ପରିମିତି (MENSURATION)

ଅଧ୍ୟାୟ 5

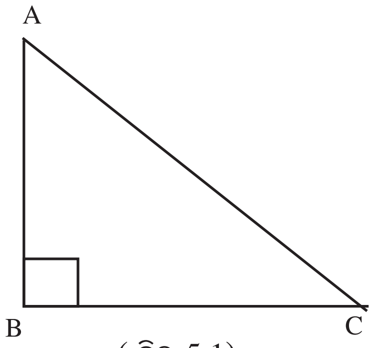
5.1 ଉପକ୍ରମଣିକା (Introduction) :

ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀମାନଙ୍କରେ ତୁମେମାନେ ବିଭିନ୍ନ ସାମତଳିକ ଚିତ୍ରର ପରିସୀମା ଏବଂ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କାହାକୁ କହନ୍ତି ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକର ପରିସୀମା ଓ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କିପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ ସେ ବିଷୟରେ ସମ୍ୟକ୍ ଆଭାସ ପାଇସାରିଛ । ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ତ୍ରିଭୁଜ ଓ ଚତୁର୍ଭୁଜର ପରିସୀମା ଓ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଉକ୍ତ ଅଧ୍ୟାୟର ପ୍ରଥମ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ । ଏହା ବ୍ୟତୀତ ସମଘନ, ଆୟତଘନ ପ୍ରଭୃତି ଘନ ପଦାର୍ଥର ଘନଫଳ ବା ଆୟତନ ଏବଂ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଆଲୋଚନା ଏ ଅଧ୍ୟାୟର ଅନ୍ୟ ଏକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ । ତ୍ରିଭୁଜ ଓ ଚତୁର୍ଭୁଜାକାର କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ କେତେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଉକ୍ତ ସାମତଳିକ କ୍ଷେତ୍ରର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଏବଂ କୋଣର ପରିମାଣର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼େ । ତେଣୁ ପ୍ରଥମେ ଉପରୋକ୍ତ ସାମତଳିକ ଚିତ୍ର ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତେକ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

5.2 ପିଥାଗୋରାସ୍‌ଙ୍କ ଉପପାଦ୍ୟ ଓ ଏହାର ପ୍ରୟୋଗ :

(A) ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ :

ΔABC ର $\angle B$ ସମକୋଣ ଓ $\overline{AC}$ କର୍ଣ୍ଣ (hypotenuse) । $\angle B$ର ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁଦ୍ୱୟ $\overline{AB}$ ଓ $\overline{BC}$ ମଧ୍ୟରୁ $\overline{BC}$ କୁ ଭୂମି (base) ଓ $\overline{AB}$କୁ ଲମ୍ବ (perpendicular) କୁହାଯାଏ । ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା (height) କୁହାଯାଏ ।



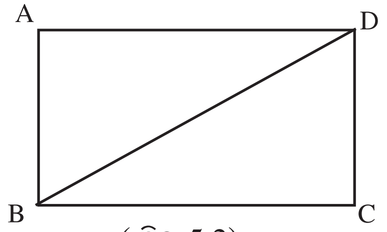
(ଚିତ୍ର 5.1)

ଉପରୋକ୍ତ ବାହୁମାନଙ୍କର ଇଂରାଜୀ ପ୍ରତିଶବ୍ଦର ମୂଳ ଅକ୍ଷର p, b ଓ h ଦ୍ୱାରା ଯଥାକ୍ରମେ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା, ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ସୂଚିତ କରାଯାଏ । ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ବନ୍ଧ ପ୍ରତିପାଦନ କରିବା ପାଇଁ ସୁପ୍ରସିଦ୍ଧ ଉପପାଦ୍ୟ ହେଲା –

'ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ବର୍ଗ ଏହାର ଅନ୍ୟ ଦୁଇବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ବର୍ଗର ସମଷ୍ଟି ସହ ସମାନ ।' ଏହି ଉପପାଦ୍ୟକୁ **ପିଥାଗୋରାସ୍ଙ୍କ ଉପପାଦ୍ୟ** କୁହାଯାଏ । (ଏହାର ପ୍ରମାଣ ନବମ ଶ୍ରେଣୀରେ ପଢ଼ିବା ।)

ଭାରତୀୟ ଗଣିତଜ୍ଞ ବୌଧାୟନ (ପ୍ରାୟ ଖ୍ରୀ.ପୂ. 800) ରେ ସାଧାରଣ ରୂପରେ ଅନେକ ଉଦାହରଣ ଦେଇ ଦର୍ଶାଇଥିଲେ ଯେ **'ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣ ଉପରେ ଅଙ୍କିତ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ତାହାର ଦୁଇ ବାହୁ ଉପରେ ଅଙ୍କିତ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ସମଷ୍ଟି ସହ ସମାନ ।'**

ABCD ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର । ଏହାର $\overline{BD}$ କର୍ଣ୍ଣ ଉପରେ ଅଙ୍କିତ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଏହାର $\overline{AD}$ ଓ $\overline{AB}$ ଉପରେ ଅଙ୍କିତ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ସମଷ୍ଟି ସହ ସମାନ ।



(ଚିତ୍ର 5.2)

ପିଥାଗୋରୀୟ ତ୍ରୟି (Pythagorean Triple) :

ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ପର୍କ $p^2 + b^2 = h^2$ ଯେଉଁ ତିନିଟିକିଆ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଗୋଷ୍ଠୀ ଦ୍ୱାରା ସିଦ୍ଧ ହୁଏ, ତାକୁ **ପିଥାଗୋରୀୟ ତ୍ରୟୀ** ଅଥବା **ପିଥାଗୋରୀୟ ଟ୍ରିପଲ୍** କୁହାଯାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ $3^2 + 4^2 = 5^2$ ଉକ୍ତିଟି ସତ୍ୟ ଅଟେ । ଅନ୍ୟ କଥାରେ କହିଲେ ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 3, 4 ଓ 5 ଏକକ ହେଲେ ତାହା ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ହେବ । ଅନ୍ୟ ପକ୍ଷରେ ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର 3 ଏକକ ଓ 4 ଏକକ ଦୀର୍ଘ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣଟି ସମକୋଣ ହେଲେ ଅନ୍ୟ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 5 ଏକକ ହେବ; ଯାହାକି ସେହି ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣକୁ ସୂଚାଏ ।

ସୁତରାଂ ଚିତ୍ର 5.1 ରୁ $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$h^2 = p^2 + b^2$ କିମ୍ବା $h = \sqrt{p^2 + b^2}$ ....(1)

$p^2 = h^2 - b^2$ କିମ୍ବା $p = \sqrt{h^2 - b^2}$ ....(2)

$b^2 = h^2 - p^2$ କିମ୍ବା $b = \sqrt{h^2 - p^2}$ ....(3)

ସୁତରାଂ (1), (2) ବା (3) ସୂତ୍ରଦ୍ୱାରା ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ଯେକୌଣସି ଦୁଇବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଜଣାଥିଲେ, ଅନ୍ୟ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ହେବ ।

ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାତ୍ରୟୀ (ଟ୍ରିପଲ୍) ମନେରଖ ।

(3, 4, 5), (5, 12, 13), (7, 24, 25), (8, 15, 17), (9, 40, 41) । ପ୍ରତ୍ୟେକ ତ୍ରୟୀର ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପରସ୍ପର ମୌଳିକ । ତେଣୁ ଉପରୋକ୍ତ ତ୍ରୟୀଗୁଡ଼ିକୁ **ମୌଳିକ ପିଥାଗୋରୀୟ ତ୍ରୟୀ** କୁହାଯାଏ । ପିଥାଗୋରୀୟ ତ୍ରୟୀ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଏକ ସୂତ୍ର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।

ମନେକର m ଓ n ଦୁଇଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଯେଉଁଠି $m > n$ । ତ୍ରୟୀର ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ $m^2 - n^2$, 2mn ଓ m^2+n^2 । ଦୁଇଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା 2 ଓ 1 ଏବଂ $2 > 1$, ତ୍ରୟୀର ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ $2^2 - 1^2$, 2x2 x 1 ଓ $2^2 + 1^2$ ।

ଅର୍ଥାତ୍ ତ୍ରୟୀଟି (3, 4 ଓ 5) । ସେହିପରି ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ନିଜେ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

a, b ଓ c ଗୋଟିଏ ପିଥାଗୋରୀୟ ତ୍ରୟୀ ହେଲେ (ka, kb ଓ kc) ଗୋଟିଏ ପିଥାଗୋରୀୟ ତ୍ରୟୀ ହେବ ଯେଉଁଠି k ଶୂନ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ଏକ ଧ୍ରୁବକ ।

ମନେକର k = 10 ଓ ପିଥାଗୋରୀୟ ତ୍ରୟୀଟି (3, 4, 5) । ତେବେ (30, 40 ଓ 50) ମଧ୍ୟ ଏକ ପିଥାଗୋରୀୟ ତ୍ରୟୀ । ଏହି ତ୍ରୟୀର ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପରସ୍ପର ମୌଳିକ ନୁହଁନ୍ତି । ତେଣୁ ଏହା ଏକ ମୌଳିକ ତ୍ରୟୀ ନୁହେଁ । ସେହିପରି ଅନେକ ପିଥାଗୋରୀୟ ତ୍ରୟୀ ଆମେ ସ୍ଥିର କରିପାରିବା ।

ବି.ଦ୍ର. : a, b, c ଏକ ପିଥାଗୋରୀୟ ତ୍ରୟୀ ହେଲେ, $\frac{a}{k}, \frac{b}{k}, \frac{c}{k}$ ମଧ୍ୟ ଗୋଟିଏ ତ୍ରୟୀ ହେବ ।

ଅନ୍ୟ ପକ୍ଷରେ କହିଲେ **''ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ବୃହତ୍ତମ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ବର୍ଗ ଅନ୍ୟ ଦୁଇବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ବର୍ଗର ସମଷ୍ଟି ସହ ସମାନ ହେଲେ ବୃହତ୍ତମ ବାହୁର ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣର ପରିମାଣ 90^0 ହେବ । ଅର୍ଥାତ୍ ତ୍ରିଭୁଜଟି ସମକୋଣୀ ହେବ ।''** ଏହା ପିଥାଗୋରାସ୍‌ଙ୍କ ଉପପାଦ୍ୟର ବିପରୀତ କଥନ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, 5, 12 ଓ 13 ଏକକ ବିଶିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜଟି ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଓ 13 ଏକକ ବିଶିଷ୍ଟ ବାହୁର ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣଟି ସମକୋଣ ।

(ନିଜେ କର) ଦଶଗୋଟି ପିଥାଗୋରୀୟ ତ୍ରୟୀ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାହିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ

ଉଦାହରଣ – 1 : ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ସମକୋଣ ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 2.5 ସେ.ମି. ଓ 6 ସେ.ମି. ହେଲେ ତା'ର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

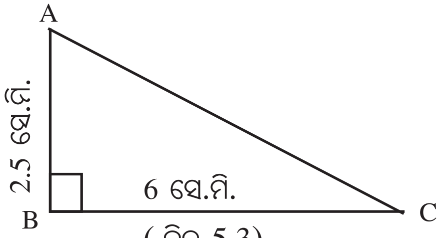
ସମାଧାନ : ଚିତ୍ର 5.3 ରେ ABC ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ∠B ସମକୋଣ । ମନେକର AB = 2.5 ସେ.ମି. ଓ BC = 6 ସେ.ମି. ।

$AC^2 = AB^2 + BC^2$ (ପିଥାଗୋରାସ୍ ଉପପାଦ୍ୟ)

$= (2.5)^2 + (6)^2 = 6.25 + 36 = 42.25$

$\therefore AC = \sqrt{42.25} = 6.5$

∴ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 6.5 ସେ.ମି. ।



(ଚିତ୍ର 5.3)

ଉଦାହରଣ – 2 : ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 6 ସେ.ମି., 4.5 ସେ.ମି. ଓ 7.5 ସେ.ମି. । ତ୍ରିଭୁଜଟି ସମକୋଣୀ ? ଯଦି ଉତ୍ତର ହଁ ହୁଏ, ତେବେ କେଉଁ ବାହୁଟି ତ୍ରିଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣ ଅଟେ ?

ସମାଧାନ : ଦତ୍ତ ଅଛି ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 6 ସେ.ମି., 4.5 ସେ.ମି. ଓ 7.5 ସେ.ମି. ।

ତ୍ରିଭୁଜଟି ସମକୋଣୀ ହେବ ଯଦି, $(6)^2 + (4.5)^2 = (7.5)^2$ ହେବ । (ପିଥାଗୋରାସ୍‌ର ବିପରୀତ ଉପପାଦ୍ୟ)

ବର୍ତ୍ତମାନ, ବାମପକ୍ଷ = $(6)^2 + (4.5)^2 = 36 + 20.25 = 56.25$

ମାତ୍ର $(7.5)^2 = 56.25 =$ ଦକ୍ଷିଣପକ୍ଷ

$\therefore (6)^2 + (4.5)^2 = (7.5)^2$

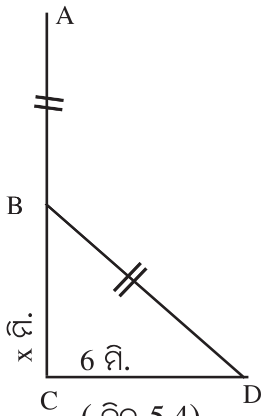
$(6)^2 + (4.5)^2 = (7.5)^2$ ସର୍ତ୍ତଟି ପୂରଣ ହେଉଥିବାରୁ ତ୍ରିଭୁଜଟି ସମକୋଣୀ ।

ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ବୃହତ୍ତମ ବାହୁଟି କର୍ଣ୍ଣ ହେଉଥିବାରୁ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 7.5 ସେ.ମି. ।

ଉଦାହରଣ – 3 :

ପ୍ରବଳ ବାତ୍ୟାରେ ଗୋଟିଏ ସିଧା ନଡ଼ିଆ ଗଛ ଭାଙ୍ଗି ପଡ଼ିବାରୁ ଭଗ୍ନ-ଅଂଶଟି ମୂଳଗଣ୍ଡି ସହ ଲାଗିରହି ଅଗ୍ରଭାଗ ଗଛମୂଳରୁ 6 ମି. ଦୂରରେ ଭୂମିକୁ ସ୍ପର୍ଶ କଲା । ଭାଙ୍ଗିଯାଇଥିବା ଅଂଶଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ମାଟି ଉପରେ ଥିବା ଥୁଣ୍ଟା ଅଂଶର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅପେକ୍ଷା 2 ମିଟର ଅଧିକ ହେଲେ, ଗଛଟିର ଉଚ୍ଚତା କେତେ ଥିଲା ?

ସମାଧାନ : ମନେକର AC ଗଛର ଉଚ୍ଚତା । ଏହା B ବିନ୍ଦୁରେ ଭାଙ୍ଗିଯିବାରୁ ଗଛର ଅଗ୍ରଭାଗ A ଭୂମିକୁ D ବିନ୍ଦୁରେ ସ୍ପର୍ଶ କଲା ।



(ଚିତ୍ର 5.4)

ମନେକର BC = x ମି. ।

AB = BD = (x + 2) ମି.

BCD ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ CD = 6 ମି., BC = x ମି.

ଏବଂ BD = x + 2 ମି.

ପିଥାଗୋରାସ୍‌ଙ୍କ ଉପପାଦ୍ୟ ଅନୁସାରେ, $BD^2 - BC^2 = CD^2$

$\Rightarrow (x + 2)^2 - x^2 = (6)^2$

$\Rightarrow x^2 + 4x + 4 - x^2 = 36$ $\quad [\because (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2]$

$\Rightarrow 4x + 4 = 36 \Rightarrow 4x = 36 - 4$

$\Rightarrow 4x = 32 \Rightarrow x = \frac{32}{4} = 8$

$\therefore x = 8$ ମି.

$\therefore$ ଗଛର ଉଚ୍ଚତା = x + x + 2 = (8 + 8 + 2) ମି. = 18 ମି. ।

ବି.ଦ୍ର. : $(x+2)^2 = (x+2)(x+2) = x(x+2) + 2(x + 2) = x^2 + 2x + 2x + 4 = x^2 + 4x + 4$

ଉଦାହରଣ – 4 : ଗୋଟିଏ ପୋଖରୀରେ ଫୁଟିଥିବା ଏକ ପଦ୍ମଫୁଲ ପାଣି ଉପରୁ 2 ଡେସି ମିଟର ଦେଖାଯାଉଥିଲା । ପବନ ବହିବାରୁ ତାହା 8 ଡେସିମିଟର ଦୂରକୁ ଘୁଞ୍ଚିଯାଇ ପାଣି ସହିତ ମିଶିଗଲା । ପୋଖରୀରେ ଜଳର ଗଭୀରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : $\overline{AB}$ ପଦ୍ମନାଡ଼ର ପ୍ରଥମ ଅବସ୍ଥା ସୂଚାଉଛି । ଏହାର $\overline{AC}$ ଅଂଶ ଜଳ ଉପରେ ଏବଂ $\overline{BC}$ ଅଂଶ ଜଳ ମଧ୍ୟରେ ଥିଲା । ବାୟୁ ଦ୍ୱାରା ଚାଳିତ ହୋଇ ଏହାର ଅବସ୍ଥାନ $\overline{AB}$ ପରିବର୍ତ୍ତେ $\overline{BD}$ ହେଲା ଏବଂ ଏହା "D" ବିନ୍ଦୁରେ ପାଣିରେ ମିଶିଗଲା ।

$\therefore$ AB = BD, CD = 8 ଡେସିମିଟର, AC = 2 ଡ଼େସିମିଟର

ମନେକର ଜଳର ଗଭୀରତା BC = x ଡେସିମିଟର

$\therefore$ AB = BC + AC = (x + 2) ଡେସିମିଟର ।

∴ BD = (x + 2) ଡେସି ମିଟର ।

∴ ପଦ୍ମନାଡ଼ଟି ଜଳପୃଷ୍ଠ ସହିତ ଲମ୍ବ ଭାବରେ ଅବସ୍ଥିତ,

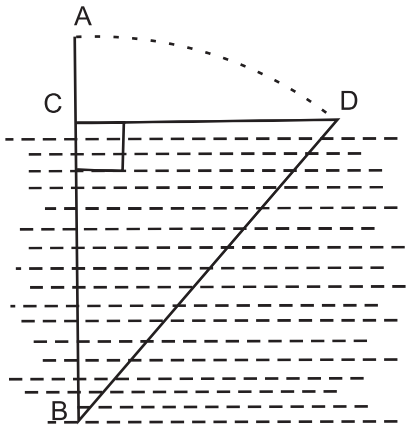
∴ BCD ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ, $BD^2 - BC^2 = CD^2$

$\Rightarrow (x + 2)^2 - x^2 = (8)^2$

$\Rightarrow x^2 + 4x + 4 - x^2 = 64 \Rightarrow 4x + 4 = 64$

$\Rightarrow 4x = 60 \Rightarrow x = \frac{60}{4} = 15$

∴ ଜଳର ଗଭୀରତା 15 ଡେସିମିଟର ।



(ଚିତ୍ର 5.5)

ଅନୁଶୀଳନୀ - 5 (a)

1. କେତେକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ସମକୋଣ ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁ ଦୁଇଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି । ପିଥାଗୋରୀୟ ତ୍ରୟୀ ସାହାଯ୍ୟରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) 3 ମି. ଓ 4 ମି. (ii) 5 ସେ.ମି. ଓ 12 ସେ.ମି. (iii) 7 ସେ.ମି. ଓ 24 ସେ.ମି.

(iv) 8 ମି. ଓ 15 ମି. (v) 1.5 ସେ.ମି. ଓ 2 ସେ.ମି. (vi) 10 ସେ.ମି. ଓ 24 ସେ.ମି. ।

2. ନିମ୍ନରେ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ଯଥାକ୍ରମେ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଅଛି । ତ୍ରିଭୁଜର ତୃତୀୟ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସ୍ଥିର କର ।

(i) 2.5 ସେ.ମି. ଓ 2.4 ସେ.ମି. (ii) 4.1 ମି. ଓ 4 ମି. (iii) 12.5 ମି. ଓ 10 ମି.

(iv) 125 ମି. ଓ 100 ମି. (v) 299 ମି. ଓ 276 ମି.

3. ନିମ୍ନରେ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଅଛି । ପ୍ରମାଣ କର ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ।

(i) 11 ସେ.ମି., 60 ସେ.ମି. ଓ 61 ସେ.ମି. (ii) 0.8 ମି., 1.5 ମି. ଓ 1.7 ମି.

(iii) 0.9 ଡେ.ମି. 4 ଡେ.ମି. ଓ 4.1 ଡେ.ମି. (iv) 0.7 ସେ.ମି., 2.4 ସେ.ମି. ଓ 2.5 ସେ.ମି.

4. ABC ତ୍ରିଭୁଜରେ ବାହୁତ୍ରୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦିଆଯାଇଛି । ପ୍ରଥମେ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ABC ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ କି ? ଯଦି ଉତ୍ତର ହଁ ହୁଏ, ତେବେ ତ୍ରିଭୁଜର କେଉଁ କୋଣର ପରିମାଣ 90^0 ହେବ ?

(i) AB = 3 ସେ.ମି., BC = 4 ସେ.ମି. ଏବଂ CA = 5 ସେ.ମି. ।

(ii) CA = 5 ସେ.ମି., AB = 12 ସେ.ମି. ଏବଂ BC = 13 ସେ.ମି. ।

(iii) BC = 7 ସେ.ମି., CA = 24 ସେ.ମି. ଏବଂ AB = 25 ସେ.ମି. ।

(iv) BC = 9 ସେ.ମି., AB = 40 ସେ.ମି. ଏବଂ AC = 41 ସେ.ମି. ।

(v) AB = 8 ସେ.ମି., BC = 15 ସେ.ମି. ଏବଂ CA = 17 ସେ.ମି. ।

5. ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତି A ସ୍ଥାନରୁ ବାହାରି ପୂର୍ବ ଦିଗକୁ 50 ମିଟର ଗତି କଲାପରେ ସେଠାରୁ ଉତ୍ତର ଦିଗକୁ 120 ମିଟର ଗତି କରି B ନାମକ ସ୍ଥାନରେ ପହଞ୍ଚିଲେ । A ଠାରୁ B ର ଦୂରତା କେତେ ?

6. 20 ମିଟର ଉଚ୍ଚ ଗୋଟିଏ ତାଳଗଛ ଝଡ଼ରେ ନଇଁ ପଡ଼ିବାରୁ ତା'ର ଅଗ୍ରଭାଗ ସେହି ଗଛର ମୂଳଠାରୁ 12 ମିଟର ଦୂରରେ ଅବସ୍ଥିତ ଏକ ସ୍ତମ୍ଭର ଅଗ୍ରଭାଗକୁ ସ୍ପର୍ଶ କଲା । ସ୍ତମ୍ଭଟିର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

7. ଗୋଟିଏ କୋଠାଘରର ବାହାର କାନ୍ଥର ପାଦଦେଶରୁ 8 ମିଟର ଦୂରରେ ଗୋଟିଏ ନିଶୁଣି ରଖି କାନ୍ଥକୁ ଡେରିଦେଲେ, ନିଶୁଣିର ଅଗ୍ରଭାଗ କାନ୍ଥର ଉପରିଭାଗକୁ ସ୍ପର୍ଶ କରେ । ନିଶୁଣିଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 10 ମିଟର ହେଲେ, କାନ୍ଥର ଉଚ୍ଚତା ସ୍ଥିର କର ।

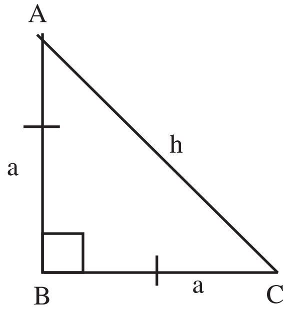
8. ଗୋଟିଏ ଘରର ଦୁଇ ବିପରୀତ କାନ୍ଥର ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ 25 ଡେସିମି. ଓ 64 ଡେସିମି. । କାନ୍ଥ ଦୁଇଟିର ଉପରିଭାଗକୁ ଲାଗିଥିବା ଗୋଟିଏ ସଳଖକଡ଼ିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 65 ଡେସିମି. ହେଲେ ଘରର ପ୍ରସ୍ଥ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

9. ଗୋଟିଏ ପୋଖରୀରେ ଥିବା ଏକ ପଦ୍ମକଢ଼ିର ଅଗ୍ରଭାଗ ଜଳ ଉପରକୁ 1 ମିଟର ଦେଖାଯାଉଥିଲା । କିନ୍ତୁ ବାୟୁଦ୍ୱାରା ଏହି କଢ଼ିଟି ଆସ୍ତେ ଆସ୍ତେ ଘୁଞ୍ଚିଯାଇ 3 ମିଟର ଦୂରରେ ଜଳସ୍ତର ସଙ୍ଗେ ମିଶିଗଲା । ପୋଖରୀରେ ଜଳର ଗଭୀରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

10. ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 32 ସେ.ମି. । ତାହାର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅପେକ୍ଷା 8 ସେ.ମି. ବୃହତ୍ତର ହେଲେ, କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସ୍ଥିର କର ।

(B) ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ :

କୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପରସ୍ପର ସମାନ ହେଲେ ଉକ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜଟିକୁ **ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ** କୁହାଯାଏ । ଗୋଟିଏ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ ଏକ ସମକୋଣ ହେଲେ ଉକ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜକୁ **ସମକୋଣୀ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ** କୁହାଯାଏ ।



(ଚିତ୍ର 5.6)

ସମକୋଣୀ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣ:

ΔABC ଏକ ସମକୋଣୀ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ।

ମନେକର $AB = BC = a$ ଏକକ ଏବଂ $AC = h$ ଏକକ ।

$\because AC^2 = AB^2 + BC^2$ ତେବେ $h^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$

$\Rightarrow h = \sqrt{2}\, a \Rightarrow a = \dfrac{h}{\sqrt{2}}$ ଏକକ

କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (h) = ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ x $\sqrt{2}$ ଅର୍ଥାତ୍ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\dfrac{\text{କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}}{\sqrt{2}}$

ସମକୋଣୀ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା $= AB + BC + CA = a + a + \sqrt{2}\, a$

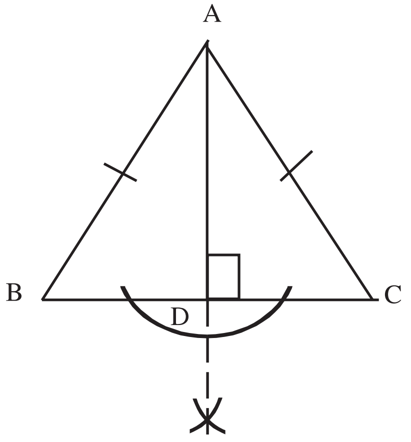
$= 2a + \sqrt{2}\, a = \sqrt{2}\, a\, (\sqrt{2} + 1)$ ଏକକ

