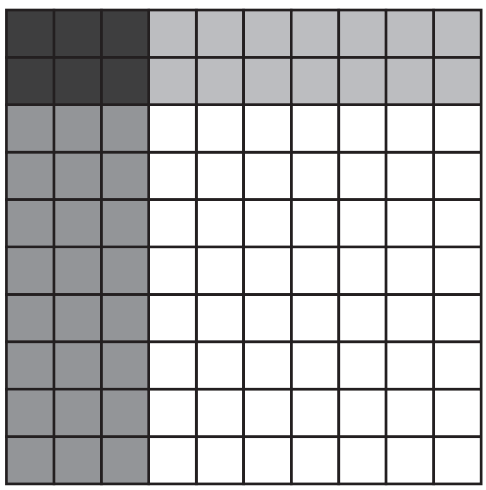
ସମୁଦାୟ ପଟିକୁ 1 ବୋଲି ଧରିଲେ, ଛକ ଚିହ୍ନିତ ଅଂଶଟି 0.1×0.1 ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚାଏ । କିନ୍ତୁ ଏହି ଅଂଶଟି ସମୁଦାୟ କାଗଜ ପଟିର 100 ସମାନ ଭାଗରୁ 1 ଭାଗ ହେତୁ ଏହାର $\frac{1}{100}$ ଅର୍ଥାତ୍ 0.01, ତେଣୁ $0.1\times0.1=0.01$

- ଆସ, 0.2×0.3 କେତେ ସ୍ଥିର କରିବା ।

ଚିତ୍ର 2.9 ରେ ଗୋଟିଏ କାଗଜ ପଟିକୁ ବାମ-ଡାହାଣ ଗାର ଦ୍ୱାରା 10ଟି ସମାନ ଭାଗରେ ପରିଣତ କରାଯାଇଛି । ଏହି ଦଶଟି ଭିତରୁ 2 ଗୋଟିକୁ ନାଲି ରଙ୍ଗ ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଇଛି ।

ପୁନଶ୍ଚ ଉପର-ତଳ ଗାର ଦ୍ୱାରା ପଟିକୁ ଦଶ ସମାନ ଭାଗରେ ପରିଣତ କରାଯାଇଛି ଏବଂ ତହିଁରୁ ତିନୋଟିକୁ କଳାଗାର ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଇଛି । ଏଣୁ ନାଲି ରଙ୍ଗ ଓ କଳାଗାର ଉଭୟ ଦ୍ୱାରା ଯେଉଁ ଅଂଶଟି ଚିହ୍ନିତ, ତାହା ସମଗ୍ର ପଟିର $\frac{2}{10}$ ଅଂଶର $\frac{3}{10}$ ଅଂଶ ବା 0.2ର 0.3 ଅର୍ଥାତ୍ 0.2×0.3 । ମାତ୍ର ସମଗ୍ର ପଟିଟି $10\times10=100$ ଗୋଟି ଛୋଟ କୋଠରିରେ ପରିଣତ ହୋଇଛି ଏବଂ ନାଲି ରଙ୍ଗ ଓ କଳାରଙ୍ଗ ଉଭୟ ଥିବା ଅଂଶରେ $2\times3=6$ ଗୋଟି କୋଠରି ଥିବାର ଆମେ ଦେଖୁଛୁ । ଏହି ଅଂଶଟିରେ ମୋଟ 100 ଗୋଟି କୋଠରିରୁ 6 ଗୋଟି କୋଠରି ଥିବାରୁ ଏହା ହେଉଛି ସମଗ୍ର ପଟିର $\frac{6}{100}$ ବା 0.06 ଅଂଶ

ଏଣୁ ଦେଖିଲେ $0.2\times0.3=0.06$ ।



(ଚିତ୍ର 2.9)

ତେବେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ କିପରି କରାଯିବ ଆସ ତାହା ଦେଖିବା ।

0.2×0.3

ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁକୁ ବାଦ୍ ଦେଇ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିକୁ ଲେଖିବା ଓ ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା, ଆମେ ପାଇବା 2x 3 = 6

ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା 0.2 ରେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା = 1

ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା 0.3ରେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା =1

ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟାରେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ମୋଟ ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା $=1+1=2$

ଏଣୁ ଗୁଣଫଳରେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରେ 2 ଗୋଟି ଅଙ୍କ ରହିବ ।

ଏଣୁ ଉପରେ ପାଇଥିବା ଗୁଣଫଳ 6 କୁ 06 ରୂପେ ଲେଖିବା [ଏହା ଦ୍ୱାରା ଗୁଣଫଳର ମୂଲ୍ୟ ବଦଳିଲା ନାହିଁ]

ତେବେ ଆମେ ଦେଖିଲେ-

ନିମ୍ନ ତିନୋଟି ସୋପାନରେ ଗୁଣନ କାର୍ଯ୍ୟ ସମ୍ପାଦନ କରାଗଲା ।

ପ୍ରଥମ ସୋପାନ : 0.2×0.3 କ୍ଷେତ୍ରରେ $2 \times 3 = 6$ ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ : ପ୍ରଥମ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ମୋଟ ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା $= 1 + 1 = 2$ ।

ତୃତୀୟ ସୋପାନ : ପାଇଥିବା ଗୁଣଫଳ 6 ର ବାମରେ ଗୋଟିଏ ଶୂନ ବସାଇ ଏହାକୁ ଦୁଇ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ କରିବା ଦ୍ୱାରା ପାଇଲେ 06 ।

ଚତୁର୍ଥ ସୋପାନ : ପାଇଥିବା ଗୁଣଫଳର ଡାହାଣରୁ ଦୁଇଟି ଅଙ୍କ ଛାଡ଼ି ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ବସାଇବାରୁ ପାଇଲେ .06 ବା 0.06

ଅର୍ଥାତ୍, $0.2 \times 0.3 = 0.06$

ଉଦାହରଣ-12 1.2 ଓ 2.5 ର ଗୁଣଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ :

ପ୍ରଥମ ସୋପାନ : $12 \times 25 = 300$

ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ : ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ମୋଟ୍ ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା $= 1 + 1 = 2$

ତୃତୀୟ ସୋପାନ : ଗୁଣଫଳର ଡାହାଣ ପଟୁ ଦୁଇଟି ଅଙ୍କ ଛାଡ଼ି ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ସ୍ଥାପନ କଲେ ପାଇବା 3.00 ।

$1.2 \times 2.5 = 3.00$ ବା 3

ଗୁଣଫଳ ସ୍ଥିର କର-

(କ) 0.5×0.6

(ଖ) 0.8×1.6

(ଗ) 2.4×4.2

(ଘ) 1.5×1.25

ଉଦାହରଣ-13:

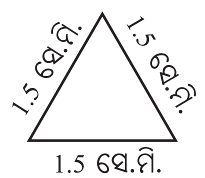
ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 1.5 ସେ.ମି. ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ :

ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା $= 3 \times$ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ

$= 3 \times 1.5$ ସେ.ମି.

$= 4.5$ ସେ.ମି.



ଉଦାହରଣ-14:

ଗୋଟିଏ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ଯଥାକ୍ରମେ 73.5 ସେ.ମି. ଓ 0.15 ମିଟର ହେଲେ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ:

ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 73.5 ସେ.ମି.

= 0.735 ମି.

ଏହାର ପ୍ରସ୍ଥ = 0.15 ମି.

$\therefore$ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ପ୍ରସ୍ଥ

$= (0.735 \times 0.15)$ ବ.ମି.

$= 0.11025$ ବ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଜାଣିଛ କି ?

1 ମି = 100 ସେ.ମି

1 ସେ.ମି = $\frac{1}{100}$ ମିଟର

ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା କିପରି ଗୁଣନ କରାଯାଏ ଦେଖିବା-

$0.4 \times 8 = ?$

ଏଠାରେ ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା = 1 ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟାରେ କୌଣସି ଦଶମିକ ଅଂଶ ନାହିଁ। ଏଣୁ ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟାରେ ଥିବା ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ମୋଟ ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା = 1

∴ ଗୁଣଫଳର ଡାହାଣରୁ ଗୋଟିଏ ଅଙ୍କ ଛାଡ଼ି ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ବସିବ।

ଫଳରେ, $0.4 \times 8 = 3.2$

୪.0 ଭଳି ସଂଖ୍ୟା ଗୁଣନ କରିବାକୁ ଥିଲେ, ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ କୌଣସି ଅଙ୍କ ନାହିଁ ବୋଲି ବିଚାର କରିବା, କାରଣ ୪.0=୪।

ମାତ୍ର ୪.04 ଥିଲେ, ଏଠାରେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇ ବୋଲି ବିଚାରିବା।

୪.40 କ୍ଷେତ୍ରରେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା 1 ବୋଲି ବିଚାରିବା। କାରଣ ୪.40 = ୪.4

2.4.2 ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 10,100 ବା 1000 ଭଳି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ

ଆମେ ଜାଣିଛୁ ଯେ, ଏକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କଲେ ଏହାର ହର 10 ବା 100 ବା 1000 ଭଳି ସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥାଏ।

$0.2 = \frac{2}{10}$, $0.34 = \frac{34}{100}$, $0.042 = \frac{42}{1000}$ ଇତ୍ୟାଦି।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଏକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 10, 100, 1000 ଭଳି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରିବା।

$0.2 \times 10 = \frac{2}{10} \times 10 = 2$ ବା 2.0

ଏଠାରେ ଦେଖିଲେ, ମୂଳସଂଖ୍ୟା 0.2 ବା 0.20ର ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁକୁ ଗୋଟିଏ ସ୍ଥାନ ଡାହାଣକୁ ନେଇ, 2 ର ଠିକ୍ ଡାହାଣକୁ ରଖିଲେ ଗୁଣଫଳ ମିଳୁଛି।

$0.5 \times 100 = \frac{5}{10} \times 100 = \frac{500}{10} = 50$ ବା 50.0

ଜାଣିଛ କି ?

ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଡାହାଣକୁ ଯେତେ ଗୋଟି 0 ବସାଇଲେ ମଧ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ବଦଳେ ନାହିଁ।

ଯଥା: $0.2 = 0.20$
$= 0.200$

ଏଠାରେ ଦେଖିଲେ, ମୂଳସଂଖ୍ୟା 0.5 ବା 0.500 ର ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁକୁ ଦୁଇଟି ସ୍ଥାନ ଡାହାଣକୁ ନେଇ 5 ପରବର୍ତ୍ତୀ ପ୍ରଥମ ଶୂନର ଠିକ୍ ଡାହାଣକୁ ରଖିଲେ ଗୁଣଫଳ ମିଳୁଛି।

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ-

ଏକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 10,100,1000 ଭଳି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲାବେଳେ ଗୁଣ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା (ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା) ର ଅଙ୍କରେ କିଛି ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଉନାହିଁ। କେବଳ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଘଟୁଛି।

ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନର କି ପରିବର୍ତ୍ତନ ଘଟୁଛି ?

(i) ଏକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 10 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲାବେଳେ, ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ଗୋଟିଏ ସ୍ଥାନ ଡାହାଣକୁ ଘୁଞ୍ଚିଯାଉଛି।

(ii) ଏକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 100 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲାବେଳେ, ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ଦୁଇଟି ସ୍ଥାନ ଡାହାଣକୁ ଘୁଞ୍ଚିଯାଉଛି।

(iii) ଏକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 1000 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲାବେଳେ, ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ତିନୋଟି ସ୍ଥାନ ଡାହାଣକୁ ଘୁଞ୍ଚିଯାଉଛି।

ଲକ୍ଷ୍ୟକର:

ଗୁଣନ ଦ୍ୱାରା ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ଯେତୋଟି ସ୍ଥାନ ଡାହାଣକୁ ଘୁଞ୍ଚିବ, ଯଦି ମୂଳ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରେ ତା’ ଠାରୁ କମ୍ ସ୍ଥାନ ଥାଏ, ତେବେ ମୂଳ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ପରେ ଆବଶ୍ୟକ ସଂଖ୍ୟକ ଶୂନ ବସାଇ ଦିଆଯାଉଛି ଓ ତା’ ପରେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁକୁ ଘୁଞ୍ଚାଇ ନିଆଯାଉଛି । ଯଥା– 3.2×1000 ର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।ଏହି ଗୁଣନର ଗୁଣଫଳ ପାଇବା ପାଇଁ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁକୁ ତିନି ସ୍ଥାନ ଡାହାଣକୁ ଘୁଞ୍ଚାଇବା ଆବଶ୍ୟକ । ମାତ୍ର ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରେ ମାତ୍ର ଗୋଟିଏ ସ୍ଥାନ ଅଛି । ଏଣୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା 3.2 ପରେ ଅତି କମ୍‌ରେ ଦୁଇଟି ଶୂନ ବସାଇବା ।

$$3.2 \times 1000 = 3.20000 \times 1000$$
$$= 3200.0$$

(1) ଗୁଣଫଳ ଲେଖ–

(କ) $3.4 \times 10 =$

(ଖ) $0.56 \times 100 =$

(ଗ) $1.04 \times 1000 =$

(ଘ) $0.3 \times 100 =$

(2) ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର–

(କ) ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 100 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିବା ବେଳେ, ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ....ଗୋଟି ସ୍ଥାନ ଡାହାଣକୁ ଘୁଞ୍ଚିବ ।

(ଖ) ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 1000 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲାବେଳେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ .... ଗୋଟି ସ୍ଥାନ ଡାହାଣକୁ ଘୁଞ୍ଚିବ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 2.4

1. ଗୁଣଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

   (କ) 0.2×6 (ଖ) 8×4.3 (ଗ) 2.71×5

   (ଘ) 20.1×4 (ଙ) 211.02×4 (ଚ) 3.4×5.0

2. ଗୁଣଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

   (କ) 1.3×10 (ଖ) 36.8×10 (ଗ) 31.5×100

   (ଘ) 1.56×100 (ଙ) 0.5×1000 (ଚ) 13.27×1000

3. ଗୁଣଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

   (କ) 2.5×0.3 (ଖ) 0.1×21.8 (ଗ) 1.3×3.1

   (ଘ) 0.5×0.005 (ଙ) 11.2×0.13 (ଚ) 1.07×0.02

4. ଗୋଟିଏ ଆୟତଚିତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ଯଥାକ୍ରମେ 5.7 ସେ.ମି ଏବଂ 3 ସେ.ମି. ହେଲେ, ଏହାର ପରିସୀମା ଓ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

5. ଯଦି ଗୋଟିଏ ସ୍କୁଟର 1 ଲିଟର ପେଟ୍ରୋଲରେ 55କି.ମି. ଯାଏ, ତେବେ 8.4 ଲିଟର ପେଟ୍ରୋଲରେ କେତେ କି.ମି. ବାଟ ଯିବ ?

6. ଗୋଟିଏ ପାଣିଟାଙ୍କିରେ ଜଳ ଧାରଣ କ୍ଷମତା 115.75 ଲିଟର । ସେହି ଆକାରର 12 ଗୋଟି ପାଣିଟାଙ୍କିର ସମୁଦାୟ ଜଳ ଧାରଣ କ୍ଷମତା କେତେ କିଲୋଲିଟର ?

2.5. ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ଭାଗକ୍ରିୟା

ଲିଜା, ଜିନୁ ଓ ଜିଜିନା ତିନି ଭଉଣୀ । ଲିଜା ବଡ଼ । ଲିଜା ପାଖରେ 7.5 ମି. ଦୀର୍ଘ ରିବନ୍ ଖଣ୍ଡେ ଅଛି । ସେ ତାହାକୁ ସମାନ ତିନି ଭାଗ କରି ସମସ୍ତଙ୍କ ଭିତରେ ବାଣ୍ଟି ଦେବାକୁ ଚାହିଁଲା । ସେ କିପରି ଜାଣିବ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ହେବ ?

ସେ ଭାବିଲା, ଯଦି ରିବନ୍‌ଟି 12 ମି. ହୋଇଥାନ୍ତା ଓ ତାକୁ ତିନି ସମାନ ଭାଗ କରିବାକୁ ପଡ଼ନ୍ତା, ତେବେ ସେ 12 କୁ 3 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରନ୍ତା । ତେଣୁ ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସେ 7.5 କୁ 3 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବ । ସେ ଭାବିଲା ଯେ, ଏକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗକ୍ରିୟା ଜାଣିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

ନିହାର ତାଙ୍କ ଶ୍ରେଣୀର କିଛି ଅଂଶ ରଙ୍ଗିନ କାଗଜରେ ସଜାଇବାକୁ ଚାହିଁଲା । ତା' ପାଖରେ 19.5 ମିଟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ରଙ୍ଗିନ୍ କାଗଜ ପଟି ରହିଛି । ତେବେ ସେ ଏଥିରୁ 1.5 ମିଟର ବିଶିଷ୍ଟ କେତେ ଖଣ୍ଡ ରଙ୍ଗିନ୍ କାଗଜ ପାଇପାରିବ ?

ନିହାର ଚିନ୍ତା କଲା–

ଯଦି ସମୁଦାୟ ପଟିଟି 24 ମି. ହୋଇଥାନ୍ତା ଏବଂ ତାକୁ ସେଥିରୁ 3ମି. ଦୀର୍ଘ ପଟିମାନ କାଟିବାକୁ ପଡୁଥାନ୍ତା, ତେବେ ସେ 24 କୁ 3 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରନ୍ତା ।

ଏଠାରେ ସମୁଦାୟ ପଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 19.5 ମି. ଏବଂ କଟାଯାଉଥିବା ପଟି ଖଣ୍ଡ ମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 1.5 ମି. । ଏଣୁ ଏଠାରେ ମଧ ତାକୁ 19.5 କୁ 1.5 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

ସେଥିଲାଗି ତାକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ଭାଗକ୍ରିୟା ପ୍ରଣାଳୀ ଜାଣିବା ଆବଶ୍ୟକ ବୋଲି ସେ ଅନୁଭବ କଲା ।

ଯେଉଁ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଭାଗକ୍ରିୟା କରାଯାଏ, ତାହା ହେଲା–

(କ) କେତେଗୁଡ଼ିଏ ବସ୍ତୁର ସମାହାରକୁ କେତୋଟି ସମାନ ଭାଗ କରିବା ବେଳେ ଭାଗକ୍ରିୟା କରାଯାଏ । ଯଥା– 40 ଗୋଟି ଆମ୍ବକୁ ସମାନ 5 ଭାଗ କରିବାକୁ ହେଲେ, 40 କୁ 5 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରାଯାଏ ।

(ଖ) କେତେଗୁଡ଼ିଏ ବସ୍ତୁର ସମାହାରରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଥର ସମାନ ସଂଖ୍ୟକ ବସ୍ତୁ କାଢ଼ି ନେଲେ ସର୍ବାଧିକ କେତେ ଥର ନିଆଯାଇ ପାରିବ ତାହା ଜାଣିବା ପାଇଁ ଭାଗକ୍ରିୟା କରାଯାଏ । ଯଥା – 30 ଗୋଟି ଖାତାରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲାକୁ 5 ଗୋଟି ଲେଖାଏଁ ଖାତା ଦେଲେ, ସର୍ବାଧିକ କେତୋଟି ପିଲା ଖାତା ପାଇ ପାରିବେ ଜାଣିବା ପାଇଁ 30 କୁ 5 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

ସେହିପରି, 7.5ମି. ଦୀର୍ଘ ରିବନକୁ ସମାନ 3 ଭାଗ କରିବା ପାଇଁ 7.5 କୁ 3 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା । ଆହୁରି ମଧ 19.5 ମି. ପଟିରୁ 1.5ମି. ଦୀର୍ଘ ଛୋଟ ଛୋଟ ପଟି କାଟିଲେ ସର୍ବାଧିକ କେତେ ଖଣ୍ଡ ପଟି ମିଳିପାରିବ ତାହା ଜାଣିବା ପାଇଁ 19.5 କୁ 1.5 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା ।

2.5.1 ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 10, 100 ଏବଂ 1000 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ

ବର୍ତ୍ତମାନ $231.5 \div 10$ ର ଭାଗଫଳ ସ୍ଥିର କରିବା ।

$$\frac{231.5}{10} = \frac{2315}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{2315}{100} = 23.15$$

ଅଥବା $$\frac{231.5}{10} = \frac{231.5 \times 10}{10 \times 10} = \frac{2315}{100} = 23.15$$ (ଲବ ଏବଂ ହର ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ 10 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣାଗଲା)

ସେହିପରି, $231.5 \div 100$

$$= \frac{231.5}{100} = \frac{231.5 \times 10}{100 \times 10} = \frac{2315}{1000} = 2.315$$

ଏବଂ $231.5 \div 1000$

$$= \frac{231.5}{1000} = \frac{231.5 \times 10}{1000 \times 10} = \frac{2315}{10000} = 0.2315$$

- ଏକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 10 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ଯେଉଁ ଭାଗଫଳ ମିଳୁଛି ସେଥିରେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ତା'ର ପୂର୍ବସ୍ଥାନରୁ କେତୋଟି ସ୍ଥାନ ବାମକୁ ଘୁଞ୍ଚି ଯିବାର ଦେଖାଯାଉଛି ?
- ଏକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 100 ଓ 1000ରେ ଭାଗକଲେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ଯଥାକ୍ରମେ ବାମକୁ କେତେ ସ୍ଥାନ ଘୁଞ୍ଚିଯାଉଛି ?

ଲକ୍ଷ୍ୟକର, ଭାଗଫଳ ପାଇବାର ଏହା ହେଉଛି ଏକ ସିଧାସଳଖ ପ୍ରଣାଳୀ ।

ଉତ୍ତର ଲେଖ –

(କ) $125 \div 10$ ର ଭାଗଫଳ କେତେ ?

(ଖ) $235.41 \div 100$ ର ଭାଗଫଳ କେତେ ?

(ଗ) $123.5 \div 1000$ ର ଭାଗଫଳ କେତେ ?

