ଚଳନ (VARIATION)

ଅଧ୍ୟାୟ
୨

9.1 ଚଳନ (Variation) :

ତୁମେ ତୁମ ପରିବେଶରେ ନାନା ପ୍ରକାର ପରିବର୍ତ୍ତନ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଥିବ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ – ଗୋଟିଏ ଦିନରେ ବିଭିନ୍ନ ସମୟରେ ଗୋଟିଏ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଗଛର ଛାଇର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ଗୋଟିଏ ସହରର ବିଭିନ୍ନ ସମୟରେ ଜନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ, ଗୋଟିଏ ଛାତ୍ରର ବୟସ ସହ ତାହାର ଉଚ୍ଚତାରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଇତ୍ୟାଦି । ସେହିପରି ଆବଶ୍ୟକତା ଦୃଷ୍ଟିରୁ ଗୋଟିଏ ପରିବାରର ଖର୍ଚ୍ଚର ପରିମାଣରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଆଦି ମଧ୍ୟ ତୁମମାନଙ୍କ ଦୃଷ୍ଟିକୁ ଆସିଥିବ । ଆସ ସେଭଳି କେତେକ ପରିସ୍ଥିତି ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

9.1.1 ସଳଖ ଚଳନ (Direct Variation) :

ପରିସ୍ଥିତି - 1 :

5 ଲିଟର କ୍ଷୀରର ଦାମ୍ 100 ଟଙ୍କା ହେଲେ, ଦୁଇ ଦିନରେ ଗୋଟିଏ ପରିବାରରେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବାକୁ ଥିବା 4 ଲିଟର ଓ 6 ଲିଟର କ୍ଷୀରର ଦାମ୍ କେତେ ହେବ ? ଐକିକ ଧାରା ପ୍ରୟୋଗକରି ତୁମେ କହି ପାରିବ – 4 ଲିଟର ଏବଂ 6 ଲିଟର କ୍ଷୀରର ଦାମ୍ ଯଥାକ୍ରମେ 80 ଟଙ୍କା ଓ 120 ଟଙ୍କା ହେବ । ଅର୍ଥାତ୍ କମ୍ ଲିଟର କ୍ଷୀର କିଣିବା ପାଇଁ କମ୍ ମୂଲ୍ୟ ଓ ଅଧିକ ଲିଟର କ୍ଷୀର କିଣିବା ପାଇଁ ଅଧିକ ମୂଲ୍ୟ ଦେବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

ନିମ୍ନ ସାରଣୀକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ସାରଣୀରେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ପରିମାଣ ପାଇଁ କ୍ଷୀରର ଦାମ୍ ଦିଆଯାଇଛି ।

କ୍ଷୀରର ପରିମାଣ (ଲିଟରରେ)	2	3	4	5	6	7	8	9	10
କ୍ଷୀରର ଦାମ୍ (ଟଙ୍କାରେ)	40	60	80	100	120	140	160	180	200

ଏଠାରେ ଆବଶ୍ୟକତା ଦୃଷ୍ଟିରୁ କ୍ଷୀରର ପରିମାଣ ବୃଦ୍ଧି ପାଇଲେ କ୍ଷୀର ପାଇଁ ଦେବାକୁ ପଡୁଥିବା ମୂଲ୍ୟରେ ଆନୁପାତିକ ଭାବେ ବୃଦ୍ଧି ଘଟୁଛି । ସେହିପରି ଆବଶ୍ୟକତା ଅନୁଯାୟୀ କ୍ଷୀରର ପରିମାଣ କମିଗଲେ ବା ହ୍ରାସ ଘଟିଲେ କ୍ଷୀର ପାଇଁ ଦେବାକୁ ପଡୁଥିବା ମୂଲ୍ୟରେ ଆନୁପାତିକ ଭାବେ ହ୍ରାସ ଘଟୁଛି ।

ଏଥିରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ, ଆବଶ୍ୟକ କ୍ଷୀରର ପରିମାଣ ଉପରେ କ୍ଷୀର ପାଇଁ ଦେବାକୁ ପଡୁଥିବା ଟଙ୍କାର ପରିମାଣ ନିର୍ଭର କରୁଥିବାରୁ ଉଭୟକୁ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ **'ଚଳରାଶି'** କୁହାଯାଏ ଏବଂ ଗୋଟିକର ପରିବର୍ତ୍ତନ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରି ଅନ୍ୟଟିର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଉଛି । ରାଶିଦ୍ୱୟର ଏଭଳି ପରିବର୍ତ୍ତନକୁ **'ଚଳନ'** କୁହାଯାଏ ।

ପରିସ୍ଥିତି - 2 :

ସେହିପରି ଅନ୍ୟ ଏକ ପରିସ୍ଥିତି କଥା ଆଲୋଚନା କରିବା । ତୁମେ ବଜାରକୁ ନଡ଼ିଆ କିଣିବାକୁ ଗଲ । ଦୋକାନୀ 4ଟି ନଡ଼ିଆର ମୂଲ୍ୟ 32 ଟଙ୍କା କହିଲା । ସେହି ଦାମ୍‌ରେ ଯଦି ତୁମେ ଏକା ପ୍ରକାର ନଡ଼ିଆ 2ଟି କିଣିବ ତେବେ ତୁମକୁ 16 ଟଙ୍କା ଦେବାକୁ ପଡ଼ିବ କିମ୍ବା 5ଟି ନଡ଼ିଆ କିଣିଲେ ମୂଲ୍ୟ ବାବଦରେ ଦୋକାନୀକୁ 40 ଟଙ୍କା ଦେବାକୁ ପଡ଼ିବ । ଅର୍ଥାତ୍ କମ୍ ସଂଖ୍ୟକ ନଡ଼ିଆ ପାଇଁ କମ୍ ମୂଲ୍ୟ ଓ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ନଡ଼ିଆ ପାଇଁ ଅଧିକ ମୂଲ୍ୟ ଦେବାକୁ ପଡ଼ିଥାଏ ।

ପରିସ୍ଥିତି – 1 ଓ ପରିସ୍ଥିତି –2 କୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କଲେ ଜାଣିବା –

ଦୁଇଟି ରାଶି ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକର ବୃଦ୍ଧି ଘଟିଲେ ଅନ୍ୟଟିର ବୃଦ୍ଧି ହୁଏ ବା ଗୋଟିକର ହ୍ରାସ ଘଟିଲେ ଅନ୍ୟଟିର ହ୍ରାସ ହୁଏ । ରାଶିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଏ ପ୍ରକାର ସମ୍ବନ୍ଧକୁ **ସଳଖ ଚଳନ** କୁହାଯାଏ ।

ନିମ୍ନ ସାରଣୀକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । (ପରିସ୍ଥିତି –2କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର)

ନଡ଼ିଆର ପରିମାଣ (x)	2	5	6	8	9	10
ନଡ଼ିଆର ମୂଲ୍ୟ (y)	16	40	48	64	72	80
$\frac{x}{y}$ ର ମାନ	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

ଏଠାରେ x ର ମାନ ବୃଦ୍ଧି ପାଇଲେ, y ର ମାନ ବୃଦ୍ଧି ପାଏ । କିମ୍ବା x ର ମାନ ହ୍ରାସ ପାଇଲେ y ର ମାନ ହ୍ରାସ ପାଏ । କିନ୍ତୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥଳରେ $\frac{x}{y}$ ର ମାନ ସମାନ ରହେ । ନଡ଼ିଆର ପରିମାଣ x_1 ରୁ x_2 କୁ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହେଲେ ଏହାର ମୂଲ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ y_1 ରୁ y_2 କୁ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୁଏ । ଯେଉଁଠାରେ $\frac{x_1}{y_1}=\frac{x_2}{y_2}=K$ (ଧ୍ରୁବ ରାଶି)

ସାରଣୀରୁ ସୁସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ $K=\frac{1}{8}$

x ଓ y ର ଏ ପ୍ରକାର ଚଳନକୁ **ସଳଖ ଚଳନ (Direct Variation)** କୁହାଯାଏ ।

ଏହାକୁ ଆମେ ଲେଖିବା $x \propto y$ ଏବଂ ପଢ଼ିବା 'x varies directly as y' ।

ମନେରଖ : $x \propto y \Rightarrow x = Ky \Rightarrow \frac{x}{y} = K$ ଏବଂ $\frac{x}{y} = \frac{x_1}{y_1}=\frac{x_2}{y_2}=K$

ନିଜେ କର

1. ନିମ୍ନସ୍ଥ ସାରଣୀକୁ ଦେଖି x ଓ y ଚଳରାଶିଦ୍ୱୟ ସଳଖ ଚଳନରେ ଅଛନ୍ତି କି ନାହିଁ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

(a)

x	20	17	14	11	8	5	2
y	40	34	28	22	16	10	4

(b)

x	6	10	14	18	22	26	30
y	4	8	12	16	20	24	28

(c)

x	5	8	12	15	18	20
y	15	24	36	60	72	100

ସୂଚନା : ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ $\frac{x}{y}$ ର ମାନ ସ୍ଥିର କର ।

2. x ଓ y ଚଳରାଶି ଦ୍ୱୟ ସଳଖ ଚଳନରେ ଥିଲେ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରୁ p ଓ q ର ମାନ ସ୍ଥିର କର ।

x	5	P	10
y	8	32	q

ସୂଚନା : $\frac{x_1}{y_1}=\frac{x_2}{y_2}=\frac{x_3}{y_3}=k$ ସୂତ୍ର ସାହାଯ୍ୟରେ p ଓ q ର ମାନ ସ୍ଥିର କର ।

ଉଦାହରଣ– 1 : ଚାଉଳ କିଲୋଗ୍ରାମ୍ ପ୍ରତି 3 ଟଙ୍କା । ପରିବାରର ଲୋକସଂଖ୍ୟା ଅନୁଯାୟୀ ପରିବାରର ମୁଖ୍ୟ ଏକ ସପ୍ତାହ ପାଇଁ ଚାଉଳ କିଣିଲେ । ଚାଉଳ ପରିମାଣ 7 କି.ଗ୍ରା., 14 କି.ଗ୍ରା., 21 କି.ଗ୍ରା. ଓ 28 କି.ଗ୍ରା. କିଣିବା ପାଇଁ କେତେ କେତେ ମୂଲ୍ୟ ଦେବାକୁ ପଡ଼ିବ ?

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ ଏକ କିଲୋଗ୍ରାମ୍ ଚାଉଳର ମୂଲ୍ୟ 3 ଟଙ୍କା । $\therefore x_1 = 1$ ଓ $y_1 = 3$

ପୁନଶ୍ଚ x_2 ଓ y_2 ର ମୂଲ୍ୟ ସ୍ଥିର କରିବାକୁ ହେବ ।

ସୂତ୍ର ଅନୁଯାୟୀ $\frac{x_1}{y_1}=\frac{x_2}{y_2}$

ଅର୍ଥାତ୍ $x_1y_2 = x_2y_1 \Rightarrow y_2 = \frac{x_2y_1}{x_1} = \frac{7 \times 3}{1} = 21$

$\therefore$ 7 କି.ଗ୍ରା. ଚାଉଳର ମୂଲ୍ୟ 21 ଟଙ୍କା ।

ସୂଚନା : ଚଳନର ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗ କରି କିଲୋଗ୍ରାମ୍ ପ୍ରତି 3 ଟଙ୍କା ଦରରେ ତୁମେ 14 କି.ଗ୍ରା.,14 କି.ଗ୍ରା., 21 କି.ଗ୍ରା. ଓ 28 କି.ଗ୍ରା. ଚାଉଳର ମୂଲ୍ୟ ସ୍ଥିର କରିପାରିବ । ନିମ୍ନ ସାରଣୀର ସାହାଯ୍ୟ ନିଅ ।

ଚାଉଳର ପରିମାଣ (x) (କି.ଗ୍ରା.ରେ)	1	7	14	21	28
ଚାଉଳର ମୂଲ୍ୟ (y) (ଟଙ୍କାରେ)	3	21	42	63	84
$\frac{x}{y}$ ର ମାନ	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

ଏଠାରେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର : ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ $\frac{x}{y} = \frac{1}{3}$

ଉଦାହରଣ - 2: 3 ମିଟର ସାର୍ଟ କନାର ଦାମ୍ 63 ଟଙ୍କା ହେଲେ, ସେହି କନାରୁ 4 ମିଟର, 6 ମିଟର କନା ଆଣିଲେ କନା ପାଇଁ କେତେ ଟଙ୍କା ଦେବାକୁ ହେବ ?

ସମାଧାନ : (i) 3 ମିଟର କନାର ଦାମ୍ 63 ଟଙ୍କା । (x = କନାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, y = କନାର ମୂଲ୍ୟ)

$x_1 = 3$ ଓ $y_1 = 63$ ଏବଂ $x_2 = 4$ ହେଲେ y_2 ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

ଚଳନ ସୂତ୍ର ଅନୁଯାୟୀ : $\frac{x_1}{y_1}=\frac{x_2}{y_2}$ ବା $y_2 = \frac{x_2 y_1}{x_1} = \frac{4 \times 63}{3} = 84$

$\therefore$ 4 ମିଟର ସାର୍ଟ କନାର ଦାମ୍ 84 ଟଙ୍କା ।

(ii) ସେହିପରି $x_1 = 3, y_1 = 63, x_2 = 6$ ହେଲେ y_2 ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

ଚଳନ ସୂତ୍ର ଅନୁଯାୟୀ : $\frac{x_1}{y_1}=\frac{x_2}{y_2} \Rightarrow y_2 = \frac{x_2 y_1}{x_1} = \frac{6 \times 63}{3} = 126$

$\therefore$ 6 ମିଟର ସାର୍ଟ କନାର ଦାମ୍ 126 ଟଙ୍କା ହେବ ।

(iii) $x_1 = 3, y_1 = 63, x_2 = 8$ ହେଲେ y_2 ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

ଚଳନସୂତ୍ର ଅନୁଯାୟୀ : $\frac{x_1}{y_1}=\frac{x_2}{y_2} \Rightarrow x_1 y_2 = x_2 y_1 \Rightarrow y_2 = \frac{x_2 y_1}{x_1} = \frac{8 \times 63}{3} = 168$

$\therefore$ 8 ମିଟର ସାର୍ଟ କନାର ଦାମ୍ 168 ଟଙ୍କା ହେବ ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 9(a)

1. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ଯେପରି $\frac{x}{y} = k$ (ସ୍ଥିରାଙ୍କ) ଏବଂ $k = \frac{1}{2}$

କମଳାର ସଂଖ୍ୟା (x)	5			9			7	
କମଳାର ମୂଲ୍ୟ ଟଙ୍କାରେ (y)	10	16	8		36	20		26

2. ଚଳନ ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗରେ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

(a) 3 ଟି କଞ୍ଚା କଦଳୀର ଦାମ୍ 15 ଟଙ୍କା ହେଲେ,

(i) 12 ଟି କଞ୍ଚା କଦଳୀର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ? (ii) 25 ଟଙ୍କାରେ କେତୋଟି କଦଳୀ ମିଳିବ ?

(b) ଜଣେ ଶ୍ରମିକର ଦୈନିକ ମଜୁରି 140 ଟଙ୍କା ହେଲେ,

(i) ତାହାର 5 ଦିନର ମଜୁରି କେତେ ?

(ii) 840 ଟଙ୍କା ମଜୁରି ପାଇଁ ସେ କେତେ ଦିନ କାମ କରିବ ?

3. ସମାନ ଆକାରର 3 ଟି ମହମବତୀର ଦାମ୍ 24 ଟଙ୍କା ହେଲେ, 120 ଟଙ୍କାରେ ସେହି ଆକାରର କେତୋଟି ମହମବତୀ ମିଳିବ ?

4. 6 ଟି ଖାତାର ମୂଲ୍ୟ 90 ଟଙ୍କା । ସେହି ଆକାରର 15 ଟି ଖାତାର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ? 75 ଟଙ୍କାରେ କେତୋଟି ଖାତା ମିଳିବ ?

5. ବଜାରରେ 2 କି.ଗ୍ରା. ଆଳୁର ଦାମ୍ 9 ଟଙ୍କା । ତେବେ 5 କି.ଗ୍ରା. ଆଳୁର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ? 27 ଟଙ୍କାରେ କେତେ ପରିମାଣ ଆଳୁ ମିଳିବ ?

6. ଗୋଟିଏ ସ୍କୁଟର 3 ଘଣ୍ଟାରେ 120 କି.ମି. ବାଟ ଯାଇପାରେ । ସେହି ବେଗରେ ୫ ଘଣ୍ଟାରେ କେତେ ବାଟ ଯିବ ଏବଂ ସେହି ବେଗରେ 200 କି.ମି. ବାଟ ଯିବାକୁ କେତେ ସମୟ ଲାଗିବ ?

7. କୁକୁଡ଼ା ଅଣ୍ଡା ଡଜନ 15 ଟଙ୍କା ହେଲେ, 6 ଟି ଅଣ୍ଡାର ଦାମ୍ କେତେ ? 10 ଟଙ୍କାରେ କେତୋଟି ଅଣ୍ଡା ମିଳିବ ?

8. 15 କି.ମି. ବସ୍‌ରେ ଯିବା ପାଇଁ 2 ଟଙ୍କା 25 ପଇସା ଭଡ଼ା ଲାଗେ । ସେହି ବସ୍‌ରେ ୫0 କି.ମି. ବାଟ ଯିବାକୁ କେତେ ଭଡ଼ା ପଡ଼ିବ ?

9. ଗୋଟିଏ ସ୍କୁଟର 45 କି.ମି. ବାଟ ଯିବାରେ 1 ଲିଟର ପେଟ୍ରୋଲ୍ ଆବଶ୍ୟକ କରେ । ସେହି ସ୍କୁଟରରେ 225 କି.ମି. ବାଟ ଯିବାକୁ କେତେ ପେଟ୍ରୋଲ୍ ଆବଶ୍ୟକ ?

10. ଗୋଟିଏ ପରିବାରର ଏକ ସପ୍ତାହର ଖାଇବା ଖର୍ଚ୍ଚ 1050 ଟଙ୍କା । ଉକ୍ତ ପରିବାରର ସଦସ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ହେଲେ, 2009 ମସିହା ଫେବୃୟାରୀ ମାସର ଖାଇବା ଖର୍ଚ୍ଚ କେତେ ହେବ ?

11. 5 ଲିଟର ଖାଇବା ତେଲର ମୂଲ୍ୟ 300 ଟଙ୍କା ହେଲେ, ମାସକୁ 12 ଲିଟର ତେଲ ଖର୍ଚ୍ଚ କରୁଥିବା ଛାତ୍ରାବାସର ମାସିକ ତେଲ ବାବଦରେ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ଦେବାକୁ ପଡ଼ିବ ?

12. 50 ଟି ଖବର କାଗଜ ବିକିଲେ ଜଣେ ବିକ୍ରେତା 18 ଟଙ୍କା କମିଶନ୍ ପାଆନ୍ତି । ସେ କେତୋଟି କାଗଜ ବିକିଲେ 54 ଟଙ୍କା କମିଶନ୍ ପାଇବେ ? 300 ଟି ଖବର କାଗଜ ବିକିଲେ ତାଙ୍କୁ କେତେ କମିଶନ ମିଳିବ ?

9.2 ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ (Inverse Variation)

ଯଦି ଦୁଇଟି ରାଶି ମଧ୍ୟରେ ସଳଖ ଚଳନର ସମ୍ବନ୍ଧ ରହିଥାଏ, ତେବେ ଗୋଟିକର ବୃଦ୍ଧି ହେଲେ ଅନ୍ୟଟିର ବୃଦ୍ଧି ହୁଏ ବା ଗୋଟିକର ହ୍ରାସ ହେଲେ ଅନ୍ୟଟିର ହ୍ରାସ ହୁଏ । କିନ୍ତୁ ଏପରି କେତେ ରାଶି ଅଛନ୍ତି; ଯେଉଁଠି ଗୋଟିକର ବୃଦ୍ଧି ଅନ୍ୟଟିର ହ୍ରାସର କାରଣ ହୋଇଥାଏ ବା ଗୋଟିକର ହ୍ରାସ, ଅନ୍ୟଟିର ବୃଦ୍ଧିର କାରଣ ହୋଇଥାଏ । ଏଥିପାଇଁ କେତେକ ପରିସ୍ଥିତି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ପରିସ୍ଥିତି - 3 :

ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି 60 କି.ମି. ବେଗରେ ଯାଉଥିବା ଗୋଟିଏ ମଟରଗାଡ଼ି 1200 କି.ମି. ପଥ ଅତିକ୍ରମ କରିବା ପାଇଁ 20 ଘଣ୍ଟା ସମୟ ନିଏ । ତେବେ 40 କି.ମି. ପ୍ରତି ଘଣ୍ଟା ବେଗରେ ଯାଉଥିବା ଉକ୍ତ ଗାଡ଼ିଟି ସେହି ପଥ ଅତିକ୍ରମ କରିବା ପାଇଁ କେତେ ସମୟ ନେବ ?

ଏଠାରେ ତୁମର ଉତ୍ତର ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ 30 ଘଣ୍ଟା ହେବ । ଏଥିରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ହେବ ଯେ, ଗାଡ଼ିଟିର ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି ବେଗ କମିବାରୁ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପଥ ଅତିକ୍ରମ କରିବା ପାଇଁ ବେଶି ସମୟ ଲାଗିବ ।

ନିମ୍ନ ସାରଣୀକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର । ମଟରଗାଡ଼ିର ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି ବେଗର ପରିବର୍ତ୍ତନରେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପଥ ଅତିକ୍ରମ କରିବା ପାଇଁ ଲାଗୁଥିବା ସମୟକୁ ଉକ୍ତ ସାରଣୀରେ ସୂଚାଯାଇଛି ।

ମଟରଗାଡ଼ିର ବେଗ (କି.ମି. / ଘଣ୍ଟା)	60	50	40	30	20	10
1200 କି.ମି. ପଥ ଅତିକ୍ରମ କରିବା ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ସମୟ (ଘଣ୍ଟାରେ)	20	24	30	40	60	120

ଉକ୍ତ ସାରଣୀରୁ ସୁସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ, ଗାଡ଼ିର ବେଗ ବୃଦ୍ଧି ଘଟିଲେ ପଥ ଅତିକ୍ରମ କରିବାର ଆବଶ୍ୟକ ସମୟର ହ୍ରାସ ଘଟୁଛି ଏବଂ ବେଗର ହ୍ରାସ ଘଟିଲେ ଅତିକ୍ରାନ୍ତ ସମୟର ବୃଦ୍ଧି ଘଟୁଛି ।

ଦତ୍ତ ଚଳରାଶି ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ବନ୍ଧକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଚଳରାଶି ଦ୍ୱୟକୁ ସୂଚାଉ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ ସମାନ ହେଉଛି । ଅର୍ଥାତ୍ $60 \times 20 = 50 \times 24 = 40 \times 30 = ... = 1200$

ପରିସ୍ଥିତି - 4 :

ଅନ୍ୟ ଏକ ପରିସ୍ଥିତି ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ଗୋଟିଏ କାମକୁ 8 ଜଣ ଲୋକ 3 ଦିନରେ ଶେଷ କରନ୍ତି । ସେହି କାମକୁ 6 ଜଣ ଲୋକ, 4 ଜଣ ଲୋକ ଓ 2 ଜଣ ଲୋକ କେତେ କେତେ ଦିନରେ ଶେଷ କରିପାରିବେ ? ତୁମର ଉତ୍ତର ହେବ 6 ଜଣ, 4 ଜଣ, 2 ଜଣ ଲୋକ ଉକ୍ତ କାମକୁ ଯଥାକ୍ରମେ 4 ଦିନ, 6 ଦିନ ଓ 12 ଦିନରେ ଶେଷ କରିପାରିବେ ।

ଏଠାରେ ଚଳରାଶି ଦ୍ୱୟ (ଲୋକସଂଖ୍ୟା ଓ ଆବଶ୍ୟକ ଦିନ ସଂଖ୍ୟା) ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକର ବୃଦ୍ଧି / ହ୍ରାସ, ଅନ୍ୟଟିର ହ୍ରାସ/ବୃଦ୍ଧି ଘଟାଇବାର କାରଣ ହେଉଛି ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ସାରଣୀରେ ଉପସ୍ଥାପନ କଲେ ପାଇବା –

ଲୋକସଂଖ୍ୟା (x)	8	6	3	2
ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କାର୍ଯ୍ୟସମାପନ ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ସମୟ (ଦିନରେ) (y)	3	4	8	12
$x \times y$	24	24	24	24

ରାଶିଦ୍ୱୟ x ଓ y ହେଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ $xy = 24$, ଅର୍ଥାତ୍ $xy = K$ (ଧ୍ରୁବସଂଖ୍ୟା)

ଉପରୋକ୍ତ ଦୁଇଟି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୋଟିଏ ରାଶିର ବୃଦ୍ଧି ଘଟିଲେ ଅନ୍ୟ ରାଶିର ହ୍ରାସ ଘଟେ ବା ପ୍ରଥମ ରାଶିର ହ୍ରାସ ହେଲେ ଦ୍ୱିତୀୟ ରାଶିର ବୃଦ୍ଧି ଘଟେ । ଚଳରାଶିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଏହି ସମ୍ବନ୍ଧକୁ **ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ (Inverse Variation)** କୁହାଯାଏ । ଏପରି ଅନେକ ଉଦାହରଣ ନିଆଯାଇପାରେ ।

ଯଦି x ଓ y ଚଳରାଶି ହୁଅନ୍ତି ଏ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆମେ ଲେଖୁ $x \propto \frac{1}{y}$ ଏବଂ ଆମେ ପଢ଼ୁ "x varies inversely as y'

ମନେରଖ : ଯଦି $x \propto \frac{1}{y}$ ହୁଏ, ତେବେ $x = \frac{K}{y}$ ବା $xy = K$ ହେବ ।

x ର ମାନ x_1 ରୁ x_2 କୁ ଏବଂ y ର ମାନ y_1 ରୁ y_2 କୁ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହେଲେ, ଉପରୋକ୍ତ ସମ୍ବନ୍ଧ ଅନୁଯାୟୀ

$xy = x_1y_1 = x_2y_2 = K$ ଅଥବା $x_1y_1 = x_2y_2$ ହେବ ।

ନିଜେ କର

1. ନିମ୍ନସ୍ଥ ସାରଣୀକୁ ଦେଖି x ଓ y ଚଳରାଶିଦ୍ୱୟ ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନରେ ଅଛନ୍ତି କି ନାହିଁ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

(a)

x	50	40	30	20
y	5	6	7	8

(b)

x	100	200	300	400
y	60	30	20	15

(c)

x	90	60	45	30	20	5
y	10	15	20	25	30	35

ସୂଚନା : ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ xy ର ମାନ ସ୍ଥିର କର ।

2. x ଓ y ଚଳରାଶି ଦ୍ୱୟ ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ । ନିମ୍ନ ସାରଣୀରୁ p ଓ q ର ମାନ ସ୍ଥିର କର ।

x	6	5	q
y	80	P	24

ସୂଚନା : $x_1y_1 = x_2y_2 = x_3y_3 = k$ ସୂତ୍ର ସାହାଯ୍ୟରେ p ଓ q ର ମାନ ସ୍ଥିର କର ।

ଉଦାହରଣ –3 : ଗୋଟିଏ ଛାତ୍ରାବାସରେ 20 ଜଣଙ୍କ ପାଇଁ 15 ଦିନର ଖାଦ୍ୟ ଥିଲା । ସେହି ଖାଦ୍ୟରେ 30 ଜଣ ଛାତ୍ର କେତେ ଦିନ ଚଳିବେ ?

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ $x_1 = 20$ ଜଣ $y_1 = 15$ ଦିନ

$x_2 = 30$ ଜଣ y_2 ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ

ଏଠାରେ ଚଳରାଶିଦ୍ୱୟ ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ । ଅର୍ଥାତ୍

ଏଠାରେ $x \propto \frac{1}{y}$ । ତେଣୁ ସୂତ୍ର ଅନୁସାରେ $x_1y_1 = x_2y_2 \Rightarrow 20 \times 15 = 30\, y_2 \Rightarrow y_2 = \frac{20 \times 15}{30} = 10$

ଅର୍ଥାତ୍ ଉକ୍ତ ଖାଦ୍ୟରେ 30 ଜଣ ଛାତ୍ରଙ୍କର 10 ଦିନ ଚଳିଯିବ ।   (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ –4 : ଗୋଟିଏ ନାଳ ଖୋଳିବାକୁ 12 ଜଣ ମୂଲିଆ 10 ଦିନ ସମୟ ନିଅନ୍ତି । ସେହି ନାଳଟିକୁ 4 ଦିନରେ ଖୋଳିବା ପାଇଁ କେତେ ମୂଲିଆ ଆବଶ୍ୟକ ?

