ଚତୁର୍ଭୁଜ (QUADRILATERAL)

ଅଧ୍ୟାୟ 3

3.1 ଚତୁର୍ଭୁଜର ପରିଚୟ :

ପୂର୍ବ ଅଧ୍ୟାୟରେ ଆମେ ଜାଣିଲେ ଯେ ଏକ ସରଳରେଖାରେ ନ ଥିବା ତିନୋଟି ପୃଥକ୍ ବିନ୍ଦୁ A, B ଓ C ଦତ୍ତ ଥିଲେ ଆମେ ସମୁଦାୟ ତିନୋଟି ରେଖାଖଣ୍ଡ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ଓ $\overline{CA}$ ଅଙ୍କନ କରିପାରିବା ଓ ଏହି ତିନିଗୋଟି ରେଖାଖଣ୍ଡ ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜ ଗଠନ କରନ୍ତି, ଯାହାକୁ ΔABC ବୋଲି ନାମିତ କରାଯାଏ ।

ନୈକରେଖୀ ବିନ୍ଦୁ ତିନୋଟି ଯେଭଳି ଭାବରେ ରହନ୍ତୁ ନା କାହିଁକି, ତ୍ରିଭୁଜ ଗଠନ ସବୁ ପରିସ୍ଥିତିରେ ସମ୍ଭବ ।

ଆମେ ଗୋଟିଏ ସମତଳରେ ଥିବା ଚାରିଗୋଟି ବିନ୍ଦୁ କଥା ବିଚାରକୁ ନେବା ।

ଗୋଟିଏ ସମତଳରେ ଚାରିଗୋଟି ପୃଥକ୍ ବିନ୍ଦୁ A, B, C ଓ D ଗୋଟିଏ ସମତଳରେ ମୁଖ୍ୟତଃ ତିନି ପ୍ରକାର ଅବସ୍ଥାରେ ରହିପାରନ୍ତି, ଯଥା –

(i) ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ଏକରେଖୀ, (ii) ଯେକୌଣସି ତିନୋଟି ବିନ୍ଦୁ ଏକରେଖୀ, (iii) ଯେକୌଣସି ତିନିଗୋଟି ବିନ୍ଦୁ ଏକରେଖୀ ନୁହନ୍ତି ।

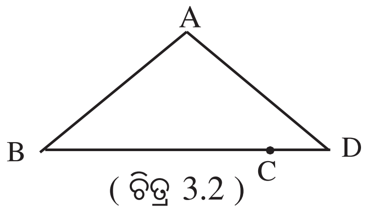
(i) **ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ଏକରେଖୀ :**

(ଚିତ୍ର 3.1)

ଏହି ଅବସ୍ଥାରେ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ଓ $\overline{DA}$ ର ସଂଯୋଗ ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଯାହାକୁ $\overline{AD}$ ବା $\overline{DA}$ କୁହାଯାଏ । ($\overline{AB} \cup \overline{BC} \cup \overline{CD} \cup \overline{DA} = \overline{AD}$)

(ii) **ତିନୋଟି ବିନ୍ଦୁ ଏକରେଖୀ :**

ମନେକର B, C ଓ D ଏକରେଖୀ ଓ C ବିନ୍ଦୁଟି B ଓ D ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ।

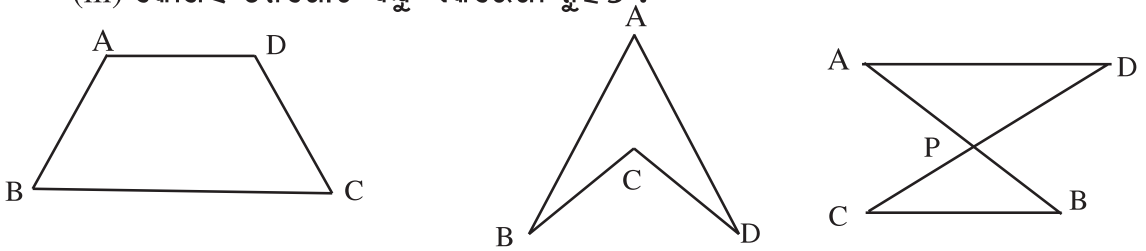


(ଚିତ୍ର 3.2)

$(\overline{AB} \cup \overline{BC} \cup \overline{CD} \cup \overline{DA} = \Delta\, ABD)$

ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ଓ $\overline{DA}$ ର ସଂଯୋଗରେ ଆମେ Δ ABD ପାଉ ।

(iii) **କୌଣସି ତିନିଗୋଟି ବିନ୍ଦୁ ଏକରେଖୀ ନୁହନ୍ତି :**



(a) (b) (c)

(ଚିତ୍ର 3.3)

ଏଠାରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକରେ A, B, C, D ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସି ତିନୋଟି ବିନ୍ଦୁ ଏକ ସରଳରେଖାରେ ନାହାନ୍ତି । 3.3 (a) ଓ (b) ଚିତ୍ରରେ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ଓ $\overline{DA}$ – ଏହି ରେଖାଖଣ୍ଡ ଚାରୋଟି ଅଙ୍କନ କଲେ ଯେଉଁ ଚିତ୍ର ଦୁଇଟି ମିଳୁଛି, ସେ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଚିତ୍ର ।

ତୃତୀୟ ଚିତ୍ର 3.3 (c) ରେ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ଓ $\overline{DA}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କଲେ ଯେଉଁ ଚିତ୍ର ମିଳୁଛି, ତାହାକୁ ଚତୁର୍ଭୁଜ କୁହାଯାଏ ନାହିଁ ।

ଚିତ୍ର 3.3 (a) ଓ (b) ରେ ଆମେ ଚତୁର୍ଭୁଜ ପାଇଲେ; ମାତ୍ର ଚିତ୍ର 3.3 (c) ରେ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଗଠିତ ହୋଇପାରିଲା ନାହିଁ । ଚତୁର୍ଭୁଜ ମିଳିବା [ଚିତ୍ର 3.3 (a) ଓ (b)] ଓ ଚତୁର୍ଭୁଜ ନ ମିଳିବା [ଚିତ୍ର 3.3 (c)] ଏ ଉଭୟ ଅବସ୍ଥାରେ କ'ଣ ପାର୍ଥକ୍ୟ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ? $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ଓ $\overline{DA}$ ର ଛେଦବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟାରୁ ଏହି ପାର୍ଥକ୍ୟ ସ୍ପଷ୍ଟ ହୁଏ ।

ଚିତ୍ର 3.3(a) ଓ 3.3 (b), ପ୍ରତ୍ୟେକରେ ଆମେ ପୂର୍ବୋକ୍ତ ରେଖାଖଣ୍ଡମାନଙ୍କର ସମୁଦାୟ ଚାରୋଟି ଛେଦବିନ୍ଦୁ ଦେଖୁଛୁ । ଛେଦବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ A, B, C ଓ D; ଯେଉଁମାନେ କି ରେଖାଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁ । ଚିତ୍ର 3.3 (c)ରେ ଆମେ A, B, C ଓ D ଭିନ୍ନ ଅଧିକ ଗୋଟିଏ ଛେଦବିନ୍ଦୁ P ଅର୍ଥାତ୍ ସମୁଦାୟ ପାଞ୍ଚଟି ଛେଦବିନ୍ଦୁ ଦେଖୁଛୁ । ଏ ଅବସ୍ଥାରେ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ଓ $\overline{DA}$ ମଧ୍ୟରୁ $\overline{AB}$ ଓ $\overline{CD}$ ପରସ୍ପରକୁ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ଏକ ବିନ୍ଦୁ P ରେ ଛେଦ କରୁଛନ୍ତି ଓ ଏହି ପରିସ୍ଥିତିରେ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଗଠନ ସମ୍ଭବ ହେଲା ନାହିଁ ।

ଉପରୋକ୍ତ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣକୁ ଆଧାର କରି ଆମେ ଚତୁର୍ଭୁଜର ସଂଜ୍ଞା ନିରୂପଣ କରିବା ।

ସଂଜ୍ଞା (ଚତୁର୍ଭୁଜ) :

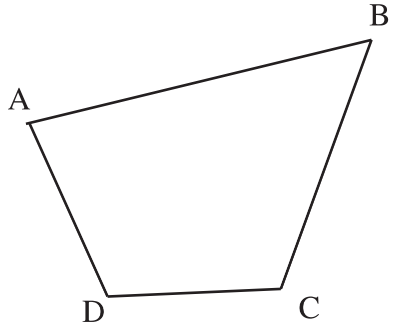
ଏକ ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥିତ ଚାରୋଟି ପୃଥକ୍ ବିନ୍ଦୁ A, B, C ଓ D ମଧ୍ୟରୁ ଯଦି କୌଣସି ତିନୋଟି ବିନ୍ଦୁ ଏକ ସରଳରେଖାରେ ଅବସ୍ଥିତ ନ ହୁଅନ୍ତି ଏବଂ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁରେ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରନ୍ତି ନାହିଁ, ତେବେ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ଓ $\overline{DA}$ ର ସଂଯୋଗକୁ ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜ କୁହାଯାଏ । ଏହାକୁ 'ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ' କାହାକୁ କହନ୍ତି ।

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ :

(1) ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ BCDA, CDAB ବା DABC ଚତୁର୍ଭୁଜ' ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ ।

(2) ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ଏକ ସମତଳରେ ଅଙ୍କିତ ଏକ ଚିତ୍ର ଅଥବା ଏକ ସମତଳୀୟ ଚିତ୍ର ।

ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ର 3.4 ରେ ଆମେ ଦେଖୁଥିବା ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ "ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ" କୁହାଯିବ; କାରଣ ଏଠାରେ $\overline{AD}$, $\overline{DB}$, $\overline{BC}$ ଓ $\overline{CA}$ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁରେ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରୁନାହାନ୍ତି ।



(ଚିତ୍ର 3.4)

(3) $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ଓ $\overline{DA}$ – ଏହି ରେଖାଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସେଟ୍ ଅଟନ୍ତି । ତେଣୁ ଏମାନଙ୍କ ସଂଯୋଗରେ ଗଠିତ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ମଧ୍ୟ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସେଟ୍ ଅଟେ । ତେଣୁ ସେଟ୍ ପରିଭାଷାରେ ଆମେ ଲେଖିପାରିବା : ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ = $\overline{AB} \cup \overline{BC} \cup \overline{CD} \cup \overline{DA}$ ।

ନିଜେ କର

(i) PQRS ଚତୁର୍ଭୁଜ ଓ PRQS ଚତୁର୍ଭୁଜ କେଉଁ କେଉଁ ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ନେଇ ଗଠିତ ?

(ii) L, M, N ଓ R ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସି ତିନୋଟି ଏ ସରଳରେଖାରେ ଅବସ୍ଥିତ ନୁହଁନ୍ତି । $\overline{LM}$, $\overline{MN}$, $\overline{NR}$ ଓ $\overline{RL}$ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁ ନ ଥିଲେ ଉକ୍ତ ରେଖାଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକର ସଂଯୋଗରେ ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା ଚିତ୍ରଟିକୁ କ'ଣ କୁହାଯାଏ ? ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା ଚିତ୍ରଟିର ନାମ କ'ଣ ?

ଚତୁର୍ଭୁଜ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଜାଣିବା କଥା :

(i) A, B, C, D ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କୁ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର **ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ (Vertex)** କୁହାଯାଏ ।

(ii) $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ ରେଖାଖଣ୍ଡମାନଙ୍କୁ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର ବାହୁ (side) କୁହାଯାଏ । ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୁଇ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁକୁ ଚତୁର୍ଭୁଜର **କ୍ରମିକ ଶୀର୍ଷ (Consecutive vertices)** କୁହାଯାଏ ଏବଂ କ୍ରମିକ ଶୀର୍ଷ ହୋଇ ନ ଥିବା ଶୀର୍ଷଦ୍ୱୟକୁ **ବିପରୀତ ଶୀର୍ଷ (Opposite vertices)** କୁହାଯାଏ । ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର A ଓ B, B ଓ C, C ଓ D, D ଓ A ମାନ କ୍ରମିକ ଶୀର୍ଷ ଏବଂ A ଓ C, B ଓ D ବିପରୀତ ଶୀର୍ଷ ଅଟନ୍ତି ।

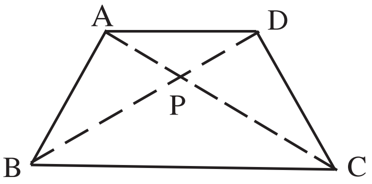
(iii) $\angle ABC$, $\angle BCD$, $\angle CDA$, $\angle DAB$ କୁ ଚତୁର୍ଭୁଜ ABCD ର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ କୋଣ କୁହାଯାଏ । ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ଶୀର୍ଷରେ ଥିବା କୋଣଦ୍ୱୟକୁ **କ୍ରମିକ କୋଣ (Consecutive angles)** (ଯଥା, $\angle A$ ଓ $\angle B$)

ଏବଂ ବିପରୀତ ଶୀର୍ଷରେ ଥିବା କୋଣଦ୍ୱୟକୁ ଚତୁର୍ଭୁଜର **ବିପରୀତ କୋଣ (Opposite angles)** କୁହାଯାଏ । **ABCD** ଚତୁର୍ଭୁଜରେ $\angle A$ ଓ $\angle C$ ଏବଂ $\angle B$ ଓ $\angle D$ ଦୁଇଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ କୋଣ ।

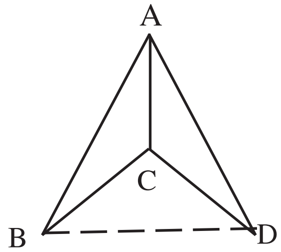
(iv) ଚତୁର୍ଭୁଜର ପରସ୍ପରଚ୍ଛେଦୀ ବାହୁଦ୍ୱୟକୁ **ସନ୍ନିହିତ ବାହୁ (Adjacent sides)** (ଯଥା $\overline{AB}$, $\overline{BC}$) ଏବଂ ପରସ୍ପରଚ୍ଛେଦୀ ହୋଇ ନ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା ବାହୁକୁ (ଯଥା $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ ଏବଂ $\overline{AD}$, $\overline{BC}$) **ବିପରୀତ ବାହୁ (Opposite sides)** କୁହାଯାଏ ।

(v) ଚତୁର୍ଭୁଜର ବିପରୀତ ଶୀର୍ଷର ସଂଯୋଜକ ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ଏହାର **କର୍ଣ୍ଣ (Diagonal)** କୁହାଯାଏ । ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜରେ $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ ଦୁଇଟି କର୍ଣ୍ଣ ଅଟନ୍ତି ।

3.1.1 ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ (Convex quadrilateral) :



(a)



(b)

(ଚିତ୍ର 3.5)

ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ କହିଲେ ଆମେ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଚାରୋଟିର ସଂଯୋଗ ଅର୍ଥାତ୍ $\overline{AB} \cup \overline{BC} \cup \overline{CD} \cup \overline{DA}$ କୁ ବୁଝୁ । ଏହି ଚାରୋଟି ରେଖାଖଣ୍ଡରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁମାନେ ହିଁ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ଗଠନ କରନ୍ତି । ତ୍ରିଭୁଜ ଭଳି ଚତୁର୍ଭୁଜ ମଧ୍ୟ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ । ତ୍ରିଭୁଜ ନିଜେ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ ନୁହେଁ; ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ – ଏକଥା ପୂର୍ବ ଅଧ୍ୟାୟରୁ ମନେ ପକାଅ । ସେହିପରି ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ [ଚିତ୍ର 3.5 (a) ଓ (b)] ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ ନୁହେଁ । 3.5 (a) ଓ (b) ଯେକୌଣସି ଚିତ୍ରରେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ଯେ, B ଓ D ଚତୁର୍ଭୁଜରେ ଥିବା ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ, କାରଣ ଏମାନେ ଚର୍ତୁଭୁଜର ବାହୁମାନଙ୍କ ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ । ମାତ୍ର $\overline{BD}$ ର ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁ ଚତୁର୍ଭୁଜର କୌଣସି ବାହୁରେ ନାହାନ୍ତି । ତେଣୁ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍‌ର ସଂଜ୍ଞାନୁଯାୟୀ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ ।

ତେବେ 'ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ', ଏଭଳି ଗୋଟିଏ ଶବ୍ଦ କହିବାବେଳେ ଏହାକୁ 'ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍' ଅର୍ଥରେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଉ ନାହିଁ । କେତେକ ବିଶେଷ ଧରଣର ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ଚିହ୍ନିତ କରିବା ପାଇଁ 'ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ' ନାମ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।

ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ କାହାକୁ କହିବା ?

