தமிழ்நாடு அரசு

எட்டாம் வகுப்பு

முதல் பருவம்

தொகுதி 2

கணக்கு

அறிவியல்

சமூக அறிவியல்

விற்பனைக்கு அன்று

தீண்டாமை மனிதநேயமற்ற செயலும் பெருங்குற்றமும் ஆகும்

தமிழ்நாடு அரசு
இலவசப்பாடநூல் வழங்கும்
திட்டத்தின்கீழ் வெளியிடப்பட்டது

பள்ளிக் கல்வித்துறை

© தமிழ்நாடு அரசு
முதல் பதிப்பு – 2012
திருத்திய பதிப்பு – 2013, 2014, 2015, 2016
(பொதுப் பாடத்திட்டத்தின்கீழ் வெளியிடப்பட்ட முப்பருவ நூல்)

பாடநூல் உருவாக்கமும் தொகுப்பும்

மாநிலக் கல்வியியல் ஆராய்ச்சி மற்றும் பயிற்சி நிறுவனம்

கல்லூரிச் சாலை, சென்னை – 600 006.

நூல் அச்சாக்கம்

தமிழ்நாடு பாடநூல் மற்றும் கல்வியியல் பணிகள் கழகம்

கல்லூரிச் சாலை, சென்னை – 600 006.

இந்நூல் 80 ஜி எஸ் எம் மேப்லித்தோ தாளில் அச்சிடப்பட்டுள்ளது

விலை : ரூ.

வெப் ஆப்செட் முறையில் அச்சிட்டோர்:

பாடநூல் வலைதளம்

www.textbooksonline.tn.nic.in

பொருளடக்கம்

தொகுதி 2

கணக்கு - (1-139)

அத்தியாயம்	தலைப்பு	பக்கம்
1.	மெய் எண்களின் தொகுப்பு	2
2.	அளவைகள்	60
3.	வடிவியல்	83
4.	செய்முறை வடிவியல்	106
	விடைகள்	134

அறிவியல் - (140-250)

அலகு	தலைப்பு	பக்கம்
1.	பயிர்ப்பெருக்கமும் மேலாண்மையும்	141
2.	வளரிளம் பருவத்தை அடைதல்	155
3.	தாவர உலகம்	171
4.	நுண்ணுயிரிகள்	185
5.	நம்மைச் சுற்றியுள்ள தனிமங்கள் மற்றும் சேர்மங்கள்	201
6.	அளவியல்	223
7.	விசையும் அழுத்தமும்	230

சமூக அறிவியல் - (251-339)

அலகு	தலைப்பு	பக்கம்

வரலாறு

1.	மொகலாயர்கள் வருகை	252
2.	மராத்தியர்கள்	270
3.	ஐரோப்பியர்கள் வருகை	279
4.	ஆங்கில – பிரெஞ்சு ஆதிக்கப் போட்டி (கர்நாடகப் போர்கள்)	286

புவியியல்

	வள ஆதாரங்கள்	
1.	வள ஆதாரங்களும் அதன் வகைகளும்	295
2.	வள ஆதாரங்களும் பொருளாதார நடவடிக்கைகளும்	305
	முதல் நிலைத் தொழில் I	
3.	முதல் நிலைத் தொழிலின் வகைகள்	310
4.	சுரங்கத் தொழில்	316

குடிமையியல்

1.	தேசிய ஒருமைப்பாடு	324
2.	சமூக – பொருளாதாரப் பிரச்சனைகள்	331

கணக்கு

எட்டாம் வகுப்பு

முதல் பருவம்

1 மெய் எண்களின் தொகுப்பு

1.1 அறிமுகம்
1.2 மீள்பார்வை – விகிதமுறு எண்களை எண்கோட்டில் குறித்தல்
1.3 விகிதமுறு எண்களின் நான்கு பண்புகள்
1.4 மூவடைப்புக் கொண்ட எண்கோவைகளின் சுருக்கம்
1.5 அடுக்குகள் : எண்களை அடுக்குக்குறி வடிவில் முழுக்களின் படியாக எழுதுதல்
1.6 அடுக்குக்குறி விதிகள்
1.7 வர்க்கங்கள், வர்க்க மூலங்கள், கனங்கள், மற்றும் கன மூலங்கள்
1.8 எண்களின் தோராய மதிப்பு
1.9 எண்களுடன் விளையாடுதல்

பால் எர்டாஸ்
(26 மார்ச், 1913 – 20 செப்டம்பர், 1996)

இவர் புகழ் பெற்ற, முக்கியமான ஹங்கேரியக் கணித வல்லுநர் ஆவார். இவர் நூற்றுக்கணக்கான வல்லுநர்களுடன் சேர்ந்து எண்ணியலில் மற்ற எந்த கணித வல்லுநர்களையும் மிஞ்சும் வண்ணம் ஆய்வேடுகளை வெளியிட்டுள்ளார்.

இவருடைய கணித ஆர்வம் இவருடைய மூன்று வயதிலேயே தெரிந்தது. இவரால் ஒரு மனிதன் வாழ்ந்த விநாடிகளைக் கூடக் கணக்கிட முடிந்தது. இவரது வாழ்வைப் பற்றி இவர் வாழ் நாளிலேயே “N என்ற எண். பால் எர்டாஸைக் குறித்த ஒரு சித்திரம்” என்ற பெயரில் ஆவணப் படமாக்கப்பட்டது.

“எண்கள் அழகானவை. அவை அழகற்றவை எனில், மற்ற எவை அழகு?” என எர்டாஸ் கூறினார்.

1.1 அறிமுகம்

எண்ணியல் அறிவின் அடிப்படைக் கூறாய் கணித வளர்ச்சியில் முக்கியப்பங்கு வகிக்கிறது. கிரேக்க கணித வல்லுநர் பிதாகரஸ் மற்றும் அவர்தம் சீடர்கள் ‘ஒவ்வொன்றும் எண்’ என்றும் அண்டத்தின் விளக்கம் எண்களை மையமாகக் கொண்டு அமைந்துள்ளது என்றும் நம்பினார்கள்.

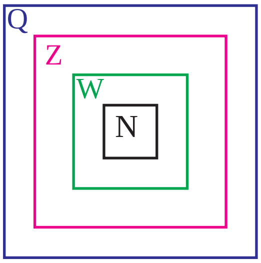
எண்கள் எழுதும் முறையானது சுமார் 10,000 வருடங்கள் முன்பே தோன்றி வளர்ச்சி அடைந்துள்ளது. இன்று நாம் பயன்படுத்தும் எண் முறை வளர இந்தியாவின் பங்கு மகத்தானது. எண் முறையினம் முழுமையான வளர்ச்சியைப் பெற சுமார் 5000 ஆண்டுகள் ஆனது.

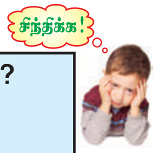
எல்லாக் கணிதத்திற்கும் ஊற்று முகப்பாய் முழு எண்கள் இருக்கின்றன. இன்றைய எண்முறையினம் இந்திய அரேபிய எண் முறை என்றழைக்கப்படுகிறது.

இம்முறையில் 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ஆகிய எண்கள் பயன்படுத்தப் படுகிறது. இது பத்தடிமான எண்முறையினம் என்று அழைக்கப்படுகிறது. பத்து என்ற பொருளுடைய ஆங்கில மொழியின் ‘டெஸிமல்’ என்ற வார்த்தை லத்தீன் மொழியின் ‘டெஸி’ என்ற சொல்லிலிருந்து பெறப்பட்டது.

அறிவியலின் அரசி கணிதம்
கணிதத்தின் அரசி எண் முறையினம்

ஏழாம் வகுப்பில் நாம் இயல் எண்கள் N = {1, 2, ... }, முழு எண்கள் W = {0, 1, 2, ... }, முழுக்கள் Z = {..., – 2, – 1, 0, 1, 2, ... }, விகிதமுறு எண்கள் Q மற்றும் அவற்றின் நான்கு அடிப்படைச் செயல்களைக் கற்றறிந்தோம்.





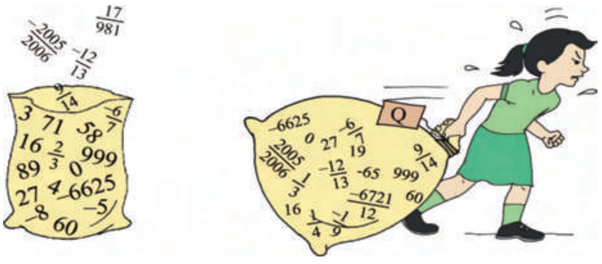
கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கூற்றுகள் சரியா, தவறா ?

a) அனைத்து முழுக்களும் விகிதமுறு எண்களே.
b) அனைத்து இயல் எண்களும் முழுக்களாகும்.
c) அனைத்து முழுக்களும் இயல் எண்களே.
d) அனைத்து முழு எண்களும் இயல் எண்களே.
e) அனைத்து இயல் எண்களும் முழு எண்களே.
f) அனைத்து விகித முறு எண்களும் முழு எண்களே.

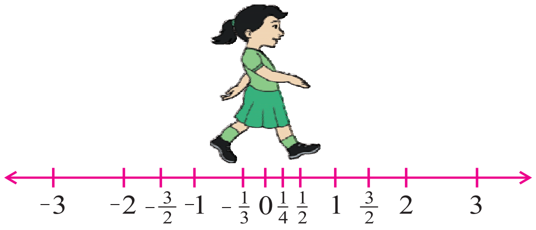
1.2 மீள் பார்வை – விகிதமுறு எண்களை எண்கோட்டில் குறித்தல்

விகிதமுறு எண்கள்

$\frac{p}{q}$ என்ற வடிவத்தில் அமையும் எண்கள் விகிதமுறு எண்களாகும். இவ்வடிவத்தில் p, q ஆகியன முழுக்களாகும், மேலும் $q \neq 0$ ஆகும். $\frac{p}{q}$ வடிவத்தில் அமையும், $q > 0$ எனும் எண்களின் தொகுப்பு விகிதமுறு எண்களின் தொகுப்பு எனவும் அதனை Q எனவும் குறிப்பிடலாம். விகிதமுறு எண்களானது, இயல் எண்கள், முழு எண்கள், முழுக்கள் மற்றும் மிகை, குறை பின்னங்களை உள்ளடக்கியதாகும். அருகில் உள்ள படத்தில் ஒரு சிறுமி எவ்வாறு எல்லா விகிதமுறு எண்களையும் ஒரு மூட்டையில் சேகரிக்கிறாள் என்பதைக் காணலாம்.



விகிதமுறு எண்களை எண் கோட்டிலும் குறிக்கலாம். கீழ்க்காணும் படத்தில் ஒரு சிறுமி எண் கோட்டில் நடப்பதைக் காணலாம்.



குறிப்பிட்ட எண்ணிற்குப் பொருத்தமான எண் வகையை வட்டமிடுக.

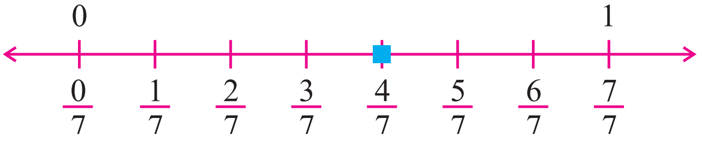
எண்கள்	எண்ணின் வகை			
4	N	W	Z	Q
-6	N	W	Z	Q
5/3	N	W	Z	Q
0	N	W	Z	Q
$\sqrt{9}$	N	W	Z	Q
$\sqrt[3]{8}$	N	W	Z	Q
34.7	N	W	Z	Q

விகிதமுறு எண்களை எண் கோட்டில் குறிக்கும் போது, ஒவ்வொரு இடைவெளியையும் அதன் பகுதிக்குச் சமமான எண்ணிக்கையில் பிரிக்கவும். பின் கொடுக்கப் பட்ட எண்ணை எண் கோட்டில் குறிக்கவும்.

உதாரணம்:

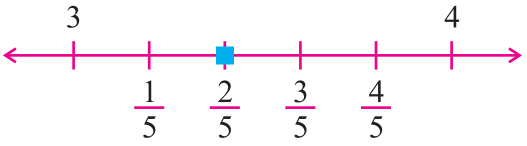
(i) $\frac{4}{7}$ என்ற எண்ணை எண் கோட்டில் குறிக்கவும்.

$\frac{4}{7}$ என்ற எண் 0 க்கும் 1 க்கும் இடையே அமைந்துள்ளது.



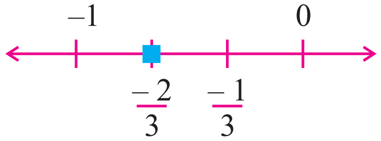
(ii) $\frac{17}{5} = 3\frac{2}{5}$

இது 3 க்கும் 4 க்கும் இடையே அமைந்துள்ளது.



(iii) $-\frac{2}{3}$

இது –1 க்கும் 0 க்கும் இடையே அமைந்துள்ளது.



ஒவ்வொரு இயல் எண்ணும் ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும். இதன் மறுதலை உண்மையா?

1.3 விகிதமுறு எண்களின் நான்கு பண்புகள்

1.3.1 (அ) கூட்டல்

(i) அடைவுப் பண்பு

இரண்டு விகிதமுறு எண்களைக் கூட்டினால், கிடைக்கும் எண் ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும். இதுவே 'கூட்டலின் அடைவுப் பண்பு' எனப்படும். Q ஆனது கூட்டலின் கீழ் அடைவுப் பண்பைப் பெற்றுள்ளது.

$\frac{a}{b}$ மற்றும் $\frac{c}{d}$ என்பன ஏதேனும் இரு விகிதிமுறு எண்கள் எனில் $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$ என்பதும் ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும்.

உதாரணம்: (i) $\frac{2}{9}+\frac{4}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ என்பது ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும்.

(ii) $5+\frac{1}{3} = \frac{5}{1}+\frac{1}{3} = \frac{15+1}{3} = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$ என்பது ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும்.

(ii) பரிமாற்றுப் பண்பு

இரு விகிதமுறு எண்களின் கூட்டல் பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்கிறது.

$\frac{a}{b}$ மற்றும் $\frac{c}{d}$ என்பன ஏதேனும் இரு விகிதமுறு எண்கள் எனில் $\frac{a}{b}+\frac{c}{d} = \frac{c}{d}+\frac{a}{b}$

உதாரணம்: $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}$ என்பன ஏதேனும் இரு விகிதமுறு எண்கள் எனில்

$\frac{1}{2}+\frac{2}{5} = \frac{2}{5}+\frac{1}{2}$ ஆகும்.

இடப்பக்கம் = LHS
வலப்பக்கம் = RHS

LHS $= \frac{1}{2}+\frac{2}{5} = \frac{5+4}{10} = \frac{9}{10}$

RHS $= \frac{2}{5}+\frac{1}{2} = \frac{4+5}{10} = \frac{9}{10}$

$\therefore$ LHS = RHS

விகிதமுறு எண்களின் கூட்டல் பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்கிறது.

(iii) சேர்ப்புப் பண்பு

விகிதமுறு எண்களின் கூட்டல் சேர்ப்புப் பண்பை நிறைவு செய்கிறது.

$\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ மற்றும் $\frac{e}{f}$ என்பன ஏதேனும் மூன்று விகிதமுறு எண்கள் எனில்

$$\frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right) = \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{e}{f}$$ ஆகும்.

உதாரணம்: $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}$ மற்றும் 2 என்பன ஏதேனும் மூன்று விகிதமுறு எண்கள் எனில்

$$\frac{2}{3} + \left(\frac{1}{2} + 2\right) = \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) + 2$$ ஆகும்.

$$\text{LHS} = \frac{2}{3} + \left(\frac{1}{2} + 2\right) = \frac{2}{3} + \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{1}\right) = \frac{2}{3} + \left(\frac{1}{2} + \frac{4}{2}\right) = \frac{2}{3} + \frac{5}{2} = \frac{4+15}{6} = \frac{19}{6} = 3\frac{1}{6}$$

$$\text{RHS} = \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) + 2 = \left(\frac{4}{6} + \frac{3}{6}\right) + 2 = \frac{7}{6} + 2 = \frac{7}{6} + \frac{2}{1} = \frac{7+12}{6} = \frac{19}{6} = 3\frac{1}{6}$$

$$\therefore \text{LHS} = \text{RHS}$$

∴ விகிதமுறு எண்களின் கூட்டல் சேர்ப்புப் பண்பினை நிறைவு செய்கிறது.

(iv) கூட்டல் சமனி

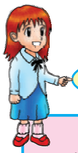
ஒரு விகிதமுறு எண்ணையும் மற்றும் பூச்சியத்தையும் கூட்டினால் கிடைக்கும் கூட்டுத் தொகை அதே விகிதமுறு எண் ஆகும்.

$\frac{a}{b}$ என்பது ஒரு விகிதமுறு எண் எனில் $\frac{a}{b} + 0 = \frac{a}{b} = 0 + \frac{a}{b}$.

விகிதமுறு எண்களின் **கூட்டல் சமனி** பூச்சியம் ஆகும்.

உதாரணம்: (i) $\frac{2}{7} + 0 = \frac{2}{7} = 0 + \frac{2}{7}$

(ii) $\left(\frac{-7}{11}\right) + 0 = \frac{-7}{11} = 0 + \left(\frac{-7}{11}\right)$



பூச்சியம் ஒரு சிறப்பு விகிதமுறு எண்ணாகும். இதனை $0 = \frac{0}{q}, q \neq 0$ என எழுதலாம்.

(v) கூட்டல் எதிர்மறை

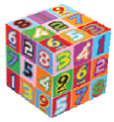
$\left(\frac{-a}{b}\right)$ என்பது $\frac{a}{b}$ இன் **கூட்டல் எதிர்மறை** ஆகும்.

$\frac{a}{b}$ என்பது ஒரு விகிதமுறு எண் எனில் $\left(\frac{-a}{b}\right)$ என்ற விகிதமுறு எண்ணை $\frac{a}{b} + \left(\frac{-a}{b}\right) = 0$ என்றவாறு காணலாம்.

உதாரணம்: (i) $\frac{3}{5}$ இன் கூட்டல் எதிர்மறை $\frac{-3}{5}$ ஆகும்.

(ii) $\frac{-3}{5}$ இன் கூட்டல் எதிர்மறை $\frac{3}{5}$ ஆகும்.

(iii) 0 இன் கூட்டல் எதிர்மறை 0 ஆகும்.



முயற்சி செய்

எண்கள்	கூட்டல்		
	அடைவுப் பண்பு	பரிமாற்றுப் பண்பு	சேர்ப்புப் பண்பு
இயல் எண்கள்			
முழு எண்கள்			ஆம்
முழுக்கள்			
விகிதமுறு எண்கள்	ஆம்		

1.3.1 (ஆ) கழித்தல்

(i) அடைவுப் பண்பு

இரண்டு விகிதமுறு எண்களின் வேறுபாடு எப்பொழுதும் விகிதமுறு எண்ணாக இருக்கும். ஆகவே, Q ஆனது கழித்தலின் கீழ் அடைவுப் பண்பைப் பெற்றுள்ளது.

$\frac{a}{b}$ மற்றும் $\frac{c}{d}$ என்பன ஏதேனும் இரு விகிதமுறு எண்கள், எனில், $\frac{a}{b} - \frac{c}{d}$ என்பதும் ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும்.

உதாரணம்: (i) $\frac{4}{7} - \frac{2}{7} = \frac{2}{7}$ என்பது ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும்.

(ii) $1 - \frac{1}{2} = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$ என்பது ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும்.

(ii) பரிமாற்றுப் பண்பு

இரு விகிதமுறு எண்களின் கழித்தல் பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்யாது.

$\frac{a}{b}$ மற்றும் $\frac{c}{d}$ என்பன ஏதேனும் இரு விகிதமுறு எண்கள் எனில் $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} \neq \frac{c}{d} - \frac{a}{b}$.

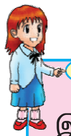
உதாரணம்: $\frac{4}{9}$ மற்றும் $\frac{2}{5}$ என்பன ஏதேனும் இரு விகிதமுறு எண்கள் எனில்

$$\frac{4}{9} - \frac{2}{5} \neq \frac{2}{5} - \frac{4}{9}$$

$$\text{LHS} = \frac{4}{9} - \frac{2}{5} = \frac{20-18}{45} = \frac{2}{45}$$

$$\text{RHS} = \frac{2}{5} - \frac{4}{9} = \frac{18-20}{45} = \frac{-2}{45}$$

$$\therefore \text{LHS} \neq \text{RHS}$$



நீவிர் அறிவீரா?

இரு விகிதமுறு எண்கள் சமம் எனில், அவை பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்யும்.

$\therefore$ விகிதமுறு எண்களின் கழித்தல் பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்யாது.

(iii) சேர்ப்புப் பண்பு

விகிதமுறு எண்களின் கழித்தல் சேர்ப்புப் பண்பை நிறைவு செய்யாது.

$\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ மற்றும் $\frac{e}{f}$ என்பன மூன்று விகிதமுறு எண்கள் எனில்

$\frac{a}{b} - \left(\frac{c}{d} - \frac{e}{f}\right) \neq \left(\frac{a}{b} - \frac{c}{d}\right) - \frac{e}{f}$ ஆகும்.

உதாரணம்: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ மற்றும் $\frac{1}{4}$ என்பன மூன்று விகிதமுறு எண்கள் எனில்

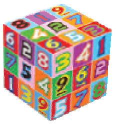
$$\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right) \neq \left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{4} \text{ ஆகும்.}$$

$$\text{LHS} = \frac{1}{2}-\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}-\left(\frac{4-3}{12}\right) = \frac{1}{2}-\left(\frac{1}{12}\right) = \frac{6-1}{12} = \frac{5}{12}$$

$$\text{RHS} = \left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{4} = \left(\frac{3-2}{6}\right)-\frac{1}{4} = \frac{1}{6}-\frac{1}{4} = \frac{2-3}{12} = \frac{-1}{12}$$

$$\therefore \text{LHS} \neq \text{RHS}$$

$\therefore$ விகிதமுறு எண்களின் கழித்தல் சேர்ப்புப் பண்பை நிறைவு செய்யாது.



முயற்சி செய்

எண்கள்	கழித்தல்		
	அடைவுப் பண்பு	பரிமாற்றுப் பண்பு	சேர்ப்புப் பண்பு
இயல் எண்கள்	இல்லை		
முழு எண்கள்			
முழுக்கள்			
விகிதமுறு எண்கள்			இல்லை

1.3.1 (இ) பெருக்கல்

(i) அடைவுப் பண்பு

இரண்டு விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல் பலன் எப்பொழுதும் ஒரு விகிதமுறு எண்ணே ஆகும். எனவே Q ஆனது பெருக்கலின் கீழ் அடைவுப் பண்பைப் பெற்றுள்ளது.

$\frac{a}{b}$ மற்றும் $\frac{c}{d}$ என்பது ஏதேனும் இரு விகிதமுறு எண்கள் எனில் $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ என்பதும் விகிதமுறு எண் ஆகும்.

உதாரணம்: (i) $\frac{1}{3} \times 7 = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$ என்பது ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும்.

(ii) $\frac{4}{3} \times \frac{5}{9} = \frac{20}{27}$ என்பது ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும்.

(ii) பரிமாற்றுப் பண்பு

இரு விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல் பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்கிறது.

$\frac{a}{b}$ மற்றும் $\frac{c}{d}$ என்பன ஏதேனும் இரு விகிதமுறு எண்கள் எனில் $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \times \frac{a}{b}$ ஆகும்.

உதாரணம்: $\frac{3}{5}$ மற்றும் $\frac{-8}{11}$ என்பன இரு விகிதமுறு எண்கள் எனில்

$$\frac{3}{5} \times \left(\frac{-8}{11}\right) = \left(\frac{-8}{11}\right) \times \frac{3}{5} \text{ ஆகும்.}$$

$$\text{LHS} = \frac{3}{5}\times\left(\frac{-8}{11}\right) = \frac{-24}{55} \qquad \text{RHS} = \frac{-8}{11}\times\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{-24}{55}$$

$$\therefore \text{LHS} = \text{RHS}$$

$\therefore$ விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல் பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்கிறது.

(iii) சேர்ப்புப் பண்பு

விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல் சேர்ப்புப் பண்பை நிறைவு செய்கிறது.

$\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ மற்றும் $\frac{e}{f}$ என்பன ஏதேனும் மூன்று விகிதமுறு எண்கள் எனில் $\frac{a}{b}\times\left(\frac{c}{d}\times\frac{e}{f}\right) = \left(\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}\right)\times\frac{e}{f}$ ஆகும்.

உதாரணம்: $\frac{1}{2}, \left(\frac{-1}{4}\right)$ மற்றும் $\frac{1}{3}$ என்பன மூன்று விகிதமுறு எண்கள் எனில்

$$\frac{1}{2}\times\left(\frac{-1}{4}\times\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{2}\times\left(\frac{-1}{4}\right)\right)\times\frac{1}{3}$$

$$\text{LHS} = \frac{1}{2}\times\left(\frac{-1}{12}\right) = \frac{-1}{24} \qquad \text{RHS} = \left(\frac{-1}{8}\right)\times\frac{1}{3} = \frac{-1}{24}$$

$$\therefore \text{LHS} = \text{RHS}$$

$\therefore$ விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல் சேர்ப்புப் பண்பை நிறைவு செய்கிறது.

(iv) பெருக்கல் சமனி

ஏதேனும் ஒரு விகிதமுறு எண்ணையும் 1 ஐயும் பெருக்கினால் வரும் பெருக்கல் பலன் அதே விகிதமுறு எண் ஆகும்.

'ஒன்று' என்பது விகிதமுறு எண்களின் 'பெருக்கல் சமனியாகும்'.

$\frac{a}{b}$ என்பது ஏதேனும் ஒரு விகிதமுறு எண் எனில் $\frac{a}{b}\times 1 = \frac{a}{b} = 1\times\frac{a}{b}$ ஆகும்.

உதாரணம்: (i) $\frac{5}{7}\times 1 = \frac{5}{7}$

(ii) $\left(\frac{-3}{8}\right)\times 1 = \frac{-3}{8}$.

முழுக்களுக்கு 1 என்பது பெருக்கல் சமனி ஆகுமா?

(v) பூச்சியத்தின் பெருக்கல் பலன்

ஒவ்வொரு விகிதமுறு எண்ணையும் பூச்சியத்துடன் பெருக்கினால் பூச்சியம் கிடைக்கிறது.

$\frac{a}{b}$ என்பது ஏதேனும் ஒரு விகிதமுறு எண் எனில் $\frac{a}{b}\times 0 = 0 = 0\times\frac{a}{b}$ ஆகும்.

உதாரணம்: (i) $-5\times 0 = 0$

(ii) $\left(\frac{-7}{11}\right)\times 0 = 0$.

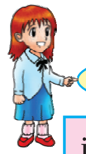
(vi) பெருக்கல் எதிர்மறை அல்லது தலைகீழி

ஒவ்வொரு விகிதமுறு எண் $\frac{a}{b}, (b \neq 0)$, க்கும் $\frac{c}{d}$ என்ற விகிதமுறு எண், $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = 1$ என்றவாறு இருந்தால் $\frac{c}{d}$ என்பது $\frac{a}{b}$ இன் பெருக்கல் எதிர்மறை அல்லது தலைகீழி ஆகும்.

$\frac{a}{b}$ என்பது விகிதமுறு எண் எனில், $\frac{b}{a}$ என்பது பெருக்கல் எதிர்மறை அல்லது தலைகீழி ஆகும்.

உதாரணம்: (i) 2 இன் பெருக்கல் தலைகீழி $\frac{1}{2}$ ஆகும்.

(ii) $\left(\frac{-3}{5}\right)$ இன் பெருக்கல் எதிர்மறை $\left(\frac{-5}{3}\right)$ ஆகும்.

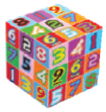


நீவீர் அறிவீரா?

i) 0 விற்கு தலைகீழி கிடையாது.
ii) 1 மற்றும் – 1 என்ற விகிதமுறு எண்களுக்கு அவ்வெண்களே தலைகீழிகளாகும்.

சிந்திக்க!

0.3 என்பது $3\frac{1}{3}$ இன் தலைகீழியா?



முயற்சி செய்

எண்கள்	பெருக்கல்		
	அடைவுப் பண்பு	பரிமாற்றுப் பண்பு	சேர்ப்புப் பண்பு
இயல் எண்கள்			
முழு எண்கள்		ஆம்	
முழுக்கள்			ஆம்
விகிதமுறு எண்கள்			

1.3.1 (ஈ) வகுத்தல்

(i) அடைவுப் பண்பு

பூச்சியமற்ற விகிதமுறு எண்களின் தொகுப்பு வகுத்தலின் கீழ் அடைவுப் பண்பைப் பெற்றுள்ளது.

$\frac{a}{b}$ மற்றும் $\frac{c}{d}$ என்பன இரு விகிதமுறு எண்கள், மற்றும் $\frac{c}{d} \neq 0$, எனில் $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$ என்பது ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும்.

உதாரணம்: (i) $\frac{2}{3} \div \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{1} = \frac{2}{1} = 2$ என்பது ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும்.

(ii) $\frac{4}{5} \div \frac{3}{2} = \frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{15}$ என்பது ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும்.

(ii) பரிமாற்றுப் பண்பு

இரு விகிதமுறு எண்களின் வகுத்தல் பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்யாது.

$\frac{a}{b}$ மற்றும் $\frac{c}{d}$ என்பன இரு விகிதமுறு எண்கள், எனில் $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} \neq \frac{c}{d} \div \frac{a}{b}$ ஆகும்.

உதாரணம்: $\frac{4}{5}$ மற்றும் $\frac{3}{8}$ என்பன இரு விகிதமுறு எண்கள் எனில்

$$\frac{4}{5} \div \frac{3}{8} \neq \frac{3}{8} \div \frac{4}{5}$$

$$\text{LHS} = \frac{4}{5} \times \frac{8}{3} = \frac{32}{15} \qquad \text{RHS} = \frac{3}{8} \times \frac{5}{4} = \frac{15}{32}$$

$$\therefore \text{LHS} \neq \text{RHS}$$

$\therefore$ விகிதமுறு எண்களின் வகுத்தல் பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்யாது.

(iii) சேர்ப்புப் பண்பு

விகிதமுறு எண்களின் வகுத்தல் சேர்ப்புப் பண்பை நிறைவு செய்யாது.

$\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ மற்றும் $\frac{e}{f}$ என்பன மூன்று விகிதமுறு எண்கள் எனில் $\frac{a}{b} \div \left(\frac{c}{d} \div \frac{e}{f}\right) \neq \left(\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}\right) \div \frac{e}{f}$ ஆகும்.

உதாரணம்: $\frac{3}{4}$, 5 மற்றும் $\frac{1}{2}$ என்பன மூன்று விகிதமுறு எண்கள் எனில்

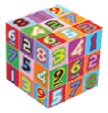
$$\frac{3}{4} \div \left(5 \div \frac{1}{2}\right) \neq \left(\frac{3}{4} \div 5\right) \div \frac{1}{2} \text{ ஆகும்.}$$

$$\text{LHS} = \frac{3}{4} \div \left(5 \div \frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} \div \left(\frac{5}{1} \times \frac{2}{1}\right) = \frac{3}{4} \div 10 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{10} = \frac{3}{40}$$

$$\text{RHS} = \left(\frac{3}{4} \div 5\right) \div \frac{1}{2} = \left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{5}\right) \div \frac{1}{2} = \frac{3}{20} \times \frac{2}{1} = \frac{3}{10}$$

$$\therefore \text{LHS} \neq \text{RHS}$$

$\therefore$ விகிதமுறு எண்களின் வகுத்தல் சேர்ப்புப் பண்பை நிறைவு செய்யாது.



முயற்சி செய்

எண்கள்	வகுத்தல்		
	அடைவுப் பண்பு	பரிமாற்றுப் பண்பு	சேர்ப்புப் பண்பு
இயல் எண்கள்	இல்லை		
முழு எண்கள்			
முழுக்கள்			
விகிதமுறு எண்கள்		இல்லை	

1.3.1 (உ) பங்கீட்டுப் பண்பு

(i) கூட்டலின் மீது பெருக்கலின் பங்கீட்டுப் பண்பு

விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல், கூட்டலின் மீதான பங்கீட்டுப் பண்பை நிறைவு செய்கிறது.

$\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ மற்றும் $\frac{e}{f}$ என்பன ஏதேனும் மூன்று விகிதமுறு எண்கள் எனில்

$\frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right) = \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} + \frac{a}{b} \times \frac{e}{f}$ ஆகும்.

உதாரணம்: $\frac{2}{3}, \frac{4}{9}$ மற்றும் $\frac{3}{5}$ என்பன மூன்று விகிதமுறு எண்கள் எனில்,

$$\frac{2}{3} \times \left(\frac{4}{9} + \frac{3}{5}\right) = \frac{2}{3} \times \frac{4}{9} + \frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$$

$$\text{LHS} = \frac{2}{3} \times \left(\frac{4}{9} + \frac{3}{5}\right) = \frac{2}{3} \times \left(\frac{20+27}{45}\right) = \frac{2}{3} \times \frac{47}{45} = \frac{94}{135}$$

$$\text{RHS} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{9} + \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{8}{27} + \frac{2}{5} = \frac{40+54}{135} = \frac{94}{135}$$

$$\therefore \text{LHS} = \text{RHS}$$

∴ விகிதமுறு எண்களின் கூட்டலின் மீது பெருக்கல் பங்கீட்டுப் பண்பை நிறைவு செய்கிறது.

(ii) கழித்தலின் மீது பெருக்கலின் பங்கீட்டுப் பண்பு

விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல், கழித்தலின் மீதான பங்கீட்டுப் பண்பை நிறைவு செய்கிறது.

$\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ மற்றும் $\frac{e}{f}$ என்பன ஏதேனும் மூன்று விகிதமுறு எண்கள் எனில்

$\frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} - \frac{e}{f}\right) = \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} - \frac{a}{b} \times \frac{e}{f}$ ஆகும்.

உதாரணம்: $\frac{3}{7}, \frac{4}{5}$ மற்றும் $\frac{1}{2}$, என்பன ஏதேனும் மூன்று விகிதமுறு எண்கள் எனில்,

$$\frac{3}{7} \times \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{2}\right) = \frac{3}{7} \times \frac{4}{5} - \frac{3}{7} \times \frac{1}{2}$$

$$\text{LHS} = \frac{3}{7} \times \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{2}\right) = \frac{3}{7} \times \left(\frac{8-5}{10}\right) = \frac{3}{7} \times \frac{3}{10} = \frac{9}{70}$$

$$\text{RHS} = \frac{3}{7} \times \frac{4}{5} - \frac{3}{7} \times \frac{1}{2} = \frac{12}{35} - \frac{3}{14} = \frac{24-15}{70} = \frac{9}{70}$$

$$\therefore \text{LHS} = \text{RHS}$$

∴ விகிதமுறு எண்களின் கழித்தலின் மீது பெருக்கல் பங்கீட்டுப் பண்பை நிறைவு செய்கிறது.

கணக்கு

பயிற்சி 1.1

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

i) விகிதமுறு எண்களின் கூட்டல் சமனி .... ஆகும்.

(A) 0 (B) 1 (C) – 1 (D) 2

ii) $\frac{-3}{5}$ என்ற எண்ணின் கூட்டல் எதிர்மறை .... ஆகும்.

(A) $\frac{-3}{5}$ (B) $\frac{5}{3}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{-5}{3}$

iii) $\frac{-5}{13}$ இன் பெருக்கல் தலைகீழி .... ஆகும்.

(A) $\frac{5}{13}$ (B) $\frac{-13}{5}$ (C) $\frac{13}{5}$ (D) $\frac{-5}{13}$

iv) – 7 இன் பெருக்கல் எதிர்மறை .... ஆகும்.

(A) 7 (B) $\frac{1}{7}$ (C) – 7 (D) $\frac{-1}{7}$

v) .... என்ற எண்ணிற்கு தலைகீழியே இல்லை.

(A) 0 (B) 1 (C) – 1 (D) $\frac{1}{4}$

2. பின்வருவனவற்றில் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ள கூட்டல் பண்புகளை எழுதுக.

(i) $\left(\frac{-3}{7}\right)+\frac{1}{9}=\frac{1}{9}+\left(\frac{-3}{7}\right)$ (ii) $\frac{4}{9}+\left(\frac{7}{8}+\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{4}{9}+\frac{7}{8}\right)+\frac{1}{2}$

(iii) $8+\frac{7}{10}=\frac{7}{10}+8$ (iv) $\left(\frac{-7}{15}\right)+0=\frac{-7}{15}=0+\left(\frac{-7}{15}\right)$

(v) $\frac{2}{5}+\left(\frac{-2}{5}\right)=0$

3. பின்வருவனவற்றில் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ள பெருக்கல் பண்புகளை எழுதுக.

(i) $\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{4}{5}\times\frac{2}{3}$ (ii) $\left(\frac{-3}{4}\right)\times 1=\frac{-3}{4}=1\times\left(\frac{-3}{4}\right)$

(iii) $\left(\frac{-17}{28}\right)\times\left(\frac{-28}{17}\right)=1$ (iv) $\frac{1}{5}\times\left(\frac{7}{8}\times\frac{4}{3}\right)=\left(\frac{1}{5}\times\frac{7}{8}\right)\times\frac{4}{3}$

(v) $\frac{2}{7}\times\left(\frac{9}{10}+\frac{2}{5}\right)=\frac{2}{7}\times\frac{9}{10}+\frac{2}{7}\times\frac{2}{5}$

4. கீழே கொடுக்கப்பட்ட எண்கள் கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்கிறதா எனச் சோதிக்கவும்.

(i) 4 மற்றும் $\frac{2}{5}$ (ii) $\frac{-3}{4}$ மற்றும் $\frac{-2}{7}$

5. கீழே கொடுக்கப்பட்ட எண்கள் கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் சேர்ப்புப் பண்பை நிறைவு செய்கிறதா எனச் சோதிக்கவும்.

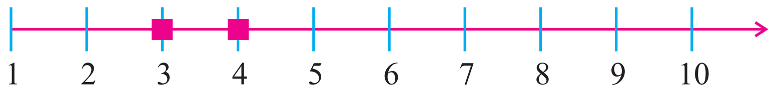
(i) $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}$ மற்றும் $\frac{-3}{7}$ (ii) $\frac{2}{3}, \frac{-4}{5}$ மற்றும் $\frac{9}{10}$

6. பெருக்கலின் பங்கீட்டுப் பண்பைப் பயன்படுத்திச் சுருக்கவும்:

(i) $\frac{-5}{4}\times\left(\frac{8}{9}+\frac{5}{7}\right)$ (ii) $\frac{2}{7}\times\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\right)$

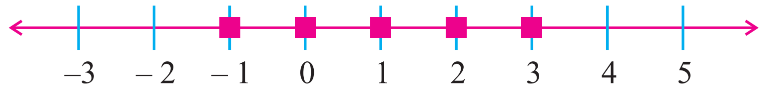
1.3.2 இரு விகிதமுறு எண்களுக்கிடையே உள்ள விகிதமுறு எண்களைக் கண்டறிதல்

2 மற்றும் 5 க்கும் இடையேயுள்ள இயல் எண்களைக் கூற முடியுமா?



அவை 3 மற்றும் 4 ஆகும்.

– 2 மற்றும் 4 க்கும் இடையேயுள்ள முழுக்களைக் கூற முடியுமா?



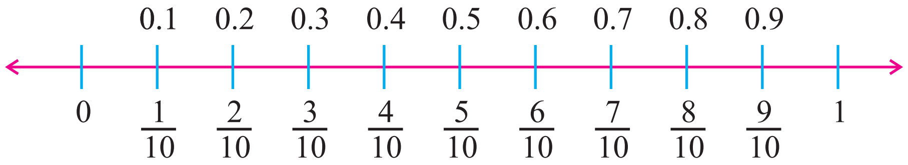
அவை – 1, 0, 1, 2, 3 ஆகும். $\frac{1}{2}$

எனவே இரு இயல் எண்கள் மற்றும் முழுக்களுக்கு இடையே குறிப்பிடத் தகுந்த முழுக்களைக் காணலாம்.

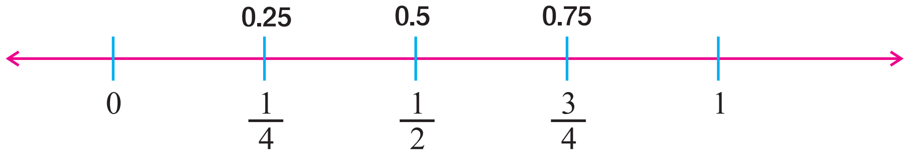
இப்பொழுது, 1 க்கும் 2 க்கும் இடையேயுள்ள முழுக்களை கூற இயலுமா?

இயலாது.

ஆனால் இரு முழுக்களுக்கு இடையே நாம் விகிதமுறு எண்களைக் காணலாம். 0 த்திற்கும் 1 க்கும் இடையே $\frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \frac{3}{10}, \cdots$ போன்ற எண்களைக் காணலாம். இவற்றை 0.1, 0.2, 0.3 என எழுதலாம்.

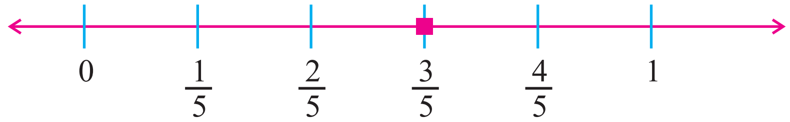


இது போலவே, $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ போன்ற எண்கள் 0 க்கும் 1 க்கும் இடையே உள்ளதை நாம் அறியலாம். இந்த விகிதமுறு எண்களை நாம் 0.25, 0.5, 0.75 என எழுதலாம்.



இப்பொழுது $\frac{2}{5}$ மற்றும் $\frac{4}{5}$ ஐ எடுத்துக் கொள்க. இவற்றிற்கு இடையே ஏதேனும் விகிதமுறு எண்களைக் கூற இயலுமா?

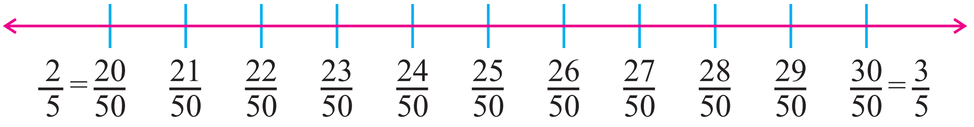
இயலும். $\frac{3}{5}$ என்ற விகிதமுறு எண்ணைக் கூறலாம்.



இதேபோன்று, $\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}$ மற்றும் $\frac{4}{5}$ போன்ற எண்கள் 0 த்திற்கும் 1 க்கும் இடையே உள்ளன.

$\frac{2}{5}$ மற்றும் $\frac{3}{5}$க்கும் இடையே மேலும் பல விகிதமுறு எண்களைக் கண்டுபிடிக்க இயலுமா?

இயலும். நாம் $\frac{2}{5}$ ஐ $\frac{20}{50}$ எனவும், $\frac{3}{5}$ ஐ $\frac{30}{50}$ எனவும் எழுதினால், மேலும் பல விகிதமுறு எண்களைக் கண்டுபிடிக்கலாம்.



$\frac{21}{50}, \frac{22}{50}, \frac{23}{50}, \frac{24}{50}, \frac{25}{50}, \frac{26}{50}, \frac{27}{50}, \frac{28}{50}$ மற்றும் $\frac{29}{50}$ போன்ற ஒன்பது விகிதமுறு எண்களைக் கண்டுபிடிக்கலாம்.

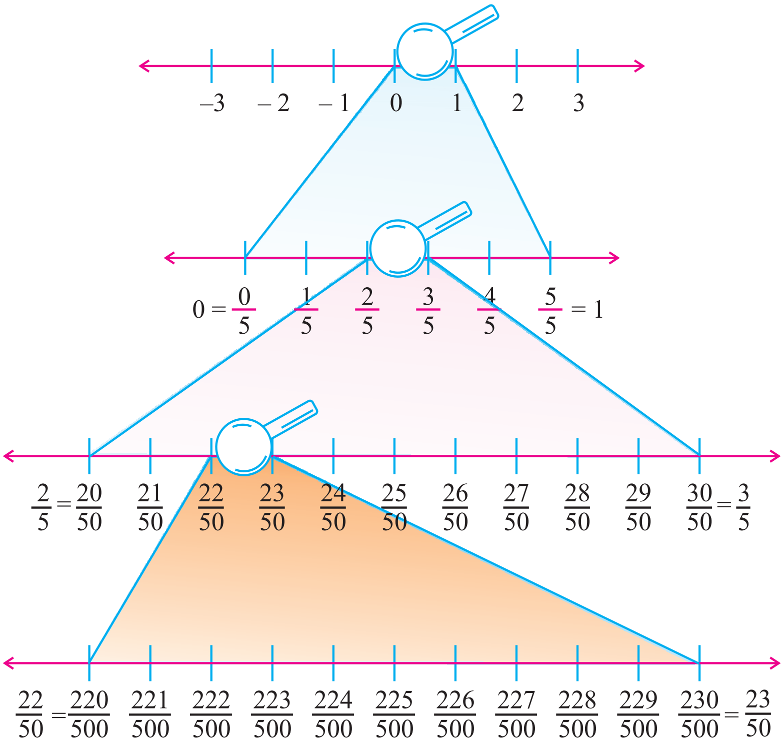
$\frac{22}{50}$ மற்றும் $\frac{23}{50}$ க்கும் இடையேமேலும்பலவிகிதமுறுஎண்களைக்கண்டுபிடிக்க, நாம் $\frac{22}{50}$ ஐ $\frac{220}{500}$ எனவும், $\frac{23}{50}$ ஐ $\frac{230}{500}$ எனவும் எழுத வேண்டும். பின் நாம் $\frac{221}{500}, \frac{222}{500}, \frac{223}{500}, \frac{224}{500}, \frac{225}{500}, \frac{226}{500}, \frac{227}{500}, \frac{228}{500}$ மற்றும் $\frac{229}{500}$ போன்ற ஒன்பது விகிதமுறு எண்களைக் கண்டுபிடிக்கலாம்.

இதனை நாம் படத்தில் உள்ள எண் கோட்டின் மூலம் அறிந்து கொள்ளலாம்.

உருப்பெருக்கி மூலம் எண் கோட்டில் 0 த்திற்கும் 1 க்கும் இடையே உள்ள பகுதியை உற்று கவனிக்கவும்.

இதே போன்று நாம் பல விகிதமுறு எண்களை 1 லிருந்து 2 வரை, 2 லிருந்து 3 வரை கண்டறியலாம்.

இவ்வாறு தொடரும்போது, இரண்டு விகிதமுறு எண்களின் இடையே நாம் மென்மேலும் பல விகிதமுறு



எண்களைக் கண்டறிய முடியும் என அறியலாம். இதிலிருந்து இரு விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையே விகிதமுறு எண்களின் அடர்த்தி அதிகம் எனப் புலப்படுகிறது.

ஆகவே இயல் எண்கள் மற்றும் முழுக்களைப் போல் அல்லாமல், கொடுக்கப்பட்ட இரு விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையே எண்ணற்ற விகிதமுறு எண்கள் உள்ளன.

இரு விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையிலான விகிதமுறு எண்களைக் கண்டறிதல்

நாம் இரு விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையிலான விகிதமுறு எண்களை இரு முறைகளில் கண்டறியலாம்.

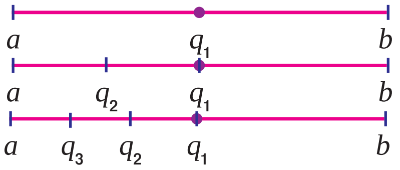
1. சூத்திர முறை

'a' மற்றும் 'b' என்பன இரு விகிதமுறு எண்கள் என்க. நாம் 'a' க்கும் 'b' க்கும் இடையே $q_1, q_2, q_3, \ldots$ போன்ற பல விகிதமுறு எண்களைப் பின்வருமாறு கண்டறியலாம்.

$$q_1 = \frac{1}{2}(a+b)$$

$$q_2 = \frac{1}{2}(a+q_1)$$

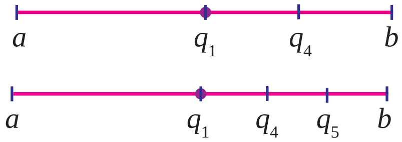
$$q_3 = \frac{1}{2}(a+q_2), \ \ldots..$$

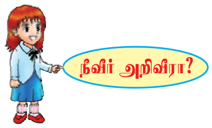


q_2, q_3 என்ற எண்கள் q_1 க்கு இடப்பக்கம் அமைந்துள்ளன. இதேபோன்று q_4, q_5 ஆகிய விகிதமுறு எண்கள் q_1 க்கு வலப்பக்கம் அமைந்துள்ளதைப் பின்வருமாறு அறியலாம்.

$$q_4 = \frac{1}{2}(q_1+b)$$

$$q_5 = \frac{1}{2}(q_4+b), \ \ldots.$$





இரு எண்களின் சராசரி எப்பொழுதும் அந்த எண்களுக்கு இடையே அமைந்திருக்கும்.

2. மாற்று முறை

'a' மற்றும் 'b' என்பன இரு விகிதமுறு எண்கள் என்க.

(i) பின்னங்களின் பகுதிகளைச் சமமாக இருக்குமாறு மீ.சி.ம. (LCM) மூலம் மாற்றவும். தொகுதிகளுக்கிடையே எண்களைக் காண இயலுமாயின் இவை இரண்டுக்கும் இடையே விகிதமுறு எண் உள்ளது.

(ii) தொகுதிகளுக்கிடையே எண் ஏதும் இல்லையெனில், தொகுதி மற்றும் பகுதிகளை 10 ஆல் பெருக்கி அவற்றிற்கிடையேயான விகிதமுறு எண்களைப் பெறலாம். மேலும் பல விகிதமுறு எண்களைப் பெறுவதற்கு 100, 1000 ... என்ற எண்களால் பெருக்க வேண்டும்.

மேற்காணும் வெவ்வேறு முறைகளைப் பயன்படுத்தினால் வெவ்வேறு விகிதமுறு எண்களை a க்கும் b க்கும் இடையே காணலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.1

$\frac{3}{4}, \frac{4}{5}$ ஆகிய எண்களுக்கிடையே உள்ள ஒரு விகிதமுறு எண்ணைக் காண்க.

கணக்கு

தீர்வு

சூத்திர முறை:

கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை: $a = \frac{3}{4}, b = \frac{4}{5}$

q_1 என்பது $\frac{3}{4}$ க்கும் $\frac{4}{5}$ க்கும் இடையே உள்ள ஒரு விகிதமுறு எண் என்க.

$$q_1 = \frac{1}{2}(a+b)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}+\frac{4}{5}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{15+16}{20}\right)$$

$$q_1 = \frac{1}{2}\times\left(\frac{31}{20}\right) = \frac{31}{40}$$

அந்த விகிதமுறு எண் $\frac{31}{40}$ ஆகும்.

மாற்று முறை:

கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை: $a = \frac{3}{4}, b = \frac{4}{5}$

a ஐயும் b ஐயும் முறையே $\frac{3}{4}\times\frac{5}{5} = \frac{15}{20}$ மற்றும் $\frac{4}{5}\times\frac{4}{4} = \frac{16}{20}$ என எழுதலாம்.

நாம் $\frac{15}{20}$ க்கும் $\frac{16}{20}$ க்கும் இடையில் உள்ள விகிதமுறு எண்களைக் கண்டுபிடிக்க தொகுதியையும் பகுதியையும் 10ஆல் பெருக்க வேண்டும்.

$$\frac{15}{20}\times\frac{10}{10} = \frac{150}{200} \quad , \quad \frac{16}{20}\times\frac{10}{10} = \frac{160}{200}$$

$\therefore$ $\frac{150}{200}$ மற்றும் $\frac{160}{200}$ க்கும் இடையில் உள்ள விகிதமுறு எண்கள்

$\frac{151}{200}, \frac{152}{200}, \frac{153}{200}, \frac{154}{200}, \frac{155}{200}, \frac{156}{200}, \frac{157}{200}, \frac{158}{200}$ மற்றும் $\frac{159}{200}$ ஆகியனவாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.2

$\frac{-3}{5}, \frac{1}{2}$ ஆகிய எண்களுக்கிடையே இரண்டு விகிதமுறு எண்களைக் காண்க.

தீர்வு

கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை: $a = \frac{-3}{5}, b = \frac{1}{2}$

q_1 மற்றும் q_2 என்பன இரு விகிதமுறு எண்கள் என்க.

$$q_1 = \frac{1}{2}(a+b)$$

$$q_1 = \frac{1}{2}\times\left(\frac{-3}{5}+\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}\times\left(\frac{-6+5}{10}\right) = \frac{1}{2}\times\left(\frac{-1}{10}\right) = \frac{-1}{20}$$

$$q_2 = \frac{1}{2}(a+q_1) = = \frac{1}{2}\times\left(\frac{-3}{5}+\left(\frac{-1}{20}\right)\right)$$

$$= \frac{1}{2}\times\left(\frac{-12+(-1)}{20}\right) = \frac{1}{2}\times\left(\frac{-12-1}{20}\right) = \frac{1}{2}\times\left(\frac{-13}{20}\right) = \frac{-13}{40}$$

$\frac{-1}{20}$ மற்றும் $\frac{-13}{40}$ ஆகியன இரு விகிதமுறு எண்கள் ஆகும்.

