ગુજરાત રાજ્યના શિક્ષણવિભાગના પત્ર-ક્રમાંક
પઠય / 1012 / 973 / છ, તા. 26-9-2012 - થી મંજૂર

ભૌતિકવિજ્ઞાન

ધોરણ 12

(સિમેસ્ટર IV)

પ્રતિજ્ઞાપત્ર

ભારત મારો દેશ છે.
બધાં ભારતીયો મારાં ભાઈબહેન છે.
હું મારા દેશને ચાહું છું અને તેના સમૃદ્ધ અને
વૈવિધ્યપૂર્ણ વારસાનો મને ગર્વ છે.
હું સદાય તેને લાયક બનવા પ્રયત્ન કરીશ.
હું મારાં માતાપિતા, શિક્ષકો અને વડીલો પ્રત્યે આદર રાખીશ
અને દરેક જણ સાથે સભ્યતાથી વર્તીશ.
હું મારા દેશ અને દેશબાંધવોને મારી નિષ્ઠા અર્પું છું.
તેમનાં કલ્યાણ અને સમૃદ્ધિમાં જ મારું સુખ રહ્યું છે.

રાજ્ય સરકારની વિનામૂલ્યે યોજના હેઠળનું પુસ્તક

ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ
'વિદ્યાયન', સેક્ટર 10-એ, ગાંધીનગર-382010

© ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ, ગાંધીનગર
આ પાઠ્યપુસ્તકના સર્વ હક ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળને હસ્તક છે.
આ પાઠ્યપુસ્તકનો કોઈ ભાગ કોઈ પણ રૂપમાં ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળના નિયામકની લેખિત પરવાનગી વગર પ્રકાશિત કરી શકાશે નહિ.

લેખન
ડૉ. પી. એન. ગજ્જર (કન્વીનર)
ડૉ. વી. પી. પટેલ
પ્રૉ. એમ. એસ. રામી
ડૉ. અરુણ પી. પટેલ
ડૉ. દીપક એચ. ગદાણી
ડૉ. નિસર્ગ કે. ભટ્ટ
પ્રૉ. મહેશભાઈ સી. પટેલ

અનુવાદ
ડૉ. પી. એન. ગજ્જર
ડૉ. વી. પી. પટેલ
પ્રૉ. એમ. એસ. રામી
ડૉ. અરુણ પી. પટેલ
ડૉ. દીપક એચ. ગદાણી
ડૉ. નિસર્ગ કે. ભટ્ટ
પ્રૉ. મહેશભાઈ સી. પટેલ

સમીક્ષા
પ્રો. એચ. એસ. પટેલ
શ્રી જે. પી. જોષી
શ્રી દિનેશ વી. સુથાર
શ્રી જે. એમ. પટેલ
શ્રી સુરેશ જી. પટેલ
શ્રી મૂકેશ એસ. ભટ્ટ
શ્રી મયૂર એમ. રાવલ
શ્રી વાસુદેવ વી. રાવલ
શ્રી કલ્પેશ ડી. પટેલ
શ્રી શાન્તિલાલ એસ. પટેલ

ભાષાશુદ્ધિ
ડૉ. સ્વપનીલ મહેતા

ચિત્રાંકન
શ્રી જી. વી. મેવાડા

સંયોજન
શ્રી ચિરાગ એચ. પટેલ
(વિષય-સંયોજક : ભૌતિકવિજ્ઞાન)

નિર્માણ-આયોજન
શ્રી હરેશ એસ. લીમ્બાચીયા
(નાયબ નિયામક : શૈક્ષણિક)

મુદ્રણ-આયોજન
શ્રી હરેશ એસ. લીમ્બાચીયા
(નાયબ નિયામક : ઉત્પાદન)

પ્રસ્તાવના

કોર-કરિક્યુલમ અને એન. સી. ઈ. આર. ટી. દ્વારા એન. સી. એફ. 2005 મુજબ તૈયાર કરવામાં આવેલા નવા રાષ્ટ્રીય અભ્યાસક્રમોના અનુસંધાનમાં ગુજરાત રાજ્ય માધ્યમિક અને ઉચ્ચતર માધ્યમિક શિક્ષણ બોર્ડે નવા અભ્યાસક્રમો તૈયાર કર્યા છે. આ અભ્યાસક્રમો ગુજરાત સરકાર દ્વારા મંજૂર કરવામાં આવે છે.

ગુજરાત સરકાર દ્વારા મંજૂર થયેલા **ધોરણ 12**ના **સિમેસ્ટર IV**ના **ભૌતિકવિજ્ઞાન** વિષયના નવા અભ્યાસક્રમ અનુસાર તૈયાર કરવામાં આવેલું આ પાઠ્યપુસ્તક વિદ્યાર્થીઓ સમક્ષ મૂકતાં મંડળ આનંદ અનુભવે છે.

આ પાઠ્યપુસ્તક પ્રસિદ્ધ કરતાં પહેલાં એની હસ્તપ્રતની આ સ્તરે શિક્ષણકાર્ય કરતા શિક્ષકો અને તજ્જ્ઞો દ્વારા સર્વાંગી સમીક્ષા કરાવવામાં આવી છે. શિક્ષકો તથા તજ્જ્ઞોનાં સૂચનો અનુસાર હસ્તપ્રતમાં યોગ્ય સુધારાવધારા કર્યા પછી આ પાઠ્યપુસ્તક પ્રસિદ્ધ કરવામાં આવ્યું છે.

આ મૂળ અંગ્રેજીમાં લખાયેલ પાઠ્યપુસ્તકનો ગુજરાતી અનુવાદ છે. ગુજરાતી અનુવાદની વિષય અને ભાષાના નિષ્ણાતો દ્વારા સમીક્ષા કરવામાં આવી છે.

પ્રસ્તુત પાઠ્યપુસ્તકને રસપ્રદ, ઉપયોગી અને ક્ષતિરહિત બનાવવા માટે મંડળે પૂરતી કાળજી લીધી છે; તેમ છતાં શિક્ષણમાં રસ ધરાવનાર વ્યક્તિઓ પાસેથી પુસ્તકની ગુણવત્તા વધારે તેવાં સૂચનો આવકાર્ય છે.

ડૉ. ભરત પંડિત
નિયામક
તા.05-08-2015

સુજીત ગુલાટી IAS
કાર્યવાહક પ્રમુખ
ગાંધીનગર

પ્રથમ આવૃત્તિ : 2012, પુનઃમુદ્રણ : 2013, 2014, 2015
પ્રકાશક : ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ, 'વિદ્યાયન', સેક્ટર 10-એ, ગાંધીનગર વતી ભરત પંડિત, નિયામક
મુદ્રક :

મૂળભૂત ફરજો

ભારતના દરેક નાગરિકની ફરજ નીચે મુજબ રહેશે :*

(ક) સંવિધાનને વફાદાર રહેવાની અને તેના આદર્શો અને સંસ્થાઓનો, રાષ્ટ્રધ્વજનો અને રાષ્ટ્રગીતનો આદર કરવાની;

(ખ) આઝાદી માટેની આપણી રાષ્ટ્રીય લડતને પ્રેરણા આપનારા ઉમદા આદર્શોને હૃદયમાં પ્રતિષ્ઠિત કરવાની અને અનુસરવાની;

(ગ) ભારતના સાર્વભૌમત્વ, એકતા અને અખંડિતતાનું સમર્થન કરવાની અને તેમનું રક્ષણ કરવાની;

(ઘ) દેશનું રક્ષણ કરવાની અને રાષ્ટ્રીય સેવા બજાવવાની હાકલ થતાં, તેમ કરવાની;

(ચ) ધાર્મિક, ભાષાકીય, પ્રાદેશિક અથવા સાંપ્રદાયિક ભેદોથી પર રહીને, ભારતના તમામ લોકોમાં સુમેળ અને સમાનબંધુત્વની ભાવનાની વૃદ્ધિ કરવાની, સ્ત્રીઓના ગૌરવને અપમાનિત કરે તેવા વ્યવહારો ત્યજી દેવાની;

(છ) આપણી સમન્વિત સંસ્કૃતિના સમૃદ્ધ વારસાનું મૂલ્ય સમજી તે જાળવી રાખવાની;

(જ) જંગલો, તળાવો, નદીઓ અને વન્ય પશુપક્ષીઓ સહિત કુદરતી પર્યાવરણનું જતન કરવાની અને તેની સુધારણા કરવાની અને જીવો પ્રત્યે અનુકંપા રાખવાની;

(ઝ) વૈજ્ઞાનિક માનસ, માનવતાવાદ અને જિજ્ઞાસા તથા સુધારણાની ભાવના કેળવવાની;

(ટ) જાહેર મિલકતનું રક્ષણ કરવાની અને હિંસાનો ત્યાગ કરવાની;

(ઠ) રાષ્ટ્ર પુરુષાર્થ અને સિદ્ધિનાં વધુ ને વધુ ઉન્નત સોપાનો ભણી સતત પ્રગતિ કરતું રહે એ માટે, વૈયક્તિક અને સામૂહિક પ્રવૃત્તિનાં તમામ ક્ષેત્રે શ્રેષ્ઠતા હાંસલ કરવાનો પ્રયત્ન કરવાની;

(ડ) માતા-પિતાએ અથવા વાલીએ 6 વર્ષથી 14 વર્ષ સુધીની વયના પોતાના બાળક અથવા પાલ્યને શિક્ષણની તકો પૂરી પાડવાની.

* ભારતનું સંવિધાન : કલમ 51-क

અનુક્રમણિકા

1. વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણ	1-34
2. ઑલ્ટરનેટિંગ કરન્ટ	35-74
3. વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો	75-90
4. તરંગ-પ્રકાશશાસ્ત્ર	91-130
5. પરમાણુઓ	131-159
6. ન્યુક્લિયસ	160-194
7. સેમીકન્ડક્ટર ઇલેક્ટ્રૉનિક્સ : દ્રવ્યો, રચનાઓ અને સાદા પરિપથો	195-248
8. કમ્યૂનિકેશન સિસ્ટમ્સ	249-265
• ઉકેલો	266-280
• પારિભાષિક શબ્દો	281-288
• લઘુગુણકો	289-292

આ પાઠ્યપુસ્તક વિશે...

National Curriculum Framwork (NCF), Core-Curriculum અને National Council of Educational Research and Training (NCERT)ના અભ્યાસક્રમોને ધ્યાનમાં રાખી રાષ્ટ્રીય શિક્ષણનીતિના ઉપલક્ષ્યમાં રાજ્ય સરકાર તરફથી મંજૂર કરવામાં આવેલ ધોરણ 12ના ભૌતિકવિજ્ઞાન વિષયના અભ્યાસક્રમ અનુસાર તૈયાર કરવામાં આવેલું આ પાઠ્યપુસ્તક આપની સમક્ષ રજૂ કરતાં અમે આનંદ અનુભવીએ છીએ.

રાજ્ય સરકારે વિજ્ઞાનપ્રવાહમાં સિમેસ્ટર પદ્ધતિનો અમલ કર્યો છે. સિમેસ્ટર પદ્ધતિ વિદ્યાર્થીઓના ભણતરનો ભાર ઘટાડનાર થશે તથા અભ્યાસ પ્રત્યે રુચિ વધારનાર થશે.

ધોરણ-12ના ભૌતિકવિજ્ઞાનના આ પાઠ્યપુસ્તકમાં, આઠ પ્રકરણોનો સમાવેશ વિષયવસ્તુની ગહનતા, વર્ગખંડમાં અભ્યાસ માટે મળવાપાત્ર સમય વગેરેને ધ્યાનમાં રાખીને કરવામાં આવ્યો છે.

ભૌતિકવિજ્ઞાનના કોઈ પણ વાદ (Theory)ની સ્પષ્ટ સમજણ તો જ પ્રાપ્ત થાય જો તેની સાથે-સાથે તેના આનુષંગિક કોયડાનો ઉકેલ મેળવતાં વિદ્યાર્થી શીખે. આથી જ દરેક પ્રકરણમાં કોઈ પણ નવા વાદને અનુરૂપ કોયડા ગણીને આપેલ છે. પ્રસ્તુત પાઠ્યપુસ્તકનું એક જમા પાસું એ પણ છે કે, દરેક પ્રકરણના અંતે સવિસ્તૃત સારાંશ આપવામાં આવેલ છે, જેના પરથી સમગ્ર પ્રકરણના વિષયવસ્તુ પર ઝડપથી એક નજર કરી શકાય.

સમગ્ર દેશમાં લેવામાં આવતી વિવિધ પ્રવેશ પરીક્ષાના પરિરૂપને ધ્યાનમાં રાખી આ પુસ્તકમાં MCQs, Short questions, Objective questions અને Problemsનો સમાવેશ કરેલ છે. Problemsના ઉકેલ માટે પુસ્તકના અંતે Hints પણ આપવામાં આવેલ છે કે જેથી વિદ્યાર્થીઓ સ્વ-પ્રયત્ને આ કોયડા ઉકેલી શકે.

આ પુસ્તક એક નવા જ પરિરૂપ તથા ચાર કલરના પ્રિન્ટિંગમાં પ્રસિદ્ધ કરવામાં આવ્યું છે, તેથી તેમાં રહેલી આકૃતિઓ વધુ સ્પષ્ટ બની રહે છે. સામાન્ય રીતે વિદ્યાર્થીઓ એક ધોરણ પૂરું કરીને આગળના ધોરણમાં જાય ત્યારે જૂનાં પાઠ્યપુસ્તકો જાળવી રાખતાં ન હોવાનું વલણ નોંધાયેલું છે. પરંતુ સિમેસ્ટર પદ્ધતિમાં દરેક સિમેસ્ટરનું મહત્ત્વ હોવાથી તથા પાઠ્યપુસ્તકનું સ્વરૂપ જ અતિસુંદર હોવાથી તે દરેક વિદ્યાર્થીઓને સાચવી રાખવું ગમશે અને તે સંદર્ભ પુસ્તક તરીકે ઉપયોગી બનશે.

આ અગાઉના પાઠ્યપુસ્તકને વિદ્યાર્થીઓ, શિક્ષકો તથા તજ્જ્ઞો દ્વારા ખૂબ જ સારો પ્રતિભાવ મળ્યો હતો. આથી તે પુસ્તકમાંની ઘણા વિષયવસ્તુને આ પુસ્તકમાં મૂળ સ્વરૂપે કે થોડાક ફેરફાર સાથે લેવામાં આવેલ છે. અત્રે અગાઉના લેખકોની ટીમનો અમે ઋણ સ્વીકાર કરીએ છીએ. Review workshopમાં ઉપસ્થિત રહીને જે શિક્ષકમિત્રોએ આ પુસ્તકને ક્ષતિરહિત બનાવવા સૂચનો કર્યાં છે તે બદલ તેમનો પણ આભાર.

પુસ્તક તૈયાર કરતી વખતે તે ક્ષતિરહિત બને તેમજ હકીકતદોષ ન રહી જાય તેની જરૂરી કાળજી વિષય-સલાહકારો, લેખકો અને પરામર્શકો દ્વારા લેવામાં આવી છે. છતાં પણ કોઈ ક્ષતિ રહી ગઈ હોય તો, તે માટે ધ્યાન દોરવા આગ્રહ છે.

લેખકો/સંપાદકો

1 વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણ

1.1 પ્રસ્તાવના (Introduction)

વિદ્યુત અને ચુંબકત્વને ઘણા લાંબા સમય પહેલાં એકબીજા સાથે સંબંધ ધરાવતી ન હોય તેવી જુદી શાખાઓ માનવામાં આવતી હતી. ઓગણીસમી સદીના આગળના દાયકામાં ઑર્સ્ટેડ, એમ્પિયર અને બીજા કેટલાક વિજ્ઞાનીઓએ વિદ્યુતપ્રવાહને લગતા પ્રયોગો પરથી પ્રસ્થાપિત કર્યું કે વિદ્યુત અને ચુંબકત્વ એકબીજાં સાથે આંતરસંબંધ ધરાવે છે. તેમણે શોધી કાઢ્યું કે ગતિ કરતા વિદ્યુતભારો (એટલે કે વિદ્યુતપ્રવાહ)ને લીધે ચુંબકીય ક્ષેત્ર ઉત્પન્ન થાય છે. ઉદાહરણ તરીકે વિદ્યુતપ્રવાહધારિત તારની નજીકમાં મૂકેલી ચુંબકીય સોય વિદ્યુતપ્રવાહને લીધે કોણાવર્તન દર્શાવે છે. આ ઘટનાએ કેટલાક પ્રશ્નો ઊભા કર્યા, જેમકે આનાથી ઊલટી પ્રક્રિયા એટલે કે ગતિ કરતા ચુંબકો (એટલે કે ચુંબકીય ક્ષેત્ર) વડે વિદ્યુતપ્રવાહ ઉત્પન્ન થાય છે કે નહીં ? શું કુદરતમાં વિદ્યુત અને ચુંબકત્વ વચ્ચે આવો સંબંધ શક્ય છે ?

ઈ. સ. 1830ના અરસામાં માઇકલ ફેરેડેએ ઇંગ્લૅન્ડમાં અને જોસેફ હેન્રીએ USA માં કરેલા પ્રયોગો પરથી એ પ્રતિપાદિત કર્યું કે કોઈ બંધ ગૂંચળામાં બદલાતા જતા ચુંબકીય ફ્લક્સને લીધે વિદ્યુતપ્રવાહ પ્રેરિત (Induce) થાય છે. **જે ઘટનામાં બદલાતા જતા ચુંબકીય ફ્લક્સને લીધે વાહકમાં વિદ્યુતપ્રવાહ પ્રેરિત થાય છે. તેને વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણ (Electromagnetic Induction) કહે છે.**

વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણની ઘટના એ વ્યાવહારિક દૃષ્ટિએ ઘણી ઉપયોગી છે. માઇકલ ફેરેડે અને હેનરીના વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણને લગતા ઐતિહાસિક પ્રયોગોને પરિણામે હાલમાં વિદ્યુત જનરેટર્સ અને ટ્રાન્સફોર્મર્સની શોધ શક્ય બની છે. હાલની સંસ્કૃતિના વિકાસમાં વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણની શોધનો મોટો ફાળો છે.

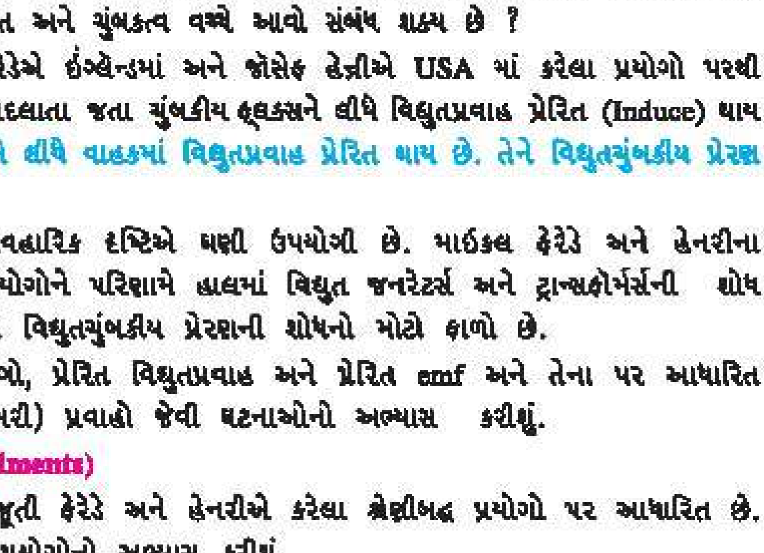
પ્રસ્તુત પ્રકરણમાં આપણે ફેરેડેના પ્રયોગો, પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહ અને પ્રેરિત emf અને તેના પર આધારિત આત્મપ્રેરણ, અન્યોન્ય પ્રેરણ અને એડી (ઘુમરી) પ્રવાહો જેવી ઘટનાઓનો અભ્યાસ કરીશું.

1.2 ફેરેડેના પ્રયોગો (Faraday's Experiments)

વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણની શોધ અને સમજૂતી ફેરેડે અને હેનરીએ કરેલા શ્રેણીબદ્ધ પ્રયોગો પર આધારિત છે. આપણે તેમણે કરેલા પ્રયોગો પૈકી કેટલાક પ્રયોગોનો અભ્યાસ કરીશું.

પ્રયોગ 1 : આકૃતિ 1.1માં દર્શાવ્યા અનુસાર ફેરેડેએ પોતાના ઐતિહાસિક પ્રયોગમાં નરમ લોખંડની રિંગની એક બાજુ પર અલગ કરેલા વાહક તારના ગૂંચળાને વીંટાળી, તે ગૂંચળાને બૅટરી સાથે જોડ્યું.

રિંગના સામેના ભાગ પર અલગ કરેલા વાહક તારનું એક બીજું ગૂંચળું વીંટાળી તેની સાથે સંવેદનશીલ ગૅલ્વેનોમીટર જોડેલ છે. બૅટરી સાથે જોડેલ ગૂંચળું સોલેનોઇડ તરીકે વર્તે છે. જ્યારે તેમાંથી (સોલેનોઇડમાંથી) વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર કરવામાં આવે છે, ત્યારે તે ચુંબકીય ક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે. ગૅલ્વેનોમીટર બીજા ગૂંચળામાં પ્રેરિત થતા પ્રવાહનું માપન



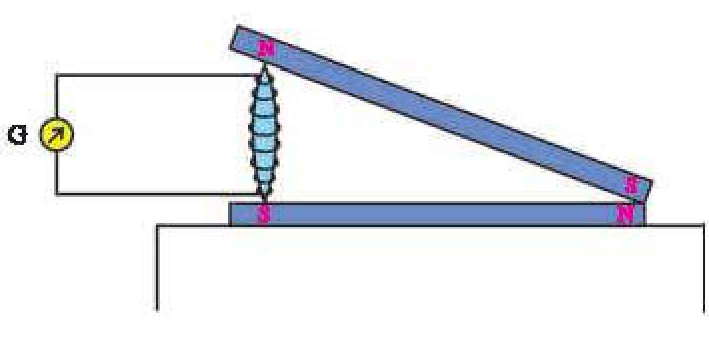
આકૃતિ 1.1 ફેરેડેનો પ્રયોગ

કરે છે. રિંગ નરમ લોખંડની હોવાને લીધે સોલેનોઇડમાં ઉત્પન્ન થતી ચુંબકીય ક્ષેત્રરેખાઓ રિંગમાં સિમીત રહે છે અને લગભગ બધી જ ક્ષેત્રરેખાઓ રિંગમાંથી પસાર થઈ, સામેના ગૂંચળાવાળા રિંગના વિસ્તારમાં થઈ બંધ ગાળાઓ રચે છે. બીજા શબ્દોમાં, અત્રે નરમ લોખંડની રિંગ ચુંબકીય ક્ષેત્રરેખાઓ વડે બે ગૂંચળાઓને જોડે છે.

ફેરેડેએ પ્રથમ, ડાબી બાજુના ગૂંચળામાંથી સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર કર્યો, તો ગેલ્વેનોમીટર પર આની કોઈ જ અસર જોવા મળી નહીં. ફેરેડે થોડો નિરાશ પણ થયો, પણ ફેરેડેની આંતરિક પ્રેરણા (Intution)એ એક કામ કરી આપ્યું, પોતાના ક્ષણેક્ષણનાં સૂક્ષ્મ અવલોકનો દરમિયાન તેણે જોયું કે જ્યારે પરિપથમાં બૅટરી સાથે જોડેલ સ્વિચ (S)ને ON અને OFF કરવામાં આવે છે, ત્યારે ગેલ્વેનોમીટર પરસ્પર વિરુદ્ધ દિશામાં ક્ષણિક કોણાવર્તન દર્શાવે છે.

સ્થિર પ્રવાહ વહેતો હોય ત્યારે ગેલ્વેનોમીટરમાં કોણાવર્તન નથી મળતું, તેવા અવલોકન પરથી ફેરેડે એવા નિર્ણય પર આવ્યા કે, કદાચ આ પ્રયોગમાં પ્રવાહનું ખાસ મહત્ત્વ નથી પણ પ્રવાહના ફેરફારનું મહત્ત્વ છે.

પ્રયોગ 2 : ફેરેડેએ તેના એક બીજા પ્રયોગમાં આકૃતિ 1.2માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે બે ગજિયા ચુંબકોને V આકારમાં ગોઠવ્યાં.



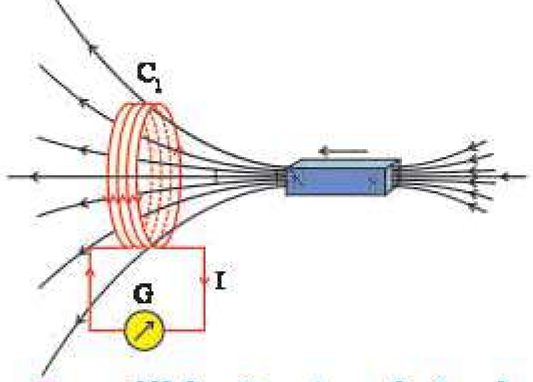
આકૃતિ 1.2 ફેરેડેનો બે ગજિયા ચુંબકનો પ્રયોગ

V આકારના બીજા (ખુલ્લા) છેડે તેણે અલગ કરેલા વાહક તારથી વીંટાળેલ લોખંડનો સળિયો રાખી, આ વાહક તાર સાથે ગેલ્વેનોમીટર જોડ્યું.

ફેરેડેએ જોયું કે જ્યારે ઉપરના ગજિયા ચુંબકના છેડાને ઉપરનીચે કરવામાં આવે છે, ત્યારે ગેલ્વેનોમીટરમાં કોણાવર્તન નોંધાય છે. જેમજેમ ગજિયા ચુંબકનો છેડો સળિયાની નજીક આવતો જાય તેમતેમ સળિયા પર વીંટાળેલ ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સ વધતું જાય છે. જ્યારે ગજિયા ચુંબકનો છેડો લોખંડના સળિયાને અડકે છે, ત્યારે ગૂંચળા સાથે મહત્તમ ફ્લક્સ સંકળાય છે અને ચુંબકનો છેડો જ્યારે સળિયાથી દૂર જાય છે, ત્યારે આ ચુંબકીય ફ્લક્સ ઘટતું થતું જાય છે.

આ પ્રયોગ પરથી ફેરેડે એવા નિર્ણય પર આવ્યા કે, **ગૂંચળામાં વિદ્યુતપ્રવાહ પ્રેરિત થવા માટે ચુંબકીય ફ્લક્સ નહીં પણ ફ્લક્સના ફેરફારો અગત્યના છે.**

પ્રયોગ 3 : આકૃતિ 1.3માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે એક અલગ કરેલા વાહક તારના ગૂંચળા C_1 ને ગેલ્વેનોમીટર G સાથે જોડેલું છે. જ્યારે ગજિયા ચુંબકને, તેનો ઉત્તરધ્રુવ (N) ગૂંચળા તરફ રહે તેમ ગતિ કરાવી ગૂંચળાની નજીક લઈ જવામાં આવે તો ગેલ્વેનોમીટરનો દર્શક કોણાવર્તન દર્શાવે છે, જે ગૂંચળામાં વિદ્યુતપ્રવાહની હાજરી સૂચવે છે.

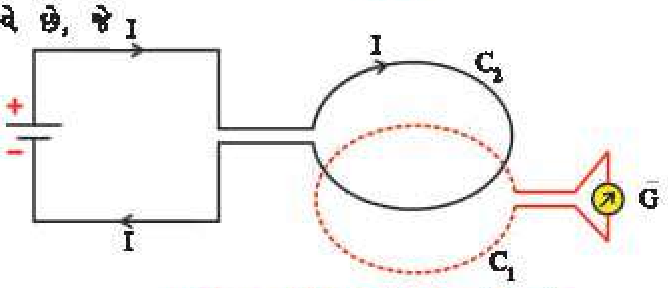


આકૃતિ 1.3 ફેરેડેનો ગજિયા ચુંબક અને ગૂંચળાનો પ્રયોગ

જ્યાં સુધી ગજિયો ચુંબક ગતિમાં હોય, ત્યાં સુધી ગેલ્વેનોમીટર કોણાવર્તન દર્શાવે છે. જ્યારે ચુંબક સ્થિર થઈ જાય, ત્યારે ગેલ્વેનોમીટર કોઈ કોણાવર્તન દર્શાવતું નથી.

જ્યારે ચુંબકને ગૂંચળાથી દૂર તરફ લઈ જવામાં આવે છે ત્યારે ગેલ્વેનોમીટર વિરુદ્ધ દિશામાં કોણાવર્તન દર્શાવે છે, જે વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા ઊલટાઈ હોવાનું સૂચન કરે છે.

વધુમાં, ઉત્તરધ્રુવ (N)ને બદલે ચુંબકના દક્ષિણધ્રુવ (S) ને ગૂંચળા તરફ રાખી, ચુંબકને ગતિ કરાવી ગૂંચળાની નજીક કે દૂર લઈ જતાં ઉત્તર ધ્રુવના કિસ્સામાં મળેલા કોણાવર્તનો કરતાં અહીં મળતાં અનુરૂપ કોણાવર્તનો વિરુદ્ધ દિશામાં હોય છે.



આકૃતિ 1.4 ફેરેડનો બે ગૂંચળાનો પ્રયોગ

આ ઉપરાંત જો ચુંબકને વધારે ઝડપથી ગૂંચળાની નજીક કે દૂર લઈ જવામાં આવે, તો પ્રેરિત પ્રવાહનું મૂલ્ય મોટું મળે છે.

આનાથી વિરુદ્ધ, જો ચુંબકને સ્થિર રાખી ગૂંચળા C_1ને ચુંબકની નજીક કે દૂર લઈ જવામાં આવેતો પણ તેવાં જ પરિણામો મળે છે.

આકૃતિ 1.4માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે જો ગજિયા ચુંબકને બદલે બીજા પ્રવાહધારિત ગૂંચળા C_2 ને, ગૂંચળા C_1 પાસે રાખી બંને ગૂંચળાંઓ વચ્ચે સાપેક્ષ ગતિ (અહીં નજીક કે દૂર) કરાવવામાં આવે, ત્યારે પણ પહેલાની જેમ જ ગેલ્વેનોમીટર કોણાવર્તન દર્શાવે છે.

વળી, ગૂંચળા C_1 કે C_2 ને એકબીજાની સાપેક્ષે ભ્રમણ કરાવવામાં આવે, ત્યારે પણ ગેલ્વેનોમીટર કોણાવર્તન દર્શાવે છે.

આ પ્રયોગનાં પરિણામો દર્શાવે છે કે :

(1) ચુંબક અને ગૂંચળા વચ્ચેની (અથવા બે ગૂંચળાંઓ વચ્ચેની) સાપેક્ષ ગતિ ગૂંચળામાં વિદ્યુતપ્રવાહના નિર્માણ (પ્રેરણ) માટે જવાબદાર છે.

(2) ચુંબક અને ગૂંચળા વચ્ચેની સાપેક્ષ ગતિ વધારતાં/ઘટાડતાં ગૂંચળામાં વધુ/ઓછો પ્રવાહ પ્રેરિત થાય છે.

(3) સાપેક્ષ ગતિની દિશા ઉલટાવતાં પ્રેરિત પ્રવાહની દિશા પણ ઉલટાય છે.

(4) જો ચુંબક અને ગૂંચળું (અથવા બે ગૂંચળાંઓ) સમાન વેગથી એક જ દિશામાં ગતિ કરતાં હોય (તેમનો સાપેક્ષ વેગ શૂન્ય હોય) તો ગૂંચળામાં પ્રવાહ પ્રેરિત થતો નથી.

નોંધ : ઉપરના પ્રયોગમાં અનુક્રમે ચુંબક અને ગૂંચળા વચ્ચેની તેમજ બે ગૂંચળાંઓ વચ્ચેની સાપેક્ષ ગતિને કારણે વિદ્યુત પ્રવાહ પ્રેરિત થાય છે જોકે વિદ્યુતપ્રવાહના પ્રેરણ માટે સાપેક્ષ ગતિ એ આવશ્યક જરૂરિયાત નથી.

બીજા ગૂંચળામાં પસાર થતા પ્રવાહને ફેરેડેએ **પ્રેરિત પ્રવાહ (Induced Current)** એવું નામ આપ્યું.

અહીં બીજા ગૂંચળામાં પ્રવાહ મળે છે, તેનો અર્થ એવો થાય કે બીજા ગૂંચળામાં વિદ્યુતચાલક-બળ (emf) ઉત્પન્ન થાય છે, જે વિદ્યુતભારોને ઊર્જા આપીને ગતિ કરાવે છે. આ emfને ફેરેડેએ **પ્રેરિત emf (Induced emf)** અને આ ઘટનાને **વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણ (Electromagnetic Induction)** નામ આપ્યું.

હવે, બીજા ગૂંચળામાં વિદ્યુતચાલકબળ (emf) પ્રેરિત થવાથી તેમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર પણ ઉત્પન્ન થાય છે. જેવી રીતે કોઈ તારના બે છેડા વચ્ચે વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત લાગુ પાડતાં તારમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર પ્રસ્થાપિત થાય છે, તેમ અહીં પણ બીજા ગૂંચળામાં વિદ્યુતક્ષેત્ર પ્રસ્થાપિત થાય છે. આમ, આપણે સમય સાથે બદલાતા જતા ચુંબકીય ક્ષેત્રથી વિદ્યુતક્ષેત્ર મેળવી શક્યા. આ હકીકત, ફેરેડેની શોધની પાયાની અગત્યતા ધરાવે છે.

ફેરેડેની આ શોધથી માનવજાતનું **'યાંત્રિક-ઊર્જાને વિદ્યુત-ઊર્જામાં ફેરવવાનું'** સ્વપ્નું સાકાર થયું.

1.3. ચુંબકીય ફ્લક્સ (Magnetic Flux)

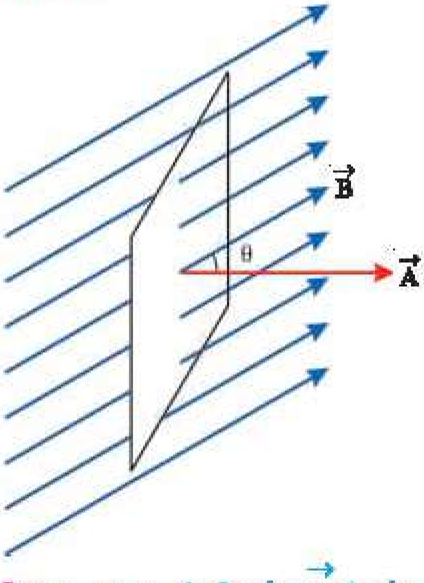
ચુંબકીય ફ્લક્સને વિદ્યુત ફ્લક્સની જેમ જ વ્યાખ્યાયિત કરી શકાય છે. ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં મૂકેલા કોઈ પૃષ્ઠમાંથી પૃષ્ઠને લંબ રૂપે પસાર થતી ચુંબકીય ક્ષેત્રરેખાઓની સંખ્યાને તે પૃષ્ઠ સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સ કહે છે. ચુંબકીય ફ્લક્સ અદિશ રાશિ છે. તેને ϕ વડે દર્શાવાય છે.

સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્ર $\vec{B}$ માં મૂકેલા A ક્ષેત્રફળ ધરાવતા પૃષ્ઠમાંથી પસાર થતું ચુંબકીય ફ્લક્સ નીચે મુજબ લખી શકાય.

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

$$= BA\cos\theta \qquad (1.3.1)$$

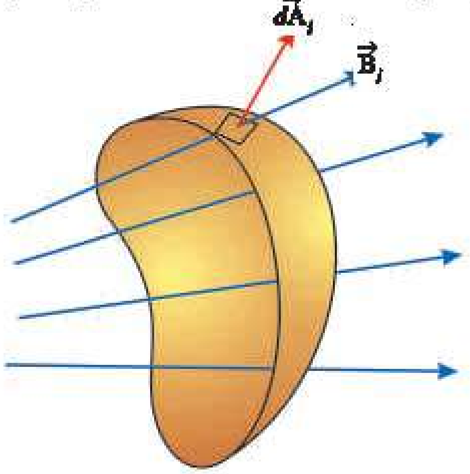
જ્યાં, $\theta = \vec{B}$ અને $\vec{A}$ વચ્ચેનો કોણ



આકૃતિ 1.5 સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્ર $\vec{B}$માં મૂકેલ $\vec{A}$ ક્ષેત્રફળ ધરાવતું પૃષ્ઠ

સમીકરણ (1.3.1)ને વક્રસપાટીઓ અને અસમાન ચુંબકીય ક્ષેત્ર માટે પણ લાગુ પાડી શકાય છે.

આકૃતિ 1.6માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે જો પૃષ્ઠના જુદા-જુદા ભાગ પાસે ચુંબકીય ક્ષેત્રનાં મૂલ્યો અને દિશાઓ જુદી-જુદી હોય, તો પૃષ્ઠમાંથી પસાર થતું ચુંબકીય ફ્લક્સ,



આકૃતિ 1.6 પૃષ્ઠખંડ $d\vec{A}_i$ પરનું ચુંબકીય ક્ષેત્ર $\vec{B}_i$

$$\Phi = \vec{B}_1 \cdot d\vec{A}_1 + \vec{B}_2 \cdot d\vec{A}_2 + \vec{B}_3 \cdot d\vec{A}_3 + ...$$

$$\Phi = \sum_{\substack{\text{all} \\ \text{area elements}}} \vec{B}_i \cdot d\vec{A}_i \qquad (1.3.2)$$

જ્યાં, $d\vec{A}_i$ એ i મા પૃષ્ઠખંડનો ક્ષેત્રફળ સદિશ અને $\vec{B}_i$ એ પૃષ્ઠખંડ $d\vec{A}_i$ પરનું ચુંબકીય ક્ષેત્ર છે.

ચુંબકીય ફ્લક્સનો SI એકમ weber (Wb) અથવા Tm^2 છે.

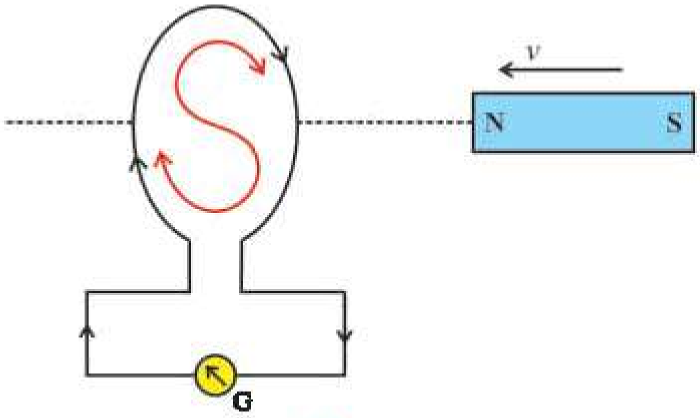
પૃષ્ઠને દોરેલ લંબ જો ક્ષેત્રની દિશામાં હોય ($\theta = 0°$), તો ચુંબકીય ફ્લક્સ ધન લેવામાં આવે છે અને જો લંબ ક્ષેત્રની વિરુદ્ધ દિશામાં હોય ($\theta = \pi$) તો ફ્લક્સ ઋણ હોય છે.

1.4. લેન્ઝનો નિયમ (Lenz's Law)

આપણે આગળના પરિચ્છેદ 1.2માં પ્રેરિત emfની વાત કરી, પણ કેવા સંજોગોમાં કેટલું emf કઈ દિશામાં પ્રેરિત થાય છે તે અંગે મૌન સેવ્યું છે. ઈ.સ. 1834માં જર્મન ભૌતિકશાસ્ત્રી લેન્ઝે પ્રેરિત emfની દિશા શોધવા માટેનો નિયમ તારવ્યો, જે લેન્ઝના નિયમ તરીકે જાણીતો છે. આ નિયમ આપણે પહેલાં ભણી લઈએ અને પછી પ્રેરિત emf નું મૂલ્ય આપતા ફેરેડેના નિયમની ચર્ચા કરીશું.

આકૃતિ 1.7માં દર્શાવ્યા મુજબ ધારો કે ગજિયા ચુંબકનો ઉત્તરધ્રુવ (N), વાહક ગૂંચળા તરફ રહે તે રીતે ચુંબકને ગૂંચળા તરફ ગતિ કરાવવામાં આવે છે. આ સ્થિતિમાં વાહક ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સમાં સતત ફેરફાર થતાં તેમાં emf પ્રેરિત થાય છે. પરિણામે વાહક ગૂંચળામાં પ્રેરિત પ્રવાહ પસાર થાય છે અને ગૂંચળું એક ચુંબક તરીકે વર્તવા લાગે છે. આ પ્રવાહની દિશા અત્યારે આપણને ખબર નથી.

આ સ્થિતિમાં, આકૃતિ (1.7)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ધારો કે ચુંબક તરફની દિશામાંથી ગૂંચળાને લંબ રૂપે જોતાં, તેમાં સમઘડી દિશામાં પ્રવાહ પસાર થતો હોય, તો ગજિયા ચુંબક તરફની ગૂંચળાની બાજુ દક્ષિણ ધ્રુવ (S) તરીકે વર્તતી હોવી જોઈએ.



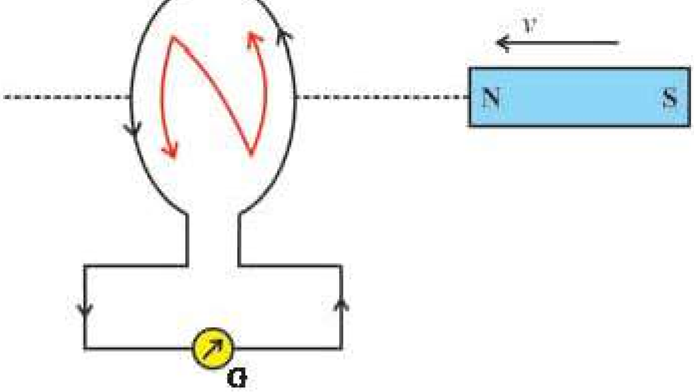
આકૃતિ 1.7

જો આપણી આ ધારણા સાચી હોય તો ચુંબકને સહેજ ગતિ કરાવીને છોડી દેતાં તેનો ઉત્તરધ્રુવ ગૂંચળાના દક્ષિણધ્રુવ (S) વડે આકર્ષાય અને તેથી ચુંબકની ઝડપમાં વધારો થાય. આમ થતાં, ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલા ફ્લક્સમાં વધારે ઝડપથી ફેરફાર થાય અને તેથી ગૂંચળામાં પ્રેરિત પ્રવાહનો પણ વધારો થાય. પરિણામે ગૂંચળાનો દક્ષિણધ્રુવ વધારે પ્રબળ બને અને તે વધારે બળથી ચુંબકના ઉત્તરધ્રુવને પોતાની તરફ આકર્ષે. આવી સ્થિતિમાં ચુંબકને સહેજ ધક્કો મારીને છોડી દઈએ, તો ઉપર જણાવ્યું તેમ ચુંબક વધારે ને વધારે પ્રવેગિત થઈ ગૂંચળા તરફ ગતિ કરતો જાય. (ચુંબકના વેગ અને ગતિ-ઊર્જામાં સતત વધારો થતો જાય.) અને તેથી ગૂંચળામાં પ્રવાહનું મૂલ્ય સતત વધતું જાય. જો ગૂંચળા સાથે કોઈ બાહ્ય અવરોધ (R) જોડ્યો હોય, તો તેમાં I^2Rt મુજબ સતત જૂલ ઉષ્મા ઉત્પન્ન થતી જાય.

આ સમગ્ર પ્રક્રિયામાં આપણે પ્રારંભમાં ચુંબકને સહેજ ધક્કો મારવા સિવાય કોઈ યાંત્રિક કાર્ય કરતા નથી છતાં પણ I^2Rt મુજબ ઉષ્માઊર્જા (મફતમાં !) ઉત્પન્ન થતી જાય છે. ઊર્જાસંરક્ષણના નિયમ અનુસાર કોઈ ઊર્જાના ભોગ વગર કોઈ પણ ઊર્જા 'મફત'માં ઉત્પન્ન થાય નહીં ! એટલે આપણી ઉપર્યુક્ત ધારણા 'ચુંબકનો ઉત્તરધ્રુવ (N) ગૂંચળા તરફ રાખી તેને ગૂંચળા તરફ ગતિ કરાવતાં ગૂંચળાની ચુંબક તરફની બાજુ દક્ષિણધ્રુવ (S) તરીકે વર્તે' તે ખોટી પડે છે.

હવે એક જ વિકલ્પ બાકી રહ્યો. આ વિકલ્પ અનુસાર, જ્યારે ચુંબકનો ઉત્તરધ્રુવ (N) ગૂંચળા તરફ રાખીને, ચુંબકને ગૂંચળા તરફ ગતિ કરાવતાં, ગૂંચળાનો ચુંબક તરફનો છેડો ઉત્તરધ્રુવ (N) તરીકે વર્તતો હોવો જોઈએ અર્થાત્ ગૂંચળાને ચુંબક તરફથી લંબરૂપે જોતાં તેમાં વિષમઘડી દિશામાં પ્રવાહ પ્રેરિત થતો હોવો જોઈએ. (જે ગૂંચળામાં ફ્લક્સના ફેરફારનો-અહીં વધારાનો વિરોધ કરે છે.)

જો આમ હોય તો, ચુંબકના ઉત્તરધ્રુવ અને ગૂંચળામાં પ્રેરિત થતા ઉત્તરધ્રુવ વચ્ચે અપાકર્ષણ થાય અને ચુંબકની ગૂંચળા તરફની ગતિ ચાલુ રાખવા માટે, તેના પર સતત બાહ્યબળ લગાડી યાંત્રિક કાર્ય કરવાનું ચાલુ રાખવું પડે. આમ થાય તો ગૂંચળા સાથે જોડેલ અવરોધમાં ઉત્પન્ન થતી ઉષ્મા (I^2Rt) આ યાંત્રિક કાર્યને ભોગે મળે છે તેમ કહેવાય. આ હકીકત ઊર્જાસંરક્ષણના નિયમ સાથે સુસંગત છે.



આકૃતિ 1.8 પ્રેરિત પ્રવાહની દિશા

આ ચર્ચા દર્શાવે છે કે, "જેને લીધે (અહીં ચુંબકની ગતિને લીધે) પ્રેરિત emf (અથવા પ્રેરિત પ્રવાહ) ઉત્પન્ન થાય છે, તેનો જ (એટલે કે અહીં ચુંબકની જ ગતિનો) વિરોધ કરતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર ઉત્પન્ન થાય તેવી દિશામાં જ પ્રેરિત emf (અથવા પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહ) ઉત્પન્ન થાય છે."

આ વિધાનને લેન્ઝનો નિયમ કહે છે, જે પ્રેરિત emfની દિશા દર્શાવે છે. પ્રેરિત emf પોતાને ઉત્પન્ન કરનાર કારણનો જ વિરોધ કરે છે !

1.5 ફેરેડેનો નિયમ (Faraday's Law)

પ્રાયોગિક અવલોકનો પરથી ફેરેડે એવા તારણ પર આવ્યા કે જ્યારે ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સમાં સમય સાથે ફેરફાર થાય છે, ત્યારે ગૂંચળામાં પ્રેરિત emf ઉત્પન્ન થાય છે. અગાઉના પરિચ્છેદ 1.2માં વર્ણવેલ ફેરેડેનાં બધાં અવલોકનોમાં સામાન્ય બાબત એ છે કે, કોઈ બંધ પરિપથમાં (ગૂંચળામાં) ચુંબકીય ફ્લક્સનો ફેરફાર પરિપથમાં (ગૂંચળામાં) emf ઉત્પન્ન કરે છે. ફેરેડેએ આ પ્રાયોગિક અવલોકનોને નિયમના સ્વરૂપમાં રજૂ કર્યાં, જેને ફેરેડેનો વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણ અંગેનો નિયમ કહે છે, જે પ્રેરિત emfનું મૂલ્ય આપે છે. આ નિયમ નીચે મુજબ છે.

"બંધ પરિપથમાં (ગૂંચળામાં) ઉદ્ભવતું પ્રેરિત emf તેની સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સના ફેરફારના સમયદરના ઋણ મૂલ્ય બરાબર હોય છે."

ધારો કે t સમયે બંધ પરિપથ સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ ϕ છે અને આ સમય પાસેના Δt જેટલા સૂક્ષ્મ સમયમાં ફ્લક્સમાં થતો ફેરફાર $\Delta\phi$ છે.

∴ સરેરાશ પ્રેરિત emf = આ સમયગાળામાં ફ્લક્સના ફેરફારનો સમય દર, (ઋણ મૂલ્ય સાથે)

$$\therefore \langle \varepsilon \rangle = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} \qquad (1.5.1)$$

અહીં, ઋણ નિશાની લેન્ઝના નિયમની હાજરી સૂચવે છે.

∴ t સમયે, ગૂંચળામાં તત્કાલીન પ્રેરિત emf,

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \to 0}\left(-\frac{\Delta\phi}{\Delta t}\right)$$

$$\therefore \varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} \quad (1.5.2)$$

હવે, જો ગૂંચળું N આંટાઓનું બનેલું હોય અને દરેક આંટા સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ ϕ હોય, તો ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ કુલ ફ્લક્સ (ફ્લક્સ લીન્કેજ) $\Phi = N\phi$.

વળી, આવા ગૂંચળાના દરેક આંટા સાથે ફ્લક્સના ફેરફારનો દર એકસરખો હોય, તો આવા N આંટાવાળા ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સના ફેરફારનો દર $= -\frac{d}{dt}(N\phi) = -N\frac{d\phi}{dt}$.

N આંટાવાળા ગૂંચળામાં પ્રેરિત emf,

$$\varepsilon = -N\frac{d\phi}{dt} \quad (1.5.3)$$

1.6 ગતિકીય emf (Motional emf)

ગૂંચળા કે બંધ પરિપથ સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સ ($\phi = BA\cos\theta$)માં અનેક રીતે ફેરફારો કરી શકાય.

(1) ચુંબકને ગૂંચળાની સાપેક્ષમાં ગતિ કરાવીને

(2) ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ગૂંચળાને ભ્રમણ કરાવીને ($\vec{A}$ અને $\vec{B}$ વચ્ચેનો કોણ θ બદલીને)

(3) ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ગૂંચળાને યોગ્ય રીતે ગોઠવીને ચુંબકીય પ્રેરણ ($\vec{B}$)ના મૂલ્યમાં સમય સાથે ફેરફારો કરાવીને

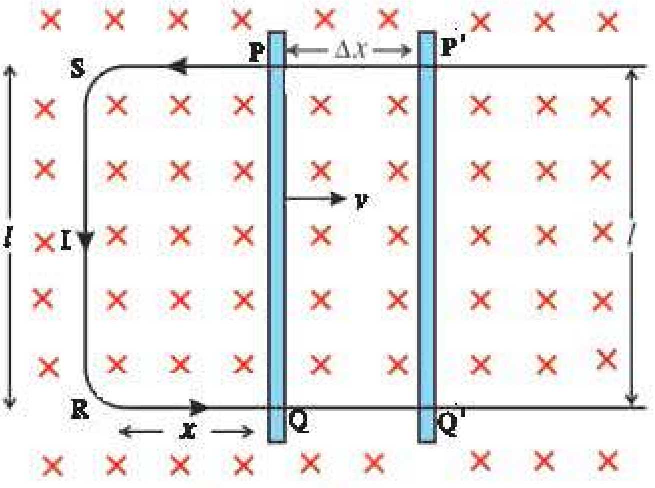
(4) અનિયમિત ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ગૂંચળાને ગતિ કરાવીને

(5) ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં મૂકેલા ગૂંચળાના પરિમાણમાં કોઈક રીતે ફેરફાર કરીને (એટલે કે ગૂંચળાને નાનું કે મોટું કરીને)

ઉપરના બધા કિસ્સાઓમાં ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલા ચુંબકીય ફ્લક્સમાં ફેરફાર થાય છે અને પરિણામે ગૂંચળામાં emf પ્રેરિત થાય છે.

"જો કોઈક ગતિને કારણે ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સમાં ફેરફાર થવાથી પ્રેરિત emf ઉત્પન્ન થાય, તો તેને ગતિકીય emf (Motional emf) કહે છે."

ગતિકીય emf ઉત્પન્ન કરવાની એક સાદી રીત આકૃતિ 1.9માં દર્શાવી છે.



આકૃતિ 1.9 ગતિકીય emf

આકૃતિ 1.9માં U આકારના વાહક તારને પુસ્તકના પાનને લંબ અંદર જતાં $\vec{B}$ પ્રેરણવાળા સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં એવી રીતે મૂકવામાં આવ્યો છે કે જેથી વાહકથી બનતું સમતલ ચુંબકીય ક્ષેત્રને લંબ રહે.

U આકારના વાહકની બે ભુજાઓ પર એક વાહક સળિયા PQને v જેટલા અચળ વેગથી જમણી બાજુ ગતિ કરાવવામાં આવે છે. અહીં ઘર્ષણને કારણે થતો ઊર્જાનો વ્યય અવગણો.

સળિયા પર તેની ગતિની વિરુદ્ધ દિશામાં લાગતા એક વિરોધક બળની વિરુદ્ધ દિશામાં તેટલું જ બળ લગાડી, સળિયાનો વેગ v અચળ રાખવામાં આવે છે.

ધારો કે, U આકારના વાહકની બે ભુજાઓ વચ્ચેનું લંબઅંતર RS = l અને RQ = SP = x છે.

અહીં સળિયાનો વેગ, વાહક સળિયાની લંબાઈ તેમજ ચુંબકીય ક્ષેત્ર, એમ બંનેને લંબ છે.

જેમ વાહક સળિયો PQ ગતિ કરે તેમ બંધ પરિપથ PQRS વડે ઘેરાતું ક્ષેત્રફળ બદલાય છે, આથી બંધ પરિપથ સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ પણ બદલાય છે. પરિણામે વાહક સળિયા PQના બે છેડા વચ્ચે emf પ્રેરિત થાય છે, જેને કારણે પરિપથમાં પ્રેરિત વિદ્યુત પ્રવાહ વહે છે.

ધારો કે, t સમયે સળિયાનું સ્થાન PQ છે. આ સ્થિતિમાં બંધ પરિપથ PQRS સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ,

$\phi = BA$

ϕ = (ચુંબકીય પ્રેરણ) × (PQRSનું ક્ષેત્રફળ)

$$\phi = Blx \qquad (1.6.1)$$

સળિયો જેમ ગતિ કરે છે, તેમ xના મૂલ્યમાં સમય સાથે ફેરફાર થતો જાય છે. ફ્લક્સના ફેરફારનો સમયદર સળિયામાં પ્રેરિત emf આપે છે.