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ $x_1 = 12$ ଜଣ, $y_1 = 10$ ଦିନ (ସମୟ)

$y_2 = 4$ ଦିନ ହେଲେ x_2 ର ମାନ ସ୍ଥିର କରିବାକୁ ହେବ ।

ଏଠାରେ ଚଳ ରାଶିଦ୍ୱୟ ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ । ଅର୍ଥାତ୍ $x \propto \frac{1}{y}$

ସୂତ୍ର ଅନୁଯାୟୀ, $x_1y_1 = x_2y_2 \Rightarrow x_2 = \frac{x_1y_1}{y_2} = \frac{12 \times 10}{4} = 30$

$\therefore$ ନାଳଟିକୁ 4 ଦିନରେ ଖୋଳିବା ପାଇଁ 30 ଜଣ ମୂଲିଆ ଆବଶ୍ୟକ ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 9(b)

1. ନିମ୍ନ ଚଳ ରାଶିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କେଉଁଟି ସଳଖ ଚଳନ ଓ କେଉଁଟି ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ?

(i) କମଳା ସଂଖ୍ୟା x ଓ ତାହାର ମୂଲ୍ୟ y ଟଙ୍କା ।

(ii) ପାରିଶ୍ରମିକ x ଟଙ୍କା ଓ ଶ୍ରମ ସମୟ y ଦିନ ।

(iii) ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିବା ସମୟ x ଘଣ୍ଟା ଓ ବେଗ y କି.ମି. ପ୍ରତି ଘଣ୍ଟା ।

(iv) ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କାମ ସମ୍ପନ୍ନ କରୁଥିବା ଶ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା x ଓ ଶ୍ରମ ସମୟ y ଘଣ୍ଟା ।

(v) ସମାନ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଆୟତାକାର କ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ମିଟର ଓ ପ୍ରସ୍ଥ y ମିଟର ।

(vi) ଗୋଟିଏ ଘର ରଙ୍ଗ କରିବା ପାଇଁ ଶ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା x ଓ କାର୍ଯ୍ୟ ଶେଷ କରିବା ପାଇଁ ସମୟ y ଦିନ ।

(vii) ଗୋଟିଏ ମହମବତୀ ଦୈନିକ x ଘଣ୍ଟା ଜଳିଲେ y ଦିନ ଯାଏ ।

2. ଗୋଟିଏ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କାର୍ଯ୍ୟ ସମାପନ ପାଇଁ ନିମ୍ନ ସାରଣୀର ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନଗୁଡ଼ିକ ପୂରଣ କର ।

ଶ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା (x)	20	15		30	
ଦିନ ସଂଖ୍ୟା (y)	6		12		3
xy = K					

3. ଦତ୍ତ ସାରଣୀମାନଙ୍କରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନର ଅନ୍ତର୍ଗତ ?

(i)

x	12	8	32
y	16	24	6

(ii)

x	5	10	15	20
y	8	16	24	32

(iii)

x	7	9	11	13
y	56	72	88	104

(iv)

x	30	40	20	24
y	12	9	18	15

4. ଗୋଟିଏ ଶ୍ରେଣୀଗୃହରେ 30 ଜଣ ଛାତ୍ର ବସିଲେ ଜଣ ପିଛା 4 ବର୍ଗମିଟର ସ୍ଥାନ ମିଳେ । ଯଦି ସେହି ଶ୍ରେଣୀରେ ଆଉ 15 ଜଣ ଛାତ୍ର ନାମ ଲେଖାଇଥାନ୍ତି, ତେବେ ଜଣ ପିଛା କେତେ ବର୍ଗମିଟର ସ୍ଥାନ କମିଯିବ ?

5. ଗୋଟିଏ ସ୍କୁଲ୍ ଘର ରଙ୍ଗ କରିବା ପାଇଁ 6 ଜଣ ଶ୍ରମିକ 15 ଦିନ ନିଅନ୍ତି । ତେବେ କାମଟି 5 ଦିନରେ ଶେଷ କରିବା ପାଇଁ କେତେ ଅଧିକ ଶ୍ରମିକ ଆବଶ୍ୟକ ?

6. ଅଂଶୁମାନର ଜନ୍ମ ଦିନରେ ତାହାର 6 ଜଣ ସାଙ୍ଗ ଆସିଥିଲେ । ପ୍ରତି ସାଙ୍ଗ ପାଇଁ 10 ଟି ଲେଖାଏଁ ଚକୋଲେଟ୍‌ର ବ୍ୟବସ୍ଥା ଥିଲା । କିନ୍ତୁ ତା'ର ଆଉ 4 ଜଣ ଅଧିକ ସାଙ୍ଗ ଆସି ପହଞ୍ଚିଲେ । ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ କେତୋଟି କରି ଚକୋଲେଟ୍ ପାଇବେ ?

7. ଗୋଟିଏ କାର୍ଯ୍ୟର ଅର୍ଦ୍ଧେକକୁ 12 ଜଣ ଶ୍ରମିକ 15 ଦିନରେ ଶେଷ କରନ୍ତି । ପୂରା କାମଟିକୁ 30 ଜଣ ଶ୍ରମିକ କେତେ ଦିନରେ ଶେଷ କରିବେ ?

8. ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିମାଣ ବୁନ୍ଦିରେ 50 ପଇସା ମୂଲ୍ୟର 100 ଟି ମିଠାଇ ତିଆରି ହୁଏ । ତେବେ ସେହି ବୁନ୍ଦିରେ ଦୁଇଟଙ୍କା ମୂଲ୍ୟର କେତୋଟି ମିଠାଇ ତିଆରି ହେବ ?

9. ସମାନ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ତିନୋଟି ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 24, 12, ଓ 8 ମିଟର ହେଲେ, (i) ସେମାନଙ୍କର ଅନ୍ୟ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସ୍ଥିର କର । (ii) ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ର ତିନୋଟିର ପ୍ରସ୍ଥମାନଙ୍କର ଅନୁପାତ ସ୍ଥିର କର । ପ୍ରଥମ ପ୍ରଶ୍ନର ଏକାଧିକ ଉତ୍ତର ସମ୍ଭବ କି ? ଯଦି ସମ୍ଭବ, କାହିଁକି ?

10. ଗୋଟିଏ ବନ୍ୟା ଆଶ୍ରୟ ସ୍ଥଳରେ 120 ଜଣ ଲୋକଙ୍କ ପାଇଁ 9 ଦିନର ଚୁଡ଼ା ଓ ଗୁଡ଼ର ବ୍ୟବସ୍ଥା ଥିଲା । ସେଠାକୁ ଆଶ୍ରୟ ନେବା ପାଇଁ 180 ଜଣ ଲୋକ ଆସିଲେ । ସେହି ଖାଦ୍ୟ ସେମାନଙ୍କର କେତେ ଦିନ ଯିବ ?

11. ରବି ସାଇକେଲ୍‌ରେ 10 କି.ମି. ପ୍ରତି ଘଣ୍ଟା ବେଗରେ ଯାଇ ସ୍କୁଲ୍‌ରେ 12 ମିନିଟ୍‌ରେ ପହଞ୍ଚେ । ସେ ତାହାର ଘଣ୍ଟାପ୍ରତି ବେଗ ଆଉ 2 କି.ମି. ବଢ଼ାଇଲେ ସ୍କୁଲ୍‌ରେ କେତେ ସମୟରେ ପହଞ୍ଚିବ ? ଘରଠାରୁ ତାହାର ସ୍କୁଲ୍ କେତେ ବାଟ ?

9.3 ଯୌଥ ଚଳନ (Joint Variation) :

ଯୌଥ ଚଳନର ସଂଜ୍ଞା ଲେଖିବା ଆଗରୁ ଆମେ ଏକ ପରିସ୍ଥିତିରୁ କିଛି ଅଭିଜ୍ଞତା ହାସଲ କରିବା ।

ପରିସ୍ଥିତି - 5 :

ମନେକର ଏକ ଆୟତ ଚିତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ l ଏକକ, ପ୍ରସ୍ଥ b ଏକକ ଓ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ A ବର୍ଗ ଏକକ । $\therefore lb = A$

(i) bର ମାନକୁ ସ୍ଥିର ରଖାଯାଉ । ଏହି ପରିସ୍ଥିତିରେ l ର ମାନ ବୃଦ୍ଧି ଘଟିଲେ, A ର ମାନ ବୃଦ୍ଧିହୁଏ ।

l ର ମାନ ହ୍ରାସ ହେଲେ A ର ମାନର ହ୍ରାସ ଘଟେ । ତେଣୁ A (କ୍ଷେତ୍ରଫଳ) ଓ l (ଦୈର୍ଘ୍ୟ) ସଳଖ ଚଳନରେ ରହୁଛନ୍ତି । ଏହାକୁ ସଂକେତ ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କଲେ ଆମେ ଲେଖିବା : $A \propto l$ **(ଯେତେବେଳେ b ସ୍ଥିର ରହେ)**

(ii) ବର୍ତ୍ତମାନ l ର ମାନକୁ ସ୍ଥିର ରଖିଲେ, ଆମେ ଦେଖିବା A ର ମାନ ବଢ଼ିବ ଯଦି b ର ମାନ ବଢ଼େ ଏବଂ A ର ମାନ କମିବ ଯଦି b ର ମାନ କମିବ, ଏଣୁ A ଓ b ସଳଖ ଚଳନର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ।

ସଂକେତ ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କଲେ, ଆମେ ଲେଖିବା, $A \propto b$ **(ଯେତେବେଳେ l ସ୍ଥିର ରହେ)**

(iii) ଯଦି l ଓ b ଉଭୟେ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୁଅନ୍ତି ତେବେ A ର ମଧ୍ୟ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଘଟିବ । A, l ଓ b ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଏହି ସମ୍ବନ୍ଧକୁ ଯୌଥ ଚଳନ କୁହାଯାଏ । ସଂକେତ ମାଧ୍ୟମରେ ଏହାକୁ ନିମ୍ନମତେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ।

$A \propto lb$ **(ଯେତେବେଳେ l ଓ b ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ)**

ନିଜେ କର : 15 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ 12 ସେ.ମି. ପ୍ରସ୍ଥ ବିଶିଷ୍ଟ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଉପରୋକ୍ତ ଚଳନଗୁଡ଼ିକର ସତ୍ୟତା ନିରୂପଣ କରିବାର ଚେଷ୍ଟା କର ।

ଆସ ଆମେ ଉପରୋକ୍ତ (i), (ii) ଓ (iii) ରେ ଉପସ୍ଥାପିତ ଧାରଣାକୁ ଆଉ ଏକ ଦିଗରୁ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରିବା ।

(iv) A ର ମୂଲ୍ୟକୁ ସ୍ଥିର ରଖାଯାଉ, ଯେହେତୁ $l = \frac{A}{b}$, ପ୍ରସ୍ଥ (b) କୁ ବୃଦ୍ଧି କଲେ ଦୈର୍ଘ୍ୟ (l) ହ୍ରାସ ପାଏ ଏବଂ ପ୍ରସ୍ଥ (b) ହ୍ରାସ ପାଇଲେ, ଦୈର୍ଘ୍ୟ (l) ବୃଦ୍ଧିପାଏ, ଏଣୁ l ଓ b ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ।

ଏହାକୁ ସଂକେତ ମାଧ୍ୟମରେ ଆମେ ଲେଖିବା, $l \propto \frac{1}{b}$ **(ଯେତେବେଳେ A ର ମୂଲ୍ୟ ସ୍ଥିର)**

(v) ପୁନଶ୍ଚ ପ୍ରସ୍ଥ (b) କୁ ସ୍ଥିର ରଖିଲେ, ଦୈର୍ଘ୍ୟ (l)ର ହ୍ରାସ (ବୃଦ୍ଧି) କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (A) ର ହ୍ରାସ (ବୃଦ୍ଧି) ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ ।

ଏହି ପରିସ୍ଥିତିକୁ ଆମେ ସଂକେତ ମାଧ୍ୟମରେ ଲେଖିବା, $l \propto A$ **(ଯେତେବେଳେ b ର ମାନ ସ୍ଥିର)**

(vi) ଯଦି କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (A) ଓ ପ୍ରସ୍ଥ (b) ଉଭୟେ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୁଅନ୍ତି, ତେବେ ଦୈର୍ଘ୍ୟ (l) ର ମଧ୍ୟ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଘଟେ ।

A ର ମାନ ବୃଦ୍ଧି ଓ b ର ମାନ ହ୍ରାସ ହେଲେ, l ର ମାନ ବୃଦ୍ଧି ହୁଏ । ସେହିପରି A ର ମାନ ହ୍ରାସ ଓ b ର ମାନ ବୃଦ୍ଧି ହେଲେ l ର ମାନ ହ୍ରାସ ହୁଏ ।

ଏହି ପରିସ୍ଥିତିକୁ ଆମେ ନିମ୍ନ ସଂକେତ ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କରିଥାଉ ।

$l \propto \frac{A}{b}$ **(ଯେତେବେଳେ A ଓ b ଉଭୟ ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ)**

l, A ଓ b ର ଏହି ସମ୍ବନ୍ଧ ମଧ୍ୟ ଏକ ଯୌଥ ଚଳନ ଅଟେ । ଏହି ପ୍ରକାର ଯୌଥଚଳନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସବିଶେଷ ବିବରଣୀ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଶ୍ରେଣୀମାନଙ୍କରେ ପାଇ ପାରିବ ।

ସଂଜ୍ଞା : ତିନି ବା ତତୋଧିକ ଅଣଶୂନ୍ୟ ଚଳରାଶି ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ରାଶି ଅନ୍ୟ ରାଶିମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ସହିତ ସଳଖ ଚଳନରେ ରହିଲେ, ପ୍ରଥମ ରାଶିଟି ଅନ୍ୟ ରାଶିମାନଙ୍କ ସହ ଯୌଥ ଚଳନରେ ରହିବ ।

ମନେକର x, y ଓ z ତିନୋଟି ଅଣଶୂନ୍ୟ ଚଳରାଶି ।

(i) ଯଦି $x \propto y$ (z ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ) ଓ $x \propto z$ (y ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ), ତେବେ $x \propto yz$ (y ଓ z ଉଭୟ ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ) ଏକ୍ଷେତ୍ରରେ x, y ଓ z ସହିତ ଯୌଥ ଚଳନରେ ରହୁଛି ବୋଲି କହିବା ।

(ii) ଯଦି $x \propto y$ (z ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ) ଏବଂ $x \propto \frac{1}{z}$ (y ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ) ତେବେ, $x \propto \frac{y}{z}$ (y ଓ z ଉଭୟେ ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ) ଏହା ମଧ୍ୟ x ସହିତ y ଓ z ଏକ ଯୌଥ ଚଳନ ।

ମନେରଖ :

ଯଦି x_1 ଓ x_2, x ର ଦୁଇଟି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାନ y_1 ଓ y_2, y ର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାନ ଏବଂ z_1, ଓ z_2, z ର ଦୁଇଟି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାନ ହୁଏ

ଯୌଥଚଳନ $x \propto yz$ ପାଇଁ $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} \times \frac{z_1}{z_2}$ ହେବ । ...... ସୂତ୍ର (1)

ଯୌଥଚଳନ $x \propto \frac{y}{z}$ ପାଇଁ $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} \times \frac{z_2}{z_1}$ ...... ସୂତ୍ର (2)

ଯୌଥଚଳନର ପ୍ରୟୋଗ :

ଉଦାହରଣ - 5 : 12 ଜଣ ଲୋକ 120 ମିଟର ଲମ୍ବର ଏକ ରାସ୍ତା 36 ଦିନରେ ଶେଷ କରି ପାରନ୍ତି । ତେବେ 48 ଜଣ ଲୋକ 240 ମିଟର ଲମ୍ବର ରାସ୍ତାକୁ କେତେ ଦିନରେ ଶେଷ କରିବେ ?

ସମାଧାନ :–

ଲୋକ ସଂଖ୍ୟା(x)	ରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (y)	ଦିନ ସଂଖ୍ୟା (z)
$x_1 = 12$	$y_1 = 120$ ମି.	$z_1 = 36$ ଦିନ
$x_2 = 48$	$y_2 = 240$ ମି.	$z_2 = ?$

ଏଠାରେ ଲୋକ ସଂଖ୍ୟା ଅଧିକ ହେଲେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କାମ ଅଳ୍ପଦିନରେ ଶେଷ ହେବ; ଯଦି ରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (y) ସ୍ଥିର ରହିବ ।

x ଓ z ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ହେବେ । $z \propto \frac{1}{x}$ (y ସ୍ଥିର) ....(i)

ଲୋକ ସଂଖ୍ୟା ସ୍ଥିର ଥାଇ ରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅଧିକ ହେଲେ ରାସ୍ତା କାମ ଶେଷ କରିବା ପାଇଁ ଅଧିକ ସମୟ ଆବଶ୍ୟକ ।

$\therefore$ y ଓ z ସଳଖ ଚଳନର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ହେବେ । $\therefore z \propto y$ (x ସ୍ଥିର) ...(ii)

(i) ଓ (ii) ରୁ ପାଇବା $z \propto \frac{y}{x}$ (x ଓ y ଉଭୟ ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ) $\therefore \frac{z_1}{z_2} = \frac{y_1}{y_2} \times \frac{x_2}{x_1}$ ହେବ । ...ସୂତ୍ର(2)

$$\Rightarrow z_2 = \frac{x_1 \times y_2 \times z_1}{x_2 \times y_1} \Rightarrow z_2 = \frac{12 \times 240 \times 36}{48 \times 120} = 18$$

$\therefore$ 18 ଦିନରେ ଅବଶିଷ୍ଟ କାର୍ଯ୍ୟ ଶେଷ ହେବ । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 6 : 6 ଜଣ ପରୀକ୍ଷକ 40 ଘଣ୍ଟାରେ 750 ଖଣ୍ଡ ଖାତା ଦେଖିପାରନ୍ତି । ତେବେ 4 ଜଣ ପରୀକ୍ଷକ କେତେ ଘଣ୍ଟାରେ ୫00 ଖଣ୍ଡ ଖାତା ଦେଖିପାରିବେ ?

ସମାଧାନ :–

(x) ପରୀକ୍ଷକ ସଂଖ୍ୟା	(y) ସମୟ (ଘଣ୍ଟାରେ)	(z) ଖାତା ସଂଖ୍ୟା
$x_1 = 6$	$y_1 = 40$	$z_1 = 750$
$x_2 = 4$	$y_2 = ?$	$z_2 = 800$

ଏଠାରେ ଖାତା ସଂଖ୍ୟା ସ୍ଥିର ରହିଲେ ଖାତା ଦେଖିବା ସମୟ ଓ ପରୀକ୍ଷକଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ହେବେ ।

ଅର୍ଥାତ୍ $y \propto \frac{1}{x}$ ହେବ । ....(i)

ପରୀକ୍ଷକଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ସ୍ଥିର ରହିଲେ ଖାତା ଦେଖା ସମୟ ଓ ଖାତା ସଂଖ୍ୟା ସଳଖ ଚଳନର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ହେବେ ।

$\therefore y \propto z$ ହେବ । ... (ii)

(i) ଓ (ii) ରୁ ପାଇବା x, y ଓ z ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଚଳନ ଯୌଥ ଚଳନ ହୋଇଥିବାରୁ $y \propto \frac{z}{x}$ ହେବ ।

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} \times \frac{x_2}{x_1} \Rightarrow y_2 = \frac{x_1 \; y_1 \; z_2}{z_1 \; x_2} \Rightarrow y_2 = \frac{6 \times 40 \times 800}{750 \times 4} = 64 \text{ ଘଣ୍ଟା}$$

$\therefore$ 4 ଜଣ ପରୀକ୍ଷକ ୫00 ଖାତା ଦେଖିବା ପାଇଁ 64 ଘଣ୍ଟା ସମୟ ନେବେ । (ଉତ୍ତର)

ଅନୁଶୀଳନୀ – 9(c)

1. 5 ଜଣ ଶ୍ରମିକ ୫ ଦିନରେ 1600 ଟଙ୍କା ରୋଜଗାର କରନ୍ତି । ତେବେ ୫ ଜଣ ଶ୍ରମିକ କେତେ ଦିନରେ 2000 ଟଙ୍କା ରୋଜଗାର କରିବେ ?
2. 10 ଜଣ ଶ୍ରମିକ 6 ଦିନରେ ଗୋଟିଏ ଘର ତିଆରି କରନ୍ତି । ଏକାପରି 4 ଟି ଘରକୁ 12 ଜଣ ଶ୍ରମିକ କେତେ ଦିନରେ ଶେଷ କରିବେ ?
3. 12 ଜଣ ଶ୍ରମିକ 15 ଦିନରେ 150 ମିଟର ରାସ୍ତା ତିଆରି କରିପାରନ୍ତି । ତେବେ 1୫ ଜଣ ଶ୍ରମିକ କେତେ ଦିନରେ 300 ମିଟର ରାସ୍ତା ତିଆରି କରିବେ ?
4. 10 ଜଣ ପରୀକ୍ଷକ ୫ ଦିନରେ 2000 ଖାତା ଦେଖି ପାରନ୍ତି । ତେବେ 12 ଜଣ ପରୀକ୍ଷକ କେତେ ଦିନରେ 3000 ଖାତା ଦେଖିପାରିବେ ?
5. 6 ଜଣ ଲୁଗାବୁଣାଳୀ ୫ ଦିନରେ 144 ମିଟର ଲୁଗା ବୁଣିପାରନ୍ତି । 12 ଜଣ ଲୁଗାବୁଣାଳୀ 9 ଦିନରେ କେତେ ମିଟର ଲୁଗା ବୁଣିପାରିବେ ?
6. ୫ ଜଣ ଦରଜି 12 ଦିନରେ 360 ଟି ସାର୍ଟ ତିଆରି କରିପାରନ୍ତି । 15 ଦିନରେ 450 ଟି ସାର୍ଟ ତିଆରି ପାଇଁ କେତେ ଜଣ ଦରଜି ଆବଶ୍ୟକ ?
7. 2 ଟି ପାଣି ପମ୍ପ 5 ଘଣ୍ଟାରେ 3ଟି କୁଣ୍ଡର ପାଣି ଟାଣିପାରନ୍ତି । ତେବେ 4 ଟି ପାଣି ପମ୍ପ କେତେ ଘଣ୍ଟାରେ ସେହି ଆକାରର 12 ଟି କୁଣ୍ଡର ପାଣି ଟାଣି ପାରିବ ?
8. ଗୋଟିଏ କାର୍ଯ୍ୟକୁ 25 ଜଣ ଲୋକ ଦୈନିକ 6 ଘଣ୍ଟା ପରିଶ୍ରମ କରି 1୫ ଦିନରେ ଶେଷ କରନ୍ତି । ସେହି କାର୍ଯ୍ୟଟିକୁ 20 ଜଣ ଲୋକ ଦୈନିକ 5 ଘଣ୍ଟା ପରିଶ୍ରମ କରି କେତେ ଦିନରେ ଶେଷ କରିବେ ?

*****

ତଥ୍ୟ ପରିଚାଳନା ଏବଂ ଲେଖଚିତ୍ର
(DATA HANDLING AND GRAPHS)

ଅଧ୍ୟାୟ 10

10.1 ଉପକ୍ରମଣିକା (Introduction):

ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ତୁମେ ବିଭିନ୍ନ କ୍ଷେତ୍ରରେ; ଯଥା– କୃଷି, ଶିଳ୍ପ, ସ୍ୱାସ୍ଥ୍ୟ, ଶିକ୍ଷା, ଅର୍ଥନୀତି, ବାଣିଜ୍ୟ, ପ୍ରତିରକ୍ଷା ଆଦି କ୍ଷେତ୍ରରେ କିଛି ସୂଚନା ପାଇଥାଅ । ପ୍ରତ୍ୟେହ ଖବର କାଗଜ ପୃଷ୍ଠା ଏବଂ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଗଣମାଧ୍ୟମରେ ମଧ୍ୟ ବିଭିନ୍ନ ତଥ୍ୟ ବିଷୟରେ ସୂଚନା ପାଇଥାଅ । ଉକ୍ତ ତଥ୍ୟଗତ ଧାରଣାକୁ ଆଧାର କରି କେତେକ ସରକାରୀ ତଥା ବେସରକାରୀ ସଂସ୍ଥାମାନେ ଉପରୋକ୍ତ କ୍ଷେତ୍ରଗୁଡ଼ିକରେ କୌଣସି ସଂସ୍କାର ତଥା ଅଭିବୃଦ୍ଧିର ଅନୁଶୀଳନ କରିଥା'ନ୍ତି । ଏଥିପାଇଁ **ତଥ୍ୟାବଳୀ ସଂଗ୍ରହ** କରି ଏଗୁଡ଼ିକରୁ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଉପସ୍ଥାପନାଶୈଳୀ ମାଧ୍ୟମରେ **ବ୍ୟାଖ୍ୟା** ଏବଂ **ବିଶ୍ଳେଷଣ** କରି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ରରେ **ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ**ରେ ପହଞ୍ଚିବାର ପ୍ରୟାସ କରିଥା'ନ୍ତି ।

10.2 ତଥ୍ୟାବଳୀ (Data) :

କେତେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ତଥ୍ୟାବଳୀ ମାଧ୍ୟମରେ ଆମେ ଉପରୋକ୍ତ କ୍ଷେତ୍ର ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସୂଚନା ପାଇଥାଉ । ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା କେତେକ ଉଦାହରଣକୁ ଦେଖ ।

(କ) ତୁମ ଶ୍ରେଣୀର ଗତ ବର୍ଷ ବାର୍ଷିକ ପରୀକ୍ଷାରେ ଗଣିତରେ ଉତ୍ତୀର୍ଣ୍ଣ ହୋଇଥିବା ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଛାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟା ।

(ଖ) ଗତ ମାସରେ ତୁମ ବନ୍ଧୁମାନେ ପଢ଼ିଥିବା ଗପବହିର ସଂଖ୍ୟା ।

(ଗ) ଗତ ସପ୍ତାହରେ ତୁମ ଶ୍ରେଣୀର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦିନର ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀଙ୍କ ଉପସ୍ଥାନ ସଂଖ୍ୟା ଇତ୍ୟାଦି ।

ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ତଥ୍ୟ ବିଭିନ୍ନ ମାଧ୍ୟମରେ ହସ୍ତଗତ ହୋଇଥାଏ । ଏ ପ୍ରକାରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ତଥ୍ୟକୁ **'ସାଂଖ୍ୟିକ ତଥ୍ୟ' (Numerical data)** କୁହାଯାଏ ।

ମନେରଖ : 'ସାଂଖ୍ୟିକ ତଥ୍ୟ' ମାଧ୍ୟମରେ କୌଣସି ବିଷୟଗତ ସୂଚନା ମିଳିଥାଏ ।

କୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଲକ୍ଷ୍ୟକୁ ଆଖି ଆଗରେ ରଖି, କୌଣସି ବ୍ୟକ୍ତି, ସଂସ୍ଥା ବା ଅନୁଷ୍ଠାନରୁ ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହକାରୀ ମାନେ ପ୍ରତ୍ୟକ୍ଷ ଭାବରେ ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ କରିଥା'ନ୍ତି । ଏ ପ୍ରକାର ତଥ୍ୟକୁ **ପ୍ରାଥମିକ ତଥ୍ୟ (Primary data)** କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ତୁମ ସ୍କୁଲର ପ୍ରଧାନ ଶିକ୍ଷକ, ଶ୍ରେଣୀ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ଜରିଆରେ ତୁମ ଶ୍ରେଣୀର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଛାତ୍ର କିମ୍ବା ଛାତ୍ରୀଙ୍କର ଗଣିତ ବିଷୟରେ ଗତ ପରୀକ୍ଷାରେ ରଖିଥିବା ମାର୍କ ଜାଣି ପାରିବେ । ଏଠାରେ ପ୍ରତ୍ୟକ୍ଷ ଭାବରେ ଶ୍ରେଣୀ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ଜରିଆରେ ତୁମ ଶ୍ରେଣୀର ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀଙ୍କର ଗଣିତ ପରୀକ୍ଷା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସୂଚନା ପାଇପାରିବେ । ଏଠାରେ ଗଣିତରେ ରଖିଥିବା ମାର୍କ ଏକ ସାଂଖ୍ୟିକ ତଥ୍ୟ ଅଟେ ।

ମାତ୍ର ଅନ୍ୟ କେତେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସମୟ, ସୁବିଧା ବା ଅର୍ଥାଭାବରୁ ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହକାରୀଙ୍କ ଜରିଆରେ ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ ନ କରି ପୁସ୍ତକାଗାର, ସରକାରୀ କାଗଜପତ୍ର, ଖବର କାଗଜ ବା ଟେଲିଭିଜନରେ ପ୍ରସାରିତ ଖବରରୁ ମଧ୍ୟ ବିଭିନ୍ନ ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ କରାଯାଇଥାଏ । ଏଭଳି ତଥ୍ୟକୁ **ପରୋକ୍ଷ ତଥ୍ୟ (Secondary data)** କୁହାଯାଏ ।

10.3 ତଥ୍ୟାବଳୀର ସଜ୍ଜୀକରଣ (Organisation of Data):

ଆମେ ପ୍ରତ୍ୟକ୍ଷ ବା ପରୋକ୍ଷ ଭାବରେ ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ କଲାପରେ ଏହାକୁ ଲିପିବଦ୍ଧ କରିବା ବା ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଲକ୍ଷ୍ୟ ସାଧନ ପାଇଁ ସଜାଇ ରଖିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଥାଏ । ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ମନେକର ଶ୍ରେଣୀ ଶିକ୍ଷକ ଶ୍ରେଣୀର 30 ଜଣ ଛାତ୍ରଙ୍କ ପାଇଁ ପୋଷାକ ବରାଦ ଦେବେ । ସେଥିପାଇଁ ତାଙ୍କୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଛାତ୍ରଙ୍କର ଉଚ୍ଚତା ଜାଣିବା ଦରକାର । ତେଣୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଛାତ୍ରଙ୍କୁ ଜଣ ଜଣ କରି ଡାକି ସେମାନଙ୍କର ଉଚ୍ଚତା (ସେ.ମି.ରେ) ମାପି ଟିପି ରଖିଲେ । ସେ ମାପ (ସେ.ମି.ରେ) ଗୁଡ଼ିକ ହେଲା –

ସାରଣୀ – 1

148, 150, 152, 150, 151, 152, 152, 149, 150, 148, 148, 150, 151, 151, 152,
148, 149, 148, 149, 150, 151, 150, 152, 152, 152, 149,150, 149, 149, 150

ଲିପିବଦ୍ଧ ଏ ସମସ୍ତ ସାଂଖ୍ୟିକ ତଥ୍ୟରୁ ନିମ୍ନ କେତେକ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଖୋଜି ପାଇବା କଷ୍ଟସାଧ୍ୟ ହୋଇପାରେ ।

(i) ସବୁଠାରୁ ଲମ୍ବା ପୋଷାକର ସାଇଜ୍ (ସେ.ମି.ରେ) କେତେ ?