குறிப்பு: இந்த விகிதமுறு எண்களை நாம் $\frac{-3}{5} < \frac{-13}{40} < \frac{-1}{20} < \frac{1}{2}$ என எழுதலாம்.

பயிற்சி 1.2

1. கீழ்க்கண்ட விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையே உள்ள ஒரு விகிதமுறு எண்ணைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

   (i) $\frac{4}{3}, \frac{2}{5}$ (ii) $\frac{-2}{7}, \frac{5}{6}$ (iii) $\frac{5}{11}, \frac{7}{8}$ (iv) $\frac{7}{4}, \frac{8}{3}$

2. கீழ்க்கண்ட விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையே உள்ள இரண்டு விகிதமுறு எண்களைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

   (i) $\frac{2}{7}, \frac{3}{5}$ (ii) $\frac{6}{5}, \frac{9}{11}$ (iii) $\frac{1}{3}, \frac{4}{5}$ (iv) $\frac{-1}{6}, \frac{1}{3}$

3. கீழ்க்கண்ட விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையே உள்ள மூன்று விகிதமுறு எண்களைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

   (i) $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{7}{10}, \frac{2}{3}$ (iii) $\frac{-1}{3}, \frac{3}{2}$ (iv) $\frac{1}{8}, \frac{1}{12}$

1.4 மூவடைப்புக் கொண்ட எண்கோவைகளின் சுருக்கம்

நாம் சில உதாரணங்களைப் பார்ப்போம்.

(i) $2 + 3 = 5$ (ii) $5 - 10 = -5$

(iii) $\frac{3}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{12}{35}$ (iv) $4 - 2 \times \frac{1}{2} = ?$

உதாரணம் (i), (ii) மற்றும் (iii) ஆகியவற்றில் ஒரே ஒரு செயலி உள்ளது. ஆனால் உதாரணம் (iv) இல் நாம் இரு செயலிகளைக் காண்கிறோம்.

உதாரணம் (iv) இல் எந்தச் செயலியை முதலில் செய்ய வேண்டும் என உங்களுக்குத் தெரியுமா?

உதாரணம் (iv) இல் சில விதிமுறைகளைப் பயன்படுத்தாவிடில் நமக்கு பல்வேறு தீர்வுகள் கிடைக்கும்.

உதாரணமாக, (i) $(4 - 2) \times \frac{1}{2} = 2 \times \frac{1}{2} = 1,$

(ii) $4 - \left(2 \times \frac{1}{2}\right) = 4 - 1 = 3$ என்ற இரு தீர்வுகள் கிடைக்கிறது.

எனவே குழப்பத்தைத் தவிர்க்க, செயலிகளைப் பயன்படுத்தும் போது சில விதிமுறைகளைப் பின்பற்ற வேண்டும். செயலிகளை இடப்புறமிருந்து வலப்புறமாக வரிசைக்கிரமமாக ‘BODMAS’ என்ற முறையில் பயன்படுத்தலாம்.

B – அடைப்பு, O – இன், D – வகுத்தல், M – பெருக்கல், A – கூட்டல், S – கழித்தல்

குறிப்பு: அந்த இனிய வள்ளல் பெயர் கூட கர்ணன் தானே. இந்த அமைப்பு மூலம் அ–அடைப்பு, இ– இன், வ – வகுத்தல், பெ – பெருக்கல், கூ – கூட்டல், க– கழித்தல் எனச் சுருக்கமாக நினைவிற் கொள்ளலாம்.

தொகுப்புக் குறியீடுகள்	பெயர்
—	மேற்கோட்டு அடைப்பு (வின்குலம்)
( )	அடைப்புக் குறியீடு
{ }	கண அடைப்பு
[ ]	சதுர அடைப்பு

‘இன்’ அல்லது ‘இல்’ அல்லது ‘மடங்கு’ (of) என்ற செயலி

சில நேரங்களில் ‘3 இன் இரு மடங்கு’, ‘20 இல் நான்கில் ஒரு பங்கு’, ‘10 இல் பாதி’ போன்ற சொற்றொடர்களைக் கொண்ட கோவைகளைக் காண நேரிடுகிறது.

இவற்றில் ‘இன்’ அல்லது ‘இல்’ அல்லது ‘மடங்கு’ என்பது ‘பெருக்குதல்’ என்ற செயலியைக் குறிக்கிறது.

உதாரணமாக, (i) 3 இன் இரு மடங்கை 2×3,

(ii) 20 இல் நான்கில் ஒரு பங்கை $\frac{1}{4} \times 20$,

(iii) 10 இல் பாதியை $\frac{1}{2} \times 10$ என எழுதலாம்.

எனவே, ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட கணித அடைப்புகளைப் பயன்படுத்தும்பொழுது நாம் முதலில், உள் அடைப்பில் உள்ள செயலிகளை முடித்த பின் அவ்வடைப்பை நீக்க வேண்டும். தொடர்ந்து அதனையடுத்து உள்ள உள்ளடைப்பிற்கு இம்முறையைப் பயன்படுத்த வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.3

சுருக்குக: $\left(1\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right) \times \frac{8}{15}$

தீர்வு

$$\left(1\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right) \times \frac{8}{15} = \left(\frac{4}{3} + \frac{2}{3}\right) \times \frac{8}{15}$$

$$= \left(\frac{6}{3}\right) \times \frac{8}{15} \quad \text{(அடைப்பு முதலில் சுருக்கப்பட்டுள்ளது)}$$

$$= 2 \times \frac{8}{15} = \frac{16}{15} = 1\frac{1}{15}.$$

எடுத்துக்காட்டு 1.4

சுருக்குக: $5\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$ இன் $\frac{8}{9}$.

தீர்வு

$$5\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \text{ இன் } \frac{8}{9} = \frac{11}{2} + \frac{3}{4} \times \frac{8}{9}$$

$$= \frac{11}{2} + \frac{24}{36} = \frac{11}{2} + \frac{2}{3} \quad \text{(‘இன்’ என்பது முதலில் சுருக்கப்பட்டுள்ளது)}$$

$$= \frac{33 + 4}{6} = \frac{37}{6} = 6\frac{1}{6}.$$

எடுத்துக்காட்டு 1.5

சுருக்குக: $\left(\frac{-1}{3} \times \frac{5}{4}\right) + \left[\frac{3}{5} \div \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)\right]$

தீர்வு

$$\left(\frac{-1}{3}\times\frac{5}{4}\right)+\left[\frac{3}{5}\div\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)\right]$$

$$=\left(\frac{-1}{3}\times\frac{5}{4}\right)+\left[\frac{3}{5}\div\left(\frac{2-1}{4}\right)\right]$$ (உள்ளேயுள்ள அடைப்பு முதலில் சுருக்கப்பட்டுள்ளது)

$$=\left(\frac{-1}{3}\times\frac{5}{4}\right)+\left[\frac{3}{5}\div\frac{1}{4}\right]=\left(\frac{-1}{3}\times\frac{5}{4}\right)+\left[\frac{3}{5}\times 4\right]=\frac{-5}{12}+\frac{12}{5}$$

$$=\frac{-25+144}{60}=\frac{119}{60}=1\frac{59}{60}.$$

எடுத்துக்காட்டு 1.6

சுருக்குக: $\frac{2}{7}-\left\{\left(\frac{1}{4}\div\frac{2}{3}\right)-\frac{5}{6}\right\}$

தீர்வு

$$\frac{2}{7}-\left\{\left(\frac{1}{4}\div\frac{2}{3}\right)-\frac{5}{6}\right\}=\frac{2}{7}-\left\{\left(\frac{1}{4}\times\frac{3}{2}\right)-\frac{5}{6}\right\}=\frac{2}{7}-\left\{\frac{3}{8}-\frac{5}{6}\right\}=\frac{2}{7}-\left\{\frac{9-20}{24}\right\}$$

$$=\frac{2}{7}-\left\{\frac{-11}{24}\right\}=\frac{2}{7}+\frac{11}{24}=\frac{48+77}{168}=\frac{125}{168}.$$

பயிற்சி 1.3

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

(i) $2\times\frac{5}{3}=$ ....

(A) $\frac{10}{3}$ (B) $2\frac{5}{6}$ (C) $\frac{10}{6}$ (D) $\frac{2}{3}$

(ii) $\frac{2}{5}\times\frac{4}{7}=$ ....

(A) $\frac{14}{20}$ (B) $\frac{8}{35}$ (C) $\frac{20}{14}$ (D) $\frac{35}{8}$

(iii) $\frac{2}{5}+\frac{4}{9}=$ ....

(A) $\frac{10}{23}$ (B) $\frac{8}{45}$ (C) $\frac{38}{45}$ (D) $\frac{6}{13}$

(iv) $\frac{1}{5}\div 2\frac{1}{2}=$ ....

(A) $\frac{2}{25}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{10}{7}$ (D) $\frac{3}{10}$

(v) $\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{4}\right)=$ ....

(A) 0 (B) 1 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{3}{4}$

2. சுருக்குக:

(i) $\frac{11}{12}\div\left(\frac{5}{9}\times\frac{18}{25}\right)$ (ii) $\left(2\frac{1}{2}\times\frac{8}{10}\right)\div\left(1\frac{1}{2}+\frac{5}{8}\right)$

(iii) $\frac{15}{16}$ இல் $\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{2}\right)\div\frac{10}{11}$ (iv) $\frac{9}{8}\div\frac{3}{5}$ இல் $\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{5}\right)$

(v) $\frac{2}{5}\div\left\{\frac{1}{5}\right.$ இல் $\left.\left[\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right]-1\right\}$ (vi) $\left(1\frac{3}{4}\times 3\frac{1}{7}\right)-\left(4\frac{3}{8}\div 5\frac{3}{5}\right)$

(vii) $\left(\frac{1}{6}+2\frac{3}{4}\right.$ இல் $\left.1\frac{7}{11}\right)\div 1\frac{1}{6}$ (viii) $\left(\frac{-1}{3}\right)-\left\{1\div\left(\frac{2}{3}\times\frac{5}{7}\right)+8-\left[5-\overline{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}\right]\right\}$

1.5 அடுக்குகள் : எண்களை அடுக்குக் குறி வடிவில் முழுக்களின் படியாக எழுதுதல்

இப்பகுதியில், எண்களை எவ்வாறு அடுக்குக் குறி வடிவில் எழுதலாம் என்பதைப் பற்றி நாம் படிக்க இருக்கிறோம்.

$2 \times 2 \times 2 \times 2$ என்பதை 2^4 என எழுதலாம். $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$ என்ற சமன்பாட்டில் 2 என்பது ‘அடிமானம்’ என்றும் 4 என்பதை “அடுக்கு” அல்லது “அடுக்கெண்” என்றும் கூறலாம்.

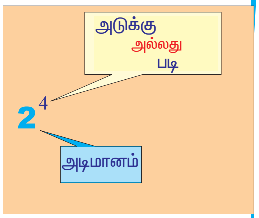
பொதுவாக a^n என்பது ‘a’ யை ‘n’ தடவை பெருக்குவதால் கிடைக்கும் பெருக்கற் பலன். இதில் ‘a’ என்பது மெய்யெண் மற்றும் ‘n’ ஆனது மிகை முழு எண் ஆகும். ‘a’ யை ‘அடிமானம’ என்றும் ‘n’ ஐ ‘அடுக்கெண்’ அல்லது ‘அடுக்கு’ என அழைக்கிறோம்.

வரையறை

‘n’ என்பது மிகை முழுவாக இருப்பின் x^n என்பது $\underbrace{x.x.x.....x}_{n \text{ காரணிகள்}}$ ஆகும்.

அதாவது, $x^n = \underbrace{x \times x \times x \times ..... \times x}_{n \text{ தடவைகள்}}$ (இங்கு $n > 1$)

குறிப்பு : $x^1 = x$.



எப்படி வாசிப்பது?

7^3 என்பதை வாசிக்கும் போது 7 இன் படி மூன்று அல்லது 7 இன் முப்படி என வாசிக்க வேண்டும்.

இங்கு 7 ஐ அடிமானம் என்றும், 3 ஐ அடுக்கு அல்லது படி அல்லது அடுக்கு எண் என்றும் அழைக்கிறோம்.

இதை மேலும் விரிவாக விளக்க கீழ்க்காணும் அட்டவணையை நோக்குக :

வ. எண்.	எண்ணின் தொடர் பெருக்கற் பலன்	அடுக்குக்குறி அமைப்பு	அடி மானம்	அடுக்கெண் அல்லது படி அல்லது அடுக்கு
1	$2 \times 2 \times 2 \times 2$	2^4	2	4
2	$(-4) \times (-4) \times (-4)$	$(-4)^3$	-4	3
3	$\left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right)$	$\left(\frac{2}{3}\right)^6$	$\frac{2}{3}$	6
4	$a \times a \times a \times \ldots$ m தடவைகள்	a^m	a	m

எடுத்துக்காட்டு 1.7

கீழ்க்கண்ட எண்களை இரண்டின் படி ஆக எழுதுக.

(i) 2 (ii) 8 (iii) 32 (iv) 128 (v) 256

தீர்வு: (i) $2 = 2^1$

(ii) $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

(iii) $32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$

(iv) $128 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^7$

(v) $256 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^8$

1.6. அடுக்குக்குறி விதிகள்

மெய்யெண்களின் மிகை அடுக்குகளின் வரையறையைக் கொண்டு நாம், கீழ்க்காணும் "அடுக்குக் குறி விதிகளின்" பண்புகளைப் பற்றிக் காணலாம்.

(i) பெருக்கல் விதி

விதி 1	$a^m \times a^n = a^{m+n}$, இங்கு 'a' என்பது மெய்யெண் மற்றும் m, n என்பன மிகை முழு எண்கள்.

உதாரணம்

$\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \left(\frac{2}{3}\right)^{3+4} = \left(\frac{2}{3}\right)^7$ (மேற்கண்ட விதிப்படி $a^m \times a^n = a^{m+n}$, இங்கு $a = \frac{2}{3}$, $m = 3$, $n = 4$)

(ii) வகுத்தல் விதி

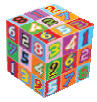
விதி 2	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, இங்கு $a \neq 0$ மற்றும் m, n ஆனது மிகை முழு எண்கள், இங்கு $m > n$ ஆகும்.

உதாரணம்

$\frac{6^4}{6^2} = 6^{4-2} = 6^2$ (மேற்கூறிய விதிப்படி $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, இங்கு $a = 6$, $m = 4$, $n = 2$ ஆகும்)

(iii) அடுக்கு விதி

விதி 3	$(a^m)^n = a^{m \times n} = a^{mn}$, இங்கு m மற்றும் n என்பன மிகை முழு எண்கள் ஆகும்.



முயற்சி செய்

$a^{(x-y)z} \times a^{(y-z)x} \times a^{(z-x)y} = 1$ என நிறுவுக

உதாரணம்

$(3^2)^4 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2 = 3^{2+2+2+2} = 3^8$

இதே விடையை இரு அடுக்குகளையும் பெருக்குவதன் மூலம் பெற முடியும்.

அதாவது, $(3^2)^4 = 3^{2\times4} = 3^8$.

(iv) பூச்சியத்தை அடுக்காகக் கொண்ட எண்

$m \neq o$, எனில்

$m^3 \div m^3 = m^{3-3} = m^0$ (2ம் விதிப்படி);

மற்றொரு முறை :

$m^3 \div m^3 = \frac{m^3}{m^3} = \frac{m \times m \times m}{m \times m \times m} = 1$

மேற்கண்ட இரண்டு முறைப்படி, $m^3 \div m^3 = m^0 = 1$.

முந்தைய உதாரணத்திலிருந்து, நான்காம் அடுக்கு விதியைப் பெறலாம்.

கணக்கு

விதி 4	'a' என்பது பூச்சியம் தவிர வேறு எந்த விகிதமுறு எண்ணாக இருப்பின், $a^0 = 1$ ஆகும்.

உதாரணம்

(i) $2^0 = 1$ (ii) $\left(\frac{3}{4}\right)^0 = 1$ (iii) $25^0 = 1$ (iv) $\left(-\frac{2}{5}\right)^0 = 1$ (v) $(-100)^0 = 1$

(v) தலைகீழ் விதி

ஓர் எண்ணின் குறை அடுக்கு எண்ணைக் காண அந்த எண்ணின் மிகை அடுக்கு எண்ணின் பெருக்கல் தலைகீழியைக் காண வேண்டும்.

உதாரணம்

(i) $4^{-4} = \frac{1}{4^4} = \frac{1}{4 \times 4 \times 4 \times 4} = \frac{1}{256}$

(ii) $5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{125}$

(iii) $10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{10 \times 10} = \frac{1}{100}$

3 இன் தலைகீழி $\frac{1}{3} = \frac{3^0}{3^1}$

$\therefore \frac{1}{3} = \frac{3^0}{3^1} = 3^{0-1} = 3^{-1}$.

இதே போல், 6^2 இன் தலைகீழி $= \frac{1}{6^2} = \frac{6^0}{6^2} = 6^{0-2} = 6^{-2}$

மேலும், $\left(\frac{8}{3}\right)^3$ இன் தலைகீழி $\frac{1}{\left(\frac{8}{3}\right)^3} = \left(\frac{8}{3}\right)^{-3}$ ஆகும்.

மேற்கண்ட உதாரணத்திலிருந்து நாம் ஐந்தாம் அடுக்குக்குறி விதியினை எழுத முடியும்.

விதி 5	'a' என்பது ஓர் மெய் எண்ணாகவும், 'm' ஆனது முழு எண் ஆகவும் இருப்பின் $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ ஆகும்.

(vi) ஒரே அடுக்கு எண்களைக் கொண்ட எண்களின் பெருக்கல்

கீழ்க்கண்ட சுருக்கு முறைகளைக் காண்க:

(i) $4^3 \times 7^3 = (4 \times 4 \times 4) \times (7 \times 7 \times 7) = (4 \times 7) \times (4 \times 7) \times (4 \times 7)$

$= (4 \times 7)^3$

(ii) $5^{-3} \times 4^{-3} = \frac{1}{5^3} \times \frac{1}{4^3} = \left(\frac{1}{5}\right)^3 \times \left(\frac{1}{4}\right)^3$

$= \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$

$= \left(\frac{1}{5} \times \frac{1}{4}\right) \times \left(\frac{1}{5} \times \frac{1}{4}\right) \times \left(\frac{1}{5} \times \frac{1}{4}\right) = \left(\frac{1}{20}\right)^3$

$= 20^{-3} = (5 \times 4)^{-3}$

(iii) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\right)\times\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}\right)\times\left(\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}\right)$

$= \left(\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}\right)^2$

பொதுவாக, a, b என்பவை ஏதேனும் இரு முழு எண்கள் எனில்

$$a^2 \times b^2 = (a \times b)^2 = (ab)^2$$

இதன் மூலம் நமக்குக் கிடைப்பது அடுக்குகளின் பெருக்கல் விதி ஆகும்.

$(a \times a \times a \times ....\text{m}$ முறை$) \times (b \times b \times b \times .....m$ முறை $) = (ab \times ab \times ab \times ......m$ முறை$) = (ab)^m$

அதாவது, $a^m \times b^m = (ab)^m$

விதி 6	$a^m \times b^m = (a \times b)^m = (ab)^m$, இங்கு a, b என்பன மெய்யெண்கள் மற்றும் m என்பது முழு எண் ஆகும்.

உதாரணம்

(i) $3^x \times 4^x = (3 \times 4)^x = 12^x$

(ii) $7^2 \times 2^2 = (7 \times 2)^2 = 14^2 = 196$

(vii) அடுக்குகளின் ஈவு விதி

கீழ்க்கண்ட உதாரணங்களின் சுருக்கு முறைகளைக் காண்போம் :

(i) $\left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{4}{3}\times\frac{4}{3} = \frac{16}{9} = \frac{4^2}{3^2}$

(ii) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{1}{\left(\frac{3^2}{5^2}\right)} = \frac{5^2}{3^2} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 \quad \left(\because a^{-m} = \frac{1}{a^m}\right)$

$= \frac{5}{3}\times\frac{5}{3} = \frac{5\times5}{3\times3} = \frac{5^2}{3^2} = 5^2 \times \frac{1}{3^2} = 5^2 \text{ x } 3^{-2} = \frac{1}{5^{-2}} \times 3^{-2}$

$= \frac{3^{-2}}{5^{-2}}.$

எனவே $\left(\frac{a}{b}\right)^2$ ஐ எழுதும் போது $\frac{a^2}{b^2}$ என எழுதலாம்.

$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\times\frac{a}{b}\times\frac{a}{b}\times ....m \text{ முறைகள்}\right) = \frac{a \times a \times a.....m \text{ முறைகள்}}{b \times b \times b \times ....m \text{ முறைகள்}}$

$\therefore \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

விதி 7	$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$, இங்கு $b \neq 0$, மற்றும் a , b என்பன மெய்யெண்கள், m ஆனது முழு எண் ஆகும்.

உதாரணம்

(i) $\left(\frac{a}{b}\right)^7 = \frac{a^7}{b^7}$ (ii) $\left(\frac{5}{3}\right)^3 = \frac{5^3}{3^3} = \frac{125}{27}$ (iii) $\left(\frac{1}{4}\right)^4 = \frac{1^4}{4^4} = \frac{1}{256}$

கணக்கு

எடுத்துக்காட்டு 1.8

சுருக்குக :

(i) $2^5 \times 2^3$ (ii) $10^9 \div 10^6$ (iii) $(x^0)^4$ (iv) $(2^3)^0$

(v) $\left(\frac{3}{2}\right)^5$ (vi) $(2^5)^2$ (vii) $(2 \times 3)^4$

(viii) $2^p = 32$ எனில், p ன் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு

(i) $2^5 \times 2^3 = 2^{5+3} = 2^8$

(ii) $10^9 \div 10^6 = 10^{9-6} = 10^3$

(iii) $(x^0)^4 = (1)^4 = 1$ $[\because a^0 = 1]$

(iv) $(2^3)^0 = 8^0 = 1$ $[\because a^0 = 1]$

(v) $\left(\frac{3}{2}\right)^5 = \frac{3^5}{2^5} = \frac{243}{32}$

(vi) $(2^5)^2 = 2^{5\times 2} = 2^{10} = 1024$

(vii) $(2 \times 3)^4 = 6^4 = 1296$

(அல்லது) $(2 \times 3)^4 = 2^4 \times 3^4 = 16 \times 81 = 1296$

(viii) $2^p = 32$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

இதனை $2^p = 2^5$ என எழுதலாம்

எனவே $p = 5$ (இங்கு அடிமானங்கள் சமமானதால் அடுக்குகளும் சமமாகும்)

பகாக்காரணிப் படுத்தல்

2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

எடுத்துக்காட்டு 1.9

கீழ்க்கண்டவற்றின் மதிப்பைக் காண்க :

(i) $3^4 \times 3^{-3}$ (ii) $\frac{1}{3^{-4}}$ (iii) $\left(\frac{4}{5}\right)^2$ (iv) 10^{-3} (v) $\left(\frac{-1}{2}\right)^5$

(vi) $\left(\frac{7}{4}\right)^0 \times 3$ (vii) $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^2$ (viii) $\left(\frac{3}{8}\right)^5 \times \left(\frac{3}{8}\right)^4 \div \left(\frac{3}{8}\right)^9$

தீர்வு

(i) $3^4 \times 3^{-3} = 3^{4+(-3)} = 3^{4-3} = 3^1 = 3$

(ii) $\frac{1}{3^{-4}} = 3^4 = 81$

(iii) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{4^2}{5^2} = \frac{16}{25}$

(iv) $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$

(v) $\left(\frac{-1}{2}\right)^5 = \frac{-1^5}{2^5} = \frac{-1}{32}$

(vi) $\left(\frac{7}{4}\right)^0 \times 3 = 1 \times 3 = 3$ $\left[\because \left(\frac{7}{4}\right)^0 = 1\right]$

(vii) $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^{2\times 2} = \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$

(viii) $\left(\frac{3}{8}\right)^5 \times \left(\frac{3}{8}\right)^4 \div \left(\frac{3}{8}\right)^9 = \frac{\left(\frac{3}{8}\right)^{5+4}}{\left(\frac{3}{8}\right)^9} = \frac{\left(\frac{3}{8}\right)^9}{\left(\frac{3}{8}\right)^9} = 1$

(அல்லது) $\left(\frac{3}{8}\right)^{9-9} = \left(\frac{3}{8}\right)^0 = 1$

எடுத்துக்காட்டு 1.10

16^{-2} ஐ அடிமானம் 4 ஆகக் கொண்ட அடுக்காக எழுதுக.

தீர்வு

$16 = 4^2$ என்பது நாம் அறிந்ததே

எனவே, $16^{-2} = (4^2)^{-2}$

$= 4^{2\times -2}$

$= 4^{-4}$

எடுத்துக்காட்டு 1.11

சுருக்குக :

(i) $(2^3)^{-2} \times (3^2)^2$ (ii) $\frac{(2^2)^3}{(3^2)^2}$

தீர்வு

(i) $(2^3)^{-2} \times (3^2)^2 = 2^{(3\times -2)} \times 3^{(2\times 2)}$

$= 2^{-6} \times 3^4 = \frac{1}{2^6} \times 3^4 = \frac{3^4}{2^6} = \frac{81}{64}$

(ii) $\frac{(2^2)^3}{(3^2)^2} = \frac{2^{2\times 3}}{3^{2\times 2}} = \frac{2^6}{3^4} = \frac{64}{81}$.

எடுத்துக்காட்டு 1.12

தீர்க்க :

(i) $12^x = 144$ (ii) $\left(\frac{2}{8}\right)^{2x} \times \left(\frac{2}{8}\right)^x = \left(\frac{2}{8}\right)^6$

தீர்வு

(i) $12^x = 144$ என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$12^x = 12^2$

$\therefore x = 2$ ($\because$ அடிமானம் சமம் எனில் அடுக்குகள் சமம்)

(ii) $\left(\frac{2}{8}\right)^{2x} \times \left(\frac{2}{8}\right)^x = \left(\frac{2}{8}\right)^6$

$\left(\frac{2}{8}\right)^{2x+x} = \left(\frac{2}{8}\right)^6$ ($\because$ இங்கு அடிமானம் இரண்டும் சம எண்கள்)

$2x + x = 6$

$3x = 6$

$x = \frac{6}{3} = 2.$

கணக்கு

எடுத்துக்காட்டு 1.13

சுருக்குக: $\dfrac{(3^3)^{-2}\times(2^2)^{-3}}{(2^4)^{-2}\times 3^{-4}\times 4^{-2}}$

தீர்வு

$$\frac{(3^3)^{-2}\times(2^2)^{-3}}{(2^4)^{-2}\times 3^{-4}\times 4^{-2}} = \frac{3^{-6}\times 2^{-6}}{2^{-8}\times 3^{-4}\times 4^{-2}}$$

$$= 3^{-6+4}\times 2^{-6+8}\times 4^2$$

$$= 3^{-2}\times 2^2\times 4^2$$

$$= \frac{1}{3^2}\times 4\times 16 = \frac{4\times 16}{9}$$

$$= \frac{64}{9} = 7\frac{1}{9}.$$

பயிற்சி 1.4

1. கீழ்க்கண்டவற்றில் சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக

(i) $a^m\times a^n$

(A) $a^m + a^n$ (B) a^{m-n} (C) a^{m+n} (D) a^{mn}

(ii) $p^0 =$

(A) 0 (B) 1 (C) – 1 (D) p

(iii) 10^2 இல் அடுக்கு

(A) 2 (B) 1 (C) 10 (D) 100

(iv) $6^{-1} =$

(A) 6 (B) – 1 (C) $-\frac{1}{6}$ (D) $\frac{1}{6}$

(v) 2^{-4} ன் பெருக்கல் தலைகீழி

(A) 2 (B) 4 (C) 2^4 (D) – 4

(vi) $(-2)^{-5}\times(-2)^6 =$

(A) – 2 (B) 2 (C) – 5 (D) 6

(vii) $(-2)^{-2} =$

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{-1}{2}$ (D) $\frac{-1}{4}$

(viii) $(2^0 + 4^{-1})\times 2^2 =$

(A) 2 (B) 5 (C) 4 (D) 3

(ix) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-4} =$

(A) 3 (B) 3^4 (C) 1 (D) 3^{-4}

(x) $(-1)^{50} =$

(A) – 1 (B) 50 (C) – 50 (D) 1

2. சுருக்குக:

(i) $(-4)^5 \div (-4)^8$ (ii) $\left(\frac{1}{2^3}\right)^2$ (iii) $(-3)^4 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4$

(iv) $\left(\frac{2}{3}\right)^5 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 \times \left(\frac{1}{5}\right)^2$ (v) $(3^{-7} \div 3^{10}) \times 3^{-5}$ (vi) $\frac{2^6 \times 3^2 \times 2^3 \times 3^7}{2^8 \times 3^6}$

(vii) $y^{a-b} \times y^{b-c} \times y^{c-a}$ (viii) $(4p)^3 \times (2p)^2 \times p^4$ (ix) $9^{5/2} - 3 \times 5^0 - \left(\frac{1}{81}\right)^{-1/2}$

(x) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} - 3 \times 8^{2/3} \times 4^0 + \left(\frac{9}{16}\right)^{-1/2}$

3. மதிப்பு காண்க:

(i) $(3^0 + 4^{-1}) \times 2^2$ (ii) $(2^{-1} \times 4^{-1}) \div 2^{-2}$ (iii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$

(iv) $(3^{-1} + 4^{-1} + 5^{-1})^0$ (v) $\left[\left(\frac{-2}{3}\right)^{-2}\right]^2$ (vi) $7^{-20} - 7^{-21}$.

4. கீழ்க்கண்டவற்றில் m இன் மதிப்பு காண்க:

(i) $5^m \div 5^{-3} = 5^5$ (ii) $4^m = 64$ (iii) $8^{m-3} = 1$

(iv) $(a^3)^m = a^9$ (v) $(5^m)^2 \times (25)^3 \times 125^2 = 1$ (vi) $2m = (8)^{\frac{1}{3}} \div (2^3)^{2/3}$

5. (a) $2^x = 16$ எனில், கீழ்க்கண்டவற்றின் மதிப்பு காண்க:

(i) x (ii) $2^{\frac{x}{2}}$ (iii) 2^{2x} (iv) 2^{x+2} (v) $\sqrt{2^{-x}}$

(b) $3^x = 81$ எனில், கீழ்க்கண்டவற்றின் மதிப்பு காண்க:

(i) x (ii) 3^{x+3} (iii) $3^{x/2}$ (iv) 3^{2x} (v) 3^{x-6}

6. நிறுவுக : (i) $\frac{3^{x+1}}{3^{x(x+1)}} \times \left(\frac{3^x}{3}\right)^{x+1} = 1$, (ii) $\left(\frac{x^m}{x^n}\right)^{m+n} \cdot \left(\frac{x^n}{x^l}\right)^{n+l} \cdot \left(\frac{x^l}{x^m}\right)^{l+m} = 1$

1.7 வர்க்கங்கள், வர்க்க மூலங்கள், கனங்கள் மற்றும் கன மூலங்கள்

1.7.1 வர்க்கங்கள்

ஓர் எண்ணை அதே எண்ணால் பெருக்கும்போது கிடைக்கும் எண் அவ்வெண்ணின் **வர்க்கம்** எனப்படும். இதனை அவ்வெண்ணின் அடுக்கை அல்லது படியை '2' ஆக உயர்த்தி எழுதலாம்.

எடுத்துக்காட்டு : (i) $3 \times 3 = 3^2 = 9$

(ii) $5 \times 5 = 5^2 = 25$.

எடுத்துக்காட்டு (ii) ல், 5^2 என்பதை 5இன் அடுக்கு (அல்லது) படி 2 அல்லது 5ன் இருபடி எனவும் அழைக்கலாம். 25 ஆனது 5இன் வர்க்கம் ஆகும்.

இதேபோல் 49 மற்றும் 81 ஆனது முறையே 7 மற்றும் 9 இன் வர்க்கங்கள் ஆகும். இப்பாடப் பிரிவில், வர்க்கங்களைக் கண்டுபிடிக்கும் சில முறைகளைப் பற்றி அறிய உள்ளோம்.

முழு வர்க்கம்

1, 4, 9, 16, 25, ⋯ ஆகிய எண்களை முழு வர்க்கங்கள் அல்லது வர்க்கங்கள் என கூறலாம். ஏனெனில் $1 = 1^2$, $4 = 2^2$, $9 = 3^2$, $16 = 4^2$.

ஓர் எண் முழு வர்க்கம் எனில் அவ்வெண் ஒரு எண்ணின் வர்க்கமாக இருக்க வேண்டும்.

வர்க்க எண்களின் பண்புகள்

கீழ்க்காணும் வர்க்க எண்களின் பண்புகளை அவற்றின் அமைப்புகளைக் கொண்டு கவனிப்போம்.

1. வர்க்க எண்களின் 1ஆம் இலக்கங்கள் 0, 1, 4, 5, 6 மற்றும் 9 ஆக இருக்கும். மாறாக 2, 3, 7 அல்லது 8 போன்ற எண்கள் இருந்தால் அவை வர்க்க எண்கள் ஆக இருக்க முடியாது.

2. i)

எண்	வர்க்கம்
1	1
9	81
11	121

ஓர் எண்ணின் 1 ஆம் இலக்கம் 1 அல்லது 9ஆக இருப்பின் அதன் வர்க்கமானது 1 இல் முடியும்.

ii)

எண்	வர்க்கம்
2	4
8	64
12	144

ஓர் எண்ணின் 1 ஆம் இலக்கம் 2 அல்லது 8ஆக இருப்பின் அதன் வர்க்கமானது 4 இல் முடியும்.

iii)

எண்	வர்க்கம்
3	9
7	49
13	169

ஓர் எண்ணின் 1 ஆம் இலக்கம் 3 அல்லது 7ஆக இருப்பின் அதன் வர்க்கமானது 9 இல் முடியும்.

iv)

எண்	வர்க்கம்
4	16
6	36
14	196

ஓர் எண்ணின் 1 ஆம் இலக்கம் 4 அல்லது 6ஆக இருப்பின் அதன் வர்க்கமானது 6 இல் முடியும்.

v)

எண்	வர்க்கம்
5	25
15	225
25	625

ஓர் எண்ணின் 1 ஆம் இலக்கம் 5 ஆக இருப்பின் அதன் வர்க்கமானது 5 இல் முடியும்.

3. கீழ்க்கண்ட வர்க்க எண்களைக் கவனிக்க :

எங்களிடம் ஒரே பூச்சியம் உள்ளது

$$\left\{\begin{array}{l}10^2 = 100 \\ 20^2 = 400 \\ 30^2 = 900\end{array}\right\}$$

ஆனால் எங்களிடம் இரண்டு பூச்சியங்கள் உள்ளன

எங்களிடம் இரண்டு பூச்சியங்கள் உள்ளன

$$\left\{\begin{array}{l}100^2 = 10000 \\ 200^2 = 40000 \\ 700^2 = 490000\end{array}\right\}$$

ஆனால் எங்களிடம் நான்கு பூச்சியங்கள் உள்ளன

முடிவு

(i) ஓர் எண்ணானது ஒற்றைப் பூச்சியத்தைக் கொண்டு முடிந்தால் அதன் வர்க்கமானது இரட்டைப் பூச்சியத்தைக் கொண்டு முடியும்.

(ii) ஒற்றைப் படை எண்ணிக்கையில் பூச்சியம் இருந்தால் அவ்வெண்ணானது முழு வர்க்கம் அல்ல.

4. கீழ்க்கண்டவற்றைக் கவனிக்க:

(i) $100 = 10^2$

(100 ← இரண்டு பூச்சியங்கள் உள்ளன)

∴ 100 ஆனது முழுவர்க்கம் ஆகும்.

(ii) $81{,}000 = 81 \times 100 \times 10$

(81,000 ← மூன்று பூச்சியங்கள் உள்ளன)

$= 9^2 \times 10^2 \times 10$ ∴ 81,000 என்பது முழுவர்க்கம் அல்ல.

5. கீழ்க்கண்ட அட்டவணையைக் கவனிக்க:

இரட்டைப் படை எண்களின் வர்க்கங்கள்

எண்	வர்க்கம்
2	4
4	16
6	36
8	64
10	100
⋮	⋮

ஒற்றைப் படை எண்களின் வர்க்கங்கள்

எண்	வர்க்கம்
1	1
3	9
5	25
7	49
9	81
⋮	⋮

மேற்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து பின்வருவனவற்றை அறியலாம்.

முடிவு

(i) இரட்டை எண்களின் வர்க்கங்கள் இரட்டை எண்கள்.

(ii) ஒற்றை எண்களின் வர்க்கங்கள் ஒற்றை எண்கள்.

எடுத்துக்காட்டு 1.14

கீழ்க்கண்ட எண்களுக்கு இடைப்பட்ட முழு வர்க்க எண்களைக் காண்க.

(i) 10, 20 (ii) 50, 60 (iii) 80, 90

தீர்வு

(i) 10க்கும் 20க்கும் இடையேயுள்ள முழு வர்க்க எண் 16.

(ii) 50க்கும் 60க்கும் இடையே முழு வர்க்க எண் கிடையாது.

(iii) 80க்கும் 90க்கும் இடையேயுள்ள முழு வர்க்க எண் 81.

எடுத்துக்காட்டு 1.15

3136, 867 மற்றும் 4413 என்ற எண்களின் 1 ஆம் இலக்கத்தை கவனித்து எவை முழு வர்க்க எண்கள் அல்ல எனக் காண்க?

தீர்வு

எண் 3136ல் 1ஆம் இலக்கத்தில் '6' உள்ளதால் அவ்வெண் வர்க்க எண்ணாக இருக்க முடியும். ஆனால் 867 மற்றும் 4413ல் 1ஆம் இலக்கங்களில் 7 மற்றும் 3 வருவதால் இவ்வெண்கள் கண்டிப்பாக முழு வர்க்க எண்களாக இருக்க முடியாது.

எடுத்துக்காட்டு 1.16

கீழ்க்கண்ட எண்களின் வர்க்கங்களின் 1 ஆம் இலக்கங்களைக் கண்டுபிடி.

(i) 24 (ii) 78 (iii) 35

தீர்வு

(i) 24 இன் வர்க்கம் $=$ 24×24. இங்கு 1 ஆம் இலக்கத்தில் 4 உள்ளது.

எனவே, $4 \times 4 = 16$.

$\therefore$ 24 இன் வர்க்கத்தின் 1 ஆம் இலக்கமானது 6 இல் முடியும்.

(ii) 78 ன் வர்க்கம் $=$ 78×78. இங்கு 1 ஆம் இலக்கத்தில் 8 உள்ளது

எனவே, $8 \times 8 = 64$.

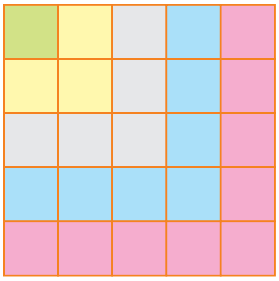
$\therefore$ 78 இன் வர்க்க எண்ணின் 1 ஆம் இலக்கம் 4 இல் முடியும்.

(iii) 35 ன் வர்க்கம் $=$ 35×35. இங்கு 1 ஆம் இலக்கத்தில் 5 உள்ளது.

எனவே, $5 \times 5 = 25$.

$\therefore$ 35 இன் வர்க்க எண்ணின் 1 ஆம் இலக்கம் 5 இல் முடியும்.

வர்க்க எண்களின் அழகிய வடிவமைப்பு



(i) தொடர்ச்சியான ஒற்றை இயல் எண்களின் கூடுதல்

$$1 = 1 = 1^2$$
$$1 + 3 = 4 = 2^2$$
$$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$$
$$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$$
$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5^2$$

$1 + 3 + 5 + 7 + \cdots$ n உறுப்புகள் $= n^2$ (1 முதல் 'n' வரை உள்ள ஒற்றை இயல் எண்களின் கூடுதல்)

(அல்லது) $1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + l = \left(\frac{l+1}{2}\right)^2$

மேற்கண்ட படம் நமக்கு இதை விளக்குகிறது.

$\frac{a}{b}$ என்ற விகிதமுறு எண்ணின் வர்க்கங்களைக் காணுதல்

$$\frac{a}{b} \times \frac{a}{b} = \frac{a^2}{b^2} = \frac{\text{தொகுதியின் வர்க்கம்}}{\text{பகுதியின் வர்க்கம்}}$$

(i) $45^2 = 2025 = (20 + 25)^2$

(ii) $55^2 = 3025 = (30 + 25)^2$

$\therefore$ 45, 55 என்பன 'கேப்ரிகார்' எண்கள் ஆகும்.

உதாரணம்

(i) $\left(\frac{-3}{7}\right) \times \left(\frac{-3}{7}\right) = \left(\frac{-3}{7}\right)^2$

$$= \frac{(-3) \times (-3)}{7 \times 7} = \frac{9}{49}$$

(ii) $\frac{5}{8} \times \frac{5}{8} = \left(\frac{5}{8}\right)^2 = \frac{25}{64}$.

பயிற்சி 1.5

1. கீழ்க்கண்ட எண்களின் 1 ஆம் இலக்கத்தைக் கவனித்து எந்த எண் முழு வர்க்கம் அல்ல எனக் கூறுக.

   (i) 3136 (ii) 3722 (iii) 9348

   (iv) 2304 (v) 8343

2. கீழ்க்கண்ட எண்களின் வர்க்கங்களின் 1 ஆம் இலக்கத்தைக் காண்க.

   (i) 78^2 (ii) 27^2 (iii) 41^2

   (iv) 35^2 (v) 42^2

3. நேரடியாகக் கூட்டாமல் கீழ்க்கண்ட எண்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

   (i) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15$ (ii) $1 + 3 + 5 + 7$

   (iii) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17$

4. கீழ்க்கண்ட எண்களை ஒன்று முதல் தொடங்கி தொடர் ஒற்றை எண்களின் கூடுதலாக எழுதுக.

   (i) 7^2 (ii) 9^2 (iii) 5^2 (iv) 11^2

5. கீழ்க்கண்ட எண்களின் வர்க்கங்களைக் காண்க.

   (i) $\frac{3}{8}$ (ii) $\frac{7}{10}$ (iii) $\frac{1}{5}$

   (iv) $\frac{2}{3}$ (v) $\frac{31}{40}$

6. கீழ்க்கண்டவற்றின் மதிப்பைக் காண்க.

   (i) $(-3)^2$ (ii) $(-7)^2$ (iii) $(-0.3)^2$ (iv) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$ (v) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2$ (vi) $(-0.6)^2$

7. கொடுக்கப்பட்டவற்றின் வடிவமைப்பைப் பயன்படுத்தி விடுபட்ட எண்களைக் காண்க.

a) $1^2 + 2^2 + 2^2 = 3^2$,

$2^2 + 3^2 + 6^2 = 7^2$

$3^2 + 4^2 + 12^2 = 13^2$

$4^2 + 5^2 +$ ___ $= 21^2$

$5^2 +$ ___ $+ 30^2 = 31^2$

$6^2 + 7^2 +$ ___ $=$ ___

b) $11^2 = 121$

$101^2 = 10201$

$1001^2 = 1002001$

$100001^2 = 1$_______2_______1

$10000001^2 =$ ______________________

1.7.2 வர்க்க மூலங்கள்

வரையறை

ஓர் எண்ணை அதே எண்ணால் பெருக்கும்போது கிடைக்கும் பெருக்கற்பலன் அவ்வெண்ணின் வர்க்கம் எனப்படும். அந்த எண்ணை அப்பெருக்கற்பலனின் **வர்க்க மூலம்** எனக் கூறலாம்.

9 இன் வர்க்க மூலம் 3

9 ⇄ 3

3 இன் வர்க்கம் 9

உதாரணமாக,

(i) $3 \times 3 = 3^2 = 9$

(ii) $(-3) \times (-3) = (-3)^2 = 9$

இங்கு 9 இன் வர்க்க மூலங்கள் 3 மற்றும் (-3) ஆகும்.

ஓர் எண்ணின் வர்க்க மூலத்திற்கு $\sqrt{\ }$ என்ற குறியீடு பயன்படுத்தப்படுகிறது.

எனவே, $\sqrt{9} = \pm 3$ (இதை மிகை அல்லது குறை 3 என படிக்கலாம்)

இருப்பினும் மிகை வர்க்க மூலங்களை மட்டுமே எடுத்துக் கொண்டால், $\sqrt{9} = 3$.

> குறிப்பு: x இன் வர்க்க மூலத்தை $\sqrt{x}$ அல்லது $x^{\frac{1}{2}}$ என எழுதலாம்.
> எனவே, $\sqrt{4} = (4)^{\frac{1}{2}}$ மற்றும் $\sqrt{100} = (100)^{\frac{1}{2}}$ ஆகும்.

இப்பிரிவில், நாம் மிகை வர்க்க மூலங்களை மட்டுமே எடுத்துக் கொள்வோம். பின்வரும் அட்டவணையைக் கவனிக்க.

அட்டவணை 1

முழுவர்க்கம்	வர்க்க மூலம்
1	1
16	4
36	6
81	9
100	10
225	15
2025	45
7396	86
9801	99
10,000	100
14,641	121
2,97,025	545
9,98,001	999
10,00,000	1000
15,00,625	1225
7,89,96,544	8888
999,80,001	9999

ஒன்று அல்லது இரண்டு இலக்கமுள்ள எண்ணின் வர்க்கமூலம் ஓர் இலக்க எண்ணாகும்.

மூன்று அல்லது நான்கு இலக்கமுள்ள எண்ணின் வர்க்க மூலம் இரண்டு இலக்க எண்ணாகும்.

ஐந்து அல்லது ஆறு இலக்கமுள்ள எண்ணின் வர்க்க மூலம் மூன்று இலக்க எண்ணாகும்.

ஏழு அல்லது எட்டு இலக்கமுள்ள எண்ணின் வர்க்க மூலம் நான்கு இலக்க எண்ணாகும்.

மேலே உள்ள அட்டவணையிலிருந்து நாம் சிலவற்றைத் தீர்மானிக்கலாம்.

(i) முழு வர்க்கத்தில் 'n' இலக்கங்கள் இருந்து n-ஆனது இரட்டை எண் எனில் அதன் வர்க்க மூலத்தில் $\frac{n}{2}$ இலக்கங்கள் இருக்கும்.

(ii) முழு வர்க்கத்தில் n இலக்கங்கள் இருந்து n-ஆனது ஒற்றை எண் எனில் அதன் வர்க்க மூலத்தில் $\frac{n+1}{2}$ இலக்கங்கள் இருக்கும்.

ஓர் எண்ணின் வர்க்க மூலத்தைக் கீழ்க்கண்ட இரண்டு வழிமுறைகளில் காணலாம்.

(i) காரணி முறை

(ii) நீள் வகுத்தல் முறை

(i) காரணி முறை

முழுவர்க்க எண்ணின் வர்க்க மூலத்தை அவ்வெண்ணின் பகாக் காரணிகளின் பெருக்கற் பலனாகப் பிரித்துக் காணலாம். மேலும் அப்பகாக்காரணிகளை முதலில் சோடியாகச் சேர்க்க வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.17

64 இன் வர்க்க மூலம் காண்க.

தீர்வு

$$64 = \underbrace{2\times 2}\times\underbrace{2\times 2}\times\underbrace{2\times 2} = 2^2\times 2^2\times 2^2$$

$$\sqrt{64} = \sqrt{2^2\times 2^2\times 2^2} = 2\times 2\times 2 = 8$$

$$\sqrt{64} = 8$$

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

எடுத்துக்காட்டு 1.18

169 இன் வர்க்க மூலம் காண்க.

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

13	169
13	13
	1

தீர்வு

$$169 = \underbrace{13 \times 13} = 13^2$$

$$\sqrt{169} = \sqrt{13^2} = 13$$

எடுத்துக்காட்டு 1.19

12.25 இன் வர்க்க மூலம் காண்க.

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

5	1225
5	225
7	49
7	7
	1

தீர்வு

$$\sqrt{12.25} = \sqrt{\frac{12.25 \times 100}{100}}$$

$$= \frac{\sqrt{1225}}{\sqrt{100}} = \frac{\sqrt{5^2 \times 7^2}}{\sqrt{10^2}} = \frac{5 \times 7}{10}$$

$$\sqrt{12.25} = \frac{35}{10} = 3.5$$

எடுத்துக்காட்டு 1.20

5929 இன் வர்க்க மூலம் காண்க.

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

7	5929
7	847
11	121
11	11
	1

தீர்வு

$$5929 = \underbrace{7 \times 7} \times \underbrace{11 \times 11} = 7^2 \times 11^2$$

$$\sqrt{5929} = \sqrt{7^2 \times 11^2} = 7 \times 11$$

$$\therefore \sqrt{5929} = 77$$

எடுத்துக்காட்டு 1.21

200 ஐ உடன் எந்த எண்ணைப் பெருக்கினால் அவ்வெண் முழு வர்க்கம் ஆகும்?

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

2	200
2	100
2	50
5	25
5	5
	1

தீர்வு

$$200 = 2 \times \underbrace{2 \times 2} \times \underbrace{5 \times 5}$$

'2' ஆனது சோடியாக அமையாமல் தனித்து உள்ளது.

எனவே 200 ஐ '2' ஆல் பெருக்கினால் அவ்வெண் முழுவர்க்கம் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.22

384ஐ எந்த எண்ணால் வகுத்தால் அவ்வெண் முழு வர்க்கம் ஆகும்?

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

3	384
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

தீர்வு

$$384 = 3 \times 2 \times \underbrace{2 \times 2} \times \underbrace{2 \times 2} \times \underbrace{2 \times 2}$$

'3' ம் '2' ம் சோடியற்றுத் தனித்துள்ளன.

எனவே, 384ஐ 3 × 2 = 6 ஆல் வகுக்க, அவ்வெண் முழுவர்க்கம் ஆகும்.

(ii) நீள் வகுத்தல் முறை

ஓர் எண்ணின் வர்க்க மூலத்தைக் காரணி முறையில் கண்டுபிடிப்பதை நாம் கற்றுள்ளோம். எனினும் ஒரு எண் பெரிய எண்ணாக இருப்பின் அதன் காரணிகளைக் கண்டுபிடிப்பது எளிதானது அல்ல. எனவே வேறொரு முறையைப் பயன்படுத்துவோம். அது நீள் வகுத்தல் முறையாகும்.

இம்முறையைப் பயன்படுத்தி, தசம எண்களின் வர்க்க மூலத்தையும் காண முடியும். இம்முறையானது கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எடுத்துக்காட்டுகளின் மூலம் விளக்கப்பட்டுள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 1.23

529 இன் வர்க்க மூலத்தை நீள் வகுத்தல் முறையில் காண்க.

தீர்வு

படி 1 : நாம் 529 ஐ $5\ \overline{29}$ என இரண்டு பிரிவாக, ஒன்றாம் இலக்கத்திலிருந்து ஆரம்பித்து இரண்டு இரண்டு இலக்கங்களாகப் பிரித்துக் கொள்ள வேண்டும். ஒவ்வொரு பிரிவின் மீதும் சிறிய கோடிடுதல் வேண்டும்.

படி 2 : முதல் பிரிவான 5 க்கு சமமான அல்லது குறைவான மிகப்பெரிய வர்க்கம் கொண்ட எண்ணைக் காண வேண்டும். இங்கு அது 2 ஆகும்.

$$2\,\big|\,5\ \overline{29}$$

படி 3 : எனவே '2' ஐ ஈவாகவும், வகுத்தியாகவும் எழுத வேண்டும்.

$$\begin{array}{r|l} & 2 \\ \hline 2 & 5\ \overline{29} \\ & 4 \\ \hline & 1 \end{array}$$

படி 4 : வகுத்தி '2'ஐ மேலே உள்ள '2'ஆல் பெருக்கி, பெருக்கற்பலன் '4'ஐ 5இன் கீழ் எழுதிக் கழிக்க வேண்டும். இதன் மீதி 1 ஆகும்.

படி 5 : இரண்டாம் பிரிவான '29' ஐ கீழே கொண்டு வந்து மீதி 1ன் வலப்புறம் எழுதக் கிடைப்பது 129 ஆகும்.

$$\begin{array}{r|l} & 2 \\ \hline 2 & 5\ \overline{29} \\ & 4\ \downarrow \\ \hline & 1\ 29 \end{array}$$

படி 6 : ஈவான 2 ஐ இரண்டு மடங்காக்கி ($2 \times 2 = 4$ஐ) அடுத்த பிரிவினை எழுதியதற்கு அருகில் இடம் விட்டு வகுத்தியாக எழுதிக் கொள்ளுதல் வேண்டும். $4n \times n$ ஆனது 129ஐ விட குறைவாக அல்லது சமமாக இருக்குமாறு 'n' என்ற எண்ணைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

$$\begin{array}{r|l} & 2\ \ 3 \\ \hline 2 & 5\ \overline{29} \\ & 4\ \downarrow \\ \hline 43 & 1\ 29 \\ & 1\ 29 \\ \hline & \ \ \ 0 \end{array}$$

உதாரணமாக : $42 \times 2 = 84$; மற்றும் $43 \times 3 = 129$. எனவே, $n = 3$ ஆகும்.

படி 7 : 3 ஐ அடுத்த வகுத்தியாகவும், ஈவின் இடத்தில் 2 இன் அருகிலும் எழுத வேண்டும். பெருக்குத் தொகை $43 \times 3 = 129$ஐ 129 இன் கீழ் எழுதிக் கழிக்க வேண்டும். மீதி '0' ஆனதால் நீள் வகுத்தல் முடிவு பெற்று விட்டது.