2.5.2 ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗକ୍ରିୟା

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆସ 6.4 କୁ 2 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା

ଆମେ ଜାଣିଛୁ, $10 = 2 \times 5$

ସେହିପରି, $100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$

ଅର୍ଥାତ୍, 10,100,1000 ଆଦି ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ କେବଳ 2 ଓ 5 । ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଭାଗକ୍ରିୟାରେ ଏହି ଧାରଣାର ବ୍ୟବହାର କରିବା ।

$$6.4 \div 2 = \frac{6.4}{2} = \frac{6.4 \times 5}{2 \times 5} = \frac{32.0}{10} = 3.20$$

କହିଲ ଦେଖି : ଏଠାରେ $\frac{6.4}{2}$ ର ହରରେ 5 ଗୁଣନ କରାଯାଇଛି କାହିଁକି ?

ସେହିପରି –

$$3.6 \div 5 = \frac{3.6}{5} = \frac{3.6 \times 2}{5 \times 2} = \frac{7.2}{10} = 0.72$$

$$7.8 \div 4 = \frac{7.8}{4} = \frac{7.8}{2 \times 2} = \frac{7.8 \times 5 \times 5}{2 \times 2 \times 5 \times 5} = \frac{7.8 \times 25}{100} = \frac{195.0}{100} = 1.95$$

(ହରର ଗୁଣନୀୟକ ଦୁଇଟି 2 ହୋଇଥିବାରୁ ଦୁଇଟି 5 ଗୁଣିବା ଦରକାର ପଡ଼ିଲା)

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର, ଭାଜକ ସଂଖ୍ୟାର ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ ମାନ କେବଳ 2 ଓ 5 ହୋଇଥିଲେ ଏହି ପ୍ରଣାଳୀ ଅବଲମ୍ବନ କରାଯାଏ ।

ଭାଜକ ସଂଖ୍ୟାର ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ ମଧ୍ୟରେ 2 ବା 5 ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ଥିଲେ କ'ଣ କରିବା ? ଆସ ସେଭଳି ଗୋଟିଏ ଭାଗକ୍ରିୟା କରିବା ।

$$23.8 \div 7 = \frac{238}{10} \div 7 \quad \text{(ପ୍ରଥମ ସୋପାନ)}$$

$$= \frac{238}{10} \times \frac{1}{7} = \frac{238 \times 1}{10 \times 7} \quad \text{(ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ)}$$

$$= \frac{238 \times 1}{7 \times 10} = \frac{238}{7} \times \frac{1}{10} \quad \text{(ତୃତୀୟ ସୋପାନ)}$$

$$= 34 \times \frac{1}{10} = \frac{34}{10} \quad \text{(ଚତୁର୍ଥ ସୋପାନ)}$$

$$= 3.4 \quad \text{(ପଞ୍ଚମ ସୋପାନ)}$$

ଭାଗକ୍ରିୟା ଧାରା:

ପ୍ରଥମ ସୋପାନ : ଭାଜ୍ୟରେ ଥିବା ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରାଗଲା ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ : ଭାଜ୍ୟକୁ ଭାଜକର ବ୍ୟୁତ୍‌କ୍ରମ ସହ ଗୁଣନ କରାଗଲା ।

ତୃତୀୟ ସୋପାନ : ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ ପ୍ରଣାଳୀ ପ୍ରୟୋଗ କରାଗଲା ।

ଚତୁର୍ଥ ସୋପାନ : ହରରେ ଗୁଣନର କ୍ରମ ବିନିମୟ ପ୍ରଣାଳୀ ପ୍ରୟୋଗ କରାଗଲା ।

ପଞ୍ଚମ ସୋପାନ : ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାରେ ଥିବା ଭାଗକ୍ରିୟାର ଭାଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଗଲା ଓ $\frac{1}{10}$ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣି ଏହାକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରାଗଲା ।

ଉତ୍ତର କେତେ ହେବ ଲେଖ –

(କ) $2.4 \div 2$ (ଖ) $3.6 \div 4$ (ଗ) $3.3 \div 5$

(ଘ) $42.6 \div 25$ (ଙ) $73.8 \div 3$ (ଚ) $36.1 \div 14$

2.5.3 ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗକ୍ରିୟା

ଆସ, 24.45 କୁ 0.5 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା ।

ଗୋଟିଏ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବାର ପ୍ରଣାଳୀ ଆମେ ଜାଣିଛୁ । ଏଠାରେ ଭାଜକଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ, ଆମେ ପୂର୍ବ ପ୍ରଣାଳୀ ଅବଲମ୍ବନ କରି ପାରିବା ।

(କ) $24.5 \div 0.5$

$$= \frac{24.45}{0.5} = \frac{24.45 \times 10}{0.5 \times 10} \quad \text{[ହରକୁ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରାଗଲା]}$$

$$= \frac{244.5}{5} = \frac{244.5 \times 5 \times 2}{5 \times 2} \quad \text{[ହରକୁ 10 ରେ ପରିଣତ କରାଗଲା]}$$

$$= \frac{489.0}{10} = 48.9$$

(ଖ) $24.01 \div 0.7$

$$= \frac{2401}{100} \div \frac{7}{10}$$

$$= \frac{2401}{100} \times \frac{10}{7} = \frac{2401}{10} \times \frac{1}{7}$$ (ଲବ ଓ ହର ଉଭୟକୁ 10 ଦ୍ୱାରା କାଟି ଦିଆଗଲା)

$$= \frac{2401}{7} \times \frac{1}{10} = 343 \times \frac{1}{10}$$

$$= 34.3$$

ଉତ୍ତର କେତେ ହେବ ଲେଖ –

(କ) $32.72 \div 0.4$ (ଖ) $48.06 \div 0.9$ (ଗ) $90.48 \div 1.2$

ଉଦାହରଣ-15

ଗୋଟିଏ ରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 150 ମି. । ରାସ୍ତାକଡ଼ରେ 12.5 ମି. ବ୍ୟବଧାନରେ ବିଦ୍ୟୁତ୍ ତାର ଲାଗିବା ପାଇଁ ଖୁଣ୍ଟମାନ ପୋତା ହେବ। ରାସ୍ତାର ଗୋଟିଏ ମୁଣ୍ଡରେ ପ୍ରଥମ ଖୁଣ୍ଟଟି ପୋତାଗଲେ ରାସ୍ତା ଧାରରେ ମୋଟରେ କେତୋଟି ଖୁଣ୍ଟି ପୋତା ହେବ ?

ସମାଧାନ:

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା ପାଖାପାଖି ଥିବା ଖୁଣ୍ଟ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନ= 12.5ମି.

ମୋଟ୍ ଦୂରତା = 150ମି.

ବ୍ୟବଧାନ ସଂଖ୍ୟା $= \frac{150}{12.5} = \frac{150 \times 10}{12.5 \times 10}$

$$= \frac{1500}{125}$$

$$= \frac{60}{5}$$ (ଲବ ଓ ହର ଉଭୟକୁ 25 ଦ୍ୱାରା କାଟି ଦିଆଗଲା)

$$= 12$$

ଖୁଣ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା $= 12 + 1 = 13$ (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ -16

ଗୋଟିଏ ସୁଷମ ବହୁଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 2.5 ସେ.ମି. । ଏହାର ପରିସୀମା 12.5 ସେ.ମି. ହେଲେ, ବହୁଭୁଜର ବାହୁ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

ସମାଧାନ :

ପରିସୀମା = ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ବାହୁ ସଂଖ୍ୟା

$\therefore$ ବାହୁସଂଖ୍ୟା = $\frac{\text{ପରିସୀମା}}{\text{ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}}$

$$= \frac{12.5}{2.5} = \frac{12.5 \times 10}{2.5 \times 10}$$

$$= \frac{125}{25} = 5$$ (ଉତ୍ତର)

ଜାଣିଛ କି ?

ଯେଉଁ ବହୁଭୁଜର ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ, ତାହାକୁ ସୁଷମ ବହୁଭୁଜ କୁହାଯାଏ।

ଏବେ କହ, ଏଠାରେ ଲବ ଓ ହରରେ 10 ଗୁଣାଯାଇଛି କାହିଁକି ? ଲବ ଓ ହର ଉଭୟରେ 100 ଗୁଣନ କଲେ ଉତ୍ତର କେତେ ମିଳିବ ?

ଭାଜ୍ୟ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଭାଜକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଭାଗକ୍ରିୟାର ବିକଳ୍ପ ପ୍ରକ୍ରିୟା

ପ୍ରଥମ ଉଦାହରଣ :

ମନେକରାଯାଉ, ଆମେ 17.4କୁ 6 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା । ଆମେ ତଳ ଶ୍ରେଣୀରେ ଯେପରି ଭାଗକ୍ରିୟା କରୁଥିଲେ, ଏଠାରେ ସେହିଭଳି ଭାଗକ୍ରିୟା କରିବା ।

$$\begin{array}{r|l} & 2.9 \\ \hline 6 & 17.4 \\ & 12 \\ \hline & 5.4 \\ & 5.4 \\ \hline & 0 \end{array}$$

ଲକ୍ଷ୍ୟକର :

ଏଠାରେ ଭାଜ୍ୟ ହେଉଛି 5ଏକ 4ଦଶାଂଶ ଯାହାକି 54 ଦଶାଂଶ ସହ ସମାନ । ଭାଜ୍ୟକୁ ଦଶାଂଶ କରାଯାଇ ଥିବାରୁ ଭାଗଫଳ ମଧ୍ୟ ଦଶାଂଶ ହେବ । ଏଣୁ ଭାଗଫଳରେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ବସାଗଲା ।

∴ ଭାଗଫଳ = 2.9

ଦ୍ୱିତୀୟ ଉଦାହରଣ :

ଆସ, 17.4 କୁ ଏହି ପ୍ରଣାଳୀରେ 5 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା ।

$$\begin{array}{r|l} & 3.48 \\ \hline 5 & 17.4 \\ & 15 \\ \hline & 2.4 \\ & 2.0 \\ \hline & 0.40 \\ & .40 \\ \hline & 0 \end{array}$$

ଏଠାରେ ଭାଜ୍ୟ 2.4 କୁ ଦଶାଂଶରେ ପରିଣତ କଲେ ଏହା ହେବ 24 ଦଶାଂଶ । ଭାଗଫଳରେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ବସାଗଲା ଓ 24 ଦଶାଂଶକୁ 5 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରାଗଲା ।

ଏଠାରେ ଦଶାଂଶକୁ ଶତାଂଶରେ ପରିଣତ କରି ପାଇଲେ 40 ଶତାଂଶ ଓ ଏହାକୁ 5 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ।

∴ ଭାଗଫଳ ହେଲା 3.48

ତୃତୀୟ ଉଦାହରଣ :

ଆସ, 17.4 କୁ 7 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା ।

$$\begin{array}{r|l} & 2.48 \\ \hline 7 & 17.4 \\ & 14 \\ \hline & 3.4 \\ & 2.8 \\ \hline & 0.60 \\ & .56 \\ \hline & 0.04 \end{array}$$

ଶତାଂଶରେ ପରିଣତ କଲେ ପାଇବା 60 ଶତାଂଶ । ଏହାକୁ 7 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ।

∴ ଏଠାରେ ଭାଗଫଳ 2.48 ହେଲା ଓ ଭାଗଶେଷ 0.04 ରହିଲା ।

ତୃତୀୟ ଉଦାହରଣରେ ହୋଇଥିବା ଭାଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକଲେ ଆମେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକ ପାଇବା ।

- ଏଠାରେ ଭାଗକ୍ରିୟା ଶେଷ ହେଉନାହିଁ ।
- ଆମେ ଉତ୍ତର ଦେଇ ପାରିଥାନ୍ତେ, ଭାଗଫଳ 2 ଓ ଭାଗଶେଷ 3.4
  ଅଥବା, ଭାଗଫଳ 2.4 ଓ ଭାଗଶେଷ 0.6
  ଅଥବା, ଭାଗଫଳ 2.48 ଓ ଭାଗଶେଷ 0.04 । (ଆମେ ଚାହିଁଲେ ଭାଗକ୍ରିୟାକୁ ଆହୁରି ଆଗେଇ ନେଇ ସହସ୍ରାଂଶ ସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଭାଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ପାରିବା ।)

2.5.4 ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଓଜନ (ବସ୍ତୁତ୍ୱ) ମାପର ଏକକ ପରିବର୍ତ୍ତନ

ଲିଜାର ସାଙ୍ଗ ରଜତ । ଲିଜା ଯେତେବେଳେ 7.5 ମି. ଦୀର୍ଘ ରିବନ୍‌କୁ ସେ ଓ ତା'ର ଦୁଇ ଭଉଣୀଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ ବାଣ୍ଟିବା କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିଲା, ସେତେବେଳେ ରଜତ ସେଠି ଥିଲା ଓ ଲିଜାର ସମସ୍ତ କାର୍ଯ୍ୟ ସେ ଦେଖିଲା । ତା' ପରେ କହିଲା, ''ତୁ ଯେଉଁ ହିସାବ କଲୁ ମୁଁ ବି ସେହି ହିସାବ କରୁଛି, ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।''

ରଜତ କହିଲା- ''ରିବନ୍‌ର ମୋଟ ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 7.5 ମି. = 750 ସେ.ମି''

ରଜତ କହିଲା – ''ଏଥର ରିବନଟିକୁ ସମାନ 3 ଭାଗ କଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗ କେତେ ହେବ କହିଲୁ'' ?

ଲିଜା କହିଲା – ''ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ହେବ 250 ସେ.ମି.''

ରଜତ କହିଲା – ''100 ସେ.ମି. ରେ ତ 1ମି. ହୁଏ । ବର୍ତ୍ତମାନ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ମିଟରରେ ପରିଣତ କର ।''

ଲିଜା ହିସାବ କଲା – 100 ସେ.ମି. = 1 ମି.

250 ସେ.ମି = $250 \div 100$

= 2.50ମି.

କହିଲ ଦେଖି :
250 ସେ.ମି.କୁ କି.ମି. ଏକକରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ କଲେ କେତେ ହେବ ?

ଲିଜା ଦେଖିଲା, ଅନେକ ସମୟରେ ମାପ ପରିମାଣର ଏକକ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼େ ।

ଉଦାହରଣ -17

(କ) 2.4 ମି. କୁ ସେ.ମି.ରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(ଖ) 457 ସେ.ମି. କୁ ମିଟରରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(ଗ) 3.2 କି.ଗ୍ରା.କୁ ଗ୍ରାମ୍‌ରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(ଘ) 2524 ଗ୍ରାମ୍ କୁ କି.ଗ୍ରା. ରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

ସମାଧାନ:

(କ) ଏଠାରେ ମି. ଏକକକୁ ସେ.ମି. ଏକକରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯିବ ।

1ମି. = 100 ସେ.ମି.

$\therefore$ 2.4 ମି. = 2.4×100 ସେ.ମି. = 240ସେ.ମି.

ଜାଣିଛ କି ?
କୌଣସି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 100 ରେ ଗୁଣନ କରାଗଲେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁକୁ ଦୁଇ ଘର ଡାହାଣକୁ ଘୁଞ୍ଚାଇବାକୁ ହୁଏ ।

(ଖ) ଏଠାରେ ସେ.ମି. ଏକକକୁ ମିଟର ଏକକରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯିବ ।

100 ସେ.ମି. = 1 ମି.

475 ସେ.ମି.= (457 ÷ 100)ମି. = 4.57ମି.

(ଗ) ଏଠାରେ କି.ଗ୍ରା. ଏକକକୁ ଗ୍ରାମ ଏକକରେ ପରିଣତ କରାଯିବ ।

1 କି.ଗ୍ରା = 1000ଗ୍ରାମ୍

∴ 3.2 କି.ଗ୍ରା = 3.2 × 1000 ଗ୍ରାମ୍ = 3200 ଗ୍ରାମ୍

(ଘ) ଏଠାରେ ଗ୍ରାମ ଏକକକୁ କି.ଗ୍ରା. ଏକକରେ ପରିଣତ କରାଯିବ ।

1000ଗ୍ରାମ୍ = 1କି.ଗ୍ରା.

∴ 2524 କି.ଗ୍ରା = (2524 ÷ 1000) ଗ୍ରାମ୍ = 2.524 କି.ଗ୍ରା

କହିଲ ଦେଖି :
3.2 କି.ଗ୍ରା.କୁ ମିଲିଗ୍ରାମ୍‌ରେ ପ୍ରକାଶ କଲେ କେତେ ହେବ ?

ଉତ୍ତର ଲେଖ –

(କ) 2.6 ମିଟର କୁ ମିଟରରେ ପରିଣତ କର ।

(ଖ) 3.24 ମିଟରକୁ ଡେସି ମିଟରରେ ପରିଣତ କର ।

(ଗ) 3.48 ସେ.ମି କୁ ମି. ଓ ସେ.ମି. ଏକକ ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖିବା ପାଇଁ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର । ____ମି ____ ସେ.ମି ।

(ଘ) 0.728 ଗ୍ରାମ୍‌କୁ କି.ଗ୍ରା ରେ ପରିଣତ କର ।

(ଙ) 3.2 କି.ଗ୍ରା.କୁ ଗ୍ରାମ୍ ଏକକରେ ପରିଣତ କର ।

(ଚ) 4357 ଗ୍ରାମ୍‌କୁ ନିମ୍ନମତେ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କରି ଲେଖ ।

4357 ଗ୍ରାମ୍ = ... କି.ଗ୍ରା. .... ଗ୍ରାମ୍ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 2.5

1. ଭାଗଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

(କ) 6.4 ÷ 2 (ଖ) 12.4 ÷ 4 (ଗ) 2.48 ÷ 4 (ଘ) 65.4 ÷ 6

(ଙ) 14.49 ÷ 7 (ଚ) 0.80 ÷ 5 (ଛ) 3.76 ÷ 8 (ଜ) 10.8 ÷ 3

2. ଭାଗଫଳ ଲେଖ ।

(କ) 4.8 ÷ 10 (ଖ) 6.78 ÷ 10 (ଗ) 23.6 ÷ 10 (ଘ) 0.56 ÷ 10

(ଙ) 126.3 ÷ 10 (ଚ) 036 ÷ 10 (ଛ) 0.02 ÷ 10 (ଜ) 4.8 ÷ 10

3. ଭାଗଫଳ ଲେଖ ।

(କ) 132.4 ÷ 100 (ଖ) 257.4 ÷ 100 (ଗ) 348.0 ÷ 100 (ଘ) 25.7 ÷ 100

(ଙ) 32.4 ÷ 100 (ଚ) 4.79 ÷ 100 (ଛ) 0.321 ÷ 100 (ଜ) 0.012 ÷ 100

4. ଭାଗଫଳ ଲେଖ ।

(କ) $345.8 \div 1000$ (ଖ) $35.48 \div 1000$ (ଗ) $345 \div 1000$ (ଘ) $7.68 \div 1000$

5. ନିମ୍ନରେ ଥିବା ସମ୍ପର୍କଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ଠିକ୍ ଚିହ୍ନଟ କର ।

(କ) $35.6 \div 1000 = 3.56 \div 10$

(ଖ) $283.5 \div 1000 = 2.835 \div 10$

(ଗ) $47.2 \div 1000 = 472.0 \div 10$

(ଘ) $0.839 \div 10 = 8.39 \div 10$

6. ଭାଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(କ) $7.0 \div 3.5$ (ଖ) $36 \div 0.2$ (ଗ) $3.25 \div 0.5$ (ଘ) $37.8 \div 1.4$

7. ଗୋଟିଏ ସ୍କୁଟର 3 ଲିଟର ପେଟ୍ରୋଲରେ 100.2କି.ମି. ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିଥିଲା । ତେବେ ସ୍କୁଟରଟି 1 ଲିଟର ପେଟ୍ରୋଲରେ କେତେ ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିବ ?

8. ଗୋଟିଏ କ୍ଷୀରବାଲା ପାଖରେ 31.2 ଲିଟର କ୍ଷୀର ଥିଲା । ସେ ଚାରି ଜଣ ଚା’ ଦୋକାନୀଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କ୍ଷୀରତକ ସମାନ ଭାବରେ ବାଣ୍ଟିଦେଲା । ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚା’ ଦୋକାନୀ କେତେ ଲେଖାଏଁ କ୍ଷୀର ପାଇଲେ ?

9. 23.5 ମି. ଦୀର୍ଘ ରିବନ୍‌ଟିକୁ 5 ଜଣ ଝିଅଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ ବାଣ୍ଟି ଦିଆଗଲା । ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାଇଥିବା ରିବନ୍ ଖଣ୍ଡିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?

10. ଗୋଟିଏ ଦୋକାନୀ ପାଖରେ 37.5 କି.ଗ୍ରା ଚିନି ଥିଲା । ସେ 2.5 କି.ଗ୍ରା ଚିନିର ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ପ୍ୟାକେଟ୍ ତିଆରି କଲା, ତେବେ ତା’ ପାଖରେ ଥିବା ସମସ୍ତ ଚିନି କେତୋଟି ପ୍ୟାକେଟ୍‌ରେ ରହିପାରିବ ?

11. ସୂଚନା ଅନୁଯାୟୀ ଏକକ ପରିବର୍ତ୍ତନ କର ।

(କ) 7.2 ମି. କୁ ସେ.ମି. ଏକକରେ ଲେଖ ।

(ଖ) 4.2 ମି. କୁ ସେ.ମି. ଏକକରେ ଲେଖ ।

(ଗ) 7.48 ମି. କୁ ଡେସିମି. ଏକକରେ ଲେଖ ।

(ଘ) 238 ସେ.ମି. କୁ ମି.ଏକକରେ ଲେଖ ।

(ଙ) 357 ସେ.ମି. କୁ ମି.ଏକକରେ ଲେଖ ।

(ଚ) 2.3 ସେ.ମି. କୁ ମିଲି ମିଟର ଏକକରେ ଲେଖ ।

ଜାଣିଛ କି ?