ફેરેડેના નિયમ પરથી, સળિયામાં પ્રેરિત emf,

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$$

$$\varepsilon = -\frac{d}{dt}(Blx) = -Bl\frac{dx}{dt} = -Blv \qquad (1.6.2)$$

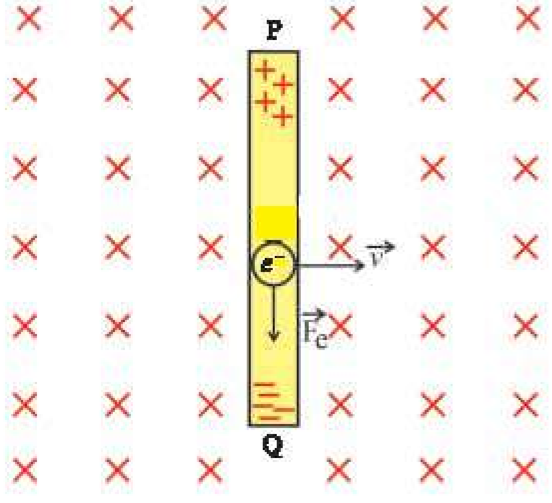
જ્યાં, $\frac{dx}{dt} = v$ (સળિયાનો વેગ)

આ સમીકરણ (1.6.2) આકૃતિ 1.9માં દર્શાવેલ પરિપથમાં ઉદ્ભવતા પ્રેરિત emfનું મૂલ્ય આપે છે. અહીં emf પ્રેરિત થવા પાછળ, ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં સળિયાની યોગ્ય રીતે થતી ગતિ કારણભૂત છે. આથી આ રીતે ઉદ્ભવતા emfને ગતિકીય emf (motional emf) કહેવાય.

આમ, બદલાતા જતા ચુંબકીય ક્ષેત્રને બદલે સળિયાને ગતિ કરાવીને (એટલે કે બંધ પરિપથ વડે ઘેરાતું ચુંબકીય ફ્લક્સ બદલીને) emf ઉત્પન્ન કરી શકાય.

હકીકતમાં, U આકારના વાહક વગર પણ સળિયો ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં યોગ્ય રીતે ગતિ કરતો હોય તોપણ સળિયાના બે છેડા વચ્ચે emf ઉદ્ભવી શકે છે, જે નીચેના ઉદાહરણ વડે જાણી શકાય છે.

પ્રેરિત emf ઉદ્ભવવાનું કારણ : એક વાહક સળિયો PQ, જ્યારે આકૃતિ 1.10માં દર્શાવ્યા અનુસાર, ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ક્ષેત્રને લંબરૂપે ગતિ કરે છે, ત્યારે સળિયામાંના ધન વિદ્યુતભારિત આયનો અને ઋણ વિદ્યુતભારિત ઇલેક્ટ્રૉન્સ, જાણે કે 'સળિયા નામની ટ્રેનમાં' પેસેન્જર હોય તેમ સળિયાની ગતિની દિશામાં ગતિ કરે છે.



આકૃતિ 1.10 ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ગતિ કરતા સળિયામાં ઉદ્ભવતું emf

પ્રસ્તુત ગતિમાં તેઓ ચુંબકીય ક્ષેત્ર $\vec{B}$ને લંબરૂપે $\vec{v}$ વેગથી ગતિ કરે છે. આથી, તેમના પર ચુંબકીય ક્ષેત્રને કારણે $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$ જેટલું લોરેન્ઝબળ લાગે છે. આ બળની દિશા, જમણા હાથના નિયમનો ઉપયોગ કરી શોધી શકાય છે જે $\vec{v}$ અને $\vec{B}$થી બનતા સમતલને લંબ દિશામાં હોય છે.

પ્રસ્તુત કિસ્સામાં ધન આયનો પર લાગતું બળ Qથી P તરફ છે, પણ સળિયામાં તેઓ નિશ્ચિત લેટિસ બિંદુઓ પર જ રહેતા હોવાથી તેમની આ બળની અસર હેઠળ ગતિ થતી નથી.

હવે, ઉપર્યુક્ત સૂત્ર અનુસાર, ઇલેક્ટ્રૉન પર લાગતું બળ P થી Q તરફ છે. ઇલેક્ટ્રૉન સળિયામાં ગતિ કરવા માટે મુક્ત હોવાથી, તેઓ સળિયાના Q છેડે જમા થાય છે. આમ થતાં P છેડા પાસેના વિસ્તારમાં આયનોનો ધનવિદ્યુતભાર ખુલ્લો થાય છે અને P છેડા પાસે પરિણામી ધનવિદ્યુતભાર મળે છે.

આમ, સળિયાનો Q છેડો ઋણ અને P છેડો ધન બને છે અને સળિયો ($\varepsilon = Bvl$) emfવાળી બેટરીની જેમ વર્તે છે.

યાંત્રિક ઊર્જાનું વિદ્યુત-ઊર્જામાં રૂપાંતરણ : U આકારના વાહકના ઉદાહરણમાં, સળિયો ચુંબકીય ક્ષેત્ર $\vec{B}$ને લંબરૂપે $\vec{v}$ વેગથી ગતિ કરતો હોવાથી સળિયાનો નીચેનો ભાગ ઋણધ્રુવ તરીકે અને ઉપરનો ભાગ ધનધ્રુવ તરીકે વર્તે છે.

અહીં પરિપથ પૂર્ણ થતો હોવાથી, I જેટલો રૈવાજિક વિદ્યુતપ્રવાહ PSRQ દિશામાં વહે છે, એટલે કે એ સળિયો વિદ્યુતપ્રવાહધારિત બને છે. જો સળિયાનો અવરોધ R હોય તો, બંધ પરિપથમાં વહેતો પ્રવાહ $I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{Bvl}{R}$, તેથી સળિયા પર, ચુંબકીય ક્ષેત્રને કારણે $\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$ સૂત્ર અનુસાર બળ લાગે છે.

સળિયા પર લાગતું બળ BIl, સળિયાના વેગ $\vec{v}$ની વિરુદ્ધ દિશામાં મળે છે. તેથી જો સળિયાને જમણી બાજુ $\vec{v}$ જેટલા અચળ વેગથી ગતિ કરતો ચાલુ રાખવો હોય, તો તેના પર BIl જેટલું અચળ બળ જમણી બાજુ લગાડવું પડે. આવા બળને 'લેન્ઝબળ' (Lenz Force) કહે છે.

અત્રે, યાંત્રિક પાવર = બળ × વેગ

$$P_m = Fv$$

$$P_m = BIlv$$

$$P_m = B\left(\frac{Bvl}{R}\right)lv = \frac{B^2v^2l^2}{R} \qquad (1.6.3)$$

પરિપથમાં ઉદ્‌ભવતો વિદ્યુતપાવર, $P_e = \varepsilon I$

$$P_e = (Bvl)I$$

$$P_e = (Bvl)\left(\frac{Bvl}{R}\right) = \frac{B^2v^2l^2}{R} \qquad (1.6.4)$$

સમીકરણ (1.6.3) અને (1.6.4) દર્શાવે છે કે, જેટલો યાંત્રિક પાવર ખર્ચાય છે, તેટલો વિદ્યુતપાવર ઉદ્‌ભવે છે. અર્થાત્ સળિયા પર બળ લગાડી તેને v વેગથી ગતિ કરતો રાખવા માટે આપણે જે યાંત્રિક-ઊર્જા ખર્ચીએ છીએ, તે આપણને વિદ્યુત-ઊર્જાના રૂપમાં પ્રાપ્ત થાય છે.

અહીં આદર્શ પરિસ્થિતિમાં ઉષ્મા-ઊર્જા રૂપે થતું વિખેરણ શૂન્ય ગણવામાં આવેલ છે.

ફેરેડેના નિયમ પરથી, પ્રેરિત emfનું મૂલ્ય,

$$|\varepsilon| = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

$$|\varepsilon| = IR = \frac{\Delta Q}{\Delta t}R$$

ઉપરનાં બે સમીકરણોને સરખાવતાં

$$\text{તેથી, } \Delta Q = \frac{\Delta\Phi \text{ (ચુંબકીય ફ્લક્સમાં થતો ચોખ્ખો ફેરફાર)}}{R \text{ (અવરોધ)}} \qquad (1.6.5)$$

જે પરિપથમાં વહેતા વિદ્યુતભાર અને ચુંબકીય ફ્લક્સના ફેરફાર વચ્ચેનો સંબંધ દર્શાવે છે. નોંધો કે પ્રેરિત વિદ્યુતભાર, ચુંબકીય ફ્લક્સના ફેરફારના સમયદર પર આધાર રાખતો નથી.

ઉદાહરણ 1 : $2.5 \times 10^{-3}\ m^2$ ક્ષેત્રફળ ધરાવતી એક વર્તુળાકાર વાહક લૂપને ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં, તેનું સમતલ ચુંબકીય ક્ષેત્રને લંબ રહે તેમ મૂકેલી છે. ચુંબકીય ક્ષેત્ર સમય સાથે, $B = (0.20\ T)\ \sin\ [(50\pi\ s^{-1})t]$ અનુસાર બદલાય છે. તો $t = 0$ થી $t = 40$ msના સમયગાળા દરમિયાન કોઈ પણ આડછેદમાંથી પસાર થતો વિદ્યુતભાર ગણો લૂપનો અવરોધ $10\ \Omega$ છે.

ઉકેલ : વાહક લૂપનું ક્ષેત્રફળ $A = 2.5 \times 10^{-3}\ m^2$

વાહક લૂપનો અવરોધ $R = 10\ \Omega$

ચુંબકીય ક્ષેત્ર $B = B_0 \sin\omega t$ અનુસાર બદલાય છે.

જ્યાં, $B_0 = 0.20$ T અને $\omega = 50\pi\ s^{-1}$

t સમયે લૂપ સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ $\Phi = AB_0 \sin\omega t$

પ્રેરિત emf, $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -AB_0\omega\cos\omega t$

પ્રેરિત પ્રવાહ, $I = \frac{\varepsilon}{R} = -\frac{AB_0\omega}{R}\cos\omega t$

$$= -I_0\cos\omega t$$

જ્યાં, $I_0 = \frac{AB_0\omega}{R}$

અહીં પ્રવાહ સમય સાથે આવર્ત રીતે બદલાય છે, જેનો આવર્તકાળ $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{50\pi\, s^{-1}} = 40 \times 10^{-3}$ s

$t = 0$ થી $t = 0.04$ sના સમયગાળા દરમિયાન કોઈ પણ આડછેદમાંથી પસાર થતો વિદ્યુતભાર,

$$Q = \int_0^{0.04} I dt = -I_0 \int_0^{0.04} \cos\omega t\ dt$$

$$\therefore\ Q = -\frac{I_0}{\omega}[\sin\omega t]_0^{0.04}$$

$$\therefore\ Q = 0$$

ઉદાહરણ 2 : એક વર્તુળાકાર વાહક લૂપને તેનું સમતલ ચુંબકીય ક્ષેત્રને લંબરૂપે રહે તેમ 0.04 Tના સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં મૂકેલ છે. જો કોઈક રીતે લૂપની ત્રિજ્યા $2\frac{mm}{s}$ના અચળ દરથી સંકોચાવા લાગે, તો લૂપની ત્રિજ્યા 2 cm થાય ત્યારે લૂપમાં ઉદ્ભવતું પ્રેરિત emf શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે t સમયે લૂપની ત્રિજ્યા r છે. આ સમયે લૂપ સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સ,

$\phi = AB = \pi r^2 B$

અહીં, $\frac{dr}{dt} = \frac{2mm}{s} = 2 \times 10^{-3}\ ms^{-1}$

જ્યારે લૂપની ત્રિજ્યા $r = 2\ cm = 2 \times 10^{-2}$ m થાય, ત્યારે લૂપમાં ઉદ્ભવતું પ્રેરિત emf,

$\varepsilon = \frac{d\phi}{dt}$

$\varepsilon = \frac{d}{dt}(\pi r^2 B)$

$\varepsilon = 2\pi B r \frac{dr}{dt}$

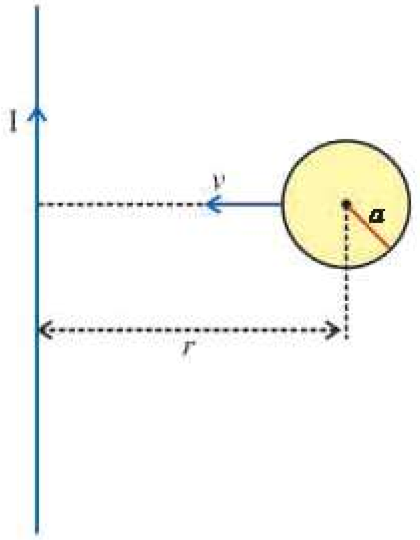
$\varepsilon = 2\pi\ (0.04)\ (2 \times 10^{-2})\ (2 \times 10^{-3})$

$= 3.2\pi \times 10^{-6}$ V

$= 3.2\pi\ \mu$V

ઉદાહરણ 3 : આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે પુસ્તકના પાનમાં રહેલા એક ઊર્ધ્વ તારમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ I પસાર થાય છે. એક સુવાહક રિંગ પુસ્તકના પાનમાં રહી તાર તરફ v વેગથી ગતિ કરે છે, તો રિંગ જ્યારે તારથી r જેટલા લંબઅંતરે હોય, ત્યારે તેમાં ઉદ્‌ભવતું emf શોધો. રિંગની ત્રિજ્યા a છે. $a << r$.

ઉકેલ : તારથી r અંતરે તારમાં વહેતા પ્રવાહના લીધે ઉદ્‌ભવતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર, $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$.



∴ રિંગ સાથે સંકળાયેલું ચુંબકીય ફ્લક્સ,

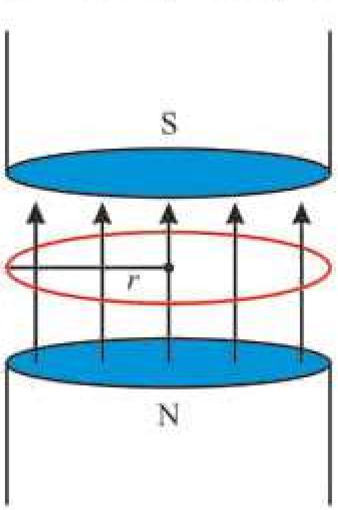
$$\phi = B(\pi a^2) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \times \pi a^2 = \frac{\mu_0 I a^2}{2r}$$

$$\therefore \text{ emf } \varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(\frac{\mu_0 I a^2}{2r}\right)$$

$$= \frac{\mu_0 I a^2}{2}\left(\frac{1}{r^2}\right)\frac{dr}{dt}$$

$$\therefore \varepsilon = \frac{\mu_0 I a^2}{2r^2} v \qquad \left(\because \frac{dr}{dt} = v\right)$$

ઉદાહરણ 4 : આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે r ત્રિજ્યાની એક સુવાહક રિંગને સમય સાથે બદલાતા જતા ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ક્ષેત્રને લંબરૂપે મૂકી છે. ચુંબકીય ક્ષેત્ર સમય સાથે, $B = B_0 + \alpha t$ અનુસાર બદલાય છે, જ્યાં B_0 અને α ધન અચળાંકો છે, તો રિંગના પરિઘ પર ઉદ્‌ભવતું વિદ્યુતક્ષેત્ર શોધો.



ઉકેલ : t સમયે ચુંબકીય ક્ષેત્ર $B = B_0 + \alpha t$ હોવાથી રિંગ સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સ,

$$\phi = B(\pi r^2) = (B_0 + \alpha t)\pi r^2 \qquad (1)$$

ફેરેડેના નિયમ અનુસાર, રિંગમાં ઉદ્‌ભવતું emf

$$\therefore \varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$$

$$= -\frac{d}{dt}[(B_0 + \alpha t)\ \pi r^2]$$

$$\therefore \varepsilon = -\alpha\ \pi r^2 \qquad (2)$$

હવે, emfની વ્યાખ્યા અનુસાર, એકમ ધનવિદ્યુતભારને (અહીં) રિંગના પરિઘ પર એક પૂર્ણ ભ્રમણ કરાવતાં વિદ્યુતક્ષેત્ર વડે થતું કાર્ય. જો વિદ્યુતક્ષેત્ર $\vec{E}$ હોય તો આ કાર્ય

$= \oint \vec{E}\cdot\vec{dl}$ અહીં, $\vec{E}$ અને $\vec{dl}$ સમગ્ર માર્ગ પર સમાન દિશામાં હોવાથી,

$\oint \vec{E}\cdot\vec{dl} = E\oint dl$

$= E(2\pi r)$ (3)

સમીકરણ (2) અને (3) સરખાવતાં,

$E(2\pi r) = \alpha\pi r^2$ (ઋણ નિશાની અવગણતાં)

$\therefore\ E = \frac{\alpha r}{2}$

નોંધ : અહીં જુઓ કે ચુંબકીય ક્ષેત્ર સમય સાથે બદલાતું જાય છે. પણ રિંગમાં ઉત્પન્ન થતું વિદ્યુતક્ષેત્ર અચળ છે. જોકે આ વ્યાપક પરિણામ નથી. જો ચુંબકીય ક્ષેત્ર સમય સાથે અરેખીય રીતે બદલાતું હોય, તો આવું પરિણામ ન મળે.

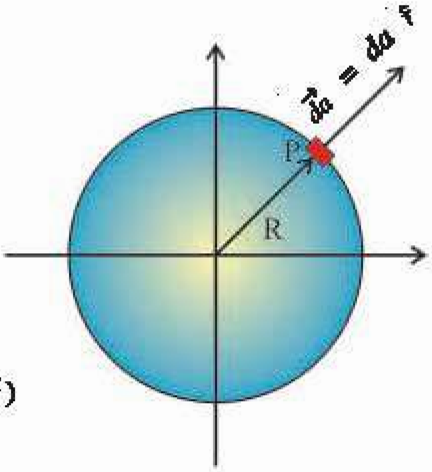
ઉદાહરણ 5 : એક ક્ષેત્ર, $\vec{A} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ વડે આપવામાં આવ્યું છે. શું આ ક્ષેત્રનો ઉપયોગ પ્રેરિત emf મેળવવા માટે કરી શકાય ?

[**Hint :** પ્રેરિત emf માટે આપેલ ક્ષેત્ર ચુંબકીય ક્ષેત્ર હોવું જરૂરી છે.]

ઉકેલ : જો આ ક્ષેત્ર ચુંબકીય ક્ષેત્ર હોય તો કોઈ પણ બંધ પૃષ્ઠ પર તેનું પૃષ્ઠ-સંકલન (બંધ પૃષ્ઠમાંથી પસાર થતું ફ્લક્સ) શૂન્ય હોવું જોઈએ. આ માટે આપણે, જેનું કેન્દ્ર, યામપદ્ધતિના ઊગમબિંદુ પર હોય, તેવા R ત્રિજ્યાના ગોળાનું પૃષ્ઠ ધ્યાનમાં લઈશું.

આકૃતિમાં ગોળાના પૃષ્ઠ પર એક સદિશ પૃષ્ઠખંડ $\vec{da} = da\,\hat{r}$ દર્શાવ્યો છે.

હવે, આકૃતિમાં Pના યામ (x, y, z) હોય, તો



$\vec{R} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

$\therefore\ \hat{r} = \frac{\vec{R}}{|\vec{R}|} = \frac{x}{R}\hat{i} + \frac{y}{R}\hat{j} + \frac{z}{R}\hat{k}$

આપેલ ક્ષેત્રનું પૃષ્ઠ-સંકલન,

$$\int_{\text{ગોળાનું પૃષ્ઠ}} \vec{A}\cdot\vec{da} = \int_{\text{ગોળાનું પૃષ્ઠ}} (x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k})\cdot\frac{da}{R}(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k})$$

$$= \frac{1}{R}\int(x^2 + y^2 + z^2)\,da = R\int da$$

$$= R \times 4\pi R^2$$

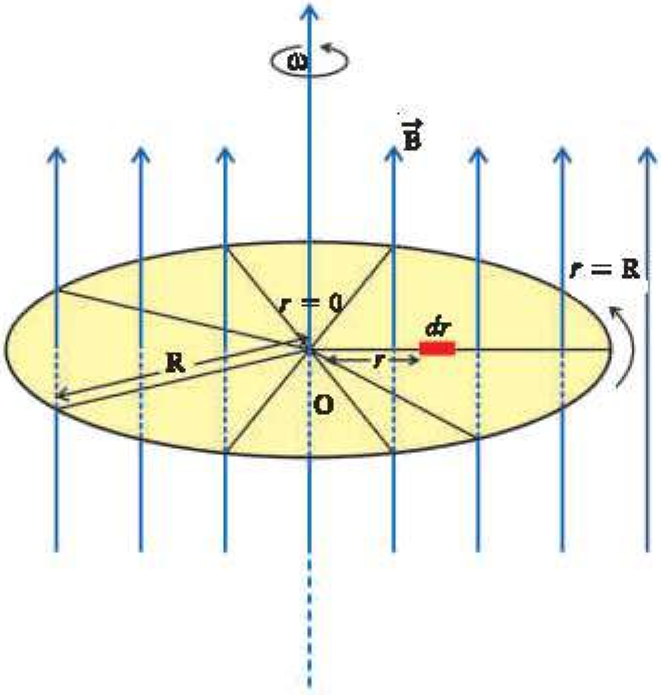
$$= 4\pi R^3 \neq 0$$

આમ, આપેલ ક્ષેત્રનું બંધ પૃષ્ઠ પરનું પૃષ્ઠ-સંકલન શૂન્ય ન હોવાથી, તે ચુંબકીય ક્ષેત્ર નથી. તેથી તેના વડે પ્રેરિત emf મળી શકે નહીં.

ઉદાહરણ 6 : n વાહક આરાઓ ધરાવતું એક પૈડું પોતાની ભૌમિતિક અક્ષને અનુલક્ષીને સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્રને પોતાનું સમતલ લંબ રહે તે રીતે ω કોણીય વેગથી ભ્રમણ કરે છે, તો સાબિત કરો કે પૈડાના કેન્દ્ર અને પૈડાની ધાર વચ્ચે ઉદ્‌ભવતું પ્રેરિત emf $\frac{\omega BR^2}{2}$ છે, જ્યાં R પૈડાની ત્રિજ્યા છે અને B સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્ર છે. પૈડાની ધાર વાહક છે અને બધા આરાઓ કેન્દ્ર પાસે મળે છે, તેમ સ્વીકારો.

ઉકેલ : આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે કોઈ એક વાહક આરા પર કેન્દ્રથી r અંતરે dr જેટલી સૂક્ષ્મ લંબાઈ ધરાવતો નાનો ભાગ વિચારો.

આ સૂક્ષ્મ ભાગનો રેખીય વેગ $v = r\omega$



dr જેટલી સૂક્ષ્મ લંબાઈમાં ઉદ્ભવતું પ્રેરિત emf,

$$d\varepsilon = Bvl$$

$$= B(r\omega)dr$$

સમગ્ર આરામાં ઉદ્ભવતું પ્રેરિત emf,

$$\varepsilon = \int_{r=0}^{r=R} d\varepsilon = \int_{r=0}^{r=R} B(r\omega)dr$$

$$\varepsilon = B\omega\int_0^R r\,dr = B\omega\left[\frac{r^2}{2}\right]_0^R$$

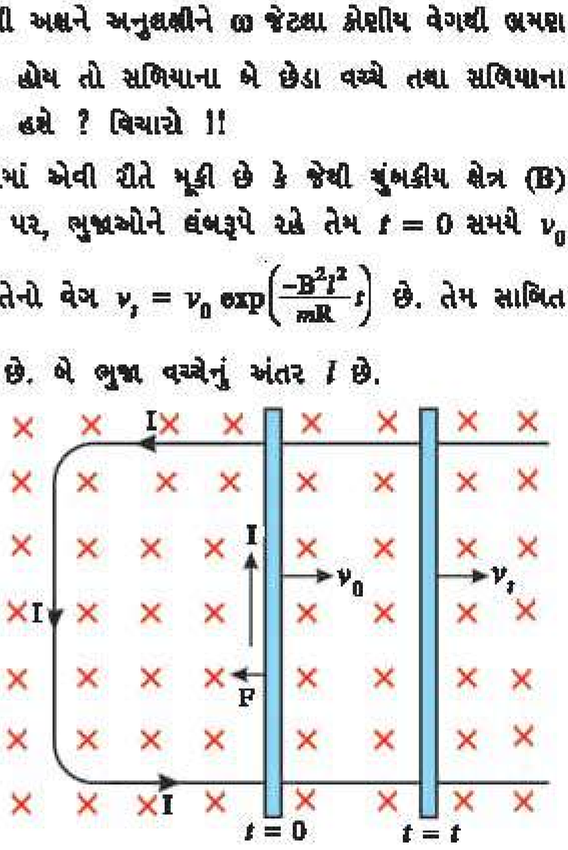
$$\therefore\ \varepsilon = \frac{1}{2}B\omega R^2$$

જમણા હાથના સ્ક્રૂનો નિયમ લગાડી $\vec{F} = -e(\vec{v} \times \vec{B})$ સમીકરણ પરથી કહી શકાય કે, આરામાં રહેલા મુક્ત ઇલેક્ટ્રૉન પર, પૈડાના કેન્દ્ર તરફ બળ લાગશે, તેથી ઇલેક્ટ્રૉન પૈડાના કેન્દ્ર પાસે એકઠા થશે, જ્યારે તેટલો જ ધનવિદ્યુતભાર આરાના છેડા પર આવેલી પૈડાની ધાર પર ખુલ્લો થશે. આમ, આરાનો પૈડાના કેન્દ્ર પાસેનો છેડો ઋણધ્રુવ તરીકે અને પૈડાની ધાર પાસેનો છેડો ધનધ્રુવ તરીકે વર્તશે.

જો L લંબાઈનો સળિયો તેના લંબદ્વિભાજકમાંથી પસાર થતી અક્ષને અનુલક્ષીને ω જેટલા કોણીય વેગથી ભ્રમણ કરતો હોય અને ચુંબકીય ક્ષેત્ર $\vec{B}$ તેની ભ્રમણઅક્ષને સમાંતર હોય તો સળિયાના બે છેડા વચ્ચે તથા સળિયાના કેન્દ્ર અને તેના છેડા વચ્ચે વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત કેટલો હશે ? વિચારો !!

ઉદાહરણ 7 : U આકારની સુવાહક ફ્રેમને ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં એવી રીતે મૂકી છે કે જેથી ચુંબકીય ક્ષેત્ર (B) તેના સમતલને લંબરૂપે હોય. આ ફ્રેમની બે સમાંતર ભુજાઓ પર, ભુજાઓને લંબરૂપે રહે તેમ $t = 0$ સમયે v_0 વેગથી એક સળિયાને ગતિ આપવામાં આવે છે, તો t સમયે તેનો વેગ $v_t = v_0 \exp\left(\frac{-B^2l^2}{mR}t\right)$ છે. તેમ સાબિત કરો. જ્યાં R = પરિપથનો અવરોધ અને m સળિયાનું દળ છે. બે ભુજા વચ્ચેનું અંતર l છે.

ઉકેલ : આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે, સળિયાને ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ગતિ આપવામાં આવે, તો સળિયામાં emf (ε) પ્રેરિત થાય છે, જેના કારણે સળિયામાં પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહ ઉત્પન્ન થાય છે એટલે કે સળિયો વિદ્યુતપ્રવાહધારિત બને છે. અહીં, સળિયા પર ચુંબકીય ક્ષેત્રને કારણે લાગતું ચુંબકીય બળ ($F = BIl$) એ સળિયાની ગતિની વિરુદ્ધ દિશામાં હોવાથી સળિયો પ્રતિપ્રવેગી ગતિ કરશે. પરિણામે સળિયાનો વેગ સમય સાથે ઘટતો જાય છે.



t સમયે સળિયામાં ઉદ્ભવતું પ્રેરિત emf,

$\varepsilon = -\mathrm{B}v_t l$

$\mathrm{IR} = -\mathrm{B}v_t l$

$\therefore$ t સમયે સળિયામાં પ્રેરિત પ્રવાહ, $\mathrm{I} = \dfrac{-\mathrm{B}v_t l}{\mathrm{R}}$

સળિયો ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ગતિ કરતો હોવાથી, સળિયા પર લાગતું બળ

$$\mathrm{F} = \mathrm{BI}l = \mathrm{B}\left(\frac{-\mathrm{B}v_t l}{\mathrm{R}}\right)l$$

$$\therefore\ \mathrm{F} = \frac{-\mathrm{B}^2 l^2 v_t}{\mathrm{R}} \qquad (1)$$

લેન્ઝના નિયમ અનુસાર, આ બળ સળિયાની ગતિની વિરુદ્ધ દિશામાં લાગતું હોવાથી સળિયામાં પ્રતિપ્રવેગ $a = \dfrac{dv_t}{dt}$ ઉત્પન્ન કરે છે.

$ma = \mathrm{F}$ પરથી,

$$\mathrm{m}\frac{dv_t}{dt} = \frac{-\mathrm{B}^2 l^2 v_t}{\mathrm{R}}$$ (સમીકરણ (1) મુજબ)

$$\therefore\ \frac{dv_t}{v_t} = -\frac{\mathrm{B}^2 l^2}{m\mathrm{R}}dt$$

બંને બાજુ સંકલન કરતાં,

$$\int_{v_0}^{v_t}\frac{1}{v_t}dv_t = -\frac{\mathrm{B}^2 l^2}{m\mathrm{R}}\int_{t=0}^{t}dt$$

$$\left[ln\ v_t\right]_{v_0}^{v_t} = -\frac{\mathrm{B}^2 l^2}{m\mathrm{R}}[t]_0^t \qquad (2)$$

$$\therefore\ ln\ v_t - ln\ v_0 = -\frac{\mathrm{B}^2 l^2}{m\mathrm{R}}t$$

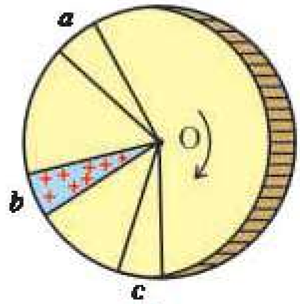
$$\therefore\ ln\left(\frac{v_t}{v_0}\right) = -\frac{\mathrm{B}^2 l^2}{m\mathrm{R}}t$$

$$\therefore\ \frac{v_t}{v_0} = \exp\left[\frac{-\mathrm{B}^2 l^2}{m\mathrm{R}}t\right]$$

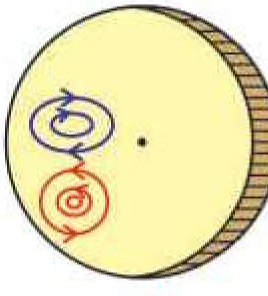
$$\therefore\ v_t = v_0\exp\left[\frac{-\mathrm{B}^2 l^2}{m\mathrm{R}}t\right]$$

1.7 એડી પ્રવાહો (Eddy Currents)

જ્યારે કોઈ ઘન વાહકને બદલાતા જતા ચુંબકીય ક્ષેત્રના વિસ્તારમાં મૂકવામાં આવે છે, ત્યારે વાહક સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સમાં ફેરફાર થતાં તેમાં પ્રેરણને લીધે પ્રેરિત emf ઉત્પન્ન થાય છે, જેના કારણે ફ્લક્સની દિશાના લંબસમતલમાં બંધમાર્ગી પ્રવાહો પ્રેરિત થાય છે. આ પ્રવાહો સમગ્ર વાહકમાં વિતરીત થયેલા હોય છે. આવા પ્રવાહો ઘુમરી પ્રકારના અથવા પાણીમાં રચાતા વમળ જેવા હોવાથી એડી પ્રવાહો તરીકે ઓળખાય છે. એડી પ્રવાહોનું સૌપ્રથમ અવલોકન 1895માં ફુકો (Foucault) એ કર્યું હતું. આ પ્રવાહોની દિશા લેન્ઝના નિયમની મદદથી નક્કી કરી શકાય છે. જ્યારે કોઈ વાહક સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ભ્રમણ કરતો હોય ત્યારે પણ તેમાં એડી પ્રવાહો ઉત્પન્ન થાય છે.



(a)


(b)

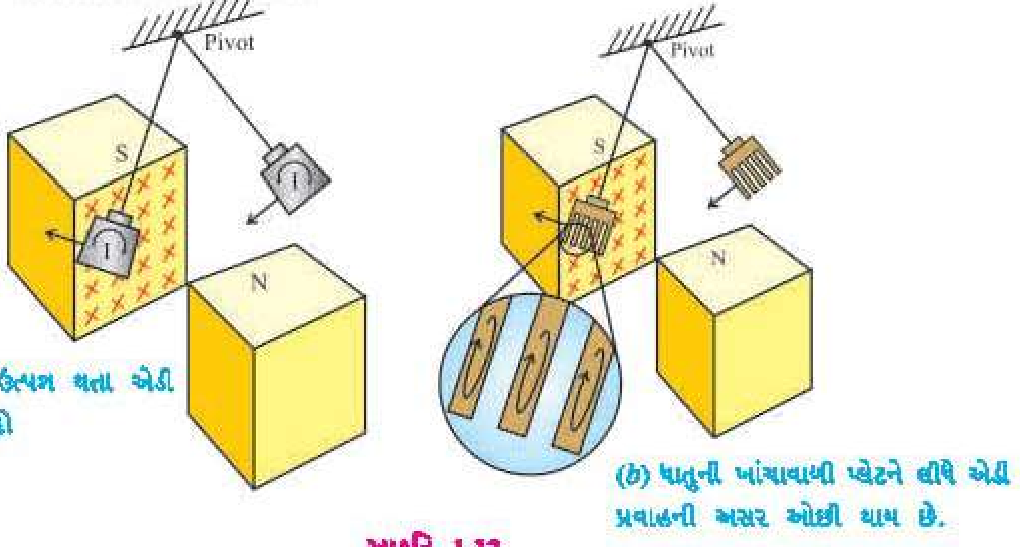
આકૃતિ 1.11 તકતીમાં એડી પ્રવાહો

જો ભ્રમણ કરતી તકતીના કોઈ વિસ્તાર પર તકતીના સમતલને લંબ દિશામાં ચુંબકીય ક્ષેત્ર લાગુ પાડવામાં આવે, તો આકૃતિ 1.11 (a)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે તકતીનો O*b* ખંડ ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ગતિ કરતો હોવાથી તેમાં રહેલા ઇલેક્ટ્રોન પર ચુંબકીય બળ $\vec{F} = -e(\vec{v} \times \vec{B})$. લાગતાં તેઓ આ બળની અસર હેઠળ ગતિ કરે છે. તકતીના O*a* અને O*c* ખંડ ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં નથી. તેથી તેઓ O*b* ભાગમાં સ્થાનાંતર પામેલા વિદ્યુતભારોને વળતો ગતિપથ પૂરો પાડે છે. આમ, તકતીમાં આકૃતિ 1.11 (b)માં દર્શાવ્યા અનુસાર એડી પ્રવાહોનું નિર્માણ થાય છે.

આરગો (Arago) નામના વૈજ્ઞાનિકે એડી પ્રવાહની દિશા શોધવા માટે એક સાદો પ્રયોગ કર્યો. એક ધાતુની તકતી લઈ તેનું સમતલ સમક્ષિતિજ રહે તેમ તેને ઊર્ધ્વ અક્ષ પર ભ્રમણ કરી શકે તેમ ગોઠવવામાં આવે છે. તકતીના સમતલથી સહેજ ઉપર એક ચુંબકીય સોય તકતીને અડે નહીં તે રીતે મુક્ત રીતે લટકાવવામાં આવે છે. જ્યારે તકતીને ઝડપથી ગોળ ફેરવવામાં આવે છે, ત્યારે તે ચુંબકીય ક્ષેત્રના ફ્લક્સને કાપે છે. આથી ઉત્પન્ન થતા પ્રવાહો અને પોતાના ચુંબકીય ક્ષેત્રની અસરને લીધે ચુંબકીય સોય તકતીના ભ્રમણની દિશામાં ભ્રમણ કરવા લાગે છે. જો તકતીના ભ્રમણની દિશા ઊલટાવવામાં આવે, તો ચુંબકીય સોય ઊલટી દિશામાં ભ્રમણ કરે છે.

જો ધાતુની પ્લેટને પુસ્તકના પાનને લંબ અને પુસ્તકના પાનની અંદર જતી દિશામાં લાગુ પાડેલા નિયમિત ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં પતન કરાવવામાં આવે તો પ્લેટની ગતિને લીધે તેમાં રહેલા ઇલેક્ટ્રૉન્સ પર ચુંબકીય બળ $[\vec{F} = -e(\vec{v} \times \vec{B})]$ લાગતાં, આ બળની અસર હેઠળ તેઓ જે લઘુતમ અવરોધવાળો માર્ગ મળે તે માર્ગે ગતિ કરી એડી પ્રવાહોનું નિર્માણ કરે છે.

આ પ્રવાહો લેન્ઝના નિયમ અનુસાર એવી દિશામાં વહે છે કે જેને કારણે ઉદ્ભવતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર વાહકની ગતિનો વિરોધ કરે. આથી ચુંબકીય ક્ષેત્રની ગેરહાજરીમાં જે પ્લેટ મુક્ત પતન કરી શકે, તે હવે ચુંબકીય ક્ષેત્રની હાજરીમાં g કરતાં ઓછા પ્રવેગથી નીચે પડશે.



(a) ધાતુની પ્લેટમાં ઉત્પન્ન થતા એડી પ્રવાહો

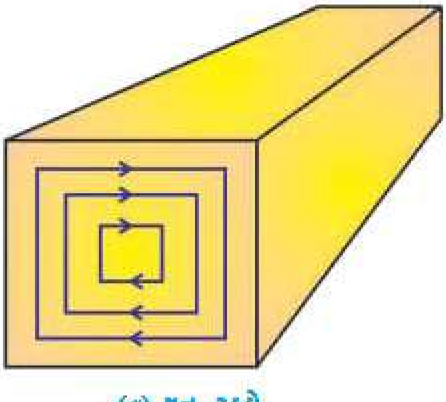
(b) ધાતુની ખાંચાવાળી પ્લેટને લીધે એડી પ્રવાહની અસર ઓછી થાય છે.

આકૃતિ 1.12

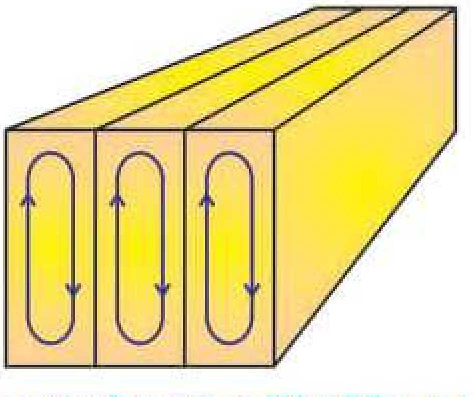
આકૃતિ 1.12 (*a*)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે એક ધાતુની પ્લેટને શક્તિશાળી ચુંબકના બે ધ્રુવો વચ્ચે સાદા લોલકની જેમ દોલિત કરાવવામાં આવે છે, ત્યારે પ્લેટના દોલનોનું ઝડપથી અવમંદન (Damping) થાય છે. અને થોડા સમયમાં પ્લેટ ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં સ્થિર થઈ જાય છે. આવા અવમંદનને Electromagnetic Damping કહે છે. જ્યારે પ્લેટ ચુંબકના બે ધ્રુવો વચ્ચેના વિસ્તારની અંદર અને બહાર તરફ ગતિ કરે છે ત્યારે તેની સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સમાં ફેરફાર થાય છે. આ ફ્લક્સના ફેરફારને કારણે પ્લેટમાં લેન્ઝના નિયમ મુજબ એડી પ્રવાહો ઉત્પન્ન થાય છે, જે ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં પ્લેટની ગતિનો વિરોધ કરે છે. જ્યારે દોલન કરતી પ્લેટ ચુંબકના ધ્રુવો વચ્ચેના વિસ્તારની અંદર દાખલ થાય અને ચુંબકના ધ્રુવો વચ્ચેના વિસ્તારની બહાર જાય, ત્યારે મળતા એડી પ્રવાહોની દિશાઓ પરસ્પર વિરુદ્ધ હોય છે.

હવે જો આકૃતિ 1.12 (*b*)માં બતાવ્યા પ્રમાણે ધાતુની પ્લેટમાં લંબચોરસ ખાંચાઓ (Slots) પાડવામાં આવે તો એડી પ્રવાહના વહન માટે મળતું અસરકારક ક્ષેત્રફળ ઘટે છે. તેથી પ્લેટમાં બંધ માર્ગે ઇલેક્ટ્રોન્સને ગતિ કરવા માટે લાંબું અંતર કાપવું પડે છે. તેથી એડી પ્રવાહનું મૂલ્ય ઘટે છે, પરિણામે એડી પ્રવાહની અસર ઓછી થાય છે. આમ, લોલકની પ્લેટમાં ખાંચાઓને લીધે ઇલેક્ટ્રોમેગ્નેટિક ડેમ્પિંગની અસર ઘટવાથી પ્લેટ લાંબો સમય સુધી દોલનો કરે છે.

વિદ્યુતમોટર અને ડાઇનેમોમાં ભ્રમણ કરતી આર્મેચરના લોખંડના ગર્ભની અંદરના ભાગમાં તેમજ ટ્રાન્સફોર્મરના ગર્ભ (Core)માં આવા એડી પ્રવાહો ઉત્પન્ન થાય છે. આવા એડી પ્રવાહો અનિચ્છનીય છે, કારણ કે એડી પ્રવાહોને લીધે લોખંડનો ગર્ભ (Core) ગરમ થાય છે અને વિદ્યુત-ઊર્જા જૂલ-ઉષ્મા-ઊર્જા રૂપે વેડફાય છે. એડી પ્રવાહની અસર ઘટાડવા લોખંડના એક જ ઘન ટુકડા (Sheet)ને બદલે લેમિનેટેડ કોરનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે (આકૃતિ 1.13) જેમાં લોખંડનો ગર્ભ ઘણા સ્તરો (પટ્ટીઓ)ના સ્વરૂપમાં એકબીજા પર ગોઠવીને બનાવવામાં આવે છે. આ સ્તરો કે પટ્ટીઓને અવાહક પદાર્થ (વાર્નિશ)ની મદદથી એકબીજાથી અલગ કરેલા હોય છે. આમ કરવાથી એડી પ્રવાહ સમગ્ર કોરમાં વહેવાને બદલે વ્યક્તિગત સ્તરમાં વહે છે. જેના કારણે ઇલેક્ટ્રોનના ગતિપથની લંબાઈ ખૂબ જ વધી જતાં એડી પ્રવાહની અસર ઓછી કરી શકાય છે અને ઊર્જાનો વ્યય ઘટાડી શકાય છે.



(*a*) ઘન ટુકડો



(*b*) અલગ કરેલા વાહક સ્તરોથી બનેલો ઘન ટુકડો

આકૃતિ 1.13

એડી પ્રવાહના ઉપયોગો :

(1) ઇન્ડક્શન ભઠ્ઠી : જ્યારે ધાતુના નમૂનાને ઝડપથી બદલાતા જતા ચુંબકીય ક્ષેત્ર (જે ઊંચી આવૃત્તિવાળા ac વડે ઉત્પન્ન કરી શકાય)માં મૂકવામાં આવે છે, ત્યારે ધાતુમાં ઉત્પન્ન થતા એડી પ્રવાહોને લીધે ખૂબ જ ઉષ્મા ઉત્પન્ન થતાં ધાતુને પિગાળી શકાય છે. આ પ્રક્રિયાનો ઉપયોગ કાચા ખનિજમાંથી ધાતુને અલગ કરવામાં થાય છે.

ઇન્ડક્શન ભઠ્ઠીનો ઉપયોગ ઊંચું તાપમાન ઉત્પન્ન કરવામાં અને ઘટક ધાતુઓને પિગાળીને તેનું મિશ્રણ તૈયાર કરવામાં થાય છે.

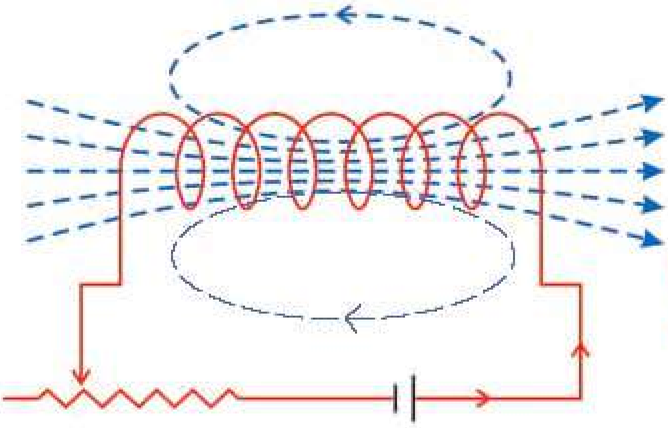
(2) સ્પીડોમીટર : સ્પીડોમીટરમાં એક નાનું ચુંબક વાહનની ઝડપ અનુસાર ભ્રમણ કરતું હોય છે અને જરૂરી બદલાતું જતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે. ચુંબક એલ્યુમિનિયમના ડ્રમમાં ભ્રમણ કરતું હોય છે. ડ્રમમાં એડી પ્રવાહો ઉત્પન્ન થાય છે. ડ્રમ ભ્રમણ કરતા ચુંબકની દિશામાં ફરે છે. ડ્રમ સાથે જોડેલ દર્શક વાહનની ઝડપ અંકિત સ્કેલ પર દર્શાવે છે.

(3) ઇલેક્ટ્રિક બ્રેક : જ્યારે પૈડા સાથે જોડાયેલા ભ્રમણ કરતા વાહક ડ્રમને એકાએક શક્તિશાળી ચુંબકીય ક્ષેત્ર લાગુ પાડવામાં આવે, ત્યારે ડ્રમમાં એડી પ્રવાહો ઉત્પન્ન થાય છે, જેના કારણે વિરોધક ટૉર્ક લાગતાં ડ્રમની ગતિ અટકી જાય છે. આ હકીકતનો ઉપયોગ કરી ઇલેક્ટ્રિક ટ્રેનમાં smooth બ્રેક મારી શકાય છે.

(4) ઇલેક્ટ્રિક પાવર મીટરો : ઇલેક્ટ્રિક પાવર મીટરમાં ચળકતી ધાતુની તકતી એડી પ્રવાહને કારણે ભ્રમણ કરે છે. ગૂંચળામાં આવર્ત રીતે બદલાતા જતા પ્રવાહને કારણે ઉત્પન્ન થતાં ચુંબકીય ક્ષેત્રને લીધે તકતીમાં વિદ્યુતપ્રવાહ પ્રેરિત થાય છે. (તમારા ઘરના ઇલેક્ટ્રિક પાવર મીટરમાં ભ્રમણ કરતી ચળકતી તકતી તમે જોઈ હશે !)

1.8 આત્મ-પ્રેરણ (Self-inductance)

જ્યારે કોઈ અવાહક કરેલા વાહક તારના ગૂંચળામાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે ત્યારે તે વિદ્યુત પ્રવાહને લીધે ગૂંચળામાં ચુંબકીય ક્ષેત્ર ઉત્પન્ન થાય છે અને ગૂંચળું પોતે એક ચુંબકની જેમ વર્તે છે. ગૂંચળાના પોતાના જ ચુંબકીય ક્ષેત્રની ક્ષેત્રરેખાઓ ગૂંચળાની પોતાની સાથે જ સંકળાયેલી હોય છે.



આકૃતિ 1.14 ગૂંચળામાં આત્મ-પ્રેરણ

હવે જો ગૂંચળામાંથી વહેતા વિદ્યુતપ્રવાહમાં ફેરફાર કરવામાં આવે, તો ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલી પોતાની જ ક્ષેત્રરેખાઓની સંખ્યા (ફ્લક્સ)માં ફેરફાર થાય છે. આ સંજોગોમાં પણ ગૂંચળામાં પ્રેરિત emf ઉત્પન્ન થાય છે. આવા પ્રેરિત emfને આત્મ-પ્રેરિત emf (Self-induced emf) કહે છે અને આ ઘટનાને આત્મ-પ્રેરણ (Self-induction) કહે છે.

જો ગૂંચળામાં આંટાઓની સંખ્યા N હોય અને દરેક આંટા સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ ϕ, હોય, તો ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ કુલ ફ્લક્સ = $N\phi$.

આ કિસ્સામાં, ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ કુલ ફ્લક્સ (જેને ફ્લક્સ લિંકિજ કહે છે) ગૂંચળામાંથી વહેતા વિદ્યુતપ્રવાહ (I)ના સમપ્રમાણમાં હોય છે.

$N\phi \propto I$

$\therefore N\phi = LI$ (1.8.1)

જ્યાં સમપ્રમાણતાના અચળાંક Lને ગૂંચળાનું આત્મ-પ્રેરકત્વ (Self-inductance) કહે છે. સમીકરણ (1.8.1) પરથી,

$L = \frac{N\phi}{I}$ (1.8.2)

આત્મ-પ્રેરકત્વ (L), એ એકમપ્રવાહ દીઠ ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ દર્શાવે છે.

ગૂંચળાના આત્મ-પ્રેરકત્વ (L)નું મૂલ્ય,

(1) ગૂંચળાના પરિમાણ (Size)

(2) ગૂંચળાના આકાર અને આંટાઓની સંખ્યા (N)

(3) ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સ જે માધ્યમમાં પ્રવર્તતું હોય તે માધ્યમ પર આધાર રાખે છે.

જો ગૂંચળાને નરમ લોખંડના ગર્ભ પર અવાહક કરીને વીંટાળ્યું હોય, તો નરમ લોખંડની પરમીએબિલિટી (μ) ઘણી વધારે હોવાથી ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સમાં વધારો થતાં આત્મપ્રેરકત્વ (L)નું મૂલ્ય ઘણું જ વધી જાય છે.

આત્મ-પ્રેરકતત્વ (L), વિદ્યુતપ્રવાહ (I) પર આધાર રાખતું નથી.

સમીકરણ (1.8.1)

$N\phi = LI$નું બંને બાજુ સમય tની સાપેક્ષે વિકલન કરતાં,

$$N\frac{d}{dt} = L\frac{dI}{dt} \qquad (1.8.3)$$

આત્મપ્રેરણના કિસ્સામાં પણ ફેરેડેનો અને લેન્ઝનો નિયમ પળાય છે. આથી ગૂંચળામાં આત્મપ્રેરિત emf,

$$\varepsilon = -N\frac{d}{dt} \qquad (1.8.4)$$

આત્મપ્રેરિત emfને 'back emf' પણ કહે છે.

સમીકરણ (1.8.3) અને (1.8.4) નો સમન્વય કરતાં,

$$\varepsilon = -L\frac{dI}{dt} \qquad (1.8.5)$$

જો વિદ્યુત પ્રવાહના ફેરફારનો દર $\left(\frac{dI}{dt}\right) = 1$ (એકમ) લઈએ તો,

$\varepsilon = -L$

આ પરથી આત્મપ્રેરકત્વની વ્યાખ્યા નીચે મુજબ આપી શકાય :

પરિપથમાં વિદ્યુતપ્રવાહના ફેરફારના એકમદર $\left(\frac{dI}{dt} = 1\right)$ દીઠ ઉત્પન્ન થતાં આત્મપ્રેરિત emf (ε)ને પરિપથનું આત્મપ્રેરકત્વ કહેવાય છે.

સમીકરણ $\varepsilon = -L\frac{dI}{dt}$ પરથી,

આત્મપ્રેરકત્વ $L = -\frac{\varepsilon}{\left(\frac{dI}{dt}\right)}$

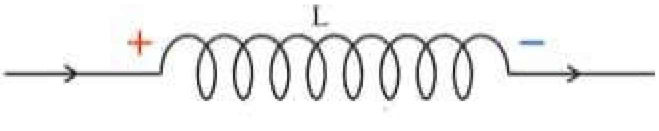
$$L\text{નો એકમ} = \frac{\text{emfનો એકમ (V)}}{\text{વિદ્યુત-વાહના ફેરફારના દરનો એકમ } (As^{-1})} = VsA^{-1}$$

આત્મપ્રેરકત્વ (L)નો SI એકમ henry (H) છે અને આત્મપ્રેરકત્વનું પારિમાણિક સૂત્ર $M^1L^2T^{-2}A^{-2}$ છે.

હેનરીની વ્યાખ્યા : આપેલ પરિપથમાં વિદ્યુતપ્રવાહના ફેરફારનો દર $\left(\frac{dI}{dt} = 1\right) = 1\ As^{-1}$ હોય અને ઉત્પન્ન થતું આત્મપ્રેરિત emf $\varepsilon = 1V$ હોય, તો તે પરિપથનું આત્મપ્રેરકત્વ 1 H કહેવાય છે.

પરિપથનો જે ઘટક (દા. ત., ગૂંચળું) આત્મપ્રેરકત્વ ધરાવતો હોય તેને ઇન્ડક્ટર કહેવામાં આવે છે. પરિપથમાં ઇન્ડક્ટરની સંજ્ઞા આકૃતિ 1.15માં દર્શાવ્યા મુજબની હોય છે.

ઇન્ડક્ટર (L) જ્યારે પરિપથમાં હોય ત્યારે તેના **જે છેડાથી પ્રવાહ તેમાં દાખલ થતો હોય અને પ્રવાહ સમય સાથે વધતો હોય તે છેડાને ધન ગણવામાં આવે છે અને જે છેડાથી પ્રવાહ બહાર આવતો હોય, તેને ઋણ ગણવામાં આવે છે.**



આકૃતિ 1.15 ઇન્ડક્ટરની સંજ્ઞા

આમ, પ્રેરિત વિદ્યુત ચાલકબળની દિશા નક્કી કરી શકાય છે.

ઇન્ડક્ટર સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ઊર્જા : ધારો કે t સમયે ઇન્ડક્ટર (L) માંથી વહેતો પ્રવાહ I છે અને તેમાં પ્રવાહના ફેરફારનો દર $\left(\frac{dI}{dt}\right)$ છે.

તેથી t સમયે ઇન્ડક્ટરના બે છેડા વચ્ચે પ્રેરિત emf $\varepsilon = L\frac{dI}{dt}$.