(ii) ସବୁଠାରୁ ଛୋଟ ପୋଷାକର ସାଇଜ୍ (ସେ.ମି.ରେ) କେତେ ?

ମେରୀ ଏ ସମସ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦେବା ପାଇଁ ଆଗଭର ହେଲା ଏବଂ ଉପରୋକ୍ତ ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରରେ ସଜାଇ ରଖିଲା ।

ସାରଣୀ – 2

148, 148, 148, 148, 148, 149, 149, 149, 149, 149, 149, 150, 150, 150, 150,
150, 150, 150, 150, 151, 151, 151, 151, 152, 152, 152, 152, 152, 152, 152

ବର୍ତ୍ତମାନ ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନଦ୍ୱୟର ଉତ୍ତର ପାଇବାରେ ସୁବିଧା ହୋଇଗଲା ।

କହିଲ ଦେଖି : *ସବୁଠାରୁ ଲମ୍ବା ପୋଷାକର ସାଇଜ୍ ଏବଂ ସବୁଠାରୁ ଛୋଟ ଅର୍ଥାତ୍ ଲମ୍ବାରେ ସାନ ପୋଷାକର ସାଇଜ୍ କେତେ ?*

ଉତ୍ତରରେ ତୁମେ କହିବ ସବୁଠାରୁ ଲମ୍ବା ପୋଷାକର ସାଇଜ୍ 152 ସେ.ମି. ହୋଇଥିଲା ବେଳେ ସବୁଠାରୁ ଛୋଟ ପୋଷାକର ସାଇଜ୍ 148 ସେ.ମି. ହେବ ।

ଯଦି ତଥ୍ୟାବଳୀରେ ଥିବା ତଥ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ଅଧିକ ହୋଇଥାଏ ତେବେ ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀ ଅବଲମ୍ବନରେ ଲେଖିବା କଷ୍ଟ ସାଧ୍ୟ ହୋଇଥାଏ ।

ପୁଣି ଶ୍ରେଣୀ ଶିକ୍ଷକ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଦ୍ୱୟର ଉତ୍ତର ପାଇବାରେ ଅସୁବିଧାରେ ପଡ଼ିଲେ । ପ୍ରଶ୍ନଦ୍ୱୟ ହେଲା –

(i) 148 ସେ.ମି. ସାଇଜ୍‌ର କେତୋଟି ପୋଷାକ ଆବଶ୍ୟକ ?

(ii) 149 ସେ.ମି. ସାଇଜ୍‌ର କେତୋଟି ପୋଷାକ ଆବଶ୍ୟକ ?

ବର୍ତ୍ତମାନ ସୋହନ୍ ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରରେ ତଥ୍ୟାବଳୀର ସମସ୍ତ ତଥ୍ୟକୁ ସଜାଇ ରଖିଲା ।

ସାରଣୀ – 3

ଉଚ୍ଚତା (ସେ.ମି.ରେ)	ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟା
148	5
149	6
150	8
151	4
152	7

ଶ୍ରେଣୀର ଛାତ୍ରମାନେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଖୁସି ହେଲେ ଏବଂ ଶିକ୍ଷକ ପଚାରିଥିବା ପ୍ରଶ୍ନ ଦ୍ୱୟର ଉତ୍ତର ଦେବା ସେମାନଙ୍କ ପାଇଁ ସହଜ ହେଲା ।

ସାରଣୀ -3 ରୁ ଜଣାପଡ଼େ ଯେ, ଶ୍ରେଣୀରେ 148 ସେ.ମି. ଉଚ୍ଚତାବିଶିଷ୍ଟ 5 ଜଣ ଛାତ୍ର ଥିଲା ବେଳେ 149 ସେ.ମି. ଉଚ୍ଚତାବିଶିଷ୍ଟ, 150 ସେ.ମି. ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ, 151 ସେ.ମି.ଉଚ୍ଚତାବିଶିଷ୍ଟ ଏବଂ 152 ସେ.ମି. ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଛାତ୍ରମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା ଯଥାକ୍ରମେ 6, 8, 4 ଓ 7 ।

ଏଠାରେ 148, 149, 150, 151 ଏବଂ 152 ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ **ଲବ୍‌ଧାଙ୍କ (Score)** କୁହାଯାଏ ଏବଂ ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟ (ଉଚ୍ଚତା) ସମ୍ବନ୍ଧିତ ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟାକୁ ଉକ୍ତ ଲବ୍‌ଧାଙ୍କର **ବାରମ୍ବାରତା (Frequency)** କୁହାଯାଏ ।

ଲକ୍ଷ୍ୟକର 148 ଲବ୍‌ଧାଙ୍କର ବାରମ୍ବାରତା 5 । ସେହିପରି 149, 150, 151 ଏବଂ 152 ଲବ୍‌ଧାଙ୍କଗୁଡ଼ିକର ବାରମ୍ବାରତା ଯଥାକ୍ରମେ 6, 8, 4, ଏବଂ 7 ।

କହିଲ ଦେଖି – *ସର୍ବାଧିକ ବାରମ୍ବାରତା ବିଶିଷ୍ଟ ଏବଂ ସର୍ବନିମ୍ନ ବାରମ୍ବାରତା ବିଶିଷ୍ଟ ଲବ୍‌ଧାଙ୍କଗୁଡ଼ିକ କିଏ ?*

ସାରଣୀ -3 କୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କଲେ ପାଇବା – ସର୍ବାଧିକ ବାରମ୍ବାରତା ବିଶିଷ୍ଟ ଲବ୍‌ଧାଙ୍କ ଓ ସର୍ବନିମ୍ନ ବାରମ୍ବାରତା ବିଶିଷ୍ଟ ଲବ୍‌ଧାଙ୍କଦ୍ୱୟ ଯଥାକ୍ରମେ 149 ସେ.ମି ଓ 151 ସେ.ମି. ।

ତଥ୍ୟ ସଜ୍ଜିକରଣ ନିମିତ୍ତ ନିମ୍ନ ସୋପାନ ଗୁଡ଼ିକୁ ମନେରଖ ।

- ପ୍ରଥମ ସଂଗୃହୀତ ତଥ୍ୟ ଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖି ତାହାକୁ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମ (ସାନରୁ ବଡ଼) ବା ଅଧଃକ୍ରମ (ବଡ଼ରୁ ସାନ)ରେ ଲେଖାଯାଏ ।
- ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ଲବ୍‌ଧାଙ୍କ ଥିଲେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱ ବା ଅଧଃ କ୍ରମରେ ଲେଖିବା ସମୟସାପେକ୍ଷ ହେଉଥିବାରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଲବ୍‌ଧାଙ୍କ ତଥ୍ୟାବଳୀରେ କେତେଥର ରହିଛି ତାକୁ ବିଚାରକୁ ନେଇ ଲବ୍‌ଧାଙ୍କର ବାରମ୍ବାରତା ନିରୂପଣ କରାଯାଇଥାଏ ।
- ଲବ୍‌ଧାଙ୍କ ସହ ବାରମ୍ବାରତାକୁ ନେଇ ଏକ ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଏ ଯାହାକୁ **ବାରମ୍ବାରତା – ବିତରଣ ସାରଣୀ (Frequency - distribution Table)** କୁହାଯାଏ ।

ନିଜେ କର

(a) ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଲବ୍‌ଧାଙ୍କଗୁଡ଼ିକୁ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମରେ ସଜାଅ ।

74, 62, 64, 72, 67, 73, 80, 78, 65, 69, 73, 84, 83, 73, 93,
72, 62, 79, 88, 79, 61, 53, 87, 56, 87, 81, 42, 70, 45, 66

(b) ଉକ୍ତ ଲବ୍‌ଧାଙ୍କଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ ଏକ ବାରମ୍ବାରତା– ବିତରଣ ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ।

(c) ସାରଣୀକୁ ଦେଖି ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

(i) ସର୍ବନିମ୍ନ ଲବ୍‌ଧାଙ୍କ କେତେ ?

(ii) ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଲବ୍‌ଧାଙ୍କ କେତେ ?

(iii) କେଉଁ ଲବ୍‌ଧାଙ୍କର ବାରମ୍ବାରତା ସର୍ବାଧିକ ?

(iv) କେଉଁ ଲବ୍‌ଧାଙ୍କର ବାରମ୍ବାରତା ସର୍ବନିମ୍ନ ?

(v) ଲବ୍‌ଧାଙ୍କମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

10.4 ତଥ୍ୟ ଉପସ୍ଥାପନା (Presentation of Data) :

ଏ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆମେ ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ ଏବଂ ତାହାର ସଜ୍ଜିକରଣ ସମ୍ବନ୍ଧରେ କିଛି ଜାଣିଲେ । କେବଳ ତଥ୍ୟ ସଜ୍ଜିକରଣକୁ ସାରଣୀ ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କରିଲେ ଆମେ ତଥ୍ୟଭିତ୍ତିକ ସମସ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ପାଇପାରିବା ପାଇଁ ସକ୍ଷମ ହୋଇ ନ ପାରୁ । ସେଥିପାଇଁ ତଥ୍ୟ ସଜ୍ଜିକରଣ ପରେ ଆମେ ଏହାର ସଫଳ ଉପସ୍ଥାପନା କରିବା ଦରକାର । ସାଧାରଣତଃ ଆମେ ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ଗ୍ରାଫ୍ ଅଥବା ଲେଖଚିତ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କଲେ ତଥ୍ୟ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦେବା ସହଜ ଏବଂ ବୋଧଗମ୍ୟ ହୋଇ ପାରିବ ।

ତିନି ପ୍ରକାର ଗ୍ରାଫ୍ (ଲେଖ ଚିତ୍ର) ଦ୍ୱାରା ତଥ୍ୟ ଉପସ୍ଥାପନା ହୋଇପାରେ । ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା :

(i) ଚିତ୍ରଲେଖ (Pictograph / Picture graph)

(ii) ସ୍ତମ୍ଭ ଲେଖ (Bar graph) ଏବଂ

(iii) ବୃତ୍ତ ଲେଖ (Circle graph / pie chart)

10.4.1. ଚିତ୍ରଲେଖ (Pictograph) :

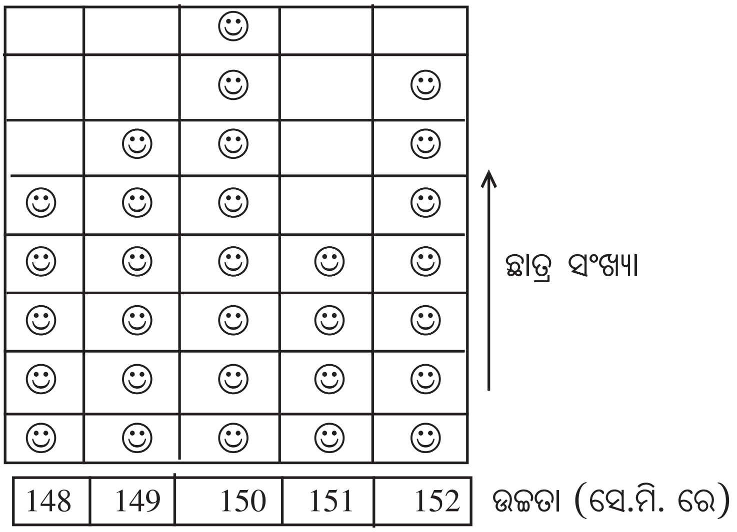
ସଂଗୃହିତ ତଥ୍ୟକୁ ଚିତ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କରି ପାରିଲେ ଆମେ ତାକୁ ଚିତ୍ର ଲେଖ କହିବା ।

ସାରଣୀ – 3ର ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ ଚିତ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା :

ଉଚ୍ଚତା (ସେ.ମି.ରେ)	ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟା							
148	☺	☺	☺	☺	☺			
149	☺	☺	☺	☺	☺	☺		
150	☺	☺	☺	☺	☺	☺	☺	☺
151	☺	☺	☺	☺				
152	☺	☺	☺	☺	☺	☺	☺	

ଏଠାରେ ଏକ '☺' ଚିତ୍ରଟି ଗୋଟିଏ ଛାତ୍ରକୁ ବୁଝାଏ । (ଚିତ୍ର – 10.1)

ଉକ୍ତ ଚିତ୍ରଲେଖକୁ ମଧ୍ୟ ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରରେ ମଧ୍ୟ ଉପସ୍ଥାପନା କରାଯାଇପାରେ ।



(ଚିତ୍ର – 10.2)

ଅନ୍ୟ ଗୋଟିଏ ପରିସ୍ଥିତିକୁ ଆଲୋଚନା ପରିସରକୁ ଆଣିବା ।

ଶ୍ରେଣୀ ଶିକ୍ଷକ 115 ଜଣ ପିଲାଙ୍କର କେତେକ ଫଳଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରତି ସେମାନଙ୍କର ଆଗ୍ରହ ବିଷୟରେ ପଚାରିବାରୁ ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରରେ ସେମାନଙ୍କର ସମ୍ମତି ପାଇଲେ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଲିପିବଦ୍ଧ କଲେ ।

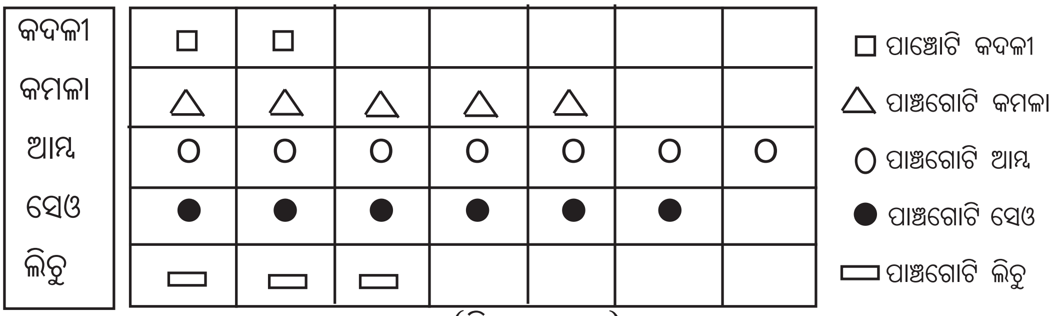
ସାରଣୀ – 4

କଦଳୀ	କମଳା	ଆମ୍ବ	ସେଓ	ଲିଚୁ
10	25	35	30	15

ପରମୁହୂର୍ତ୍ତରେ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଉକ୍ତ ସାରଣୀର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟକୁ ନେଇ ଏକ ଛବି ଲେଖ କରିବାକୁ କହିଲେ । ନିହାର କହିଲା, 'ସାର୍ 35 ସଂଖ୍ୟକ ଫଳ ପାଇଁ ଚିତ୍ର କରିବା ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ବଡ଼ କାଗଜର ଆବଶ୍ୟକତା ରହିଛି । ମୁଁ କିପରି କରିପାରିବି ?'

ରହିମ୍ କହିଲା, 'ସାର୍,ମୋର ମନକୁ ଏକ ପ୍ରକାର ଉପାୟ ଆସୁଛି । ଯଦି ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରକାର ଫଳ ପାଇଁ ଥିବା ଗୋଟିଏ ପ୍ରକାରର ଚିତ୍ର ସେହି ପ୍ରକାର 5 ଟି ଫଳକୁ ସୂଚାଇବ, ତେବେ ଆମର ଚିତ୍ର ଲେଖ ପାଇଁ ଆଉ ବଡ଼ କାଗଜ ଦରକାର ପଡ଼ିବ ନାହିଁ' ।ଏହା ଶ୍ରେଣୀ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ମନକୁ ପାଇଲା । ତଦନୁଯାୟୀ ଚିତ୍ରଲେଖକୁ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଗଲା ।

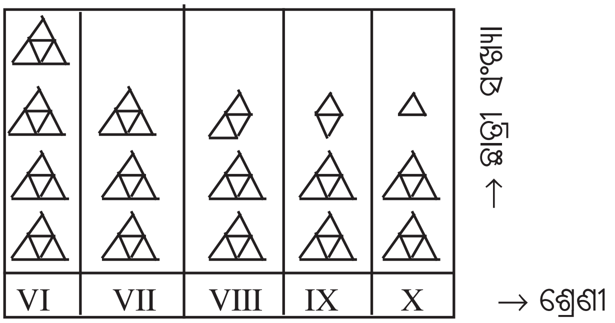
ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରଲେଖକୁ ଦେଖ :



(ଚିତ୍ର – 10.3)

ଆସ ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରଲେଖକୁ ଦେଖି କେତେକ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ପାଇବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ।

ଏଠାରେ ଚିତ୍ରଟି ଚାରି ଜଣ ଛାତ୍ରୀଙ୍କୁ ବୁଝାଏ ।



(ଚିତ୍ର – 10.4)

(a) କେଉଁ ଶ୍ରେଣୀରେ ଛାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟା ସର୍ବାଧିକ ଏବଂ ଶ୍ରେଣୀର ଛାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

(b) ସର୍ବନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟକ ଛାତ୍ରୀ କେଉଁ ଶ୍ରେଣୀରେ ଅଛନ୍ତି ?

(c) ଅଷ୍ଟମ ଶ୍ରେଣୀରେ କେତେ ସଂଖ୍ୟକ ଛାତ୍ରୀ ଅଛନ୍ତି ?

(d) ସପ୍ତମ ଏବଂ ଦଶମ ଶ୍ରେଣୀରେ ଥିବା ଛାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟାର ଅନୁପାତ କେତେ ହେବ ?

ସମାଧାନ : (a) ପ୍ରଥମ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦେବାକୁ ଯାଇ ସଲିମ୍ କହିଲା –

ଷଷ୍ଠ ଶ୍ରେଣୀରେ ଚିତ୍ର ସଂଖ୍ୟା ସର୍ବାଧିକ (4) । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ର ଚାରି ଜଣ ଛାତ୍ରୀଙ୍କୁ ସୂଚାଉ ଥିବାରୁ ସମୁଦାୟ ଛାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟା = 4 x 4 = 16 ।

(b) ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦେବାକୁ ଯାଇ ଜାକୋବ୍ କହିଲା –

ଦଶମ ଶ୍ରେଣୀରେ ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣ ଚିତ୍ର ଏବଂ ଗୋଟିଏ ଅସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ଚିତ୍ର ରହିଛି ।

ଅର୍ଥାତ୍ 4 + 4 + 1 = 9 ଜଣ ଛାତ୍ରୀ ରହିଛନ୍ତି ।

ଅନ୍ୟ ଶ୍ରେଣୀ ତୁଳନାରେ ଉକ୍ତ ଶ୍ରେଣୀରେ ସର୍ବନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟକ ଛାତ୍ରୀ ଅଛନ୍ତି ।

(c) ତୃତୀୟ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦେବାକୁ ଯାଇ ନେହା କହିଲା, ଅଷ୍ଟମ ଶ୍ରେଣୀରେ ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣ ଚିତ୍ର ସମେତ ଗୋଟିଏ ଅସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ଚିତ୍ର ଅଛି ।

ଅର୍ଥାତ୍ ଉକ୍ତ ଶ୍ରେଣୀରେ 4 + 4 + 3 = 11 ଜଣ ଛାତ୍ରୀ ରହିଛନ୍ତି ।

(d) ଚତୁର୍ଥ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦେବାକୁ ଯାଇ ରୋହନ୍ କହିଲା–

ସପ୍ତମ ଶ୍ରେଣୀର ଛାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟା = 3 x 4 = 12 ଏବଂ ଦଶମ ଶ୍ରେଣୀର ଛାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟା = 2 x 4 + 1 = 9 ।

ଅତଏବ ସପ୍ତମ ଓ ଦଶମ ଶ୍ରେଣୀର ଛାତ୍ରୀସଂଖ୍ୟାର ଅନୁପାତ = 12 : 9 ଅଥବା 4 : 3

10.4.2 ସ୍ତମ୍ଭଲେଖ (Bar graph):

ଚିତ୍ରଲେଖ ପାଇଁ ବିଭିନ୍ନ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ ସମୟସାପେକ୍ଷ ହୋଇଥାଏ । ଏହା ବ୍ୟତୀତ ଚିତ୍ର ସଂଖ୍ୟାର ଆଧିକ୍ୟ ମଧ୍ୟ ଏକ ସମୟସାପେକ୍ଷ କାର୍ଯ୍ୟ । ଏଥିପାଇଁ **ସ୍ତମ୍ଭଲେଖ** ମାଧ୍ୟମରେ ତଥ୍ୟ ଉପସ୍ଥାପନ, ତଥ୍ୟ ଅନୁଶୀଳନ ଏବଂ ତଥ୍ୟର ବ୍ୟାଖ୍ୟା ଆମ ପାଇଁ ସହଜ ହୋଇ ପାରିବ । ସମ ଓସାର (ପ୍ରସ୍ଥ) ଏବଂ ସ୍ତମ୍ଭ ସ୍ତମ୍ଭ ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନ ସମାନ ଥାଇ ସ୍ତମ୍ଭ ଲେଖ ସାଧାରଣ ଭାବରେ ସଫଳ ତଥ୍ୟ ଉପସ୍ଥାପନା ପାଇଁ ଆମର ଦୃଷ୍ଟି ଆକର୍ଷଣ କରିଥାଏ ।

ସ୍ତମ୍ଭଲେଖ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସାଂଖ୍ୟକ ତଥ୍ୟକୁ ଭିତ୍ତି କରି ଅଙ୍କିତ ହୋଇଥାଏ, ଯାହାର ଉଚ୍ଚତା ତଥ୍ୟର ବାରମ୍ବାରତା ଉପରେ ନିର୍ଭର କରିଥାଏ । ସ୍ତମ୍ଭଲେଖକୁ ଆନୁଭୂମିକ(Horizontal) ବା ଉଲ୍ଲମ୍ବ(vertical) ଭାବରେ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରେ ।

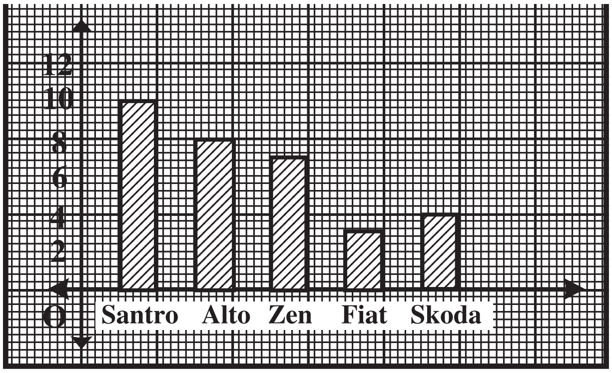
ବର୍ତ୍ତମାନ ଏକ ଉଦାହରଣ ଜରିଆରେ ସ୍ତମ୍ଭଲେଖ ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀକୁ ଶିଖିବା ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ।

ଉଦାହରଣ – 1 : ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ ଏକ ସ୍ତମ୍ଭଲେଖ ଅଙ୍କନ କରିବା ।

ସାରଣୀ – 5

ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ମୋଟର କାର	Santro	Alto	Zen	Fiat	Skoda
ମୋଟର କାର୍ ସଂଖ୍ୟା	10	8	7	3	4

ମୋଟର କାର୍ ସଂଖ୍ୟା



(ଚିତ୍ର – 10.5)

ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ମୋଟର କାର୍

ସ୍ତମ୍ଭଲେଖ ଅଙ୍କନର ସୋପାନ ସମୂହକୁ ଅନୁସରଣ କରି ନିଜେ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

- ପ୍ରଥମେ ଏକ ଲେଖ କାଗଜ ନେଇ ଗୋଟିଏ ଆନୁଭୂମିକ ଏବଂ ଉଲ୍ଲମ୍ବ ରେଖା ଅଙ୍କନ କର ଯେପରିକି ସେମାନେ ପରସ୍ପରକୁ ଲମ୍ବ ଭାବରେ ଛେଦ କରିବେ ।
- ଆନୁଭୂମିକ ରେଖାର ନିମ୍ନଭାଗରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ମୋଟର କାର୍ ଏବଂ ଉଲ୍ଲମ୍ବ ରେଖାର ବାମପାର୍ଶ୍ୱରେ ମୋଟର କାର୍ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସ୍କେଲ୍‌କୁ ଭିତ୍ତିକରି ଲେଖ ।
- ଆନୁଭୂମିକ ରେଖାରେ ସମାନ ସୋର ବିଶିଷ୍ଟ ସ୍ତମ୍ଭ ଓ ଦୁଇଟି ଲେଖାଏ ସ୍ତମ୍ଭ ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନକୁ ସମାନ ରଖି ସ୍କେଲ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କର ଏବଂ ବିଭିନ୍ନ କାର୍‌କୁ ସୂଚାଅ । ଉଲ୍ଲମ୍ବ ରେଖାରେ ପ୍ରତି ପାଞ୍ଚଗୋଟି କିମ୍ବା ଦଶଗୋଟି ଛୋଟ ଘରକୁ ଏକ ଏକକ ଲେଖାଏଁ ନେଇ କାର ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚାଅ ।(ଅବଶ୍ୟ ଆବଶ୍ୟକତା ଅନୁଯାୟୀ ନିଜେ ସ୍କେଲ୍ ଚୟନ କର)
- ତପ୍ରେ ସ୍ତମ୍ଭଲେଖ ଅଙ୍କନ କର ।

ବି.ଦ୍ର. : ଲେଖ କାଗଜର ବିନା ସହାୟତାରେ ଠିକ୍ ମାପ ବିଶିଷ୍ଟ ସ୍ତମ୍ଭଲେଖ ମଧ୍ୟ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରେ ।

ଆସ ଆମେ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଥିବା ତଥ୍ୟକୁ ଆଧାର କରି ଏକ ଆନୁଭୂମିକ ସ୍ତମ୍ଭଲେଖ ଅଙ୍କନ କରିବା ।