ଚିତ୍ର 3.5 (a) ଓ (b) କୁ ଆଉ ଥରେ ଦେଖ । 3.5(a) ଚିତ୍ରରେ ଅଙ୍କିତ ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ($\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$) ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରୁଛନ୍ତି । ସେମାନଙ୍କର ଛେଦବିନ୍ଦୁ ହେଉଛି P; ମାତ୍ର 3.5(b) ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ଅର୍ଥାତ୍ $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ ଅଙ୍କନ କରି ଦେଖ । ସେମାନେ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରୁନାହାନ୍ତି । ଅବଶ୍ୟ $\overleftrightarrow{AC}$ ବା $\overrightarrow{AC}$ ଅଙ୍କନ କଲେ ତାହା $\overline{BD}$ କୁ ଛେଦ କରିବାର ଦେଖିବ । ତେବେ $\overleftrightarrow{AC}$ ବା $\overrightarrow{AC}$ ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣ ନୁହେଁ । କର୍ଣ୍ଣ ଗୋଟିଏ ରେଖାଖଣ୍ଡ । ତେଣୁ କେବଳ $\overline{AC}$ କୁ ହିଁ କର୍ଣ୍ଣ କୁହାଯାଏ ।

ଚିତ୍ର 3.5(a) ରେ ଥିବା ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ **'ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ'** କୁହାଯାଏ । ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜର ସଂଜ୍ଞା ନିମ୍ନରେ ଦିଆଗଲା:

ସଂଜ୍ଞା (ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ) : ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରନ୍ତି, ତାହାକୁ ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ କୁହାଯାଏ ।

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ : ଚିତ୍ର 3.5 (b) ର ଚତୁର୍ଭୁଜ ଉତ୍ତଳ ନୁହେଁ ।

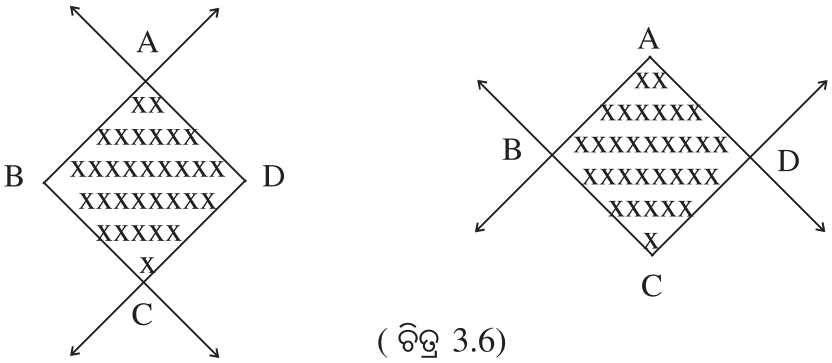
ଏହା ପରଠାରୁ ଆମେ କେବଳ ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ ବିଷୟ ଆଲୋଚନା କରିବା । ତେଣୁ ଚତୁର୍ଭୁଜ କହିଲେ ଆମେ କେବଳ 'ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ' ବୋଲି ବୁଝିବା ।

3.1.2 ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଓ ବହିର୍ଦେଶ (Interior and Exterior of a Quadrilateral)

ଏଠାରେ କେବଳ ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ସମ୍ପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରାଯିବ ।

ସଂଜ୍ଞା (ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ) :

ଯେକୌଣସି ଦୁଇ ବିପରୀତ କୋଣର ଅନ୍ତର୍ଦେଶର ସାଧାରଣ ଅଂଶ ଅର୍ଥାତ୍ ଅନ୍ତର୍ଦେଶର ଛେଦକୁ ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ କୁହାଯାଏ ।



(ଚିତ୍ର 3.6)

(a) (b)

ଚିତ୍ର 3.6 (a) ଦେଖ । ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ ABCD ର ଦୁଇ ବିପରୀତ କୋଣ $\angle B$ ଓ $\angle D$ ର ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର୍ଦେଶକୁ 'x' ଚିହ୍ନ ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରି ଦେଖାଇ ଦିଆଯାଇଛି । ଏହା ହେଉଛି ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ।

ବିପରୀତ କୋଣ $\angle A$ ଓ $\angle C$ର ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ନେଇଥିଲେ ମଧ୍ୟ ଆମେ ସେହି ଏକା ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ପାଇଥା'ନ୍ତେ । ଚିତ୍ର 3.6 (b) ଦେଖ ।

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ଯେ A, B, C, D କିମ୍ବା ଚତୁର୍ଭୁଜର ବାହୁ ଉପରେ ଥିବା ଅନ୍ୟ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ଅବସ୍ଥିତ ନୁହନ୍ତି ।

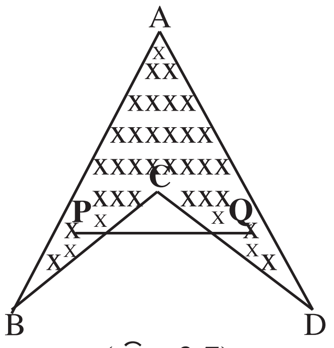
ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ଅବସ୍ଥିତ ବିନ୍ଦୁକୁ ଚତୁର୍ଭୁଜର **ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ (Interior Point)** କୁହାଯାଏ ।

ଚତୁର୍ଭୁଜର ସମତଳରେ ଥିବା ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ଯଦି ଚତୁର୍ଭୁଜର କୌଣସି ବାହୁ ଉପରେ ନ ଥାଏ ଏବଂ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ମଧ୍ୟ ନ ଥାଏ, ତେବେ ତାହାକୁ ଚତୁର୍ଭୁଜର **ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ (Exterior Point)** କୁହାଯାଏ । ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁମାନେ ଗଠନ କରୁଥିବା ସେଟ୍‌କୁ ଚତୁର୍ଭୁଜର **ବହିର୍ଦେଶ (Exterior)** କୁହାଯାଏ ।

ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ :

1. ଗୋଟିଏ ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଏକ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ । (ଚିତ୍ର – 3.6 ରୁ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ)

ଚିତ୍ର 3.7 ଗୋଟିଏ ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଚିତ୍ର ନୁହେଁ । (କାହିଁକି ?) ଏ ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶର ସଂଜ୍ଞା ତୁମକୁ ଦିଆଯାଇନାହିଁ । ଜ୍ୟାମିତିକ ସଂଜ୍ଞା ଦିଆଯାଇ ନ ଥିଲେ ମଧ୍ୟ ଅନ୍ତର୍ଦେଶକୁ ଛକ ଚିହ୍ନରେ ଚିହ୍ନିତ କରି ଚିତ୍ରରେ ଦେଖା ଦିଆଯାଇଛି । P ଓ Q ଅନ୍ତର୍ଦେଶର ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ ସେମାନଙ୍କର ସଂଯୋଜକ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଯେ ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ନାହିଁ, ଏହା ଚିତ୍ର ଦେଖି ଜାଣି ପାରୁଥିବ । ତେଣୁ ଏ ପ୍ରକାର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଉତ୍ତଳ ନୁହେଁ । ଏ ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ 'ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ' କୁହାଯାଏ ନାହିଁ – ଏହା ପୂର୍ବରୁ ଜାଣିଛ ।



(ଚିତ୍ର 3.7)

ବର୍ତ୍ତମାନ 'ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ' – ଏହି ନାମକରଣର ଯଥାର୍ଥତା ବୁଝି ପାରୁଥିବ । **'ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ' ହେଉଛି ଉତ୍ତଳ ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜ ।** ଏଣିକି 'ଚତୁର୍ଭୁଜ' କହିଲେ, ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ବୁଝାଇବ ।

2. ଚତୁର୍ଭୁଜର ବହିର୍ଦେଶ ଉତ୍ତଳ ସେଟ ନୁହେଁ । ଏହା ଗୋଟିଏ ସହଜ ପରୀକ୍ଷା – ନିଜେ କରି ଦେଖ ।

3. ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ତାହାର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ଛେଦ କରନ୍ତି ।

3.1.3 ଚତୁର୍ଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ର (Quadrilateral Region) :

ପୂର୍ବ ଅଧ୍ୟାୟରେ ତୁମେମାନେ ଜାଣିଥିଲ, **ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜ ଓ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଦେଶର ସଂଯୋଗରୁ ଉତ୍ପନ୍ନସେଟକୁ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ର (Triangular region) କୁହାଯାଏ ଏବଂ ତ୍ରିଭୁଜର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ,କୋଣ ଓ ବାହୁମାନଙ୍କୁ ଯଥାକ୍ରମେ ଏହି ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ରର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ, କୋଣ ଓ ବାହୁ କୁହାଯାଏ ।**

ସେହିପରି –

(a) ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଓ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଦେଶର ସଂଯୋଗରୁ ଉତ୍ପନ୍ନ ସେଟ୍‌କୁ ଏକ **ଚତୁର୍ଭୁଜ ଆକୃତିବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ର (Quadrilateral region) କୁହାଯାଏ ।**

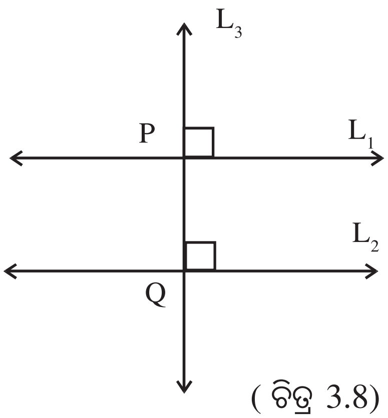
(b) ଚତୁର୍ଭୁଜର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ, କୋଣ ଓ ବାହୁମାନଙ୍କୁ ଯଥାକ୍ରମେ ଏହି ଚତୁର୍ଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ରର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ, କୋଣ ଓ ବାହୁ କୁହାଯାଏ ।

3.2 ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜ (Types of Quadrilaterals):

ତୁମେ ପ୍ରଥମ ଅଧ୍ୟାୟରେ ପଢ଼ିଥିବା ନିମ୍ନ ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ମନେପକାଅ ।

(i) ଏକ ସମତଳରେ ଥିବା ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ ନ କଲେ ସେ ଦୁଇଟିକୁ **ସମାନ୍ତର ରେଖା (Parallel Lines)** କୁହାଯାଏ । ଚିତ୍ର 3.8 ରେ L_1 ଓ L_2 ସମାନ୍ତର ରେଖା (ଆମେ ଲେଖୁ $L_1 \parallel L_2$) ।

(ii) L_3 ରେଖା L_1 ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ହେଲେ L_2 ପ୍ରତି ମଧ୍ୟ ଲମ୍ବ ହେବ ।



(ଚିତ୍ର 3.8)

(iii) L_1 ଓ L_2 ଉଭୟ ରେଖା ପ୍ରତି ଲମ୍ବ L_3 ରେଖା L_1 ଓ L_2 କୁ ଯଥାକ୍ରମେ P ଓ Q ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କଲେ – L_1 ଓ L_2 ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଦୂରତା = PQ ।

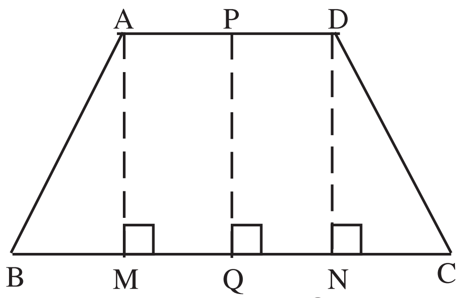
ଉପରୋକ୍ତ ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ଆମେ ଆବଶ୍ୟକ ସ୍ଥଳେ ବ୍ୟବହାର କରିବା ।

ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜର ବାହୁ ଓ କୋଣମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ବିଭିନ୍ନ ସମ୍ବନ୍ଧ ନେଇ ବିଶେଷ ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜମାନ (Special types of quadrilaterals) ଗଠନ କରାଯାଇପାରେ । ସେହିସବୁ ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ନାମରେ ନାମିତ କରାଯାଏ ।

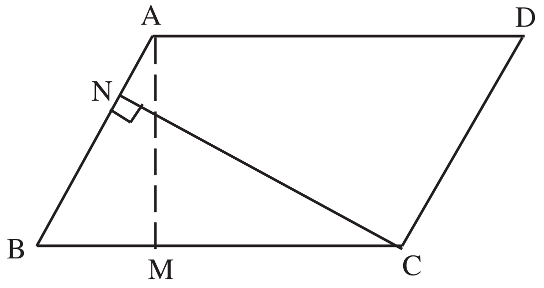
3.2.1. କେତେକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜ :

1. ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍ : ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଏକ ଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ବାହୁ ସମାନ୍ତର ତାହାକୁ ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍ (Trapezium) କୁହାଯାଏ । ଚିତ୍ର 3.8 ରେ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ହେତୁ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଏକ ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍ ।

ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର ଦୁଇ ସମାନ୍ତର ବାହୁ ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଦୂରତାକୁ ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର **ଉଚ୍ଚତା (Height)** କୁହାଯାଏ । ଚିତ୍ର 3.8 ରେ ABCD ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା PQ (ଅଥବା AM ଅଥବା DN)



(ଚିତ୍ର 3.8)



(ଚିତ୍ର 3.9)

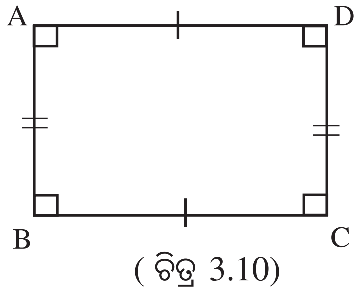
2. ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର :

ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଦୁଇଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ବାହୁ ସମାନ୍ତର ତାହା ଏକ ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ର (Parallelogram) ।

ଚିତ୍ର 3.9 ରେ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର ବିପରୀତ ବାହୁ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ଏବଂ $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ । ଉକ୍ତ ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର କୁହାଯାଏ ।

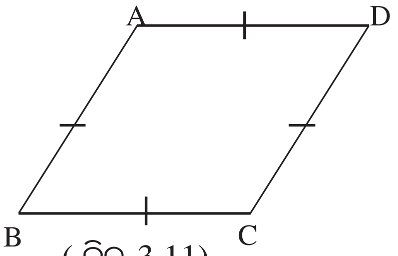
ଚିତ୍ର 3.9 ରେ ଥିବା ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରରେ ବିପରୀତ ବାହୁ $\overline{AD}$ ଓ $\overline{BC}$ ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଦୂରତା AM ଏବଂ $\overline{AB}$ ଓ $\overline{CD}$ ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଦୂରତା CN । ABCD ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର $\overline{BC}$ ଅଥବା $\overline{AD}$ ବାହୁକୁ ଭୂମି ନିଆଗଲେ, AM କୁ ଉଚ୍ଚତା ରୂପେ ନିଆଯାଏ । ସେହିପରି $\overline{AB}$ ଅଥବା $\overline{DC}$ ଭୂମି ହେଲେ, ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର CN ଉଚ୍ଚତା ହୁଏ ।

(i) ଆୟତଚିତ୍ର : ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣ ସମକୋଣ ତାହା ଏକ ଆୟତ ଚିତ୍ର (Rectangle) । ଆଗକୁ ପ୍ରମାଣ କରାଯିବ ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣ ସମକୋଣ ହେଲେ ବିପରୀତ ବାହୁମାନ ସମାନ୍ତର ହେବେ । ତେଣୁ ଆୟତ ଚିତ୍ର ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରକାରର ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର, ଯାହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ 90^0 । ଚିତ୍ର 3.10 ରେ ଏକ ଆୟତ ଚିତ୍ର ABCD ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହୋଇଛି ।



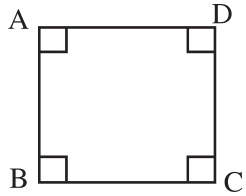
(ଚିତ୍ର 3.10)

(ii) ରମ୍ବସ୍ : ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ବାହୁମାନଙ୍କ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ତାହା ଏକ ରମ୍ବସ୍ (Rhombus) । ଆଗକୁ ପ୍ରମାଣ କରାଯିବ ଯେ ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ହେଲେ ବିପରୀତ ବାହୁମାନ ମଧ୍ୟ ସମାନ୍ତର ହେବେ । ତେଣୁ ରମ୍ବସ୍ ମଧ୍ୟ ଗୋଟିଏ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରକାରର ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର, ଯାହାର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ । ଚିତ୍ର 3.11ରେ ABCD ଏକ ରମ୍ବସ୍ ।