1000 ମି.	=	1 କିଲୋ ମି.
100 ମି.	=	1 ହେକ୍ଟୋ ମି.
10 ମି.	=	1 ଡେକା ମି.
1 ମି.	=	10 ଡେସି ମି.
	=	100 ସେ.ମି.
	=	1000 ମି.ମି.

12. ସୂଚନା ଅନୁଯାୟୀ ଏକକ ପରିବର୍ତ୍ତନ କର ।

(କ) 3.2 କି.ଗ୍ରା. କୁ ଗ୍ରାମ ଏକକରେ ଲେଖ ।

(ଖ) 52.47 କି.ଗ୍ରା. କୁ ଗ୍ରାମ ଏକକରେ ଲେଖ ।

(ଗ) 2537 ଗ୍ରାମ୍‌କୁ କି.ଗ୍ରା. ଏକକରେ ଲେଖ ।

(ଘ) 483.2 ଗ୍ରାମକୁ କି.ଗ୍ରା. ଏକକରେ ଲେଖ ।

(ଙ) 5.2 ଗ୍ରାମ୍‌କୁ ମିଲି ଗ୍ରାମ୍ ଏକକରେ ଲେଖ ।

ତୃତୀୟ ଅଧ୍ୟାୟ

ମୌଳିକ ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ର

3.1 ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ

ଆମେ ଯେଉଁ ଜ୍ୟାମିତିକ ଆକୃତିଗୁଡ଼ିକ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ ପଢ଼ିଛୁ ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା-

- ସରଳରେଖା, ରେଖାଖଣ୍ଡ, ରଶ୍ମି ।
- କୋଣ ଓ କୋଣର ପରିମାଣ, ପରିମାଣ ଦୃଷ୍ଟିରୁ କୋଣର ପ୍ରକାର ଭେଦ, ଯଥା- ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ, ସମକୋଣ ଓ ସ୍ଥୁଳ କୋଣ ।
- ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ସରଳରୈଖିକ ଆବଦ୍ଧଚିତ୍ର ଯଥା-ତ୍ରିଭୁଜ ଓ ଚତୁର୍ଭୁଜ । ସରଳରୈଖିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଶୀର୍ଷ, କୋଣ, ବାହୁ, ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଓ ବହିର୍ଦେଶ । ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜ, ଯଥା : ଟ୍ରାପିଜିୟମ, ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର, ଆୟତଚିତ୍ର, ବର୍ଗଚିତ୍ର ଓ ରମ୍ବସ୍ । ବକ୍ରରେଖୀୟ ଚିତ୍ର, ଯଥା : ବୃତ୍ତ, ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ, ବ୍ୟାସ, ଜ୍ୟା, ବୃତ୍ତକଳା, ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡ, ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ, ବୃତ୍ତର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଓ ବହିର୍ଦେଶ ।

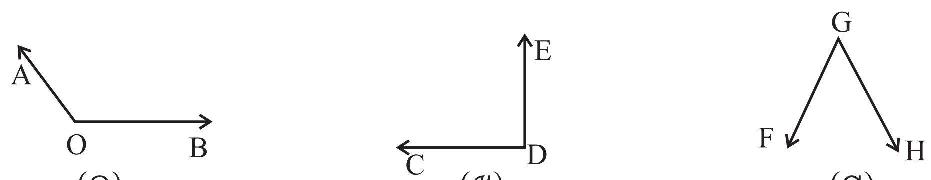
ଆସ, ଆମେ ଜାଣିଥିବା କଥାକୁ ମନେ ପକାଇବା :

1. ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଚିତ୍ରମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ରେଖା, ରଶ୍ମି ଓ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଚିହ୍ନଟ କର ।

(କ) (ଖ) (ଗ)

ଚିତ୍ର 3.1

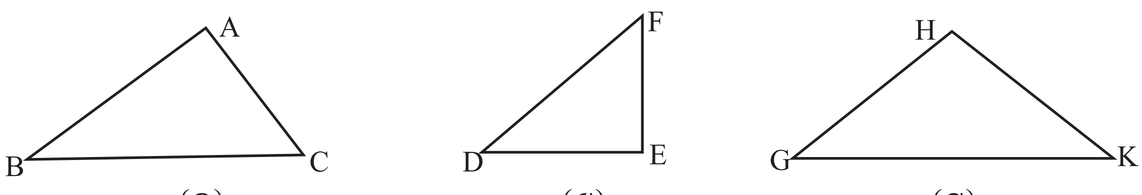
2. ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରୁ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ, ସମକୋଣ ଓ ସ୍ଥୁଳକୋଣ ଚିହ୍ନଟ କର ।



(କ) (ଖ) (ଗ)

ଚିତ୍ର 3.2

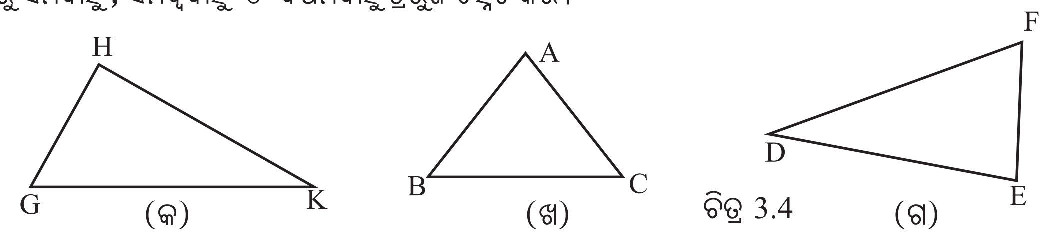
3. ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରୁ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ, ସ୍ଥୁଳକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଓ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଚିହ୍ନଟ କର ।



(କ) (ଖ) (ଗ)

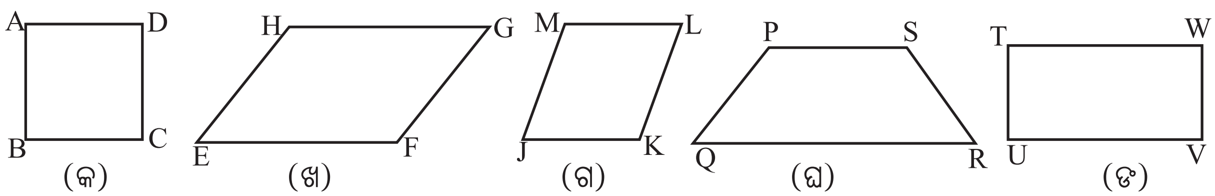
ଚିତ୍ର 3.3

4. ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରୁ ସମବାହୁ , ସମଦ୍ୱିବାହୁ ଓ ବିଷମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଚିହ୍ନଟ କର ।



ଚିତ୍ର 3.4

5. (କ) ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରୁ ଟ୍ରାପିଜିୟମ, ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର, ଆୟତଚିତ୍ର, ବର୍ଗଚିତ୍ର ଓ ରମ୍ବସ୍ ଚିହ୍ନଟ କର ।



ଚିତ୍ର 3.5

(ଖ) ଉପରିସ୍ଥ ଚିତ୍ରମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ କେଉଁ ଚିତ୍ରର ସମସ୍ତ କୋଣ ସମକୋଣ ?

(ଗ) EFGH ଚିତ୍ରରେ କେଉଁ କୋଣମାନ ସମାନ ପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ ? କେଉଁ ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ?

(ଘ) MJKL ଚିତ୍ରରେ କେଉଁ ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ?

3.2 ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର କୋଣ-ଯୋଡ଼ି

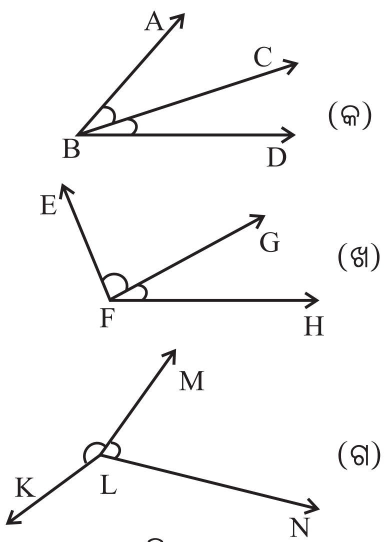
3.2.1. ସନ୍ନିହିତ କୋଣ :

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର (କ), (ଖ) ଓ (ଗ)ରେ ଦେଖୁଥିବା ତିନିଯୋଡ଼ା କୋଣ ହେଲେ-

(କ) ଚିତ୍ରରେ, $\angle ABC$ ଓ $\angle CBD$

(ଖ) ଚିତ୍ରରେ, $\angle EFG$ ଓ $\angle GFH$

(ଗ) ଚିତ୍ରରେ, $\angle KLM$ ଓ $\angle MLN$



ଚିତ୍ର 3.6

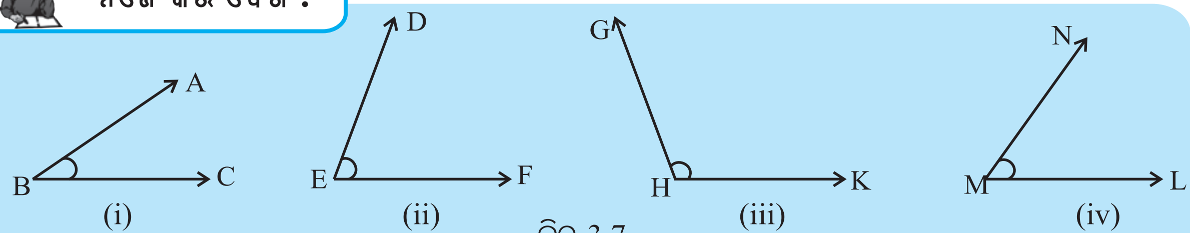
(କ) ଚିତ୍ରକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର-

- $\angle ABC$ ଓ $\angle CBD$ ଉଭୟର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ B , ଏଣୁ ଆମେ କହୁ, B ବିନ୍ଦୁ ହେଉଛି $\angle ABC$ ଓ $\angle CBD$ ର **ସାଧାରଣ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ** ।
- $\overrightarrow{BC}$ ହେଉଛି $\angle ABC$ ଓ $\angle CBD$ ପ୍ରତ୍ୟେକର ବାହୁ । ଏଣୁ ଆମେ $\overrightarrow{BC}$ କୁ $\angle ABC$ ଓ $\angle CBD$ ର **ସାଧାରଣ ବାହୁ** ବୋଲି କହିଥାଉ ।
- A ଓ D ବିନ୍ଦୁ $\overrightarrow{BC}$ ବା $\overleftrightarrow{BC}$ ର ବିପରୀତ ପାଖରେ ଅଛନ୍ତି ଅର୍ଥାତ୍ କୋଣ ଦୁଇଟିର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ କୌଣସି ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ ନାହିଁ । ଏହି ତିନୋଟି କାରଣରୁ $\angle ABC$ ଓ $\angle CBD$ କୁ **ପରସ୍ପର ସନ୍ନିହିତ କୋଣ** କୁହାଯାଏ ।

✍ ଚିତ୍ର 3.6 (ଖ) ଓ (ଗ)ରେ ଥିବା ପରସ୍ପର ସନ୍ନିହିତ କୋଣର ନାମ ଲେଖ ।

3.2.2. ଅନୁପୂରକ ଓ ପରିପୂରକ କୋଣ :

ନିଜେ କରି ଦେଖ :



ଚିତ୍ର 3.7

ଉପରିସ୍ଥ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସାହାଯ୍ୟରେ ମାପ ଓ ମାପଗୁଡ଼ିକୁ ନିମ୍ନ ଭଳି ସାରଣୀଟିଏ କରି ତହିଁରେ ଲେଖ ।

କୋଣ	$\angle ABC$	$\angle DEF$	$\angle GHK$	$\angle LMN$
ପରିମାଣ				

- କେଉଁ କୋଣ ଦୁଇଟିର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 90^0 ସ୍ଥିର କର ।
- କେଉଁ କୋଣ ଦୁଇଟିର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ସ୍ଥିର କର ।
- ଯେଉଁ କୋଣଦୁଇଟିର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 90^0, ସେ ଦୁଇଟିକୁ **ପରସ୍ପର ଅନୁପୂରକ କୋଣ** କୁହାଯାଏ ।

ଡିଗ୍ରୀ ଏକକରେ $\angle ABC$ ର ପରିମାଣକୁ ସଂକେତରେ $m\angle ABC$ ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ।

✍ ଏଠାରେ ପରସ୍ପର ଅନୁପୂରକ କୋଣ ଦୁଇଟିର ନାମ ଲେଖ ।

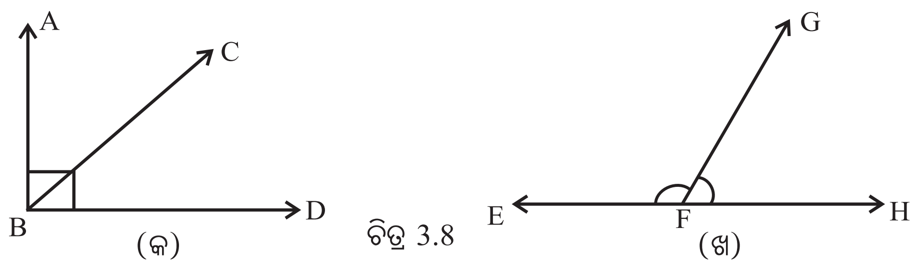
ତୁମେ ତିଆରି କରିଥିବା ସାରଣୀକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର :

- ଯେଉଁ କୋଣ ଦୁଇଟିର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0, ସେ କୋଣ ଦୁଇଟିକୁ **ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ କୋଣ** କୁହାଯାଏ ।
- ଏଠାରେ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ କୋଣ ଦୁଇଟିର ନାମ ଲେଖ ।
- ଏଠାରେ $\angle ABC$ ଓ $\angle LMN$ ପରସ୍ପର ଅନୁପୂରକ ।
  ଅର୍ଥାତ୍, $\angle ABC$ ର ଅନୁପୂରକ $\angle LMN$ ଏବଂ $\angle LMN$ ର ଅନୁପୂରକ $\angle ABC$ ।
- ତୁମେ ପାଇଥିବ, $\angle DEF$ ଓ $\angle GHK$ ର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ।
  ଏଣୁ $\angle DEF$ ଓ $\angle GHK$ ର ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ।
  ଅର୍ଥାତ୍, $\angle DEF$ ପରିପୂରକ $\angle GHK$ ଏବଂ $\angle GHK$ ର ପରିପୂରକ $\angle DEF$ ।

କହିଲ ଦେଖି :
ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ କୋଣମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ସ୍ଥୂଳକୋଣ ହେଲେ, ଅନ୍ୟଟି କି ପ୍ରକାର କୋଣ ?

3.2.3. ସନ୍ନିହିତ ଅନୁପୂରକ ଓ ସନ୍ନିହିତ ପରିପୂରକ :

ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖ ।



ଚିତ୍ର 3.8

✍ ଚିତ୍ର (କ)ରେ $\angle ABC$ ଓ $\angle CBD$ ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ସନ୍ନିହତ କୋଣ ହେବେ କି ? କାହିଁକି ?
ଚିତ୍ର (ଖ)ରେ $\angle EFG$ ଓ $\angle GFH$ ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ସନ୍ନିହିତ କୋଣ ହେବେ କି ? କାହିଁକି ?

ଚିତ୍ରରେ ଥିବା କୋଣଗୁଡ଼ିକ ମାପି ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ପୂରଣ କର ।

କୋଣର ନାମ	$\angle ABC$	$\angle CBD$	$\angle EFG$	$\angle GFH$
କୋଣର ପରିମାଣ				

- $\angle ABC$ ଓ $\angle CBD$ ର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
- $\angle EFG$ ଓ $\angle GFH$ ର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

କ'ଣ ଦେଖିଲ ?

(କ) କେଉଁ ଦୁଇଟି ସନ୍ନିହିତ କୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 90^0 ହେଲା ?

(ଖ) କେଉଁ ଦୁଇଟି ସନ୍ନିହିତ କୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ହେଲା ?

(ଗ) କେଉଁ କୋଣ ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ଅନୁପୂରକ ?

(ଘ) କେଉଁ କୋଣ ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ?

କହିଲ ଦେଖି :
$\angle ABC$ ଓ $\angle ABD$ ସନ୍ନିହିତ ହେବେ କି ? ତା'ର କାରଣ କ'ଣ ?

ଜାଣିଛ କି ?
ପରସ୍ପର ସନ୍ନିହିତ ପରିପୂରକ କୋଣ ଦୁଇଟିକୁ ମଧ୍ୟ ଏକ ସରଳଯୋଡି କୋଣ କୁହାଯାଏ ।

$\angle ABC$ ଓ $\angle CBD$ ପରସ୍ପର ସନ୍ନିହିତ ଅନୁପୂରକ, କାରଣ ସେ ଦୁଇଟି ସନ୍ନିହିତ କୋଣ ଏବଂ ପରସ୍ପର ଅନୁପୂରକ ।

$\angle EFG$ ଓ $\angle GFH$ ପରସ୍ପର ସନ୍ନିହିତ ପରିପୂରକ, କାରଣ ସେ ଦୁଇଟି କୋଣ ସନ୍ନିହିତ ଓ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ଗୋଟିଏ ସ୍କେଲ୍ ନିଅ ।
- ସ୍କେଲ୍‌ର ଗୋଟିଏ ଧାରକୁ ଚିତ୍ର 3.୪ (ଖ)ର E ଓ F ବିନ୍ଦୁ ସହିତ ମିଳାଇ ରଖ ।
- କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?
- ତୁମେ ନିଶ୍ଚୟ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଥିବ ଯେ, H ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ଯ ସ୍କେଲର ଧାର ସହିତ ମିଶି ରହୁଛି ।

ଆମେ ଦେଖିଲେ $\overleftrightarrow{FE}$ ଏବଂ $\overleftrightarrow{FH}$ ଉଭୟ ଗୋଟିଏ ସରଳ ରେଖାରେ ଅବସ୍ଥିତ । ଏଣୁ ସନ୍ନିହିତ କୋଣ $\angle EFG$, $\angle GFH$ ର ବହିଃସ୍ଥ ବାହୁ $\overleftrightarrow{FE}$ ଏବଂ $\overleftrightarrow{FH}$ ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖାରେ ରହିଥିବାର ଦେଖିଲେ ।

ଏହି କାରଣରୁ ସନ୍ନିହିତ କୋଣଦୁଇଟିକୁ ସରଳଯୋଡ଼ି କୁହାଯାଏ ।

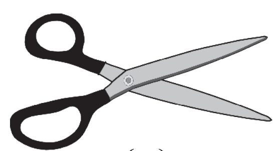
3.2.4. ପରସ୍ପର ପ୍ରତୀପ କୋଣ

ଚିତ୍ର 3.9 (କ)ରେ ଦେଖୁଥିବା କଇଁଚିରେ କେତୋଟି କୋଣର ଆକୃତି ଦେଖୁଛ ?

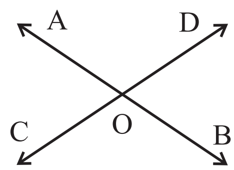
ଚିତ୍ର (ଖ) ରେ $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ ସରଳ ରେଖା ଦୁଇଟି ପରସ୍ପରକୁ O ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଛନ୍ତି । ଏହି ଚିତ୍ରରେ କେତୋଟି କୋଣ ଦେଖା ଯାଉଛି ?

ଚିତ୍ର 3.9 (ଖ)ରେ ଚାରୋଟି କୋଣ ଦେଖାଯାଉଛି । ସେ କୋଣ ଚାରୋଟି ହେଉଛି

$\angle AOC$, $\angle COB$, $\angle BOD$, $\angle DOA$



(କ)



(ଖ)

ଚିତ୍ର 3.9

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର :

- ଉଭୟ $\angle AOC$ ଏବଂ $\angle COB$ ର ସାଧାରଣ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ O ;
- ଉଭୟ $\angle AOC$ ଓ $\angle COB$ ର ସାଧାରଣ ବାହୁ $\overrightarrow{OC}$ ।

- A ଓ B ବିନ୍ଦୁ $\overleftrightarrow{CO}$ ର ବିପରୀତ ପାର୍ଶ୍ୱରେ $\overrightarrow{OC}$ ଅଛନ୍ତି ।
  ବର୍ତ୍ତମାନ ନିଶ୍ଚୟ କରିପାରିବ ଯେ

$\angle AOC$ ଏବଂ $\angle AOD$ ପରସ୍ପର ସନ୍ନିହିତ କୋଣ,

ସେହିପରି, $\angle AOC$ କୋଣ ସହ ସନ୍ନିହିତ ଅନ୍ୟ କୌଣସି କୋଣ ଅଛି କି ?

ତୁମେ ନିଶ୍ଚୟ କହିବ, $\angle AOC$ ସହ $\angle AOD$ ମଧ୍ୟ ସନ୍ନିହିତ ।

$\angle AOC$ ସହ $\angle COB$ ସନ୍ନିହିତ ;

$\angle AOC$ ସହ $\angle COA$ ସନ୍ନିହିତ ।

ସେହି ଚିତ୍ରରେ ଅବଶିଷ୍ଟ କେଉଁ କୋଣ ରହିଲା ?