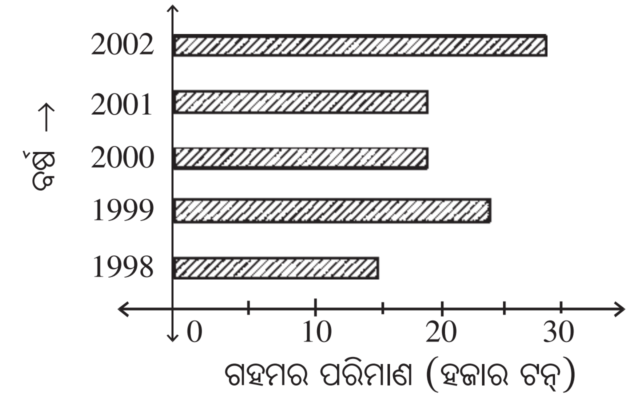
ଉଦାହରଣ– 2 : 1998 ରୁ 2002 ବର୍ଷମାନଙ୍କରେ ଭାରତ ସରକାର ବଜାରରୁ ଗହମ (ହଜାର ଟନ୍‌ରେ) କିଣିଥିଲେ । ଏହାକୁ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

ସାରଣୀ – 6

ଗହମର ପରିମାଣ (ହଜାର ଟନ୍‌ରେ)	15	25	20	20	30
ବର୍ଷ (ସମୟ)	1998	1999	2000	2001	2002

ପୂର୍ବ ଉଦାହରଣରେ ବର୍ଣ୍ଣିତ ସୋପାନଗୁଡ଼ିକୁ ଅନୁସରଣ କରି ଆନୁଭୂମିକ ସ୍ତମ୍ଭଲେଖ ଅଙ୍କନ କରିବା ।

ନିଜେ କର ସାରଣୀ-୬ରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ତଥ୍ୟକୁ ନେଇ ଉଲ୍ଲମ୍ବ ସ୍ତମ୍ଭ ଲେଖ ଅଙ୍କନ କର



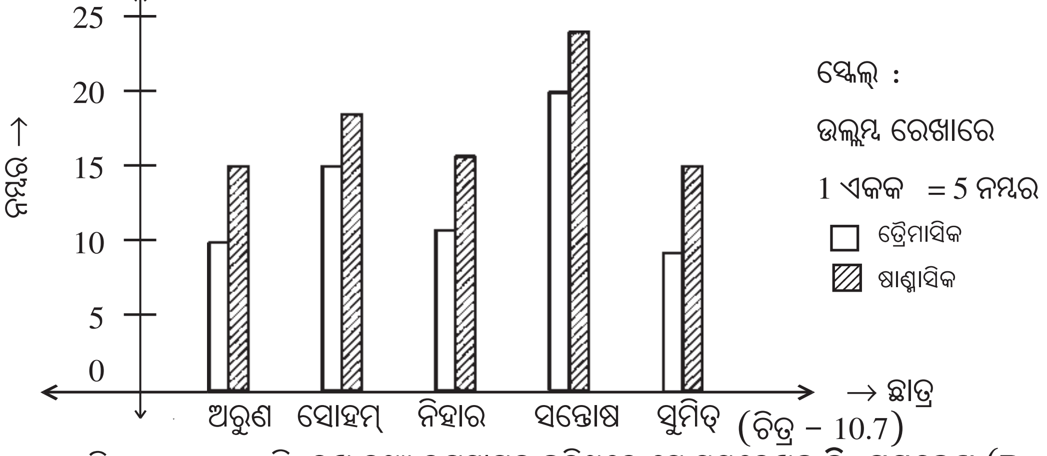
(ଚିତ୍ର – 10.6)

ଉଦାହରଣ – 3 : ଗଣିତ ବିଷୟରେ ପାଞ୍ଚଜଣ ଛାତ୍ରଙ୍କ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଶ୍ରେଣୀ ଶିକ୍ଷକ ଚଳିତ ବର୍ଷର ତ୍ରୈମାସିକ ଏବଂ ଷାଣ୍ମାସିକ ପରୀକ୍ଷାରେ ଛାତ୍ରଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ରଖିଥିବା ମାର୍କକୁ ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରରେ ଲିପିବଦ୍ଧ କରି ସେମାନଙ୍କର ଉନ୍ନତି କିମ୍ବା ଅବନତି ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିଥିଲେ ।

ସାରଣୀ – 7

ଛାତ୍ର	ଅରୁଣ	ସୋହମ୍	ନିହାର	ସନ୍ତୋଷ	ସୁମିତ୍
ତ୍ରୈମାସିକ ପରୀକ୍ଷା	10	15	12	20	09
ଷାଣ୍ମାସିକ ପରୀକ୍ଷା	15	18	16	24	15

ଶ୍ରେଣୀ ଶିକ୍ଷକ ପ୍ରଥମେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଛାତ୍ର ପାଇଁ ଦୁଇଟି ପାଖାପାଖି ସ୍ତମ୍ଭଲେଖ ଅଙ୍କନ କରି ଦୁଇଟି ପରୀକ୍ଷାରେ ସେମାନଙ୍କର ଉନ୍ନତି ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିଥିଲେ ।



(ଚିତ୍ର – 10.7)

ମନେରଖ : ଦୁଇଟି ସ୍ତମ୍ଭକୁ ଲଗାଲଗି ରଖି ତଥ୍ୟ ଉପସ୍ଥାପନ କରିଥିଲେ ସେ ସ୍ତମ୍ଭଲେଖକୁ **ଦ୍ୱି–ସ୍ତମ୍ଭଲେଖ (Double - Bar graph)** କୁହାଯାଏ ।

ନିଜେ କର ଗୋଟିଏ ଛାତ୍ରର 2008-09 ଏବଂ 2009-10 ଦୁଇ ଶିକ୍ଷାବର୍ଷରେ ତା'ର ପାଠ ବିଷୟରେ ରଖିଥିବା ମାର୍କକୁ (ନିମ୍ନପ୍ରକାରରେ) ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି । ଏହାକୁ ଆଧାର କରି ଗୋଟିଏ ଦ୍ୱି–ସ୍ତମ୍ଭ–ଲେଖ ଅଙ୍କନ କର ।

ସାରଣୀ – 8

ବିଷୟ		ଓଡ଼ିଆ	ଗଣିତ	ବିଜ୍ଞାନ	ସାମାଜିକ ବିଜ୍ଞାନ	ଇଂରାଜୀ
ବିଷୟରେ ରଖିଥିବା ନମ୍ବର	2008 - 09	55	30	50	35	50
	2009 - 10	40	60	55	50	30

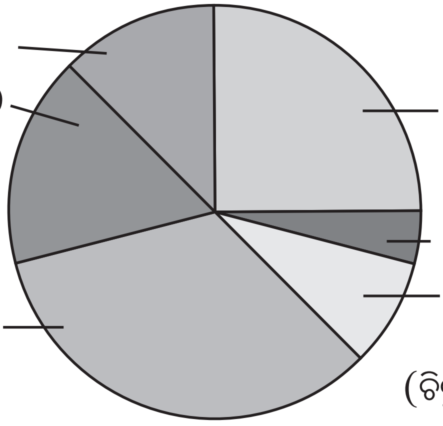
10.4.3. ବୃତ୍ତଲେଖ (Circle graph / pie chart)

ନିହାର ସପ୍ତମ ଶ୍ରେଣୀରେ ତା'ର ଗାଁ ସ୍କୁଲ୍‌ରେ ପଢୁଥିଲା ବେଳେ ସ୍କୁଲ୍‌ର କାନ୍ଥରେ ଏକ ବୃତ୍ତ ମଧ୍ୟରେ ଆମ ପ୍ରଦେଶର ସମସ୍ତ ଜିଲ୍ଲା ସମୂହକୁ ସୁନ୍ଦର ଭାବରେ ସଜାଇ ଲେଖାଯାଇଥିବାର ଦେଖିଥିଲା । ଚିତ୍ରଲେଖ ଏବଂ ସ୍ତମ୍ଭଲେଖ ପଢ଼ି ସାରିଲା ପରେ ସେ ହଠାତ୍ ଶ୍ରେଣୀରେ କହିଥିଲା; ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତ ମଧ୍ୟରେ ଆମ ସ୍କୁଲ୍‌ର କାନ୍ଥରେ ଲେଖାଯାଇଥିବା ଭଳି ବିଭିନ୍ନ ତଥ୍ୟକୁ ସଜାଇ ଉପସ୍ଥାପନ କରାଯାଇପାରନ୍ତା ତେବେ କିପରି ହୁଅନ୍ତା ? ଶ୍ରେଣୀ ଶିକ୍ଷକ ନିହାରର କଥାକୁ ଗ୍ରହଣ କରି ରମେଶକୁ ଡାକି ପଚାରିଲେ ତୁମେ ଗୋଟିଏ ଦିନର (24 ଘଣ୍ଟା) ସମୟକୁ ସାଧାରଣ ଭାବରେ କିପରି କଟାଉଛ ? ରମେଶ ଯାହା ସବୁ କହିଲା ଶିକ୍ଷକ ସେ ସବୁ ତଥ୍ୟକୁ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଲିପିବଦ୍ଧ କରି ରଖିଲେ ।

ସାରଣୀ – 9

ଦୈନନ୍ଦିନ କାର୍ଯ୍ୟର ବିବରଣୀ	ସ୍କୁଲରେ ଉପସ୍ଥାନ	ନିତ୍ୟ କର୍ମ	ଖେଳ	ବିଶ୍ରାମ	ଘରେ ପାଠପଢ଼ା	ଅନ୍ୟାନ୍ୟ କାର୍ଯ୍ୟ
ସମୟ (ଘଣ୍ଟାରେ)	6	1	2	8	4	3

ନିହାରର କହିବା ଅନୁସାରେ ଶିକ୍ଷକ ବୃତ୍ତଟିଏ ଅଙ୍କନ କରି ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟକୁ ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରରେ ସଜାଇ ରଖିଲେ ।



(ଚିତ୍ର – 10.8)

ବୃତ୍ତ ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ କାର୍ଯ୍ୟ ବିବରଣୀ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ତଥ୍ୟକୁ ଉପସ୍ଥାପନା କରାଯାଇଥିବାରୁ ଉକ୍ତ ଚିତ୍ରକୁ ବୃତ୍ତ ଲେଖ କହିବା ।

ବୃତ୍ତଲେଖ କେବଳ ପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଂଶ ସହ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦତ୍ତ ଅଂଶମାନଙ୍କର ଏକ ସଂପର୍କକୁ ନେଇ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଛି । ଅର୍ଥାତ୍ ଦୈନିକ ବିଶ୍ରାମ ସମୟ (8 ଘଣ୍ଟା) ହେଉଛି 24 ଘଣ୍ଟାର ଏକ ତୃତୀୟାଂଶ, ସ୍କୁଲ୍‌ରେ ରହିବା ସମୟ (6 ଘଣ୍ଟା) ହେଉଛି 24 ଘଣ୍ଟାର ଏକ ଚତୁର୍ଥାଂଶ, ଘରେ ପାଠପଢ଼ା ପାଇଁ ସମୟ (4 ଘଣ୍ଟା) ହେଉଛି 24 ଘଣ୍ଟାର $\frac{1}{6}$ ଅଂଶ ଏବଂ ଖେଳ ପାଇଁ ସମୟ (2 ଘଣ୍ଟା) ହେଉଛି 24 ଘଣ୍ଟାର $\frac{1}{12}$ ଅଂଶ ଓ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ କାର୍ଯ୍ୟ ପାଇଁ ସମୟ (3 ଘଣ୍ଟା) ହେଉଛି 24 ଘଣ୍ଟାର $\frac{1}{8}$ ଅଂଶ । ମାତ୍ର, ଏଠାରେ ବୃତ୍ତଟି ଛଅଗୋଟି ବୃତ୍ତକଳାରେ ବିଭକ୍ତ ହୋଇଛି । ବୃତ୍ତକଳାର ଆବଦ୍ଧ କ୍ଷେତ୍ରର ପରିମାଣ, ରମେଶର ଦୈନିକ କାର୍ଯ୍ୟ ପରିମାଣ ସହ ସମାନୁପାତୀ ହୋଇଥାଏ । ନିମ୍ନ ବିଶ୍ଳେଷଣକୁ ଦେଖ ।

(a) ସ୍କୁଲ୍ ପାଇଁ ସୂଚିତ ଅଂଶର ପରିମାଣ = $\frac{6\text{ଘଣ୍ଟା}}{24\text{ଘଣ୍ଟା}} = \frac{1}{4}$

(b) ନିତ୍ୟକର୍ମ ପାଇଁ ସୂଚିତ ଅଂଶର ପରିମାଣ = $\frac{1\text{ଘଣ୍ଟା}}{24\text{ଘଣ୍ଟା}} = \frac{1}{24}$

(c) ଖେଳ ପାଇଁ ସୂଚିତ ଅଂଶର ପରିମାଣ = $\frac{2\text{ଘଣ୍ଟା}}{24\text{ଘଣ୍ଟା}} = \frac{1}{12}$

(d) ବିଶ୍ରାମ ପାଇଁ ସୂଚିତ ଅଂଶର ପରିମାଣ = $\frac{8\text{ ଘଣ୍ଟା}}{24\text{ ଘଣ୍ଟା}} = \frac{1}{3}$

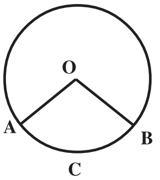
(e) ଘରେ ପାଠପଢ଼ା ପାଇଁ ସୂଚିତ ଅଂଶର ପରିମାଣ = $\frac{4\text{ ଘଣ୍ଟା}}{24\text{ ଘଣ୍ଟା}} = \frac{1}{6}$

(f) ଅନ୍ୟାନ୍ୟ କାର୍ଯ୍ୟ ପାଇଁ ସୂଚିତ ଅଂଶର ପରିମାଣ = $\frac{3\text{ ଘଣ୍ଟା}}{24\text{ ଘଣ୍ଟା}} = \frac{1}{8}$

ମନେରଖ :

- ବୃତ୍ତର ଯେକୌଣସି ଦୁଇ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଏବଂ ଚାପକୁ ନେଇ ଗଠିତ ଚିତ୍ରକୁ ବୃତ୍ତକଳା କୁହାଯାଏ ।
- ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ O A C B ଏକ ବୃତ୍ତକଳା ।
- ବୃତ୍ତକଳାର ସଂପୃକ୍ତ ଚାପର ଡ଼ିଗ୍ରୀ ପରିମାପ ହେଉଛି 360^0 ର ଏକ ଭଗ୍ନାଂଶ ସହ ସମାନ ।
- ଏକ ବୃତ୍ତର ସମସ୍ତ ବୃତ୍ତକଳା ସହ ସଂପୃକ୍ତ ଚାପ ମାନଙ୍କର ଡ଼ିଗ୍ରୀ ପରିମାପର ସମଷ୍ଟି 360^0 ହେବ ।

(ଚିତ୍ର-10.9)



ମୋହିତ ଶିକ୍ଷକଙ୍କୁ ପଚାରିଲା ବୃତ୍ତରେ ଛଅଗୋଟି ବୃତ୍ତକଳା ସେ କିପରି ଅଙ୍କନ କରିପାରିଲେ । ଶିକ୍ଷକ କହିଲେ ଯଦି ବୃତ୍ତକଳାର କେନ୍ଦ୍ରୀୟ କୋଣର ପରିମାଣ ଜାଣିପାରିବା ତେବେ ଅତି ସହଜରେ ଆମେ ବୃତ୍ତକଳାଗୁଡ଼ିକୁ ପାଇପାରିବା । ଆସ ଦେଖିବା ବୃତ୍ତକଳାର କେନ୍ଦ୍ରୀୟ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ପାଇବା କିପରି ?

ନିମ୍ନ ସାରଣୀକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର : **ସାରଣୀ – 10**

ରମେଶର ଗୋଟିଏ ଦିନର କାର୍ଯ୍ୟାବଳୀ	ସମୟ (ଘଣ୍ଟାରେ)	ଆନୁପାତିକ ଅଂଶ (ଭଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟାରେ)	360^0 ର ଆନୁପାତିକ ଅଂଶ (ଡିଗ୍ରୀରେ)
ବିଶ୍ରାମ	8	$\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$	360^0 ର $\frac{1}{3} = 120^0$
ନିତ୍ୟକର୍ମ	1	$\frac{1}{24}$	360^0 ର $\frac{1}{24} = 15^0$
ସ୍କୁଲ୍ ଉପସ୍ଥାନ	6	$\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$	360^0 ର $\frac{1}{4} = 90^0$
ଘରେ ପାଠପଢ଼ା	4	$\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$	360^0 ର $\frac{1}{6} = 60^0$
ଖେଳ	2	$\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$	360^0 ର $\frac{1}{12} = 30^0$
ଅନ୍ୟାନ୍ୟ କାର୍ଯ୍ୟ	3	$\frac{3}{24} = \frac{1}{8}$	360^0 ର $\frac{1}{8} = 45^0$
ସମୁଦାୟ	24 ଘଣ୍ଟା		କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି $=360^0$

ଶିକ୍ଷକ ବର୍ତ୍ତମାନ ମୋହିତକୁ ଡାକି ବୃତ୍ତ ଲେଖ ଅଙ୍କନର ସମସ୍ତ ସୋପାନଗୁଡ଼ିକୁ ବୁଝାଇ କହିଲେ ।

ସୋପାନ :

- ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର ।
- ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ କାର୍ଯ୍ୟ ବା ସୂଚନା ଅନୁଯାୟୀ ଆବଶ୍ୟକ ବୃତ୍ତକଳାର କେନ୍ଦ୍ରୀୟ କୋଣର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର । (ପୂର୍ବ ପୃଷ୍ଠାରେ ଦତ୍ତ ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।)
- ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସାହାଯ୍ୟରେ କେନ୍ଦ୍ରରେ କୋଣମାନ ଅଙ୍କନ କରି ବୃତ୍ତକଳାଗୁଡ଼ିକୁ କାର୍ଯ୍ୟ ବା ସୂଚନା ଅନୁଯାୟୀ ସୂଚାଅ ।

ନିଜେ କର .ଗୋଟିଏ ଛାତ୍ରାବାସରେ ରହୁଥିବା ଛାତ୍ରମାନେ କହିପାରୁଥିବା ଭାଷାମାନଙ୍କୁ ନେଇ ଏକ ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଇଛି । ଉକ୍ତ ତଥ୍ୟ ଗୁଡ଼ିକୁ ଆଧାର କରି ଏକ ବୃତ୍ତଲେଖ ଅଙ୍କନ କର ।

ସାରଣୀ – 11

ଭାଷା	ଓଡ଼ିଆ	ହିନ୍ଦୀ	ଇଂରାଜୀ	ସଂସ୍କୃତ
ଛାତ୍ରସଂଖ୍ୟା	18	9	6	3

10.5 ଭାଗ ବିଭକ୍ତ ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣ (Grouped Frequency Distribution) :

ମନେକର ଗୋଟିଏ ଶ୍ରେଣୀରେ ପଢୁଥିବା 30 ଜଣ ପିଲାଙ୍କର ଗଣିତ ବିଷୟରେ ପରୀକ୍ଷା କରାଗଲା । ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା 50 ରୁ ସେମାନଙ୍କର ପ୍ରାପ୍ତାଙ୍କ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

19, 14, 10, 12, 24, 29, 34, 10, 14, 12, 19, 24, 38, 34, 24,
5, 7, 19, 12, 14, 24, 19, 38, 22, 29, 24, 19, 19, 14, 25

ଉପରୋକ୍ତ ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ ପୂର୍ବ ଅନୁଚ୍ଛେଦ 10.3 ଅନୁସରଣରେ ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣ ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କଲେ ତାହା ନିମ୍ନମତେ ପ୍ରକାଶିତ ହେବ ।

ସାରଣୀ – 12

ଲବ୍ଧାଙ୍କ (Score)	ବାରମ୍ବାରତା (Frequency)
5	1
7	1
10	2
12	3
14	4
19	6
22	1
24	5
25	1
29	2
34	2
38	2

ଏଠାରେ ପିଲାମାନଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ବହୁତ ବେଶି ହେଲେ ଏବଂ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା 50 ନ ହୋଇ 100 ହୋଇଥିଲେ ଏହି ସାରଣୀ ଅଧିକ ଦୀର୍ଘ ହୋଇଥା'ନ୍ତା । ଏପରି ସ୍ଥଳେ ଉପରୋକ୍ତ ସାରଣୀର ଏକ ଅନୁରୂପ ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ବିରକ୍ତିକର, ସମୟସାପେକ୍ଷ ଏବଂ କଷ୍ଟକର ହେବ । ଏପରି ଏକ ସାରଣୀରୁ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସୂଚନା ପାଇବା କଷ୍ଟକର ହୋଇପଡ଼ିବ ।

ଏପରିସ୍ଥଳେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଲବ୍‌ଧାଙ୍କ ପାଇଁ ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ନ କରି, ଲବ୍‌ଧାଙ୍କଗୁଡ଼ିକୁ କେତେକ **ଶ୍ରେଣୀ ବା ସଂଭାଗ (Class or Group)** ରେ ବିଭକ୍ତ କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଭାଗ ପାଇଁ ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ । ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ **ସଂଭାଗୀକରଣ (Classification)** କୁହାଯାଏ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଆସ ଦତ୍ତ ସାରଣୀରେ ଥିବା ଲବ୍‌ଧାଙ୍କ ସମୂହକୁ ନେଇ କିଛି ସଂଭାଗରେ ପରିଣତ କରିବା । ଏଠାରେ ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଏବଂ ସର୍ବନିମ୍ନ ଲବ୍‌ଧାଙ୍କ ଯଥାକ୍ରମେ 38 ଏବଂ 5 ହୋଇଥିବାରୁ ତଥ୍ୟାବଳୀର **ବିସ୍ତାର (Range)** = (38 – 5) = 33

ତଥ୍ୟାବଳୀର ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଓ ସର୍ବନିମ୍ନ ଲବ୍‌ଧାଙ୍କ ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଦୂରତ୍ୱକୁ ତଥ୍ୟାବଳୀର ବିସ୍ତାର (range) କୁହାଯାଏ ।

ସାଧାରଣତଃ ତଥ୍ୟାବଳୀର ବିସ୍ତାର ଅଧିକ ହୋଇଥିଲେ ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ ବିଭିନ୍ନ ସଂଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଏ । ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ସଂଭାଗୀକରଣ ନିମ୍ନମତେ କରାଯାଇ ପାରେ ।

0 - 10, 10 - 20, 20 - 30, 30 - 40

ଏଠାରେ ସମସ୍ତ ତଥ୍ୟକୁ 4 ଟି ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଛି, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗକୁ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ **ସଂଭାଗ (Class Interval)** କୁହାଯାଏ । ନିମ୍ନ ସାରଣୀକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର ।

ସାରଣୀ – 13

ସଂଭାଗ	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40
ବାରମ୍ବାରତା	2	15	9	4

ଏଠାରେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର (0 - 10) ଏବଂ (10 - 20) ସଂଭାଗ ଦ୍ୱୟରେ "10" ଉଭୟ ସଂଭାଗରେ ରହିଛି । ସେହିପରି "20", (10 - 20) ଏବଂ (20 - 30) ସଂଭାଗ ଦ୍ୱୟରେ ଅଛି । ଏଥିପାଇଁ ଆମେ ଧରିନେବା ଯେ, "10" ପ୍ରଥମ ସଂଭାଗରେ ନ ରହି ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଭାଗରେ ଏବଂ "20" ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଭାଗରେ ନରହି ତୃତୀୟ ସଂଭାଗରେ ରହିବ ।

'30' ଲବ୍‌ଧାଙ୍କ ଦତ୍ତ ଚାରୋଟି ସଂଭାଗ ମଧ୍ୟରୁ (30 - 40) ସଂଭାଗରେ ରହିବ ।

ମନେରଖ :

- '10 - 20' ସଂଭାଗର 10 କୁ ସଂଭାଗଟିର **ନିମ୍ନସୀମା (Lower Limit)** ଏବଂ 20 କୁ ସଂଭାଗର **ଉଚ୍ଚସୀମା (Upper Limit)** କୁହାଯାଏ ।
- ସେହିପରି (20 - 30) କ୍ଷେତ୍ରରେ 20 ଏବଂ 30 କୁ ଯଥାକ୍ରମେ ଉକ୍ତ ସଂଭାଗର ନିମ୍ନସୀମା ଏବଂ ଉଚ୍ଚସୀମା କୁହଯାଏ ।
- ସଂଭାଗର ଉଚ୍ଚସୀମା ଓ ନିମ୍ନସୀମା ଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର ଫଳକୁ ସଂଭାଗର ବିସ୍ତାର କୁହାଯାଏ ।

  0 - 5, 5 – 10, 10 – 15 ..... ଇତ୍ୟାଦି ସଂଭାଗୀକରଣରେ ସଂଭାଗ ବିସ୍ତାର ହେବ 5 ।

  କାରଣ 5 – 0 = 10 – 5 = ... = 5

ଉପରୋକ୍ତ ଭାଗ ବିଭକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀରୁ ଆମେ ନିମ୍ନ କେତେଗୋଟି ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ସହଜରେ ପହଞ୍ଚିପାରିବା ।

(i) 30 ଜଣ ଛାତ୍ରଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ସର୍ବାଧିକ 15 ଜଣ ଛାତ୍ର 10 ଏବଂ 10 ରୁ 20 ମଧ୍ୟରେ ମାର୍କ ରଖିଛନ୍ତି ।

(ii) 20 କିମ୍ବା 20 ରୁ ଅଧିକ ମାର୍କ ରଖିଥିବା ଛାତ୍ରଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା 13 ।

(iii) 20 ରୁ କମ୍ ମାର୍କ ରଖିଥିବା ଛାତ୍ରସଂଖ୍ୟା 17, ଇତ୍ୟାଦି ।

ନିଜେ କର

1. 20 ଜଣ ଛାତ୍ରଙ୍କର ଓଜନ ର ଏକ ଭାଗ ବିଭକ୍ତ ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣ ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ଯାହାର ବିସ୍ତାର 5 ହେବ । ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ହେଲା, 40, 38, 33, 48, 60, 53, 31, 46, 34, 36, 49, 41, 55, 49, 65, 42, 44, 47, 38, 39

2. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଲବ୍ଧାଙ୍କଗୁଡ଼ିକୁ (ତଥ୍ୟାବଳୀ) ନେଇ ଏକ ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣ ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ଯାହାର ସଂଭାଗ ବିସ୍ତାର 10 ହେବ ।

21, 10, 30, 22, 33, 5, 37, 12, 25, 42, 15, 39, 26, 32, 18, 27, 28, 19, 29, 35, 31, 24, 36, 18, 20, 38, 22, 44, 16, 24, 10, 27, 39, 28, 49, 29, 32, 23, 31, 21, 34, 22, 23, 36, 24, 36, 33, 47, 48, 50, 39, 20, 7, 16, 36, 45, 47, 30, 22, 17

ଉଦାହରଣ – 4 : ନିମ୍ନ ଭାଗବିଭକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରି ଦତ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

ଗୋଟିଏ କାରଖାନା ର 550 ଜଣ କର୍ମଚାରୀଙ୍କର ଆୟକୁ ଭାଗବିଭକ୍ତ ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣ ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

ସାରଣୀ – 14

ସଂଭାଗ	ବାରମ୍ବାରତା
100 - 125	45
125 - 150	25
150 - 175	55
175 - 200	125
200 - 225	140
225 - 250	55
250 - 275	35
275 - 300	50
300 - 325	20

ସମୁଦାୟ କର୍ମଚାରୀ ସଂଖ୍ୟା = 550

(i) ଦତ୍ତ ସମ୍ଭାଗମାନଙ୍କର ବିସ୍ତାର କେତେ ?
(ii) କେଉଁ ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତା ସର୍ବାଧିକ ?
(iii) କେଉଁ ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତା ସର୍ବନିମ୍ନ ?
(iv) (200 - 275) ସଂଭାଗର ଉଚ୍ଚସୀମା କେତେ ?
(v) କେଉଁ ଦୁଇ ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତା ସମାନ ?
(vi) 150 ଟଙ୍କାରୁ କମ୍ ଆୟବିଶିଷ୍ଟ କର୍ମଚାରୀଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