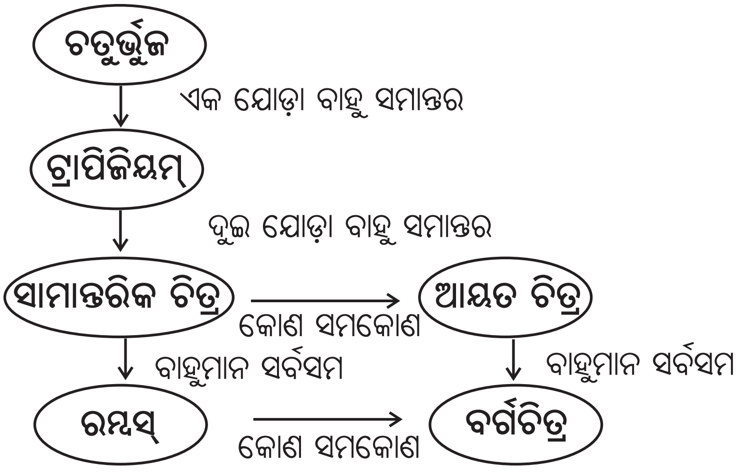
(ଚିତ୍ର 3.11)

(iii) ବର୍ଗଚିତ୍ର : ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ 90^0 ତାହା ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର (Square) । ଏଣୁ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଏକ ସମକୋଣ ବିଶିଷ୍ଟ ରମ୍ବସ୍ ଅଟେ । ଚିତ୍ର 3.12 ରେ ABCD ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ।



(ଚିତ୍ର 3.12)

ଉପରେ ଆଲୋଚିତ ଚତୁର୍ଭୁଜମାନଙ୍କର ପ୍ରକାରଭେଦକୁ ନିମ୍ନ ଚାର୍ଟରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି, ଦେଖ : –



ଅନୁଶୀଳନୀ – 3 (a)

1. ନିମ୍ନସ୍ଥ ଉକ୍ତିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଉକ୍ତି ଶେଷରେ ଟିକ୍ ଚିହ୍ନ (✓) ଓ ଭୁଲ୍ ଉକ୍ତି ଶେଷରେ ଛକି ଚିହ୍ନ (✘) ବସାଅ ।

(a) ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ଛେଦ କରନ୍ତି । ☐

(b) ଯେକୌଣସି ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସର୍ବଦା ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ଛେଦ କରନ୍ତି । ☐

(c) ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଏକ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ ସେ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଏକ ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ। ☐

(d) ଚତୁର୍ଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ କର୍ଣ୍ଣ ଏକ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ । ☐

(e) ଚତୁର୍ଭୁଜର ବହିର୍ଦେଶ ଏକ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ । ☐

(f) ଚତୁର୍ଭୁଜର ବହିର୍ଦେଶ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ଏକ ସେଟ୍ । ☐

(g) ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଓ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଦେଶର ସଂଯୋଗରେ ଗଠିତ ସେଟ୍‌କୁ ଚତୁର୍ଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟକ୍ଷେତ୍ର କୁହାଯାଏ। ☐

(h) ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଓ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ ନ ଥାଏ । ☐

(i) ଚାରିଗୋଟି ବାହୁଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ କ୍ଷେତ୍ରକୁ ଚତୁର୍ଭୁଜ କୁହାଯାଏ । ☐

2. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

(a) ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ---- ସମାନ ହେଲେ ଚିତ୍ରଟି ରମ୍ବସ୍ ହୁଏ ।

(b)ଏକ ---- ର କୋଣମାନ ସମକୋଣ ହେଲେ, ଚିତ୍ରଟି ଆୟତ ଚିତ୍ର ହେବ ।

(c) ଏକ ---- ର କୋଣମାନ ସମକୋଣ ହେଲେ, ଚିତ୍ରଟି ବର୍ଗଚିତ୍ର ହେବ ।

(d) ଏକ ଆୟତ ଚିତ୍ରର ---- ସମାନ ହେଲେ ଚିତ୍ରଟି ବର୍ଗଚିତ୍ର ହେବ ।

(e) କୌଣସି ଚତୁର୍ଭୁଜର ଏକଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ବାହୁ ସମାନ୍ତର ହେଲେ ଚିତ୍ରଟି ---- ହେବ ।

(f) କୌଣସି ଚତୁର୍ଭୁଜର ଦୁଇଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ବାହୁ ସମାନ୍ତର ହେଲେ ଚିତ୍ରଟି ---- ହେବ ।

(g) ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍‌ର ଦୁଇ ସମାନ୍ତର ବାହୁ ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଦୂରତାକୁ ଏହାର ---- କୁହାଯାଏ ।

(h) ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, ଏବଂ $m\angle ABC = 90^0$ ହେଲେ ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଏକ --- ହେବ ।

3. ନିମ୍ନସ୍ଥ ଉକ୍ତିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଉକ୍ତି ଶେଷରେ ଟିକ୍ ଚିହ୍ନ (✓) ଓ ଭୁଲ୍ ଉକ୍ତି ଶେଷରେ ଛକି ଚିହ୍ନ (✘) ବସାଅ ।

(a) ପ୍ରତ୍ୟେକ ଆୟତଚିତ୍ର ଏକ ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ର । ☐

(b) ପ୍ରତ୍ୟେକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଏକ ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍ । ☐

(c) ପ୍ରତ୍ୟେକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଏକ ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ର । ☐

(d) ପ୍ରତ୍ୟେକ ରମ୍ବସ୍ ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର । ☐

(e) ପ୍ରତ୍ୟେକ ରମ୍ବସ୍ ଏକ ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ର । ☐

(f) ପ୍ରତ୍ୟେକ ଆୟତଚିତ୍ର ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର । ☐

(g) ପ୍ରତ୍ୟେକ ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍ ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର । ☐

3.3 ଚତୁର୍ଭୁଜ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତେକ ପରୀକ୍ଷା ଓ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ :

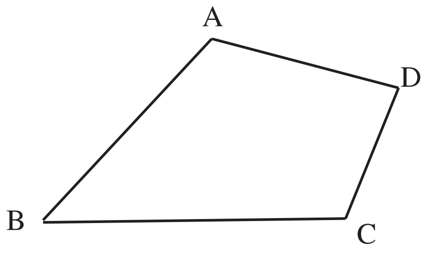
ଚତୁର୍ଭୁଜ ଓ ଚତୁର୍ଭୁଜ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଭିନ୍ନ ପଦର ସଂଜ୍ଞା ପୂର୍ବରୁ ଆଲୋଚିତ ହୋଇଛି । କେତେକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରକାରର ଚତୁର୍ଭୁଜମାନଙ୍କୁ ମଧ୍ୟ ପୂର୍ବରୁ ସଂଜ୍ଞାକୃତ କରାଯାଇଛି । ଉକ୍ତ ଅନୁଚ୍ଛେଦରେ ପରୀକ୍ଷା ଦ୍ୱାରା ଚତୁର୍ଭୁଜ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଭିନ୍ନ ତଥ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

ପରୀକ୍ଷା ଦ୍ୱାରା ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ :

(A) ଚତୁର୍ଭୁଜର କୋଣ ପରିମାଣମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ବନ୍ଧ :

ପରୀକ୍ଷା - 1

ବିଭିନ୍ନ ଆକୃତିର ତିନୋଟି ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ଚିତ୍ର 3.13 ଭଳି ନାମିତ କର ।



(ଚିତ୍ର 3.13)

$\angle A, \angle B, \angle C, \angle D$ର ପରିମାଣ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ଦ୍ୱାରା ମାପି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଏବଂ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସାରଣୀ ପୂରଣ କର ।

ଚିତ୍ର ନଂ	$m\angle A$	$m\angle B$	$m\angle C$	$m\angle D$	$m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D$
1					
2					
3					

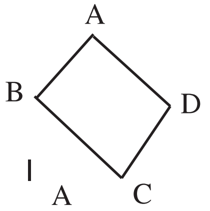
ସାରଣୀ – 3.1

ଉପରିସ୍ଥ ସାରଣୀର ଶେଷ ସ୍ତମ୍ଭରୁ ଦେଖିବ ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ ଚତୁର୍ଭୁଜ ABCD ର

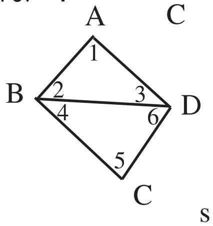
$m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360^0$

ସିଦ୍ଧାନ୍ତ – (1) : ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଚାରି କୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 360^0 ।

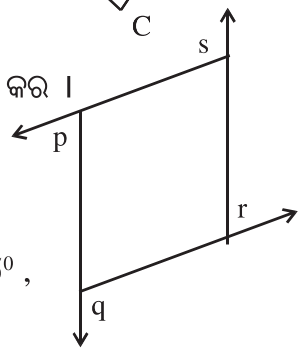
ତୁମ ପାଇଁ କାମ



1. ଗୋଟିଏ କାର୍ଡ଼ବୋର୍ଡ଼ ଆଣି ସେଥିରେ ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ।
2. ଚତୁର୍ଭୁଜର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣ ଅଙ୍କନ କରି ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜରେ ପରିଣତ କର ।
3. "ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିକୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0" ତଥ୍ୟକୁ ପ୍ରୟୋଗ କରି ଦର୍ଶାଅ ଯେ, ଚତୁର୍ଭୁଜର ଚାରିକୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 360^0 ।



ନିଜେ କର



1. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ p, q, r ଓ s ଚିହ୍ନିତ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି ସ୍ଥିର କର ।
2. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ r କୋଣର ପରିମାଣ 70^0 ଏବଂ p କୋଣର ପରିମାଣ 50^0 ହେଲେ q ଓ s କୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି କେତେ ?

ଉଦାହରଣ – 1 : ABCD ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜରେ $m\angle A = 105^0$, $m\angle B = 65^0$, $m\angle C = 60^0$ ହେଲେ, $m\angle D$ର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 360^0 ।

$\therefore m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360^0$

$\Rightarrow 105^0 + 65^0 + 60^0 + m\angle D = 360^0 \Rightarrow 230^0 + m\angle D = 360^0$

$\Rightarrow m\angle D = 360^0 - 230^0 = 130^0$ $\quad\therefore m\angle D$ ର ପରିମାଣ 130^0 ।

ଉଦାହରଣ – 2 : ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣର ଅନୁପାତ 2:3:5:8 ହେଲେ, ପ୍ରତ୍ୟେକର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର ଚତୁର୍ଭୁଜର କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ହେଲା : $2x^0, 3x^0, 5x^0$ ଏବଂ $8x^0$

$\therefore 2x^0 + 3x^0 + 5x^0 + 8x^0 = 360^0$ ($\because$ ଚତୁର୍ଭୁଜର କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 360^0)

$\Rightarrow 18x = 360 \Rightarrow x = \frac{360}{18} = 20$ ।

$\therefore$ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ଯଥାକ୍ରମେ $40^0, 60^0, 100^0$ ଏବଂ 160^0 । (ଉତ୍ତର)

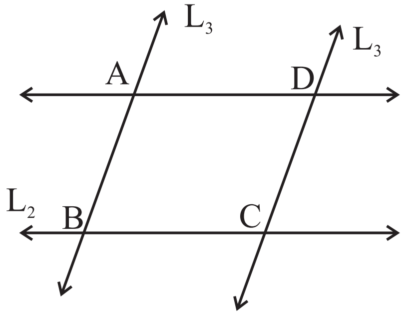
ପରୀକ୍ଷା - 2

(B) **ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ବିପରୀତ ବାହୁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ ନିରୂପଣ :**

ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ବିପରୀତ ବାହୁମାନ ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର, ଏହା ଆମେ ସଂଜ୍ଞାରୁ ଜାଣିଛୁ । ବର୍ତ୍ତମାନ ବିଭିନ୍ନ ଆକୃତିର ତିନିଗୋଟି ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରି ଏମାନଙ୍କର ବିପରୀତ ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ବନ୍ଧ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା ।

ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

(I) ତୁମେ ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ ପଢ଼ିଥିବା ପ୍ରଣାଳୀ ଅନୁସାରେ ଦୁଇ ଯୋଡ଼ା ସାମନ୍ତର ସରଳ ରେଖା ଅଙ୍କନ କର । ବର୍ତ୍ତମାନ ABCD ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ପାଇବ ।



(ଚିତ୍ର 3.14)

(ii) ଚିତ୍ର 3.14 ଭଳି ଆଉ ଦୁଇଟି ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚତ୍ରର ନାମ ଦିଅ ABCD ।

ABCD ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ଏକଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ (ବା ସମ୍ମୁଖୀନ) ବାହୁ ହେଲେ $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ ଏବଂ ଅନ୍ୟଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ବାହୁ ହେଲେ $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ । ସେମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପି ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଲେଖ ।

ଚିତ୍ର ନଂ	$\overline{AB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (AB)	$\overline{CD}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (CD)	$\overline{BC}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (BC)	$\overline{AD}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (AD)
1				
2				
3				

ସାରଣୀ - 3.2

ଉପରିସ୍ଥ ସାରଣୀରୁ ଦେଖିବ ଯେ ABCD ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରରେ AB = CD ଓ AD = BC

ସିଦ୍ଧାନ୍ତ - (2) : ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ବିପରୀତ ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପରସ୍ପର ସମାନ ।

ଟୀକା : ଅବଶ୍ୟ ଅଙ୍କିତ ଚିତ୍ରମାନଙ୍କରେ ଦୁଇ ବିପରୀତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟରେ ସାମାନ୍ୟ ତାରତମ୍ୟ ଥାଇପାରେ । ତଥାପି ସେଦ୍ୱୟର ମାପ ପ୍ରାୟ ସମାନ ହେବାର ଦେଖାଯିବ । ଚିତ୍ର ଯେତେ ନିର୍ଭୁଲ ଭାବରେ ଅଙ୍କନ କରାଯିବ, ବିପରୀତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପର ତାରତମ୍ୟ ସେତେ କମି କମି ଯିବ ।

ଅନୁସିଦ୍ଧାନ୍ତ 1 : **ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରରେ ବିପରୀତ ବାହୁମାନ ସମାନ୍ତର ଓ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ।**

ଅନୁସିଦ୍ଧାନ୍ତ 2 : **ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଏକ ଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ବାହୁ ସମାନ୍ତର ଏବଂ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ହେଲେ, ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ହେବ ।**

ଉଦାହରଣ – 3 : PQRS ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ପରିସୀମା ସ୍ଥିର କର, ଯେତେବେଳେ PQ = 12 ସେ.ମି. ଏବଂ RQ = 7 ସେ.ମି. ।

ସମାଧାନ : PQRS ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରରେ PQ = RS = 12 ସେ.ମି. ଏବଂ RQ = SP = 7 ସେ.ମି.
(ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ବିପରୀତ ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ)

PQRS ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ପରିସୀମା = PQ + QR + RS + SP
= (12 + 7 + 12 + 7) = 38 ସେ.ମି.

∴ ଦତ୍ତ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ପରିସୀମା = 38 ସେ.ମି.