ସମକୋଣୀ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା = $\sqrt{2}$ x ସମାନ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ($\sqrt{2}$ + 1)

(ନିଜେ କର) ତୁମ ଖାତାରେ ତିନୋଟି ସମକୋଣୀ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଯେଉଁମାନଙ୍କର ସମାନ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 3 ସେ.ମି, 4 ସେ.ମି ଓ 5 ସେ.ମି. ହେବ । ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ କର୍ଣ୍ଣଟିକୁ ମାପି $\sqrt{2}$ ର ଆସନ୍ନମାନ ଦଶମିକ ଏକ ସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ନିରୂପଣ କର ।

ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା:

ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ସମାନ ଦୁଇବାହୁ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ବାହୁକୁ ସାଧାରଣତଃ ଏହାର ଭୂମି କୁହାଯାଏ । ଏକଥା ତୁମେ ଆଗରୁ ଜାଣିଛ । ବର୍ତ୍ତମାନ ପରୀକ୍ଷା ଦ୍ୱାରା ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମିର ବିପରୀତ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରୁ ଭୂମି ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଏକ ତଥ୍ୟ ଜାଣିବା ।



(ଚିତ୍ର 5.7)

ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ମାପ ନେଇ ତିନୋଟି ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର । (5.7 ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଭଳି ତିନିଗୋଟି ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର, ସେହି ଚିତ୍ରର ଅନୁରୂପ ନାମ ଦିଅ ।) ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ A ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{BC}$ ପ୍ରତି $\overline{AD}$ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର । ତ୍ରିଭୁଜ ତିନୋଟିକୁ (i), (ii), (iii) ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନଟ କର ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥଳେ, ସମାନ ବାହୁଦ୍ୱୟ $\overline{AB}$ ଓ $\overline{AC}$ ରୂପେ ନାମିତ ହୋଇଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରୁ BD ଓ DC ମାପି ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଲେଖ ।

ଚିତ୍ର ନଂ	BD	DC
(i)		
(ii)		
(iii)		

ସାରଣୀ – 5.1

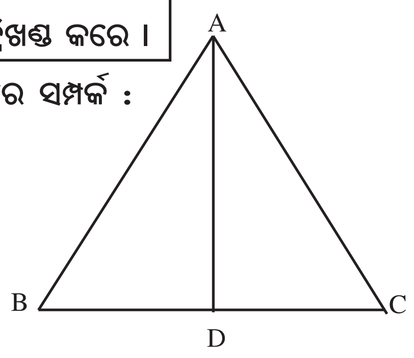
ଏହି ସାରଣୀରୁ ଦେଖିବା ଯେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ BD = DC । **ଅର୍ଥାତ୍ ଏକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମିର ବିପରୀତ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରୁ ଭୂମି ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ ଭୂମିକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରେ ।**

ଅନୁସିଦ୍ଧାନ୍ତ | **ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁରୁ ଏହାର ବିପରୀତ ବାହୁ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ ଉକ୍ତ ବାହୁକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରେ ।**

ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା, ଭୂମି ଓ ସମାନ ବାହୁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ :

ABC ଏକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ । ଚିତ୍ର 5.8 ଦେଖ । AB = AC ଓ $\overline{BC}$ ପ୍ରତି $\overline{AD}$ ଲମ୍ବ ହେଉ । ΔABC ର ଭୂମି $\overline{BC}$ ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା AD । AB = AC = a ଏକକ ଓ BC = b ଏକକ ହେଉ ।

ଫଳରେ $BD = DC = \frac{1}{2}b$ ଏକକ ଏବଂ ΔADC ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ । $\therefore AD^2 = AC^2 - DC^2$



(ଚିତ୍ର 5.8)

$= a^2 - \left(\frac{1}{2}b\right)^2 = a^2 - \frac{1}{4}b^2 \quad \therefore AD = \sqrt{a^2 - \frac{1}{4}b^2}$ ଏକକ

ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା = $\sqrt{}$ (ସମାନ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ)^2 – (ଅର୍ଦ୍ଧଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ)^2
= $\sqrt{}$ (ସମାନ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ)^2 – $\frac{1}{4}$(ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ)^2

ଟୀକା: ଯଦି $AB = BC = CA = a$ ଏକକ ହୁଏ, ତେବେ ତ୍ରିଭୁଜଟି ସମବାହୁ । ଏପରି ସ୍ଥଳେ –

$b = a$ ହେବ ଏବଂ $AD = \sqrt{a^2 - \frac{1}{4}a^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3} \times a}{2}$ ହେବ ।

ଅର୍ଥାତ୍ **ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ x ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ।**

ନିଜେ କର

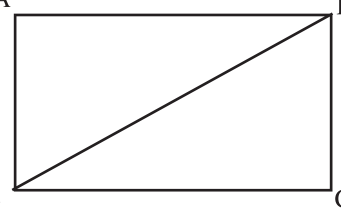
(i) ΔABC ରେ $AB = AC = 5$ ସେ.ମି. $BC = 8$ ସେ.ମି. ହେଲେ AD ଉଚ୍ଚତା କେତେ ?

(ii) ΔABC ରେ $AC = AB = BC = 4$ ସେ.ମି. ହେଲେ ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା AD କେତେ ?

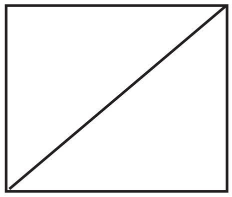
(iii) ΔABC ରେ $AB = AC = 10$ ସେ.ମି., $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ଏବଂ $AD = 8$ ସେ.ମି. ହେଲେ BC କେତେ ?

(iv) ΔABC ରେ $AB = AC = a$ ସେ.ମି., ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା h ସେ.ମି. ହେଲେ BC କେତେ ?

(C) **ଆୟତ ଚିତ୍ର ଓ ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣ :**



(ଚିତ୍ର 5.9(i))



(ଚିତ୍ର 5.9(ii))

ତୁମେ ଜାଣ ଯେ, **ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ବିପରୀତ ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣ ସମକୋଣ, ତାହାକୁ ଆୟତ ଚିତ୍ର କୁହାଯାଏ । ଯେଉଁ ଆୟତ ଚିତ୍ରର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ତାହାକୁ ବର୍ଗଚିତ୍ର କୁହାଯାଏ ।**

ABCD ଆୟତ ଚିତ୍ରରେ (ଚିତ୍ର 5.9 (i)) କର୍ଣ୍ଣ $\overline{BD}$ ଅଙ୍କନ କର । $AD = BC = l$ ଏକକ

$AB = CD = b$ ଏକକ ଓ $BD = h$ ଏକକ ହେଉ ।

BCD ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ $BD^2 = BC^2 + DC^2$ ବା $h^2 = l^2 + b^2$

$\therefore h = \sqrt{l^2 + b^2}$ ଅର୍ଥାତ୍ **ଆୟତ ଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣ = $\sqrt{}$ (ଦୈର୍ଘ୍ୟ)^2 + (ପ୍ରସ୍ଥ)^2**

l = b ହେଲେ, ABCD ଏକକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ହେବ । (ଚିତ୍ର 5.9(ii)) ।

ତେଣୁ ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ $h = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$ ଅର୍ଥାତ୍, ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\sqrt{2}$ x ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ।

ସମାହିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ

ଉଦାହରଣ – 5 : ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 20 ସେ.ମି. । ଏହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମାନ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ସମକୋଣୀ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମାନ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\frac{\text{କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}}{\sqrt{2}} = \frac{20}{\sqrt{2}}$ ସେ.ମି.

$= \frac{20\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$ ସେ.ମି.

(ଉଭୟ ଲବ ଓ ହରକୁ $\sqrt{2}$ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣାଗଲା ।)

$= \frac{20\sqrt{2}}{2}$ ସେ.ମି. = $10\sqrt{2}$ ସେ.ମି. । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ – 6 :

ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ବର୍ଗ 200 ବ.ମି. ହେଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମାନ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ଏହାର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ବର୍ଗ = 200 ବ.ମି.

$\therefore$ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\sqrt{200}$ ମି. = $\sqrt{2 \times 100} = 10\sqrt{2}$ ମି.

$\therefore$ ସମାନ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\frac{\text{କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}}{\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ ମି. = 10 ମି. ।

ପରିସୀମା = $\sqrt{2}$ x ସମାନ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ($\sqrt{2}+1$) = $\sqrt{2}$ x 10 ($\sqrt{2}+1$)

ଅଥବା ($20 + 10\sqrt{2}$) ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ – 7 : ଗୋଟିଏ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ଦୁଇ ବିପରୀତ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା 40 ସେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ: ଦୁଇ ବିପରୀତ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା = 40 ସେ.ମି. । ଅର୍ଥାତ୍ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 40 ସେ.ମି. ।

$\therefore$ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\frac{40 \text{ ସେ.ମି.}}{\sqrt{2}} = \frac{40 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$ ସେ.ମି.

$= \frac{40\sqrt{2}}{2}$ ସେ.ମି. = $20\sqrt{2}$ ସେ.ମି. ।

$\therefore$ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ପରିସୀମା = 4 x ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 4 x $20\sqrt{2}$ ସେ.ମି.= $80\sqrt{2}$ ସେ.ମି. । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 8 : ଗୋଟିଏ ଆୟତ ଚିତ୍ରର ସନ୍ନିହିତ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 120 ସେ.ମି. ଓ 27 ସେ.ମି. ହେଲେ, ଏହାର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?

ସମାଧାନ : ସନ୍ନିହିତ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 120 ସେ.ମି. ଓ 27 ସେ.ମି. ।

$\therefore$ ଏହାର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\sqrt{120^2+27^2}$ ସେ.ମି. = $\sqrt{3^2(40^2+9^2)}$ ସେ.ମି.

= $\sqrt{3^2 \times 41^2}$ ସେ.ମି. ($\because$ 9, 40, 41 ଏକ ପିଥାଗୋରୀୟ ତ୍ରୟୀ)

= 3 x 41 ସେ.ମି. = 123 ସେ.ମି. । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 9 : 24 ସେ.ମି. ବାହୁବିଶିଷ୍ଟ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

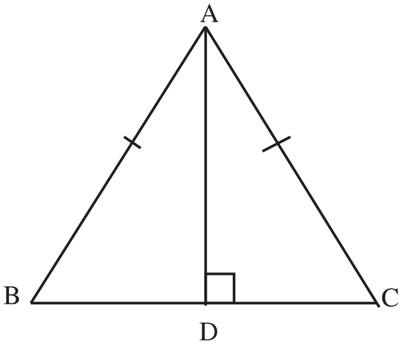
ସମାଧାନ : ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା = ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ x $\frac{\sqrt{3}}{2}$

= 24 x $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ସେ.ମି. = $12\sqrt{3}$ ସେ.ମି. । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 10 : ଗୋଟିଏ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମି 36 ସେ.ମି. ଏବଂ ସମାନ ବାହୁଦ୍ୱୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ 82 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ହେଲେ, ଏହାର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : Δ ABCରେ AB = AC = 82 ସେ.ମି., BC = 36 ସେ.ମି. । $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ।

$\therefore$ BD = $\frac{BC}{2} = \frac{36}{2}$ ସେ.ମି. = 18 ସେ.ମି.



(ଚିତ୍ର 5.10)

ADB ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ,

AD = $\sqrt{AB^2-BD^2}$ = $\sqrt{82^2-18^2}$ ସେ.ମି.

= $\sqrt{(82+18)(82-18)}$ ସେ.ମି. = $\sqrt{100 \times 64}$ ସେ.ମି.

= 10 x 8 ସେ.ମି. = 80 ସେ.ମି.

$\therefore$ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ଉଚ୍ଚତା = 80 ସେ.ମି. । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 11 : ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା $30\sqrt{3}$ ସେ.ମି. ହେଲେ ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ x ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ

$\Rightarrow$ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = ଉଚ୍ଚତା x $\frac{2}{\sqrt{3}}$ = $30\sqrt{3}$ x $\frac{2}{\sqrt{3}}$ = 60 ସେ.ମି.

$\therefore$ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା = 3 x ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = (3 x 60) ସେ.ମି. = 180 ସେ.ମି. । (ଉତ୍ତର)

ଅନୁଶୀଳନୀ - 5 (b)

1. ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜରେ

(i) ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 10 ସେ.ମି. ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମାନ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 13 ସେ.ମି. ହେଲେ ଉଚ୍ଚତା କେତେ ?

(ii) ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମାନ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 41 ସେ.ମି. ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା 9 ସେ.ମି. ହେଲେ ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?

(iii) ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 14 ସେ.ମି. ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା 24 ସେ.ମି. ହେଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମାନ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?

(iv) ଉଚ୍ଚତା 12 ସେ.ମି. ଓ ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଉଚ୍ଚତାଠାରୁ 2 ସେ.ମି. କମ୍ ହେଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମାନ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?

2. ABC ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ $m\angle B = 90^0$ ଓ AB = BC

(i) AB = 8 ସେ.ମି. କର୍ଣ୍ଣ $\overline{AC}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(ii) AB = 7 ସେ.ମି. ହେଲେ, $\overline{AC}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(iii) କର୍ଣ୍ଣ $\overline{AC}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 40 ସେ.ମି. ହେଲେ $\overline{BC}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(iv) କର୍ଣ୍ଣ $\overline{AC}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 25 ସେ.ମି. ହେଲେ $\overline{AB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

3. (i) ଗୋଟିଏ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 7 ସେ.ମି. ହେଲେ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(ii) ଗୋଟିଏ ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 18 ସେ.ମି. ହେଲେ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(iii) ଗୋଟିଏ ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $22\sqrt{2}$ ସେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(iv) ଗୋଟିଏ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 2 ସେ.ମି. ବଢ଼ିଗଲେ କର୍ଣ୍ଣ କେତେ ସେ.ମି. ବଢ଼ିବ ?

4. ଗୋଟିଏ ଆୟତଚିତ୍ରର ସମକୋଣ ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିମ୍ନରେ ଦତ୍ତ ଅଛି । କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) 75 ମି. ଓ 40 ମି. (ii) 14 ମି. ଓ 48ମି.

5. ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା 24 ସେ.ମି. ହେଲେ, ଏହାର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

6. ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରୁ ବିପରୀତ ବାହୁର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁର ଦୂରତା $15\sqrt{3}$ ଡେସିମିଟର ହେଲେ, ଏହାର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

7. ଗୋଟିଏ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମାନ ବାହୁ 51 ସେ.ମି. ଓ ତୃତୀୟ ବାହୁ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଉଚ୍ଚତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 45 ସେ.ମି. ହେଲେ, ଏହି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

8. ଗୋଟିଏ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 96 ସେ.ମି. ଓ ଉଚ୍ଚତା 14 ସେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମାନ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଏବଂ ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

9. ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା $8\left(\sqrt{2}+1\right)$ ମିଟର ହେଲେ ଏହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମାନ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

10. ଗୋଟିଏ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 5 ସେ.ମି. ବଢ଼ିଗଲେ ଏହାର ପରିସୀମାରେ କେତେ ବୃଦ୍ଧି ଘଟିବ ଏବଂ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟରେ ମଧ୍ୟ କେତେ ବୃଦ୍ଧି ଘଟିବ ସ୍ଥିର କର ।

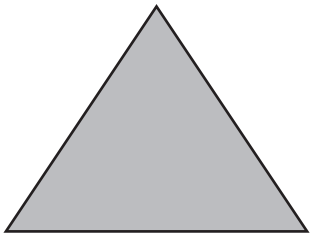
5.2 କ୍ଷେତ୍ର ଓ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (Region and Area):

ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ର:

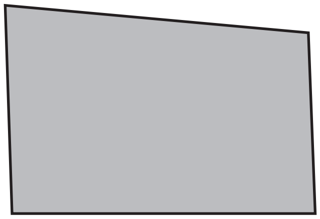
ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜ ଓ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଦ୍ଦେଶର ସଂଯୋଗରେ ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ର (triangular region) ଗଠିତ ହୁଏ । (ଚିତ୍ର 5.11 (i))

ଚତୁର୍ଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ର :

ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦ୍ଦେଶ ସହ ଏହାର ଚାରିବାହୁର ସଂଯୋଗରେ ଚତୁର୍ଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ର ଗଠିତ ହୁଏ । (ଚିତ୍ର 5.11(ii))



(ଚିତ୍ର 5.11 (i))



(ଚିତ୍ର 5.11 (ii))

ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଓ ଚତୁର୍ଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ର ଦ୍ୱିତୀୟ ଓ ତୃତୀୟ ଅଧ୍ୟାୟରେ ଆଲୋଚିତ ହୋଇଛି । ସେହିପରି ପଞ୍ଚଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଓ ଷଡ଼ଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ରର ଧାରଣା ନିଆଯାଇପାରେ । ତ୍ରିଭୁଜ ଆକୃତିବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳକୁ ସଂକ୍ଷେପରେ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବୋଲି କହିବା । ସେହିପରି ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ, ପଞ୍ଚଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଆଦି ଭାଷାର ବ୍ୟବହାର କରାଯିବ ।

କ୍ଷେତ୍ର (region) ର ମାପକୁ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (area) କୁହାଯାଏ ।

କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (Area) ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ :

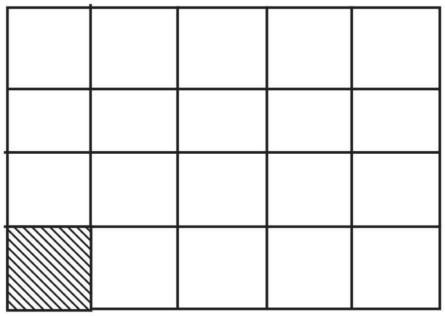
ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ – 1 : ପ୍ରତ୍ୟେକ ବହୁଭୁଜ ଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ କ୍ଷେତ୍ର (closed region) ର ଗୋଟିଏ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଅଛି । ଏହା ଏକ ଧନାତ୍ମକ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ।

ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ – 2 : ଗୋଟିଏ ବହୁଭୁଜ ଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ, ଏହାକୁ ଗଠନ କରୁଥିବା ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ରମାନଙ୍କର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ସମଷ୍ଟି ସହ ସମାନ ।

5.2.1 କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ମାପ (କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସୂତ୍ରର କ୍ରମ ବିକାଶ) :

(i) କ୍ଷେତ୍ରକୁ ମାପିବା ପାଇଁ ପ୍ରଥମ ପର୍ଯ୍ୟାୟଟି ହେଉଛି ମାପର ଏକକ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିବା । ଯେଉଁ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଏକ ଏକକ, ତାହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳକୁ ଏକ ବର୍ଗ ଏକକ ଭାବେ ଗ୍ରହଣ କରାଯାଏ । ଯଥା – 1 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ ବାହୁବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ଅଟେ । ସେହିପରି 1 ମି. ଦୀର୍ଘ ବାହୁବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1 ବର୍ଗ ମି. ।

(ii) ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ମଧ୍ୟରେ 1 ଏକକ ବ୍ୟବଧାନରେ ଏହାର ବାହୁ ସହ ସମାନ୍ତର ରେଖାମାନ ଟାଣି ଏହାକୁ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ଏକକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରରେ ପରିଣତ କରାଯାଏ । ଏହି ଛୋଟ ଛୋଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରକୁ ଗଣିବା ଦ୍ୱାରା ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ମିଳେ, ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥର ଗୁଣଫଳରୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ମିଳେ । ଯଥା: 5 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ 4 ସେ.ମି. ପ୍ରସ୍ଥବିଶିଷ୍ଟ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ମଧ୍ୟରେ 1 ସେ.ମି. ବ୍ୟବଧାନରେ ଏହାର ବାହୁ ସହ ସମାନ୍ତର କରି ସରଳରେଖା ଟାଣିବାଦ୍ୱାରା ଦେଖାଯାଏ ଯେ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରଟି 20 ଗୋଟି 1 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ ବାହୁବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରରେ ବିଭକ୍ତ ହେଉଛି ।



(ଚିତ୍ର 5.12)

ଚିତ୍ର 5.12 ରେ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ସହ ସମ୍ପୃକ୍ତ ସଂଖ୍ୟା 5 ଓ 4 ରୁ ସଂଖ୍ୟା 20 ମିଳିଲା । ଏପରି ଅନୁଧ୍ୟାନରୁ ଆମେ ଜାଣିପାରୁ ଯେ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ, ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥର ଗୁଣଫଳ ଅଟେ ।

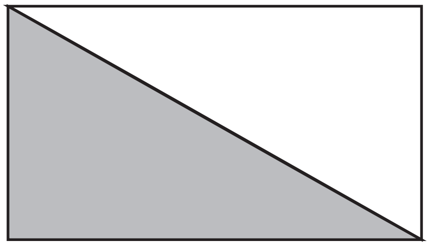
ଅର୍ଥାତ୍ 20 ବର୍ଗ ସେ.ମି.= 5ସେ.ମି. x 4 ସେ.ମି. ।

ସାଧାରଣ ଭାବରେ ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ l ଏକକ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ b ଏକକ ହେଲେ,

ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = (l x b) ବର୍ଗ ଏକକ ଓ

ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ବାହୁ a ଏକକ ହେଲେ, **ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = a^2 ବର୍ଗ ଏକକ**

(iii) ଯୁକ୍ତିମୂଳକ ଭାବରେ ପ୍ରମାଣ କରାଯାଇପାରେ ଯେ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରକୁ ସମାନ କ୍ଷେତ୍ରଫଳବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ ବିଭକ୍ତ କରେ । (ଚିତ୍ର 5.13) ।



(ଚିତ୍ର 5.13)

ସୁତରାଂ ABC ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= \frac{1}{2}$ x ABCD ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= \frac{1}{2}$ x ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ପ୍ରସ୍ଥ $= \frac{1}{2}$ x BC x AB

ଅର୍ଥାତ୍ **ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ x ସମକୋଣ ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଗୁଣଫଳ ।**

ସମାହିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ

ଉଦାହରଣ -1: ଗୋଟିଏ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 948.64 ବର୍ଗଡେକାମିଟର । ଏହାର ଚାରି ପାଖରେ ବାଡ଼ ଦେବାକୁ ହେଲେ ପ୍ରତି ମିଟରକୁ 40 ଟଙ୍କା ହିସାବରେ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ?

ସମାଧାନ : ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 948.64 ବର୍ଗଡେକାମିଟର

= 948.64 x 100 ବ.ମି. = 94864 ବ.ମି.

∴ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\sqrt{94864}$ ମିଟର = 308 ମିଟର

∴ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା = 4 x 308 ମିଟର = 1232 ମିଟର

ଏକ ମିଟରକୁ ବାଡ଼ ଦେବା ପାଇଁ ଖର୍ଚ୍ଚ = 40 ଟଙ୍କା

1232 ମିଟରକୁ ବାଡ଼ଦେବା ପାଇଁ ଖର୍ଚ୍ଚ = (40 x 1232) ଟଙ୍କା = 49280 ଟଙ୍କା (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 2 : ଗୋଟିଏ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥର ତିନିଗୁଣ । ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 711.48 ବର୍ଗ ମିଟର ହେଲେ ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସେଣ୍ଟିମିଟରରେ କେତେ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : 711.48 ବ.ମି. = 711.48 x 10000 ବ.ସେ.ମି. = 7114800 ବ.ସେ.ମି.

(∵1 ବ.ମି. = 10000 ବ.ସେ.ମି.)

ମନେକର ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ପ୍ରସ୍ଥ = a ସେ.ମି., ∴ ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 3a ସେ.ମି.

∴ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ପ୍ରସ୍ଥ = (3a x a) ବ.ସେ.ମି. = $3a^2$ ବ.ସେ.ମି.

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ, $3a^2 = 7114800$

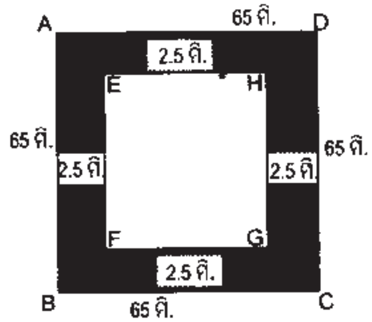
$$\Rightarrow a^2 = \frac{7114800}{3} = 2371600 \Rightarrow a = \sqrt{2371600} = 1540$$

∴ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ପ୍ରସ୍ଥ = 1540 ସେ.ମି. ଓ ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 3 x 1540 ସେ.ମି. = 4620 ସେ.ମି. ।(ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 3 :

65 ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବର୍ଗାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ବଗିଚାର ପରିସୀମାକୁ ଲାଗି ଭିତରପଟେ 2.5 ମି. ଚଉଡ଼ାର ଏକ ରାସ୍ତା ତିଆରି କରାଗଲା । ବର୍ଗମିଟର ପିଛା 5 ଟଙ୍କା ହିସାବରେ ରାସ୍ତା ତିଆରି ପାଇଁ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ABCD ଏକ ବର୍ଗାକୃତିବିଶିଷ୍ଟ ବଗିଚା । ଏହାର ଭିତର ସୀମାକୁ ଲାଗି ରହିଥିବା ରାସ୍ତା, ଛାୟାଙ୍କିତ ଅଂଶ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ।



(ଚିତ୍ର 5.14)

EFGH ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ।

EFGH ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = (65 – 2 x 2.5) ମି.

= (65 – 5) ମି. = 60 ମି.

∴ ରାସ୍ତାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= ABCD ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ – EFGH ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= (65 x 65 – 60 x 60) ବ.ମି. = (4225 – 3600) ବ.ମି. = 625 ବ.ମି.

1 ବର୍ଗମିଟର ରାସ୍ତା ତିଆରି ପାଇଁ ଖର୍ଚ୍ଚ = 5.00 ଟଙ୍କା

625 ବର୍ଗମିଟର ରାସ୍ତା ତିଆରି ପାଇଁ ଖର୍ଚ୍ଚ = 625 x 5 ଟଙ୍କା = 3125 ଟଙ୍କା । (ଉତ୍ତର)

ଅନୁଶୀଳନୀ - 5 (c)

1. ଗୋଟିଏ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 900 ବର୍ଗ ମିଟର ହେଲେ, ଏହାର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

2. ଗୋଟିଏ ଆୟତକାର ଘାସ ପଡ଼ିଆର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ଏହାର ପ୍ରସ୍ଥର ଦୁଇଗୁଣ । ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 800 ବର୍ଗ ମିଟର ହେଲେ, ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

3. ଗୋଟିଏ ବର୍ଗାକାର କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 139876 ବର୍ଗ ମିଟର । ଏହାର ଚାରିପାଖରେ ବାଡ଼ଦେବାରେ ପ୍ରତି ମିଟରକୁ ଟ. 15.00 ହିସାବରେ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ?