અહીં આપણે ઋણ નિશાની ધ્યાનમાં લીધી નથી. આ આત્મપ્રેરિત emfને 'back emf' પણ કહે છે. કારણ કે તે પરિપથમાં વિદ્યુતપ્રવાહના ફેરફારનો વિરોધ કરે છે. ભૌતિક રીતે, આત્મપ્રેરકત્વ એ જડત્વનો ભાગ ભજવે છે. આત્મપ્રેરકત્વ (L) એ યાંત્રિક રાશિ દળ (*m*)ને સમતુલ્ય રાશિ છે. તેથી પ્રવાહ પ્રસ્થાપિત કરવા back emf (ε) ની વિરુદ્ધમાં કાર્ય કરવું પડે છે. આ કરેલું કાર્ય ઇન્ડક્ટરમાં ચુંબકીય ઊર્જા રૂપે સંગ્રહીત થાય છે.

કોઈ ક્ષણે પરિપથમાં પ્રવાહ I હોય, તો કાર્ય કરવાનો સમયદર,

$$\frac{dW}{dt} = |\varepsilon|\ I \tag{1.8.6}$$

સમીકરણ (1.8.5)નો ઉપયોગ કરતાં,

$$\frac{dW}{dt} = LI\frac{dI}{dt} \tag{1.8.7}$$

ઇન્ડક્ટરમાં I જેટલો પ્રવાહ પ્રસ્થાપિત કરવા કરવું પડતું કુલ કાર્ય,

$$W = \int_0^1 dW$$

$$W = \int_0^1 LI\ dI$$

$$W = \frac{1}{2}LI^2 \tag{1.8.8}$$

ઇન્ડક્ટરમાં I જેટલો પ્રવાહ પ્રસ્થાપિત કરવા કરવું પડતું કુલ કાર્ય,

$$W = \frac{1}{2}LI^2$$

આથી, *t* સમય દરમિયાન, ઇન્ડક્ટરમાં I જેટલો પ્રવાહ પ્રસ્થાપિત કરવા માટે વપરાતી વિદ્યુતઊર્જા $W = \frac{1}{2}LI^2$ ઇન્ડક્ટરને મળતી આ ઊર્જા, ઇન્ડક્ટર સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં સંગ્રહીત થાય છે.

આ સમીકરણ m દળના કણની ગતિ-ઊર્જા (યાંત્રિક) $\frac{1}{2}mv^2$ની યાદ અપાવે છે. જે દર્શાવે છે કે L એ યાંત્રિકરાશિ દળ mને સમતુલ્ય છે. (L એ વિદ્યુતીય જડત્વ છે, જે પરિપથમાં વિદ્યુતપ્રવાહના વધારા અને ઘટાડાનો વિરોધ કરે છે.)

ઉદાહરણ 8 : *l* લંબાઈ, A આડછેદનું ક્ષેત્રફળ અને કુલ N આંટા ધરાવતાં સૉલેનૉઇડનું આત્મપ્રેરકત્વ શોધો. સોલેનોઇડની લંબાઈ ઘણી મોટી ધારો.

ઉકેલ : સૉલેનૉઇડની એકમ લંબાઈ દીઠ આંટાઓની સંખ્યા $\frac{N}{l}$ છે આ સૉલેનૉઇડમાંથી I પ્રવાહ પસાર કરતાં

તેના અંદરના વિસ્તારમાં ચુંબકીય ક્ષેત્ર $B = \frac{\mu_0 NI}{l}$

∴ આ ચુંબકીયક્ષેત્રને લીધે, તેની પોતાની (સૉલેનૉઇડની) સાથે જ સંકળાતું ફ્લક્સ,

$$\Phi = BAN$$

$$= \frac{\mu_0 NIA}{l}N$$

$$= \frac{\mu_0 N^2 IA}{l}$$

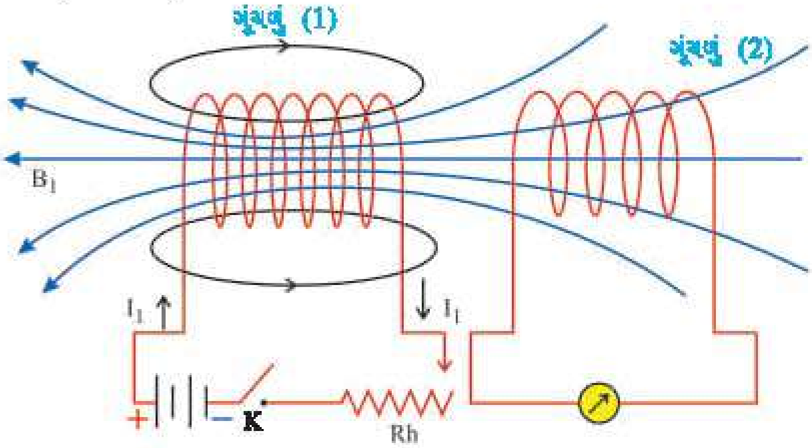
∴ આત્મ-પ્રેરકત્વ, $L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 N^2 A}{l}$.

1.9 અન્યોન્ય પ્રેરણ (Mutual Induction)

એકબીજાની પાસેપાસે મૂકેલાં બે વાહક ગૂંચળાંઓ પૈકી એક ગૂંચળાંમાં સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર કરતાં તેની નજીક રહેલા બીજા ગૂંચળા સાથે ચુંબકીય ફ્લક્સ સંકળાય છે. જો પ્રવાહધારિત ગૂંચળામાંથી વહેતા વિદ્યુતપ્રવાહમાં ફેરફાર કરવામાં આવે, તો ફેરેડેના નિયમ મુજબ બીજા ગૂંચળામાં પ્રેરિત emf ઉદ્ભવે છે. આ ઘટનાને **અન્યોન્ય પ્રેરણ** કહે છે.

આકૃતિ 1.16માં એકબીજાની નજીક મૂકેલાં બે વાહક ગૂંચળાંઓ સમઅક્ષીય રહે તેમ મૂકેલાં છે. ધારો કે ગૂંચળા 1 અને 2માં આંટાઓની સંખ્યા અનુક્રમે N_1 અને N_2 છે.

ગૂંચળા 1ને બેટરી, રિઓસ્ટેટ અને કળ સાથે જોડવામાં આવે છે. જ્યારે ગૂંચળા 2 સાથે ફક્ત સંવેદી ગેલ્વેનોમીટર જોડેલ છે. જ્યારે ગૂંચળા 1માંથી સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહ I_1 પસાર કરવામાં આવે છે ત્યારે તેમાં ઉદ્ભવતા ચુંબકીય ક્ષેત્ર (B_1)ની ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ પૈકી કેટલીક ચુંબકીય ક્ષેત્રરેખાઓ ગૂંચળા 2 સાથે સંકળાય છે.



આકૃતિ 1.16 અન્યોન્ય પ્રેરણ

હકીકતમાં બાયો-સાવરના નિયમ પરથી જાણી શકાય છે કે, ગૂંચળા 1 અને 2ની આપેલ પરિસ્થિતિમાં ગૂંચળા 2માંથી પસાર થતું ફ્લક્સ Φ_2 એ ગૂંચળા 1માંથી વહેતા વિદ્યુતપ્રવાહ I_1ના સમપ્રમાણમાં હોય છે.

$$\Phi_2 \propto I_1$$

$$\therefore \Phi_2 = M_{21} I_1 \qquad (1.9.1)$$

હવે જો ગૂંચળા 1માંથી પસાર થતા વિદ્યુતપ્રવાહમાં ફેરફાર કરવામાં આવે, તો તેને અનુરૂપ ગૂંચળા 2 સાથે સંકળાતા ફ્લક્સમાં પણ ફેરફાર થાય છે અને ફેરેડેના નિયમ મુજબ ગૂંચળા 2માં પ્રેરિત emf ε_2 ઉત્પન્ન થાય છે.

$$\varepsilon_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt}$$

$$\varepsilon_2 = -\frac{d}{dt}(M_{21} I_1)$$

$$\varepsilon_2 = -M_{21}\frac{dI_1}{dt} \qquad (1.9.2)$$

સમીકરણ (1.9.1) અને (1.9.2)માં આવતા અચળાંક M_{21}ને બે ગૂંચળાંઓના તંત્રનું **અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ (mutual inductance)** કહે છે. તેની વ્યાખ્યા સમીકરણ (1.9.1) અને (1.9.2) એમ બંને પરથી અપાય છે.

સમીકરણ (1.9.1) માં જો $I_1 = 1$ એકમ લેવામાં આવે, તો $\Phi_2 = M_{21}$.

આમ, બે ગૂંચળાંઓના તંત્રમાંના એક ગૂંચળામાં વહેતા એકમ વિદ્યુતપ્રવાહ દીઠ બીજા ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલા ફ્લક્સને તે બે ગૂંચળાંઓના તંત્રનું અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ કહે છે.

જો પ્રવાહ Aમાં માપીએ અને ફ્લક્સ Wbમાં લઈએ, તો **અન્યોન્ય પ્રેરકત્વનો એકમ WbA^{-1} = henry (H).**

હવે, સમીકરણ (1.9.2) પરથી, જો $\frac{dI_1}{dt} = 1$ એકમ લઈએ તો, $\varepsilon_2 = -M_{21}$ થાય.

આમ, બે ગૂંચળાંઓના તંત્રમાંના એક ગૂંચળામાં વિદ્યુતપ્રવાહના ફેરફારનો દર એકમ હોય, તો તે સ્થિતિમાં બીજા ગૂંચળામાં ઉદ્ભવતા પ્રેરિત emfને બે ગૂંચળાંઓના તંત્રનું અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ કહેવાય છે.

જો $\frac{dI_1}{dt}$ ને As^{-1}માં લઈએ અને ε_2ને Vમાં લઈએ, તો અન્યોન્ય પ્રેરકત્વનો એકમ $\frac{V}{As^{-1}} = VsA^{-1}$ = henry (H) થાય છે. અહીં મળેલ બંને henry એકમો સમાન જ છે તે ચકાસી જુઓ.

બે ગૂંચળાંઓનું અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ (M) ગૂંચળાઓના આકાર, તેમનાં પરિમાણ (Size), તેમના આંટાઓની સંખ્યા, તેમની વચ્ચેનાં અંતર અને તેમના સાપેક્ષ નમન પર તેમજ તેમને જે માધ્યમ પર વીંટાળેલ છે, તે માધ્યમના ચુંબકીય ગુણધર્મ પર આધાર રાખે છે.

ગૂંચળા 1ને બદલે ગૂંચળા 2ને બૅટરી સાથે જોડી તેમાંથી I_2 પ્રવાહ પસાર કરતાં, ગૂંચળા-1 સાથે Φ_1 ફ્લક્સ સંકળાય છે. જો ગૂંચળા 2માંથી પસાર થતા વિદ્યુતપ્રવાહ (I_2)માં ફેરફાર કરવામાં આવે, તો ગૂંચળા-1માં ઉદ્ભવતું પ્રેરિત emf,

$$\varepsilon_1 = -M_{12}\frac{dI_2}{dt} \qquad (1.9.3)$$

ઉપરના બંને કિસ્સાઓમાં મળતાં અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ સમાન હોય છે એટલે કે $M_{21} = M_{12} = M$. આ પરિણામને reciprocity theorem કહે છે.

ઉદાહરણ 9 : સમાન l લંબાઈના બે સોલેનૉઇડમાંના નાના આડછેદ a વાળા સોલેનૉઇડને મોટા આડછેદવાળા સોલેનૉઇડમાં એવી રીતે મૂક્યો છે કે, જેથી તેમની અક્ષો સંપાત થાય તો આ તંત્રનું અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ શોધો.

ઉકેલ : નાના સોલેનૉઇડમાં પ્રવાહ I_1 વહે ત્યારે, આ કિસ્સામાં નાના સોલેનૉઇડમાં (તેના અંદરના વિસ્તારમાં) ઉદ્ભવતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર $= \frac{\mu_0 N_1 I_1}{l}$.

જ્યાં, N_1 = નાના સોલેનૉઇડમાં આંટાઓની સંખ્યા

આ ક્ષેત્રને કારણે, મોટા સોલેનૉઇડ સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ

$$\Phi_2 = \frac{\mu_0 N_1 N_2 I_1 a}{l}$$ (જ્યાં, N_2 = મોટા સોલેનૉઇડમાં આંટાઓની સંખ્યા)

$$\therefore M_{21} = \frac{\Phi_2}{I_1} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 a}{l} \qquad (1)$$

હવે, નાના સોલેનૉઇડને બદલે મોટા સોલેનૉઇડમાંથી I_2 પ્રવાહ વહેતો હોય, તો તેના અંદરના વિસ્તારમાં ઉદ્ભવતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર $= \frac{\mu_0 N_2 I_2}{l}$.

આ ક્ષેત્રને કારણે નાના સોલેનૉઇડ સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ

$$\Phi_1 = \frac{\mu_0 N_1 N_2 I_2 a}{l}$$

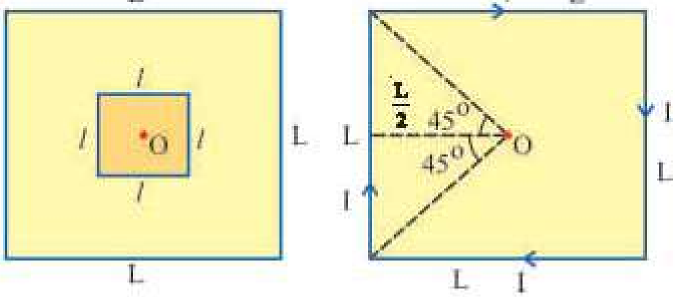
$$\therefore M_{21} = \frac{\Phi_1}{I_2} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 a}{l} \qquad (2)$$

સમીકરણ (1) અને (2) પરથી $M_{21} = M_{12} = M$.

ઉદાહરણ 10 : l લંબાઈની બાજુવાળી એક નાની ચોરસ લૂપને L લંબાઈની બાજુ ધરાવતી મોટી ચોરસ લૂપની અંદર મૂકવામાં આવી છે. (L >> l) બંને લૂપ એક સમતલસ્થ છે અને તેમનાં કેન્દ્રો સંપાત થાય છે. આ તંત્રનું અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે, L લંબાઈની મોટી ચોરસ લૂપમાં પસાર થતો પ્રવાહ I છે. લૂપના કેન્દ્ર O પર ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર,

B = 4 × એક બાજુ વડે ઉદ્ભવતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર



$$B = 4 \times \frac{\mu_0 I}{4\pi\left(\frac{L}{2}\right)} (\sin 45^\circ + \sin 45^\circ)$$

$$B = \frac{2\mu_0 I}{\pi L}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\therefore B = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi L}$$

હવે, Lની સરખામણીમાં l ઘણી નાની હોવાથી $A = \pi l^2$ ક્ષેત્રફળના વિસ્તારમાં B સમાન ગણી શકાય.

∴ નાની ચોરસ લૂપ સાથે સંકળાતું ચુંબકીય ફ્લક્સ,

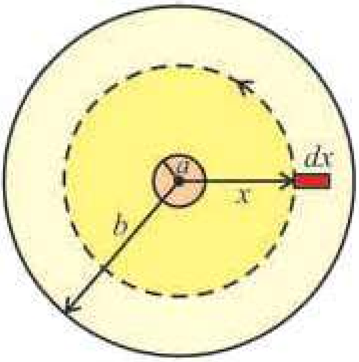
$$\Phi = BA = Bl^2 = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 l^2 I}{\pi L}$$

બે લૂપોના તંત્રનું અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ,

$$M = \frac{\Phi}{I} = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 l^2}{\pi L}$$

ઉદાહરણ 11 : આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે એક કો-એક્સિયલ કેબલમાં કેન્દ્રીય તારમાંથી પ્રવાહ I પુસ્તકના પાનની અંદર જતી દિશામાં અને બાહ્ય નળાકારીય તારમાંથી તેટલો જ પ્રવાહ તેની વિરુદ્ધ દિશામાં વહે છે, તો આ કેબલનું આત્મપ્રેરકત્વ ગણો. કો-એક્સિયલ કેબલ પુસ્તકના પાનને લંબરૂપે છે.

ઉકેલ : કેન્દ્રીય તારથી x અંતરે ચુંબકીય ક્ષેત્ર



$$B(x) = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

હવે, dx પહોળાઈની અને l લંબાઈની અક્ષને સમાંતર પટ્ટીમાંથી પસાર થતું ફ્લક્સ.

$$d\phi = B(x)\, l dx = \frac{\mu_0 I l}{2\pi x} dx$$

∴ બંને તારની વચ્ચેના અવકાશમાં, $(b - a)$, જેટલી પહોળાઈની અને l લંબાઈની સપાટીમાંથી પસાર થતું ફ્લક્સ.

$$\phi = \int_a^b d\phi = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \int_a^b \frac{1}{x} dx$$

$$= \frac{\mu_0 I l}{2\pi} [ln\, x]_a^b$$

$$= \frac{\mu_0 I l}{2\pi} ln \frac{b}{a}$$

હવે, આત્મપ્રેરકત્વ, $L = \frac{\phi}{I} = \frac{\mu_0 l}{2\pi} ln \frac{b}{a}$

ઉદાહરણ 12 : લાંબા સૉલેનૉઇડનું ઉદાહરણ લઈને સાબિત કરો કે તેની સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ક્ષેત્રની ઊર્જાઘનતા $\frac{B^2}{2\mu_0}$ છે.

ઉકેલ : સૉલેનૉઇડ સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય પ્રેરણ,

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l} \qquad (1)$$

જ્યાં, N = સૉલેનૉઇડના કુલ આંટાઓની સંખ્યા

l = સૉલેનૉઇડની લંબાઈ

I = વિદ્યુતપ્રવાહ

હવે, જો સૉલેનૉઇડનું આત્મ પ્રેરકત્વ L હોય, તો તેની સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ક્ષેત્રની ઊર્જા,

$$U = \frac{1}{2}LI^2 \qquad (2)$$

સમીકરણ (1)માંથી Iનું મૂલ્ય અવેજ કરતાં,

$$U = \frac{1}{2}L\ \frac{B^2 l^2}{\mu_0{}^2 N^2} \qquad (3)$$

પણ, સૉલેનૉઇડ માટે, આત્મપ્રેરકત્વ,

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l} \qquad (4)$$

જ્યાં, A = સૉલેનૉઇડના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ

સમીકરણ (4)માંથી Lનું મૂલ્ય સમીકરણ (3)માં મૂકતાં,

$$U = \frac{1}{2}\frac{\mu_0 N^2 A}{l}\frac{B^2 l^2}{\mu_0{}^2 N^2}$$

$$\therefore\ U = \frac{1}{2\mu_0}AlB^2$$

∴ સૉલેનૉઇડના એકમ કદ દીઠ ઊર્જા એટલે કે ઊર્જાઘનતા,

$$\rho_B = \frac{U}{Al} = \frac{1}{2\mu_0}B^2 \qquad (5)$$

નોંધ : આગળ આપણે જોયું કે કૅપેસિટરની ઊર્જા, તેની બે પ્લેટો વચ્ચેના વિદ્યુતક્ષેત્રમાં સંગ્રહીત થયેલી હોય છે અને વિદ્યુતક્ષેત્રની ઊર્જાઘનતા $\rho_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$ હોય છે. ભલે આપણે ρ_B અને ρ_Eનાં સૂત્રો સૉલેનૉઇડ અને કૅપેસિટરના કિસ્સાઓ માટે મેળવ્યાં, પણ આ સૂત્રો વધારે વ્યાપક કિસ્સાઓ માટે પણ સાચાં છે. જો અવકાશમાં કોઈ વિસ્તારમાં વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રો (ઉદાહરણ તરીકે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો) પ્રવર્તતાં હોય, તો વિદ્યુતચુંબકીય ક્ષેત્ર સાથે સંકલિત ઊર્જાઘનતા,

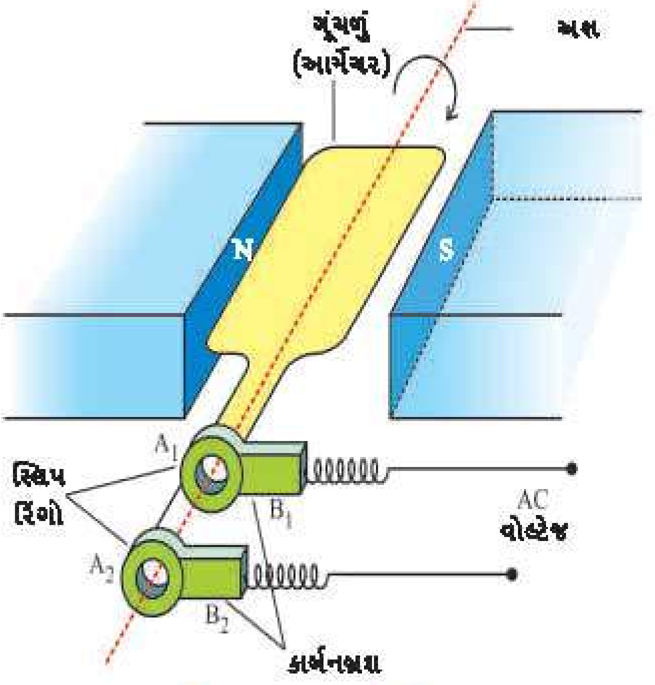
$$\rho = \rho_E + \rho_B$$

$$\therefore\ \rho = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0}B^2$$

1.10 A. C. જનરેટર (AC Generator)

વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણની ઘટનાની મહત્ત્વની ઉપયોગિતા (AC) પ્રવાહનું ઉત્પાદન છે. અહીં આપણે AC જનરેટરના સિદ્ધાંતની ચર્ચા કરીશું. ગૂંચળામાં પ્રેરિત emf અથવા પ્રેરિત પ્રવાહ ઉત્પન્ન કરવાની એક રીત ગૂંચળાનું નમન (Orientation) અથવા તેનું અસરકારક ક્ષેત્રફળ બદલવાની છે. જ્યારે $\vec{A}$ ક્ષેત્રફળ ધરાવતું વાહક તારનું ગૂંચળું ચુંબકીય ક્ષેત્ર $\vec{B}$ માં ભ્રમણ કરે છે, ત્યારે ગૂંચળાનું અસરકારક ક્ષેત્રફળ $A\cos\theta$ થાય છે.($\theta = \vec{A}$ અને $\vec{B}$ વચ્ચેનો કોણ) ફ્લક્સમાં ફેરફાર કરવાની આ રીત એ AC જનરેટરના કાર્યનો સિદ્ધાંત છે. AC જનરેટર યાંત્રિક-ઊર્જાનું વિદ્યુત-ઊર્જામાં રૂપાંતર કરે છે.

આકૃતિ 1.17માં AC જનરેટરની રચના દર્શાવી છે. તેમાં રોટર શાફ્ટ ઉપર જડિત કરેલું (Mounted) વાહક ગૂંચળું હોય છે, જેને આર્મેચર કહે છે. ગૂંચળાની ભ્રમણ અક્ષ ચુંબકીય ક્ષેત્ર $\vec{B}$ ને લંબ હોય છે. જ્યારે ગૂંચળા (આર્મેચર)ને સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્ર $\vec{B}$ માં કોઈક બાહ્ય રીતે ભ્રમણ આપવામાં આવે છે ત્યારે ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સમાં ફેરફાર થાય છે. જેના કારણે ગૂંચળામાં emf પ્રેરિત થાય છે. ગૂંચળાના બે છેડાઓને સ્લિપ રિંગ A_1, અને A_2 તથા બ્રશ B_1 અને B_2 દ્વારા બાહ્ય પરિપથમાં જોડવામાં આવે છે.



આકૃતિ 1.17 A.C. જનરેટર

જ્યારે ગૂંચળાને, સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્ર $\vec{B}$ માં અચળ કોણીય ઝડપ ω થી ભ્રમણ આપવામાં આવે છે, ત્યારે કોઈ એક t ક્ષણે ચુંબકીયક્ષેત્રના સદિશ $\vec{B}$ અને ગૂંચળાના ક્ષેત્રફળસદિશ $\vec{A}$ વચ્ચેનો કોણ $\theta = \omega t$ ($t = 0$ સમયે $\theta = 0$ ધારો)

N આંટાવાળું ગૂંચળું ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ભ્રમણ કરતું હોવાથી તેની સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ $\Phi = NAB\cos\theta = NAB\cos\omega t$ સમય સાથે બદલાતું જાય છે. તેથી ફેરેડેના નિયમ અનુસાર, t સમયે વાહક ગૂંચળામાં પ્રેરિત થતું emf,

$$V = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$= -\frac{d}{dt}\,(NBA\cos\omega t)$$

$$V = -NBA\frac{d}{dt}(\cos\omega t)$$

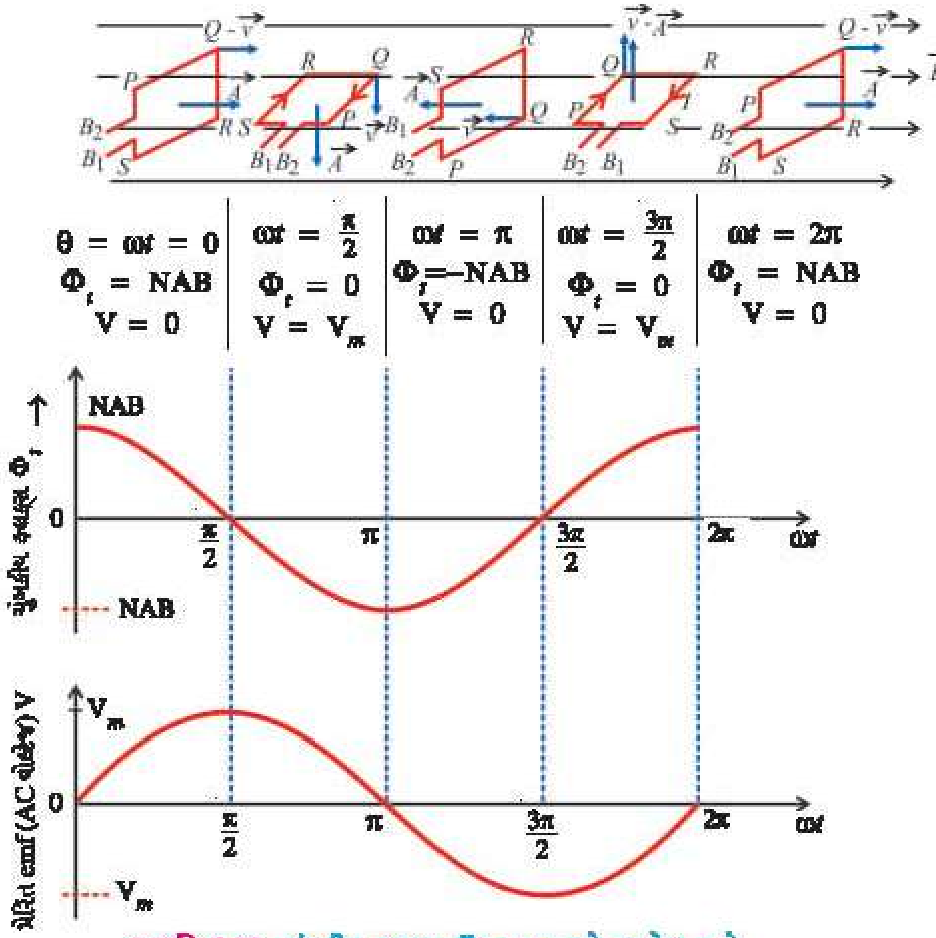
$$V = NBA\omega\sin\omega t \tag{1.10.1}$$

જ્યાં, $NBA\omega = V_m$ = ગૂંચળામાં મહત્તમ પ્રેરિત emf,

$$\therefore\ V = V_m \sin\omega t \tag{1.10.2}$$

સમીકરણ (1.10.2) દર્શાવે છે કે, ગૂંચળામાં પ્રેરિત થતું emf, $\sin\omega t$ વિધેય અનુસાર સમય સાથે બદલાતું જાય છે. આ emf, આકૃતિ (1.17) માં દર્શાવેલ સ્લિપ રિંગ A_1 અને A_1 સાથે સંપર્ક ધરાવતા બ્રશ B_1 અને B_2 વચ્ચે મેળવી

શક્ય છે. sine વિધેયનું મૂલ્ય +1 અને −1 વચ્ચે બદલાતું હોવાથી પ્રેરિત emf ની પોલારિટી (દિશા) પણ સમય સાથે આવર્ત રીતે બદલાય છે. આકૃતિ (1.18) પરથી જોઈ શકાય છે કે જ્યારે $\theta = \omega t = \frac{\pi}{2}$ અથવા $\frac{3\pi}{2}$ હોય ત્યારે ફ્લક્સનો ફેરફાર નો દર મહત્તમ થવાથી પ્રેરિત emf મહત્તમ મળે છે. $\theta = \omega t = 0, \pi, 2\pi$. માટે પ્રેરિત emf શૂન્ય મળે છે.



આકૃતિ 1.18 ચુંબકીય ફ્લક્સ $\Phi_t \rightarrow \omega t$નો આલેખ અને પ્રેરિત emf (AC વોલ્ટેજ) $V \rightarrow \omega t$નો આલેખ

ગૂંચળાનાં ભ્રમણો સતત ચાલુ રહે તે દરમિયાન આવી પરિસ્થિતિનું પુનરાવર્તન થયા કરે છે. એટલે કે $\frac{\pi}{\omega} = \frac{T}{2}$ જેટલા અનુક્રમે આવતા સમયગાળાઓ દરમિયાન B_1 અને B_2 એક પછી એક (વારાફરતી) ધન અને ઋણ બનતા જાય છે. સમીકરણ (1.10.2) emf નું તાત્ક્ષણિક મૂલ્ય આપે છે, જે આવર્ત રીતે $+V_m$ અને $-V_m$ વચ્ચે બદલાયા કરે છે. અહીં B_1 અને B_2 વચ્ચે મળતા વોલ્ટેજને એ.સી. વોલ્ટેજ કહે છે.

અહીં B_1B_2ને AC વોલ્ટેજ પ્રાપ્તિસ્થાન ગણી શકાય. અહીં મળતા પ્રવાહની દિશા આવર્ત રીતે બદલાતી જતી હોવાથી આવા પ્રવાહને એ.સી. પ્રવાહ કહે છે. $\omega = 2\pi f$ હોવાથી સમીકરણ (1.10.2)ને નીચે મુજબ લખી શકાય.

$$V = V_m \sin 2\pi f t. \qquad (1.10.3)$$

જ્યાં, f = જનરેટરના ગૂંચળાના ભ્રમણની આવૃત્તિ

વ્યવહારમાં વપરાતાં જે જનરેટરમાં આર્મેચર (ગૂંચળા)ને ભ્રમણ આપવા માટે જરૂરી યાંત્રિક ઊર્જા, ઘણી વધુ ઊંચાઈએથી (દા.ત., ડેમમાંથી) પડતા પાણીના ધોધ વડે પૂરી પાડવામાં આવે છે, તેવા જનરેટરને **'હાઇડ્રો-ઇલેક્ટ્રિક જનરેટર્સ'** કહે છે. કોલસા અથવા અન્ય બળતણની મદદથી પાણીનું વરાળમાં રૂપાંતર કરી ઊંચા દબાણે આ વરાળની મદદથી આર્મેચરને ભ્રમણ આપવામાં આવે, તો આવાં જનરેટર્સને **'થર્મલ જનરેટર્સ'** કહે છે. જો કોલસાને બદલે, ન્યુક્લિયર બળતણ વાપરવામાં આવે, તો તેવા જનરેટર્સ **'ન્યુક્લિયર પાવર જનરેટર્સ'** કહેવાય છે. હાલમાં વિકસાવેલ જનરેટર્સ 500 MW જેટલો ઊંચો વિદ્યુતપાવર ઉત્પન્ન કરી શકે છે. જેનાથી આપણે 100Wના 5 મિલિયન બલ્બ ચાલુ કરી શકીએ. મોટા ભાગનાં જનરેટર્સમાં ગૂંચળાને સ્થિર રાખવામાં આવે છે અને વિદ્યુતચુંબકને ભ્રમણ આપવામાં આવે છે. ભારતમાં A.C. પ્રવાહની આવૃત્તિ 50 Hz છે, જ્યારે USA જેવા કેટલાક દેશોમાં તે 60 Hz છે.

ઉદાહરણ 13 : એક AC જનરેટરની કોઈલમાં 50 આંટાઓ છે અને તેના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ 2.5 m^2 છે. આ કોઈલ 60 rad s^{-1}ના નિયમિત કોણીય વેગથી 0.3 T ના સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ભ્રમણ કરે છે. કોઈલ સાથે પરિપથનો અવરોધ 500 Ω છે, તો

(1) જનરેટરમાં ઉદ્‌ભવતું મહત્તમ વિદ્યુતસ્થિતિમાન અને મહત્તમ પ્રવાહ શોધો.

(2) જ્યારે પ્રવાહ શૂન્ય હોય ત્યારે કોઈલમાંથી પસાર થતું ફ્લક્સ શોધો.

(3) જ્યારે પ્રવાહ મહત્તમ હોય ત્યારે કોઈલમાંથી પસાર થતું ફ્લક્સ શોધો.

ઉકેલ : $N = 50$, $A = 2.5 m^2$, $\omega = 60$ rads^{-1}, $B = 0.3$ T, $R = 500\ \Omega$

(1) AC જનરેટરમાં ઉદ્‌ભવતું વિદ્યુતસ્થિતિમાન,

$V = NBA\omega\sin\omega t = V_m\sin\omega t$

$\therefore$ મહત્તમ વિદ્યુતસ્થિતિમાન : emf $V_m = NBA\omega = 50 \times 0.3 \times 2.5 \times 60$

$= 2250V = 2.25$ kV

મહત્તમ પ્રવાહ $I_m = \frac{V_m}{R} = \frac{2250}{500} = 4.5$ A

(2) જ્યારે પ્રવાહ શૂન્ય હોય, ત્યારે અત્રે માત્ર અવરોધ (R) જ હોવાથી વૉલ્ટેજ (V) પણ શૂન્ય હોય તેથી,

$V = \frac{d\Phi}{dt} = 0$

$\therefore$ Φ = મહત્તમ હોય

$\therefore \Phi_m = NBA = 50 \times 0.3 \times 2.5 = 37.5$ Wb

(3) જ્યારે પ્રવાહ મહત્તમ હોય, ત્યારે વૉલ્ટેજ મહત્તમ હશે.

$V = NBA\omega\sin\omega t$ = મહત્તમ

$\therefore \sin\omega t = 1$

$\therefore \omega t = \frac{\pi}{2}$

તેથી ફ્લક્સ $\Phi = NBA\cos\omega t = NBA\cos\frac{\pi}{2} = 0$

આમ, પ્રવાહ મહત્તમ હશે, ત્યારે ફ્લક્સ શૂન્ય હશે.

સારાંશ

1. **ચુંબકીય ફ્લક્સ :** ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં મૂકેલા કોઈ પૃષ્ઠમાંથી પૃષ્ઠને લંબરૂપે પસાર થતી ચુંબકીય બળરેખાઓની સંખ્યાને તે પૃષ્ઠ સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સ કહે છે.

   સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્ર $\vec{B}$માં મૂકેલા A ક્ષેત્રફળવાળા પૃષ્ઠમાંથી પસાર થતું ચુંબકીય ફ્લક્સ,

   $\phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA\cos\theta$

   જ્યાં, θ = $\vec{B}$ અને $\vec{A}$ વચ્ચેનો કોણ

2. **વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણ :** બદલાતા જતા ચુંબકીય ક્ષેત્રને કારણે વાહકમાં કે કોઈ બંધ પરિપથમાં વિદ્યુતપ્રવાહ (અને emf) પ્રેરિત થવાની ઘટનાને વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણ કહે છે.

3. **વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણ અંગેનો ફેરેડેનો નિયમ :** જ્યારે કોઈ બંધ પરિપથ (ગૂંચળા) સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સમાં સમય સાથે ફેરફાર થાય છે, ત્યારે તેમાં પ્રેરિત emf ઉત્પન્ન થાય છે.

"બંધ પરિપથમાં (ગૂંચળામાં) ઉદ્‌ભવતું પ્રેરિત emf તેની સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સના ફેરફારના સમયદરના ઋણ મૂલ્ય બરાબર હોય છે."

$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$ (1 આંટા માટે)

$\varepsilon = -N\frac{d\phi}{dt}$ (N આંટા માટે)

4. **લેન્ઝનો નિયમ :** "જેને લીધે (દા.ત. ચુંબકની ગતિને લીધે) પ્રેરિત emf (અથવા પ્રેરિત પ્રવાહ) ઉત્પન્ન થાય છે, તેનો જ (એટલે કે ચુંબકની જ ગતિનો) વિરોધ કરતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર ઉત્પન્ન થાય તેવી દિશામાં જ પ્રેરિત emf (અથવા પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહ) ઉત્પન્ન થાય છે."

લેન્ઝનો નિયમ પ્રેરિત emfની દિશા આપે છે.

5. **ગતિકીય emf :** જ્યારે કોઈક ગતિને કારણે ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સમાં ફેરફાર થવાથી પ્રેરિત emf ઉત્પન્ન થાય, તો તેને ગતિકીય emf (Motional emf) કહે છે.

જો l લંબાઈનો વાહક સળિયો v વેગથી ચુંબકીય ક્ષેત્ર $\vec{B}$ને લંબરૂપે ગતિ કરતો હોય કે જેથી તેનો વેગ (v) વાહક સળિયાની લંબાઈ તેમજ ચુંબકીય ક્ષેત્ર બંનેને લંબ હોય, તો વાહક સળિયાના બે છેડા વચ્ચે પ્રેરિત થતું emf,

$\varepsilon = -Blv$

સળિયાને v જેટલા અચળ વેગથી ગતિ કરાવવા જરૂરી બળ,

$F = BIl = \frac{B^2 l^2 v}{R}$

યાંત્રિક પાવર $P = Fv = \frac{B^2 l^2 v^2}{R}$

6. **પ્રેરિત વિદ્યુતભાર અને ચુંબકીય ફ્લક્સના ફેરફાર વચ્ચેનો સંબંધ :**

પ્રેરિત વિદ્યુતભાર $\Delta Q = \frac{\Delta\Phi \text{ (ચુંબકીય ફ્લક્સમાં થતો ચોખ્ખો ફેરફાર)}}{R \text{ (અવરોધ)}}$

7. **પ્રેરિત emf મેળવવાની રીતો :** ગૂંચળા કે બંધ પરિપથ સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સમાં નીચેની ત્રણ રીતે ફેરફાર કરી પ્રેરિત emf ઉત્પન્ન કરી શકાય.

(1) ચુંબકીય ક્ષેત્ર $\vec{B}$માં ફેરફાર કરીને

(2) ગૂંચળાના પરિમાણ (ક્ષેત્રફળ A)માં કોઈક રીતે ફેરફાર કરીને

(3) ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ગૂંચળાનું સાપેક્ષ નમન (θ) (Orientation) બદલીને

8. **એડી પ્રવાહો :** જ્યારે કોઈ ઘન વાહકને કે ધાતુની પ્લેટને સમય સાથે બદલાતા જતા ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં મૂકવામાં આવે છે ત્યારે તેની સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સમાં ફેરફાર થતાં તેમાં બંધમાર્ગી પ્રવાહો પ્રેરિત થાય છે. આવા પ્રવાહોને એડી પ્રવાહો કહે છે. આ પ્રવાહો સમગ્ર વાહકમાં વિતરીત થયેલા હોય છે અને તેની દિશા લેન્ઝના નિયમથી નક્કી કરી શકાય છે.

9. **ઈલેક્ટ્રૉમેગ્નેટિક અવમંદન :** જ્યારે ધાતુની પ્લેટમાંથી બનાવેલ લોલકને ચુંબકના બે ધ્રુવો વચ્ચેના ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં દોલિત કરવામાં આવે છે, ત્યારે તેમાં ઉત્પન્ન થતાં એડી પ્રવાહોને લીધે તે અવમંદિત (Damped) દોલનો કરે છે. આવા અવમંદિત દોલનોને Electromagnetic Damping કહે છે. જો ધાતુની પ્લેટમાં ખાંચાઓ પાડવામાં આવે, તો એડી પ્રવાહની અસર ઓછી કરી શકાય છે.

10. **આત્મપ્રેરણ :** જ્યારે કોઈ ગૂંચળામાંથી પસાર થતા પ્રવાહમાં ફેરફાર કરવામાં આવે, ત્યારે ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલી પોતાની જ ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓની સંખ્યા (ફ્લક્સ)માં ફેરફાર થાય છે. આ સંજોગોમાં ગૂંચળામાં પ્રેરિત emf ઉત્પન્ન થાય છે. આવા પ્રેરિત emfને આત્મપ્રેરિત emf કહે છે અને આ ઘટનાને આત્મપ્રેરણ કહે છે.

11. **આત્મ-પ્રેરકત્વ :** ગૂંચળામાંથી I પ્રવાહ પસાર થાય, ત્યારે ગૂંચળા સાથે સંકળાતું ચુંબકીય ફ્લક્સ,

$N\phi \propto I$

$N\phi = LI$

$L = \frac{N\phi}{I}$

આત્મ-પ્રેરકત્વ (L) એ એકમપ્રવાહ દીઠ ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ દર્શાવે છે.

ગૂંચળાનું આત્મ-પ્રેરકત્વ (L),

(1) ગૂંચળાનાં પરિમાણ (size)

(2) ગૂંચળાના આકાર અને આંટાઓની સંખ્યા (N)

(3) ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ જે માધ્યમમાં પ્રવર્તતું હોય તે માધ્યમ પર આધાર રાખે છે.

ગૂંચળામાં આત્મપ્રેરિત, $\varepsilon = -L\frac{dI}{dt}$

"પરિપથમાં વિદ્યુતપ્રવાહના ફેરફારના એકમ દર $\left(\frac{dI}{dt} = 1\right)$ દીઠ ઉત્પન્ન થતાં આત્મપ્રેરિત emf (ε) ને પરિપથનું આત્મ-પ્રેરકત્વ કહે છે."

આત્મપ્રેરકત્વનો SI એકમ henry (H) છે.

12. **હેનરી :** આપેલ પરિપથમાં વિદ્યુતપ્રવાહના ફેરફારનો દર $\left(\frac{dI}{dt}\right) = 1\ As^{-1}$ હોય અને ઉત્પન્ન થતું આત્મપ્રેરિત emf $\varepsilon = 1$ V હોય, તો તે પરિપથનું આત્મ-પ્રેરકત્વ 1H કહેવાય છે.

13. **સૉલેનૉઇડનું આત્મ-પ્રેરકત્વ :** $L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l} = \mu_0 n^2 l A$

જ્યાં, μ_0 = શૂન્યાવકાશની પરમીએબિલિટી

l = સૉલેનૉઇડની લંબાઈ

N = સૉલેનૉઇડમાં કુલ આંટાઓની સંખ્યા

A = સૉલેનૉઇડના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ

$n = \frac{N}{l}$ = સૉલેનૉઇડની એકમ લંબાઈ દીઠ આંટાની સંખ્યા

જો સૉલેનૉઇડને નરમ લોખંડના ગર્ભ પર વીંટાળ્યું હોય તો સૉલેનૉઇડનું આત્મ-પ્રેકત્વ

$L = \mu_r \mu_0 n^2 l A$. જ્યાં, μ_r = નરમ લોખંડના ગર્ભની સાપેક્ષ પરમીએબિલિટી.

14. **અન્યોન્ય પ્રેરણ :** બે ગૂંચળાંઓના તંત્રમાંના એક ગૂંચળામાં વહેતા વિદ્યુતપ્રવાહમાં ફેરફાર કરતાં તેની પાસેના બીજા ગૂંચળામાં પ્રેરિત emf ઉદ્‌ભવે છે. આ ઘટનાને અન્યોન્ય પ્રેરણ કહે છે.

15. **અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ :** બે ગૂંચળાંઓના તંત્રમાં ગૂંચળા 1 માંથી વહેતો પ્રવાહ I_1 હોય, તો ગૂંચળા-2 સાથે સંકળાતું ચુંબકીય ફ્લક્સ,

$\Phi_2 \propto I_1$ $\qquad \Phi_2 = M_{21} I_1$

અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ (વ્યાખ્યા 1) : "બે ગૂંચળાંઓના તંત્રમાંના એક ગૂંચળામાં વહેતા એકમ વિદ્યુતપ્રવાહ દીઠ બીજા ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલા ફ્લક્સને તે બે ગૂંચળાઓનાં તંત્રનું અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ કહે છે."

જો ગૂંચળા 1માંથી પસાર થતા પ્રવાહમાં ફેરફાર કરવામાં આવે, તો તેને અનુરૂપ ગૂંચળા 2 સાથે સંકળાતા Φ_2 ફ્લક્સમાં પણ ફેરફાર થાય છે. તેથી ફેરેડેના નિયમ મુજબ ગૂંચળા 2 માં ઉદ્ભવતું પ્રેરિત emf

$$\varepsilon_2 = -M_{21}\frac{dI_1}{dt}$$

અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ (વ્યાખ્યા 2) : "બે ગૂંચળાંઓના તંત્રમાંના એક ગૂંચળામાં વિદ્યુતપ્રવાહના ફેરફારનો દર એકમ હોય તો તે સ્થિતિમાં બીજા ગૂંચળામાં ઉદ્ભવતા પ્રેરિત emfને બે ગૂંચળાંઓના તંત્રનું અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ કહેવાય છે."

અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ (M) ગૂંચળાંઓના આકાર, તેમનાં પરિમાણ (Size), તેમના આંટાઓની સંખ્યા, તેમની વચ્ચેના અંતર અને તેમના સાપેક્ષ નમન પર તેમજ તેમને જે માધ્યમ પર વીંટાળેલ છે, તે માધ્યમના ચુંબકીય ગુણધર્મ પર આધાર રાખે છે.

16. બે સમઅક્ષીય સોલેનોઈડના તંત્રનું અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ :

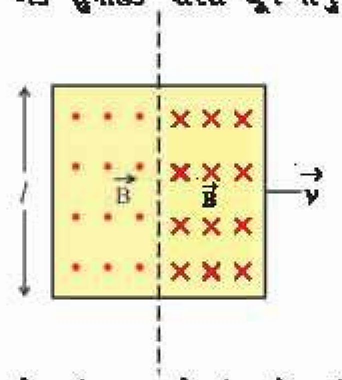
$$M = \frac{\mu_0 N_1 N_2 a}{l} = \mu_0 n_1 n_2 a l$$

જ્યાં n_1 અને n_2 અનુક્રમે બે સોલેનોઈડની એકમ લંબાઈ દીઠ આંટાની સંખ્યા.

સ્વાધ્યાય

નીચેનાં વિધાનો માટે આપેલા વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરો :

1. એક સુવાહક ચોરસ લૂપ તેનું સમતલ ચુંબકીય ક્ષેત્રને લંબ રહે તેમ v વેગથી લંબરૂપે ગતિ કરે છે. જો આ ચોરસની વેગને લંબ એવી સામસામી બાજુઓ પરસ્પર વિરુદ્ધ દિશામાં રહેલા નિયમિત ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં રહેતી હોય, તો આ ચોરસ લૂપમાં ઉત્પન્ન થતું પ્રેરિત emf .... હશે. ચોરસની બાજુની લંબાઈ l છે.



(A) Bvl (B) $2Bvl$

(C) 0 (D) $\frac{Bvl}{2}$

2. એક ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સ સમય t (સેકન્ડ) સાથે $\phi = 6t^2 - 5t + 1$ અનુસાર બદલાય છે. જેમાં ϕ એ Wbમાં છે, તો $t = 0.5$ s, પર, ગૂંચળામાં પ્રેરિત પ્રવાહ .... (પરિપથનો અવરોધ 10 Ω છે)

(A) 1 A (B) 0.1 A (C) 0.1 mA (D) 10 A

3. 100 cm^2 પૃષ્ઠ ક્ષેત્રફળ ધરાવતા 50 આંટાવાળા એક ગૂંચળાને 0.02 Wbm^{-2} તીવ્રતાવાળા ચુંબકીય ક્ષેત્રને લંબ રાખેલ છે. ગૂંચળાનો અવરોધ 2 Ω છે. જો તેને 1 sમાં ચુંબકીય ક્ષેત્રમાંથી બહાર કાઢવામાં આવે, તો ગૂંચળામાં પ્રેરિત વિદ્યુતભાર ....

(A) 5 C (B) 0.5 C (C) 0.05 C (D) 0.005 C

4. એક ગૂંચળામાં 0.05 s માં વિદ્યુતપ્રવાહ સમાન દરથી બદલાઈને +2 A થી −2 A થાય છે અને 8.0 V જેટલું emf પ્રેરિત થાય છે. તો ગૂંચળાનું આત્મ-પ્રેરકત્વ .... H છે

(A) 0.2 (B) 0.4 (C) 0.8 (D) 0.1

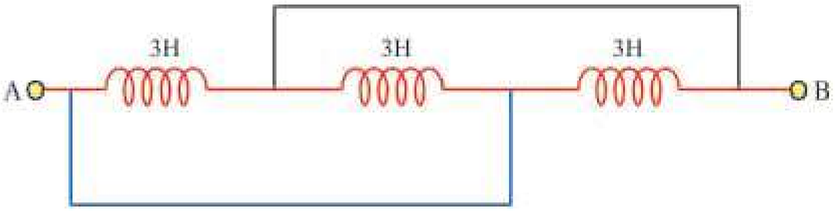
5. X અને Y એમ બે ગૂંચળાંઓ પરિપથમાં એવી રીતે જોડવામાં આવ્યાં છે કે જ્યારે X ગૂંચળામાં પ્રવાહમાં થતો ફેરફાર 2 A હોય છે, ત્યારે ગૂંચળામાં 0.4 Wb જેટલું ફ્લક્સ બદલાય છે, તો તંત્રનું અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ .... H હશે.

(A) 0.8 (B) 0.4 (C) 0.2 (D) 5

6. બે ગૂંચળાંઓના તંત્રનું અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ 5 mH છે. પ્રથમ ગૂંચળામાં પ્રવાહ $I = I_0 \sin\omega t$, સૂત્ર અનુસાર બદલાય છે, જ્યાં $I_0 = 10$ A અને $\omega = 100\pi$ rad s^{-1} બીજા ગૂંચળામાં પ્રેરિત emfનું મહત્તમ મૂલ્ય .... હશે.

(A) 2π V (B) 5π V (C) π V (D) 4π V

7. 3 H આત્મ-પ્રેરકત્વ ધરાવતાં ત્રણ શુદ્ધ ઇન્ડક્ટર્સને આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે જોડેલાં છે, તો આ જોડાણનું A અને B બિંદુઓ વચ્ચેનું સમતુલ્ય ઇન્ડક્ટન્સ .... છે.



(A) 1 H (B) 2 H (C) 3 H (D) 9 H

8. 100 cm^2 ક્ષેત્રફળવાળી એક ચોરસ કોઇલને નિયમિત ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં લંબરૂપે મૂકેલી છે. જો ચુંબકીય ક્ષેત્ર 10^3 Wbm^{-2} હોય, તો કોઇલ સાથે સંકળાયેલું ફ્લક્સ .... Wb હશે.

(A) 10 (B) 10^{-5} (C) 10^5 (D) 0

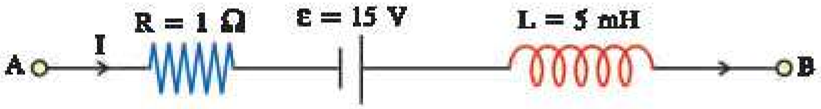
9. એક એરોપ્લેનની બે પાંખોના બહાર તરફનાં અંતિમ બિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર 50m છે. તે 360 kmh^{-1}ની ઝડપથી સમક્ષિતિજ ઊડી રહ્યું છે. જો આ જગ્યાએ પૃથ્વીના ચુંબકીય ક્ષેત્રનો ઊર્ધ્વઘટક 2×10^{-4} Wbm^{-2} હોય, તો આ બે બિંદુઓ વચ્ચે પ્રેરિત emf .... V છે.

(A) 0.1 (B) 1.0 (C) 0.2 (D) 0.01

10. 0.5 m લંબાઈના દરેક એવા 10 વાહક આરાઓ ધરાવતા એક પૈડાને કોઈ સ્થળે પૃથ્વીના ચુંબકીય ક્ષેત્રના સમક્ષિતિજ ઘટક B_h ને લંબ સમતલમાં 120 rpmની ઝડપથી ભ્રમણ કરાવવામાં આવે છે. જો તે સ્થળે $B_h = 0.4$ G હોય તો પૈડાની અક્ષ અને ધાર (rim) વચ્ચે ઉદ્ભવતું પ્રેરિત emf કેટલું હશે ? (1 G = 10^{-4} T)

(A) 0 V (B) 0.628 mV (C) 0.628 μV (D) 62.8 μV

11. આકૃતિમાં દર્શાવેલ નેટવર્ક એ પરિપથનો એક ભાગ દર્શાવે છે. (બેટરીનો અવરોધ અવગણ્ય છે.)



કોઈ એક ક્ષણે પ્રવાહ I = 5A હોય અને તે 10^3 As^{-1}ના દરથી ઘટતો હોય, તો B અને A બિંદુઓ વચ્ચે વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત $(V_B - V_A)$ કેટલો હશે?

(A) 5 V (B) 10 V (C) 15 V (D) 0V

12. એક ગૂંચળાને સમય સાથે બદલાતા જતા ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં મૂકતાં તેમાં પ્રેરિત થતા પ્રવાહને લીધે વિદ્યુત-ઊર્જા જૂલ-ઉષ્મા-ઊર્જા રૂપે વ્યય પામે છે. હવે જો ગૂંચળામાં આંટાની સંખ્યા ચાર ગણી અને ગૂંચળાના તારની ત્રિજ્યા અડધી કરવામાં આવે તો, વ્યય પામતી વિદ્યુત-ઊર્જા ....

(A) અડધી થશે.
(B) પહેલાં જેટલી જ રહેશે.
(C) બમણી થશે.
(D) ચાર ગણી થશે.

13. સમાન લંબાઈના અને એકસરખું આત્મપ્રેરકત્વ ધરાવતા બે સોલેનોઇડ A અને Bમાં આંટાઓની સંખ્યા અનુક્રમે 100 અને 200 છે, તો તેમના આડછેદની ત્રિજ્યાઓનો ગુણોત્તર ....