ଅବଶିଷ୍ଟ କୋଣଟି ହେଲା $\angle BOD$ ।

ଏହି $\angle BOD$ ଏବଂ $\angle AOC$ କୁ **ପରସ୍ପର ପ୍ରତୀପ କୋଣ** କୁହାଯାଏ ।

$\angle AOC$ ର ପ୍ରତୀପ କୋଣ $\angle BOD$ ଏବଂ $\angle BOD$ ର ପ୍ରତୀପ କୋଣ $\angle AOC$ ।

ଏଣୁ ଆମେ କହିବା-

ଦୁଇଟି ସରଳ ରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରିବା ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ହୋଇଥିବା କୋଣ ଚାରୋଟି ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ କୋଣ ସହ ସନ୍ନିହିତ ହୋଇ ନ ଥିବା କୋଣଟି ତା'ର ପ୍ରତୀପ କୋଣ ।

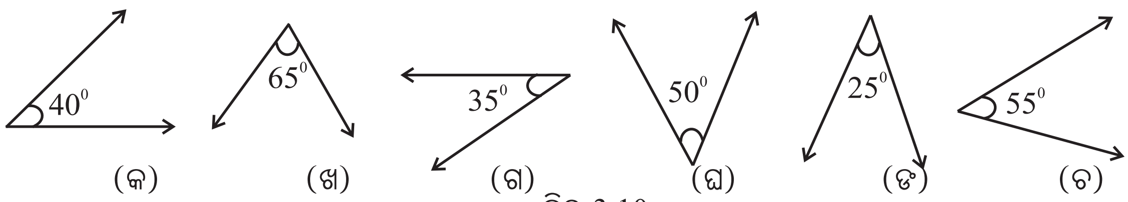
କହିଲ ଦେଖି :
$\angle AOC$ ଏବଂ $\angle COB$ କୋଣ ଦୁଇଟି କି ପ୍ରକାର କୋଣ ?

ଜାଣିଛ କି ?
ପରସ୍ପର ପ୍ରତୀପ କୋଣକୁ ପରସ୍ପର ବିପରୀତ କୋଣ ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ ।

ଚିତ୍ର 3.9 (ଖ)ରେ କେତେ ଯୋଡ଼ା ପରସ୍ପର ପ୍ରତୀପ କୋଣ ଥିବାର ଦେଖୁଛ ?

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 3.1

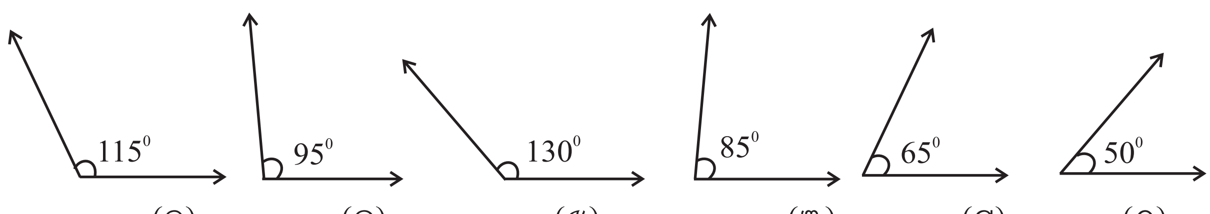
1.



ଚିତ୍ର 3.10

ଉପରେ 6 ଗୋଟି କୋଣର ଚିତ୍ର ଓ ସେଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ଦର୍ଶା ଯାଇଛି । ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପରସ୍ପର ଅନୁପୂରକ କୋଣ ଯୋଡ଼ିଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କର ଓ ସେଗୁଡ଼ିକର ନାମ ଲେଖ ।

2.



ଚିତ୍ର 3.11

ଉପରେ 6 ଗୋଟି କୋଣର ଚିତ୍ର ଓ ସେଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ କୋଣ ଯୋଡ଼ିଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କର ଓ ସେଗୁଡ଼ିକର ନାମ ଲେଖ ।

3. ନିମ୍ନରେ ଦିଆ ଯାଇଥିବା ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ କୋଣମାନଙ୍କର ଅନୁପୂରକ କୋଣର ପରିମାଣ ଲେଖ।

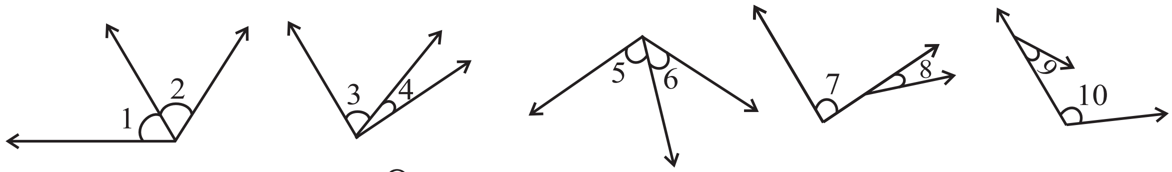
(କ) 40^0 (ଖ) 70^0 (ଗ) 85^0

4. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଡ଼ିଗ୍ରୀ ପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିପୂରକ କୋଣର ପରିମାଣ ଲେଖ।

(କ) 30^0 (ଖ) 90^0 (ଗ) 110^0

> **ଜାଣିଛ କି ?**
> ଗୋଟିଏ ସ୍ଥୂଳ କୋଣର ଅନୁପୂରକ କୋ'ଣ ଥାଏ କି ? ତୁମ ଉତ୍ତରର କାରଣ କ'ଣ ?

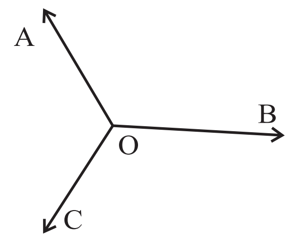
5. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ପରସ୍ପର ସନ୍ନିହିତ କୋଣ ଯୋଡ଼ିମାନଙ୍କର ନାମ ଲେଖ। କେଉଁ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା କୋଣ ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ସନ୍ନିହିତ ନୁହନ୍ତି ?



ଚିତ୍ର 3.12

6. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ପରସ୍ପର ସନ୍ନିହିତ କୋଣ ଯୋଡ଼ି ମାନଙ୍କର ନାମ ଲେଖ।

ସୂଚନା : ଏଠାରେ ତିନି ଯୋଡ଼ା ପରସ୍ପର ସନ୍ନିହିତ କୋଣ ରହିଛି। ପାଇବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର।

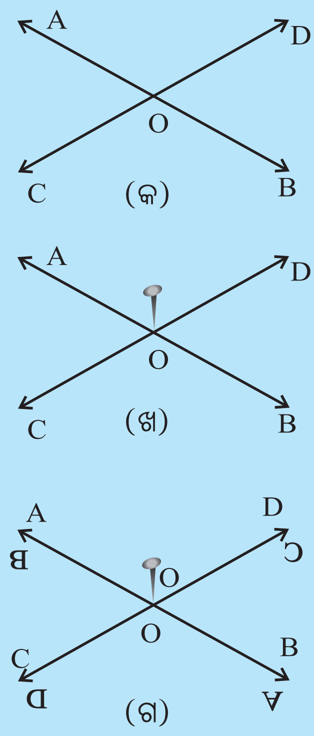


3.3. ପରସ୍ପର ପ୍ରତୀପ କୋଣ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ

ପରସ୍ପର ପ୍ରତୀପ କୋଣ ମଧରେ ଥିବା ସଂପର୍କ ଜାଣିବା ପାଇଁ ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା କାମଟିକୁ କରିବା।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ସ୍କେଲ୍ ବ୍ୟବହାର କରି ତୁମ ଖାତାରେ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର 3.13(କ) ଭଳି ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରୁଥିବା ଦୁଇଟି ସରଳ ରେଖା ଅଙ୍କନ କର। ରେଖା ଦୁଇଟିର ନାମ ଦିଅ $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ ଏବଂ ଛେଦ ବିନ୍ଦୁର ନାମ ଦିଅ O।
- ଖଣ୍ଡେ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜ (ସ୍ୱଚ୍ଛ କାଗଜ) ନେଇ ସେହି ଚିତ୍ର ଉପରେ ରଖ ଓ ସେ କାଗଜ ଉପରେ $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ ରେଖା ସହ ମିଶାଇ ଦୁଇଟି ରେଖା ଅଙ୍କନ କର। ଖାତାରେ ଦେଇଥିବା ନାମ ସହ ମିଶାଇ ଟ୍ରେସିଂ କାଗଜ ଉପରେ ଆଙ୍କିଥିବା ରେଖା ଦୁଇଟିର ନାମ ଦିଅ $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ । ଛେଦ ବିନ୍ଦୁର ନାମ ଦିଅ O।
- ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜ ଉପରେ ଖାତାରେ ଥିବା ଚିତ୍ରର ଅବିକଳ ନକଲ ପାଇଲେ।
- O ବିନ୍ଦୁରେ ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଭଳି ଗୋଟିଏ ପିନ୍‌କଣ୍ଟା ଲଗାଇ ଦିଅ (ଚିତ୍ର-ଖ)
- ବର୍ତ୍ତମାନ ଖାତାକୁ ସ୍ଥିର ରଖି ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜଟିକୁ ଧୀରେ ଧୀରେ ଘୂରାଅ ଯେପରି ପିନ୍‌କଣ୍ଟାଟି ଖସିବ ନାହିଁ।
- ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜରେ ଲେଖାଥିବା A ଅକ୍ଷରଟି ଆସି ଖାତାରେ ଲେଖାଥିବା B ଅକ୍ଷର ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆସିବା ମାତ୍ରେ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜଟିକୁ ସ୍ଥିର ରଖ। ଏହି ଅବସ୍ଥାରେ ଦେଖିବ ଯେ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜର ରେଖା ଦୁଇଟି ଖାତାରେ ଥିବା ରେଖା ଦୁଇଟି ସହ ମିଶି ଯାଇଛି। ବର୍ତ୍ତମାନ କ'ଣ ଦେଖୁଛ ?



ଚିତ୍ର 3.13

(କ) ଟ୍ରେସିଂ କାଗଜରେ ଲେଖାଥିବା ଅକ୍ଷରଗୁଡ଼ିକ ଓଲଟା ଦେଖାଯାଉଛି–

A ଦେଖାଯାଉଛି ∀ ଭଳି

B ଦେଖାଯାଉଛି ᗺ ଭଳି

C ଦେଖାଯାଉଛି Ɔ ଭଳି

D ଦେଖାଯାଉଛି ᗡ ଭଳି

(ଖ) ଖାତାର କେଉଁ ଅକ୍ଷର ପାଖରେ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜର କେଉଁ ଅକ୍ଷର ରହିଛି ?

ଖାତାର A ପାଖରେ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜର ଓଲଟା B ରହିଛି ।

ଖାତାର B ପାଖରେ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜର ଓଲଟା A ରହିଛି ।

ଖାତାର C ପାଖରେ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜର ଓଲଟା D ରହିଛି ।

ଖାତାର D ପାଖରେ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜର ଓଲଟା C ରହିଛି ।

(ଗ) ଖାତାର $\overleftrightarrow{AB}$ ସହ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜର $\overleftrightarrow{DC}$ ରେଖା ମିଳି ଯାଇଛି ।

ଖାତାର $\overleftrightarrow{CD}$ ସହ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜର $\overleftrightarrow{AB}$ ରେଖା ମିଳିଯାଇଛି ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ

1. ଖାତାର $\angle AOC$ ସହ ଟ୍ରେସିଂ କାଗଜର କେଉଁ କୋଣଟି ମିଳି ଯାଇଛି ?
2. ଖାତାର $\angle BOD$ ସହ ଟ୍ରେସିଂ କାଗଜର କେଉଁ କୋଣଟି ମିଳିଯାଇଛି ?
3. ଦୁଇଟି କୋଣ ପରସ୍ପର ସହ ମିଳିଗଲେ, ସେ କୋଣ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ କି ସମ୍ପର୍କ ଅଛି ବୋଲି କହିବା ?
4. ଉପରୋକ୍ତ କାମରୁ $\angle AOD$ ଓ $\angle BOC$ ର ପରିମାଣ ମଧ୍ୟରେ କ'ଣ ସଂପର୍କ ଥିବାର ଜାଣିଲ ?

ବର୍ତ୍ତମାନ ତୁମ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସାହାଯ୍ୟରେ $\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle COD$ ଓ $\angle DOA$ କୋଣ ଚାରୋଟିକୁ ମାପ ଓ ସେମାନଙ୍କର ପରିମାଣକୁ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଭଳି ଏକ ସାରଣୀ ତିଆରି କରି ଲେଖ ।

କୋଣ	$\angle AOC$	$\angle BOD$	$\angle BOC$	$\angle DOA$
କୋଣର ପରିମାଣ				

ତୁମେ ସାରଣୀ ଦେଖି ଓ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନ ଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

1. $\angle AOC$ ର ପରିମାଣ ସହ କେଉଁ କୋଣର ପରିମାଣ ସମାନ ?
2. $\angle BOC$ ର ପରିମାଣ ସହ କେଉଁ କୋଣର ପରିମାଣ ସମାନ ?
3. $\angle AOC$ ଓ $\angle BOD$ କୁ କି ପ୍ରକାର କୋଣ କୁହାଯାଏ ?
4. $\angle BOC$ ଓ $\angle DOA$ କୁ କି ପ୍ରକାର କୋଣ କୁହାଯାଏ ?

✍ ଚିତ୍ର 3.13 (କ) ଭଳି ଆଉ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରି ସେଥିରେ ଥିବା ପ୍ରତୀପକୋଣଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନାଅ । କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ମାପି ଲେଖ । ପ୍ରତୀପ କୋଣ ଯୋଡ଼ା ମଧ୍ୟରେ କ'ଣ ସଂପର୍କ ଅଛି ଲେଖ ।

ଆମେ ଜାଣିଲେ,

> ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କଲେ, ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା ପ୍ରତୀପ କୋଣ ସମପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ ହୁଅନ୍ତି ।

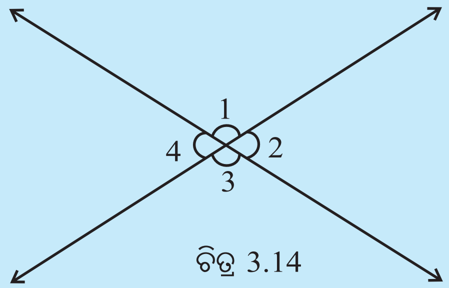
✍ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରଦେଖି ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଲେଖ।

(କ) $\angle 1$ ସହ ଅନ୍ୟ କେଉଁ କୋଣ ସରଳ ଯୋଡ଼ି ଗଠନ କରେ ?

(ଖ) $\angle 3$ ର ପ୍ରତୀପ କୋଣଟି କିଏ ?

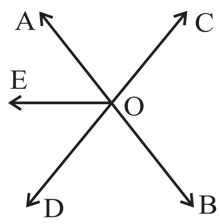
(ଗ) $\angle 2$ ର ପ୍ରତୀପ କୋଣଟି କିଏ ?

(ଘ) ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ $\angle 4$ ର ପରିମାଣ 60^0 ହେଲେ, ଅନ୍ୟ କୋଣ ତିନୋଟିର ପରିମାଣ କେତେ ?



ଚିତ୍ର 3.14

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 3.2



ଚିତ୍ର 3.15

1. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ ପରସ୍ପରକୁ O ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରନ୍ତି।

(କ) $\angle$AOC କୋଣ ସନ୍ନିହିତ ହୋଇଥିବା ଗୋଟିଏ କୋଣର ନାମ ଲେଖ। ଏଭଳି ଅନ୍ୟ କୌଣସି କୋଣ ଅଛି କି ? ଯଦି ଅଛି, ତା'ର ନାମ ଲେଖ।

(ଖ) $\angle$AOC ଏବଂ $\angle$AOB କୋଣ ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ସନ୍ନିହିତ କୋଣ ଅଟନ୍ତି କି ?

(ଗ) $\angle$COB ସହ ଅନ୍ୟ ଯେଉଁ କୋଣ ସରଳ ଯୋଡ଼ି ଗଠନ କରେ ତା'ର ନାମ ଲେଖ।

(ଘ) $\angle$AOD ସହ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ହୋଇଥିବା ଗୋଟିଏ କୋଣର ନାମ ଲେଖ।
$\angle$AOD ସହ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ହୋଇଥିବା ଅନ୍ୟ କୋଣ ଅଛି କି ? ଯଦି ଥାଏ, ତେବେ ତା'ର ନାମ ଲେଖ।

(ଙ) $\angle$AOC କୋଣଟି ଯେଉଁ କୋଣର ପ୍ରତୀପ କୋଣ ତା'ର ନାମ ଲେଖ।

(ଚ) ଚିତ୍ରରେ $\angle$AOD କୋଣର ପ୍ରତୀପ କୋଣ ଥିଲେ, ତା'ର ନାମ ଲେଖ।

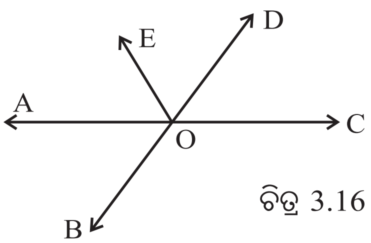
(ଛ) ଚିତ୍ରରେ $\angle$BOD ର ପ୍ରତୀପ କୋଣ ଥିଲେ, ତା'ର ନାମ ଲେଖ।

2. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ $\overleftrightarrow{AC}$ ଓ $\overleftrightarrow{BD}$ ରେଖାଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ O ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରନ୍ତି।

(କ) ଦୁଇ ଯୋଡ଼ା ପରସ୍ପର ପ୍ରତୀପ କୋଣର ନାମ ଲେଖ।

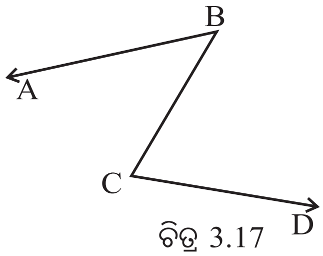
(ଖ) ଚାରିଯୋଡ଼ା ସରଳ ଯୋଡ଼ି କୋଣର ନାମ ଲେଖ।

(ଗ) $m\angle AOE = 75^0, m\angle EOD = 40^0$ ହେଲେ
$m\angle AOB, m\angle BOC, m\angle COD$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।



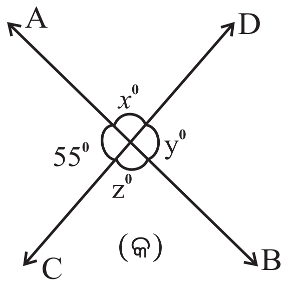
ଚିତ୍ର 3.16

3. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର 3.17 ରେ $\angle$ABC ଓ $\angle$BCD ପରସ୍ପର ସନ୍ନିହିତ କୋଣ ଅଟନ୍ତି କି ? ତୁମ ଉତ୍ତର ଲାଗି କାରଣ ଦର୍ଶାଅ।

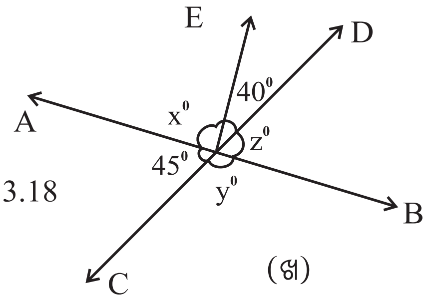


ଚିତ୍ର 3.17

4.



ଚିତ୍ର 3.18



ଉପରିସ୍ଥ ଚିତ୍ର (କ) ଏବଂ ଚିତ୍ର (ଖ) ରେ $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରୁଛନ୍ତି । ଚିତ୍ର (କ)ରେ ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ ଓ ଚିତ୍ର (ଖ) ରେ ଦୁଇଟି କୋଣର ପରିମାଣ ଲେଖାଯାଇଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା କୋଣ ପରିମାଣ x, y ଓ z ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

5. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

(କ) ଦୁଇଟି କୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି............ ହେଲେ, କୋଣ ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ଅନୁପୂରକ ।

(ଖ) ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ କୋଣ ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି........... ।

(ଗ) ଗୋଟିଏ ସରଳ ଯୋଡ଼ି ଗଠନ କରୁଥିବା କୋଣ ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର...... ।

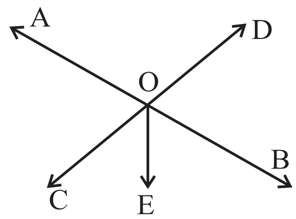
(ଘ) ଦୁଇଟି ରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କଲେ ପ୍ରତୀପ କୋଣ ଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ....... ।

(ଙ) ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ଛେଦୀ ରେଖା ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଗୋଟିଏ ଯୋଡ଼ା ପ୍ରତୀପ କୋଣ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସୂକ୍ଷ୍ମ କୋଣ ହେଲେ, ଅନ୍ୟ ଯୋଡ଼ା ପ୍ରତୀପ କୋଣ ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ......... ।

6. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ ପରସ୍ପରକୁ O ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରନ୍ତି ।

(କ) ଯେଉଁ ପ୍ରତୀପ କୋଣଦ୍ୱୟ ସ୍ଥୂଳକୋଣ ସେ ଦୁଇଟିର ନାମ ଲେଖ ।

(ଖ) ଯେଉଁ ସନ୍ନିହିତ କୋଣମାନ ସରଳ ଯୋଡ଼ି ନୁହନ୍ତି ସେଗୁଡ଼ିକର ନାମ ଲେଖ । ଏଭଳି କେତେ ଯୋଡ଼ା ସନ୍ନିହିତ କୋଣ ଅଛନ୍ତି ?



ଚିତ୍ର 3.19

7. ନିମ୍ନରେ ଡିଗ୍ରୀ-ପରିମାଣଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ଯୋଡ଼ିଗୁଡିକ ଅନୁପୂରକ କୋଣର ପରିମାଣ ଓ କେଉଁ ଯୋଡ଼ିଗୁଡ଼ିକ ପରିପୂରକ କୋଣର ପରିମାଣକୁ ସୂଚାନ୍ତି ଚିହ୍ନଟ କର ।

(କ) $55^0, 125^0$	(ଖ) $43^0, 47^0$	(ଗ) $112^0, 68^0$	(ଘ) $62^0, 28^0$
(ଙ) $40^0, 140^0$	(ଚ) $70^0, 20^0$	(ଛ) $15^0, 165^0$	(ଜ) $90^0, 90^0$

8. (କ) ଯେଉଁ କୋଣଟି ନିଜର ପରିପୂରକ, ସେ କୋଣଟିର ପରିମାଣ କେତେ ?