4. ଗୋଟିଏ ବର୍ଗାକାର ବଗିଚାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 30 ମିଟର । ତାହାର ଭିତର ସୀମାର ଚାରିଧାରକୁ ଲାଗି 1 ମିଟର ଚଉଡ଼ାର ଏକ ରାସ୍ତା ନିର୍ମାଣ କରାଯାଇଛି ।

(i) ରାସ୍ତାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(ii) ରାସ୍ତାଟି ତିଆରି ପାଇଁ ବର୍ଗମିଟରକୁ ଟ 2.40 ପଇସା ହିସାବରେ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

5. 5 ମି. X 3 ମି. ମାପର ଘର ଚଟାଣକୁ ଟାଇଲ ବିଛାଇବାକୁ ହେଲେ 60 ସେ.ମି. X 50 ସେ.ମି. ମାପର କେତେ ଖଣ୍ଡ ଟାଇଲ ଆବଶ୍ୟକ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

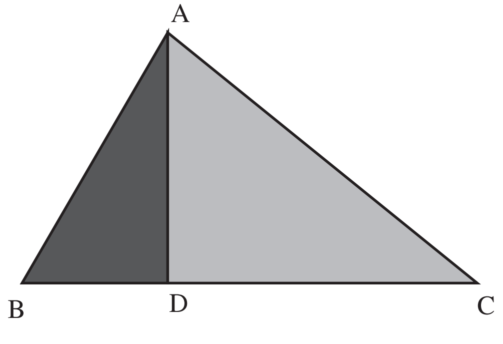
6. ରାମ କିଣିଥିବା ଖଣ୍ଡିଏ ଜମିର ଆକାର 20 ମି. X 24 ମି. । ଶ୍ୟାମ କିଣିଥିବା ଖଣ୍ଡିଏ ଜମିର ଆକାର 22 ମି. X 22 ମି. । ଏହି ଦୁଇଖଣ୍ଡ ଜମିର (i) ପରିସୀମାର ଅନ୍ତର (ii) କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

7. ଗୋଟିଏ ଆୟତାକାର କ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 125 ମିଟର ଓ ପ୍ରସ୍ଥ 60 ମିଟର । ଏହାର ଭିତର ପାଖରେ ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଗୋଟିଏ ଧାରକୁ ଓ ପ୍ରସ୍ଥର ଦୁଇଧାରକୁ ଏହିପରି ତିନିଧାରକୁ ଲାଗି 2 ମିଟର ଚଉଡ଼ାର ଏକ ରାସ୍ତା ଅଛି । ରାସ୍ତାଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

8. ଗୋଟିଏ ଆୟତାକାର ପଡ଼ିଆର ମଧ୍ୟଭାଗରେ 2 ମିଟର ଚଉଡ଼ାର ଦୁଇଟି ରାସ୍ତା ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ଛେଦ କରନ୍ତି, ଯେପରିକି ପ୍ରତ୍ୟେକ ରାସ୍ତା ଆୟତାକାର ପଡ଼ିଆର ଗୋଟିଏ ବାହୁ ସହିତ ସମାନ୍ତର । ଆୟତାକାର ପଡ଼ିଆର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 72 ମି. ଓ ପ୍ରସ୍ଥ 48 ମି. ହେଲେ, ରାସ୍ତାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

5.3 ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ :

(A) ଯେକୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଲାଗି ସୂତ୍ର **"$\frac{1}{2}$ x ସମକୋଣ ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ"** ଏବଂ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ-2 କୁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିବ । ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ABC ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ $\overline{AD}$ ଲମ୍ବ $\overline{BC}$ ଭୂମି ଉପରେ ଟଣାଯାଇଛି । ଫଳରେ ଏହା ADB ଓ ADC ଦୁଇଟି ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ ବିଭକ୍ତ ହେଲା ।



(ଚିତ୍ର 5.15)

ABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \Delta ABD$ ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $+ \Delta$ ADC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= \frac{1}{2} \times BD \times AD + \frac{1}{2} \times DC \times AD$

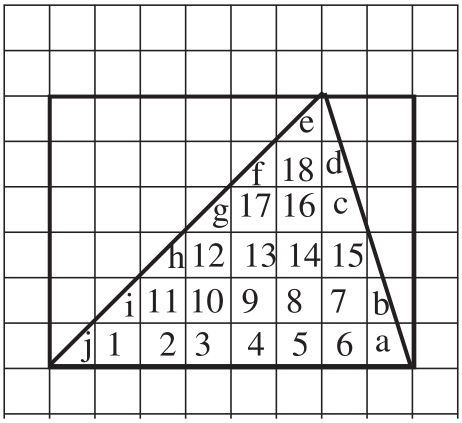
$= \frac{1}{2} (BD + DC) \times AD = \frac{1}{2} \times BD \times AD$

$= \frac{1}{2}$ x ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ଉଚ୍ଚତା

ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ x ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ଉଚ୍ଚତା

∴ ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\frac{2 \times \text{କ୍ଷେତ୍ରଫଳ}}{\text{ଉଚ୍ଚତା}}$ ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା = $\frac{2 \times \text{କ୍ଷେତ୍ରଫଳ}}{\text{ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}}$

ତୁମ ପାଇଁ କାମ :



(1) ଗୋଟିଏ ବର୍ଗକାଗଜ ବା ଗ୍ରାଫ୍ କାଗଜରେ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର । (ବର୍ଗକାଗଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷୁଦ୍ର ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1 ବର୍ଗ ସେ.ମି.)

(2) ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ଥିବା ପୂର୍ଣ୍ଣ ବର୍ଗଚିତ୍ର ସଂଖ୍ୟା ସ୍ଥିର କର ।

(3) ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ କ୍ଷୁଦ୍ର ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ଅର୍ଦ୍ଧେକ କିମ୍ବା ତଦୁର୍ଦ୍ଧ୍ୱ ଅଂଶ ରହୁଥିବା କ୍ଷେତ୍ରସଂଖ୍ୟା ସ୍ଥିର କର ।

(4) 2 ଓ 3 ସୋପାନରେ କ୍ଷେତ୍ର ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ସ୍ଥିର କର ।

(**ବି.ଦ୍ର.:** ଅର୍ଦ୍ଧେକ ଅଂଶ ରହୁଥିବା ଦୁଇଟି କ୍ଷେତ୍ରକୁ ଗୋଟିଏ ବର୍ଗ ଏକକ ନିଅ ଏବଂ ଅର୍ଦ୍ଧେକରୁ ଅଧିକ ଅଂଶ ରହୁଥିବା କ୍ଷେତ୍ରକୁ ଗୋଟିଏ ବର୍ଗ ଏକକ ନିଅ ।) ତତ୍ପରେ ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶସ୍ଥ କ୍ଷେତ୍ରସଂଖ୍ୟାକୁ ନେଇ ଏହାକୁ ବର୍ଗ ଏକକରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(5) ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଉଚ୍ଚତା କେତେ, ତାହାକୁ ଚିତ୍ରରୁ ସ୍ଥିର କର ଏବଂ ସେମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳର ଅର୍ଦ୍ଧେକ ସ୍ଥିର କର । ଏହାକୁ ବର୍ଗ ଏକକରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(6) ସୋପାନ 4 ଓ 5 ରୁ ବାହାରିଥିବା ଉତ୍ତର ଦେଖି କେଉଁ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ପହଞ୍ଚିଲ ଲେଖ ।

ସିଦ୍ଧାନ୍ତ : ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ x ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ଉଚ୍ଚତା

(7) ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଏବଂ ଉଚ୍ଚତାକୁ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଯଥାକ୍ରମେ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ନେଇ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ବର୍ଗ ଏକକ ସ୍ଥିର କର ।

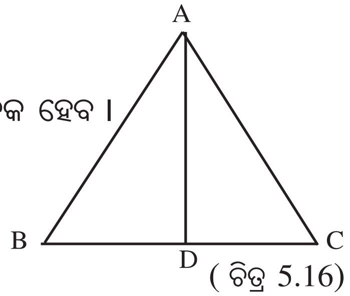
(8) ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ମଧ୍ୟରେ କ'ଣ ସଂପର୍କ ଦେଖୁଛ ଲେଖ ।

ସଂପର୍କ : ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 2 x ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

(**ବି.ଦ୍ର.:** ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ ବର୍ଗକାଗଜ ଦ୍ୱାରା କୌଣସି କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିରୂପଣର ପ୍ରଣାଳୀ ଆଗରୁ ପଢ଼ିଛ । ସାଧାରଣତଃ ଯେକୌଣସି ସାମତଳିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିରୂପଣ ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀରେ କରାଯାଇଥାଏ ।)

(B) ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ:

ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ a ଏକକ ହେଲେ ଏହାର ଉଚ୍ଚତା = $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ ଏକକ ହେବ ।



(ଚିତ୍ର 5.16)

ABC ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ଉଚ୍ଚତା

$= \frac{1}{2}$ x BC x AD $= \frac{1}{2}a \times \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ ବର୍ଗ ଏକକ ।

ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ a ଏକକ ହେଲେ, କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ ବର୍ଗ ଏକକ ।	...(i)

ଉଚ୍ଚତା ଦତ୍ତ ଥିଲେ, ସମବାହୁ ତିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $=\frac{1}{\sqrt{3}}$ (ଉଚ୍ଚତା)^2 ବର୍ଗ ଏକକ	...(ii)

(ii) ର ପ୍ରମାଣ ନିଜେ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

(C) ତିନିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ, ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ a, b ଓ c ଏକକ ହେଲେ,

ପରିସୀମା $2s = a + b + c \Rightarrow s = \frac{a+b+c}{2}$ ଅର୍ଥାତ୍ ଅର୍ଦ୍ଧପରିସୀମା $= \frac{a+b+c}{2}$

ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ବର୍ଗ ଏକକ (s = ଅର୍ଦ୍ଧପରିସୀମା)

(ଏହା **ହେରନ୍‌ଙ୍କ ସୂତ୍ର (Heron's formula)** ରୂପେ ନାମିତ ହୋଇଆସୁଅଛି । ଏ ସୂତ୍ରଟି ଆର୍ଯ୍ୟଭଟ୍ଟଙ୍କୁ ମଧ୍ୟ ଜଣାଥିଲା ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।)

କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ମାପର ପ୍ରଚଳିତ ଏକକ :

ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଏକକ	(ବର୍ଗ କଲେ)	କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଏକକ
1 ମି. = 10 ଡେସି.ମି.	⇒1 ବର୍ଗ ମି.	= 100 ବର୍ଗ ଡେସି.ମି.
1 ମି = 100 ସେ.ମି.	⇒ 1 ବର୍ଗ ମି.	= 10,000 ବର୍ଗ ସେ.ମି.
1 ଡେକାମି. = 10 ମି.	⇒ 1 ବର୍ଗ ଡେକା ମି.	= 100 ବର୍ଗ ମି. = 1 ଏୟର
1 ହେକ୍ଟୋମିଟର= 100 ମି.	⇒ 1 ବର୍ଗ ହେକ୍ଟୋମିଟର	= 1 ହେକ୍ଟର = 10,000 ବ.ମି.

ସମାହିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ

ଉଦାହରଣ - 1 : ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜ ଆକୃତିବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 5.4 ଏୟର । ଏହାର ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 27 ମିଟର ହେଲେ, ଉଚ୍ଚତା କେତେ ମିଟର ?

ସମାଧାନ : ଦତ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 5.4 ଏୟର = 5.4 x 100 ବ.ମି. = 540 ବ.ମି. । ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 27 ମି. ।

∴ ଏହାର ଉଚ୍ଚତା $= \frac{2 \times \text{କ୍ଷେତ୍ରଫଳ}}{\text{ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}} = \frac{2 \times 540}{27} = 40$ ମି. । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 2 : ABC ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ∠B ସମକୋଣ AB = 60 ଡେସି.ମି.

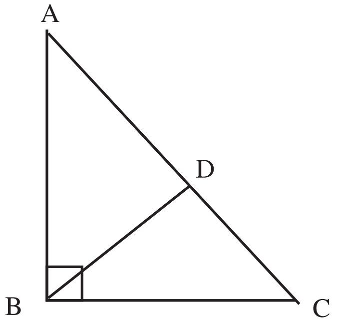
ଓ BC = 45 ଡେସି.ମି. ହେଲେ, $\overline{AC}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ $\overline{BD}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : AB = 60 ଡେସି.ମି. ଓ BC = 45 ଡେସି.ମି.,

∴ କର୍ଣ୍ଣ $\overline{AC}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $= \sqrt{60^2 + 45^2}$ ଡେସି.ମି. $= \sqrt{15^2(4^2 + 3^2)}$ ଡେସି. ମି.

$= \sqrt{15^2 \text{ x } 5^2}$ ଡେସି. ମି.

$=$ 15 x 5 ଡେସିମି. = 75 ଡେସି. ମି. ।



(ଚିତ୍ର 5.17)

ΔABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ x AB x BC = $\frac{1}{2}$ x AC x BD

$\Rightarrow \frac{1}{2} \text{ x } 60 \text{ x } 45 = \frac{1}{2} \text{ x } 75 \text{ x BD}$

$\Rightarrow BD = \frac{60 \text{ x } 45}{75}$ = 36 ଡେସି. ମି. । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ – 3 : ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 16 ସେ.ମି. ହେଲେ, (i) ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । (ii) କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : (i) ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା = ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ x $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 16 \text{ x } \frac{\sqrt{3}}{2}$ ସେ.ମି. $= 8\sqrt{3}$ ସେ.ମି. । (ଉତ୍ତର)

(ii) ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{\sqrt{3}}{4}$ x (ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ)^2

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ x } 16^2$ ବର୍ଗସେ.ମି. $= 64\sqrt{3}$ ବ.ସେ.ମି. । (ଉତ୍ତର)

ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଣାଳୀ : ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \frac{1}{\sqrt{3}}$ x (ଉଚ୍ଚତା)$^2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ x } \left(8\sqrt{3}\right)^2$ ବର୍ଗସେ.ମି.

$= \frac{64 \text{ x } 3}{\sqrt{3}}$ ବର୍ଗ ସେ.ମି. $= 64\sqrt{3}$ ବର୍ଗ ସେ.ମି. । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ – 4 :

ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁତ୍ରୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 39 ମି., 41 ମି. ଓ 50 ମି. । ଏହାର ବୃହତ୍ତମ ବାହୁ ଉପରେ ବିପରୀତ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଦତ୍ତ ଅଛି ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋଟି ବାହୁ 39 ମି., 41 ମି. ଓ 50 ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ

ତ୍ରିଭୁଜର ଅର୍ଦ୍ଧପରିସୀମା = s = $\frac{39+41+50}{2}$ ମି. = $\frac{130}{2}$ ମି. = 65 ମି.

ତ୍ରିଭୁଜଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{65(65-39)(65-41)(65-50)}$ ବ.ମି.

$= \sqrt{65 \text{ x } 26 \text{ x } 24 \text{ x } 15}$ ବ.ମି.= $\sqrt{13\text{x}5 \text{ x } 13\text{x}2 \text{ x } 2\text{x}2\text{x}2\text{x}3\text{x}3 \text{ x } 5}$ ବ.ମି.

= 13 x 5 x 3 x 2 x 2 = 780 ବ.ମି.

ତ୍ରିଭୁଜଟିର ବୃହତ୍ତମ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 50 ମି.

ମନେକର ବିପରୀତ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = x ମି.

$\therefore$ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ x 50 x x ବ.ମି.

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ, $\frac{1}{2}$ x 50 x x = 780

$$\Rightarrow x = \frac{780 \times 2}{50} \text{ ମି.} = 31.20 \text{ ମି.}$$

ଅଥବା, ବୃହତ୍ତମ ବାହୁ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $= \frac{2 \times \text{କ୍ଷେତ୍ରଫଳ}}{\text{ବୃହତ୍ତମ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}}$

$= \frac{2 \times 780}{50} = 31.20$ ମିଟର ।(ଉତ୍ତର)

ଅନୁଶୀଳନୀ - 5 (d)

1. ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 2.55 ଡେସିମିଟର ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା 68 ସେ.ମି. । କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

2. ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜ ଆକୃତିବିଶିଷ୍ଟ ପାର୍କର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 288 ମିଟର ଏବଂ ସେହି ବାହୁର ବିପରୀତ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରୁ ତାହା ଉପରେ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 115 ମିଟର ହେଲେ କ୍ଷେତ୍ରଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

3. ନିମ୍ନରେ ଦୁଇଟି ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଅଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) $14\sqrt{2}$ ସେ.ମି. (ii) $8\sqrt{6}$ ମିଟର

4. ନିମ୍ନରେ ଦୁଇଟି ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା ଦତ୍ତ ଅଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) 12 ଡେସି.ମି. (ii) $36\sqrt{3}$ ମି.

5. ନିମ୍ନୋକ୍ତ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 42 ସେ.ମି., ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମାନ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 35 ସେ.ମି. ।

(ii) ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 22 ମି., ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମାନ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 61 ମି. ।

(iii) ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ସେ.ମି., ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମାନ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ y ସେ.ମି. ।

6. Δ ABC ରେ $\overline{AD}$ ଓ $\overline{BE}$ ଯଥାକ୍ରମେ $\overline{BC}$ ଓ $\overline{CA}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ । BC = 30 ସେ.ମି., CA = 35 ସେ.ମି. ଓ AD = 25 ସେ.ମି. ହେଲେ, $\overline{BE}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

7. ଦୁଇଗୋଟି ତ୍ରିଭୁଜ ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିକର ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ ଅନ୍ୟଟିର ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଉଚ୍ଚତାର ଦୁଇଗୁଣ ଓ ତିନିଗୁଣ ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନୁପାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । (ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟ ପାଇଁ ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ x, 2x ଓ ଉଚ୍ଚତାକୁ y, 3y ନିଅ ।)

8. ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 120 ଡେସି ମିଟର ହେଲେ, ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

9. ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 484 ବର୍ଗ ମିଟର ହେଲେ, ଏହାର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

10. ନିମ୍ନରେ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଅଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

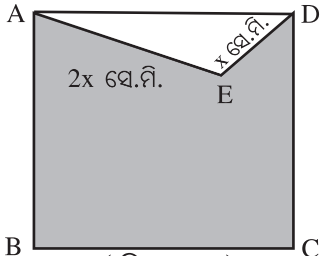
(i) 13ସେ.ମି., 14 ସେ.ମି. ଏବଂ 15 ସେ.ମି. ।

(ii) 25 ସେ.ମି., 26 ସେ.ମି. ଏବଂ 17 ସେ.ମି. ।

(iii) 39 ମିଟର, 42 ମିଟର ଏବଂ 45 ମିଟର ।

11. ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 10 ସେ.ମି., 17 ସେ.ମି. ଏବଂ 21 ସେ.ମି. ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ତ୍ରିଭୁଜର ବୃହତ୍ତମ ବାହୁ ଉପରେ ସେହି ବାହୁର ବିପରୀତ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

12. ଦତ୍ତ ଚିତ୍ରରେ ABCD ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର । AED ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର $\overline{AE}$ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 2xସେ.ମି. । $\overline{ED}$ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ସେ.ମି. । AED ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 16 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ହେଲେ, ABCDE କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



(ଚିତ୍ର 5.18)

13. ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ସମକୋଣ ସଂଲଗ୍ନ ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 44 ମି. ଏବଂ ଅନ୍ୟ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି 88 ମିଟର ହେଲେ, ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

14. ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ବୃହତ୍ତମ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 56 ସେ.ମି. । ଏହି ବାହୁ ଉପରେ ସମକୋଣର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?

15. ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜରେ ସମକୋଣ ସଂଲଗ୍ନ ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 96 ସେ.ମି. ହେଲେ, ଏହାର ସମକୋଣର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରୁ କର୍ଣ୍ଣ ଉପରେ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସ୍ଥିର କର ।

5.4 ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର ଓ ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ :

(କ) ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର:

ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ବିପରୀତ ବାହୁଯୋଡ଼ାଗୁଡ଼ିକ ସମାନ୍ତର ତାହା ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର । ଏଣୁ ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ରର ବିପରୀତ ବାହୁଯୋଡ଼ାଗୁଡ଼ିକ ସମାନ୍ତର ତାହା ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର ।

ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ସମ୍ବନ୍ଧରେ କେତେକ ତଥ୍ୟ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଗଲା । ଆବଶ୍ୟକତା ଅନୁଯାୟୀ ଏଗୁଡ଼ିକର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥାଏ । ସେଗୁଡ଼ିକୁ ମନେରଖିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

ଯେକୌଣସି ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରରେ –

(i) ବିପରୀତ ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ;

(ii) ବିପରୀତ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ସମାନ;

(iii) କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ;

(iv) ପ୍ରତ୍ୟେକ କର୍ଣ୍ଣ ଉପରେ ଏହାର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ;

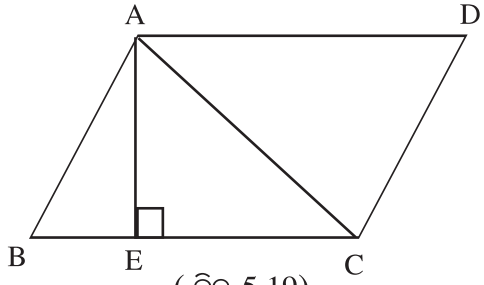
(v) ପ୍ରତ୍ୟେକ କର୍ଣ୍ଣ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରକୁ ଦୁଇଟି ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳବିଶିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜରେ ବିଭକ୍ତ କରେ;

(vi) ଦୁଇଟି କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱାରା କ୍ଷେତ୍ରଟି ଚାରିଗୋଟି ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳବିଶିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜରେ ବିଭକ୍ତ ହୁଏ ଏବଂ

(vii) ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର, ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଓ ରମ୍ବସ୍ ଆକୃତିବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ର ମଧ୍ୟ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର । ଫଳରେ ଉପରୋକ୍ତ ସମସ୍ତ ତଥ୍ୟ ରମ୍ବସ, ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ତଥା ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ଆଦି ପାଇଁ ମଧ୍ୟ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ।

ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ:

ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣ ଅଙ୍କନ କରାଗଲେ, ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରଟି ଦୁଇଟି ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳବିଶିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜରେ ପରିଣତ ହୁଏ । ଦୁଇଗୋଟି କର୍ଣ୍ଣ ଅଙ୍କନ କରାଗଲେ, ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରଟି ଚାରୋଟି ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳବିଶିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜରେ ପରିଣତ ହୁଏ । ଉପରୋକ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜଗୁଡ଼ିକର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ ।



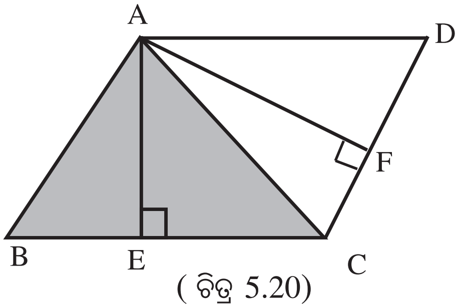
(ଚିତ୍ର 5.19)

ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ସମାନ୍ତର ବାହୁ ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନ ବା ଲମ୍ବ ଦୂରତାକୁ ଉକ୍ତ କ୍ଷେତ୍ରର ଉଚ୍ଚତା କୁହାଯାଏ । ଚିତ୍ର 5.19 ରେ $\overline{BC}$ ଭୂମି ପ୍ରତି $\overline{AE}$ ଲମ୍ବ । $\overline{AE}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ AE କୁ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ଉଚ୍ଚତା କୁହାଯାଏ ।

ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିସ୍ଥିତିରେ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କିପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରୁଛି ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

(A) ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ସେହି ବାହୁ ପ୍ରତି ଉଚ୍ଚତା ଦତ୍ତ ଥିଲେ, ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ:

ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରରେ A ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{BC}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ $\overline{AE}$ ଟାଣ ଏବଂ $\overline{AC}$ କର୍ଣ୍ଣ ଅଙ୍କନ କର । ବର୍ତ୍ତମାନ ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରଟି $\overline{AC}$ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱାରା ଦୁଇଟି ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜରେ ବିଭକ୍ତ ହେଲା ।



(ଚିତ୍ର 5.20)

Δ ABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ X BC X AE

$\therefore$ ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 2 x Δ ABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

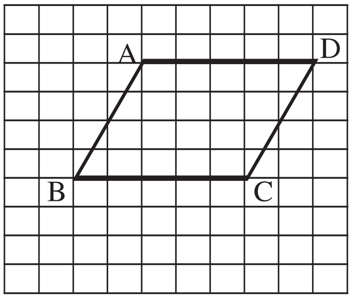
$$= 2 \times \frac{1}{2} \times BC \times AE = BC \times AE$$

ସେହିପରି A ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{DC}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ $\overline{AF}$ ଅଙ୍କନ କରି ସ୍ଥିର କରାଯାଇ ପାରେ ଯେ,

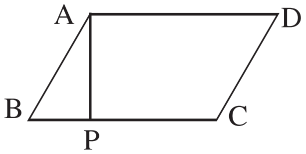
ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = DC x AF

ଅର୍ଥାତ୍ : **ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ= ଏକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ସେହି ବାହୁ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଉଚ୍ଚତା ।**

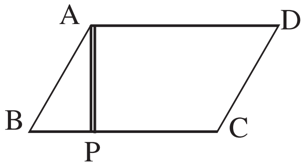
ତୁମ ପାଇଁ କାମ



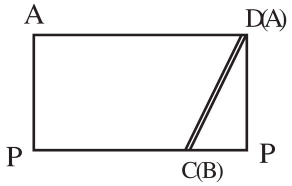
(1) ଗୋଟିଏ ବର୍ଗ କାଗଜ ବା ଗ୍ରାଫ୍ କାଗଜରେ ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର । ତତ୍ପରେ ଗ୍ରାଫ୍ କାଗଜରୁ (ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର) ଅଙ୍କିତ ଅଂଶକୁ କାଟି ବାହାର କର ।



(2) କାଗଜଟିକୁ ଭାଙ୍ଗି $\overline{BC}$ ଉପରେ P ବିନ୍ଦୁ ନିରୂପଣ କର ଯେପରି $\overline{AP}, \overline{BC}$ ଉପରେ ଲମ୍ବ ହେବ ।



(3) $\overline{AP}$ ଧାର ଦେଇ କାଗଜକୁ କାଟି ମୂଳ କ୍ଷେତ୍ର ABCD ରୁ ଅଲଗା କର ।



(4) ABP ତ୍ରିଭୁଜାକାର ଅଂଶକୁ ABCD ଚିତ୍ରିତ ଅଂଶରୁ ଅଲଗା କରି ସାରିବା ପରେ ABP ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ଅଂଶକୁ APCD ଚିତ୍ରିତ ଅଂଶ ସହ (ଚିତ୍ରରେ ଦେଖା ଯାଉଥିବା ଭଳି) ଅଠା ଦ୍ୱାରା ଯୋଡ଼ି ରଖ ଯେପରିକି $\overline{DC}$ ଧାର ସହ $\overline{AB}$ ଧାର ମିଶି ରହିବ ।

(5) ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ, ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସହ ସମାନ ହେବ କି ? ଯଦି ହେବ କାହିଁକି ?