(A) 2 : 1 (B) 1 : 2 (C) 1 : 4 (D) 4 : 1

14. પાતળી વર્તુળાકાર રિંગનું ક્ષેત્રફળ A છે. રિંગને B તીવ્રતા ધરાવતા સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ક્ષેત્રને લંબરૂપે રાખેલ છે. રિંગમાં નાનો કાપો કરી રિંગના બે છેડાને ગેલ્વેનોમીટર સાથે જોડતાં પરિપથનો કુલ અવરોધ R Ω મળે છે. જો રિંગનું એકાએક સંકોચન થઈ તેનું ક્ષેત્રફળ શૂન્ય બનતું હોય, તો ગેલ્વેનોમીટરમાંથી પસાર થતા વિદ્યુતભારનું મૂલ્ય .... થાય.

(A) $\frac{BR}{A}$ (B) $\frac{AB}{R}$ (C) ABR (D) $\frac{B^2A}{R}$

15. એક ચુંબક ગૂંચળા તરફ, ગૂંચળાની અક્ષની દિશામાં ગતિ કરે છે. ગૂંચળામાં પ્રેરિત emfનું મૂલ્ય ε છે. હવે, જો ગૂંચળું પણ ચુંબક તરફ ચુંબકના જેટલા જ વેગથી ગતિ કરે, તો પ્રેરિત emfનું મૂલ્ય .... થાય.

(A) $\frac{\varepsilon}{2}$ (B) ε (C) 2ε (D) 4ε

16. 5 cm લંબાઈ ધરાવતો સળિયો 2×10^{-2} Wbm^{-2} તીવ્રતા ધરાવતા ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ક્ષેત્રને લંબરૂપે ગતિ કરે છે. જો સળિયાનો પ્રવેગ 2 ms^{-2} હોય તો, પ્રેરિત emfના વધારાનો દર .... થાય.

(A) 20×10^{-4} Vs^{-2} (B) 20×10^{-4} V (C) 20×10^{-4} Vs (D) 20×10^{-4} Vs^{-1}

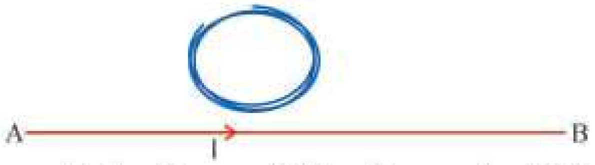
17. 100 આંટાવાળા ગૂંચળામાંથી 2A વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થતાં ગૂંચળાના એક આંટા સાથે સંકળાતું ચુંબકીય ફલક્સ 5×10^{-3} Wb હોય તો ગૂંચળા સાથે સંકળિત ચુંબકીય ઊર્જા .... થાય.

(A) 5×10^{-3} J (B) 0.5×10^{-3} J (C) 5 J (D) 0.5 J

18. N આંટાવાળા એક ગૂંચળાના દરેક આંટા દીઠ સંકળાયેલ ફલક્સ ϕ_1 થી ϕ_2 થાય છે. જો ગૂંચળા સહિત વિદ્યુત પરિપથનો કુલ અવરોધ R હોય તો ગૂંચળામાં પ્રેરિત વિદ્યુતભાર ....

(A) $\frac{N(\phi_2 - \phi_1)}{t}$ (B) $\frac{N(\phi_2 - \phi_1)}{R}$ (C) $\frac{N(\phi_2 - \phi_1)}{Rt}$ (D) $N(\phi_2 - \phi_1)$

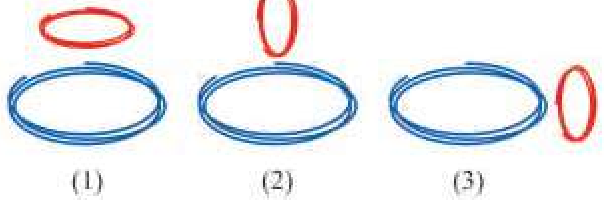
19. નીચેની આકૃતિમાં દર્શાવેલ સુરેખ તારમાં A થી B તરફની દિશામાં પ્રવાહ પસાર થાય છે અને તે સમય સાથે ઘટતો જાય છે, તો તારના સમક્ષિતિજ સમતલમાં નજીક મૂકેલી લૂપમાં ઉપરથી જોતાં પ્રેરિત થતો પ્રવાહ ....



(A) સમઘડી દિશામાં હશે
(B) વિષમઘડી દિશામાં હશે
(C) ઉદ્ભવે નહીં
(D) વિશે કશું કહી શકાય નહીં.

20. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે બે વર્તુળાકાર ગૂંચળાંઓને ત્રણ સ્થિતિઓમાં ગોઠવેલાં છે. બે ગૂંચળાંઓના તંત્રનું અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ (M) ....

(A) સ્થિતિ (1)માં મહત્તમ હશે
(B) સ્થિતિ (2)માં મહત્તમ હશે
(C) સ્થિતિ (3)માં મહત્તમ હશે
(D) ત્રણેય સ્થિતિઓમાં સમાન હશે.



21. AC જનરેટરમાં $t = 0$ સમયે પ્રેરિત emf શૂન્ય હોય, તો $\frac{\pi}{2\omega}$ સમયે પ્રેરિત emf .... હશે.

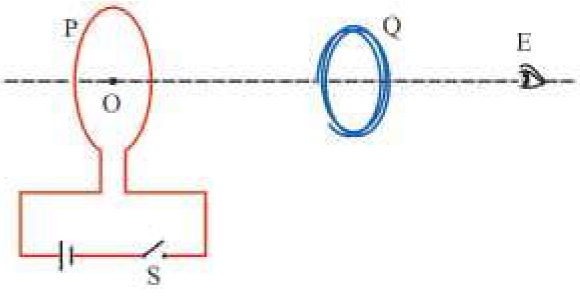
(A) +Vm (B) −Vm (C) શૂન્ય (D) +2 Vm

જવાબો

1. (B)	2. (B)	3. (D)	4. (D)	5. (C)	6. (B)
7. (A)	8. (A)	9. (B)	10. (D)	11. (C)	12. (B)
13. (A)	14. (B)	15. (C)	16. (D)	17. (D)	18. (B)
19. (B)	20. (A)	21. (A)			

નીચે આપેલ પ્રશ્નોના ટૂંકમાં જવાબ આપો :

1. પ્રેરિત વિદ્યુતચાલકબળની દિશા શોધવા અંગેના લેન્ઝના નિયમનું કથન આપો.
2. વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણ માટેનો ફેરેડેનો નિયમ લખો.
3. ફેરેડેના નિયમના ગાણિતીય સ્વરૂપમાં આવતી ઋણ સંજ્ઞા શું સૂચવે છે ?
4. ગતિકીય emfની વ્યાખ્યા આપો.
5. લેન્ઝબળ કોને કહેવાય ?
6. ઉત્તર-દક્ષિણ દિશામાં રાખેલ તારને મુક્ત પતન કરાવવામાં આવે, તો તેમાં પ્રેરિત emf ઉદ્‌ભવે ? શા માટે ?
7. એડી પ્રવાહો એટલે શું ?
8. ઇલેક્ટ્રોમૅગ્નેટિક અવમંદન એટલે શું ?
9. એડી પ્રવાહોના કારણે ઉદ્‌ભવતી અસર કેવી રીતે ઘટાડી શકાય ?
10. આત્મપ્રેરકત્વની વ્યાખ્યા આપો.
11. ગૂંચળામાંથી પસાર થતા વિદ્યુતપ્રવાહનું મૂલ્ય વધારતાં, તેના આત્મપ્રેરકત્વમાં શો ફેરફાર થાય ?
12. ગૂંચળાને નરમ લોખંડના ગર્ભ પર વીંટાળતાં, ગૂંચળાનાં આત્મપ્રેરકત્વમાં શા માટે વધારો થાય છે ?
13. ચુંબકીય ક્ષેત્રની હાજરીમાં ધાતુની પ્લેટ g કરતાં ઓછા પ્રવેગથી મુક્ત પતન કરે છે. શા માટે ?
14. બે ગૂંચળાંથી બનતા તંત્રનું અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ કઈ બાબતો પર આધાર રાખે છે ?
15. અન્યોન્ય પ્રેરકત્વના સંદર્ભમાં Reciprocity Theorem જણાવો.
16. N આંટા અને R Ω અવરોધ ધરાવતી કોઇલને 4R Ω. અવરોધ ધરાવતા ગેલ્વેનોમીટર સાથે શ્રેણીમાં જોડેલ છે. આ સમગ્ર જોડાણને t સેકન્ડમાં Φ_1 ચુંબકીય ફ્લક્સવાળા ચુંબકીય ક્ષેત્રમાંથી Φ_2 ચુંબકીય ફ્લક્સવાળા ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં લઈ જવામાં આવે, તો પરિપથમાં ઉદ્‌ભવતો પ્રેરિત પ્રવાહ કેટલો હશે ?
17. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે બે સમઅક્ષીય વાહક લૂપ P અને Q ને એકબીજાથી થોડા અંતરે મૂકેલી છે. જ્યાં સ્વિચ S બંધ કરવામાં આવે છે, ત્યારે લૂપ Pમાં સમઘડી દિશામાં પ્રવાહ I_P વહે છે. (E તરફથી જોતાં) અને તેથી લૂપ Qમાં પ્રવાહ I_Q પ્રેરિત થાય છે. આ પ્રેરિત પ્રવાહ I_Q, E તરફથી જોતાં કઈ દિશામાં હશે ?



18. ગૂંચળા કે બંધ પરિપથ સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સમાં કઈ રીતે ફેરફાર કરી શકાય તે જણાવો.

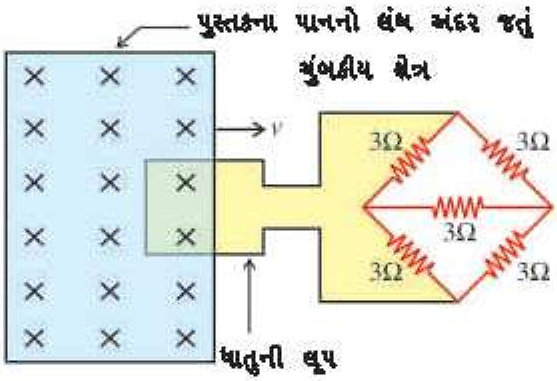
19. એક AC જનરેટરમાં 5 ms જેટલા અનુક્રમે આવતા સમયગાળાઓ દરમિયાન સ્લિપરિંગ સાથે સંપર્ક ધરાવતાં બ્રશ વારાફરતી ધન અને ઋણ બનતાં જાય છે, તો ઉત્પન્ન થતા વોલ્ટેજની આવૃત્તિ કેટલી હશે ?

નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો :

1. નરમ લોખંડની રિંગ પર અલગ કરેલ વાહક તારનાં ગૂંચળાંઓ વીંટાળીને ફેરેડેએ કરેલા ઐતિહાસિક પ્રયોગનું વર્ણન કરો.
2. ફેરેડેએ અલગ કરેલ વાહક તારના ગૂંચળા અને ગજિયા ચુંબકની મદદથી કરેલા પ્રયોગનાં પરિણામો (નિષ્કર્ષ) જણાવો.
3. લેન્ઝનો નિયમ ઊર્જા-સંરક્ષણના નિયમનું એક વિશિષ્ટ કથન છે : સમજાવો.
4. ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ક્ષેત્રને લંબ રૂપે U આકારના વાહકની બે ભુજાઓ પર ગતિ કરતા વાહક સળિયામાં ઉદ્‌ભવતા ગતિકીય emf માટેનું સૂત્ર મેળવો.
5. જરૂરી આકૃતિ (પરિપથ)ની મદદથી ગૂંચળામાં ઉદ્‌ભવતા આત્મપ્રેરિત emfનું સૂત્ર મેળવો.
6. ઇન્ડક્ટર માટે $U = \frac{1}{2}LI^2$ સૂત્ર મેળવો.
7. અન્યોન્ય પ્રેરકત્વની બે વ્યાખ્યાઓ અને એકમ લખો.
8. એડી પ્રવાહો (Eddy Currents) સમજાવો.
9. વાહક સળિયાનો વેગ ચુંબકીય ક્ષેત્રને લંબ રહે તેમ સળિયો ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ગતિ કરતો હોય, તો આવા કિસ્સામાં પ્રેરિત emf ઉત્પન્ન થવાના કારણની ચર્ચા કરો.
10. વાહક સળિયો ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં રાખેલ U આકારના વાહક તારની ભુજાઓ પર સરકતો હોય, તેવા કિસ્સામાં યાંત્રિક ઊર્જાના વિદ્યુત-ઊર્જામાં થતા રૂપાંતરણની ચર્ચા કરો.
11. એડી પ્રવાહના ઉપયોગો જણાવો.
12. AC જનરેટરની નામનિર્દેશવાળી આકૃતિ દોરી તેમાં પ્રેરિત થતા emfનું સૂત્ર મેળવો.
13. AC જનરેટરમાં પ્રેરિત થતા emfની લાક્ષણિકતાઓ જણાવો.

નીચેના દાખલા ગણો :

1. 10 cm લંબાઈ અને 1 Ω અવરોધ ધરાવતી એક ધાતુના તારની ચોરસ લૂપને તેનું સમતલ ચુંબકીય ક્ષેત્રને લંબ રહે તેમ v જેટલા અચળ વેગથી ગતિ કરવામાં આવે છે. ચુંબકીય ક્ષેત્રની તીવ્રતા $B = 2\ Wbm^{-2}$ છે અને તે પુસ્તકના પાનને લંબ અંદર તરફ જતી દિશામાં છે. આ લૂપને આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે 3 Ωનું મૂલ્ય ધરાવતા અવરોધોના નેટવર્ક સાથે જોડેલ છે. લૂપમાં 1 mA જેટલો સ્થિર પ્રવાહ વહે તે માટે લૂપને કેટલા વેગથી ગતિ કરાવવી જોઈએ ?



[જવાબ : $2\ cms^{-1}$]

2. 0.12 m^2 પૃષ્ઠ ક્ષેત્રફળ ધરાવતા એક ગૂંચળાના આંટાઓની સંખ્યા 200 છે. ગૂંચળાના પૃષ્ઠ સાથે સંકળાયેલ, ગૂંચળાના સમતલને લંબ ચુંબકીય ક્ષેત્રનું મૂલ્ય 0.10 Wbm^{-2}થી બદલાઈને 0.2 sમાં 0.5 Wbm^{-2} થતું હોય, તો ગૂંચળામાં પ્રેરિત થતું સરેરાશ emf મેળવો.

[જવાબ : 48 V]

3. A આડછેદનું ક્ષેત્રફળ અને N આંટાઓ ધરાવતા એક ગૂંચળાને તેનું સમતલ ચુંબકીય ક્ષેત્રને લંબ રહે તેમ B તીવ્રતાવાળા સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં મૂકેલ છે. પ્રારંભમાં ગૂંચળાના પૃષ્ઠનો ક્ષેત્રફળ સદિશ ચુંબકીય ક્ષેત્ર સાથે 0°નો કોણ બનાવે છે. ગૂંચળું અચળ ઝડપથી ભ્રમણ કરે છે અને T સમયમાં એક ભ્રમણ પૂરું કરે છે. તો ગૂંચળાના ભ્રમણના નીચેના ગાળાઓ દરમિયાન તેમાં ઉત્પન્ન થતું સરેરાશ પ્રેરિત emf શોધો.

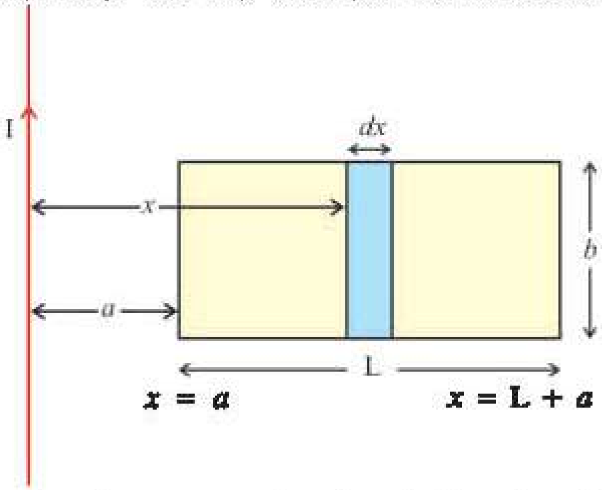
(i) 0°થી 90° ભ્રમણ દરમિયાન, (ii) 90°થી 180° ભ્રમણ દરમિયાન, (iii) 180°થી 270° ભ્રમણ દરમિયાન, (iv) 270°થી 360° ભ્રમણ દરમિયાન.

[જવાબ : (i) $\frac{4NBA}{T}$ (ii) $\frac{4NBA}{T}$ (iii) $\frac{-4NBA}{T}$ (iv) $\frac{-4NBA}{T}$]

4. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે I જેટલા વિદ્યુતપ્રવાહનું વહન કરતા એક અતિ લાંબા તાર પાસે L લંબાઈનો અને b પહોળાઈનો લંબચોરસ લૂપ મૂકેલો છે. લૂપનો તારની નજીકનો છેડો તારથી a અંતરે છે, તો લૂપ સાથે સંકળાયેલું ચુંબકીય ફ્લક્સ શોધો.

[Hint : $\int \frac{1}{x}dx = \ln x$]

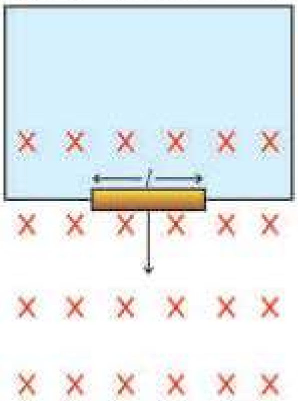
[જવાબ : $\phi = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln\left(\frac{L+a}{a}\right)$]



5. 50 m ઊંચા એક ટાવરની ટોચ પરથી 2 m લંબાઈના એક સુવાહક સળિયાને પૂર્વ-પશ્ચિમ દિશામાં રાખી મુક્ત પતન કરવા દેવામાં આવે છે. પતન દરમિયાન સળિયો સમક્ષિતિજ રહે છે, તો ટાવરની ટોચથી નીચે 20 mના અંતરે સળિયામાં ઉત્પન્ન થતું પ્રેરિત emf શોધો $g = 10\ ms^{-2}$ લો. પૃથ્વીનું ચુંબકીય ક્ષેત્ર 0.7×10^{-4} T છે અને ડિપ એન્ગલ = 60° છે.

[જવાબ : 1.4 mV]

6. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે l લંબાઈનો, m દળનો અને R જેટલા અવરોધવાળો એક સુવાહક સળિયો પુસ્તકના પાનને લંબ એવા નિયમિત ચુંબકીય ક્ષેત્ર $\vec{B}$માં મુક્ત પતન કરે છે, તો આ સળિયા માટે ટર્મિનલ વેગ (v_t) શોધો.



[જવાબ : $\frac{mgR}{B^2l^2}$]

7. યોગ્ય DC પરિપથ ધ્યાનમાં લઈને એકબીજાને સમાંતર જોડેલા L_1 અને L_2 ઈન્ડક્ટન્સ ધરાવતાં બે ઈન્ડક્ટર્સના તંત્રનું સમતુલ્ય ઈન્ડક્ટન્સ શોધો.

[જવાબ : $\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$]

8. આકૃતિમાં પાસપાસે મૂકેલાં A અને B ગૂંચળાંઓમાં આંટાઓની સંખ્યા અનુક્રમે 600 અને 300 છે. ગૂંચળા Aમાં 3.0 A વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર કરવાથી A ગૂંચળાના દરેક આંટા સાથે સંકળાયેલું ફ્લક્સ 1.2×10^{-4} Wb અને B ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ કુલ ફ્લક્સ 9.0×10^{-5} Wb છે, તો (1) Aનું આત્મપ્રેરકત્વ શોધો. (2) A અને Bથી બનતા તંત્રનું અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ શોધો.

[જવાબ : $L_A = 24$ mH; $M_B = 30$ μH]

9. એક ટોરોઇડલ રિંગ પર કરેલા વાઇન્ડિંગમાં 1.5×10^4 આંટાઓ છે. રિંગની અક્ષ, જે વર્તુળ બનાવે છે, તેની ત્રિજ્યા 10 cm છે અને રિંગના આડછેદની ત્રિજ્યા 2.0 cm છે, તો રિંગનું ઈન્ડક્ટન્સ શોધો.

[જવાબ : 0.57 H]

10. R ત્રિજ્યાની એક બહુ જ મોટી વાહક લૂપના કેન્દ્ર પર r ત્રિજ્યાની એક બીજી લૂપ સમકેન્દ્રીય બને તેમ મૂકેલી છે. બંને લૂપ સમતલસ્થ પણ છે. (R >> r) આ તંત્રનું અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ શોધો.

[જવાબ : $\frac{\mu_0 \pi r^2}{2R}$]

●

2

ઑલ્ટરનેટિંગ કરન્ટ

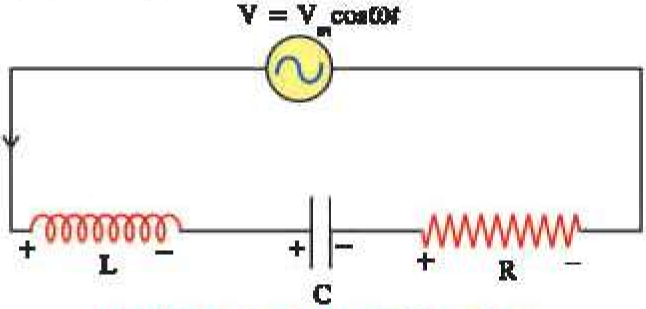
2.1 પ્રસ્તાવના (Introduction)

અગાઉ આપણે ડી.સી. વૉલ્ટેજ અને ડી.સી. કરન્ટની ચર્ચા કરી છે. એ.સી. વૉલ્ટેજ ઉત્પાદનમાં વપરાતા ઉપકરણ એ.સી. ડાયનેમો અથવા જનરેટર વિષેની જાણકારી આપણે પ્રકરણ 1માં મેળવી. હવે આ પ્રકરણમાં આપણે ઑલ્ટરનેટિંગ કરન્ટ (એ.સી.)ની ચર્ચા કરીશું. આપણે ઘર, ઑફિસ કે ઉદ્યોગોમાં એ.સી. વૉલ્ટેજનો ઉપયોગ કરતા હોઈએ છીએ. મોટા ભાગનાં વિદ્યુતઉપકરણો એ.સી. વૉલ્ટેજ ઉપર કાર્ય કરે છે.

આ પ્રકરણમાં આપણે કેટલાક સાદા એ.સી. વિદ્યુત પરિપથોનું વિશ્લેષણ કરીશું અને પછી એક વિદ્યુતરચનાની જાણકારી મેળવીશું. એ.સી. વૉલ્ટેજ અને પ્રવાહ sin ωt અથવા cos ωt વિધેય અનુસાર બદલાતાં હોય તેમ લેવામાં આવે છે. અત્રે યાદ રાખવું જરૂરી છે કે એ.સી. વૉલ્ટેજ અને પ્રવાહ માત્ર sine કે cosine વિધેયો પ્રમાણે જ બદલાતાં હોય તેવું નથી. બીજી ઘણી રીતે તેઓ સમય સાથે આવર્ત રીતે બદલાઈ શકે છે, જે તમે ભવિષ્યમાં ભણશો.

2.2 ઇન્ડક્ટર, કૅપેસિટર અને અવરોધના શ્રેણી-જોડાણ સાથેનો એ.સી. પરિપથ (અથવા L–C–R શ્રેણી-પરિપથ) (A.C. Circuit with Series Combination of an Inductor, Capacitor and Resistor) (or L–C–R AC Series Circuit)

આકૃતિ 2.1માં દર્શાવ્યા અનુસાર જેનો ઓહ્મિક અવરોધ શૂન્ય છે, તેવો ઇન્ડક્ટર (L), જેનો ઇન્ડક્ટન્સ શૂન્ય છે તેવો ઓહ્મિક અવરોધ (R) અને જેનું કૅપેસિટન્સ (C) છે, તેવું કૅપેસિટર, એ.સી. વૉલ્ટેજ પ્રાપ્તિસ્થાન સાથે શ્રેણીમાં જોડેલ છે.



આકૃતિ 2.1 L-C-R A.C. શ્રેણી-પરિપથ

અત્રે એ.સી. વૉલ્ટેજ પ્રાપ્તિસ્થાનનો વૉલ્ટેજ :

$$V = V_m \cos \omega t \qquad (2.1.1)$$

મુજબ સમય સાથે બદલાય છે.

ધારો કે t સમયે પરિપથમાં પસાર થતો વિદ્યુતપ્રવાહ I, કૅપેસિટર પર જમા થયેલો વિદ્યુતભાર = Q અને વિદ્યુતપ્રવાહના ફેરફારનો દર = $\frac{dI}{dt}$ છે.

પરિણામે, ઇન્ડક્ટરના બે છેડા વચ્ચે વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત $V_L = L\frac{dI}{dt}$

કૅપેસિટરના બે છેડા વચ્ચેનો વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત $V_C = \frac{Q}{C}$

અને અવરોધના બે છેડા વચ્ચેનો વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત $V_R = IR$ થશે.

કિર્ચોફના બીજા નિયમ અનુસાર

$$V_L + V_C + V_R = V.$$

$$L\frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} + IR = V_m\cos\omega t \qquad (2.2.2)$$

પરંતુ $I = \frac{dQ}{dt}$ અને $\frac{dI}{dt} = \frac{d^2Q}{dt^2}$

$$\therefore L\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{Q}{C} + \frac{dQ}{dt}R = V_m\cos\omega t$$

$$\therefore \frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{LC} = \frac{V_m}{L}\cos\omega t \qquad (2.2.3)$$

એ.સી. પરિપથનું વિદ્યુતભાર Q માટેનું વિકલ સમીકરણ છે, જે યંત્રશાસ્ત્રમાં ધો. 11માં તમે ભણી ગયેલા બળ પ્રેરિત દોલનના વિકલ સમીકરણ

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{b}{m}\frac{dy}{dt} + \frac{k}{m}y = \frac{F_0}{m}\sin\omega t \qquad (2.2.4)$$

સાથે સામ્યતા ધરાવે છે. આ સમીકરણમાં યાંત્રિક રાશિઓ હોય છે. જ્યારે LCR શ્રેણી એ.સી. પરિપથ વિકલ સમીકરણમાં વિદ્યુતરાશિઓ હોય છે. સમીકરણ (2.2.3) અને (2.2.4) એક જ પ્રકારનાં વિકલ સમીકરણો કહેવાય. આ સમીકરણોમાં cosine અને sine વિધેયો હોવાથી તેઓ હાર્મોનિક વિધેયો જ છે.

ઉપર્યુક્ત સમીકરણોને સરખાવતાં યાંત્રિક રાશિઓ અને વિદ્યુતરાશિઓ વચ્ચેની સમતુલ્યતા નીચેના ટેબલમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે જોઈ શકાય છે.

ટેબલ 2.1 યાંત્રિક રાશિ અને વિદ્યુતરાશિ વચ્ચેની સામ્યતા

ક્રમ	યાંત્રિક રાશિ	વિદ્યુતરાશિ
(1)	સ્થાનાંતર (y)	વિદ્યુતભાર (Q)
(2)	વેગ $\left(\frac{dy}{dt} = v\right)$	વિદ્યુતપ્રવાહ $\left(\frac{dQ}{dt} = I\right)$
(3)	અવરોધ-ગુણાંક (b)	અવરોધ (R)
(4)	દળ (m)	ઇન્ડક્ટન્સ (L)
(5)	બળ-અચળાંક (k)	કેપેસિટન્સનો વ્યસ્ત $\left(\frac{1}{C}\right)$
(6)	કોણીય આવૃત્તિ $\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\right)$	કોણીય આવૃત્તિ $\left(\sqrt{\frac{1}{LC}}\right)$
(7)	આવર્તબળ	આવર્ત વૉલ્ટેજ

સમીકરણ (2.2.3) ધ્યાનમાં લીધેલ કિસ્સાના એ.સી. પરિપથનું વિદ્યુતભાર Q માટેનું વિકલ સમીકરણ છે. Qનું સમય આધારિત જે વિધેય સમીકરણ (2.2.3)ને સંતોષી શકે તે વિધેયને સમીકરણ (2.2.3)નો ઉકેલ કહેવાય. આવા ઉકેલ મેળવવા માટે સંકર વિધેયોનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. (સંકર સંખ્યા તથા સંકર વિધેયની સમજ પ્રકરણના અંતે પરિશિષ્ટ-Aમાં આપેલ છે, જે માત્ર જાણકારી માટે જ છે.)

2.3 L–C–R શ્રેણી એ.સી. પરિપથના Q માટે વિકલ સમીકરણનો ઉકેલ (Solution of differential equation of Q for L–C–R Series A.C. Circuit)

સમીકરણ (2.2.2)ને નીચે મુજબ લખી શકાય.

$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L}I + \frac{1}{LC}\int I dt = \frac{V_m}{L}\cos\omega t \tag{2.3.1}$$

અત્રે $Q = \int I dt$ લીધેલ છે.

ઉપર્યુક્ત સમીકરણનો ઉકેલ સંકર સંખ્યાનો ઉપયોગ કરીને મેળવી શકાય. $\cos\omega t$ એ સંકર સંખ્યા $e^{j\omega t}$નો વાસ્તવિક ભાગ હોવાથી આપણને મળતો ઉકેલનો વાસ્તવિક ભાગ આપણા સમીકરણ (2.3.1)નો ઉકેલ બનશે. ઉપરાંત વિદ્યુતપ્રવાહ Iને સંકર સંખ્યા તરીકે લેવી પડશે. એટલે કે પ્રવાહ Iને સંકર પ્રવાહ i વડે દર્શાવતાં

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i + \frac{1}{LC}\int i dt = \frac{V_m}{L}e^{j\omega t} \tag{2.3.2}$$

યાદ રાખો કે, R, L અને C તો વાસ્તવિક સંખ્યાઓ જ છે.

સમીકરણ (2.3.2)ની જમણી બાજુ સમયનું હાર્મોનિક વિધેય હોવાથી સંકર પ્રવાહ i પણ સમયનું હાર્મોનિક વિધેય હશે. આથી સમીકરણ (2.3.2)નો ઉકેલ નીચે પ્રમાણે લખી શકાય.

$$i = i_m e^{j\omega t} \tag{2.3.3}$$

$$\therefore \frac{di}{dt} = i_m j\omega e^{j\omega t} \text{ તથા} \tag{2.3.4}$$

$$\int i\, dt = \frac{i_m e^{j\omega t}}{j\omega} \tag{2.3.5}$$

સમીકરણ (2.3.4 અને 2.3.5)નો સમીકરણ (2.3.2)માં ઉપયોગ કરતાં

$$i_m j\omega e^{j\omega t} + \frac{R}{L}i_m e^{j\omega t} + \frac{1}{LC}\frac{i_m e^{j\omega t}}{j\omega} = \frac{V_m}{L}e^{j\omega t}$$

$$\therefore i_m\left(j\omega + \frac{R}{L} + \frac{1}{j\omega LC}\right) = \frac{V_m}{L}$$

બંને બાજુ L વડે ગુણતાં $\frac{1}{j} = \frac{j}{j^2} = -j$ લેતાં

$$i_m\left(j\omega L + R - \frac{j}{\omega C}\right) = V_m$$

$$\therefore i_m = \frac{V_m}{R + j\omega L - \frac{j}{\omega C}} \tag{2.3.6}$$

i_mનું આ મૂલ્ય સમીકરણ (2.3.3)માં મૂકતાં

$$i = \frac{V_m e^{j\omega t}}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} \tag{2.3.7}$$

આ સમીકરણ સંકર પ્રવાહ i અને સંકર વૉલ્ટેજ $V_m e^{j\omega t}$ વચ્ચેનો સંબંધ દર્શાવે છે તથા સ્વરૂપ ઓહ્મના નિયમને રજૂ કરતા સમીકરણ $I = \frac{V}{R}$ જેવું જ છે. એટલે કે તત્કાલીન વૉલ્ટેજ અને તત્કાલીન પ્રવાહ દ્વારા ઓહ્મનો નિયમ પળાય છે.

આ પરથી જોઈ શકાય છે કે પ્રવાહ પર અવરોધ Rની જે અસર થાય છે, તેવી જ ઇન્ડક્ટર અને કૅપેસિટર વડે પ્રવાહ પર થતી અસરો અનુક્રમો $j\omega L$ અને $\frac{-j}{\omega C}$ વડે મળે છે. એટલે કે $j\omega L$ અને $\frac{-j}{\omega C}$ અનુક્રમે ઇન્ડક્ટર અને કૅપેસિટરના અસરકારક અવરોધો કહેવાય. $j\omega L$ને ઇન્ડક્ટરનો ઇન્ડક્ટિવ રિએક્ટન્સ અને $\frac{-j}{\omega C}$ ને કૅપેસિટરનો કૅપેસિટિવ રિએક્ટન્સ કહે છે. જેમની સંજ્ઞાઓ અનુક્રમે Z_Lઅને Z_C છે. તેમનાં મૂલ્યો અનુક્રમે ωL અને $\frac{1}{\omega C}$ જેની સંજ્ઞાઓ અનુક્રમે X_L અને X_C વડે દર્શાવાય છે. આમ,

$$Z_L = j\omega L \tag{2.3.8}$$

$$X_L = \omega L \tag{2.3.9}$$

$$Z_C = \frac{-j}{\omega C} \tag{2.3.10}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \tag{2.3.11}$$

Z_L, Z_C અને Rના સરવાળાને L-C-R શ્રેણી-પરિપથનો ઇમ્પિડન્સ (Z) કહે છે, જેનો એકમ ઓહ્મ છે.

$$\therefore Z = R + Z_L + Z_C \tag{2.3.12}$$

$$\therefore Z = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \tag{2.3.13}$$

હવે સમીકરણ (2.3.7) નીચે મુજબ લખી શકાય. :

$$i = \frac{V_m e^{j\omega t}}{Z} = \frac{\text{વૉલ્ટેજ}}{\text{અસરકારક અવરોધ (Z)}} \tag{2.3.14}$$

આ સમીકરણ એ સંકર પ્રવાહ, સંકર વૉલ્ટેજ અને ઇમ્પિડન્સ વચ્ચેનો ઓહ્મનો નિયમ છે. ઇમ્પિડન્સ પણ સંકર છે, તે નોંધો. હવે, $Z = |Z|e^{j\delta}$ લેતાં, (જુઓ પરિશિષ્ટ A)

$$i = \frac{V_m e^{j\omega t}}{|Z|e^{j\delta}} \tag{2.3.15}$$

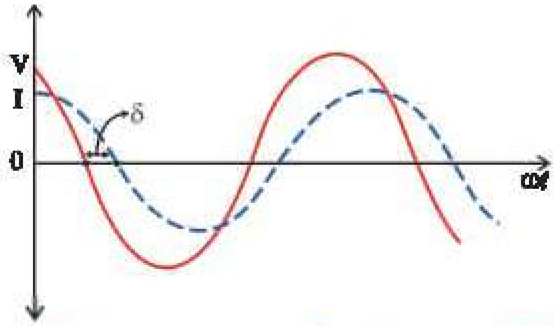
$$= \frac{V_m}{|Z|} e^{j(\omega t - \delta)} = \frac{V_m}{|Z|}[\cos(\omega t - \delta) + j\sin(\omega t - \delta)] \tag{2.3.16}$$

જ્યાં, $|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$ (2.3.17)

હવે, $I = R_e(i)$ (2.3.18)

$$\therefore I = \frac{V_m \cos(\omega t - \delta)}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{V_m \cos(\omega t - \delta)}{|Z|} \tag{2.3.19}$$

આ પરિપથમાં પ્રવાહ સમય સાથે સમીકરણ (2.3.19) અનુસાર બદલાય છે જ્યારે વોલ્ટેજ સમીકરણ (2.3.1) અનુસાર બદલાય છે. જે દર્શાવે છે કે **પરિપથમાંનો પ્રવાહ, વોલ્ટેજ કરતાં કળામાં (δ) જેટલો પાછળ છે.** આ હકીકત આકૃતિ (2.2)માં દર્શાવેલ છે.

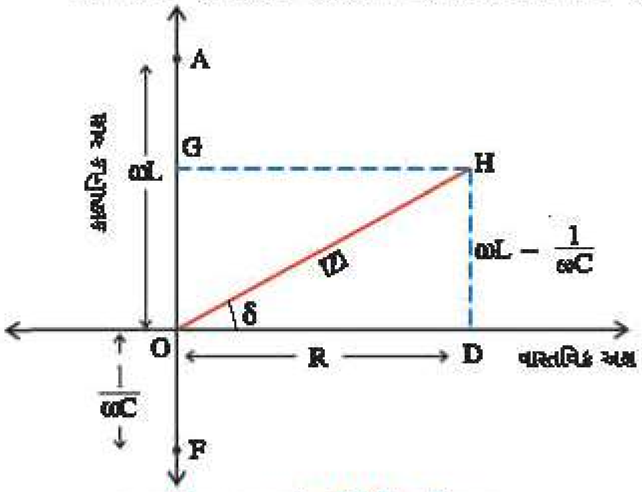


આકૃતિ 2.2 A.C. L-C-R પરિપથમાં પ્રવાહ અને વોલ્ટેજ

પરિપથનો સંકર ઇમ્પિડન્સ Z દર્શાવતું સમીકરણ

$$Z = R + j\omega L - \frac{j}{\omega C} \text{ છે.} \qquad (2.3.20)$$

આ સંકર સંખ્યાનો વાસ્તવિક ભાગ R છે. તેને વાસ્તવિક અક્ષ પર આકૃતિ (2.3)માં દર્શાવેલ છે.



આકૃતિ 2.3 Zનું ભૌમિતિક નિરૂપણ

જ્યારે કાલ્પનિક ભાગને કાલ્પનિક અક્ષ પર દર્શાવેલ છે. તેમના પરથી સંકર સંખ્યા Z દર્શાવતું બિંદુ H મેળવેલ છે. સમીકરણ (2.3.13) વડે અપાતા ઇમ્પિડન્સ Zની સંકર સમતલમાં રજૂઆત આકૃતિ (2.3)માં નીચે દર્શાવ્યા અનુસાર થાય.

આકૃતિમાં OD = R, OA = ωL અને $OF = \frac{1}{\omega C}$

$\therefore OG = \omega L - \frac{1}{\omega C}$, Zનો કાલ્પનિક ભાગ છે. $Z = OH = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$

$$|Z| = \sqrt{OD^2 + DH^2} \qquad (2.3.21)$$

$$\therefore |Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \qquad (2.3.22)$$

વળી, આકૃતિ (2.3) પરથી પ્રવાહ અને વોલ્ટેજ વચ્ચેનો કળા તફાવત નીચે મુજબ મેળવી શકાય.

$$\therefore \tan\delta = \frac{HD}{OD} = \frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R} \qquad (2.3.23)$$

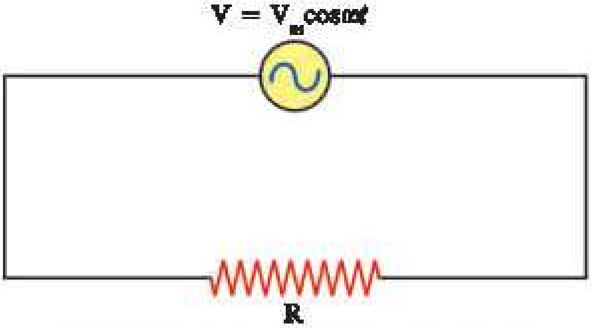
આમ, ઇમ્પિડન્સને સંકર સમતલમાં દર્શાવી ભૌમિતિક રીતે |Z| અને δનાં મૂલ્યો સહેલાઈથી શોધી શકાય છે. ઉપરાંત ω, L, C અને Rનાં મૂલ્યો જાણીતાં હોવાથી સમીકરણ (2.3.22) અને સમીકરણ (2.3.23)નો ઉપયોગ કરી અનુક્રમે |Z| અને δનાં મૂલ્યો મેળવી શકાય છે. તેના પરથી વિદ્યુતપ્રવાહ અને વોલ્ટેજનો સંબંધ દર્શાવતું સમીકરણ લખી શકાય છે.

આપેલ પરિપથનો ઇમ્પિડન્સ શોધવા માટે અવરોધ Rનાં શ્રેણી અને સમાંતર જોડાણોના જે નિયમો વાપરીએ છીએ, તેવા જ નિયમો $j\omega L$ અને $-\frac{j}{\omega C}$ માટે પણ વાપરી શકાય છે.

વિવિધ પરિપથો માટે પ્રવાહ અને વોલ્ટેજના સંબંધો ઉપર્યુક્ત ભૌમિતિક સંરચનાનો ઉપયોગ કરીને મેળવી શકાય.

2.4 એ.સી. પરિપથના વિવિધ કિસ્સાઓ (Different Cases of Circuits)

(1) માત્ર અવરોધ ધરાવતો એ.સી. પરિપથ : L–C–R પરિપથમાં ઇન્ડક્ટર (L) અને કેપેસિટર (C)ની ગેરહાજરી એટલે માત્ર અવરોધ ધરાવતો પરિપથ. આમ, LCR પરિપથ માટેના સમીકરણમાં આવતા

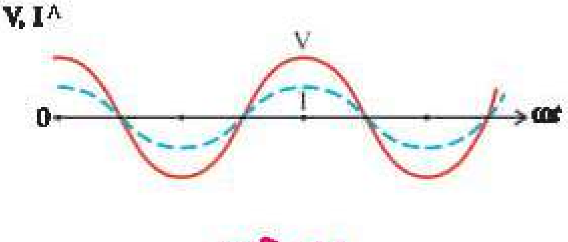


આકૃતિ 2.4 ફક્ત R ધરાવતો A.C. પરિપથ

$Z = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$માં $\omega L = 0$ અને $\frac{1}{\omega C} = 0$ લેતાં પ્રસ્તુત પરિપથ માટેનો $|Z| = R$ તથા સમીકરણ (2.3.21) પરથી મળતા δનું મૂલ્ય શૂન્ય થાય. આમ, પ્રવાહ અને વોલ્ટેજનો સંબંધ દર્શાવતું સમીકરણ (2.3.19)

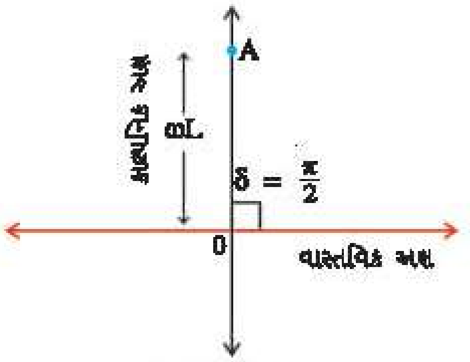
$$I = \frac{V_m \cos \omega t}{R} \qquad (2.4.1)$$

સ્વરૂપનું બનશે. આમ માત્ર અવરોધ ધરાવતા એ.સી. પરિપથમાં પ્રવાહ અને વોલ્ટેજની કળા સમાન હોય છે. તે જોઈ શકાય છે. આ હકીકત આકૃતિ 2.5માં દર્શાવેલ છે.



આકૃતિ 2.5

(2) માત્ર ઈન્ડક્ટર ધરાવતો પરિપથ : માત્ર ઈન્ડક્ટર ધરાવતો પરિપથ એટલે અગાઉ જોયા પ્રમાણે LCR પરિપથમાં કેપેસિટર (C) અને અવરોધ (R)નું ગેરહાજર હોવું. આ પરિપથ માટેનો $Z = j\omega L$ તથા $|Z| = \omega L = X_L$ થશે. (કારણ કે $\frac{1}{\omega C} = 0$ અને $R = 0$).



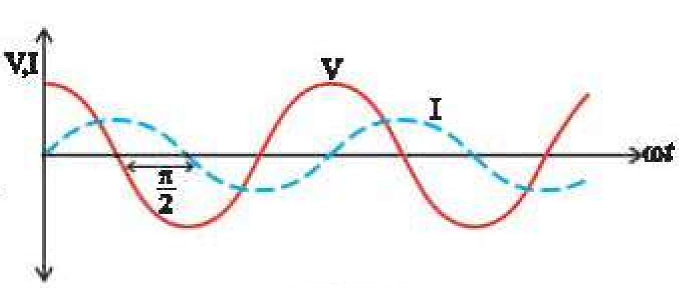
આકૃતિ 2.6

Zને આકૃતિ (2.6)માં સંકર સમતલમાં બિંદુ A વડે દર્શાવેલ છે.

અહીં OA એ વાસ્તવિક અક્ષ સાથે $\frac{\pi}{2}$ કોણ બનાવે છે. જે દર્શાવે છે કે $\delta = \frac{\pi}{2}$ તથા $OA = \omega L = |Z|$ છે. $|Z|$ અને δનાં મૂલ્યો સમીકરણ (2.3.19)માં મૂકતાં

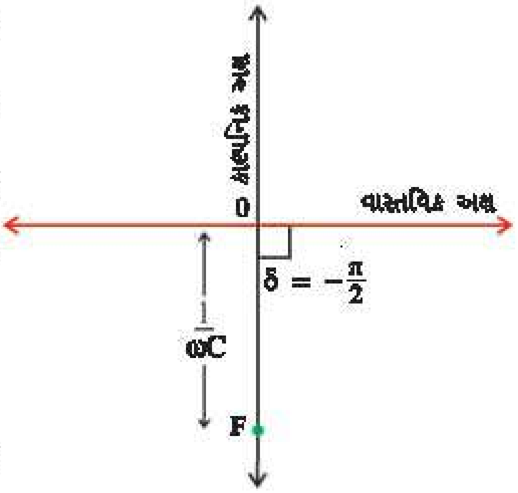
$$I = \frac{V_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)}{\omega L} = \frac{V_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)}{X_L} \qquad (2.4.2)$$

જે દર્શાવે છે કે, પ્રવાહ એ વોલ્ટેજ કરતાં કળામાં $\frac{\pi}{2}$ જેટલો પાછળ છે. જે આકૃતિ 2.7માં દર્શાવી છે.



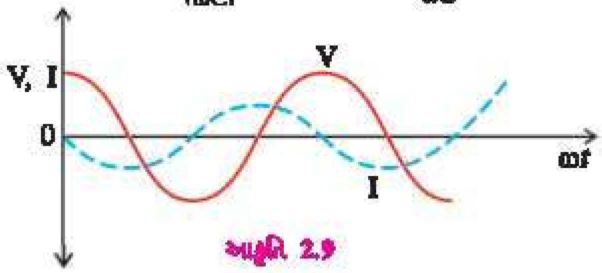
આકૃતિ 2.7

(3) માત્ર કેપેસિટર ધરાવતો એ.સી. પરિપથ : આ કિસ્સામાં માત્ર કેપેસિટર હાજર હોવાથી $Z = -\frac{j}{\omega C}$ અને $|Z| = \frac{1}{\omega C} = X_C$. Zને આકૃતિ (2.8)માં F બિંદુ વડે સંકર સમતલમાં દર્શાવેલ છે. આકૃતિ 2.8 પરથી સ્પષ્ટ છે કે $\delta = -\frac{\pi}{2}$. આમ, વિદ્યુતપ્રવાહ અને વોલ્ટેજ વચ્ચેનો સંબંધ નીચે પ્રમાણે થશે.



આકૃતિ 2.8

$$I = \frac{V_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}{\left(\frac{1}{\omega C}\right)} = \frac{V_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}{\frac{1}{\omega C}} \qquad (2.4.3)$$



આકૃતિ 2.9

આમ, એકલા કેપેસિટર ધરાવતા એ.સી. પરિપથમાં વિદ્યુતપ્રવાહ વોલ્ટેજ કરતાં કળામાં $\frac{\pi}{2}$ જેટલો આગળ હોય છે. આ હકીકત આકૃતિ 2.9માં દર્શાવી છે.

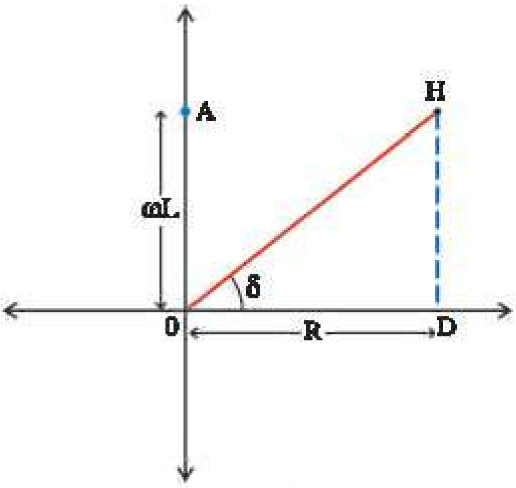
(4) R અને L શ્રેણીમાં જોડેલા હોય તેવો એ.સી. પરિપથ : આ પરિપથ માટે $Z = R + jX_L = R + j\omega L$ થશે તથા $|Z| = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$ આકૃતિ (2.10)માં Zને સંકર સમતલમાં H બિંદુ વડે દર્શાવેલ છે. આકૃતિ પરથી સ્પષ્ટ છે કે

$$\tan\delta = \frac{\omega L}{R}$$

$$\therefore \delta = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{X_L}{R}\right) \qquad (2.4.4)$$

આમ, આ પરિપથ માટે વિદ્યુતપ્રવાહ, વોલ્ટેજ કરતાં δ જેટલો કળામાં પાછળ છે.

અત્રે વિદ્યુતપ્રવાહ $I = \frac{V_m \cos(\omega t - \delta)}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$ (2.4.5)



આકૃતિ 2.10

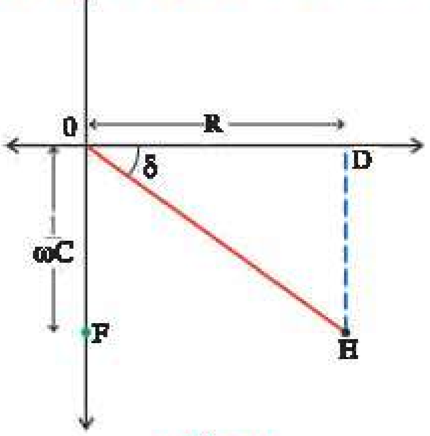
(5) R અને C શ્રેણીમાં હોય તેવો એ.સી. પરિપથ : આ પરિપથ માટે $Z = R - \frac{j}{\omega C} = R - jX_C$

$$\therefore |Z| = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

આ Zને આકૃતિ (2.11)માં H બિંદુ વડે દર્શાવેલ છે.

અત્રે આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે δ ઋણ તથા તેનું મૂલ્ય

$$\delta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\omega CR}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{X_C}{R}\right) \qquad (2.4.6) \text{ થશે.}$$



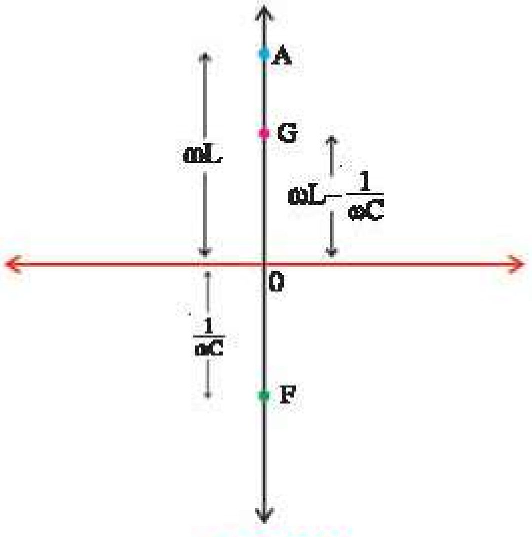
આકૃતિ 2.11

પ્રસ્તુત કિસ્સામાં વિદ્યુતપ્રવાહ વોલ્ટેજ કરતાં કળામાં δ જેટલો આગળ હશે.

$$I = \frac{V_m \cos(\omega t+\delta)}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{V_m \cos(\omega t+\delta)}{\sqrt{R^2 + (X_C)^2}} \quad (2.4.7)$$

(6) L અને C શ્રેણીમાં હોય તેવો એ.સી. પરિપથ : આ પરિપથ માટે $Z = j\omega L - \frac{j}{\omega C} = jX_L - jX_C$

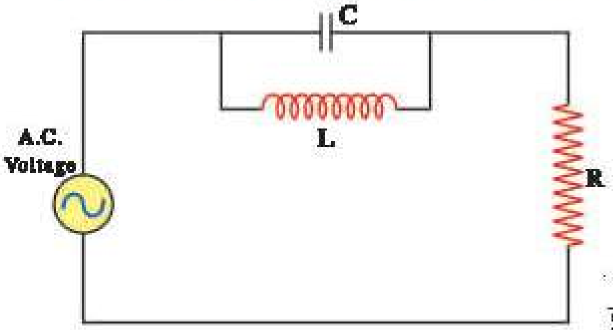
$$\therefore |Z| = \omega L - \frac{1}{\omega C} = X_L - X_C$$



આકૃતિ 2.12

$\omega L > \frac{1}{\omega C}$ ધારીને અત્રે મેળવેલા Z આકૃતિ 2.12માં સંકર સમતલમાં G બિંદુ વડે દર્શાવેલ છે. અત્રે $\delta = \frac{\pi}{2}$ થશે. આમ L – C શ્રેણી એ.સી. પરિપથમાં જો $\omega L > \frac{1}{\omega C}$ હોય, તો વિદ્યુતપ્રવાહ વોલ્ટેજ કરતાં કળામાં $\frac{\pi}{2}$ જેટલો પાછળ હોય છે. (જો $\omega L < \frac{1}{\omega C}$ હોય, તો તમે જાતે વિચારો.)