ଉତ୍ତର : (i) ସଂଭାଗର ବିସ୍ତାର (25) ।
(ii) (200 - 225) ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତା ସର୍ବାଧିକ (140) ।
(iii) (300 - 325) ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତା ସର୍ବନିମ୍ନ (20) ।
(iv) (200 - 275) ସଂଭାଗର ଉଚ୍ଚସୀମା 275 ।
(v) (150 - 175) ଏବଂ (225 - 250) ସଂଭାଗ ଦ୍ୱୟର ବାରମ୍ବାରତା ସମାନ (55) ।
(vi) 45 +25 = 70 ଜଣ ବ୍ୟକ୍ତିଙ୍କର ଆୟ 150 ଟଙ୍କାରୁ କମ୍ ।

10.6. ହିଷ୍ଟୋଗ୍ରାମ୍ (Histogram) :

ଭାଗବିଭକ୍ତ ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣକୁ ଲେଖଚିତ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ ମଧ୍ୟ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରେ । 10.4.2 ବିଭାଗରେ ତୁମେମାନେ ସ୍ତମ୍ଭଲେଖ ଦ୍ୱାରା ତଥ୍ୟ ଉପସ୍ଥାପନା କିପରି ହୁଏ ତାହା ଜାଣିଛ । ସ୍ତମ୍ଭଲେଖରେ ସ୍ତମ୍ଭମାନଙ୍କର ବିସ୍ତାର (ପ୍ରସ୍ଥ) ସମାନ ଥିଲା ବେଳେ ସେମାନଙ୍କର ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନ ସମାନ ରହିଥାଏ । ହିଷ୍ଟୋଗ୍ରାମ୍ ପ୍ରସ୍ତୁତି ବେଳେ ଅନୁରୂପ ଭାବେ ସ୍ତମ୍ଭଲେଖ ମଧ୍ୟ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଥାଏ । କିନ୍ତୁ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନ କିଛି ନ ଥାଏ । ହିଷ୍ଟୋଗ୍ରାମ୍‌ରେ ସ୍ତମ୍ଭର ଓସାର ସଂଭାଗ ବିସ୍ତାର ଉପରେ ନିର୍ଭର କରିଥାଏ ଏବଂ ସ୍ତମ୍ଭର ଉଚ୍ଚତା ଅନୁରୂପ ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତା ହୋଇଥାଏ । ସଂଭାଗ-ସଂଭାଗ ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନ କିଛି ନ ଥିବାରୁ ସ୍ତମ୍ଭ ଅଙ୍କନ ବେଳେ ବ୍ୟବଧାନ ମଧ୍ୟ କିଛି ନ ଥାଏ । ଏଠାରେ ମନେରଖିବା ଉଚିତ ହେବ ଯେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ହିଷ୍ଟୋଗ୍ରାମ୍ ମଧ୍ୟ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସ୍ତମ୍ଭଲେଖ ।

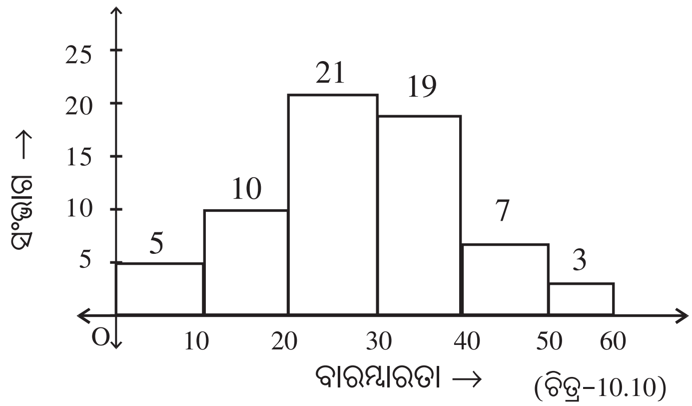
ଲବ୍‌ଧାଙ୍କଗୁଡ଼ିକର ସଂଭାଗୀକରଣ ବ୍ୟବସ୍ଥାରେ ଅଙ୍କିତ ସ୍ତମ୍ଭଲେଖକୁ ହିଷ୍ଟୋଗ୍ରାମ୍ କୁହାଯାଏ । ଅନ୍ୟ ପ୍ରକାରରେ କହିବାକୁ ଗଲେ ଭାଗ ବିଭକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ସ୍ତମ୍ଭଲେଖକୁ ହିଷ୍ଟୋଗ୍ରାମ୍ କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ – 5 : ଦତ୍ତ ଭାଗବିଭକ୍ତ ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣ ସାରଣୀକୁ ନେଇ ବର୍ତ୍ତମାନ ହିଷ୍ଟୋଗ୍ରାମ୍ ଅଙ୍କନ କରିବା ।

ସାରଣୀ – 15

ସଂଭାଗ	ବାରମ୍ବାରତା
0 - 10	5
10 - 20	10
20 - 30	21
30 - 40	19
40 - 50	7
50 - 60	3

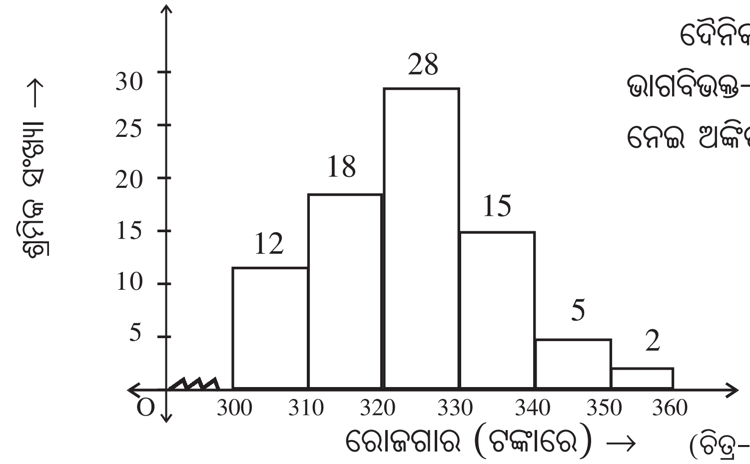
65



(ଚିତ୍ର–10.10)

ଅଙ୍କିତ ଲେଖଚିତ୍ରକୁ ହିଷ୍ଟୋଗ୍ରାମ୍ (Histogram) କୁହାଯାଏ । ସ୍ତମ୍ଭଲେଖ ଅଙ୍କନର ସୋପାନସମୂହକୁ ଅନୁସରଣ କରି ଉକ୍ତ ହିଷ୍ଟୋଗ୍ରାମ୍ ଅଙ୍କିତ ହୋଇଛି ।

ଉଦାହରଣ - 6 : ନିମ୍ନ ହିଷ୍ଟୋଗ୍ରାମ୍‌ଟି ଗୋଟିଏ କାରଖାନାର ୪୦ ଜଣ ଶ୍ରମିକଙ୍କର ଦୈନିକ ରୋଜଗାର ସହ ସଂପୃକ୍ତ ଏକ ଭାଗବିଭକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ ଭିତ୍ତି କରି ଅଙ୍କିତ ହୋଇଛି ।



(ଚିତ୍ର–10.11)

ଦୈନିକ ରୋଜଗାର ସହ ସଂପୃକ୍ତ ଏକ ଭାଗବିଭକ୍ତ– ଲବ୍‌ଧାଙ୍କ ଏବଂ ବାରମ୍ବାରତାକୁ ନେଇ ଅଙ୍କିତ ହିଷ୍ଟୋଗ୍ରାମ୍

ହିଷ୍ଟୋଗ୍ରାମ୍‌କୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

(i) ସର୍ବାଧିକ ରୋଜଗାର ଦର୍ଶାଉଥିବା ସଂଭାଗରେ ଥିବା ବ୍ୟକ୍ତିମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।

(ii) କେଉଁ ସଂଭାଗରେ ସର୍ବାଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ବ୍ୟକ୍ତି ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ?

(iii) ଦତ୍ତ ସଂଭାଗଗୁଡ଼ିକର ବିସ୍ତାର କେତେ ?

(iv) କେତେଜଣ ବ୍ୟକ୍ତି 330 ଟଙ୍କାରୁ କମ୍ ରୋଜଗାର କରନ୍ତି ?

(v) 340 ଟଙ୍କା କିମ୍ବା ଏହାଠାରୁ ଅଧିକ ଟଙ୍କା ରୋଜଗାର କରୁଥିବା ବ୍ୟକ୍ତିଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

ସମାଧାନ :

(i) (350 - 360) ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତା 2 । ତେଣୁ ଅଧିକ ରୋଜଗାର କରୁଥିବା ବ୍ୟକ୍ତି ସଂଖ୍ୟା 2 ।

(ii) (320 - 330) (iii) 10

(iv) 330 ଟଙ୍କାରୁ କମ୍ ରୋଜଗାର କରୁଥିବା ବ୍ୟକ୍ତି ସଂଖ୍ୟା = 12 + 18 + 28 = 58

(v) 340 ଟଙ୍କା କିମ୍ବା ଏହାଠାରୁ ଅଧିକ ରୋଜଗାର କରୁଥିବା ବ୍ୟକ୍ତିଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା = 5 + 2 = 7

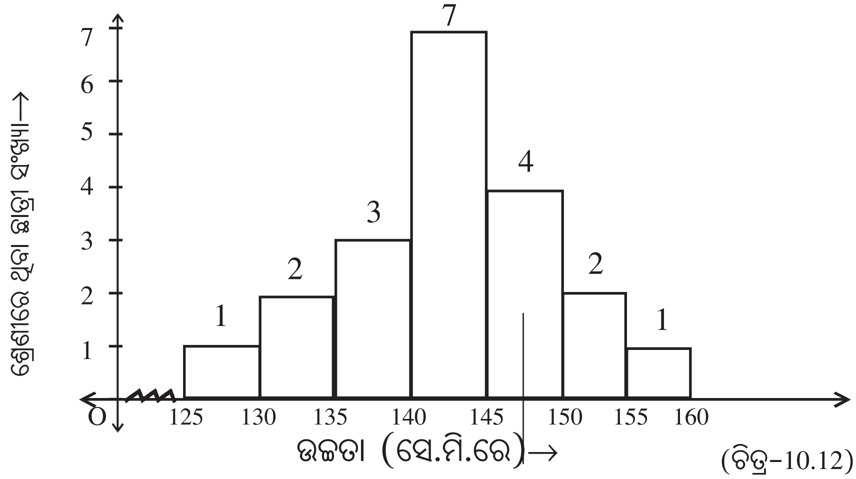
ନିଜେ କର

1. ତୁମ ସ୍କୁଲ୍‌ର 25 ଜଣ ଶିକ୍ଷକଙ୍କର ବୟସକୁ ନିମ୍ନ ଭାଗ ବିଭକ୍ତ ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣ ସାରଣୀରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇଛି । ଏହାକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ହିଷ୍ଟୋଗ୍ରାମ୍ ଅଙ୍କନ କର ।

ସାରଣୀ – 16

ସଂଭାଗ	20 - 25	25 - 30	30 - 35	35 - 40	40 -45	45 - 50
ବାରମ୍ବାରତା	4	5	6	3	2	5

2. ପ୍ରସ୍ତୁତ ହିଷ୍ଟୋଗ୍ରାମ୍ କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଦେବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର ।



(ଚିତ୍ର–10.12)

(i) ଦତ୍ତ ହିଷ୍ଟୋଗ୍ରାମ୍‌ରୁ କେଉଁ ସୂଚନା ମିଳୁଛି ?

(ii) କେଉଁ ସଂଭାଗରେ ସର୍ବାଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ଛାତ୍ରୀ ଅଛନ୍ତି ?

(iii) 145 ସେ.ମି. ଏବଂ ତା' ଠାରୁ ଅଧିକ ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଛାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

(iv) 140 ସେ.ମି. ରୁ କମ୍ ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଛାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

(v) ଉଚ୍ଚତା 140 ସେ.ମି. ଓ 145 ସେ.ମି. ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଛାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

ଅନୁଶୀଳନୀ – 10 (a)

1. ଜଣେ ଡାକ୍ତରଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ସପ୍ତାହର ବିଭିନ୍ନ ଦିନରେ ପରୀକ୍ଷା କରିଥିବା ରୋଗୀ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଏକ ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି । ସାରଣୀରେ ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟକୁ ନେଇ ଏକ ସ୍ତମ୍ଭଲେଖ ଅଙ୍କନ କର ।

ସାରଣୀ – 17

ବାରସମୂହ	ସୋମ	ମଙ୍ଗଳ	ବୁଧ	ଗୁରୁ	ଶୁକ୍ର	ଶନି
ରୋଗୀ ସଂଖ୍ୟା	16	20	26	13	25	28

2. ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତିଙ୍କର ମାସିକ ବେତନ ଟ. 6400 । ସେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉପାୟରେ ମାସିକ ଖର୍ଚ୍ଚକୁ ଆବଣ୍ଟନ କରିବା ପାଇଁ ଚାହିଁଲେ । ତଥ୍ୟକୁ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି । ଉକ୍ତ ତଥ୍ୟ ସମୂହକୁ ବ୍ୟବହାରକରି ଏକ ସ୍ତମ୍ଭ ଲେଖ ଅଙ୍କନ କର ।

3. ଗୋଟିଏ ଗ୍ରାମର ବିଭିନ୍ନ ଉପାୟ (ମାଧ୍ୟମ) ଅବଲମ୍ବନରେ ସ୍କୁଲ୍ ଯାଉଥିବା ପୁଅ ଓ ଝିଅ ସଂଖ୍ୟାକୁ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି । ଏହାକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଗୋଟଇଏ ଦ୍ୱି-ସ୍ତମ୍ଭ ଲେଖ ଅଙ୍କନ କର ।

ସାରଣୀ – 18

ମାଧ୍ୟମ ସମୂହ	ସ୍କୁଲ୍ ବସ୍	ଚାଲିକରି	ସାଇକେଲ୍	ଅନ୍ୟାନ୍ୟ
ପୁଅ ସଂଖ୍ୟା	75	120	240	150
ଝିଅ ସଂଖ୍ୟା	135	60	180	90

4. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ସ୍ତମ୍ଭଲେଖ ଦ୍ୱାରା ଗୋଟିଏ ସହରର ବିଭିନ୍ନ ସମୟରେ ତାପମାତ୍ରା କେତେ ଥିଲା ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ଲେଖଟିକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

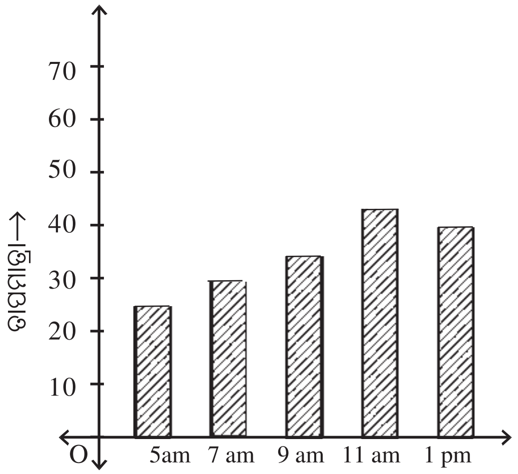
(a) ଦିନର କେଉଁ ସମୟରେ ତାପମାତ୍ରା ସର୍ବାଧିକ ଥିଲା ?

(b) ଦିନର କେଉଁ ସମୟରେ ତାପମାତ୍ରା ସର୍ବନିମ୍ନ ଥିଲା ?

(c) 45^0C ତାପମାତ୍ରା ଦିନର କେଉଁ ସମୟରେ ଥିଲା ?

(d) ସର୍ବାଧିକ ତାପମାତ୍ରା ଏବଂ ସର୍ବନିମ୍ନ ତାପମାତ୍ରା ମଧ୍ୟରେ ଅନ୍ତର କେତେ ?

(e) ଅପରାହ୍ନ ଗୋଟାଏ ବେଳେ ଦିନର ତାପମାତ୍ରା କେତେ ଥିଲା ?



(ଚିତ୍ର–10.13) ସମୟ→

5. ନିମ୍ନ ବାରମ୍ବାରତା – ବିତରଣ ସାରଣୀକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ । ଉକ୍ତ ସାରଣୀରେ 40 ଜଣ ବ୍ୟକ୍ତିଙ୍କର ଓଜନ (କିଲୋଗ୍ରାମ୍‌ରେ) ଦିଆଯାଇଛି ।

ସାରଣୀ – 19

ଓଜନ (କି.ଗ୍ରା.ରେ)	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65
ବ୍ୟକ୍ତି ସଂଖ୍ୟା	4	12	13	6	5

(a) ପ୍ରଥମ ସଂଭାଗର ନିମ୍ନସୀମା ଏବଂ ଉଚ୍ଚସୀମା କେତେ ?

(b) କେଉଁ ସଂଭାଗର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ବ୍ୟକ୍ତିଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ସର୍ବାଧିକ ?

(c) 50 କି.ଗ୍ରା.ରୁ କମ୍ ଓଜନ ବିଶିଷ୍ଟ ବ୍ୟକ୍ତି ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

(d) କେଉଁ ସଂଭାଗର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ବ୍ୟକ୍ତିଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ସର୍ବନିମ୍ନ ?

(e) ଦତ୍ତ ସଂଭାଗୀକରଣରେ ତଥ୍ୟାବଳୀର ବିସ୍ତାର କେତେ ?

6. ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଏକ ହିଷ୍ଟୋଗ୍ରାମ୍ ଅଙ୍କନ କର । ଏଠାରେ 25 ଜଣ ପିଲାଙ୍କର ଗୋଟିଏ ପରୀକ୍ଷାରେ ରଖିଥିବା ନମ୍ବରକୁ ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

ସାରଣୀ – 20

ସଂଭାଗ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
ଛାତ୍ରସଂଖ୍ୟା(ବାରମ୍ବାରତା)	1	4	6	8	4	2

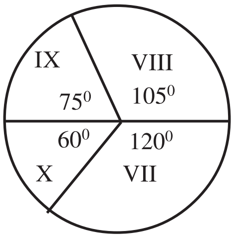
7. ଗୋଟିଏ ସ୍କୁଲ୍‌ର VII ରୁ X ଶ୍ରେଣୀ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଶ୍ରେଣୀର ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି 720 । ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ବୃତ୍ତଲେଖକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

(a) X ଶ୍ରେଣୀରେ ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

(b) X ଶ୍ରେଣୀର ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟା VIII ଶ୍ରେଣୀର ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ କେତେ କମ୍ ?

(c) IX ଏବଂ X ଶ୍ରେଣୀର ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟାର ଅନୁପାତ କେତେ ?

(d) VII ଶ୍ରେଣୀର ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟା IX ଶ୍ରେଣୀର ଛାତ୍ରସଂଖ୍ୟାଠାରୁ କେତେ ଅଧିକ ?



(ଚିତ୍ର–10.14)

8. ସମୁଦାୟ 1080 ଜଣ ବ୍ୟକ୍ତିଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ସେମାନଙ୍କର ଖାଦ୍ୟରୁଚିକୁ ଦୃଷ୍ଟିରେ ରଖି ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତଲେଖ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଛି । ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ବୃତ୍ତ ଲେଖକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ପ୍ରଦାନ କର ।

(a) କେତେ ଜଣ ବ୍ୟକ୍ତି ପରଟା ଏବଂ କେତେ ଜଣ ବ୍ୟକ୍ତି ରୁଟିକୁ ପସନ୍ଦ କରନ୍ତି ?

(b) କେତେଜଣ ବ୍ୟକ୍ତି ଚାଉମିନ୍ ଏବଂ ପିଜାକୁ ପସନ୍ଦ କରନ୍ତି ?

(c) ଅଧିକ କେତେଜଣ ବ୍ୟକ୍ତି ଦୋସା ଅପେକ୍ଷା ରୁଟିକୁ ପସନ୍ଦ କରନ୍ତି ?

(d) ପରଟାକୁ ପସନ୍ଦ କରୁଥିବା ବ୍ୟକ୍ତି ସଂଖ୍ୟା, ପିଜାକୁ ପସନ୍ଦ କରୁଥିବା ବ୍ୟକ୍ତି ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ କେତେ ଅଧିକ ?

(ଚିତ୍ର–10.15)

9. ଗୋଟିଏ ସ୍କୁଲ୍‌ରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଭାଷାକୁ ପ୍ରଥମ ଭାଷା ରୂପେ ଗ୍ରହଣ କରିଥିବା ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟା ଦିଆଯାଇଛି । ଉକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ ବ୍ୟବହାରି କରି ଗୋଟଏ ବୃତ୍ତଲେଖ ଅଙ୍କନ କର ।

ସାରଣୀ – 21

ଭାଷା	ଇଂରାଜୀ	ହିନ୍ଦୀ	ଓଡ଼ିଆ	ବଙ୍ଗଳା	ତେଲୁଗୁ
ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟା	50	20	80	18	12

10. ସାରଣୀରେ ଥିବା ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ ନେଇ ଗୋଟିଏ ହିଷ୍ଟୋଗ୍ରାମ୍ ଅଙ୍କନ କର ।

ସାରଣୀ – 22

ସଂଭାଗ	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
ବାରମ୍ବାରତା	5	10	19	24	18	6

11. 40 ଟି ଘରର ଇଲେକ୍‌ଟ୍ରିକ୍ ବିଲ୍ ଆସିଛି । ବିଲ୍‌ରେ ଲିପିବଦ୍ଧ ଟଙ୍କାକୁ ନିମ୍ନରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ଉକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଆଧାରରେ ଗୋଟିଏ ଭାଗ ବିଭକ୍ତ ବାରମ୍ବାରତା ବଣ୍ଟନ ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କର । (ସଂଭାଗର ବିସ୍ତାର 10 ହେବ)

(ଆବଶ୍ୟକ ହେଲେ ଟାଲି ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରିପାର)

78, 87, 81, 52, 59, 65, 101, 108, 11.5, 95, 98, 65, 62, 121, 128, 63, 76, 84, 89, 91, 65,
101, 95, 8.1, 87, 105, 129, 92, 75, 105, 78, 72, 107, 116, 127, 100, 80, 82, 61, 118

12. ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର 0-5, 5-10,.... ପ୍ରଭୃତି ସଂଭାଗୀକରଣ ଥାଇ ଏକ ବାରମ୍ବାରତା ବଣ୍ଟନ ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କର । ତତ୍‌ପରେ ଏହାକୁ ନେଇ ଏକ ହିଷ୍ଟୋଗ୍ରାମ୍ ଅଙ୍କନ କର ।
13, 6, 12, 9, 11, 14, 2, 8, 18, 16, 9, 13, 17, 11, 19,
6,7, 12, 22, 21, 18, 1, 8, 12, 18, 13, 5, 10, 12, 4

10.7 ଲେଖଚିତ୍ର ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଧାରଣା (Introduction to Graphs) :

ସାଧାରଣତଃ ତଥ୍ୟର ପରିବେଷଣ ବା ଉପସ୍ଥାପନା ବିଭିନ୍ନ ଗ୍ରାଫ୍ (ଲେଖଚିତ୍ର) ମାଧ୍ୟମରେ କରାଯାଇଥାଏ । ସଂଗୃହୀତ ତଥ୍ୟର ଉପସ୍ଥାପନା ଚିତ୍ର ବା ଲେଖ ମାଧ୍ୟମରେ କରାଯାଇ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷକ ବା ଗବେଷଣାକାରୀଙ୍କର ଦୃଷ୍ଟିଆକର୍ଷଣ କରାଯାଏ । ପ୍ରଥମେ ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ସାରଣୀରେ ଲିପିବଦ୍ଧ କରି ଆବଶ୍ୟକତା ଅନୁଯାୟୀ ବିଭିନ୍ନ ଚିତ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ ଏହାର ଉପସ୍ଥାପନା କରାଯାଏ, ଯାହା ନିଆଯାଇଥିବା ତଥ୍ୟ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଭିନ୍ନ ସୂଚନା ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା କରିବା ସମ୍ଭବପର ହୋଇଥାଏ ।

ତୁମେମାନେ ପୂର୍ବରୁ ଚିତ୍ର ଲେଖ (Pictograph), ସ୍ତମ୍ଭଲେଖ (Bar graph) ଏବଂ ଭାଗବିଭକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀ ପାଇଁ ବ୍ୟବହୃତ ହିଷ୍ଟୋଗ୍ରାମ୍ ମାଧ୍ୟମରେ ସଂଗୃହୀତ ତଥ୍ୟର ଉପସ୍ଥାପନା କିପରି କରାଯାଏ ତାହା ଜାଣିଛ ।

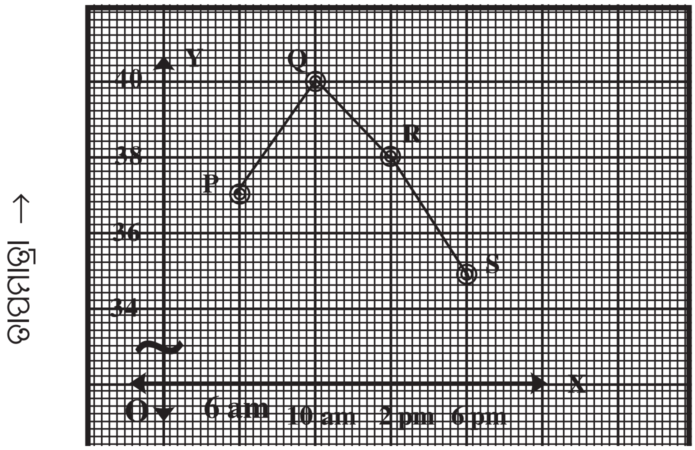
ପୂର୍ବ ଅନୁଚ୍ଛେଦମାନଙ୍କରେ ଆଲୋଚିତ ସମସ୍ତ ଲେଖ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଉପସ୍ଥାପନା ନିମିତ୍ତ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ।

ଏତଦ୍ ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ ଏକ ଲେଖଚିତ୍ର ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା । ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣକୁ ଦେଖ ।

ଉଦାହରଣ –7 : ରେଣୁର ଦେହ-ତାପମାତ୍ରା ଦିନର ପ୍ରତି 4 ଘଣ୍ଟା ଅନ୍ତରରେ ଥର୍ମୋମିଟର ସାହାଯ୍ୟରେ ମାପି ଗୋଟିଏ ସାରଣୀରେ ଲିପିବଦ୍ଧ କରାଯାଇଛି । ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟକୁ ଭିତ୍ତିକରି ଏକ ଲେଖଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଛି ।

ସାରଣୀ – 23

ସମୟ	6 a.m	10 a.m	2 p.m	6 p.m
ତାପମାତ୍ରା (0^0c)	37	40	38	35



(ଚିତ୍ର–10.16)

ମନେରଖ : ଆନୁଭୂମିକ (ସମୟ ସୂଚାଇଥିବା) ରେଖାକୁ ସାଧାରଣତଃ x - axis ବା x- ଅକ୍ଷ କୁହାଯାଏ । ଉଲ୍ଲମ୍ବ (ତାପମାତ୍ରା ସୂଚାଇଥିବା) ରେଖାକୁ y- axis ବା y - ଅକ୍ଷ କୁହାଯାଏ ।

(i) ସମୟ ଅନୁଯାୟୀ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ତାପମାତ୍ରାକୁ ଭିତ୍ତିକରି ତଥ୍ୟକୁ ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱାରା (P, Q, R, S ଦ୍ୱାରା) ସୂଚାଇ ଦିଆଯାଇଛି ।

(ii) ସେହି ବିନ୍ଦୁ ଗୁଡ଼ିକୁ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ପରମୁହୂର୍ତ୍ତରେ ରେଖାଖଣ୍ଡ ($\overline{PQ}$, $\overline{QR}$, $\overline{RS}$) ଦ୍ୱାରା ସଂଯୋଗ କରାଯାଇଛି ।

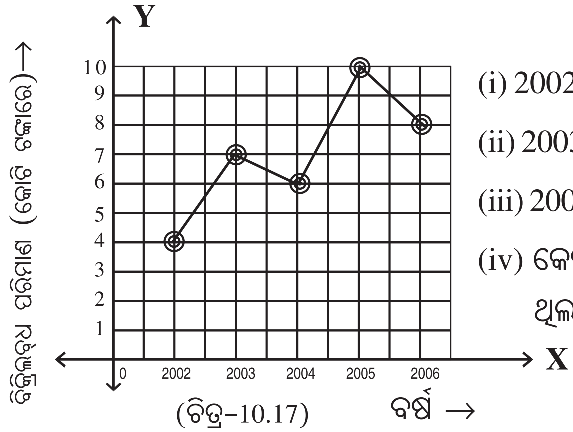
ଏପ୍ରକାରର ଲେଖଚିତ୍ରକୁ **ସମୟ –ତାପମାତ୍ରା ରେଖା–ଲେଖ (Time - Temperature Line graph)** କୁହାଯାଏ । ଉକ୍ତ ଲେଖରେ ସମୟ ସହ କ୍ରମାଗତଭାବେ ତାପମାତ୍ରାର ପରିବର୍ତ୍ତନ ଘଟୁଛି । ବର୍ତ୍ତମାନ କହିଲ ଉକ୍ତ ଲେଖରୁ କେଉଁ କେଉଁ ସୂଚନା ପାଉଛ ?