எனவே, $\sqrt{529} = 23$.

எடுத்துக்காட்டு 1.24

நீள் வகுத்தல் முறையில் $\sqrt{3969}$ காண்க.

தீர்வு

படி 1 : எண் 3969 ஐ $\overline{39}\ \overline{69}$ என இரண்டு பிரிவாக, ஒன்றாம் இலக்கத்திலிருந்து ஆரம்பித்து இரண்டு இரண்டு இலக்கங்களாகப் பிரித்துக் கொள்ள வேண்டும். ஒவ்வொரு பிரிவின் மீதும் சிறிய கோடிடுதல் வேண்டும்.

படி 2 : முதல் பிரிவான 39 க்குச் சமமான அல்லது குறைவான மிகப்பெரிய வர்க்கம் கொண்ட எண்ணைக் காண வேண்டும், அது 6 ஆகும்.

படி 3 : 6 ஐ ஈவாகவும், வகுத்தியாகவும் எழுத வேண்டும்.

$$\begin{array}{r|l} & 6 \\ \hline 6 & \overline{39}\ \overline{69} \end{array}$$

படி 4 : வகுத்தி 6 ஐ 6 ஆல் பெருக்கி, பெருக்கற் பலன் 36 ஐ 39 இன் கீழ் எழுதிக் கழிக்க வேண்டும். இதன் மீதி 3 ஆகும்.

$$\begin{array}{r|l} & 6 \\ \hline 6 & \overline{39}\ \overline{69} \\ & 36 \\ \hline & \ \ 3 \end{array}$$

படி 5 : இரண்டாம் பிரிவான 69 ஐ கீழே கொண்டு வந்து மீதியான 3 இன் வலப்புறம் எழுத வேண்டும். கிடைப்பது 369 ஆகும்.

$$\begin{array}{r|l} & 6 \\ \hline 6 & \overline{39}\ \overline{69} \\ & 36\ \downarrow \\ \hline & \ \ 3\ 69 \end{array}$$

படி 6 : ஈவான 6 ஐ இரு மடங்காக்கி ($2 \times 6 = 12$ஐ) அடுத்த பிரிவின் அருகில் இடம் விட்டு வகுத்தியாக எழுதிக் கொள்ளுதல் வேண்டும். $12n \times n$ ஆனது 369ஐ விடக் குறைவாக அல்லது சமமாக இருக்குமாறு 'n' என்ற எண்ணைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

$$\begin{array}{r|l} & 6\quad 3 \\ \hline 6 & \overline{39}\ \overline{69} \\ & 36\ \downarrow \\ \hline 123 & \ \ 3\ 69 \\ & \ \ 3\ 69 \\ \hline & \quad\ 0 \end{array}$$

உதாரணமாக $122 \times 2 = 244$; $123 \times 3 = 369$.

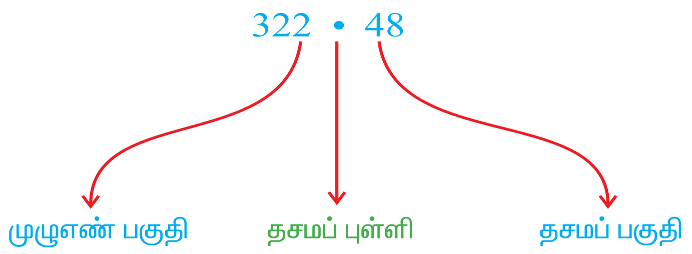
எனவே $n = 3$ ஆகும்.

படி 7 : 3 ஐ அடுத்த வகுத்தியாகவும், ஈவின் இடத்தில் 6 இன் அருகில் எழுத வேண்டும். பெருக்கற் பலன் $123 \times 3 = 369$ ஐ 369 இன் கீழ் எழுதிக் கழிக்க வேண்டும். மீதி '0' ஆனதால் வகுத்தல் முடிவு பெற்று விட்டது. எனவே $\sqrt{3969} = 63$.

1.7.2 (அ) தசம எண்களின் வர்க்க மூலம்

நீள் வகுத்தல் முறையைக் கையாளும்போது, கொடுக்கப்பட்ட எண்ணின் முழு எண் பகுதியில் ஆரம்பித்து இரண்டு இரண்டு இலக்கங்களாகப் பிரித்து அதன் மீது கோடிட்டுக் கொள்ள வேண்டும். பின்னர் தசமப் புள்ளிக்கு வலப்புறமுள்ள தசமப் பகுதியிலும் மேற் சொன்னபடி இரண்டு இரண்டு இலக்கங்களாகப் பிரித்து அதன் மேல் கோடிட்டுக் கொள்ள வேண்டும்.

உதாரணமாக, நாம் 322.48 என்ற எண்ணை எழுதும் போது



என எழுதுவோம்.

வர்க்க மூலம் காணும்போது தசமப் புள்ளியை எப்படி குறிப்பது என்பதை அறிந்திருக்க வேண்டும். ஏற்கெனவே அறிந்த தீர்மானத்தின்படி ஒன்று அல்லது இரண்டு இலக்கமுள்ள எண்ணின் வர்க்க மூலம் ஓர் இலக்க எண்ணாகும் (அட்டவணை 1 இன் படி). கீழ்க்கண்ட உதாரணங்கள் இம்முறையை நன்கு விளக்குகின்றன.

எடுத்துக்காட்டு 1.25

6.0516-ன் வர்க்க மூலம் காண்க.

தீர்வு

கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை $6.\overline{05}\,\overline{16}$ என எழுத வேண்டும். முழு எண் பகுதியில் உள்ள இலக்கம் ஒன்று (6), எனவே அதன் வர்க்க மூலமானது ஒரே இலக்கத்தைக் கொண்டிருக்கும். முன்பு போலவே, வகுத்தல் முறையில் 60516 என்ற எண்ணுக்கு வர்க்க மூலம் காண வேண்டும்.

$$\begin{array}{r|l}
 & 2.4\ \ 6 \\
2 & 6.\overline{05}\,\overline{16} \\
 & 4 \\ \hline
44 & 2\,05 \\
 & 1\,76 \\ \hline
486 & \ \ 29\,16 \\
 & \ \ 29\,16 \\ \hline
 & \qquad 0
\end{array}$$

எனவே $\sqrt{6.0516} = 2.46$.

எடுத்துக்காட்டு 1.26

3250 என்ற எண்ணிலிருந்து எந்தச் சிறிய எண்ணைக் கழிக்க முழு வர்க்கம் ஆகும்?

தீர்வு

$$\begin{array}{r|l}
 & 5\ \ 7 \\
5 & \overline{32}\,\overline{50} \\
 & 25 \\ \hline
107 & \ 7\,50 \\
 & \ 7\,49 \\ \hline
 & \qquad 1
\end{array}$$

மேற்கண்ட முறையில் 57^2 ஆனது 3250 ஐ விட 1 குறைவானது. எனவே 3250லிருந்து 1 ஐக் கழித்தால் அவ்வெண் ஓர் முழு வர்க்கமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.27

1825 உடன் எந்தச் சிறிய எண்ணைக் கூட்ட முழு வர்க்கமாகும்.

தீர்வு

$$\begin{array}{r|l} & \;\;4\;\;\;2 \\ \hline 4 & \overline{18}\;\overline{25} \\ & 16 \downarrow \\ \hline 82 & \;\;2\;25 \\ & \;\;1\;64 \\ \hline & \;\;\;\;\;61 \end{array}$$

மேற்கண்ட வகுத்தல் முறையில் $42^2 < 1825$.

42 இன் அடுத்த முழு வர்க்க எண்ணான 43 இன் வர்க்கமானது,

$$43^2 = 43 \times 43 = 1849 \text{ ஆகும்.}$$

எனவே, 1849 – 1825= 24

எனவே, கூட்ட வேண்டிய எண் 24 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.28

$\sqrt{0.182329}$ இன் மதிப்புக் காண்க.

தீர்வு

$$\begin{array}{r|l} & 0.4\;\;\;2\;\;\;7 \\ \hline 4 & 0.\overline{18}\;\overline{23}\;\overline{29} \\ & \;\;\;16 \downarrow \\ \hline 82 & \;\;\;\;2\;23 \\ & \;\;\;\;1\;64 \downarrow \\ \hline 847 & \;\;\;\;\;\;59\;29 \\ & \;\;\;\;\;\;59\;29 \\ \hline & \;\;\;\;\;\;\;\;\;\;0 \end{array}$$

> 0.182329 ஐ $0.\overline{18}\;\overline{23}\;\overline{29}$ என எழுத வேண்டும். இங்கு முழு எண் பகுதி இல்லை. எனவே வர்க்க மூலத்திலும் முழு எண் பகுதி இல்லை. எனவே முன்பு சொன்ன படி முறைகளைக் கையாண்டு 182329 என்ற எண்ணின் வர்க்க மூலம் காண வேண்டும்.

எனவே $\sqrt{0.182329} = 0.427$ ஆகும்.

> **குறிப்பு :** வர்க்க மூலம் காணும் எண்ணின் முழு எண் பகுதி பூச்சியம் எனில், அதன் வர்க்க மூலத்தின் முழு எண் பகுதியும் பூச்சியம் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.29

121.4404 இன் வர்க்க மூலம் காண்க.

தீர்வு

$$\begin{array}{r|l} & 1\;\;1\;.\;\;0\;\;\;2 \\ \hline 1 & 1\;\overline{21}.\;\overline{44}\;\overline{04} \\ & 1 \downarrow \\ \hline 21 & 0\;21 \\ & \;\;\;21 \;\;\downarrow\;\;\downarrow \\ \hline 2202 & \;\;\;\;\;0\;\;44\;04 \\ & \;\;\;\;\;\;\;\;\;44\;04 \\ \hline & \;\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;0 \end{array}$$

எனவே, $\sqrt{121.4404} = 11.02$

எடுத்துக்காட்டு 1.30

0.005184 இன் வர்க்க மூலம் காண்க.

தீர்வு

$$\sqrt{0.005184} = 0.072$$

	0. 0 7 2
7	0. $\overline{00}$ $\overline{51}$ $\overline{84}$
	49
142	2 84
	2 84
	0

> **குறிப்பு :** எ.கா 1.30 இல் தசமப் புள்ளிக்கு முன்பு முழு எண் பகுதி இல்லை. எனவே ஈவிலும் தசமப் புள்ளிக்கு முன்பு ஒரு பூச்சியம் எழுத வேண்டும். தசமப் புள்ளியை அடுத்து உடனே இரண்டு பூச்சியங்கள் இருப்பதால் வர்க்க மூலத்தில் புள்ளியை அடுத்து ஒரு பூச்சியம் எழுத வேண்டும்.

1.7.2 (ஆ) முழுமையற்ற வர்க்க எண்களின் வர்க்க மூலங்கள்

ஒரு எண் முழு வர்க்கம் இல்லையெனில் அது முழுமையற்ற வர்க்க எண் ஆகும்.

சில எண்கள் 2, 3, 5, 17.... போன்றவை முழு வர்க்க எண்கள் அல்ல. இவற்றை முழுமையற்ற வர்க்க எண்கள் என அழைக்கிறோம். இவ்வெண்களின் வர்க்க மூலங்களைக் காண நீள் வகுத்தல் முறையைப் பயன்படுத்துவோம்.

நாம் n தசம இடத் திருத்தமாக வர்க்க மூலத்தைக்காண $n + 1$ தசம இடங்களுக்கு வர்க்க மூலத்தைக் கண்டு n தசம இடங்களுக்குத் திருத்தி எழுத வேண்டும். இம்முறையில் தசம புள்ளிக்குப் பிறகு அமைந்த எண்களின் வலது புறத்தில் தேவையான பூச்சியங்களைச் சேர்த்துக் கணக்கீடு செய்யலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.31

3 இன் வர்க்க மூலத்தை இரண்டு தசம இடத்திருத்தமாகக் கண்டுபிடிக்கவும்.

தீர்வு

	1. 7 3 2
1	3. $\overline{00}$ $\overline{00}$ $\overline{00}$
	1
27	2 00
	1 89
343	11 00
	10 29
3462	71 00
	69 24
	1 76

> நாம் இரண்டு தசம இடத்திருத்தமாக விடையைக் காண வேண்டியுள்ளதால், வர்க்க மூலத்தை மூன்று தசம இடங்களுக்கு கண்டுபிடிக்க வேண்டும். இதற்காக நாம் 6 (மூன்று சோடி) பூச்சியங்களைத் தசமப் புள்ளிக்கு வலதுபுறம் எழுதிக் கொள்ள வேண்டும்.

$\therefore \sqrt{3}$ = 1.732 (மூன்று தசம இடங்களின் மதிப்பு)

$\sqrt{3}$ = 1.73 (இரண்டு தசம இடத் திருத்தமாக)

எடுத்துக்காட்டு 1.32

$10\frac{2}{3}$ இன் வர்க்க மூலத்தை இரண்டு தசம இடத்திருத்தமாகக் கண்டு பிடிக்கவும்.

தீர்வு

$10\frac{2}{3} = \frac{32}{3} = 10.66\ 66\ 66$ ....

வர்க்க மூலத்தை இரண்டு தசம இடத்திருத்தமாகக் கண்டு பிடிக்க வேண்டும் என்பதால் மூன்று தசம இடங்களுக்கு வர்க்க மூலம் கண்டுபிடிக்க வேண்டும். எனவே $\frac{2}{3}$ யை ஆறு தசம இடங்களுக்கு மாற்றி எழுதிக் கொள்ளுதல் வேண்டும்.

	3. 2 6 5
3	10. $\overline{66}$ $\overline{66}$ $\overline{67}$
	9
62	1 66
	1 24
646	42 66
	38 76
6525	3 90 67
	3 26 25
	64 42

$$\sqrt{10\frac{2}{3}} = 3.265 \text{ (தோராயமாக)}$$

$$= 3.27 \text{ (இரண்டு தசம இடத்திருத்தமாக)}$$

பயிற்சி 1.6

1. பின்வருவனவற்றின் வர்க்க மூலங்களைக் காண்க:

   (i) $3 \times 3 \times 4 \times 4$ (ii) $2 \times 2 \times 5 \times 5$

   (iii) $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ (iv) $5 \times 5 \times 11 \times 11 \times 7 \times 7$

2. கீழ்க்கண்டவற்றின் வர்க்க மூலங்களைக் காண்க :

   (i) $\frac{9}{64}$ (ii) $\frac{1}{16}$ (iii) 49 (iv) 16

3. நீள் வகுத்தல் முறையைப் பயன்படுத்தி கீழ்கண்டவற்றின் வர்க்க மூலங்களைக் காண்க :

   (i) 2304 (ii) 4489 (iii) 3481 (iv) 529 (v) 3249

   (vi) 1369 (vii) 5776 (viii) 7921 (ix) 576 (x) 3136

4. பகாக் காரணி முறையைப் பயன்படுத்தி கீழ்கண்டவற்றின் வர்க்க மூலங்களைக் காண்க :

   (i) 729 (ii) 400 (iii) 1764 (iv) 4096 (v) 7744

   (vi) 9604 (vii) 5929 (viii) 9216 (ix) 529 (x) 8100

5. கீழ்க்கண்ட தசம எண்களின் வர்க்க மூலம் காண்க :

   (i) 2.56 (ii) 7.29 (iii) 51.84 (iv) 42.25 (v) 31.36

   (vi) 0.2916 (vii) 11.56 (viii) 0.001849

6. கீழ்க்கண்ட எண்களிலிருந்து எந்த மிகச்சிறிய எண்ணைக் கழிக்க அவ்வெண்கள் முழுவர்க்கம் ஆகும்.

   (i) 402 (ii) 1989 (iii) 3250 (iv) 825 (v) 4000

7. கீழ்க்கண்ட எண்களுடன் எந்த மிகச்சிறிய எண்ணைக் கூட்ட அவ்வெண்கள் முழு வர்க்கம் ஆகும்.

   (i) 525 (ii) 1750 (iii) 252 (iv) 1825 (v) 6412

8. கீழ்க்கண்டவற்றின் வர்க்க மூலத்தை இரண்டு தசம இடத்திருத்தமாகக் காண்க :

(i) 2 (ii) 5 (iii) 0.016 (iv) $\frac{7}{8}$ (v) $1\frac{1}{12}$

9. ஒரு சதுரத்தின் பரப்பளவு 441 சதுர மீட்டர்கள் எனில் அச்சதுரத்தின் பக்கத்தின் அளவைக் கண்டுபிடிக்கவும்

10. கீழ்க்கண்டவற்றின் வர்க்க மூலத்தைக் காண்க :

(i) $\frac{225}{3136}$ (ii) $\frac{2116}{3481}$ (iii) $\frac{529}{1764}$ (iv) $\frac{7921}{5776}$

1.7.3 கனங்கள்

அறிமுகம்

சீனிவாச இராமானுஜன்
(1887 -1920)

புகழ்பெற்ற கணிதமேதை இராமனுஜன் அவர்களின் வாழ்வில் நடைபெற்ற ஒரு முக்கிய நிகழ்வைப் பற்றிக் காணலாம்.

ஒரு முறை கணித வல்லுநர் பேராசிரியர் G.H. ஹார்டி அவர்கள் திரு. இராமானுஜன் அவர்களைப் பார்க்க வாடகை மகிழ்வுந்தில் வந்தார். அவர் வந்த வாடகை மகிழ்வுந்தின் எண் 1729. இருவரும் பேசிக் கொள்ளும்போது ஹார்டி அவர்கள் தான் வந்த வாடகை மகிழ்வுந்தின் எண் 1729 என்றும், அது ஒரு ‘‘மந்தமான எண்’’ என்றும் கூறினார். உடனே இராமானுஜன் அவர்கள் 1729 என்பது மிகவும் அற்புதமான எண் என்றும், அவ்வெண்ணானது இரு கன எண்களின் கூடுதலாக இரு வெவ்வேறு முறைகளில் எழுதக்கூடிய மிகச்சிறிய எண் எனவும் விளக்கினார்.

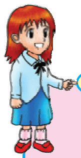
ஈரோட்டில் பிறந்த இந்தியக் கணித மேதையான இராமானுஜத்தின் “எண்ணியல் கோட்பாடுகள்” குறித்த அவரது பங்களிப்பு அவருக்கு மிகப்பெரும் உலகப் புகழைப் பெற்றுத் தந்தது. மிகக் குறுகிய அவரது வாழ்நாட்களுக்குள்ளேயே சுமார் 3900 ஆராய்ச்சி முடிவுகளைத் தனியாகவே தொகுத்து வெளியிட்டுச் சாதனை படைத்துள்ளார்.

அதாவது, $1729 = 1728 + 1 = 12^3 + 1^3$

மற்றும் $1729 = 1000 + 729 = 10^3 + 9^3$

1729 ஐ இராமானுஜன் எண் என்று அழைக்கிறோம்.

இப்பிரிவில் கனங்கள், கன மூலங்கள் மற்றும் அதனுடன் தொடர்புடைய உண்மைகளைப் பற்றிப் பார்ப்போம்.

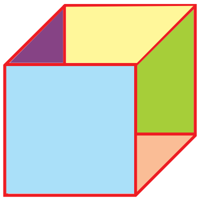


நீவிர் அறிவீரா?

1729 என்ற எண்ணானது மிகச் சிறிய இராமானுஜன் எண்ணாகும். இதேபோன்ற வேறு சில எண்கள் 4104 (2, 16 : 9, 15), 13832 (18, 20 : 2, 24).

கன சதுரம்

நாம் வடிவியலில் கனம் என்ற வார்த்தையைப் பற்றிப் படித்துள்ளோம். நீளம், அகலம், உயரம் ஆகிய அனைத்தும் சமமாக உள்ள ஓர் கன உருவம் கன சதுரம் ஆகும். ஒரு கன சதுரத்தின் ஒவ்வொரு பக்கமும் ‘a’ அலகுகள் எனில் அதன் கன அளவு $a \times a \times a = a^3$ கன அலகுகள்.



a^3 என்பதை a இன் "முப்படி" அல்லது "a இன் கனம்" என அழைக்கலாம்.

இப்பொழுது, 1, 8, 27, 64, 125, $\cdots$ என்ற எண்களைக் கவனிக்கவும்.

இவை ‘‘கன எண்கள்’’ அல்லது ‘‘முழு கன எண்கள்’’ என அழைக்கப்படுகின்றன.

இவை ஓர் எண்ணை அதே எண்ணால் மும்முறை பெருக்கக் கிடைக்கின்றன.

உதாரணமாக,

$1 \times 1 \times 1 = 1^3, \; 2 \times 2 \times 2 = 2^3, \; 3 \times 3 \times 3 = 3^3, \; 5 \times 5 \times 5 = 5^3$

எடுத்துக்காட்டு 1.33

பின்வருவனவற்றின் மதிப்பைக் காண்க

(i) 15^3 (ii) $(-4)^3$ (iii) $(1.2)^3$ (iv) $\left(\frac{-3}{4}\right)^3$

தீர்வு

(i) $15^3 = 15 \times 15 \times 15 = 3375$

(ii) $(-4)^3 = (-4) \times (-4) \times (-4) = -64$

(iii) $(1.2)^3 = 1.2 \times 1.2 \times 1.2 = 1.728$

(iv) $\left(\frac{-3}{4}\right)^3 = \frac{(-3) \times (-3) \times (-3)}{4 \times 4 \times 4} = \frac{-27}{64}$

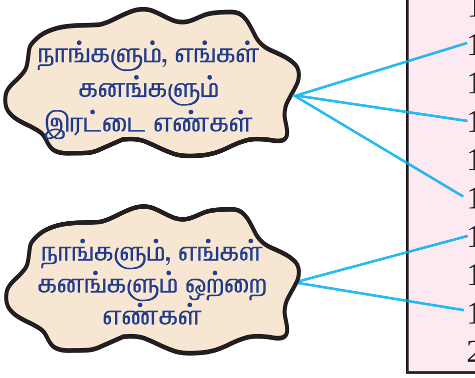
(ii) ஆம் கணக்கில் $(-4)^3 = -64$ என்பதைக் கவனிக்க.

குறிப்பு : ஓர் குறை எண்ணின் அடுக்கு ஓர் இரட்டை எண் எனில் அது ஒரு மிகை எண்ணாகும். அதன் அடுக்கு ஓர் ஒற்றை எனில், அது ஒரு குறை எண்ணாகவும் இருக்கும். அதாவது,

$$(-1)^n = \begin{cases} -1, & n \text{ ஒரு ஒற்றை எண்} \\ +1, & n \text{ ஒரு இரட்டை எண்} \end{cases}$$

கீழே உள்ளவை 1 முதல் 20 வரையிலான எண்களும் அவற்றின் கனங்களும் ஆகும்.

எண்கள்	கனம்
1	1
2	8
3	27
4	64
5	125
6	216
7	343
8	512
9	729
10	1000



எண்கள்	கனம்
11	1331
12	1728
13	2197
14	2744
15	3375
16	4096
17	4913
18	5832
19	6859
20	8000

அட்டவணை 2

கன எண்களின் பண்புகள்

மேற்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து கீழ்க்கண்ட கன எண்களின் பண்புகளைப் பற்றி அறிந்து கொள்ளலாம்.

1. ஓர் எண்ணின் ஒன்றாம் இலக்கம் 1 ஆக இருப்பின், அவ்வெண்ணின் கனத்தின் ஒன்றாம் இலக்கமும் 1 ஆக இருக்கும்.
   உதாரணமாக, $1^3 = 1; 11^3 = 1331; 21^3 = 9261; 31^3 = 29791$.

2. $1, 4, 5, 6, 9$ மற்றும் 0 ஆகிய இலக்கங்களை 1 ஆம் இலக்கத்தில் கொண்ட எண்களின் கன எண்களும் அதே இலக்கங்களை 1 ஆம் இலக்கத்தில் கொண்டிருக்கும்.

   உதாரணமாக: $14^3 = 2744; 15^3 = 3375; 16^3 = 4096; 20^3 = 8000.$

3. 2ஐ 1 ஆம் இலக்கத்தில் கொண்ட எண்ணின் கனமானது 8 ஆகவும், 8ஐ 1ஆம் இலக்கத்தில் கொண்ட எண்ணின் கனமானது 2ஐ 1ஆம் இலக்கத்திலும் கொண்டிருக்கும்..

   உதாரணமாக: $(12)^3 = 1728; (18)^3 = 5832.$

4. 3ஐ 1ஆம் இலக்கத்தில் கொண்ட எண்களின் முப்படி (கனம்) ஆனது 7ஐயும், 7ஐ 1ஆம் இலக்கத்தில் கொண்ட எண்களின் முப்படி 3ஐயும் 1ஆம் இலக்கத்தில் பெற்றிருக்கும்.

   உதாரணமாக : $(13)^3 = 2197; (27)^3 = 19683.$

5. இரட்டை எண்களின் கனமானது இரட்டை எண்ணாகவும், ஒற்றை எண்களின் கனமானது ஒற்றை எண்ணாகவும் இருக்கும்.

தொடர் ஒற்றை எண்களின் கூடுதல்

கீழ்க்காணும் ஒற்றை எண்களின் கூடுதல் காணும் அமைப்பினைக் கவனிக்க:

	1	$= 1 = 1^3$
அடுத்த இரு ஒற்றை எண்கள்,	$3 + 5$	$= 8 = 2^3$
அடுத்த மூன்று ஒற்றை எண்கள்,	$7 + 9 + 11$	$= 27 = 3^3$
அடுத்த நான்கு ஒற்றை எண்கள்,	$13 + 15 + 17 + 19$	$= 64 = 4^3$
அடுத்த ஐந்து ஒற்றை எண்கள்,	$21 + 23 + 25 + 27 + 29$	$= 125 = 5^3$

இந்த அமைப்பு வியப்பளிக்கிறதா?

எடுத்துக்காட்டு 1.34

64 என்பது முழுகன எண் ஆகுமா?

தீர்வு

$$64 = \underbrace{2 \times 2 \times 2} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}$$

$$= 2^3 \times 2^3 = (2 \times 2)^3 = 4^3$$

எனவே 64 ஓர் முழுகன எண் ஆகும்.

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

எடுத்துக்காட்டு 1.35

500 என்ற எண் முழு கன எண் ஆகுமா?

தீர்வு

$$500 = 2 \times 2 \times \underbrace{5 \times 5 \times 5}$$

இங்கு 3 ஐந்துகள் உள்ளன. ஆனால் 2 இரண்டுகள் உள்ளன.

எனவே 500 ஆனது முழு கன எண் அல்ல.

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

2	500
2	250
5	125
5	25
5	5
	1

கணக்கு

எடுத்துக்காட்டு 1.36

243 என்பது முழு கன எண்ணாகுமா? இல்லையெனில் எந்த எண்ணால் பெருக்கினால் அது முழு கன எண்ணாகும்?

தீர்வு

$$243 = \underbrace{3 \times 3 \times 3} \times 3 \times 3$$

மேற்குறிப்பிட்ட காரணிப்படுத்தலில், $3^3 \times 3^2$. (3×3) ஆனது மும்மூன்றாக எழுத முடியாததால் 243 ஓர் முழு கன எண் அல்ல.

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

இதனை ஓர் முழு கனமாக்க 3 ஆல் பெருக்க வேண்டும்.

அதாவது $243 \times 3 = \underbrace{3 \times 3 \times 3} \times \underbrace{3 \times 3 \times 3}$

$$729 = 3^3 \times 3^3 = (3 \times 3)^3$$

$729 = 9^3$ இது ஓர் முழு கனமாகும்.

எனவே, 243 ஐ 3 ஆல் பெருக்க அது ஒரு முழு கன எண்ணாகும்.

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

1.7.4 கன மூலங்கள்

ஓர் கன சதுரத்தின் கன அளவு 125 செமீ^{3} எனில் அதன் பக்கத்தின் நீளம் எவ்வளவாக இருக்கும். அப்பக்கத்தின் நீளம் காண எந்த எண்ணின் முப்படி அல்லது கனமானது 125 என காண வேண்டியுள்ளது. எனவே முப்படி மூலம் அல்லது கன மூலம் என்பது, கனம் காண்பதின் தலைகீழ் முறை ஆகும்.

குறியீடு

$\sqrt[3]{}$ என்ற குறியீடு "கன மூலம்' என்பதைக் குறிக்கும்

உதாரணமாக :

$2^3 = 8$ என்பது நாமறிந்ததே. இதிலிருந்து 8 இன் கன மூலம் 2 என அறியலாம்.

இதைக் குறியீட்டில் $\sqrt[3]{8} = (8)^{1/3} = (2^3)^{1/3} = 2^{3/3} = 2$ என எழுதலாம்.

மேலும் சில உதாரணங்கள் :

(i) $\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = (5^3)^{1/3} = 5^{3/3} = 5^1 = 5$

(ii) $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = (4^3)^{1/3} = 4^{3/3} = 4^1 = 4$

(iii) $\sqrt[3]{1000} = \sqrt[3]{10^3} = (10^3)^{1/3}$

$= 10^{3/3} = 10^1 = 10.$

பகாக் காரணி முறையில் கனமூலம் காணுதல்

எண்ணின் கன மூலத்தைக் கண்டுபிடிக்கும் வழிகள்

படி 1 : கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை பகாக் காரணிகளாகப் பிரித்துக் கொள்ள வேண்டும்.

படி 2 : ஒரே எண் காரணிகள் மூன்று மூன்றாக வருமாறு எழுதிக் கொள்ளுதல் வேண்டும்.

படி 3 : ஒவ்வொரு மூன்று எண் தொகுப்பிலிருந்தும் ஒரு எண் என எடுத்து அவற்றின் பெருக்கற் பலனே கொடுக்கப்பட்ட எண்ணின் கன மூலமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.37

512 இன் கனமூலம் காண்க.

தீர்வு

$$\sqrt[3]{512} = (512)^{\frac{1}{3}}$$
$$= ((2\times2\times2)\times(2\times2\times2)\times(2\times2\times2))^{\frac{1}{3}}$$
$$= (2^3\times2^3\times2^3)^{\frac{1}{3}}$$
$$= (2^9)^{\frac{1}{3}}$$
$$= 2^3$$
$$\sqrt[3]{512} = 8.$$

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

2	512
2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

எடுத்துக்காட்டு 1.38

27×64 இன் கனமூலம் காண்க.

தீர்வு

27 மற்றும் 64ஐ பகாக் காரணிகளாகப் பிரிக்க நமக்குக் கிடைப்பது.

$$\sqrt[3]{27} = (3\times3\times3)^{\frac{1}{3}} = (3^3)^{\frac{1}{3}}$$
$$\sqrt[3]{27} = 3$$
$$\sqrt[3]{64} = (2\times2\times2\times2\times2\times2)^{\frac{1}{3}}$$
$$= (2^6)^{\frac{1}{3}} = 2^2 = 4$$
$$\sqrt[3]{64} = 4$$
$$\sqrt[3]{27\times64} = \sqrt[3]{27}\times\sqrt[3]{64}$$
$$= 3\times4$$
$$\sqrt[3]{27\times64} = 12$$

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

3	27
3	9
3	3
	1

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

எடுத்துக்காட்டு 1.39

250 ஆனது ஒரு முழு கனமா? இல்லையெனில் எந்தச் சிறிய இயல் எண்ணால் வகுக்க அவ்வெண் முழு கனமாகும்?

தீர்வு

$$250 = 2\times\underbrace{5\times5\times5}$$

பகாக் காரணியில் 2 ஆனது மும்முறை இல்லாததால் 250 ஓர் முழு கனம் ஆகாது.

'2' ஆனது பகாக் காரணிப்படுத்தும் போது ஒரே முறை வந்துள்ளதால், 250 ஐ 2 ஆல் வகுத்தால் ஈவில் '2' வராது. மீதமுள்ள காரணிகளை மும்மூன்றாக பெருக்கி எழுத முடியும்.

$$\therefore 250\div2 = 125 = 5\times5\times5 = 5^3.$$

எனவே 250 ஐ 2 என்ற சிறிய இயல் எண்ணால் வகுக்கக் கிடைக்கும் எண் முழுக் கனம் ஆகும்.

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

2	250
5	125
5	25
5	5
	1

பின்னத்தின் கனமூலம்

$$\text{பின்னத்தின் கன மூலம்} = \frac{\text{தொகுதியின் கன மூலம்}}{\text{பகுதியின் கன மூலம்}}$$

அதாவது, $$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{(a)^{\frac{1}{3}}}{(b)^{\frac{1}{3}}}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.40

$\frac{125}{216}$ இன் கனமூலம் காண்க.

தீர்வு

125 மற்றும் 216 ஆகியவற்றைப் பகாக் காரணிகளாகப் பிரிக்க நமக்குக் கிடைப்பது.

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

5	125
5	25
5	5
	1

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

$$125 = \underbrace{5 \times 5 \times 5}$$
$$\sqrt[3]{125} = 5$$
$$216 = \underbrace{2 \times 2 \times 2} \times \underbrace{3 \times 3 \times 3}$$
$$\therefore \sqrt[3]{216} = 2 \times 3$$
$$\therefore \sqrt[3]{216} = 6$$
$$\therefore \sqrt[3]{\frac{125}{216}} = \frac{5}{6}.$$

எடுத்துக்காட்டு 1.41

$\frac{-512}{1000}$ இன் கன மூலம் காண்க.

தீர்வு

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

2	512
2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

5	1000
5	200
5	40
2	8
2	4
2	2
	1

$$-512 = \underbrace{-8 \times -8 \times -8}$$
$$\sqrt[3]{-512} = -8$$
$$1000 = 5 \times 5 \times 5 \times 2 \times 2 \times 2$$
$$\sqrt[3]{1000} = 5 \times 2 = 10$$
$$\sqrt[3]{\frac{-512}{1000}} = \frac{-8}{10}$$
$$\sqrt[3]{\frac{-512}{1000}} = \frac{-4}{5}$$

$$\sqrt[3]{(-x)^3} = \sqrt[3]{(-x) \times (-x) \times (-x)}$$
$$= -x.$$

குறை எண்ணின் கனமூலம் குறை எண்ணாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.42

0.027 இன் கனமூலம் காண்க.

தீர்வு

$$\sqrt[3]{0.027} = \sqrt[3]{\frac{27}{1000}}$$
$$= \sqrt[3]{\frac{3 \times 3 \times 3}{10 \times 10 \times 10}}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{3^3}}{\sqrt[3]{10^3}} = \frac{3}{10}$$

$$\sqrt[3]{0.027} = 0.3$$

எடுத்துக்காட்டு 1.43

$\dfrac{\sqrt[3]{729} - \sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{512} + \sqrt[3]{343}}$ இன்மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு

$$\sqrt[3]{729} = \sqrt[3]{9^3} = 9$$

$$\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$$

$$\sqrt[3]{512} = \sqrt[3]{8^3} = 8$$

$$\sqrt[3]{343} = \sqrt[3]{7^3} = 7$$

$$\therefore \frac{\sqrt[3]{729} - \sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{512} + \sqrt[3]{343}} = \frac{9-3}{8+7}$$

$$= \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

3	27
3	9
3	3
	1

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

7	343
7	49
7	7
	1

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

2	512
2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

பயிற்சி 1.7

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக :

(i) கீழ்க்கண்ட எண்களில் முழு கன எண் எது?

(A) 125 (B) 36 (C) 75 (D) 100

(ii) கீழ்க்கண்ட எண்களில் முழு கனம் அற்ற எண் எது?

(A) 1331 (B) 512 (C) 343 (D) 100

(iii) ஒற்றை இயல் எண்ணின் கனம் ஆனது

(A) இரட்டை எண் (B) ஒற்றை எண்

(C) இரட்டை அல்லது ஒற்றை எண் (D) பகா எண்

(iv) 1000 என்ற முழு கன எண்ணின் கன மூலத்தில் உள்ள பூச்சியங்களின் எண்ணிக்கை

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(v) 50 என்ற எண்ணின் கனத்தின் ஒன்றாம் இலக்கத்தில் உள்ள எண்

(A) 1 (B) 0 (C) 5 (D) 4

(vi) 100 என்ற எண்ணின் கனத்தில் உள்ள பூச்சியங்களின் எண்ணிக்கை

(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 6

(vii) 108 ஐ எந்தச் சிறிய எண்ணால் பெருக்க முழுக் கனம் ஆகும்?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

(viii) 88 என்ற எண்ணை எந்தச் சிறிய எண்ணால் வகுத்தால் அவ்வெண் முழுக்கன எண்ணாகும் ?

(A) 11 (B) 5 (C) 7 (D) 9

(ix) ஒரு கன சரத்தின் கன அளவு 64 கன செமீ, எனில் அதன் பக்க அளவு

(A) 4 செமீ (B) 8 செமீ (C) 16 செமீ (D) 6 செமீ

(x) கீழ்க்கண்டவற்றில் எது தவறான கூற்று ?

(A) ஒற்றை எண்ணின் கனமும் ஒற்றை எண்ணே.

(B) ஓர் முழு கன எண் இரண்டு பூச்சியங்களைக் கொண்டு இருக்காது.

(C) ஒரு இலக்க எண்ணின் கனமானது ஓர் இலக்க எண்ணாக இருக்கலாம்.

(D) 8ஐ ஒன்றாம் இலக்கத்தில் கொண்ட முழு கன எண் கிடையாது.

2. கீழ்க்கண்டவற்றில் முழு கன எண்கள் எவை ?

(i) 400 (ii) 216 (iii) 729 (iv) 250

(v) 1000 (vi) 900

3. கீழ்க்கண்டவற்றில் எவை முழுகன எண்கள் அல்ல ?

(i) 128 (ii) 100 (iii) 64 (iv) 125

(v) 72 (vi) 625

4. கீழ்க்கண்ட எண்களை எந்தச் சிறிய எண்ணால் வகுக்க அவை முழுகன எண்கள் ஆகும் என காண்க.

(i) 81 (ii) 128 (iii) 135 (iv) 192

(v) 704 (vi) 625

5. கீழ்க்கண்ட எண்களை எந்த எண்ணால் பெருக்க அவை முழுகன எண்கள் ஆகும் என காண்க.

(i) 243 (ii) 256 (iii) 72 (iv) 675 (v) 100

6. கீழ்க்கண்ட எண்களின் கன மூலத்தை பகாக்காரணி முறையில் காண்க:

(i) 729 (ii) 343 (iii) 512 (iv) 0.064

(v) 0.216 (vi) $5\frac{23}{64}$ (vii) – 1.331 (viii) – 27000

7. ஒரு கன சதுரத்தின் கன அளவு 19.683 கன செ.மீ எனில் கன சதுரத்தின் பக்க அளவுகளைக் காண்க.

1.8 எண்களின் தோராய மதிப்பு

நாம் அன்றாட வாழ்விற்குத் தோராயமான மதிப்புகள் அல்லது தோராயமான அளவுகள் தேவைப்படுகின்றன.

பெஞ்சமின் ₹ 59,896 க்கு மடிக் கணினி (Laptop) வாங்குகிறார். அதை மற்றவர்களுக்குச் சொல்ல முற்படும் போது ₹ 60,000 க்கு வாங்கியிருப்பதாகச் சொல்கிறார். இது ஒரு தோராயமான மதிப்பாகும். இம்மதிப்பு ஆயிரங்களில் மட்டுமே சொல்லப்பட்டிருக்கிறது.

வசந்த் ஒரு சோடி காலணிகளை ₹ 599.95க்கு வாங்குகிறார். எளிதில் சொல்வதற்காக தோராயமாக இம்மதிப்பை ₹ 600 என்கிறார்.

ஒரு படத்தின் அளவுகள் 35.23 செ.மீ நீளமும் 25.91 செ.மீ அகலமும் ஆகும். இதைத் சரிபார்க்க சாதாரண அளவுகோலால் அளக்க முற்படுவோமேயானால் நம்மால் மிகத் துல்லியமாக அளக்க முடியாது. ஏனெனில் சாதாரண அளவுகோலில் ஒரு சென்டி மீட்டரில் 10 பிரிவுகள் மட்டுமே குறிக்கப்பட்டுள்ளன.

இதைவிடச் சிறிய அளவுகள் குறிக்கப்படவில்லை. இவ்வாறான சமயங்களில் அப்படத்தின் நீள அளவுகளை சரி பார்க்க, பத்தில் ஒன்றிற்குத் திருத்தமாக 35.2 செமீ என்றோ, முழுக்களுக்குத் திருத்தமாக 35 செமீ என்றோ எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

மேற்கண்ட சூழ்நிலைகளில் நாம் நமது வசதிக்காக தோராயமான மதிப்புகளை எடுத்திருக்கின்றோம். இவ்வாறாக கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் மிக அருகிலுள்ள மதிப்புகளைக் கருத்தில் கொள்வதை **"எண்களின் முழுதாக்கல்"** என்கிறோம். ஆகவே நமக்குத் தேவையான எண்ணிக்கையுடைய இலக்கங்களுக்குத் திருத்தப்பட்டு எழுதப்படும் தோராய மதிப்பு "இலக்கங்களை முழுதாக்கல்" எனப்படுகிறது.

சில நேரங்களில் தோராய மதிப்புகளை மட்டுமே கவனத்தில் கொள்ள முடியும். ஏனெனில்

(அ) ஓர் ஊரின் மக்கள் தொகையைப் பற்றிச் சொல்ல வேண்டும் எனில் அதை தோராயமாக 30 இலட்சம் அல்லது 25 இலட்சம் என்று தான் குறிப்பிடுகிறோம்.

(ஆ) இரு நகரங்களுக்கு இடையேயான தொலைவைக் கூறும்போது, 350 கி.மீ என்று எண்களை முழுதாக்கிக் கூறுகிறோமேயன்றி 352.15 கிமீ என கூறுவதில்லை.

எண்களை முழுதாக்கும் போது பின்வரும் விதிகளை நாம் பின்பற்றுகிறோம்.

(i) திருத்தப்பட வேண்டிய இடத்தின் அடுத்த இலக்கம் 5 ஐ விட குறைவாக இருப்பின் அந்த இடத்திலுள்ள இலக்கம் வரை அப்படியே எழுதுக.

(ii) திருத்தப்பட வேண்டிய இடத்தின் அடுத்த இலக்கம் 5 அல்லது 5 ஐ விட அதிகமாக இருப்பின் திருத்தப்பட வேண்டிய இடத்திலுள்ள இலக்கத்துடன் 1ஐக் கூட்டி விடை எழுதுக.

> தோராயத்தினைக் குறிக்கும் குறியீடு $\simeq$ ஆகும்.

செய்து பார்

A4 தாள் ஒன்றினை எடுத்துக் கொள். அதன் நீளம், அகலம் காண்க. இதை செ.மீ. அளவுகளில் எப்படி தோராயமாக எழுதுவாய்?

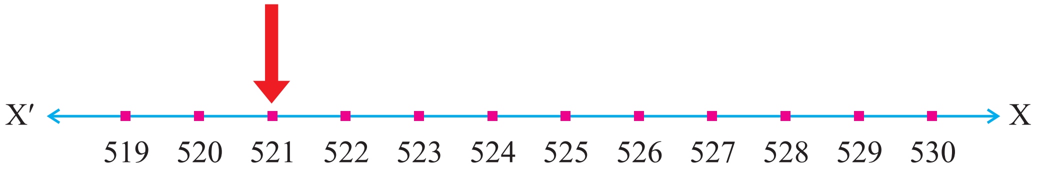
கீழே உள்ள சில உதாரணங்களைக் கொண்டு எண்களின் தோராய மதிப்பைக் காணும் முறையை அறிவோம். 521 என்ற எண்ணைக் கருதுக.

பத்தாம் இடத்திற்குத் திருத்தமாக தோராய மதிப்பிடல்.

எடுத்துக்காட்டு 1.44

521 என்ற எண்ணை எடுத்துக் கொண்டு, அதை 10ஆம் இடத்திற்குத் திருத்தமாக தோராய மதிப்பிடுக.

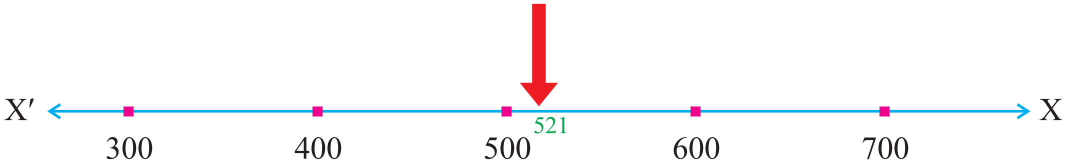
தீர்வு 521 ஆனது 520 மற்றும் 530 க்கும் இடையே உள்ளது.



ஆனால் 530ஐ விட 520க்கு மிக அருகில் உள்ளதால் எண் கோட்டினைப் பார்க்கும் போது 521 இன் தோராய மதிப்பு 520 ஆகும்.

நூறாம் இடத்திற்குத் திருத்தமாக தோராய மதிப்பிடல்

521 என்ற எண் 500க்கும் 600 க்கும் இடையே அமைந்துள்ளது.



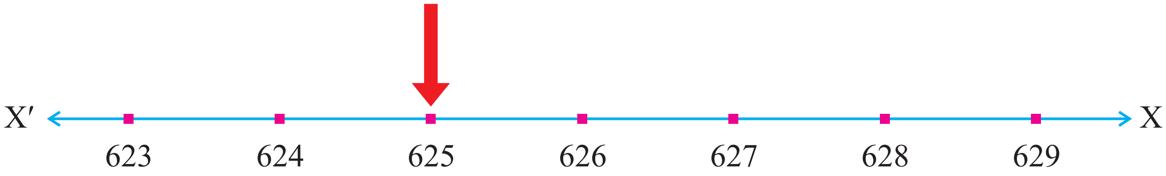
521 ஆனது 600 ஐ விட 500 க்கு அருகில் உள்ளது. எனவே 521 ன் நூறாம் இடத்தின் தோராய மதிப்பு 500 ஆகும்.

மற்றுமொரு உதாரணத்தைப் பார்ப்போம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.45

625 என்ற எண்ணை 100 ஆம் இடத்திற்குத் திருத்தமாக மதிப்பிடுக.

தீர்வு கீழே உள்ள எண் கோட்டை எடுத்துக் கொள்வோம்.



இங்கு 625 ஆனது 624 அல்லது 626க்கு அருகில் உள்ளது எனக் கூற முடியாது. ஏனெனில் அது இரு எண்களுக்கும் சரியாக நடுவில் அமைந்துள்ளது. இங்கு 625 ஆனது 626க்கு அருகில் உள்ளது எனக் கூறுவதே மரபாகும். எனவே 625 ன் தோராய மதிப்பு 626 என எடுத்துக் கொள்வோம்.

மாறாக நூறாம் இடத்திருத்தமாகக் கூறும்போது 625 ஐ தோராயமாக 600 எனக் கூறலாமே அல்லாமல் 700 எனக் கூற இயலாது.

மேலும் சில உதாரணங்கள்

47,618 என்ற எண்ணைக் கருதுக.

(அ) பத்தாம் இடத் திருத்தமாக தோராய மதிப்பு = 47,620

(ஆ) நூறாம் இடத் திருத்தமாக தோராய மதிப்பு = 47,600

(இ) ஆயிரமாவது இடத் திருத்தமாக தோராய மதிப்பு = 48,000

(ஈ) பத்தாயிரமாவது இடத் திருத்தமாக தோரய மதிப்பு = 50,000

தசமங்களின் தோராய மதிப்பீடு

எடுத்துக்காட்டு 1.46

36.729 என்ற தசம எண்ணை இரு மற்றும் ஒரு தசம இடத் திருத்தமாக எழுதுக.

தீர்வு (அ) இதை இரு தசம இடத் திருத்தமாக 36.73 என எழுதலாம்.

(ஏனெனில், ஒன்றாம் இட இலக்கமான 9 > 5. எனவே 2 உடன் 1 ஐக் கூட்டி 3 என மாற்றி எழுதலாம்)

$\therefore$ 36.729 $\simeq$ 36.73 (இரு தசம இடத் திருத்தமாக)

(ஆ) 36.729ன் இரண்டாம் தசமத்தில் உள்ள 2 ஐ எடுத்துக் கொள்வோம். 2 ஆனது 5 ஐ விடக் குறைவானதால், 7 ஐ அப்படியே விட்டு விட வேண்டும்.

$\therefore$ 36.729 $\simeq$ 36.7 (ஒரு தசம இடத் திருத்தமாக)

எடுத்துக்காட்டு 1.47

36.745 என்ற தசம எண்ணை இரு மற்றும் ஒரு தசம இடத் திருத்தமாக எழுதுக.

தீர்வு

அ) இதைத் தோராயமாக 36.75 என இரு தசம இடத் திருத்தமாக எழுதலாம். ஏனெனில், கடைசி இலக்கம் 5 ஆனதால், முந்தைய இலக்கமான 4 உடன் 1 ஐக் கூட்டி 5 என மாற்றி எழுதலாம்.

ஆ) இதைத் தோராயமாக 36.7 என ஒரு தசம இடத் திருத்தமாக எழுதலாம். ஏனெனில் இரண்டாம் இலக்க எண் 4 ஆனது 5 ஐ விடக் குறைவாக இருப்பதால் 7 ஐ அப்படியே விட்டு விட வேண்டும்.

$\therefore$ 36.745 $\simeq$ 36.7 (ஒரு தசம இடத் திருத்தமாக)

எடுத்துக்காட்டு 1.48

2.14829 என்ற தசம எண்ணை 1, 2, 3 மற்றும் 4 தசம இடத் திருத்தமாக எழுதுக.

தீர்வு

(i) 1 தசம இடத் திருத்தமாக 2.1

(ii) 2 தசம இடத் திருத்தமாக 2.15

(iii) 3 தசம இடத் திருத்தமாக 2.148

(iv) 4 தசம இடத் திருத்தமாக 2.1483

எடுத்துக்காட்டு 1.49

பின்வரும் எண்களை முழுக்களுக்குத் திருத்தமாக முழுதாக்குக.

(அ) 288.29 (ஆ) 3998.37 (இ) 4856.795 (ஈ) 4999.96

தீர்வு

(அ) $288.29 \simeq 288$ (ஆ) $3998.37 \simeq 3998$

(மேலே உள்ள எண்களில் பத்திலொன்றின் இட மதிப்பிலுள்ள எண்கள் 5ஐ விடக் குறைவானவை. எனவே எல்லா முழுக்களின் மதிப்புகள் அப்படியே எழுதப்பட்டுள்ளன)

(இ) $4856.795 \simeq 4857$ (ஈ) $4999.96 \simeq 5000$

(இங்கு பத்திலொன்றின் இட மதிப்பிலுள்ள எண்கள் 5ஐ விட அதிகமானவை. எனவே முழுக்களின் மதிப்பில் 1 அதிகரிக்கப்பட்டுள்ளது)

ரவியிடம் சில எண் அட்டைகள் உள்ளன.

2	3	1	5	9

அவற்றிலிருந்து எண் 20,000 த்தை மிக அருகிலுள்ள (தோராய) எண்ணை கண்டு பிடிக்க ரவிக்கு உதவுங்கள்.

எது பெரியது என கணக்கிடாமல் தோராயமாக கண்டுபிடிக்கவும்

a. $201120112011 + \frac{7}{18}$

b. $201120112011 - \frac{7}{18}$

c. $201120112011 \times \frac{7}{18}$

d. $201120112011 \div \frac{7}{18}$

பயிற்சி 1.8

1. பின்வரும் எண்களை இரு தசம இடத்திற்குத் திருத்தமாக எழுதுக :

   (i) 12.568 (ii) 25.416 கிகி (iii) 39.927 மீ

   (iv) 56.596 மீ (v) 41.056 மீ (vi) 729.943 கிமீ

2. பின்வரும் எண்களை மூன்று தசம இடத்திற்குத் திருத்தமாக எழுதுக :

   (i) 0.0518 மீ (ii) 3.5327 கிமீ (iii) 58.2936 லி

   (iv) 0.1327 கி (v) 365.3006 (vi) 100.1234

3. பின்வரும் எண்களை கொடுக்கப்பட்ட இலக்கங்களுக்குத் தோராயமாக்குக :

   (i) 247 ஐ பத்து இடத் திருத்தமாக (ii) 152 ஐ பத்து இடத் திருத்தமாக

   (iii) 6848 நூறு இடத் திருத்தமாக (iv) 14276 ஐ பத்தாயிரம் இடத் திருத்தமாக

   (v) 3576274 ஐ இலட்சம் இடத் திருத்தமாக

   (vi) 104, 3567809 ஐ கோடி இடத் திருத்தமாக.

4. கீழ்க்கண்ட எண்களை முழுக்குகளுக்குத் திருத்தமாக எழுதுக.

   (i) 22.266 (ii) 777.43 (iii) 402.06

   (iv) 305.85 (v) 299.77 (vi) 9999.9567

1.9 எண்களுடன் விளையாடுதல்

கணிதம் என்பது ஆச்சரியம் மிகுந்த, மகிழ்ச்சியூட்டும், வினோதமான பாடம் ஆகும். இப்பகுதியில் கணிதத்தின் அதிசயமான, மகிழ்ச்சியூட்டும் கணக்குகளைக் கற்க உள்ளோம்.

(அ) எண்களின் பொதுவான அமைப்பு முறை

42 என்ற எண்ணை எடுத்துக் கொள்வோம், அதை எழுதும் போது

$$42 = 40 + 2$$
$$= 10 \times 4 + 2$$

அதே போல், 27 என்ற எண்ணை எழுதும் போது

$$27 = 20 + 7$$
$$= 10 \times 2 + 7$$

இங்கு ab என்பது வெறும் இலக்கங்கள் மட்டுமேயொழிய $a \times b$ ஆகாது.