(6) ସୋପାନ (1) ରୁ ବର୍ଗ କାଗଜରେ ଅଙ୍କିତ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କର ଏବଂ ତତ୍ପରେ ସୋପାନ (5) ରେ ବାହାରିଥିବା କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସହ ମିଳାଇ ଦେଖ, କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

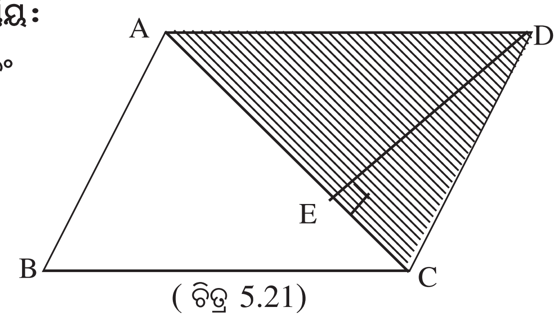
(B) ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଏହାର ସମ୍ମୁଖୀନ ଯେକୌଣସି ବିନ୍ଦୁରୁ ଏହା ପ୍ରତି ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ, ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ:

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର $\overline{AC}$ କର୍ଣ୍ଣ ଏବଂ D ବିନ୍ଦୁରୁ ଏହା ପ୍ରତି $\overline{DE}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଅଛି ।

ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= 2 x ΔACD ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

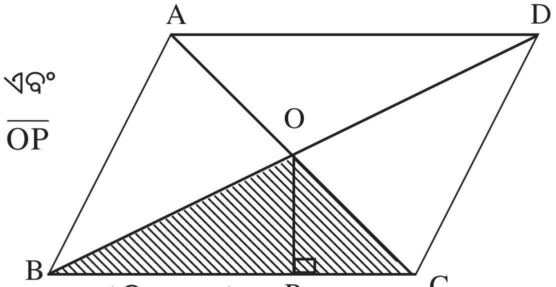
= 2 x $\frac{1}{2}$ x AC x DE = AC x DE



(ଚିତ୍ର 5.21)

ଅର୍ଥାତ୍, **ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ଏହି କର୍ଣ୍ଣ ଉପରେ ଏହାର ସମ୍ମୁଖୀନ ଏକ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ।**

(C) ଗୋଟିଏ ବାହୁ ଓ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁରୁ ସେହି ବାହୁ ଉପରେ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ, ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :



(ଚିତ୍ର 5.22)

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ବାହୁ $\overline{BC}$ ଏବଂ ଏହି ବାହୁ ପ୍ରତି କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ O ଠାରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ $\overline{OP}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଅଛି ।

ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

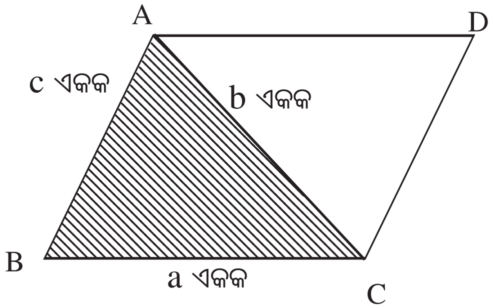
$= 4 \times \Delta OBC$ ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ।

($\because$ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ଏହାକୁ ଚାରୋଟି ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳବିଶିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜରେ ପରିଣତ କରେ ।)

$= 4 \times \frac{1}{2} \times BC \times OP = 2 \times BC \times OP$

$\therefore$ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 2 x ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ x କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁରୁ ସେହି ବାହୁ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ।

(D) ଦୁଇଟି ସନ୍ନିହିତ ବାହୁ ଓ ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ, ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ:



(ଚିତ୍ର 5.23)

ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରରେ –

AC = b ଏକକ, BC = a ଏକକ, AB = c ଏକକ ହେଉ

ABC Δ ର ଅର୍ଦ୍ଧପରିସୀମା s ହେଲେ,

$s = \dfrac{a+b+c}{2}$ ଏକକ ହେବ ।

$\therefore$ ABC Δର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ବର୍ଗ ଏକକ

ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 2 X ΔABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= 2\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ବର୍ଗ ଏକକ ।

ଅର୍ଥାତ୍,

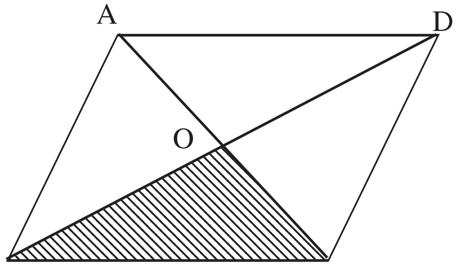
ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $2\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
ଯେଉଁଠି, ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଦୁଇ ସନ୍ନିହିତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ a ଏକକ ଓ c ଏକକ ଏବଂ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ b ଏକକ, ଫଳରେ $s = \dfrac{a+b+c}{2}$

(E) **କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ଓ ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ, ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :**

ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର BC, AC ଓ BD ଦତ୍ତ ଅଛି । $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ O ବିନ୍ଦୁରେ

ଛେଦ କରନ୍ତୁ । ΔOBC ରେ $OB = \frac{BD}{2}$, $CO = \frac{AC}{2}$ ଏବଂ BC ଦତ୍ତ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ΔOBC ର ତିନି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଜଣାଥିବାରୁ $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଇ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିହେବ ।



(ଚିତ୍ର 5.24)

ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 4 x ΔOBC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

ସମାହିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ

ଉଦାହରଣ – 1 : ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 25 ସେ.ମି. ଏବଂ ସେହି ଭୂମି ପ୍ରତି ଉଚ୍ଚତା 12 ସେ.ମି. । ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ଉଚ୍ଚତା

= (25 x 12) ବର୍ଗ ସେ.ମି. = 300 ବର୍ଗ ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ – 2 : ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 75 ସେ.ମି. ଏବଂ ଏହି କର୍ଣ୍ଣର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ଗୋଟିଏ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଉକ୍ତ କର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 12 ସେ.ମି. ହେଲେ, ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

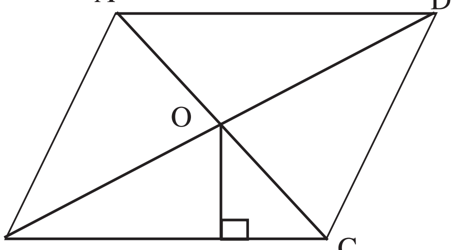
ସମାଧାନ :

ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ x କର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ

= 75 ସେ.ମି. x 12 ସେ.ମି. = 900 ବର୍ଗ ସେ.ମି. । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ – 3 : ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 25 ସେ.ମି. ଏବଂ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁଠାରୁ ସେହି ବାହୁ ଉପରେ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4.5 ସେ.ମି. ହେଲେ, ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଚିତ୍ର 5.25 ରେ ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ O ରୁ $\overline{BC}$ ବାହୁ ଉପରେ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ $\overline{OE}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ= 4.5 ସେ.ମି. । BC = 25 ସେ.ମି.



(ଚିତ୍ର 5.25)

ΔOBC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ x BC x OE

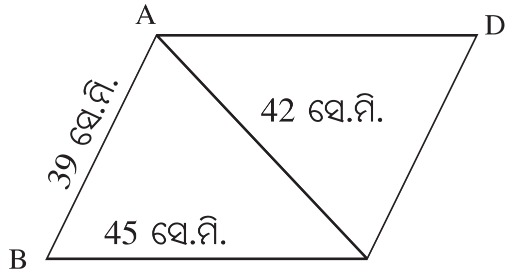
= $\frac{1}{2}$ x 25 x 4.5 ବର୍ଗସେ.ମି. = $\frac{112.5}{2}$ ବର୍ଗ ସେ.ମି.

∴ ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 4 x ΔOBCର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= 4 x $\frac{112.5}{2}$ ବର୍ଗ ସେ.ମି. = 225 ବର୍ଗ ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ – 4 :

ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଦୁଇଟି ସନ୍ନିହିତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 39 ସେ.ମି. ଏବଂ 45 ସେ.ମି. ଏବଂ ଏହାର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 42 ସେ.ମି. ହେଲେ, ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



(ଚିତ୍ର 5.26)

ସମାଧାନ :

ଦତ୍ତ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର, BC = a = 45 ସେ.ମି., AC = b = 42 ସେ.ମି., AB = c = 39 ସେ.ମି. ।

Δ ABC ର ଅର୍ଦ୍ଧପରିସୀମା = $s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{45+42+39}{2}$ ସେ.ମି. = 63 ସେ.ମି.

Δ ABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

= $\sqrt{63(63-45)(63-42)(63-39)}$ ବ.ସେ.ମି.

= $\sqrt{63 \times 18 \times 21 \times 24}$ ବ.ସେ.ମି.

= $\sqrt{21 \times 3 \times 3 \times 6 \times 21 \times 6 \times 2 \times 2}$ ବ.ସେ.ମି.

= 21 x 3 x 6 x 2 = 756 ବ.ସେ.ମି.

ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 2 x ΔABCର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= 2 x 756 ବର୍ଗ ସେ.ମି. = 1512 ବର୍ଗ ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ – 5 : ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 34 ସେ.ମି. ଓ 78 ସେ.ମି. ଏବଂ ଏହାର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 44 ସେ.ମି. ହେଲେ, ସେହି ବାହୁ ଓ ତାହାର ବିପରୀତ ବାହୁ ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଲମ୍ବ ଦୂରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

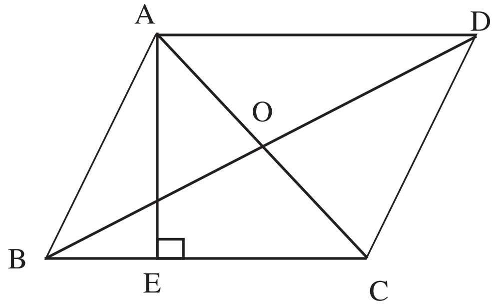
ସମାଧାନ : ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର BC = 44 ସେ.ମି.

BD = 78 ସେ.ମି. ଓ AC = 34 ସେ.ମି.

$\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ ର ଛେଦବିନ୍ଦୁ O ହେଉ ।

$\therefore$ OB = $\frac{BD}{2} = \frac{1}{2}$ x 78 ସେ.ମି. = 39 ସେ.ମି.

OC = $\frac{AC}{2} = \frac{1}{2}$ x 34 ସେ.ମି. =17 ସେ.ମି.



(ଚିତ୍ର 5.27)

Δ OBC ର ଅର୍ଦ୍ଧପରିସୀମା = $s = \frac{39+44+17}{2}$ ସେ.ମି.

= $\frac{100}{2}$ ସେ.ମି. = 50 ସେ.ମି.

Δ OBC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{50(50-39)(50-44)(50-17)}$ ବ.ସେ.ମି.

$= \sqrt{50 \times 11 \times 6 \times 33}$ ବ.ସେ.ମି.

$= \sqrt{5 \times 5 \times 2 \times 11 \times 2 \times 3 \times 3 \times 11}$ ବ.ସେ.ମି.

$= 5 \times 2 \times 11 \times 3 = 330$ ବ.ସେ.ମି.

$\therefore$ ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 4 x ΔOBC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= 4 x 330 ବର୍ଗ ସେ.ମି. = 1320 ବର୍ଗ ସେ.ମି.

$\overline{AE}$ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\frac{\text{ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ}}{\text{ଭୂମି } \overline{BC} \text{ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}} = \frac{1320}{44}$ ସେ.ମି.= 30 ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଅନୁଶୀଳନୀ - 5 (e)

1. ନିମ୍ନସ୍ଥ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର, ଯେଉଁ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର

(i) ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ଡେସି.ମି. ଓ ସେହି ବାହୁ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଉଚ୍ଚତା 1 ଡେସି.ମି. 8 ସେ.ମି. ।

(ii) ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 2 ମି. 55 ସେ.ମି., ସେହି ବାହୁ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଉଚ୍ଚତା 1 ମି. 4 ସେ.ମି. ।

(iii) ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 12 ମି. ଓ ଏହାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଗୋଟିଏ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଏହା ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ମି. ।

2. ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଦୁଇଟି ସନ୍ନିହିତ ବାହୁ ଓ ଏକ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 26 ମି. ଓ 28 ମି. ଏବଂ 30 ମି. ହେଲେ, ତାହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

3. ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 204 ସେ.ମି. ଓ 252 ସେ.ମି. ଏବଂ ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 60 ସେ.ମି. । ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

4. ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 34 ସେ.ମି. ଓ 50 ସେ.ମି. ଏବଂ ଏହାର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 26 ସେ.ମି. ହେଲେ, ସେହି ବାହୁ ଓ ତାହାର ବିପରୀତ ବାହୁ ମଧ୍ୟରେ ଲମ୍ବ ଦୂରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

5. ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଦୁଇ ସନ୍ନିହିତ ବାହୁ ଓ ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 20 ସେ.ମି., 42 ସେ.ମି. ଓ 34 ସେ.ମି. ହେଲେ, ଉକ୍ତ କ୍ଷେତ୍ରର ବୃହତ୍ତମ ବାହୁ ପ୍ରତି ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

6. କୌଣସି ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 7.5 ମିଟର ଏବଂ ଏହି ବାହୁ ଉପରେ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 0.8 ମିଟର ହେଲେ, କ୍ଷେତ୍ରଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

7. 63 ମିଟର ଭୂମି ଓ 36 ମିଟର ଉଚ୍ଚତାବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସହ ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମାନ । ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 42 ମିଟର ହେଲେ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(ଖ) ରମ୍ବସ୍ :

ସଂଜ୍ଞା : ଯେଉଁ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ଦୁଇଟି ସନ୍ନିହିତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପରସ୍ପର ସମାନ, ତାହାକୁ ରମ୍ବସ୍ (Rhombus) କହନ୍ତି ।

ରମ୍ବସ୍ ସମ୍ବନ୍ଧରେ କେତେକ ଜ୍ୟାମିତିକ ତଥ୍ୟ :

(i) ରମ୍ବସ୍ ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରକାର ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର (ସମସ୍ତ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ରମ୍ବସ ନୁହଁନ୍ତି);

(ii) ଏହାର ଚାରୋଟିଯାକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ;

(iii) ଏହାର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି;

(iv) ପ୍ରତ୍ୟେକ ରମ୍ବସ୍ ତାହାର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ଦ୍ୱାରା ଚାରୋଟି ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳବିଶିଷ୍ଟ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ ବିଭକ୍ତ ହୁଏ;

(v) ପ୍ରତ୍ୟେକ କର୍ଣ୍ଣ, ରମ୍ବସ୍‌ର ଦୁଇଟି ବିପରୀତ କୋଣକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରେ ଏବଂ

(vi) ରମ୍ବସ୍‌ର ଦୁଇଯୋଡ଼ା ସମାନ୍ତର ବାହୁ ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନ (ବା ଲମ୍ବ ଦୂରତ୍ୱ ବା ଉଚ୍ଚତା) ପରସ୍ପର ସମାନ ।

ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

(A) କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ, ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

ABCD ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣ $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଅଛି । ଆମେ ଜାଣୁ ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି । ଚିତ୍ର 5.28ରେ, AO = CO, BO =DO, $\overline{BO} \perp \overline{AC}$ ଏବଂ $\overline{DO} \perp \overline{AC}$

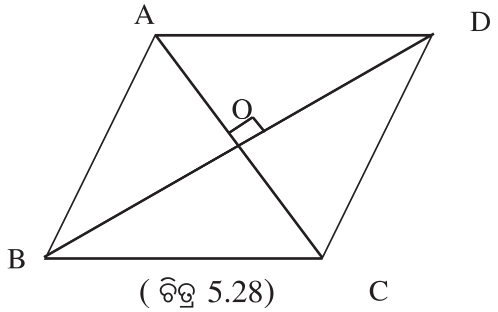
ABCD ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= 2 x ΔABCର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= 2 \times \frac{1}{2} \times AC \times BO$

$= AC \times BO$

$= AC \times \frac{BD}{2} = \frac{1}{2}(AC \times BD)$



(ଚିତ୍ର 5.28)

କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ d_1 ଓ ଅନ୍ୟଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ d_2 ହେଲେ, ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}d_1d_2$

ଅର୍ଥାତ୍, **ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ x କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଗୁଣଫଳ ।**

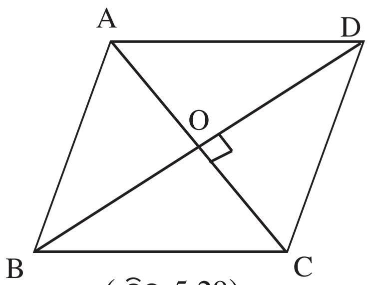
ମନ୍ତବ୍ୟ -1 : ରମ୍ବସ୍ ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର ହୋଇଥିବାରୁ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାର ସୂତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାରେ ମଧ୍ୟ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ।

(B) ରମ୍ବସ୍‌ର ଦୁଇଟି କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

ABCD ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ ପରସ୍ପରକୁ O ବିନ୍ଦୁରେ ସମକୋଣରେ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

ମନେକର AC = d_1 (ପ୍ରଥମ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ) ଏବଂ BD = d_2(ଦ୍ୱିତୀୟ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ)

$CO = \frac{d_1}{2}$ ଏବଂ $BO = \frac{d_2}{2}$



(ଚିତ୍ର 5.29)

$\therefore$ BOC ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ

$$BC = \sqrt{CO^2 + BO^2} = \sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2}$$

ଅର୍ଥାତ୍, ରମ୍ବସ୍‌ର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ

$$= \sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{d_1^{\ 2} + d_2^{\ 2}}$$

ରମ୍ବସ୍‌ର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\frac{1}{2}\sqrt{(\text{ପ୍ରଥମ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ})^2 + (\text{ଦ୍ୱିତୀୟ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ})^2}$

ମନ୍ତବ୍ୟ – 2 : ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣ ଓ ଏହାର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ପର୍କ ପ୍ରତିପାଦିତ ହେଲା । କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ଓ ବାହୁ ମଧ୍ୟରୁ ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ ପ୍ରତିପାଦିତ ସମ୍ପର୍କର ସାହାଯ୍ୟ ନେଇ ଅନ୍ୟଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିରୂପଣ କରାଯାଇପାରେ ।

ସମାହିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ

ଉଦାହରଣ – 1:

ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 16 ସେ.ମି. ଓ 12 ସେ.ମି. । ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ x କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଗୁଣଫଳ

$= \frac{1}{2} \times 16 \times 12$ ବର୍ଗ ସେ.ମି. = 96 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ।

ରମ୍ବସ୍‌ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\frac{1}{2}\sqrt{d_1^{\ 2} + d_2^{\ 2}} = \frac{1}{2}\sqrt{16^2 + 12^2}$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{4^2(4^2 + 3^2)} = \frac{1}{2}\sqrt{4^2 \times 5^2}$$

$= \frac{1}{2} \times 4 \times 5 = 10$ ସେ.ମି.

ରମ୍ବସ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା = $\frac{\text{କ୍ଷେତ୍ରଫଳ}}{\text{ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}} = \frac{96}{10}$ ସେ.ମି.= 9.6 ସେ.ମି. । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ – 2:

ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍‌ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 13 ମିଟର ଏବଂ ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 24 ମିଟର ହେଲେ, ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଏବଂ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ :

ରମ୍ବସ୍‌ର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $(d_1) = 24$ ମିଟର

ମନେକର ରମ୍ବସ୍‌ର ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $(d_2) = 2x$ ମିଟର

ରମ୍ବସ୍‌ର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $= \sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{24}{2}\right)^2 + \left(\frac{2x}{2}\right)^2} = \sqrt{(12)^2 + (x)^2}$

$\Rightarrow$ (ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ)$^2 = (12)^2 + (x)^2 \Rightarrow (13)^2 = (12)^2 + (x)^2$

$\Rightarrow 169 = 144 + x^2 \Rightarrow 144 + x^2 = 169$

$\Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = 5$

ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 2 x 5 ମିଟର = 10 ମିଟର

ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ x କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଗୁଣଫଳ = $\frac{1}{2}$ x 24 x 10 = 120 ବ.ମି. । (ଉତ୍ତର)

ଅନୁଶୀଳନୀ – 5 (f)

1. ନିମ୍ନରେ ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଅଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥଳରେ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

(i) 16 ସେ.ମି. ଓ 20 ସେ.ମି. (ii) 20 ମି. ଓ 15.4 ମି. (iii) $8\sqrt{2}$ ମି. ଓ $4\sqrt{2}$ ମି.

2. ନିମ୍ନରେ ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଅଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥଳରେ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) 40ସେ.ମି. ଓ 30 ସେ.ମି. (ii) 14 ମି. ଓ 48 ମି. ।

(iii) 1.6 ସେ.ମି. ଓ 3 ସେ.ମି. (iv) 1.8 ମି. ଓ 2.4 ମି. ।

3. ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 840 ବର୍ଗ ମିଟର । ଏହାର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 42 ମିଟର । ଏହାର ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଏବଂ ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

4. ଏକ ରମ୍ବସ୍‌ର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟର 3 ଗୁଣ ଏବଂ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1944 ବର୍ଗ ମିଟର ହେଲେ, କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

5. ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $648\sqrt{3}$ ବର୍ଗ ସେ.ମି. ଓ ଏହାର ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ 60^0 ହେଲେ, ଏହାର କ୍ଷୁଦ୍ରତର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

6. ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍‌ର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ତାହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସହ ସମାନ । ରମ୍ବସ୍‌ର ପରିସୀମା 48 ସେ.ମି. ହେଲେ, ତାହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

7. ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍‌ର ପରିସୀମା 16 ମିଟର । ଏହାର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 6 ମିଟର ହେଲେ, ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

5.5 ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ :

ସଂଜ୍ଞା : ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଏକଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ବାହୁ ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର, ସେହି ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍ (Trapezium) କୁହାଯାଏ ।

ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଜ୍ୟାମିତିକ ତଥ୍ୟ :

ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ଅସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡ, ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟ ସହ ସମାନ୍ତର ଏବଂ ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟିର ଅର୍ଦ୍ଧେକ ସଙ୍ଗେ ସମାନ ।

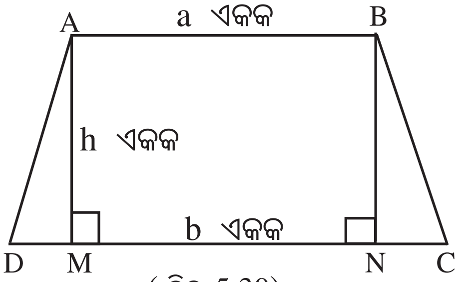
(ପ୍ରମାଣ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଶ୍ରେଣୀରେ ପଢ଼ିବ ।)

ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜାକାର କ୍ଷେତ୍ରର ଏକଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ବାହୁ ସମାନ୍ତର ତାହା ଏକ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍ ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ର । ଟ୍ରାପିଜିଅମ ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳକୁ, ଆମେ ସଂକ୍ଷେପରେ, ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବୋଲି କହିବା ।

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର $\overline{AB}$ ଓ $\overline{DC}$ ବାହୁଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର । ତେଣୁ ଏହା ଏକ ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍ ।

ମନେକର AB = a ଏକକ ଏବଂ DC = b ଏକକ

$\overline{AM}$ ଓ $\overline{BN}$ ଯଥାକ୍ରମେ A ଓ B ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{DC}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ । ଉଭୟ $\overline{AM}$ ଓ $\overline{BN}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ଓ ସେଦ୍ୱୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା (h) ଅଟନ୍ତି ।



(ଚିତ୍ର 5.30)

ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ :

ABCD ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= ΔAMD ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + ΔBNC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + AMNB ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= \frac{1}{2} \times DM \times AM + \frac{1}{2} \times CN \times BN + MN \times AM$

$= \frac{1}{2} DM \times h + \frac{1}{2} NC \times h + MN \times h$ ($\because$ AM = BN = h ଏକକ)

$= \frac{1}{2} h (DM + NC + 2MN) = \frac{1}{2} h(DM + MN + NC + MN) = \frac{1}{2} h(DC+MN)$

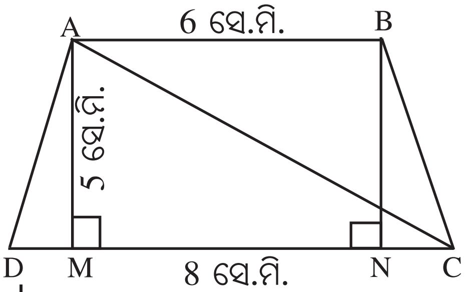
$= \frac{1}{2}(DC+AB) \times h$ ($\because$ MN = AB)

$= \frac{1}{2}(AB + DC) \times h = \frac{1}{2}(a+b) \times h$ ବର୍ଗ ଏକକ

ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ x ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି x ଉଚ୍ଚତା (ବା)

= ସମାନ୍ତର ବାହୁ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ବାହୁଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁର ସଂଯୋଜକ ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ଉଚ୍ଚତା

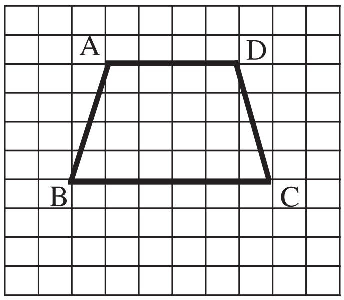
ନିଜେ କର



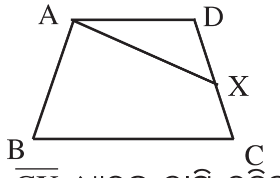
(ଚିତ୍ର 5.31)

1. ଦତ୍ତ ଚିତ୍ରରେ $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AM} \perp \overline{DC}$ ଏବଂ $\overline{BN} \perp \overline{DC}$
   (i) ΔADC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କର ।
   (ii) ΔABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କର ।
   (iii) ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କର ।
   (iv) ΔADM ଓ ΔBNC ଦ୍ୱୟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ସମଷ୍ଟି ସ୍ଥିର କର ।
   (v) AMNB ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କର ।
   (vi) ସେପାନ (iv) ଓ (v) ରେ ସ୍ଥିର କରିଥିବା ଉତ୍ତରରୁ ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କର ।
   (vii) ସୋପାନ (iii) ଓ ସୋପାନ (vi) ରୁ ମିଳୁଥିବା ଉତ୍ତରକୁ ମିଳାଇ ଦେଖ । କ’ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?
2. ଉପରିସ୍ଥ ଚିତ୍ର (ଚିତ୍ର 5.31)ରେ
   (i) $\overline{AD}$ ସହ ସମାନ୍ତର କରି $\overline{BL}$ ଅଙ୍କନ କର ଯାହା $\overline{DC}$ କୁ L ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବ ।
   (ii) ଉତ୍ପନ୍ନ ABLD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ହେବ ?
   (iii) ଉତ୍ପନ୍ନ LBC Δ ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କର ।
   (iii) ତତ୍ପରେ ABCD ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

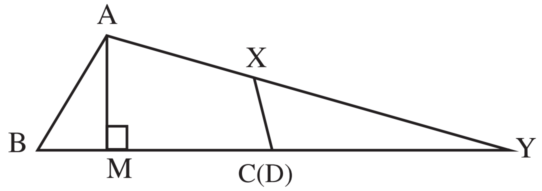
ତୁମ ପାଇଁ କାମ



1. ଗୋଟିଏ ବର୍ଗକାଗଜ ବା ଗ୍ରାଫ୍ କାଗଜରେ ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍ ଅଙ୍କନ କର । ତତ୍ପରେ ଗ୍ରାଫ୍ କାଗଜରୁ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌କୁ କାଟି ବାହାର କର ।
2. ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍ କାଗଜକୁ ଭାଙ୍ଗି $\overline{DC}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ବାହାର କରି ତାକୁ ‘X’ ନାମରେ ନାମିତ କର ।



3. $\overline{AX}$ ଧାର ଦେଇ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌କୁ କାଟି ଦୁଇଖଣ୍ଡ କର ।
   ΔADX କୁ ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରେ ଦେଖାଯିବା ଭଳି ରଖ ଯେପରିକି $\overline{XD}$ ଧାର, $\overline{CX}$ ଧାରକୁ ଲାଗି ରହିବ ।



4. ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା ABY ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ, ଦତ୍ତ ABCD ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସହ ସମାନ ହେବ କି ? ଯଦି ହଁ, ତେବେ କାହିଁକି ?
5. ସୋପାନ (1) ରୁ ବର୍ଗ କାଗଜରେ ଅଙ୍କିତ ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କର ଏବଂ ତତ୍ପରେ ସୋପାନ (4)ରେ ବାହାରିଥିବା କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସହ ମିଳାଅ । କ’ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

ଉଦାହରଣ - 1: ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 50 ସେ.ମି. ଓ 38 ସେ.ମି. ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା 15 ସେ.ମି. । ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ a = 50 ସେ.ମି., b = 38 ସେ.ମି. ଓ ଉଚ୍ଚତା h = 15 ସେ.ମି.