(ଖ) ଯେଉଁ କୋଣଟି ନିଜର ଅନୁପୂରକ, ସେ କୋଣଟିର ପରିମାଣ କେତେ ?

9. ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ କୋଣ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣକୁ 10^0 ଅଧିକ କରି ଦିଆଗଲା । ଅନ୍ୟ କୋଣର ପରିମାଣରେ କି ପରିବର୍ତ୍ତନ କଲେ, ନୂତନ କୋଣ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ହେବ ?

10. ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ହୋଇଥିବା ଦୁଇଟି କୋଣ ମଧ୍ୟରୁ ଉଭୟ

(କ) ସୂକ୍ଷ୍ମ କୋଣ ହୋଇ ପାରିବେ କି ?

(ଖ) ସ୍ଥୂଳ କୋଣ ହୋଇ ପାରିବେ କି ?

(ଗ) ଉଭୟ ସମକୋଣ ହୋଇପାରିବେ କି ?

(ଘ) ଗୋଟିଏ ସୂକ୍ଷ୍ମ ଓ ଅନ୍ୟଟି ସମକୋଣ ହୋଇ ପାରିବେ କି ?

(ଙ) ଗୋଟିଏ ସୂକ୍ଷ୍ମ ଓ ଅନ୍ୟଟି ସ୍ଥୁଳକୋଣ ହୋଇ ପାରିବେ କି ?

11. (କ) ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ କୋଣ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକର ପରିମାଣ ଅନ୍ୟଟିର ପରିମାଣର ପାଞ୍ଚ ଗୁଣ ହେଲେ, କୋଣଦ୍ୱୟଟିର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(ଖ) ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ଅନୁପୂରକ କୋଣ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକର ପରିମାଣ ଅନ୍ୟଟିର ଋରି ଗୁଣ ହୋଇଥିଲେ, କୋଣଦ୍ୱୟଟିର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

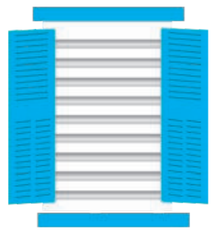
3.4 ଏକାଧିକ ସରଳରେଖା ଓ ଛେଦକ

ଦୁଇଟି ସରଳରେଖାର ଦୁଇଟି ଅବସ୍ଥା ଥାଇପାରେ । ହୁଏତ ସେ ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ବା ସେ ଦୁଇଟି ଅସମାନ୍ତର (ଅର୍ଥାତ୍ ପରସ୍ପର ଛେଦୀ) ।

ଚିତ୍ର 3.20 (କ) ରେ କଳାପଟାଟିଏ ଷ୍ଟାଣ୍ଡରେ ରହିଥିବାର ଦେଖୁଛ । କଳାପଟାର ଉପର ଧାର ଓ ତଳ ଧାର ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ରେଖାଖଣ୍ଡ । ସେହିପରି ବାମଧାର ଓ ଡାହାଣଧାର ମଧ୍ୟ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ରେଖାଖଣ୍ଡର ନମୁନା ।

ଚିତ୍ର (ଖ) ରେ ଲୁହା ରଡ଼ ଲଗାଯାଇଥିବା ଝରକାଟିଏ ଦେଖାଯାଉଛି । ଏଥିରେ ଥିବା ଲୁହା ରଡ଼ଗୁଡ଼ିକ ସମାନ୍ତର ରେଖାଖଣ୍ଡର ନମୁନା ।

ଚିତ୍ର (ଗ) ରେ ଗ୍ରୀଲ୍ ଲଗାଯାଇଥିବା ଝରକାଟିଏ ଦେଖାଯାଉଛି । ଗ୍ରୀଲ୍‌ରେ ଲାଗିଥିବା ଲୁହାପାତଗୁଡ଼ିକ ପରସ୍ପର ଛେଦୀ ରେଖାଖଣ୍ଡର ନମୁନା ।

(କ)

(ଖ)

(ଗ)

ଚିତ୍ର 3.20

ଦୁଇଟି ରେଖାର ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ ଥିଲେ ସେ ରେଖାଦ୍ୱୟଟିକୁ **ପରସ୍ପର ଛେଦୀ ରେଖା** କୁହାଯାଏ ଏବଂ ସେହି ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁକୁ ରେଖା ଦ୍ୱୟର **ଛେଦବିନ୍ଦୁ** କୁହାଯାଏ ।

ତୁମ ପରିବେଶରେ କେଉଁ କେଉଁଠାରେ ପରସ୍ପରଛେଦୀ ରେଖା ଦେଖୁଛ ତାହାର ପାଞ୍ଚଟି ଉଦାହରଣ ଲେଖ ।

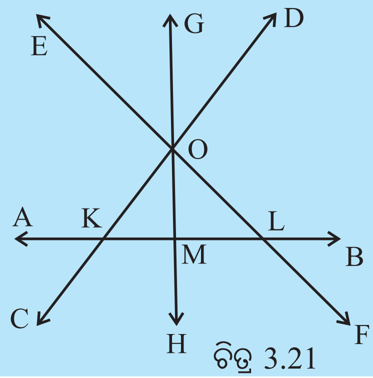
ଚିତ୍ର 3.20 ଯେଉଁ ଭଳି ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଛି, ତୁମ ଖାତାରେ ସେହିଭଳି ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

(କ) ଚିତ୍ର 3.21 ରେ ଦେଖୁଥିବା ପରସ୍ପର ଛେଦୀ ରେଖା ଯୋଡ଼ି ଓ ସେ ଦ୍ୱୟର ଛେଦ ବିନ୍ଦୁର ନାମ ଲେଖ ।

ଯେପରି : $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ ପରସ୍ପର ଛେଦୀ ଏବଂ ସେ ଦ୍ୱୟର ଛେଦ ବିନ୍ଦୁ K । ଏହିପରି ଛଅ ଯୋଡ଼ା ପରସ୍ପର ଛେଦୀ ରେଖା ଓ ସେମାନଙ୍କର ଛେଦ ବିନ୍ଦୁର ନାମ ଲେଖ ।

- ଏହି ଚିତ୍ରରେ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ଥିବାର ଦେଖୁଛ କି ?



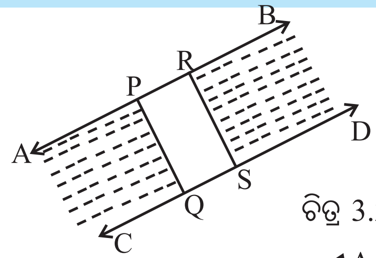
ଚିତ୍ର 3.21

(ଖ) ଦୁଇଟି ରେଖା ବା ରେଖାଖଣ୍ଡର ଗୋଟିଏରୁ ଅଧିକ ଛେଦବିନ୍ଦୁ ରହିବା ସମ୍ଭବ କି ? ଯଦି ସମ୍ଭବ, ଏପରି ଦୁଇଟି ରେଖାର ଚିତ୍ର କର ।

(ଗ) ତୁମ ପରିବେଶରେ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ଛେଦ କରୁଥିବା ରେଖା ବା ରେଖାଖଣ୍ଡର ଉଦାହରଣ କେଉଁଠି ଦେଖିବାକୁ ମିଳେ ତାହା ଲେଖ ।

(ଘ) ଗୋଟିଏ ଆୟତଚିତ୍ରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ବାହୁର ଛେଦବିନ୍ଦୁରେ ଉତ୍ପନ୍ନ କୋଣର ପରିମାଣ କେତେ ମାପି ସ୍ଥିର କର । ଗୋଟିଏ ପୋଷ୍ଟକାର୍ଡ଼ ନେଇ ଏହି କାର୍ଯ୍ୟ କର ।

3.4.1 ଛେଦକ ରେଖା

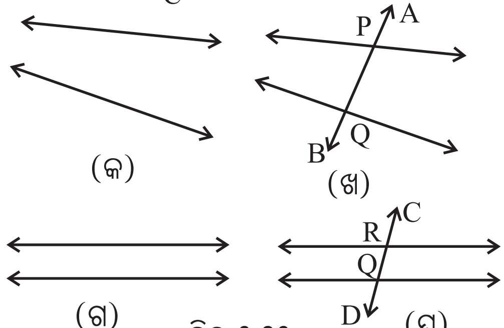


ଚିତ୍ର 3.22

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର 3.22ରେ କେନାଲର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ଦୁଇ ବନ୍ଧ $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ ଦୁଇଟି ରେଖାର ନମୁନା ।

ପୋଲଟିର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାର $\overline{PQ}$ ଓ $\overline{RS}$ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ରେଖାଖଣ୍ଡର ନମୁନା । ଏଠାରେ $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ କୁ $\overline{PQ}$ ଛେଦ କରୁଛି ।

ସେହିପରି, $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ କୁ $\overline{RS}$ ମଧ୍ୟ ଛେଦ କରୁଛି ।



ଚିତ୍ର 3.23

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର 3.23 (କ) ରେ ଦୁଇଟି ଅସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ରହିଛି । ଚିତ୍ର (ଖ) ରେ ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା ଦୁଇଟି ଅସମାନ୍ତର ରେଖାକୁ P ଓ Q ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଛି ।

ଚିତ୍ର (ଗ) ରେ ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ରହିଛି ।

ଚିତ୍ର (ଘ) ରେ ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା $\overleftrightarrow{CD}$, ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ରେଖାକୁ R ଓ Q ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଛି ।

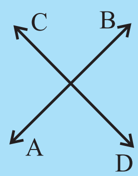
ଚିତ୍ର (ଖ) ରେ $\overleftrightarrow{AB}$ କୁ ଅନ୍ୟ ଦୁଇ ରେଖାର **ଛେଦକ ରେଖା** କୁହାଯାଏ ।

ଚିତ୍ର (ଘ) ରେ $\overleftrightarrow{CD}$ କୁ ଅନ୍ୟ ଦୁଇ ରେଖାର **ଛେଦକ ରେଖା** କୁହାଯାଏ ।

ଗୋଟିଏ ରେଖା ଅନ୍ୟ ଦୁଇ (ବା ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ) ରେଖାକୁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କଲେ, ସେହି ରେଖାକୁ ଛେଦକ ରେଖା କୁହାଯାଏ ।

ଜାଣିଛ କି ?

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ଛେଦୀ ରେଖା । ଏଠାରେ $\overleftrightarrow{AB}$ ରେଖା, ଅନ୍ୟ ଏକ ରେଖା $\overleftrightarrow{CD}$ କୁ ଛେଦ କରୁଛି ଏବଂ ଏଠାରେ $\overleftrightarrow{CD}$ ରେଖା ଅନ୍ୟ ଏକ ରେଖା $\overleftrightarrow{AB}$ କୁ ଛେଦ କରୁଛି । ଏଠାରେ $\overleftrightarrow{AB}$ ଅଥବା $\overleftrightarrow{CD}$ କୌଣସିଟିକୁ ଛେଦକ ରେଖା କୁହାଯିବ ନାହିଁ ।



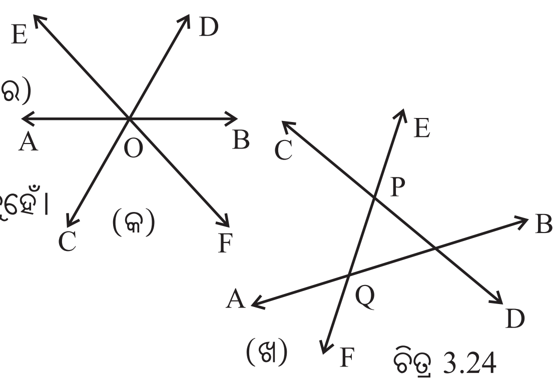
ଲକ୍ଷ୍ୟ କର :

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର 3.24 (କ) ରେ $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ଛେଦୀ (ବା ଅସମାନ୍ତର) ରେଖା । ଏହି ରେଖା ଦୁଇଟିକୁ $\overleftrightarrow{EF}$ O ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଛି ।

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର (ଖ) ରେ $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ଛେଦୀ (ବା ଅସମାନ୍ତର) ରେଖାକୁ $\overleftrightarrow{EF}$ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ବିନ୍ଦୁ P ଓ Q ରେ ଛେଦ କରୁଛି ।

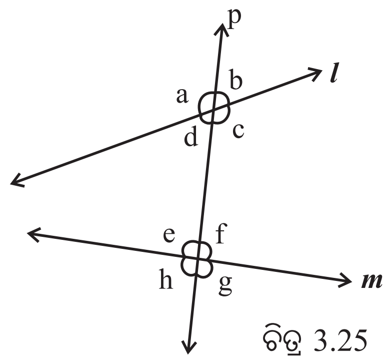
ଚିତ୍ର (କ) ରେ $\overleftrightarrow{EF}$, ଅନ୍ୟ ଦୁଇରେଖା $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ର ଛେଦକ ରେଖା ନୁହେଁ । ଏଠାରେ $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$ ଓ $\overleftrightarrow{EF}$ କୁ **ଏକ ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ସରଳରେଖା** କୁହାଯାଏ ।

ଚିତ୍ର (ଖ) ରେ $\overleftrightarrow{EF}$ ଅନ୍ୟ ଦୁଇ ରେଖା $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ ର ଛେଦକ ରେଖା ।



ଚିତ୍ର 3.24

3.4.2. ଛେଦକ ରେଖାଦ୍ୱାରା ଉତ୍ପନ୍ନ କୋଣ



ଚିତ୍ର 3.25

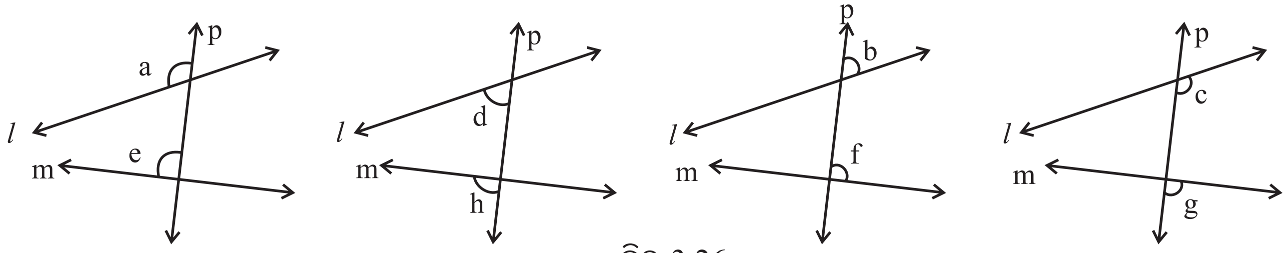
ଚିତ୍ର 3.25 ରେ l ଓ m ରେଖା ଦ୍ୱୟକୁ p ରେଖା ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଛି । ଏଣୁ P ରେଖା ଏକ ଛେଦକ ରେଖା । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଛେଦବିନ୍ଦୁରେ କୋଣମାନ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇଛି ଏବଂ ସେ କୋଣଗୁଡ଼ିକୁ a, b, c, d, e, f, g ଓ h ନାମରେ ନାମିତ କରାଯାଇଛି ।

l ରେଖା ଓ p ରେଖାର ଛେଦବିନ୍ଦୁ ଠାରେ 4 ଟି କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇଛି । m ରେଖା ଓ p ରେଖାର ଛେଦବିନ୍ଦୁରେ ମଧ୍ୟ 4 ଗୋଟି କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇଛି ।

ଏହି ୮ ଗୋଟି କୋଣ ମଧ୍ୟରୁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ କୋଣମାନଙ୍କୁ ଭିନ୍ନ ଭାବରେ ନାମକରଣ କରାଯାଏ । ସେ ନାମକରଣକୁ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଦେଖ ।

ଛେଦିତ ରେଖା l ଓ m ର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ : d, c, e, f
ଛେଦିତ ରେଖା l ଓ m ର ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ : a, b, h, g
ଛେଦକ ରେଖା p ର ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ କୋଣ : b, c, f, g
ଛେଦକ ରେଖା p ର ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ କୋଣ : a, d, e, h
ଅନୁରୂପ କୋଣ ଯୋଡ଼ି : a ଓ e, d ଓ h, b ଓ f, c ଓ g
ଏକାନ୍ତର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ ଯୋଡ଼ି : d ଓ f, c ଓ e
ଏକାନ୍ତର ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ଯୋଡ଼ି : a ଓ g, b ଓ h
ଛେଦକ ରେଖାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ ଯୋଡ଼ି : d ଓ e, c ଓ f

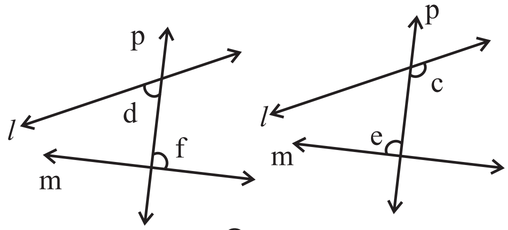
ଚିତ୍ର 3.26 ରେ ଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର କୋଣ ଯୋଡ଼ିମାନଙ୍କୁ ଭିନ୍ନ ଭାବରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।



ଚିତ୍ର 3.26

ଉପର ଚିତ୍ର ଋରୋଟିରେ ଚାରି ଯୋଡ଼ା ଅନୁରୂପ କୋଣର ଚିତ୍ର ରହିଛି ।

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର 3.27 ଦୁଇଟିରେ ଦୁଇ ଯୋଡ଼ା ଏକାନ୍ତର କୋଣର ଚିତ୍ର ରହିଛି ।



ଚିତ୍ର 3.27

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର–

ଚିତ୍ର 3.26 ରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅନୁରୂପ କୋଣ ଯୋଡ଼ା –

- ଛେଦକ ରେଖାର ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅବସ୍ଥିତ । $\angle a$ ଓ $\angle e$ $\angle d$ ଓ $\angle h$ କୋଣ ଯୋଡ଼ାଗୁଡ଼ିକ ଛେଦକ ରେଖାର ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅବସ୍ଥିତ । $\angle b$ ଓ $\angle f$, $\angle c$ ଓ $\angle h$ କୋଣ ଯୋଡ଼ାଗୁଡ଼ିକ ଛେଦକ ରେଖାର ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

- ଛେଦିତ ରେଖାର ଅନୁରୂପ ପାଖରେ ଅବସ୍ଥିତ । $\angle a$ ଓ $\angle e$, $\angle b$ ଓ $\angle f$ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଛେଦିତ ରେଖାର ଉପର ପାଖରେ ଅବସ୍ଥିତ । $\angle d$ ଓ $\angle h$, $\angle c$ ଓ $\angle g$ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଛେଦିତ ରେଖାର ତଳ ପାଖରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

ଚିତ୍ର 3.27 (ଖ) ରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଏକାନ୍ତର କୋଣ ଯୋଡ଼ା –

- ଛେଦକ ରେଖାର ବିପରୀତ ପାଖରେ ଅବସ୍ଥିତ । ଯଥା : $\angle d$, ଛେଦକ ରେଖାର ବାମରେ ଓ $\angle f$, ଛେଦକ ରେଖାର ଡାହାଣରେ, $\angle e$, ଛେଦକ ରେଖାର ବାମରେ ଓ $\angle c$. ଛେଦକ ରେଖାର ଡାହାଣରେ ଅବସ୍ଥିତ ।
- ଛେଦିତ ରେଖାର ବିପରୀତ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅବସ୍ଥିତ । ଯଥା : $\angle d$, ଛେଦିତ ରେଖା l ର ତଳ ପାଖରେ ଓ $\angle f$, ଛେଦିତ ରେଖା m ର ଉପର ପାଖରେ ଅବସ୍ଥିତ । $\angle e$, ଛେଦିତ ରେଖା m ର ଉପର ପାଖରେ ଓ $\angle c$, ଛେଦିତ ରେଖା l ର ତଳ ପାଖରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

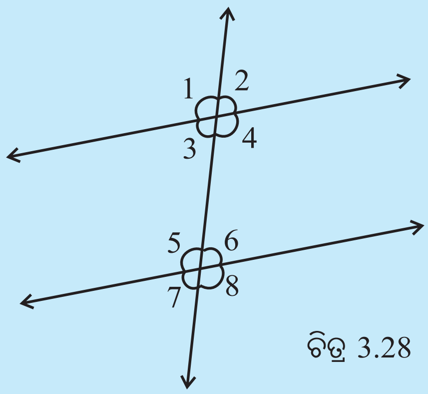
ଉତ୍ତର ଲେଖ

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖି ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା କୋଣ-ଯୋଡ଼ାଗୁଡ଼ିକ କି ପ୍ରକାର କୋଣ ଲେଖ ।

(କ) $\angle 1$ ଓ $\angle 5$ (ଖ) $\angle 3$ ଓ $\angle 6$

(ଗ) $\angle 4$ ଓ $\angle 6$ (ଘ) $\angle 4$ ଓ $\angle 5$

(ଙ) $\angle 3$ ଓ $\angle 6$ (ଚ) $\angle 2$ ଓ $\angle 6$



ଚିତ୍ର 3.28

3.4.3 ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ଓ ଛେଦକ

ତୁମେ ଜାଣିଛ ଯେ,

ଏକ ସମତଳ ଉପରେ ଅଙ୍କିତ ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ପରସ୍ପରକୁ କୌଣସିଠାରେ ଛେଦ ନ କଲେ, ସେ ସରଳରେଖା ଦୁଇଟିକୁ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା କୁହାଯାଏ ।

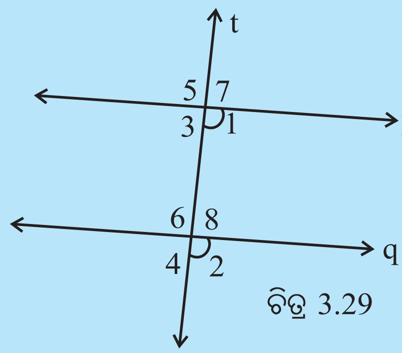
କହିଲ ଦେଖି :