பொதுவாக, 'a' மற்றும் 'b' என்ற இரு இலக்கங்களைக் கொண்டு எழுதப்படும் இரு இலக்க எண் ab யை எழுதும் போது

$$ab = 10 \times a + b$$
$$= 10a + b$$
$$ba = 10 \times b + a$$
$$= 10b + a$$

என எழுதப்படுகிறது.

நாம் 351 என்ற எண்ணைக் கருதுவோம்.

இது 3 இலக்கங்கள் கொண்ட ஒரு எண்ணாகும். இதை எழுதும் போது

$$351 = 300 + 50 + 1$$
$$= 100 \times 3 + 10 \times 5 + 1 \times 1$$ என எழுதலாம்.

பொதுவாக, abc ஆகிய மூன்று இலக்கங்களைக் கொண்டு எழுதப்படும் எந்தவொரு மூன்றிலக்க எண்ணையுமே முறையாக

$$abc = 100 \times a + 10 \times b + 1 \times c$$
$$= 100a + 10b + 1c$$, என எழுதலாம்.

இதே முறையைப் பயன்படுத்தி மூன்றிலக்க எண்கள் cab மற்றும் bca வினை எழுதும் போது

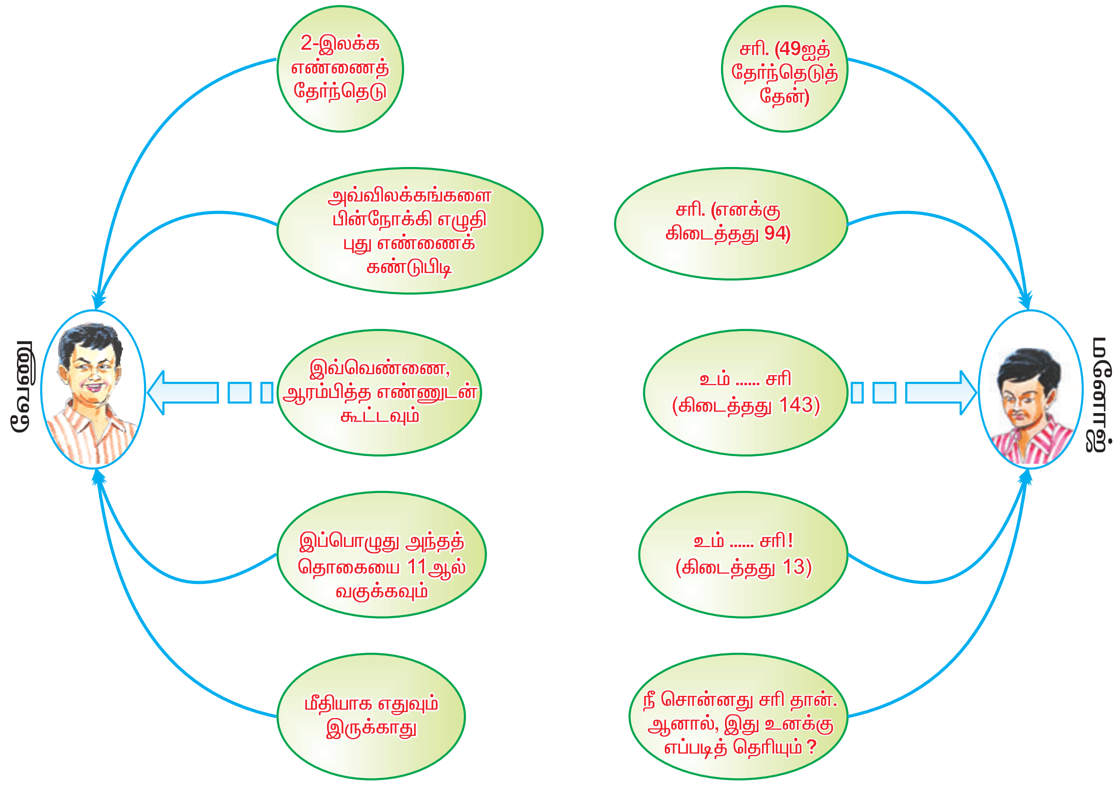
$$cab = 100c + 10a + b$$
$$bca = 100b + 10c + a$$ எனவும் எழுதலாம்.

(ஆ) எண்களின் விளையாட்டுகள்

(i) இலக்கங்களை மாற்றி எழுதுதல் – ஈரிலக்க எண்

வேணு, மனோஜிடம் ஏதேனும் ஓர் 2 இலக்க எண்ணை மனதில் நினைத்துக் கொள்ளச் சொன்னார். பின்னர் அவர் என்ன செய்யச் சொல்லி சொல்கிறாரோ, அதை அப்படியே செய்யும்படிக் கூறினார். அவ்விருவருக்கும் இடையே நடந்த உரையாடல் கீழ்கண்ட வடிவமைப்பில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதைக் கவனமாகப் படிக்கவும்.

வேணு மற்றும் மனோஜ் இருவரின் உரையாடல்:



இப்போது, நாம் வேணுவின் சாமர்த்தியத்தைப் பற்றித் தெரிந்து கொள்வோம். ஒருவேளை மனோஜ் தேர்வு செய்த எண் ab ஆக இருந்திருந்தால், $10a+b$ என்பது ஓர் இரு இலக்க எண்ணின் குறுகிய வடிவம் ஆகும். அதன் இலக்கங்களை மாற்றி எழுதக் கிடைக்கும் எண் $ba = 10b + a$ ஆகும். இவ்விரு எண்களையும் கூட்டினால் மனோஜிற்குக் கிடைப்பது

$$(10a+b)+(10b+a) = 11a+11b$$
$$= 11(a+b)$$

எனவே அக்கூட்டுத் தொகையானது எப்போதுமே 11 இன் மடங்காக இருக்கும். அதைத்தான் வேணு கூறினார்.

அக்கூட்டுத் தொகையை 11 ஆல் வகுக்க நமக்குக் கிடைப்பது $(a + b)$. அதாவது இரு எண்களின் கூட்டற் பலன்.

(இ) கொடுக்கப்பட்ட அமைப்பு முறையைக் கண்டு அடுத்த மூன்று எண்களைக் காண்க :

கீழே கொடுக்கப்பட்ட தொடரின் அமைப்பு முறையைப் பார்க்கவும்.

(i) 3, 9, 15, 21, ... (ஒவ்வொரு உறுப்பும் முந்தைய உறுப்பை விட 6 அதிகமாக உள்ளது)

இதே அமைப்பு தொடர்ந்தால் அதன் அடுத்த மூன்று உறுப்புகள் முறையே ....., ... மற்றும் ..... ஆகும்.

(ii) 100, 96, 92, 88, ..., ..., ... (ஒவ்வொரு உறுப்பும் முந்தைய உறுப்பை விட 4 குறைவாக உள்ளது)

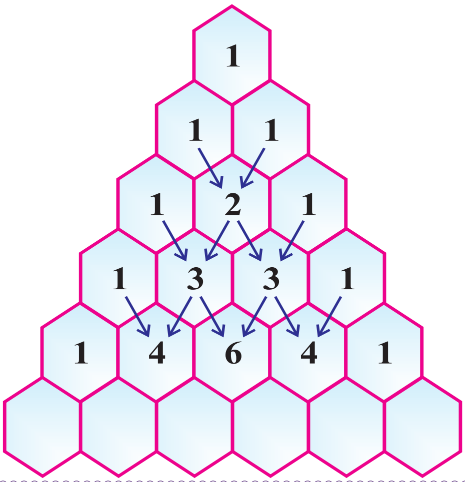
(iii) 7, 14, 21, 28, ..., ..., ... (7இன் மடங்குகள்)

(iv) 1000, 500, 250, ..., ..., ... (ஒவ்வொரு உறுப்பும் அதன் முந்தைய உறுப்பில் பாதியாகும்)

(v) 1, 4, 9, 16, ..., ..., ... (இயல் எண்களின் வர்க்கங்கள்)

(ஈ) பாஸ்கல் முக்கோணத்தின் எண் அமைப்பு முறை

கீழே கொடுக்கப்பட்ட முக்கோண வடிவில் அமைந்துள்ள இவ்வெண்களின் வடிவமைப்பு பாஸ்கல் முக்கோணம் எனப்படும்.



செய்து பார்

பாஸ்கல் முக்கோணத்தில் உள்ள எண் அமைப்பினைக் கண்டுபிடித்து 6ஆவது வரிசையைப் பூர்த்தி செய்க.

3×3 மாயச் சதுரம்

அருகில் உள்ள எண் அட்டவணையைப் பார்க்க. இது ஓர் 3×3 மாயச் சதுரம் என அழைக்கப்படுகிறது. மாயச் சதுரத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு நிரை, நிரல், மூலை விட்டத்தில் உள்ள எண்களின் கூடுதல் சமமாக இருக்கும்.

6	11	10
13	9	5
8	7	12

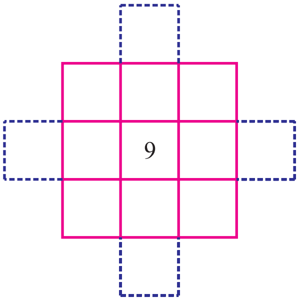
இந்த மாயச் சதுரத்தின் கூடுதல் 27 ஆகும். '9' என்ற எண்ணானது மையக் கட்டத்தில் எழுதப்பட்டு விட்டால், மீதமுள்ள 8 கட்டங்களும் நிரப்பப்பட வேண்டும். அவை 9ஐ விட குறைவான 4 எண்கள் மற்றும் 9ஐ விட அதிகமான 4 எண்களும் ஆகும். அவையாவன :

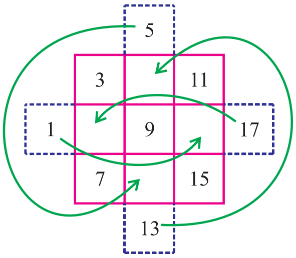
(அ) 5, 6, 7, 8 மற்றும் 10, 11, 12, 13 ஆகும். இங்கு ஒவ்வொரு எண்ணுக்கும் உள்ள வேறுபாடு 1 ஆகும்.

(ஆ) 1, 3, 5, 7 மற்றும் 11, 13, 15, 17 ஆகிய எண்களானால் இவ்வெண்களின் வேறுபாடு '2' ஆக இருக்கும்.

தவிர வேறு ஏதாவது ஒரே எண்ணை வித்தியாசமாகக் கொண்ட எண்கள் அதாவது $-11, -6, -1, 4$ அல்லது 14, 19, 24, 29 என '5' வித்தியாசம் உடையதாகவும் எழுதலாம்.

இவற்றுள் ஏதாவது ஓர் அமைப்பு எண்களை முடிவு செய்த பின்பு, உதாரணமாக 1, 3, 5, 7 மற்றும் 11, 13, 15, 17 என எடுத்துக் கொண்டால் சதுரத்தின் 4 பக்கங்களிலும் நான்கு வீழல்களை கீழே காட்டியுள்ளபடி வரைந்து கொள்ள வேண்டும். மூலை விட்ட அமைப்பில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளபடி ஒவ்வொரு எண்ணாக நாம் கட்டத்திற்குள் நிரப்ப வேண்டும்.





3	13	11
17	9	1
7	5	15

வீழல்களில் நிரப்பப்பட்ட எண்கள் எதிர் முனையில் உள்ள வெற்றிடமாக உள்ள கட்டங்களுக்கு மாற்றப்பட வேண்டும்.

செய்து பார்

மாயசதுரம்

முருகனிடம் ஒன்பது முத்துக்கள் உள்ளன. அம்முத்துக்களின் மதிப்பானது 1 இலிருந்து 9 தங்க நாணயங்கள். அவர் தன்னிடமுள்ள முத்துக்களைத் தன் மூன்று மகளுக்கும் சம அளவிலும், சம மதிப்பிலும் பிரித்துக் கொடுக்க உதவுங்கள்.

8		6
	5	
		2

3	1	2		9	5		7	6
5		9	1		7		8	2
4		7	2	6	3	5		
9			7			2	4	
	2	8		1			9	3
	3		9	8	2		5	7
	4	5	6				3	1
1	7		3	5	8	9		4
8		3	4	2		7		5

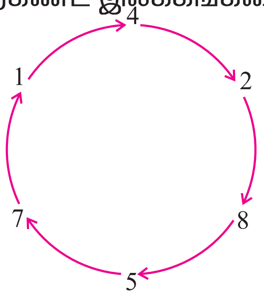
சு டோ கு

வெவ்வேறு வண்ணங்களில் உள்ள சதுரங்களை 1 முதல் 9 வரை உள்ள எல்லா இலக்கங்களைக் கொண்டும் ஒவ்வொரு நிரை, நிரல்களையும் நிரப்புக. எண்களைத் திரும்பத் திரும்பப் பயன்படுத்தக்கூடாது.

சுழற்சி எண்கள்

1 4 2 8 5 7

முதலில் மேற்கண்ட இலக்கங்களை வட்டத்தில் அமைத்துக் கொள்க.



இப்பொழுது 142857 என்ற எண்ணை 1 முதல் 6 வரை உள்ள எல்லா எண்களாலும் பெருக்க வேண்டும்.

$$142857 \times 1 = 142857 \qquad 142857 \times 2 = 285714 \qquad 142857 \times 3 = 428571$$

$$142857 \times 4 = 571428 \qquad 142857 \times 5 = 714285 \qquad 142857 \times 6 = 857142$$

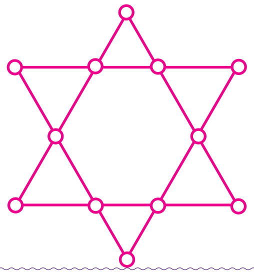
மேற்கண்ட பெருக்கல் மூலம் நாம் அறிந்தது என்னவெனில், வட்டத்தில் பொருத்தப்பட்ட எண்கள் சுழற்சி முறையில் வெவ்வேறு அமைப்பில் வட்டத்தில் ஏதாவது ஒரு புள்ளியிலிருந்து ஆரம்பித்து தொடர்ந்து அமைவதைப் பார்க்க முடிகிறது.

ஒரு மகிழ்வுந்தின் மூன்று இலக்க எண் ஆனது, ஒரு எண்ணின் வர்க்க எண்ணாகும். மற்றொரு மகிழ்வுந்தின் மூன்று இலக்கம், அதுவும் ஒரு வர்க்க எண்ணாகும். முதல் மகிழ்வுந்தின் முதல் இலக்கம், இரண்டாவது மகிழ்வுந்தின் கடைசி இலக்கமாகவும், முதல் மகிழ்வுந்தின் கடைசி இலக்கம், இரண்டாம் மகிழ்வுந்தின் முதல் இலக்கமாக அமையும் என்றால், இரு மகிழ்வுந்தின் இயலக் கூடிய எண்கள் யாவை?

செய்து பார்

மாய நட்சத்திரம்

அருகில் உள்ள நட்சத்திரத்தில் உள்ள வட்டங்களை 1 இலிருந்து 12 வரை பூர்த்தி செய்க. ஒவ்வொரு வரிசையின் கூட்டுத் தொகையும் 26 ஆகும். எந்த எண்ணும் இரு முறைக்குமேல் பயன்படுத்தக் கூடாது.



பயிற்சி 1.9

1. கீழ்க்கண்ட வடிவமைப்பை பூர்த்தி செய்க

(i) 40, 35, 30, ________, ________ , ________

(ii) 0, 2, 4, ________ , ________ , ________

(iii) 84, 77, 70, ________, ________ , ________

(iv) 4.4, 5.5, 6.6, ________, ________ , ________

(v) 1, 3, 6, 10, ________, ________ , ________

(vi) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ________, ________ , ________

(இத்தொடர் அமைப்பை “பிபோனாசி தொடர்” என அழைக்கிறோம்)

(vii) 1, 8, 27, 64, ________, ________ , ________

கணக்கு

2. ஒரு நீர்த்தொட்டியானது உட்புறம் படிக்கட்டுகளைக் கொண்டிருந்தது. ஒரு குரங்கானது படிக்கட்டின் உச்சியில் அமர்ந்துள்ளது. (அதாவது முதற் படியில் இருக்கிறது) தண்ணீரின் மட்டமானது ஒன்பதாம் படிக்கட்டில் உள்ளது.

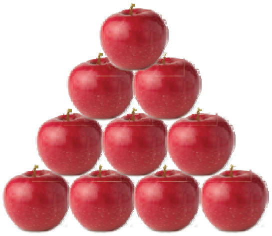
(அ) குரங்கானது 3 படிகள் கீழாக குதித்து பின்பு 2 படிகள் மேல் நோக்கிக் குதிக்கிறது. இவ்வாறு குதித்தால் தண்ணீரின் மட்டத்தை அடைய எத்தனை முறை குதிக்க வேண்டும்?

(ஆ) குரங்கு தண்ணீர் குடித்த பின்பு, மீண்டும் மேலே வர வேண்டும். இதற்காக 4 படிகள் மேல் நோக்கி குதித்து பின்பு 2 படிகள் கீழ் நோக்கி குதிக்கிறது. இப்படி நகர்ந்து சென்று, தண்ணீர்த் தொட்டியின் மேல் பகுதிக்கு (முதற் படிக்கு) வர வேண்டுமானால் குரங்கு எத்தனை முறை குதிக்க வேண்டும்?

3. ஒரு பழ வியாபாரி ஆப்பிள் பழங்களை கீழ்க்கண்ட வடிவமைப்பில் அடுக்கி வைத்தார்.

(அ) இவ்வடிவமைப்பில் 10 வரிசைகளில் ஆப்பிள் அடுக்கி வைக்கப்பட்டிருந்தால் மொத்த ஆப்பிள்களின் எண்ணிக்கையை எண்ணாமல் கண்டுபிடி.

(ஆ) அதே அமைப்பில் 20 வரிசைகளில் ஆப்பிள்கள் அடுக்கி வைக்கப்பட்டிருந்தால் மொத்த ஆப்பிள் பழங்களின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு?



மொத்த ஆப்பிள்களைக் கணக்கிடும் வடிவமைப்பை உன்னால் தெரிந்து கொள்ள முடிகிறதா? கீழ்க்கண்ட அட்டவணையை நிரப்ப முயல்க.

வரிசை	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ஆப்பிள்களின் எண்ணிக்கை	1	3	6	10	15				

செய்து பார்

புதிர்

- ஓர் எண்ணை நினைத்துக் கொள்க.
- 9 ஐக் கூட்டுக.
- விடையை இரட்டிப்பாக்குக.
- அத்துடன் 3 ஐக் கூட்டுக.
- 3 ஆல் பெருக்குக.
- விடையிலிருந்து 3 ஐக் கழிக்க.
- 6 ஆல் வகுக்க.
- வரும் விடையிலிருந்து நினைத்த எண்ணைக் கழிக்க.
- விடை என்ன? (விடை : பத்து)

கருத்துச் சுருக்கம்

- விகிதமுறு எண்கள் கூட்டல், கழித்தல் மற்றும் பெருக்கல் செயல்பாடுகளால் அடைவு பெற்றுள்ளன.
- பூச்சியம் அற்ற விகிதமுறு எண்களின் தொகுப்பு வகுத்தலின் கீழ் அடைவு பெற்றுள்ளது.
- விகிதமுறு எண்கள் கூட்டல் மற்றும் பெருக்கல் செயல்பாடுகளைக் கொண்டு பரிமாற்றுப் பண்பு மற்றும் சேர்ப்புப் பண்பை நிறைவு செய்கின்றது.
- விகிதமுறு எண்களின் கூட்டல் சமனி 0 ஆகும்.
- விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல் சமனி 1 ஆகும்.
- விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல் பலன், கூட்டல் மற்றும் கழித்தலின் மீதான பங்கீட்டுப் பண்பை நிறைவு செய்கின்றது.
- $\frac{a}{b}$ ம் $\frac{-a}{b}$ ம் ஒன்றுக்கொன்று கூட்டல் எதிர்மறை ஆகும்.
- $\frac{a}{b}$ என்பது $\frac{b}{a}$ இன் பெருக்கல் எதிர்மறை அல்லது தலைகீழி ஆகும்.
- இரண்டு விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையே எண்ணற்ற விகிதமுறு எண்கள் உள்ளன.
- அடுக்குக் குறி விதிகள் ஏழு. அவையாவன

  a , b என்பன மெய் எண்களாகவும், m, n என்பன முழு எண்களாகவும் இருப்பின்,

  (i) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

  (ii) $a^m \div a^n = a^{m-n}$, இங்கு $a \neq 0$

  (iii) $a^0 = 1$, இங்கு $a \neq 0$

  (iv) $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$, இங்கு $a \neq 0$

  (v) $(a^m)^n = a^{mn}$

  (vi) $a^m \times b^m = (ab)^m$

  (vii) $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$, இங்கு $b \neq 0$.
- ஒரு எண் இரண்டு எண்களுக்கு இடையில் சம தூரத்தில் இருந்தால் அந்த எண்களுடன் மிகப்பெரிய எண்ணின் மதிப்பே அந்த எண்ணின் தோராய மதிப்பாகும்.

2 அளவைகள்

2.1 அறிமுகம்

2.2 அரை வட்டங்கள் மற்றும் கால் வட்டங்கள்

2.3 கூட்டு உருவங்கள்

2.1 அறிமுகம்

அளவிடுதல் என்பது ஒரு திறனாகும். இது ஒவ்வொரு மனிதனின் அன்றாட வாழ்விற்கும் அவசியமாகிறது. ஒவ்வொருவரும் தன் அன்றாட வாழ்வில் ஏதேனும் ஒன்றை அளவிட வேண்டியுள்ளது. இதற்குச் சில உதாரணங்களாக,

படம் 2.1

(i) கிணற்றிலிருந்து நீர் இறைக்கப் பயன்படும் கயிற்றின் நீளம்,

(ii) நம் வீட்டின் கதவு மற்றும் சன்னல்களுக்குப் பயன்படும் திரைச் சீலையின் அளவு, மேலும் நமது வீட்டைச் சுற்றியுள்ள நிலத்தின் நீளம், அகலம், பரப்பு, சுற்றளவு

(iii) நம் வீட்டு அறையைத் தளமிட வேண்டிய தரையின் அளவு மற்றும்

(iv) பள்ளிச்சீருடைக்குத் தேவையான துணியின் நீளம் ஆகியவற்றைக் கூறலாம்.

மேற்கண்ட ஒவ்வொரு சூழலிலும் அளவியலின் கருத்து பயன்படுகிறது.

தள உருவங்களின் பக்க நீளங்கள், கோணங்கள், பரப்பளவுகள், சுற்றளவுகள் மற்றும் கன உருவங்களின் புறப்பரப்புகள், கன அளவுகள் ஆகியவற்றை எடுத்துரைக்கும் கணிதப் பிரிவை அளவியல் என்கிறோம்.

நினைவு கூர்க

நாம் ஏழாம் வகுப்பில் படித்த பின்வரும் சில வரையறைகளை நினைவு கூர்வோம்.

'Perimeter' என்ற ஆங்கிலச் சொல்லுக்கு 'சுற்றளவு' என்று பொருள். கிரேக்க மொழியில் 'Peri' என்றால் 'சுற்றி' என்றும் 'meter' என்றால் 'அளவிடல்' என்றும் பொருள்படும்.

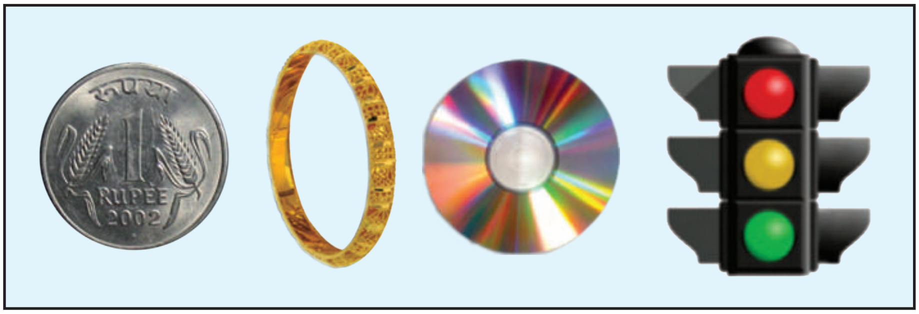
(i) பரப்பளவு

ஒரு பொருள் ஒரு சமதளப்பகுதியில் அடைக்கும் இடத்தின் அளவு அப்பொருளின் பரப்பளவு எனப்படும்.

(ii) சுற்றளவு

ஒரு மூடிய வடிவத்தின் சுற்றளவு என்பது அவ்வுருவத்தின் எல்லையின் நீளம் ஆகும்.

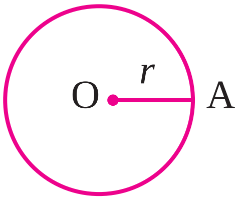
கீழ்க்கண்ட பொருட்களின் வடிவம் என்னவென்று தெரிகிறதா?



படம் 2.2

இவை அனைத்தும் வட்ட வடிவப் பொருட்கள் ஆகும்.

(iii) வட்டம்



படம் 2.3

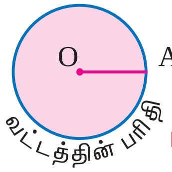
படத்தில் வட்டத்தின் மையத்தை O எனவும், வட்டத்தின் ஆரத்தை (OA =) r எனவும் எடுத்துக் கொண்டால்,

வட்டத்தின் பரப்பளவு, A = πr^2 சதுர அலகுகள்.

∴ வட்டத்தின் சுற்றளவு அல்லது பரிதி,

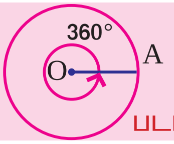
P = $2\pi r$ அலகுகள்,

$\pi \simeq \frac{22}{7}$ அல்லது 3.14



படம். 2.4

குறிப்பு: வட்டத்தின் மையக்கோணம் = 360°.



படம் 2.5

செய்து பார்

ஓர் அட்டையை எடுத்துக் கொள்ளவும். அதில் வெவ்வேறு ஆரங்களை உடைய வட்டங்களை வரையவும். அவ்வட்டங்களை வெட்டி அவற்றின் பரப்பளவையும் சுற்றளவையும் காண்க.

வ. எண்	ஆரம்	பரப்பளவு	சுற்றளவு
1.			
2.			
3.			

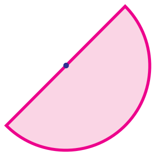
2.2 அரைவட்டங்கள் மற்றும் கால் வட்டங்கள்

2.2.1 அரை வட்டம்

அமாவாசை அல்லது பௌர்ணமி முடிந்து ஏழு நாட்களுக்குப் பிறகு நிலவைப் பார்த்திருக்கிறீர்களா?

நிலவின் வடிவம் எவ்வாறு இருக்கும்?

நிலவின் வடிவம் படம் 2.6 இல் உள்ளது போன்று இருக்கும்.



படம் 2.6

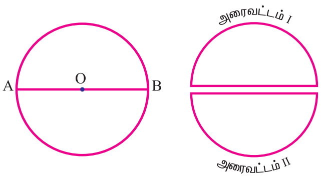
இதை எப்படி அழைக்கலாம்?

இதை அரைவட்டம் (வட்டத்தில் பாதி) என அழைக்கலாம்.

வட்டத்தை விட்டம் பிரிப்பதால் கிடைக்கும் இரு சம பகுதிகள் அரைவட்டங்கள் ஆகும்.

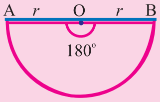
செய்து பார்

வட்டத்திலிருந்து ஓர் அரைவட்டத்தை எப்படிப் பெறுவாய்? ஓர் வட்ட வடிவ அட்டையை எடுத்துக் கொள்ளவும்.அதனை விட்டம் $\overline{AB}$ இன் வழியாக வெட்டவும். படம் 2.7 (ஆ) இல் உள்ளபடி இரு அரைவட்டங்கள் பெறுவாய்.



(அ) படம் 2.7 (ஆ)

குறிப்பு: அரை வட்டத்தின் மையக்கோணம் 180°.



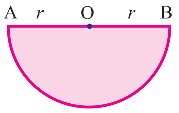
படம் 2.8

(அ) அரைவட்டத்தின் சுற்றளவு

$$\text{சுற்றளவு, P} = \frac{1}{2} \times (\text{வட்டத்தின் பரிதி}) + 2 \times (\text{ஆரம்})$$

$$= \frac{1}{2} \times 2\pi r + 2r$$

$$P = \pi r + 2r = (\pi + 2)\, r \text{ அலகுகள்.}$$



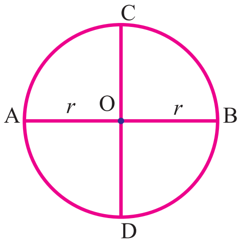
படம் 2.9

(ஆ) அரைவட்டத்தின் பரப்பளவு

$$\text{பரப்பளவு, A} = \frac{1}{2} \times \text{வட்டத்தின் பரப்பளவு}$$

$$= \frac{1}{2} \times \pi r^2$$

$$A = \frac{\pi r^2}{2} \text{ சதுர அலகுகள்.}$$

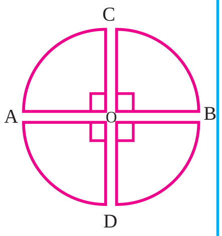


படம் 2.10

4.2.2 கால் வட்டம்

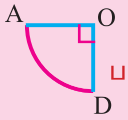
வட்டத்தை அதன் செங்குத்து விட்டங்களின் வழியாக வெட்டவும். நான்கு சமமான பகுதிகள் கிடைக்கும். ஒவ்வொரு பகுதியும் கால் வட்டம் எனப்படும்.

படம் 2.11இல் கூறியபடி வட்டத்தை வெட்டும்போது நமக்கு OCA, OAD, ODB மற்றும் OBC என நான்கு கால் வட்டங்கள் கிடைக்கிறது.



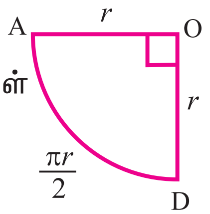
படம் 2.11

குறிப்பு: கால் வட்டத்தின் மையக்கோணம் 90°.



படம் 2.12

(அ) கால் வட்டத்தின் சுற்றளவு



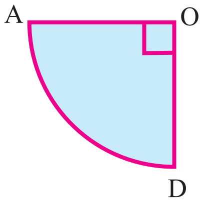
படம் 2.13

சுற்றளவு, P $= \frac{1}{4} \times$ (வட்டத்தின் பரிதி) $+ 2 \times$ (ஆரம்) அலகுகள்

$= \frac{1}{4} \times 2\pi r + 2r$

P $= \frac{\pi r}{2} + 2r = \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) r$ அலகுகள்

(ஆ) கால் வட்டத்தின் பரப்பளவு



படம் 2.14

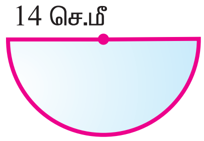
பரப்பளவு, A $= \frac{1}{4} \times$ (வட்டத்தின் பரப்பளவு)

A $= \frac{1}{4} \times \pi r^2$ சதுர அலகுகள்

எடுத்துக்காட்டு 2.1

14 செ.மீ ஆரமுள்ள அரை வட்டத்தின் சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு



படம் 2.15

கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை :

வட்டத்தின் ஆரம், r = 14 செ.மீ.

அரைவட்டத்தின் சுற்றளவு, P $= (\pi + 2)\, r$ அலகுகள்

$\therefore$ P $= \left(\frac{22}{7} + 2\right) \times 14$

$= \left(\frac{22 + 14}{7}\right) \times 14 = \frac{36}{7} \times 14 = 72$ செ.மீ.

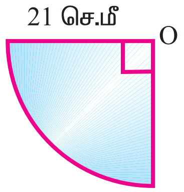
அரைவட்டத்தின் சுற்றளவு, P = 72 செ.மீ.

அரைவட்டத்தின் பரப்பளவு, A $= \frac{\pi r^2}{2}$ ச. அலகுகள்

$\therefore$ A $= \frac{22}{7} \times \frac{14 \times 14}{2} = 308$ செ.மீ^{2}.

எடுத்துக்காட்டு 2.2

ஒரு வட்டத்தின் ஆரம் 21 செ.மீ எனில், அதன் கால் வட்டத்தின் சுற்றளவையும், பரப்பளவையும் காண்க.



படம் 2.16

தீர்வு

கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை :

வட்டத்தின் ஆரம், r = 21 செ.மீ

கால் வட்டத்தின் சுற்றளவு, P $= \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) r$ அலகுகள்

$= \left(\frac{22}{7 \times 2} + 2\right) \times 21 = \left(\frac{22}{14} + 2\right) \times 21$

P $= \left(\frac{22 + 28}{14}\right) \times 21 = \frac{50}{14} \times 21$

$= 75$ செ.மீ.

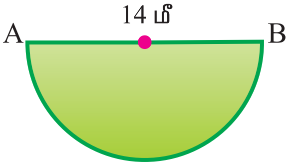
கால் வட்டத்தின் பரப்பளவு, A $= \frac{\pi r^2}{4}$ ச.அலகுகள்

$$A = \frac{22}{7} \times \frac{21 \times 21}{4}$$

$= 346.5$ செ.மீ^{2}.

எடுத்துக்காட்டு 2.3

அரை வட்ட வடிவிலான புல்வெளி ஒன்றின் விட்டம் 14 மீ. அதற்குச் சுற்று வேலி அமைக்க ஒரு மீட்டருக்கு ₹ 10 வீதம் செலவு ஆகின்றது எனில் மொத்த செலவைக் காண்க.



படம் 2.17

தீர்வு

கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை : விட்டம், $d = 14$ மீ

$\therefore$ ஆரம், $r = \frac{14}{2} = 7$ மீ

அந்நிலத்திற்குச் சுற்று வேலி அமைப்பதாயின் நாம் அதன் சுற்றளவைக் காண வேண்டும்.

அரை வட்டத்தின் சுற்றளவு, P $= (\pi + 2) \times r$ அலகுகள்

$$= \left(\frac{22}{7} + 2\right) \times 7$$

$$= \left(\frac{22 + 14}{7}\right) \times 7$$

P $= 36$ மீ

1 மீட்டருக்கு சுற்று வேலி அமைக்க ஆகும் செலவு = ₹ 10

$\therefore$ 36 மீட்டருக்கு சுற்றுவேலி அமைக்க ஆகும் செலவு

$= 36 \times 10 =$ ₹ 360.

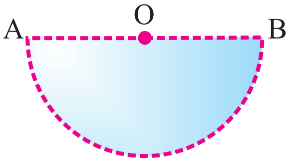
எடுத்துக்காட்டு 2.4

அரை வட்ட வடிவிலான பூங்கா ஒன்றின் எல்லை வேலியாகப் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ள சங்கிலியின் நீளம் 36மீ எனில் பூங்காவின் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு

கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை :

சங்கிலியின் நீளம் = அரை வட்டத்தின் சுற்றளவு



படம் 2.18

$\therefore (\pi + 2) r = 36$ மீ

$$\left(\frac{22}{7} + 2\right) \times r = 36$$

$$\left(\frac{22 + 14}{7}\right) \times r = 36$$

$$\frac{36}{7} \times r = 36 \Rightarrow r = 7 \text{ மீ}$$

பூங்காவின் பரப்பளவு = அரைவட்டத்தின் பரப்பளவு

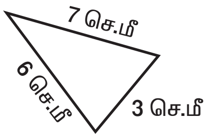
$$A = \frac{\pi r^2}{2} \text{ ச. அலகுகள்}$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{7 \times 7}{2} = 77 \text{ மீ}^2$$

$\therefore$ பூங்காவின் பரப்பளவு = 77 மீ^{2}.

செய்து பார்

முக்கோண வடிவில் மடிக்கப்படுள்ள ஒரு கம்பியை பிரித்து சதுர வடிவில் மடித்தால், சதுரத்தின் பக்க அளவு என்ன?



பயிற்சி 2.1

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

(i) ஓர் அரை வட்டத்தின் பரப்பளவு வட்டத்தின் பரப்பளவில் ______ மடங்கு ஆகும்.

(A) இரண்டு (B) நான்கு (C) அரை (D) கால்

(ii) அரை வட்டத்தின் சுற்றளவு ______ ஆகும்.

(A) $\left(\frac{\pi + 2}{2}\right) r$ அலகுகள் (B) $(\pi + 2)\, r$ அலகுகள்

(C) $2r$ அலகுகள் (D) $(\pi + 4)r$ அலகுகள்

(iii) ஒரு வட்டத்தின் ஆரம் 7 மீ எனில், அதன் அரை வட்டத்தின் பரப்பளவு ______ ஆகும்.

(A) 77 மீ^{2} (B) 44 மீ^{2} (C) 88 மீ^{2} (D) 154 மீ^{2}

(iv) ஒரு வட்டத்தின் பரப்பளவு 144 செ.மீ^{2} எனில், அதன் கால் வட்டத்தின் பரப்பளவு ______ ஆகும்.

(A) 144 செ.மீ^{2} (B) 12 செ.மீ^{2} (C) 72 செ.மீ^{2} (D) 36 செ.மீ^{2}

(v) ஒரு வட்டத்தின் விட்டம் 84 செ.மீ எனில், அதன் கால் வட்டத்தின் சுற்றளவு ______ ஆகும்.

(A) 150 செ.மீ (B) 120 செ.மீ (C) 21 செ.மீ (D) 42 செ.மீ

(vi) ஒரு வட்டத்தில் ______ கால் வட்டங்கள் உள்ளன.

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(vii) கால் வட்டம் என்பது வட்டத்தின் ______ ஒரு பங்கு ஆகும்.

(A) இரண்டில் (B) நான்கில் (C) மூன்றில் (D) ஐந்தில்

(viii) அரைவட்டத்தின் மையக்கோணம் ______ ஆகும்.

(A) 90° (B) 270° (C) 180° (D) 360°

(ix) கால் வட்டத்தின் மையக் கோணம் ______ ஆகும்.

(A) 90° (B) 180° (C) 270° (D) 0°

(x) ஓர் அரை வட்டத்தின் பரப்பளவு 84 செ.மீ^{2} எனில் அவ்வட்டத்தின் பரப்பளவு ______

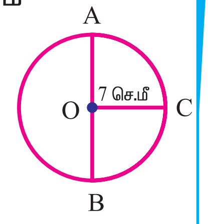
(A) 144 செ.மீ^{2} (B) 42 செ.மீ^{2} (C) 168 செ.மீ^{2} (D) 288 செ.மீ^{2}

2. பின்வரும் அளவுகளை ஆரங்களாகக் கொண்ட அரை வட்டங்களின் சுற்றளவுகளையும் பரப்பளவுகளையும் காண்க.
   (i) 35 செ.மீ (ii) 10.5 செ.மீ (iii) 6.3 மீ (iv) 4.9 மீ

3. பின்வரும் அளவுகளை விட்டங்களாகக் கொண்ட அரை வட்டங்களின் சுற்றளவுகளையும் பரப்பளவுகளையும் காண்க.
   (i) 2.8 செ.மீ (ii) 56 செ.மீ (iii) 84 செ.மீ (iv) 112 மீ

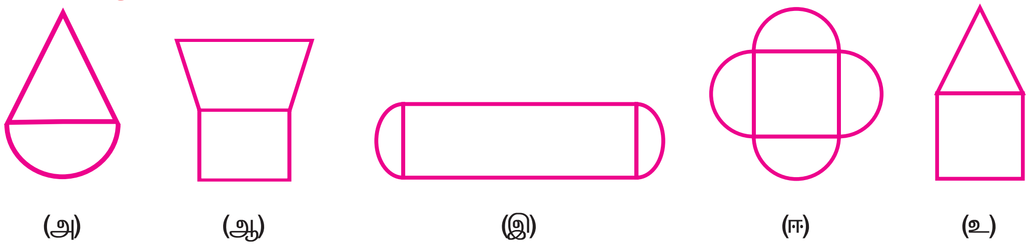
4. பின்வரும் அளவுகளை ஆரங்களாகக் கொண்ட கால் வட்டங்களின் சுற்றளவுகளையும் பரப்பளவுகளையும் காண்க.
   (i) 98 செ.மீ (ii) 70 செ.மீ (iii) 42 மீ (iv) 28 மீ

5. படத்தில் கொடுக்கப்பட்ட அரை வட்டம் ACB மற்றும் கால் வட்டம் BOC இன் பரப்பளவைக் காண்க.



6. அரை வட்ட வடிவிலான பூங்காவின் ஆரம் 21 மீ. ஒரு மீட்டருக்கு ₹ 5 வீதம் அதற்குச் சுற்று வேலி அமைக்க ஆகும் செலவைக் காண்க.

2.3 கூட்டு உருவங்கள்



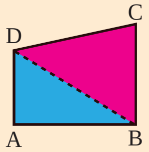
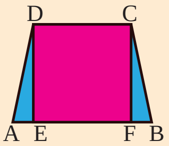
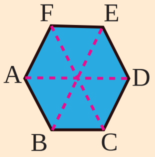
படம் 2.19

மேற்கண்ட உருவங்களிலிருந்து நீ எதை அறிந்து கொண்டாய்?

படம் 2.19 (அ) இல் அரை வட்டத்தின் மேல் ஒரு முக்கோணம் வைக்கப்பட்டுள்ளது போல் தோன்றுகிறது. படம் 2.19 (ஆ) இல் ஒரு சதுரத்தின் மேல் ஒரு சரிவகம் வைக்கப்பட்டுள்ளது போன்றுள்ளது.

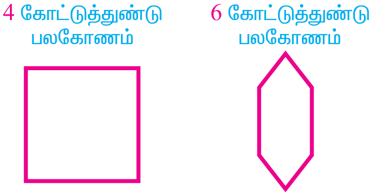
> உருவங்களின் இணைப்பு நிலை (Juxtaposition) என்பது சில தள உருவங்களின் ஒன்றின் பக்க நீளத்தை மற்றொன்றின் ஒத்த பக்க நீளத்திற்குச் சமமாக அடுத்தடுத்து வைத்து உருவாக்கப்படும் அமைப்பு ஆகும்.

இரண்டு அல்லது மூன்று உருவங்களை ஒன்றின் பக்கத்தில் மற்றொன்றை வைத்தால் புது உருவம் கிடைக்கிறது. இவை 'கூட்டு உருவங்கள்' எனப்படும். மேற்கண்ட உருவங்கள் முக்கோணம், செவ்வகம், அரைவட்டம் போன்ற சில தெரிந்த உருவங்களின் இணைப்பு நிலை ஆகும். இதற்குச் சில உதாரணங்களைப் பார்ப்போமா?

வ. எண்	தள உருவங்கள்	இணைப்பு நிலை
1.	இரண்டு அசம பக்க முக்கோணங்கள்	நாற்கரம் 
2.	இரு செங்கோண முக்கோணங்கள் மற்றும் செவ்வகம்	சரிவகம் 
3.	ஆறு சம பக்க முக்கோணங்கள்	அறுங்கோணம் 

(அ) பலகோணம்

பலகோணம் (Polygon) என்பது '*n*' நேர்கோட்டுத் துண்டுகளால் வடிவமைக்கப்பட்ட மூடிய தள உருவமாகும்.



படம் 2.20

நேர்க்கோட்டுத் துண்டுகளை உள்ளடக்கிய தள உருவம் நேர்க்கோட்டு உருவம் ஆகும்.

மூன்று பக்கங்களை உள்ளடக்கிய நேர்க்கோட்டு உருவத்தை முக்கோணம் என்றும் நான்கு பக்கங்களை உள்ளடக்கிய நேர்க்கோட்டு உருவத்தை நாற்கரம் என்றும் அழைக்கிறோம்.

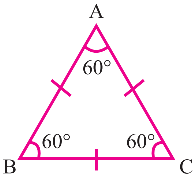
பலகோணம் என்பது மூன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட பக்கங்களைக் கொண்ட நேர்க்கோட்டு உருவம் ஆகும்.

(ஆ) ஒழுங்கு பலகோணம்

பலகோணத்தின் பக்கங்களும் கோணங்களும் சமமாக இருப்பின், அது ஓர் ஒழுங்கு பலகோணம் (Regular Polygon) எனப்படும்.

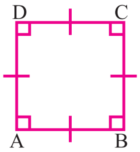
உதாரணமாக,

(i) சமபக்க முக்கோணமானது மூன்று பக்கங்களைக் கொண்ட ஒழுங்கு பலகோணமாகும்.



படம் 2.21

(ii) சதுரம் நான்கு பக்கங்களைக் கொண்ட ஒழுங்கு பலகோணமாகும்.



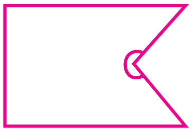
படம் 2.22

(இ) ஒழுங்கற்ற பலகோணம்

ஒழுங்கற்ற வடிவமைப்பில் உருவாகும் பலகோணங்கள் ஒழுங்கற்ற பலகோணம் எனப்படும்.

(ஈ) குழிவுப் பலகோணம்

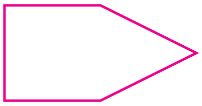
ஒரு பலகோணத்தில் குறைந்தபட்சம் ஒரு கோணமாவது 180°ஐ விட அதிகமாக இருந்தால் அது குழிவுப் பலகோணம் எனப்படும்.



படம் 2.23

(உ) குவிந்த பலகோணம்

ஒரு பலகோணத்தில் ஒவ்வொரு உட்கோணமும் பலகோணத்தில் 180°ஐ விடக் குறைவாக இருந்தால் அது குவிந்த பலகோணம் எனப்படும்.



படம் 2.24

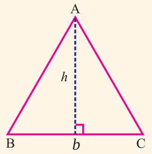
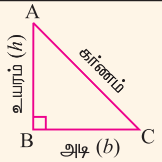
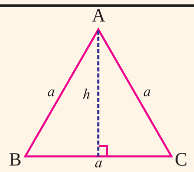
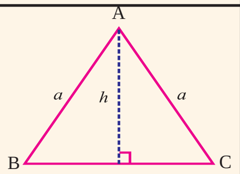
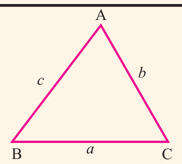
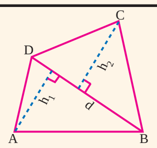
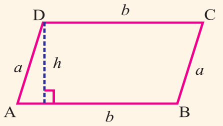
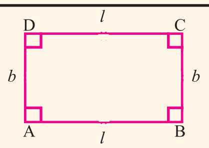
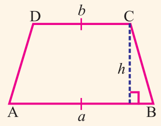
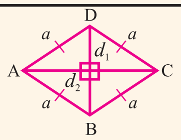
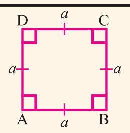
பலகோணங்கள் பின்வருமாறு வகைப்படுத்தப்படும்.

பக்கங்களின் எண்ணிக்கை	பலகோணத்தின் பெயர்
3	முக்கோணம்
4	நாற்கரம்
5	ஐங்கோணம்
6	அறுங்கோணம்
7	எழுகோணம்
8	எண்கோணம்
9	நவகோணம்
10	பதின்மக்கோணம்

விஜய் 44மீ நீளமுள்ள வேலிக் கம்பியினால் தனது நிலத்திற்குச் சுற்று வேலி அமைக்கிறார். வேலிக் கம்பியில் சேதாரமில்லாமலும் ஒன்றோடு ஒன்று பொருந்தாமலும் வேலி அமைக்கிறார். கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வடிவங்களுள் எது பெரிய பரப்பை அடைத்துக் கொள்ளும்?

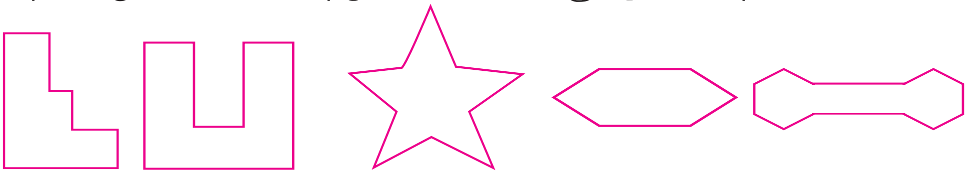
அ) வட்டம். ஆ) சதுரம் இ) பக்க அளவுகள் 2மீ, 20மீ உள்ள செவ்வகம்,
ஈ) பக்க அளவுகள் 7 மீ, 15மீ உள்ள செவ்வகம்.

பெரும்பான்மையான கூட்டுருவங்கள் ஒழுங்கற்ற பலகோணங்களாகும். நாம் இவற்றை அறிந்த தள உருவங்களாக பிரிப்பதன் மூலம் இவற்றின் சுற்றளவு, பரப்பளவு ஆகியவற்றை முந்தைய வகுப்பில் கற்ற சூத்திரங்களைக் கொண்டு கணக்கிடலாம். கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் இவை வரிசைப்படுத்தப்பட்டுள்ளன.

வ. எண்	உருவத்தின் பெயர்	உருவம்	பரப்பளவு (A) சதுர அலகுகள்	சுற்றளவு (P) அலகுகள்
1.	முக்கோணம்		$\frac{1}{2} \times b \times h$	AB + BC + CA
2.	செங்கோண முக்கோணம்		$\frac{1}{2} \times b \times h$	(அடிப்பக்கம் + உயரம் + கர்ணம்)
3.	சமபக்க முக்கோணம்		$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ ($\sqrt{3} \simeq 1.732$)	AB+BC+CA = $3a$; செங்குத்து, $h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ அலகுகள்
4.	இரு சம பக்க முக்கோணம்		$h \times \sqrt{a^2 - h^2}$	$2a + 2\sqrt{a^2 - h^2}$
5.	அசம பக்க முக்கோணம்		$\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ $s = \frac{a+b+c}{2}$	AB + BC + CA $= 2S = (a+b+c)$
6.	நாற்கரம்		$\frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$	AB + BC + CD + DA
7.	இணைகரம்		$b \times h$	$2 \times (a + b)$
8.	செவ்வகம்		$l \times b$	$2 \times (l + b)$
9.	சரிவகம்		$\frac{1}{2} \times h \times (a+b)$	AB + BC + CD + DA
10.	சாய்சதுரம்		d_1, d_2 ஆகியன மூலை விட்டங்கள் எனில் பரப்பளவு $\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$	$4a$
11.	சதுரம்		a^2	$4a$

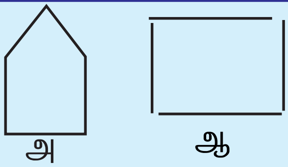
செய்து பார்

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வடிவங்களை உங்கள் விருப்பப்படி நீங்கள் அறிந்த தள உருவங்களாகப் பிரித்துப் பின்னர் உங்களுக்குள் விவாதிக்கவும்.



படம் 2.25

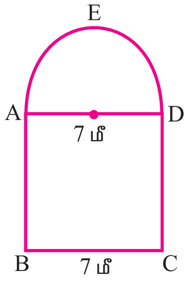
அருகில் உள்ளவற்றுள் எந்த வடிவத்திற்குச் சுற்றளவு காண முடியும்?



எடுத்துக்காட்டு 2.5

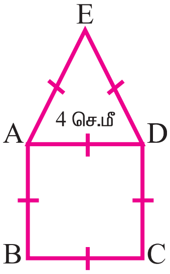
அருகில் உள்ள கூட்டு உருவங்களின் சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவைக் காண்க.

(i)



படம் 2.26

(ii)

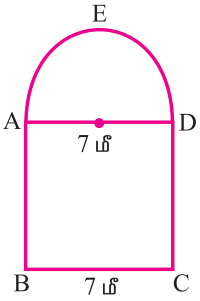


படம் 2.27

தீர்வு

(i) இது ABCD என்ற சதுரமும், DEA என்ற அரை வட்டமும் கொண்ட கூட்டு உருவமாகும்.

$\overset{\frown}{DEA}$ என்ற வில் AD ஐ விட்டமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் பரிதியில் பாதியாகும்.



கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை :

சதுரத்தின் பக்கம் = 7 மீ

∴ அரை வட்டத்தின் விட்டம் = 7 மீ

∴ அரைவட்டத்தின் ஆரம், r = $\frac{7}{2}$ மீ

கூட்டு உருவத்தின் சுற்றளவு = $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overset{\frown}{DEA}$

$P = 7 + 7 + 7 + \frac{1}{2} \times$ (வட்டத்தின் பரிதி)

$= 21 + \frac{1}{2} \times 2\pi r$

$= 21 + \frac{22}{7} \times \frac{7}{2}$

$P = 21 + 11 = 32$ மீ

∴ கூட்டு உருவத்தின் சுற்றளவு = 32 மீ

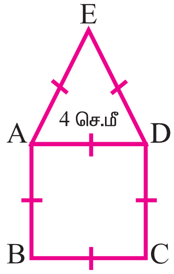
கூட்டு உருவத்தின் பரப்பளவு = அரைவட்டத்தின் பரப்பளவு + சதுரத்தின் பரப்பளவு

$$A = \frac{\pi r^2}{2} + a^2$$

$$= \frac{22}{7 \times 2} \times \frac{7 \times 7}{2 \times 2} + 7^2 = \frac{77}{4} + 49$$

$\therefore$ கூட்டு உருவத்தின் பரப்பளவு = 19.25 + 49 = 68.25 மீ^{2}.

(ii) கொடுக்கப்பட்டுள்ள கூட்டுருவம் ABCD என்ற சதுரமும், ADE என்ற சம பக்க முக்கோணமும் கொண்டு உருவானது.



கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை:

சதுரத்தின் பக்கம் = 4 செ.மீ

$\therefore$ கூட்டு உருவத்தின் சுற்றளவு = AB + BC + CD + DE + EA

= 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20 செ.மீ

$\therefore$ கூட்டு உருவத்தின் சுற்றளவு = 20 செ.மீ

கூட்டு உருவத்தின் பரப்பளவு = சதுரத்தின் பரப்பளவு + சமபக்க முக்கோணத்தின் பரப்பளவு

$$= a^2 + \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$\sqrt{3} \simeq 1.732$

$$= 4 \times 4 + \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4 \times 4$$

$$= 16 + 1.732 \times 4$$

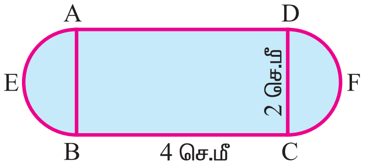
கூட்டு உருவத்தின் பரப்பளவு = 16 + 6.928 = 22.928

பரப்பளவு $\simeq$ 22. 93 செ.மீ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 2.6

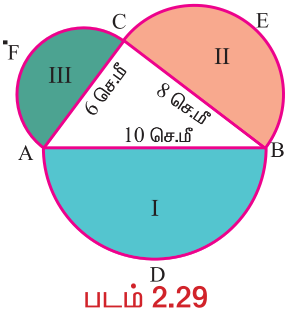
நிழலிட்ட பகுதியின் சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவு காண்க.

(i)



படம் 2.28

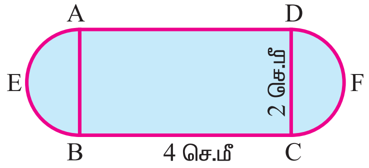
(ii)



படம் 2.29

தீர்வு

(i) கொடுக்கப்பட்டுள்ள கூட்டு உருவம் ABCD என்ற செவ்வகம், AEB மற்றும் DFC ஆகிய இரு சமபரப்பு கொண்ட அரை வட்டங்கள் ஆகியவற்றைக் கொண்டு உருவாக்கப்பட்டது ஆகும்.



கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை:

செவ்வகத்தின் நீளம், l = 4 செ.மீ

செவ்வகத்தின் அகலம், b = 2 செ.மீ

அரைவட்டத்தின் விட்டம் = 2 செ.மீ

$\therefore$ அரைவட்டத்தின் ஆரம், r = $\frac{2}{2}$ = 1 செ.மீ

∴ கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தின் சுற்றளவு = $AD+BC+\overset{\frown}{AEB}+\overset{\frown}{DFC}$

$= 4+4+2\times\frac{1}{2}\times$ (வட்டத்தின் பரிதி)

$= 8+2\times\frac{1}{2}\times 2\pi r$

$= 8+2\times\frac{22}{7}\times 1$

$= 8+2\times 3.14$

$= 8+6.28$

∴ கொடுக்கப்பட்ட படத்தின் சுற்றளவு = 14.28 செ.மீ

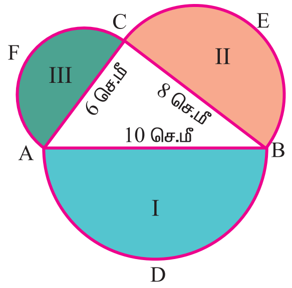
கொடுக்கப்பட்ட படத்தின் பரப்பளவு = செவ்வகம் ABCD இன் பரப்பு + 2 × அரைவட்டத்தின் பரப்பளவு

$= l\times b+2\times\frac{\pi r^2}{2}$

$= 4\times 2+2\times\frac{22\times 1\times 1}{7\times 2}$

∴ மொத்தப் பரப்பளவு = 8 + 3. 14 = 11. 14 செ.மீ^{2}

(ii) ADB, BEC மற்றும் CFA ஆகிய மூன்றும் அரை வட்டங்கள் I, II மற்றும் III ஆகும்.



கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை:

அரைவட்டம் I-ன் ஆரம், $r_1 = \frac{10}{2} = 5$ செ.மீ

அரைவட்டம் II-ன் ஆரம், $r_2 = \frac{8}{2} = 4$ செ.மீ

அரைவட்டம் III-ன் ஆரம், $r_3 = \frac{6}{2} = 3$ செ.மீ

நிழலிட்ட பகுதியின் சுற்றளவு = அரைவட்டம் I இன் சுற்றளவு + அரைவட்டம் II இன் சுற்றளவு + அரைவட்டம் III இன் சுற்றளவு

$= (\pi+2)\times 5+(\pi+2)\times 4+(\pi+2)\times 3$

$= (\pi+2)(5+4+3) = \left(\frac{22}{7}+2\right)\times 12$

$= \left(\frac{22+14}{7}\right)\times 12 = \frac{36}{7}\times 12 = 61.714$

நிழலிட்ட பகுதியின் சுற்றளவு $\simeq$ 61.71 செ.மீ

நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவு, A = அரைவட்டம் I இன் பரப்பளவு + அரைவட்டம் II இன் பரப்பளவு + அரைவட்டம் III இன் பரப்பளவு

$$A = \frac{\pi r_1^2}{2} + \frac{\pi r_2^2}{2} + \frac{\pi r_3^2}{2}$$

$$= \frac{22}{7 \times 2} \times 5 \times 5 + \frac{22}{7 \times 2} \times 4 \times 4 + \frac{22}{7 \times 2} \times 3 \times 3$$

$$A = \frac{275}{7} + \frac{176}{7} + \frac{99}{7} = \frac{550}{7} = 78.571 \text{ செ.மீ}^2$$

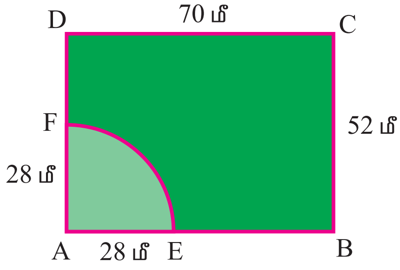
நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவு $\simeq$ 78.57 செ.மீ^{2}

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டில்,

அரைவட்டம் BEC இன் பரப்பளவு + அரைவட்டம் CFA இன் பரப்பளவு
= அரைவட்டம் ADB இன் பரப்பளவு

எடுத்துக்காட்டு 2.7

செவ்வக வடிவிலான 70 மீ × 52 மீ பரிமாணம் கொண்ட களத்தில் ஒரு மூலையில் ஒரு குதிரை மேய்வதற்காக 28 மீ நீளம் கொண்ட கயிற்றினால் கட்டப்பட்டுள்ளது. குதிரை களத்தின் உட்புறமாக மேயும் பரப்பளவைக் காண்க. குதிரை மேயாத களத்தின் பரப்பைக் காண்க.



படம் 2.30

தீர்வு

செவ்வகத்தின் நீளம், l = 70 மீ

செவ்வகத்தின் அகலம், b = 52 மீ

கயிற்றின் நீளம் = 28 மீ

AEF என்ற நிழலிட்ட பகுதி குதிரை மேய்ந்த பரப்பைக் குறிக்கிறது. இப்பரப்பு கால் வட்டப் பகுதியின் பரப்பளவு ஆகும். இதன் ஆரம், r = 28 மீ.

கால் வட்டப் பகுதி AEF இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{4} \times \pi r^2$ ச. அலகுகள்

$$= \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 28 \times 28$$

= 616 மீ^{2}

∴ குதிரை மேய்ந்த பரப்பளவு = 616 மீ^{2}

குதிரை மேயாத பரப்பளவு = செவ்வகம் ABCD இன் பரப்பளவு – கால் வட்டப் பகுதி AEF இன் பரப்பளவு

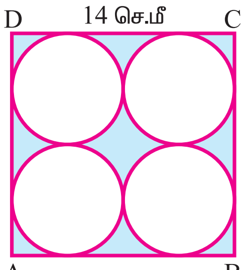
செவ்வகம் ABCD ன் பரப்பளவு = $l \times b$ ச. அலகுகள்

= 70 × 52 = 3640 மீ^{2}

∴ குதிரை மேயாத பரப்பளவு = 3640 – 616

= 3024 மீ^{2}.

எடுத்துக்காட்டு 2.8



படம் 2.31

கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் சதுரம் ABCD இன் பக்க அளவு 14 செ.மீ. நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.

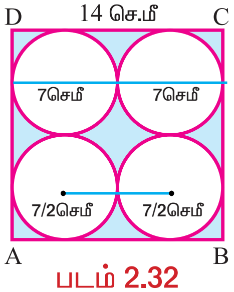
தீர்வு

சதுரத்தின் பக்கம், a = 14 செ.மீ

ஒவ்வொரு வட்டத்தின் ஆரம், r = $\frac{7}{2}$ செ.மீ

நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவு = சதுரத்தின் பரப்பளவு – 4 × வட்டத்தின் பரப்பளவு

$= a^2 - 4(\pi r^2)$



படம் 2.32

$= 14 \times 14 - 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}$

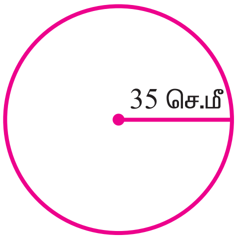
$= 196 - 154$

∴ நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவு = 42 செ.மீ^{2}.

எடுத்துக்காட்டு 2.9

வட்ட வடிவிலான ஒரு தாமிரக் கம்பியின் ஆரம் 35 செ.மீ. இது ஒரு சதுர வடிவில் வளைக்கப்படுகிறது எனில், அச்சதுரத்தின் பக்கத்தைக் காண்க.

தீர்வு



படம் 2.33

கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை:

வட்டத்தின் ஆரம், r = 35 செ.மீ

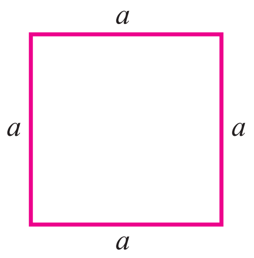
அதே கம்பியானது, சதுரமாக வளைக்கப்பட்டுள்ளது.

வட்டத்தின் சுற்றளவு = சதுரத்தின் சுற்றளவு

வட்டத்தின் சுற்றளவு = $2\pi r$ அலகுகள்

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 35$ செ.மீ

P = 220 செ.மீ



படம் 2.34

'a' என்பது சதுரத்தின் பக்கம் என்க.

சதுரத்தின் சுற்றளவு = $4a$ அலகுகள்

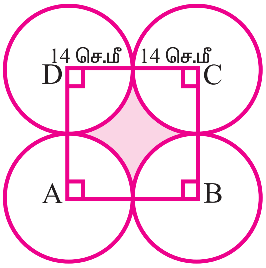
$4a$ = 220

a = 55 செ.மீ

∴ சதுரத்தின் பக்கம் = 55 செ.மீ.

எடுத்துக்காட்டு 2.10

பக்க அளவு 28 செ.மீ அளவுள்ள ஒரு சதுரத்தின் நான்கு மூலைகளிலிருந்து ஒவ்வொரு வட்டமும் மற்ற இரண்டு வட்டங்களைத் தொடுமாறுநான்கு வட்டங்கள் படத்தில் உள்ளபடி வரையப்படுகின்றன எனில் நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.



படம் 2.35

தீர்வு

ABCD என்ற சதுரத்தின் பக்கம் a என்க.

$\therefore a$ = 28 செ.மீ

$\therefore$ ஒவ்வொரு வட்டத்தின் ஆரம், r = $\frac{28}{2}$

= 14 செ.மீ

நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவு = சதுரத்தின் பரப்பளவு − 4 × கால் வட்டப் பகுதியின் பரப்பு

$= a^2 - 4 \times \frac{1}{4} \times \pi r^2$

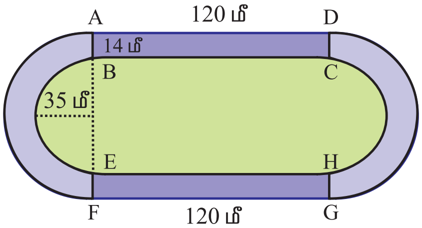
$= 28 \times 28 - 4 \times \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14$

$= 784 - 616$

$\therefore$ நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவு = 168 செ.மீ^{2}.

எடுத்துக்காட்டு 2.11

14 மீ அகலமுள்ள ஓர் ஓடுதளப் பாதையானது 120 மீ நீளமுள்ள இரண்டு நேர்ப் பகுதிகளையும் உள் ஆரம் 35 மீ அளவுள்ள இரு அரை வட்டப் பகுதிகளையும் கொண்டுள்ளது. அந்த ஓடு பாதையின் பரப்பளவைக் கணக்கிடுக.



படம் 2.36

தீர்வு

கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை:

உள் அரை வட்டத்தின் ஆரம், r = 35 மீ

ஓடு பாதையின் அகலம் = 14 மீ

$\therefore$ வெளி அரை வட்டத்தின் ஆரம், R = 35 + 14 = 49 மீ

R = 49 மீ

ஓடு பாதையின் பரப்பளவு, அரை வட்ட ஓடு பாதைகளின் பரப்பளவுகள் மற்றும் செவ்வக ஓடு பாதைகளின் பரப்பளவுகளின் கூடுதல் ஆகும்.

செவ்வக ஓடு பாதைகள் ABCD மற்றும் EFGH இன் பரப்பளவு = $2 \times (l \times b)$

$= 2 \times 14 \times 120 = 3360$ மீ^{2}

கணக்கு

அரைவட்ட ஒடு பாதைகளின் பரப்பளவு = 2 × (வெளி அரை வட்டத்தின் பரப்பளவு – உள் அரை வட்டத்தின் பரப்பளவு)

$$= 2\times\left(\frac{1}{2}\pi R^2 - \frac{1}{2}\pi r^2\right)$$

$$= 2\times\frac{1}{2}\times\pi(R^2 - r^2)$$

$$= \frac{22}{7}\times(49^2 - 35^2)$$

$$= \frac{22}{7}(49+35)(49-35) \quad [a^2-b^2=(a+b)(a-b)]$$

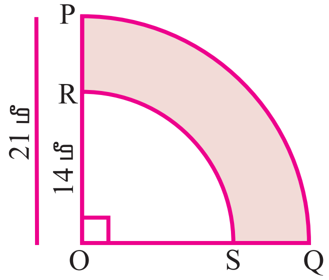
$$= \frac{22}{7}\times 84\times 14 = 3696 \text{ மீ}^2$$

∴ ஒடு பாதையின் பரப்பளவு = 3360 + 3696

= 7056 மீ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 2.12

படம் 2.37 இல் PQSR என்பது ஒரு மலர்ப்படுகையைக் குறிக்கிறது. OP = 21 மீ, OR = 14 மீ, எனில் நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.



படம் 2.37

தீர்வு

கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை :

OP = 21 மீ, OR = 14 மீ

∴ PR = OP – OR = 21 மீ – 14 மீ = 7 மீ

மலர்ப்படுகையின் பரப்பளவு = கால் வட்டப் பகுதி OQP இன் பரப்பளவு – கால் வட்டப் பகுதி OSR இன் பரப்பளவு

$$= \frac{1}{4}\pi\times OP^2 - \frac{1}{4}\pi\times OR^2$$

$$= \frac{1}{4}\times\pi\times 21^2 - \frac{1}{4}\times\pi\times 14^2$$

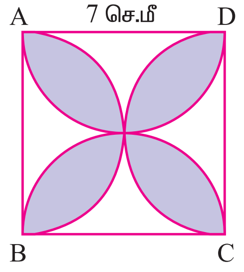
$$= \frac{1}{4}\times\pi\times(21^2 - 14^2)$$

$$= \frac{1}{4}\times\frac{22}{7}\times(21+14)\times(21-14)$$

∴ மலர்ப்படுகையின் பரப்பளவு $= \frac{1}{4}\times\frac{22}{7}\times 35\times 7 = 192.5$ மீ^{2}.

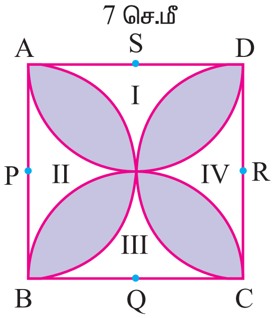
எடுத்துக்காட்டு 2.13

7 செ.மீ பக்க அளவுடைய ABCD என்ற சதுரத்தில் படம் 2.38 இல் காட்டியுள்ளபடி நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.



படம் 2.38

தீர்வு



படம் 2.39

நிழலிடப்படாத பகுதிகளை I, II, III மற்றும் IV என படம் 2.39 இல் காட்டியுள்ளபடி எடுத்துக் கொள்ளவும்.

P, Q, R மற்றும் S என்பன AB, BC, CD மற்றும் DA இன் மையப் புள்ளிகள் எனலாம்.

சதுரத்தின் பக்கம், a = 7 செ.மீ

அரைவட்டத்தின் ஆரம், r = $\frac{7}{2}$ செ.மீ

I இன் பரப்பளவு + III இன் பரப்பளவு = சதுரம் ABCD இன் பரப்பளவு – P மற்றும் R ஐ மையமாகக் கொண்ட அரைவட்டங்களின் பரப்பளவு

$$= a^2 - 2 \times \frac{1}{2} \times \pi r^2$$

$$= 7 \times 7 - 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}$$

∴ I இன் பரப்பளவு + III இன் பரப்பளவு = $\left(49 - \frac{77}{2}\right)$ செ.மீ^{2} = $\frac{21}{2}$ செ.மீ^{2}.

II ன் பரப்பளவு + IV ன் பரப்பளவு = $\left(49 - \frac{77}{2}\right)$ செ.மீ^{2} = $\frac{21}{2}$ செ.மீ^{2}.

நிழலிட்ட பகுதிகளின் பரப்பளவுகள் = சதுரம் ABCD இன் பரப்பளவு – (I, II, III மற்றும் IV இன் பரப்பளவு)

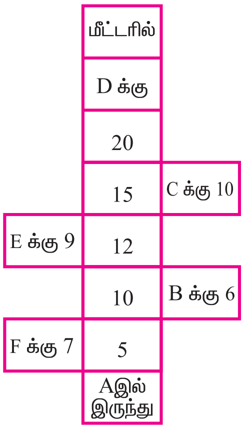
$$= 49 - \left(\frac{21}{2} + \frac{21}{2}\right)$$

$$= 49 - 21 = 28 \text{ செ.மீ}^2$$

∴ நிழலிட்ட பகுதிகளின் பரப்பளவு = 28 செ.மீ^{2}.

எடுத்துக்காட்டு 2.14

ஒரு நில அளவையாளர் ஒரு நிலத்தின் அளவுகளைப் பின்வருமாறு குறித்துள்ளார். நிலத்தின் பரப்பினைக் கண்டுபிடி.



படம் 2.40

தீர்வு

A யிலிருந்து D வரை உள்ள நிலமளப்பவரின் குறிகள் J, K, L, M என்க.

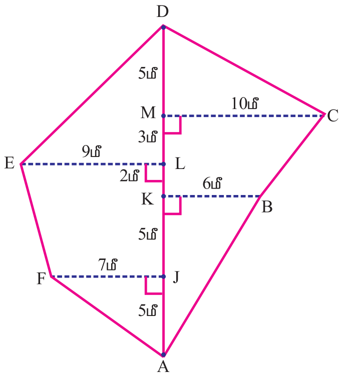
கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை:

AJ = 5 மீ, JF = 7 மீ,

KB = 6 மீ, LE = 9 மீ, MC = 10 மீ,

AK = 10 மீ, AL = 12 மீ,

AM = 15 மீ மற்றும் AD = 20 மீ.



கொடுக்கப்பட்ட நிலமானது சரிவகங்கள் KBCM, LEFJ மற்றும் செங்கோண முக்கோணங்கள் ABK, MCD, DEL மற்றும் JFA இவற்றின் தொகுப்பாகும்.

சரிவகத்தின் பரப்பு = $\frac{1}{2}\times(a+b)\times h$

சரிவகம் KBCM இன் பரப்பளவு, A_1 என்க.

$$A_1 = \frac{1}{2}\times(KB+MC)\times KM$$
$$= \frac{1}{2}\times(6+10)\times 5$$
$$A_1 = \frac{1}{2}\times 16\times 5 = 40 \text{ மீ}^2.$$

(∵ KB மற்றும் MC இணை பக்கங்கள், குத்துயரம் KM.
KB = 6 மீ, MC = 10 மீ,
KM = AM – AK
= 15 – 10 = 5 மீ)

சரிவகம் LEFJ இன் பரப்பளவு, A_2 என்க.

$$A_2 = \frac{1}{2}\times(JF+LE)\times JL$$
$$= \frac{1}{2}\times(7+9)\times 7$$
$$A_2 = \frac{1}{2}\times 16\times 7 = 56 \text{ மீ}^2.$$

(∵ LE மற்றும் JF இணை பக்கங்கள், குத்துயரம் JL.
JF = 7 மீ, LE = 9 மீ,
JF = 7 மீ, LE = 9 மீ,
JL = AL – AJ
= 12 – 5 = 7 மீ)

செங்கோண முக்கோணம் ABK இன் பரப்பளவு, A_3 என்க.

$$A_3 = \frac{1}{2}\times AK\times KB$$
$$A_3 = \frac{1}{2}\times 10\times 6 = 30 \text{ மீ}^2.$$

செங்கோண முக்கோணம் MCD இன் பரப்பளவு, A_4 என்க.

$$A_4 = \frac{1}{2}\times MC\times MD.$$
$$= \frac{1}{2}\times 10\times 5$$
$$A_4 = \frac{50}{2} = 25 \text{ மீ}^2.$$

செங்கோண முக்கோணம் DEL இன் பரப்பளவு, A_5 என்க.

$$A_5 = \frac{1}{2}\times DL\times LE$$
$$= \frac{1}{2}\times(AD-AL)\times LE$$
$$= \frac{1}{2}(20-12)\times 9$$
$$A_5 = \frac{1}{2}\times 8\times 9 = 36 \text{ மீ}^2.$$

செங்கோண முக்கோணம் JFA இன் பரப்பளவு, A_6 என்க.

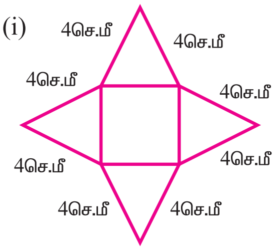
$$A_6 = \frac{1}{2}\times AJ\times JF$$
$$= \frac{1}{2}\times 5\times 7 = \frac{35}{2} = 17.5 \text{ மீ}^2.$$

நிலப்பகுதியின் பரப்பளவு $= A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6$
$= 40 + 56 + 30 + 25 + 36 + 17.5$
$= 204.5 \text{ மீ}^2.$

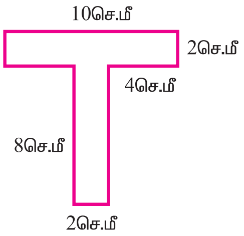
பயிற்சி 2.2

1. கீழ்க்கண்ட படங்களின் சுற்றளவைக் காண்க

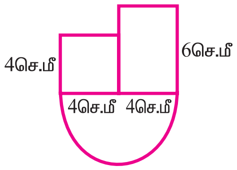
(i)



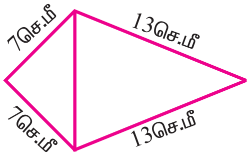
(ii)



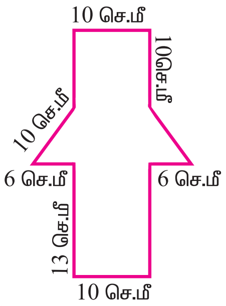
(iii)



(iv)

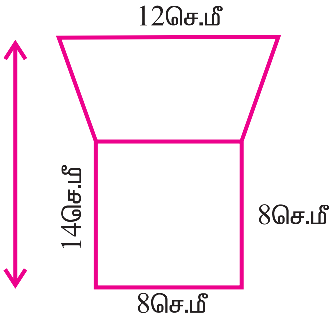


(v)

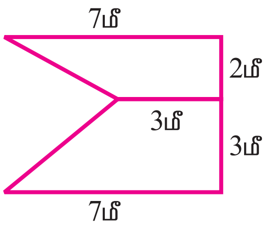


2. கீழ்க்கண்ட படங்களின் பரப்பளவைக் காண்க.

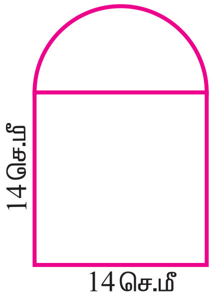
(i)



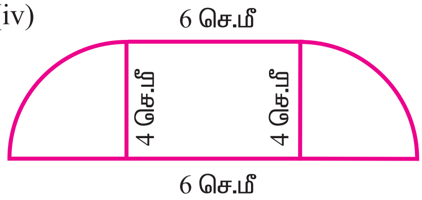
(ii)



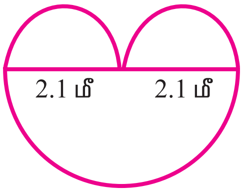
(iii)



(iv)

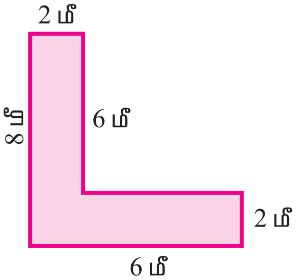


(v)

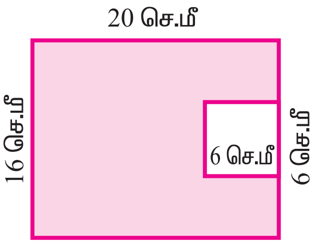


3. வண்ணமிட்ட பகுதிகளின் பரப்பளவைக் காண்க.

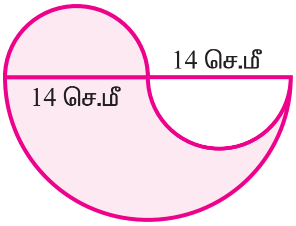
(i)

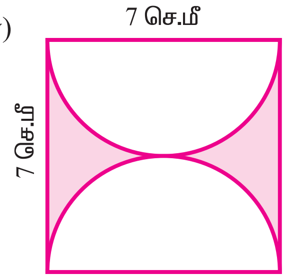


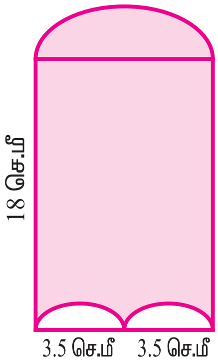
(ii)

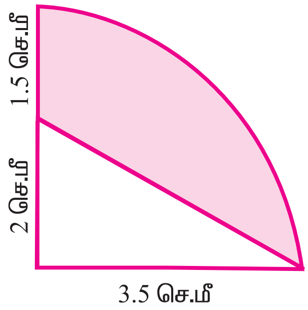


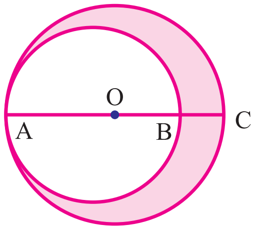
(iii)



(iv) 

(v) 

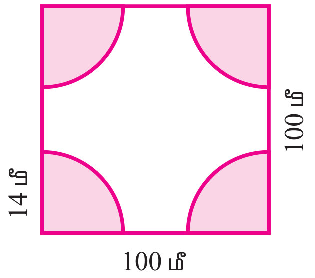
(vi) 

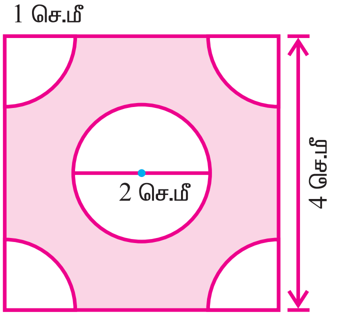


4. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் O என்பது பெரிய வட்டத்தின் மையம், AC = 54 செ.மீ, BC = 10 செ.மீ எனில் நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.

5. 40 மீ × 36 மீ அளவுகளையுடைய ஒரு செவ்வக வடிவ வயலின் ஒரு மூலையில் ஒரு பசு 14 மீ நீளமுள்ள கயிறு ஒன்றால் மேய்ச்சலுக்காக உட்புறமாகக் கட்டப்பட்டுள்ளது. பசு மேயாத பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.

6. 100 மீ பக்க அளவுள்ள சதுர வடிவ பூங்கா ஒன்றின் ஒவ்வொரு மூலையிலும் படத்தில் காட்டியுள்ளபடி 14 மீ ஆரமுள்ள கால் வட்ட வடிவிலான மலர்ப் படுகைகள் அமைந்துள்ளன. எஞ்சியுள்ள பூங்கா பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.

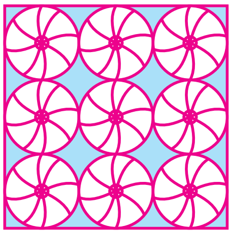




7. படத்தின் நான்கு மூலைகளும் கால் வட்டப் பகுதிகளாகும். அதன் மையத்தில் 2 செ.மீ விட்டமுள்ள ஒரு வட்டம் உள்ளது. நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.

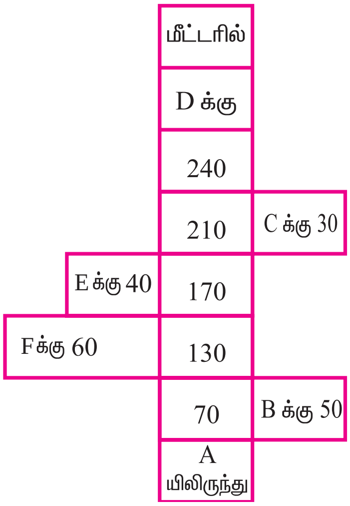
8. ABCD என்ற செவ்வக வடிவிலான ஒரு தாளின் அளவுகள் AB = 20 செ.மீ, BC = 14 செ.மீ என உள்ளன. BC ஐ விட்டமாகக் கொண்ட ஒரு அரை வட்டப்பகுதி அதிலிருந்து வெட்டி எடுக்கப்படுகிறது. எஞ்சியுள்ள பகுதியின் பரப்பளவைக்காண்க.

9. ஒரு சதுர வடிவ கைக்குட்டையில், ஒன்பது வட்ட வடிவமைப்புகள் ஒவ்வொன்றும் 7 செ.மீ ஆரமுள்ளதாகத் தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது. வட்டப் பகுதிகளைத் தவிர்த்து கைக்குட்டையில் எஞ்சியுள்ள பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.

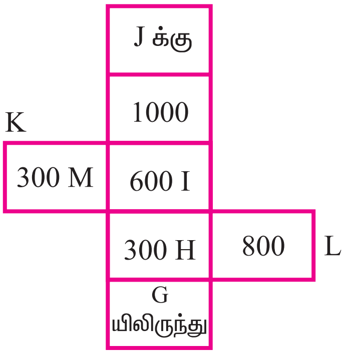


10. நில அளவையாளரின் நோட்டுப் புத்தகத்திலுள்ள பின்வரும் குறிப்புகளிலிருந்து உதவிப் படம் வரைந்து அவற்றின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.

(i)



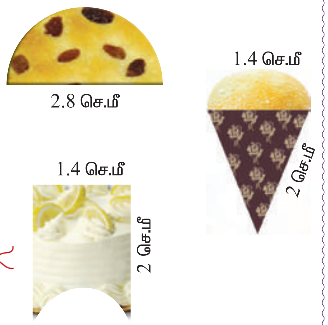
(ii)



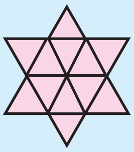
செய்து பார்

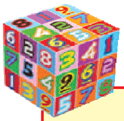
உங்களால் எறும்புக்கு உதவ முடியுமா ?

வெவ்வேறு வடிவங்களில் தரையில் சிதறிக் கிடக்கும் உணவுத் துண்டுகளைச் சுற்றி ஓர் எறும்பு ஊர்கின்றது. அது எந்த உணவுத் துண்டைச் சுற்றி வரும்போது மிகக் குறுகிய மற்றும் மிக நீண்ட சுற்று எடுக்க நேரும்?



எத்தனை முக்கோணங்கள் உள்ளன எனக் கண்டுபிடி.

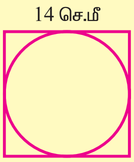




முயற்சி செய்

எது சிறியது?

சதுரத்தின் சுற்றளவு அல்லது சதுரம் உள்ளடக்கிய வட்டத்தின் சுற்றளவு?



கருத்துச் சுருக்கம்

- வட்டத்தின் மையக் கோணம் 360° ஆகும்.
- அரைவட்டத்தின் சுற்றளவு $= (\pi + 2) \times r$ அலகுகள்.
- அரைவட்டத்தின் பரப்பளவு $= \frac{\pi r^2}{2}$ ச.அலகுகள்.
- அரைவட்டத்தின் மையக் கோணம் 180° ஆகும்.
- கால் வட்டத்தின் சுற்றளவு $= \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) \times r$ அலகுகள்.
- கால் வட்டத்தின் பரப்பளவு $= \frac{\pi r^2}{4}$ ச. அலகுகள்.
- கால் வட்டத்தின் மையக் கோணம் 90° ஆகும்.
- கூட்டு உருவத்தின் சுற்றளவு அதன் எல்லையின் நீளம் ஆகும்.
- பலகோணம் என்பது 'n' நேர் கோட்டுத் துண்டுகளால் வடிவமைக்கப்பட்ட மூடிய தள உருவமாகும்.
- பலகோணத்தின் பக்கங்களும் கோணங்களும் சமமாக இருப்பின் அப்பலகோணம் ஓர் ஒழுங்கு பலகோணம் ஆகும்.
- பெரும்பான்மையான கூட்டு உருவங்கள் ஒழுங்கற்ற பலகோணங்களாகும். இவற்றைத் தெரிந்த தள உருவங்களாகப் பிரிக்கலாம்.

வடிவியல்

3

3.1 அறிமுகம்

3.2 முக்கோணத்தின் பண்புகள்

3.3 சர்வசம முக்கோணங்கள்

3.1 அறிமுகம்

வடிவியலைக் கிறிஸ்து பிறப்பதற்கு 1000 ஆண்டுகளுக்கு முன்பே எகிப்தியர்கள் உருவாக்கிப் பயன்படுத்தி உள்ளனர். அவர்கள் தங்களின் நிலங்களை நைல் நதியின் வெள்ளத்திற்குப் பின் அடையாளம் காண வடிவியலைப் பயன்படுத்தினர். கிரேக்கர்கள் வடிவியலில் தேவையான அடிப்படைக் கோட்பாடுகளை உருவாக்கித் தர்க்க ரீதியான பல நிரூபணங்களைக் கண்டறிந்தனர்.

வடிவியல் நம் தினசரி வாழ்வில் பல இடங்களில் முக்கியமாகப் பங்காற்றுகிறது. உதாரணமாகக் கோள வடிவப் பந்துகள், அறுகோண வடிவத் தேன் கூடு, செவ்வக வடிவ நீர்த்தேக்கத் தொட்டிகள் மற்றும் உருளை வடிவக் கிணறுகள் உட்படப் பலவற்றை நம் வாழ்வில் காணலாம். வடிவியலின் நடைமுறைப் பயன்பாட்டிற்கு மிகச் சிறந்த உதாரணமாக எகிப்தியர்களின் பிரமிடுகள் திகழுகின்றன. மேலும் வெவ்வேறு துறைகளில் வடிவியலின் எண்ணிலடங்கா செய்முறைப் பயன்பாடுகள் உள்ளன. அவற்றில் சில இயற்பியல், வேதியியல், வடிவமைப்பியல், கட்டிடக்கலையியல், பொறியியல் மற்றும் தடயவியல் ஆகும்.

கிரேக்க மொழிச் சொல்லான ஜியோ (பூமி), மெட்ரி (அளவீடு)இல் இருந்து வடிவியல் எனும் பொருள் கொண்ட ஜியோமெட்ரி பெறப்பட்டது, கணிதத்தின் ஒரு பிரிவான வடிவியல், பொருட்களின் வடிவம், அளவு, நிலை மற்றும் பிற பண்புகளைப் பற்றி அறிவதாகும்,

நாம் ஏழாம் வகுப்பில் இணைகோடுகள், குறுக்கு வெட்டிகள், கோணங்கள், ஒத்த மற்றும் ஒன்று விட்ட கோணங்கள் ஆகியவற்றைப் பற்றிப் படித்துள்ளோம். மேலும் முக்கோணத்தின் கோணங்களின் கூடுதல் பண்பினைப் பற்றியும் படித்துள்ளோம்.

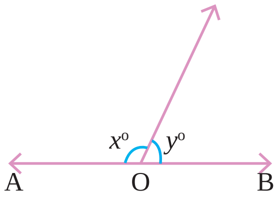
யூக்ளிட்
வடிவியலின் தந்தை

"மாபெரும் கிரேக்கக் கணித மேதை யூக்ளிட் வடிவியலில் தர்க்க அடிப்படையிலான சிந்தனைக்கு வித்திட்டவராவார். யூக்ளிட் கிறிஸ்து பிறப்பதற்கு 300 ஆண்டுகளுக்கு முன்பே வடிவியல் பற்றிய பல்வேறு தகவல்களைத் திரட்டி 13 புத்தகங்களாக வெளியிட்டுள்ளார். இப்புத்தகங்கள் யூக்ளிட் எலமன்ட்ஸ் என்று அழைக்கப் படுகிறது. யூக்ளிட், 'முழுமை அதன் எந்தப் பகுதிகளை விடவும் பெரியதாகும்' என்றார்.

இவற்றைக் கீழ்க்காணும் பயிற்சி மூலம் நினைவு கூர்வோம்.

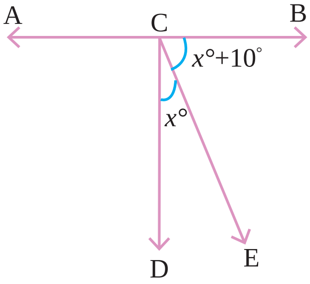
திருப்புதல் பயிற்சி

1. படம் 3.1 இல், $x^\circ = 128^\circ$ எனில் y° இன் மதிப்பைக் காண்க.



படம் 3.1

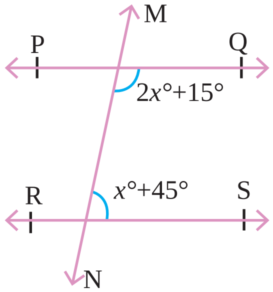
2. படம் 3.2 இல், $\angle ACD = 90^\circ$ எனில் $\angle BCE$ மற்றும் $\angle ECD$ஐக் காண்க.



படம் 3.2

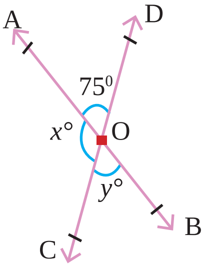
3. ஒரு முக்கோணத்தின் இரு கோணங்கள் 43° மற்றும் 27° எனில் மூன்றாவது கோணத்தைக் காண்க.

4. படம் 3.3 இல், PQ || RS எனில். x° இன் மதிப்பைக் காண்க.



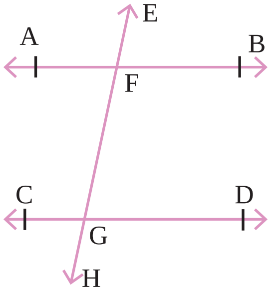
படம் 3.3

5. படம் 3.4 இல், AB மற்றும் CD எனும் கோடுகள் ‘O’ எனும் புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்கின்றன. x°, y° இன் மதிப்புகளைக் காண்க.



படம் 3.4

6. படம் 3.5 இல், AB || CD எனில் கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.



படம் 3.5

(i) $\angle EFB$ மற்றும் $\angle FGD$ ஆகியன .... கோணங்கள்.

(ii) $\angle AFG$ மற்றும் $\angle FGD$ ஆகியன .... கோணங்கள்.

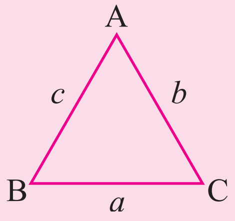
(iii) $\angle AFE$ மற்றும் $\angle FGC$ ஆகியன .... கோணங்கள்.

3.2 முக்கோணத்தின் பண்புகள்

ஒரு தளத்தில் மூன்று கோட்டுத் துண்டுகளால் அடைபடும் உருவம் முக்கோணம் ஆகும்.

இதனை ‘Δ’ என்ற குறியீட்டின் மூலம் குறிப்பிடலாம்.

முக்கோணம் ABC இல், உச்சிகள் A, B, C க்கு எதிரேயுள்ள பக்கங்கள் முறையே a, b, c என்று குறிப்பிடப்படும்.



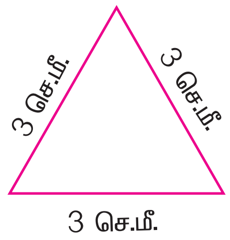
படம் 3.6

3.2.1 முக்கோணத்தின் வகைகள்

முக்கோணங்கள் அவற்றின் பக்கங்கள், கோணங்கள் ஆகியவற்றைப் பொறுத்து வகைப்படுத்தப்படுகின்றன.

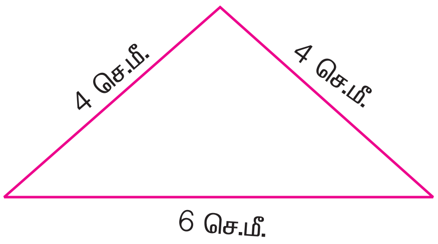
பக்கங்களைப் பொறுத்து:

(அ) சமபக்க முக்கோணம்



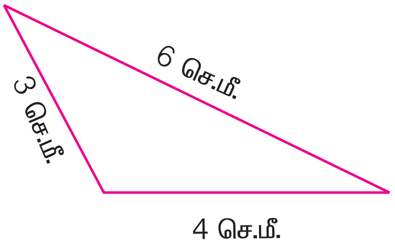
மூன்று பக்கங்களும் சமம்

(ஆ) இரு சமபக்க முக்கோணம்



இரு பக்கங்கள் சமம்

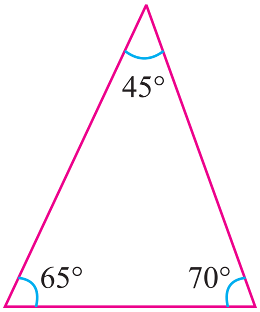
(இ) அசமபக்க முக்கோணம்



அனைத்துப்பக்கங்களும் வெவ்வேறானவை

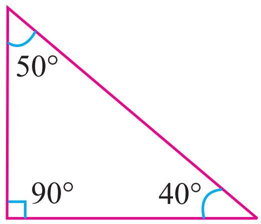
கோணங்களைப் பொறுத்து:

(ஈ) குறுங்கோண முக்கோணம்



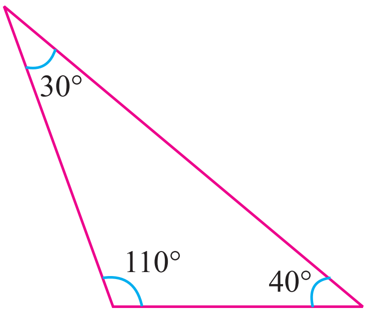
மூன்றும் குறுங்கோணங்கள்

(உ) செங்கோண முக்கோணம்



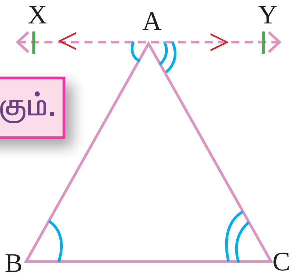
ஒரு செங்கோணம்

(ஊ) விரிகோண முக்கோணம்



ஒரு விரிகோணம்

3.2.2 முக்கோணத்தின் கோணங்களின் கூடுதல் பண்பு



படம் 3.7

தேற்றம் 1

ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் 180° ஆகும்.

தரவு : ABC ஒரு முக்கோணம்.

நிறுவ வேண்டியது : $\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = 180^\circ$

அமைப்பு : BC க்கு இணையாக A வழியே XY ஐ வரைக.

நிரூபணம் :

கூற்று	காரணம்
(i) BC ∥ XY , AB ஒரு குறுக்குவெட்டி $\therefore \angle ABC = \angle XAB$	ஒன்று விட்ட கோணங்கள்.
(ii) AC ஒரு குறுக்குவெட்டி $\angle BCA = \angle YAC$	ஒன்று விட்ட கோணங்கள்.
(iii) $\angle ABC + \angle BCA = \angle XAB + \angle YAC$	(i), (ii) ஐக் கூட்ட
(iv) $(\angle ABC + \angle BCA) + \angle CAB = (\angle XAB + \angle YAC) + \angle CAB$	இருபுறமும் $\angle CAB$ ஐக் கூட்ட.
(v) $\therefore \angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = 180^\circ$	நேர்க்கோணம்.

எனவே, முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் 180° என நிறுவப்பட்டது.

முடிவுகள்

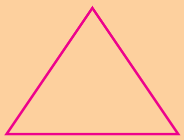
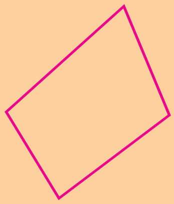
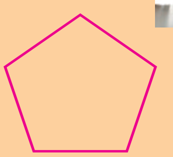
(i) மூன்று பக்கங்களைக் கொண்ட பலகோணம் முக்கோணம் ஆகும்.

(ii) எந்த ஒரு பலகோணமும் அவற்றின் மூலை விட்டங்களை இணைக்கும்போது பல முக்கோணங்களாகப் பகுக்கப்படுகிறது.

(iii) பலகோணத்தில் உட்கோணங்களில் கூடுதல் = $(n - 2)\ 180^\circ$.

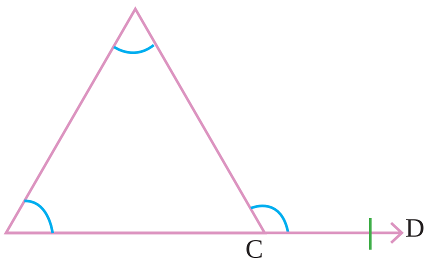
இங்கு, n என்பது பக்கங்களின் எண்ணிக்கை ஆகும்.

செய்து பார்

படம்			
பக்கங்களின் எண்ணிக்கை	3	4	5
வகைப்பாடு	முக்கோணம்	நாற்கரம்	ஐங்கோணம்
கோணங்களின் கூடுதல்			

தேற்றம் 2

> முக்கோணத்தின் ஏதேனும் ஒரு பக்கத்தை நீட்டினால் ஏற்படும் முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணமானது அதன் உள்ளெதிர்க் கோணங்களின் கூடுதலுக்குச் சமமாகும்.



படம் 3.8

தரவு : ABC ஒரு முக்கோணம்.

BC ஆனது D வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது.

நிறுவ வேண்டியது : $\angle ACD = \angle ABC + \angle CAB$

நிரூபணம் :

கூற்று	காரணம்
(i) ΔABC இல், $\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = 180^0$	முக்கோணத்தின் கோணங்களின் கூடுதல்.
(ii) $\angle BCA + \angle ACD = 180^0$	நேர்க்கோணம்
(iii) $\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = \angle BCA + \angle ACD$	(i), (ii) இலிருந்து
(iv) $\therefore \angle ABC + \angle CAB = \angle ACD$	(iii) இல் இருபுறமும் $\angle BCA$ ஐக் கொண்டு கழிக்க.
(v) வெளிக்கோணம் $\angle ACD$, உள்ளெதிர்க் கோணங்கள் $\angle ABC$, $\angle CAB$ ஆகியவற்றின் கூடுதலுக்குச் சமம்	நிறுவப்பட்டது.

முடிவுகள்

(i) ஒரு முக்கோணத்தில் சமபக்கங்களுக்கு எதிரேயுள்ள கோணங்கள் சமம்.

(ii) ஒரு முக்கோணத்தில் நீண்ட பக்கத்திற்கு எதிரே உள்ள கோணம் பெரியது.

எடுத்துக்காட்டு 3.1

முக்கோணம் ΔABC இல், $\angle A = 75^\circ, \angle B = 65^\circ$ எனில் $\angle C$ இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு

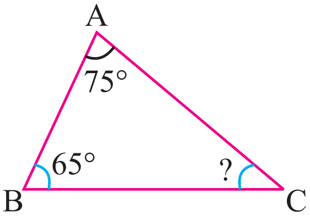
ΔABC இல் $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

$75^\circ + 65^\circ + \angle C = 180^\circ$

$140^\circ + \angle C = 180^\circ$

$\angle C = 180^\circ - 140^\circ$

$\therefore \angle C = 40^\circ$.



படம் 3.9

எடுத்துக்காட்டு 3.2

ΔABC இல், $\angle A = 70^\circ$ மற்றும் AB = AC எனில் மற்ற கோணங்களைக் காண்க.

தீர்வு

$\angle B = x^\circ$ மற்றும் $\angle C = y^\circ$ என்க.

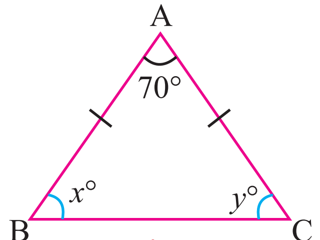
கணக்கு

ΔABC, ஒரு இரு சம பக்க முக்கோணம் எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

எனவே, $AC = AB$

$\angle B = \angle C$ [சம பக்கங்களுக்கு எதிரேயுள்ள கோணங்கள் சமம்]

$x^o = y^o$



படம் 3.10

ΔABCஇல், $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

$70^o + x^o + y^o = 180°$

$70^o + x^o + x^o = 180°$ $[\because x° = y°]$

$2x° = 180° - 70°$

$2x° = 110° \Rightarrow x° = \frac{110^o}{2} = 55°.$

எனவே $\angle B = 55°$ மற்றும் $\angle C = 55°$.

எடுத்துக்காட்டு 3.3

ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் விகிதங்கள் 5 : 4 : 3 எனில் கோண அளவுகளைக் காண்க.

தீர்வு

ΔABC இல், $\angle A : \angle B : \angle C = 5 : 4 : 3$

கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணத்தின் கோணங்களை $5x°$, $4x°$ மற்றும் $3x°$ என்க.

முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் 180° ஆகும்.

எனவே, $5x° + 4x° + 3x° = 180° \Rightarrow 12x° = 180°$

$x° = \frac{180^0}{12} = 15°.$

$5x° = 5\times15° = 75°$, $4x° = 4\times15° = 60°$, $3x° = 3\times15° = 45°$.

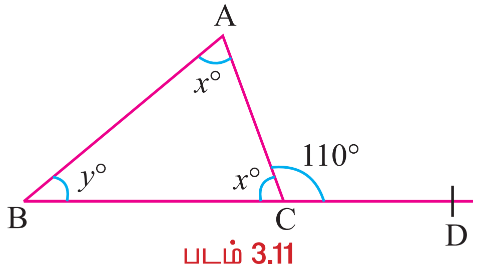
எனவே, கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்கள் 75°, 60° மற்றும் 45° ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.4

படம் 3.11 இல் முக்கோணம் ABC இன் கோணங்களைக் காண்க.

தீர்வு

BD ஒரு நேர்க்கோடு. நேர்க்கோட்டில் அமையும் கோணம் 180° ஆகும்.



படம் 3.11

எனவே, $x° + 110° = 180°$

$x° = 180° - 110°$

$x° = 70°$

ஒரு முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணம் உள்ளெதிர் கோணங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம்.

எனவே, $x° + y° = 110°$

$70° + y° = 110°$

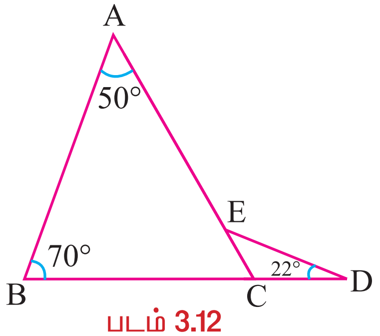
$$y^\circ = 110^\circ - 70^\circ = 40^\circ$$

ஆகவே, $x^\circ = 70^\circ$

மற்றும் $y^\circ = 40^\circ$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.5

படம் 3.12 இல், $\angle DEC$ இன் மதிப்பைக் காண்க.



படம் 3.12

தீர்வு

ஒரு முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணம் உள்ளெதிர் கோணங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம்.

ΔABCல், $\angle ACD = \angle ABC + \angle CAB$

$\therefore \angle ACD = 70^\circ + 50^\circ = 120^\circ$

எனவே, $\angle ACD = \angle ECD = 120^\circ$.

ΔECDல்,

$$\angle ECD + \angle CDE + \angle DEC = 180^0$$

(முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல்)

$$120^0 + 22^0 + \angle DEC = 180^0$$

$$\angle DEC = 180^\circ - 142^\circ$$

$$\angle DEC = 38^\circ$$

செய்து பார்

T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 மற்றும் T_6 என்ற ஆறு வகையான முக்கோணங்களையும் வரைக. ஒவ்வொன்றையும் ABC எனப் பெயரிடுக. உச்சி A,B,Cக்கு எதிரேயுள்ளப் பக்கங்களை முறையே a, b, c எனக் கொள்க.

பக்கங்களை அளந்து அட்டவணையை நிரப்புக.

Δ இன் வரிசை எண்	a (செ.மீ)	b (செ.மீ)	c (செ.மீ)	$(c+a) > b$ சரியா / தவறா	$(a+b) > c$ சரியா / தவறா	$(b+c) > a$ சரியா / தவறா
T_1						
T_2						
T_3						
T_4						
T_5						
T_6						

அட்டவணையிலிருந்து நீ என்ன அறிகிறாய்?

தேற்றம் 3 முக்கோணத்தின் சமனின்மைப் பண்பு

ஒரு முக்கோணத்தின் ஏதேனும் இரு பக்க அளவுகளின் கூடுதல் மூன்றாவது பக்க அளவை விட அதிகமாகும்.

சரிபார்த்தல் :

முக்கோணம் ABC இல், BC=12 செ.மீ., AB=8 செ.மீ., AC = 9 செ.மீ. எனக் கொள்வோம்.