$\therefore$ ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \frac{1}{2}(a+b) \times h = \frac{1}{2}(50+38) \times 15$ ବର୍ଗ ସେ.ମି. = 660 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ।(ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 2 : ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 810 ବ.ମି. ଏବଂ ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 37 ମି. ଓ 17 ମି. ହେଲେ, ଏହାର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ a = 37 ମି., b = 17ମି., ଉଚ୍ଚତା = h ମି. ହେଲେ,

ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \frac{1}{2}(a + b) \times h$ ବ.ମି.

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(37 + 17) \times h = 810 \Rightarrow \frac{1}{2}(54\,h) = 810 \Rightarrow 27\,h = 810 \Rightarrow h = \frac{810}{27} = 30$$

$\therefore$ ଉଚ୍ଚତା = 30 ମିଟର । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 3 : ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 48 ବ.ମି. ଏବଂ ସମାନ୍ତର ବାହୁ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ବାହୁଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟର ସଂଯୋଜକ ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 12 ମିଟର ହେଲେ, ଉକ୍ତ ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ସମାନ୍ତର ବାହୁ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ବାହୁଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁର ସଂଯୋଜକ ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ଉଚ୍ଚତା

= ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $\Rightarrow 12 \times h = 48 \Rightarrow h = \frac{48}{12} = 4$

$\therefore$ ଉଚ୍ଚତା = 4 ମିଟର । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 4 : ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 16 ମି. ଓ 30 ମି. ଏବଂ ଅନ୍ୟ-ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 13 ମି. ଓ 15 ମି. ହେଲେ, ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ABCD ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ରେ $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$

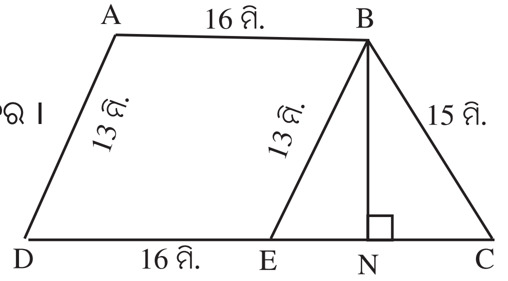
AB = 16 ମି., DC = 30 ମି. ।

BC = 15 ମି. ଓ AD = 13 ମି. । $\overline{BE} \parallel \overline{AD}$ ଅଙ୍କନ କର ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ABED ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର ।

$\Rightarrow$ BE = AD = 13 ମି. । DE = AB = 16 ମି.

EC = DC – DE = (30 – 16) ମି. = 14 ମି.



(ଚିତ୍ର 5.32)

Δ BEC ର ଅର୍ଦ୍ଧପରିସୀମା $= s = \frac{15+14+13}{2}$ ସେ.ମି. = 21 ମି.

Δ BEC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{21(21-15)(21-14)(21-13)}$ ବ.ସେ.ମି.

$= \sqrt{21 \times 6 \times 7 \times 8}$ ବ.ସେ.ମି.= 84 ବ.ସେ.ମି.

Δ BEC ର ଉଚ୍ଚତା BN = $\frac{2 \times \text{କ୍ଷେତ୍ରଫଳ}}{\text{ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}} = \frac{2 \times 84}{14}$ ମି. = 12 ମି.

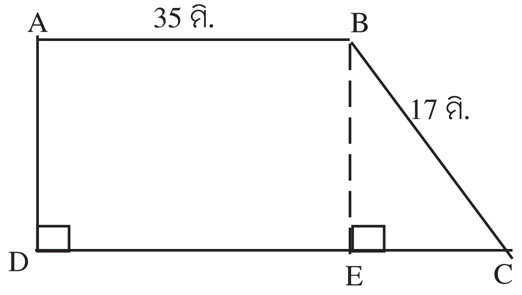
$\therefore$ ABCD ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା = BN = 12 ମି.

$\therefore$ ABCD ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \frac{1}{2}(AB+DC)\,BN = \frac{1}{2}(16+30) \times 12$ ବ.ମି.

$= \frac{1}{2} \times 46 \times 12$ ବ.ମି. = 276 ବ.ମି. । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 5:

ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 35 ମିଟର ଓ 50 ମିଟର । ଏହାର ଅନ୍ୟ ବାହୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ, ସମାନ୍ତର ବାହୁ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଏବଂ ଅନ୍ୟଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 17 ମିଟର ହେଲେ, ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



(ଚିତ୍ର 5.33)

ସମାଧାନ :

ABCD ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ ଏବଂ $\overline{AD} \perp \overline{DC}$ । $\overline{BE} \perp \overline{DC}$ ଅଙ୍କନ କର । ବର୍ତ୍ତମାନ ABED ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର । DE = AB = 35 ମି. EC = DC – DE

= (50 – 35) ମି. = 15 ମି.

BEC ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ, BE = $\sqrt{BC^2 - EC^2} = \sqrt{17^2 - 15^2}$ ମି.

$= \sqrt{(17+15)(17-15)} = \sqrt{32 \times 2}$ = 8 ମି. ।

$\therefore$ ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା = h = 8 ମି.

a = 35 ମି. ଓ b = 50 ମି. (ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ)

ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \frac{1}{2}(a+b)h = \frac{1}{2}(35 + 50) \times 8$ ବ.ମି.

$= \frac{1}{2} \times 85 \times 8$ ବ.ମି. = 340 ବ.ମି. । (ଉତ୍ତର)

ଅନୁଶୀଳନୀ – 5 (g)

1. ନିମ୍ନସ୍ଥ ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ଗୁଡ଼ିକର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଯେଉଁ ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର

(i) ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 35 ମି. ଓ 45 ମି. ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା = 18 ମି.

(ii) ସମାନ୍ତର ବାହୁ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ବାହୁଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁର ସଂଯୋଜକ ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 27 ମି. ଏବଂ ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନ 16 ମିଟର ।

(iii) ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଯୋଗଫଳ 75 ସେ.ମି. ଏବଂ ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା = 24 ସେ.ମି. ।

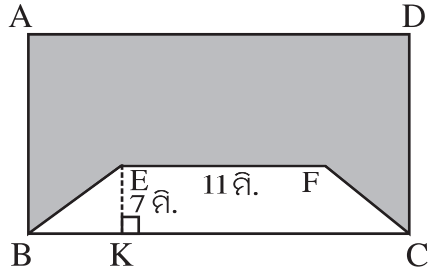
2. ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 150 ବ.ମି. ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା 5 ମି. । ଏହାର ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନ୍ତର 6 ମି. ହେଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମାନ୍ତର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

3. ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 3840 ବର୍ଗମିଟର । ଏହାର ଉଚ୍ଚତା 48 ମି. । ଏହାର ସମାନ୍ତର ବାହୁ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ବାହୁଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ଦୁଇଟିକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

4. ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍ର ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 41 ସେ.ମି. ଓ 57 ସେ.ମି. । ଏହାର ଅନ୍ୟ ଦୁଇ ଅସମାନ୍ତର ବାହୁ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ, ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଏବଂ ଅନ୍ୟଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 20 ସେ.ମି. ହେଲେ, ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

5. ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍ର ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 24 ମି. ଓ 80 ମି. । ଏହାର ଅନ୍ୟ ବାହୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 36 ମି. ହେଲେ, ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

6. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ABCD ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର । $\overline{EF} \parallel \overline{BC}$, $\overline{EK} \perp \overline{BC}$, AD = 15 ମି., EK = 7 ମି., EF = 11 ମି. ଓ ଛାୟାଙ୍କିତ ଅଂଶର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 89 ବ.ମି. ହେଲେ $\overline{AB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



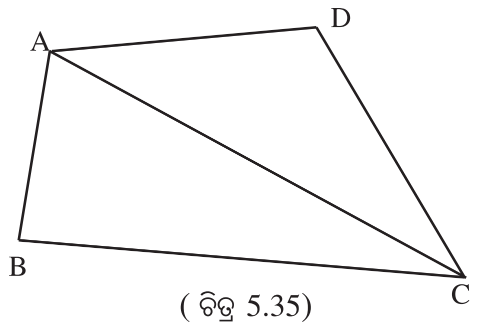
(ଚିତ୍ର 5.34)

7. ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍ର ପରିସୀମା 82 ମି. । ଏହାର ସମାନ୍ତର ବାହୁ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ବାହୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 20 ମି. । ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍ର ଉଚ୍ଚତା 7 ମି. ହେଲେ ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

5.6 ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ :

ସାଧାରଣ ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ପାଇଁ କୌଣସି ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ସୂତ୍ର ନାହିଁ । ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜ ତାହାର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱାରା ଯେଉଁ ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜରେ ପରିଣତ ହୁଏ, ସେହି ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ସମଷ୍ଟି ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସଙ୍ଗେ ସମାନ ।

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ABCD ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜ । ଏହାର ଏକ କର୍ଣ୍ଣ $\overline{AC}$, ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ΔABC ଓ ΔADC ରେ ବିଭକ୍ତ କରେ । ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ସମଷ୍ଟି ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଅଟେ ।



(ଚିତ୍ର 5.35)

(A) ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଏବଂ ସେହି କର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରତି ତାହାର ସମ୍ମୁଖୀନ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ, ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜରେ $\overline{BD}$ କର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରତି ଏହାର ସମ୍ମୁଖୀନ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁ A ଓ C ରୁ ଯଥାକ୍ରମେ $\overline{AE}$ ଓ $\overline{CF}$ ଲମ୍ବ ।

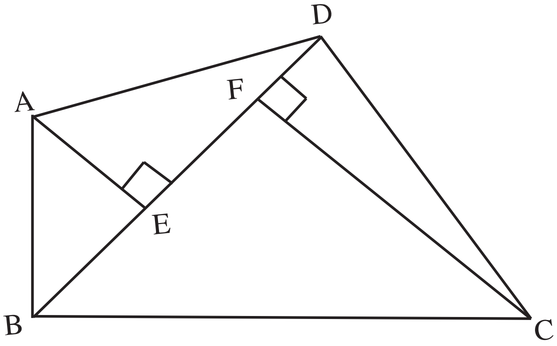
$\therefore$ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= Δ ABD ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + Δ BCD ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= \frac{1}{2}$ x BD x AE + $\frac{1}{2}$ x BD x CF

$= \frac{1}{2}$ BD (AE + CF)

ଅର୍ଥାତ୍,



(ଚିତ୍ର 5.36)

ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ x ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ଉକ୍ତ କର୍ଣ୍ଣର ସମ୍ମୁଖୀନ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟରୁ ସେହି କର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି ।

(B) ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ହୋଇଥିବା କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

ଚିତ୍ର 5.37 ରେ ଥିବା ଚତୁର୍ଭୁଜ ABCD ରେ କର୍ଣ୍ଣ $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ । ସେ ଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ O ।

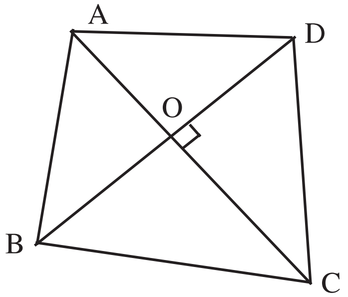
ଚତୁର୍ଭୁଜ ABCD ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ =

ΔABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + ΔADC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= \frac{1}{2}$ x AC x BO + $\frac{1}{2}$ x AC x DO

$= \frac{1}{2}$AC (BO + DO) = $\frac{1}{2}$ AC x BD

ଅର୍ଥାତ୍

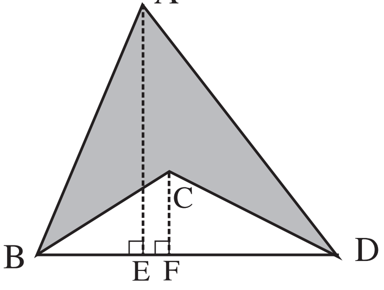


(ଚିତ୍ର 5.37)

କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ହୋଇଥିଲେ, ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ x କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଗୁଣଫଳ ।

(C) ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

ଚିତ୍ର 5.38 ରେ ଥିବା ଚତୁର୍ଭୁଜର $\overline{BD}$ କର୍ଣ୍ଣର କୌଣସି ଅଂଶ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ନୁହେଁ । ତେଣୁ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରନ୍ତି ନାହିଁ । ଚିତ୍ରରୁ ଜଣାପଡ଼େ ଯେ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ΔABD ଓ ΔBCD ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନ୍ତର ଅଟେ । A ଓ C ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{BD}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଯଥାକ୍ରମେ $\overline{AE}$ ଓ $\overline{CF}$ ।



(ଚିତ୍ର 5.38)

ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ΔABD ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ – ΔBCD ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$$= \frac{1}{2} \times BD \times AE - \frac{1}{2} \times BD \times CF$$

$$= \frac{1}{2} \times BD (AE - CF)$$

ଅର୍ଥାତ୍,

ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ ବହିଃସ୍ଥ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ଉକ୍ତ କର୍ଣ୍ଣ ଉପରେ ସେହି କର୍ଣ୍ଣର ସମ୍ମୁଖୀନ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ବିୟୋଗଫଳ ।

ସମାହିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ

ଉଦାହରଣ – 1 : ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 12 ମି. ଏବଂ ଏହି କର୍ଣ୍ଣ ଉପରେ ବହିଃସ୍ଥ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 6 ମି. ଓ 7 ମି. ହେଲେ, ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ଲମ୍ବ ଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି

= $\frac{1}{2}$ x 12 x (6 + 7) ବ.ମି. = 6 x 13 ବ.ମି. = 78 ବ.ମି. । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ – 2 : କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରଛେଦୀ ହୋଇ ନ ଥିବା ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜର ବହିଃସ୍ଥ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 35 ସେ.ମି. ଏବଂ ଉକ୍ତ କର୍ଣ୍ଣ ଉପରେ ଏହାର ସମ୍ମୁଖୀନ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 18 ସେ.ମି. ଓ 8 ସେ.ମି. ହେଲେ, ଚତୁର୍ଭୁଜଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଚତୁର୍ଭୁଜର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣ କ୍ଷେତ୍ରର ବହିଃସ୍ଥ ହେଲେ ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= $\frac{1}{2}$ x ବହିଃସ୍ଥ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ଏହା ଉପରେ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନ୍ତରଫଳ ।

= $\frac{1}{2}$ x 35 x (18 – 8) ବର୍ଗ ସେ.ମି. = $\frac{1}{2}$ x 35 x 10 ବର୍ଗ ସେ.ମି. = 175 ବର୍ଗ ସେ.ମି. । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ – 3 : ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 75 ସେ.ମି. । ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 900 ବର୍ଗ ସେ.ମି. । ଏହି କର୍ଣ୍ଣ ଉପରେ ଏହାର ସମ୍ମୁଖୀନ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟର 3 ଗୁଣ ହେଲେ, ଲମ୍ବଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର କ୍ଷୁଦ୍ରତର ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = x ସେ.ମି.

∴ ବୃହତ୍ତର ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 3x ସେ.ମି.

ଦତ୍ତ ଅଛି ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 75 ସେ.ମି.

∴ ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ x କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ଉକ୍ତ କର୍ଣ୍ଣ ଉପରେ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି

$= \frac{1}{2}$ x 75 x (x+3x) ବ.ସେ.ମି.

$= \frac{1}{2}$ x 75 x 4x ବ.ସେ.ମି. = 150x ବ.ସେ.ମି.

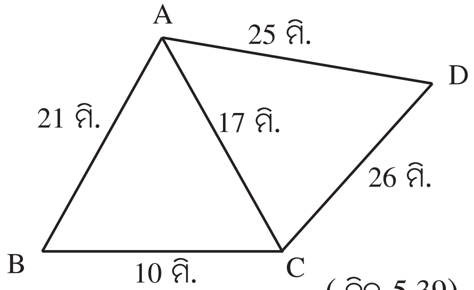
ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ, $150x = 900 \Rightarrow x = 6$

∴ ଗୋଟିଏ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 6 ସେ.ମି.

ଅନ୍ୟ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 6 x 3 ସେ.ମି. = 18 ସେ.ମି. । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ – 4 :

ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜରେ $\overline{AC}$ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 17 ମି., AB = 21 ମି, BC = 10 ମି., CD = 26 ମି. ଏବଂ DA = 25 ମି. । ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



(ଚିତ୍ର 5.39)

ସମାଧାନ : Δ ABC ର ଅର୍ଦ୍ଧପରିସୀମା = s = $\frac{10+17+21}{2}$ ମି. = 24 ମି.

Δ ABCର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{24(24-10)(24-17)(24-21)}$ ବ.ସେ.ମି.

= $\sqrt{24 \times 14 \times 7 \times 3}$ ବ.ସେ.ମି.= $\sqrt{3 \times 4 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 3}$ ବ.ମି.

= (3 x 2 x 2 x 7) ବ.ମି. = 84 ବ.ମି. ।

Δ ACD ର ଅର୍ଦ୍ଧପରିସୀମା = s = $\frac{17+25+26}{2}$ ମି. = 34 ମି.

Δ ACD ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{34(34-17)(34-25)(34-26)}$ ବ.ସେ.ମି.

= $\sqrt{34 \times 17 \times 9 \times 8}$ ବ.ସେ.ମି.= $\sqrt{17 \times 2 \times 17 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2}$ ବ.ମି.

= (17 x 2 x 3 x 2) ବ.ମି. = 204 ବ.ମି. ।

∴ ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = Δ ABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + Δ ACD ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= (84 + 204) ବ.ମି.= 288 ବ.ମି. ।

ଉଦାହରଣ – 5 : ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 36 ଡେସି.ମି. ଓ 21 ଡେସି.ମି. । କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ଛେଦ କରନ୍ତି । ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ∵ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ଛେଦ କରନ୍ତି,

∴ ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ x କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଗୁଣଫଳ

$= \frac{1}{2}$ x 36 x 21 ବର୍ଗ ସେ.ମି. = 378 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ।

ଅନୁଶୀଳନୀ – 5 (h)

1. ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 78 ସେ.ମି. ଏବଂ ଏହି କର୍ଣ୍ଣ ଉପରେ ଏହାର ସମ୍ମୁଖୀନ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 23 ସେ.ମି. ଓ 42 ସେ.ମି. ହେଲେ, ଚତୁର୍ଭୁଜଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

2. କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରଚ୍ଛେଦୀ ହୋଇନଥିବା ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜର ବହିଃସ୍ଥ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 43 ସେ.ମି. ଏବଂ ଉକ୍ତ କର୍ଣ୍ଣ ଉପରେ ଏହା ସମ୍ମୁଖୀନ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 19 ସେ.ମି. ଓ 9 ସେ.ମି. ହେଲେ, ଚତୁର୍ଭୁଜଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

3. ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ଛେଦ କରନ୍ତି । କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 40 ଡେସି.ମି. ଓ 45 ଡେସି.ମି. ହେଲେ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

4. ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି 50 ମିଟର ଓ ସେମାନଙ୍କ ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ ସମକୋଣ । ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟର 4 ଗୁଣ ହେଲେ, ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

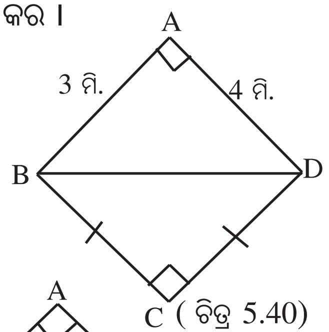
5. ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 16 ସେ.ମି., 30 ସେ.ମି, 50 ସେ.ମି. ଓ 52 ସେ.ମି. ଏବଂ ପ୍ରଥମ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣଟି ସମକୋଣ । ଚତୁର୍ଭୁଜଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

6. କୌଣସି ଚତୁର୍ଭୁଜର ଗୋଟିଏ କୋଣ ସମକୋଣ । ସମକୋଣ ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 12 ମି. ଓ 16ମି. ଏବଂ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ୟ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପ୍ରତ୍ୟେକେ 26 ମି. ହେଲେ, ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

7. ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର AB = 75 ସେ.ମି., BC = 78 ସେ.ମି., CD = 63 ସେ.ମି., DA = 30 ସେ.ମି. ଏବଂ AC = 51 ସେ.ମି. ହେଲେ, ଚତୁର୍ଭୁଜଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

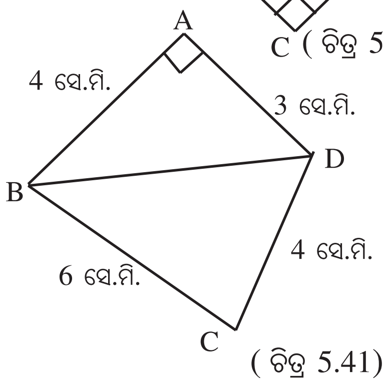
8. ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର AB = 21 ସେ.ମି., BC = 16 ସେ.ମି., AD = 20 ସେ.ମି. ଓ $m\angle BAD = m\angle CBD = 90^0$ ହେଲେ, ଚତୁର୍ଭୁଜଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

9. ଚିତ୍ର 5.40 ରେ ABCD ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜ । BC = CD ହେଲେ, $\overline{BC}$ ଓ $\overline{CD}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଏବଂ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



(ଚିତ୍ର 5.40)

10. ଚିତ୍ର 5.41 ରେ ∠BAD ଏକ ସମକୋଣ । AB = 4 ସେ.ମି., AD = 3 ସେ.ମି., DC = 4 ସେ.ମି. ଏବଂ BC = 6 ସେ.ମି. ହେଲେ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



(ଚିତ୍ର 5.41)

5.7 ଘନପଦାର୍ଥ ଏବଂ ଏହାର ଆକୃତି (Solid and its shape) :

ତୁମେ ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରୁ କିଛି ସାମତଳିକ ଚିତ୍ର; ଯଥା– ତ୍ରିଭୁଜ, ଆୟତଚିତ୍ର, ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର, ବୃତ୍ତ ଆଦି ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଜାଣିଛ । ଏହି ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ଏକ ସମତଳରେ ଅଙ୍କିତ ହୋଇପାରନ୍ତି । ତେଣୁ ସେଗୁଡ଼ିକ 2-D ବା ଦ୍ୱି–ମାତ୍ରିକ (Two - Dimentional) ଚିତ୍ର କୁହାଯାଏ । ଅନ୍ୟପକ୍ଷରେ ସମଘନ, ଆୟତଘନ, ପ୍ରିଜିମ୍, ସିଲିଣ୍ଡର, କୋନ୍, ଗୋଲକ ଆଦି ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକୁ ଏକ ସମତଳରେ ସୀମିତ ନଥାନ୍ତି ଅର୍ଥାତ୍ ଏଗୁଡ଼ିକୁ ଏକ ସମତଳରେ ରଖିଲେ ଏହାର କେବଳ ଗୋଟିଏ ଅଂଶ ସମତଳରେ ରହି ଅବଶିଷ୍ଟ ଅଂଶ ସମତଳର ବାହାରେ ରହେ । ଏ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକୁ ତ୍ରି–ମାତ୍ରିକ (Three- Dimentional) ବା 3-D ବସ୍ତୁ କୁହାଯାଏ । ଉକ୍ତ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକୁ ‘ଘନପଦାର୍ଥ’ (Solid) ର ଆଖ୍ୟା ଦିଆଯାଇଥାଏ ।

ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅନୁଚ୍ଛେଦଗୁଡ଼ିକରେ ଆମେ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ତ୍ରି–ମାତ୍ରିକ ବସ୍ତୁ ବା ଘନବସ୍ତୁର ଚିତ୍ରକୁ ଏକ ସମତଳରେ ଆଙ୍କି ଶିଖିବା ସହ ଘନବସ୍ତୁର ଶୀର୍ଷ (Vertex), ଧାର (Edge) ଏବଂ ପାର୍ଶ୍ୱ (Face) ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଜାଣିବା । ଘନବସ୍ତୁ (ସମତଳ ପାର୍ଶ୍ୱବିଶିଷ୍ଟ)ର ଶୀର୍ଷ, ଧାର ଏବଂ ପାର୍ଶ୍ୱ ସଂଖ୍ୟାକୁ ନେଇ **ଇଉଲର୍‌ଙ୍କ ସୂତ୍ର (Euler's Formula)**ର ସତ୍ୟତା ପ୍ରତିପାଦନ କିପରି ହୋଇପାରିବ ସେ ବିଷୟରେ ମଧ୍ୟ ଅବଗତ ହେବା ।