(7) L અને Cના સમાંતર જોડાણ સાથે Rનું શ્રેણીજોડાણ :



આકૃતિ 2.13

L અને Cને સમાંતર જોડી R સાથે શ્રેણીમાં જોડેલ પરિપથ આકૃતિ 2.13માં દર્શાવ્યા મુજબનો હોય છે. આ પરિપથનો અસરકારક ઇમ્પિડન્સ Z નીચે પ્રમાણે શ્રેણી સમાંતર જોડાણના નિયમો પરથી મેળવી શકાય છે. L અને Cના સમાંતર જોડાણનો હોય તો, ઇમ્પિડન્સ Z_1.

$$\frac{1}{Z_1} = \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_L} = \frac{1}{\frac{-j}{(\omega C)}} + \frac{1}{j\omega L} = j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$$

$$\therefore Z_1 = \frac{1}{j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)} = -\frac{j}{\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)} \quad (2.4.9)$$

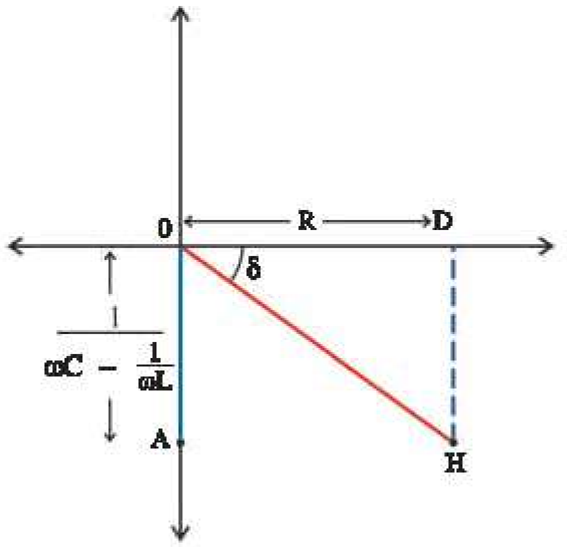
વળી, R અને Z_1 શ્રેણીમાં છે.

$$\therefore Z = R + Z_1$$

$$\therefore Z = R - \frac{j}{\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)} \quad (2.4.10)$$

$\omega L > \frac{1}{\omega C}$ ધારતાં Zને આકૃતિ 2.14માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે રજૂ કરી શકાય. અત્રે સમીકરણ (2.4.10) પરથી

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}} \qquad (2.4.11)$$



આકૃતિ 2.14

સમીકરણ (2.3.19) અને (2.4.12)નો ઉપયોગ કરતા વિદ્યુત પ્રવાહ

$$I = \frac{V_m \cos(\omega t + \delta)}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}}} \qquad (2.4.12)$$

$$\tan\delta = \frac{HD}{OD} = \frac{1}{R\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)} \qquad (2.4.13)$$

આ સમીકરણ પ્રસ્તુત પરિપથમાં વિદ્યુતપ્રવાહ અને વોલ્ટેજ વચ્ચેનો સંબંધ દર્શાવે છે.

2.5 વોલ્ટેજ અને પ્રવાહનાં rms મૂલ્યો (r.m.s. Values of Voltage and Current)

અત્યાર સુધી આપણે $V = V_m \cos\omega t$ અને $I = I_m \cos(\omega t \pm \delta)$ જેવા અનુક્રમે વોલ્ટેજ અને પ્રવાહનાં સૂત્રો જોયાં. અત્રે V અને I સતત આવર્ત રીતે સમય સાથે બદલાતાં જાય છે. આવી પરિસ્થિતિમાં સાદું વોલ્ટમીટર કે એમીટર યોગ્ય રીતે પરિપથમાં જોડીને વોલ્ટેજ કે પ્રવાહ માપવાનું શક્ય નથી. જો આપણે એ.સી. વોલ્ટેજ કે એ.સી. પ્રવાહના એક આવર્ત પરના સરેરાશ મૂલ્યો શોધવા જઈએ, તો તે શૂન્ય મળે છે. કારણ કે તેમને દર્શાવતાં સૂત્રોમાં sine કે cosine વિધેયો આવે છે. તમે જાણો છો કે sine અને cosine વિધેયોનું એક આવર્તકાળના ગાળા પરનું સરેરાશ મૂલ્ય શૂન્ય હોય છે. એટલે કે,

$$\langle V \rangle = V_m \left[\frac{1}{T}\int_0^T \cos\omega t \, dt\right] = 0$$

વ્યવહારમાં એ.સી. વોલ્ટેજ અને એ.સી. પ્રવાહ માપવા માટે ખાસ રીતે તૈયાર કરેલાં એ.સી. વોલ્ટમીટરો અને એ.સી. એમીટરો વપરાય છે. આ મીટરો એ.સી. વોલ્ટેજ અને એ.સી. પ્રવાહનાં rms (root mean square) મૂલ્યો આપે છે.

કોઈ રાશિનું Root Mean Square (rms) મૂલ્ય એટલે આપેલ રાશિના વર્ગના સરેરાશનું વર્ગમૂળ. પ્રસ્તુત કિસ્સાઓમાં વર્ગનું સરેરાશ એક આવર્તકાળના ગાળા પર લેવામાં આવે છે.* $V = V_m \cos\omega t$નું rms મેળવવા માટે એક આવર્તકાળ T પર V^2નું સરેરાશ મેળવવું જોઈએ અને ત્યાર બાદ તેનું વર્ગમૂળ લેવું જોઈએ.

$$\text{સરેરાશ } V^2 = \langle V^2 \rangle = \langle V_m^2 \cos^2\omega t \rangle \qquad (2.5.1)$$

$$= V_m^2 \left\langle \frac{1+\cos 2\omega t}{2} \right\rangle = V_m^2 \left\langle \frac{1}{2} + \frac{\cos 2\omega t}{2} \right\rangle$$

ફૂટનોટ : * જો $f(t)$ એ સમયનું વિધેય હોય તો, T જેટલા સમયગાળા પર આ વિધેયનું સરેરાશ મૂલ્ય નીચેના સૂત્ર વડે આપી શકાય છે. $\langle f(t) \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\,dt$

$$= V_m^2 \left\langle \frac{1}{2} \right\rangle + \frac{V_m^2}{2}\left(\frac{1}{T}\int_0^T \cos 2\omega t\, dt\right)$$

પરંતુ $\left\langle \frac{1}{2} \right\rangle$ ની સરેરાશ $= \frac{1}{2}$ તથા $\frac{1}{T}\int_0^T \cos 2\omega t\, dt = 0$

$$\therefore <V_m^2> = \frac{V_m^2}{2} \tag{2.5.2}$$

$$\therefore V_{rms} = \sqrt{<V^2>} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \tag{2.5.3}$$

તેવી જ રીતે $I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ (2.5.4)

2.6 શ્રેણી-અનુનાદ (Series Resonance)

L–C–R શ્રેણી-પરિપથમાં અનુનાદની ઘટના સમજવા માટે સમીકરણ (2.3.19)ને ધ્યાનમાં લો.

$$I = \frac{V_m \cos(\omega t - \delta)}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$\therefore I = I_m \cos(\omega t - \delta)$$

જ્યાં, $I_m = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$

સમીકરણ (2.5.4) પરથી

$$I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{\frac{V_m}{\sqrt{2}}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$\therefore I_{rms} = \frac{V_{rms}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{V_{rms}}{|Z|} \tag{2.6.1}$$

સમીકરણ (2.6.1) દર્શાવે છે કે જો વૉલ્ટેજની કોણીય આવૃત્તિ ωનાં મૂલ્યો બદલતાં જઈએ, તો I_{rms}નાં મૂલ્યો પણ બદલાતાં જશે અને જ્યારે એક એવું નિશ્ચિત મૂલ્ય I_{rms} મળશે કે જેથી

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \tag{2.6.2}$$

થશે. ત્યારે, |Z| ન્યૂનતમ થશે અને I_{rms} મહત્તમ થશે.

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{R} = I_{rms}(max) \tag{2.6.3}$$

આમ, **વૉલ્ટેજની એક ખાસ નિશ્ચિત કોણીય આવૃત્તિ માટે rms પ્રવાહનું મૂલ્ય મહત્તમ મળવાની ઘટનાને L–C–R એ.સી. શ્રેણી-પરિપથમાં શ્રેણી અનુનાદ કહે છે.**

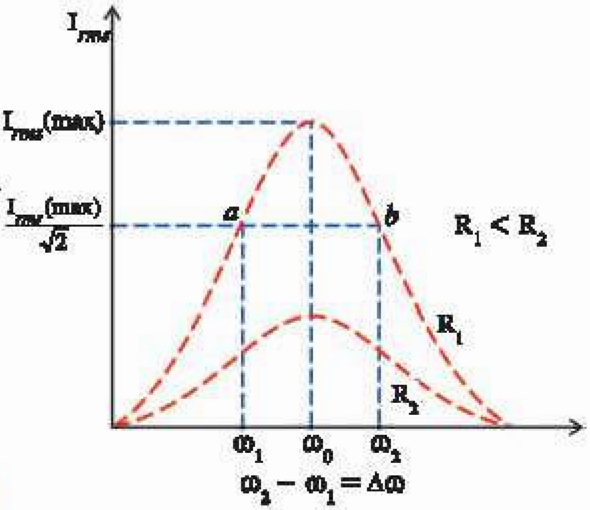
સમીકરણ (2.6.2) પરથી

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (2.6.4)$$

આ પરથી $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$.

અહીં ω_0ને આપેલ L–C–R માટે AC શ્રેણી-પરિપથની પ્રાકૃતિક કોણીય આવૃત્તિ કે અનુનાદ કોણીય આવૃત્તિ કહે છે. અને f_0ને અનુનાદ આવૃત્તિ કહે છે. અહીં એક વસ્તુ નોંધો કે,

જ્યારે ઇમ્પિડન્સનો રિએક્ટિવ ઘટક $\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$ શૂન્ય થાય છે એટલે કે ઇમ્પિડન્સનો કાલ્પનિક ભાગ શૂન્ય થાય છે, ત્યારે અનુનાદ ઉત્પન્ન થાય છે.



આકૃતિ 2.15 અનુનાદ-વક્ર

આકૃતિ (2.15)માં L–C–R શ્રેણી-પરિપથ માટે I_{rms} વિરુદ્ધ ωનાં, Rનાં બે મૂલ્યો ($R_1 < R_2$) માટે આલેખો દર્શાવ્યા છે. જેને અનુનાદ વક્રો કહે છ. આ આલેખ પરથી સ્પષ્ટ છે કે જેમ R નાનો તેમ અનુનાદ વક્ર વધારે તીક્ષ્ણ.

Q-ફેક્ટર : L–C–R શ્રેણી-અનુનાદ વક્રની તીક્ષ્ણતા Q-ફેક્ટર તરીકે ઓળખાતી રાશિ વડે માપવામાં આવે છે.

પરિપથમાં મહત્તમ પાવર rms પ્રવાહના મહત્તમ મૂલ્યના વર્ગ $[I_{rms}(max)]^2$ના સમપ્રમાણમાં હોય છે. જ્યારે I_{rms}નું મૂલ્ય $\frac{I_{rms}(max)}{\sqrt{2}}$ જેટલું થાય, ત્યારે પાવરનું મૂલ્ય મહત્તમ પાવરના મૂલ્યથી અડધું થઈ જાય છે. આ પાવરને અનુરૂપ $\frac{I_{rms}(max)}{\sqrt{2}}$નું મૂલ્ય આકૃતિ 2.15માં દર્શાવ્યું છે. આકૃતિ પરથી સ્પષ્ટ છે કે પ્રવાહના આટલા મૂલ્ય માટે બે કોણીય આવૃત્તિઓ ω_1 અને ω_2 મળે છે.

($\omega_2 - \omega_1$)ને હાફપાવર બૅન્ડવીડ્થ ($\Delta\omega$) કહે છે.

આ ચર્ચા પરથી સ્પષ્ટ છે કે જેમ હાફપાવર બૅન્ડવીડ્થ ($\Delta\omega$) ઓછી તેમ અનુનાદ-વક્રની તીક્ષ્ણતા વધારે. આ હકીકત સમજવા માટે Q-ફેક્ટરની વ્યાખ્યા નીચેના સૂત્ર મુજબ વ્યાખ્યાયિત કરી શકાય.

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{f_0}{\Delta f} \qquad (2.6.5)$$

અહીં સ્પષ્ટ છે કે જેમ Q-ફેક્ટર મોટો તેમ વક્રની તીક્ષ્ણતા વધારે. વળી,

$$\Delta\omega = \frac{R}{L} \qquad (2.6.6)$$

(આ સૂત્રની તારવણી પ્રકરણને અંતે પરિશિષ્ટ-Bમાં માત્ર જાણકારી માટે આપેલ છે.)

$\Delta\omega$નું આ મૂલ્ય સમીકરણ (2.6.5)માં મૂકતાં

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} \qquad (2.6.7)$$

પરંતુ $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$$\therefore \ Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \qquad (2.6.8)$$

આ સૂત્ર પરથી જોઈ શકાય છે કે Q-ફૅક્ટર પરિપથના બધા ઘટકોનાં મૂલ્યો પર આધાર રાખે છે.

Q-ફૅક્ટરના મૂલ્ય પરથી સર્કિટનું Tuning કેવું હશે તે જાણી શકાય છે, તથા પરિપથની સિલેક્ટિવિટી પણ જાણી શકાય છે.

રેડિયો અને ટીવીના ઍન્ટેના પર આપાત થતી ઘણી બધી આવૃત્તિઓમાંથી કોઈ એક પસંદગીની આવૃત્તિ મેળવવા માટે (Tune કરવા માટે) અનુનાદ પરિપથોનો ઉપયોગ થાય છે. પસંદગીની આવૃત્તિ બદલવા માટે L અથવા C અથવા બંનેને બદલી શકાય તેવી વ્યવસ્થા હોય છે. અત્રે નોંધો કે RL અને RC પરિપથમાં અનુનાદ મળી શકે નહિ.

ઉદાહરણ 1 : 8.0 mHનો ઈન્ડક્ટર 80 µFનું કૅપેસીટર અને 400 Ωનો અવરોધ 230 Vના એ.સી. પ્રાપ્તિસ્થાન સાથે શ્રેણીમાં જોડેલ છે, તો (1) અનુનાદ-આવૃત્તિ શોધો. (2) પરિપથનો ઇમ્પિડન્સ અને પ્રવાહનું મૂલ્ય અનુનાદની સ્થિતિમાં મેળવો. (3) પરિપથમાં ઉપર્યુક્ત શ્રેણીઘટકોને સમાંતર (rms) વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત શોધો.

ઉકેલ :

(1) અનુનાદ-આવૃત્તિ $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

$$\therefore \ f = \frac{1}{(2)\,(3.14)\,\sqrt{8\times10^{-3}\times80\times10^{-6}}} = \frac{1}{6.28\times8\times10^{-4}} = 199 \text{ Hz}$$

(2) $|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = (2)\ (3.14)\ (199)\ (8 \times 10^{-3}) = 10\ \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{(2)(3.14)(199)(80\times10^{-6})} = 10\ \Omega$$

અનુનાદ વખતે $X_L = X_C$

$\therefore \ |Z| = R = 400\ \Omega$

$\therefore$ અનુનાદ વખતે પરિપથમાંનો પ્રવાહ $I = \frac{V}{R} = \frac{230}{400} = 0.575$ A

(3) ઈન્ડક્ટરના બે છેડા વચ્ચેનો વીજસ્થિતિમાનનો તફાવત

$V_L = I_{rms} X_L = (0.575)\ (10) = 5.75$ volt

તે જ રીતે કૅપેસિટરના બે છેડા વચ્ચેનો વીજસ્થિતિમાનનો તફાવત

$V_C = I_{rms}X_C = (0.575)\ (10) = 5.75$ volt

તથા અવરોધના બે છેડા વચ્ચેનો વીજસ્થિતિમાનનો તફાવત

$V_R = I_{rms}R = (0.575)\ (400) = 230$ volt

ઉદાહરણ 2 : આકૃતિ 2.13માં આપેલ પરિપથ માટે ωના કયા મૂલ્ય માટે ઇમ્પિડન્સનું મૂલ્ય મહત્તમ થાય ? આ મહત્તમ મૂલ્ય કેટલું હશે? આ વખતે I_{rms} શોધો.

ઉકેલ : સમીકરણ (2.4.12) અનુસાર,

$$|Z| = \left[R^2 + \frac{1}{\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}\right]^{\frac{1}{2}}$$

આ પદમાં $\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2$ નું મૂલ્ય ન્યૂનતમ થાય, ત્યારે |Z|નું મૂલ્ય મહત્તમ થશે.

$$\therefore\ \omega C - \frac{1}{\omega L} = 0$$

$$\therefore\ \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$\therefore$ |Z| = અનંત

$$\therefore\ I_{rms} = \frac{V}{|Z|} = 0$$

ઉદાહરણ 3 : એક શ્રેણી L-C-R પરિપથમાં એ.સી. વોલ્ટેજ અને પ્રવાહ નીચે મુજબના છે.

$V = 200\sqrt{2}\cos(3000t - 55^\circ)$ V, $I = 10\sqrt{2}\cos(3000t - 10^\circ)$ A, તો પરિપથનો ઇમ્પિડન્સ અને અવરોધ R શોધો.

ઉકેલ : પરિપથમાંના પ્રવાહ અને વોલ્ટેજ વચ્ચેનો કળા-તફાવત 45° છે.

$$\therefore\ \tan\delta = \tan 45^\circ = 1$$

હવે L-C-R શ્રેણી-પરિપથ માટે $\tan\delta = \dfrac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$ છે.

$$\therefore\ \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = 1$$

$$\therefore\ R = \omega L - \frac{1}{\omega C}$$

$\therefore$ ઇમ્પિડન્સ $|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + R^2} = R\sqrt{2}$

$$\therefore\ |Z| = \frac{V_m}{I_m} = \frac{200\sqrt{2}}{10\sqrt{2}} = 20\ \Omega$$

$$\therefore\ R\sqrt{2} = 20$$

$$\therefore\ R = 14.14\ \Omega$$

ઉદાહરણ 4 : એક વિદ્યુતપ્રવાહ 12 Aના ડી.સી. પ્રવાહ (Component) અને $I = 9 \sin\omega t$ Aના એ.સી. પ્રવાહ (Component)નો બનેલો છે, તો પરિણામી પ્રવાહનું સૂત્ર લખો અને I_{rms} શોધો.

ઉકેલ : પરિણામી પ્રવાહ (કોઈ પણ t સમયે) $I = 12 + 9 \sin\omega t$ (1)

હવે $I_{rms} = \sqrt{\langle I^2 \rangle} = \sqrt{\langle (12 + 9\sin\omega t)^2 \rangle} = \sqrt{\langle 144 + 216\sin\omega t + 81\sin^2\omega t \rangle}$

અહીં સરેરાશ એક આવર્તકાળ પર છે.

$$\therefore I_{rms} = \sqrt{\langle 144 \rangle + 216 \langle \sin\omega t \rangle + 81 \langle \sin^2\omega t \rangle}$$

હવે, $\langle 144 \rangle = 144$, $216 \langle \sin\omega t \rangle = 0$ અને $81 \langle \sin^2\omega t \rangle = 81 \times \frac{1}{2} = 40.5$

$$\therefore I_{rms} = \sqrt{144 + 40.5} = 13.58 \text{ A}$$

ઉદાહરણ 5 : એકબીજા સાથે સમાંતર જોડેલ L_1 અને L_2 ઇન્ડક્ટન્સવાળાં બે ગૂંચળાંઓનો પરિણામી ઇન્ડક્ટન્સ શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે, આ ગૂંચળાંઓના ઇન્ડક્ટિવ રિએક્ટન્સ Z_{L_1} અને Z_{L_2} છે. તેઓ સમાંતરમાં હોવાથી, પરિણામી રિએક્ટન્સ,

$$Z = \frac{Z_{L_1} Z_{L_2}}{Z_{L_1} + Z_{L_2}} = \frac{(j\omega L_1) \times (j\omega L_2)}{j\omega L_1 + j\omega L_2} \quad (1)$$

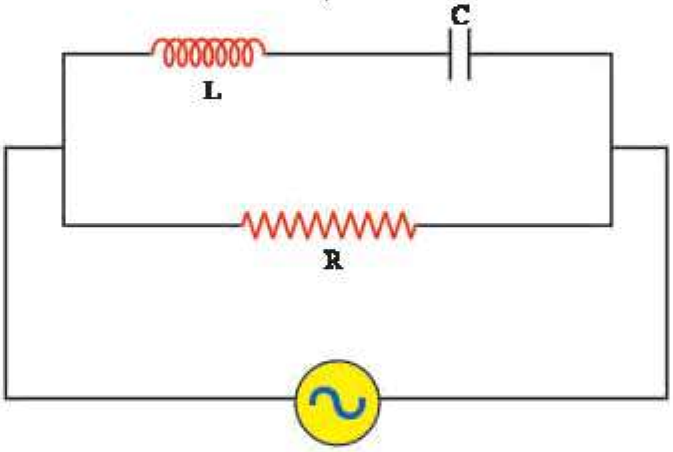
જો પરિણામી ઇન્ડક્ટન્સ L હોય તો $Z = j\omega L$. આ મૂલ્યો સમીકરણ (1)માં મૂકતાં,

$$j\omega L = \frac{j\omega^2 L_1 L_2}{\omega L_1 + \omega L_2}$$

$$\therefore L = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$$

ઉદાહરણ 6 : આકૃતિમાં આપેલા પરિપથ માટે ઇમ્પિડન્સ Z શોધો.

ઉકેલ : અહીં L અને C શ્રેણીમાં છે. જો તેમનો સંયુક્ત ઇમ્પિડન્સ Z_1 હોય, તો $Z_1 = Z_L + Z_C$.
હવે Z_1 અને R સમાંતર છે. જો પરિપથનો પરિણામી ઇમ્પિડન્સ Z હોય, તો



$$Z = \frac{Z_1 R}{Z_1 + R} = \frac{(Z_L + Z_C)R}{Z_L + Z_C + R}$$

$$= \frac{j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)R}{j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) + R}$$

$$= \frac{j(X_L - X_C)R}{j(X_L - X_C) + R}$$

(અંશ અને છેદના સંકર સંખ્યાઓને તેમની અનુબદ્ધ સંકર સંખ્યાઓ વડે ગુણતાં)

$$\therefore \ |Z| = \left\{\frac{-Rj(X_L - X_C) \times Rj(X_L - X_C)}{\{j(X_L - X_C) + R\}\{R - j(X_L - X_C)\}}\right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore \ |Z| = \left[\frac{R^2(X_L - X_C)^2}{R^2 + (X_L - X_C)^2}\right]^{\frac{1}{2}}$$

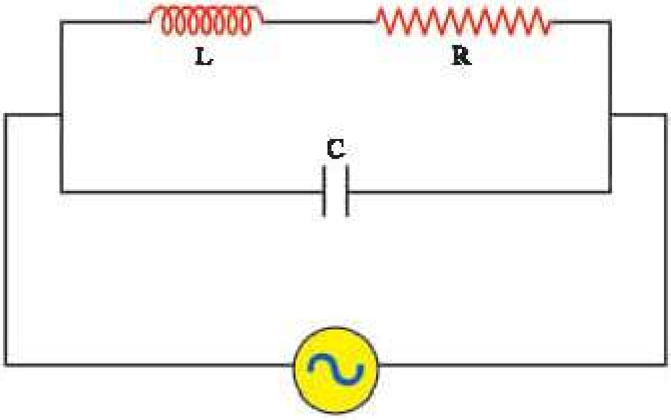
આ કિસ્સામાં પણ જ્યારે $X_L = X_C$, ત્યારે $|Z| = 0$ (અનુનાદ મળે.)

ઉદાહરણ 7 : આકૃતિમાં દર્શાવેલ પરિપથ માટે આપેલ અવરોધ માટે કોણીય અનુનાદ-આવૃત્તિ મેળવો.

ઉકેલ : અહીં ઇન્ડક્ટર L અને અવરોધ R શ્રેણીમાં છે. જો તેમનો સમતુલ્ય ઇમ્પિડન્સ Z_1 હોય, તો

$Z_1 = R + jX_L = R + j\omega L$

આ Z_1 કેપેસિટર C સાથે સમાંતર છે, માટે સમગ્ર પરિપથનો સમતુલ્ય ઇમ્પિડન્સ Z હોય,



$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_C}$$

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R + j\omega L} + j\omega C$$

$$\left[\because \ \frac{1}{-\frac{1}{\omega C}j} = -\frac{\omega C}{j} = j\omega C\right]$$

$$= \frac{R - j\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} + j\omega C$$

(જમણી બાજુ પ્રથમ પદને $R - j\omega L$ વડે ગુણતાં અને ભાગતાં)

$$= \frac{R + j(\omega CR^2 + \omega^3 L^2 C - \omega L)}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

$$\therefore \ Z = \frac{R^2 + \omega^2 L^2}{R + j(\omega CR^2 + \omega^3 L^2 C - \omega L)}$$

હવે, Zનું મૂલ્ય આપેલા R માટે મહત્તમ મેળવવા માટે કાલ્પનિક ભાગ (jનો સહગુણક) શૂન્ય થવો જોઈએ.

$\therefore \omega CR^2 + \omega^3 L^2 C - \omega L = 0$

$\therefore \omega^2 L^2 C = L - CR^2$

$$\therefore \omega^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}$$

$$\therefore \omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$$

ઉદાહરણ 8 : અવરોધ R(Ω) અને કેપેસિટર C(F) ને શ્રેણીમાં જોડી તે સંયોજનને સમાંતર V વોલ્ટનું ω આવૃત્તિવાળું A.C. ઉદ્‌ગમ જોડ્યું છે. હવે ઉદ્‌ગમના વોલ્ટેજમાં ફેરફાર કર્યા સિવાય જો આવૃત્તિ $\frac{\omega}{3}$ કરવામાં આવે, તો માલૂમ પડે છે કે પ્રવાહ અડધો થઈ જાય છે, તો કેપેસિટિવ રિએક્ટન્સ અને અવરોધનો ગુણોત્તર શોધો.

ઉકેલ : પ્રથમ કિસ્સો : (અહીં I અને Vનાં rms મૂલ્યોને સગવડતા ખાતર I અને V વડે દર્શાવેલ છે.)

$$I = \frac{V}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}} \quad \therefore \ I^2 = \frac{V^2}{R^2 + Xc^2} \qquad (1)$$

દ્વિતીય કિસ્સો :

$$\frac{I}{2} = \frac{V}{\sqrt{R^2 + \frac{9}{\omega^2 C^2}}} \quad \therefore \ \frac{I^2}{4} = \frac{V^2}{R^2 + 9Xc^2} \qquad (2)$$

સમીકરણ (1)ને (2) વડે ભાગતાં,

$$4 = \frac{R^2 + 9Xc^2}{R^2 + Xc^2}$$

$$\therefore \ 4R^2 + 4Xc^2 = R^2 + 9Xc^2$$

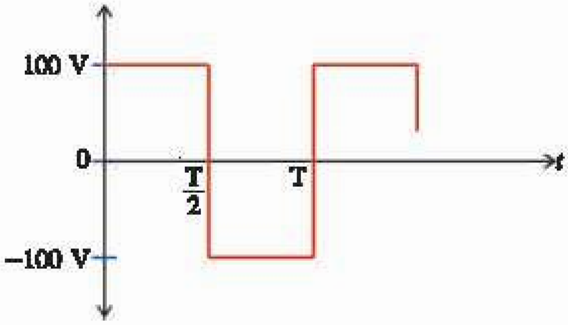
$$\therefore \ 5Xc^2 + 4R^2 = R^2$$

$$\therefore \ \frac{Xc}{R} = \sqrt{\frac{3}{5}}$$

ઉદાહરણ 9 : જેનું મહત્તમ મૂલ્ય 100 V છે, તેવા એ.સી. વોલ્ટેજના આકૃતિમાં દર્શાવેલા ચોરસ તરંગ માટે વોલ્ટેજનું rms મૂલ્ય શોધો.

ઉકેલ : $V_{rms} = \left[\frac{1}{T}\int_0^T V^2(t)dt\right]^{\frac{1}{2}}$

$$= \left[\frac{1}{T}\left\{\int_0^{\frac{T}{2}}(100)^2 dt + \int_{\frac{T}{2}}^{T}(-100)^2 dt\right\}\right]^{\frac{1}{2}}$$



$$= \left[\frac{1}{T}\left\{10^4\left(\frac{T}{2} - 0\right) + 10^4\left(T - \frac{T}{2}\right)\right\}\right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{1}{T}\left\{10^4\frac{T}{2} + 10^4\frac{T}{2}\right\}\right]^{\frac{1}{2}} = \left[10^4\right]^{\frac{1}{2}} = 100 \text{ V}$$

ઉદાહરણ 10 : એક મિડિયમવેવ રેડિયો 600 kHz થી 1200 kHz ના ગાળામાં ટ્યૂનિંગ કરી શકાય છે. LC પરિપથમાં જોડેલ ઇન્ડક્ટરનો અસરકારક ઇન્ડક્ટન્સ 100 mH હોય તો, ચલ કેપેસિટરની રેન્જ શોધો.

ઉકેલ : L = 100 mH, f_{max} = 1200 kHz, f_{min} = 600 kHz

ટ્યૂનિંગ એટલે કે અનુનાદ માટે આવૃત્તિ $f = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{LC}}$

$$\therefore \ 4\pi^2 f^2 = \frac{1}{LC}$$

$\therefore \ C = \frac{1}{4\pi^2 f^2 L}$ આ પરથી, $C_{max} = \frac{1}{4\pi^2 f^2_{min} L}$ અને $C_{min} = \frac{1}{4\pi^2 f^2_{max} L}$

$$\therefore \quad C_{max} = \frac{1}{(4)(3.14)^2(600\times10^3)^2(100\times10^{-3})}$$

$$= 0.7 \times 10^{-12}\ F$$

$$= 0.7\ pF$$

આ જ રીતે $C_{min} = \dfrac{1}{(4)(3.14)^2(1200\times10^3)^2(100\times10^{-3})}$

$$= 0.176 \times 10^{-12}\ F$$

$$= 0.176\ pF$$

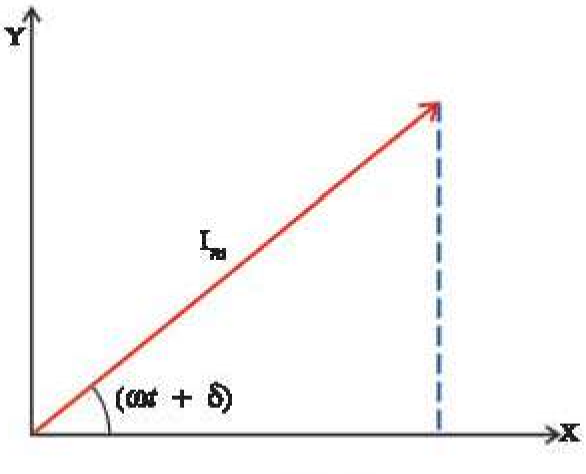
આમ, ચલ કૅપેસિટરની રેન્જ 0.176 pF થી 0.7 pF થાય.

2.7 ફેઝરની રીત (Phasor Method)

ફેઝર (Phasor)ની રીતના ઉપયોગથી હાર્મોનિક વિધેયોનો સરવાળો સહેલાઈથી કરી શકાય છે. આ રીતમાં ફેઝર એટલે શું? તે સમજવા માટે હાર્મોનિક વિધેય

$$I = I_m \cos(\omega t + \delta) \qquad (2.7.1)$$

ને ધ્યાનમાં લો. યામપદ્ધતિના ઊગમબિંદુ પરથી જેનું માન I_m હોય તેવો સદિશ આકૃતિ 2.16માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે X–Y સમતલમાં X-અક્ષ સાથે કળા $(\omega t + \delta)$ જેટલો કોણ બનાવે તેમ દોરવામાં આવે છે. આકૃતિ 2.16 પરથી નીચેના મુદ્દાઓ સ્પષ્ટ છે.



આકૃતિ 2.16

(1) કળા $(\omega t + \delta)$ સમય સાથે બદલાતી જાય છે. એટલે કે આકૃતિ (2.16)માં દર્શાવેલ I_m સદિશનો X-અક્ષ (પરિણામે Y-અક્ષ પણ) સાથે રચેલો કોણ સમય સાથે બદલાતો જાય છે. આમ આપણે દોરેલો સદિશ સ્થિર નથી પણ ω જેટલી કોણીય ઝડપથી X–Y સમતલમાં ભ્રમણ કરતો હશે. આવા સદિશને ઘૂમતો સદિશ કહે છે. આવો ઘૂમતો સદિશ એટલે જ Phasor અથવા Rotor.

અત્રે ખાસ નોંધ કે I તો સ્કેલર (અદિશ) છે. માત્ર આપણે તેને ઘૂમતા સદિશની આકૃતિ રૂપે નિરૂપિત કરીએ છીએ.

(2) $t = t$ સમયે આ સદિશનો X–અક્ષ પરનો ઘટક $I_m\cos(\omega t + \delta)$ છે, જે Iનું તત્કાલીન મૂલ્ય આપે છે.

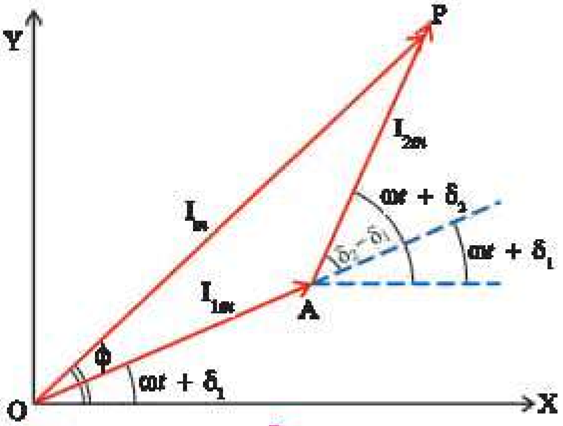
જો આપણે $I_1\cos(\omega t + \delta_1)$, $I_2\cos(\omega t + \delta_2)$ વગેરે એવા વિધેયોનો સરવાળો કરવો હોય તો તે કામ સરળ બને છે. આપણે માત્ર t સમયે આ બધાં વિધેયો માટે ફેઝરો દોરવાના, તેમના X-અક્ષ પરના ઘટકો લઈ (દોરીને) અને પછી આ ઘટકોનો બૈજિક સરવાળો કરવાનો. આમ, છેવટનું બીજગણિત અત્યંત સરળ બની જાય છે.

(3) આ રીતનો બીજો એક ફાયદો છે. જો આપણે ધ્યાનમાં લીધેલા સદિશનો Y-અક્ષ પરનો ઘટક લઈએ તો તે $\cos\left[\frac{\pi}{2} - (\omega t + \delta)\right] = \sin(\omega t + \delta)$ મળે છે. આમ, જો આપણે સદિશના y ઘટકોનો વિચાર કરીએ, તો sin પ્રકારના વિધેયો સાથે પણ આજ રીતે કામ લઈ શકાય.

(4) ધારો કે બે હાર્મોનિક વિધેયો

$$I_1 = I_{1m}\cos(\omega t + \delta_1) \qquad (2.7.2)$$

$$I_2 = I_{2m}\cos(\omega t + \delta_2) \qquad (2.7.3)$$



આકૃતિ 2.17

નો સરવાળો કરવો છે. પરિણામી વિધેય શોધવા માટે I_{1m} અને I_{2m}ને રજૂ કરતા સદિશો આકૃતિ 2.17માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે દોરી સદિશ સરવાળાની જેમ જ શોધી શકાય છે. આ માટે ઊગમબિંદુ Oમાંથી I_{1m} સદિશ X-અક્ષ સાથે $(\omega t + \delta_1)$ કોણ બનાવતી દિશામાં દોરો. હવે આ સદિશના અંત્યબિંદુ Aમાંથી I_{2m} સદિશ X-અક્ષ સાથે $(\omega t + \delta_2)$ જેટલો કોણ બનાવતી દિશામાં દોરો. પરિણામી સદિશ I_m શોધવા માટે I_{1m}ના પ્રારંભ બિંદુ O અને I_{2m}ના અંત્યબિંદુ Pને જોડતો સદિશ દોરો.

આકૃતિ 2.17ની ભૂમિતિ પરથી સ્પષ્ટ છે કે t સમયે Iને રજૂ કરતો સદિશ એ I_1 અને I_2 વડે આપેલાં બે હાર્મોનિક વિધેયોના t સમયે મળતા પરિણામી વિધેય $(I = I_1 + I_2)$ને રજૂ કરે છે. તેનો કંપવિસ્તાર I_m (= OP, મૂળ પ્રમાણમાપમાં) જેટલો અને t સમયે તેની કળા ϕ છે. આપણે સદિશ સરવાળાના ત્રિકોણના નિયમ પરથી Iનું વિધેયાત્મક (Functional) સ્વરૂપ પણ મેળવી શકીએ છીએ.

આકૃતિ પરથી બે હાર્મોનિક વિધેયો I_1 અને I_2ને રજૂ કરતા સદિશો વચ્ચેનો કોણ $(\delta_2 - \delta_1)$ છે.

હવે $I_m^2 = I_{1m}^2 + I_{2m}^2 + 2I_{1m}I_{2m}\cos(\delta_2 - \delta_1)$

ધારો કે વિધેયો I_1 અને I_2ની કળાઓનો તફાવત $(\delta_2 - \delta_1) = \delta$ છે.

$\therefore\ I_m^2 = I_{1m}^2 + I_{2m}^2 + 2I_{1m}I_{2m}\cos\delta$

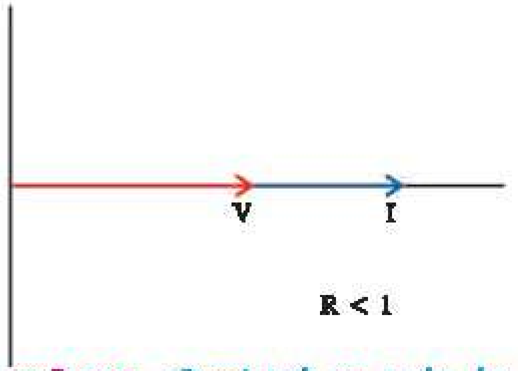
આમ, આપણને પરિણામી વિધેય પણ મળી જાય છે.

અત્રે યાદ રાખવું જરૂરી છે કે I_1, I_2 અને Iને રજૂ કરતા સદિશોનાં માન અનુક્રમે I_{1m}, I_{2m} અને I_m છે.

2.8 એ.સી. પરિપથમાં ફેઝરની રીતનો ઉપયોગ (Use of Phasor Method in an A.C. Circuit)

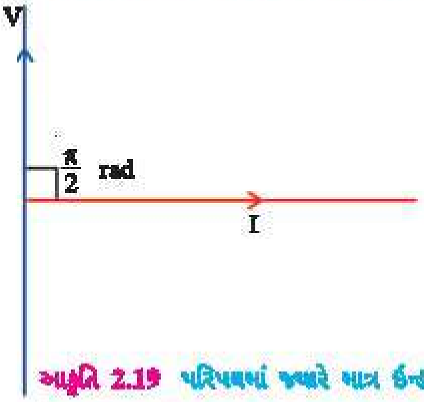
આપેલ એ.સી. પરિપથમાંના લાગુ પાડેલ વોલ્ટેજ અને પ્રવાહ વચ્ચે કળાના તફાવત સાથેનો સંબંધ મેળવવામાં આ રીત ઘણી સરળતાથી વાપરી શકાય છે.

માત્ર અવરોધ ધરાવતા એ.સી. પરિપથ માટે : માત્ર અવરોધ ધરાવતા એ.સી. પરિપથ માટે લાગુ પાડેલ વોલ્ટેજ V અને પ્રવાહ I વચ્ચે કળા તફાવત $\delta = 0$ હોવાથી V અને I માટેના ફેઝર આકૃતિ 2.18માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે એક જ દિશામાં મળશે. (અત્રે યાદ રાખવું જરૂરી છે કે I માટેનો ફેઝર યાદચ્છિક દિશામાં લઈ શકીએ છીએ અને અનુરૂપ વોલ્ટેજ અને I વચ્ચે જે કળાનો તફાવત હોય તેટલો કોણ I સાથે બનાવે તે રીતે V નો ફેઝર દોરવામાં આવે છે.)



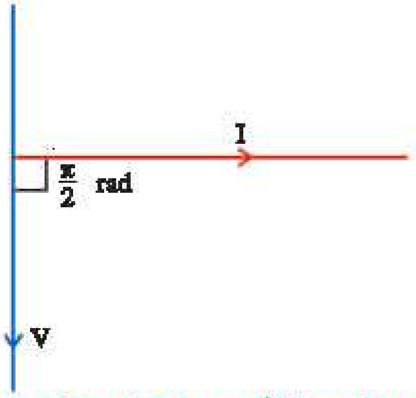
આકૃતિ 2.18 પરિપથમાં જ્યારે માત્ર અવરોધ હોય ત્યારે

માત્ર ઇન્ડક્ટર ધરાવતો એ.સી. પરિપથ : આવા પરિપથ આપણે પરિચ્છેદ 2.4માં બૈજિક રીતે ભણી ગયાં છીએ. આ પરિપથમાં વિદ્યુતપ્રવાહ I એ વોલ્ટેજ V કરતાં કળામાં $\frac{\pi}{2}$ rad જેટલો પાછળ હોય છે. અથવા વિદ્યુતપ્રવાહ કરતાં વોલ્ટેજ $\frac{\pi}{2}$ rad જેટલો આગળ હોય છે. Iને X દિશામાં દર્શાવીએ, તો Vનો ફેઝર આકૃતિ (2.19)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ધન Y દિશામાં હશે.



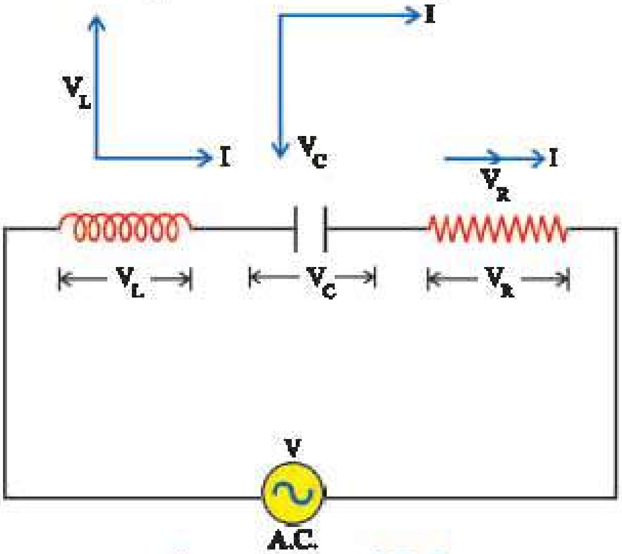
આકૃતિ 2.19 પરિપથમાં જ્યારે માત્ર ઇન્ડક્ટર હોય ત્યારે

માત્ર કેપેસિટર ધરાવતો એ.સી. પરિપથ : આ પરિપથમાં પ્રવાહ I વોલ્ટેજ V કરતાં કળામાં $\frac{\pi}{2}$ rad જેટલો આગળ હોય છે. અથવા વોલ્ટેજ એ પ્રવાહ કરતાં કળામાં $\frac{\pi}{2}$ rad જેટલો પાછળ હોય છે. આ પરિપથ માટે I અને V ના ફેઝર આકૃતિ 2.20માં દર્શાવ્યા અનુસાર મળે છે.



આકૃતિ 2.20 પરિપથમાં જ્યારે માત્ર કેપેસિટર હોય ત્યારે

L–C–R એ.સી. શ્રેણી-પરિપથ : ઉપર્યુક્ત હકીકતો પરથી L–C–R પરિપથ માટે દરેક ઘટકના Phasor diagram આકૃતિ 2.21માં દર્શાવ્યા અનુસાર થશે.



આકૃતિ 2.21 L-C-R શ્રેણી-પરિપથ

પ્રસ્તુત કિસ્સામાં L,C અને R શ્રેણીમાં હોવાથી દરેક ઘટકમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ સમાન છે. વળી, જો લાગુ પાડેલ વોલ્ટેજ V હોય તો,

$$\vec{V} = \vec{V}_L + \vec{V}_C + \vec{V}_R \qquad (2.8.1)$$

જ્યાં V_L, V_C અને V_R અનુક્રમે ઇન્ડક્ટર, કેપેસિટર અને અવરોધના બે છેડાઓ વચ્ચેના વીજસ્થિતિમાનના તફાવત (વોલ્ટેજ) છે. ધારો કે પરિપથમાંથી પસાર થતાં પ્રવાહ I નો Phasor X દિશામાં દર્શાવવામાં આવે તો, દરેક ઘટના V અને Iના Phasor diagram આકૃતિ 2.22માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે મળે.

આકૃતિ 2.22 પરથી સ્પષ્ટ છે કે

$$V^2 = (V_L - V_C)^2 + V_R^2$$

જો મહત્તમ પ્રવાહ I_m હોય, તો

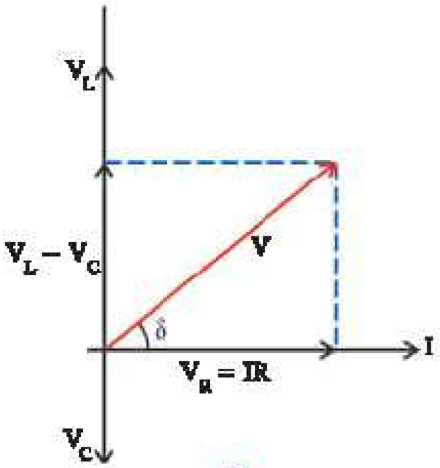
$$V_R = I_m R,\ V_L = I_m X_L \text{ અને } V_C = I_m X_C$$

$$\therefore V^2 = I_m^2 (X_L - X_C)^2 + I_m^2 R^2$$

$$\therefore V = I_m \sqrt{(X_L - X_C)^2 + R^2}$$

પરંતુ પ્રવાહ મહત્તમ લીધો હોવાથી

$$V = V_m$$



આકૃતિ 2.22

$$\therefore I_m = \frac{V_m}{\sqrt{(X_L - X_C)^2 + R^2}} = \frac{V_m}{|Z|} \qquad (2.8.2)$$

હવે આકૃતિ 2.22 પરથી લાગુ પાડેલ વોલ્ટેજ અને પ્રવાહના ફેઝર્સ વચ્ચેનો કોણ δ છે. પ્રસ્તુત કિસ્સામાં ($V_L > V_C$ હોય ત્યારે) પ્રવાહ એ વોલ્ટેજ કરતાં કળામાં δ જેટલો પાછળ છે. જો $V_L < V_C$ હોત, તો પ્રવાહ, વોલ્ટેજ કરતાં કળામાં δ જેટલો આગળ હોત.

આકૃતિ પરથી,

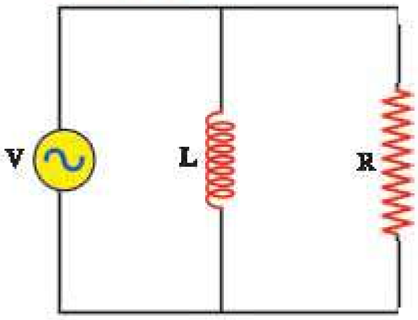
$$\tan\delta = \frac{V_L - V_C}{V_R}$$

$$= \frac{I_m X_L - I_m X_C}{I_m R}$$

$$\therefore \tan\delta = \frac{X_L - X_C}{R} \qquad (2.8.3)$$

$$\delta = \tan^{-1}\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right) \qquad (2.8.4)$$

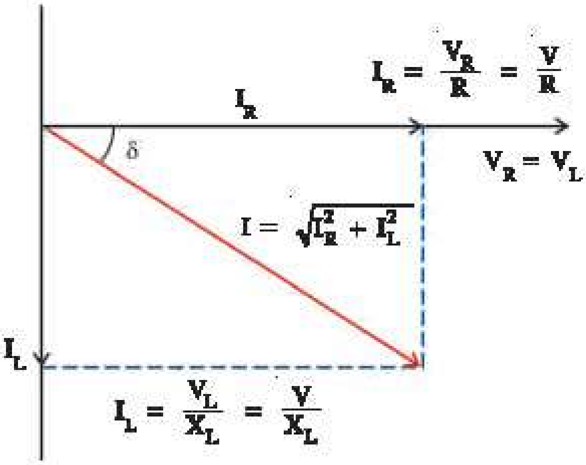
ઉદાહરણ 11 : આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે V voltના એક A.C. પ્રાપ્તિસ્થાન સાથે ઇન્ડક્ટર L અને અવરોધ Rને સમાંતરમાં જોડવામાં આવ્યા છે, તો કુલ પ્રવાહ I, X_L અને Rના સ્વરૂપમાં શોધો. વળી, પ્રવાહ અને વોલ્ટેજ વચ્ચે કળા-તફાવત પણ શોધો. ફેઝર ડાયાગ્રામની રીતનો ઉપયોગ કરો.



ઉકેલ : અત્રે R અને L સમાંતરે હોવાથી તેમના બે છેડાઓ વચ્ચેના વોલ્ટેજ સમાન છે. આ વોલ્ટેજના ફેઝરને X–અક્ષ ઉપર દર્શાવી તેના સંદર્ભમાં પ્રવાહ ફેઝરને દર્શાવતાં પરિસ્થિતિ આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ બનશે.

(1) અત્રે I_R ફેઝર અને V_R ફેઝર સમાન કળામાં છે. તેથી $I_R = \frac{V_R}{R}$ X-અક્ષની દિશામાં છે. (જુઓ આકૃતિ)

(2) વળી ઇન્ડક્ટરમાંનો પ્રવાહ વોલ્ટેજ V_L કરતાં કળામાં $\frac{\pi}{2}$ જેટલો પાછળ છે. તેથી I_L ઋણ Y-અક્ષ પર આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે આવશે.



$$\therefore I_L = \frac{V_L}{X_L}$$

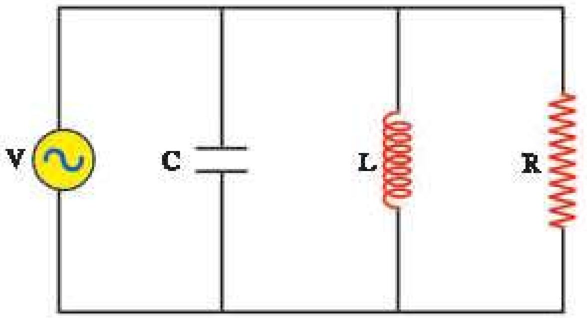
આકૃતિ પરથી $I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} = V\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2}}$

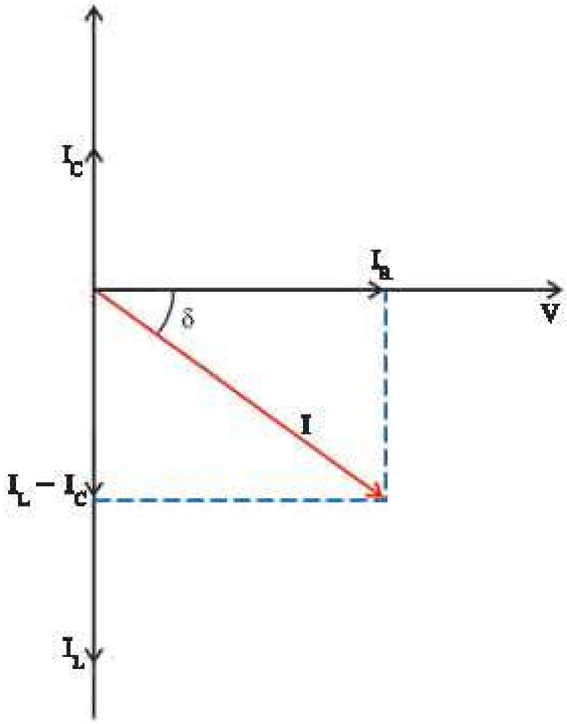
$$\tan\delta = \frac{I_L}{I_R} = \frac{V}{X_L}\frac{R}{V} = \frac{R}{X_L}$$

$$\therefore \delta = \tan^{-1}\frac{R}{X_L}$$

ઉદાહરણ 12 : આકૃતિમાં દર્શાવેલ પરિપથ માટે ફેઝર ડાયાગ્રામનો ઉપયોગ કરીને કુલ પ્રવાહના મૂલ્યનું સૂત્ર મેળવો. આ પ્રવાહ અને લાગુ પડેલ વોલ્ટેજ વચ્ચેનો કળા-તફાવત શોધો.

ઉકેલ : અહીં, વોલ્ટેજ અને પ્રવાહોનો ફેઝર ડાયાગ્રામ આકૃતિમાં દર્શાવ્યો છે. કુલ પ્રવાહ મેળવવા માટે પ્રવાહોના ફેઝરનો સદિશ સરવાળો કરવો જોઈએ. આકૃતિ પરથી





$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2}$$

પણ, $I_R = \dfrac{V}{R}$; $I_L = \dfrac{V}{X_L}$ અને $I_C = \dfrac{V}{X_C}$

$$\therefore\ I = V\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2}$$

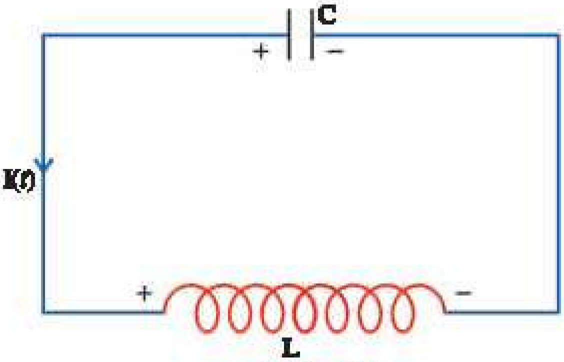
વળી, આકૃતિ પરથી, $\tan\delta = \dfrac{I_L - I_C}{I_R} = \dfrac{\dfrac{1}{X_L} - \dfrac{1}{X_C}}{\dfrac{1}{R}}$

$$\therefore\ \tan\delta = R\left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)$$

2.9 L–C દોલનો (L–C Oscillations)

જો વિદ્યુતભારિત કરેલા કોઈ કૅપેસિટર (C)ની બે પ્લેટોનો વાહક તાર કે અવરોધ વડે જોડી દેવામાં આવે તો કૅપેસિટર ડિસ્ચાર્જ થઈ જાય છે અને કૅપેસિટરમાં સંગૃહીત થયેલી ઊર્જા (કૅપેસિટરમાં બે પ્લેટો વચ્ચે પ્રસ્થાપિત થયેલા વિદ્યુત ક્ષેત્રમાંની ઊર્જા) વાહક તાર કે અવરોધમાં જૂલ-ઉષ્મા રૂપે વિખેરિત થાય છે.

હવે, વિદ્યુતભારિત કરેલા કૅપેસિટરની બે પ્લેટોને જેનો અવરોધ અત્યંત ઓછો એટલે કે અવગણ્ય રીતે નાનો હોય (આદર્શ રીતે શૂન્ય હોય) તેવા ઇન્ડક્ટર (L) સાથે જોડતાં શું થાય તે વિચારીએ. આવો પરિપથ આકૃતિ 2.23માં દર્શાવ્યા છે, ત્યાં તેને (L–C) પરિપથ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. અત્રે કૅપેસિટરને પ્રારંભમાં જ એટલે કે $t = 0$ સમયે ચાર્જ કરેલું રાખતાં નીચે પ્રમાણે વિચારી શકાય.