- ତିନୋଟି ରେଖାକୁ ଗୋଟିଏ ଛେଦକ ରେଖା କେତୋଟି ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବ ?
- ଦୁଇଟି ରେଖା ଲାଗି କେତୋଟି ଛେଦକ ରେଖା ଅଙ୍କନ କରିବା ସମ୍ଭବ ?
- କେଉଁ କେଉଁ ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷରରେ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ଥିବାର ଦେଖୁଛ ଲେଖ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ଖଣ୍ଡେ ରୁଲିଂ କାଗଜ ନିଅ ବା ଗୋଟିଏ ରୁଲିଂ ଖାତାର ଗୋଟିଏ ପୃଷ୍ଠା ଖୋଲ ।
- ସ୍କେଲ୍‌ଟିଏ ନେଇ ପୃଷ୍ଠା ଉପରେ ଆଗରୁ ଥିବା ଗାର ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ ପାଖାପାଖି ନ ଥିବା ଦୁଇଟି ଗାର ସହ ମିଶାଇ ସ୍କେଲ୍‌ର ଧାରକୁ ରଖ ଓ ତୁମ କଲମରେ ଗାର ପକାଅ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖିବ, ତୁମେ ନେଇଥିବା ଗାର ଦୁଇଟି ମୋଟା ହୋଇଯିବାରୁ ତାହା ଅନ୍ୟ ଗାର ତୁଳନାରେ ଅଧିକ ସ୍ପଷ୍ଟ ହୋଇଗଲା ।
- ଏହିଭଳି ଚାରିଯୋଡ଼ା ଗାରକୁ ଅଧିକ ସ୍ପଷ୍ଟ କରିଦିଅ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା ଗାରକୁ ସରଳରେଖାର ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କର । (ଅର୍ଥାତ୍ ଉଭୟ ଆଡ଼କୁ ତୀର ଚିହ୍ନ ଦିଅ) ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା ସରଳରେଖା ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାରେ ପରିଣତ ହେବ (କାରଣ ରୁଲିଂ କାଗଜରେ ରହିଥିବା ଗାରଗୁଡ଼ିକ ସମସ୍ତ ସମାନ୍ତର) ।



ଚିତ୍ର 3.29

- ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା ସମାନ୍ତର ରେଖା ଲାଗି ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଛେଦକ ଅଙ୍କନ କର ।
- ଛେଦକ ରେଖା ଛେଦିତ ରେଖା ଦ୍ୱୟ ସହ ଯେଉଁ କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କଲା ସେଗୁଡ଼ିକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର ଭଳି ନାମକରଣ କର ।
- ରେଖା ଓ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ନାମକରଣ କର ।

  ଗୋଟିଏ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜ ନେଇ ଉପରେ ଥିବା ଚିତ୍ରର ଉପରେ ରଖ । ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜ ଉପରେ p, q ଓ t ରେଖାଗୁଡ଼ିକ ସହ ମିଳିଲା ଭଳି ରେଖା ତିନୋଟି ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ ପୂର୍ବଚିତ୍ର ଅନୁଯାୟୀ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜରେ ଅଙ୍କିତ ରେଖା ତିନୋଟିର ନାମକରଣ କର । ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜ ଉପରେ ନକଲ କରାଯାଇଥିବା କୋଣକୁ $\angle 1$, $\angle 2$ ନାମ ଦିଅ ।

- ବର୍ତ୍ତମାନ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜଟିକୁ ଧୀରେ ଧୀରେ ଉପର ଆଡକୁ ଖସାଇ ନିଅ । ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜ ଉପରେ ଅଙ୍କିତ p ରେଖା, ରୁଲିଂକାଗଜ ଉପରେ ଅଙ୍କିତ q ରେଖା ସହ ମିଳିଗଲା ପରେ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜକୁ ସ୍ଥିର କରି ରଖ ।
- କ'ଣ ଦେଖୁଛ ?

ବର୍ତ୍ତମାନ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜରେ ଅଙ୍କିତ $\angle 2$, ରୁଲିଂ କାଗଜରେ ଅଙ୍କିତ $\angle 1$ ସହ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ମିଳିଯିବାର ଦେଖିବ ।

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ $m\angle 1 = m\angle 2$

- ସେହିଭଳି ଚିତ୍ର ଉପରେ ଟ୍ରେସିଂ-କାଗଜ ରଖି ପୂର୍ବ ଭଳି କାର୍ଯ୍ୟକର । ନିମ୍ନ କୋଣଯୋଡ଼ା ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସଂପର୍କକୁ ସ୍ଥିର କର ।

  (କ) $\angle 3, \angle 4$ (ଖ) $\angle 5, \angle 6$ (ଗ) $\angle 7, \angle 8$

ଉପର କାର୍ଯ୍ୟରୁ ଆମେ କ'ଣ ପାଇଲେ ?

ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାକୁ ଗୋଟିଏ ଛେଦକ ରେଖା ଛେଦ କଲେ, ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା ଅନୁରୂପ କୋଣ ସମପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ ।

ଏହି ସିଦ୍ଧାନ୍ତକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଅନ୍ୟ ଏକ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ପହଞ୍ଚିପାରିବା ।

ଚିତ୍ର 3.30 କୁ ଦେଖ ।

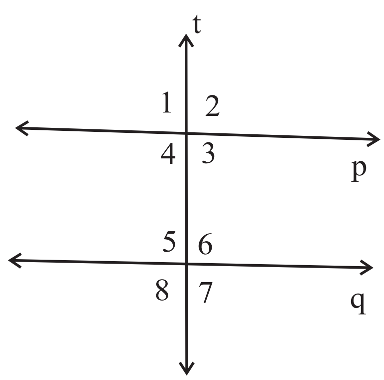
ଏଠାରେ p ଓ q ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ରେଖା ଓ t ସେ ରେଖା ଦୁଇଟିର ଏକ ଛେଦକ ରେଖା ।

ଅନୁରୂପ କୋଣ ହେତୁ $m\angle 4 = m\angle 8$ । ମାତ୍ର t ଓ q ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରୁଥିବାରୁ ପ୍ରତୀପ ହେତୁ $m\angle 8 = m\angle 6$ ଏଣୁ $m\angle 4 = m\angle 6$ ।

ପୁନଶ୍ଚ, ସେହିପରି ଅନୁରୂପ ହେତୁ $m\angle 7 = m\angle 5$

ମାତ୍ର t ଓ q ରେଖାଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରୁଥିବାରୁ ପ୍ରତୀପ ହେତୁ $m\angle 7 = m\angle 5$ ।

ଏଣୁ $m\angle 3 = m\angle 5$ ।



ଚିତ୍ର 3.30

$\angle 4$ ଓ $\angle 6$ ଏବଂ $\angle 3$ ଓ $\angle 5$ କୋଣ ଯୋଡ଼ାଗୁଡ଼ିକ କି ପ୍ରକାର କୋଣ ଯୋଡ଼ା ?

ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା କୋଣ ପରସ୍ପର ଏକାନ୍ତର ।

ଏଣୁ ଆମର ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ହେଲା –

ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାକୁ ଗୋଟିଏ ଛେଦକ ରେଖା ଛେଦ କଲେ, ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା ଏକାନ୍ତର କୋଣ ସମପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ ହୋଇଥାଆନ୍ତି ।

ଏହି ସିଦ୍ଧାନ୍ତରୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଅନ୍ୟ ଏକ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ପହଞ୍ଚିପାରିବା ।

ଚିତ୍ର 3.30ରେ ସରଳଯୋଡ଼ି ହେତୁ $\angle 6$ ଓ $\angle 7$ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ । ମାତ୍ର, ଅନୁରୂପ କୋଣ ହେତୁ $m\angle 3 = m\angle 7$ । ଏଣୁ $\angle 6$ ଓ $\angle 3$ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ । ସେହିପରି, ସରଳଯୋଡ଼ି ହେତୁ $\angle 1$ ଓ $\angle 4$ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ । ଏଣୁ $\angle 5$ ଓ $\angle 4$ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ।

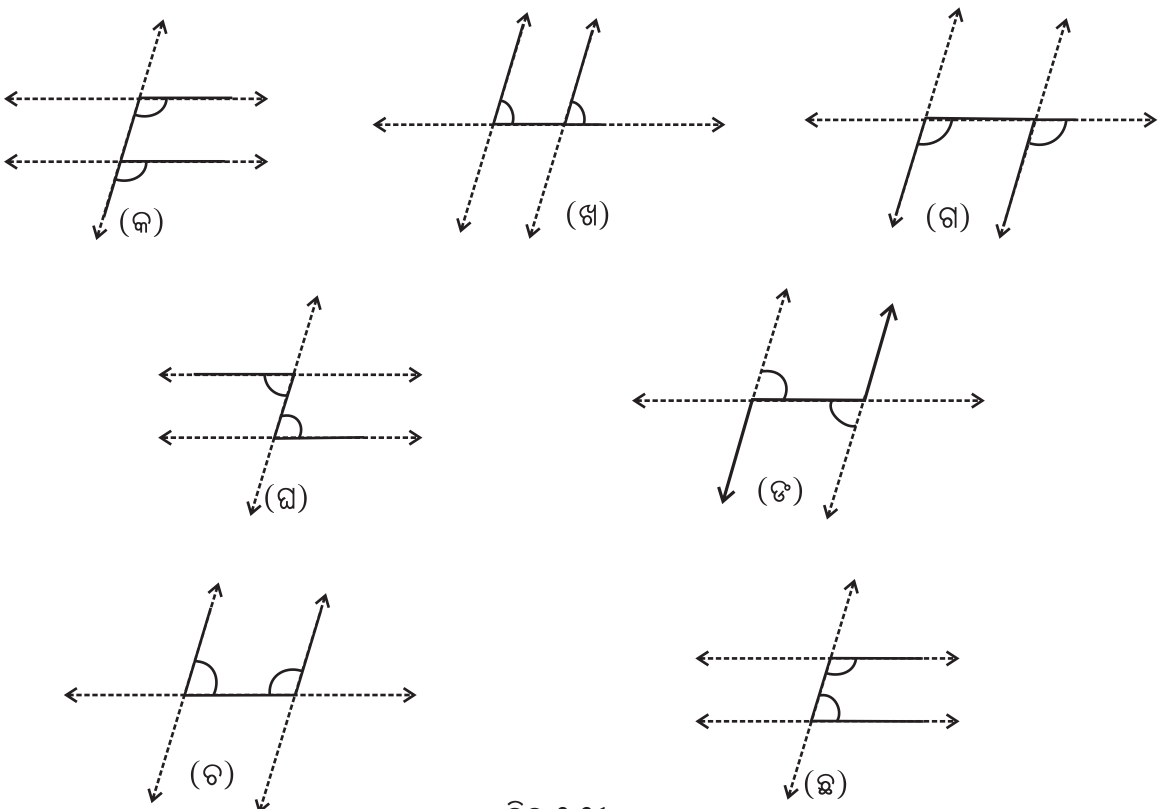
$\angle 6$ ଓ $\angle 3$ ଏବଂ $\angle 5$ ଓ $\angle 4$ କୋଣ ଯୋଡ଼ା ଗୁଡ଼ିକ କି ପ୍ରକାର କୋଣ ଯୋଡ଼ା ?

ଏ କୋଣ ଯୋଡ଼ା ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ଛେଦକ ରେଖାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ ।

ଏଣୁ ଆମର ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ହେଲା –

ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାକୁ ଗୋଟିଏ ଛେଦକ ରେଖା ଛେଦ କଲେ ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା ଛେଦକ ରେଖାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ଅର୍ଥାତ୍ ସେ କୋଣ ଦ୍ୱୟର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ।

ଏକାନ୍ତର କୋଣ ଯୋଡ଼ା, ଅନୁରୂପ କୋଣ ଯୋଡ଼ା ଓ ଛେଦକ ରେଖାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ ଯୋଡ଼ାମାନଙ୍କୁ ସହଜରେ ଚିହ୍ନଟ କରିବା ପାଇଁ ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରମାନଙ୍କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।



ଚିତ୍ର 3.31

ଚିତ୍ର 3.31 (କ), (ଖ) ଓ (ଗ) ପ୍ରତ୍ୟେକରେ ଗୋଟିଏ ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷର F ର ବିଭିନ୍ନ ଅବସ୍ଥା ଦେଖିବାକୁ ମିଳୁଛି । ଏ ସମସ୍ତ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏକ ଯୋଡ଼ା ଅନୁରୂପ କୋଣକୁ ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଇଛି । ଏଣୁ F ଆକୃତିରେ ଅନୁରୂପ କୋଣ ରହିଥାଏ ।

(ଘ) ଓ (ଙ) ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ ଗୋଟିଏ ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷର Z ର ବିଭିନ୍ନ ଅବସ୍ଥା ଦେଖିବାକୁ ମିଳୁଛି ।

ଏ ସମସ୍ତ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏକ ଯୋଡ଼ା ଏକାନ୍ତର କୋଣକୁ ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଇଛି । ଏଣୁ Z ଆକୃତି ଏକାନ୍ତର କୋଣକୁ ଦର୍ଶାଇ ଥାଏ ।

(ଚ) ଓ (ଛ) ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ ଗୋଟିଏ ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷର U ର ବିଭିନ୍ନ ଅବସ୍ଥା ଦେଖିବାକୁ ମିଳୁଛି ।

ଏ ସମସ୍ତ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏକ ଯୋଡ଼ା ଛେଦକ ରେଖାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣକୁ ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଇଛି । ଏଣୁ U ଆକୃତି ଛେଦକ ରେଖାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣକୁ ଦର୍ଶାଇଥାଏ ।

ଏକ ଯୋଡ଼ା ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ ସେ ରେଖା ଦୁଇଟିର ଏକ ଛେଦକ ରେଖା ଅଙ୍କନ କର ।

ଛେଦକ ରେଖା ଦ୍ୱାରା ଉତ୍ପନ୍ନ କୋଣଗୁଡ଼ିକୁ ମାପି ନିମ୍ନ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକର ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କର ।

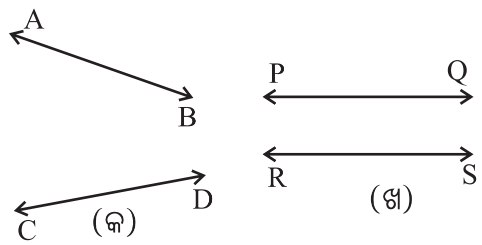
(କ) ଅନୁରୂପ କୋଣମାନ ସମପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ ।

(ଖ) ଏକାନ୍ତର କୋଣମାନ ସମ ପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ ।

(ଗ) ଛେଦକ ରେଖାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣମାନ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ।

3.5 ସମାନ୍ତର ରେଖା ଚିହ୍ନଟ

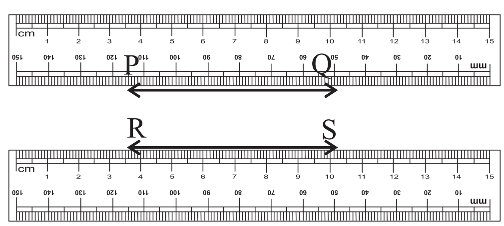
ଚିତ୍ର 3.32ରେ ଦୁଇଯୋଡ଼ା ସରଳରେଖା ଦେଖୁଛ ।



ଚିତ୍ର 3.32

(କ) ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ସରଳରେଖା $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ କୁ ଦେଖିଲେ ଜାଣି ହେଉଛି ଯେ ସେ ଦୁଇଟିର ଡାହାଣ ଆଡ଼କୁ ଥିବା ଅଂଶ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରନ୍ତି । ଏଣୁ ରେଖାଦ୍ୱୟ **ଅସମାନ୍ତର** ।

ମାତ୍ର (ଖ) ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ରେଖା ଦ୍ୱୟ $\overleftrightarrow{PQ}$, $\overleftrightarrow{RS}$ କୁ କେଉଁ ଆଡ଼କୁ ଥିବା ଅଂଶ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରିବେ ତାହା ଜଣାପଡୁଛି କି ? ଜଣାପଡୁନାହିଁ । ତେବେ ତାହା ଜାଣିବା ପାଇଁ ଦୁଇଟି ସ୍କେଲ୍ ନେଇ ଗୋଟିକୁ $\overleftrightarrow{PQ}$ ସହ ଓ ଗୋଟିକୁ $\overleftrightarrow{RS}$ ସହ ଲଗାଇ ରଖ (ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର ଭଳି) । ସ୍କେଲ୍‌ର ଧାର ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ସହ ଲାଗିଯାଉ ନାହିଁ । ଏଣୁ ରେଖାଦ୍ୱୟକୁ ଡାହାଣ ବା ବାମକୁ ବହିର ପୃଷ୍ଠା ଭିତରେ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରିବେ ନାହିଁ ବୋଲି ଜଣାପଡୁଛି । ମାତ୍ର କେବଳ ରେଖାଦ୍ୱୟର ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖି ସେମାନେ କେଉଁଠାରେ ଛେଦ କରିବେ କି ନାହିଁ ତାହା ଜାଣି ହେବନାହିଁ । ଏଣୁ ଆମକୁ ଏକ ପଦ୍ଧତି ସ୍ଥିର କରିବାକୁ ହେବ ଯାହା ରେଖାଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର କି ନୁହେଁ ତାହା ଜାଣିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିବ ।

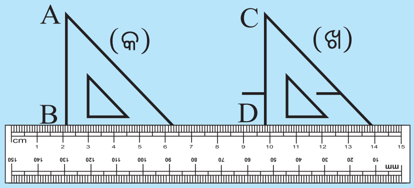


ଚିତ୍ର 3.33

ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖିବା ଦୁଇଟି ରେଖାର ଏକ ଛେଦକ ରେଖା ସେ ରେଖାଦ୍ୱୟ ସହ ଉତ୍ପନ୍ନ କରୁଥିବା ଅନୁରୂପ ବା ଏକାନ୍ତର ବା ଛେଦକ ରେଖାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ ସାହାଯ୍ୟରେ ରେଖାଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର କି ନାହିଁ ଜାଣି ତାହା ଜାଣିବାର କିଛି ଉପାୟ ଅଛି କି ?

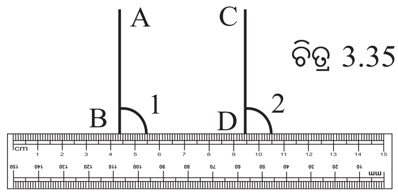
ନିଜେ କରି ଦେଖ :

- ତୁମେ ତୁମର ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରକୁ ବ୍ୟବହାର କରି କିପରି ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରିଥିଲ ମନେ ପକାଅ । ଚିତ୍ର 3.34 ରେ ସେହି ପ୍ରଣାଳୀ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।
- ତୁମେ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରଟିକୁ ଗୋଟିଏ ସ୍କେଲ୍‌ର ଧାରକୁ ଲଗାଇ (କ ଚିତ୍ରଭଳି) ସ୍ଥାନରେ ରଖ ଓ ତା'ର ସମକୋଣ ସଂଲଗ୍ନ ଧାରକୁ ଲଗାଇ ଗୋଟିଏ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କର ।
- ପୁଣି ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରକୁ (ଖ ଚିତ୍ରଭଳି) ଅନ୍ୟଏକ ସ୍ଥାନକୁ ଘୁଞ୍ଚାଇ ନେଇ ପୂର୍ବ ଧାରକୁ ଲଗାଇ ଆଉଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନକର । ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦୁଇଟିକୁ AB ଓ CD ନାମ ଦିଅ । ପାଇଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡ AB ଓ CD ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର ।



ଚିତ୍ର 3.33

ଚିତ୍ର 3.35 ରେ AB ଓ CD ରେଖାଖଣ୍ଡ ପାଇଁ ସ୍କେଲର ଧାର ଏକ ଛେଦକ ରେଖାଭଳି ରହିଛି ।



ଚିତ୍ର 3.35

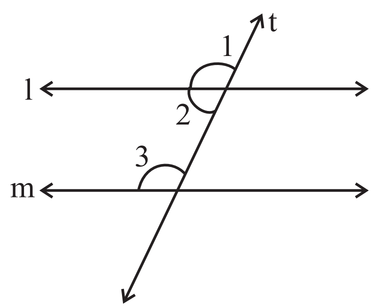
ଫଳରେ $\angle 1$ ଓ $\angle 2$ ଏକଯୋଡ଼ା ଅନୁରୂପ କୋଣ । $\angle 1$ ଓ $\angle 2$ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରର ସମକୋଣର ନକଲ । ଏଣୁ ଡେଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ, ଉପରିସ୍ଥ ଅଙ୍କନ ପଦ୍ଧତିରେ ଆମେ ଏକ ଯୋଡ଼ା ଏକାନ୍ତର କୋଣକୁ ସମପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ କରି ଦେଲେ । ଏହାଦ୍ୱାରା ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ରେଖାଖଣ୍ଡ ବା ସମାନ୍ତର ରେଖା ପାଇଲେ ।

ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ -

ଦୁଇଟି ସରଳରେଖାକୁ ଏକ ଛେଦକ ରେଖା ଛେଦ କଲେ, ଯଦି ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା ଏକ ଯୋଡ଼ା ଅନୁରୂପ କୋଣ ସମପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ ହୁଏ, ତେବେ ରେଖାଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ହୁଅନ୍ତି ।

ଦୁଇଟି ସରଳରେଖାକୁ ଏକ ଛେଦକ ରେଖା ଛେଦକଲେ, ଯଦି ଏକ ଯୋଡ଼ା ଏକାନ୍ତର କୋଣ ସମପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ ହୁଏ, ତେବେ ରେଖାଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ହୁଅନ୍ତି ।

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ସରଳରେଖା l ଓ m ଲାଗି t ରେଖା ଏକ ଛେଦକ ବୋଲି ଧରି ନିଆଯାଉ । ଛେଦକ ରେଖାର ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ $\angle 2$ ଓ $\angle 3$ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ।