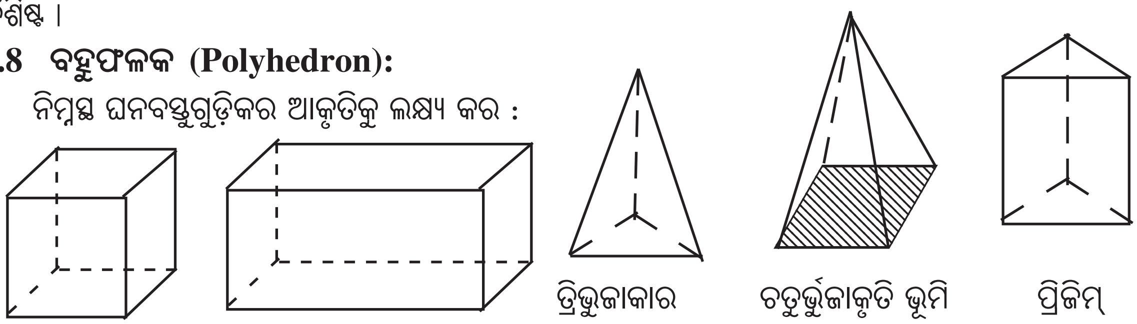
ତ୍ରିମାତ୍ରିକ ଘନ ବସ୍ତୁର ବର୍ଗୀକରଣ

ତ୍ରିମାତ୍ରିକ ଘନ : (a) ବହୁଫଳକ (ପ୍ରତ୍ୟେକ ପୃଷ୍ଠ ସମତଳ) (b) ଅଣବହୁଫଳକ (ସମସ୍ତ ପୃଷ୍ଠ ସମତଳ ନୁହେଁ)

ବହୁଫଳକ : (a) ପ୍ରିଜମ୍ (ଭୂମି ଓ ଉପରପୃଷ୍ଠ ସର୍ବସମ କ୍ଷେତ୍ର) (b) ପିରାମିଡ୍ (ଭୂମି ବହୁଭୁଜ, ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠ ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ।

5.8 ବହୁଫଳକ (Polyhedron):

ନିମ୍ନସ୍ଥ ଘନବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକର ଆକୃତିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର :



(ଚିତ୍ର 5.42)

ଏହିସବୁ ତ୍ରି–ମାତ୍ରିକ (ଘନ) ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକର ଚିତ୍ରକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲେ ଦେଖିବା ଯେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ବସ୍ତୁର କେତେଗୁଡ଼ିଏ ବହୁଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପୃଷ୍ଠ ରହିଛି ଯାହାକୁ ଆମେ ଘନ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକର ପାର୍ଶ୍ୱ (Face) ବୋଲି କହୁ । ଦୁଇଟି ପାର୍ଶ୍ୱର ମିଳନରେ ଉତ୍ପନ୍ନ ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ଘନବସ୍ତୁର ଧାର (Edge) କୁହାଯାଏ । ପୁନଶ୍ଚ ଦୁଇ ବା ତତୋଽଧିକ ଧାରଗୁଡ଼ିକ ମିଳିତ ହୋଇ ଘନପଦାର୍ଥର ଶୀର୍ଷ (Vertex) ସୃଷ୍ଟି କରିଥା'ନ୍ତି । ଏହିପରି ଘନବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକୁ **ବହୁଫଳକ (Polyhedron)** କୁହାଯାଏ ।

କିନ୍ତୁ ନିମ୍ନସ୍ଥ ଘନବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକର ଚିତ୍ରରୁ ଜଣାପଡ଼େ ଯେ ଏଗୁଡ଼ିକ ସମତଳ ଏବଂ ବକ୍ରତଳ ପୃଷ୍ଠବିଶିଷ୍ଟ ଘନବସ୍ତୁ ।

(ଚିତ୍ର 5.43)

ଅନ୍ୟ ପ୍ରକାରରେ କହିବାକୁ ଗଲେ ଏହି ଆକୃତିବିଶିଷ୍ଟ ଘନବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକର ସମସ୍ତ ପାର୍ଶ୍ୱ ସମତଳ ପୃଷ୍ଠବିଶିଷ୍ଟ ନୁହନ୍ତି । ତେଣୁ ଏଗୁଡ଼ିକୁ ବହୁଫଳକ (Polyhedron) କୁହାଯିବ ନାହିଁ ।

ଯଦି ଏକ ବହୁଫଳକର ପାର୍ଶ୍ୱଗୁଡ଼ିକ ସୁଷମ ବହୁଭୁଜ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ହୋଇଥାଏ ଏବଂ ସମାନ ସଂଖ୍ୟକ ପାର୍ଶ୍ୱ ମିଳିତ ହୋଇ ଘନବସ୍ତୁଟିର ଶୀର୍ଷ ସୃଷ୍ଟି କରୁଥା'ନ୍ତି ତେବେ ଉକ୍ତ ବହୁଫଳକକୁ **ସୁଷମ ବହୁଫଳକ** କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, **ସମଘନ** ଏବଂ **ଟେଟ୍ରାହେଡ୍ରନ୍** (ତ୍ରିଭୁଜାକାର ପିରାମିଡ୍, ଯାହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାର୍ଶ୍ୱ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ) ପ୍ରଭୃତି ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସୁଷମ ବହୁଫଳକ ।

(a) (b) (c)

(ଚିତ୍ର 5.44)

ଚିତ୍ର 5.44 (a) ଓ (b) ରେ ଘନବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକ ସମସ୍ତ ପାର୍ଶ୍ୱ ସୁଷମ ବହୁଭୁଜ ଏବଂ ସମାନ ସଂଖ୍ୟକ ପାର୍ଶ୍ୱ ମଳିତ ହୋଇ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶୀର୍ଷ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଛି ।

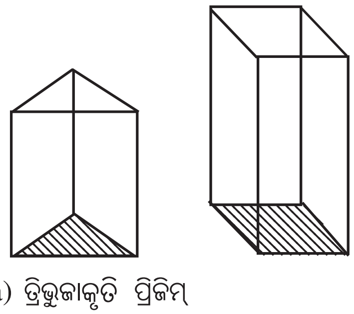
ଚିତ୍ର 5.44 (c) ରେ ଘନ ପଦାର୍ଥଟିର ସମସ୍ତ ପାର୍ଶ୍ୱ ସୁଷମ ବହୁଭୁଜ; କିନ୍ତୁ A ଶୀର୍ଷ ତିନୋଟି ପାର୍ଶ୍ୱ ମିଳିତ ହୋଇ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥିବା ବେଳେ, ଚାରିଗୋଟି ପାର୍ଶ୍ୱ ମିଳିତ ହୋଇ B ଶୀର୍ଷ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଛି ।

5.8.2 ବହୁଫଳକର ପ୍ରକାରଭେଦ :

ପୂର୍ବ ଅନୁଚ୍ଛେଦରେ ଯେତେଗୁଡ଼ିଏ ଘନପଦାର୍ଥ କଥା ଆଲୋଚନା କରିଥିଲେ ସେଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେତେକ ସମତଳ ପୃଷ୍ଠବିଶିଷ୍ଟ ଏବଂ କେତେକ ସମତଳ ଓ ବକ୍ରତଳ ଉଭୟ ପୃଷ୍ଠବିଶିଷ୍ଟ । ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଘନବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକୁ ମୁଖ୍ୟତଃ ଦୁଇ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରିବା । ସେଗୁଡ଼ିକ ହେବ (i) ବହୁଫଳକ ଏବଂ (ii) ଅଣ-ବହୁଫଳକ ।

ଯେଉଁ ଘନବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକର ପାର୍ଶ୍ୱଗୁଡ଼ିକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ବହୁଭୁଜ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ବହୁଫଳକ କୁହାଯାଏ, କିନ୍ତୁ ଯେଉଁ ଘନବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକର ସମସ୍ତ ପାର୍ଶ୍ୱ ବହୁଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ନୁହଁନ୍ତି,ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଅଣ-ବହୁଫଳକ ଘନବସ୍ତୁ କୁହାଯାଏ ଅନ୍ୟ ପ୍ରକାରରେ କହିଲେ ଅଣ-ବହୁଫଳକ ଘନବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକର ସମସ୍ତ ପାର୍ଶ୍ୱ ସମତଳ ପୃଷ୍ଠବିଶିଷ୍ଟ ନୁହନ୍ତି । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, କୋନ୍, ସିଲିଣ୍ଡର ଏବଂ ଗୋଲକ । ବହୁଫଳକର ଭୂମି ଏବଂ ପାର୍ଶ୍ୱଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରକାର ଭେଦରେ ବହୁଫଳକଗୁଡ଼ିକୁ ମୁଖ୍ୟତଃ ଦୁଇ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଛି, ଯଥା- (1) ପ୍ରିଜିମ୍ (2) ପିରାମିଡ୍ ।

(1) ପ୍ରିଜିମ୍ (Prism) : ପ୍ରିଜିମ୍ ଏକ ବହୁଫଳକ, ଯାହାର ଭୂମି ଓ ଉପର ପାର୍ଶ୍ୱଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ (ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ) ବହୁଭୁଜ ଏବଂ ଅନ୍ୟପାର୍ଶ୍ୱଗୁଡ଼ିକ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରବିଶିଷ୍ଟ । ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମି ବା ଆଧାର ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ



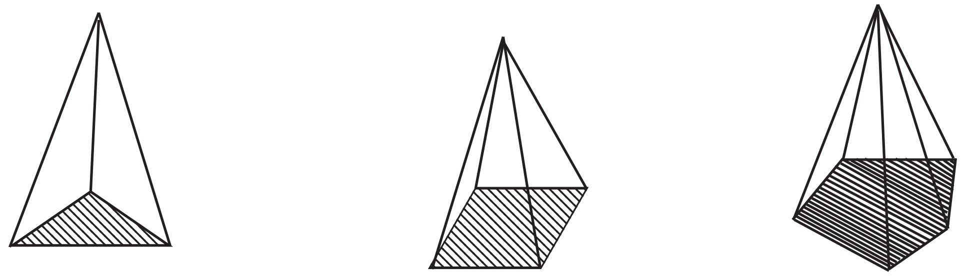
b) ବର୍ଗାକୃତି ଆଧାରବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରିଜିମ୍

(a) ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ପ୍ରିଜିମ୍ (c) ଆୟତାକୃତି ପ୍ରିଜିମ୍ ବା ଆୟତଘନ (d) ସମଘନ

(ଚିତ୍ର 5.45)

ଚତୁର୍ଭୁଜାକୃତି , ପଞ୍ଚଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଆଦି ହୋଇପାରେ । ଆଧାର ଅନୁଯାୟୀ ପ୍ରିଜିମ୍‌ଗୁଡ଼ିକର ନାମକରଣ କରାଯାଇଥାଏ ।

(2) ପିରାମିଡ୍ (Pyramid) : ପିରାମିଡ୍ ଏକ ବହୁଫଳକ ଯାହାର ଭୂମି ଏକ ବହୁଭୁଜ ଏବଂ ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠ (Lateral surfaces) ଗୁଡ଼ିକ ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଓ ଏକ ସାଧାରଣ ଶୀର୍ଷ (Vertex) ବିଶଷ୍ଟ ହୋଇଥାଏ ।



(a) ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପିରାମିଡ୍ (b) ଚତୁର୍ଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପିରାମିଡ୍ (c) ପଞ୍ଚଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପିରାମିଡ୍

(ଚିତ୍ର 5.46)

ମନେରଖ : ଏକ ପ୍ରିଜିମ୍ କିମ୍ବା ଏକ ପିରାମିଡ୍‌ର ବିଶେଷ ନାମକରଣ ଏହାର ଭୂମିକୁ ଆଧାର କରି ହୋଇଥାଏ ।

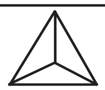
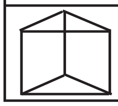
ବି.ଦ୍ର.: 1. ଯେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପିରାମିଡ୍‌ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାର୍ଶ୍ୱ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ,ତାହାକୁ ଟେଟ୍ରା ହେଡ୍ରନ୍ (Tetrahedron) କୁହାଯାଏ ।

2. ଯେଉଁ ବର୍ଗାକୃତି ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାର୍ଶ୍ୱ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର, ତାହାକୁ ସମଘନ (cube) କୁହାଯାଏ ।

5.9 ବହୁଫଳକର ଶୀର୍ଷ, ଧାର ଏବଂ ପାର୍ଶ୍ୱ (Vertices, Faces and Edges of a polyhedron):

ପ୍ରତ୍ୟେକ ବହୁଫଳକ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ବହୁଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ରକୁ ନେଇ ଗଠିତ ଯାହାକୁ ବହୁଫଳକର **ପାର୍ଶ୍ୱ (Face)** କୁହାଯାଏ । ପାର୍ଶ୍ୱଗୁଡ଼ିକର ଛେଦ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଯାହାକୁ ବହୁଫଳକର **ଧାର (Edge)** କୁହାଯାଏ ।ଦୁଇରୁ ଅଧିକ ଧାରର ଛେଦରେ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ସୃଷ୍ଟି ହୁଏ, ଯାହାକୁ ବହୁଫଳକର **ଶୀଷ (Vertex)** କୁହାଯାଏ ।

ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପିରାମିଡ୍ ଏବଂ ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଶୀର୍ଷ, ପାର୍ଶ୍ୱ ଏବଂ ଧାର ସଂଖ୍ୟା ସ୍ଥିର କରିବା ।

ବହୁଫଳକ	(ଶୀର୍ଷସଂଖ୍ୟା V)	(ପାର୍ଶ୍ୱସଂଖ୍ୟା F)	(ଧାରସଂଖ୍ୟା E)
 ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପିରାମିଡ୍	4	4	6
 ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରିଜିମ୍	6	5	9

ସାରଣୀ – 5.2

5.9.1 ଇଉଲରଙ୍କର ସୂତ୍ର (Euler's Formula):

ସ୍ୱିସ୍ ଗଣିତଜ୍ଞ **ଲିଓନାର୍ଡ଼ ଇଉଲର୍ (Leonard Euler, 1707-1783)** ଗୋଟିଏ ବହୁଫଳକର ଶୀର୍ଷ (V), ପାର୍ଶ୍ୱ (F), ଏବଂ ଧାର (E) ସଂଖ୍ୟାକୁ ନେଇ ପ୍ରଥମ କରି ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଏକ ଥିବା ସମ୍ବନ୍ଧକୁ ସୂତ୍ର ଆକାରରେ ପ୍ରଣୟନ କରିଥିଲେ । ସେ ସୂତ୍ରଟି ହେଲା, **V+F – E = 2**

ନିମ୍ନ ସାରଣୀକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ପୂର୍ବ ଅନୁଚ୍ଛେଦରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ବହୁଫଳକର ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକରୁ ବହୁଫଳକର ଶୀର୍ଷ, ପାର୍ଶ୍ୱ ଏବଂ ଧାର ସଂଖ୍ୟା ସ୍ଥିର କରାଯାଇ ସାରଣୀରେ ସନ୍ନିବେଶିତ କରାଯାଇଛି । ସାରଣୀରୁ ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ **V + F – E = 2** ସୂତ୍ରର ସତ୍ୟତା ନିରୂପଣ କରାଯାଇଛି ।

ବହୁଫଳକ	ଶୀର୍ଷ ସଂଖ୍ୟା (V)	ପାର୍ଶ୍ୱ ସଂଖ୍ୟା (F)	ଧାର ସଂଖ୍ୟା (E)	V+ F – E
ଟେଟ୍ରାହେଡ୍ରନ୍	4	4	6	2
ଆୟତଘନ	8	6	12	2
ପଞ୍ଚଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟପ୍ରିଜିମ୍	10	7	15	2
ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରିଜିମ୍	6	5	9	2
ଚତୁର୍ଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପିରାମିଡ୍	5	5	8	2

ସାରଣୀ – 5.3

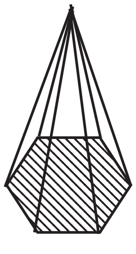
ଉପରିସ୍ଥ ସାରଣୀକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କଲେ ପାଇବା–

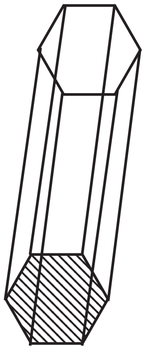
ମନେରଖ :

1. (i) ଗୋଟିଏ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଶୀର୍ଷସଂଖ୍ୟା, ଏହାର ଭୂମିର ବାହୁ ସଂଖ୍ୟାର ଦୁଇଗୁଣ ।
   (ii) ଗୋଟିଏ ପିରାମିଡ୍‌ର ଶୀର୍ଷସଂଖ୍ୟା, ଏହାର ଭୂମିର ବାହୁ ସଂଖ୍ୟାରୁ 1 ଅଧିକ ।
2. (i) ଗୋଟିଏ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପାର୍ଶ୍ୱସଂଖ୍ୟା, ଏହାର ଭୂମିର ବାହୁ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ 2 ଅଧିକ
   (ii) ଗୋଟିଏ ପିରାମିଡ୍‌ର ପାର୍ଶ୍ୱସଂଖ୍ୟା, ଏହାର ଭୂମିର ବାହୁସଂଖ୍ୟାରୁ 1 ଅଧିକ ।

ଉଦାହରଣ -1: ନିମ୍ନଲିଖିତ ବହୁଫଳକରେ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟା, ପାର୍ଶ୍ୱ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଧାର ସଂଖ୍ୟା ସ୍ଥିର କରି V + F – E = 2 ସୂତ୍ରର ସତ୍ୟତା ନିରୂପଣ କର ।

ସମାଧାନ :





(i) ଷଡ଼ଭୁଜାକାର ପିରାମିଡ୍ (ଚିତ୍ର 5.47) (ii) ଷଡ଼ଭୁଜାକାର ପ୍ରିଜିମ୍

ଚିତ୍ର(i)ରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ବହୁଫଳକର ଶୀର୍ଷସଂଖ୍ୟା (V) = 7, ପାର୍ଶ୍ୱସଂଖ୍ୟା (F) = 7 ଏବଂ
ଧାର ସଂଖ୍ୟା (E) = 12, $\therefore$ V + F - E = 7 + 7 – 12 = 2

ଚିତ୍ର (ii) ରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ବହୁଫଳକର ଶୀର୍ଷସଂଖ୍ୟା (V) = 12

ପାର୍ଶ୍ୱସଂଖ୍ୟା (F) = 8 ଏବଂ ଧାର ସଂଖ୍ୟା (E) = 18

$\therefore$ V+ F – E = 12 + 8 – 18 = 2

ବି.ଦ୍ର.: ଆବଶ୍ୟକ ବେଳେ ବହୁଫଳକର V, F ଏବଂ E ସ୍ଥିର କରିବା ସମୟ ସମୟରେ ବଡ଼ କଷ୍ଟକର ହୋଇଥାଏ । କାରଣ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବହୁଫଳକର ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରିବା କଷ୍ଟସାଧ; ଯେପରି 10 ବାହୁବିଶିଷ୍ଟ ବହୁଭୁଜବିଶିଷ୍ଟ ପିରାମିଡ୍, 12 ବାହୁ ବହୁଭୁଜବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରିଜିମ୍ ଇତ୍ୟାଦିର ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କଷ୍ଟସାଧ । ବିନା ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନରେ ଯେକୌଣସି ବହୁଫଳକର ଶୀର୍ଷ ସଂଖ୍ୟା (V), ପାର୍ଶ୍ୱ ସଂଖ୍ୟା (F) ଏବଂ ଧାର ସଂଖ୍ୟା (E) ସ୍ଥିର କରିହେବ । ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣକୁ ଦେଖ ।

ଉଦାହରଣ -2: ଗୋଟିଏ ଅଷ୍ଟଭୁଜାକାର ବହୁଭୁଜବିଶିଷ୍ଟ ପିରାମିଡ୍‌ର ଶୀର୍ଷ ସଂଖ୍ୟା, ପାର୍ଶ୍ୱ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଧାର ସଂଖ୍ୟା ସ୍ଥିର କର ।

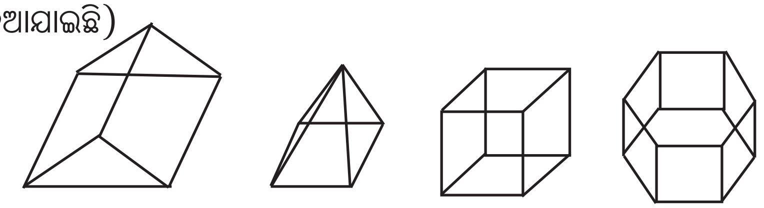
ସମାଧାନ : ଦତ୍ତ ବହୁଫଳକର ଶୀର୍ଷ ସଂଖ୍ୟା (V) = ବହୁଭୁଜର ବାହୁସଂଖ୍ୟା + 1 = 8 + 1 = 9

ପାର୍ଶ୍ୱସଂଖ୍ୟା (F) = ବହୁଭୁଜର ବାହୁସଂଖ୍ୟା + 1 = 8 + 1 = 9

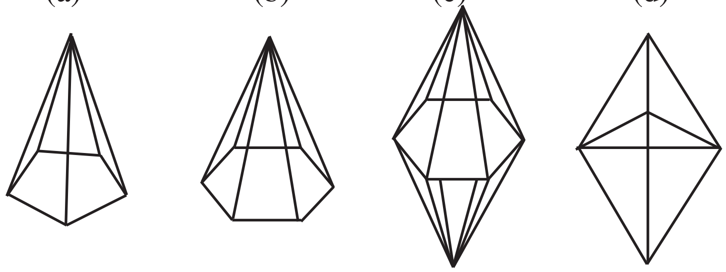
ଧାର ସଂଖ୍ୟା ସ୍ଥିର କରିବା ପାଇଁ V + F – E = 2 ର ସାହାଯ୍ୟ ନେବା ।

$\therefore 9 + 9 - E = 2 \Rightarrow E = 18 - 2 = 16$ $\therefore$ ବହୁଭୁଜର ଧାର ସଂଖ୍ୟା (E) = 16

(ନିଜେ କର) ନିମ୍ନଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକୁ ଅନୁଧାନ କରି ସାରଣୀର ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ଗୁଡ଼ିକୁ ପୂରଣ କର । (ନିମ୍ନରେ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ବହୁଫଳକର ଚିତ୍ର ଦିଆଯାଇଛି)



(a) (b) (c) (d)



(e) (f) (g) (h)

ବହୁଫଳକ	E	V	F	V + F – E
(a)				
(b)				
(c)				
(d)				
(e)				
(f)				

ସାରଣୀ - 5.4

ଅନୁଶୀଳନୀ - 5 (i)

1. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

(a) ଗୋଟିଏ ଷଡ଼ଭୁଜାକାର ପିରାମିଡ୍‌ର ପାର୍ଶ୍ୱ ସଂଖ୍ୟା .... ।

(b) ଟେଟ୍ରାହେଡ୍ରନ୍‌ର ଶୀର୍ଷ ସଂଖ୍ୟା ..... ।

(c) ଆଠଗୋଟି ଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ପିରାମିଡ୍‌ର ପାର୍ଶ୍ୱ ସଂଖ୍ୟା .... ।

(d) ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜାକାର ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଶୀର୍ଷ ସଂଖ୍ୟା .... ।

(e) ଏକ ପଞ୍ଚଭୁଜାକାର ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଧାର ସଂଖ୍ୟା .... ।

(f) 'n' ବାହୁବିଶିଷ୍ଟ ବହୁଭୁଜାକୃତି ପିରାମିଡ୍‌ର ପାର୍ଶ୍ୱ ସଂଖ୍ୟା .... ।

(g) 'n' ବାହୁବିଶିଷ୍ଟ ବହୁଭୁଜାକୃତି ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଶୀର୍ଷ ସଂଖ୍ୟା....... ।

(h) ଏକ ବହୁଫଳକର ଧାର ସଂଖ୍ୟା 12, ପାର୍ଶ୍ୱ ସଂଖ୍ୟା 6 ହେଲେ, ଶୀର୍ଷ ସଂଖ୍ୟା........ ।

(i) ଏକ ବହୁଫଳକର ଧାର ସଂଖ୍ୟା 30 ଏବଂ ଶୀର୍ଷ ସଂଖ୍ୟା 20 ହେଲେ, ପାର୍ଶ୍ୱସଂଖ୍ୟା ....।

(j) ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜାକାର ପିରାମିଡ୍‌ର ଶୀର୍ଷସଂଖ୍ୟା ...., ପାର୍ଶ୍ୱ ସଂଖ୍ୟା ...., ଧାର ସଂଖ୍ୟା .... ।

2. ଗୋଟିଏ ବହୁଫଳକର ଶୀର୍ଷ ସଂଖ୍ୟା ଓ ପାର୍ଶ୍ୱ ସଂଖ୍ୟା ଯଥାକ୍ରମେ 7 ଓ 10 ହେଲେ, ଉକ୍ତ ବହୁଫଳକର ଧାର ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

3. ଗୋଟିଏ ବହୁଫଳକର ପାର୍ଶ୍ୱ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଧାର ସଂଖ୍ୟା ଯଥାକ୍ରମେ 6 ଓ 12 ହେଲେ ଶୀର୍ଷ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

4. ଗୋଟିଏ ବର୍ଗାକୃତି ପ୍ରିଜିମ୍ ଏବଂ ସମଘନ ମଧ୍ୟରେ କେଉଁ ପାର୍ଥକ୍ୟ ପରିଲକ୍ଷିତ ହୁଏ, ଚିତ୍ର ଦ୍ୱାରା ଦର୍ଶାଅ ।

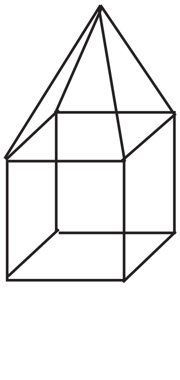
5. ବହୁଫଳକ ଯେକୌଣସି ଏକ ଉଦାହରଣ ନେଇ ଦର୍ଶାଅ ଯେ, ଶୀର୍ଷ ସଂଖ୍ୟା ଓ ପାର୍ଶ୍ୱ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି, ଧାର ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ 2 ଅଧିକ ।

6. ଇଉଲର୍ (Euler) ଙ୍କ ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗରେ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଥିବା ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନଗୁଡ଼ିକୁ ପୂରଣ କର ।

ପାର୍ଶ୍ୱ ସଂଖ୍ୟା		5	20
ଶୀର୍ଷ ସଂଖ୍ୟା	6		12
ଧାର ସଂଖ୍ୟା	12	9	

ସାରଣୀ - 5.5

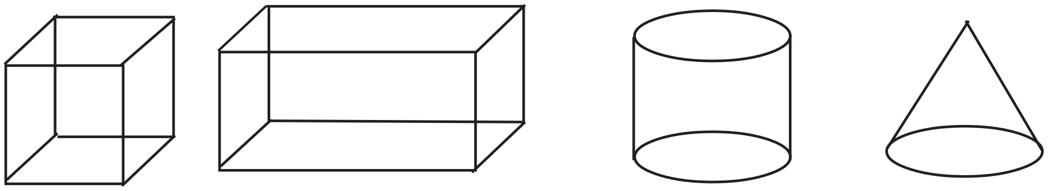
7. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରୁ ଶୀର୍ଷ, ଧାର ଏବଂ ପାର୍ଶ୍ୱ ସଂଖ୍ୟା ସ୍ଥିର କରି ଇଉଲର୍ (Euler) ଙ୍କ ସୂତ୍ରର ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷଣ କର ।