ସମୀର କହିଲା:- ଦିନ ଦଶଟା ବେଳେ ତାପମାତ୍ରା ସର୍ବାଧିକ ଥିଲା ।

ରମେଶ କହିଲା :- ଦିନ ଦଶଟାରୁ କ୍ରମାଗତ ତାପମାତ୍ରା କମି ସଂଧ୍ୟା ଛ'ଟାରେ ସର୍ବନିମ୍ନ ହେଲା ।

ରେଖାଲେଖ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଅନ୍ୟ ଏକ ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଉଦାହରଣ -8 : ଗୋଟିଏ ଯନ୍ତ୍ରାଂଶ ଉତ୍ପାଦନକାରୀ ସଂସ୍ଥାର ବିଭିନ୍ନ ବର୍ଷମାନଙ୍କରେ ବିକ୍ରିଲବ୍ଧ ଟଙ୍କାର ପରିମାଣ (କୋଟିରେ) ନିଆଯାଇ ଗୋଟିଏ ରେଖା ଲେଖ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଇଛି । ରେଖାଚିତ୍ରକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରି ନିମ୍ନପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।



(ଚିତ୍ର-10.17)   ବର୍ଷ →

(i) 2002 ଏବଂ 2004 ରେ ବିକ୍ରିଲବ୍ଧ ଟଙ୍କାର ପରିମାଣ କେତେ ଥିଲା ?

(ii) 2003 ଏବଂ 2005 ରେ ବିକ୍ରିଲବ୍ଧ ଟଙ୍କାରେ ପରିମାଣ କେତେ ଥିଲା ?

(iii) 2002 ଓ 2006 ରେ ବିକ୍ରିଲବ୍ଧ ଟଙ୍କାର ପରିମାଣର ତଫାତ୍ କେତେ ?

(iv) କେଉଁ ବର୍ଷରେ ସଂସ୍ଥାଟିର ବିକ୍ରିଲବ୍ଧ ଟଙ୍କାର ପରିମାଣ ସର୍ବାଧିକ ଥିଲା ?

ସମାଧାନ :

(i) 2002 ବର୍ଷରେ ବିକ୍ରିଲବ୍ଧ ଟଙ୍କାର ପରିମାଣ : ଚାରି କୋଟି

2004 ବର୍ଷରେ ବିକ୍ରିଲବ୍ଧ ଟଙ୍କାର ପରିମାଣ : ଛଅ କୋଟି

(ii) 2003 ବର୍ଷରେ ବିକ୍ରିଲବ୍ଧ ଟଙ୍କାର ପରିମାଣ : ସାତ କୋଟି

2006 ବର୍ଷରେ ବିକ୍ରିଲବ୍ଧ ଟଙ୍କାର ପରିମାଣ : ଆଠ କୋଟି

(iii) 2002 ଓ 2006 ବର୍ଷ ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ବିକ୍ରିଲବ୍ଧ ଟଙ୍କାର ପରିମାଣର ଅନ୍ତର : ଚାରି କୋଟି

(iv) 2005 ରେ ବିକ୍ରିଲବ୍ଧ ଟଙ୍କାର ପରିମାଣ ସର୍ବାଧିକ ଥିଲା । ତାହା ହେଉଛି : ଦଶ କୋଟି ।

10.8 ସରଳରେଖୀୟ ଲେଖଚିତ୍ର (Linear Graphs) :

ପୂର୍ବୋକ୍ତ ଉଦାହରଣ ଦ୍ୱୟରେ କେତେକ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଗୁଡ଼ିକୁ ଏକ କ୍ରମରେ ସଂଯୋଗ କରି ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଲେଖଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିଛି । କେତେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଲେଖଚିତ୍ରଟି ଏକ ସରଳରେଖାର ରୂପ ନେଇଥାଏ । ଏ ପ୍ରକାର ଲେଖଚିତ୍ରଟିକୁ **ସରଳରେଖୀୟ ଲେଖଚିତ୍ର (Linear Graph)** କୁହାଯାଏ । ଏଭଳି ଲେଖଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ ପାଇଁ ଲେଖକାଗଜ ଉପରେ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବାକୁ ପଡ଼ିଥାଏ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଲେଖ କାଗଜ ଉପରେ କିପରି ସହଜରେ ବିନ୍ଦୁକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିପାରିବା ତାହା ଉପରେ ଆଲୋଚନା କରିବା । ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବାର ଅର୍ଥ ଲେଖକାଗଜ ଉପରେ ବିନ୍ଦୁର ଅବସ୍ଥାନକୁ ଜାଣିବା ।

10.8.1. ବିନ୍ଦୁର ଅବସ୍ଥିତି ନିରୂପଣ (Location of a Point):

ଶିକ୍ଷକ ଶ୍ରେଣୀରେ ପାଠ ପଢ଼ାଉଥିଲାବେଳେ ତୁମ ଶ୍ରେଣୀରେ ଥିବା କଳାପଟା ଉପରେ ଏକ ବିନ୍ଦୁକୁ ଚକ୍ ଦ୍ୱାରା ଦର୍ଶାଇଲେ । ସେ ପଚାରିଲେ,

'ପିଲାମାନେ କହିଲ ଦେଖି ଚକ୍ ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ ବିନ୍ଦୁଟି କଳାପଟାରେ କେଉଁଠାରେ ଅଛି ?

ଉକ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନର ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଉତ୍ତର ଶିକ୍ଷକ ପାଇଲେ । ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା –

ବିନ୍ଦୁଟି କଳାପଟାର ଉପର ଅର୍ଦ୍ଧାଂଶରେ ଚିହ୍ନିତ ହୋଇଛି ;

ବିନ୍ଦୁଟି କଳାପଟାର ବାମ ପାର୍ଶ୍ବସ୍ଥ ଧାର ଆଡ଼କୁ ଚିହ୍ନିତ ହୋଇଛି ;

ବିନ୍ଦୁଟି କଳାପଟାର ବାମପାର୍ଶ୍ବସ୍ଥ ଉପର କଣ ଆଡ଼କୁ ଚିହ୍ନିତ ହୋଇଛି । ଇତ୍ୟାଦି ।

ଏ ସମସ୍ତ ଉତ୍ତରରୁ ଚକ୍ ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ ବିନ୍ଦୁଟିର ଅବସ୍ଥାନ ଠିକ୍ ରୂପେ ଜଣାପଡ଼ିଲା କି ? ବୋଧହୁଏ ନୁହେଁ । କାହିଁକି ନୁହେଁ ? ଭାବିଲ ଦେଖି ।

ସଂଗେ ସଂଗେ ଜନ୍ କଳାପଟା ପାଖକୁ ଯାଇ କଳାପଟାର ବାମପାର୍ଶ୍ୱର ଧାର ଠାରୁ ବିନ୍ଦୁଟି କେତେ ଦୂରରେ ଚିହ୍ନିତ ହୋଇଛି ସ୍କେଲ୍ ଦ୍ୱାରା ମାପି କହିଲା –

'ସାର୍, 'A' ଚିହ୍ନିତ ବିନ୍ଦୁଟି ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱ ରୁ ମାତ୍ର 90 ସେ.ମି. ଦୂରରେ ରହିଛି ।

ନିମ୍ନ ଚିତ୍ର 10.18 କୁ ଦେଖ ।

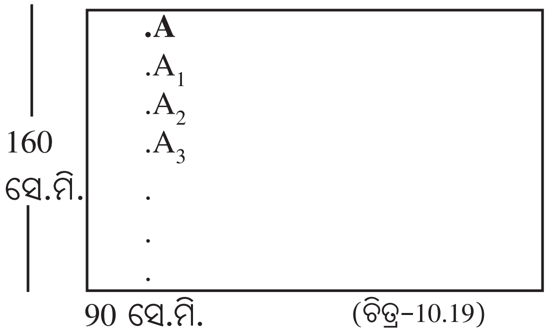
(ଚିତ୍ର–10.18)

ଶିକ୍ଷକ ପୁଣି ଥରେ ପିଲାମାନଙ୍କ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟରେ କହିଲେ– ପିଲାମାନେ କହିଲ ଦେଖି ଜନ୍ ଦେଇଥିବା ଉତ୍ତରଟି 'A' ବିନ୍ଦୁର ଅବସ୍ଥାନ ଠିକ୍ ରୂପେ ସୂଚାଇ ପାରିବ ତ ?

ଲକ୍ଷ୍ୟକର କଳାପଟାର ବାମପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଧାର ଠାରୁ 90 ସେ.ମି. ଦୂରରେ A ଭଳି ଅନେକ ବିନ୍ଦୁ ସୂଚିତ ହୋଇଛି ।

ସଂଗୀତା ସଂଗେ ସଂଗେ କଳାପଟା ପାଖକୁ ଯାଇ 'A' ବିନ୍ଦୁଟି ତଳଧାର ଠାରୁ କେତେ ଦୂରରେ ଅଛି ମାପି ଜନ୍ କହିଥିବା ଉତ୍ତରରେ କିଛି ମାପକୁ ଯୋଡ଼ି କହିଲା–

ସାର୍ କଳାପଟାରେ 'A' ଚିହ୍ନିତ ବିନ୍ଦୁଟି କଳାପଟାର ବାମପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଧାରରୁ 90 ସେ.ମି. ଏବଂ ନିମ୍ନ ପାର୍ଶ୍ୱର ଧାରରୁ 160 ସେ.ମି. ଦୂରରେ ଚିହ୍ନିତ ହୋଇଛି । ନିମ୍ନ ଚିତ୍ର 10.19 କୁ ଦେଖ ।



(ଚିତ୍ର–10.19)

ଲକ୍ଷ୍ୟକର ବର୍ତ୍ତମାନ 'A' ବିନ୍ଦୁ କଳାପଟାରେ ପ୍ରକୃତ ଅବସ୍ଥାନଟି ନିରୂପିତ ହୋଇପାରିଲା ।

ସଂଗୀତା ଉତ୍ତର ଦେଇଥିବା ଉକ୍ତିକୁ ଶିକ୍ଷକ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଭାବରେ 'A' ବିନ୍ଦୁର ଅବସ୍ଥାନକୁ ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରରେ ଲେଖିଲେ ।

ତାହା ହେଲା – **A (90, 160)** ।

କହିଲ ଦେଖି – *କଳାପଟାରେ "B' ବିନ୍ଦୁର ଅବସ୍ଥାନକୁ କିପରି ଲେଖିବା ଯଦି ବାମପାର୍ଶ୍ୱ ରୁ 20ସେ.ମି. ଏବଂ ନିମ୍ନ ପାର୍ଶ୍ୱ ଧାରରୁ 100 ସେ.ମି. ଦୂରତାରେ ବିନ୍ଦୁଟି ଥାଏ ? ତୁମର ଉତ୍ତରଟି ହେବ B (20, 100)*

(ନିଜେ କର) ନିମ୍ନ ବିନ୍ଦୁ ଗୁଡ଼ିକର ଅବସ୍ଥାନ ଗୁଡ଼ିକୁ ସଂକ୍ଷିପ୍ତରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ଏଗୁଡ଼ିକର ବିସ୍ତୃତ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର । (ମାପର ଏକକ ସେ.ମି. ରେ ଦିଆଯାଇଛି) (a) M (16, 80), (b) N (100, 35), (c) R (80, 80) ।

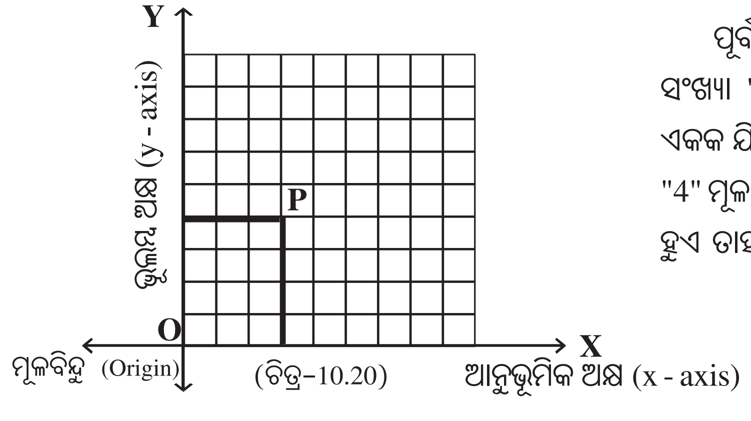
ସପ୍ତଦଶ ଶତାବ୍ଦୀରେ ଫାରାସୀ ଗଣିତଜ୍ଞ **ରେନେ ଡେସ୍‌କାର୍ଟେ (Rene Descartes)** ଥରେ ଗୋଟି ଛାତର ଏକ କଣରେ ଗୋଟିଏ ପୋକର ଚଳ ପ୍ରଚଳକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଥିଲେ । ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟରେ ପୋକଟିର ଅବସ୍ଥାନକୁ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟା କରିଥିଲେ । ଏଥିରୁ ସେ ଗୋଟିଏ ସମତଳରେ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁରେ ଚିହ୍ନଟିକରଣ କରିବାର ଉପାୟ ଉଦ୍ଭାବନ କରିଥିଲେ । ତାଙ୍କର ଉଦ୍‌ଭାବନ, ଦୁଇଟି ମାପାଙ୍କ ଦ୍ୱାରା କିପରି ଏକ ବିନ୍ଦୁର ଚିହ୍ନଟ ସମ୍ଭବ ତାହା ସୂଚାଇଥିଲା । ମାପାଙ୍କ ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ **ଆନୁଭୂମିକ (Horizontal)** ମାପାଙ୍କ ଥିଲାବେଳେ ଅନ୍ୟଟି **ଉଲ୍ଲମ୍ବ (Vertical)** ମାପାଙ୍କ ଥିଲା । ତାଙ୍କରି ନାମାନୁସାରେ ଉକ୍ତ ବିନ୍ଦୁର ଚିହ୍ନଟିକରଣର ପଦ୍ଧତିକୁ **କାର୍ଟେଜୀୟ ପଦ୍ଧତି** ବା **Cartesian system** କୁହାଯାଏ ।

10.8.2. ସ୍ଥାନାଙ୍କ (Coordinates) :

ମନେକର ତୁମେ ଏକ ପ୍ରେକ୍ଷାଳୟକୁ ଯାଇ ଆଗରୁ ଟିକେଟ୍ କରାଯାଇଥିବା ଆସନ ପାଖକୁ ଯିବ । ତେବେ ତୁମକୁ ତୁମର ଠିକ୍ ଆସନ ପାଇବାକୁ ହେଲେ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ସହାୟତା ନେବ । ଯଥା : ଧାଡ଼ି ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଉକ୍ତ ଧାଡ଼ିର ଆସନ ସଂଖ୍ୟା । ସମତଳରେ ଗୋଟିଏ **ବିନ୍ଦୁ ସଂସ୍ଥାପନ (Plotting of a point)**ର ଏହା ଏକ ମୌଳିକ ତଥ୍ୟ । (କଳାପଟାରେ 'A' ବିନ୍ଦୁର ଅବସ୍ଥାନ ପାଇଁ ଯେପରି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ସହାୟତା ନେଉଥିଲେ । ସେଗୁଡ଼ିକ ଥିଲା 90 ଏବଂ 160)

10.9 ସମତଳରେ ବିନ୍ଦୁ ସଂସ୍ଥାପନ (Plotting of Points on a Plane) :

ସମତଳରେ ବିନ୍ଦୁ ସଂସ୍ଥାପନର ଉପାୟ ଜାଣିବାକୁ ହେଲେ ପ୍ରଥମେ ଏକ ଲେଖକାଗଜରେ ବିନ୍ଦୁ ସଂସ୍ଥାପନାର ଉପାୟଗୁଡ଼ିକୁ ଜାଣିବା ଦରକାର । **ଲେଖକାଗଜ (Graph paper)**ରେ କିପରି ଏକ ବିନ୍ଦୁ P(3, 4) ର ସଂସ୍ଥାପନ କରିପାରିବା ଆସ ଦେଖିବା ।



(ଚିତ୍ର–10.20)

ପୂର୍ବ ଅନୁଚ୍ଛେଦରୁ ଜାଣିଛ P (3,4) ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା '3', ମୂଳ ବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ ଡାହାଣକୁ କେତେ ଏକକ ଯିବାକୁ ବୁଝାଇ ଥିଲାବେଳେ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା "4" ମୂଳ ବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ ଉପରକୁ କେତେ ଏକକ ଯିବାକୁ ହୁଏ ତାହା ବୁଝାଇ ଥାଏ ।

ସୂଚନା : x - ଅକ୍ଷ ଓ y - ଅକ୍ଷ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାରେଖା । ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଦ୍ୱୟର କେବଳ 0 ରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅଂଶକୁ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

x - ଅକ୍ଷରେ "3" ଏକକ ମୂଳ ବିନ୍ଦୁରୁ ଡାହାଣକୁ ନିଆଯାଇଥିବାରୁ 3 କୁ x - ସ୍ଥାନାଙ୍କ (x-coordinate) ବା ଭୂଜ (abscissa) ଏବଂ y - ଅକ୍ଷରେ "y" ଅକ୍ଷରେ "4" ଏକକ ମୂଳବିନ୍ଦୁରୁ ଉପରକୁ ନିଆଯାଇଥିବାରୁ 4 କୁ y - ସ୍ଥାନାଙ୍କ (y-coordinate) ବା କୋଟି (ordinate) କୁହାଯାଏ ।

x - ଅକ୍ଷରେ "3" ଏବଂ y - ଅକ୍ଷରେ "4" ଚିହ୍ନିତ ବିନ୍ଦୁଠାରେ ଅଙ୍କିତ ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ ହେଉଛି P ଯାହାକୁ P(3, 4) ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଯାଇଥାଏ । ଏଠାରେ P ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ (3,4) ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ : (3,4) ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଏବଂ (4,3) ସ୍ଥାନାଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ଏକ ଓ ଅଭିନ୍ନ କି ?

ଉଦାହରଣ– 9 : ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଲେଖଚିତ୍ରକୁ ଦେଖି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯେ, କେଉଁ ବିନ୍ଦୁ/ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ଦତ୍ତ ସ୍ଥାନାଙ୍କଗୁଡ଼ିକୁ ସୂଚାଇ ଥାଏ । ସ୍ଥାନାଙ୍କ : (i) (2,1); (ii) (0,5); (iii) (2,0); (iv) (3,5) ଏବଂ A, H, F ଓ D ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଲେଖ ।

ସମାଧାନ : (i) 'E' ବିନ୍ଦୁକୁ ସୂଚାଏ (2,1) (ii) 'B' ବିନ୍ଦୁକୁ ସୂଚାଏ (0,5)

(iii) 'G'ବିନ୍ଦୁକୁ ସୂଚାଏ (2,0) (iv) 'C'ବିନ୍ଦୁକୁ ସୂଚାଏ (3,5)

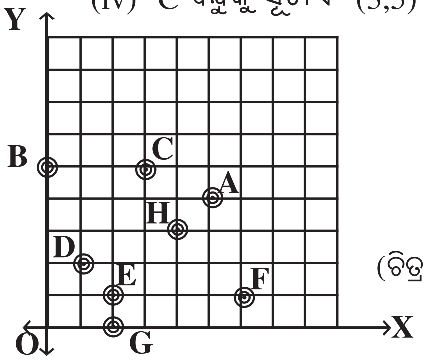
ଏବଂ

(a) "A' ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ (5,4)

(b) "H' ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ (4,3)

(c) "F' ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ (6,1)

(d) "D' ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ (1,2)



(ଚିତ୍ର–10.21)

ଉଦାହରଣ – 10 : ଲେଖ କାଗଜରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ସ୍ଥାନାଙ୍କ ମାଧ୍ୟମରେ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କର । ଯଦି ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ଏକ ସରଳରେଖାରେ ଅବସ୍ଥାନ କରନ୍ତି ତେବେ ସରଳରେଖାର ନାମ ଲେଖ ।

(i) J (0,2), K (0,5), L (0,4), M (0,6)

(ii) A (1,1), B (1,2), C (1,3), D (1,6)

(iii) K (1,3), L (2,3), M (3,3), N (4,3)

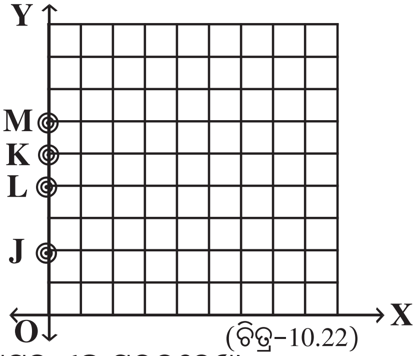
(iv) S (2,0), T (5,0), U (4,0), V (6,0)

(v) P (2,6), Q (3,5), R (5,3), S (6,2)

(vi) E (1,1), F (2,2), G(3,3), H(4,4) ।

ସମାଧାନ : ସ୍କେଲ୍ : ଉଭୟ ଅକ୍ଷରେ ପ୍ରତି ଏକ ଛୋଟ ଘର = 1 ଏକକ

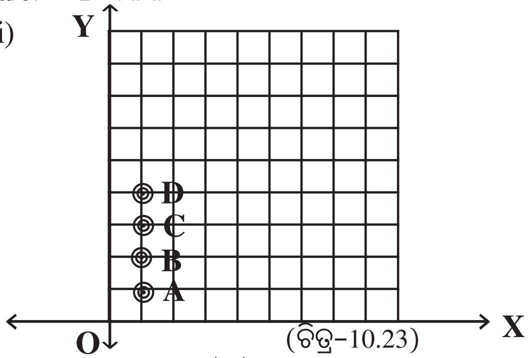
(i)



(ଚିତ୍ର–10.22)

ବିନ୍ଦୁ ସମୂହ ଏକ ସରଳରେଖା y - ଅକ୍ଷ ଉପରେ ଅବସ୍ଥାନ କରୁଛନ୍ତି ।

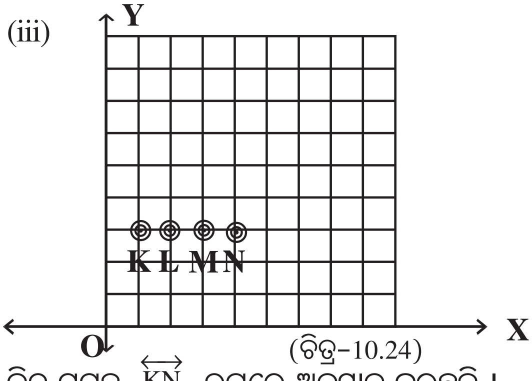
(ii)



(ଚିତ୍ର–10.23)

ବିନ୍ଦୁ ସମୂହ $\overleftrightarrow{AD}$ ଉପରେ ଅବସ୍ଥାନ କରୁଛନ୍ତି । ଉକ୍ତ ସରଳରେଖା y- ଅକ୍ଷ ସହ ସମାନ୍ତର ।

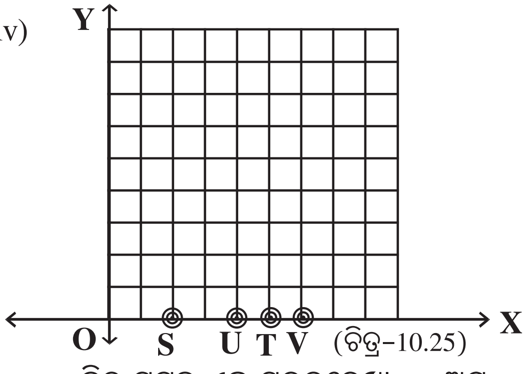
(iii)



(ଚିତ୍ର–10.24)

ବିନ୍ଦୁ ସମୂହ $\overleftrightarrow{KN}$ ଉପରେ ଅବସ୍ଥାନ କରୁଛନ୍ତି । ଉକ୍ତ ସରଳରେଖା x- ଅକ୍ଷ ସହ ସମାନ୍ତର ।

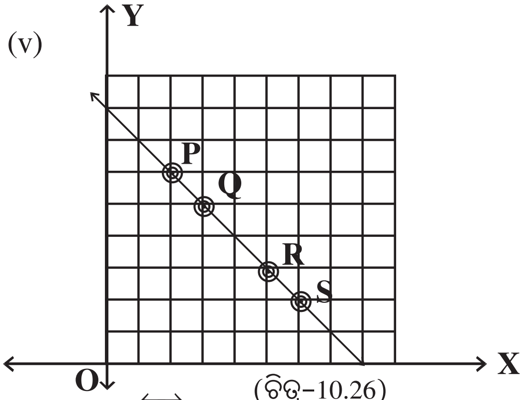
(iv)



(ଚିତ୍ର–10.25)

ବିନ୍ଦୁ ସମୂହ ଏକ ସରଳରେଖା x - ଅକ୍ଷ ଉପରେ ଅବସ୍ଥାନ କରିଛନ୍ତି ।

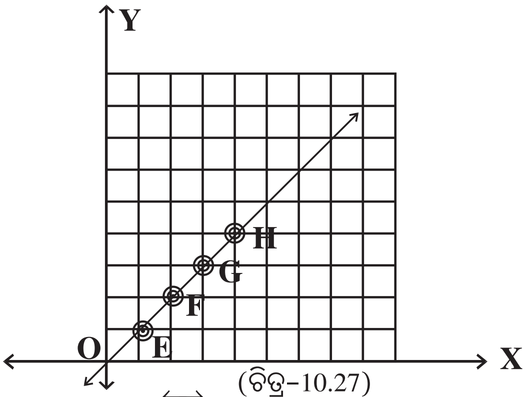
(v)



(ଚିତ୍ର–10.26)

ବିନ୍ଦୁ ସମୂହ $\overleftrightarrow{PS}$ ଉପରେ ଅବସ୍ଥାନ କରୁଛନ୍ତି ।

(vi)



(ଚିତ୍ର–10.27)

ବିନ୍ଦୁ ସମୂହ $\overleftrightarrow{EH}$ ଉପରେ ଅବସ୍ଥାନ କରୁଛନ୍ତି ।

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ : (a) ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକର x - ସ୍ଥାନାଙ୍କ '0' ହେଲେ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ y - ଅକ୍ଷ ଉପରିସ୍ଥ ହେବେ ଏବଂ y - ଅକ୍ଷ ଉପରିସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁର x - ସ୍ଥାନାଙ୍କ '0' ହେବ । [ଲେଖଚିତ୍ର – (i)]

(b) ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକର y –ସ୍ଥାନାଙ୍କ '0' ହେଲେ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ x- ଅକ୍ଷ ଉପରିସ୍ଥ ହେବେ ଏବଂ x - ଅକ୍ଷ ଉପରିସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁର y- ସ୍ଥାନାଙ୍କ '0' । [ଲେଖଚିତ୍ର – (iv)]

(c) ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକର x- ସ୍ଥାନାଙ୍କ ସମାନ ହେଲେ (0 ବ୍ୟତୀତ) ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ y- ଅକ୍ଷ ସହ ସମାନ୍ତର ହେଉଥିବା ଏକ ସରଳ ରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ହେବେ ଏବଂ y- ଅକ୍ଷ ସହ ସମାନ୍ତର ହେଉଥିବା ଏକ ସରଳ ରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁରେ x- ସ୍ଥାନାଙ୍କ ସମାନ ('0' ବ୍ୟତୀତ) ହେବ । [ଲେଖ ଚିତ୍ର – (ii)]

(d) ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକର y ସ୍ଥାନାଙ୍କ ସମାନ ହେଲେ (0 ବ୍ୟତୀତ) ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ x- ଅକ୍ଷ ସହ ସମାନ୍ତର ହେଉଥିବା ସରଳରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ହେବେ ଏବଂ x - ଅକ୍ଷ ସହ ସମାନ୍ତର ହେଉଥିବା ସରଳରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁର y-ସ୍ଥାନାଙ୍କ ସମାନ (0 ବ୍ୟତୀତ) ହେବ । [ଲେଖଚିତ୍ର – (iii)] ।

ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଲେଖଚିତ୍ର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା ହେତୁ ପ୍ରତ୍ୟେକେ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ **ସରଳରେଖୀୟ ଲେଖଚିତ୍ର (Linear Graph)** ଅଟନ୍ତି ।

10.10 ପ୍ରୟୋଗ (Applications):

ଦୈନିନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଆମେମାନେ ପ୍ରତ୍ୟେକେ କେତେକ ବ୍ୟବହାର୍ଯ୍ୟ ଜିନିଷ ବିକାକିଣା କରିଥାଉ । ଏତଦ୍ ବ୍ୟତୀତ ଜୀବନ ଶୈଳୀର ପରିବର୍ତ୍ତନ ଯୋଗୁଁ ଆମେ କେତେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ କିଛି ବିନିଯୋଗ କରି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସୁବିଧା ହାସଲ କରିଥାଉ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ –ଘରେ ବ୍ୟବହୃତ ବୈଦ୍ୟୁତିକ ଶକ୍ତି, ମୋଟର କାର୍ ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ପେଟ୍ରୋଲ୍ ଇତ୍ୟାଦି । ଘରେ ବ୍ୟବହୃତ ବିଦ୍ୟୁତ୍ ଶକ୍ତିର ପରିମାଣ ଉପରେ ବିନିଯୋଗ ଅର୍ଥର ପରିମାଣ ନିର୍ଭର କରିଥାଏ । ସେହିପରି ପେଟ୍ରୋଲ୍‌ର ବ୍ୟବହାର ଅନୁଯାୟୀ ପେଟ୍ରୋଲ୍‌ର ଖର୍ଚ୍ଚର ପରିମାଣ ମଧ୍ୟ ନିର୍ଭର କରିଥାଏ । ଅର୍ଥାତ୍ ଅଧିକ ପେଟ୍ରୋଲର ବ୍ୟବହାର ପାଇଁ ଅଧିକ ଖର୍ଚ୍ଚ ଏବଂ କମ୍ ପରିମାଣର ପେଟ୍ରୋଲ୍ ବ୍ୟବହାର ପାଇଁ କମ୍ ଖର୍ଚ୍ଚ ପଡ଼ିଥାଏ ।

ଏଠାରେ ପେଟ୍ରୋଲ୍‌ର ପରିମାଣ ଉପରେ ଖର୍ଚ୍ଚର ପରିମାଣ ନିର୍ଭର କରୁଥିବାରୁ ପେଟ୍ରୋଲ୍‌ର ପରିମାଣକୁ **ସ୍ୱାଧୀନ ଚଳ (Independent variable)** ଏବଂ ପେଟ୍ରୋଲ୍ ପାଇଁ ଖର୍ଚ୍ଚର ପରିମାଣକୁ **ସାପେକ୍ଷ ଚଳ (Dependent variable)** କୁହାଯାଏ । ଉକ୍ତ ଚଳ ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସଂପର୍କକୁ ଲେଖଚିତ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ ମଧ୍ୟ ଦର୍ଶାଯାଇପାରେ । ସେହିପରି 'ବୈଦ୍ୟୁତିକ ଶକ୍ତିର ବ୍ୟୟର ପରିମାଣ'କୁ ସ୍ୱାଧୀନ ଚଳ ଏବଂ ବୈଦ୍ୟୁତିକ ଶକ୍ତି ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ଖର୍ଚ୍ଚର ପରିମାଣକୁ ସାପେକ୍ଷ ଚଳ କୁହାଯାଏ । ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣ ଜରିଆରେ ଉପରୋକ୍ତ ଚଳମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସଂପର୍କ ଲେଖ ଚିତ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ କିପରି ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇଛି ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଉଦାହରଣ – 11 : ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ମୋଟର କାର୍ ପାଇଁ ବ୍ୟବହୃତ ପେଟ୍ରୋଲ୍ ଏବଂ ତା'ର ଆନୁସଂଗିକ ଖର୍ଚ୍ଚର ପରିମାଣ ଦିଆଯାଇଛି । ଏହାକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର । ତତ୍ପରେ 12 ଲିଟର ପେଟ୍ରୋଲ୍‌ର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ?