ପରୀକ୍ଷା – 3

(C) ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ବିପରୀତ କୋଣମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ବନ୍ଧ :

ଠିକ୍ ପୂର୍ବପରି ତିନୋଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଆକୃତିର ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକର ନାମ ABCD ରଖ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରୁ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସାହାଯ୍ୟରେ ମାପି m∠A, m∠B, m∠C ଓ m∠D ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ନିର୍ଣ୍ଣିତ ମାପକୁ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଲେଖ ।

ଚିତ୍ର ନଂ	m∠A	m∠C	m∠B	m∠D
1				
2				
3				

ସାରଣୀ – 3.3

ଉପରିସ୍ଥ ସାରଣୀରୁ ଦେଖିବ ଯେ ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ର ABCD ରେ m∠A = m∠C, m∠B = m∠D

ସିଦ୍ଧାନ୍ତ – (3) : **ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ବିପରୀତ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ପରସ୍ପର ସମାନ ।**

ଅନୁସିଦ୍ଧାନ୍ତ : ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ କୋଣର ପରିମାଣ ସମଷ୍ଟି 180^0 । ଉପରୋକ୍ତ ସାରଣୀର ଦୁଇଟି ସନ୍ନିହିତ କୋଣର ପରିମାଣକୁ ଯୋଗ କଲେ 180^0 ହେବ (ଅବଶ୍ୟ କୋଣଗୁଡ଼ିକୁ ନିର୍ଭୁଲ୍ ଭାବରେ ମପାଯାଇଥିବା ଦରକାର) ।

ଉଦାହରଣ - 4 : ଚିତ୍ର 3.17 ରେ ଥିବା ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ABCD ର $m\angle B = 45^0$ ହେଲେ ଏହାର ଅନ୍ୟ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : $m\angle D = m\angle B = 45^0$ (ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ବିପରୀତ କୋଣ ହେତୁ)

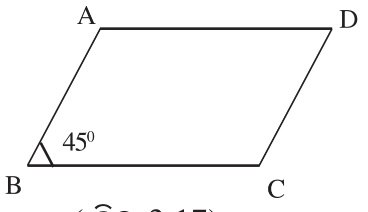
$m\angle B + m\angle D = 45^0 + 45^0 = 90^0$

ତେଣୁ $m\angle C + m\angle A = 360^0 - (m\angle B + m\angle D)$ (ସିଦ୍ଧାନ୍ତ -1)

$= 360 - 90 = 270^0$

କିନ୍ତୁ $m\angle A = m\angle C$ (ସିଦ୍ଧାନ୍ତ - 3)

$m\angle A = m\angle C = \frac{270^0}{2} = 135^0$ (ଉତ୍ତର)



(ଚିତ୍ର 3.17)

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର : $m\angle B + m\angle C = 45^0 + 135^0 = 180^0$ ଏବଂ $m\angle A + m\angle D = 45^0 + 135^0 = 180^0$

ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ ଯେ – **ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର କ୍ରମିକ କୋଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ।**

ଉଦାହରଣ - 5 : ଚିତ୍ର 3.18ରେ ABCD ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର । C ଠାରେ ABCD ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ରର ବହିଃସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣ 50^0 ହେଲେ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : $m\angle BCD = 180^0 - 50^0 = 130^0$ (କ୍ରମିକ କୋଣ ହେତୁ)

$m\angle BAD = m\angle BCD = 130^0$ (ସିଦ୍ଧାନ୍ତ - 3)

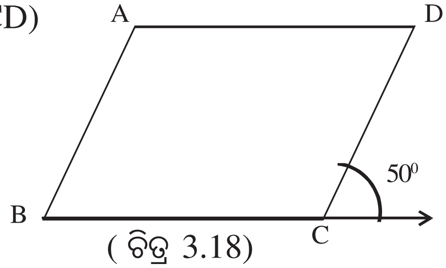
$m\angle ABC + m\angle ADC = 360^0 - (m\angle BAD + m\angle BCD)$

$= 360^0 - (130^0 + 130^0)$

$= 360^0 - 260^0 = 100^0$

କିନ୍ତୁ $m\angle ABC = m\angle ADC$ (ସିଦ୍ଧାନ୍ତ - 3)

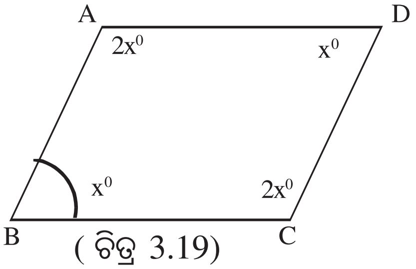
$\therefore m\angle ABC = m\angle ADC = \frac{100^0}{2} = 50^0$



(ଚିତ୍ର 3.18)

ଉଦାହରଣ - 6 : ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ କୋଣର ପରିମାଣ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ଅନ୍ୟଟିର ଦୁଇଗୁଣ ହେଲେ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର 3.19 ରେ ABCD ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଯାହାର, $m\angle A = m\angle C$ ଏବଂ $m\angle B = m\angle D$



(ଚିତ୍ର 3.19)

ଏଠାରେ $\angle B$ ଓ $\angle C$ ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ କୋଣ

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ $\angle C$ ର ପରିମାଣ $\angle B$ ର ପରିମାଣର ଦୁଇଗୁଣ

ମନେକର $m\angle B = x^0 \therefore m\angle C = 2x^0$

ଆମେ ଜାଣିଛୁ $m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360^0$

$\Rightarrow 2x^0 + x^0 + 2x^0 + x^0 = 360^0$ ($\because$ $m\angle B = m\angle D$ ଏବଂ $m\angle C = m\angle A$)

$\Rightarrow 6x^0 = 360^0 \Rightarrow x = 60^0$

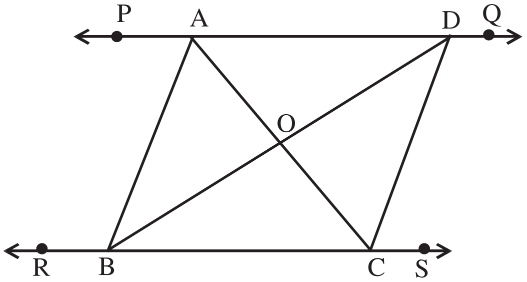
$\therefore$ $\angle A, \angle B, \angle C$ ଓ $\angle D$ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ଯଥାକ୍ରମେ 120^0, 60^0, 120^0 ଏବଂ 60^0 (ଉତ୍ତର)

ପରୀକ୍ଷା – 4 :

ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ବନ୍ଧ :

ପୂର୍ବ ବର୍ଣ୍ଣିତ ପ୍ରଣାଳୀରେ ବିଭିନ୍ନ ଆକୃତିବିଶିଷ୍ଟ ତିନିଗୋଟି ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ଓ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଚିତ୍ର 3.20 ଅନୁରୂପ ନାମିତ କର । ପ୍ରତ୍ୟେକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣ $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ ଅଙ୍କନ କର । କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ O ଦିଅ ।

$\overline{AO}$, $\overline{BO}$, $\overline{CO}$, $\overline{DO}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପି ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ପୂରଣ କର ।



(ଚିତ୍ର 3.20)

ଚିତ୍ର ନଂ	AO	CO	BO	DO
1				
2				
3				

ସାରଣୀ – 3.4

ସାରଣୀରୁ ଦେଖିବ ଯେ, ABCD ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରରେ AO = CO ଏବଂ BO = DO

ଅର୍ଥାତ୍, $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

ସିଦ୍ଧାନ୍ତ - (4) : ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

ଉଦାହରଣ - 7 :

PQRS ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରରେ $\overline{PR}$ ଓ $\overline{QS}$ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ O ।
PO = 16 ସେ.ମି., OR = (x + y) ସେ.ମି., SO = 20 ସେ.ମି. ଏବଂ QO = (y + 7) ସେ.ମି. ହେଲେ x ଓ y ର ମାନ ସ୍ଥିର କର ।

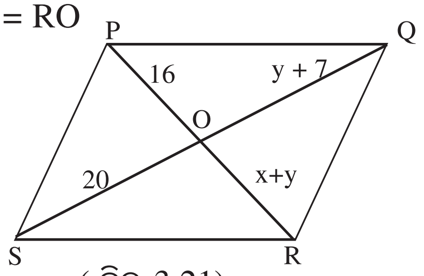
ସମାଧାନ : PQRS ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରରେ SO = QO ଏବଂ PO = RO

$\therefore 20 = y + 7$ ଏବଂ $16 = x + y$ ।

$y + 7 = 20 \Rightarrow y = 20 - 7 = 13$

ପୁନଶ୍ଚ $16 = x + y \Rightarrow x + 13 = 16 \Rightarrow x = 16 - 13 = 3$

$\therefore$ x ଓ y ର ମାନ ଯଥାକ୍ରମେ 13 ଓ 3 ।



(ଚିତ୍ର 3.21)

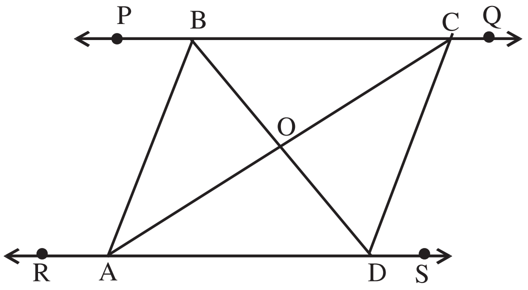
ରମ୍ବସ୍ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ବନ୍ଧ :

ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରିବା କଥା ଆମେ ଜାଣିଲେଣି । ଆମେ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ବାହୁ ଉପରେ ବିଭିନ୍ନ ସର୍ତ୍ତମାନ ଆରୋପ କରି ଏହାକୁ ଆୟତଚିତ୍ର, ରମ୍ବସ୍ ବା ବର୍ଗଚିତ୍ର ଭଳି ଅଧିକରୁ ଅଧିକ ସୁଷମ କରିଥାଉ । ଉକ୍ତ ଚିତ୍ରମାନଙ୍କର କର୍ଣ୍ଣ ମଧ୍ୟରେ ବି ବେଶ୍ ଆକର୍ଷଣୀୟ ସମ୍ବନ୍ଧ ରହିଛି । ପ୍ରଥମେ ରମ୍ବସ୍ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ବନ୍ଧକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା ।

ରମ୍ବସ୍ର ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

ତୁମ ପାଇଁ କାମ

(i) ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରାଙ୍କନର ସୋପାନ (i) ଅନୁରୂପ ସେଟ୍ସ୍କୋୟାର ସାହାଯ୍ୟରେ ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା $\overleftrightarrow{PQ}$ ଓ $\overleftrightarrow{RS}$ ଅଙ୍କନ କର ।



(ଚିତ୍ର 3.22)

(ii) $\overleftrightarrow{PQ}$ ଓ $\overleftrightarrow{RS}$ ରେଖାଦ୍ୱୟର ଯେକୌଣସି ଛେଦକ $\overline{AB}$ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି $\overleftrightarrow{RS}$ ଉପରେ A ଓ $\overleftrightarrow{PQ}$ ଉପରେ B ରହିବ ।

(iii) $\overleftrightarrow{RS}$ ଉପରେ D ବିନ୍ଦୁ ଏପରି ସ୍ଥାପନ କର, ଯେପରି AB = AD ହେବ (ଏହି ସୋପାନ ହିଁ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରକୁ ରମ୍ବସରେ ପରିଣତ କରେ) ।

(iv) D ବିନ୍ଦୁରେ $\overline{AB}$ ସହ ସମାନ୍ତର $\overline{DC}$ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି $\overleftrightarrow{PQ}$ ଉପରେ C ରହିବ (ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନର ସୋପାନ (iii) ଅନୁରୂପ) । ABCD ରମ୍ବସ ଅଙ୍କିତ ହେଲା ।

ପରୀକ୍ଷା – 5 : ଏକ ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ବନ୍ଧ ନିରୂପଣ :

ତିନୋଟି ଭିନ୍ନ ଆକୃତିବିଶିଷ୍ଟ ରମ୍ବସ୍ ଅଙ୍କନ କର ଓ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଚିତ୍ର 3.22 ଅନୁରୂପ ନାମ ଦିଅ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ କର୍ଣ୍ଣ $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ ଅଙ୍କନ କର ଓ ଛେଦବିନ୍ଦୁକୁ O ବୋଲି ନାମ ଦିଅ ।

$\angle AOD$ ର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଏବଂ $\overline{AO}$, $\overline{CO}$, $\overline{BO}$, $\overline{DO}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ । ନିର୍ଣ୍ଣିତ ମାପଗୁଡ଼ିକୁ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଲେଖ ।

ଚିତ୍ର ନଂ	$m\angle AOD$	AO	CO	BO	DO
1					
2					
3					

ସାରଣୀ – 3.5

ସାରଣୀରୁ ଦେଖିବ ଯେ ABCD ରମ୍ବସ୍‌ରେ $m\angle AOD = 90^0$ ଅର୍ଥାତ୍

$\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ....(1)

ପୁନଶ୍ଚ, AO = CO ଏବଂ BO = DO

ଅର୍ଥାତ୍ $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ....(2)

ଉପରିସ୍ଥ (1) ଓ (2) ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣରୁ ଆମେ ନିମ୍ନ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହେଲେ –

ସିଦ୍ଧାନ୍ତ – (5) : ଏକ ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

ଆୟତ ଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ବନ୍ଧ :

ଆୟତ ଚିତ୍ରର ବିଶେଷତ୍ୱ ହେଉଛି, ଏହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣ ସମକୋଣ । ଏହି ସ୍ୱାତନ୍ତ୍ର୍ୟର କର୍ଣ୍ଣ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ବନ୍ଧ ଉପରେ କ'ଣ ପ୍ରଭାବ ଅଛି ତାହା ନିମ୍ନ ପରୀକ୍ଷା ମାଧ୍ୟମରେ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା ।

ଆୟତ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

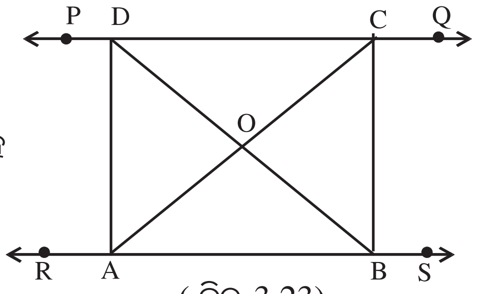
ତୁମ ପାଇଁ କାମ

(i) ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନର ସୋପାନ (i) ଅନୁରୂପ $\overleftrightarrow{PQ} \parallel \overleftrightarrow{RS}$ ରେଖାଦ୍ୱୟ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) $\overleftrightarrow{RS}$ ଉପରେ ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ A ଓ B ସ୍ଥାପନ କର ।

(iii) A ଓ Bଠାରେ $\overleftrightarrow{RS}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର ଓ $\overleftrightarrow{PQ}$ ସହ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁକୁ ଯଥାକ୍ରମେ D ଓ C ରୂପେ ସୂଚାଅ ।

ABCD ଆୟତ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କିତ ହେଲା ।



(ଚିତ୍ର 3.23)

ପରୀକ୍ଷା – 6 : ଏକ ଆୟତ ଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ବନ୍ଧ ନିରୂପଣ :

ଉପର ବର୍ଣ୍ଣିତ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଆକାରର ତିନୋଟି ଆୟତ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ଚିତ୍ର 3.23 ଅନୁରୂପ ନାମ ଦିଅ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ କର୍ଣ୍ଣ $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ ଅଙ୍କନ କରି ଛେଦବିନ୍ଦୁକୁ O ବୋଲି ସୂଚାଅ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ $\overline{AC}$, $\overline{BD}$, $\overline{AO}$, $\overline{CO}$, $\overline{BO}$, $\overline{DO}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପି ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଲେଖ ।

ଚିତ୍ର ନଂ	AC	BD	AO	CO	BO	DO
1						
2						
3						

ସାରଣୀ – 3.6

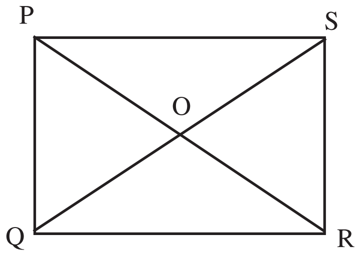
ସାରଣୀରୁ ଦେଖିବ ଯେ ABCD ଆୟତ ଚିତ୍ରରେ AC = BD ....(1)

ପୁନଶ୍ଚ AO = CO ଏବଂ BO = DO ....(2)

(1) ଓ (2) ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣରୁ ଆମେ ନିମ୍ନ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହୋଇପାରିବା ।

ସିଦ୍ଧାନ୍ତ–6: ଏକ ଆୟତଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ଏବଂ ସେଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

ଉଦାହରଣ - 8 : PQRS ଆୟତଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ O । ଯଦି OQ=(2x+4) ଏକକ ଏବଂ OP=(3x+1) ଏକକ ହୁଏ ତେବେ x ର ମୂଲ୍ୟ ସ୍ଥିର କରି କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସ୍ଥିର କର ।



(ଚିତ୍ର 3.24)

ସମାଧାନ : PQRS ଆୟତ ଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ O ।

ଏଠାରେ $PR = QS \Rightarrow \frac{1}{2}PR = \frac{1}{2}\ QS$

$\Rightarrow PO = QO \Rightarrow 3x+1= 2x+ 4$

$\Rightarrow 3x - 2x = 4 - 1 \Rightarrow\ x = 3$ ଏକକ

$\therefore PO = 3$ ଏକକ $\Rightarrow 2PO = 6$ ଏକକ $\Rightarrow PR = 6$ ଏକକ

$\therefore PR = QS =\ 6$ ଏକକ ($\because$ ଆୟତଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ)

ବର୍ଗଚତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ବନ୍ଧ :

ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣ ସମକୋଣ । ଅର୍ଥାତ୍, ଏଥିରେ ରମ୍ବସ୍ ତଥା ଆୟତଚିତ୍ର ଉଭୟର ସ୍ୱତନ୍ତ୍ରତାର ସମନ୍ୱୟ ଘଟିଛି । ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହାର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ବନ୍ଧକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା ।

ବର୍ଗଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

ତୁମ ପାଇଁ କାମ

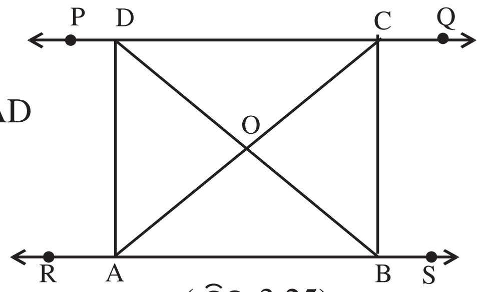
(i) ଆୟତଚିତ୍ର ଅଙ୍କନର ସୋପାନ (i) ଅନୁରୂପ $\overleftrightarrow{PQ}$ || $\overleftrightarrow{RS}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) $\overleftrightarrow{RS}$ ର ଯେକୌଣସି ଏକ ବିନ୍ଦୁକୁ A ରୂପେ ଦର୍ଶାଅ ଓ A ଠାରେ $\overleftrightarrow{RS}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ ସେହି ଲମ୍ବ ଓ $\overleftrightarrow{PQ}$ ର ଛେଦବିନ୍ଦୁକୁ D ବୋଲି ନାମ ଦିଅ ।