(i) AB = 8 செ.மீ., BC + CA = 21 செ.மீ.

(ii) BC = 12 செ.மீ., CA + AB = 17 செ.மீ.

(iii) CA = 9 செ.மீ., AB + BC = 20 செ.மீ.

மேலும்,

(i) AB + BC > CA

(ii) BC + CA > AB

(iii) CA + AB > BC

செய்து பார்

3 செ.மீ., 4 செ.மீ. மற்றும் 5 செ.மீ நீளமுள்ள உறிஞ்சுக் குழாய்களைக் கொண்டு முக்கோணம் உருவாக்குங்கள். இதுபோல் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வெவ்வேறு அளவுகள் கொண்டு முக்கோணம் உருவாக்குங்கள்.

(i) 5 செ.மீ, 7செ.மீ மற்றும் 11 செ.மீ.

(ii) 5 செ.மீ, 7 செ.மீ மற்றும் 14 செ.மீ.

(iii) 5 செ.மீ, 7 செ.மீ மற்றும் 12 செ.மீ.

இதிலிருந்து உங்கள் முடிவை எழுதுங்கள்?

எனவே, ஒரு முக்கோணத்தின் ஏதேனும் இரு பக்க அளவுகளின் கூடுதல் மூன்றாவது பக்க அளவை விட அதிகம் என அறியப்பட்டது.

எடுத்துக்காட்டு 3.6

கீழ்க்கண்டவற்றில் எவை முக்கோணத்தின் பக்கங்களாகும்?

(i) 23செ.மீ., 17 செ.மீ., 8செ.மீ. (ii) 12 செ.மீ., 10 செ.மீ., 25 செ.மீ.

(iii) 9 செ.மீ., 7 செ.மீ., 16 செ.மீ.

தீர்வு

(i) தரப்பட்டுள்ள பக்க நீளங்கள் 23செ.மீ., 17செ.மீ., 8 செ.மீ. ஆகும்.

$23 + 17 > 8$, $17 + 8 > 23$ மற்றும் $23 + 8 > 17$.

$\therefore$ 23 செ.மீ., 17 செ.மீ., 8 செ.மீ. ஆகியன முக்கோணத்தின் பக்க அளவுகளாகும்.

(ii) தரப்பட்டுள்ள பக்க நீளங்கள் 12 செ.மீ., 10 செ.மீ., 25 செ.மீ. ஆகும்.

இங்கு 12 + 10 என்பது 25ஐ விடப் பெரியதல்ல. அதாவது $12 + 10 \not> 25$

$\therefore$ 12 செ.மீ., 10 செ.மீ., 25 செ.மீ.. ஒரு முக்கோணத்தை அமைக்காது.

(iii) தரப்பட்டுள்ள பக்க அளவுகள் 9 செ.மீ., 7 செ.மீ., 16 செ.மீ. ஆகும்.

இங்கு 9 + 7 என்பது 16ஐ விடப் பெரியதல்ல.

அதாவது $9 + 7 = 16$, $9 + 7 \not> 16$

$\therefore$ 9 செ.மீ., 7 செ.மீ., 16 செ.மீ. ஒரு முக்கோணத்தை அமைக்காது.

முடிவுகள்

(i) $c + a > b \implies b < c + a \implies b - c < a$

(ii) $b + c > a \implies a < b + c \implies a - b < c$

(iii) $a + b > c \implies c < a + b \implies c - a < b$

மேற்கண்ட முடிவிலிருந்து, ஒரு முக்கோணத்தில் ஏதாவது இரு பக்க அளவுகளின் வித்தியாசம் மூன்றாவது பக்க அளவைவிடக் குறைவாக இருக்கும்.

பயிற்சி 3.1

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

   (i) கீழ்க்கண்டவற்றில் எவை ஒரு முக்கோணத்தின் கோணங்களாக அமையும் ?

   (A) 35°, 45°, 90° (B) 26°, 58°, 96° (C) 38°, 56°, 96° (D) 30°, 55°, 90°

   (ii) கீழ்க்கண்டவற்றில் எது சரியான கூற்று ?

   (A) சமபக்க முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களும் சமம்.

   (B) இரு சமபக்க முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களும் சமம்.

   (C) மூன்று சம கோணங்களைக் கொண்ட முக்கோணம் சமபக்க முக்கோணம் அல்ல.

   (D) அசமபக்க முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களும் சமம்.

   (iii) ஒரு முக்கோணத்தின் இரு வெளிக்கோணங்கள் 130°, 140° எனில் மூன்றாவது வெளிக்கோணம் ___________

   (A) 90° (B) 100° (C) 110° (D) 120°

   (iv) கீழ்க்காணும் பக்க அளவுகளில் எது முக்கோணத்தை அமைக்கும் ?

   (A) 11 செ.மீ., 4 செ.மீ., 6 செ.மீ. (B) 13 செ.மீ., 14 செ.மீ., 25 செ.மீ.

   (C) 8 செ.மீ., 4 செ.மீ., 3 செ.மீ. (D) 5 செ.மீ., 16 செ.மீ., 5 செ.மீ.

   (v) கீழ்க்காணும் கோண அளவுகளில் எது செங்கோண முக்கோணத்தை அமைக்கும் ?

   (A) 24°, 66° (B) 36°, 64° (C) 62°, 48° (D) 68°, 32°

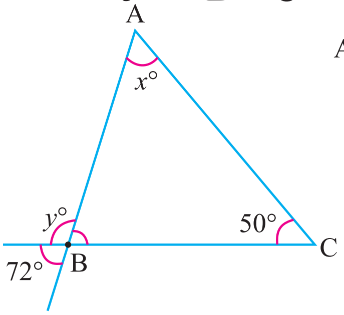
2. ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்கள் $(x-35)^\circ$, $(x-20)^\circ$ மற்றும் $(x+40)^\circ$ எனில் அம்முக்கோணத்தின் கோண அளவுகளைக் காண்க.

3. ΔABC இல் $\angle A$ ஆனது $\angle B$ ஐ விட 24° அதிகம். மேலும் $\angle C$ இன் வெளிக்கோணம் 108° எனில் ΔABC இன் கோணங்களைக் காண்க.

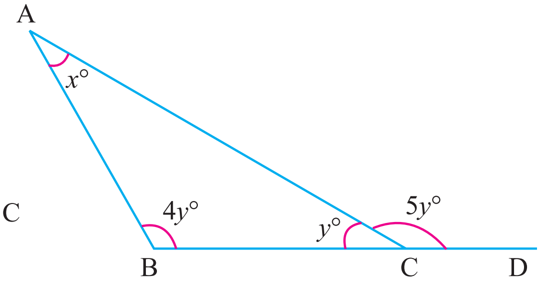
4. ΔABC இல் $\angle B$ மற்றும் $\angle C$ இன் இரு சமவெட்டிகள் O வில் சந்திக்கின்றன எனில்,

   $\angle BOC = 90^\circ + \frac{\angle A}{2}$ என நிறுவுக.

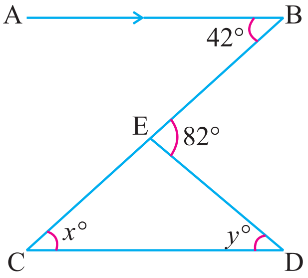
5. கீழ்க்காணும் முக்கோணங்களில் x° மற்றும் y° இன் மதிப்புகளைக் காண்க:



(i)

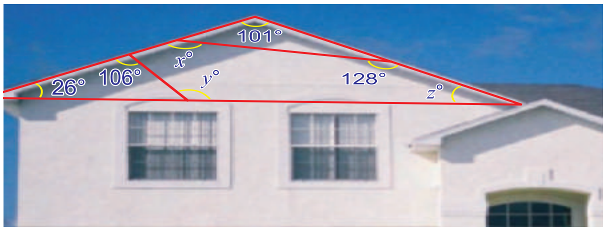


(ii)



(iii)

6. படத்திலிருந்து x°, y° மற்றும் z° இன் மதிப்புகளைக் காண்க.



கணிதம்

3.3 சர்வசம முக்கோணங்கள்

நாம் சர்வசமம் என்கிற வடிவியல் தன்மையைப் பற்றிக் காண்போம்.

சர்வசமத் தன்மையைப் புரிந்து கொள்ளக் கீழ்க்காணும் செயலைச் செய்வோம்.

செய்து பார்

இரு பத்து ரூபாய்த் தாள்களை எடுத்துக்கொள். ஒன்றின் மீது மற்றொன்றை வை. என்ன அறிகிறாய்?

ஒன்று மற்றொன்றை முழுவதுமாகவும் சரியாகவும் மறைக்கின்றது.

மேற்கண்ட செயலின் மூலம் உருவங்கள் ஒரே வடிவமும் அளவும் கொண்டுள்ளன என அறிகிறோம்.

பொதுவாக, இரண்டு உருவங்கள் ஒரே வடிவமும் அளவும் கொண்டிருந்தால் அவை சர்வசமம் எனலாம்.

செய்து பார்

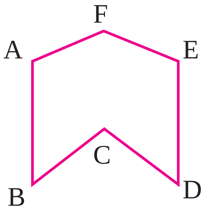
கீழ்க்காணும் பொருள்களில் எவை சர்வசமத் தன்மை உடையவை எனக் காண்க.

அ) ஒரே மதிப்புடைய அஞ்சல் வில்லைகள்

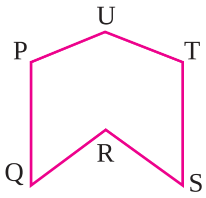
ஆ) ஒரே பாக்கெட்டில் உள்ள பிஸ்கட்டுகள்

இ) ஒரே பாக்கெட்டில் உள்ள சவர பிளேடுகள்

கீழ்க்காணும் தள உருவங்களைக் கருத்தில் கொள்வோம்.



படம் 3.13



படம் 3.14

இவை இரண்டும் சர்வசமமா என்பதை எப்படி அறிவது?

நாம் ஒன்றின் மேல் ஒன்று பொருத்தும் முறை மூலம் அறியலாம்.

படி 1 : மை அச்சுத்தாளைப் பயன்படுத்தி படம் 3.13 ஐ படி எடுக்கவும்.

படி 2 : படி எடுத்த படத்தை படம் 3.14 இன் மீது வளைக்காமலும், மடிக்காமலும் மற்றும் நீட்டாமலும் பொருத்தவும்.

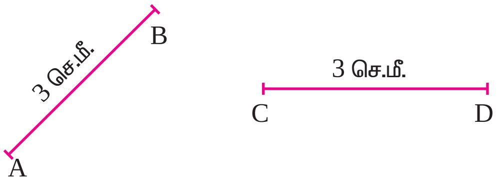
படி 3 : ஒன்று மற்றொன்றின் மீது சரியாகப் பொருந்துகிறது.

எனவே, இவ்விரு தள உருவங்களும் சர்வசமம் ஆகும்.

சர்வசமம்: இரு தள உருவங்கள் ஒன்றின் மீது ஒன்று சரியாகப் பொருந்தினால் அவை சர்வசமம் எனப்படும். இதை '≡' என்ற குறியீட்டின் மூலம் குறிக்கலாம்.

3.3.1 (அ) சர்வசம நேர்கோடுகள்

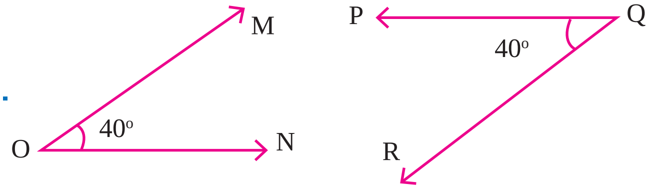
இரு கோட்டுத் துண்டுகளின் நீளம் சமம் எனில் அவை சர்வசமம் ஆகும்.



இங்கு, AB என்ற கோட்டுத்துண்டின் நீளம், CD என்ற கோட்டுத்துண்டின் நீளத்திற்குச் சமம். எனவே, $\overline{AB} \equiv \overline{CD}$.

(ஆ) சர்வசமக் கோணங்கள்

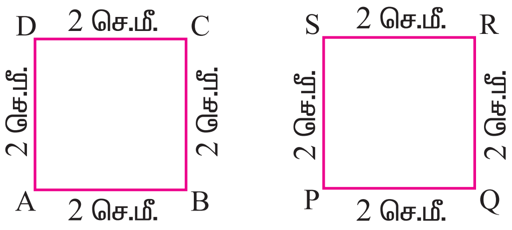
சம கோண அளவுள்ள இருகோணங்கள் சர்வசமம் ஆகும்.



இங்கு கோண அளவுகள் சமம். எனவே, $\angle MON \equiv \angle PQR$.

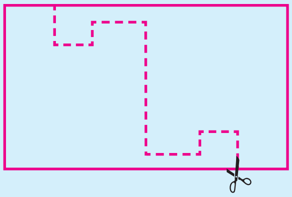
(இ) சர்வசமச் சதுரங்கள்

சம பக்க அளவுடைய சதுரங்கள் சர்வசமம் ஆகும்.



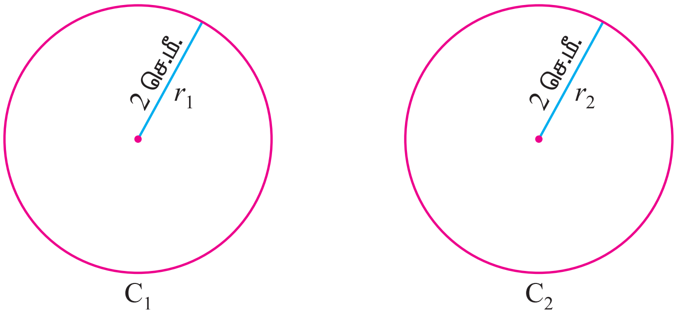
இங்கு, சதுரம் ABCD இன் பக்க அளவுகள், சதுரம் PQRS இன் பக்க அளவுகளுக்குச் சமம்.
எனவே, சதுரம் ABCD ≡ சதுரம் PQRS

அருகில் உள்ள வடிவத்தில் உள்ள புள்ளியிட்ட கோடுகள் வழியே வெட்டி எடுக்கவும். வெட்டினால் இரு துண்டுகள் கிடைக்கும். இரு துண்டுகளைப் பற்றி நீ என்ன தெரிந்து கொள்கிறாய்.



(ஈ) சர்வசம வட்டங்கள்

சம ஆர அளவுடைய வட்டங்கள் சர்வசமம் ஆகும்.



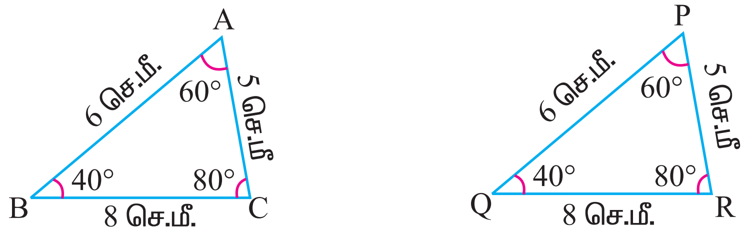
கணக்கு

வட்டம் C_1 இன் ஆரம், வட்டம் C_2 இன் ஆரத்திற்குச் சமம்.

$\therefore$ வட்டம் $C_1 \equiv$ வட்டம் C_2

மேற்கூறிய நான்கு சர்வசமத் தன்மைகளும் நம்மை சர்வசம முக்கோணம் பற்றி அறியத் தூண்டுகிறது.

கீழ்க்காணும் இரு முக்கோணங்களைக் கருதுவோம்.



இப்போழுது ΔABC ஐ ΔPQR இன் மீது பொருத்தும் போது உச்சி A உச்சி P இன் மீதும், உச்சி B உச்சி Q இன் மீதும், உச்சி C உச்சி R இன் மீதும் சரியாக பொருந்துகிறது. மேலும் ஒத்த பக்கங்கள் மற்றும் ஒத்த கோணங்கள் மிகச் சரியாகப் பொருந்துகிறது.

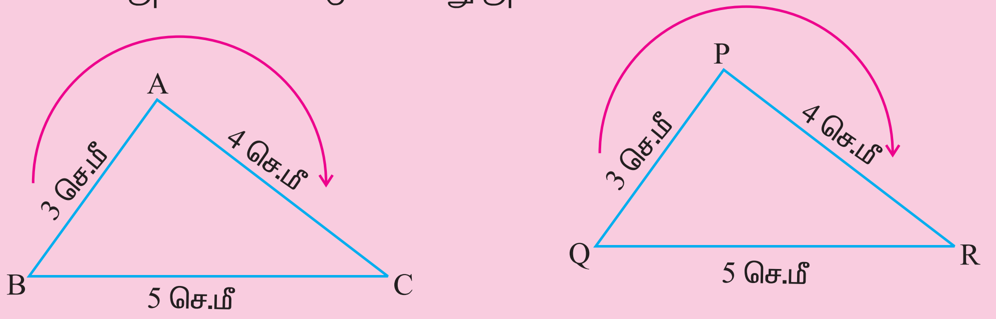
ΔABC, ΔPQR இன் ஒத்த பகுதிகளை கீழ்க்கண்டவாறு அட்டவணைப்படுத்தலாம்.

ஒத்த உச்சிகள்	ஒத்த பக்கங்கள்	ஒத்த கோணங்கள்
$A \longleftrightarrow P$	$AB = PQ$	$\angle A = \angle P$
$B \longleftrightarrow Q$	$BC = QR$	$\angle B = \angle Q$
$C \longleftrightarrow R$	$CA = RP$	$\angle C = \angle R$

3.3.2 சர்வசம முக்கோணங்கள்

இரு முக்கோணங்களில் ஏதேனும் ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களும் மூன்று கோணங்களும் முறையே மற்றொன்றின் மூன்று பக்கங்களுக்கும் மூன்று கோணங்களுக்கும் சமம் எனில் அவை சர்வசம முக்கோணங்கள் எனப்படும்.

குறிப்பு: இரு முக்கோணங்களின் சர்வசமத் தன்மையைக் குறிக்கும்பொழுது, உச்சிகளின் வரிசை சரியாக அமைய வேண்டும் என்பது அவசியம்.



$\Delta ABC \equiv \Delta PQR$ என்பதனை $\Delta BAC \equiv \Delta QPR$, $\Delta CBA \equiv \Delta RQP$ எனவும் எழுதலாம். கடிகாரமுள் சுற்றுவதன் எதிர்த் திசை வரிசையிலும் அதன் உச்சிகளை எழுதலாம்.

3.3.3 முக்கோணங்கள் சர்வசமமாக இருக்க நிபந்தனைகள்

இரு முக்கோணங்கள் சர்வசமம் எனில் அதன் ஆறு சோடி ஒத்த பகுதிகள் (மூன்று சோடி பக்க அளவுகளும், மூன்று சோடி கோண அளவுகளும்) சமம்.

ஆனால் சில சமயங்களில் சர்வசமத் தன்மையை அறிய மூன்று சோடிகளின் ஒத்த பகுதியை ஆராய்ந்தால் போதுமானது. அவை அடிப்படைக் கொள்கைகளாகத் தரப்பட்டுள்ளன.

அவற்றில் நான்கு வகையான அடிப்படைக் கொள்கைகளை இங்கு காணலாம்.

அடிப்படைக் கொள்கை: உண்மையாக நிரூபிக்கப்படாமல் ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்ட கூற்று அடிப்படைக் கொள்கையாகும்

இக்கொள்கைகள் சர்வசம முக்கோணங்களை அடையாளம் காண உதவும்.

ப – பக்கத்தினையும், கோ – கோணத்தினையும், செ – செங்கோணத்தினையும், க – கர்ணத்தினையும் குறிப்பதாகக் கொண்டால்

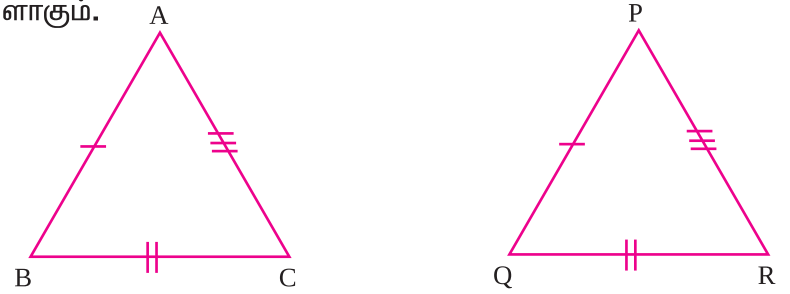
பல்வேறு அடிப்படைக் கொள்கைகளாவன:

(i) ப–ப–ப அடிப்படைக் கொள்கை (ii) ப–கோ–ப அடிப்படைக் கொள்கை

(iii) கோ–ப–கோ அடிப்படைக் கொள்கை (iv) செ–க–ப அடிப்படைக் கொள்கை

(i) ப–ப–ப அடிப்படைக் கொள்கை

ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்கள் முறையே மற்றொரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களுக்குச் சமம் எனில் அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வசம முக்கோணங்களாகும்.



$AB = PQ$, $BC = QR$ மற்றும் $CA = RP$ என்றுள்ளவாறு ΔABC, ΔPQR ஐக் கருதுவோம்.

ΔABC ஐப் படி எடுத்து பக்கம் AB ஐப் பக்கம் PQ இன் மீதும் , பக்கம் BC ஐப் பக்கம் QR இன் மீதும் மற்றும் பக்கம் CA ஐப் பக்கம் RP இன் மீதும் சரியாகப் பொருந்துமாறு ΔPQR இன் மீது பொருத்துக.

உச்சி A ஆனது உச்சி P இன் மீதும், உச்சி B ஆனது உச்சி Q இன் மீதும் உச்சி C ஆனது உச்சி R இன் மீதும் சரியாகப் பொருந்துகிறது.

எனவே, இரு முக்கோணங்களும் ஒன்றன் மீது ஒன்று சரியாகப் பொருந்துகிறது.

$$\therefore \Delta ABC \equiv \Delta PQR.$$

மேலும், $AB = PQ$, $BC = QR$, $CA = RP$.

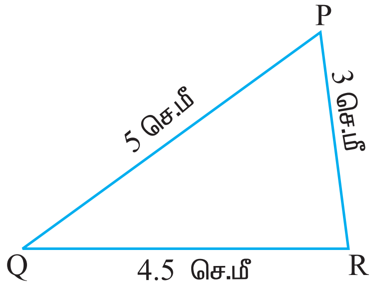
இதை $\dfrac{AB}{PQ} = \dfrac{BC}{QR} = \dfrac{CA}{RP} = 1$ எனவும் எழுதலாம்.

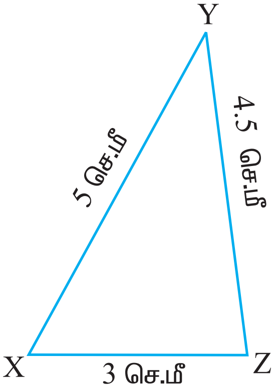
இந்த விகிதத்தின் அளவு 1ஆக இல்லை எனில் என்ன நிகழும்?

கணக்கு

எடுத்துக்காட்டு 3.7

கீழ்க்காணும் முக்கோணங்கள் ப–ப–ப அடிப்படைக் கொள்கையின்படி சர்வசமமா என ஆராய்க.





தீர்வு

ΔPQR மற்றும் ΔXYZ இன் பக்க அளவுகளை ஒப்பிடுக.

$PQ = XY = 5$ செ.மீ., $QR = YZ = 4.5$ செ.மீ. மற்றும் $RP = ZX = 3$ செ.மீ..

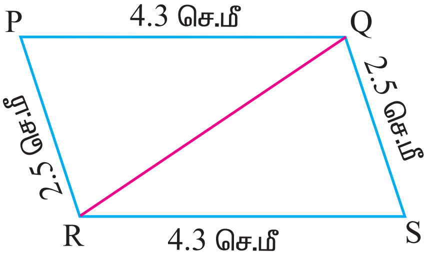
ΔPQRஐ ΔXYZ இன் மேல் பொருத்த உச்சி P உச்சி X இன் மீதும், உச்சி Q உச்சி Y இன் மீதும், உச்சி R உச்சி Z இன் மீதும் பொருந்துகிறது.

$\therefore \Delta PQR \equiv \Delta XYZ$ (ப–ப–ப கொள்கையின் படி)

எடுத்துக்காட்டு 3.8

PQRS ஒரு இணைகரம் $PQ = 4.3$ செ.மீ., $QS = 2.5$ செ.மீ. எனில் $\Delta PQR \equiv \Delta PSR$?

தீர்வு



ΔPQR மற்றும் ΔPSRஐக் கருத்தில் கொள்வோம்.

இங்கு, $PQ = SR = 4.3$ செ.மீ. மற்றும்

$PR = QS = 2.5$ செ.மீ.

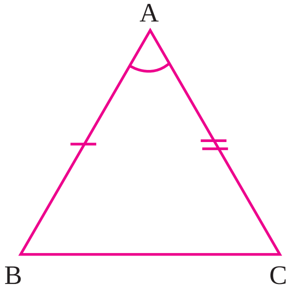
$PR = PR$ (பொது)

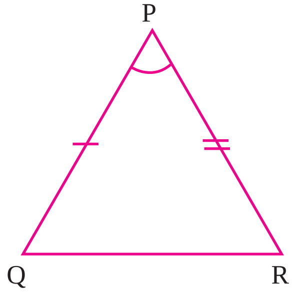
$\therefore \Delta PQR \equiv \Delta RSP$ (ப–ப–ப கொள்கையின் படி)

$\therefore \Delta PQR \not\equiv \Delta PSR$ (ΔRSP மற்றும் ΔPSR இன் வரிசை மாறி உள்ளது)

(ii) ப–கோ–ப அடிப்படைக் கொள்கை

ஒரு முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்களும் அவை உள்ளடக்கிய கோணமும் முறையே மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்களுக்கும் அவை உள்ளடக்கிய முக்கோணத்திற்கும் சமமெனில் அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வசம முக்கோணங்களாகும்.





AB = PQ, AC = PR மற்றும் உள்ளடங்கிய கோணம் BAC = உள்ளடங்கிய கோணம் QPR என்றுள்ளவாறு ΔABC மற்றும் ΔPQR ஐக் கருத்தில் கொள்வோம். ΔABC ஐ ΔPQR இன் மீது AB ஐ PQ இன் மீதும் AC ஐ PR இன் மீதும் அமையுமாறு பொருத்துக.

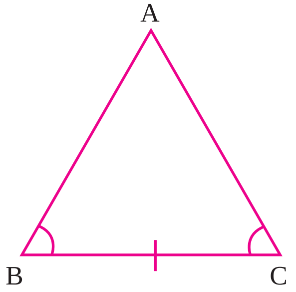
உச்சி A ஆனது உச்சி P இன் மீதும்,உச்சி B ஆனது உச்சி Q இன் மீதும், உச்சி C ஆனது உச்சி R இன் மீதும் சரியாகப் பொருந்துகிறது. ஏனெனில் AB = PQ, AC = PR.

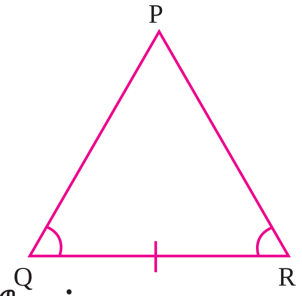
உச்சி B ஆனது உச்சி Q இன் மீதும் உச்சி C ஆனது உச்சி R இன் மீதும் அமைவதால் BC ஆனது QR இன் மீது பொருந்துகிறது. $\therefore \Delta ABC$ ஆனது ΔPQR இன் மீது பொருந்துகிறது.

எனவே, $\Delta ABC \equiv \Delta PQR$

(iii) கோ–ப–கோ அடிப்படைக் கொள்கை

ஒரு முக்கோணத்தின் இரு கோணங்களும் அவற்றால் இணைந்த பக்கமும் மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரு கோணங்களுக்கும் அவற்றால் இணைந்த பக்கத்திற்கும் சமமானால், அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வசம முக்கோணங்களாகும்.





ΔABC மற்றும் ΔPQR ஐக் கருத்தில் கொள்வோம்.

இங்கு, $BC = QR, \angle B = \angle Q, \angle C = \angle R$ ஆகும்.

மேற்பொருத்தும் முறையில் $\angle ABC$, $\angle PQR$ இன் மீதும்

$\angle BCA$, $\angle QRP$ மீதும் பொருந்துகிறது.

எனவே உச்சி B ஆனது உச்சி Q இன் மீதும்,

உச்சி C ஆனது உச்சி R இன் மீதும் அமைகின்றது.

எனவே, உச்சி A ஆனது உச்சி P இன் மீதும் சரியாகப் பொருந்துகிறது.

$\therefore \Delta ABC$, ΔPQR இன் மீது முழுவதுமாகப் பொருந்துகிறது.

எனவே, $\Delta ABC \equiv \Delta PQR$.

முக்கோணங்கள் சர்வசமமாக உள்ளதால் மீதமுள்ள ஒத்த பகுதிகள் சர்வசமம்.

அதாவது, AB = PQ, AC = PR மற்றும் $\angle A = \angle P$.

செய்து பார்

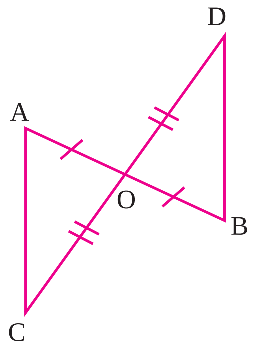
கீழ்க்காணும் பண்புகளைக் காகிதத் துண்டுகளின் மூலம் நிரூபி.

(i) ப – ப – ப (ii) கோ – ப – கோ

குறிப்பு: சர்வசம முக்கோணங்களின் ஒத்த பகுதிகள் சர்வசமம்.

எடுத்துக்காட்டு 3.9

AB மற்றும் CD ஆகிய கோட்டுத்துண்டுகள் O வில் இருசமக் கூறிடுகிறது எனில் AC = BD என நிறுவுக.



தீர்வு

தரவு : O என்பது AB மற்றும் CD இன் மையம்.

எனவே, AO = OB மற்றும் CO = OD

நிறுவப்பட வேண்டியது : AC = BD

நிரூபணம் : ΔAOC மற்றும் ΔBOD இல்

$AO = OB$ (தரவு)

$CO = OD$ (தரவு)

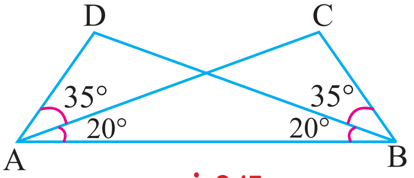
$\angle AOC = \angle BOD$ (எதிரெதிர்க் கோணங்கள்)

$\Delta AOC \equiv \Delta BOD$ (ப–கோ–ப கொள்கையின் படி)

எனவே, $AC = BD$ (ஒத்த பக்கங்கள்)

எடுத்துக்காட்டு 3.10

படம் 3.15 இல், $\Delta DAB \equiv \Delta CAB$ என நிறுவுக.



படம் 3.15

தீர்வு

ΔDAB மற்றும் ΔCAB ஐக் கருத்தில் கொள்க.

$\angle DAB = 35^\circ + 20^\circ = 55^\circ = \angle CBA$ (படத்தில் உள்ள படி)

$\angle DBA = \angle CAB = 20^\circ$ (தரவு)

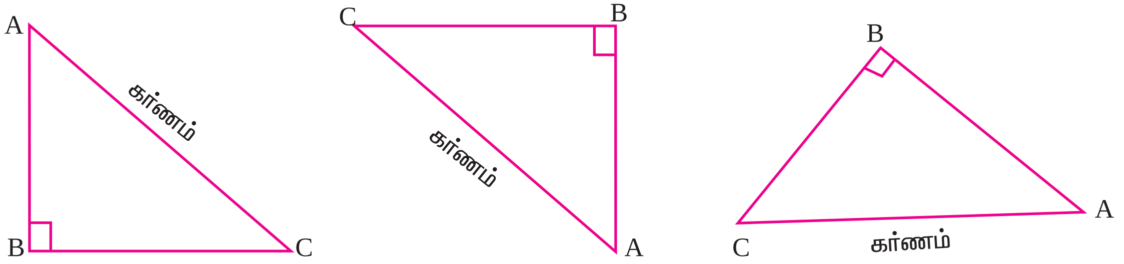
AB பொதுப் பக்கம்.

$\therefore \Delta DBA \equiv \Delta CAB$ (கோ–ப–கோ கொள்கையின் படி)

கர்ணம்

கர்ணம் என்றால் என்ன என்பதை அறிவீர்களா?

கர்ணம், செங்கோண முக்கோணத்துடன் தொடர்புடையது.



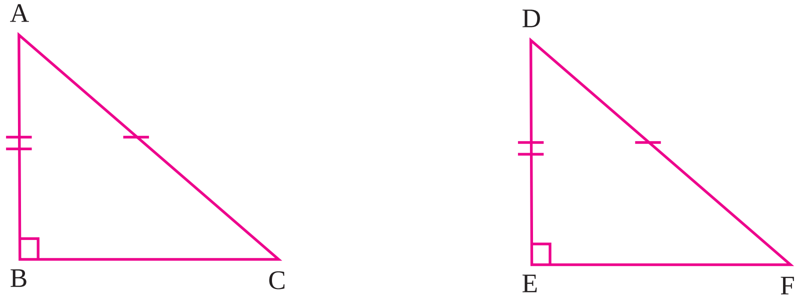
செங்கோண முக்கோணம் ABCஐக் கருதுவோம். இதில் $\angle B$ செங்கோணம்.

செங்கோணத்தின் எதிர்ப் பக்கம் கர்ணம் ஆகும்.

எனவே, AC கர்ணம் ஆகும்.

(iv) செ–க–ப அடிப்படைக் கொள்கை

ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணமும் செங்கோணத்தை உள்ளடக்கியப் பக்கங்களில் ஒன்றும் முறையே மற்றொரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணத்திற்கும் செங்கோணத்தை உள்ளடக்கியப் பக்கங்களில் ஒன்றுக்கும் சமமாக இருந்தால் அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வசம முக்கோணங்களாகும்.



ΔABC மற்றும் ΔDEF ஐக் கருதுக. $\angle B = \angle E = 90^\circ$ மற்றும்

கர்ணம் AC = கர்ணம் DF (தரவு)

மேலும், AB = DE (தரவு)

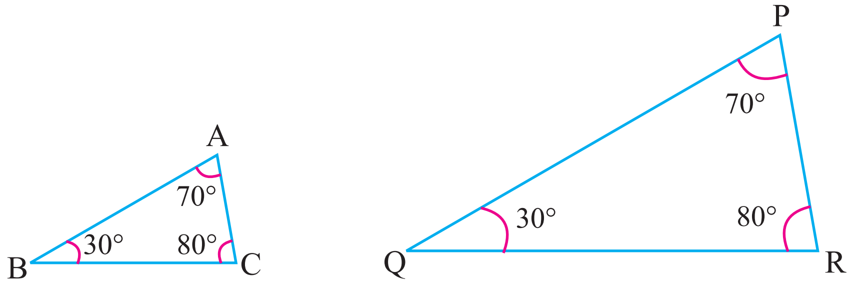
ஒன்றின் மேல் ஒன்று பொருந்தும் முறைப்படி, $\Delta ABC \equiv \Delta DEF$ என அறியலாம்.

3.3.4 சர்வசம முக்கோணங்கள் அமையப் போதுமானதற்ற நிபந்தனைகள்

(i) கோ–கோ–கோ

இந்தக் கொள்கை சர்வசம முக்கோணத்தை அமைக்காது. ஏன் ?

காரணத்தைக் காண்போம். கீழ்காணும் முக்கோணத்தைக் கருதுவோம்.



ΔABC மற்றும் ΔPQRலிருந்து,

$\angle A = \angle P$, $\angle B = \angle Q$ மற்றும் $\angle C = \angle R$. ΔABC ஆனது ΔPQRஐ விட சிறியது.

எனவே, ΔABC ஐ ΔPQRஇன் மேற்பொருத்தும் போது முழுவதுமாகப் பொருந்துவது இல்லை. எனவே, $\Delta ABC \not\equiv \Delta PQR$.

(ii) ப–ப–கோ

நாம் கீழ்க்கண்ட ஒரு உதாரணத்தை ஆராய்வோம்.

$\angle B = 50^\circ$, AB = 4.7 செ.மீ. மற்றும் AC = 4 செ.மீ. உள்ளவாறு ΔABC ஐ வரைந்து கொள். BC ஐ X வரை நீட்டுக. A ஐ மையமாகவும் AC ஐ ஆரமாகவும் கொண்ட வட்டவில் வரைக. இது BX ஐ C மற்றும் D இல் வெட்டும்.

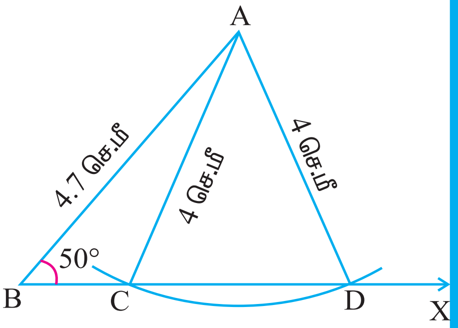
$\therefore$ AD = 4 செ.மீ. ($\because$ AC, AD ஆகியன ஒரே வட்டத்தின் ஆரங்களாகும்)

ΔABC மற்றும் ΔABDஐக் கருதுவோம்.

$\angle$B பொதுவானது.

AB பொதுவானதாகவும் மேலும் AC = AD = 4செ.மீ. ஆகவும் உள்ளது.

ΔABCஇல் பக்கம் AC, பக்கம் AB மற்றும் $\angle$B ஆகியன முறையே ΔABDஇல் பக்கம் AD, பக்கம் AB மற்றும் $\angle$B ஆகியன தனித்தனியே ஒன்றுக்கொன்று சர்வசமம். ஆனால் BC $\neq$ BD. $\therefore \Delta$ ABC $\not\equiv \Delta$ ABD.



எடுத்துக்காட்டு 3.11

ஒரு முக்கோணத்தில் சமபக்கங்களுக்கு எதிரேயுள்ள கோணங்கள் சமம் என்பதை நிறுவுக.

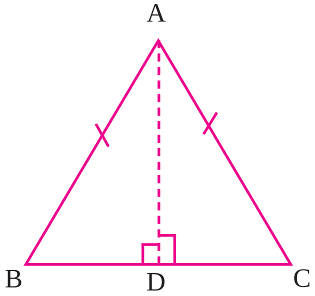
தீர்வு

தரவு : ΔABC இல், AB = AC.

நிறுவப்பட வேண்டியது : $\angle$C = $\angle$B.

அமைப்பு : BCக்குச் செங்குத்தாக AD ஐ வரைக.

$\therefore \angle$ADB = $\angle$ADC = 90°



நிரூபணம் :

ΔABD மற்றும் ΔACD இல்,

AD பொது

AB = AC (ΔABC ஒரு இரு சமபக்க முக்கோணம்)

$\angle$ADB = $\angle$ADC = 90° (அமைப்பு)

$\therefore \Delta$ADB $\equiv \Delta$ADC (செ–க–ப கொள்கை)

எனவே, $\angle$ABD = $\angle$ACD (நிறுவப்பட்டது)

அல்லது $\angle$ABC = $\angle$ACB.

$\therefore$ $\angle$B = $\angle$C, என நிறுவப்பட்டது.

இது இருசமபக்க முக்கோணத் தேற்றம் எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.12

ஒரு முக்கோணத்தில் சம கோணங்களுக்கு எதிரேயுள்ள பக்கங்கள் சமம் என்பதை நிறுவுக.

தீர்வு

தரவு : ΔABC இல், $\angle$B = $\angle$C.

நிறுவப்பட வேண்டியது : AB = AC.

அமைப்பு : BCக்குச் செங்குத்தாக AD ஐ வரைக.

நிரூபணம்:

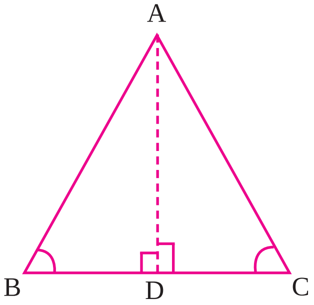
$\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$ (அமைப்பு)

$\angle B = \angle C$ (தரவு)

AD பொதுப்பக்கம்

$\therefore \Delta ADB \equiv \Delta ADC$. (கோ–ப–கோ கொள்கையின்படி)

எனவே, $AB = AC$. (ஒத்த பக்கங்கள்)

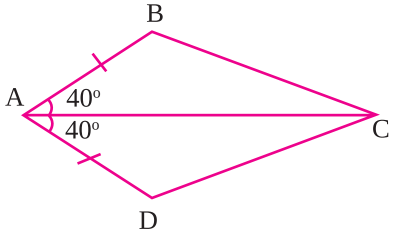


∴ இரு சமபக்க முக்கோணத்தில் சமபக்கங்களுக்கு எதிரே உள்ள கோணங்கள் சமம்.

இது இரு சமபக்க முக்கோணத் தேற்றத்தின் மறுதலை ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.13

படத்தில் AB = AD மற்றும் $\angle BAC = \angle DAC$ எனில் $\Delta ABC \equiv \Delta ADC$ என்பது சரியா? சரி எனில் பிற ஒத்த பகுதிகளைக் காண்க.



தீர்வு

ΔABC மற்றும் ΔADCஇல்

AC பொதுப்பக்கம்

$\angle BAC = \angle DAC$ (தரவு)

$AB = AD$ (தரவு)

$\therefore \Delta ABC \equiv \Delta ADC$ (ப.கோ.ப. கோட்பாடு)

பிற ஒத்த பகுதிகள் $BC = DC$, $\angle ABC = \angle ADC$, $\angle ACB = \angle ACD$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.14

இரு சமபக்க முக்கோணம், PQRஇல், PQ = PR, QP ஆனது S வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது. மேலும் PT ஆனது வெளிக்கோணம் $SPR = 2x^\circ$இன் கோண இரு சமவெட்டி எனில், $\angle Q = x^\circ$ என நிறுவுக. மேலும் $PT \parallel QR$ என நிறுவுக.

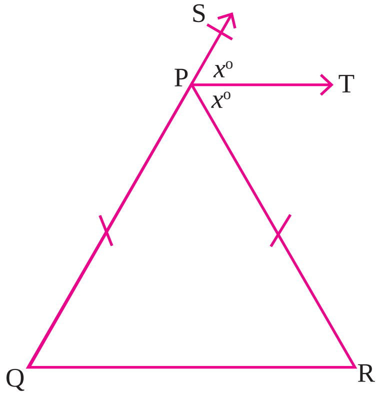
தீர்வு

தரவு : இரு சமபக்க முக்கோணம், PQR இல், PQ = PR.

நிரூபணம் : PT ஆனது வெளிக்கோணம் $\angle SPR$ இன் இரு சமவெட்டி

$\therefore \angle SPT = \angle TPR = x^\circ$. மேலும், $\angle Q = \angle R$ (சம பக்கங்களுக்கு எதிரேயுள்ள கோணங்கள்)

ஒரு முக்கோணத்தில் ஏதேனும் ஒரு பக்கத்தை நீட்டினால் ஏற்படும் வெளிக்கோணம் உள்ளெதிர்க் கோணங்களின் கூடுதலுக்குச் சமமாகும். ஆகவே,



ΔPQRல் வெளிக்கோணம் $\angle SPR = \angle PQR + \angle PRQ$

$$2x^\circ = \angle Q + \angle R = \angle Q + \angle Q$$

$$2x^\circ = 2\angle Q$$

$$x^\circ = \angle Q$$

$$\therefore \angle Q = x^\circ.$$

நிறுவப்பட வேண்டியது : PT ∥ QR

மேலும் இங்கு, SQ ஆனது, PT மற்றும் QR இன் குறுக்கு வெட்டி.

மேலும், $\angle SPT = x°$, $\angle Q = x°$. எனவே, $\angle SPT$ மற்றும் $\angle PQR$ ஆகியன ஒத்தக் கோணங்கள் .

$\therefore$ PT ∥ QR.

பயிற்சி 3.2

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

(i) இரு சமபக்க முக்கோணம் XYZஇல், XY = YZ எனில் கீழ்கண்ட கோணங்களில் எவை சமம் ?

(A) $\angle X$ மற்றும் $\angle Y$ (B) $\angle Y$ மற்றும் $\angle Z$

(C) $\angle Z$ மற்றும் $\angle X$ (D) $\angle X$, $\angle Y$ மற்றும் $\angle Z$

(ii) ΔABC மற்றும் ΔDEF இல், $\angle B = \angle E$, AB = DE, BC = EF எனில் இவை ______ அடிப்படைக் கொள்கையின் படி சர்வ சமம்.

(A) ப–ப–ப (B) கோ–கோ–கோ (C) ப–கோ–ப (D) கோ–ப–கோ

(iii) ______ உள்ள இரு தள உருவங்கள் சர்வ சமம்.

(A) சம அளவுகள் (B) சம உருவம்

(C) சம அளவு மற்றும் சம உருவம் (D) சம அளவு ஆனால் சம உருவமில்லை

(iv) ΔABC இல், $\angle A = 40°$ மற்றும் AB = AC, எனில் ABC ______ முக்கோணம்.

(A) செங்கோண (B) சமபக்க (C) இருசம பக்க (D) அசமபக்க

(v) ΔABC இல், $\angle A = 90°$ எனில் கர்ணம் ______

(A) AB (B)BC (C) CA (D) எதுவுமில்லை

(vi) ΔPQRஇல் PQ மற்றும் PR ஆல் அடைபடும் கோணம் ______

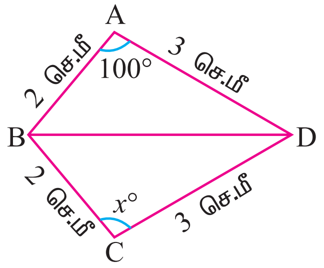
(A) $\angle P$ (B) $\angle Q$

(C) $\angle R$ (D) எதுவுமில்லை

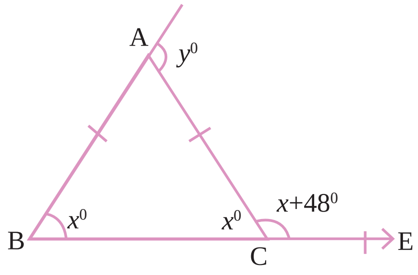
(vii) படத்தில் $x°$ இன் மதிப்பு ______

(A) $80°$ (B) $100°$

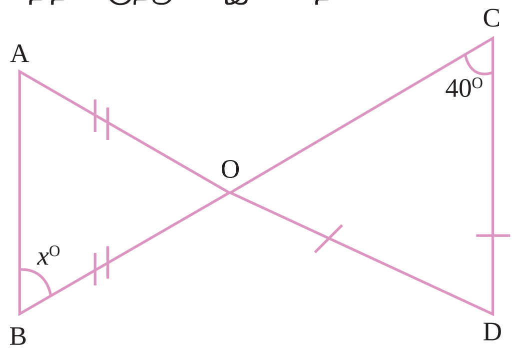
(C) $120°$ (D) $200°$



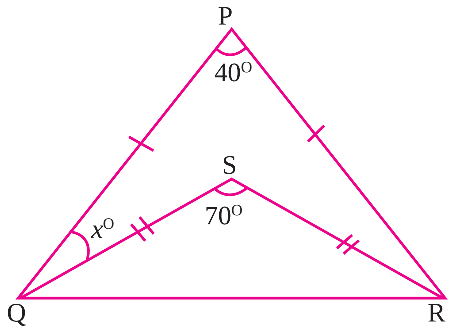
2. ΔABC இல் AB = AC எனில் $x°$ மற்றும் $y°$ இன்மதிப்பைக் காண்க.



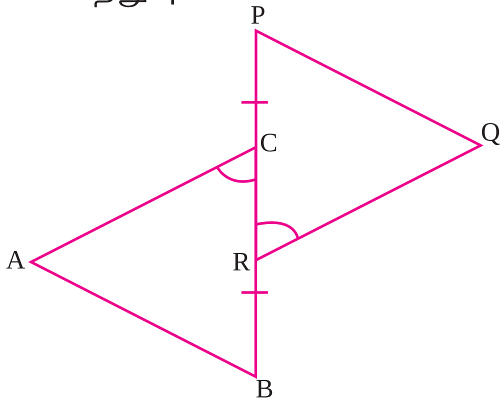
3. படத்திலிருந்து $x°$ இன் மதிப்பைக் காண்க.



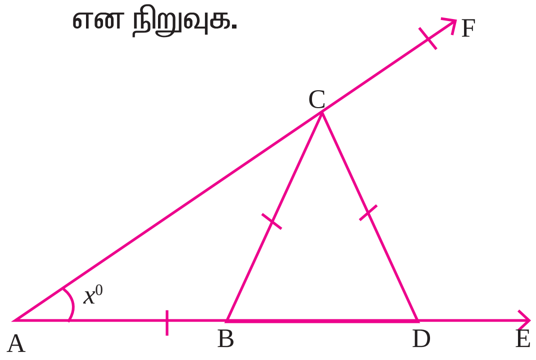
4. படத்தில் ΔPQR மற்றும் ΔSQR ஆகியன இரு சமபக்க முக்கோணங்கள் எனில் $x°$ இன் மதிப்பைக் காண்க.



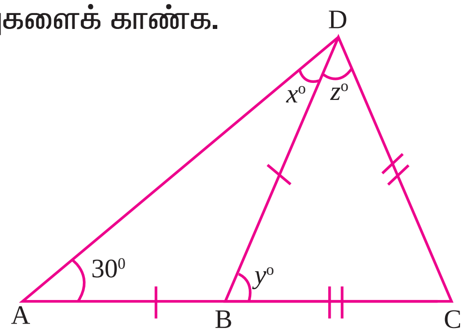
5. படத்தில் $BR = PC$, $\angle ACB = \angle QRP$ மற்றும் $AB \parallel PQ$ எனில் $AC = QR$ என நிறுவுக.



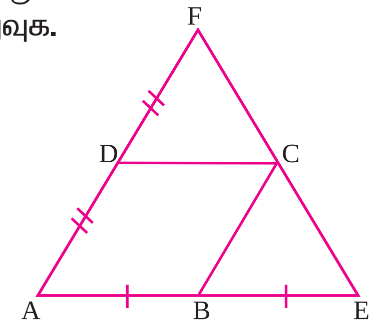
6. படத்தில் $AB = BC = CD$ மற்றும் $\angle A = x°$ எனில் $\angle DCF = 3\angle x$ என நிறுவுக.



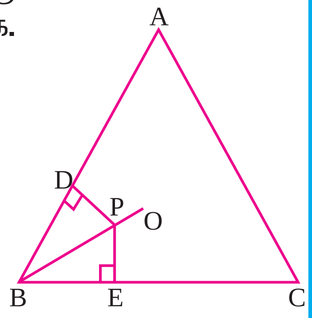
7. படத்தில் $AB = BD$, $BC = DC$ மற்றும் $\angle DAC = 30°$ எனில் $x°, y°, z°$ இன் மதிப்புகளைக் காண்க.



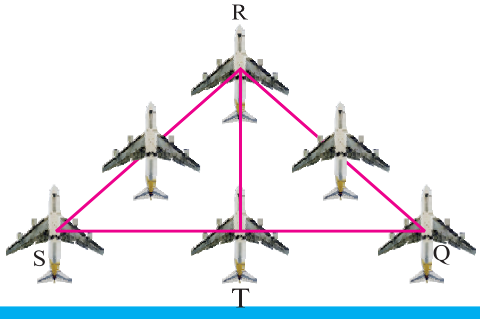
8. படத்தில் ABCD ஒரு இணைகரம். $AB = BE$ என்றுள்ளவாறு AB, E வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது. $AD = DF$ என்றுள்ளவாறு AD, F வரை நீட்டப் பட்டுள்ளது. $\Delta FDC \equiv \Delta CBE$ என நிறுவுக.



9. படத்தில் ΔABCஇல் BOஆனது$\angle B$ இன் கோண இருசமவெட்டி. P, BOஇல் உள்ள ஒரு புள்ளி. $PD \perp AB$ மற்றும் $PE \perp BC$ எனில் $PD = PE$ என நிறுவுக.



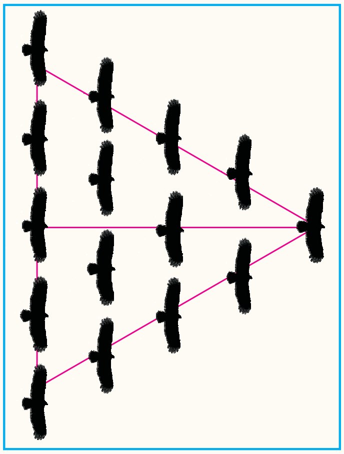
10. இந்திய கடற்படை விமானங்கள் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு பறக்கின்றன எனில் $\triangle SRT \equiv \triangle QRT$, என நிறுவுக. (SQ இன் மையம் T, $SR = RQ$ எனக்கொள்க)



கணித மன்றச் செயல்பாடு

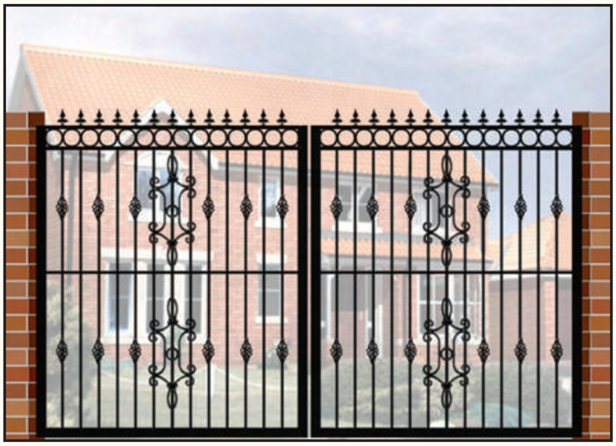
சர்வசமத் தன்மையின் முக்கியத்துவம்

நமது அன்றாட வாழ்வில், சர்வசமத் தன்மையை பல இடங்களில் பயன்படுத்துகின்றோம். நமது வீட்டில் உள்ள அறையின் இரட்டை கதவுகள் ஒன்றுக்கு ஒன்று சர்வ சமம். பெரும்பாலும் நமது வீட்டின் முன் வாசற்கதவுகள் ஒன்றுக்கு ஒன்று சர்வ சமம். பறவைகளின் இறக்கைகள் ஒன்றுக்கு ஒன்று சர்வ சமம். மனிதனின் உடலமைப்பில் கைகள், கால்கள் போன்றவை ஒன்றுக்கு ஒன்று சர்வ சமம். இதுபோல பல உதாரணங்களை நாம் கூறலாம்.