ସାରଣୀ – 24

ପେଟ୍ରୋଲ୍‌ର ପରିମାଣ (ଲିଟରରେ)	5	10	15	20
ପେଟ୍ରୋଲ୍ ପାଇଁ ଖର୍ଚ୍ଚର ପରିମାଣ (ଟଙ୍କାରେ)	250	500	750	1000

ସମାଧାନ : ଲେଖଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ ପାଇଁ ସୂଚନା :

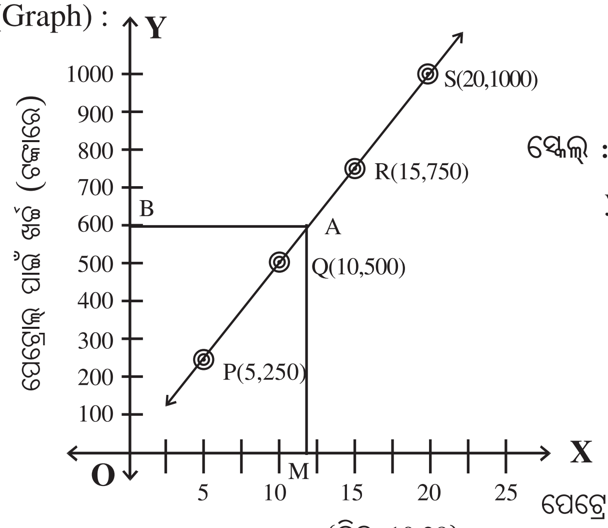
(i) ଲେଖ କାଗଜରେ ଅକ୍ଷ ଦ୍ୱୟ ଚିହ୍ନଟ କରି ଆବଶ୍ୟକତା ଅନୁଯାୟୀ ସ୍କେଲ୍ ଚୟନ କର ।

(ii) x - ଅକ୍ଷରେ ପେଟ୍ରୋଲ୍‌ର ପରିମାଣ ଏବଂ y- ଅକ୍ଷରେ ପେଟ୍ରୋଲ୍ ପାଇଁ ଖର୍ଚ୍ଚର ପରିମାଣକୁ ନିଅ ।

(iii) (5,250), (10,500), (15,750), (20,1000) ସ୍ଥାନାଙ୍କ ନେଇ ଲେଖ କାଗଜରେ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କର ।

(iv) ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକୁ ସ୍କେଲ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ସଂଯୋଗ କରି ଲେଖ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ।

ଲେଖ (Graph) :



ସ୍କେଲ୍ : x- ଅକ୍ଷରେ ପ୍ରତି ଏକ ସେ.ମି. = 5 ଏକକ
y- ଅକ୍ଷରେ ପ୍ରତି ଏକ ସେ.ମି. = 200 ଏକକ

(ଚିତ୍ର–10.28)

ବି.ଦ୍ର. : ଏଠାରେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ଲେଖଚିତ୍ରଟି ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା । ଲେଖଚିତ୍ର ଅଙ୍କନରେ ବ୍ୟବହୃତ ଦୁଇଟି ରାଶି ସଳଖ ଚଳନ (Direct Variation) ର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ । ଅନ୍ୟ କଥାରେ ଦୁଇଟି ଚଳରାଶି ସଳଖ ଚଳନର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ହେଲେ, ସେ ରାଶିଦ୍ୱୟକୁ ନେଇ ଅଙ୍କିତ ଗ୍ରାଫ୍ ଏକ ସରଳରେଖା ହେବ ।

12 ଲିଟର ପାଇଁ x - ଅକ୍ଷରେ ବିନ୍ଦୁ 'M' ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କର । ଉକ୍ତ ବିନ୍ଦୁରେ ଅଙ୍କିତ ଭୂଲମ୍ବ ରେଖା ଲେଖଚିତ୍ରକୁ 'A' ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁ । A ବିନ୍ଦୁରେ ଅଙ୍କିତ ଭୂ–ସମାନ୍ତର ରେଖା y – ଅକ୍ଷକୁ 'B' ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବ ।

B ବିନ୍ଦୁଟି '600' ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚିତ କରୁଥିବାରୁ 12 ଲିଟର ପେଟ୍ରୋଲ୍‌ର କିଣାମୂଲ୍ୟ 600 ଟଙ୍କା ବୋଲି ଜାଣି ପାରିବ ।

ଉଦାହରଣ – 12 :

ଅଜିତ୍ ଘଣ୍ଟାପ୍ରତି 30 କି.ମି. ବେଗରେ ଗୋଟିଏ ସ୍କୁଟର ନିରବିଚ୍ଛିନ୍ନ ଭାବେ ଚଳାଇ ପାରୁଥିଲେ । ସମୟ ଏବଂ ଦୂରତାକୁ ନେଇ ଏକ ଲେଖଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର । ଲେଖଚିତ୍ରକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ପ୍ରଦାନ କର ।

(i) ଅଜିତ୍‌କୁ ସ୍କୁଟରରେ 75 କି.ମି. ପଥ ଅତିକ୍ରମ କରିବା ପାଇଁ କେତେ ସମୟ ଲାଗିବ ?

(ii) ଅଜିତ୍ 3 ଘଣ୍ଟା 30 ମିନିଟ୍ ସମୟରେ କେତେ ପଥ ଅତିକ୍ରମ କରିବ ?

ସମାଧାନ : **ସାରଣୀ – 25**

ସମୟ (ଘଣ୍ଟାରେ)	ଅତିକ୍ରାନ୍ତ ଦୂରତା (କି.ମି.ରେ)
1	30
2	2 x 30 = 60
3	3 x 30 = 90
4	4 x 30 = 120

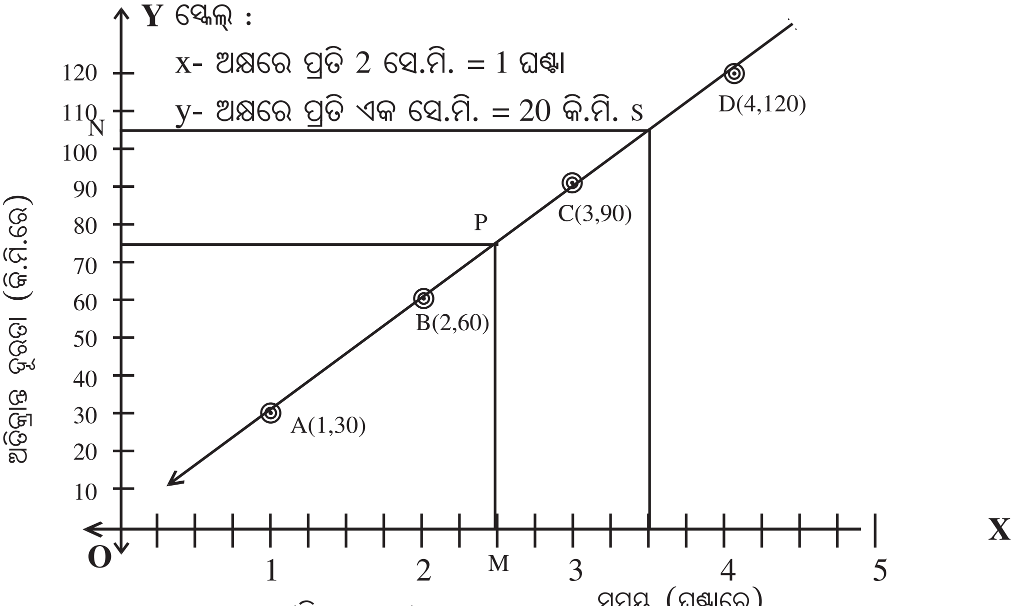
ସମୟ ଏବଂ ଦୂରତା ଚଳରାଶି ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସଂପର୍କକୁ ଲେଖଚିତ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କରିବାକୁ ହେବ ।

ଲେଖଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ ପାଇଁ ସୂଚନା:

(i) ଲେଖକାଗଜରେ ଅକ୍ଷଦ୍ୱୟ ଚିହ୍ନଟ କରି ଆବଶ୍ୟକତା ଅନୁଯାୟୀ ସ୍କେଲ୍ ଚୟନ କର ।

(ii) x- ଅକ୍ଷରେ ସମୟ (ଘଣ୍ଟାରେ) ଏବଂ y- ଅକ୍ଷରେ ଅତିକ୍ରମ କରୁଥିବା ଦୂରତା (କି.ମି.ରେ) କୁ ନିଅ ।

(iii) (1,30), (2, 60), (3, 90) ଏବଂ (4, 120) ସ୍ଥାନାଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖକାଗଜରେ ଚିହ୍ନଟ କର । ବିନ୍ଦୁ ଗୁଡ଼ିକୁ ସଂଯୋଗ କରି ଲେଖଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ।



(ଚିତ୍ର–10.29)

(v) (a) y - ଅକ୍ଷରେ 75 କି.ମି. ପାଇଁ x –ଅକ୍ଷରେ ଏକ ଅନୁରୂପ ବିନ୍ଦୁ (M) ଚିହ୍ନଟ କର ଯାହାର ସୂଚକ ସଂଖ୍ୟା 2.5 ହେବ । ଏଥିରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଜଣାଗଲା ଯେ, 75 କି.ମି. ପଥ ଅତିକ୍ରମ କରିବା ପାଇଁ 2 ଘଣ୍ଟା 30 ମିନିଟ୍ ଲାଗିବ ।

(b) x - ଅକ୍ଷରେ 3.30 ଘଣ୍ଟା ପାଇଁ y – ଅକ୍ଷରେ ଏକ ଅନୁରୂପ ବିନ୍ଦୁ (N) ଚିହ୍ନଟ କର ଯାହାର ସୂଚକ ସଂଖ୍ୟା 105 ହେବ । ଏଥିରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଜଣାଗଲା ଯେ, 3.30 ଘଣ୍ଟାରେ ଅଜିତ୍ 105 କି.ମି. ପଥ ଅତିକ୍ରମ କରି ପାରିବ ।

ନିଜେ କର

1. ଉଦାହରଣ - 11 ରେ ଅଙ୍କିତ ଲେଖଚିତ୍ରକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

(ଆବଶ୍ୟକ ପଡ଼ିଲେ ଲେଖଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର)

(i) 18 ଲିଟର ପେଟ୍ରୋଲ୍‌ର ଦାମ୍ କେତେ ?

(ii) 850 ଟଙ୍କାରେ କେତେ ଲିଟର ପେଟ୍ରୋଲ୍ କିଣାଯାଇ ପାରିବ ?

2. ଉଦାହରଣ - 12 ରେ ଅଙ୍କିତ ଲେଖଚିତ୍ରକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।
(ଆବଶ୍ୟକ ପଡ଼ିଲେ ଲେଖଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର)
(i) 1 ଘଣ୍ଟା 36 ମିନିଟ୍ ସମୟରେ ଅଜିତ୍ ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ଦୂରତାକୁ କି.ମି.ରେ ପ୍ରକାଶ କର ।
(ii) 50 କି.ମି. ଅତିକ୍ରମ କରିବାରେ ଅଜିତ୍‌କୁ କେତେ ସମୟ ଲାଗିବ ?

ଅନୁଶୀଳନୀ – 10 (b)

1. ନିମ୍ନସ୍ଥ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନଗୁଡ଼ିକୁ ପୂରଣ କର ।

(a) ଲେଖଚିତ୍ରର ଆନୁଭୂମିକ ଅକ୍ଷକୁ .... କୁହାଯାଏ ।

(b) ଲେଖଚିତ୍ରର ଭୂଲମ୍ବ ଅକ୍ଷକୁ .... କୁହାଯାଏ ।

(c) ମୂଳ ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ .... ।

(d) (0,5) ସ୍ଥାନାଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ବିନ୍ଦୁଟି .... ଅକ୍ଷ ଉପରେ ଅବସ୍ଥାନ କରିବ ।

(e) (3,0) ସ୍ଥାନାଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ବିନ୍ଦୁଟି .... ଅକ୍ଷ ଉପରେ ଅବସ୍ଥାନ କରିବ ।

(f) x- ଅକ୍ଷରେ ଅବସ୍ଥାନ କରୁଥିବା ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁର y- ସ୍ଥାନାଙ୍କ .... ।

(g) y- ଅକ୍ଷରେ ଅବସ୍ଥାନ କରୁଥିବା ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁର x- ସ୍ଥାନାଙ୍କ .... ।

(h) (3, 4) ସ୍ଥାନାଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ବିନ୍ଦୁର ଭୁଜ .... ।

(i) (0, 1) ସ୍ଥାନାଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ବିନ୍ଦୁର କୋଟି .... ।

(j) A(3, 2), B(0,2), C(3,0) ସ୍ଥାନାଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ .... x- ଅକ୍ଷରେ ଅବସ୍ଥାନ କରିବ ।

2. ଦତ୍ତ ସ୍ଥାନାଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କୁ ଏକ ଲେଖ କାଗଜରେ ଚିହ୍ନଟ କର ।

A(3, 0), B(5, 2), C(1, 4), D (0, 6) ଏବଂ E (2, 2)

3. ନିମ୍ନଲିଖିତ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଦତ୍ତ ସ୍ଥାନାଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କୁ ଲେଖ କାଗଜରେ ଚିହ୍ନଟ କର ଏବଂ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକୁ ରୁଲାର ସାହାଯ୍ୟରେ ଯୋଗ କର ।

(a) (1, 1), (2, 2), (3, 3) ଏବଂ (4, 4)
(b) (2, 0), (5, 0), (1, 0) ଏବଂ (3, 0)
(c) (0, 2), (0, 4), (0, 3) ଏବଂ (0, 5)

4.(a) x - ଅକ୍ଷ ସହ ସମାନ୍ତର କରି ଏକ ରେଖା ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ ଏହା ଉପରିସ୍ଥ ଯେକୌଣସି ପାଞ୍ଚଗୋଟି ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କରି ସେଗୁଡ଼ିକର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଲେଖ । ସେ ସ୍ଥାନାଙ୍କଗୁଡ଼ିକରେ କେଉଁ ସାଧାରଣ ଧର୍ମ ପରିଲକ୍ଷିତ ହେଉଛି ଲେଖ ।

(b) y - ଅକ୍ଷ ସହ ସମାନ୍ତର କରି ଏକ ରେଖା ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ ଏହା ଉପରିସ୍ଥ ଯେକୌଣସି ପାଞ୍ଚଗୋଟି ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କରି ସେଗୁଡ଼ିକର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଲେଖ । ସେ ସ୍ଥାନାଙ୍କଗୁଡ଼ିକରେ କେଉଁ ସାଧାରଣ ଧର୍ମ ପରିଲକ୍ଷିତ ହେଉଛି ଲେଖ ।

5. ନିମ୍ନରେ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦିଆଯାଇଛି । ସେଗୁଡ଼ିକର ପରିସୀମା ସ୍ଥିର କର । ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ସଂପୃକ୍ତ ପରିସୀମାକୁ ଯଥାକ୍ରମେ x-ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଓ y-ସ୍ଥାନାଙ୍କ ରୂପେ ନେଇ ଲେଖ - କାଗଜରେ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ସଂସ୍ଥାପନ କର ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ରୁଲାର୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ଯୋଗକରି ଦେଖ ଯେ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ଏକ ରେଖା ଉପରେ ଅବସ୍ଥାନ କରିବେ ।

ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ : 2 ସେ.ମି., 3 ସେ.ମି., 4 ସେ.ମି. ଏବଂ 5 ସେ.ମି.

6. ନିମ୍ନ ସାରଣୀଟି 3 ର ଗୁଣିତକମାନଙ୍କୁ ଦର୍ଶାଏ ।

ସାରଣୀ - 26

x	1	2	3	4	5
y	3	6	9	12	15

(1,3), (2,6), (3, 9) ସ୍ଥାନାଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖକାଗଜରେ ଚିହ୍ନଟ କରି ସେଗୁଡ଼ିକୁ ରୁଲାର୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ଯୋଗ କର । ଦର୍ଶାଅ ଯେ, ଚିହ୍ନିତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁ ଏକ ରେଖିୟ ହେବେ ।

7. ଗୋଟିଏ ଲୁହାକୁ ଉତ୍ତପ୍ତ କରାଗଲା । ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ସମୟ ବ୍ୟବଧାନ ଏବଂ ତାପମାତ୍ରାକୁ ଲିପିବଦ୍ଧ କରାଯାଇଛି । (ସମୟ, ତାପମାତ୍ରା) ଆଧାରରେ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖକାଗଜରେ ଚିହ୍ନଟ କରି ଦର୍ଶାଅ ଯେ, ଏହା ଏକ ସରଳରେଖୀୟ ଲେଖଚିତ୍ର ।

ସାରଣୀ - 27

ସମୟ (t) (ସେକେଣ୍ଡରେ)	2	5	7	12
ତାପମାତ୍ରା (T) (ସେଣ୍ଟିଗ୍ରେଡ୍‌ରେ)	19	25	29	39

ଲେଖଚିତ୍ରଟି ଅଙ୍କନ କରି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

(a) t = 0 ସମୟରେ ତାପମାତ୍ରା କେତେ ଥିଲା ?

(b) t = 6 ସମୟରେ ତାପମାତ୍ରା କେତେ ଥିଲା ?

*****

ଉତ୍ତରମାଳା

ଅନୁଶୀଳନୀ – 1

1. ଠିକ୍ ଉକ୍ତି : (i), (iv), (vi), (ix) ଏବଂ (xi); ଅବଶିଷ୍ଟ ଭୁଲ୍ ଉକ୍ତି ।

2. (i) $\in$ (ii) $\subset$ (iii) $\subset$ ବା $=$ (iv) $\notin$ (v) $\subset$ (vi) $\supset$, **3.** (i) {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} (ii) {2, 4, 6, 8} (iii) {2} (iv) {2,4,6,8}, (v) {–5, –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2,3}, (vi) {ସୋମ, ମଙ୍ଗଳ, ବୁଧ, ଗୁରୁ, ଶୁକ୍ର, ଶନି, ରବି}, (vii) { }, (viii) {8,16};

4. (i) {x | x ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଓ x < 12}, (ii) {x | x ଇଂରାଜୀ ବର୍ଣ୍ଣମାଳାର ଗୋଟିଏ ସ୍ୱରବର୍ଣ୍ଣ}
(iii) {x | x ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା, $-2 \le x \le 2$}, (ii) {x | ଏକ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା, x < 14 }
(v) {2n | $n \in N$} (vi) {3n | $n \in N$ ଏବଂ $n \le 5$ }, (vii) {x | $x = 5^n$, $n \in N$ ଏବଂ $n \le 4$}
(viii) {x | x ଇଂରାଜୀ ବର୍ଣ୍ଣମାଳାର ଏକ ଅକ୍ଷର}, (ix) {x | $x = 2^n$, $n \in N$ }

5. (i) {m, a, t, h, e, i, c, s}, (ii) {a, r, i, t, h, m, e, c}, (iii) {p, r, o, g, a, m, e}, (iv) {c, o, m, i, t, e}

6. $A \cup B$ = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 8}, $A \cap B$ = {2, 4, 6}, **7.** $A \cup B$ = {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}, $A \cap B$ = {5, 6}, **8.** (i) {1, 2, 3, 4,5}, (ii) {2,4}, (iii) {2}, (iv) {1,2, 3, 4, 6}, (v) {2, 3, 4, 5, 6}, (vi) {2,3}, **9.** (i) A = {1, 3, 4, 5}, B = {2, 4, 5, 6, 7}, (ii) {4, 5}, (iii) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}, (iv) {1,3}, (v) {2, 6, 7}, **10.** (i) A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}, B = {3, 4, 5}, (ii) $A \cap B$ = {3, 4, 5}, (iii) $A \cup B$ = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}, (iv) $A \cup \phi$ = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}, (v) $A \cap \phi$ = { } ବା ϕ,

11. (a) {a, b}, {e, f}, (b) {a, b, e, f}, (c) ϕ ବା { }

ଅନୁଶୀଳନୀ – 2 (a)

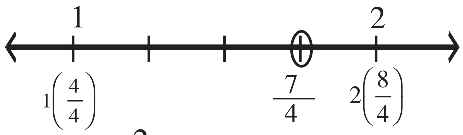
1. (i) $-\frac{2}{8}$, (ii) $\frac{5}{9}$, (iii) $\frac{-6}{5}$, (iv) $\frac{2}{9}$, (v) $\frac{19}{6}$, **2.** (i) $-\frac{1}{13}$, (ii) $\frac{19}{13}$, (iii) 5, (iv) $\frac{56}{15}$, (v) $\frac{5}{2}$ (vi) –1,

3. (i) (ଗୁଣନାତ୍ମକ) ଅଭେଦ ନିୟମ, (ii) ଗୁଣନର କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ, (iii) (ଗୁଣନାତ୍ମକ) ବିଲୋମୀ ନିୟମ, (iv) ଗୁଣନର ସହଯୋଗୀ ନିୟମ, **4.** $\frac{-96}{91}$, **5.** ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ, **6.** ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ, **7.** (i) 0, (ii) 1 ଓ –1, (iii) 0

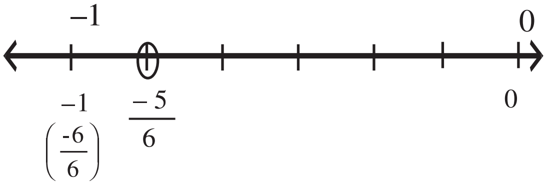
8. (i) ନାହିଁ, (ii) 1 ଓ –1 (iii) $-\frac{1}{5}$ (iv) x (v) ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା (vi) ରଣାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା

ଅନୁଶୀଳନୀ – 2 (b)

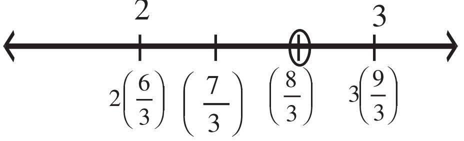
1. (i)



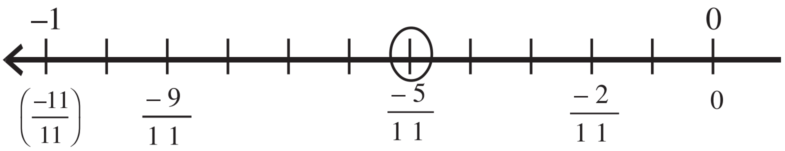
(ii)



(iii)



2.



3. (i) 1, $\frac{1}{2}$, 0, –1, $-\frac{1}{2}$, (ii) $-\frac{3}{2}$, –1, $-\frac{1}{2}$, 0, $\frac{1}{2}$ (ଅନ୍ୟ ଉତ୍ତର ମଧ୍ୟ ସମ୍ଭବ), **6.** (i) $\frac{5}{7}$ (ii) $\frac{7}{9}$ (iii) $\frac{3}{7}$

ଅନୁଶୀଳନୀ - 2 (c)

1. (a) $1234 \times 9 + 4 = 11110$
$12345 \times 9 + 5 = 111110$

(b) $1234 \times 8 + 4 = 9876$
$12345 \times 8 + 5 = 98765$

(c) $1537 \times 10001 = 15371537$
$24631 \times 100001 = 2463124631$

(d) $16 + 17 + 18 + 19 + 20 = 21 + 22 + 23 + 24$
$25 + 26 + 27 + 28 + 29 + 30 = 31 + 32 + 33 + 34 + 35$

(e) 1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1

(f) $7^2 - 6^2 = 7 + 6 = 13$
$8^2 - 7^2 = 8 + 7 = 15$

2. (i)

	29	
83	23	17
	71	

(ii)

		23		
		37		
13	47	17	73	11
		41		
		43		

3. (i) x = 2, y = 4, (ii) x = 2, y = 3, z = 6, (iii) A= 3, C= 7; (iv) A = 1, B = 0, C = 8, D = 9, (v) A = 3, B = 7, P = 11, (vi) A = 7, B = 3, P = 9, (vii) ଓ (viii) A, B, C ର ମାନ ଯେକୌଣସି ଏକ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ହୋଇପାରେ ।

4. (a) 24, 210, 86, (b) 5 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା : 105, 420, 235, 930, 715; 5 ଓ 2 ଉଭୟ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା : 420, 930, (c) 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା : 78, 504, 216, 774, 804; (d) 501, 213, 102, 462 ଓ 2 ଉଭୟ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା : 420, 930, **5.** (a) 0,6 (b) 1, 4 (c) 2,2 (d) 1,4 (e) 2,5;

6. (i), (iv), (v) : ଠିକ୍ ଉକ୍ତି, **7.** (ii), (iv), (v) : ଠିକ୍ ଉକ୍ତି

ଅନୁଶୀଳନୀ - 3 (a)

1. (i) 2, 5x (ii) 5, 12x, (iii) –6, 4, –2x (iv) –2, –3, –5x (v) 1, –2,–x

2.(i) 7x,(ii) –x, (iii) $-5x^3$, (iv) $-3x^2$ (v) $4x - 4$ (vi) $3x^2 + 2$ (vii) x^2+x (viii) $x^2 + 3x + 4$

3.(i) 5x, (ii) 7x, (iii) 4x, (iv) 3x, (v) 5x, 7x (vi) 2x + 5y, 5y.