(iii) $\overleftrightarrow{RS}$ ଉପରେ B ବିନ୍ଦୁ ସ୍ଥାପନ କର, ଯେପରି AB = AD

(iv) B ବିନ୍ଦୁରେ $\overleftrightarrow{RS}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର । ଏହି ଲମ୍ବ ଓ $\overleftrightarrow{PQ}$ ର ଛେଦବିନ୍ଦୁକୁ C ନାମରେ ନାମିତ କର ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ABCD ବର୍ଗଚିତ୍ର ପାଇଲ ।



(ଚିତ୍ର 3.25)

ପରୀକ୍ଷା - 7 : ଏକ ବର୍ଗ ଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ବନ୍ଧ ନିରୂପଣ :

ପୂର୍ବବର୍ଣ୍ଣିତ ପ୍ରଣାଳୀରେ ତିନୋଟି ବର୍ଗଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରି ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଚିତ୍ର 3.25 ଅନୁରୂପ ନାମ ଦିଅ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ କର୍ଣ୍ଣ $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ ଅଙ୍କନ କରି ଛେଦବିନ୍ଦୁକୁ O ନାମରେ ନାମିତ କର ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରୁ $\overline{AC}$, $\overline{BD}$, $\overline{AO}$, $\overline{CO}$, $\overline{BO}$, $\overline{DO}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଏବଂ ∠AOD ର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ମାପଗୁଡ଼ିକୁ ସାରଣୀ -3.7 ରେ ଲେଖ ।

ଚିତ୍ର ନଂ	m∠AOD	AC	BD	AO	CO	BO	DO
1							
2							
3							

ସାରଣୀ – 3.7

ଉପରିସ୍ଥ ସାରଣୀରୁ ଦେଖିବ ଯେ ABCD ବର୍ଗଚିତ୍ରରେ, $m\angle AOD = 90^0$ ଅର୍ଥାତ୍ କର୍ଣ୍ଣ $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଏବଂ AC = BD ....(1)

ପୁନଶ୍ଚ, AO = OC ଏବଂ BO = OD ....(2)

ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ (1) ଓ (2) ରୁ ଆମେ ନିମ୍ନ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହୋଇପାରିବା ।

ସିଦ୍ଧାନ୍ତ – 7: ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ଓ ସେଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ର, ରମ୍ବସ୍, ଆୟତ ଚିତ୍ର ଓ ବର୍ଗଚିତ୍ର, ଏ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ବନ୍ଧକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

(i) ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର, ଆୟତ ଚିତ୍ର ଓ ବର୍ଗଚିତ୍ର, ଏ ସମସ୍ତ କ୍ଷେତ୍ରରେ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

(ii) ରମ୍ବସ୍ ଓ ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

(iii) ଆୟତଚିତ୍ର (ଓ ବର୍ଗଚିତ୍ର)ରେ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ।

(iv) ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଉପରିସ୍ଥ ସମସ୍ତ ସମ୍ବନ୍ଧ ରହିଛି । ଅର୍ଥାତ୍ ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ, ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଏବଂ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

3.4 ବିଭିନ୍ନ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଚତୁର୍ଭୁଜମାନଙ୍କର କର୍ଣ୍ଣ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ବନ୍ଧର ବିଶ୍ଳେଷଣ :

(i) ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ;

[ସମଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଓ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ନ ହୋଇପାରନ୍ତି ।]

(ii) ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ;

[ସମଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ନ ହୋଇ ପାରନ୍ତି ।]

(iii) ଆୟତଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ଓ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ;

[ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ନ ହୋଇ ପାରନ୍ତି ।]

(iv) ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ସମଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ, ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଓ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି । ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ଯେ ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ବନ୍ଧ ତିନୋଟି ମଧ୍ୟରୁ ଅନ୍ୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୋଟିଏ ବା ଦୁଇଟି ସମ୍ବନ୍ଧ ରହିଛି ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 3 (b)

1. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

(a) ...... ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

(b) ....ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଏବଂ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

(c) ....ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ, ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ଏବଂ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ।

(d) ...... ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଏବଂ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

(e) .... ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି; କିନ୍ତୁ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟ ନ ହୋଇପାରନ୍ତି ।

(f) ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ହେଲେ, ଏହାର ବିପରୀତ କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି .... ।

(g) ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ, ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଏବଂ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରୁଥିଲେ, ଏହାର ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ କୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି .... ।

2. ନିମ୍ନସ୍ଥ ଉକ୍ତିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ପାଇଁ ଯାହା ସତ୍ୟ ତା' ପାଖରେ T ଲେଖ ଓ ଯାହା ସତ୍ୟ ନୁହେଁ ତା' ପାଖରେ F ଲେଖ ।

(a) ବିପରୀତ କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ସର୍ବଦା ସମାନ । [ ]

(b) ବିପରୀତ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ । [ ]

(c) କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ତଥ୍ୟ କିଛି ନାହିଁ । [ ]

(d) ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ କୋଣ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ । [ ]

(e) ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ କୋଣର ପରିମାଣ ପରସ୍ପର ସମାନ । [ ]

(f) ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣ ସମକୋଣ । [ ]

(g) ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣ ଦ୍ୱାରା ଉତ୍ପନ୍ନ ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ ଅନ୍ୟଟିର ଅନୁରୂପ ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସହ ସମାନ । [ ]

3. ନିମ୍ନ ଉକ୍ତିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଉକ୍ତି ପାଖରେ T ଓ ଭୁଲ୍ ଉକ୍ତି ପାଖରେ F ଲେଖ ।

(a) ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରକାର ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ସମାନ । [ ]

(b) ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି । [ ]

(c) କୌଣସି କୋଣ ସମକୋଣ ନ ହୋଇଥିବା ଏକ ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ହେବେ ନାହିଁ ।[ ]

(d) ସନ୍ନିହିତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ହୋଇ ନ ଥିବା ଆୟତ ଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ । [ ]

(e) ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ଓ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ । [ ]

(f) ଏଭଳି ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ନାହିଁ ଯାହାର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ନାହିଁ । [ ]

4. ABCD ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର $m\angle A = 70^0$ ହେଲେ, $\angle B$, $\angle C$ ଏବଂ $\angle D$ ର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।

5. ABCD ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ କୋଣର ପରିମାଣର ଅନୁପାତ 2:3 ହେଲେ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।

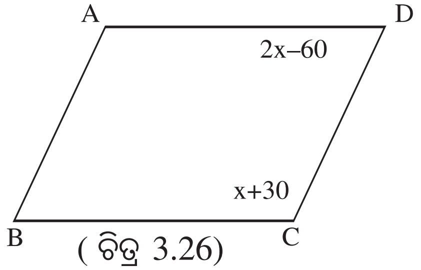
6. ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ଅନୁପାତ 1:3:7:9 ହେଲେ ଚତୁର୍ଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।

7. କୌଣସି ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜର କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ସମାନ ଏବଂ ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରୁଥିଲେ, ଚତୁର୍ଭୁଜଟି କେଉଁ ପ୍ରକାର ଚିତ୍ର ହେବ କାରଣ ସହ ଦର୍ଶାଅ ।

8. ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍‌ର ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ 60^0 ହେଲେ, ଦର୍ଶାଅ ଯେ ରମ୍ବସ୍‌ଟିର କ୍ଷୁଦ୍ରତର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଏହାର ଏକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସହ ସମାନ ହେବ ।

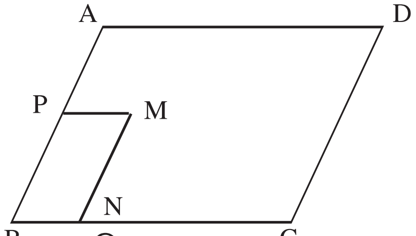
9. ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ କୋଣର ପରିମାଣ ଯଥାକ୍ରମେ 60^0 ଏବଂ 80^0 । ଅନ୍ୟକୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ସମାନ ହେଲେ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।

10. ABCD ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରରେ $\angle C$ ଓ $\angle D$ ର ପରିମାଣ (ଡିଗ୍ରୀରେ) ଦିଆଯାଇଛି । ଦଉମାପକୁ ନେଇ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।



(ଚିତ୍ର 3.26)

11. ଦତ୍ତ ଚିତ୍ର 3.27 ରେ ABCD ଓ PBNM ଦୁଇଟି ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର । $m\angle D = 70^0$ ହେଲେ, $m\angle M$ ଓ $m\angle MNB$ କେତେ ସ୍ଥିର କର ।



(ଚିତ୍ର 3.27)

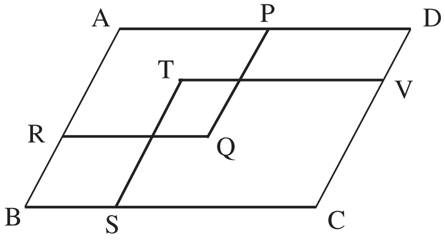
12. ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ କୋଣ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକର ପରିମାଣ ଅନ୍ୟ କୋଣର ପରିମାଣର ତିନିଗୁଣ ହେଲେ, ଏହାର କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।

13. ଚିତ୍ର 3.28ରେ ABCD, APQR ଓ TSCV ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ।

(i) APQR ର କେଉଁ କେଉଁ କୋଣର ପରିମାଣ $m\angle C$ ସହ ସମାନ ?

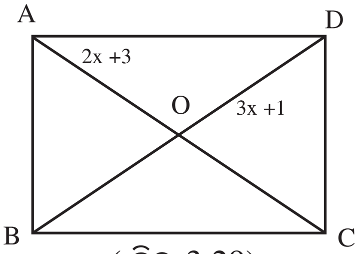
(ii) TSCV ର କେଉଁ କେଉଁ କୋଣର ପରିମାଣ $m\angle A$ ସହ ସମାନ ?

(iii) $m\angle T = 110^0$ ହେଲେ, ABCD ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।



(ଚିତ୍ର 3.28)

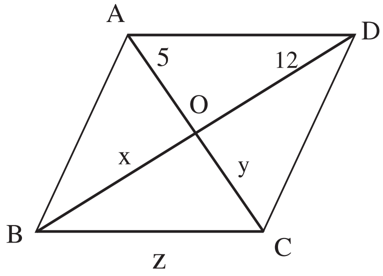
14. ABCD ଆୟତଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ 'O' ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରନ୍ତି । AO = (2x + 3) ଏକକ ଏବଂ OD = (3x +1) ଏକକ ହେଲେ, x ର ମାନ ସ୍ଥିର କର ଏବଂ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସ୍ଥିର କର ।



(ଚିତ୍ର 3.29)

15. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ABCD ଏକ ରମ୍ବସ୍ ।

ଚିତ୍ରରୁ x, y ଏବଂ z ର ମାନ ନିରୂପଣ କର ।



(ଚିତ୍ର 3.30)

16.(a) ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର, ସ୍କେଲ୍ ଏବଂ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ରମ୍ବସ୍ ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ 60^0 ଏବଂ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ସେ.ମି. ।

(b) ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର, ସ୍କେଲ୍ ଏବଂ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ 70^0 ଏବଂ ଦୁଇ ସନ୍ନିହିତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 6.3 ସେ.ମି. ଓ 4.5 ସେ.ମି. ।

(c) ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର୍, ସ୍କେଲ୍ ଏବଂ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 3.2 ସେ.ମି. ହେବ ।

*****

ଅଙ୍କନ (CONSTRUCTION)

ଅଧ୍ୟାୟ 4

4.1 କେତେକ ମୌଳିକ ଅଙ୍କନ :

ଜ୍ୟାମିତିରେ ସ୍କେଲ୍ ଓ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟରର ବ୍ୟବହାର ଯଥାକ୍ରମେ **ରୁଲର୍ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ଓ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ** ଦ୍ୱାରା ଅନୁମୋଦିତ । ଏହି ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ଦୁଇଟି ଜ୍ୟାମିତିକ ଆଲୋଚନାରେ ସଂଖ୍ୟା ତତ୍ତ୍ୱର ବ୍ୟବହାରର ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତତା ପ୍ରତିପାଦନ କରନ୍ତି । ଇଉକ୍ଲିଡ୍ ସଂଖ୍ୟାତତ୍ତ୍ୱରେ ଅଭିଜ୍ଞ ଥିଲେ ମଧ୍ୟ ଜ୍ୟାମିତିରେ ରୁଲର୍ ବା ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ଭଳି କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ପୃକ୍ତ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ଗ୍ରହଣ କରି ନ ଥିଲେ । ଜ୍ୟାମିତିକ ଅଙ୍କନ ପାଇଁ ଇଉକ୍ଲିଡ୍‌ଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଅନୁମୋଦିତ ଦୁଇଟି ମାତ୍ର ଯନ୍ତ୍ର ହେଉଛି ରୁଲର୍ ଓ କମ୍ପାସ୍ (ସଳଖ ଧାରକୁ ରୁଲର୍ କୁହାଯାଏ; ଯଥା– ସ୍କେଲ୍‌ର ସଳଖ ଧାର) । ତେଣୁ କେବଳ ରୁଲର୍ ଓ କମ୍ପାସ୍ ବ୍ୟବହାର କରି କରାଯାଉଥିବା ଅଙ୍କନକୁ **ଇଉକ୍ଲିଡ଼ୀୟ ଅଙ୍କନ (Euclidean construction)** କୁହାଯାଏ ।

ମହାମନୀଷୀ ଇଉକ୍ଲିଡ୍‌ଙ୍କ ପଦାଙ୍କ ଅନୁସରଣ କରି ଆମେ କେବଳ ରୁଲର୍ ଓ କମ୍ପାସ୍ ବ୍ୟବହାର କରି କେତେକ ଅଙ୍କନ କରିବା ଓ ମାପ କାର୍ଯ୍ୟ ପାଇଁ କେବଳ ସ୍କେଲ୍ ଓ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କରିବା ।

ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ ତୁମେମାନେ ନିମ୍ନ କେତେକ ମୌଳିକ ଅଙ୍କନ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଅବଗତ ଅଛ ଏବଂ ସେ ଅଙ୍କନଗୁଡ଼ିକୁ ତୁମେମାନେ ମଧ୍ୟ ଆଗରୁ ଅଭ୍ୟାସ କରିଛ । ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା –

1. ରୁଲର୍ ଓ କମ୍ପାସ ସାହାଯ୍ୟରେ ଅଙ୍କନ :

(କ) ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ଦେଇ ଏକ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ

(ଖ) ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟର ସଂଯୋଜକ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ

(ଗ) ଦତ୍ତ ରେଖାଖଣ୍ଡର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡୀକରଣ

(ଘ) ଏକ ଦତ୍ତ କୋଣର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡୀକରଣ

(ଙ) ଏକ ଦତ୍ତ କୋଣର ସମପରିମାଣବିଶିଷ୍ଟ ଅନ୍ୟ ଏକ କୋଣ ଅଙ୍କନ

(ଚ) ଏକ ଦତ୍ତ ରେଖା ସହ ସମାନ୍ତର କରି ତାହାର ବହିଃସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଏକ ରେଖା ଅଙ୍କନ

(ଛ) ଏକ ଦତ୍ତ ସରଳରେଖାର ବହିଃସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଉକ୍ତ ସରଳରେଖା ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ

ବିଭିନ୍ନ ତଥ୍ୟ ଆଧାରରେ ତ୍ରିଭୁଜ ଏବଂ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବା ସମ୍ପର୍କରେ ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ଜାଣିବା । ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ ମଧ୍ୟ ତୁମେମାନେ ବିଭିନ୍ନ ତ୍ରିଭୁଜ ତଥା ଚତୁର୍ଭୁଜମାନ ଅଙ୍କନ କରିଛ ।

4.2 ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ :

ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋଟି କୋଣ ଓ ତିନୋଟି ବାହୁ ଥାଏ । ମାତ୍ର ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ପାଇଁ ଏ ସମସ୍ତଙ୍କର ମାପ ଆବଶ୍ୟକ ହୁଏ ନାହିଁ । ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଜଣାଥିଲେ ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ । ସେହିପରି ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ ଓ ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ହୋଇଗଲେ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ । ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇଟି କୋଣ ଓ ଗୋଟିଏ ବାହୁ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ହୋଇଗଲେ ତ୍ରିଭୁଜଟି ମଧ୍ୟ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ । ମୋଟ୍ ଉପରେ **ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ପାଇଁ ପରସ୍ପରଠାରୁ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ତିନୋଟି ମାପ ହିଁ ଯଥେଷ୍ଟ ।** ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିକୋଣର ପରିମାଣ ପରସ୍ପରଠାରୁ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ମାପ ନୁହେଁ ; କାରଣ ଦୁଇଟି ମାପ ଜଣାଥିଲେ ଅନ୍ୟଟି ସ୍ୱତଃ ଜଣାପଡ଼ିବ । କାରଣ ତିନିକୋଣ ମାପର ସମଷ୍ଟି 180^0 । ମାତ୍ର ତିନିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପରସ୍ପରଠାରୁ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର । ତେଣୁ ତିନିବାହୁର ଦତ୍ତ ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ନେଇ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ; କିନ୍ତୁ ତିନିକୋଣର ପରିମାଣକୁ ନେଇ ଏକାଧିକ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ହୁଏ ।

ଆମେ ଏଠାରେ କେତେଗୋଟି ମାପ ଜଣାଥାଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

(i) ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ,

(ଯେକୌଣସି ଦୁଇ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି ତୃତୀୟ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟଠାରୁ ବୃହତ୍ତର)

(ii) ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣର ମାପ ଦତ୍ତ ଥିଲେ,

(iii) ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଏହା ସଂଲଗ୍ନ ଦୁଇଗୋଟି କୋଣର ମାପ ଦତ୍ତ ଥିଲେ,

(iv) ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଅନ୍ୟ ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ ।

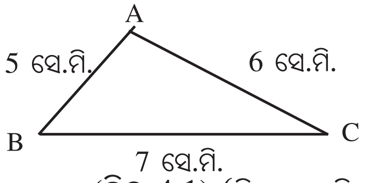
ଏହି ସବୁ ମାପ ଛଡ଼ା ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ମାପ ନେଇ ମଧ୍ୟ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ । ତାହା ପରେ ଜାଣିବ ।

ସୂଚନା : ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବା ପୂର୍ବରୁ ପ୍ରଥମେ ଏକ ରଫ୍ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରି ତାହାର ନାମକରଣ କରାଯାଏ । ଦତ୍ତ ଥିବା ଅଂଶଗୁଡ଼ିକର ମାପକୁ ସମ୍ପୃକ୍ତ ଅଂଶର ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଦର୍ଶାଇଲେ ତାହାକୁ **'ବିଶ୍ଳେଷଣ ଚିତ୍ର'** ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ । ଏହା ଦ୍ୱାରା ପ୍ରଥମେ କେଉଁ ଅଂଶ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ ତାହା ଜାଣିହୁଏ । ରଫ୍ ଚିତ୍ର ନିଜର ସୁବିଧା ପାଇଁ କରାଯାଏ । ଏହା ଅଙ୍କନ-ପ୍ରଶ୍ନୋତ୍ତର ଦୃଷ୍ଟିରୁ ବାଧ୍ୟତାମୂଳକ ନୁହେଁ । ମାତ୍ର ଏହା ସାହାଯ୍ୟରେ ଅଙ୍କନର ବିଭିନ୍ନ ସୋପାନ ସହଜରେ ସ୍ଥିର କରି ହୁଏ ।

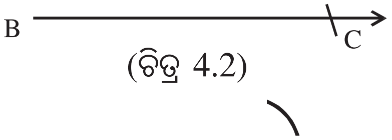
ମନେରଖ : ΔABC ରେ $\angle A$, $\angle B$ ଓ $\angle C$ ର ସମ୍ମୁଖୀନ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ଯଥାକ୍ରମେ a, b ଓ c ସଙ୍କେତଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ।

ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ -1 : ତିନି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ (ବାହୁ – ବାହୁ – ବାହୁ):

ଉଦାହରଣ -1 : ΔABC ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର $a = 7$ ସେ.ମି., $b = 6$ ସେ.ମି. ଓ $c = 5$ ସେ.ମି. ।



(ଚିତ୍ର 4.1) (ବିଶ୍ଳେଷଣ ଚିତ୍ର)



(ଚିତ୍ର 4.2)

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

(i) 7 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ $\overline{BC}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) Bକୁ କେନ୍ଦ୍ର ରୂପେ ନେଇ 5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ।

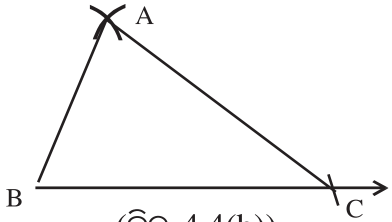
(ଚିତ୍ର 4.3)

(iii) C କୁ କେନ୍ଦ୍ର ନେଇ 6 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧବିଶିଷ୍ଟ ଏକଚାପ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି B କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି ଅଙ୍କିତ ହୋଇଥିବା ଚାପକୁ ଏହା ଛେଦ କରିବ । ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ A ଦିଅ ।

(ଚିତ୍ର 4.4(a))

(iv) $\overline{AB}$ ଓ $\overline{AC}$ ଅଙ୍କନ କର ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆବଶ୍ୟକ ΔABC ମିଳିଲା ।



(ଚିତ୍ର 4.4(b))

ଟୀକା : B ଓ C ବିନ୍ଦୁକୁ କେନ୍ଦ୍ର ନେଇ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଥିବା ଚାପଦ୍ୱୟ $\overline{BC}$ ର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରିବେ । ଫଳରେ A ବିନ୍ଦୁର ଦୁଇଗୋଟି ଅବସ୍ଥିତି ମିଳିବ । ମାତ୍ର A ର ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ଅବସ୍ଥିତିକୁ ନେଇ ΔABC ଅଙ୍କନ କଲେ ଯଥେଷ୍ଟ ହେବ ।

ବି.ଦ୍ର. : ତୁମମାନଙ୍କର ଜାଣିବା ପାଇଁ ସୋପାନ ଅନୁଯାୟୀ ଅଙ୍କନଗୁଡ଼ିକୁ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । କିନ୍ତୁ ଗୋଟିଏ ସ୍ଥାନରେ ଏବଂ ଗୋଟିଏ ଚିତ୍ରରେ (ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ ଅନୁସରଣରେ) ଅଙ୍କନ କରିବା ବିଧେୟ ।

ନିଜେ କର

ନିମ୍ନରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନରେ ତିନୋଟି ଲେଖାଏଁ ଦୈର୍ଘ୍ୟମାପ ଦିଆଯାଇଛି । କେଉଁ ତିନୋଟିକୁ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ରୂପେ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ ଦର୍ଶାଅ ।

(i) 7 ସେ.ମି, 5 ସେ.ମି., 6.3 ସେ.ମି.

(ii) 7 ସେ.ମି., 4.5 ସେ.ମି., 12 ସେ.ମି.

(iii) 6.2 ସେ.ମି., 9.5 ସେ.ମି., 9.5 ସେ.ମି.

ବି.ଦ୍ର. : ତ୍ରିଭୁଜର ଯେକୌଣସି ଦୁଇବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି ଏହାର ତୃତୀୟ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟଠାରୁ ବୃହତ୍ତର ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 4 (a)

(ସମସ୍ତ ଅଙ୍କନ ଲାଗି କେବଳ ସ୍କେଲ୍ ଓ କମ୍ପାସ୍ ବ୍ୟବହାର କର)

1. ABC ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର, ଯହିଁରେ a = 7 ସେ.ମି., b = 3.5 ସେ.ମି. ଓ c = 5 ସେ.ମି. । ଏହାର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ A ରୁ $\overline{BC}$ ବାହୁ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର । ସେହି ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ ।

2. ΔABCର AB = AC = BC = 6.1 ସେ.ମି. । ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରି ଏହାର କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ମାପି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

3. ΔABC ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର BC = 5 ସେ.ମି., AB = AC = 6.3 ସେ.ମି., ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରି $\overline{BC}$ ର ସଂଲଗ୍ନ କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

4. ΔLMN ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର LM = 5 ସେ.ମି., LN = 4.7 ସେ.ମି. ଓ MN = 6.1 ସେ.ମି., ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରି ଏହାର କୋଣଗୁଡ଼ିକ ମାପ ଓ କେଉଁ କୋଣଟି ବୃହତ୍ତମ ତାହା ଦେଖାଅ ।

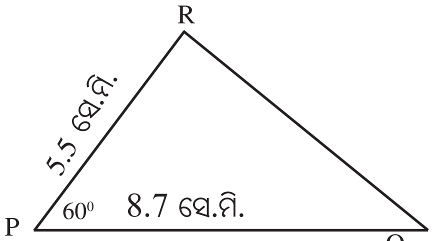
5. ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର ତିନି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 5.8 ସେ.ମି., 4.7 ସେ.ମି. ଓ 3.9 ସେ.ମି. । ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରି 5.8 ସେ.ମି., 4.7 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଅଙ୍କନ କର ।

6. a = 6 ସେ.ମି., b = 7 ସେ.ମି. ଓ c = 8 ସେ.ମି. ନେଇ ΔABC ଅଙ୍କନ କର । ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁମାନଙ୍କର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବମାନ ଅଙ୍କନ କର ।

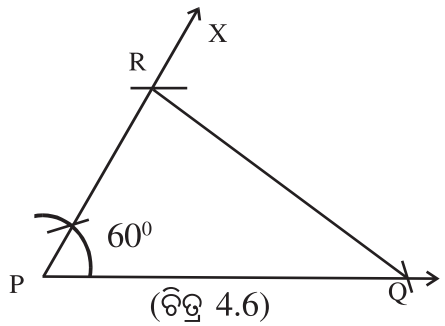
(ଅଙ୍କନ ତ୍ରୁଟିଶୂନ୍ୟ ହୋଇଥିଲେ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବଗୁଡ଼ିକ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁରେ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରିବେ)

ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ - 2 : ଦୁଇଗୋଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣର ପରିମାଣ ଦତ୍ତ ଥିଲେ, ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ (ବାହୁ – କୋଣ – ବାହୁ) :

ଉଦାହରଣ - 2 : ΔPQR ଅଙ୍କନ କର, ଯହିଁରେ PQ = 8.7 ସେ.ମି., PR = 5.5 ସେ.ମି. ଓ $m\angle P = 60^0$ ।



(ଚିତ୍ର 4.5)
(ବିଶ୍ଳେଷଣ ଚିତ୍ର)



(ଚିତ୍ର 4.6)
(ଅଙ୍କିତ ଚିତ୍ର)

(i) 8.7 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ $\overline{PQ}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) $\overrightarrow{PX}$ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି $m\angle XPQ = 60^0$

(iii) P କୁ କେନ୍ଦ୍ର ନେଇ 5.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି ତାହା $\overrightarrow{PX}$ କୁ ଛେଦ କରିବ । ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ R ଦିଅ ଏବଂ $\overline{RQ}$ ଅଙ୍କନ କର । ବର୍ତ୍ତମାନ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ΔPQR ମିଳିଲା ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 4 (b)

1. ΔABC ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର a = 5.6 ସେ.ମି., $m\angle B = 60^0$, c = 6.3 ସେ.ମି. । ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରି $\angle C$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଅଙ୍କନ କର ।

2. ΔABCରେ AB = AC = 5.7 ସେ.ମି., $m\angle A = 120^0$; ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରି $\angle B$ ଓ $\angle C$ର ପରିମାଣ ମାପି ଲେଖ । ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ପର୍କ ଲେଖ ।

3. ΔPQR ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର PQ = 7 ସେ.ମି., PR = 5.6 ସେ.ମି. ଓ $m\angle P = 45^0$ । ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରି R ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{PQ}$ ପ୍ରତି ଏକ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର ।

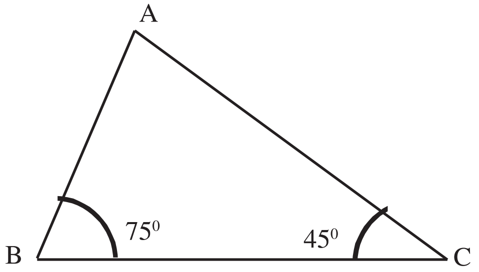
4. ΔABC ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି $m\angle B = 75^0$, AB = 3 ସେ.ମି., BC = 4 ସେ.ମି. ।

ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ - 3 :

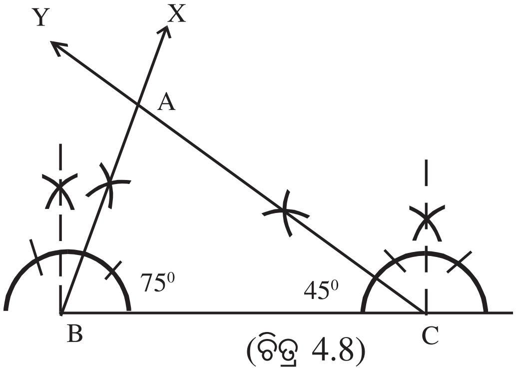
ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ସେହି ବାହୁର ସଂଲଗ୍ନ କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ଦତ୍ତ ଥିଲେ, ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ (କୋଣ–ବାହୁ–କୋଣ) :

ଉଦାହରଣ – 3 :

ΔABC ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି BC = 7 ସେ.ମି., $m\angle B = 75^0$, $m\angle C = 45^0$ ।



(ଚିତ୍ର 4.7)
(ବିଶ୍ଳେଷଣ ଚିତ୍ର)



(ଚିତ୍ର 4.8)
(ଅଙ୍କିତ ଚିତ୍ର)

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

(i) 7 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ $\overline{BC}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) $\overrightarrow{BX}$ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି $m\angle CBX = 75^0$ ହେବ ।

(iii) $\overrightarrow{CY}$ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି $m\angle BCY = 45^0$ ହେବ ।

(iv) $\overrightarrow{BX}$ ଓ $\overrightarrow{CY}$ ର ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ A ଦିଅ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ΔABC ମିଳିଲା ।

ସୂଚନା : ΔABCର $\overline{BC}$ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଏବଂ $\angle B$ ଓ $\angle A$ ର ପରିମାଣ ଦତ୍ତ ଥିଲେ

$m\angle C = 180^0 - (m\angle A + m\angle B)$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରିବ । ଫଳରେ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ତିନିକୋଣ ମଧ୍ୟରୁ ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି କୋଣର ପରିମାଣ ଦତ୍ତ ଥିଲେ ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ ।

ଅନୁଶୀଳନୀ – 4 (c)

1. ΔABC ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି a = 7.5 ସେ.ମି., $m\angle B = 75^0$ ଓ $m\angle C = 30^0$

2. ΔABC ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି $m\angle A = 60^0$, $m\angle B = 75^0$ ଓ c = 5.9 ସେ.ମି. ।

3. ΔABC ର BC = 6.5 ସେ.ମି., $\overline{BC}$ ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଲଗ୍ନ କୋଣର ପରିମାଣ = 75^0 । ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରି $\overline{AB}$ ଓ $\overline{AC}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

4. Δ PQR ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର PQ = 5.7 ସେ.ମି., $m\angle P = 60^0$ ଓ $m\angle Q = 45^0$ ।

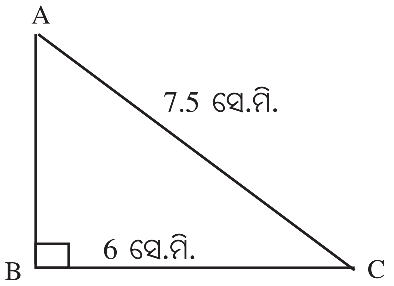
5. b = 7 ସେ.ମି., $m\angle A = 60^0$ ଓ $m\angle B = 75^0$ ନେଇ ΔABC ଅଙ୍କନ କର ।

ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ - 4 :

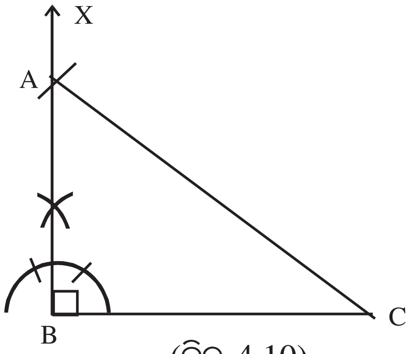
କର୍ଣ୍ଣ ଓ ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ, ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ (ସମକୋଣ–କର୍ଣ୍ଣ–ବାହୁ) :

ଉଦାହରଣ - 4 :

ABC ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର $\overline{AC}$ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 7.5 ସେ.ମି. ଓ BC = 6 ସେ.ମି. । ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କର ।