(ଚିତ୍ର 5.48)

5.10 ଘନବସ୍ତୁ (ବହୁଫଳକ)ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (Surface Area of a Polyhedron) :

ପୂର୍ବ ଅନୁଚ୍ଛେଦରେ ଆମେ ବହୁଫଳକର ଧାରଣା ପାଇଛେ । ସମତଳ ପାର୍ଶ୍ୱବିଶିଷ୍ଟ ଏହି ବହୁଫଳକର ଆକୃତି ସହ ମଧ୍ୟ ପରିଚିତ ହୋଇସାରିଛେ । ସମଘନ, ଆୟତଘନ ପ୍ରଭୃତି ବହୁଫଳକର ପାର୍ଶ୍ୱ, ସାମତଳିକ ପୃଷ୍ଠ ହୋଇଥିବା ବେଳେ ସିଲିଣ୍ଡର, କୋନ୍ ପ୍ରଭୃତି ଘନପଦାର୍ଥ (ଅଣବହୁଫଳକ)ଗୁଡ଼ିକର ପାର୍ଶ୍ୱ ବକ୍ରତଳବିଶିଷ୍ଟ ।



(ଚିତ୍ର 5.49)

ଆୟତଘନ ଓ ସମଘନ ଭଳି ତ୍ରି-ମାତ୍ରିକ (Three-Dimensional ବା 3-D) ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକର ସୀମାବଦ୍ଧ ତଳ ବା ପାର୍ଶ୍ୱକୁ କ୍ଷେତ୍ର କୁହାଯାଏ ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାର୍ଶ୍ୱର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଥାଏ ।

ଯେହେତୁ ପାର୍ଶ୍ୱ, ଦ୍ୱି-ମାତ୍ରିକ (Two-Dimensional ବା 2-D) ତେଣୁ ପାର୍ଶ୍ୱର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ମାତ୍ରା (ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ) ଜାଣିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ଥାଏ ।

5.10.1 କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ମାପ :

(i) କ୍ଷେତ୍ରକୁ ମାପିବା ପାଇଁ ପ୍ରଥମ ପର୍ଯ୍ୟାୟଟି ହେଉଛି ମାପର ଏକକ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିବା । ଯେଉଁ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଏକ ଏକକ, ତାହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳକୁ ଏକ ବର୍ଗ ଏକକ ଭାବେ ଗ୍ରହଣ କରାଯାଏ । ଯଥା – 1 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ ବାହୁବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ଅଟେ । ସେହିପରି 1 ମି. ଦୀର୍ଘ ବାହୁବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1 ବ.ମି. ।

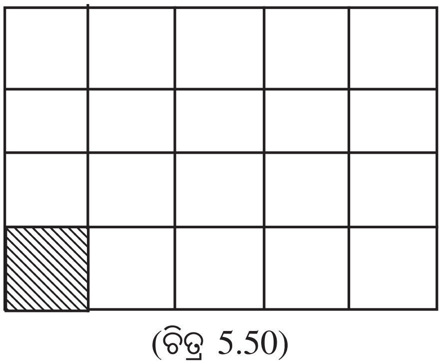
(ii) ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ମଧ୍ୟରେ 1 ଏକକ ବ୍ୟବଧାନରେ ଏହାର ବାହୁ ସହ ସମାନ୍ତର ରେଖାମାନ ଟାଣି ଏହାକୁ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ଏକକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରରେ ପରିଣତ କରାଯାଏ । ଏହି କ୍ଷୁଦ୍ର ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରକୁ ଗଣିବା ଦ୍ୱାରା ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ମିଳେ, ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥର ଗୁଣଫଳରୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ମିଳେ । ଯଥା – 5 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ 4 ସେ.ମି. ପ୍ରସ୍ଥବିଶିଷ୍ଟ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ମଧ୍ୟରେ 1 ସେ.ମି. ବ୍ୟବଧାନରେ ଏହାର ବାହୁ ସହ ସମାନ୍ତର କରି ସରଳରେଖା ଟାଣିବା ଦ୍ୱାରା ଦେଖାଯାଏ ଯେ, ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରଟି 20 ଗୋଟି 1 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ ବାହୁବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରରେ ବିଭକ୍ତ ହୋଇଛି । ଚିତ୍ରରୁ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ତ ସହ ସଂପୃକ୍ତ ସଂଖ୍ୟା 5 ଓ 4 ରୁ 20 ମିଳିଲା । ଏପରି ଅନୁଧ୍ୟାନରୁ ଆମେ ଜାଣି ପାରିବା ଯେ, ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ, ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥର ଗୁଣଫଳ ଅଟେ ।

ଅର୍ଥାତ୍ 20 ବର୍ଗସେ.ମି. = 5 ସେ.ମି. x 4 ସେ.ମି.

∴ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ

ଯଥାକ୍ରମେ l ଏକକ ଓ b ଏକକ ହେଲେ

ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = (ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ପ୍ରସ୍ଥ) ବ. ଏକକ



(ଚିତ୍ର 5.50)

$= l \times b$ ବ. ଏକକ ଓ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ a ଏକକ ହେଲେ

ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = (ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ)^2 ବ. ଏକକ = a^2 ବ. ଏକକ

ବି.ଦ୍ର.: ଉକ୍ତ ଅନୁଚ୍ଛେଦରେ କେବଳ ଆୟତାକାର ଓ ବର୍ଗାକାର ପ୍ରିଜିମ୍ ଅର୍ଥାତ୍ ଆୟତଘନ ଓ ସମଘନର ପୃଷ୍ଠତଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

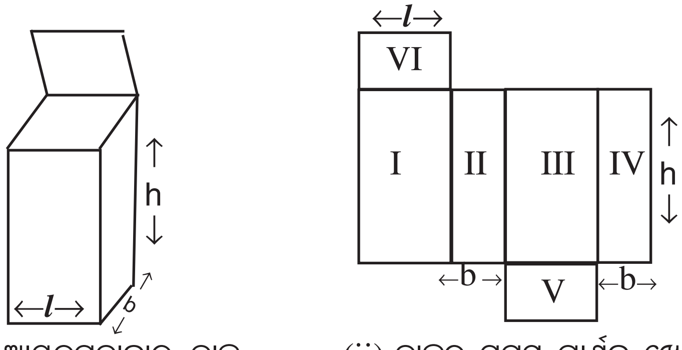
ପ୍ରକାଶ ଥାଉକି ସମଘନର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାର୍ଶ୍ୱ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ଏବଂ ଆୟତଘନର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାର୍ଶ୍ୱ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ର; କାରଣ ସମଘନ ଓ ଆୟତଘନ ଯଥାକ୍ରମେ ବର୍ଗାକୃତି ଏବଂ ଆୟତାକୃତି ପ୍ରିଜିମ୍ । ଏଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରତ୍ୟେକେ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ବହୁଫଳକ ।

5.10.2 ପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (Surface Area) :

ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନାକୃତି ଘରକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ଘର ଭିତକୁ ଯାଅ । ଯେଉଁଠାରେ ତୁମେ ଘରର ଛାତ, ଚଟାଣ ବ୍ୟତୀତ ଘରର ଚାରୋଟି କାନ୍ଥ ଦେଖିବ । ଘରର ଛାତ ଓ ଚଟାଣ ବ୍ୟତୀତ ଘରର ଚାରିପାର୍ଶ୍ୱ (କାନ୍ଥ)କୁ ଆମେ ଘରର ପାର୍ଶ୍ୱତଳ କହିବା ଏବଂ ଏ ସମସ୍ତର ମାପକୁ ପାର୍ଶ୍ୱତଳ ବା ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କହିବା ।

ସେହିପରି ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନାକୃତି ବାକ୍ସର ଢାଙ୍କୁଣୀ ଓ ବାକ୍ସର ତଳଭାଗକୁ ଛାଡ଼ି ଦେଲେ ବାକ୍ସର ଚାରୋଟି ପାର୍ଶ୍ୱ ତଳକୁ ଦେଖିବା । ଘରର ଚାରିକାନ୍ଥକୁ ଚୂନ ଦେବା, ବାକ୍ସର ଭିତର ପାଖକୁ ରଙ୍ଗ କରିବା ଇତ୍ୟାଦିର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼େ । ସେହି ସମୟରେ ଆମେ ପାର୍ଶ୍ୱଗୁଡ଼ିକର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଜାଣିବା ଦରକାର । କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଜାଣିବା ଦ୍ୱାରା ଚୂନ ବା ରଙ୍ଗ ପରିମାଣ ଏବଂ ସେଥିପାଇଁ ଆନୁଷଙ୍ଗିକ ଖର୍ଚ୍ଚର ପରିମାଣ କଳନା କରିବା ସହଜ ହୋଇଥାଏ ।

ଆସ ଆୟତଘନାକୃତି ବାକ୍ସଟିର ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଏବଂ ଏହାର ସମସ୍ତ ପୃଷ୍ଠଗୁଡ଼ିକର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କିପରି ସ୍ଥିର କରିବା ତାକୁ ବୁଝିବା ।



h = ବାକ୍ସର ଉଚ୍ଚତା

l = ବାକ୍ସର ଦୈର୍ଘ୍ୟ

b = ବାକ୍ସର ପ୍ରସ୍ଥ

(i) ଆୟତଘନାକାର ବାକ୍ସ

(ii) ବାକ୍ସର ସମସ୍ତ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ଖୋଲି ରଖାଯାଇଛି । ଯାହାକୁ ବାକ୍ସର ଏକ ଛାଞ୍ଚ ବା ନକ୍ସା (Net) କୁହାଯାଏ ।

(ଚିତ୍ର 5.51)

ବାକ୍ସର ସମୁଦାୟ ଛଅଗୋଟି ପାର୍ଶ୍ୱ ମଧ୍ୟରୁ ଦୁଇଟି ପାର୍ଶ୍ୱ (I) ଓ (III) ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମାନ, ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ପାର୍ଶ୍ୱ (II) ଓ (IV) ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମାନ ଏବଂ ଭୂମି ଓ ଢାଙ୍କୁଣୀ (V) ଓ (VI)ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମାନ ।

ଏହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାର୍ଶ୍ୱ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଆୟତଚିତ୍ର ହେତୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାର୍ଶ୍ୱର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କରିହେବ ।

ଆୟତଘନାକାର ସମସ୍ତ ପାର୍ଶ୍ୱର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଅର୍ଥାତ୍ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (Whole surface area)

= (I) ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + (II) ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + (III) ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + (IV) ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + (V) ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + (VI)ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= l \times h + b \times h + l \times h + b \times h + l \times b + l \times b$

$= 2(l \times h + b \times h + l \times b)$ .... (i)

ଏବଂ ଆୟତଘନର ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (Lateral surface area)

= I ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + II ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + III ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + (IV)ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= l \times h + b \times h + l \times h + b \times h$

$= 2l \times h + 2b \times h = 2h\,(l + b)$ ... (ii)

ସୂତ୍ର : ଆୟତଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 2(ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ଉଚ୍ଚତା + ପ୍ରସ୍ଥ x ଉଚ୍ଚତା + ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ପ୍ରସ୍ଥ)

ଏବଂ ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 2 x ଉଚ୍ଚତା (ଦୈର୍ଘ୍ୟ + ପ୍ରସ୍ଥ)

ଉଦାହରଣ -3 : କାଠ ବାକ୍ସଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ 20 ସେ.ମି., 15 ସେ.ମି. ଏବଂ 10 ସେ.ମି. ହେଲେ, କାଠ ବାକ୍ସର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ l = 20 ସେ.ମି., b = 15 ସେ.ମି. ଏବଂ h = 10 ସେ.ମି.

ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= 2\,(lh + bh + lb)$

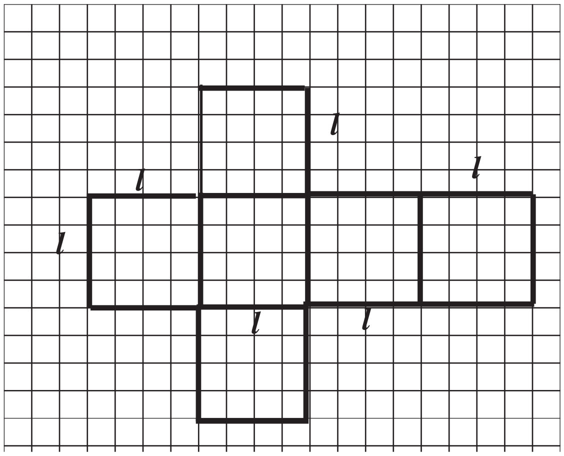
= 2(20 x10 + 15 x 10 + 20 x 15) ବ.ସେ.ମି.

= 2 (200 + 150 + 300) ବ.ସେ.ମି.

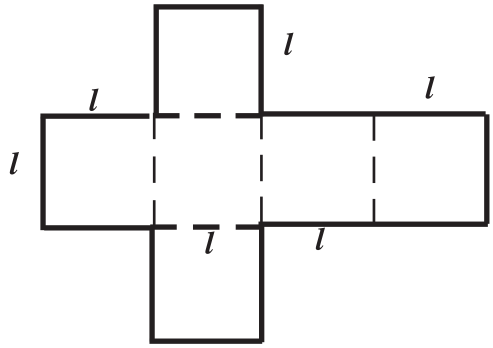
= 2 x 650 = 1300 ବ.ସେ.ମି.

ତୁମ ପାଇଁ କାମ

1. ଗୋଟିଏ ବର୍ଗକାଗଜ ବା ଗ୍ରାଫ୍ କାଗଜ ଆଣ । ଦେଖାଯାଉଥିବା ଭଳି ବର୍ଗକାଗଜରେ ଚିତ୍ର କର ଏବଂ କାଗଜରୁ ଏହାକୁ କାଟି ବାହାର କରି ଆଣ ।



(ଚିତ୍ର 5.52)

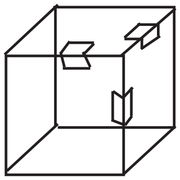


(ଚିତ୍ର 5.53)

2. ଡଟ୍ ଚିହ୍ନିତ ରେଖାଖଣ୍ଡଠାରେ କାଗଜଟିକୁ ଭାଙ୍ଗି ଗୋଟିଏ ବହୁଫଳକ ସୃଷ୍ଟି କର । ଅଠାକାଗଜ ଦ୍ୱାରା ଧାରଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଡ଼ି ରଖ । (ଚିତ୍ର 5.54 ଦେଖ)

3. କାଗଜଟିକୁ ଭାଙ୍ଗି ଅଠାକାଗଜରେ ଯୋଡ଼ିବା ଦ୍ୱାରା ଏହା କେଉଁ ଏକ ଘନପଦାର୍ଥରେ ପରିଣତ ହେଲା ?

(ଏକ ଫମ୍ପା ସମଘନାକୃତି ଘନପଦାର୍ଥରେ ପରିଣତ ହେଲା ।)



(ଚିତ୍ର 5.54)

4. ଦତ୍ତ ଛାଞ୍ଚ ବା ନକ୍ସା (Net) ରୁ ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା ଘନ ପଦାର୍ଥର ପାର୍ଶ୍ୱ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାର୍ଶ୍ୱର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

5. ସମଘନର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ l ଏକକ ହେଲେ, ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଏବଂ ସମଗ୍ରପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

ବର୍ତ୍ତମାନ କହିପାରିବା କି ଏହାର ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $4l^2$ ଏବଂ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ= $6l^2$?

ଉଦାହରଣ -4 : ଗୋଟିଏ ସମଘନର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 10 ସେ.ମି. ହେଲେ, ଉକ୍ତ ସମଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଏବଂ ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

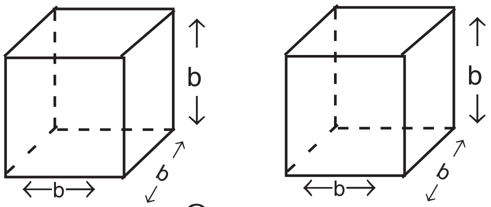
ସମାଧାନ : ସମଘନର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = l = 10 ସେ.ମି.

$\therefore$ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $6l^2$ = $6 \times (10)^2 = 600$ ବ.ସେ.ମି.

ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $4l^2$ = $4(10)^2 = 400$ ବ.ସେ.ମି.

ନିଜେ କର

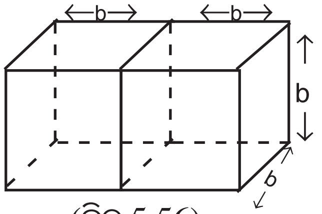
(1) ଦୁଇଟି ସମଘନ ନିଅ ଯାହାର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ b ଏକକ



(ଚିତ୍ର 5.55)

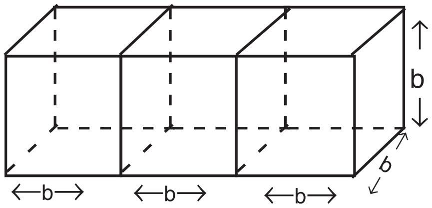
(2) ଦୁଇଟିଯାକ ସମଘନକୁ ଯୋଡ଼ି ଅନ୍ୟ ଏକ ଘନବସ୍ତୁ ସୃଷ୍ଟି କର ।

(3) ବର୍ତ୍ତମାନ ନୂତନ ଘନପଦାର୍ଥର ପୃଷ୍ଠମାନଙ୍କର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ସମଷ୍ଟି ସ୍ଥିର କର ।



(ଚିତ୍ର 5.56)

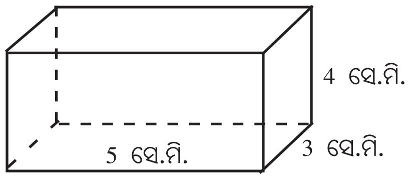
(4) ଏକାପରି ତିନୋଟି ସମଘନକୁ ଯୋଡ଼ି ଯେଉଁ ଘନପଦାର୍ଥ ସୃଷ୍ଟି ହେବ ତାହାର ମଧ୍ୟ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କର ।



(ଚିତ୍ର 5.57)

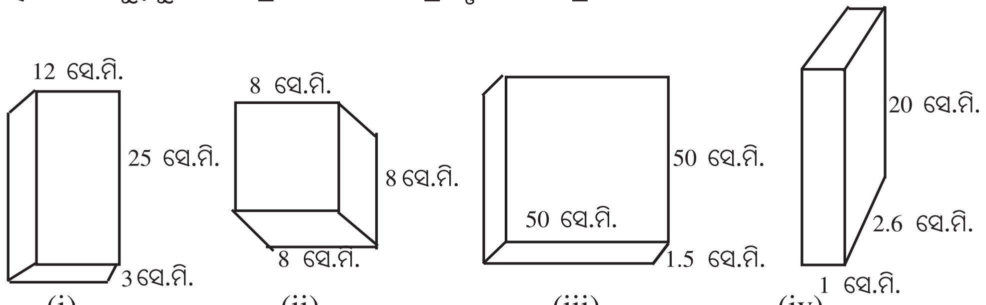
ଅନୁଶୀଳନୀ - 5 (j)

1. ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର ଚିତ୍ର ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହୋଇଛି ।
ଏହାର ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ନକ୍ସା (Net) ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ।



(ଚିତ୍ର 5.58)

2. ପ୍ରଦର୍ଶିତ ଆୟତଘନ ଏବଂ ସମଘନର ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖ ।
ଦତ୍ତ ଥିବା ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ ପ୍ରତ୍ୟେକର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କର ।



(ଚିତ୍ର 5.59)

3. ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ 15 ସେ.ମି., 12 ସେ.ମି. ଓ 10 ସେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

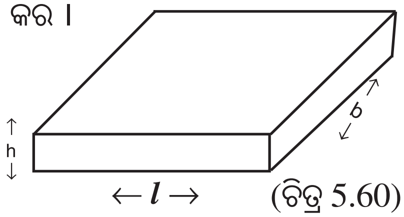
4. ଗୋଟିଏ ସମଘନାକୃତି ବାକ୍ସର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 2.5 ସେ.ମି. ହେଲେ, ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

5. ତିନୋଟି ସମଘନକୁ ଯୋଡ଼ି ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନରେ ପରିଣତ କରାଗଲା । ସମଘନର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 30 ସେ.ମି. ହେଲେ, ଆୟତଘନର ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠଗୁଡ଼ିକର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ସମଷ୍ଟି ସ୍ଥିର କର ।

6. କାର୍ଡ଼ବୋର୍ଡ଼ ଦ୍ୱାରା ଗୋଟିଏ ଉପର ଖୋଲା ସମଘନାକୃତି ବାକ୍ସ ତିଆରି କରାଗଲା । ବାକ୍ସର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 18 ସେ.ମି. ହେଲେ, ବାକ୍ସର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ହେବ ସ୍ଥିର କର ।

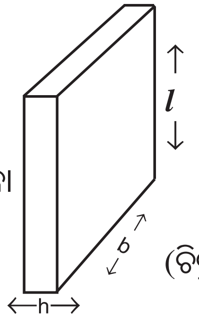
7. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଆୟତଘନର ଚିତ୍ରକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରି କୁହ –

(i) ଆୟତଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ
= ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ +2 x ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ
ହେବା ସମ୍ଭବ କି ?



(ଚିତ୍ର 5.60)

(ii) ଦତ୍ତ ଆୟତଘନାକାରକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ବସ୍ତୁର (ଚିତ୍ର 5.60 ରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ) ଯଦି ଆମେ ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ଉଚ୍ଚତା ଏବଂ ଉଚ୍ଚତାକୁ ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନେବା ତେବେ ଏହାର ସମଗ୍ର ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳରେ କିଛି ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେବ କି ?



(ଚିତ୍ର 5.61)

5.11 ଘନବସ୍ତୁ (ବହୁଫଳକ)ର ଘନଫଳ (Volume of a polyhedron) :

ପ୍ରତିଦିନ ତୁମେ ବହି, ଇଟା, ପଥରଖଣ୍ଡ, ପେଣ୍ଡୁ, ଲୁହାନଳୀ, ରୋଲ୍‌ବାଡ଼ି ଓ ବାକ୍ସ ଇତ୍ୟାଦି ପଦାର୍ଥ (ବସ୍ତୁ) ମାନଙ୍କ ସଂସ୍ପର୍ଶରେ ଆସୁଅଛ । ଯେଉଁ ପଦାର୍ଥକୁ ସମତଳ ଭୂମି ପୃଷ୍ଠରେ ରଖିଲେ ପଦାର୍ଥର କିଛି ଅଂଶ ଭୂମିକୁ ଲାଗି ରହେ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ଭାଗଟି ଶୂନ୍ୟ, ବାୟୁ ବା ଜଳ ମଧ୍ୟରେ ସ୍ଥାନ ଅଧିକାର କରି ରହେ ସେ ପଦାର୍ଥକୁ ଘନ ପଦାର୍ଥ କୁହାଯାଏ । ଏହା ତୁମେ ଜାଣିଛ । **ପ୍ରତ୍ୟେକ ଘନ ପଦାର୍ଥ ବାୟୁରେ, ଜଳରେ ବା ଶୂନ୍ୟରେ କିଛି ସ୍ଥାନ ଅଧିକାର କରିଥାଏ । ଏହି ଅଧିକୃତ ସ୍ଥାନର ପରିମାପକୁ ଘନପଦାର୍ଥର ଆୟତନ ବା ଘନଫଳ କୁହାଯାଏ ।**

ଆମେ ଜାଣିଛେ ଯେ, ଦୁଇଟି ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ସେମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାଧ୍ୟମରେ, ଦୁଇଟି ବର୍ଗଚିତ୍ର ବା ଆୟତଚିତ୍ରକୁ ସେମାନଙ୍କର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ମାଧ୍ୟମରେ ତୁଳନା କରାଯାଇଥାଏ । ସେହିପରି ଦୁଇଟି ଘନବସ୍ତୁ ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା କେବଳ ସେମାନେ ବାୟୁରେ, ଜଳରେ ବା ଶୂନ୍ୟରେ ଅଧିକାର କରିଥିବା ସ୍ଥାନ ଅର୍ଥାତ୍ ସେମାନଙ୍କର ଘନଫଳ ମାଧ୍ୟମରେ ହୋଇଥାଏ ।

ଘନଫଳ (Volume) : କୌଣସି ଘନବସ୍ତୁ ବାୟୁ, ଜଳ ଅଥବା ଶୂନ୍ୟରେ ଅଧିକାର କରିଥିବା ସ୍ଥାନର ପରିମାପକୁ ଉକ୍ତ ବସ୍ତୁର ଘନଫଳ ବା ଆୟତନ କୁହାଯାଏ (Amount of space occupied by the solid is called volume) ।

5.11.1 ଘନଫଳର ଏକକ (Units of volume) :

ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ, ଗୋଟିଏ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ମାପ ସୂଚିତ କରିବା ପାଇଁ ଯେପରି 'ବର୍ଗ ଏକକ' ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ, ସେହିପରି ଏକ ଘନବସ୍ତୁର ଆୟତନ (ଘନଫଳ)ର ମାପକୁ ସୂଚିତ କରିବା ପାଇଁ 'ଘନ ଏକକ' ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।

ଗୋଟିଏ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ଯେପରି ଆମକୁ ଉକ୍ତ କ୍ଷେତ୍ରକୁ 1 ଏକକ ବାହୁବିଶିଷ୍ଟ କେତେକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରରେ ବିଭକ୍ତ କରିଥାଉ; ଠିକ୍ ସେହିଭଳି କୌଣସି ଘନ ପଦାର୍ଥର ଘନଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ତାହାକୁ ଆମେ 1 ଏକକ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ସମଘନରେ ବିଭକ୍ତ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

1 ଘନ ସେ.ମି. କହିଲେ ଆମେ ବୁଝିବା ଯେ, 1 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ ବାହୁବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସମଘନ ଦ୍ୱାରା ଅଧିକୃତ ସ୍ଥାନ । ସେହିପରି 1 ଘନ.ମି. କହିଲେ, 1 ମି. ଦୀର୍ଘ ବାହୁବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସମଘନ ଦ୍ୱାରା ଅଧିକୃତ ସ୍ଥାନ ।

ଘନଫଳର ଏକକ :

1000 ଘନ ମିଲିମିଟର = 1 ଘନ ସେ.ମି.
1000 ଘନ ସେ.ମି. = 1 ଘନ ଡେସି.ମି.
1000 ଘନ ଡେସି.ମି. = 1 ଘନ ମି.
1000 ଘନ ମି. = 1 ଘନ ଡେକା.ମି.
1000 ଘନ ଡେକା.ମି. = 1 ଘନ ହେକ୍ଟୋ.ମି.
1000 ଘନ ହେକ୍ଟୋ.ମି. = 1 ଘନ କି.ମି.