வானில் பறவைகள் பறக்கின்றபோது அவை ஒரு முக்கோண வடிவத்தை அமைக்கின்றன. இதில் முன்னால் பறக்கும் பறவையின் வழியாக ஒரு மையக் கோட்டை வரைந்தால் அது சர்வ சமத் தன்மை பெறுவதை அறியலாம். இந்த அமைப்பில் சர்வ சமத்தன்மை குலைந்தால் தொடர்ந்து வரும் பறவைகளின் நிலைப்புத் தன்மை குறைந்து அவற்றால் பறக்க இயலாது.

இப்போது, இயற்கையிலும் நமது அன்றாட வாழ்விலும் சர்வ சமத் தன்மையைப் பயன்படுத்தும் வடிவமைப்புக்களைக் கண்டறிய முயற்சி செய்க.



கருத்துச் சுருக்கம்

- ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் 180° ஆகும்.
- முக்கோணத்தின் ஏதேனும் ஒரு பக்கத்தை நீட்டினால் ஏற்படும் முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணமானது அதன் உள்ளெதிர்க் கோணங்களின் கூடுதலுக்குச் சமமாகும்.
- ஒரு முக்கோணத்தின் ஏதேனும் இரு பக்க அளவுகளின் கூடுதல் மூன்றாவது பக்க அளவை விட அதிகம்.
- இரு தள உருவங்கள் ஒன்றின் மீது ஒன்று சரியாகப் பொருந்தினால் அவை சர்வ சமம் எனப்படும். இதை '$\equiv$' என்ற குறியீட்டின் மூலம் குறிக்கலாம்.
- இரு முக்கோணங்களில் ஏதேனும் ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களும் மூன்று கோணங்களும் முறையே மற்றொன்றின் மூன்று பக்கங்களுக்கும் மூன்று கோணங்களுக்கும் சமம் எனில் அவை சர்வ சம முக்கோணங்கள் எனப்படும்.
- ப–ப–ப கொள்கை : ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்கள் முறையே மற்றொரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களுக்குச் சமம் எனில் அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வ சமம் ஆகும்.
- ப–கோ–ப கொள்கை : ஒரு முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்களும் அவை உள்ளடக்கிய கோணமும் முறையே மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்களுக்கும் அவை உள்ளடக்கிய முக்கோணத்திற்கும் சமமெனில் அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வ சமமாகும்.
- கோ–ப–கோ கொள்கை: ஒரு முக்கோணத்தின் இரு கோணங்களும் அவற்றால் இணைந்த பக்கமும் மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரு கோணங்களுக்கும் அவற்றால் இணைந்த பக்கத்திற்கும் சமமானால், அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வ சம முக்கோணங்களாகும்.
- செ–க–ப கொள்கை : ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணமும் செங் கோணத்தை உள்ளடக்கிய பக்கங்களில் ஒன்றும் முறையே மற்றொரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணத்திற்கும் மற்றும் செங்கோணத்தை உள்ளடக்கிய பக்கங்களில் ஒன்றுக்கும் சமமாக இருந்தால் அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வ சமம் ஆகும்.

4

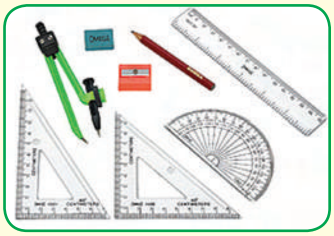
செய்முறை வடிவியல்

4.1 அறிமுகம்

4.2 நாற்கரம்

4.3 சரிவகம்

4.4 இணைகரம்



கௌஸ் (Gauss)

[1777-1855]

கௌஸ் ஒரு ஜெர்மானியக் கணிதமேதை. அவர் தமது 17ஆம் வயதில் p-கோணம் (p- பக்கங்கள் உள்ள ஒழுங்கு பலகோணம்) வரைவதை ஆராய்ந்தார். இங்கு p என்பது ஒரு பகா எண். $p = 3$ மற்றும் $p = 5$ என்ற பக்கங்களுக்கு மட்டுமே பலகோணம் வரைவது அறியப் பட்டிருந்தது. p ஒரு ஃபெர்மாட் பகா எண்ணாக $(p = 2^{2^n} + 1)$ இருந்தால் மட்டுமே ஒழுங்கு p-கோணம் வரையமுடியும் என்பதை கௌஸ் கண்டுபிடித்தார்.

4.1 அறிமுகம்

பழங்கால எகிப்தியர்கள் நிலங்களை அளத்தல், கட்டடம் கட்டுதல் ஆகியவற்றில் தங்கள் பயன்பாட்டு அறிவை வெளிப்படுத்தியுள்ளனர். பழங்காலக் கிரேக்கர்கள் செய்முறை வடிவக்கணிதத்தைத் தங்கள் கலாசாரத்தில் பயன்படுத்தினர். அளவுகோல் மற்றும் கவராயம் இவற்றைப் பயன்படுத்திப் பெரும் வியப்பளிக்கக்கூடிய வரைதல்களைச் செய்துள்ளனர்.

வடிவியல் என்பது பழங்காலக் கணிதப் பிரிவுகளுள் ஒன்று. அறிமுறை வடிவியல், செய்முறை வடிவியல் என இரு பெரும் பகுதிகளாக வடிவியல் பிரிக்கப்படுகிறது. அறிமுறை வடிவியலானது வடிவியல் கொள்கைகளை உதவிப் படங்கள் மூலமாக விளக்குகிறது. வடிவியல் கருவிகளைக் கொண்டு படங்களைத் துல்லியமாக எவ்வாறு வரைவது என்பதைச் செய்முறை வடிவியல் விளக்குகிறது.

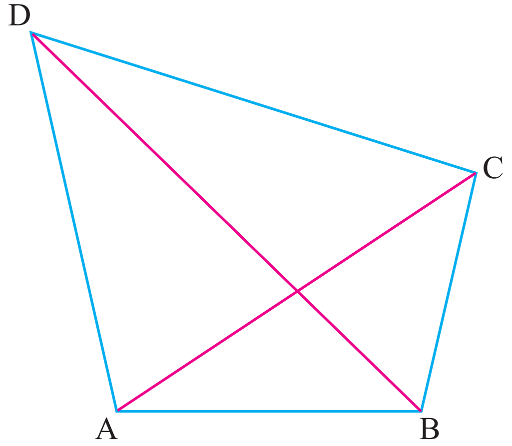
முன் வகுப்புகளில், சில வடிவ கணித உருவங்களின் வரையறை, பண்புகள் மற்றும் பரப்பு காண உதவும் சூத்திரங்களை நாம் கற்றுள்ளோம். இந்த அத்தியாயத்தில் மேலும் சில சமதள வடிவக் கணித உருவங்களை வரையக் கற்போம்.

4.2 நாற்கரம்

4.2.1 அறிமுகம்

ஏழாம் வகுப்பில் நாம் நாற்கரம் பற்றியும், அவற்றின் பண்புகள் பற்றியும் கற்றறிந்துள்ளோம். அவற்றை நினைவு கூர்வோம்.

படம். 4.1 இல், A, B, C, D என்ற நான்கு புள்ளிகள் ஒரு தளத்தில் உள்ளன. எந்த மூன்று புள்ளிகளும் ஒரே கோட்டில் அமையவில்லை.



படம் 4.1

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ இவைகள் முறையே ஒன்றையொன்று உச்சிகளில் சந்திக்கின்றன. ஒரு தளத்தில் நான்கு பக்கங்களால் அடைப்பட்ட உருவம் நாற்கரம் என்பதை நாம் அறிவோம். இதன் நான்கு கோண அளவுகளின் கூடுதல் 360° ஆகும்.

$(\overline{AB}, \overline{AD})$, $(\overline{AB}, \overline{BC})$, $(\overline{BC}, \overline{CD})$, $(\overline{CD}, \overline{DA})$ இவைகள் அடுத்தடுத்த பக்கங்களாகும். $(\overline{AB}, \overline{CD})$,$(\overline{BC}, \overline{DA})$ இவை எதிர்ப்பக்கங்கள் ஆகும், $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ என்பன மூலைவிட்டங்கள் ஆகும்.

$\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ மற்றும் $\angle D$ (அல்லது $\angle DAB$, $\angle ABC$, $\angle BCD$, $\angle CDA$) என்பன நாற்கரம் ABCD இன் கோணங்கள் ஆகும்.

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$$

குறிப்பு: (i) நாற்கரத்திற்குப் பெயரிடும்போது ஒரு வட்டச் சுற்றில் ABCD என்றோ BCDA என்றோ குறிக்க வேண்டும்.

(ii) சதுரம், செவ்வகம், சாய்சதுரம், இணைகரம், சரிவகம் என்பன எல்லாம் நாற்கர வகைகள் ஆகும்.

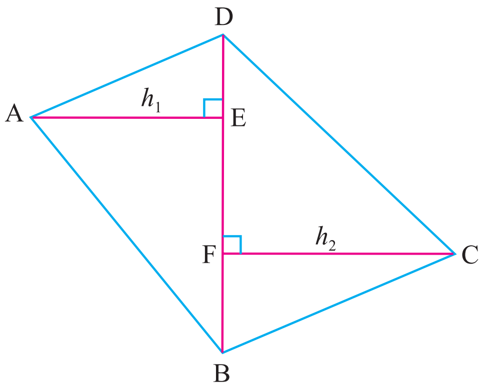
(iii) ஒரு நாற்கரத்தில் நான்கு உச்சிகள், நான்கு பக்கங்கள், நான்கு கோணங்கள் மற்றும் இரண்டு மூலைவிட்டங்கள் உள்ளன..

4.2.2 நாற்கரத்தின் பரப்பளவு

ABCD என்ற நாற்கரத்தில் $\overline{BD}$ என்பது ஒரு மூலைவிட்டமாகும்.

$\overline{AE}$, $\overline{FC}$ என்பன முறையே A, C என்ற உச்சிகளிலிருந்து மூலைவிட்டம் $\overline{BD}$ க்கு வரையப் பட்ட குத்துக்கோடுகளாகும்.

படம் 4.2 இல் இருந்து



படம் 4.2

நாற்கரம் ABCD யின் பரப்பளவு

$= \triangle$ ABDஇன் பரப்பளவு + $\triangle$ BCD இன் பரப்பளவு

$= \frac{1}{2} \times BD \times AE + \frac{1}{2} \times BD \times CF$

$= \frac{1}{2} \times BD \times (AE + CF)$

$= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ சதுர அலகுகள்

இங்கு $BD = d$, $AE = h_1$ மற்றும் $CF = h_2$.

நீவிர் அறிவீரா?

குறியீட்டு முறை:

(i) செங்குத்து ($\perp$):
$\overline{PQ} \perp \overline{RS}$ எனில் $\overline{PQ}$, $\overline{RS}$ என்பன ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவை.

(ii) இணை ($||$):
$\overline{PQ} \,||\, \overline{RS}$ எனில் $\overline{PQ}$, $\overline{RS}$ என்பன ஒன்றுக்கொன்று இணையானவை.

ஒரு நாற்கரத்தின் பரப்பளவானது, மூலைவிட்டத்தின் நீளம் மற்றும் எதிர் உச்சிகளிலிருந்து மூலைவிட்டத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்துக் கோட்டுத் துண்டுகளின் நீளங்களின் கூடுதல், இவைகளின் பெருக்கற் பலனில் பாதியாகும்.

$A = \frac{1}{2} d (h_1 + h_2)$ இதில் 'd' என்பது நாற்கரத்தின் மூலைவிட்டத்தின் நீளம், h_1 மற்றும் h_2 என்பவை மூலைவிட்டத்தின் எதிர் உச்சிகளிலிருந்து மூலைவிட்டத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்துக் கோட்டுத்துண்டுகளின் நீளம் ஆகும்.

செய்து பார்

காகித மடிப்பு முறையைப் பயன்படுத்தி, $A = \frac{1}{2} d (h_1 + h_2)$ என்பதைச் சரிபார்.

4.2.3 நாற்கரம் அமைத்தல்

இவ்வகுப்பில் ஒரு நாற்கரத்தை வரையும் முறையை நாம் கற்போம்.

ஒரு நாற்கரத்தை வரைய முதலில் கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களிலிருந்து ஒரு முக்கோணத்தை வரைய வேண்டும். பின்னர் நான்காவது உச்சி கண்டறியப்படுகிறது.

ஒரு முக்கோணம் வரைய ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பற்ற மூன்று அளவுகள் தேவை. நான்காம் உச்சியைக் காண மேலும் இரண்டு ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பற்ற அளவுகள் தேவை. எனவே ஒரு நாற்கரம் வரைய ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பற்ற ஐந்து அளவுகள் தேவை.

பின்வரும் அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டால் நாற்கரத்தை வரையலாம்.

(i) நான்கு பக்கங்கள், ஒரு மூலைவிட்டம்

(ii) நான்கு பக்கங்கள், ஒரு கோணம்

(iii) மூன்று பக்கங்கள், ஒரு மூலைவிட்டம் மற்றும் ஒரு கோணம்

(iv) மூன்று பக்கங்கள், இரண்டு கோணங்கள்

(v) இரண்டு பக்கங்கள், மூன்று கோணங்கள்

4.2.4 நான்கு பக்கங்களும், ஒரு மூலைவிட்டமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது நாற்கரம் அமைத்தல்

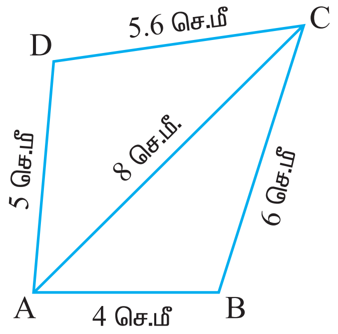
எடுத்துக்காட்டு 4.1

AB = 4 செ.மீ., BC = 6 செ.மீ., CD = 5.6 செ.மீ., DA = 5 செ.மீ., மற்றும் AC = 8 செ.மீ. என்ற அளவுகள் கொண்ட ABCD என்ற நாற்கரம் அமைத்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு

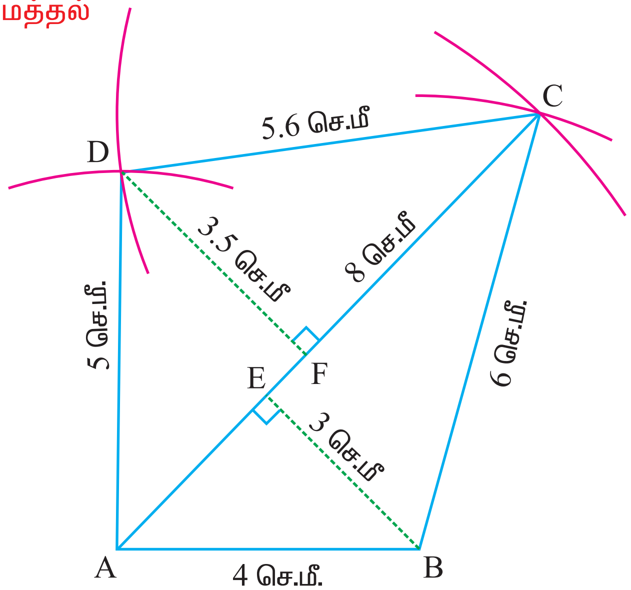
தரவு: AB = 4 செ.மீ., BC = 6 செ.மீ., CD = 5.6 செ.மீ., DA = 5 செ.மீ., மற்றும் AC = 8 செ.மீ.

உதவிப்படம்



படம் 4.3

நாற்கரம் அமைத்தல்



படம் 4.4

வரைதலுக்கான படிகள்

படி 1 : உதவிப்படம் ஒன்றினை வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2 : 4 செ.மீ. நீளமுடைய AB என்ற ஒரு கோட்டுத் துண்டை வரையவும்.

படி 3 : A ஐயும் B ஐயும் மையங்களாகக் கொண்டு முறையே 8 செ.மீ., 6 செ.மீ. ஆரங்களை உடைய இரண்டு வட்ட விற்கள் வரையவும். அவை C இல் வெட்டட்டும்.

படி 4 : $\overline{AC}$ மற்றும் $\overline{BC}$ ஐ வரையவும்.

படி 5 : Aஐயும் Cஐயும் மையங்களாகக் கொண்டு முறையே 5 செ.மீ., 5.6 செ.மீ., ஆரங்களையுடைய இரண்டு வட்ட வில்கள் வரையவும். அவை D இல் வெட்டட்டும்.

படி 6 : $\overline{AD}$ மற்றும் $\overline{CD}$ஐ வரையவும். ABCD தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.

படி 7 : B, D யிலிருந்து முறையே $\overline{BE} \perp \overline{AC}$ மற்றும் $\overline{DF} \perp \overline{AC}$ ஆகியவற்றை வரையவும். BE, DF இவற்றின் நீளங்களைக் காணவும். BE = $h_1 = 3$ செ.மீ., DF = $h_2 = 3.5$ செ.மீ. AC = $d = 8$ செ.மீ ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

நாற்கரம் ABCD இல், $d = 8$ செ.மீ., $h_1 = 3$ செ.மீ. மற்றும் $h_2 = 3.5$ செ.மீ.

நாற்கரம் ABCD இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} d\,(h_1 + h_2)$ ச.அ.

$= \frac{1}{2}(8)(3 + 3.5)$

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 6.5$

$=$ 26 செ.மீ ².

4.2.5 நான்கு பக்கங்களும், ஒரு கோணமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது நாற்கரம் அமைத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 4.2

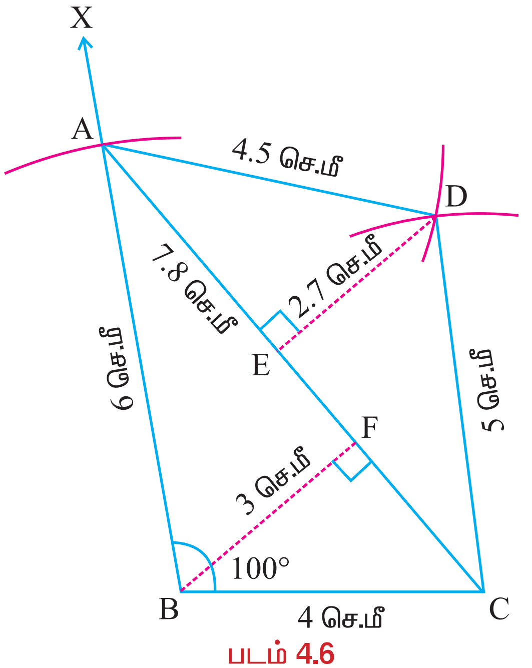
AB = 6 செ.மீ., BC = 4 செ.மீ., CD = 5 செ.மீ., DA = 4.5 செ.மீ. மற்றும் ∠ ABC = 100° என்ற அளவுகள் கொண்ட நாற்கரம் அமைத்து அதன் பரப்பளவைக் காணவும்.

தீர்வு

தரவு:

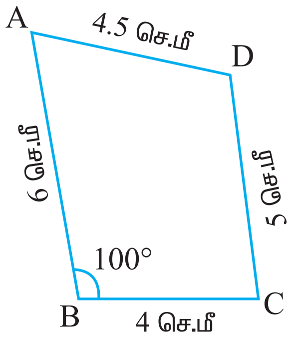
AB = 6 செ.மீ., BC = 4 செ.மீ., CD = 5 செ.மீ., DA = 4.5 செ.மீ. மற்றும் ∠ ABC = 100°

நாற்கரம் அமைத்தல்



படம் 4.6

உதவிப்படம்



படம் 4.5

வரைதலுக்கான படிகள்

படி 1 : உதவிப்படம் ஒன்றினை வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2 : 4 செ.மீ., நீளமுடைய BC என்ற ஒரு கோட்டுத் துண்டை வரையவும்.

படி 3 : BC என்ற கோட்டுத்துண்டின் மேல் B இல் $\angle$ CBX = 100° உள்ளவாறு $\overrightarrow{BX}$ஐ அமைக்கவும்.

படி 4 : B ஐ மையமாகக் கொண்டு 6 செ.மீ., ஆரமுடைய ஒரு வட்ட வில் வரையவும். இது $\overrightarrow{BX}$ஐ A இல் வெட்டட்டும்.

படி 5 : CA என்ற கோட்டுத் துண்டை வரையவும். C, A இவற்றை மையங்களாகக் கொண்டு முறையே 5 செ.மீ., 4.5 செ.மீ., ஆரங்களையுடைய இரண்டு வட்ட வில்கள் வரைக. இவை D இல் வெட்டட்டும்.

படி 6 : $\overline{CD}$ மற்றும் $\overline{AD}$ ஐ வரையவும்.
ABCD தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.

படி 7 : B, D யிலிருந்து முறையே $\overline{BF} \perp \overline{AC}$ மற்றும் $\overline{DE} \perp \overline{AC}$ ஆகியவற்றை வரையவும். BF, DE இவற்றின் நீளங்களைக் காணவும். BF = $h_1 = 3$ செ.மீ., DE = $h_2 = 2.7$ செ.மீ. AC = d = 7.8 செ.மீ ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

நாற்கரம் ABCD இல், $d =$ 7.8 செ.மீ., $h_1 = 3$ செ.மீ. மற்றும் $h_2 = 2.7$ செ.மீ.

நாற்கரம் ABCD இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} d\,(h_1 + h_2)$

$= \frac{1}{2}(7.8)(3+2.7) = \frac{1}{2} \times 7.8 \times 5.7$

$=$ 22.23 செ.மீ^{2}.

4.2.6 மூன்று பக்கங்கள், ஒரு மூலைவிட்டம் மற்றும் ஒரு கோணம் கொடுக்கப் பட்டிருக்கும்போது நாற்கரம் அமைத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 4.3

PQ = 4 செ.மீ., QR = 6 செ.மீ., PR = 7 செ.மீ., PS = 5 செ.மீ. மற்றும் $\angle$ PQS = 40° என்ற அளவுகள் கொண்ட PQRS என்ற நாற்கரம் அமைத்து அதன் பரப்பளவைக் கணக்கிடவும்.

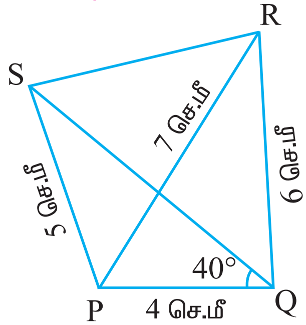
தீர்வு

தரவு: PQ = 4 செ.மீ., QR = 6 செ.மீ., PR = 7 செ.மீ.,
PS = 5 செ.மீ. மற்றும் $\angle$ PQS = 40°

நாற்கரம் அமைத்தல்

வரைதலுக்கான படிகள்

உதவிப்படம்

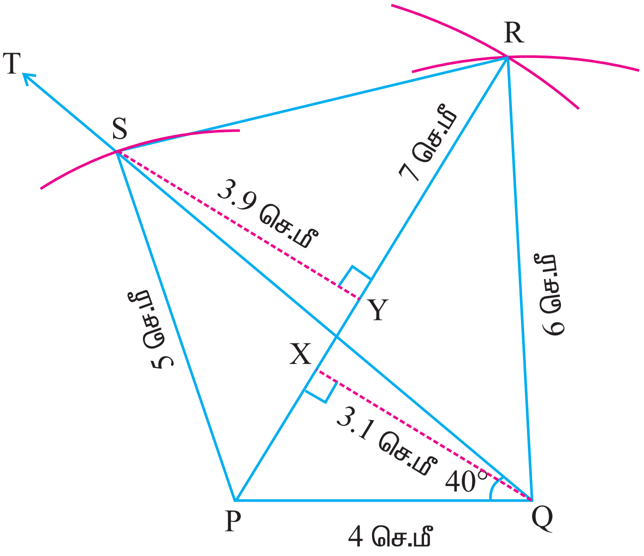


படம் 4.7

படி 1 : உதவிப்படம் ஒன்றினை வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2 : 4 செ.மீ., நீளமுள்ள PQ என்ற கோட்டுத் துண்டை வரையவும்.

படி 3 : P, Q ஆகியவற்றை மையங்களாகக் கொண்டு முறையே 7 செ.மீ., 6 செ.மீ. ஆரங்களையுடைய இரண்டு வட்ட வில்கள் வரையவும். அவை R இல் வெட்டட்டும்.



படம். 4.8

படி 4 : $\overline{PR}$ மற்றும் $\overline{QR}$ ஐ வரையவும்.

படி 5 : $\overline{PQ}$ என்ற கோட்டுத்துண்டின் மேல் Q இடத்து $\angle PQT = 40°$ உள்ளவாறு $\overrightarrow{QT}$ ஐ அமைக்கவும்

படி 6 : P யை மையமாகக் கொண்டு 5 செ.மீ., ஆரமுடைய வட்டவில் ஒன்று வரையவும். இது $\overrightarrow{QT}$ ஐ S இல் வெட்டுகிறது.

படி 7 : $\overline{PS}$ ஐ வரையவும்.

PQRS தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.

படி 8 : Q, S யிலிருந்து முறையே $\overline{QX} \perp \overline{PR}$ மற்றும் $\overline{SY} \perp \overline{PR}$ ஆகியவற்றை வரையவும். QX, SY இவற்றின் நீளங்களைக் காணவும்.

$QX = h_1 = 3.1$ செ.மீ., $SY = h_2 = 3.9$ செ.மீ., $PR = d = 7$ செ.மீ. ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

PQRS என்ற நாற்கரத்தில், $h_1 = 3.1$ செ.மீ., $h_2 = 3.9$ செ.மீ. மற்றும் $d = 7$ செ.மீ.

நாற்கரம் PQRS இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} d\,(h_1 + h_2)$

$= \frac{1}{2}(7)(3.1 + 3.9)$

$= \frac{1}{2} \times 7 \times 7$

$= 24.5$ செ.மீ ^{2}.

4.2.7 மூன்று பக்கங்களும் மற்றும் இரண்டு கோணங்களும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது நாற்கரம் அமைத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 4.4

$AB = 6.5$ செ.மீ., $AD = 5$ செ.மீ., $CD = 5$ செ.மீ., $\angle BAC = 40°$ மற்றும் $\angle ABC = 50°$ என்ற அளவுகள் கொண்ட ABCD என்ற நாற்கரம் அமைத்து அதன் பரப்பளவைக் காணவும்.

தீர்வு

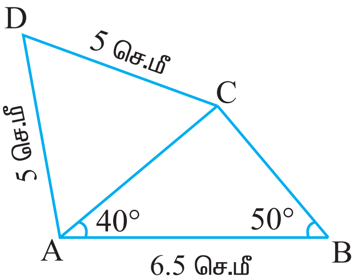
தரவு:

AB = 6.5 செ.மீ., AD = 5 செ.மீ., CD = 5 செ.மீ.,

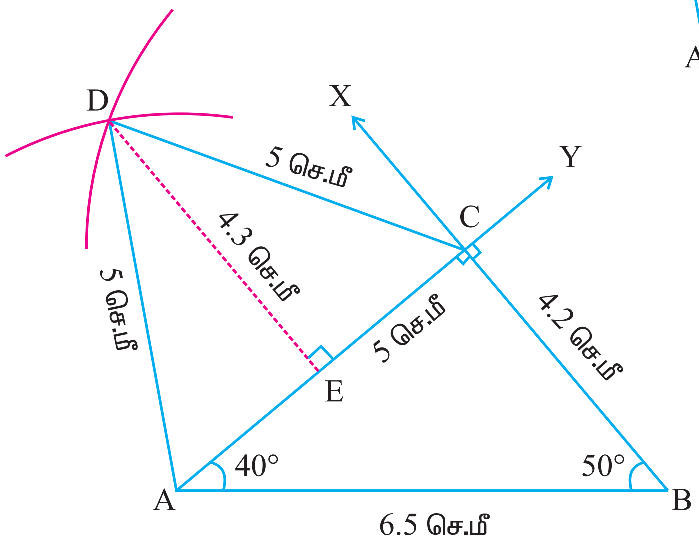
$\angle$ BAC = 40° மற்றும் $\angle$ ABC = 50°

நாற்கரம் அமைத்தல்

உதவிப்படம்



படம். 4.9



படம் 4.10

வரைதலுக்கான படிகள்

படி 1 : உதவிப்படம் ஒன்றினை வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2 : 6.5 செ.மீ. நீளமுடைய AB என்ற ஒரு கோட்டுத் துண்டை வரையவும்.

படி 3 : AB என்ற கோட்டுத்துண்டின் மேல் A இல் $\angle$ BAX = 40° உள்ளவாறும், B இல் $\angle$ ABY = **50°** உள்ளவாறும் $\overrightarrow{AX}$, $\overrightarrow{BY}$ஐ வரைக. $\overrightarrow{AX}$, $\overrightarrow{BY}$இவை C இல் வெட்டட்டும்.

படி 4 : A மற்றும் C களை மையங்களாகக் கொண்டு 5 செ.மீ., ஆரத்திற்கு இரு வட்ட வில்கள் வரையவும். அவை D இல் வெட்டட்டும்.

படி 5 : $\overline{AD}$ மற்றும் $\overline{CD}$ ஐ வரையவும்.

ABCD தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.

படி 6 : B, D யிலிருந்து முறையே $\overline{BC} \perp \overline{AC}$ மற்றும் $\overline{DE} \perp \overline{AC}$ ஆகியவற்றை வரையவும்.

BC, DE இவற்றின் நீளங்களைக் காணவும். BC = h_1 = 4.2 செ.மீ., DE = h_2 = 4.3 செ.மீ., மற்றும் AC = d = 5 செ.மீ. ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

ABCD என்ற நாற்கரத்தில், $d = 5$ செ.மீ., $h_1 = 4.2$ செ.மீ. மற்றும் $h_2 = 4.3$ செ.மீ.

நாற்கரம் ABCD இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} d\,(h_1 + h_2)$

$= \frac{1}{2}(5)(4.2 + 4.3)$

$= \frac{1}{2} \times 5 \times 8.5 = 21.25$ செ.மீ ^{2}.

4.2.8 இரண்டு பக்கங்கள் மற்றும் மூன்று கோணங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது நாற்கரம் அமைத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 4.5

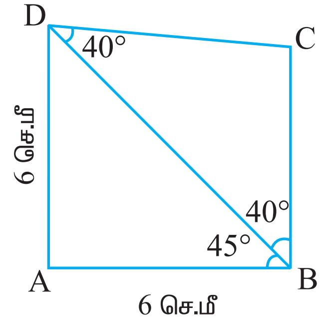
AB = 6 செ.மீ., AD = 6 செ.மீ., ∠ ABD = 45°, ∠ BDC = 40° மற்றும் ∠ DBC = 40° என்ற அளவுகள் கொண்ட ABCD என்ற நாற்கரம் அமைத்து அதன் பரப்பளவைக் கணக்கிடவும்.

தீர்வு

தரவு: AB = 6 செ.மீ., AD = 6 செ.மீ.,

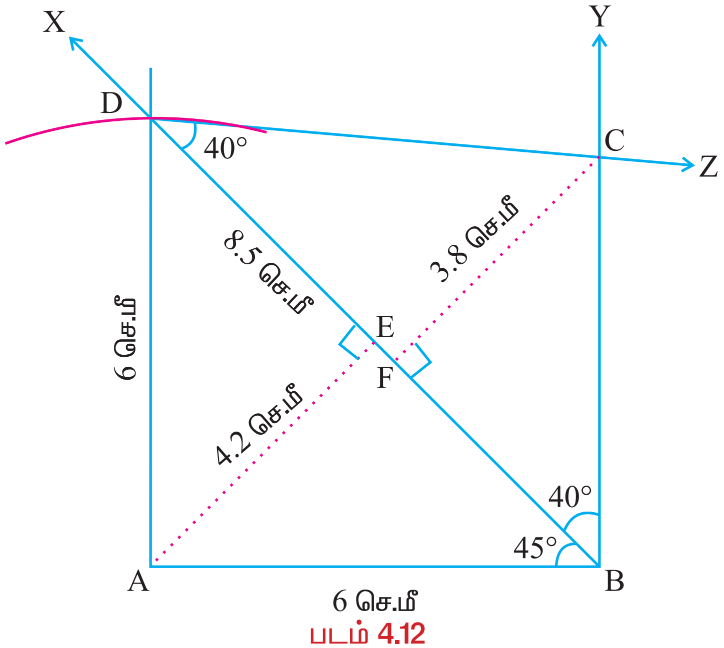
∠ ABD = 45°, ∠ BDC = 40° மற்றும் ∠ DBC = 40°

உதவிப்படம்



படம் 4.11

நாற்கரம் அமைத்தல்



படம் 4.12

வரைதலுக்கான படிகள்

படி 1 : உதவிப்படம் ஒன்றினை வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2 : 6 செ.மீ. நீளமுடைய AB என்ற கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

படி 3 : AB என்ற கோட்டுத்துண்டின் மேல் B யிடத்து ∠ ABX = 45° உள்ளவாறு $\overrightarrow{BX}$ஐ அமைக்கவும்.

படி 4 : A ஐ மையமாகக் கொண்டு 6 செ.மீ., ஆரமுடைய வட்ட வில் வரையவும். அது $\overrightarrow{BX}$ ஐ D இல் வெட்டட்டும்.

படி 5 : $\overline{AD}$ ஐ வரையவும்.

படி 6 : B இல் $\overline{BD}$ இன் மீது $\angle DBY = 40°$ உள்ளவாறு $\overrightarrow{BY}$ ஐ அமைக்கவும்.

படி 7 : D இல் $\overline{BD}$ இன் மீது $\angle BDZ = 40°$ உள்ளவாறு $\overrightarrow{DZ}$ ஐ அமைக்கவும்.

படி 8 : $\overrightarrow{BY}$, $\overrightarrow{DZ}$ என்பன C இல் வெட்டட்டும்.

ABCD தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.

படி 9 : A, C யிலிருந்து முறையே $\overline{AE} \perp \overline{BD}$ மற்றும் $\overline{CF} \perp \overline{BD}$ ஆகியவற்றை வரையவும்.

AE மற்றும் CF இன் நீளங்களைக் காணவும்.

$AE = h_1 = 4.2$ செ.மீ.,, $CF = h_2 = 3.8$ செ.மீ., மற்றும் $BD = d = 8.5$ செ.மீ.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

ABCD என்ற நாற்கரத்தில், $d = 8.5$ செ.மீ., $h_1 = 4.2$ செ.மீ. மற்றும் $h_2 = 3.8$ செ.மீ.

நாற்கரம் ABCD இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} d\,(h_1 + h_2)$

$= \frac{1}{2}(8.5)\,(4.2 + 3.8)$

$= \frac{1}{2} \times 8.5 \times 8 = 34$ செ.மீ ^{2}.

பயிற்சி 4.1

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு ABCD என்ற நாற்கரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் கணக்கிடவும்.

1. AB = 5 செ.மீ, BC = 6 செ.மீ, CD = 4 செ.மீ, DA= 5.5 செ.மீ மற்றும் AC = 7 செ.மீ.
2. AB =7 செ.மீ, BC = 6.5 செ.மீ, AC = 8 செ.மீ, CD = 6 செ.மீ மற்றும் DA = 4.5 செ.மீ.
3. AB = 8 செ.மீ, BC = 6.8 செ.மீ, CD = 6 செ.மீ, AD = 6.4 செ.மீ மற்றும் $\angle B = 50°$.
4. AB = 6 செ.மீ, BC = 7 செ.மீ, AD = 6 செ.மீ, CD = 5 செ.மீ மற்றும் $\angle BAC = 45°$.
5. AB = 5.5 செ.மீ, BC = 6.5 செ.மீ, BD = 7 செ.மீ, AD = 5 செ.மீ மற்றும் $\angle BAC = 50°$.
6. AB = 7 செ.மீ, BC = 5 செ.மீ, AC = 6 செ.மீ, CD = 4 செ.மீ மற்றும் $\angle ACD = 45°$.
7. AB = 5.5 செ.மீ, BC = 4.5 செ.மீ, AC = 6.5 செ.மீ, $\angle CAD = 80°$ மற்றும் $\angle ACD = 40°$.
8. AB = 5 செ.மீ, BD = 7 செ.மீ, BC = 4 செ.மீ, $\angle BAD = 100°$ மற்றும் $\angle DBC = 60°$.
9. AB = 4 செ.மீ, AC = 8 செ.மீ, $\angle ABC = 100°$, $\angle ABD = 50°$ மற்றும் $\angle CAD = 40°$.
10. AB = 6 செ.மீ, BC = 6 செ.மீ, $\angle BAC = 50°$, $\angle ACD = 30°$ மற்றும் $\angle CAD = 100°$.

கணக்கு

4.3 சரிவகம்

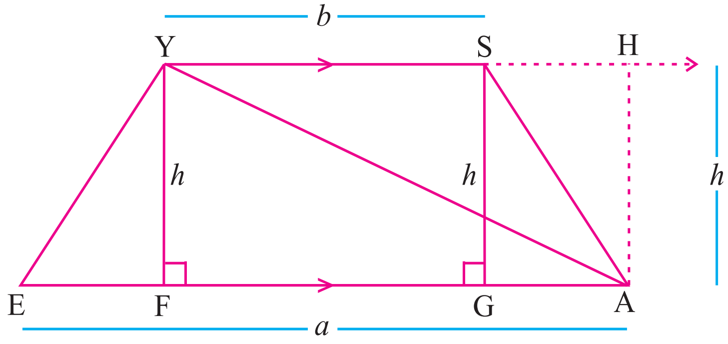
4.3.1 அறிமுகம்

ஏழாம் வகுப்பில் சரிவகம், இருசமபக்க சரிவகம் என்ற சிறப்பு நாற்கரங்களைப் பற்றியும், அவற்றின் பண்புகளையும் கற்றறிந்துள்ளோம். இப்பொழுது சரிவகத்தின் வரையறையை நினைவு கூர்க.

ஒரு நாற்கரத்தில் ஒரு சோடி எதிர்ப்பக்கங்கள் மட்டும் இணையாக இருப்பின் அந்த நாற்கரம் சரிவகம் ஆகும்.

4.3.2 சரிவகத்தின் பரப்பளவு

EASY என்ற சரிவகத்தை எடுத்துக்கொள்வோம்.



படம் 4.13

கொடுக்கப்பட்ட சரிவகத்தில் $\overline{YA}$ என்ற மூலைவிட்டத்தை வரைந்து இரு முக்கோணங்களாகப் பிரிக்கலாம்.

$\triangle$ EAY இன் அடிப்பக்கம் = $\overline{EA}$ (EA = a அலகுகள்)

$\triangle$ YAS இன் அடிப்பக்கம் = $\overline{YS}$ (YS = b அலகுகள்)

$\overline{EA} \parallel \overline{YS}$ என்று நாம் அறிவோம்.

மேலும் YF = HA = h அலகுகள்

$\triangle$ EAY இன் பரப்பளவு = $\frac{1}{2}\,ah$. இது போலவே, $\triangle$ YAS இன் பரப்பளவு = $\frac{1}{2}\,bh$.

எனவே,

சரிவகம் EASY இன் பரப்பளவு = $\triangle$ EAY இன் பரப்பளவு + $\triangle$ YAS இன் பரப்பளவு

$$= \frac{1}{2}\,ah + \frac{1}{2}\,bh$$

$$= \frac{1}{2}\,h\,(a + b) \text{ சதுர அலகுகள்.}$$

$= \frac{1}{2} \times$ உயரம்$\times$(இணைப்பக்க அளவுகளின் கூடுதல்) சதுர அலகுகள்.

சரிவகத்தின் பரப்பளவு

A = $\frac{1}{2}$ h (a + b) ச.அ. 'a' மற்றும் 'b' என்பவை இணைப்பக்கங்களின் நீளங்கள், மேலும் h என்பது இணைப்பக்கங்களுக்கு இடையேயுள்ள செங்குத்துத் தொலைவு ஆகும்.

கணிதம்

4.3.3 சரிவகம் அமைத்தல்

பொதுவாக, நாம் சரிவகத்தை வரையும் பொழுது, அதிக நீளமுள்ள இணைப் பக்கத்தை அடிப்பக்கமாக எடுத்துக் கொள்கிறோம். இந்த அடிப்பக்கத்தின் மீது கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளுக்கு ஒரு முக்கோணம் வரைய வேண்டும். இம்முக்கோணம் இணைப்பக்கங்களுக்கு இடையில் அமையுமாறு வரைய வேண்டும்.

இப்பொழுது, முக்கோணத்தின் அடிப்பக்கத்திற்கு எதிராக அமையும் உச்சி, சரிவகத்தின் அடிப்பக்கத்திற்கு எதிராக உள்ள இணை கோட்டில் அமைகின்றது. இந்த உச்சியின் வழியாக அடிப்பக்கத்திற்கு இணையாக ஒரு கோடு வரைகின்றோம்.

சரிவகத்தின் நான்காவது உச்சி இக்கோட்டில் அமைகின்றது. கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளில் எஞ்சியுள்ள அளவின் உதவியால் இந்த நான்காவது உச்சி குறிக்கப்படுகின்றது. பின்னர் தக்க உச்சிகளைக் கோட்டுத் துண்டுகளின் மூலம் முறையாகச் சேர்ப்பதால் சரிவகம் நமக்குக் கிடைக்கின்றது.

ஒரு சரிவகத்தை வரைய ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பற்ற நான்கு அளவுகள் கொடுக்கப்பட வேண்டும்.

பின்வரும் அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால் நாம் சரிவகத்தை வரைய இயலும்:

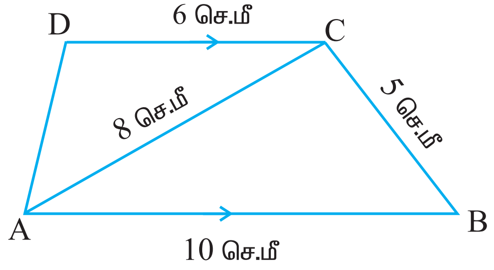
(i) மூன்று பக்கங்கள், ஒரு மூலைவிட்டம்
(ii) மூன்று பக்கங்கள், ஒரு கோணம்
(iii) இரண்டு பக்கங்கள், இரண்டு கோணங்கள்
(iv) நான்கு பக்கங்கள்

4.3.4 மூன்று பக்கங்களும், ஒரு மூலைவிட்டமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சரிவகம் அமைத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 4.6

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$. AB = 10 செ.மீ., BC = 5 செ.மீ., AC = 8 செ.மீ. மற்றும் CD = 6 செ.மீ. அளவுகள் கொண்ட ABCD என்ற சரிவகம் அமைத்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

உதவிப்படம்



படம் 4.14

தீர்வு

தரவு : $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$.

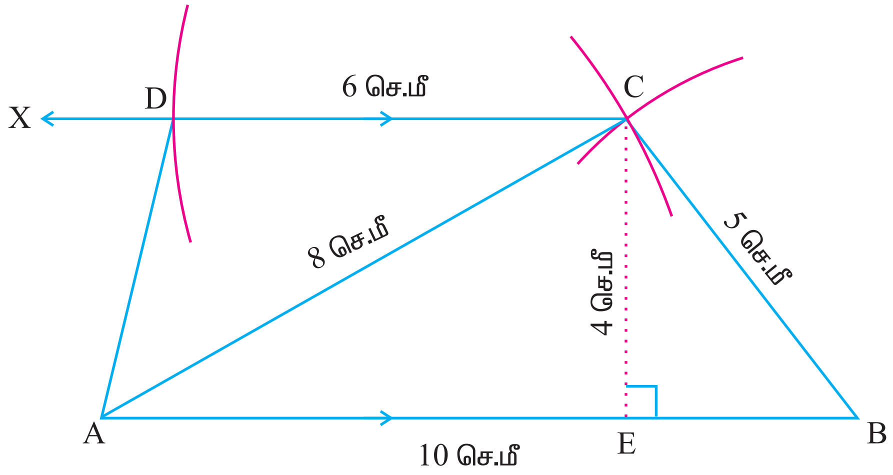
AB = 10 செ.மீ., BC = 5 செ.மீ., AC = 8 செ.மீ. மற்றும் CD = 6 செ.மீ.

சரிவகம் அமைத்தல்

வரைதலுக்கான படிகள்

படி 1 : உதவிப்படம் ஒன்றினை வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2 : 10 செ.மீ. நீளமுடைய AB என்ற ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.



படம் 4.15

படி 3 : A யையும், B யையும் மையங்களாகக் கொண்டு முறையே 8 செ.மீ., 5 செ.மீ., ஆர அளவுகளையுடைய இரண்டு வட்ட வில்கள் வரையவும். அவை C இல் வெட்டட்டும்.

படி 4 : $\overline{AC}$ மற்றும் $\overline{BC}$ ஐ வரையவும்.

படி 5 : BA க்கு இணையாக $\overrightarrow{CX}$ ஐ மூலைவிட்டங்களைப் பயன்படுத்தி வரையவும்.

படி 6 : C ஐ மையமாகக்கொண்டு 6 செ.மீ., ஆரமுடைய ஒரு வட்டவில் $\overrightarrow{CX}$ ஐ D இல் வெட்டுமாறு வரையவும்.

படி 7 : $\overline{AD}$ ஐ வரையவும்.

ABCD தேவையான சரிவகம் ஆகும்.

படி 8 : C யிலிருந்து $\overline{AB}$ க்கு $\overline{CE} \perp \overline{AB}$ ஆக வரையவும்.

CE இன் அளவு காணவும்.

CE = h = 4 செ.மீ. AB = a = 10 செ.மீ., DC = b = 6 செ.மீ. ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

ABCD என்ற சரிவகத்தில், a = 10 செ.மீ., b = 6 செ.மீ. மற்றும் h = 4 செ.மீ.

சரிவகம் ABCD இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} h(a+b)$

$$= \frac{1}{2}(4)(10+6)$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 16 = 32 \text{ செ.மீ}^2.$$

4.3.5 மூன்று பக்கங்களும், ஒரு கோணமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சரிவகம் அமைத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 4.7

$\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$. PQ = 8 செ.மீ., $\angle PQR = 70°$, QR = 6 செ.மீ. மற்றும் PS = 6 செ.மீ. ஆகிய அளவுகள் கொண்ட PQRS என்ற சரிவகம் அமைத்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

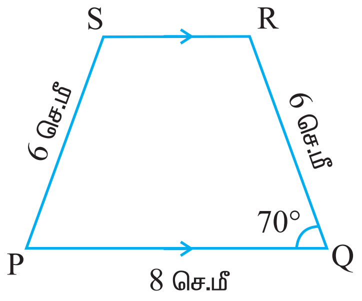
தீர்வு

தரவு: $\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$

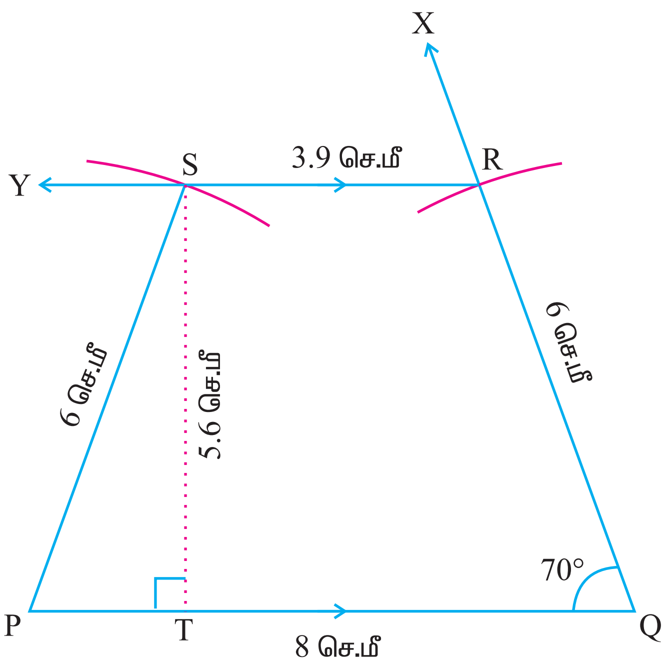
PQ = 8 செ.மீ., $\angle$PQR = 70°, QR = 6 செ.மீ. மற்றும் PS = 6 செ.மீ.

சரிவகம் அமைத்தல்

உதவிப்படம்



படம் 4.16



படம் 4.17

வரைதலுக்கான படிகள்

படி 1 : உதவிப்படம் ஒன்றினை வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2 : 8 செ.மீ. நீளமுடைய PQ என்ற ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

படி 3 : PQ என்ற கோட்டுத்துண்டின் மேல் Q இல் $\angle$ PQX = 70° உள்ளவாறு $\overrightarrow{QX}$ ஐ வரையவும்.

படி 4 : Q ஐ மையமாகக் கொண்டு 6 செ.மீ. ஆரமுடைய வட்டவில் ஒன்று வரையவும். இது $\overrightarrow{QX}$ ஐ R இல் வெட்டட்டும்.

படி 5 : $\overline{QP}$ க்கு இணையாக $\overrightarrow{RY}$ ஐ வரையவும்.

படி 6 : P ஐ மையமாகக் கொண்டு 6 செ.மீ. ஆரமுடைய வட்டவில் ஒன்று $\overrightarrow{RY}$ ஐ S இல் வெட்டுமாறு வரையவும்.

படி 7 : கோட்டுத்துண்டு PS ஐ வரையவும்.

PQRS தேவையான சரிவகம் ஆகும்.

படி 8 : S இலிருந்து $\overline{PQ}$ க்கு, $\overline{ST} \perp \overline{PQ}$ ஆக வரையவும். ST இன் அளவு காணவும். ST = h = 5.6 செ.மீ.,

PQ = a = 8 செ.மீ., RS = b = 3.9 செ.மீ. ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

PQRS என்ற சரிவகத்தில், $a = 8$ செ.மீ., $b = 3.9$ செ.மீ. மற்றும் $h = 5.6$ செ.மீ.

சரிவகம் PQRS இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} h(a+b)$

$= \frac{1}{2}(5.6)(8+3.9)$

$= \frac{1}{2} \times 5.6 \times 11.9$

$= 33.32$ செ.மீ ^{2}.

4.3.6 இரண்டு பக்கங்களும், இரண்டு கோணங்களும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சரிவகம் அமைத்தல்

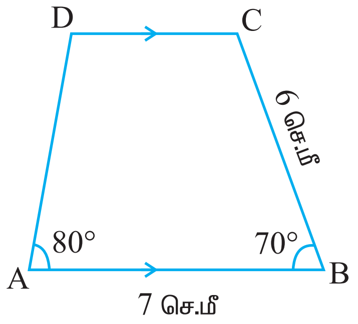
எடுத்துக்காட்டு 4.8

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$. AB = 7 செ.மீ., BC = 6 செ.மீ., $\angle$ BAD = 80° மற்றும் $\angle$ ABC = 70° ஆகிய அளவுகள் கொண்ட ABCD என்ற சரிவகம் அமைத்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு

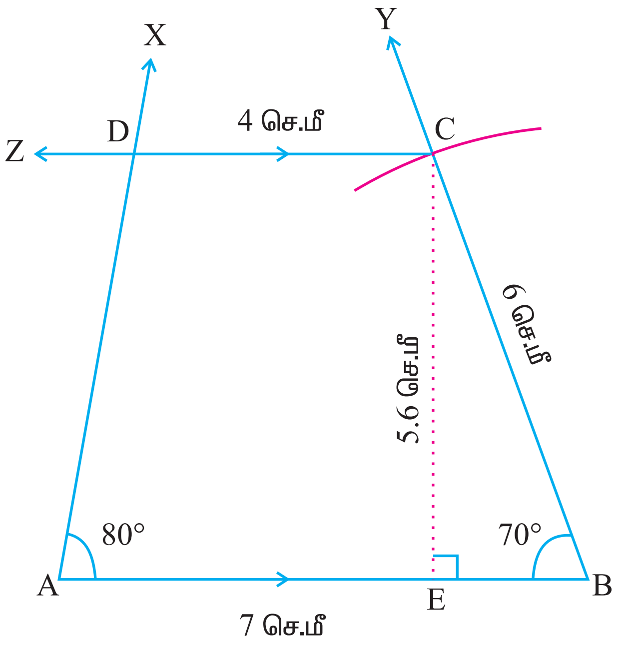
தரவு: $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ AB = 7 செ.மீ., BC = 6 செ.மீ., $\angle$ BAD = 80° மற்றும் $\angle$ ABC = 70°

உதவிப்படம்



படம் 4.18

சரிவகம் அமைத்தல்



படம் 4.19

வரைதலுக்கான படிகள்

படி 1 : உதவிப்படம் ஒன்றினை வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2 : 7 செ.மீ. நீளமுடைய AB என்ற ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

படி 3 : AB என்ற கோட்டுத்துண்டின் மேல் A இடத்து $\angle BAX = 80°$ உள்ளவாறு $\overrightarrow{AX}$ஐ அமைக்கவும்.