(ଚିତ୍ର 4.9)
(ବିଶ୍ଳେଷଣ ଚିତ୍ର)



(ଚିତ୍ର 4.10)
(ଅଙ୍କିତ ଚିତ୍ର)

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

(i) 6 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ $\overline{BC}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) $\overrightarrow{BX}$ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି $m\angle XBC = 90^0$ ହେବ ।

(iii) C କୁ କେନ୍ଦ୍ର ନେଇ 7.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ଓ ତାହା $\overrightarrow{BX}$ କୁ ଛେଦ କରୁ । ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ A ଦିଅ ।

(iv) $\overline{AC}$ ଅଙ୍କନ କର ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ΔABC ମିଳିଲା ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 4 (d)

1. ABC ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର, ଯହିଁରେ କର୍ଣ୍ଣ $\overline{AC}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 5 ସେ.ମି. ଓ BC = 3 ସେ.ମି. । ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରି $\overline{AB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ ।

2. ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 8 ସେ.ମି. ଓ ଅନ୍ୟ ଏକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 5.1 ସେ.ମି. ।

3. ABC Δ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି AB = BC = 5.6 ସେ.ମି. । B ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{AC}$ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ପାଦବିନ୍ଦୁ D । BD = 4 ସେ.ମି. ।

   ସୂଚନା: ΔABD ରେ $\angle$D ସମକୋଣ ଓ ଏହାର କର୍ଣ୍ଣ $\overline{AB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଅଛି । ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ-4 ପ୍ରଣାଳୀରେ ପ୍ରଥମେ ΔABD ଅଙ୍କନ କର । ତା'ପରେ $\overrightarrow{AD}$ ଉପରେ C ବିନ୍ଦୁ ନିରୂପଣ କରି ΔABC ଅଙ୍କନ କର ।

4. ΔABC ରେ AC = 5 ସେ.ମି. । $\overline{AB}$ ପ୍ରତି $\overline{CD}$ ଲମ୍ବ । CD = 4 ସେ.ମି., BC = 6 ସେ.ମି. । ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କର ।

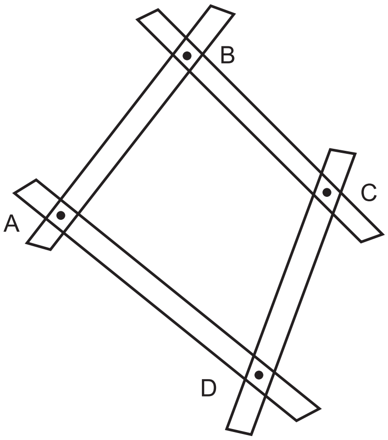
4.3 ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ :

ଆମେ ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ତିନୋଟି ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ମାପ ନେଇ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିପାରୁ; ଯେପରି ତ୍ରିଭୁଜର (i) ତିନିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, (ii) ଦୁଇବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣର ମାପ, (iii) ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଦୁଇଟି କୋଣର ମାପ, (iv) ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣ ଓ ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଇତ୍ୟାଦି ।

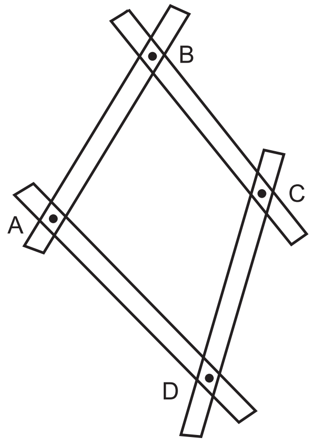
ବର୍ତ୍ତମାନ ପ୍ରଶ୍ନ ଉଠୁଛି – ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜ ପାଇଁ ଚାରିଗୋଟି ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ମାପ ଜାଣିଗଲେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବା ସର୍ବଦା ସମ୍ଭବ କି ?

ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଭଳି ଚତୁର୍ଭୁଜର ଚାରିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମଧ୍ୟ ଚାରୋଟି ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ମାପ । ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଜାଣିଗଲେ ଆମେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଭାବରେ ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିପାରୁଥିଲେ । ତେବେ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଚାରିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଜାଣିଗଲେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଭାବରେ ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଆଙ୍କିପାରିବା କି ?

ତୁମ ପାଇଁ କାମ



(କ)



(ଖ)

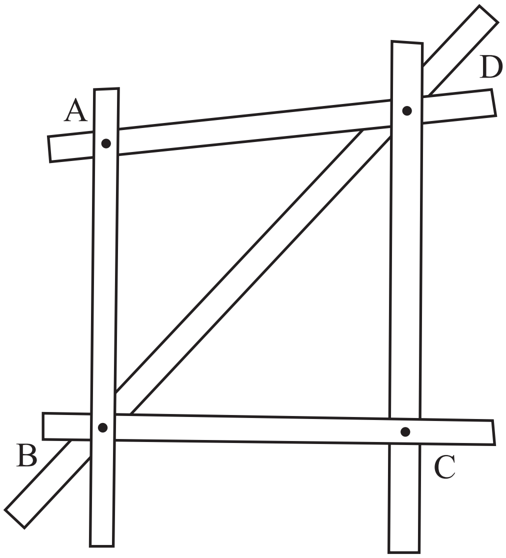
(ଚିତ୍ର 4.11)

(i) ଚାରିଗୋଟି ବାଉଁଶପାତିଆ (ଅଥବା ପଟିକାଗଜ) ନିଅ । ପ୍ରତି ପାତିଆର ଦୁଇ ମୁଣ୍ଡରେ ଦୁଇଟି ରନ୍ଧ୍ର କର । ପାତିଆଗୁଡ଼ିକୁ ପିନ୍ ବା ସ୍କ୍ରୁ ଦ୍ୱାରା ମୁଣ୍ଡକୁ ମୁଣ୍ଡ ଯୋଡ଼ି ପ୍ରଦର୍ଶିତ ଚିତ୍ର 4.11(କ) ଭଳି ଚତୁର୍ଭୁଜଟିଏ ତିଆରି କର । ଏହି ଚତୁର୍ଭୁଜର ବାହୁ ଚାରୋଟି, ଦତ୍ତ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ।

(ii) ବର୍ତ୍ତମାନ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଦୁଇ ବିପରୀତ ଶୀର୍ଷକୁ (A ଓ Cକୁ) ଚାପି ଦିଅ । ଦେଖିବ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଆକୃତି ବଦଳି ଯାଇଛି; ଯଦିଓ ଏହାର ଚାରିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପୂର୍ବ ପରି ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହିଛି । ଚିତ୍ର 4.11(ଖ) ଦେଖ । ଏହିପରି ଚାପ ଦେଇ ଏକାଧିକ ଆକୃତିବିଶିଷ୍ଟ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଗଠନ ହୋଇପାରୁଥିବାର ଦେଖିବ ।

(iii) ଉକ୍ତ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣରୁ କ'ଣ ଜାଣିଲ ?

(ଏଥିରୁ ଆମେ ଜାଣିଲୁ ଯେ, ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜର କେବଳ ଚାରିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ନେଇ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଚତୁର୍ଭୁଜ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ ।)



(ଚିତ୍ର 4.11 (ଗ))

(iv) ବର୍ତ୍ତମାନ ଅନ୍ୟ ଏକ ପାତିଆ ନେଇ ପୂର୍ବରୁ ଗଠିତ ହୋଇଥିବା ଚତୁର୍ଭୁଜର ଦୁଇ ବିପରୀତ ଶୀର୍ଷ B ଓ D ସହ ସଂଯୋଗ କର । $\overline{BD}$, ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର ଏକ କର୍ଣ୍ଣ ହେବ । [ଚିତ୍ର 4.11(ଗ)]

(v) ପୁନଶ୍ଚ ପାତିଆଗୁଡ଼ିକ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ଚାରିପଟୁ ଚାପ ଦେଇ ଦେଖ । ଗଠିତ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଆକୃତି ବଦଳାଇବା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ ।

(vi) ଏଥିରୁ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲ ?

ବି.ଦ୍ର.: (ପରସ୍ପର ନିରପେକ୍ଷ ପାଞ୍ଚଟି ଅଂଶର ମାପ ଦତ୍ତ ଥିଲେ, ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ।)

ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଶ୍ଳେଷଣ :

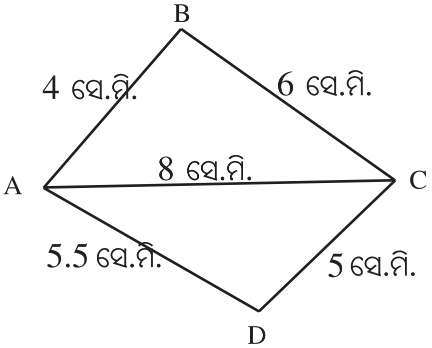
ଦତ୍ତ ମାପ ବ୍ୟବହାର କରି ଚତୁର୍ଭୁଜଟିଏ ଅଙ୍କନ କରିବା ପୂର୍ବରୁ ପ୍ରଥମେ ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜର ରଫ୍ ଚିତ୍ର (ବିଶ୍ଳେଷଣ ଚିତ୍ର) ଅଙ୍କନ କରି ଦତ୍ତ ମାପଗୁଡ଼ିକୁ ସେହି ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଅ । ଏହି ରଫ୍ ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖି ସ୍ଥିର କର ପ୍ରଥମେ ଚତୁର୍ଭୁଜର କେଉଁ ଅଂଶଟିକୁ ଅଙ୍କନ କରିବ ବା କେଉଁ ବାହୁଟିରୁ ଅଙ୍କନ ଆରମ୍ଭ କରିବ; ତା'ହେଲେ ଅଙ୍କନ ସହଜ ହେବ ।

ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ - 1 : ଚାରିବାହୁ ଓ ଏକ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ, ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ :

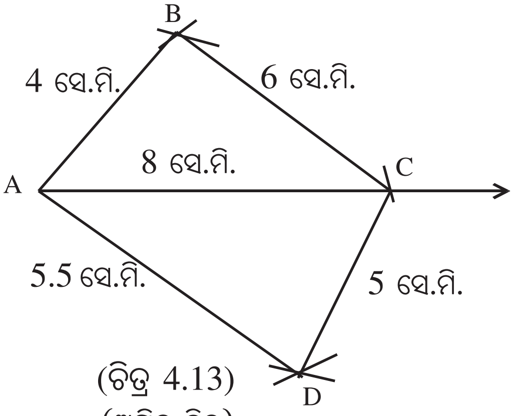
ଉଦାହରଣ - 5 :

ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର, ଯହିଁରେ AB = 4 ସେ.ମି., BC = 6 ସେ.ମି., CD = 5 ସେ.ମି., AD = 5.5 ସେ.ମି. ଓ କର୍ଣ୍ଣ AC = 8 ସେ.ମି. ।

ବିଶ୍ଳେଷଣ : ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର ରଫ୍ ଚିତ୍ରଟିଏ ଅଙ୍କନ କର । ତହିଁରେ $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{AD}$ ଓ $\overline{AC}$ ର ମାପଗୁଡ଼ିକ ସୂଚାଅ । ΔABC ଓ Δ ACD ପ୍ରତ୍ୟେକର ତିନିବାହୁ ଦତ୍ତ ଥିବାରୁ ଆମେ କର୍ଣ୍ଣ $\overline{AC}$ ର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ABC ଓ ACD ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟକୁ ଅଙ୍କନ କରିପାରିବା ଓ ଏହାଦ୍ୱାରା ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ମିଳିଯିବ ।



(ଚିତ୍ର 4.12)
(ବିଶ୍ଳେଷଣ ଚିତ୍ର)



(ଚିତ୍ର 4.13)
(ଅଙ୍କିତ ଚିତ୍ର)

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

(i) 8 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ $\overline{AC}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) A କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି 4 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ।

(iii) C କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି 6 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି ତାହା A କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି ଅଙ୍କିତ ଚାପକୁ ଛେଦ କରିବ । ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ B ଦିଅ । $\overline{AB}$ ଓ $\overline{BC}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(iv) ଏବେ A କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି 5.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧବିଶିଷ୍ଟ ଅନ୍ୟ ଏକ ଚାପ, $\overline{AC}$ ର ଯେଉଁ ପାର୍ଶ୍ୱରେ B ଅଛି, ତାହାର ବିପରୀତ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅଙ୍କନ କର ।

(v) C କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି 5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧବିଶିଷ୍ଟ ଅନ୍ୟ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର । ତାହା A କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି ଅଙ୍କିତ 5.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧବିଶିଷ୍ଟ ଚାପକୁ ଛେଦ କରୁ । ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ D ଦିଅ ।

(vi) $\overline{CD}$ ଓ $\overline{AD}$ ଅଙ୍କନ କର ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଚତୁର୍ଭୁଜ ABCD ମିଳିଲା ।

ସୂଚନା : ରଫ୍ ଚିତ୍ରରୁ ଆମେ ଜାଣିଲୁ ଯେ $AB + BC > AC$ (କାରଣ 4 ସେ.ମି. + 6 ସେ.ମି. > 8 ସେ.ମି.) ଓ $AD + DC > AC$ (କାରଣ 5.5 ସେ.ମି. + 5 ସେ.ମି. >8 ସେ.ମି.) । ତେଣୁ ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରିବା ସମ୍ଭବପର ହେଲା ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 4 (e)

1. ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି AB = 4 ସେ.ମି., BC = 3 ସେ.ମି., AD = 2.5 ସେ.ମି., CD = 3 ସେ.ମି. ଓ BD = 4 ସେ.ମି. ।

2. ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି AB = BC = 5.5 ସେ.ମି., CD = 4 ସେ.ମି., AD = 6.3 ସେ.ମି. ଏବଂ AC = 9.4 ସେ.ମି. । ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରି $\overline{BD}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

3. ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍ ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4.5 ସେ.ମି. ଏବଂ ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 6 ସେ.ମି. । ରମ୍ବସ୍‌ଟି ଅଙ୍କନ କରି ତାହାର ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପି ସ୍ଥିର କର ।

4. ABCD ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର AB = 3 ସେ.ମି., BC = 4.2 ସେ.ମି. ଓ କର୍ଣ୍ଣ $\overline{AC}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 6 ସେ.ମି. ।

ନିଜେ କର

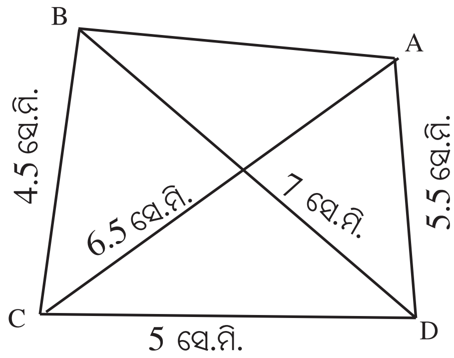
ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର AB = 3 ସେ.ମି., BC = 4 ସେ.ମି., CD = 5.5 ସେ.ମି., DA = 6 ସେ.ମି. ଏବଂ BD = 9 ସେ.ମି. ହେଲେ ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ କି ? ଯଦି ଉତ୍ତର 'ନାହିଁ' ହୁଏ, ତେବେ କାରଣ ଦର୍ଶାଅ ।

ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ - 2 :

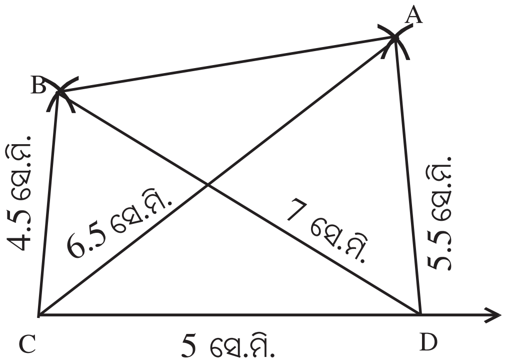
ତିନୋଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଦୁଇଟି କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ, ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ :

ଉଦାହରଣ – 6 :

ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି BC = 4.5 ସେ.ମି., CD = 5 ସେ.ମି., DA = 5.5 ସେ.ମି., AC = 6.5 ସେ.ମି. ଏବଂ BD = 7 ସେ.ମି. ।



(ବିଶ୍ଳେଷଣ ଚିତ୍ର)
(ଚିତ୍ର 4.14)



(ଅଙ୍କିତ ଚିତ୍ର)
(ଚିତ୍ର 4.15)

ବିଶ୍ଳେଷଣ ଚିତ୍ରରୁ ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ΔACD ଓ ΔBCD ଦ୍ୱୟର ତିନିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଅଛି । ତେଣୁ ଉଭୟ ତ୍ରିଭୁଜର ଅଙ୍କନ ମାଧ୍ୟମରେ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ହେବ ।