ଚିତ୍ର 3.36

ସରଳ ଯୋଡ଼ି ହେତୁ $\angle 1$ ଓ $\angle 2$ ମଧ୍ୟ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ।

$\therefore m\angle 3 = m\angle 1$

ମାତ୍ର ଏ କୋଣ ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ଅନୁରୂପ ।

ଏଣୁ $l \parallel m$

ଫଳରେ ଆମେ ଦେଖିଲେ-

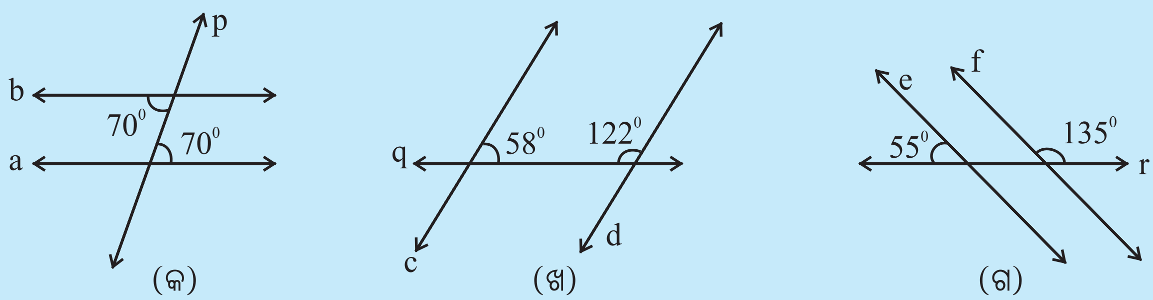
ଛେଦକ ରେଖାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ହେଲେ, ଅନୁରୂପ କୋଣଦ୍ୱୟ ସର୍ବଦା ସମପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ ହୁଅନ୍ତି ।

ମାତ୍ର ଅନୁରୂପ କୋଣଦ୍ୱୟ ସମପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ ହେଲେ, ରେଖାଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ହୁଅନ୍ତି ।

ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ,

ଦୁଇଟି ସରଳ ରେଖାକୁ ଏକ ରେଖା ଛେଦ କଲେ, ଯଦି ଛେଦକ ରେଖାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ହୁଅନ୍ତି, ତେବେ ରେଖାଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ହେବେ ।

ନିଜେ ଉତ୍ତର ଦେବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର

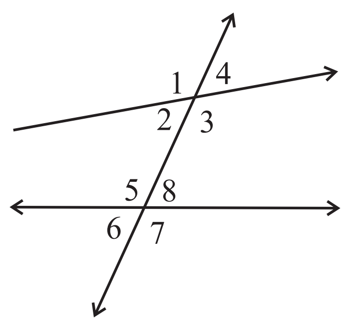


ଚିତ୍ର 3.37

ଉପରିସ୍ଥ (କ), (ଖ) ଓ (ଗ) ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ରେଖାଯୋଡ଼ି ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ରେଖାଯୋଡ଼ି ସମାନ୍ତର ଏବଂ କେଉଁ ରେଖା ଯୋଡ଼ି ଅସମାନ୍ତର ସ୍ଥିର କର । ନିଜ ଉତ୍ତର ଲାଗି କାରଣ ଦର୍ଶାଅ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 3.3

1. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର ଦେଖି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।



(କ) $\angle 1$ ଓ $\angle 5$ କି ପ୍ରକାର କୋଣ ଯୋଡ଼ି ?

ଆଉ ଯେଉଁ କୋଣଗୁଡ଼ିକ ସେହି ପ୍ରକାର, ସେଗୁଡ଼ିକର ନାମ ଲେଖ ।

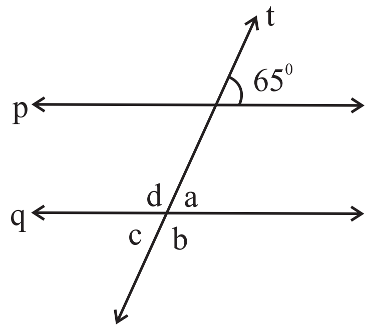
(ଖ) $\angle 3$ ଓ $\angle 5$ କି ପ୍ରକାର କୋଣ ଯୋଡ଼ି ?

ସେହି ପ୍ରକାର ଅନ୍ୟ କୋଣ ଯୋଡ଼ିର ନାମ ଲେଖ ।

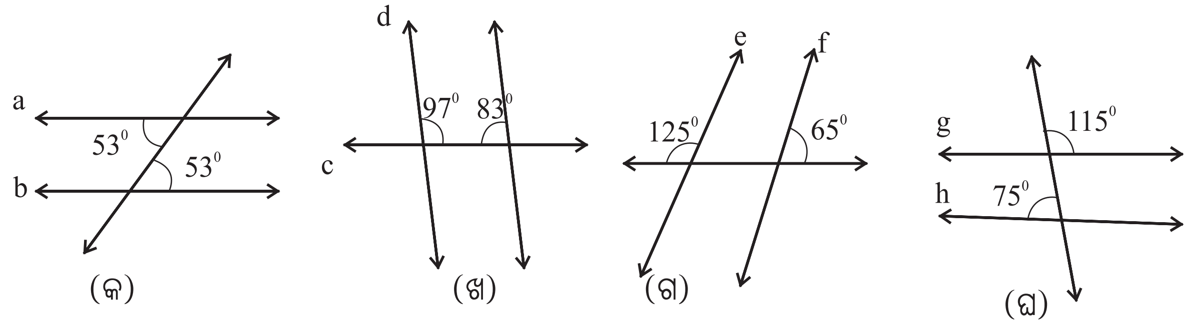
(ଗ) $\angle 2$ ଓ $\angle 5$ କି ପ୍ରକାର କୋଣ ଯୋଡ଼ି ?

ସେହି ପ୍ରକାର ଅନ୍ୟ କୋଣ ଯୋଡ଼ିର ନାମ ଲେଖ ।

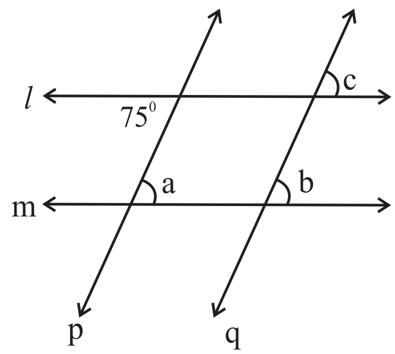
2. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ସରଳ ରେଖା p ॥ q ଏବଂ ରେଖା t ଏକ ଛେଦକ । ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା କୋଣମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ 65^0 ଚିତ୍ରରେ ଦିଆଯାଇଛି । ଅନ୍ୟ ଚାରୋଟି କୋଣର ପରିମାଣକୁ a, b, c, d ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ଦର୍ଶାଯାଇଛି । a, b, c ଓ d ପ୍ରତ୍ୟେକର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



3. ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଚାରି ଯୋଡ଼ା ରେଖାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ଯୋଡ଼ା ସମାନ୍ତର ଓ କେଉଁ ଯୋଡ଼ା ଅସମାନ୍ତର କହ । ତୁମର ଉତ୍ତର ସପକ୍ଷରେ କାରଣ ଦର୍ଶାଅ ।



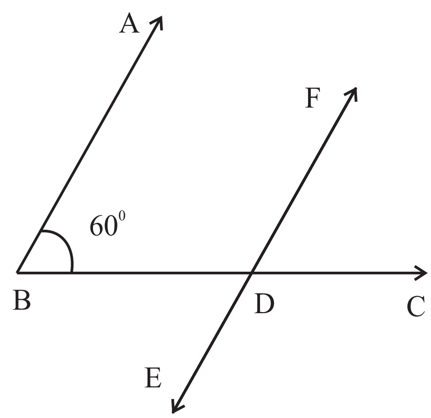
4. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ସରଳରେଖା l ॥ m ଏବଂ ସରଳରେଖା p ॥ q । ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ 75^0 ଦିଆଯାଇଛି । ଅନ୍ୟ ତିନୋଟି କୋଣର ପରିମାଣକୁ a, b, c ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଇଛି । a, b ଓ c ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



5. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର ଭଳି 60^0 ପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ $\angle ABC$ ଅଙ୍କନ କରି $\overrightarrow{BC}$ ଉପରେ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କର, ତା'ର ନାମ ଦିଅ D ।

D ବିନ୍ଦୁରେ $\overleftrightarrow{DE}$ (ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଭଳି) ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି $\overrightarrow{DE}$ ॥ $\overrightarrow{BA}$ ହେବ ।

ଏହି କାର୍ଯ୍ୟ ଲାଗି $\angle BDE$ କୋଣର ପରିମାଣ କେତେ ନେଇ $\overrightarrow{DE}$ ଅଙ୍କନ କରିବ ? କାରଣ ଲେଖ ।



ଚତୁର୍ଥ ଅଧ୍ୟାୟ

ଘାତାଙ୍କ ଓ ଘାତରାଶି

4.1 ଆମେ ଯାହା ଜାଣିଛୁ

ଷଷ୍ଠ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆମେ ଘାତରାଶି ସମ୍ବନ୍ଧରେ ବେଶ୍ କିଛି ଶିଖିଛୁ । କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ବା ରାଶିକୁ ଆଧାର ଓ ଘାତାଙ୍କ ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କଲେ ତାକୁ **ଘାତ ରାଶି** କୁହାଯାଏ ।

ସଂଖ୍ୟା : 32
ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପ : 2^5
2^5 ଏକ ଘାତରାଶି

ଯଥା : $32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$

ଏଠାରେ 32 କୁ 2^5 ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରାଗଲା, ଯେଉଁଠାରେ ଆଧାର 2 ଏବଂ ଘାତାଙ୍କ 5 ।

ଆମେ କହୁ 32 ହେଉଛି '2' ର ପଞ୍ଚମ ଘାତ ।

ଉତ୍ତର ଲେଖ –

- 16, 2 ଆଧାରର କେଉଁ ଘାତ ?
- 3 ଆଧାରର ଚତୁର୍ଥ ଘାତ କେତେ ?
- 125, କେଉଁ ଆଧାରର ତୃତୀୟ ଘାତ ?
- 216 କୁ କେଉଁ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତ ରାଶି ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରି ହେବ ?

4.2 ଘାତରାଶି

ପୃଥିବୀର ବସ୍ତୁତ୍ୱ କେତେ ତୁମେ କହିପାରିବ କି ?

ଏହା ହେଉଛି ପ୍ରାୟ 5,970,000,000,000,000,000,000,000 କି.ଗ୍ରା. । ଏହାକୁ ପଢ଼ିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

ସେହିପରି ୟୁରେନସ୍‌ର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ହେଉଛି ପ୍ରାୟ 86,800,000,000,000,000,000,000,000 କି.ଗ୍ରା. ।

ଏବେ କହ, ୟୁରେନସ୍ ଓ ପୃଥିବୀ ମଧ୍ୟରୁ କାହାର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଅଧିକ ?

ଏହିପରି ବହୁତ ବଡ଼ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକୁ ପଢ଼ିବା, ବୁଝିବା ତଥା ତୁଳନା କରିବା କଷ୍ଟକର । ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ପଢ଼ିବା, ବୁଝିବା ଓ ତୁଳନା କରିବା ପାଇଁ ଆମେ ଘାତରାଶି ବ୍ୟବହାର କରିଥାଉ । ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଆମେ ଆଧାର ଓ ଘାତ ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କରିଥାଉ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, $100000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5$

ଏଠାରେ '10' ଆଧାର ଏବଂ '5' ଏହାର ଘାତାଙ୍କ ।

100000 ର ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପ ହେଉଛି 10^5 ।

ସେହିପରି 1000 ର ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପ ହେବ 10^3 ।

କାରଣ $1000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$

ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସମାନ ସମାନ ଉତ୍ପାଦକମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରିହେବ, ସେହି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରି ହେବ ।

ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିସ୍ତାରିତ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଲେଖିବା ପ୍ରଣାଳୀ ଆମେ ଜାଣିଛୁ ।

ଯଥା : $23574 = 2\times 10000 + 3\times 1000 + 5\times 100 + 7\times 10 + 4\times 1$

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ବିସ୍ତାରିତ ରୂପକୁ ନିମ୍ନ ମତେ ଲେଖିପାରିବା ।

$23574 = 2\times 10^4 + 3\times 10^3 + 5\times 10^2 + 7\times 10^1 + 4\times 1$

ଏଠାରେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର 10000, 1000, 100, 10 କୁ ଯଥାକ୍ରମେ 10^4, 10^3, 10^2, 10^1 ଭଳି ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ଲେଖାଯାଇଛି ।

ତୁମେ ସେହିପରି 135724 ଓ 2164593 କୁ ବିସ୍ତାରିତ ରୂପେ ଲେଖ ।
ତୁମେ ଲେଖିଥିବା ବିସ୍ତାରିତ ରୂପକୁ 10 ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

ଯେପରି କେତେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ କେବଳ 10 ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରେ (ଯେପରି $1000=10^3$), ସେହିପରି କେତେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଅନ୍ୟ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶିରେ ମଧ୍ୟ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରେ ।

ଯଥା : $81 = 3\times 3\times 3\times 3 = 3^4$

$64 = 4\times 4\times 4 = 4^3$, ଅଥବା $64 = 2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 2 = 2^6$

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

ନିମ୍ନ ସାରଣୀର ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନଗୁଡ଼ିକୁ ପୂରଣ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

ସଂଖ୍ୟା	ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପ	ଆଧାର	ଘାତାଙ୍କ
125		5	
128			7
243			3
256		4	
216			3

ଉପରୋକ୍ତ ଆଲୋଚନାରେ ଆମେ ଉଭୟ ଆଧାର ଓ ଘାତାଙ୍କ ପ୍ରତ୍ୟେକଙ୍କୁ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଭାବେ ନେଇଛୁ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଆଧାର ଏବଂ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଘାତାଙ୍କ ରୂପେ ନେଇ କେତେକ ସଂଖ୍ୟାର ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପ ସ୍ଥିର କରିବା ।

ଜାଣିଛ କି ?
25 କୁ 25^1 ରୂପେ ଲେଖିବା, 25^1 କୁ 25 ର ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପ ବୋଲି ନ କହିବା ଭଲ ।

$-8 = (-2)\times 4(-2\ \ )\times(-2)\times(-2) = (-2)^3$,

ସେହିପରି, $81 = (-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3) = (-3)^4$,

$25 = (-5)\times(-5) = (-5)^2$

କହିଲ ଦେଖି :

81କୁ ଯେପରି $(-3)^4$ ଓ $(+3)^4$ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରୁଛି । ସେହିପରି (-8) କୁ (-2) ଓ $+2$ ଉଭୟ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତ ରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କରିହେବ କି ? କାରଣ ଲେଖ ।

ଉଦାହରଣ - 1

2^3 ଓ 3^2 ଘାତ ରାଶି ମଧ୍ୟରେ କେଉଁଟି ବଡ଼ ?

ସମାଧାନ :

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

$3^2 = 3 \times 3 = 9$

8 ଠାରୁ 9 ବଡ଼ । ଏଣୁ 2^3 ଠାରୁ 3^2 ବଡ଼ ।

ଉଦାହରଣ - 2

ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର । କେଉଁ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆଧାରଟି ଏକ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ?

(କ) 10000 (ଖ) 625 (ଗ) 729

ସମାଧାନ :

(କ) $10000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$

(ଖ) $625 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$

(ଗ) $729 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^6$

$$\begin{array}{r|r} 5 & 625 \\ \hline 5 & 125 \\ \hline 5 & 25 \\ \hline & 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r|r} 3 & 729 \\ \hline 3 & 243 \\ \hline 3 & 81 \\ \hline 3 & 27 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline & 3 \end{array}$$

625 ଓ 729 କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆଧାର ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ ।

ଉଦାହରଣ - 3

ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଋଣାତ୍ମକ ଆଧାରର ଘାତ ରୂପରେ ଲେଖ ।

(କ) -27 (ଖ) -32

ସମାଧାନ :

(କ) $-27 = (-3) \times (-3) \times (-3) = (-3)^3$

(ଖ) $-32 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = (-2)^5$

ଉଦାହରଣ - 4

ନିମ୍ନ ଘାତାଙ୍କୀୟ ରାଶିଗୁଡ଼ିକୁ ବିସ୍ତାରିତ ରୂପରେ ଲେଖ ।

(କ) a^4 (ଖ) b^5 (ଗ) $(ab)^3$

ସମାଧାନ :

(କ) $a^4 = a \times a \times a \times a$

(ଖ) $b^5 = b \times b \times b \times b \times b$

(ଗ) $(ab)^3 = ab \times ab \times ab$

$= a \times b \times a \times b \times a \times b = a \times a \times a \times b \times b \times b$

ଉଦାହରଣ - 5

ନିମ୍ନ ଘାତ ରାଶିଗୁଡ଼ିକର ମାନ ସ୍ଥିର କର ।

$(1)^5,\ (-1)^3,\ (-1)^6,\ (-10)^3,\ (-2)^3$

ସମାଧାନ :

$(1)^5 = 1\times1\times1\times1\times1 = 1$

$(-1)^3 = (-1)\times(-1)\times(-1)$
$= 1\times(-1) = -1$

$(-1)^6 = (-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)$
$= 1\times1\times1 = 1$

$(-10)^3 = (-10)\times(-10)\times(-10)$
$= 100\times(-10) = -1000$

$(-2)^3 = (-2)\times(-2)\times(-2)$
$= (+4)\times(-2) = -8$

କହିଲ ଦେଖି :
$(1)^{10}$ ଓ $(1)^8$ ମଧ୍ୟରେ ବଡ଼ କେଉଁଟି ?
$(-1)^5$ ଓ $(-1)^{11}$ ମଧ୍ୟରେ ସାନ କେଉଁଟି ?

ରଣାତ୍ମକ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଘାତରାଶିର ଘାତାଙ୍କ ଯୁଗ୍ମସଂଖ୍ୟା ହେଲେ, ଘାତରାଶିଟି ଧନାତ୍ମକ ହୁଏ । ସେହିପରି, ରଣାତ୍ମକ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଘାତରାଶିର ଘାତାଙ୍କ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ, ଘାତରାଶିଟି କି ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

ଉଦାହରଣ - 6

ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାର ଘାତ ରାଶିମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(କ) 500 (ଖ) 392

ସମାଧାନ :

(କ) $500 = 2\times2\times5\times5\times5$
$= 2^2\times5^3$

(ଖ) $392 = 2\times2\times2\times7\times7$
$= 2^3\times7^2$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 500 \\ \hline 2 & 250 \\ \hline 5 & 125 \\ \hline 5 & 25 \\ \hline & 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r|r} 2 & 392 \\ \hline 2 & 196 \\ \hline 2 & 98 \\ \hline 7 & 49 \\ \hline & 7 \end{array}$$

ଜାଣିଛ କି ?

(-1) ର ଘାତ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ ଘାତରାଶିର ମାନ -1 ହେବ, (-1) ର ଘାତ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ ଘାତ ରାଶିର ମାନ 1 ହେବ ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 4.1

1. ନିମ୍ନ ଘାତ ରାଶିମାନଙ୍କର ମାନ ସ୍ଥିର କର ।

   (କ) 2^6 (ଖ) 9^3 (ଗ) 10^4 (ଘ) 5^4

2. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର । ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆଧାର ଓ ଘାତାଙ୍କକୁ ଚିହ୍ନାଅ ।

   (କ) 512 (ଖ) 343 (ଗ) 729 (ଘ) 625

3. ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର।

(କ) $6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$

(ଖ) $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

(ଗ) $p \times p \times p$

(ଘ) $a \times a \times a \times a \times a$

(ଙ) $r \times r \times r \times r \times r \times r$

4. ଦିଆଯାଇଥିବା ଘାତ ରାଶି ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ କିଏ ବଡ଼ ସ୍ଥିର କର।

(କ) 4^3 ଓ 3^4

(ଖ) 5^3 ଓ 3^5

(ଗ) 2^8 ଓ 8^2

(ଘ) 2^{10} ଓ 10^2

କହିଲ ଦେଖି :
0^5 ଓ 0^{13} ମଧ୍ୟରେ ବଡ଼ କିଏ କହିପାରିବ କି ?

5. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଘାତ ରାଶିର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କର।

(କ) 648 (ଖ) 432 (ଗ) 3600

6. ସରଳ କର।

(କ) 2×10^3 (ଖ) $7^2 \times 2^2$

(ଗ) $2^3 \times 5^2$ (ଘ) $3^2 \times 4^3$

(ଙ) $3^2 \times 2^3 \times 5^2$ (ଚ) $5^2 \times 3^2 \times 2^2$

7. ସରଳ କର।

(କ) $(-4)^3$ (ଖ) $(-2)^3 \times (-3)^2$

(ଗ) $(-3)^2 \times 2^4$ (ଘ) $(-2)^3 \times (-10)^3$

4.3. ଘାତାଙ୍କୀୟ ନିୟମ :

4.3.1. ସମ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶି ମାନଙ୍କର ଗୁଣନ

ଉଦାହରଣ - 1

ଆସ, $2^2 \times 2^3$ କୁ ଗୋଟିଏ ଘାତରାଶି ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରିବା।

$2^2 \times 2^3$

$= (2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2)$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 2^{2+3}$

ଯେହେତୁ 5 କୁ (2+3) ରୂପେ ଲେଖାଯାଇପାରେ।

ଦୁଇଟି 2 ଓ ତିନୋଟି 2 ର ଗୁଣନ ହେଉଛି ପାଞ୍ଚଟି 2 ର ଗୁଣନ। 2^2 ଓ 2^3 ସମ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ହେତୁ $2^2 \times 2^3 = 2^{2+3}$ ହେବ।

ଉଦାହରଣ - 2

ସେହିପରି $(3)^4 \times (3)^3 = \{(3) \times (3) \times (3) \times (3)\} \times \{(3) \times (3) \times (3)\}$

$= (3) \times (3) \times (3) \times (3) \times (3) \times (3) \times (3) = (3)^7 = (3)^{4+3}$

ଏଣୁ $(3)^4 \times (3)^3 = (3)^{4+3}$

ଉଦାହରଣ - 3

$a^2 \times a^6 = (a \times a) \times (a \times a \times a \times a \times a \times a)$

$= a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a = a^8$

ଏଣୁ $a^2 \times a^6 = a^{2+6}$

ଆମେ ପାଇଥିବା ଗୁଣଫଳକୁ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଲେଖିବା ।

ଉଦାହରଣ	ପ୍ରଥମ ଘାତରାଶି	ଦ୍ୱିତୀୟ ଘାତରାଶି	ଘାତରାଶି ଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ
1	2^2	2^3	2^5
2	3^4	3^3	3^7
3	a^2	a^6	a^8

ଉପର ସାରଣୀରୁ ତୁମେ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

ଆମେ ନିମ୍ନ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହେବା ।

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

ଏଠାରେ a ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଏବଂ m ଓ n ପ୍ରତ୍ୟେକେ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ।

1. ନିଜେ ପରୀକ୍ଷା କରି ସତ୍ୟତା ପ୍ରତିପାଦନ କର ।

   (କ) $3^2 \times 3^3 = 3^5$ (ଖ) $4^2 \times 4^2 = 4^4$

2. ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ଗୋଟିଏ ଘାତରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

   (କ) $2^3 \times 2^5$ (ଖ) $p^3 \times p^4$ (ଗ) $5^2 \times 5^3$

ଆସ, ସମ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ତିନୋଟି ଘାତ ରାଶିର ଗୁଣନ କରିବା ।

$5^2 \times 5^3 \times 5^4 = (5^2 \times 5^3) \times 5^4$ (ଗୁଣନର ସହଯୋଗୀ ନିୟମ)

$= 5^{2+3} \times 5^4$ (ଘାତରାଶିର ଗୁଣନ ନିୟମ)

$= 5^{2+3+4}$ (ଘାତରାଶିର ଗୁଣନ ନିୟମ)

$= 5^9$

କହିଲ ଦେଖି : $2^3 \times 3^2$ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲାବେଳେ ତୁମେ ଘାତାଙ୍କକୁ ଯୋଗ କରିପାରିବ କି ? କାରଣ କହ ।

ସେହିପରି, $a^m \times a^n \times a^p = (a^m \times a^n) \times a^p$ (ଗୁଣନର ସହଯୋଗୀ ନିୟମ)

$= a^{m+n} \times a^p$ (ଘାତରାଶିର ଗୁଣନ ନିୟମ)

$= a^{m+n+p}$ (ଘାତରାଶିର ଗୁଣନ ନିୟମ)

$$a^m \times a^n \times a^p = a^{m+n+p}$$

ଯେଉଁଠି a ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଏବଂ m, n ଓ p ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା

4.3.2 ସମ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତ ରାଶି ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଭାଗକ୍ରିୟା

ଏବେ ସମ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ଘାତରାଶି ମଧ୍ୟରେ ଭାଗ କରିବା, ଯେଉଁଠି ଭାଜ୍ୟର ଘାତାଙ୍କ ଭାଜକର ଘାତାଙ୍କଠାରୁ ବଡ଼

ପ୍ରଥମ ଉଦାହରଣ : $3^5 \div 3^3$ କୁ ସରଳ କରିବା।

$$3^5 \div 3^3 = \frac{3^5}{3^3} = \frac{3\times3\times3\times3\times3}{3\times3\times3} = 3^2 = 3^{5-3} \quad (\text{ଯେହେତୁ } 2 = 5-3)$$

$$\therefore 3^5 \div 3^3 = 3^{5-3}$$

ଦ୍ୱିତୀୟ ଉଦାହରଣ : $$5^4 \div 5^2 = \frac{5^4}{5^2} = \frac{5\times5\times5\times5}{5\times5} = 5^2 = 5^{4-2}$$

$$\therefore 5^4 \div 5^2 = 5^{4-2}$$

ତୃତୀୟ ଉଦାହରଣ : a ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ $a^7 \div a^4$ କେତେ ସ୍ଥିର କରିବା।

$$\frac{a^7}{a^4} = \frac{a\times a\times a\times a\times a\times a\times a}{a\times a\times a\times a} = a^3 = a^{7-4}$$

ଏଣୁ $\frac{a^7}{a^4} = a^{7-4}$

ଆସ, ଉପରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଥିବା ତିନୋଟି ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା।

ପ୍ରଥମ ଉଦାହରଣ : $3^5 \div 3^3 = 3^{5-3}$

ଦ୍ୱିତୀୟ ଉଦାହରଣ : $5^4 \div 5^2 = 5^{4-2}$

ତୃତୀୟ ଉଦାହରଣ : $a^7 \div a^4 = a^{7-4}$

ଉପରୋକ୍ତ ଉଦାହରଣ ତିନୋଟିରେ ତୁମେ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

ଲକ୍ଷ୍ୟକର, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉଦାହରଣରେ-

- ଭାଜ୍ୟ ଓ ଭାଜକ ଉଭୟର ଆଧାର ସମାନ। ଭାଗଫଳର ଆଧାର ମଧ୍ୟ ଭାଜ୍ୟ ବା ଭାଜକର ଆଧାର ସଙ୍ଗେ ସମାନ।
- ଭାଗଫଳର ଘାତାଙ୍କ ପାଇବା ପାଇଁ ନିଆଯାଇଥିବା ଭାଜ୍ୟର ଘାତାଙ୍କରୁ ଭାଜକର ଘାତାଙ୍କକୁ ବିୟୋଗ କରାଯାଇଛି। ସାଧାରଣ ଭାବେ ଏହାକୁ ଆମେ ନିମ୍ନମତେ କହିପାରିବା।

a ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଏବଂ m ଓ n ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା (ଯେଉଁଠି $m > n$) ହେଲେ $a^m \div a^n = a^{m-n}$

ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ଏକ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କର।

(କ) $2^9 \div 2^3$

(ଖ) $10^5 \div 10^3$

(ଗ) $9^{11} \div 9^7$

(ଘ) $20^{15} \div 20^7$

କହିଲ ଦେଖି :

ଏହି ନିୟମର ସାହାଯ୍ୟ ନେଇ 4^5 କୁ 2^5 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକରି ପାରିବା କି ? (ସୂଚନା : ପ୍ରଥମେ 4^5 କୁ 2 ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶିରେ ପରିଣତ କର)

4.3.3 ଏକ ଘାତ ରାଶିର ଘାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ

(i) $\left(2^3\right)^2$ କୁ ଏକ ଘାତରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ।

$\left(2^3\right)^2 = 2^3 \times 2^3 = 2^{3+3}$ (ଘାତରାଶିର ଗୁଣନ ନିୟମ)

ଏଣୁ $\left(2^3\right)^2 = 2^{3\times2}$

(ii) ସେହିପରି $\left(3^2\right)^4 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2$

$= (3^2 \times 3^2) \times (3^2 \times 3^2)$ (ଗୁଣନର ସହଯୋଗୀ ନିୟମ)

$= 3^{2+2} \times 3^{2+2}$ (ଘାତରାଶିର ଗୁଣନ ନିୟମ)

$= 3^{2+2+2+2}$ (ଘାତରାଶିର ଗୁଣନ ନିୟମ)

$= 3^{2\times4}$

(iii) ସେହିପରି a ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ $\left(a^3\right)^4$ କେତେ ସ୍ଥିର କରିବା -

$\left(a^3\right)^4 = a^3 \times a^3 \times a^3 \times a^3 = (a^3 \times a^3) \times (a^3 \times a^3)$ (କେଉଁ ନିୟମର ବ୍ୟବହାର ହୋଇଛି ?)

$= a^{3+3} \times a^{3+3}$ (କେଉଁ ନିୟମର ବ୍ୟବହାର ହୋଇଛି ?)

$= a^{3+3+3+3}$ (କେଉଁ ନିୟମର ବ୍ୟବହାର ହୋଇଛି ?)

$= a^{3\times4}$

ଉପରୋକ୍ତ ଉଦାହରଣରୁ ଆମେ ନିମ୍ନ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହେଲେ -

> a ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଏବଂ m ଓ n ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ $\left(a^m\right)^n = a^{mn}$
> ଏହାକୁ **ଘାତରାଶିର ଘାତ ନିୟମ** କୁହାଯାଏ ।

✍ ନିମ୍ନ ଘାତରାଶିର ଘାତକୁ ଏକ ଘାତରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(କ) $\left(7^3\right)^6$ (ଖ) $\left(5^2\right)^3$ (ଗ) $\left(4^3\right)^5$

4.3.4 ସମଘାତାଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ଘାତରାଶିର ଗୁଣନ

(i) $2^3 \times 3^3$ କୁ ଏକ ଘାତରାଶିରେ ପରିଣତ କରିବା ।

$2^3 \times 3^3 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

$= (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3)$

$= (2 \times 3)^3$

$\therefore\ 2^3 \times 3^3 = (2 \times 3)^3$

(ii) $4^4 \times 3^4 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

$= (4 \times 3) \times (4 \times 3) \times (4 \times 3) \times (4 \times 3)$

$= (4 \times 3)^4$

$\therefore\ 4^4 \times 3^4 = (4 \times 3)^4$

(iii) ସେହିପରି a ଓ b ଉଭୟେ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ –

$$a^5 \times b^5 = a \times a \times a \times a \times a \times b \times b \times b \times b \times b$$
$$= (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b)$$
$$= (a \times b)^5$$

$$\therefore\ a^5 \times b^5 = (a \times b)^5$$

ଉପରୋକ୍ତ ଉଦାହରଣରୁ ଆମେ ନିମ୍ନ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହେଲେ –

> a ଓ b ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ,
> $a^m \times b^m = (ab)^m$ (ଯେଉଁଠି m ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା)

ନିମ୍ନ ସମ ଘାତାଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶି ଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳକୁ ଏକ ଘାତ ରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(କ) $5^2 \times 3^2$ (ଖ) $3^3 \times a^3$ (ଗ) $a^4 \times b^4$

(a ଓ b ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା)

ଉଦାହରଣ :

$3^2 \times 5^2$ ଓ $(5^2)^3$ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଟି ବଡ଼ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ :

ପ୍ରଥମ ପ୍ରଣାଳୀ :

$$3^2 \times 5^2 = (3 \times 5)^2$$
$$= (15)^2 = 225$$

ପୁନଶ୍ଚ $(5^2)^3 = 5^{2\times3}$
$$= 5^6 = 15625$$

ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଣାଳୀ :

$3^2 \times 5^2 = 9 \times 25$ ବା 25 ର 9 ଗୁଣ

$$(5^2)^3 = (25)^3$$
$$= 25 \times 25 \times 25$$
$$= 25 \times (25 \times 25)$$

$= 25 \times 625$ ବା 25 ର 625 ଗୁଣ

$\therefore$ $3^2 \times 5^2$ ଅପେକ୍ଷା $(5^2)^3$ ବଡ଼ ।

ଉଦାହରଣ :

$\left[(2^2)^3 \times 3^6\right] \times 5^6$ କୁ ଏକ ଘାତରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

ସମାଧାନ : $\left[(2^2)^3 \times 3^6\right] \times 5^6 = \left[2^{2\times3} \times 3^6\right] \times 5^6$ (ଘାତରାଶିରେ ଘାତ ନିୟମ)

$$= \left[2^6 \times 3^6\right] \times 5^6$$

$= (2 \times 3)^6 \times 5^6$ (ସମ ଘାତାଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶିର ଗୁଣନ ନିୟମ)

$$= 6^6 \times 5^6$$

$= (6 \times 5)^6$ (ସମ ଘାତାଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶିର ଗୁଣନ ନିୟମ)

$$= 30^6$$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 4.2

1. ଘାତାଙ୍କୀୟ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ଘାତରାଶିରେ ପରିଣତ କର।

(କ) $2^3 \times 2^4 \times 2^5$ (ଖ) $6^{15} \div 6^{12}$ (ଗ) $a^3 \times a^7$

(ଘ) 7×7^2 (ଙ) $5^2 \div 5^3$ (ଚ) $2^5 \times 3^5$

(ଛ) $a^4 \times b^5$ (ଜ) $(3^4)^3 \times (2^6)^2$ (ଝ) $(2^{10} \div 2^8) \times 2^3$

2. ସରଳ କରି ଏକ ଘାତରାଶିରେ ପରିଣତ କର।

(କ) $\dfrac{2^3 \times 3^4 \times 4}{3 \times 3^3}$ (ଖ) $\dfrac{3 \times 7 \times 11^8}{21 \times 11^3}$

(ଗ) $\left[(5^2)^3 \times 5^4\right] \div 5^7$ (ଘ) $25^4 \div 5^3$

(ଙ) $\dfrac{3^7}{3^4 \times 3^3}$ (ଚ) $\dfrac{2^4 \times a^5}{4^2 \times a}$

(ଛ) $(2^3 \times 2)^2 \div 2^5$ (ଜ) $\left(\dfrac{a^5}{a^3}\right) \times a^8$

3. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଏକାଧିକ ଘାତରାଶିର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କର।

(କ) 270 (ଖ) 768 (ଗ) 108×192 (ଘ) 729×64

4. ସରଳ କର।

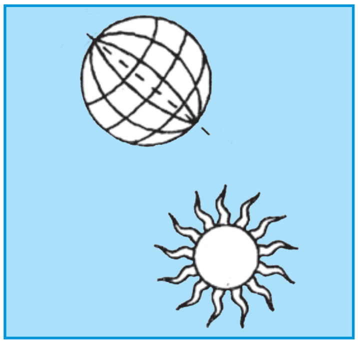
(କ) $\{(4)^2\}^2$ (ଖ) $(6)^3 \div (6)$ (ଗ) $(2)^3 \times (3)^3 \div (6)^3$

(ଘ) $(5)^2 \times (5)^4 \div (5)^2$ (ଙ) $\dfrac{(2^5) \times 7^3}{8^3 \times 7}$ (ଚ) $\dfrac{3^2 \times 10^5 \times 25}{5^3 \times 6^4}$

4.4. ବୈଜ୍ଞାନିକ ପଦ୍ଧତିରେ ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ

ବିଭିନ୍ନ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ 65,000; 125,00,000; 35,00,000,00 ଆଦି ବଡ଼ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ(ଅଧିକ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା) ବ୍ୟବହାର କରୁ । ଏପରିକି କେତେକ ତଥ୍ୟକୁ ମଧ୍ୟ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ହିଁ ପ୍ରକାଶ କରିଥାଉ ।

ଯେପରି -



- ପୃଥିବୀଠାରୁ ସୂର୍ଯ୍ୟର ଦୂରତା ପ୍ରାୟ 149,600,000,000 ମି. ।
- ଆଲୋକର ବେଗ ସେକେଣ୍ଡ ପ୍ରତି ପ୍ରାୟ 300,000,000 ମିଟର।
- ପୃଥିବୀର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ହେଉଛି ପ୍ରାୟ 5,976,000,000,000,000,000,000,000 କି.ଗ୍ରା.

ଏପରି ବଡ଼ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଛୋଟ ଆକାରରେ ଲେଖିଲେ ହିସାବ କରିବା, ମନେ ରଖିବା ଓ ବିଭିନ୍ନ କ୍ଷେତ୍ରରେ ବ୍ୟବହାର କରିବା ସୁବିଧାଜନକ ହୋଇଥାଏ।

ଆସ ଦେଖିବା, ସେଗୁଡ଼ିକୁ କିପରି ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଆକାରରେ ଲେଖାଯାଏ ।

ଏବେ କହ, ଏହିଭଳି ବଡ଼ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ପଢ଼ିବାରେ ସୁବିଧା ହେଉଛି କି ? କାରଣ କ'ଣ କହ ।

ନିମ୍ନ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

$$48 = 4.8 \times 10 = 4.8 \times 10^1$$
$$480 = 4.8 \times 100 = 4.8 \times 10^2$$
$$4800 = 4.8 \times 1000 = 4.8 \times 10^3$$
$$48000 = 4.8 \times 10000 = 4.8 \times 10^4$$

କହିଲ ଦେଖି :
48000000 କୁ ଏହିପରି କିପରି ଲେଖାଯିବ ?

ଏଠାରେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଗୋଟିଏ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ରୂପରେ ଲେଖାଯାଇଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇଛି । ସେ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ –

- ପ୍ରଥମଟି ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଯାହାର ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପୂର୍ବରୁ ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର ଅଙ୍କ ରହିଛି, ଏହା ଫଳରେ ସଂଖ୍ୟାଟି 1 ବା ତା'ଠାରୁ ବଡ଼ କିନ୍ତୁ 10 ଠାରୁ ସାନ ।
- ଅନ୍ୟଟି 10 ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଘାତରାଶି, ଯାହାର ଘାତାଙ୍କ ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ।

ଯଥା : $480 = 4.8 \times 10^2$

480 ↓ ସଂଖ୍ୟା, 4.8 ↓ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା, 10^2 ↓ 10 ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଘାତରାଶି

ଆଉ ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ନେବା ।

130,000,000 ସଂଖ୍ୟାକୁ ଆମେ ନିମ୍ନ ମତେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା ।

$$130,000,000 = 1.3 \times 100000000$$
$$= 1.3 \times 10^8$$

ପୂର୍ବୋକ୍ତ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକରୁ ଦେଖିଲେ ଯେ, ମୂଳ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇଛି । ପ୍ରଥମଟି ହେଉଛି 1 ବା ତା' ଠାରୁ ବଡ଼ ଓ 10 ଠାରୁ ସାନ ଏକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା । ଅନ୍ୟଟି 10 ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଘାତରାଶି ଯାହାର ଘାତାଙ୍କ ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ।

ଉପରୋକ୍ତ ପଦ୍ଧତିରେ ପ୍ରକାଶିତ ସଂଖ୍ୟା ରୂପକୁ ସଂଖ୍ୟାର **ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପ ବା ମାନକ ରୂପ** ଏବଂ ପ୍ରକାଶ ପଦ୍ଧତିଟିକୁ **ବୈଜ୍ଞାନିକ ପଦ୍ଧତି** କୁହାଯାଏ ।

ଆମେ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପ କିପରି ପାଉ ତାହା ନିମ୍ନରେ ଦେଖ ।

3768.2 କୁ ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ।

$$= \frac{3768.2}{1000} \times 1000$$
$$= 3.7682 \times 1000$$
$$= 3.7682 \times 10^3$$

[ଯେହେତୁ ପ୍ରଥମ ଅଂଶଟି 3.7682 ହେବା ଆବଶ୍ୟକ ଏଣୁ 1000 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରାଗଲା । ସଂଖ୍ୟାଟି ନ ବଦଳିବା ଲାଗି 1000 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରାଗଲା ।]

ତେବେ 1,00,000 କୁ କିପରି ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ?

$$\begin{aligned} 1,00,000 &= 1 \times 1,00,000 \\ &= 1.0 \times (10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10) \ [\because 1 = 1.0] \\ &= 1.0 \times 10^5 \end{aligned}$$

ଏଣୁ ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପରେ ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାକୁ 1 ଅଥବା 1 ଓ 10 ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଏକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଭାବେ ନିଆଯାଇପାରେ ।

(ଟୀକା : 1 ଠାରୁ ଖୁବ୍ ସାନ ହୋଇଥିବା ଏକ ଧନାତ୍ମକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା (ଯେପରି 0.0000345) କୁ କିପରି ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ତାହା ପରେ ଜାଣିବ ।)

ଉଦାହରଣ :

ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପ ଦର୍ଶାଅ ।

(କ) 65,950 (ଗ) 5985.3

(ଖ) 34,30,000 (ଘ) 783.14

ସମାଧାନ :

(କ) $65,950 = 6.595 \times 10000 = 6.5950 \times 10^4$

(ଖ) $34,30,000 = 3.43 \times 1000000 = 3.43 \times 10^6$

(ଗ) $5985.3 = 5.9853 \times 1000 = 5.9853 \times 10^3$

(ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁଟି ବାମକୁ ତିନି ସ୍ଥାନ ଘୁଞ୍ଚିଗଲା)

(ଘ) $783.14 = 7.8314 \times 100 = 7.8314 \times 10^2$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 4.3

1. (କ) ଆଲୋକର ବେଗ ସେକେଣ୍ଡ ପ୍ରତି 300,000,000 ମିଟର । ଏହି ବେଗକୁ ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର ।
   (ଖ) ପୃଥିବୀଠାରୁ ଚନ୍ଦ୍ରର ହାରାହାରି ଦୂରତା ପ୍ରାୟ 384000000 ମିଟର । ଉକ୍ତ ଦୂରତାର ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପ ଲେଖ ।
2. ନିମ୍ନରେ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପ ଦିଆଯାଇଛି । ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ଲେଖ ।
   (କ) 9.8×10^4 (ଖ) 1.385×10^7
   (ଗ) 5.15×10^{10} (ଘ) 3.9×10^{11}
3. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉକ୍ତିରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରାମାଣିକ ରୂପ ଲେଖ ।
   (କ) ପୃଥିବୀର ବ୍ୟାସ ପ୍ରାୟ 1,27,56,000 ମିଟର ।
   (ଖ) ସୂର୍ଯ୍ୟର ବ୍ୟାସ ପ୍ରାୟ 1,400,000,000 ମିଟର ।
   (ଗ) ଶନି ଗ୍ରହଠାରୁ ସୂର୍ଯ୍ୟର ଦୂରତା ପ୍ରାୟ 1,433,500,000,000 ମିଟର ।
   (ଘ) ପୃଥିବୀରେ ପ୍ରାୟ 1,353,000,000 ଘନ କି.ମି. ସମୁଦ୍ର ଜଳ ଅଛି ।