படி 4 : AB என்ற கோட்டுத்துண்டின் மேல் B இடத்து $\angle ABY = 70°$ உள்ளவாறு $\overrightarrow{BY}$ஐ அமைக்கவும்.

படி 5 : B ஐ மையமாகக் கொண்டு 6 செ.மீ. ஆரமுடைய வட்டவில் ஒன்று வரையவும். இந்த வில் $\overrightarrow{BY}$ ஐ C இல் வெட்டட்டும்.

படி 6 : $\overline{AB}$ க்கு இணையாக C இன் வழியாக $\overrightarrow{CZ}$ ஐ வரையவும்.

இது $\overrightarrow{AX}$ஐ D இல் வெட்டட்டும். ABCD தேவையான சரிவகம் ஆகும்.

படி 7 : C யிலிருந்து $\overline{AB}$ க்கு $\overline{CE} \perp \overline{AB}$ ஆக வரையவும். CE யின் அளவு காணவும்.

$CE = h = 5.6$ செ.மீ. மற்றும் $CD = b = 4$ செ.மீ. ஆகும்.

$AB = a = 7$ செ.மீ.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

சரிவகம் ABCD இல், $a = 7$ செ.மீ., $b = 4$ செ.மீ., மற்றும் $h = 5.6$ செ.மீ.

சரிவகம் ABCD இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} h(a+b)$

$= \frac{1}{2}(5.6)\ (7+4)$

$= \frac{1}{2} \times 5.6 \times 11$

$= 30.8$ செ.மீ ^{2}.

4.3.7 நான்கு பக்கங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சரிவகம் அமைத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 4.9

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$. AB = 7 செ.மீ., BC = 5 செ.மீ., CD = 4 செ.மீ. மற்றும் AD = 5 செ.மீ., ஆகிய அளவுகள் கொண்ட ABCD என்ற சரிவகம் அமைத்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு

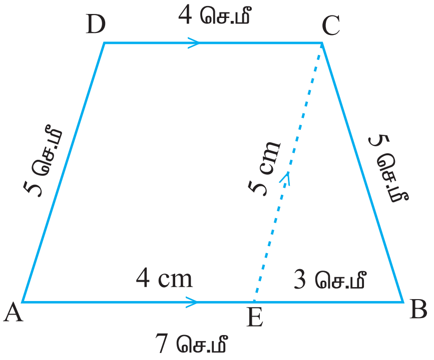
தரவு: $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$.

AB = 7 செ.மீ., BC = 5 செ.மீ.,

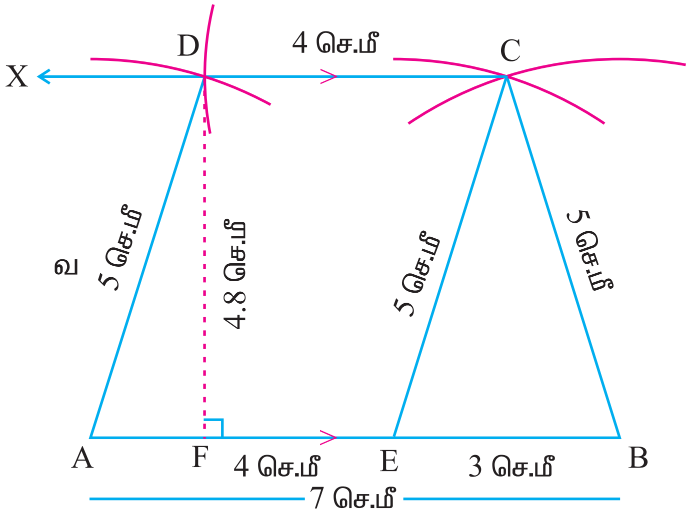
CD = 4 செ.மீ. மற்றும் AD = 5 செ.மீ.

சரிவகம் அமைத்தல்

உதவிப்படம்



படம் 4.20



படம் 4.21

வரைதலுக்கான படிகள்

படி 1 : உதவிப்படம் ஒன்றினை வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

$\overline{CE} \parallel \overline{DA}$ ஆக வரையவும். AECD ஓர் இணைகரம் ஆகும்.

$\therefore$ EC = 5 செ.மீ., AE = DC = 4 செ.மீ.,

படி 2 : 7 செ.மீ. நீளமுடைய AB என்ற ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

படி 3 : DC = 4 செ.மீ. என்பதால் AB இல் AE = 4 செ.மீ. உள்ளவாறு E என்ற புள்ளியைக் குறிக்கவும்.

படி 4 : B மற்றும் E ஐ மையங்களாகக் கொண்டு 5 செ.மீ., ஆர அளவுகளுடைய இரண்டு வட்ட வில்கள் வரையவும். அவை வெட்டும் புள்ளியை C எனக் குறிக்கவும்.

படி 5 : $\overline{BC}$ மற்றும் $\overline{EC}$ ஐ வரையவும்.

படி 6 : C மற்றும் A ஐ மையங்களாகக் கொண்டு முறையே 4 செ.மீ., மற்றும் 5 செ.மீ., ஆரங்களையுடைய இரண்டு வட்ட வில்கள் வரையவும். அவை D இல் வெட்டட்டும்.

படி 7 : $\overline{AD}$ மற்றும் $\overline{CD}$ ஐ வரையவும்.

ABCD என்பது தேவையான சரிவகம் ஆகும்.

படி 8 : D யிலிருந்து $\overline{AB}$க்கு $\overline{DF} \perp \overline{AB}$ ஆக வரையவும். DF இன் அளவு காணவும். DF = h = 4.8 செ.மீ.

AB = a = 7 செ.மீ., CD = b = 4 செ.மீ. ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

சரிவகம் ABCD இல், $a = 7$ செ.மீ., $b = 4$ செ.மீ., மற்றும் $h = 4.8$ செ.மீ.

சரிவகம் ABCD இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2}h(a+b)$

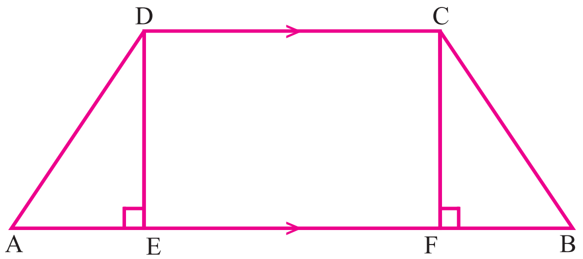
$$= \frac{1}{2}(4.8)\ (7+4)$$

$$= \frac{1}{2} \times 4.8 \times 11$$

$$= 2.4 \times 11 = 26.4 \text{ செ.மீ}^2.$$

4.3.8 இருசமபக்க சரிவகம்

படம் **6.22** இல் ABCD ஒரு இருசமபக்க சரிவகம். இதில்



படம் 4.22

(i) இணையில்லாப் பக்கங்கள் AD மற்றும் BC இன் அளவுகள் சமம்.
அதாவது, AD = BC.

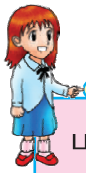
(ii) $\angle A = \angle B$.
மற்றும் $\angle ADC = \angle BCD$

(iii) மூலைவிட்டங்களின் அளவுகள் சமம்.
அதாவது, AC = BD

(iv) AE = BF, $(\overline{DE} \perp \overline{AB}, \overline{CF} \perp \overline{BA})$
ஒரு இருசமபக்க சரிவகத்தில்

(i) ஒரு சோடி எதிர்ப் பக்கங்கள் இணை
(ii) இணையில்லாப் பக்கங்கள் சமம்

என்பதால் இருசமபக்க சரிவகம் அமைத்திட ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத மூன்று அளவுகள் மட்டுமே நமக்குத் தேவைப்படுகின்றன.



நீவிர் அறிவீரா?

பழங்கால இந்தியர்கள் நாற்கரங்களின் பல பண்புகளை அறிந்திருந்தனர் என்பது குறிப்பிடத்தக்கது. "பௌத்தயான சூத்ராஸ்" என்னும் நூலில் தெளிவாகக் குறிப்பிடப்பட்ட இரண்டு வடிவியல் தேற்றங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

i) செவ்வகத்தின் இரு மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இரு சமக் கூறிடும். அவை செவ்வகத்தினை நான்கு சமப் பகுதிகளாகப் பிரிக்கும்.

ii) சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று செங்குத்தாக இரு சமக் கூறிடும்.

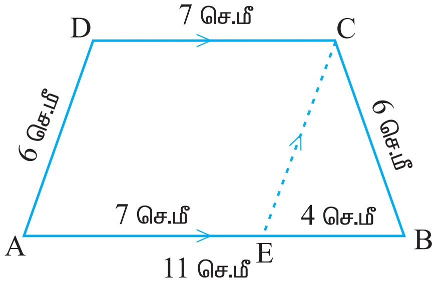
கணக்கு

4.3.9 இரு சமபக்க சரிவகம் அமைத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 4.10

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$. AB = 11 செ.மீ., DC = 7 செ.மீ. மற்றும் AD = BC = 6 செ.மீ. அளவுகள் கொண்ட ABCD என்ற இருசமபக்க சரிவகம் அமைத்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

உதவிப் படம்



படம் 4.23

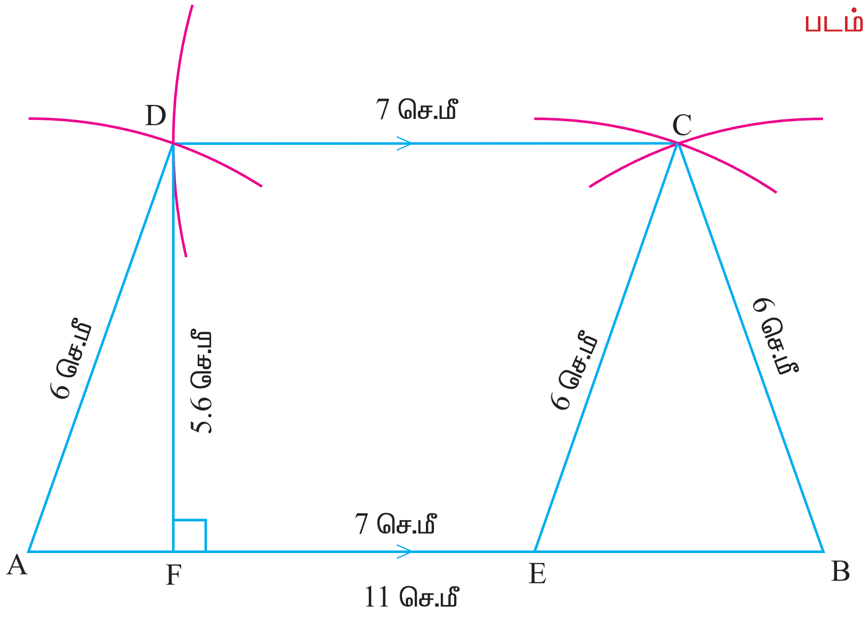
தீர்வு

தரவு: $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$.

AB = 11 செ.மீ., DC = 7 செ.மீ. மற்றும்

AD = BC = 6 செ.மீ.

இருசமபக்க சரிவகம் அமைத்தல்



படம் 4.24

வரைதலுக்கான படிகள்

படி 1 : உதவிப்படம் ஒன்றினை வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2 : 11 செமீ நீளமுடைய AB என்ற ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

படி 3 : DC = 7 செ.மீ., என்பதால் $\overline{AB}$ இல் AE = 7 செ.மீ., உள்ளவாறு E என்ற புள்ளியைக் குறிக்கவும்.

படி 4 : E, B இவற்றை மையங்களாகக் கொண்டு (AD = EC = 6 செ.மீ.) 6 செ.மீ. ஆர அளவுடைய இரு வட்ட வில்கள் வரையவும். அவை வெட்டுமிடம் C எனக் குறிக்கவும்.

படி 5 : $\overline{BC}$ மற்றும் $\overline{EC}$ ஐ வரையவும்.

படி 6 : C, A இவற்றை மையங்களாகக் கொண்டு முறையே 7 செ.மீ. மற்றும் 6 செ.மீ. ஆர அளவுகளையுடைய இரு வட்ட வில்கள் வரையவும். அவை வெட்டுமிடம் D எனக் குறிக்கவும்.

படி 7 : $\overline{AD}$ மற்றும் $\overline{CD}$ ஐ வரையவும்.

ABCD தேவையான இருசமபக்க சரிவகம் ஆகும்.

படி 8 : D யிலிருந்து $\overline{AB}$ க்கு $\overline{DF} \perp \overline{AB}$ ஆக வரையவும். DF இன் அளவு காணவும்.

DF = h = 5.6 செ.மீ. AB = a = 11 செ.மீ. மற்றும் CD = b = 7 செ.மீ. ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

ABCD என்ற இருசமபக்க சரிவகத்தில், a = 11 செ.மீ., b = 7 செ.மீ., மற்றும் h = 5.6 செ.மீ.

இருசமபக்க சரிவகம் ABCD இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} h(a+b)$

$= \frac{1}{2}(5.6)\ (11+7)$

$= \frac{1}{2} \times 5.6 \times 18$ = 50.4 செ.மீ^{2}.

பயிற்சி 4.2

I. கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு PQRS என்ற சரிவகம் அமைத்து அதன் பரப்பளவைக் காணவும்.

1. $\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$. PQ = 6.8 செ.மீ., QR = 7.2 செ.மீ., PR = 8.4 செ.மீ. மற்றும் RS = 8 செ.மீ.
2. $\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$. PQ = 8 செ.மீ., QR = 5 செ.மீ., PR = 6 செ.மீ. மற்றும் RS = 4.5 செ.மீ.
3. $\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$. PQ = 7 செ.மீ., $\angle$ Q = 60°, QR = 5 செ.மீ., மற்றும் RS = 4 செ.மீ.
4. $\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$. PQ = 6.5 செ.மீ., QR = 7 செ.மீ., $\angle$ PQR = 85° மற்றும் PS = 9 செ.மீ.
5. $\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$. PQ = 7.5 செ.மீ., PS = 6.5 செ.மீ., $\angle$ QPS = 100° மற்றும் $\angle$ PQR = 45°.
6. $\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$. PQ = 6 செ.மீ., PS = 5 செ.மீ., $\angle$ QPS = 60° மற்றும் $\angle$ PQR = 100°.
7. $\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$. PQ = 8 செ.மீ., QR = 5 செ.மீ., RS = 6 செ.மீ. மற்றும் SP = 4 செ.மீ..
8. $\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$. PQ = 4.5 செ.மீ., QR = 2.5 செ.மீ., RS = 3 செ.மீ. மற்றும் SP = 2 செ.மீ..

II. கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு இருசமபக்க சரிவகம் ABCD வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் கணக்கிடவும்.

1. $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, AB = 9 செ.மீ., DC = 6 செ.மீ. மற்றும் AD = BC = 5 செ.மீ.
2. $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, AB = 10 செ.மீ., DC = 6 செ.மீ. மற்றும் AD = BC = 7 செ.மீ.

கணக்கு

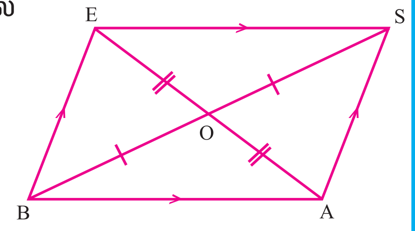
4.4 இணைகரம்

4.4.1 அறிமுகம்

ஏழாம் வகுப்பில் இணைகரம் பற்றிய கருத்துகளைக் கற்றுள்ளீர்கள். இணைகரத்தைப் பின்வருமாறு வரையறுக்கலாம்.

எதிர்ப் பக்கங்கள் இணையாக உள்ள ஒரு நாற்கரம், இணைகரம் ஆகும்.

படம் 6.25 இல் காட்டப்பட்டுள்ள இணைகரம் BASE இல் பின்வரும் பண்புகளைப் பற்றி நாம் அறிவோம்.



படம் 4.25

(i) $\overline{BA} \parallel \overline{ES}$; $\overline{BE} \parallel \overline{AS}$

(ii) எதிர்ப் பக்கங்களின் அளவுகள் சமம்.

அதாவது $BA = ES$; $BE = AS$

(iii) எதிர்க்கோணங்களின் அளவுகள் சமம்.

அதாவது $\angle BES = \angle BAS$; $\angle EBA = \angle ESA$

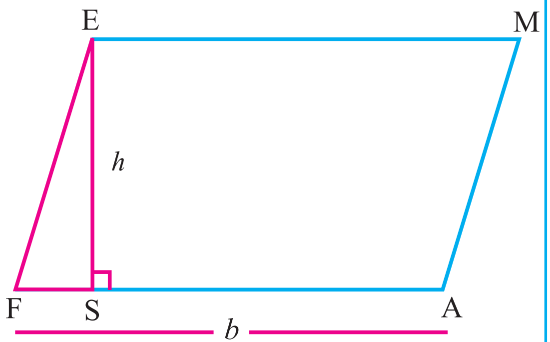
(iv) மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இரு சமபாகங்களாக வெட்டிக்கொள்கின்றன.

$OB = OS$; $OE = OA$, ஆனால் $BS \neq AE$.

(v) இரு அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூடுதல் 180° ஆகும்.

இப்பொழுது நாம் இணைகரங்களை வரையும் முறை மற்றும் அதன் பரப்பளவு காணும் முறையைப் பற்றிக் காண்போம்.

4.4.2 இணைகரத்தின் பரப்பளவு

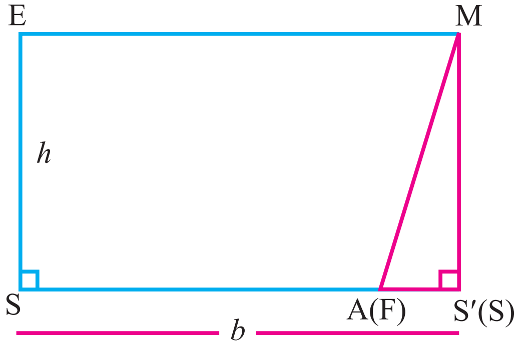


படம் 4.26

சிவப்புப் பகுதியை FAME என்ற இணைகரத்திலிருந்து வெட்டி எடுப்போம். (செங்கோண முக்கோணம் EFS). இதை வலப்புறம் FAME உடன் இணைப்போம், முடிவில் கிடைத்த உருவம் ஒரு செவ்வகம் ஆகும்.

நீள அளவு b அலகுகள், உயர அளவு h அலகுகள் எனில் செவ்வகத்தின் பரப்பு

$A = bh$ சதுர அலகுகள்.



படம் 4.27

இங்கு நாம் FAME என்ற இணைகரத்தை $ESS'M$ என்ற செவ்வகமாக மாற்றியுள்ளோம். எனவே இணைகரத்தின் பரப்பு $A = bh$ சதுர அலகுகள் ஆகும்.

இதில் 'b' என்பது இணைகரத்தின் அடிப்பக்கம். மேலும் 'h' என்பது இணைப் பக்கங்களுக்கு இடையேயுள்ள செங்குத்துத் தொலைவு ஆகும்.

4.4.3 இணைகரம் அமைத்தல்

பொருத்தமான இருமுக்கோணங்களாகப் பிரிப்பதன்மூலம் இணைகரங்கள் வரையப் படுகின்றன. கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளிலிருந்து ஒரு முக்கோணம் வரைந்த பின்னர் நான்காவது உச்சியைக் காண்கிறோம். எனவே, இணைகரம் அமைப்பதற்கு ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத மூன்று அளவுகள் தேவைப்படுகின்றன.

பின்வருவனவற்றின் அளவுகளைக் கொடுத்தால் நாம் இணைகரத்தை வரையலாம்.

(i) இரண்டு அடுத்துள்ள பக்கங்கள், ஒரு கோணம்

(ii) இரண்டு அடுத்துள்ள பக்கங்கள், ஒரு மூலைவிட்டம்

(iii) இரண்டு மூலைவிட்டங்கள், அவற்றிற்கு இடைப்பட்ட ஒரு கோணம்

(iv) ஒரு பக்கம், ஒரு மூலைவிட்டம் மற்றும் ஒரு கோணம்

4.4.4 இரண்டு அடுத்துள்ள பக்கங்களும், ஒரு கோணமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது இணைகரம் அமைத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 4.11

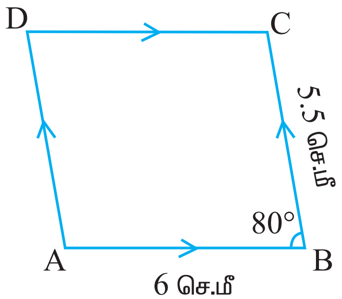
AB = 6 செ.மீ., BC = 5.5 செ.மீ. மற்றும் $\angle ABC = 80^\circ$ அளவுகள் கொண்ட ABCD என்ற இணைகரம் அமைத்து அதன் பரப்பளவு காண்க.

தீர்வு

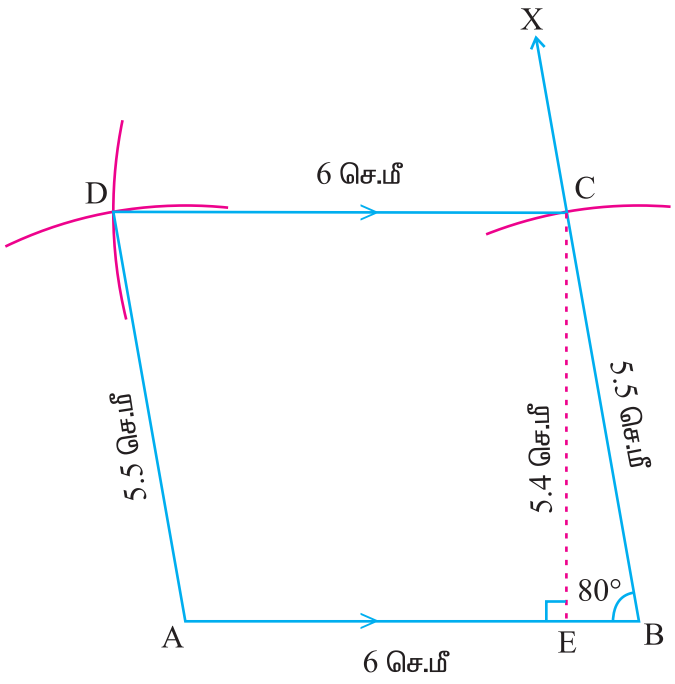
தரவு: AB = 6 செ.மீ., BC = 5.5 செ.மீ. மற்றும் $\angle ABC = 80^\circ$

இணைகரம் அமைத்தல்

உதவிப்படம்



படம் 4.28



படம் 4.29

வரைதலுக்கான படிகள்

படி 1 : உதவிப்படம் ஒன்றினை வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2 : 6 செ.மீ. நீளமுடைய AB என்ற ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

படி 3 : AB என்ற கோட்டுத்துண்டின் மேல் B இல் $\angle ABX = 80°$ உள்ளவாறு $\overrightarrow{BX}$ ஐ வரையவும்.

படி 4 : B ஐ மையமாகக் கொண்டு 5.5 செ.மீ. ஆரமுடைய வட்டவில் ஒன்று வரைக. இது $\overrightarrow{BX}$ ஐ C இல் வெட்டுகிறது.

படி 5 : C ஐயும், A ஐயும் மையங்களாகக் கொண்டு முறையே 6 செ.மீ., 5.5 செ.மீ. ஆரங்களையுடைய இரண்டு வட்ட வில்கள் வரையவும். அவை D இல் வெட்டட்டும்.

படி 6 : $\overline{AD}$ மற்றும் $\overline{CD}$ஐ வரையவும்

ABCD தேவையான இணைகரம் ஆகும்.

படி 7 : C யிலிருந்து $\overline{AB}$க்கு $\overline{CE} \perp \overline{AB}$ ஆக வரையவும். CE இன் அளவு காணவும். CE = h = 5.4 செ.மீ. AB = b = 6 செ.மீ. ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

இணைகரம் ABCD, b = 6 செ.மீ., h = 5.4 செ.மீ.

இணைகரம் ABCDஇன் பரப்பளவு $= b \times h = 6 \times 5.4 = 32.4$ செ.மீ^{2}.

4.4.5 இரண்டு அடுத்துள்ள பக்கங்களும், ஒரு மூலைவிட்டமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது இணைகரம் அமைத்தல்

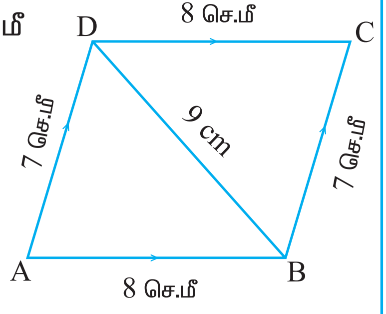
எடுத்துக்காட்டு 4.12

AB = 8 செ.மீ., AD = 7 செ.மீ. மற்றும் BD = 9 செ.மீ. அளவுகள் கொண்ட ABCD என்ற இணைகரம் அமைத்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு

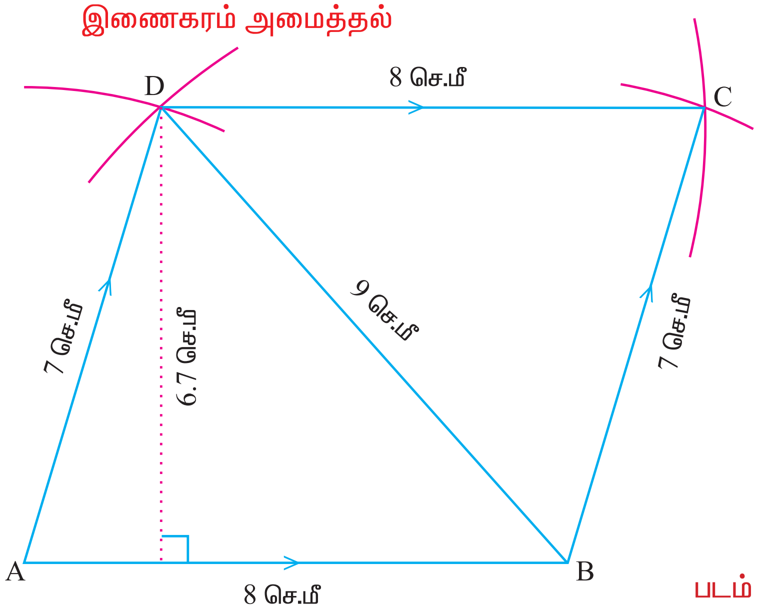
தரவு: AB = 8 செ.மீ., AD = 7 செ.மீ. மற்றும் BD = 9 செ.மீ

உதவிப்படம்



படம் 4.30

இணைகரம் அமைத்தல்



படம் 4.31

வரைதலுக்கான படிகள்

படி 1 : உதவிப்படம் ஒன்றினை வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2 : 8 செ.மீ. நீளமுடைய AB என்ற ஒரு கோட்டுத் துண்டை வரையவும்.

படி 3 : A ஐயும், B ஐயும் மையங்களாகக் கொண்டு முறையே 7 செ.மீ., 9 செ.மீ. ஆர அளவுகளையுடைய இரண்டு வட்ட வில்கள் வரையவும். அவை D இல் வெட்டட்டும்.

படி 4 : $\overline{AD}$ மற்றும் $\overline{BD}$ ஐ வரையவும்.

படி 5 : B ஐயும், D ஐயும் மையங்களாகக் கொண்டு முறையே 7 செ.மீ., 8 செ.மீ. ஆர அளவுகளையுடைய இரண்டு வட்ட வில்கள் வரையவும். அவை C இல் வெட்டட்டும்.

படி 6 : $\overline{CD}$ மற்றும் $\overline{BC}$ஐ வரையவும்.

ABCD தேவையான இணைகரம் ஆகும்.

படி 7 : D யிலிருந்து $\overline{AB}$ க்கு $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ ஆக வரையவும். DE யின் அளவு காணவும். DE = h = 6.7 செ.மீ., AB = DC = b = 8 செ.மீ. ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

இணைகரம் ABCD இல், b = 8 செ.மீ. மற்றும் h = 6.7 செ.மீ.

இணைகரம் ABCD இன் பரப்பளவு $= b \times h$

$= 8 \times 6.7 = 53.6$ செ.மீ ^{2}.

4.4.6 இரண்டு மூலைவிட்டங்களும், அவற்றிற்கு இடைப்பட்ட ஒரு கோணமும் கொடுக்கப் பட்டிருக்கும்போது இணைகரம் அமைத்தல்

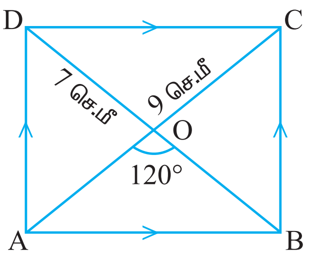
எடுத்துக்காட்டு 4.13

AC = 9 செ.மீ, BD = 7 செ.மீ. மற்றும் $\angle$ AOB = 120°, $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ என்பன ‘O’ வில் வெட்டிக்கொள்கின்றன. இந்த அளவுகள் கொண்ட ABCD என்ற இணைகரம் அமைத்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு

தரவு: AC = 9 செ.மீ, BD = 7 செ.மீ. மற்றும் $\angle$ AOB = 120°, $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ என்பன ‘O’ வில் வெட்டிக்கொள்கின்றன.

உதவிப்படம்



படம் 4.32

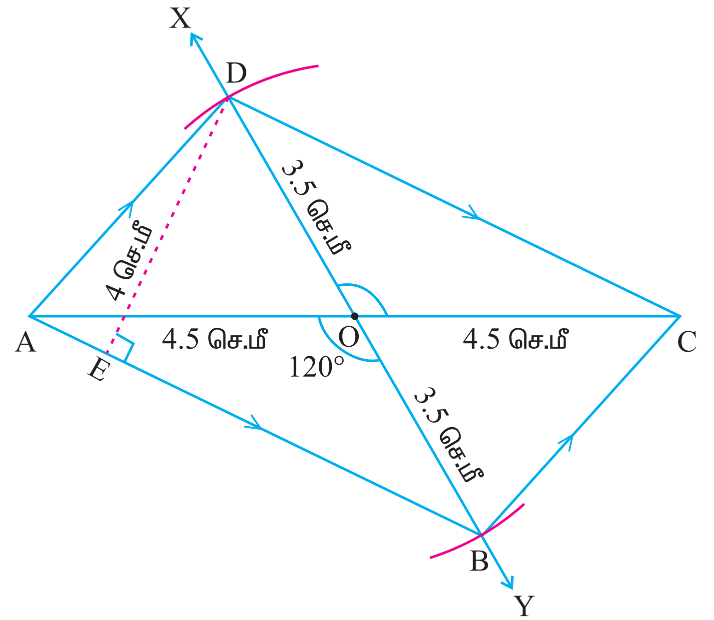
இணைகரம் அமைத்தல்

வரைதலுக்கான படிகள்

படி 1 : உதவிப்படம் ஒன்றினை வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2 : 9 செ.மீ. நீளமுடைய AC என்ற ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

படி 3 : $\overline{AC}$இன் மையப்புள்ளியை ‘O’ எனக் குறிக்கவும்.



படம் 4.33

படி 4 : $\angle AOY = 120°$ என இருக்குமாறு 'O' இன் வழியாக $\overleftrightarrow{XY}$ ஐ வரையவும்.

படி 5 : 'O' வை மையமாகக் கொண்டு $\overline{AC}$ இன் இருபுறங்களிலும் $\overleftrightarrow{XY}$ இல் 3.5 செ.மீ. ஆர அளவுடைய இரண்டு வட்ட வில்கள் வரையவும். இவ்வில்கள் $\overrightarrow{OX}$ ஐ D யிலும் $\overrightarrow{OY}$ ஐ B யிலும் வெட்டட்டும்.

படி 6 : $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ மற்றும் $\overline{DA}$ ஐ வரையவும்.

ABCD தேவையான இணைகரம் ஆகும்.

படி 7 : D யிலிருந்து $\overline{AB}$ க்கு $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ ஆக வரையவும். DE இன் அளவு காணவும்.

DE = h = 4 செ.மீ. AB = b = 7 செ.மீ. ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

இணைகரம் ABCD இல், b = 7 செ.மீ. மற்றும் h = 4 செ.மீ.

இணைகரம் ABCD இன் பரப்பளவு = $b \times h = 7 \times 4 = 28$ செ.மீ ^{2}.

4.4.7 ஒரு பக்கம், ஒரு மூலைவிட்டம் மற்றும் ஒரு கோணம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும்போது இணைகரம் அமைத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 4.14

AB = 6 செ.மீ., $\angle ABC = 80°$ மற்றும் AC = 8 செ.மீ. அளவுகள் கொண்ட ABCD என்ற இணைகரம் அமைத்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

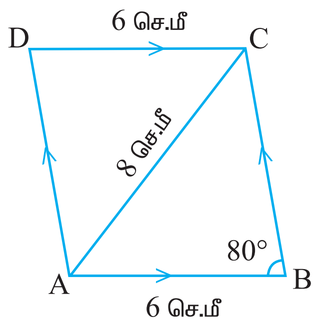
தீர்வு

தரவு:

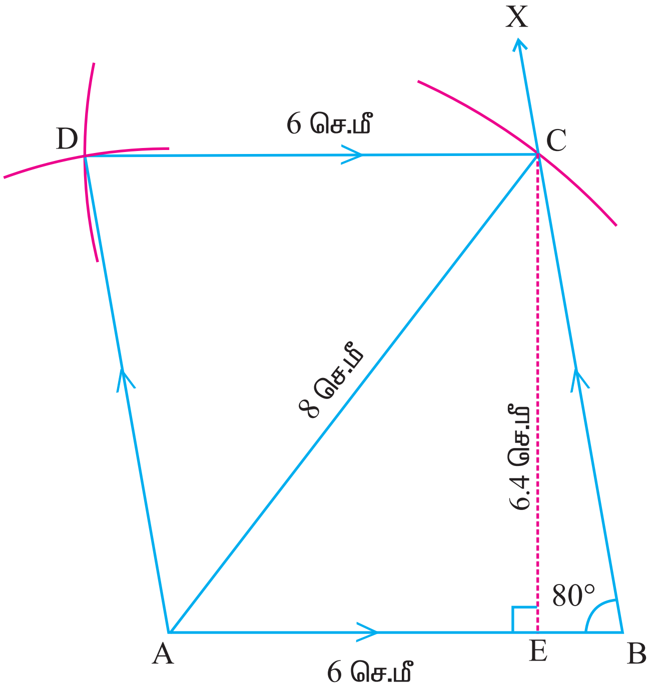
AB = 6 செ.மீ., $\angle ABC = 80°$ மற்றும் AC = 8 செ.மீ.

இணைகரம் அமைத்தல்

உதவிப்படம்



படம் 4.34



படம் 4.35

வரைதலுக்கான படிகள்

படி 1 : உதவிப்படம் ஒன்றினை வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2 : 6 செ.மீ. நீளமுடைய AB என்ற ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

படி 3 : AB என்ற கோட்டுத்துண்டின் மேல் B இல் $\angle ABX = 80°$ உள்ளவாறு $\overrightarrow{BX}$ ஐ அமைக்கவும்.

படி 4 : A ஐ மையமாகக்கொணடு 8 செ.மீ. ஆரமுடைய ஒரு வட்ட வில் வரையவும். அது $\overrightarrow{BX}$ ஐ C இல் வெட்டட்டும்.

படி 5 : $\overline{AC}$ ஐ வரையவும்.

படி 6 : C ஐ மையமாகக் கொண்டு 6 செ.மீ. ஆர அளவுடைய வட்டவில் ஒன்று வரையவும்.

படி 7 : A ஐ மையமாகக் கொண்டு, BC இன் அளவுக்குச் சமமான ஆரமுடைய மற்றொரு வில் வரையவும். இவ்விரண்டு வில்களும் D இல் வெட்டட்டும்.

படி 8 : $\overline{AD}$ மற்றும் $\overline{CD}$ ஐ வரையவும்.

ABCD தேவையான இணைகரம் ஆகும்.

படி 9 : C யிலிருந்து $\overline{AB}$ இக்கு $\overline{CE} \perp \overline{AB}$ ஆக வரையவும். CE யின் அளவு காணவும்.

CE = h = 6.4 செ.மீ., AB = b = 6 செ.மீ. ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

இணைகரம் ABCD இல், $b = 6$ செ.மீ. மற்றும் $h = 6.4$ செ.மீ.

இணைகரம் ABCD இன் பரப்பளவு $= b \times h$

$= 6 \times 6.4 = 38.4$ செ.மீ ^{2}.

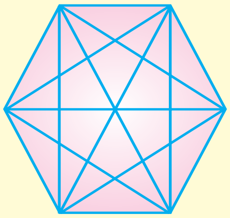
பயிற்சி 4.3

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு ABCD என்ற இணைகரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் கணக்கிடவும்.

1. AB = 7 செ.மீ., BC = 5 செ.மீ. மற்றும் $\angle$ ABC = 60°.
2. AB = 8.5 செ.மீ., AD = 6.5 செ.மீ. மற்றும் $\angle$ DAB = 100°.
3. AB = 6 செ.மீ., BD = 8 செ.மீ. மற்றும் AD = 5 செ.மீ.
4. AB = 5 செ.மீ., BC = 4 செ.மீ. மற்றும் AC = 7 செ.மீ.
5. AC = 10 செ.மீ., BD = 8 செ.மீ. மற்றும் $\angle$ AOB = 100°.
   $\overline{AC}$ ம் $\overline{BD}$ ம் ‘O’ இல் வெட்டுகின்றன.
6. AC = 8 செ.மீ., BD = 6 செ.மீ. மற்றும் $\angle$ COD = 90°.
   $\overline{AC}$ ம் $\overline{BD}$ ம் ‘O’ இல் வெட்டுகின்றன.
7. AB = 8 செ.மீ., AC = 10 செ.மீ. மற்றும் $\angle$ ABC = 100°.
8. AB = 5.5 செ.மீ., $\angle$ DAB = 50° மற்றும் BD = 7 செ.மீ.

ஆர்வமூட்டும் தகவல்கள்

- தங்கச் செவ்வகம் என்பது பன்னெடுங் காலமாக கலை மற்றும் கட்டடக்கலையில் காணப்படும் ஒருவித செவ்வகமாகும். தங்கச் செவ்வகத்தின் பக்கங்கள் தோராயமாக 1 : 1.6 என்ற விகிதத்தில் அமைந்து இருக்கும். இந்த விகிதம் தங்க விகிதம் என்று அழைக்கப்படுகிறது. தங்கச் செவ்வகம் கண்ணுக்கு விருந்தாகும். தங்க விகிதம் கி.மு. 5ஆம் நூற்றாண்டின் மத்தியில் கிரேக்கர்களால் கண்டுபிடிக்கப்பட்டது.
- 1855இல் காலமான கணிதமேதை கௌஸ், 17 பக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு பலகோணத்தைத் தன்னுடைய கல்லறையின் மீது வரையப்பட வேண்டும் என விரும்பினார். ஆனால் சிற்பி அதைச் செதுக்கும் போது அது ஒரு வட்டத்தைப் போன்று அமைந்துவிட்டது.
- புதிர் அறுகோணம்: எல்லா மூலைவிட்டங்களும் வரையப்பட்ட ஒரு ஒழுங்கு அறுகோணம் புதிர் அறுகோணம் ஆகும்.



கருத்துச் சுருக்கம்

- ஒரு தளத்தில் நான்கு கோடுகளால் அடைபடும் வடிவம் ஒரு நாற்கரம்.
- ஒரு நாற்கரம் அமைப்பதற்கு ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத ஐந்து அளவுகள் தேவை.
- ஒரு சோடி எதிர்ப்பக்கங்கள் இணையாக உள்ள நாற்கரம் சரிவகம் ஆகும்.
- ஒரு சரிவகம் அமைப்பதற்கு ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத நான்கு அளவுகள் தேவை.
- ஒரு சரிவகத்தில் இணையில்லாத பக்க அளவுகள் சமமெனில் அச்சரிவகம் இருசமபக்க சரிவகம் ஆகும்.
- ஓர் இருசமபக்க சரிவகம் அமைப்பதற்கு ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத மூன்று அளவுகள் தேவை.
- ஒவ்வொரு சோடி எதிர்ப் பக்கங்கள் இணையாக உள்ள நாற்கரம் இணைகரம் ஆகும்.
- ஓர் இணைகரம் அமைப்பதற்கு ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத மூன்று அளவுகள் தேவை.
- ஒரு நாற்கரத்தின் பரப்பளவு $A = \frac{1}{2} d (h_1 + h_2)$ சதுர அலகுகள். இதில் d என்பது மூலைவிட்டத்தின் அளவு h_1 மற்றும் h_2 என்பவை எதிர் உச்சிகளிலிருந்து மூலைவிட்டத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்துத் தொலைவுகள்.
- ஒரு சரிவகத்தின் பரப்பளவு $A = \frac{1}{2} h (a + b)$ சதுர அலகுகள். இதில் a மற்றும் b என்பன இணைப்பக்கங்களின் அளவுகள் மற்றும் h என்பது இணைப் பக்கங்களுக்கு இடையேயுள்ள செங்குத்துத் தொலைவு.
- ஒரு இணைகரத்தின் பரப்பளவு $A = b \times h$ சதுர அலகுகள். இதில் b என்பது இணைகரத்தின் அடிப்பக்கத்தின் அளவு மற்றும் h என்பது இணைப் பக்கங்களுக்கு இடையேயுள்ள செங்குத்துத் தொலைவு.

விடைகள்

அத்தியாயம் 1

பயிற்சி 1.1

1. i) A ii) C iii) B iv) D v) A

2. i) பரிமாற்றுப் பண்பு ii) சேர்ப்புப்பண்பு iii) பரிமாற்றுப் பண்பு

   iv) கூட்டல் சமனி v) கூட்டல் தலைகீழி

3. i) பரிமாற்றுப் பண்பு ii) பெருக்கல் சமனி

   iii) பெருக்கல் தலைகீழி iv) சேர்ப்பு

   v) பெருக்கலின் மேல் கூட்டலுக்கான பங்கீட்டுப் பண்பு

6. i) $\frac{-505}{252}$ ii) $\frac{-1}{14}$

பயிற்சி 1.2

1. i) $\frac{13}{15}$ ii) $\frac{23}{84}$ iii) $\frac{117}{176}$ iv) $\frac{53}{24}$

2. i) $\frac{31}{70}, \frac{51}{140}$ ii) $\frac{111}{110}, \frac{243}{220}$ iii) $\frac{17}{30}, \frac{9}{20}$ iv) $\frac{-1}{24}, \frac{1}{12}$

3. i) $\frac{3}{8}, \frac{5}{16}, \frac{9}{32}$ ii) $\frac{41}{60}, \frac{83}{120}, \frac{167}{240}$

   iii) $\frac{7}{12}, \frac{1}{8}, \frac{-5}{48}$ iv) $\frac{5}{48}, \frac{11}{96}, \frac{23}{192}$

குறிப்பு: 1, 2, 3 ஆகிய கணக்குகளுக்கு உள்ள சரியான விடைகளுள் ஒன்று மட்டுமே தரப்பட்டுள்ளது.

பயிற்சி 1.3

1. i) A ii) B iii) C iv) A v) B

2. i) $2\frac{7}{24}$ ii) $\frac{16}{17}$ iii) $\frac{11}{32}$ iv) $1\frac{7}{18}$ v) $\frac{-8}{19}$

   vi) $4\frac{23}{32}$ vii) 4 viii) $-5\frac{41}{60}$

பயிற்சி 1.4

1. i) C ii) B iii) A iv) D v) C

   vi) A vii) B viii) B ix) B x) D

2. i) $\frac{-1}{64}$ ii) $\frac{1}{64}$ iii) 625 iv) $\frac{2}{675}$ v) $\frac{1}{3^{22}}$

   vi) 54 vii) 1 viii) $256\, p^{q}$ ix) 231 x) $5\frac{1}{3}$

3. i) 5 ii) $\frac{1}{2}$ iii) 29 iv) 1 v) $5\frac{1}{16}$ vi) $\frac{6}{7^{21}}$

4. i) $m = 2$ ii) $m = 3$ iii) $m = 3$ iv) $m = 3$ v) $m = -6$ vi) $m = \frac{1}{4}$

5. a) i) 4 ii) 4 iii) 256 iv) 64 v) $\frac{1}{4}$

5. b) i) 4 ii) 2187 iii) 9 iv) 6561 v) $\frac{1}{9}$

பயிற்சி 1.5

1. (ii), (iii), (v) ஆகியவை வர்க்க எண்கள் அல்ல.

2. i) 4 ii) 9 iii) 1 iv) 5 v) 4

3. i) 64 ii) 16 iii) 81

4. i) 1 + 3 + 5 + 7 + 9 +11 + 13 ii) 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17

iii) 1 + 3 + 5 + 7 + 9 iv) 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21

5. i) $\frac{9}{64}$ ii) $\frac{49}{100}$ iii) $\frac{1}{25}$ iv) $\frac{4}{9}$ v) $\frac{961}{1600}$

6. i) 9 ii) 49 iii) 0.09 iv) $\frac{4}{9}$ v) $\frac{9}{16}$ vi) 0.36

7. a) $4^2 + 5^2 + \underline{20^2} = 21^2$ b) 10000200001

$5^2 + \underline{6^2} + 30^2 = 31^2$ 100000020000001

$6^2 + 7^2 + \underline{42^2} = \underline{43^2}$

பயிற்சி 1.6

1. i) 12 ii) 10 iii) 27 iv) 385

2. i) $\frac{3}{8}$ ii) $\frac{1}{4}$ iii) 7 iv) 4

3. i) 48 ii) 67 iii) 59 iv) 23 v) 57

vi) 37 vii) 76 viii) 89 ix) 24 x) 56

4. i) 27 ii) 20 iii) 42 iv) 64 v) 88

vi) 98 vi) 77 viii) 96 ix) 23 x) 90

5. i) 1.6 ii) 2.7 iii) 7.2 iv) 6.5 v) 5.6

vi) 0.54 vii) 3.4 viii) 0.043

6. i) 2 ii) 53 iii) 1 iv) 41 v) 31

7. i) 4 ii) 14 iii) 4 iv) 24 v) 149

8. i) 1.41 ii) 2.24 iii) 0.13 iv) 0.94 v) 1.04

9. 21 மீ 10. i) $\frac{15}{56}$ ii) $\frac{46}{59}$ iii) $\frac{23}{42}$ iv) $1\frac{13}{76}$

பயிற்சி 1.7

1. i) A ii) D iii) B iv) A v) B
vi) D vii) A viii) A ix) A x) D
2. ii) 216 iii) 729 v) 1000
3. i) 128 ii) 100 v) 72 vi) 625
4. i) 3 ii) 2 iii) 5 iv) 3 v) 11 vi) 5
5. i) 3 ii) 2 iii) 3 iv) 5 v) 10
6. i) 9 ii) 7 iii) 8 iv) 0.4 v) 0.6
vi) 1.75 vii) – 1.1 viii) – 30
7. 2.7 செ.மீ.

பயிற்சி 1.8

1. i) 12.57 ii) 25.42 கி.கி. iii) 39.93 மீ
iv) 56.60 மீ v) 41.06 மீ vi) 729.94 கி.மீ.
2. i) 0.052 மீ ii) 3.533 கி.மீ. iii) 58.294 லி
iv) 0.133 கிராம் v) 365.301 vi) 100.123
3. i) 250 ii) 150 iii) 6800 iv) 10,000
v) 36 லட்சங்கள் vi) 104 கோடிகள்
4. i) 22 ii) 777 iii) 402 iv) 306 v) 300 vi) 10,000

பயிற்சி 1.9

1. i) 25, 20, 15 ii) 6, 8, 10 iii) 63, 56, 49
iv) 7.7, 8.8, 9.9 v) 15, 21, 28 vi) 34, 55, 89
vii) 125, 216, 343
2. a) 11 தாவல்கள் b) 5 தாவல்கள்
3. a) 10ஆவது வரிசைகளிலும் உள்ள ஆப்பிள்கள் = 55ஆப்பிள்கள்
b) 210 ஆப்பிள்கள்

வரிசை	1	2	3	4	5	6	7	8	9
மொத்த ஆப்பிள்கள்	1	3	6	10	15	21	28	36	45

அத்தியாயம் 2

பயிற்சி 2.1

1. i) C ii) B iii) A iv) D v) A
   vi) D vii) B viii) C ix) A x) C
2. i) 180 செ.மீ., 1925 செ.மீ ^{2} ii) 54 செ.மீ., 173.25 செ.மீ ^{2}
   iii) 32.4 மீ, 62.37 மீ ^{2} iv) 25.2 மீ, 37.73 மீ ^{2}
3. i) 7.2 செ.மீ., 3.08 செ.மீ ^{2} ii) 144 செ.மீ., 1232 செ.மீ ^{2}
   iii) 216 செ.மீ., 2772 செ.மீ ^{2} iv) 288மீ, 4928 மீ ^{2}
4. i) 350 செ.மீ., 7546 செ.மீ ^{2} ii) 250 செ.மீ., 3850 செ.மீ.^{2}
   iii) 150 மீ, 1386 மீ ^{2} iv) 100 மீ, 616 மீ ^{2}
5. 77 செ.மீ ^{2}, 38.5 செ.மீ ^{2} 6. ₹ 540

பயிற்சி 2.2

1. i) 32 செ.மீ. ii) 40 செ.மீ. iii) 32.6 செ.மீ.
   iv) 40 செ.மீ. v) 98 செ.மீ.
2. i) 124 செ.மீ^{2} ii) 25 செ.மீ^{2} iii) 273 செ.மீ^{2}
   iv) 49.14 செ.மீ^{2} v) 10.40செ.மீ^{2}
3. i) 24 மீ^{2} ii) 284 செ.மீ^{2} iii) 308 செ.மீ^{2}
   iv) 10.5 செ.மீ^{2} v) 135.625 செ.மீ^{2} vi) 6.125 செ.மீ^{2}
4. 770 செ.மீ^{2} 5. 1286 மீ^{2} 6. 9384 மீ^{2}
7. 9.71 செ.மீ^{2} 8. 203 செ.மீ^{2} 9. 378 செ.மீ^{2}
10. i) 15,100 மீ^{2} ii) 550000 மீ^{2}

அத்தியாயம் 3

திருப்புதல் பயிற்சி

1. $y° = 52°$ 2. $x° = 40°$ 3. $\angle A = 110°$
4. $x° = 40°$ 5. $x° = 105°$
6. i) ஒத்த கோணங்கள் ii) ஒன்று விட்ட கோணங்கள் iii) ஒத்த கோணங்கள்

பயிற்சி 3.1

1. i) B ii) A iii) A iv) B v) A
2. $x° = 65°$ 3. $x° = 42°$
5. i) $x° = 58°, y° = 108°$ ii) $x° = 30°, y° = 30°$ iii) $x° = 42°, y° = 40°$
6. $x° = 153°, y° = 132°, z° = 53°$.

பயிற்சி 3.2

1. i) C ii) C iii) C iv) C v) B vi) A vii) B
2. $x° = 66°, y° = 132°$ 3. $x° = 70°$
4. $x° = 15°$ 7. $x° = 30°, y° = 60°, z° = 60°$

எண்களோடு விளையாடு

8 இல் உருவாகும் வியப்பூட்டும் எண்வரிசை

$1 \times 8 + 1 = 9$
$12 \times 8 + 2 = 98$
$123 \times 8 + 3 = 987$
$1234 \times 8 + 4 = 9876$
$12345 \times 8 + 5 = 98765$
$123456 \times 8 + 6 = 987654$
$1234567 \times 8 + 7 = 9876543$
$12345678 \times 8 + 8 = 98765432$
$123456789 \times 8 + 9 = 987654321$

9 உடனான 8 இன் வரிசை

$9 \times 9 + 7 = 88$
$98 \times 9 + 6 = 888$
$987 \times 9 + 5 = 8888$
$9876 \times 9 + 4 = 88888$
$98765 \times 9 + 3 = 888888$
$987654 \times 9 + 2 = 8888888$
$9876543 \times 9 + 1 = 88888888$
$98765432 \times 9 + 0 = 888888888$

8 அல்லாத எண் உடனான எண்வரிசை

$12345679 \times 9 = 111111111$
$12345679 \times 18 = 222222222$
$12345679 \times 27 = 333333333$
$12345679 \times 36 = 444444444$
$12345679 \times 45 = 555555555$
$12345679 \times 54 = 666666666$
$12345679 \times 63 = 777777777$
$12345679 \times 72 = 888888888$
$12345679 \times 81 = 999999999$

1 ஆல் அமைந்த எண் பிரதிபலிப்பான்கள்

$1 \times 1 = 1$
$11 \times 11 = 121$
$111 \times 111 = 12321$
$1111 \times 1111 = 1234321$
$11111 \times 11111 = 123454321$
$111111 \times 111111 = 12345654321$
$1111111 \times 1111111 = 1234567654321$
$11111111 \times 11111111 = 123456787654321$
$111111111 \times 111111111 = 12345678987654321$

“என்னால் முடியும், நானே செய்தேன்”

('I can, I did')

மாணவர் கற்றல் செயல்பாடுகள் பதிவேடு

பாடம் :

வ.எண்	நாள்	பாட எண்	பாடத்தலைப்பு	செயல்பாடு	குறிப்புரை