આકૃતિ 2.23

ધારો કે $t = 0$ કેપેસિટર પરનો વિદ્યુતભાર Q_0 છે, અને પરિપથમાં વિદ્યુતપ્રવાહ શૂન્ય છે. અત્રે આપણે શૂન્ય સમયે જ ઇન્ડક્ટરને પરિપથમાં લાવીએ છીએ તેમ ધારેલ છે. ઇન્ડક્ટરને પરિપથમાં લાવતાં જ કેપેસિટર પરનો વિદ્યુતભાર ઘટવા લાગે છે (એટલે કે કેપેસિટર ડિસ્ચાર્જ થવા લાગે છે) અને પરિપથમાં પ્રવાહની શરૂઆત થાય છે.

કેપેસિટરના ડિસ્ચાર્જિંગને લીધે ધારો કે $t = t$ સમયે કેપેસિટર પરનો વિદ્યુતભાર = Q અને પરિપથમાંથી વહેતો પ્રવાહ = I છે.

∴ t સમયે આ બંધ-પરિપથને કિર્ચોફનો બીજો નિયમ લગાડતાં

$$-L\frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} = 0$$

પણ $I = -\frac{dQ}{dt}$ (∴ કેપેસિટર પરનો વિદ્યુતભાર ઘટે છે.)

$$\therefore L\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{Q}{C} = 0$$

$$\therefore \frac{d^2Q}{dt^2} = -\frac{Q}{LC} \qquad (2.9.1)$$

આ સમીકરણ સરળ આવર્તગતિના વિકલ સમીકરણ $\frac{d^2y}{dt^2} = -\omega_0^2 y$ જેવું જ છે. અત્રે વિદ્યુતભાર Q એ સ્થાનાંતર yનો ભાગ ભજવે છે તથા ω_0^2ના સ્થાને પદ $\frac{1}{LC}$ છે. આમ, આપણા કિસ્સાના વિકલ સમીકરણનો ઉકેલ

$Q = Q_m \sin(\omega_0 t + \phi)$ બને (2.9.2)

અહીં Q_m અને ϕ ઉકેલના અચળાંકો છે, જેનાં મૂલ્યો પ્રારંભિક શરતો પરથી નીચે પ્રમાણે મેળવી શકાય.

જ્યારે $t = 0$ તે સમયે $Q = Q_0$ છે.

∴ સમીકરણ (2.9.2)માં આ મૂલ્યો મૂકતાં

$Q = Q_m \sin\phi$ (2.9.3)

સમીકરણ (2.9.2)નું tની સાપેક્ષે વિકલન કરતાં

$$I = \frac{dQ}{dt} = Q_m\omega_0\cos(\omega_0 t + \phi)$$

પરંતુ $t = 0$ સમયે $I = 0$

$\therefore 0 = Q_m\omega_0\cos\phi$ (2.9.4)

અત્રે Q_m અને ω_0 શૂન્ય નથી.

$\therefore \cos\phi = 0$

$\therefore \phi = \frac{\pi}{2}$ (2.9.5)

ϕનું આ મૂલ્ય સમીકરણ (2.9.3)માં મૂકતાં

$Q_m = Q_0$ (2.9.6)

સમીકરણ (2.9.5) અને (2.9.6)નો ઉપયોગ સમીકરણ (2.9.2)માં કરતાં

$$Q = Q_0\sin\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$\therefore\ Q = Q_0 \cos\omega_0 t$ (2.9.7)

આ સમીકરણ દર્શાવે છે કે કૅપેસિટર પરનો વિદ્યુતભાર આવર્ત રીતે બદલાતો જાય છે. વળી, આ જ સમીકરણ પરથી,

$$I = \frac{dQ}{dt} = -Q_0\omega_0 \sin\omega_0 t \quad (2.9.8)$$

ઉપર્યુક્ત સમીકરણ પરથી જોઈ શકાય છે કે પરિપથમાંનો (એટલે કે ઇન્ડક્ટરમાંનો) પ્રવાહ I પણ આવર્ત રીતે બદલાય છે.

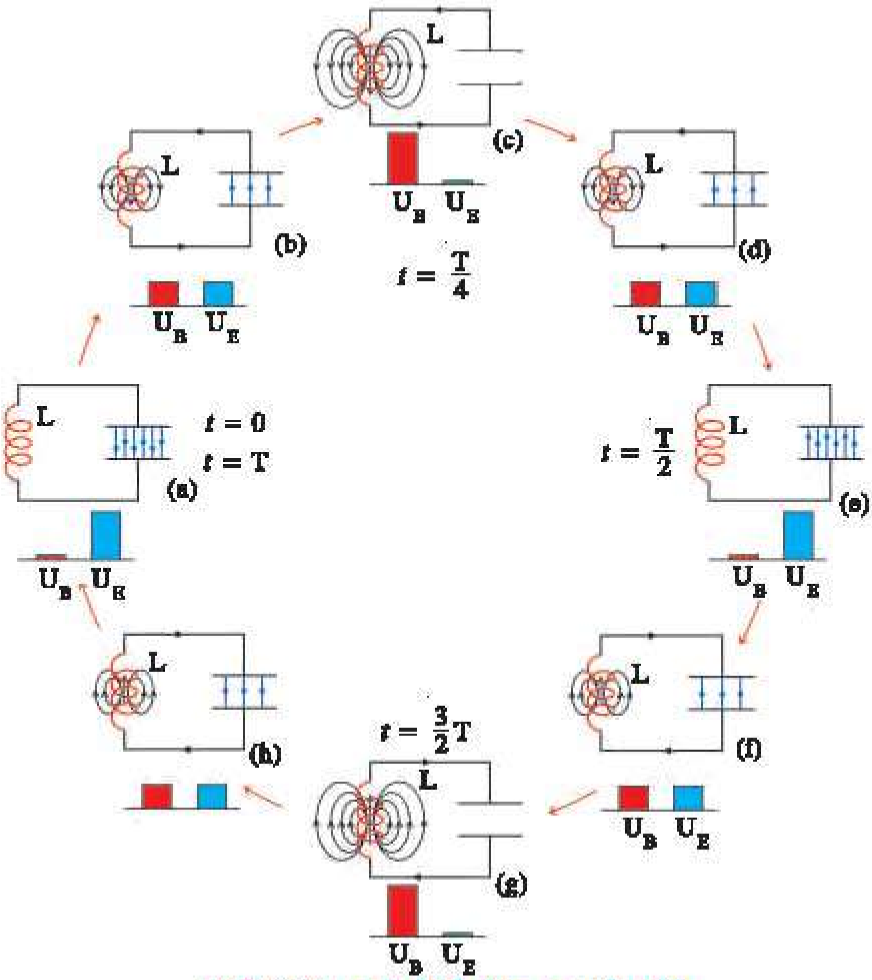
$t = 0$ સમયે કૅપેસિટર પરનો વિદ્યુતભાર મહત્તમ છે અને ઇન્ડક્ટરમાંનો પ્રવાહ શૂન્ય છે. આ પરિસ્થિતિમાં કૅપેસિટરની બે પ્લેટો વચ્ચે પ્રસ્થાપિત વિદ્યુતક્ષેત્રની તિવ્રતા મહત્તમ હોય છે અને તેની સાથે સંકલિત ઊર્જા $\left(U_E = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}\right)$ પણ મહત્તમ હોય છે. આ સમયે ઇન્ડક્ટર સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ક્ષેત્ર શૂન્ય હોવાથી તેમાં કોઈ ઊર્જા હોતી નથી.

જેમ સમય વધતો જાય છે તેમ તેમ સમીકરણ (2.9.7) અનુસાર કૅપેસિટર પરનો વિદ્યુતભાર ઘટતો જાય છે અને પરિણામે તેની સાથે સંકળાયેલ વિદ્યુતક્ષેત્રમાંની ઊર્જા (U_E) પણ ઘટતી જાય છે. આ વિદ્યુતભાર ઇન્ડક્ટરમાં થઈને વહેતો હોવાથી ઇન્ડક્ટરમાંનો વિદ્યુતપ્રવાહ વધતો જાય છે અને પરિણામે તેની સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ક્ષેત્ર તેમજ ચુંબકીય ક્ષેત્ર સાથે સંકલિત ઊર્જા ($U_B = \frac{1}{2}LI^2$) પણ વધતાં જાય છે. આમ, કૅપેસિટરના વિદ્યુતક્ષેત્રમાંની ઊર્જા એ ઇન્ડક્ટરમાંના ચુંબકીય ક્ષેત્રની ઊર્જામાં રૂપાંતરિત થતી જાય છે.

જ્યારે કૅપેસિટર પરનો વિદ્યુતભાર $Q = 0$ થાય છે ત્યારે ઇન્ડક્ટરમાંનો વિદ્યુતપ્રવાહ મહત્તમ બને છે. આમ, આ સમયે વિદ્યુત ક્ષેત્રમાંની સંપૂર્ણ ઊર્જા ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં આવી જાય છે.

હવે, આ સમય બાદ કૅપેસિટરનો વિદ્યુતભાર વધતો જાય છે, પરંતુ બે પ્લેટોની પોલારિટી ઊલટાઈ ગયેલી હોય છે અને આ પોલારિટી સાથે કૅપેસિટર પરનો વિદ્યુતભાર મહત્તમ બને છે અને આ પ્રક્રિયા આવર્ત રીતે ચાલુ રહે છે અને પ્રારંભિક સ્થિતિનું ($t = 0$ સમયની સ્થિતિ) નિર્માણ થાય છે. ટૂંકમાં, વિદ્યુતભાર કૅપેસિટરની બે પ્લેટો વચ્ચે ઇન્ડક્ટર થકી દોલનો કરે છે. આ ઘટનાને L–C પરિપથમાંના દોલનો અથવા L–C દોલનો કહે છે.

આ દોલનો દરમિયાન કૅપેસિટર સાથે સંકલિત વિદ્યુતક્ષેત્ર અને તેની સાથે સંકલિત ઊર્જા U_E તથા ઇન્ડક્ટર સાથે સંકલિત ચુંબકીય ક્ષેત્ર અને તેની સાથે સંકલિત ઊર્જા U_B, આકૃતિ (2.24)માં સમયનાં દોલનો એક આવર્તકાળના જુદા-જુદા ગાળાઓ ($t = 0$, $t < \frac{T}{4}$, $t = \frac{T}{4}$, $\frac{T}{4} < t < \frac{T}{2}$, $t = \frac{T}{2}$, $\frac{T}{2} < t < \frac{3}{4}T$, $t = \frac{3}{4}T$, $\frac{3}{4}T < t < T$ અને $t = T$) માટે દર્શાવેલ છે.



આકૃતિ 2.24 L-C દોલનો (માત્ર જાણકારી માટે)

અત્રે કેપેસિટર સાથે સંકળાયેલ વિદ્યુતક્ષેત્ર અને ઇન્ડક્ટર સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીયક્ષેત્ર સમય સાથે બદલાય છે. આવા બદલાતા જતાં વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રો વિદ્યુત ચુંબકીય વિકિરણોનું ઉત્સર્જન કરે છે. આ વિકિરણનું સતત ઉત્સર્જન થવાથી પરિપથની ઊર્જા ક્રમશઃ ઘટતી જાય છે. આમ દોલનો કરતો વિદ્યુતભાર વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું ઉત્સર્જન કરે છે. આ L–C પરિપથ, **ટેન્ક (Tank) પરિપથ** તરીકે પણ ઓળખાય છે. જેટલી ઊર્જા ઉત્સર્જન થતી હોય તેટલી ઊર્જા સતત રીતે L–C પરિપથને પૂરી પાડવામાં આવે, તો સતત રીતે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું ઉત્સર્જન ચાલુ રાખી શકાય.

ઉદાહરણ 13 : મુક્ત LC દોલનો માટે દર્શાવો કે કોઈ પણ ક્ષણે કેપેસિટરમાં સંગ્રહિત ઊર્જા અને ઇન્ડક્ટરમાં સંગ્રહિત ઊર્જાનો સરવાળો અચળ હોય છે.

ઉકેલ : ધારો કે કેપેસિટર (C) પર પ્રારંભિક ($t = 0$ સમયે) વિદ્યુતભાર Q_0 છે. આ કેપેસિટરને ઇન્ડક્ટર (L) સાથે જોડતાં મુક્ત દોલનો કરે છે અને તેની પ્રાકૃતિક કોણીય આવૃત્તિ $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ થશે.

અત્રે, $Q = Q_0 \cos\omega_0 t$

$\therefore I = \frac{dQ}{dt} = -Q_0\omega_0 \sin\omega_0 t$

કોઈ સમય t એ કેપેસિટરમાં સંગ્રહીત ઊર્જા

$$U_E = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{Q_0^2}{2C}\cos^2\omega_0 t \quad (\because V = \frac{Q}{C})$$

આ જ સમય t એ ઇન્ડક્ટરમાં સંગ્રહીત ઊર્જા

$U_M = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}LQ_0^2\omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t) = \frac{Q_0{}^2}{2C} \sin^2\omega_0 t \qquad (\because \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}})$

આ બંને ઊર્જાનો સરવાળો

$$U = U_E + U_M = \frac{Q_0^2}{2C}(\cos^2\omega_0 t + \sin^2\omega_0 t)$$

$= \frac{Q_0^2}{2C}$ અત્રે Q_0 અને C સમય પર આધારિત નહિ હોવાથી

$\therefore$ U = અચળ

2.10 એ.સી. પરિપથમાં L, C અને R સાથે સંકળાયેલ પાવર અને ઊર્જા (Power and Energy Associated with L, C and R in an A.C. Circuit)

પાવરની વ્યાખ્યા અનુસાર પાવર

$$P = VI \tag{2.10.1}$$

એ.સી. પરિપથમાં વૉલ્ટેજ અને પ્રવાહ બંને સમય સાથે બદલાય છે. એટલે સમીકરણ (2.10.1) અનુસાર દર્શાવાતા પાવરને એ.સી. પરિપથ માટેનો તત્કાલીન પાવર કહી શકાય. પરંતુ વ્યવહારમાં આપણે તત્કાલીન પાવર માપી શકતા નથી. આથી વ્યવહારમાં વાસ્તવિક પાવર વ્યાખ્યાયિત કરી તેનું માપન કરવામાં આવે છે.

વાસ્તવિક પાવર = સમગ્ર આવર્તકાળ પરનું પાવરનું સરેરાશ મૂલ્ય

L–C–R પરિપથ માટે તત્કાલીન પાવર

$p = VI$

$= V_m\cos(\omega t)I_m\cos(\omega t - \delta)$

$$= V_m I_m \cos\omega t \cos(\omega t - \delta) \tag{2.10.2}$$

પરંતુ $\cos\omega t \cos(\omega t - \delta) = \frac{1}{2} \cos\delta + \frac{1}{2}\cos(2\omega t - \delta)$ (2.10.3)

$$\therefore p = \frac{V_m I_m}{2}(\cos\delta + \cos(2\omega t - \delta)) \tag{2.10.4}$$

$\therefore$ વાસ્તવિક પાવરની વ્યાખ્યા અનુસાર (હવેથી એ.સી. પરિપથ માટે પાવર P, એટલે કે વાસ્તવિક પાવર જ ગણીશું, સિવાય કે ચોક્કસ રીતે તેને કહેવામાં આવે.)

$$P = \frac{V_m I_m}{2}\left[\frac{1}{T}\int_0^T \cos\delta dt + \frac{1}{T}\int_0^T \cos(2\omega t - \delta)dt\right]$$

પરંતુ $\int_0^T \cos(2\omega t - \delta)dt = 0$ અને $\int_0^T \cos\delta dt = T\cos\delta$

$$\therefore P = \frac{V_m I_m}{2} \frac{T}{T} \cos\delta$$

$$\therefore P = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cos\delta \tag{2.10.5}$$

અત્રે $\cos\delta$ને પાવર ફેક્ટર કહે છે.

સમીકરણ (2.10.5)ને નીચે મુજબ rms મૂલ્યોના સ્વરૂપમાં પણ લખી શકાય.

$$\therefore P = V_{rms} I_{rms} \cos\delta \tag{2.10.6}$$

ખાસ કિસ્સાઓ :

(1) A.C. પરિપથમાં માત્ર અવરોધ હોય ત્યારે : આ પરિપથ માટે કળાતફાવત $\delta = 0$ હોવાથી

$$\therefore P = V_{rms} I_{rms}$$

(2) A.C. પરિપથમાં માત્ર ઈન્ડક્ટર હોય ત્યારે : વૉલ્ટેજ અને પ્રવાહ વચ્ચે કળા તફાવત $\delta = \frac{\pi}{2}$ હોવાથી

$\cos\frac{\pi}{2} = 0$ થાય.

$$\therefore P = 0$$

આમ માત્ર ઈન્ડક્ટર ધરાવતા A.C. પરિપથમાં પાવર શૂન્ય હોય છે.

જ્યારે ઈન્ડક્ટરમાં પ્રવાહ વધતો હોય છે ત્યારે વૉલ્ટેજ પ્રાપ્તિસ્થાનમાંથી ખેંચાતી ઊર્જા ઈન્ડક્ટર સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં સંગ્રહ પામે છે અને જ્યારે પ્રવાહ ઘટતો હોય છે ત્યારે આ સંગ્રહાયેલી ઊર્જા પ્રાપ્તિસ્થાનને પાછી મળી જાય છે. પરિણામે વપરાતો પાવર શૂન્ય છે. આમ ઈન્ડક્ટરની મદદથી ઊર્જાના વ્યય સિવાય એ.સી. પરિપથમાં પ્રવાહનું નિયંત્રણ કરી શકાય છે. (ટ્યૂબલાઇટમાં વપરાતો Choke (જે ઈન્ડક્ટર છે) આ કાર્ય કરે છે.)

(3) A.C. પરિપથમાં માત્ર કૅપેસિટર હોય ત્યારે : આ પરિપથ માટે વૉલ્ટેજ અને પ્રવાહ વચ્ચેનો કળા તફાવત

$\delta = -\frac{\pi}{2} \quad \therefore \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0$

આમ, આ કિસ્સામાં પણ $P = 0$.

આ કિસ્સામાં જ્યારે કૅપેસિટરની બે પ્લેટ પર વિદ્યુતભાર એકઠો થતો હોય છે, ત્યારે પ્રાપ્તિસ્થાનમાંથી મળતી ઊર્જા, કૅપેસિટરની બે પ્લેટો વચ્ચેના વિદ્યુતક્ષેત્રમાં સંગ્રહ પામે છે. અને કૅપેસિટર જ્યારે ડિસ્ચાર્જ થતું હોય છે, ત્યારે આ ઊર્જા પ્રાપ્તિસ્થાનને પાછી મળે છે અને પરિણામે વપરાતો પાવર શૂન્ય છે.

(4) A.C. L–C–R શ્રેણી પરિપથ માટે : આકૃતિ 2.3 પરથી

$$\cos\delta = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{R}{|Z|} \qquad (2.10.8)$$

cosδનું આ મૂલ્ય સમીકરણ (2.10.6)માં અવેજ કરીને પાવર શોધતાં જોઈ શકાય છે. માત્ર અવરોધ ધરાવતા પરિપથમાં મળતા પાવરના મૂલ્ય કરતાં ઓછું હોય છે.

A.C. પરિપથમાં માત્ર ઈન્ડક્ટર કે કૅપેસિટર જ હોય ત્યારે વપરાતો પાવર શૂન્ય છે. આ સ્થિતિમાં પરિપથમાંથી વહેતા પ્રવાહને વૉટલેસ પ્રવાહ (Wattless Current) કહેવાય છે.

ઉદાહરણ 14 : એક L-C-R એ.સી. શ્રેણી પરિપથ માટે $L = 5$ H, $\omega = 100$ rads^{-1}, $R = 100\ \Omega$ અને પાવર ફૅક્ટર 0.5 છે. તો પરિપથમાં કૅપેસિટન્સનું મૂલ્ય શોધો.

ઉકેલ : પાવર ફૅક્ટર $\cos\delta = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$

બંને બાજુ વર્ગ લેતાં $\cos^2\delta = \frac{R^2}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$

પરંતુ $\cos\delta = 0.5 = \frac{1}{2}$

$$\therefore \frac{1}{4} = \frac{R^2}{R^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2} \qquad \therefore C = \frac{1}{\omega}\left(\frac{1}{\omega L - \sqrt{3}R}\right)$$

$$\therefore R^2 + (\omega L-\frac{1}{\omega C})^2 = 4R^2 \qquad = \frac{1}{100}\left(\frac{1}{100\times 5 - \sqrt{3}\times 100}\right)$$

$$\therefore (\omega L-\frac{1}{\omega C})^2 = 3R^2 \qquad = \frac{10^{-2}}{500 - 173.2}$$

$$\therefore \omega L - \frac{1}{\omega C} = \sqrt{3}R \qquad = \frac{10^{-2}}{326.8} = 306 \times 10^{-7}$$

$$\therefore \omega L - \sqrt{3}R = \frac{1}{\omega C} \qquad = 30.6 \times 10^{-6} F$$

$$= 30.6\ \mu F$$

2.11 ટ્રાન્સફૉર્મર (Transformer)

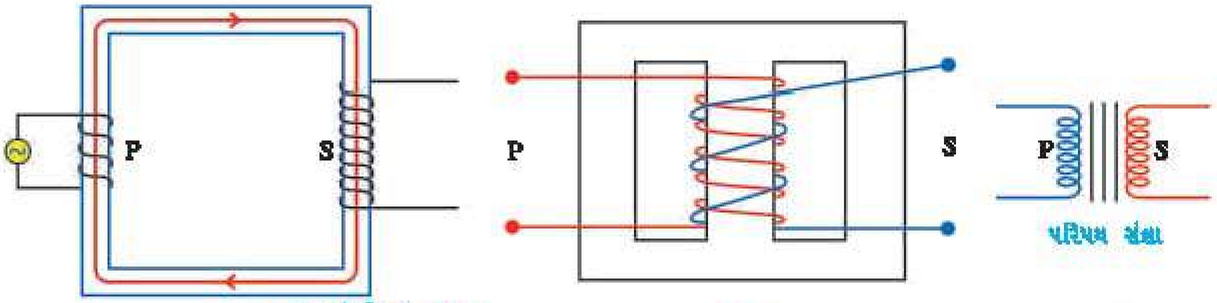
પાવરસ્ટેશનમાં ઉત્પન્ન થતો પાવર (P = VI)ને સેંકડો કિલોમીટર લાંબા પથરાયેલા કેબલ (વિદ્યુતવાહક) નેટવર્કમાં પસાર કરીને દૂર-દૂર આવેલા વસવાટો અને ઉદ્યોગોમાં પહોંચાડવાનો હોય છે. કેબલને પોતાનો કંઈક અવરોધ (R) હોય છે. વ્યવહારમાં શૂન્ય અવરોધવાળો કેબલ શક્ય નથી. આમ, કેબલના આ અવરોધ (R)માંથી વિદ્યુત પ્રવાહ (I) પસાર થવાથી I^2R જેટલો પાવર જૂલ ઉષ્મા-ઊર્જામાં રૂપાંતરિત થઈ વ્યય પામે છે. ઊર્જાની બચત કરવા માટે આ ઊર્જાનો વ્યય ઘટાડવો અત્યંત જરૂરી છે. આ માટે પાવર સ્ટેશનમાં ઉત્પન્ન કરેલા પાવરને નેટવર્કમાં મોકલતાં પહેલા પાવરના મૂલ્યમાં (P = VI) ફેરફાર કર્યા સિવાય પ્રવાહ Iનું મૂલ્ય ઘટાડવું જોઈએ. અત્રે સ્પષ્ટ છે કે પાવર Pના આપેલા મૂલ્ય માટે I ઘટાડીએ, તો વૉલ્ટેજ Vનું મૂલ્ય વધારવું પડે. સલામતીના કારણો સર તથા વ્યવહારમાં વપરાતાં વિદ્યુત-ઉપકરણોમાં ઓછા વૉલ્ટેજ (સામાન્ય રીતે 230 V અથવા 440 V) જરૂરી હોય છે. આ પાવર ઉદ્યોગોમાં કે રહેઠાણમાં આપતાં પહેલાં વૉલ્ટેજ Vનું મૂલ્ય ફરી પાછું ઘટાડવાની જરૂર પડે છે.

ઉપર્યુક્ત ચર્ચા અનુસાર આપણે એવી રચના વાપરવી જોઈએ કે જેમાં પાવરનો વ્યય થયા વિના (આદર્શ રીતે) એ.સી. વૉલ્ટેજને વધારી કે ઘટાડી શકાય. આ રચના એટલે જ ટ્રાન્સફૉર્મર. જે ટ્રાન્સફૉર્મર વડે આઉટ પુટ વૉલ્ટેજ વધારી શકાય તેને સ્ટેપ-અપ-ટ્રાન્સફૉર્મર કહે છે. જેના વડે આઉટપુટ વૉલ્ટેજને ઘટાડી શકાય તેને સ્ટેપ-ડાઉન-ટ્રાન્સફૉર્મર કહે છે. યાદ રાખો કે આદર્શ ટ્રાન્સફૉર્મરમાં પાવરનો વ્યય થતો નથી, માત્ર વૉલ્ટેજ વધારી કે ઘટાડી, પ્રવાહમાં અનુક્રમે ઘટાડો કે વધારો કરી શકાય છે.

સિદ્ધાંત : ટ્રાન્સફૉર્મર વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણના સિદ્ધાંત પર કાર્ય કરે છે.

રચના : આકૃતિ 2.25માં ટ્રાન્સફૉર્મરની રચના તથા સંકેત પરિપથ દર્શાવેલ છે. અહીં ઊંચી પારગમ્યતા ધરાતા લોખંડના લંબચોરસ કે બંધ ગાળો રચતા ગર્ભ પર વાહક તારનાં બે ગૂંચળાં એકબીજાંની નજીક વીંટાળવામાં આવ્યાં હોય છે. તાંબાના તારના બનેલાં આ ગૂંચળાંઓ લોખંડના ગર્ભથી અને એકબીજાંથી અલગ કરેલાં હોય છે. બેમાંના એક ગૂંચળાને પ્રાથમિક ગૂંચળું P અને બીજા ગૂંચળાને ગૌણ ગૂંચળું S કહે છે. પ્રાથમિક ગૂંચળાને એ.સી. પ્રાપ્તિસ્થાન સાથે જોડવામાં આવે છે.

સ્ટેપ-અપ ટ્રાન્સફૉર્મરમાં પ્રાથમિક ગૂંચળામાં આંટાઓની સંખ્યા ઓછી હોય છે અને તેનો તાંબાનો તાર જાડો હોય છે. ગૌણ ગૂંચળાનો તાર પાતળો અને તેમાં આંટાઓની સંખ્યા વધારે હોય છે. સ્ટેપ-ડાઉન ટ્રાન્સફૉર્મરમાં આનાથી ઊલટું હોય છે.



(a) ટ્રાન્સફૉર્મરની રચના (b) (c)

આકૃતિ 2.25

વ્યવહારમાં આકૃતિ 2.25 (b)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ઊંચી પારગમ્યતા ધરાવતા લોખંડના ગર્ભ પર એક ઉપર બીજું ગૂંચળું રહે તેમ પ્રાથમિક ગૂંચળાની ઉપર ગૌણ ગૂંચળું વીંટાળેલું હોય છે. લોખંડનો ગર્ભ ઘણા સ્તરો (પટ્ટીઓ) અંગ્રેજી અક્ષરો I (આઈ) તથા E આકારમાં પાસે પાસે મૂકી આકૃતિ 2.25 (b)માં દર્શાવેલ આકારનો બનાવવામાં આવે છે. આ રચના એક પછી એક આવતા-જતા સ્તરોમાં I અને Eનાં સ્થાનો અદલબદલ કરીને એકબીજા પર મૂકવામાં આવે છે. આ સ્તરો કે પટ્ટીઓ એકબીજાથી અલગ (Insulated) કરેલ હોય છે.

ઉપર્યુક્ત રીતે ગર્ભને બનાવવાથી તથા પ્રાથમિક ગૂંચળાની ઉપર ગૌણ ગૂંચળાને વીંટાળવાથી પ્રાથમિક ગૂંચળામાંના વિદ્યુતપ્રવાહને કારણે મળતી ચુંબકીય ક્ષેત્રમાંની લગભગ બધી જ ક્ષેત્રરેખાઓ ગૌણ ગૂંચળા સાથે સંકળાય છે, તથા eddy પ્રવાહોનું પ્રમાણ ઘટાડી શકાય છે.

ઉપર્યુક્ત સ્થિતિમાં ગૌણ ગૂંચળા (S) અને પ્રાથમિક ગૂંચળા (P) સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સ Φ_S અને Φ_P તેમની અંદર રહેલા આંટાઓની સંખ્યાઓ અનુક્રમે N_S અને N_Pના સમપ્રમાણમાં હોય છે.

$$\therefore \frac{\text{ગૌણ ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સ } \Phi_S}{\text{પ્રાથમિક ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સ } \Phi_P} = \frac{\text{ગૌણ ગૂંચળામાં આંટાઓની સંખ્યા } N_S}{\text{પ્રાથમિક ગૂંચળામાં આંટાઓની સંખ્યા } N_P} \quad (2.11.1)$$

હવે પ્રાથમિક ગૂંચળું એ.સી. પ્રાપ્તિસ્થાન સાથે જોડેલું હોવાથી તેમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ સમય સાથે (આવર્ત રીતે) સતત બદલાતો હોય છે અને તેથી તેની (પ્રાથમિક ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સ અને પરિણામે ગૌણ ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સમાં સતત આવર્ત ફેરફાર થાય છે અને ગૌણ ગૂંચળામાં પણ પ્રાથમિક ગૂંચળામાંના વોલ્ટેજ જેટલી જ આવૃત્તિવાળો A.C. વોલ્ટેજ પ્રેરિત થાય છે.

ફેરેડેના નિયમ અનુસાર,

પ્રાથમિક ગૂંચળામાં પ્રેરિત થતું emf $\varepsilon_P = -\frac{d\Phi_P}{dt}$ અને

ગૌણ ગૂંચળામાં પ્રેરિત થતું emf $\varepsilon_S = -\frac{d\Phi_S}{dt}$

હવે સમીકરણ (2.11.1) પરથી

$$\Phi_S = \frac{N_S}{N_P}\Phi_P$$

$$\therefore \frac{d\Phi_S}{dt} = \frac{N_S}{N_P}\frac{d\Phi_P}{dt}$$

$$\therefore \varepsilon_S = \frac{N_S}{N_P}\varepsilon_P$$

$$\therefore \frac{\varepsilon_S}{\varepsilon_P} = \frac{N_S}{N_P} = r \qquad (2.11.2)$$

અત્રે rને ટ્રાન્સફૉર્મેશન ગુણોત્તર કહે છે.

સ્ટેપ-અપ ટ્રાન્સફૉર્મર માટે $r > 1$ તથા સ્ટેપ-ડાઉન ટ્રાન્સફૉર્મર માટે $r < 1$.

અત્રે એ સ્પષ્ટ છે કે ટ્રાન્સફૉર્મેશન ગુણોત્તરને યોગ્ય રીતે પસંદ કરી સ્ટેપ-અપ કે સ્ટેપ-ડાઉન ટ્રાન્સફૉર્મર તૈયાર કરી શકાય છે.

આપણે એવું ધારેલું છે કે ટ્રાન્સફૉર્મરમાં ઊર્જાનો વ્યય થતો નથી. તેથી,

તત્કાલીન આઉટપુટ પાવર (એટલે કે ગૌણ ગૂંચળામાં તત્કાલીન પાવર) = તત્કાલીન ઇનપુટ પાવર (એટલે કે પ્રાથમિક ગૂંચળામાં તત્કાલીન પાવર)

$$\therefore \varepsilon_S I_S = \varepsilon_P I_P$$

$$\therefore \frac{\varepsilon_S}{\varepsilon_P} = \frac{I_P}{I_S} = \frac{N_S}{N_P} = r \qquad (2.11.3)$$

આપણી ઉપર્યુક્ત ધારણા આદર્શ છે, તેથી આવા ટ્રાન્સફૉર્મરને આદર્શ ટ્રાન્સફૉર્મર કહેવાય. વ્યવહારમાં પ્રાથમિક ગૂંચળામાંથી ઊર્જાનો થોડો ભાગ ઉષ્મા-ઊર્જા રૂપે થોડો ભાગ કોર (ગર્ભ)નું ચુંબકીય કરણ અને વિચુંબકીય કરણ અને કોરની (ગર્ભની) સપાટી પર બંને eddy પ્રવાહો ઉત્પન્ન કરવામાં વપરાતો હોય છે. પરિણામે આઉટપુટ ઊર્જા એ ઇનપુટ ઊર્જા કરતાં કંઈક ઓછી હોય છે.

ઉદાહરણ 15 : એક આદર્શ સ્ટેપ-અપ ટ્રાન્સફૉર્મરમાં ઇનપુટ વૉલ્ટેજ 110 V છે, તથા ગૌણ ગૂંચળામાં 10 A પ્રવાહ વહે છે. જો ટ્રાન્સફૉર્મેશન ગુણોત્તર 10 હોય તો આઉટપુટ વૉલ્ટેજ, પ્રાથમિક ગૂંચળામાં વીજપ્રવાહ અને ઇનપુટ પાવર તથા આઉટપુટ પાવર ગણો.

ઉકેલ : ટ્રાન્સફૉર્મેશન ગુણોત્તર $r = \frac{N_S}{N_P} = 10$

(1) $\frac{\varepsilon_S}{\varepsilon_P} = \frac{N_S}{N_P} \quad \therefore \varepsilon_S = \varepsilon_P \frac{N_S}{N_P} = 110\ (10)$

$\therefore \varepsilon_S$ = આઉટપુટ વૉલ્ટેજ 1100 V

(2) $\varepsilon_P I_P = \varepsilon_S I_S \Rightarrow I_P = \frac{\varepsilon_S}{\varepsilon_P} I_S$

$\therefore I_P = \frac{N_S}{N_P} I_S = (10)\ (10) = 100$ A

(3) ઇનપુટ પાવર = આઉટપુટ પાવર

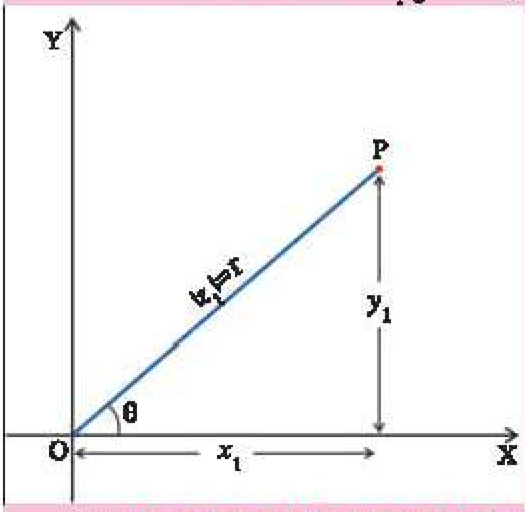
$\therefore \varepsilon_P I_P = \varepsilon_S I_S = (1100)\ (10) = 11000$ W

પરિશિષ્ટ A

સંકર સંખ્યાઓ (માત્ર જાણકારી માટે) (Complex Numbers (For Information Only))

સંકર સંખ્યાને $Z = x + jy$ સ્વરૂપે દર્શાવવામાં આવે છે. જ્યાં $j = \sqrt{-1}$ છે. તથા x અને y અનુક્રમે સંખ્યાના વાસ્તવિક અને કાલ્પનિક ભાગ છે. આ જ રીતે સંકર વિધેય $f(Z)$ને $f(Z) = f_1(x, y) + jf_2(x, y)$ તરીકે દર્શાવવામાં આવે છે. આપણા અભ્યાસ પૂરતાં નીચેનાં પરિણામોની જ જરૂર છે.

(1) કોઈ પણ સંકર સંખ્યાને ભૌમિતિક રીતે x અને y વડે રચાતા સમતલમાં યોગ્ય બિંદુ વડે દર્શાવી શકાય છે. આ સમતલ સંકર સમતલ તરીકે ઓળખાય છે. આકૃતિમાં $Z_1 = x_1 + jy_1$ સંકર સંખ્યાને બિંદુ P વડે દર્શાવેલ છે. આ બિંદુ Pનો x યામ Z_1ના વાસ્તવિક ભાગ જેટલો તથા y યામ કાલ્પનિક ભાગ જેટલો લેવામાં આવે છે. સંકર સંખ્યા Z_1નું માન $|Z_1| = r$ છે.



આકૃતિ પરથી,

$x_1 = r\cos\theta$ અને $y_1 = r\sin\theta$

$\therefore Z_1 = r\cos\theta + jr\sin\theta$

$\therefore Z_1 = r(\cos\theta + j\sin\theta)$

અહીં $e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$ છે.

આમ, સંકર સંખ્યાને $\therefore Z = |Z|\, e^{j\theta} = re^{j\theta}$, જ્યાં $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ વડે પણ દર્શાવી શકાય.

(2) સંકર સંખ્યા Zની અનુબદ્ધ સંકર સંખ્યા (Complex Conjugate) ને Z^* વડે દર્શાવવામાં આવે છે અને તે સંકર સંખ્યા Zમાં jને બદલે $-j$ લેવાથી મેળવી શકાય છે.

$\therefore Z^* = x - jy$ વળી, $ZZ^* = (x + jy)(x - jy) = (x^2 + y^2) = |Z|^2$ વડે પણ દર્શાવી શકાય.

(3) સંકર સંખ્યા Zનો વ્યસ્ત $\frac{1}{Z}$ પણ સંકર સંખ્યા છે. $\frac{1}{Z}$ને નીચે પ્રમાણે વાસ્તવિક ભાગ અને કાલ્પનિક ભાગ સ્વરૂપે દર્શાવી શકાય.

$$\frac{1}{Z} = \frac{Z^*}{ZZ^*} = \frac{Z^*}{|Z|^2} = \frac{(x - jy)}{(x^2 + y^2)} = \frac{x}{x^2 + y^2} - j\frac{y}{x^2 + y^2}$$

આમ, $\frac{1}{Z}$નો વાસ્તવિક ભાગ $\frac{x}{x^2 + y^2}$ અને કાલ્પનિક ભાગ $\frac{y}{x^2 + y^2}$ છે. કોઈ પણ સંકર સંખ્યા Z ના વાસ્તવિક (real) ભાગને આપણે Re(z) અને કાલ્પનિક (imaginary) ભાગને Im(z) વડે દર્શાવીશું.

પરિશિષ્ટ B

માત્ર જાણકારી માટે : $\Delta\omega$ માટેનું સૂત્ર : જ્યારે કોણીય આવૃત્તિ ω_2 હોય, ત્યારે

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}\right)^2}}$$

પણ, $\omega_2 = \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}$ (આકૃતિ 2.15 પરથી)

$$\therefore\ I_{rms} = \frac{V_{rms}}{\sqrt{R^2 + \left\{\left(\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}\right)L - \frac{1}{\left(\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}\right)C}\right\}^2}} \qquad \text{(A–1)}$$

હવે, $\left(\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}\right)L - \frac{1}{\left(\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}\right)C}$માં $C = \frac{1}{\omega_0^2 L}$ મૂકતાં, આ સૂત્ર નીચે પ્રમાણે લખાય :

$$\omega_0 L + \frac{(\Delta\omega)L}{2} - \frac{\omega_0^2 L}{\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}}$$

$$= \frac{\omega_0^2 L + \frac{(\Delta\omega)L\omega_0}{2} + \frac{(\Delta\omega)L\omega_0}{2} + \frac{(\Delta\omega)^2 L}{4} - \omega_0^2 L}{\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}}$$

$$= \frac{(\Delta\omega)L\omega_0}{\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}}$$ [અહીં, ઉપરના સૂત્રમાં $(\Delta\omega)^2$ પદ દ્વિતીય ક્રમનું હોવાથી તેને અવગણ્યું છે.]

હવે, $$\frac{(\Delta\omega)L\omega_0}{\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}} = (\Delta\omega)L\omega_0\left(\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}\right)^{-1}$$

$$= (\Delta\omega)L\left(1 + \frac{\Delta\omega}{2\omega_0}\right)^{-1}$$

$$= (\Delta\omega)L\left(1 - \frac{\Delta\omega}{2\omega_0}\right)$$

$$= (\Delta\omega)L$$

(અહીં પણ $(\Delta\omega)$માં દ્વિતીય અને એનાથી ઉચ્ચ ઘાતાંકવાળાં પદો અવગણ્યાં છે.) આ પરિણામ સમીકરણ (A – 1)માં મૂકતાં,

$$\therefore\ I_{rms} = \frac{V_{rms}}{\sqrt{R^2 + (L\Delta\omega)^2}} \qquad \text{(A–2)}$$

પણ, જ્યારે આવૃત્તિ ω_2 છે, ત્યારે

$$I_{rms} = \frac{I_{rms}\,(\max)}{\sqrt{2}} = \frac{V_{rms}}{\sqrt{2}R}$$

I_{rms}નું આ મૂલ્ય સમીકરણ (8.7.6)માં મૂકતાં,

$$\frac{V_{rms}}{\sqrt{2}R} = \frac{V_{rms}}{\sqrt{R^2 + (L\Delta\omega)^2}}$$

$$\therefore\ 2R^2 = R^2 + (L\Delta\omega)^2$$

$$\therefore\ R^2 = (L\Delta\omega)^2$$

$$\therefore\ R = L\Delta\omega^2 \Rightarrow \Delta\omega = \frac{R}{L}$$

સારાંશ

1. આ પ્રકરણમાં આપણે જુદા-જુદા A.C. પરિપથનો અભ્યાસ કર્યો, જેમાં L-C-R શ્રેણી A.C., પરિપથ માટે વિદ્યુતભારના વિકલ સમીકરણ

$\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{L}{R}\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{LC} = \frac{V_m}{L}\cos\omega t$ તથા યંત્રશાસ્ત્રમાં આવતા બળપ્રેરિત દોલનોના વિકલ સમીકરણ $\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{b}{m}\frac{dy}{dt} + \frac{k}{m}y = \frac{F_0}{m}\sin\omega t$ના સામ્ય પરથી યાંત્રિક રાશિઓ અને વિદ્યુત રાશિઓ વચ્ચેની સામ્યતા મેળવી.

L–C–R A.C. પરિપથ માટે સંકર સંખ્યાનો ઉપયોગ કરી સંકર પ્રવાહનું સૂત્ર

$$i = \frac{V_m e^{j\omega t}}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$ (મેળવીને જોયું કે)

પ્રવાહ અને વૉલ્ટેજનાં તત્કાલીન મૂલ્યો માટે ઉપર્યુક્ત સમીકરણને ઓહ્મના નિયમના સમીકરણ સાથે સરખાવી શકાય છે. આ પરથી જેવી રીતે પ્રવાહ પર અવરોધની અસર R વડે મળે છે તેવી જ રીતે ઇન્ડક્ટર અને કેપેસિટરની અસરો અનુક્રમે $j\omega L$ અને $\frac{-j}{\omega C}$ વડે મળે છે. $j\omega L$ને ઇન્ડક્ટરનો ઇન્ડક્ટિવ રિએક્ટન્સ અને $\frac{-j}{\omega C}$ને કેપેસિટરનો કેપેસિટિવ રિએક્ટન્સ કહે છે. તેમની સંજ્ઞાઓ Z_L અને Z_C વડે દર્શાવવામાં આવે છે. તથા તેમનાં મૂલ્યો અનુક્રમે X_L અને X_C વડે દર્શાવવામાં આવે છે.

$\therefore |Z_L| = X_L = \omega L$ અને $|Z_C| = X_C = \frac{1}{\omega C}$

Z_L, Z_C અને Rના સરવાળાને શ્રેણી-પરિપથનો ઇમ્પિડન્સ (Z) કહે છે.

$\therefore Z = R + Z_L + Z_C = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$.

તથા તેનું મૂલ્ય $|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$ થાય.

વિદ્યુતભારના વિકલ સમીકરણનો ઉપયોગ કરી સંકર પ્રવાહ મેળવી તેમના વાસ્તવિક ભાગ પરથી પ્રવાહ Iનું સૂત્ર $I = \frac{V_m \cos(\omega t - \delta)}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{V_m \cos(\omega t - \delta)}{|Z|}$ મેળવ્યું, જ્યાં δ પ્રવાહ અને વૉલ્ટેજ વચ્ચેનો કળા-તફાવત છે, જે સૂત્ર $\tan\delta = \frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R}$ પરથી મેળવી શકાય છે.

2. (1) માત્ર ઇન્ડક્ટર ધરાવતા A.C. પરિપથ માટે

$Z = j\omega L = jX_L$ તથા $|Z| = \omega L = X_L$, $\delta = \frac{\pi}{2}$

અને પ્રવાહ $I = \frac{V_m \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})}{\omega L} = \frac{V_m \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})}{X_L}$

(2) માત્ર કેપેસિટર ધરાવતા A.C. પરિપથ માટે

$Z = \frac{-j}{\omega C}$ તથા $|Z| = \frac{1}{\omega C} = X_C$, $\delta = -\frac{\pi}{2}$

અને પ્રવાહ $I = \frac{V_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)}{\left(\frac{1}{\omega C}\right)} = \frac{V_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)}{X_C}$

(3) R અને L શ્રેણીમાં હોય તેવા A.C. પરિપથ માટે

$Z = R + j\omega L \therefore Z\sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{R^2 + X_L^2}$

$\delta = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right)$ અને

પ્રવાહ $I = \frac{V_m \cos(\omega t - \delta)}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = \frac{V_m \cos(\omega t - \delta)}{\sqrt{R^2 + (X_L)^2}}$

(4) R અને C શ્રેણીમાં હોય તેવા A.C. પરિપથ માટે

$Z = R - \frac{j}{\omega C} = R - jX_C$

$\therefore |Z| = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + X_C^2}$ અત્રે

$\delta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\omega CR}\right)$ તથા δનું મૂલ્ય ઋણ હોય છે અને પ્રવાહ

$I = \frac{V_m \cos(\omega t + \delta)}{\sqrt{R^2 + (\frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{V_m \cos(\omega t + \delta)}{\sqrt{R^2 + X_C{}^2}}$

(5) L અને C શ્રેણીમાં હોય તેવા A.C. પરિપથ માટે

$Z = j\omega L - \frac{j}{\omega C} = jX_L - jX_C$

$\therefore |Z| = \omega L - \frac{1}{\omega C} = X_L - X_C$

અત્રે $\omega L > \frac{1}{\omega C}$ લેતાં $\delta = \frac{\pi}{2}$

તથા પ્રવાહ $I = \frac{V_m \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} = \frac{V_m \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})}{X_L - X_C}$

(6) L અને Cના સમાંતર જોડાણ સાથે R શ્રેણીમાં હોય તેવા A.C. પરિપથ માટે

$Z = R - \frac{j}{\omega C - \frac{1}{\omega L}} = R - \left(\frac{j}{X_C - X_L}\right)$

$\omega C > \frac{1}{\omega L}$ માટે $\delta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{R(\omega C - \frac{1}{\omega L})}\right)$

ત્યાં, $|Z| = \sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C - \frac{1}{\omega L})}}$ અને પ્રવાહ

$$I = \frac{V_m \cos(\omega t + \delta)}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C - \frac{1}{\omega L})^2}}}$$

3. વૉલ્ટેજ અને પ્રવાહનાં rms (root mean square) મૂલ્યો માટેનાં સૂત્રો

$V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$ તથા $I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$

જ્યાં, V_m અને I_m અનુક્રમે વૉલ્ટેજ અને પ્રવાહના મહત્તમ મૂલ્યો છે.

4. L-C-R પરિપથમાં અનુનાદ વખતે $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$ જ્યાં ω_0 અનુનાદ કોણીય આવૃત્તિ છે તથા પ્રવાહ

$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{R}$ થશે.

વળી, $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Q-ફેક્ટર $= \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$

$\Delta\omega$ને હાફપાવર બૅન્ડવીડ્થ કહે છે. $\Delta\omega = \frac{R}{L}$ થાય.

$\therefore\ Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$ થાય.

Q ફેક્ટર-અનુનાદ $I_{rms} \rightarrow \omega$ વક્રની તીક્ષ્ણતા આપે છે.

5. ફેઝરનો ઉપયોગ કરી A.C. પરિપથના જુદા જુદા કિસ્સાઓમાં વૉલ્ટેજ અને પ્રવાહ વચ્ચેના કળા-તફાવતો સહેલાઈથી મેળવી શકાય છે, તે જોયું.

6. L–C ટૅન્ક પરિપથમાં થતા વિદ્યુતભારનાં દોલનો પરથી જોયું કે જ્યારે કૅપેસિટર મહત્તમ વિદ્યુતભાર ધરાવે છે, ત્યારે બધી જ ઊર્જા કૅપેસિટરમાંના વિદ્યુતક્ષેત્રમાં સંગૃહીત હોય છે અને જ્યારે ઇન્ડક્ટરમાંથી મહત્તમ વિદ્યુતપ્રવાહ વહેતો હોય છે, ત્યારે બધી જ ઊર્જા ઇન્ડક્ટરમાં ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં સંગૃહીત થયેલી હોય છે. વળી, દોલનોની કોણીય આવૃત્તિ

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

7. AC-પરિપથમાં વાસ્તવિક પાવર $P = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cos\delta$ વડે આપી શકાય છે. જ્યાં V_m અને I_m અનુક્રમે મહત્તમ વૉલ્ટેજ અને મહત્તમ પ્રવાહ છે. તથા δ વૉલ્ટેજ અને પ્રવાહ વચ્ચેનો કળા-તફાવત છે. અત્રે cosδને પાવર-ફેક્ટર કહેવામાં આવે છે.

(i) પરિપથમાં પાત્ર અવરોધ હોય ત્યારે,

$\delta = 1 \Rightarrow \cos\delta = 1$

$\therefore P = V_{rms} I_{rms}$

(ii) પરિપથમાં માત્ર ઈન્ડક્ટર હોય ત્યારે,

$\delta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos\delta = 0$

$\therefore P = V_{rms} I_{rms} (0) = 0$

(iii) પરિપથમાં માત્ર કૅપેસિટર હોય ત્યારે,

$\delta = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos\delta = 0$

$\therefore P = V_{rms} I_{rms} (0) = 0$

આમ, માત્ર ઈન્ડક્ટર કે માત્ર કૅપેસિટર ધરાવતા A.C. પરિપથમાં P = 0 છે. આ સ્થિતિમાં પરિપથમાંથી વહેતા પ્રવાહને વૉટલેસ (Wattless) પ્રવાહ કહે છે.

8. ટ્રાન્સફૉર્મરની મદદથી A.C. વૉલ્ટેજને ઘટાડી કે વધારી શકાય છે. જે ટ્રાન્સફૉર્મરની મદદથી A.C. વૉલ્ટેજ વધારી શકાય તેને સ્ટેપ-અપ ટ્રાન્સફૉર્મર કહે છે. તથા જેનાથી વૉલ્ટેજ ઘટાડી શકાય તેને સ્ટેપ-ડાઉન ટ્રાન્સફૉર્મર કહે છે. આદર્શ ટ્રાન્સફૉર્મરમાં તત્કાલીન ઈનપુટ પાવર $(I_P \varepsilon_P)$ = તત્કાલીન આઉટપુટ પાવર $(I_S \varepsilon_S)$ થાય.

ટ્રાન્સફૉર્મર વિદ્યુત ચુંબકીય પ્રેરણના સિદ્ધાંત પર કાર્ય કરે છે.

$\frac{\varepsilon_S}{\varepsilon_P} = \frac{I_P}{I_S} = \frac{N_S}{N_P} = r$ જ્યાં r ને ટ્રાન્સફૉર્મેશન ગુણોત્તર કહે છે.

વ્યવહારમાં વપરાતા ટ્રાન્સફૉર્મરમાં પ્રાથમિક ગૂંચળામાંની વિદ્યુત ઊર્જાનો થોડો ભાગ ઉષ્મા-ઊર્જા રૂપે, થોડો ભાગ કોરનું ચુંબકીયકરણ અને વિચુંબકીયકરણ કરવામાં અને eddy પ્રવાહો ઉત્પન્ન કરવામાં વપરાતો હોવાથી આઉટપુટ ઊર્જા એ ઈનપુટ ઊર્જા કરતાં ઓછી હોય છે. એટલે કે આઉટપુટપાવર એ ઈનપુટ-પાવર કરતાં કંઈક ઓછો હોય છે.

સ્વાધ્યાય

નીચેના વિધાનો માટે આપેલ વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરો :

1. એક A.C. પરિપથમાં પ્રવાહનું મૂલ્ય 1 સેકન્ડમાં 120 વખત શૂન્ય થાય છે, તો A.C. પ્રવાહની આવૃત્તિ .... Hz થાય.

(A) 50 (B) 100 (C) 60 (D) 120

2. L–R A.C. પરિપથમાં t સમયે વિદ્યુતપ્રવાહ I અને વિદ્યુતપ્રવાહના ફેરફારનો સમય દર $\frac{dI}{dt}$ છે, તો ઈન્ડક્ટરના બે છેડા વચ્ચે વિદ્યુતસ્થિતિમાનના તફાવતનું મૂલ્ય .... હોય.

(A) $L\frac{dI}{dt}$ (B) $\frac{1}{L}\frac{dI}{dt}$ (C) LI (D) $\frac{L}{I}$

3. L-C-R પરિપથમાં A.C. પ્રાપ્તિસ્થાનની કોણીય આવૃત્તિ ઘટાડતાં કેપેસિટિવ રિએક્ટન્સ .... અને ઇન્ડક્ટિવ રિએક્ટન્સ ....

(A) વધે, ઘટે (B) વધે, વધે (C) ઘટે, વધે (D) ઘટે, ઘટે

4. L-C-R (A.C.) શ્રેણી-પરિપથમાં ઇમ્પિડન્સ ન્યૂનતમ ક્યારે બને છે?

(A) જ્યારે અવરોધ શૂન્ય હોય ત્યારે

(B) જ્યારે ઇમ્પિડન્સનું મૂલ્ય શૂન્ય થાય ત્યારે

(C) જ્યારે વિદ્યુપ્રવાહનું મૂલ્ય શૂન્ય થાય ત્યારે

(D) જ્યારે ઇમ્પિડન્સનો કાલ્પનિક ભાગ શૂન્ય થાય ત્યારે

5. L-C-R (AC) શ્રેણી-પરિપથમાં Q-ફેક્ટરનું મૂલ્ય ....

(A) લગાડેલ AC વૉલ્ટેજની આવૃત્તિ પર આધાર રાખે છે.