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

(i) 5 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ $\overline{CD}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) C କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି 4.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ $\overline{CD}$ ର କୌଣସି ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ।

(iii) D କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି 7 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି ତାହା C କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି ଅଙ୍କିତ ଚାପକୁ ଛେଦ କରିବ । ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ B ଦିଅ ।

(iv) ପୁନଶ୍ଚ C କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି 6.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଏକ ଚାପ $\overline{CD}$ ର ଯେଉଁ ପାର୍ଶ୍ୱରେ B ଅଛି, ସେହି ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅଙ୍କନ କର ।

(v) D କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି 5.5. ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ଓ ତାହା C ବିନ୍ଦୁରେ (iv)ରେ ଅଙ୍କିତ ଚାପକୁ ଛେଦ କରୁ । ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ A ଦିଅ ।

(vi) $\overline{DA}$, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ ଅଙ୍କନ କର । ବର୍ତ୍ତମାନ ଆବଶ୍ୟକ ମାପଗୁଡ଼ିକ ଥାଇ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଚତୁର୍ଭୁଜ ABCD ମିଳିଲା ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 4 (f)

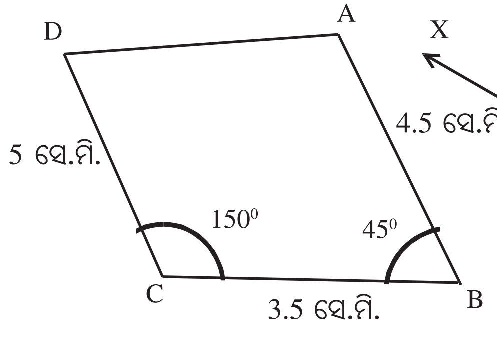
1. ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର AB = 7.0 ସେ.ମି., BC = 5.5 ସେ.ମି., AD = 7.4 ସେ.ମି., AC = 8.0 ସେ.ମି. ଓ BD = 8.5 ସେ.ମି. ।
2. PQRS ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର, ଯହିଁରେ QR = 7.5 ସେ.ମି., RP = PS = 6.0 ସେ.ମି., RS = 5 ସେ.ମି. ଓ QS = 10 ସେ.ମି. ।
3. BC = 7.5 ସେ.ମି., AC = AD = 8.3 ସେ.ମି., CD = 6.5 ସେ.ମି. ଓ BD = 11.0 ସେ.ମି. ମାପ ନେଇ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କର ।
4. ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର BC = 2.6 ସେ.ମି., CA = 4.0 ସେ.ମି., AD = 3.5 ସେ.ମି., CD = 2 ସେ.ମି. ଓ BD = 3.0 ସେ.ମି. ।
5. ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜରେ AB = 4.5 ସେ.ମି., CD = 6.0 ସେ.ମି., AD = 6.3 ସେ.ମି., BD = 5.0 ସେ.ମି. ଓ AC = 5.5 ସେ.ମି. । ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କର ।

ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ -3

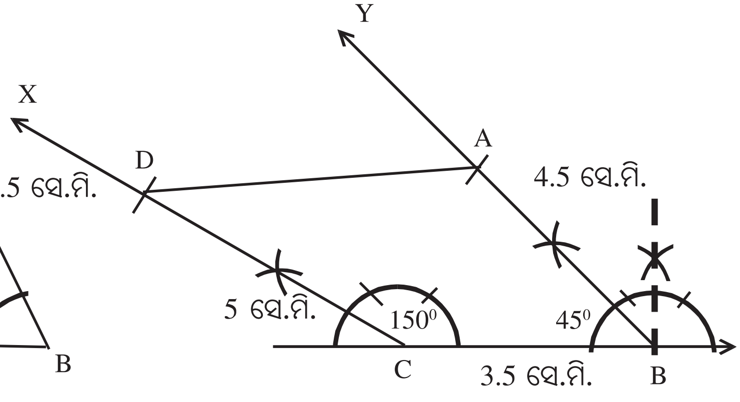
ତିନିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ସେହି ବାହୁମାନଙ୍କର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ଦତ୍ତ ଥିଲେ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ :

ଉଦାହରଣ - 7 :

ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର AB = 4.5 ସେ.ମି., BC = 3.5 ସେ.ମି., CD = 5 ସେ.ମି., $m\angle B = 45^0$ ଓ $m\angle C = 150^0$



(ବିଶ୍ଳେଷଣ ଚିତ୍ର)
(ଚିତ୍ର 4.16)



(ଅଙ୍କିତ ଚିତ୍ର)
(ଚିତ୍ର 4.17)

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

(i) 3.5 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟର $\overline{BC}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) C ବିନ୍ଦୁରେ $\overrightarrow{CX}$ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରିକି $m\angle BCX = 150^0$ ହେବ ।

(iii) Cକୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି 5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ଓ ତାହା $\overrightarrow{CX}$ କୁ D ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁ ।

(iv) B ବିନ୍ଦୁରେ $\overrightarrow{BY}$ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରିକି $m\angle CBY = 45^0$ ହେବ ।

(v) B କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି 4.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଏକଚାପ ଅଙ୍କନ କର ଓ ତାହା $\overrightarrow{BY}$ କୁ A ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁ ।

(vi) $\overline{AD}$ ଅଙ୍କନ କର । ABCD ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଚତୁର୍ଭୁଜ ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 4 (g)

1. ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର AB = 3.5 ସେ.ମି., BC = 5.5 ସେ.ମି., CD = 5 ସେ.ମି. ଏବଂ $m\angle B = 120^0$, $m\angle C = 90^0$ ।

2. PQRS ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରିକି PQ = QR = 3 ସେ.ମି., PS = 5 ସେ.ମି., $m\angle P = 90^0$, $m\angle Q = 105^0$ ।

3. PQRS ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର, ଯହିଁରେ $m\angle Q = 45^0$, $m\angle R = 90^0$, PQ = 5.5 ସେ.ମି., QR = 5 ସେ.ମି. ଏବଂ RS = 4 ସେ.ମି. ।

4. ABCD ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, AB = 3.8 ସେ.ମି., BC = 6 ସେ.ମି., CD = 4 ସେ.ମି. ଏବଂ $m\angle B = 60^0$ ।

ନିଜେ କର

(i) Δ XBC ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର XB= 7.6 ସେ.ମି., XC = 8 ସେ.ମି. ଏବଂ BC = 6 ସେ.ମି. ।

(ii) $\overline{XB}$ ଓ $\overline{XC}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ଯଥାକ୍ରମେ A ଓ D ସ୍ଥିର କର ।

(iii) $\overline{AD}$ ଅଙ୍କନ କର ।

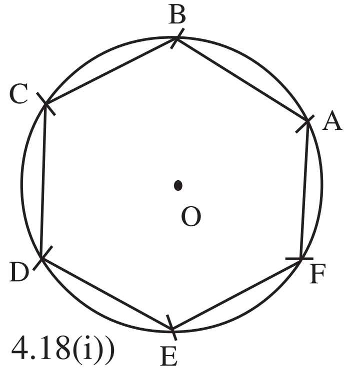
(iv) $\angle XAD$ ଓ $\angle B$ ର ପରିମାଣ ମଧ୍ୟରେ ଏକ ସଂପର୍କ କ'ଣ ଅଛି, ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

(v) ଅଙ୍କିତ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜଟି କେଉଁ ପ୍ରକାରର ଚତୁର୍ଭୁଜ ହେବ ?

4.4 ବୃତ୍ତ ମଧ୍ୟରେ ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜ, ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଓ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ :

(1) ବୃତ୍ତ ମଧ୍ୟରେ ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ :

ଯେଉଁ ବହୁଭୁଜର ବାହୁଗୁଡ଼ିକ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଓ କୋଣଗୁଡ଼ିକ ସମପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ, ତାହାକୁ ସୁଷମ ବହୁଭୁଜ କୁହାଯାଏ । ଛଅଟି ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ସୁଷମ ବହୁଭୁଜକୁ ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜ (ଚିତ୍ର 4.18(i)) କହନ୍ତି ।



(ଚିତ୍ର 4.18(i))

ମନେରଖ : ଗୋଟିଏ ବହୁଭୁଜର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ଏକ ବୃତ୍ତରେ ଅବସ୍ଥିତ ହେଲେ ତାହାକୁ **ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ବହୁଭୁଜ** କୁହାଯାଏ ।

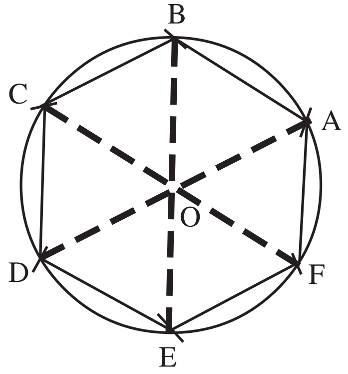
ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତରେ ଏକ ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ କରିବାକୁ ହେଲେ ଆମକୁ ବୃତ୍ତ ଉପରେ ଛଅଟି ବିନ୍ଦୁ – ମନେକର A, B,,C, D, E, F - ଏଭଳି ଭାବରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ, ଯେପରି ABCDEF ଏକ ସୁଷମ ବହୁଭୁଜ ହେବ ।

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ : ଚିତ୍ର 4.18(i) ଦେଖ । ମନେକର ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ଅଟେ ।

(i) ବୃତ୍ତ ଉପରେ ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ନେଇ ତାହାର ନାମ A ଦିଅ ।

(ii) A କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି r ଏକକ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଗୋଟିଏ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର । ଏହି ଚାପ ବୃତ୍ତକୁ ଛେଦ କରୁଥିବା ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁର ନାମ B ଦିଅ । ପୁଣି B କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି ପୂର୍ବ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧବିଶିଷ୍ଟ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର । ତାହା ବୃତ୍ତକୁ ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରେ (A ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ଏକ ବିନ୍ଦୁ) ତାହାର ନାମ C ଦିଅ । ଏହି କ୍ରମରେ ବୃତ୍ତ ଉପରେ D, E, F ବିନ୍ଦୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(iii) $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DE}, \overline{EF}, \overline{FA}$ ରେଖାଖଣ୍ଡମାନ ଅଙ୍କନ କର । ABCDEF ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜ ।



(ଚିତ୍ର 4.18(ii))

କେତୋଟି ଜାଣିବା କଥା :

(a) F କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି r ଏକକ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଚାପ ଅଙ୍କନ କଲେ ତାହା ବୃତ୍ତକୁ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିପାରିବ । ସେଥିରୁ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ E ଓ ଅନ୍ୟଟି A ଅଟେ । ତେଣୁ ଷଡ଼ଭୁଜର ବାହୁ ଛଅଟି, ସମଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ।

(b) ଚିତ୍ର 4.18 (i) ରେ

OA = OB = OC = OD = OE = OF = r (ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ) ସେହିପରି

AB = BC = CD = DE = EF = FA = r (ଅଙ୍କନ ବେଳେ ଚାପଗୁଡ଼ିକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ନିଆଯାଇଛି ।)

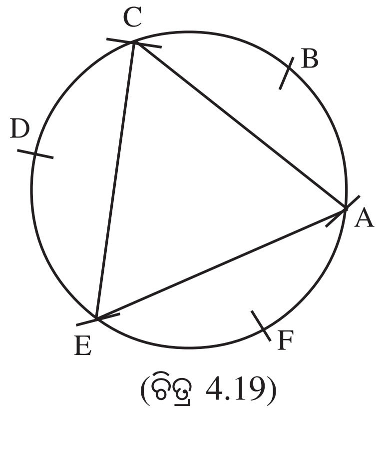
ତେଣୁ ଷଡ଼ଭୁଜର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଓ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର O ର ସଂଯୋଗକାରୀ ରେଖାଖଣ୍ଡମାନ ଅଙ୍କନ କଲେ ଆମେ ବୃତ୍ତର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ଛଅଟି ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ପାଇବା ।

ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ 60^0 ହୋଇଥିବାରୁ ଅଙ୍କିତ ବହୁଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ 120^0 ଅଟେ ।

2. ବୃତ୍ତ ମଧ୍ୟରେ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ :

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

(i) ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜ ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀର ପ୍ରଥମ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ ଅନୁସରଣ କରି ବୃତ୍ତ ଉପରେ A, B, C, D, E, F ବିନ୍ଦୁ କ୍ରମିକ ଭାବରେ ଅଙ୍କନ କର ।



(ଚିତ୍ର 4.19)

(ii) ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକୁ ଗୋଟିଏ ଛଡ଼ା ଗୋଟିକୁ (ଯେପରି A, C, E) ନେଇ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କର,

ଯେପରି $\overline{AC}$, $\overline{CE}$, $\overline{EA}$ ।

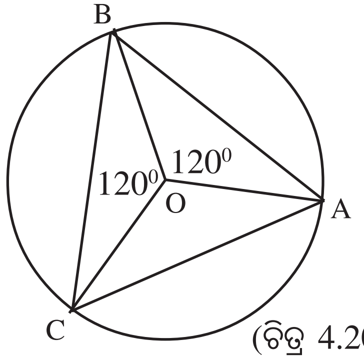
ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ΔACE ଆବଶ୍ୟକ ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ । (ପ୍ରମାଣ ପରେ ଜାଣିବ)

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ : ଚିତ୍ର 4.19ରେ ଆମେ ଆହୁରି ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ କରିପାରିବା । ତାହା ହେଉଛି ΔBDF ।

ନିଜେ କର

(i) ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର କେନ୍ଦ୍ର O ହେବ ।

(ii) କେନ୍ଦ୍ର O କୁ ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁ ନେଇ ∠AOB ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର ପରିମାଣ 120^0 ହେବ ।



(ଚିତ୍ର 4.20)

(iii) ପୁନଶ୍ଚ O କୁ ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁ ନେଇ ∠BOC ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର ପରିମାଣ 120^0 ହେବ ।

(iv) ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ A, B ଓ C କୁ ଚିହ୍ନଟ କର ଏବଂ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ଓ $\overline{CA}$ ଅଙ୍କନ କରି ତ୍ରିଭୁଜ ABC ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ କର ।

(v) ବର୍ତ୍ତମାନ ତ୍ରିଭୁଜ ABC (ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ) ବୃତ୍ତରେ ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ ହେଲା ।

3. ବୃତ୍ତ ମଧ୍ୟରେ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ :

ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଦୁଇଟି ବ୍ୟାସ ଅଙ୍କନ କରି ବୃତ୍ତ ମଧ୍ୟରେ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରାଯାଏ । ପ୍ରଥମେ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରିସାରି ନିମ୍ନ ପ୍ରଣାଳୀ ଅନୁସରଣ କର :

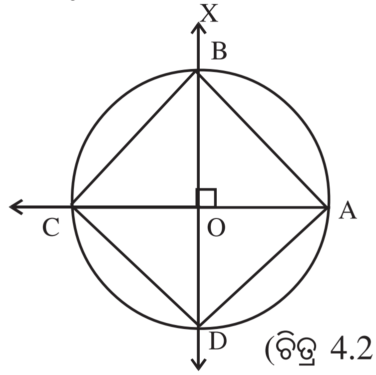
(i) ମନେକର ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର O ଅଟେ । ବୃତ୍ତ ଉପରେ ଯେକୌଣସି ଏକ ବିନ୍ଦୁ A ନେଇ $\overrightarrow{AO}$ ଅଙ୍କନ କର । ତାହା ବୃତ୍ତକୁ ଛେଦ କରୁଥିବା ବିନ୍ଦୁର ନାମ C ଦିଅ । ବୃତ୍ତର $\overline{AC}$ ଗୋଟିଏ ବ୍ୟାସ ।

(ii) $\overrightarrow{OX}$ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି ∠AOX ଏକ ସମକୋଣ ହେବ । $\overrightarrow{OX}$ ଓ ବୃତ୍ତର ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ B ଦିଅ ।

(iii) $\overrightarrow{BO}$ ଅଙ୍କନ କର । ତାହା ବୃତ୍ତକୁ ଛେଦ କରୁଥିବା ବିନ୍ଦୁର ନାମ D ଦିଅ । $\overline{BD}$ ବୃତ୍ତର ଆଉ ଗୋଟିଏ ବ୍ୟାସ, ଯେପରି $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ ।

(iv) $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ଓ $\overline{DA}$ ଅଙ୍କନ କର ।

ABCD ଆବଶ୍ୟକ ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ବର୍ଗଚିତ୍ର ।



(ଚିତ୍ର 4.21)

ଅନୁଶୀଳନୀ - 4 (h)

1. 4 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ କର ।

2. 4 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତରେ ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ କର ।

3. 10 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତରେ ଏକ ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜ ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ କର ।

*****