4.(i) 10x, (ii) $9x^2$ (iii) $9x^3$ (iv) $4x^2 + 5x$ (v) $x^3 - x^2 + x + 7$ (vi) $2x^2 + 2x$ (vii) $2x^2$, (viii) $2x^2+6x-4$, (ix) $6x^2 - x + 4$ (x) 0 ;

ଅନୁଶୀଳନୀ - 3 (b)

1. (i) –3x, 5, –3, 2x (ii) 2x, 3, 2, 5x (iii) –3x, –2, –3, –5x, (iv) –3 + 2x, 2x –1, 5x (v) 3x – 2, –4 –2, 4x, –6; **2.** (i) 3x (ii) 8x (iii) –5x (iv) 2x (v) –2x (vi) $2-x^2 - x$ (vii) $x^2 - 4x - 6$;

3. (i) 2x (ii) $4x^2$ (iii) $x^2 - 4x$ (iv) $2x^2 + 4$ (v) $x^2 - 10x$ (vi) 6x + 8 (vii) $x^3 - 30x - 8$

ଅନୁଶୀଳନୀ - 3 (c)

1. (i) 15x, (ii) $6x^4$, (iii) 0, (iv) $3x^3$, **3.** (i) –7 (ii) 1 (iii) –x, –6 (iv) $-3x^2$, 4

4. (i) x^2-1 (ii) $x^3 - 1$ (iii) $x^3 + 1$ (iv) $2x^2 - 3x - 2$ (v) $2x^3 - x^2 + 4x + 15$ (vi) $-x^3 + 2x^2 + 17x + 6$ (vii) $x^4 - 1$ (viii) $2x^4 - x^3 + 3x^2 - x + 1$, (ix) $x^4 + x^3 - x - 1$

ଅନୁଶୀଳନୀ - 3 (d)

1. (i) 4x, (ii) 6x, (iii) $-4x^2$, (iv) –5x, **2.** (i) 2x (ii) –2x (iii) –2x, (iv) 2x; **3.** (i) $7x^2$ (ii) –7x (iii) –3x, (iv) 7, (v) – 7; **4.** (i) $3x^2+2$ (ii) $4x^2 - 3$ (iii) $6x^2 - 2x + 3$ (iv) 4x + 3, (v) 6x +5, (vi) – 12x + 11

ଅନୁଶୀଳନୀ - 3 (e)

1. (i) $6x^2 + 3x$, (ii) x, (iii) $3x^2 + 2$, (iv) 1, (v) $12x^2 + 8x + 2$; **2.** (i) x–7, (ii) x – 4, (iii) x+ 5, (iv) x – 1, (v) $x^2 - x + 1$, (vi) $x^2 + x + 1$ (vii) $x^2 - x + 1$, (viii) $-x^2 + 5x - 6$, (ix) $x^2 - x - 2$,

(x) $2x^2 + 3x + 2$, **3.** (i) (x+14), 42 (ii)(x– 11), 19 (iii) (2x – 2), –9 (iv) $(9x^2 + 2)$, 3, (v) $4x^2 – 2x + 1$, – 2 (vi) $– x^2 + x –1$, –2, **4.** (i) – 14, (ii) 2, (iii) – 2

ଅନୁଶୀଳନୀ – 3 (f)

1. (i) 4, (ii) 2y, (iii) –4y, (iv) 4xy, (v) (a – b); **2.** (i) $b^2 + 2bc + c^2$, (ii) $16+8b+b^2$, (iii) $r^2 – 20r + 100$, (iv) $9n^2 + 12n + 4$, (v) $4m^2 + 4mn + n^2$, (vi) $49p^2 – 14pq + q^2$, (vii) $4x^2 + 12xy + 9y^2$, (viii) $4m^2 + 9n^2 + p^2 – 12mn + 6np – 4mp$, (ix) $x^2 + y^2 + 16z^2 – 2xy – 8yz + 8xz$, (x) $a^2 + 4b^2 + 9c^2 + 4ab + 12bc + 6ac$; **3.** (i) 10404, (ii) 92416, (iii) 1006009, (iv) 16008001; **4.** (i) 9801, (ii) 996004, (iii) 89991, (iv) 6396, (v) 79.21, (vi) 9.975, (vii) 200, (viii) 0.08, (ix) 1800; **5.** (i) 10712, (ii) 26.52, (iii) 10094, (iv) 95.06; **6.** (i) $x^2 + 6x + 9$, (ii) $4y^2+20y+25$, (iii) $4a^2 – 28a + 49$, (iv) $1.21m^2 – 0.16$, (v) $b^4 – a^4$, (vi) $36x^2 – 49$, (vii) $p^2 – 25$, (viii) $9y^2 – 4x^2$, (ix) $x^4 – 1$, (x) $16y^4 – 81$; **7.** (i) $x^2 + 10x + 21$, (ii) $16x^2 + 24x + 5$, (iii) $16x^2 – 24x + 5$, (iv) $16x^2 + 16x – 5$, (v) $4a^4 + 28a^2 + 45$, (vi) $x^2y^2z^2 – 6xyz + 8$; **8.** (i) $2a^4 + 2b^4$, (ii) 40x, (iiii) $98m^2 + 128n^2$, (iv) $41m^2 + 80mn + 41n^2$, (v) $4p^2 – 4q^2$, (vi) $a^2b^2 + b^2c^2$, (vii) $m^4 + n^4m^2$, (viii) $2a^2 + 2b^2 + 2c^2 – 4ca$, (ix) $8a^2 + 10b^2 + 26c^2 – 16ab – 4bc + 16ac$, (x) $8x^2 + 12y^2 – 20xy – 12yz + 8xz$; **9.** (i) $(2x + 3y)^2$, (ii) $(8m – 3n)^2$, (iii) $(2x – 1)^2$, (iv) $(x + 2y + z)^2$, (v) $(2x – y – z)^2$, (vi) $(3x – 2y + z)^2$

ଅନୁଶୀଳନୀ – 4 (a)

1. 12 (x + 3), **2.** 4 (2a + b), **3.** 11 (2y – 3z), **4.** 7 pq (2 + 5r), **5.** 5a (2ab + 1), **6.** 5abc (3a – 2b), **7.** $2a (4a^2 + 2a + 1)$, **8.** $5a^3b^3c^3 (6 + 5a^2c^3 – 3a^3b^3c^3)$, **9.** 10 (2x + 5), **10.** (2x + 3y) (5a – 2b), **11.** 4 (5x + 9y) (10x + 18y + 3), **12.** 3a (6a – 5b) (3 – 4a), **13.** (x – 2y) (5x – 10y + 3), **14.** 2 (a + 2b) (3 – 2a – 4b), **15.** (a – 1) (a + b), **16.** (x – y) (x – y + 1), **17.** (x – y) (a + 2b + c), **18.** (b – c) (a + b + c), **19.** $x^2 (a – 2b) (x + 1)$, **20.** 2 (x + y) (4b – 3a), **21.** 5 (a + b) (x – y), **22.** $(x + y) (a^2 + b^2 + x^2)$

ଅନୁଶୀଳନୀ – 4 (b)

1. (x + y) (x + 8), **2.** (q + r) (p +q), **3.** (a + d) (b + c), **4.** (p + r) (q + r), **5.** (5y – 2) (3x + 1), **6.** (a + b) (x – y), **7.** (5p + 3) (3q + 5), **8.** (a + 3b) (2 – 3a – 9b), **9.** (a +2)(a + b), **10.** (x – z) (x + y), **11.** (a – b) (a – c), **12.** (2p – q) (p – r), **13.** (x – 3) (x + 2), **14.** (2x – 5) (x + 2), **15.** $(x + 1) (x – y^2)$, **16.** $(lm – n^2) (m – l)$, **17.** $(x – 2y) (x^2 + 3y^2)$, **18.** (6a – b) (b + 2c), **19.** (x – 11y) (x – 1), **20.** (3a + 4b) (x – 2y)

ଅନୁଶୀଳନୀ – 4 (c)

1. (i) (a + 3) (a + 5), (ii) (x + 2) (x + 3), (iii) (x + 6) (x + 1), (iv) (x + 6) (x + 2), (v) (x + 3) (x + 8), (vi) (x+1) (x+1); **2.** (i) (p – 4) (p –6), (ii) (x– 2) (x – 6), (iii) (x – 2) (x – 5), (iv) (x – 2) (x – 7), (v) (x + 7) (x – 3), (vi) (x –2) (x –1); **3.** (i) (a + 1) (a – 5), (ii) (x + 3) (x – 14), (iii) (x + 3) (x – 7), (iv) (x + 9) (x – 10), (v) (x + 7) (x – 9), (vi) (x–2) (x+1); **4.** (i). (a+7) (a + 11), (ii) (a –6) (a –2), (iii) (x + 2) (x – 4), **5.** (a–9) (a+6), **6.** (x– 2y – 3)(x – 2y – 2)

ଅନୁଶୀଳନୀ – 4 (d)

1. (i) (2x + 1) (2x + 1), (ii) (3b + 2c) (3b + 2c), (iii) (4a + 5b) (4a +5b), (iv) (7x + 8y) (7x + 8y), (v) $(a^2 + 3b^2) (a^2 + 3b^2)$;
2. (i) (3x – 1) (3x –1), (ii) (4x– 5y) (4x – 5y), (iii) (7a – 9b) (7a – 9b), (iv) (8a – 1) (8a – 1), (v) $(10a^2 – b) (10a^2 – b)$;
3. (i) (4x + 3y+5z) (4x + 3y+5z), (ii) (7x + 5y+z) (7x + 5y+z), (iii) (2a + 3b–c) (2a + 3b–c), (iv) (10a – 9b–7c) (10a – 9b–7c), (v) $(x^2 – y–z) (x^2 – y–z)$;
4. (i). (4a+3b) (4a–3b), (ii) (5a +6b) (5a –6b), (iii) (9a + 10b) (9a – 10b), (iv) (4a+7b) (4a–7b), (v)(12a + 15b)(12a – 15b) or 9(4a + 5b) (4a – 5b), (vi) (16a + 17b) (16a – 17b),

(vii) (20a + 15b) (20a – 15b) or 25(4a+3b) (4a – 3b), (viii) (21a + 30b) (21a – 30b) or 9(7a + 10b) (7a – 10b), (ix) (11a + 17b) (11a – 7b), (x) (9a + 19b) (9a – 19b), (xi) (a + b + c) (a + b – c), (xii) (a + b – c) (a–b + c),

5. $(a^2+1+a)(a^2+1-a)$, (ii) $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$, (iii) $(x^2 + 36y^2 + 6xy)(x^2 + 36y^2 - 6xy)$, (iv) $(x^2 + 3xy + 9y^2)(x^2 - 3xy + 9y^2)$, (v) $(x^2 + 4x + 16)(x^2 - 4x + 16)$,

6. (i) (a + 3 + b) (a+3 –b), (ii) (a– 2 + c)(a – 2 – c), (iii) (2a –1 + 3b) (2a –1 – 3b), (iv) (a –3b+4c) (a –3b –4c), (v) (4a – 3b + 5c) (4a – 3b – 5c),

7. (i) (x + 13) (x –15), (ii) (x+ 21)(x –17), (iii) (x +14) (x – 8), (iv) (x+31) (x –29), (v) (x – 27) (x+23), (vi) (x –19) (x+9), (vii) (x –33) (x + 27), (viii) (x+16)(x–12)

ଅନୁଶୀଳନୀ – 5 (a)

1. (i) 2^4, (ii) $(-2)^5$, (iii) $\left(\frac{3}{4}\right)^3$, (iv) $\left(-\frac{1}{7}\right)^4$, (v) $\left(\frac{5}{3}\right)^3$

(vi) y^5 (vii) $(-p)^3$, (viii) $(a-b)^4$, (ix) $(a+b)^3$, (x) $\left(\frac{a}{b}\right)^5$

2.

କ୍ରମିକ ନମ୍ବର	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)	(vii)	(viii)	(ix)	(x)
ଆଧାର	1	–1	–1	9	–2	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	10	10	–10
ଘାତ	15	11	18	5	5	6	5	4	7	5
ମାନ	1	–1	1	59049	–32	$\frac{1}{64}$	$\frac{32}{243}$	10000	10000000	–100000

3.

ସ୍ତମ୍ଭ	୧ମ	୨ୟ	୩ୟ	୪ର୍ଥ	୫ମ	୬ଷ୍ଠ	୭ମ	୮ମ
ଉତ୍ତର	64	729	2	5	4	5	$-\frac{1}{128}$	$-\frac{1}{3}$

4. (i) 10000, (ii) ଚତୁର୍ଥ, (iii) ତୃତୀୟ, (iv) $-\frac{3}{2}$ (v) $\frac{1}{25}$ **5.** (i) ତୃତୀୟ, (ii) 25, (iii) 64

ଅନୁଶୀଳନୀ – 5 (b)

1. (i) 3^{10}, (ii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{11}$ (iii) $\left(\frac{2}{3}\right)^{10}$, (iv) $(-4)^9$, (v) $\frac{3}{2}$, (vi) $(4)^9$, (vii) $(3)^{18}$, (viii) $(2)^{17}$, (ix) $(-7)^{13}$, (x) $(2)^7$, (xi) $(5)^{12}$, (xii) $(-2)^{12}$ ବା 2^{12}, (xiii) $\left(\frac{7}{3}\right)^4$, (xiv) $\left(\frac{3}{4}\right)^9$ (xv) $\left(\frac{a}{b}\right)^{10}$, (xvi) $\left(\frac{-a}{b}\right)^7$

2.(i) 9, (ii) 972, (iii) 8, (iv) 64, (v) $\frac{6651}{256}$; **3.** (i) 512, (ii) a^8b^7, (iii) a^7b^4, (iv) 1, (v) 1

4.(i) 2^{18}, (ii) 3^{14}, (iii) $5^{(3m-3)}$, (iv) $(-2)^{33}$, **5.** (i) F, (ii) T, (iii) F, (iv) T, (v) T, (vi) F, (vii) T, (viii) F, (ix) F, (x) T; **6.** (i) (iv) (v) (vii) (viii) ଓ (x)

ଅନୁଶୀଳନୀ – 5 (c)

1. (i) $\frac{1}{4}$, (ii) $\frac{1}{16}$ (iii) $\frac{1}{27}$, (iv) $\frac{1}{243}$, (v) $\frac{1}{10000}$, (vi) $\frac{1}{125}$, (vii) $\frac{1}{8000}$, (viii) $\frac{1}{125000}$, (ix) $\frac{1}{100}$, (x) $\frac{1}{100000}$, (xi) –1, (xii) –1; **2.**(i) 9, (ii) $\frac{125}{8}$, (iii) 10000, (iv) 0.008 ବା $\frac{1}{125}$, (v) $\frac{125}{27}$, (vi) $\frac{1000}{27}$, (vii) –1, (viii) 1, **3.** (i) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-6}$, (ii) $\left(\frac{1}{6}\right)^{-3}$, (iii) $\left(-\frac{1}{6}\right)^{-3}$, (iv) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-4}$, (v) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-3}$, (vi) 8^{-3} (vii) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-6}$

ଅନୁଶୀଳନୀ – 5 (d)

1. (i) 16, (ii) 32 (iii) 3125, (iv) $\frac{3}{5}$, (v) 36, (vi) 243, **2.**(i) 2, (ii) 4, (iii) 81, (iv) $\frac{1}{2}$, (v) 625, (vi) $\frac{7}{2}$, **3.** (i) 1, (ii) 1, **4.** (i) a –b , (ii) x – y

(ଅନୁଶୀଳନୀ - 6 (a))

1. 729, 1369, 2116, 13924, 50625;
3. 28, 278, 314, 23872...... ବର୍ଗ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା
113, 4315, ... ବର୍ଗ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା
5. $10^2 - 9^2$, $14^2 - 13^2$, $16^2 - 15^2$, $21^2 - 20^2$, $27^2 - 26^2$, **6.** (7, 24, 25), (11, 60, 61), (15, 112,113), (12,35,37), (16, 63, 65), **8.** 35, 49, 223, 341 **9.**(a), (b), (c), (d), (f), (g) - ଭୁଲ୍ (c), (e) - ଠିକ୍

(ଅନୁଶୀଳନୀ - 6 (b))

1. 2025, 3025, 7225, 11025, 24025, 65025, **2.** 729, 1369, 2116, 6084, 9604,
3. 361, 10404, 11449, **4.** 8649, 9025, 9604, **5.** 2601, 2916, 3136, 3364, 3481, **6.** 1225, 5626, 9025, 13225, 42025; **7.** 0.0144, 1.2321, 0.000009, **8.** 121, 65.61, 0.36

(ଅନୁଶୀଳନୀ - 6 (c))

1. (a) 0.6, (b)1.1 (c) $1\frac{1}{3}$ (d) 0.03, (e) $2\frac{1}{2}$, **2.** 17, 19, 28, 2.5, 3.6, 4.4, 3.2, **3.** 305, 316, 329, 273, 1502, 1371, 231, **4.** 7.29, 6.03, 2.098, 0.99, 2.34, **5.** (i) 2.236, (ii) 2.645, (iii) 3.162, (iv) 1.581, (v)1.897, **6.** 1.117, 1.666, 2.015, 1.811, 2.136, **7.** (i) 3.535, (ii) 1.539, (iii) 3.732, (iv) 0.102, (v) 9.898

(ଅନୁଶୀଳନୀ - 6 (d))

1. 961 ଏବଂ 1024, **2.** 50, **3.** 35, **4.** 3, **5.** 48, **6.**144 ମିଟର, **7.** 150 ମିଟର, **8.** 580 ଟଙ୍କା, **9.** 120 ଜଣ, **10.** 40, **11.** 25, **12.** 46.24 ମି.

(ଅନୁଶୀଳନୀ - 6 (e))

1. 1331, 1728, 2197, 2744, 3375, 4096, 4913, 5832, 6859, 8000
2. (i) 12, (ii) 55, (iii) 60, (iv) 3, (v) 3; **3.** 216, **4.** 5, **5.** 5; **6.**3375 ଘ. ସେ.ମି., **7.** 8; **8.** 43200 ଟଙ୍କା,

(ଅନୁଶୀଳନୀ - 6 (f))

1. (i) 7, (ii) 10, (iii) 42, (iv) 54, (v) 200; **2.** 1, 14; **3.** 2.14; **4.** 64, ବ.ମି., **5.** 5, 25

(ଅନୁଶୀଳନୀ - 6 (g))

1. –1, –5, –18, –26, – 140; **2.** 8; **3.** –72; **4.** –56; **5.** 75; **6.** 225; **7.** –77, **8.** 60; **9.** 14; **10.** –9; **11.** 12; **12.** ପୂର୍ଣ୍ଣ ଘନରାଶି, –64,. – 1728, –2197 ଏବଂ ଘନମୂଳ – 4, –12, – 13
13. (i) –30, (ii) –72, (iii) – 300, (iv) – 80

(ଅନୁଶୀଳନୀ - 6 (h))

1. (i) $\frac{343}{729}$, (ii) $\frac{-512}{1331}$, (iii) $\frac{1728}{343}$, (iv) $\frac{-2197}{512}$, (v) $17\frac{72}{125}$, (vi) $34\frac{21}{64}$, (vii) $-\frac{125}{27}$, (viii) 0.008 (ix) 2.197, (x) 0.000027; **2.** (i) $\frac{2}{5}$, (ii) $-\frac{4}{11}$, (iii) $\frac{-3}{16}$, (iv) $\frac{13}{21}$, (v) 0.1 (vi) 0.2, (vii) 1.2, (viii) 0.05;
3. (i), (iii), (iv) (vi)

(ଅନୁଶୀଳନୀ - 7 (a))

1. (i) 9, (ii) 7, (iii) 4, (iv) 21, (v) 5, (vi) 5, (vii) 50, (viii) 2.4, (ix) –11, (x) 2.1
2. (i) 4, (ii) 16, (iii) – 5, (iv) 17, (v) 9, (vi) 2, (vii) $\frac{9}{25}$, (viii)12 (ix) 2, (x) –10
3. (i) 10, (ii) –1, (iii) –26, (iv) $-12\frac{2}{3}$, (v) –2 **4.**(i)$12\frac{1}{6}$, (ii) $\frac{2}{5}$, (iii) –26, (iv) $2\frac{1}{4}$, (v) –10

(ଅନୁଶୀଳନୀ 7 (b))

1. 80, **2.** 72, **3.** 8, **4.** 11, **5.** 15, 16, **6.** 14, **7.** ହମିଦ୍‌ର ଟ.200 ଓ ରହିମ୍‌ର ଟ.150ଙ୍କା ।
8. 36, **9.** 37, **10.** 150, **11.** 20,50; **12.** ପୁଅ–21 ଓ ଝିଅ–28, **13.** 40^0, 50^0, **14.** 5 ଟଙ୍କିଆ 50 ଟି ଓ 10 ଟଙ୍କିଆ 25ଟି, **15.** ପ୍ରସ୍ଥ 25ମି. ଓ ଦୈର୍ଘ୍ୟ 50ମି. **16.** $\frac{9}{12}$ **17.** 70^0 **18.** 4 କି.ମି.

ଅନୁଶୀଳନୀ – 7 (c)

1. (i) 0 ଓ 3, (ii) $\frac{5}{2}$ ଓ $-\frac{5}{2}$, (iii) –2 ଓ 2, (iv) $-\frac{4}{3}$ ଓ $\frac{4}{3}$, (v) $-\frac{5}{2}$ ଓ 0(vi) 0 ଓ $\frac{b}{a}$ (vii) –9 ଓ 9, (viii) –27 ଓ 27; **2.** (i) 3 ଓ –1, (ii) 5 ଓ –1, (iii) 5 ଓ –4, (iv) –3 ଓ –4 (v) –7 ଓ 5, (vi) 5 ଓ 1, (vii) –1 ଓ $\frac{3}{2}$, (viii) 1 ଓ $-\frac{5}{3}$, (ix) a ଓ b, (x) –a ଓ b

ଅନୁଶୀଳନୀ – 8 (a)

1. 500ଟଙ୍କା **2.** 16% **3.** 25% **4.** $56\frac{1}{4}\%$ **5.**$33\frac{1}{3}\%$ **6.** $5\frac{5}{8}$ଟଙ୍କା **7.**650 ଟଙ୍କା **8.** $6\frac{2}{3}\%$ **9.**600ଟଙ୍କା ଓ 400ଟଙ୍କା **10.** 500ଟଙ୍କା **11.** 405ଟଙ୍କା **12.** 500 ଟଙ୍କା **13.** ପ୍ରଥମ ଦୋକାନରୁ କିଣିଲେ ଲାଭ ଜନକ । **14.** 400ଟଙ୍କା, **15.** 817.60 ଟଙ୍କା **16.** 40% **17.** 733.33 ଟଙ୍କା

ଅନୁଶୀଳନୀ – 8 (b)

1.(i) 36% (ii) 8ପଇସା (iii) 12.50% (iv) $\frac{25}{4}\%$; **2.** 11,840ଟଙ୍କା **3.** 8700ଟଙ୍କା **4.** 1500ଟଙ୍କା **5.** 1620 ଟଙ୍କା **6.** $\frac{P(9T+25)}{25}$ ଟଙ୍କା **7.** 10ବର୍ଷ **8.** 10,000ଟଙ୍କା **9.** 10% **10.** $6\frac{1}{4}\%$ **11.** 2000ଟଙ୍କା **12.** $22\frac{1}{2}$ବର୍ଷ **13.** 16ବର୍ଷ, **14.** 8% **15.** 12,958ଟଙ୍କା, **16.** 8%

ଅନୁଶୀଳନୀ – 8 (c)

1. ଟ.133.12ପ. **2.**ଟ1717.35 ପ. **3.**1655ଟ, **4.** 1261ଟ **5.** 6655ଟ **6.** ଟ36,659.70 **7.** 2ବର୍ଷ **8.** ଟ567.45ପ **9.** 3000ଟ **10.** $3070\frac{5}{8}$ଟ **11.** ଟ 1125.21 ପ. **12.** ଟ.103.37ପ **13.** ଟ166116.80ପ **14.** 22898 **15.** 38640 ଟ.

ଅନୁଶୀଳନୀ – 8 (d)

1. 10624 ଟଙ୍କା **2.** 50 ଟଙ୍କା **3.** 9000 ଟଙ୍କା **4.** 147.40; **5.** 129.01 **6.** 400 .20 **7.** 144.07 **8.**120.26 **9.** 122.65 **10.** 140

ଅନୁଶୀଳନୀ - 8 (e) **1.** 100 ଟଙ୍କା; **2.** 1000 ଟଙ୍କା; **3.** ଦୁଇଥର **4.** (a)5ଟଙ୍କା; (b) କିଛି ସୁଧ ପାଇବ ନାହିଁ; **5.** (i) Nil, (ii) ଟ 22.92, (iii) 22.92; **6.** 127 ଟଙ୍କା; **7.** 17.09 ଟଙ୍କା; **8.** 144.58 ଟଙ୍କା; **9.** 4.5%; **10.** 293.00; **11.** 42.43 ଟଙ୍କା; **12.** 6%

ଅନୁଶୀଳନୀ - 9 (a) **1.**

x (କମଳାର ସଂଖ୍ୟା) :	8	4	18	10	13
y (କମଳାର ସଂଖ୍ୟା) :	18	14			

2. (a) (i) 60 ଟଙ୍କା (ii) 5 ଟି, (b) (i) 700 ଟଙ୍କା (ii) 6 ଦିନ, **3.** 15 ଟି **4.** 225 ଟଙ୍କା, 5 ଟି, **5.** 22.50 ଟଙ୍କା, 6 କି.ଗ୍ରା., **6.** 320 କି.ମି., 5 ଘଣ୍ଟା, **7.** 7.50 ଟଙ୍କା; 8 ଟି, **8.** 12 ଟଙ୍କା; **9.** 5 ଲିଟର; **10.** 4200 ଟଙ୍କା, **11.** 720 ଟଙ୍କା, **12.** 150 ଟି, 108 ଟଙ୍କା

ଅନୁଶୀଳନୀ - 9 (b) **1.** (i) ସଳଖ ଚଳନ (ii) ସଳଖ ଚଳନ ଅବଶିଷ୍ଟ ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ

2. x : 10, 40; y : 8 4; k; 120 120 120 120 120 **3.** (i) ପ୍ରତିଲୋମୀ, (ii) ସଳଖ, (iii) ସଳଖ, (iv) ପ୍ରତିଲୋମୀ, **4.** 1 ବ.ମି., **5.** 12 ଜଣ, **6.** 6 ଟି, **7.** 12 ଦିନ, **8.** 25 ଟି, **9.** 1 : 2 : 3, **10.** 6 ଦିନ, **11.** 20 ଏକର, **12.** 10 ମିନିଟ୍, 2 କି.ମି.

ଅନୁଶୀଳନୀ - 9 (c) **1.** 6 ଦିନ, **2.** 20 ଦିନ, **3.** 20 ଦିନ, **4.** 10 ଦିନ, **5.** 324 ମିଟର, **6.** 8 ଜଣ, **7.** 10 ଘଣ୍ଟା, **8.** 27 ଦିନ

ଅନୁଶୀଳନୀ - 10 (a) **4.** (a) 11 am. (b) 5 am (c) 11 am (d) 20°C (e) 40°C **5.** (a) 40, 45, (b) 50-55, (c) 16, (d) 40-45, (e) 5; **7.** (a) 120 (b) 90 (c) 5.4 (d) 90; **8.**(a) 270, 360, (b) 135, 135, (c) 180, (d) 135

ଅନୁଶୀଳନୀ - 10 (b) **1.** x- ଅକ୍ଷ (b) y- ଅକ୍ଷ (c) (0,0) (d) y- ଅକ୍ଷ, (e) x- ଅକ୍ଷ (f) 0, (g) 0, (h) 3 (i) 1 (j) C (3,0)