(B) L, R અને C એમ ત્રણેયનાં મૂલ્યો પર આધાર રાખે છે.

(C) માત્ર L અને C નાં મૂલ્યો પર આધાર રાખે છે.

(D) પાવર ફેક્ટર પર આધાર રાખે અને ન પણ રાખે.

6. એક AC પરિપથમાં V અને I નીચેનાં સમીકરણો વડે આપવામાં આવ્યાં છે :

$V = 100 \sin(100t)$ V, $I = 100 \sin\left(100t + \frac{\pi}{3}\right)$ mA તો પરિપથમાં પાવર .... W.

(A) 10^4 (B) 10 (C) 2.5 (D) 5.0

7. 100 Ω અવરોધ અને 1 H ઇન્ડક્ટન્સના શ્રેણી-જોડાણવાળા પરિપથમાંથી $\frac{50}{\pi}$ Hz આવૃત્તિવાળો A.C. પ્રવાહ પસાર કરતાં વૉલ્ટેજ અને પ્રવાહ વચ્ચેનો કળા-તફાવત .... થાય.

(A) 60° (B) 45° (C) 30° (D) 90°

8. L-C શ્રેણી AC પરિપથ માટે $X_L > X_C$ હોય, તો પ્રવાહ વૉલ્ટેજ કરતાં કળામાં .... હોય છે.

(A) $\frac{\pi}{2}$ જેટલો પાછળ (B) $\frac{\pi}{2}$ જેટલો આગળ (C) π જેટલો આગળ (D) π જેટલો પાછળ

9. તત્કાલીન AC પ્રવાહ $I = 100\cos(200t + 45°)$ A માટે પ્રવાહનું rms મૂલ્ય કેટલું થાય?

(A) $50\sqrt{2}$ A (B) 100 A (C) $100\sqrt{2}$ A (D) શૂન્ય

10. L-C-R AC શ્રેણી-પરિપથમાં અનુનાદ માટે અનુનાદ-આવૃત્તિ f_0 = ... થાય.

(A) $\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ (B) $\frac{2\pi}{\sqrt{LC}}$ (C) $\frac{\sqrt{LC}}{2\pi}$ (D) $\frac{2\pi}{LC}$

11. R અવરોધવાળી અને L ઇન્ડક્ટન્સવાળી એક કૉઇલ V વૉલ્ટના A.C. ઉદ્‌ગમ સાથે જોડી છે. જો ઉદ્‌ગમની કોણીય આવૃત્તિ ω $rad s^{-1}$ હોય, તો પરિપથમાં પ્રવાહ ....

(A) $\frac{V}{R}$ (B) $\frac{V}{L}$ (C) $\frac{V}{R+L}$ (D) $\frac{V}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$

12. એક ઇન્ડક્ટર (ઇન્ડક્ટન્સ, L henry)ને $V = V_0 \sin\omega t$ (V)ના A.C. ઉદ્‌ગમ સાથે જોડેલ છે, તો ઇન્ડક્ટરમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ I = ... A.

(A) $\frac{V_0}{\omega L}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)$ (B) $\frac{V_0}{\omega L}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)$

(C) $V_0\omega L\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)$ (D) $\frac{\omega L}{V_0}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)$

13. L-C-R એ.સી. શ્રેણી-પરિપથના ત્રણેય ઘટકોના બે છેડા વચ્ચેના વીજ સ્થિતિમાનના તફાવત અનુક્રમે V_L, V_C અને V_R હોય તો A.C. પ્રાપ્તિસ્થાનનો વોલ્ટેજ .... હશે.

(A) $V_L + V_C + V_R$ (B) $V_R + V_L - V_C$

(C) $\sqrt{V_R^2 + (V_L + V_C)^2}$ (D) $\sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2}$

14. R-C પરિપથમાં કેપેસિટરની પ્લેટ પરનો વિદ્યુતભાર વધતો હોય, ત્યારે પ્રાપ્તિસ્થાનમાંથી મળતી ઊર્જા ....માં સંગ્રહ પામે છે.

(A) વિદ્યુતક્ષેત્ર (B) ચુંબકીય ક્ષેત્ર

(C) ગુરુત્વીય ક્ષેત્ર (D) ચુંબકીય ક્ષેત્ર અને વિદ્યુતક્ષેત્ર બંનેમાં

15. એક L-C દોલનો કરતા પરિપથમાં જો કેપેસિટરની પ્લેટ પરનો મહત્તમ વિદ્યુતભાર Q હોય તો જ્યારે ઊર્જા ચુંબકીય ક્ષેત્ર અને વિદ્યુતક્ષેત્રમાં સરખી સંગ્રહ પામેલી હોય તે સ્થિતિમાં કેપેસિટરની પ્લેટ પરનો વિદ્યુતભાર કેટલો હશે?

(A) $\frac{Q}{3}$ (B) $\frac{Q}{\sqrt{2}}$ (C) Q (D) $\frac{Q}{2}$

16. L-C-R AC પરિપથ માટે અનુનાદ આવૃત્તિ 600 Hz and હાફપાવર બિંદુઓએ આવૃત્તિઓ 550 Hz અને 650 Hz છે, તો Q-ફેક્ટર કેટલો હશે?

(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) 6 (D) 3

17. $V = 200\sqrt{2}\sin 100\,t$ (V) વડે અપાતો એક ઑલ્ટરનેટિંગ વોલ્ટેજ, 1 μFના કેપેસિટરને આપવામાં આવ્યો છે, તો પરિપથમાં જોડેલા એમીટરનું અવલોકન .... mA હશે.

(A) 100 (B) 20 (C) 40 (D) 80

18. AC પરિપથમાં પાવર, $P = V_{rms}I_{rms}\cos\delta$ વડે આપવામાં આવે છે, તો L-C-R શ્રેણી-પરિપથમાં, અનુનાદ વખતે પાવર ફૅક્ટર .... હશે.

(A) શૂન્ય (B) 1 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

19. વ્યવહારમાં વપરાતા સ્ટેપ-અપ ટ્રાન્સફૉર્મરમાં આઉટપુટ પાવર .... હોય.

(A) ઇનપુટ પાવર કરતાં વધારે હોય છે. (B) ઇનપુટ પાવર જેટલો જ હોય છે.

(C) પાવરકટ વખતે પણ જળવાઈ રહે છે. (D) ઇનપુટ પાવર કરતાં ઓછો હોય છે.

20. સંપૂર્ણ ચાર્જ કરેલા કેપેસિટર સાથે તૈયાર કરેલ L-C ઑસ્સિલેટર પરિપથમાં સમય પસાર થાય છે, તેમ ....

(A) ક્રમશઃ વિદ્યુતપ્રવાહ વધતો જાય છે

(B) પરિપથની ઊર્જા વધતી જાય છે

(C) પરિપથની ઊર્જા ઘટતી જાય છે

(D) પરિપથ દ્વારા વિદ્યુતચુંબકીય વિકિરણનું સતત શોષણ થતું રહે છે

21. બે ઇન્ડક્ટર L_1 અને L_2 સમાંતરમાં જોડતાં પરિણામી ઇન્ડક્ટર 2.4 H થાય છે તથા આ બે ઇન્ડક્ટરને શ્રેણીમાં જોડતા પરિણામી ઇન્ડક્ટર 10 H થાય છે. તો આ બંને ઇન્ડક્ટરો L_1 અને L_2નાં મૂલ્યો
(A) 6H, 4H (B) 5H, 5H (C) 7H, 3H (D) 8H, 2H

22. A.C. વૉલ્ટેજમાં વધારો કે ઘટાડો કરવામાં કઈ રચનાનો ઉપયોગ થાય છે ?
(A) ઑસ્સિલેટર (B) વૉલ્ટમીટર (C) ટ્રાન્સફૉર્મર (D) રેક્ટિફાયર

23. સ્ટેપ-ડાઉન ટ્રાન્સફૉર્મર માટે ટ્રાન્સફૉર્મેશન ગુણોત્તરનું મૂલ્ય .... હોય છે.
(A) $r > 1$ (B) $r < 1$ (C) $r = 1$ (D) $r = 0$

24. આદર્શ સ્ટેપ-અપ ટ્રાન્સફૉર્મર માટે પ્રાથમિક ગૂંચળાનો પ્રવાહ I_P અને ગૌણ ગૂંચળાનો પ્રવાહ I_S તથા આ ગૂંચળાઓના વૉલ્ટેજ અનુક્રમે V_P અને V_S હોય તો,
(A) $I_SV_S = I_PV_P$ (B) $I_SV_S > I_PV_P$ (C) $I_SV_S < I_PV_P$ (D) $I_SV_P < I_PV_S$

25. એક AC પરિપથમાં 2A પ્રવાહ તથા 220 વૉલ્ટ વીજસ્થિતિમાનનો તફાવત છે. જો પરિપથમાં વપરાતો પાવર 40W હોય, તો પાવરફૅક્ટર ....
(A) 0.9 (B) 0.09 (C) 1.8 (D) 0.18

જવાબો

1. (C)	2. (A)	3. (A)	4. (D)	5. (B)	6. (C)
7. (B)	8. (A)	9. (A)	10. (A)	11. (D)	12. (B)
13. (A)	14. (A)	15. (B)	16. (C)	17. (B)	18. (B)
19. (D)	20. (C)	21. (A)	22. (C)	23. (B)	24. (A)
25. (B)					

નીચેના પ્રશ્નોના ટૂંકમાં જવાબ આપો :

1. વૉલ્ટમીટર દ્વારા AC વૉલ્ટેજનું કયું મૂલ્ય માપી શકાય છે ?
2. $\frac{1}{\omega L}$ અને ωCના એકમો જણાવો.
3. અનુનાદ વખતે L-C-R A.C. શ્રેણી-પરિપથ માટે પ્રવાહ અને વૉલ્ટેજ વચ્ચે કળાનો તફાવત કેટલો હોય છે ?
4. L-C-R AC શ્રેણી-પરિપથ માટે અનુનાદની શરત જણાવો.
5. અનુનાદની તીક્ષ્ણતા કઈ રાશિ વડે જાણી શકાય ?
6. હાફ પાવર બૅન્ડવીડ્થની વ્યાખ્યા આપો.
7. Q-ફૅક્ટર કઈ બાબતો પર આધાર રાખે છે ?
8. વાસ્તવિક પાવરની વ્યાખ્યા આપો.
9. આદર્શ ટ્રાન્સફૉર્મર માટે આઉટપુટ પાવર અને ઇનપુટ પાવર વચ્ચેનો સંબંધ જણાવો.
10. A.C. માટે વાસ્તવિક પાવર અને મહત્તમ-પાવર વચ્ચેનો સંબંધ લખો.
11. Q-ફૅક્ટર શાનું માપ આપે છે ?
12. દોલન કરતો વીજભાર શાનું ઉત્સર્જન કરે છે ?
13. ટ્રાન્સફૉર્મર કયા સિદ્ધાંત પર કાર્ય કરે છે ?
14. ટ્રાન્સફૉર્મરમાં eddy પ્રવાહની અસરો ઘટાડવાનું શું કરવામાં આવે છે ?
15. ટ્રાન્સફૉર્મેશન ગુણોત્તર કોને કહેવાય ?
16. આદર્શ ટ્રાન્સફૉર્મર કોને કહેવાય ?

17. L-C ઓસ્સિલેટર પરિપથમાં ઇન્ડક્ટર સાથે સંકળાયેલ મહત્તમ ઊર્જાનું મૂલ્ય જણાવો.

18. L-C ઓસ્સિલેટરમાં કેપેસિટર સાથે સંકળાયેલી મહત્તમ ઊર્જાનું મૂલ્ય જણાવો.

19. rms મૂલ્ય એટલું શું?

નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

1. માત્ર અવરોધ ધરાવતા AC પરિપથ માટેના AC પરિપથના સમય અને પ્રવાહના ($I \rightarrow t$) આલેખ પરથી ઑલ્ટરનેટિંગ પ્રવાહની સમજૂતી આપો.

2. L.C. અને R, A.C. વૉલ્ટેજ $V = V_m \cos \omega t$ સાથે શ્રેણીમાં જોડેલા છે, તો વિદ્યુતભાર માટેનું વિકલ સમીકરણ મેળવો.

3. A.C., L-C-R શ્રેણી-પરિપથ માટે પ્રવાહ માટેનું વિકલ સમીકરણ સંકર સ્વરૂપે લખો અને તેના પરથી સંકર પ્રવાહ માટેનું સૂત્ર મેળવો.

4. AC, L-C-R શ્રેણી-પરિપથ માટે ઇમ્પિડન્સનું સૂત્ર લખો અને ઇમ્પિડન્સને સંકર સમતલમાં દર્શાવો. આ ઉપરથી ઇમ્પિડન્સનું મૂલ્ય તથા વૉલ્ટેજ અને પ્રવાહ વચ્ચે કળા-તફાવતનાં સૂત્રો મેળવો.

5. માત્ર ઇન્ડક્ટર ધરાવતા A.C. પરિપથ માટે પ્રવાહનું સૂત્ર મેળવો. (યોગ્ય આકૃતિ અને આલેખ દોરો.)

6. માત્ર કેપેસિટર ધરાવતા પરિપથ માટે પ્રવાહનું સૂત્ર મેળવો. (યોગ્ય આકૃતિ અને આલેખ દોરો.)

7. અવરોધ અને ઇન્ડક્ટર ધરાવતા A.C. શ્રેણી-પરિપથ માટે વિદ્યુત-પ્રવાહનું સમીકરણ મેળવો. (યોગ્ય આકૃતિ અને આલેખ દોરો.)

8. અવરોધ અને કેપેસિટર ધરાવતા A.C. શ્રેણી-પરિપથ માટે પ્રવાહનું સૂત્ર મેળવો. (યોગ્ય આકૃતિ અને આલેખ દોરો.)

9. ઇન્ડક્ટર અને કેપેસિટર ધરાવતા A.C. શ્રેણી-પરિપથ માટે પ્રવાહનું સૂત્ર મેળવો. (યોગ્ય આકૃતિ અને આલેખ દોરો.)

10. A.C., L-C-R શ્રેણી પરિપથના અનુનાદ માટે અનુનાદ્આવૃત્તિ અને અનુનાદ વખતે પ્રવાહનું સૂત્ર rms પ્રવાહના (I_{rms}) સૂત્ર પરથી મેળવો.

11. $I_{rms} \rightarrow \omega$નો આલેખ A.C., L-C-R શ્રેણી-પરિપથ માટે દોરો તેની પરથી Q-ફેક્ટરની સમજૂતી આપો.

12. L-C ઓસ્સિલેટર માટે વીજભાર અને પ્રવાહના સમીકરણ પરથી L-C દોલનો સમજાવો.

13. AC પરિપથ માટે $P = V_{rms} I_{rms} \cos\delta$ મેળવો.

14. $P = V_{rms} I_{rms} \cos\delta$ની મદદથી AC પરિપથ માટેના ખાસ કિસ્સા ચર્ચો.

15. પાવર ટ્રાન્સમિશન અને વિતરણ માટે ટ્રાન્સફૉર્મરની જરૂરિયાત સમજાવો તથા સ્ટેપ-અપ અને સ્ટેપ-ડાઉન ટ્રાન્સફૉર્મરની સમજૂતી આપો.

નીચેના દાખલા ગણો :

1. 110 V, 10 Wનો લેમ્પ 220 V અને 50 Hzવાળા AC ઉદ્‌ગમ સાથે વાપરવો હોય, તો પરિપથમાં જરૂરી ચોક કૉઇલનો ઇન્ડક્ટન્સ શોધો. [જવાબ : L = 6.67 H]

2. 230 Vનો અને 500 Hz આવૃત્તિવાળો એક AC ઉદ્‌ગમ L = 8.1 mH, C = 12.5 μF અને R = 100 Ω સાથે શ્રેણીમાં જોડેલ છે, તો અવરોધના બે છેડા વચ્ચે વોલ્ટેજ શોધો. [જવાબ : 230 volt]

3. મિડિયમવેવ બ્રોડકાસ્ટ બૅન્ડમાં એક રેડિયો 800 kHz થી 1200 kHzના ગાળામાં ટ્યૂન કરી શકાય છે. જો આ રેડિયોના L-C પરિપથમાં અસરકારક ઇન્ડક્ટન્સ 200 μH હોય, તો તેના ચલ-કેપેસિટરની રેન્જ કેટલી હોવી જોઈએ ? [જવાબ : 88 pF થી 198 pF]

4. 0.5 Hનું એક ઇન્ડક્ટર અને 200 Ωનો એક અવરોધ 230 V, 50 Hzના એ.સી. પ્રાપ્તિસ્થાન સાથે શ્રેણીમાં જોડેલ છે, તો (1) ઇન્ડક્ટરમાં મહત્તમ પ્રવાહ શોધો. (2) વિદ્યુતપ્રવાહ અને વૉલ્ટેજ વચ્ચેનો કળા-તફાવત અને સમય તફાવત શોધો. [જવાબ : I_{max} = 1.28 A, 38°8′ અને 2.1 ms]

5. એક આદર્શ સ્ટેપ-અપ ટ્રાન્સફૉર્મરમાં ઇનપુટ એ.સી. વૉલ્ટેજ 220V છે. ગૌણ ગૂંચળાના પરિપથમાં વિદ્યુતપ્રવાહ 2.5A છે. જો પ્રાથમિક અને ગૌણ ગૂંચળા માટેના આંટાની સંખ્યાનો ગુણોત્તર 1:10 હોય, તો (i) આઉટપુટ વૉલ્ટેજ (ii) પ્રાથમિક ગૂંચળામાં વિદ્યુતપ્રવાહ (iii) આઉટપુટ અને ઇનપુટ પાવર શોધો.

[જવાબ : 2200V, 25 A, 5500W]

6. એક એ.સી. પરિપથમાં L અને R શ્રેણીમાં જોડેલા છે. એ.સી. વૉલ્ટેજનું મહત્તમ મૂલ્ય 220 V છે. ગૂંચળાનો રિઍક્ટન્સ 60 Ω અને R = 80 Ω છે, તો પરિપથમાં વપરાતો પાવર અને પાવર-ફૅક્ટર શોધો.

[જવાબ : 193.6 W, 0.8]

7. સાબિત કરો કે એ.સી. પ્રાપ્તિસ્થાનમાંથી મળતો વૉલ્ટેજ જો $V = V_m \sin\omega t$ હોય, તો તેનું આવર્તકાળના અર્ધચક્ર પર સરેરાશ મૂલ્ય $\frac{2V_m}{\pi}$ જેટલું હોય છે.

8. એક એ.સી. જનરેટરમાં $t = 0$ સમયે, V = 0 V છે અને $t = \frac{1}{100\pi}$ સેકન્ડે V = 2V છે. આમ, વધતો વૉલ્ટેજ 100Vના મૂલ્ય સુધી પહોંચ્યા બાદ ઘટવા લાગે છે, તો વૉલ્ટેજની આવૃત્તિ શોધો.

[જવાબ : 1 Hz]

9. માત્ર ઇન્ડક્ટર ધરાવતા એ.સી. પરિપથમાં આવૃત્તિ 159.2 Hz, V_m = 100V અને ઇન્ડક્ટન્સ L = 1H છે, તો પરિપથમાં પસાર થતા પ્રવાહનું સમીકરણ મેળવો. અત્રે વૉલ્ટેજ $V = V_m \cos\omega t$ લો.

[જવાબ : $I = 0.1\cos\left(1000t - \frac{\pi}{2}\right)$ A]

10. એક R-C એ.સી. પરિપથમાં મહત્તમ વૉલ્ટેજ 220V તથા મહત્તમ પ્રવાહ 4.4A છે, તો પરિપથમાં વપરાતો પાવર અને પાવર-ફૅક્ટર ગણો. (અત્રે X_C = 30 Ω and R = 40 Ω) [જવાબ : 387.2 W, 0.8]

11. એક R-L પરિપથમાં 1Hનું ઇન્ડક્ટર તથા 100 Ωનો અવરોધ મહત્તમ વૉલ્ટેજ 220V, 50Hzવાળા એ.સી. પ્રાપ્તિસ્થાન સાથે શ્રેણીમાં જોડેલા છે. તો ઇન્ડક્ટરમાંથી પસાર થતો મહત્તમ પ્રવાહ તથા વૉલ્ટેજ અને વિદ્યુત-પ્રવાહ વચ્ચેનો કળા-તફાવત શોધો. [જવાબ : 0.668 A, 72°, $20'$]

12. એ.સી. વિદ્યુત-પ્રવાહ નીચેના સૂત્ર વડે આપી શકાય છે. $I = I_1 \sin\omega t + I_2 \cos\omega t$ દર્શાવો કે, આ વિદ્યુતપ્રવાહનું rms મૂલ્ય $I_{rms} = \sqrt{\frac{I_1^2 + I_2^2}{2}}$ છે.

13. એક L-C ઑસ્સિલેટરની ટૅન્ક પરિપથમાં 30μFનું કેપેસિટર અને 27 mHનું ઇન્ડક્ટર જોડેલ છે, તો આ પરિપથમાં દોલનોની પ્રાકૃતિક કોણીય આવૃત્તિ શોધો. [જવાબ : 1.111×10^3 rads^{-1}]

•

3 વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો

3.1 પ્રસ્તાવના (Introduction)

મિત્રો, સવારે તમે જ્યારે જાગો ત્યારે સોનેરી (પીળા-કેસરી) રંગનો સૂર્ય પૂર્વ દિશામાં ઊગતો નિહાળ્યો હશે. આ ઉપરાંત તમે રંગબેરંગી પક્ષીઓ, લીલાં છોડ-ઝાડ અને તેના પરના રંગબેરંગી ફૂલ-ફળ વગેરે નિહાળતાં હશો. આ બધું આપણે કેવી રીતે જોઈ શકીએ છીએ? તમે કહેશો કે આંખ દ્વારા જોઈએ છીએ અને આપણું મગજ તે દશ્યનું પૃથક્કરણ કરે છે. પરંતુ આપણી આંખ કેવી રીતે નિહાળે છે? આ બધું વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોને આભારી છે. આપણી આંખ દશ્યપ્રકાશના વિદ્યુત ચુંબકીય તરંગોની મદદથી દશ્ય જોઈ શકે છે. સૂર્યમાંથી ઉદ્ભવતાં દશ્યપ્રકાશનાં (અને બીજાં) કિરણો પૃથ્વી પર પહોંચે છે. પશુ-પંખી, ફળ-ફૂલ વગેરે તેમના રંગને અનુરૂપ જુદી-જુદી તરંગલંબાઈ (કે આવૃત્તિ)વાળા દશ્યપ્રકાશના વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોને પરાવર્તિત કરે છે, જેના કારણે જે-તે રંગનો પદાર્થ આપણે જોઈ શકીએ છીએ.

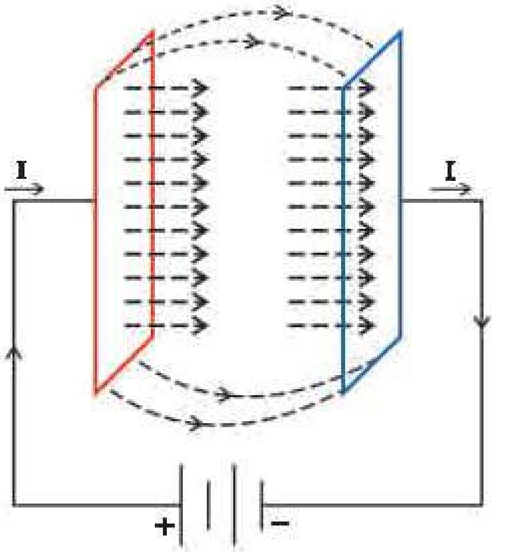
ઓગણીસમી સદીમાં મહાન વિજ્ઞાની મેક્સવેલે વિદ્યુત અને ચુંબકત્વના નિયમો, જેવા કે ગાઉસનો નિયમ, ઍમ્પિયરનો નિયમ, ફૅરેડેનો નિયમ અને ચુંબકીય ક્ષેત્રરેખાઓ વડે રચાતાં બંધ ગાળા જેવી હકીકતને વિકલ સમીકરણોના રૂપમાં રજૂ કર્યા, જે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોની વિચારધારા તરફ દોરી ગયું. આ વિકલ સમીકરણોને જ્યારે વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રોની સંમિતિના સંદર્ભમાં તપાસવામાં આવ્યાં, ત્યારે ઍમ્પિયરના નિયમના સમીકરણમાં કંઈક ખૂટે છે તેવું માલૂમ પડ્યું. આ કંઈક ખૂટતું હતું તેને મેક્સવેલે સ્થાનાંતર પ્રવાહ (displacement current)ના રૂપમાં પૂરું પાડ્યું. હવે વિદ્યુતક્ષેત્ર $\vec{E}$ અને ચુંબકીય ક્ષેત્ર $\vec{B}$ માટેનાં જે વિકલ સમીકરણો મળ્યા તે આબેહૂબ તરંગ-સમીકરણો જેવાં જ હતાં. એટલું જ નહીં, પરંતુ, આ તરંગ-સમીકરણો પરથી એ પણ ફલિત થયું કે, આ તરંગોનો વેગ શૂન્યાવકાશમાં, પ્રકાશના વેગ જેટલો જ છે. આથી, એમ પ્રસ્થાપિત થયું કે, પ્રકાશના તરંગો એ વિદ્યુત ક્ષેત્ર $\vec{E}$ અને ચુંબકીય ક્ષેત્ર $\vec{B}$ના સંયુક્ત તરંગો એટલે કે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો જ છે.

સ્થાનાંતરપ્રવાહ : ઍમ્પિયરના નિયમમાં રહેલી ઊણપને દૂર કરવા ઉપરાંત, મેક્સવેલના આ પદનું રસપ્રદ અર્થઘટન એમ પણ થાય છે કે, બદલાતું જતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર વિદ્યુતક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે (ફૅરેડેના નિયમ) તે જ રીતે બદલાતું જતું વિદ્યુતક્ષેત્ર ચુંબકીય ક્ષેત્ર પેદા કરે છે. મેક્સવેલના આ સિદ્ધાંતને 1887માં હર્ટ્ઝના વિદ્યુતચુંબકીય વિકિરણના પ્રયોગોથી સમર્થન મળ્યું.

મેક્સવેલના મત મુજબ ઍમ્પિયરના નિયમમાં

$$\oint \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 i + ?$$

મેક્સવેલે આ ખૂટતા પદને સ્થાનાંતરપ્રવાહ એવું નામ આપ્યું.



આકૃતિ 3.1 સાદો કેપેસિટર પરિપથ

સ્થાનાંતરપ્રવાહનો ખરેખર અર્થ શું છે ? આ સ્થાનાંતરપ્રવાહનો અર્થ વિદ્યુતભારોની ગતિને લીધે ઉદ્ભવતા વિદ્યુતપ્રવાહના અર્થમાં નથી. આ બાબતને સ્પષ્ટપણે આકૃતિ 3.1માં દર્શાવેલ સાદા કેપેસિટર પરિપથ મારફતે સમજાવી શકાય.

સમાંતર પ્લેટ કેપેસિટરમાં વિદ્યુતપ્રવાહ I ધન પ્લેટમાં દાખલ થાય છે અને ઋણ પ્લેટમાંથી બહાર આવે છે. આ પ્રવાહ લાંબા સમય સુધી ચાલુ રહેતો નથી. જ્યારે કેપેસિટર સંપૂર્ણ વિદ્યુતભારિત બને ત્યારે પ્રવાહ શૂન્ય બને છે. જો કેપેસિટરની બે પ્લેટો એકબીજાની ખૂબ નજીક હોય તો તેમની વચ્ચે વિદ્યુતક્ષેત્ર,

$$E = \frac{1}{\varepsilon_0}\sigma = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{Q}{A}$$

જ્યાં Q એ પ્લેટ પરનો વિદ્યુતભાર અને A પ્લેટનું ક્ષેત્રફળ છે, તેથી જ્યારે કેપેસિટર વિદ્યુતભારિત થતું હોય તે દરમિયાન,

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_0 A}\frac{dQ}{dt} = \frac{1}{\varepsilon_0 A}i$$

$$\therefore \varepsilon_0\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{i}{A} = J_d$$

$\therefore \varepsilon_0 A\frac{\partial E}{\partial t} = i_d$ જેને સ્થાનાંતરપ્રવાહ કહે છે.

સંકલન સ્વરૂપમાં,

$$\varepsilon_0\int\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\cdot\vec{da} = i_d$$

એમ્પિયરના નિયમમાં સ્થાનાંતરપ્રવાહનું સંકલન સ્વરૂપ ઉમેરતાં,

$$\oint\vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 i_c + \mu_0\varepsilon_0\int\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\cdot\vec{da}$$

અથવા $\oint\vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 i_c + \mu_0 i_d = \mu_0(i_c + i_d)$

આ સમીકરણ એમ્પિયર-મેક્સવેલના નિયમ તરીકે ઓળખાય છે, જે દર્શાવે છે કે કોઈ બંધ પરિપથને ઘેરતા બંધ પૃષ્ઠમાંથી પસાર થતો કુલ પ્રવાહ, વહનપ્રવાહ અને સ્થાનાંતર પ્રવાહના સરવાળા જેટલો હોય છે. કેપેસિટરની પ્લેટના બહારના ભાગમાં ફક્ત વહનપ્રવાહ હોય છે અને કેપેસિટરની અંદર ફક્ત સ્થાનાંતર પ્રવાહ હોય છે.

મેક્સવેલનાં સમીકરણો (માત્ર માહિતી માટે)

(1) $\oint\vec{E}\cdot\vec{da} = \frac{q}{\varepsilon_0}$, (વિદ્યુતક્ષેત્ર માટે ગાઉસનો નિયમ)

(2) $\oint\vec{B}\cdot\vec{da} = 0$, (ચુંબકત્વ માટે ગાઉસનો નિયમ)

(3) $\oint\vec{E}\cdot\vec{dl} = \frac{-d\phi_B}{dt}$, (ફેરેડેનો નિયમ)

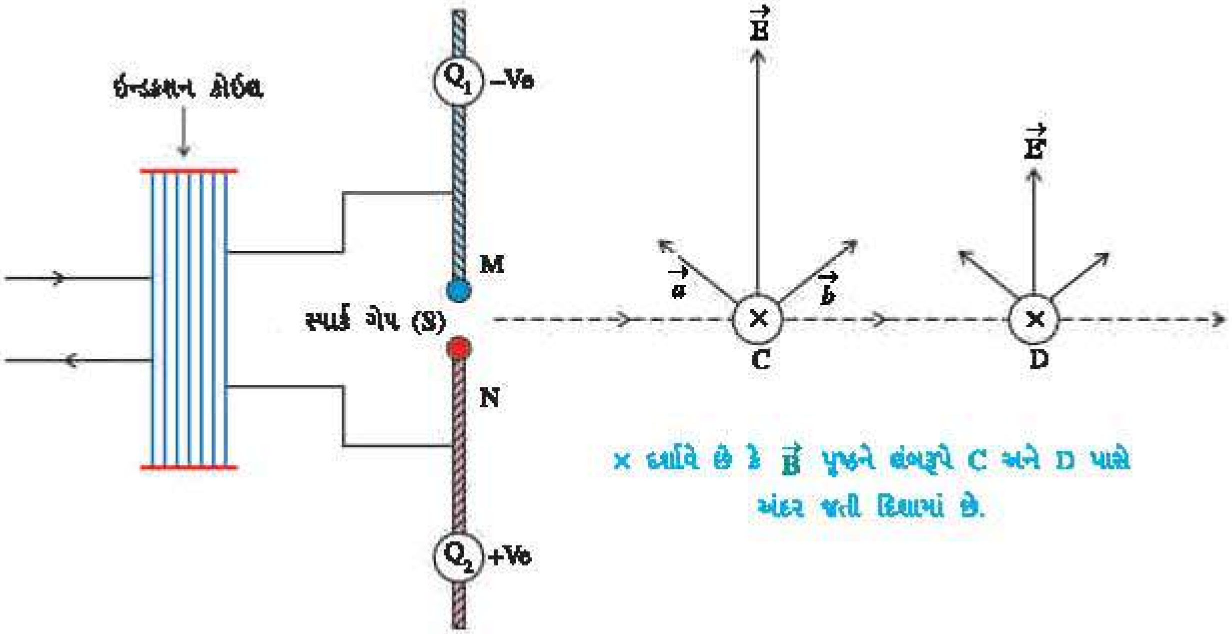
(4) $\oint\vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0(i_c + i_d)$, (એમ્પિયર-મેક્સવેલનો નિયમ)

જ્યાં i_c = વહન પ્રવાહ અને

$i_d = \varepsilon_0\int\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\cdot\vec{da}$ = સ્થાનાંતર પ્રવાહ

3.2 વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું લંબગત સ્વરૂપ (Transverse Nature of Electromagnetic Waves)

ગાણિતીય રીતે મેક્સવેલે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું અસ્તિત્વ પ્રસ્થાપિત કર્યું, ત્યાર પછી ઘણાં વર્ષો સુધી તેને પ્રાયોગિક અનુમોદન મળ્યું નહીં. ત્યાર બાદ લગભગ 32 વર્ષ પછી હર્ટ્ઝે પ્રયોગશાળામાં વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોના અસ્તિત્વની સાબિતી આપી.



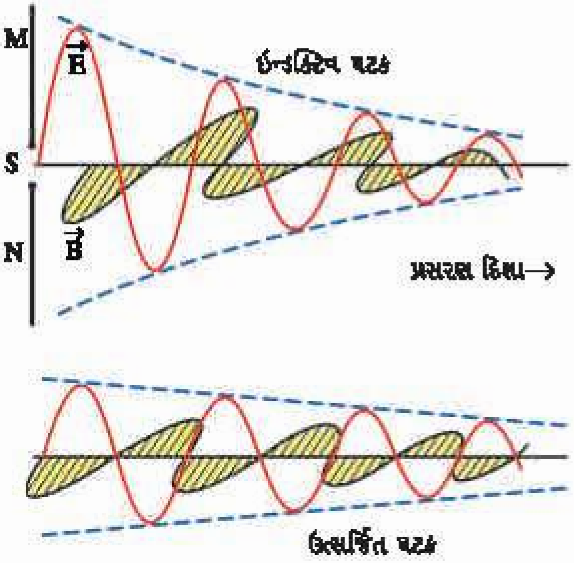
આકૃતિ 3.2 હર્ટ્ઝના પ્રયોગની સરળ ગોઠવણ

આકૃતિ 3.2માં દર્શાવ્યા મુજબ ધાતુના બે ગોળાઓ Q_1 અને Q_2ને ધાતુના બે સળિયાઓ M અને N સાથે જોડીને બંને સળિયાઓ વચ્ચે સ્પાર્કગેપ Sની રચના કરવામાં આવે છે. ઇન્ડક્શન કોઇલ વડે મોટો વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત મેળવી સળિયાઓ વચ્ચેની સ્પાર્કગેપમાં, સ્પાર્ક ઉત્પન્ન કરી શકાય છે. ગોળાઓ Q_1 અને Q_2 કેપેસિટર રચે છે, જ્યારે સળિયાઓ ઇન્ડક્ટર તરીકે વર્તે છે. આ રીતે તૈયાર થતી રચના એક LC દોલક પરિપથ તરીકે ગણી શકાય, જેને હર્ટ્ઝિયન ડાઇપોલ કહે છે. કોઈ ક્ષણે જ્યારે ગોળો Q_1 ઋણવિદ્યુતભાર અને ગોળો Q_2 ધનવિદ્યુતભાર ધરાવતા હોય ત્યારે C અને D બિંદુઓ પાસે ઉદ્ભવતું વિદ્યુતક્ષેત્ર આકૃતિમાં દર્શાવ્યું છે. જ્યારે સ્પાર્ક પેદા થાય છે ત્યારે ઇલેક્ટ્રૉન સ્પાર્કગેપ S માંથી પસાર થઈને ગોળા Q_1થી Q_2 તરફ વહે છે. આ ઇલેક્ટ્રૉનપ્રવાહ આકૃતિ (3.2) માં દર્શાવ્યા મુજબ C અને D બિંદુઓ પાસે ચુંબકીય ક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે. જ્યારે સ્પાર્ક પસાર થાય ત્યારે સમય સાથે ગોળો Q_1 ઓછો ઋણ અને ગોળો Q_2 ઓછો ધન બનતો જાય છે અને ત્યાર બાદ અમુક સમય બાદ ગોળાઓ Q_1 અને Q_2 પરની ધ્રુવીયતા (polarity) ઊલટાઈ જાય છે. આ પ્રક્રિયા સમયના ચોક્કસ અંતરાલમાં પુનરાવર્તન પામતી જાય છે.

આમ, દોલનો કરતાં વિદ્યુતભારોને કારણે અવકાશમાં આવર્ત રીતે બદલાતા જતા વિદ્યુતક્ષેત્રનું નિર્માણ થાય છે. વળી, દોલન કરતા આ વિદ્યુતભારોના કારણે બદલાતા જતા વિદ્યુતપ્રવાહનું નિર્માણ થાય છે, જે આવર્ત રીતે બદલાતા જતા ચુંબકીય ક્ષેત્રનું નિર્માણ કરે છે. (ઍમ્પિયરના જમણા હાથના નિયમ વડે જાણી શકાય છે કે ઉદ્ભવતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર વિદ્યુતક્ષેત્રને લંબરૂપે હોય છે). આમ, વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો ઉદ્ભવે છે. ઉત્પન્ન થતા આ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોની આવૃત્તિ, વિદ્યુતભારોનાં દોલનની આવૃત્તિ જેટલી જ હોય છે. આ તરંગોની આવૃત્તિ, ગોળાઓ વચ્ચેના અંતર બદલવાથી બદલી શકાય છે. વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો માટે

c (વેગ) $= \lambda$ (તરંગલંબાઈ) $\times f$ (આવૃત્તિ)

હર્ટ્ઝના પ્રયોગ પછી સાત વર્ષ બાદ કોલકાતામાં જગદીશચંદ્ર બોઝે પ્રયોગશાળામાં 5 mmથી 25 mmના ગાળામાંની તરંગલંબાઈવાળા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો ઉત્પન્ન કર્યા હતા. લગભગ આ જ સમયે ઇટાલીમાં માર્કોની નામના વિજ્ઞાનીએ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોને કેટલાક માઈલો સુધી મોકલવાની સિદ્ધિ હાંસલ કરી હતી.



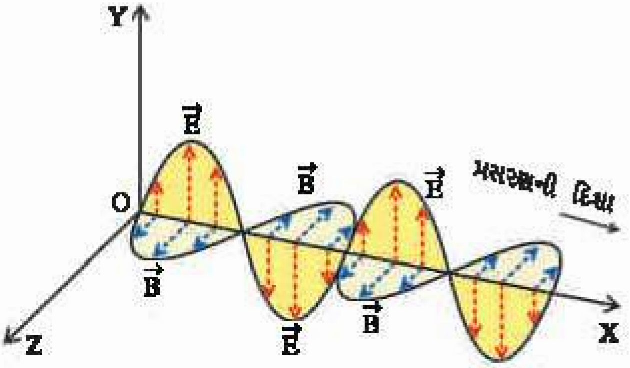
આકૃતિ 3.3 કોઈ ક્ષણે વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રો

મેક્સવેલના વાદ અનુસાર વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રો તાત્કાલિક અસ્તિત્વમાં આવતાં નથી. દોલનો કરતા વિદ્યુતભારની નજીકમાં $\vec{E}$ અને $\vec{B}$ ક્ષેત્રો વચ્ચે કળાનો તફાવત $\frac{\pi}{2}$ હોય છે અને તેમનાં મૂલ્યો અંતર સાથે ઝડપથી $\frac{1}{r^3}$ અનુસાર ઘટે છે (જ્યાં r = ઉદ્‌ગમથી અંતર). વિકિરણના, ઉદ્‌ગમની નજીકના આ ઘટકોને ઇન્ડક્ટિવ ઘટકો કહે છે (જુઓ આકૃતિ 3.3).

દૂરના વિસ્તારમાં $\vec{E}$ અને $\vec{B}$ સમાન કળામાં હોય છે અને અંતર સાથે તેમનાં મૂલ્યોમાં થતો ઘટાડો પ્રમાણમાં ધીમો હોય છે ($\frac{1}{r}$ મુજબ). વિદ્યુતચુંબકીય વિકિરણના આ ઘટકોને ઉત્સર્જિત (Radiated) ઘટકો કહે છે.

અવકાશનાં જે બિંદુઓ પાસેથી વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો પસાર થતા હોય છે, તે બિંદુઓ પાસે વિદ્યુતક્ષેત્ર અને ચુંબકીય ક્ષેત્રના સદિશો, તરંગની પ્રસરણ દિશાને લંબ એવા સમતલમાં પરસ્પર લંબ રહીને દોલનો કરતા હોય છે (જુઓ આકૃતિ 3.4).

ધારો કે ઉદ્‌ગમથી દૂરના કોઈ બિંદુ પાસે કોઈ ક્ષણે $\vec{E}$ અને $\vec{B}$ શૂન્ય છે. જેમ સમય પસાર થાય છે, તેમ $\vec{E}$ અને $\vec{B}$નાં મૂલ્યો વધતાં જાય છે. આમ, વધતાં-વધતાં તેઓ મહત્તમ બને છે અને પછી તેમનાં મૂલ્યોમાં ઘટાડો શરૂ થાય છે અને વળી પાછા તેમનાં મૂલ્યો શૂન્ય થઈ જાય છે. ત્યાર બાદ તેમની દિશા ઊલટાઈ જાય છે અને ઊલટાયેલી દિશામાં તેમનાં મૂલ્યો વધવા લાગે છે અને મહત્તમ થાય છે. વળી પાછાં તેમનાં મૂલ્યો ઘટતાં જાય છે અને શૂન્ય થાય છે. જ્યાં સુધી આ બિંદુઓ પાસે તરંગમાળા પસાર થતી હોય ત્યાં સુધી આમ જ ચાલ્યા કરે છે. આ થયો $\vec{E}$ અને $\vec{B}$ સદિશોનાં દોલનોનો અર્થ. બે ગોળાઓ વચ્ચે દોલિત થતા વિદ્યુતભારની ગતિ-ઊર્જા વિદ્યુતચુંબકીય વિકિરણની ઊર્જા જેટલી હોય છે.



નોંધ : તરંગ પ્રસરણની દિશા $\vec{E} \times \vec{B}$ અનુસાર હોય છે.

આકૃતિ 3.4

3.3 વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોની લાક્ષણિકતાઓ (Characteristics of Electromagnetic Waves)

આકૃતિ 3.4માં આપણે X-દિશામાં પ્રસરણ પામતું વિદ્યુતચુંબકીય તરંગ જોયું. અહીં વિદ્યુતક્ષેત્ર $\vec{E}$, X–Y સમતલમાં Y-અક્ષને સમાંતર છે, જ્યારે ચુંબકીય ક્ષેત્ર $\vec{B}$, X–Z સમતલમાં Z-અક્ષને સમાંતર છે. વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોની લાક્ષણિકતાઓ આ મુજબ છે.

(1) સમીકરણોના રૂપમાં રજૂઆત : આકૃતિ 3.4માં દર્શાવ્યા મુજબ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગ માટે t સમયે વિદ્યુતક્ષેત્રનો y ઘટક E_y, sine વિધેય અનુસાર બદલાય છે, જ્યારે તેના E_x અને E_z ઘટકો શૂન્ય છે. આથી E_y ઘટકના દોલનનું સમીકરણ

$$E_y = E_0 \sin(\omega t - kx) \quad (3.3.1)$$

જે સદિશના રૂપમાં

$$\vec{E} = E_y \hat{j} = [E_0 \sin(\omega t - kx)] \hat{j} \quad (3.3.2)$$

જ્યાં ω = કોણીય આવૃત્તિ, અને $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ = તરંગસદિશનું મૂલ્ય. $\vec{k}$ તરંગ-પ્રસરણની દિશા દર્શાવે છે.

તરંગ-પ્રસરણની ઝડપ $c = \frac{\omega}{k}$ જેટલી હોય છે.

તે જ રીતે ચુંબકીય ક્ષેત્ર માટે $B_x = B_y = 0$, અને B_z ઘટક

$$\vec{B} = B_z \hat{k} = [B_0 \sin(\omega t - kx)] \hat{k} \quad (3.3.3)$$

(2) વિદ્યુતચુંબકીય તરંગમાં $\vec{E}$ અને $\vec{B}$ નાં મૂલ્યો વચ્ચેનો સંબંધ $\frac{E}{B} = c$ છે.

ઉદ્ગમથી દૂરના વિસ્તારમાં વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રો સમાન કળામાં દોલનો કરતાં હોય છે.

અહીં એ યાદ રાખો કે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો એ મુક્ત અવકાશ કે શૂન્યાવકાશમાં વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રોનાં સ્વલંબિત (Self–sustaining) દોલનો છે. વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રોનાં દોલનો સાથે માધ્યમના કણો દોલન કરતા નથી. એટલે કે તેઓ બિનયાંત્રીક તરંગો છે.

(3) શૂન્યાવકાશમાં (મુક્ત અવકાશમાં) વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનો વેગ,

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \quad (3.3.4)$$

આ હકીકત સૌપ્રથમ મેક્સવેલે વિદ્યુતચુંબકત્વનાં સમીકરણોની મદદથી તારવી હતી. અહીંયાં,

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ N A^{-2} = મુક્ત અવકાશની પરમીએબિલિટી

$\varepsilon_0 = 8.85419 \times 10^{-12}$ C^2 N^{-1} m^{-2} = મુક્ત અવકાશની પરમીટિવિટી, અને

$c = 2.99792 \times 10^8$ ms^{-1} આ મૂલ્ય શૂન્યાવકાશમાં પ્રકાશના વેગના મૂલ્ય જેટલું છે.

કોઈ માધ્યમમાં વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનો વેગ

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \quad (3.3.5)$$

જ્યાં μ = માધ્યમની પરમીએબિલિટી, અને ε = માધ્યમની પરમિટિવિટી

આમ, પ્રકાશનો વેગ તે માધ્યમના વિદ્યુત અને ચુંબકીય ગુણધર્મો (Properties) પર આધાર રાખે છે. કોઈ પણ માધ્યમ માટે, સાપેક્ષ પરમીએબિલિટી $\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$, અને સાપેક્ષ પરમીટિવિટી $\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = K$.

જ્યાં K = માધ્યમનો ડાઇ-ઇલેક્ટ્રિક અચળાંક

આમ, સમીકરણ (3.3.5) પરથી,

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \frac{1}{\sqrt{\mu_r \varepsilon_r}} = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \varepsilon_r}} = \frac{c}{\sqrt{\mu_r K}} \quad (3.3.6)$$

આથી, માધ્યમનો વક્રીભવનાંક

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\mu_r \varepsilon_r} = \sqrt{\mu_r K} \quad (3.3.7)$$

અવકાશ કે શૂન્યાવકાશમાં વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનો વેગ એ ખૂબ જ અગત્યનો મૂળભૂત અચળાંક છે.

(4) વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો એ લંબગત તરંગો છે.

(5) વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો ઊર્જા ધરાવે છે તથા ઊર્જાનું એક સ્થળેથી બીજા સ્થળે વહન પણ કરે છે. સૂર્ય પરથી ઊર્જા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો દ્વારા જ પૃથ્વી સુધી પહોંચે છે, જેના કારણે પૃથ્વી પર જીવન શક્ય બન્યું છે.

(6) વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો જ્યારે કોઈ સપાટી પર આપાત થાય છે, ત્યારે તેના પર વિકિરણ દબાણ ઉત્પન્ન કરે છે, જે સપાટીને વેગમાન આપે છે. જો Δt સમયમાં A ક્ષેત્રફળની સપાટી પર લંબરૂપે આપાત થતી વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોની ઊર્જા ΔU હોય, અને જો તે ઊર્જા સંપૂર્ણ પણે શોષાઈ જતી હોય તો વિકિરણ વડે સપાટીને મળતું વેગમાન

$\Delta p = \frac{\Delta U}{c}$ (સંપૂર્ણ શોષણ માટે)

જો વિકિરણ સંપૂર્ણ પરાવર્તન પામે તો $\Delta p = 2\left(\frac{\Delta U}{c}\right)$ (3.3.8)

વેગમાનનો આ ફેરફાર Δp આ સપાટી પર બળ લગાડે છે. તેથી વિકિરણનું દબાણ (P_S) ઉત્પન્ન કરે છે.

(7) જે વિસ્તારમાંથી વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો પસાર થતા હોય તે વિસ્તારમાં વિદ્યુતચુંબકીય ક્ષેત્ર પ્રવર્તે છે, તેમ કહેવાય. આ વિસ્તારમાં એકમ કદ દીઠ વિદ્યુતચુંબકીય ઊર્જા (ઊર્જાઘનતા)

$$\rho = \rho_E + \rho_B = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{2\mu_0} \qquad (3.3.9)$$

જ્યાં, ρ_E = વિદ્યુત ક્ષેત્ર સાથે સંકળાયેલી ઊર્જાઘનતા, અને ρ_B = ચુંબકીય ક્ષેત્ર સાથે સંકળાયેલી ઊર્જાઘનતા

આ હકીકત આપણે કૅપેસિટર અને સૉલેનૉઇડના કિસ્સાઓ પરથી અગાઉ મેળવી હતી, જેમાં આપણે સ્થિર ક્ષેત્રો લીધાં હતાં. પરંતુ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોમાં $\vec{E}$ અને $\vec{B}$ સાઇન કે કોસાઇન વિધેયની જેમ દોલન કરતાં હોય છે. આથી વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોની ઊર્જાઘનતા મેળવવા માટે આપણે E અને B ની જગ્યાએ સમીકરણ (3.3.9)માં E_{rms} અને B_{rms} લેવા જોઈએ.

$$\therefore \ \rho = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_{rms}^2 + \frac{B_{rms}^2}{2\mu_0} \qquad (3.3.10)$$

હવે $c^2 = \frac{1}{\varepsilon_0\mu_0} \Rightarrow \mu_0 = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}$

આ ઉપરાંત $B_{rms} = \frac{E_{rms}}{c}$

$$\therefore \ \rho = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2_{rms} + \frac{\frac{E_{rms}^2}{c^2}}{\frac{2}{\varepsilon_0 c^2}} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2_{rms} + \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2_{rms}$$

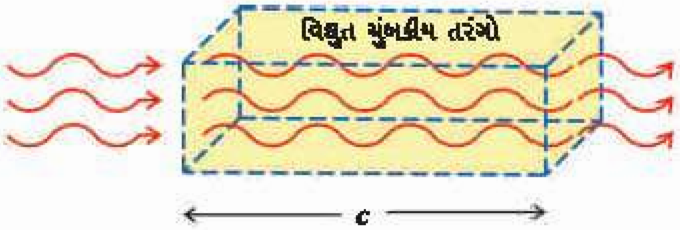
$$\therefore \ \rho = \varepsilon_0 E^2_{rms} \qquad (3.3.11)$$

આ જ રીતે $\rho = \frac{B_{rms}^2}{\mu_0}$ પણ મેળવી શકાય.

(8) **એકમ ક્ષેત્રફળ ધરાવતી સપાટીમાંથી, સપાટીને લંબ રૂપે એક સેકન્ડમાં પસાર થતી વિકિરણ-ઊર્જાને વિકિરણની તીવ્રતા (Intensity of Radiation) (I) કહે છે.**

$$I = \frac{\text{ઊર્જા / સમય}}{\text{ક્ષેત્રફળ}} = \frac{\text{પાવર}}{\text{ક્ષેત્રફળ}}$$

હવે, એકમક્ષેત્રફળમાંથી, એક સેકન્ડમાં પસાર થતી વિકિરણ-ઊર્જા, આકૃતિ 3.5માં દર્શાવેલ એકમ ક્ષેત્રફળવાળા અને c લંબાઈના નળાકાર/લંબઘનમાં સમાય છે. જો ઊર્જાઘનતા ρ હોય, તો આ લંબઘનમાં ઊર્જા $\rho.c$ હોય.



આકૃતિ 3.5 એકમક્ષેત્રફળ ધરાવતી સપાટીમાંથી, સપાટીને લંબ રૂપે એક સેકન્ડમાં પસાર થતી વિકિરણ-ઊર્જા

$$\therefore\ I = \rho.c. = \varepsilon_0 c E^2_{rms} \quad (3.3.12)$$

અથવા $I = \frac{cB^2_{rms}}{\mu_0}$

(9) $\vec{E} \times \vec{B}$ની દિશા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગના પ્રસરણની દિશા દર્શાવે છે.

ઉદાહરણ 1 : $\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$નો એકમ વેગનો એકમ છે, તેમ μ_0 અને ε_0ના એકમો લઈને સાબિત કરો.

ઉકેલ : μ_0નો એકમ $= \frac{N}{A^2}$ તથા ε_0નો એકમ $= \frac{C^2}{Nm^2}$

$$\therefore \left[\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}\right] = \frac{1}{\sqrt{\frac{N}{A^2}\frac{C^2}{Nm^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{A^2s^2}{A^2m^2}}} = ms^{-1}$$

ઉદાહરણ 2 : 1000 Wના બલ્બથી 10 m દૂર આવેલ ગોળાકાર સપાટી (જેનું કેન્દ્ર બલ્બ છે) પર બલ્બ વડે ઉદ્ભવેલા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો માટે E_0, B_0 તીવ્રતા I અને સપાટી પર લાગતું બળ શોધો. બલ્બની કાર્યક્ષમતા 2.5 % લો અને બલ્બને બિંદુવત્ ઉદ્ગમ ધારો. $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ SI અને $c = 3.0 \times 10^8\ ms^{-1}$ સપાટી પર ઊર્જાઘનતા પણ ગણો.