ବି.ଦ୍ର. : ଆମେ ଏଠାରେ କେବଳ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ବା ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଭୂମିବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରିଜିମ୍ ଅର୍ଥାତ୍ ସମଘନ ଓ ଆୟତଘନର ଘନଫଳ ସ୍ଥିର କରିବାର ସୂତ୍ରଗୁଡ଼ିକୁ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

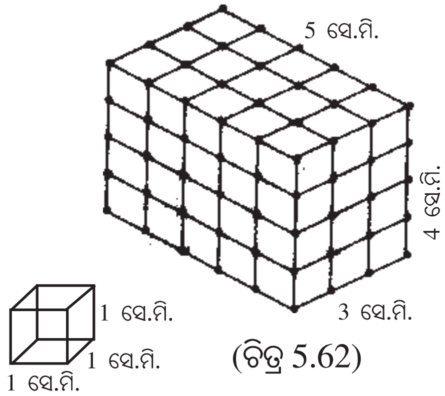
5.11.2 ଆୟତଘନ ଓ ସମଘନର ଘନଫଳ (Volume of a Cuboid and a Cube) :

1. ଆୟତଘନର ଘନଫଳ :

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖ ।

ଏହା ଏକ ଆୟତଘନର ଚିତ୍ର, ଯାହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ 5 ସେ.ମି., 3 ସେ.ମି. ଓ 4 ସେ.ମି. ।

ଉକ୍ତ ଆୟତଘନକୁ 1 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ସମଘନରେ ପରିଣତ କରାଯାଇଛି ।



(ଚିତ୍ର 5.62)

ଆୟତଘନଟି ସମୁଦାୟ 60ଟି 1 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବାହୁବିଶିଷ୍ଟ ସମଘନରେ ପରିଣତ ହୋଇଛି ।

ଆମେ ଜାଣିଛେ 1 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ ବାହୁବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସମଘନର ଘନଫଳ 1 ଘନ ସେ.ମି.

∴ ଦତ୍ତ ଆୟତଘନର ଘନଫଳ = 60 ଘ. ସେ.ମି.

= 5 ସେ.ମି. x 4 ସେ.ମି. x 3 ସେ.ମି.

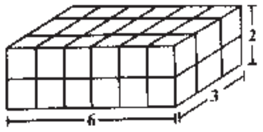
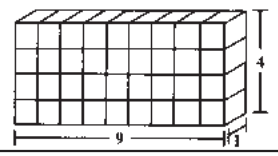
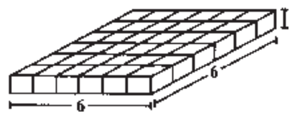
ଏଥିରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ହେଲା ଯେ,

ଆୟତଘନର ଘନଫଳ = ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ପ୍ରସ୍ଥ x ଉଚ୍ଚତା

ଅଥବା, ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ x ଉଚ୍ଚତା

ତୁମ ପାଇଁ କାମ ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ 36 ଟି ସମଘନ ନିଅ । ବିଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ଏହି ସମାନ ଘନଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ସମଘନଗୁଡ଼ିକୁ ସଜାଇ ରଖ । ଭିନ୍ନ ଉପାୟଗୁଡ଼ିକୁ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

	ଆୟତଘନ	ଦୈର୍ଘ୍ୟ	ପ୍ରସ୍ଥ	ଉଚ୍ଚତା	l x b x h
(i)		12	3	1	12x3x1=36 ଘନଏକକ
(ii)					
(iii)					
(iv)					

ସାରଣୀ - 5.6

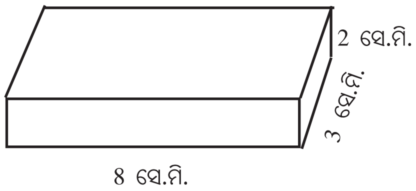
ଏଥିରୁ କ'ଣ ବୁଝିଲ ?

ଯେହେତୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଆୟତଘନ 36 ଟି ସମଘନକୁ ନେଇ ତିଆରି ହୋଇଛି, ତେଣୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଆୟତଘନର ଘନଫଳ 36 ଘନ ଏକକ । ଏଥିରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ହେଲା ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ

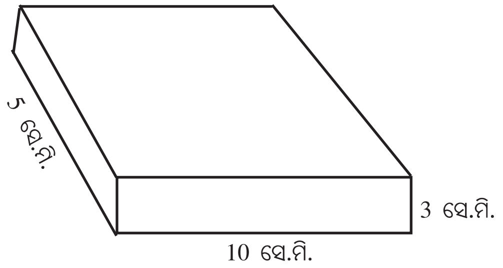
ଆୟତଘନର ଘନଫଳ = ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ପ୍ରସ୍ଥ x ଉଚ୍ଚତା ଏବଂ

ଆୟତଘନର ଘନଫଳ = ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ x ଉଚ୍ଚତା

ନିଜେ କର ଚିତ୍ରରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଆୟତଘନଗୁଡ଼ିକର ଘନଫଳ ସ୍ଥିର କର ।



(i)



(ii)

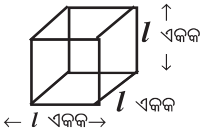
(ଚିତ୍ର 5.63)

2. ସମଘନର ଘନଫଳ :

ସମଘନ ହେଉଛି ଏକ ଆୟତଘନ, ଯାହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା ସମାନ ଅଥବା ଯେଉଁ ଆୟତଘନର ସମସ୍ତ ପାର୍ଶ୍ୱ ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ବର୍ଗଚିତ୍ର ତାହା ସମଘନ ଅଟେ ।

ଆମେ ଜାଣିଛେ ଆୟତଘନର ଘନଫଳ = ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ପ୍ରସ୍ଥ x ଉଚ୍ଚତା

∴ ସମଘନର ଘନଫଳ = l ଏକକ x l ଏକକ x l ଏକକ = l^3 ଘନ ଏକକ



(ଚିତ୍ର 5.64)

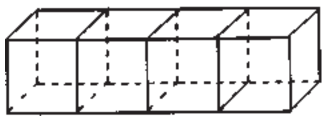
ନିଜେ କର ନିମ୍ନ ସମଘନଗୁଡ଼ିକର ଘନଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

(a) ସମଘନର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ସେ.ମି.

(b) ସମଘନର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 1.5 ମି.

ତୁମ ପାଇଁ କାମ

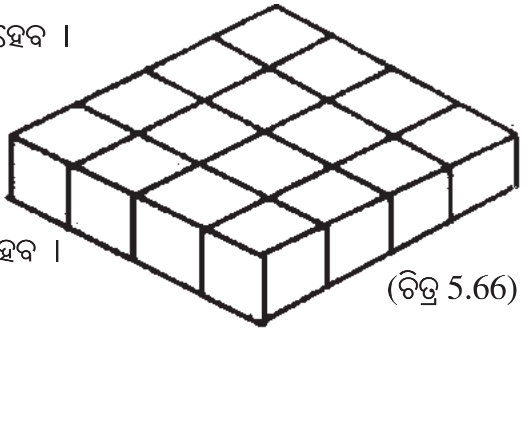
1. 64 ଗୋଟି ସମଘନଫଳ (1 ଘନ ସେ.ମି.) ବିଶିଷ୍ଟ ସମଘନ ନିଅ ।



(ଚିତ୍ର 5.65)

2. 4 ଗୋଟି ସମଘନକୁ ଯୋଡ଼ି ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନ ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ।
   ଯାହାର ମାପ 4 ସେ.ମି. x 1 ସେ.ମି. x 1 ସେ.ମି. ହେବ ।

3. ଏଭଳି ଚାରିଗୋଟି ଆୟତଘନକୁ ପାଖାପାଖି ରଖି ଗୋଟିଏ ନୂତନ ଆୟତଘନ ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ।
   ଯାହାର ମାପ 4 ସେ.ମି. x 4 ସେ.ମି. x 1 ସେ.ମି. ହେବ ।

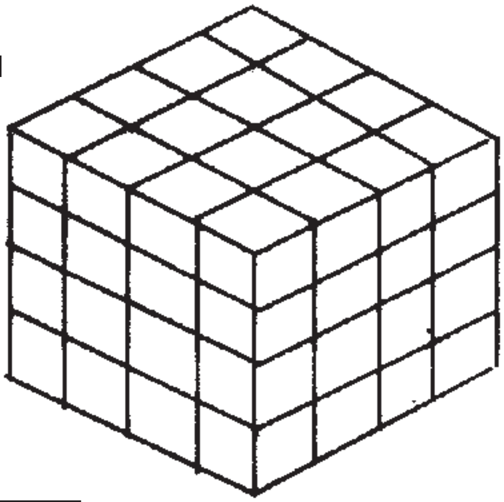


(ଚିତ୍ର 5.66)

4. ସୋପାନ -3 ଦ୍ୱାରା ପ୍ରସ୍ତୁତ ଏପରି ଚାରିଗୋଟି ଆୟତଘନକୁ ଉପରକୁ ଉପର ରଖି ପୁନଶ୍ଚ ଏକ ନୂତନ ଆୟତଘନ ତିଆରି କର,

ଯାହାର ମାପ 4 ସେ.ମି. x 4 ସେ.ମି. x 4 ସେ.ମି. ହେବ ।
ଏହି ଆୟତଘନ 64 ଗୋଟି ସମଘନକୁ ନେଇ ତିଆରି ହୋଇଥିବାରୁ ଏହାର ଘନଫଳ 64 ଘ.ସେ.ମି.
ଅର୍ଥାତ୍ ଆୟତଘନର ଘନଫଳ
= 4 ସେ.ମି. x 4 ସେ.ମି. x 4 ସେ.ମି.
= ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ପ୍ରସ୍ଥ x ଉଚ୍ଚତା
ଏଠାରେ ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = ପ୍ରସ୍ଥ = ଉଚ୍ଚତା ହୋଇଥିବାରୁ ଉକ୍ତ ଆୟତଘନଟି ଏକ ସମଘନ ।
ଏହାର ଘନଫଳ = $(4)^3$ ଘ.ସେ.ମି.

∴ **ସମଘନର ଘନଫଳ = (ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ)^3 ଘନ ଏକକ**



(ଚିତ୍ର 5.67)

ଉଦାହରଣ - 5 : ଗୋଟିଏ ପାଣିଟାଙ୍କିର ଭିତର ପାଖର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ 75 ସେ.ମି., 60 ସେ.ମି. ଓ 46 ସେ.ମି. । ତେବେ କୁଣ୍ଡଟିରେ କେତେ ଘନ ସେ.ମି. ଜଳ ରହିବ ଏବଂ ଏହାକୁ ଲିଟରରେ ପ୍ରକାଶ କର । (1000 ଘ. ସେ.ମି. = 1 ଲିଟର)

ସମାଧାନ : ପାଣିଟାଙ୍କିର ଭିତର ପାଖର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 75 ସେ.ମି., ପ୍ରସ୍ଥ = 60 ସେ.ମି. ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା = 46 ସେ.ମି.

∴ ଜଳର ଆୟତନ = ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ପ୍ରସ୍ଥ x ଉଚ୍ଚତା = (75 x 60 x 46) ଘ. ସେ.ମି.
= 207000 ଘ. ସେ.ମି. = 207000 ÷ 1000 = 207 ଲିଟର

ଉଦାହରଣ - 6 : 15 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ ବାହୁବିଶିଷ୍ଟ କେତେଗୋଟି ସମଘନାକୃତି ଧାତବ ପଦାର୍ଥ, 1.5 ମି. x 90 ସେ.ମି. x 75 ସେ.ମି. ମାପବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଆୟତଘନାକାର ବାକ୍ସରେ ସଜାଡ଼ି ରଖି ହେବ ?

ସମାଧାନ : ସମଘନର ଆୟତନ $(15)^3$ = 3375 ଘ ସେ ମି
ବାକ୍ସର ଆୟତନ = 1.5 ମି. x 90 ସେ.ମି. x 75 ସେ.ମି.
= 150 ସେ.ମି. x 90 ସେ.ମି. x 75 ସେ.ମି. = 1012500 ଘ. ସେ.ମି.

∴ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମଘନ ସଂଖ୍ୟା $= \frac{1012500}{3375} = 300$

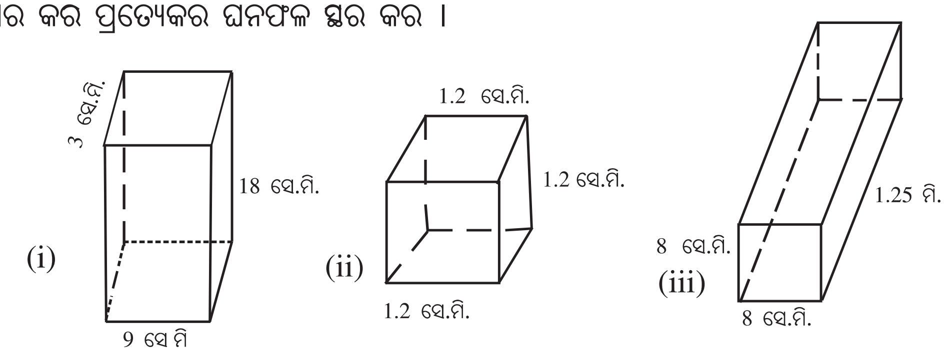
ଅଥବା, ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମଘନ ସଂଖ୍ୟା $= \frac{150 \times 90 \times 75}{15 \times 15 \times 15} = 300$

ଅନୁଶୀଳନୀ - 5 (k)

1. 75 ମି.ମି. ଦୀର୍ଘ ବାହୁବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସମଘନ କେତେ ଘ.ସେ.ମି. ସ୍ଥାନ ଅଧିକାର କରିବ ?

2. ଗୋଟିଏ ସ୍କୁଲ୍‌ର ଅଡ଼ିଟୋରିଅମ୍‌ର ମାପ 45 ମି. x 20 ମି.x 16 ମି. ଯଦି କୌଣସି ଛାତ୍ର 64 ଘ.ମି. ବାୟୁ ଆବଶ୍ୟକ କରୁଥା'ନ୍ତି ତେବେ ଅଡ଼ିଟୋରିଅମ୍‌ଟି ସର୍ବାଧିକ କେତେଜଣ ଛାତ୍ରଙ୍କ ପାଇଁ ଯଥେଷ୍ଟ ହେବ ?

3. ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ଆୟତଘନ ଓ ସମଘନଗୁଡ଼ିକର ମାତ୍ରାଗୁଡ଼ିକୁ ଦିଆଯାଇଛି । ଏହି ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କର ପ୍ରତ୍ୟେକର ଘନଫଳ ସ୍ଥିର କର ।



(ଚିତ୍ର 5.68)

4. ଯଦି 12 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ ବାହୁବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଧାତବ ସମଘନକୁ ତରଳାଇ 18 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଏବଂ 15 ସେ.ମି. ପ୍ରସ୍ଥ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଆୟତଘନ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଏ, ତେବେ ଆୟତଘନର ଉଚ୍ଚତା କେତେ ହେବ ?

5. ଗୋଟିଏ ସମଘନର ଘନଫଳ 8000 ଘ.ସେ.ମି. । ଏହାର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସ୍ଥିର କର ।

6. ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର ଉଚ୍ଚତା ସ୍ଥିର କର ଯେତେବେଳେ ଏହାର ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 180 ବ.ସେ.ମି. ଏବଂ ଆୟତନ 900 ଘ.ସେ.ମି. ହୋଇଥିବ ।

7. ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନ ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ବାକ୍ସର ଭିତରପାଖର ମାପ 60 ସେ.ମି.x 54 ସେ.ମି. x 30 ସେ.ମି. । 6 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ ବାହୁବିଶିଷ୍ଟ କେତୋଟି ସମଘନ ଉକ୍ତବାକ୍ସ ମଧ୍ୟରେ ରହିପାରିବ ?

ଉତ୍ତରମାଳା

ଅନୁଶୀଳନୀ - 1(a)

1. (i) ଅସଂଖ୍ୟ, (i) ଦୁଇଟି (iii) ଗୋଟିଏ (iv) ଗୋଟିଏ, **2.** (✓): (ii), (iii), (vi), (vii); (✗): (i) (iv) (v)
3. (a) 6ଟି (b) 4ଟି, **4.** A-C-B, **5.** ତିନି ଯୋଡ଼ା

ଅନୁଶୀଳନୀ - 1(b)

1. (a) ଗୋଟିଏ (b) ଶୀର୍ଷ (c) ସନ୍ନିହିତ (d) ∠APQ, ∠BPQ (e) ସନ୍ନିହିତ (e) ∠BOD, ∠AOD, **2.**(a) 180^0 (b) 60, (c) 60, (d) 3.1415, (e) $(90 - x)^0$, (f) $(180 - x)^0$, (g) $(180 - x)^0$, **3.** କୋଣ, କୋଣର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଏବଂ କୋଣର ବହିର୍ଦେଶ, **4.**(a) 45^0 (b) 55^0, (c) 90^0, (d) 130^0, **5.**(i) ∠F, (ii) ∠C, (iii) ∠B, (iv) ∠E, **6.**(i) 60^0, (ii) 29^0, (iii) 39^0, 78^0, 78^0, **9.**(i) 36, (ii) 42, **10.** 18

ଅନୁଶୀଳନୀ - 2

1. (c), (d), (e), (f), (k) - ଠିକ୍ ଉକ୍ତି; ଅବଶିଷ୍ଟ ଭୁଲ୍ ଉକ୍ତି । **2.**(a), (b), (c), (d), (e) ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉତ୍ତର 3
4. $m\angle A = 68^0$, $m\angle CBD = 127^0$, $m\angle C = 59^0$, $m\angle ACE = 121^0$ **5.** $m\angle C = 72^0$, ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ,
6. $m\angle C = 50^0$, $m\angle B = 60^0$, $m\angle A = 70^0$ **7.** (i) 90^0, (ii) 45^0,(iii) 60^0, (iv) 90^0,(v) AB = BC,
8. 75^0, 15^0, **9.** (a) B (b) 132^0 (c) 70^0 (d) 158^0 **10.** $m\angle 1 = 45^0$, $m\angle 2 = 45^0$, $m\angle 3 = 48^0$ **12.** 50^0,
14. 90^0, **15.** (i) 65^0, (ii) 50^0 , (iii) 70^0; **16.** 40^0, 60^0, 80^0, **17.** 58^0, 67^0, 55^0, **18.** 90^0, 60^0, 30^0
20. $m\angle A = 90^0$, $m\angle B = 60^0$, $m\angle C = 30^0$

ଅନୁଶୀଳନୀ - 3(a)

1. (✓): a, e, g, h, i (✗): b, c, d, f, j; **2.**(a) ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, (b) ଚତୁର୍ଭୁଜର (c) ରମ୍ବସ୍ (d) ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (e) ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍, (f) ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର, (g) ଉଚ୍ଚତା, (h) ଆୟତଚିତ୍ର, **3.** (✓): a, b, c, e (✗): d, f, g

ଅନୁଶୀଳନୀ - 3(b)

1. (a) ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର, (b) ରମ୍ବସ୍, (c) ବର୍ଗଚିତ୍ର, (d) ଆୟତଚିତ୍ର, (e) ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର, (f) 180^0, (g) 180^0,
2. (✓): a, b, d, g (✗): c, e, f **3.** a, c, d, e, f (T) ଅବଶିଷ୍ଟ ଭୁଲ୍ ଉକ୍ତି (F), **4.** $m\angle B = 110^0$, $m\angle C = 70^0$,

$m\angle D = 110^0$ **5.** 72^0, 108^0, 72^0, 108^0, **6.** 18^0, 54^0, 126^0, 162^0, **7.** ବର୍ଗଚିତ୍ର **9.** 110^0, **10.** $m\angle A = m\angle C = 110^0$, $m\angle B = m\angle D = 80^0$ **11.** $m\angle M = 70^0$, $m\angle MNB = 110^0$, **12.** 45^0, 135^0, 45^0, 135^0, **13.** $m\angle C = m\angle Q = m\angle T = m\angle A$, $m\angle A = m\angle T = m\angle C$, $m\angle A = m\angle C = 110^0$, $m\angle B = m\angle D = 70^0$, **14.** 2, 7 ଏକକ, **15.** $x = 12$, $y = 5$, $z = 13$

ଅନୁଶୀଳନୀ - 5(a)

1. (i) 5 ମି. (ii) 13 ସେ.ମି., (iii) 25 ସେ.ମି., (iv) 17 ମି., (v) 2.5 ସେ.ମି., (vi) 26 ସେ.ମି. । **2.** (i) 0.7 ସେ.ମି. (ii) 0.9 ମି., (iii) 7.5 ସେ.ମି., (iv) 75 ମି., (v) 115 ମି. **4.** (i) $\angle B$ (ii) $\angle A$ (iii) $\angle C$ (iv) $\angle B$ (v) $\angle B$ **5.** 130 ମି., **6.** 16 ମି., **7.** 6 ମି., **8.** 52 ଡେସି. ମି., **9.** 4 ମି., **10.** 68 ସେ.ମି.

ଅନୁଶୀଳନୀ - 5(b)

1. (i) 12 ସେ.ମି. (ii) 80 ସେ.ମି., (iii) 25 ସେ.ମି., (iv) 13 ସେ.ମି., **2.** (i) $8\sqrt{2}$ ସେ.ମି., (ii) $7\sqrt{2}$ ସେ.ମି., (iii) $20\sqrt{2}$ ସେ.ମି., (iv) $\frac{25}{\sqrt{2}}$ ସେ.ମି., **3.** (i) $7\sqrt{2}$ ସେ.ମି., (ii) $9\sqrt{2}$ ସେ.ମି., (iii)88 ସେ.ମି., (iv) $2\sqrt{2}$ ସେ.ମି. **4.** (i) 85 ମି. (ii) 50 ମି. **5.** (i) $4\sqrt{3}$ ସେ.ମି. **6.** 90 ଡେସି. ମି. **7.** 48 ସେ.ମି., **8.** 50 ସେ.ମି., 196 ସେ.ମି **9.** $4\sqrt{2}$ ମି., **10.** 20 ସେ.ମି. ଏବଂ $5\sqrt{2}$ ସେ.ମି.

ଅନୁଶୀଳନୀ - 5(c)

1. 120 ମି. **2.** 40 ମି., 20 ମି., **3.** 22440 ଟଙ୍କା, **4.** (i) 116 ବ.ମି., ଟ. 278.40ପ. **5.** 50, **6.** (i) 0, (ii) 4 ବ.ମି., **7.** 482 ବ.ମି. **8.** 236 ବ. ମି. ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 5(d)

1. 86.7 ବ.ଡେସି.ମି. **2.** 16560 ବ.ମି., **3.** (i) $98\sqrt{3}$ ବ.ସେ.ମି., (ii) $96\sqrt{3}$ ବ.ସେ.ମି., **4.** (i) $48\sqrt{3}$ ବ.ଡେସି.ମି., (ii) $1296\sqrt{3}$ ବ.ମି., **5.** (i) 588 ବ.ସେ.ମି. (ii) 660 ବ.ମି., (iii) $\frac{x}{2}\sqrt{y^2 - \frac{x^2}{4}}$ ବ.ସେ.ମି., **6.** $21\frac{3}{7}$ ସେ.ମି., **7.** 6:1, **8.** 72000 ବ.ଡେସି.ମି., **9.** 44 ମି., **10.** (i) 84 ବ.ସେ.ମି. (ii) 204 ବ.ସେ.ମି., (iii) 756 ବ.ମି., **11.** 84 ବ.ସେ.ମି., 8 ସେ.ମି., **12.** 64 ବ.ସେ.ମି., **13.** 726 ବ.ମି., **14.** 28 ସେ.ମି., **15.** $48\sqrt{2}$ ସେ.ମି.

ଅନୁଶୀଳନୀ - 5(e)

1. (i) 720 ବ.ସେ.ମି., (ii) 26520 ବ.ସେ.ମି., (iii) 48 ବ.ମି., **2.** 672 ବ.ମି., **3.** 12096 ବ.ସେ.ମି., **4.** $31\frac{5}{13}$ ସେ.ମି., **5.** 16 ସେ.ମି., **6.** 12 ବ.ମି., **7.** 27 ମି.

ଅନୁଶୀଳନୀ - 5(f)

1. (i) 160 ବ.ସେ.ମି., (ii) 154 ବ.ମି., (iii) 32 ବ.ମି., **2.** (i) 25 ସେ.ମି.,(ii) 25 ମି., (iii) 1.7 ସେ.ମି., (iv) 1.5 ମି., **3.** (i) 40 ମି., (ii) 116 ମି., **4.** 36 ମି. ଓ 108 ମି., **5.** 36 ସେ.ମି., **6.** $72\sqrt{3}$ ବ.ସେ.ମି., **7.** $2\sqrt{7}$ ମି. ଓ $6\sqrt{7}$ ବ.ମି. ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 5(g)

1. (i) 720 ବ.ମି., (ii) 432 ବ.ମି., (iii) 900 ବ.ଡେ.ମି., **2.** 27 ମି. ଓ 33 ମି., **3.** 80 ମି., **4.** 588 ବ.ସେ.ମି., **5.** 1092 ବ.ମି., **6.** 12 ମି., **7.** 147 ବ.ମି. ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 5(h)

1. 2535 ବ.ସେ.ମି., **2.** 215 ବ.ସେ.ମି., **3.** 900 ବ.ଡେ.ମି., **4.** 200 ବ.ମି. **5.** 1056 ବ.ସେ.ମି., **6.** 336 ବ.ମି., **7.** 2592 ବ.ସେ.ମି., **8.** 442 ବ.ସେ.ମି., **9.** $5\frac{\sqrt{2}}{2}$ ମି., 12.25 ବ.ମି., **10.** 15.92 ବ.ସେ.ମି. ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 5(i)

1. (a) 7, (b) 4, (c) 9, (d) 8, (e) 10, (f) n+1, (g) 2n, (h) 8, (i) 12, (j) 4, 4, 6; **2.** 15, **3.** 8, **6.** 8, 5, 30

ଅନୁଶୀଳନୀ - 5(j)

2. (i) 822 ବ.ସେ.ମି., (b) 384 ବ.ସେ.ମି., (iii) 5300 ବ.ସେ.ମି., (iv) 149.2 ବ.ସେ.ମି. **3.** 900 ବ.ସେ.ମି., 540 ବ.ସେ.ମି., **4.** 37.50 ବ.ସେ.ମି., 25 ବ.ସେ.ମି., **5.** 12600 ବ.ସେ.ମି., **6.** 1620 ବ.ସେ.ମି.

ଅନୁଶୀଳନୀ - 5(k)

1. (i) 486 ଘ.ସେ.ମି., (ii) 1.728 ଘ.ସେ.ମି., (iii) 8000 ଘ.ସେ.ମି., **2.** 421.88ଘ.ସେ.ମି., **3.** 225 ଜଣ, **4.** 6.4 ସେ.ମି., **5.** 20 ସେ.ମି., **6.** 5 ସେ.ମି., **7.** 450

*****