ઉકેલ : 1000 Wના બલ્બમાં દર સેકન્ડે વપરાતી વિદ્યુતઊર્જા = 1000 J

બલ્બની કાર્યક્ષમતા 2.5 % હોવાથી, બલ્બમાંથી દર સેકન્ડે મળતી વિકિરણ-ઊર્જા,

$$\Delta U = 1000 \times \frac{2.5}{100}$$

$$\therefore\ \Delta U = 25\ Js^{-1}$$

બલ્બને કેન્દ્ર તરીકે લેતાં, ગોળાકાર સપાટીનું ક્ષેત્રફળ,

$A = 4\pi R^2 = (4)\ (3.14)\ (10^2) = 1256\ m^2$

હવે તીવ્રતા, $I = \dfrac{\text{એક સેકન્ડમાં આપાત વિકિરણ-ઊર્જા}}{\text{ક્ષેત્રફળ (A)}} = \dfrac{25}{1256} = 0.02\ W\ m^{-2}$

હવે, $I = \varepsilon_0 c E_{rms}^2 = 0.02$

$$\therefore\ E_{rms} = \left[\frac{0.02}{8.85\times10^{-12}\times3.0\times10^{8}}\right]^{\frac{1}{2}} = 2.74\ V\ m^{-1}$$

હવે, $B_{rms} = \dfrac{E_{rms}}{c} = \dfrac{2.74}{3.0\times10^{8}} = 9.13 \times 10^{-9}\ T$

હવે, $E_0 = \sqrt{2}\,E_{rms} = 3.87\ V\ m^{-1}$ અને $B_0 = \sqrt{2}\,B_{rms} = 1.29 \times 10^{-8}\ T$

સપાટી પર આપાત થતી કુલ ઊર્જા = 25 J

∴ સપાટીને એક સેકન્ડમાં મળતું વેગમાન (= બળ),

$$\Delta p = \frac{\Delta U}{c} = F = \frac{25}{3\times10^{8}} = 8.33 \times 10^{-8}\ N$$

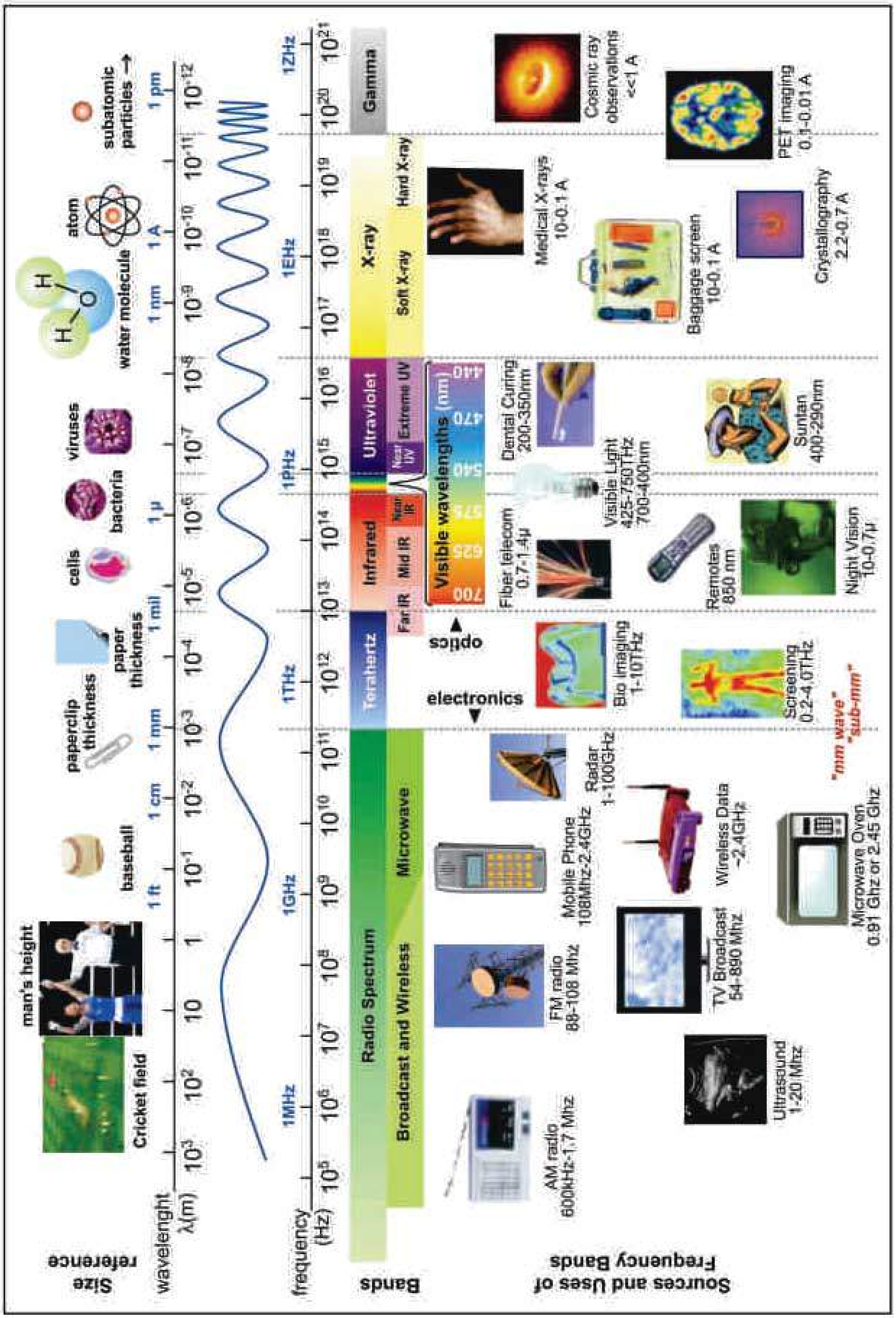
$I = \rho c$ પરથી ઊર્જાઘનતા,

$$\rho = \frac{I}{c} = \frac{0.02}{3\times10^{8}} = 6.67 \times 10^{-11}\ J\ m^{-3}$$

3.4 વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટ અને તેમના ઉપયોગોની પ્રાથમિક હકીકતો (Electromagnetic Spectrum and Primary Facts of its Applications)

મેક્સવેલના વિદ્યુતચુંબકીય વાદ અને હર્ટ્ઝ દ્વારા તેના સફળ પરીક્ષણ બાદ વિજ્ઞાનીઓએ જુદી-જુદી તરંગલંબાઈના વિદ્યુત-ચુંબકીય તરંગો ઉત્પન્ન કરવાની શરૂઆત કરી.

ઈ.સ. 1895માં રોન્જને શોધેલા X-rays પણ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો જ છે, તેવું ઈ.સ. 1906માં પ્રસ્થાપિત થયું. ત્યાર બાદ આશરે 10^{-15} mથી માંડીને આશરે 10^8 m તરંગલંબાઈઓ ધરાવતા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનો અભ્યાસ કરવામાં આવ્યો છે. આ સમગ્ર વિસ્તાર પર વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોની તરંગલંબાઈનાં મૂલ્યો સતત રીતે પથરાયેલાં છે. આમાંથી આપણી આંખ તો માત્ર ખૂબ જ નાના વિસ્તાર પર પથરાયેલા તરંગો પૂરતી જ સંવેદનશીલ છે. જેમની તરંગલંબાઈ આશરે 4000 Å થી 7000 Å સુધીની છે. બાકીની તરંગલંબાઈનાં વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો માટે આપણી આંખ સંવેદનશીલ નથી. (ખરેખર તો, આ જ આપણા પર ઈશ્વરની કૃપા કહેવાય, નહીંતર રાત્રે પણ આપણી આજુબાજુના વિસ્તારમાંથી ઉત્સર્જાતાં ઈન્ફ્રારેડ અને બીજી તરંગલંબાઈનાં વિકિરણો આપણને દેખાતાં હોય અને આપણે રાત્રે સૂઈ જ ન શકત, કદાચ આપણા માટે રાત પડત જ નહીં). જુદાં-જુદાં પ્રાણીઓની દૃષ્ટિસંવેદના વર્ણપટના જુદા-જુદા વિભાગ માટે જુદી-જુદી હોય છે. કેટલાંક પક્ષીઓ અને પ્રાણીઓ દૃશ્યવર્ણપટ ઉપરાંત ઈન્ફ્રારેડ અથવા અલ્ટ્રાવાયોલેટ વિસ્તાર માટે પણ સંવેદનશીલ હોય છે. વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું તેમની તરંગલંબાઈ અથવા આવૃત્તિ અનુસાર વર્ગીકરણ કરવામાં આવ્યું છે, જેને વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટ કહે છે (જુઓ આકૃતિ 3.6). આ વર્ણપટમાં પાસપાસેના વિભાગો વચ્ચે કોઈ તીવ્ર (સ્પષ્ટ) સીમા હોતી નથી.



આકૃતિ 3.6 વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટ (માત્ર જાણકારી માટે)

વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટના જુદા-જુદા વિભાગોનું ટૂંકમાં વર્ણન અને તેમના ઉપયોગો અહીં દર્શાવ્યા છે :

(1) રેડિયો-તરંગો (Radio Waves) : વાહક તારમાંથી પ્રવેગિત ગતિ કરતા વિદ્યુતભારો રેડિયો-તરંગો ઉત્પન્ન કરે છે. તેમનો ઉપયોગ રેડિયો અને ટેલિવિઝનના પ્રસારણ માટે થાય છે. એમ્પ્લિટ્યૂડ મોડ્યુલેટેડ તરંગોનો વિસ્તાર 530 kHz થી 1710 kHz સુધી હોય છે. ટૂંકી તરંગલંબાઈના વિસ્તાર (Shortwave Band) માટે 54 MHz સુધીની ઊંચી આવૃત્તિનો ઉપયોગ થાય છે. ટીવીમાં 54 MHzથી 890 MHz આવૃત્તિનો ઉપયોગ થાય છે. ફ્રિક્વન્સી મોડ્યુલેટેડ રેડિયો માટે 88 MHzથી 108 MHzની આવૃત્તિનો વિસ્તાર હોય છે. સેલ્યુલર ફોન અલ્ટ્રાહાઈ ફ્રિક્વન્સી (UHF)ના વિસ્તારનો ઉપયોગ અવાજના પ્રસારણ (Communication) માટે કરે છે.

(2) માઈક્રોવેવ (Microwaves) : લગભગ 0.3 GHzથી 300 GHzની આવૃત્તિના વિસ્તારમાં આવતા માઈક્રોવેવ્ઝ ક્લાઈસ્ટ્રોન, મેગ્નેટ્રોન કે ગન ડાયોડની મદદથી ઉત્પન્ન કરી શકાય છે. લડાકુ વિમાનો, જળપરિવહનમાં અને સેટેલાઈટ પ્રસારણમાં ઉપયોગી રડારપ્રણાલીમાં આ તરંગો ઉપયોગી છે. રડારના આ સિદ્ધાંતનો ઉપયોગ બોલની ઝડપ માપવા, ટેનિસસર્વિસની પ્રેક્ટિસ માટે અને ટ્રાફિક-પોલીસ દ્વારા ઇન્ટરસેપ્ટર વાનમાં કરવામાં આવે છે. ઘરેલુ માઈક્રોવેવ ઓવન 0.915 GHz અથવા 2.45 GHz આવૃત્તિનો ઉપયોગ ખોરાકને રાંધવા અથવા ગરમ કરવા માટે કરે છે, જ્યારે પાણીના અણુઓ ધરાવતો ખોરાક માઈક્રોવેવ ઓવનમાં મૂકવામાં આવે ત્યારે, પાણીના અણુઓ આ આવૃત્તિથી આવર્તન (Rotation) કરે છે. આમ માઈક્રોવેવની ઊર્જાનું પાણીના અણુઓની ગતિ-ઊર્જામાં મહત્તમ (Efficiently) રૂપાંતરણ થાય છે, જે પાણી ધરાવતા ખોરાકનું તાપમાન વધારે છે.

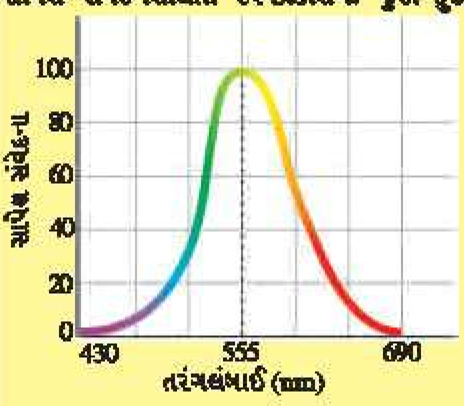
(3) ઇન્ફ્રારેડ તરંગો (Infrared Waves) : ઇન્ફ્રારેડ તરંગો, ગરમ પદાર્થો અને અણુઓમાંથી ઉદ્ભવે છે. આ તરંગોનો વિસ્તાર માઈક્રોવેવ અને દશ્યપ્રકાશના વિસ્તારની વચ્ચે છે. મોટા ભાગના પદાર્થોમાં રહેલા પાણીના અણુઓ (CO_2, NH_3 વગેરે પણ) ઇન્ફ્રારેડ તરંગોનું શોષણ કરે છે, જેના કારણે તેમની ઉષ્મીય ગતિ (ઉષ્મીય દોલનો) વધે છે. આ દોલનોને કારણે તેવા પદાર્થની આંતરિક ઊર્જા અને તેથી તેનું તાપમાન વધે છે. આ કારણથી ઇન્ફ્રારેડ તરંગોને ક્યારેક હીટવેવ્ઝ (Heat Waves) પણ કહે છે. ઇન્ફ્રારેડ લેમ્પનો ઉપયોગ ફિઝિયોથેરાપીમાં પણ કરવામાં આવે છે.

સૂર્યમાંથી આવતાં દશ્યપ્રકાશનાં કિરણો પૃથ્વીની સપાટી દ્વારા શોષાય છે, જે ઇન્ફ્રારેડ કિરણોના રૂપમાં ફરીથી ઉત્સર્જિત થાય છે. આ કિરણો ગ્રીનહાઉસ વાયુઓ જેવા કે CO_2 અને પાણીની વરાળ દ્વારા શોષાય છે. આ રીતે, ગ્રીનહાઉસ પ્રક્રિયા દ્વારા ઇન્ફ્રારેડ કિરણો પૃથ્વીનું સરેરાશ તાપમાન જાળવી રાખવામાં મદદરૂપ થાય છે.

ઇન્ફ્રારેડ ડિટેક્ટર્સનો ઉપયોગ સેટેલાઈટ રિમોટ-સેન્સિંગમાં, મિલિટરી માટે તેમજ ખેતીવાડી માટે થાય છે. ટીવી, વીડિયોપ્લેયર અને હાઈ-ફાઈ સિસ્ટિમ્સના રિમોટ કન્ટ્રોલરના ચાલન માટે પણ ઇન્ફ્રારેડ LED (લાઈટ એમિટિંગ ડાયોડ)નો ઉપયોગ થાય છે.

(4) દશ્યપ્રકાશનાં કિરણો (Visible Rays) : દશ્યપ્રકાશનાં કિરણો પણ સૂર્યમાંથી આવતાં વિકિરણોનો એક ભાગ જ છે. આ કિરણો જ્વાળાઓ, બલ્બ, ઇન્કન્ડેસન્ટ લેમ્પ વડે પણ ઉત્પન્ન થાય છે. દશ્યપ્રકાશની આવૃત્તિનો વિસ્તાર લગભગ 4.3×10^{14} Hzથી લગભગ 7.5×10^{14} Hz સુધીનો, અથવા અનુક્રમે લગભગ 700 nmથી લગભગ 400 nmની તરંગલંબાઈ સુધીનો છે. આપણી આંખો આ તરંગલંબાઈના વિસ્તાર માટે સંવેદનશીલ છે. જુદાંજુદાં પ્રાણીઓની સંવેદનશીલતા જુદી-જુદી તરંગલંબાઈના વિસ્તાર સુધીની હોય છે. જેમકે, સાપ ઇન્ફ્રારેડ કિરણો પણ અનુભવી શકે છે, જે તેમને તેમના શિકારના શરીરમાંથી ઉત્સર્જાતાં ઇન્ફ્રારેડ કિરણોને કારણે રાત્રે પણ શિકાર કરવામાં મદદરૂપ થાય છે.

માત્ર જાણ સારું : દશ્યપ્રકાશની આવૃત્તિ (તરંગલંબાઈ)નો વિસ્તાર સ્પષ્ટ રીતે વ્યાખ્યાયિત નથી. માનવઆંખની સાપેક્ષ સંવેદનશીલતા દશ્યપ્રકાશની જુદી-જુદી તરંગલંબાઈઓ માટે આકૃતિમાં દર્શાવી છે.



જો આપણે જુદી-જુદી તરંગલંબાઈઓ માટે આંખની સંવેદનશીલતાની મર્યાદા એ રીતે નક્કી કરીએ કે જે તેની સંવેદનાના મહત્તમ મૂલ્યથી 1% સુધી ઘટે ત્યાં સુધી હોય, તો આ મર્યાદાઓ લગભગ 430 nm અને 690 nm છે. જો પ્રકાશની તીવ્રતા પૂરતી ઊંચી હોય તો માનવઆંખ આ મર્યાદાઓ કરતાં આગળની તરંગલંબાઈ પણ જોઈ શકે છે. આંખની સંવેદના 555 nm તરંગલંબાઈ, એટલે કે પીળા-લીલા રંગ માટે મહત્તમ હોય છે.

(5) અલ્ટ્રાવાયોલેટ કિરણો (Ultraviolet Rays) : અલ્ટ્રાવાયોલેટ (UV) કિરણો સ્પેશિયલ પ્રકારના લેમ્પ અને ખૂબ ગરમ પદાર્થોમાંથી ઉદ્ભવે છે. સૂર્ય પણ અલ્ટ્રાવાયોલેટ કિરણોનું એક અગત્યનું ઉદ્ગમસ્થાન છે. સદ્ભાગ્યે મોટા ભાગનાં અલ્ટ્રાવાયોલેટ કિરણો ઓઝોન સ્તરમાં શોષાઈ જાય છે, જે પૃથ્વીની સપાટીથી આશરે 40-50 km ઊંચાઈએ આવેલું છે. મોટા પ્રમાણમાં અલ્ટ્રાવાયોલેટ કિરણો માનવશરીરને હાનિકર્તા છે. અલ્ટ્રાવાયોલેટ કિરણો લાંબા સમય સુધી ચામડી પર પડે તો તે મેલેનીન ઉત્પન્ન કરે છે, જે ચામડીને કાળી બનાવે છે. સામાન્ય કાચ મોટા ભાગનાં અલ્ટ્રાવાયોલેટ કિરણોનું શોષણ કરી લે છે, આથી કાચમાંથી આવતાં કિરણો દ્વારા સનબર્ન એટલે કે ચામડી કાળી પડી જવાની શક્યતા ઓછી હોય છે.

વેલ્ડિંગ કરતી વખતે મોટા પ્રમાણમાં અલ્ટ્રાવાયોલેટ કિરણો ઉત્સર્જિત થાય છે. આથી, વેલ્ડિંગ કરનારા તેમની આંખની કાળજી રાખવા માટે કાળા કાચની બારીવાળાં મહોરાં રાખે છે અથવા સ્પેશિયલ પ્રકારના કાચના ગોગલ્સ પહેરે છે. અલ્ટ્રાવાયોલેટ કિરણોની તરંગ લંબાઈ ઘણી ટૂંકી હોય છે જેનો વિસ્તાર 400 nmથી 0.6 nm સુધી હોય છે. આથી અલ્ટ્રાવાયોલેટ કિરણોને અત્યંત સાંકડા બીમ (શેરડા)ના રૂપમાં કેન્દ્રિત કરીને ખૂબ ચોકસાઈ જરૂરી હોય તેવાં કાર્યો, જેમકે આંખની LASIK સર્જરી (Laser–Assisted in Situ Keratomileusis)માં ઉપયોગ થાય છે. કેટલાક વૉટર પ્યુરિફાયરમાં જીવાણુઓનો નાશ કરવા માટે UV લેમ્પનો ઉપયોગ થાય છે.

અલ્ટ્રાવાયોલેટ કિરણો સામે રક્ષણ કરતા ઓઝોનસ્તરમાં અમુક વિસ્તારમાં ઓઝોનનું પ્રમાણ ઘટાડતા વાયુઓ જેવા કે CFCs (Chloro Fluoro Carbons) (જેમકે ફ્રિઓન) આંતરરાષ્ટ્રીય ચર્ચાનો વિષય છે.

(6) ક્ષ-કિરણો (X-rays) : ખૂબ ઊંચી ઊર્જા ધરાવતા ઇલેક્ટ્રૉનને ધાતુના ટાર્ગેટ પર આપાત કરીને X-rays ઉત્પન્ન કરી શકાય છે. વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટમાં X-raysનો વિસ્તાર, અલ્ટ્રાવાયોલેટ વિસ્તારથી આગળ, લગભગ 10 nm (10^{-8} m)થી લગભગ 10^{-4} nm (10^{-13} m) સુધી હોય છે. મેડિકલ ક્ષેત્રમાં X-raysનો ઉપયોગ હાડકાનું ફ્રેક્ચર (તીરાડ અથવા તૂટવું) શોધવા માટે, તેમજ અમુક પ્રકારના કેન્સરની સારવારમાં થાય છે. X-rays જીવંત કોષો અને શરીર તંત્રને નુકસાન કરી શકે તેવા હોવાથી, તેમનો ઉપયોગ કરતી વખતે વિશેષ કાળજી રાખવી પડે છે, તેથી બિનજરૂરી કે વધારે પડતું Exposure ટાળવું જોઈએ.

(7) ગેમા કિરણો (Gamma Rays) : ન્યુક્લિયર પ્રક્રિયાઓ વખતે અને કેટલાક રેડિયો-ઍક્ટિવ ન્યુક્લિયસમાંથી ગેમા કિરણો ઉત્સર્જિત થાય છે. ગેમા કિરણો વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટમાં ઊંચી આવૃત્તિવાળા વિસ્તાર કે જેમની તરંગલંબાઈ 10^{-10} mથી ઘટીને 10^{-14} m સુધી ગણવામાં આવે છે. ગેમા કિરણોનો ઉપયોગ મેડિકલ સર્જરીમાં કેન્સરગ્રસ્ત કોષોનો નાશ કરવા માટે થાય છે.

ટેબલ 3.1માં જુદા-જુદા પ્રકારના વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો, તેમનાં ઉદ્ભવસ્થાન અને સંવેદી ઉપકરણો દર્શાવ્યા છે. એ યાદ રહે કે વર્ણપટના કોઈ પણ બે વિસ્તારો વચ્ચે સ્પષ્ટ (તીવ્ર) ભેદરેખા હોતી નથી.

ટેબલ 3.1 જુદા-જુદા પ્રકારના વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો

પ્રકાર (વિભાગ)	તરંગલંબાઈનો વિસ્તાર	ઉદ્ભવસ્થાન	ડિટેક્ટર
રેડિયો	> 0.1 m	વાહક ઍન્ટેનામાંથી ઇલેક્ટ્રૉનની પ્રવેગિત અને પ્રતિપ્રવેગિત ગતિ	રિસીવરનું ઍન્ટેના (વાહક તાર)
માઇક્રોવેવ	0.1 mથી 1 mm	ક્લાઇસ્ટ્રૉન, મૅગ્નેટ્રૉન, ગનડાયોડ	પૉઇન્ટ કૉન્ટેક્ટ ડાયોડ
ઇન્ફ્રારેડ (IR)	1 mmથી 700 nm	અણુઓ અને પરમાણુઓનાં દોલનો ફોટોગ્રાફિક ફિલ્મ	થરમૉપાઇલ, બોલોમીટર, ઇન્ફ્રારેડ ફોટોગ્રાફિક ફિલ્મ
દશ્યપ્રકાશ	700 nmથી 400 nm	જ્યારે અણુમાંના ઇલેક્ટ્રૉન એક ઊર્જા સ્તરમાંથી ઓછી ઊર્જાવાળા સ્તરમાં જાય, ત્યારે પ્રકાશ ઉત્સર્જિત કરે છે.	આંખ, ફોટોસેલ્સ, ફોટોગ્રાફિક ફિલ્મ, ફોટોડાયોડ, લાઇટ ડિપેન્ડન્ટ રેઝિસ્ટર (LDR), સોલરસેલ.
અલ્ટ્રાવાયોલેટ (UV)	400 nmથી 1 nm	પરમાણુની અંદરની કક્ષામાંના ઇલેક્ટ્રૉન જ્યારે એક ઊર્જાસ્તરમાંથી ઓછી ઊર્જાના સ્તરમાં જાય ત્યારે	ફોટોસેલ્સ, ફોટોગ્રાફિક ફિલ્મ
X-rays	1 nmથી 10^{-3} nm	X-ray ટ્યૂબ, પરમાણુઓની અંદરની કક્ષાના ઇલેક્ટ્રૉન	ફોટોગ્રાફિક ફિલ્મ, ગાઇગર ટ્યૂબ, આયોનાઇઝેશન ચેમ્બર
ગેમા કિરણો	< 10^{-3} nm	રેડિયો-ઍક્ટિવ ન્યુક્લિયસનો ક્ષય	ઉપર મુજબ

સારાંશ

1. દોલન કરતા વિદ્યુતભારોના કારણે અવકાશમાં આવર્ત રીતે બદલાતા જતા વિદ્યુતક્ષેત્રનું નિર્માણ થાય છે. દોલન કરતા આ વિદ્યુતભારોના કારણે બદલાતા જતા વિદ્યુતપ્રવાહનું પણ નિર્માણ થાય છે, જે આવર્ત રીતે બદલાતા જતા ચુંબકીય ક્ષેત્રનું નિર્માણ કરે છે. આમ, વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો ઉદ્ભવે છે.

2. વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોની આવૃત્તિ, વિદ્યુતભારોના દોલનની આવૃત્તિ જેટલી જ હોય છે. વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો માટે c (વેગ) $= \lambda$ (તરંગલંબાઈ) $\times f$ (આવૃત્તિ)

3. દોલનો કરતા વિદ્યુતભારની નજીકમાં $\vec{E}$ અને $\vec{B}$ ક્ષેત્રો વચ્ચે કળાનો તફાવત $\frac{\pi}{2}$ હોય છે અને તેમનાં મૂલ્યો અંતર સાથે ઝડપથી $\frac{1}{r^3}$ અનુસાર ઘટે છે (જ્યાં $r =$ ઉદ્ગમથી અંતર). વિકિરણના આ શરૂઆતના ઘટકોને ઇન્ડક્ટિવ ઘટકો કહે છે.

4. ઉદ્ગમથી દૂરના વિસ્તારમાં $\vec{E}$ અને $\vec{B}$ સમાન કળામાં હોય છે અને અંતર સાથે તેમનાં મૂલ્યોમાં થતો ઘટાડો પ્રમાણમાં ધીમો હોય છે ($\frac{1}{r}$ મુજબ). વિદ્યુતચુંબકીય વિકિરણના આ ઘટકોને ઉત્સર્જિત (Radiated) ઘટકો કહે છે.

5. વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો એ મુક્ત અવકાશ કે શૂન્યાવકાશમાં વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રોનાં સ્વલંબિત (Self–Sustaining) દોલનો છે. વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રોનાં દોલનો કોઈ માધ્યમ સાથે નિસ્બત ધરાવતાં નથી.

6. શૂન્યાવકાશ (મુક્ત અવકાશ)માં વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનો વેગ,

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = 2.99792 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

7. કોઈ માધ્યમમાં વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનો વેગ $v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$

   જ્યાં, μ = માધ્યમની પરમીએબિલિટી, અને

   ε = માધ્યમની પરમીટિવિટી

8. પ્રકાશનો વેગ તે માધ્યમની વિદ્યુત અને ચુંબકીય પ્રકૃતિ પર આધાર રાખે છે.

9. કોઈ માધ્યમનો વક્રીભવનાંક $n = \frac{c}{v} = \sqrt{\mu_r \varepsilon_r} = \sqrt{\mu_r K}$

10. વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો જ્યારે કોઈ સપાટી પર અથડાય છે, ત્યારે તેના પર વિકિરણ-દબાણ ઉત્પન્ન કરે છે.

11. જો એકમ સમયમાં એકમસપાટીને લંબ રૂપે આપાત થતી વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોની ઊર્જા ΔU હોય અને જો તે ઊર્જા સંપૂર્ણપણે શોષાઈ જતી હોય, તો સપાટીને મળતું વેગમાન $\Delta p = \frac{\Delta U}{c}$.

    જે વિકિરણનું દબાણ (P_S) પણ દર્શાવે છે.

12. એકમ કદ દીઠ વિદ્યુતચુંબકીય ઊર્જા (ઊર્જાઘનતા)

$$\rho = \rho_E + \rho_B = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{2\mu_0} = \varepsilon_0 E_{rms}^2$$

13. એકમક્ષેત્રફળ ધરાવતી સપાટીમાંથી સપાટીને લંબ રૂપે એક સેકન્ડમાં પસાર થતી વિકિરણ ઊર્જાને વિકિરણની તીવ્રતા (I) કહે છે.

14. બે ગોળાઓ વચ્ચે દોલિત થતા વિદ્યુતભારની ગતિ-ઊર્જા વિદ્યુતચુંબકીય વિકિરણની ઊર્જાના સ્વરૂપમાં પ્રાપ્ત થાય છે. બંનેનાં મૂલ્યો સરખાં હોય છે.

સ્વાધ્યાય

નીચેનાં વિધાનો માટે આપેલ વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરો :

1. 3 mmથી 100 cm સુધીની તરંગલંબાઈવાળા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો કૃત્રિમ ઉપગ્રહો દ્વારા થતા સંદેશાવ્યવહારમાં વપરાય છે, તો આ તરંગલંબાઈના ગાળાને અનુરૂપ આવૃત્તિનો ગાળો .... છે. $[c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}]$

   (A) 30 MHzથી 10^4 MHz (B) 300 MHzથી 10^5 MHz

   (C) 3 MHzથી 3×10^8 MHz (D) 3 MHzથી 10^6 MHz

2. રેડિયો-ખગોળશાસ્ત્રીય અભ્યાસો પરથી એવું માલૂમ પડ્યું છે કે, આંતર ગેલેક્સી અવકાશમાંથી 21 cm તરંગલંબાઈનું વિદ્યુતચુંબકીય વિકિરણ પૃથ્વી પર આવી રહ્યું છે, તો આ વિકિરણની આવૃત્તિ .... હશે. $[c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}]$

   (A) 1.43 GHz (B) 1.43 MHz (C) 1.43 kHz (D) 1.43 Hz

3. જો v_g, v_x અને v_m એ અનુક્રમે γ-rays, X-rays અને માઇક્રોવેવ્ઝની અવકાશમાં ઝડપ હોય, તો

   (A) $v_g > v_x > v_m$ (B) $v_g < v_x < v_m$ (C) $v_x > v_m > v_g$ (D) $v_g = v_x = v_m$

4. જો μ_r અને K એ આપેલ માધ્યમની અનુક્રમે સાપેક્ષ પરમીએબિલિટી અને ડાઇ-ઇલેક્ટ્રિક અચળાંક હોય, તો માધ્યમનો વક્રીભવનાંક n = ...

   (A) $\sqrt{\mu_r K}$ (B) $\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$ (C) $\frac{1}{\mu_r K}$ (D) $\sqrt{\frac{\mu_r}{K}}$

5. એક વિદ્યુત ચુંબકીય તરંગમાં $\vec{E}$નું મહત્તમ મૂલ્ય 18 V m^{-1} છે, તો $\vec{B}$નું મહત્તમ મૂલ્ય ....

   (A) 3×10^{-6} T (B) 6×10^{-8} T (C) 9×10^{-9} T (D) 2×10^{-10} T

6. અવકાશમાંથી પસાર થતું એક વિદ્યુતચુંબકીય તરંગ નીચેના સમીકરણ વડે રજૂ કરી શકાય છે :

   $E = E_0 \sin(\omega t - kx)$ અને $B = B_0 \sin(\omega t - kx)$. તો નીચેનામાંથી કયો વિકલ્પ સાચો છે ?

   (A) $E_0 B_0 = \omega k$ (B) $E_0 \omega = B_0 k$ (C) $E_0 k = B_0 \omega$ (D) $\frac{E_0}{B_0} = \frac{1}{\omega k}$

7. એક સમતલ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગ X-દિશામાં ગતિ કરે છે. કોઈ એક સ્થાને અને ક્ષણે તેના વિદ્યુતક્ષેત્રનો ઘટક $\vec{E} = 6.3 \hat{j}$ V m^{-1} છે. આ સ્થાને અને સમયે તેના ચુંબકીય ક્ષેત્રનો ઘટક .... હોય.

   (A) $2.1 \times 10^{-8} \hat{k}$ T (B) $-2.1 \times 10^{-8} \hat{k}$ T (C) $6.3 \hat{k}$ T (D) $-6.3 \hat{k}$ T

8. બે વિજાતીય વિદ્યુતભારિત કણો મુક્ત અવકાશમાં તેમના મધ્યમાનસ્થાનની આસપાસ 10^9 Hz આવૃત્તિથી દોલન કરે છે. તેમને અનુરૂપ ઉત્પન્ન થયેલા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોની તરંગલંબાઈ .... હશે.

   (A) 0.3 m (B) 3×10^{17} m (C) 10^9 m (D) 3.3 m

9. સોડિયમ જોડકા (Doublet)ની તરંગલંબાઈઓ 5890 Å અને 5896 Å વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટના .... વિસ્તારમાં આવે છે.

(A) ઈન્ફ્રારેડ (B) દૃશ્યપ્રકાશ (C) અલ્ટ્રાવાયોલેટ (D) માઇક્રોવેવ

10. અવકાશમાં એક વિદ્યુતચુંબકીય તરંગની આવૃત્તિ 2 MHz છે. જેની સાપેક્ષ પરમિટિવિટી $\varepsilon_r = 4.0$ હોય તેવા માધ્યમમાંથી આ તરંગ પસાર થાય, ત્યારે તેની તરંગલંબાઈ .... અને આવૃત્તિ ....

(A) બમણી થાય, અડધી થાય. (B) બમણી થાય, અચળ રહે.

(C) અડધી થાય, બમણી થાય. (D) અડધી થાય, અચળ રહે.

11. સૂર્ય પરથી આવતા વિકિરણના વિદ્યુતક્ષેત્રની rms કિંમત (મૂલ્ય) 720 N/C છે. તેની સરેરાશ વિકિરણઘનતા .... $J\ m^{-3}$ હોય.

(A) 81.35×10^{-12} (B) 3.3×10^{-3} (C) 4.58×10^{-6} (D) 6.37×10^{-9}

12. દોલનો કરતા વિદ્યુતભારોની નજીકમાં $\vec{E}$ અને $\vec{B}$ ક્ષેત્રો વચ્ચે કળાનો તફાવત .... હોય છે અને તેમનાં મૂલ્યો ઉદ્‌ગમથી અંતર r સાથે ઝડપથી .... અનુસાર ઘટે છે.

(A) $0,\ r^{-1}$ (B) $\frac{\pi}{2},\ r^{-3}$ (C) $\frac{\pi}{2},\ r^{-1}$ (D) $0,\ r^{-3}$

13. દોલનો કરતા વિદ્યુતભારથી દૂરના વિસ્તારમાં $\vec{E}$ અને $\vec{B}$ સમાન કળામાં હોય છે તથા તેમનાં મૂલ્યો અંતર r સાથે .... અનુસાર ઘટે છે, તથા આ ઘટકોને .... ઘટકો કહે છે.

(A) r^{-3}, ઈન્ડક્ટિવ (B) r^{-1}, ઉત્સર્જિત (C) r^{-3}, ઉત્સર્જિત (D) r^{-1}, ઈન્ડક્ટિવ

14. ઓરડાના તાપમાને જો પાણીની સાપેક્ષ પરમિટિવિટી 80 હોય, તથા સાપેક્ષ પરમિએબિલિટી 0.0222 હોય, તો પાણીમાં પ્રકાશનો વેગ .... $m\ s^{-1}$ હોય.

(A) 3×10^8 (B) 2.5×10^8 (C) 2.25×10^8 (D) 3.5×10^8

15. 10 MHz આવૃત્તિવાળા વિકિરણ સાથે સંકળાયેલ વિદ્યુતક્ષેત્ર $E = 10 \sin(kx - \omega t) \frac{mV}{m}$ હોય, તો તેની ઊર્જાઘનતા .... $J\ m^{-3}$ હોય. [$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\ C^2\ N^{-1}\ m^{-2}$]

(A) 4.425×10^{-16} (B) 6.26×10^{-14} (C) 8.85×10^{-16} (D) 8.85×10^{-14}

16. અનંત અંતરેથી આવતું એક વિદ્યુતચુંબકીય તરંગ શૂન્યાવકાશમાંથી એક માધ્યમમાં પ્રવેશે છે. તે તરંગ માટે .... માધ્યમ પર આધારિત નથી (માધ્યમમાં બદલાશે નહીં).

(A) ω (B) k (C) $\frac{\omega}{k}$ (D) λ

17. હવામાંથી પસાર થતા 6 GHz આવૃત્તિના વિકિરણ માટે 1 m લંબાઈ દીઠ તરંગોની સંખ્યા .... હોય. (1 GHz = 10^9 Hz).

(A) 3 (B) 5 (C) 20 (D) 30

18. હર્ટ્ઝના પ્રયોગમાં ઉદ્‌ભવતા વિકિરણની .... બે ગોળાઓ વચ્ચે દોલિત થતા વિદ્યુતભારોની ગતિ ઊર્જા જેટલી હોય છે.

(A) આવૃત્તિ (B) ઊર્જા (C) તરંગલંબાઈ (D) વેગ

19. $B_0 = 1.0 \times 10^{-4}$ T ધરાવતા સમતલ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગની તીવ્રતા .... $W\ m^{-2}$ હોય.

[$c = 3 \times 10^8\ m\ s^{-1}$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ N\ A^{-2}$]

(A) 2.38×10^6 (B) 1.19×10^6 (C) 6×10^5 (D) 4.76×10^6

જવાબો

1. (B) 2. (A) 3. (D) 4. (A) 5. (B) 6. (C)
7. (A) 8. (A) 9. (B) 10. (D) 11. (C) 12. (B)
13. (B) 14. (C) 15. (A) 16. (A) 17. (C) 18. (B)
19. (B)

નીચે આપેલ પ્રશ્નોના જવાબ ટૂંકમાં આપો :

1. કયા વિજ્ઞાનીએ સૌપ્રથમ પ્રયોગશાળામાં વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું અસ્તિત્વ સાબિત કર્યું ?
2. વિદ્યુત અને ચુંબકત્વને સાંકળતાં સમીકરણોમાં શું ખૂટતું હતું?
3. વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોના ઉદ્‌ગમસ્થાનથી દૂરના અંતરે $\vec{E}$ અને $\vec{B}$ વચ્ચેનો કળા-તફાવત કેટલો હોય છે ?
4. કયા વિજ્ઞાનીએ સૌપ્રથમ 5 mmથી 25 mmની તરંગલંબાઈ ધરાવતા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો ઉત્પન્ન કર્યા હતા ?
5. રેડિયેશનની તીવ્રતાની વ્યાખ્યા આપો.
6. કઈ તરંગલંબાઈના વિસ્તારો માનવઆંખ જોઈ શકતી નથી ?
7. કયા તરંગોને હીટવેવ્ઝ કહે છે ?
8. આંખની LASIK સર્જરી માટે કયા પ્રકારનાં કિરણો ઉપયોગમાં લેવાય છે ?
9. ન્યુક્લિયર પ્રક્રિયાઓ દરમિયાન કયા પ્રકારનાં કિરણો ઉદ્‌ભવે છે ?
10. વિદ્યુતચુંબકીય તરંગની ઊર્જાઘનતા વ્યાખ્યાયિત કરો.

નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

1. હર્ટ્ઝના પ્રયોગની આકૃતિ દોરીને વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો કેવી રીતે ઉદ્‌ભવે છે, તે ટૂંકમાં સમજાવો.
2. વિદ્યુતચુંબકીય તરંગના ઇન્ડક્ટિવ અને ઉત્સર્જિત ઘટકો જરૂરી આકૃતિ દોરીને સમજાવો.
3. વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોની કોઈ પણ ચાર લાક્ષણિકતાઓ સમજાવો.
4. વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટના કોઈ બે વિભાગોની આવૃત્તિના ઉદ્‌ભવ તથા તેમના ઉપયોગોની માહિતી આપો.

નીચેના દાખલા ગણો :

1. ઋણ X-દિશામાં ગતિ કરતાં એક સમતલ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગ માટે,

   $B_y = 2 \times 10^{-7} \sin (0.5 \times 10^3 x + 1.5 \times 10^{11} t)$ T છે, તો (*a*) તરંગની તરંગલંબાઈ અને આવૃત્તિ શોધો. (*b*) વિદ્યુતક્ષેત્ર માટે સમીકરણ લખો.

   [જવાબ : $\lambda = 1.26$ cm, $f = 23.9$ GHz, $E_z = 60 \sin(0.5 \times 10^3 x + 1.5 \times 10^{11} t)$ Vm^{-1}]

2. 100 Wના એક બલ્બની 5 % ઊર્જા દૃશ્યપ્રકાશમાં રૂપાંતરણ પામે છે, તો બલ્બથી 1 m દૂર આવેલી ગોળીય સપાટી પર સરેરાશ તીવ્રતા શોધો. બલ્બને બિંદુવત્ ઉદ્‌ગમ ગણો અને માધ્યમ આઈસોટ્રોપિક ધારો.

   [જવાબ : 0.4 W m^{-2}]

3. એક બિંદુવત આઈસોટ્રોપિક પ્રકાશના ઉદ્‌ગમથી 10 m અંતરે મહત્તમ વિદ્યુતક્ષેત્ર 3.0 V m^{-1} છે તો, (*a*) તે અંતરે મહત્તમ ચુંબકીય ક્ષેત્ર કેટલું હશે? (*b*) પ્રકાશની સરેરાશ તીવ્રતા કેટલી હશે? (*c*) પ્રકાશના ઉદ્‌ગમનો પાવર કેટલો હશે ? [$c = 3 \times 10^8$ m s^{-1}, $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ C^2 N^{-2} m^{-2}]

[જવાબ : $B_0 = 10^{-8}$ T, I = 1.195×10^{-2} Wm^{-2}, P = 15 W]

4. 40 W પાવર ઉત્સર્જિત કરતા પ્રકાશના બિંદુવત આઈસોટ્રોપિક ઉદ્‌ગમથી 2 m અંતરે એક અવલોકનકાર ઊભો છે. અવલોકનકાર પાસે આ ઉદ્‌ગમ વડે ઉદ્‌ભવતા વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રનાં rms મૂલ્યો કેટલાં હશે?

[$c = 3 \times 10^8$ m s^{-1}, $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ C^2 N^{-1} m^{-2}]

[જવાબ : $E_{rms} = 17.3$ V m^{-1}, $B_{rms} = 5.77 \times 10^{-8}$ T]

5. X-દિશામાં ગતિ કરતા એક સમતલ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગના વિદ્યુતક્ષેત્રનો કંપવિસ્તાર, Y-અક્ષની દિશામાં, 300 V m^{-1} છે. (*a*) આ તરંગની તીવ્રતા કેટલી હશે? (*b*) જો આ તરંગ 3.0 m^2 ક્ષેત્રફળ ધરાવતા સંપૂર્ણ શોષણ કરી શકે તેવા પતરા પર લંબરૂપે આપાત થાય, તો પતરાને મળતું વેગમાન તથા પતરા પર ઉદ્‌ભવતું રેડિયેશન દબાણ કેટલું હશે ? [$\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ C^2 N^{-1} m^{-2}, c = 3×10^8 ms^{-1}]

[જવાબ : 119.529 W m^{-2}, 1.195×10^{-6} N, 3.98×10^{-7} P_a]

6. X-અક્ષની દિશામાં રહેલા, 10 cm^2 આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતા તથા 100 cm લંબાઈના નળાકાર પર $E = 10 \sin(\omega t - kx) \frac{N}{C}$ વિદ્યુતક્ષેત્ર ધરાવતું વિદ્યુતચુંબકીય તરંગ લંબરૂપે આપાત થાય છે. તો વિકિરણની (*a*) ઊર્જાઘનતા, (*b*) નળાકારમાં સમાયેલી ઊર્જા, (*c*) તરંગની તીવ્રતા, (*d*) સંપૂર્ણ શોષણ માટે 1 સેકન્ડમાં નળાકારના આડછેદને મળતું વેગમાન તથા (*e*) વિકિરણનું દબાણ શોધો.

[$\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ C^2 N^{-1} m^{-2}, c = 3×10^8 ms^{-1}]

[જવાબ : (*a*) 4.427×10^{-10} J m^{-3}, (*b*) 4.427×10^{-13} J, (*c*) 1.3278×10^{-1} Wm^{-2},
(*d*) 1.475×10^{-21} N, (*e*) 1.475×10^{-18} N m^{-2}]

•

4

તરંગ-પ્રકાશશાસ્ત્ર

4.1 પ્રસ્તાવના (Introduction)

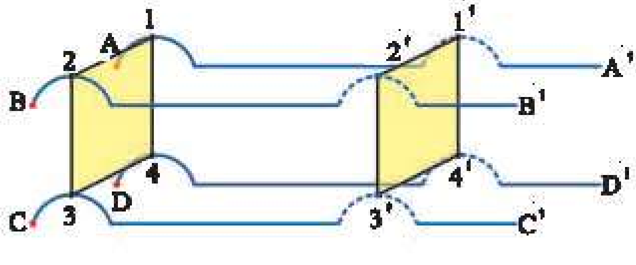
આપણે અગાઉના સિમેસ્ટરમાં નોંધ્યું કે પ્રકાશના સ્વભાવ (લાક્ષણિકતા) સમજવા માટે જુદા-જુદા ઘણા વાદ રજૂ કરવામાં આવ્યા. કિરણ-પ્રકાશશાસ્ત્ર અથવા ભૌમિતિક પ્રકાશશાસ્ત્ર દ્વારા વ્યતિકરણ (Interference), વિવર્તન (Diffraction), ધ્રુવીભવન (Polarization), પારગમન (Transmission), હોલોગ્રાફી (Holography), વગેરે જેવી ઘણી પ્રકાશીય ઘટનાઓનું વર્ણન કરવામાં મુશ્કેલીઓ પડે છે. ઈ.સ. 1678માં હાઈગેન્સે પ્રકાશનો તરંગવાદ રજૂ કર્યો. આ વાદ અનુસાર, પ્રકાશીય ઊર્જા એક બિંદુથી બીજા બિંદુ સુધી તરંગના સ્વરૂપમાં પ્રસરે છે. તેણે, પોતાના તરંગવાદને આધારે, પરાવર્તન અને વક્રીભવનની ઘટનાઓ સમજાવી. પાછળથી ઈ.સ. 1801માં, થોમસ યંગે (Thomas Young) પ્રકાશની વ્યતિકરણની ઘટના સમજાવી.અગસ્તીન ફ્રેનલે (Augustin Fresnel) 1815ની સાલમાં પ્રકાશના રેખીય પ્રસરણ (Rectilinear Propagation) સમજાવતો તરંગવાદ વિકસાવ્યો. ઈ.સ. 1808માં માલ્સે (Malus) શોધેલ ધ્રુવીભવનની ઘટના, હાઈગેન્સના સિદ્ધાંત થકી સમજાવી શકાતી ન હતી. હાઈગેન્સનો તરંગવાદ પ્રકાશ-તરંગને સંગત (Longitudinal) ધારે છે, જ્યારે ધ્રુવીભવનની ઘટના ફક્ત લંબગત (Transverse) તરંગો માટે જ જોવા મળે છે. સંગત તરંગોના પ્રસરણ માટે હંમેશાં માધ્યમની જરૂર હોવાથી યંગ અને ફ્રેનલે સમગ્ર વિશ્વમાં ચળકતા (તેજસ્વી) ઈથર (Luminiferous Ether)ની કલ્પના કરી.

ત્યાર બાદ યંગને પ્રકાશ લંબગત તરંગો છે, તેવું ભાન થયું પણ હજુ પણ તે સર્વવ્યાપી ઈથરની કલ્પનાને સાચું માનતો હતો. ફેરેડે (Faraday) એ પછીથી દર્શાવ્યું કે પ્રકાશના ધ્રુવીભવનની ઘટના પ્રબળ ચુંબકીય ક્ષેત્રથી અસર અનુભવે છે. આ અવલોકન ઐતિહાસિક રીતે પ્રકાશ વિદ્યુતચુંબકીય ગુણધર્મ ધરાવે છે, તેની પહેલી સાબિતી હતી. ક્લર્ક મેક્સવેલે (Clerk Maxwell) પ્રાયોગિક રીતે તારવેલ (Empirical) વિદ્યુત અને ચુંબકીય નિયમોને એકત્ર કરી સુસંબદ્ધ વિદ્યુતચુંબકીય વાદ તરીકે રજૂ કર્યા. અગાઉના પ્રકરણમાં ભણી ગયા તે મુજબ મેક્સવેલે પ્રકાશ એ ઊંચી આવૃત્તિ ધરાવતા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો છે, તેવું અનુમાન કર્યું. મેક્સવેલના આ સૈદ્ધાંતિક અનુમાનની પુષ્ટિ હર્ટ્ઝે (Hertz) પ્રયોગશાળામાં વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોને ઉત્પન્ન અને નોંધીને કરી. ઈ.સ. 1887માં માઈકલસન-મોર્લે (Michelson-Morely) એ તેમનો વિખ્યાત Ether-Drift પ્રયોગ કર્યો, અને દર્શાવ્યું કે ઈથરનું અસ્તિત્વ નથી અને તેથી, પ્રકાશ એ ઊંચી આવૃત્તિ ધરાવતા બિન-યાંત્રિક (Non-mechanical) લંબગત વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો છે કે જે દોલન કરતાં વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રોના સદિશોના બનેલા છે.

અલબત્ત, પરાવર્તન, વક્રીભવન, વ્યતિકરણ, વિવર્તન વગેરેને સમજાવી શકે તેવા સરળ તરંગવાદ ફક્ત એક જ સદિશવિધેય વડે રજૂ કરી શકાય છે, જેને તરંગ-પ્રકાશશાસ્ત્ર (Wave Optics) અથવા વધારે ચોકસાઈથી અદિશ તરંગ-પ્રકાશશાસ્ત્ર (Scalar Wave Optics) કહે છે.

આ પ્રકરણમાં આપણે પ્રકાશના પ્રસરણ અને તેની સાથે સંકળાયેલ પ્રકાશીય ઘટનાઓનો અભ્યાસ તરંગ-પ્રકાશશાસ્ત્રની મદદથી કરીશું.

4.2 તરંગ-અગ્ર અને હાઈગેન્સનો સિદ્ધાંત (Wavefront and Huygen's Principle)

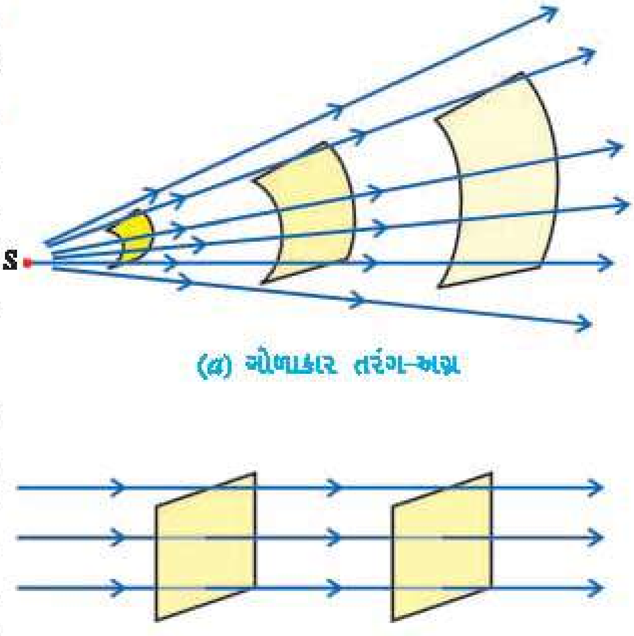


આકૃતિ 4.1 તરંગ-અગ્રની રચના

માધ્યમ (અવકાશ)માં વિક્ષોભ (Disturbance)ની ગતિને તરંગ કહે છે. આમ, તરંગ ઉદ્‌ગમ (સ્રોત)થી શરૂ કરી માધ્યમ (અવકાશ)ના નવા વિસ્તારમાં પ્રસરે છે. આ તરંગ-પ્રસરણ સમજવા માટે, તરંગ-અગ્ર (Wavefront) ની વિભાવનાનો ઉપયોગ થાય છે. આકૃતિ 4.1માં દર્શાવ્યા અનુસાર, ચાર સમાન પ્રકારની પરસ્પર સમાંતર દોરીઓ AA', BB', CC' અને DD' પર સમાન આકારના શૃંગ અનુક્રમે બિંદુઓ 1, 2, 3 અને 4 આગળ રચવામાં આવે છે. આ ચારેય કણો પાસે રચાયેલા શૃંગો તેમનાં દોલનોની સમાન સ્થિતિમાં હોવાથી તેઓની કળા (Phase) પણ સમાન હશે. આવા સમાન કળામાં દોલન કરતા કણો (આકૃતિ 4.1માં દર્શાવેલ લંબચોરસ-સમતલ 1234)માંથી પસાર થતા કાલ્પનિક પૃષ્ઠ (Surface)ને તરંગ-અગ્ર કહે છે.

અત્રે તરંગ-અગ્ર 1234નો આકાર સમતલ હોવાથી તેને સમતલ તરંગ-અગ્ર કહે છે. તરંગ-અગ્રો જુદા-જુદા આકારના પણ હોઈ શકે છે.

બિંદુવત્ ઉદ્‌ગમમાંથી ઉદ્‌ભવતા અને સમાંગ (Homogenous) તથા સમદિગ્ધર્મી (Isotropic) માધ્યમમાં ત્રિપરિમાણમાં પ્રસરતા તરંગો માટે ગોળાકાર તરંગ-અગ્રો રચાશે, જ્યારે પાણી-તરંગો (Water Ripples) અને સુરેખ ઉદ્‌ગમથી રચાતા તરંગો માટે તે અનુક્રમે વર્તુળાકાર અને નળાકારીય હશે. અલબત્ત, ખૂબ જ મોટા અંતરે (સૈદ્ધાંતિક રીતે અનંત) આ તરંગ-અગ્રો સ્થાયી રૂપે સમતલ હોય છે. (આકૃતિ 4.2 જુઓ)



(a) ગોળાકાર તરંગ-અગ્ર

(b) સમતલ તરંગ-અગ્ર

આકૃતિ 4.2 તરંગ-અગ્રોના જુદા-જુદા આકારો

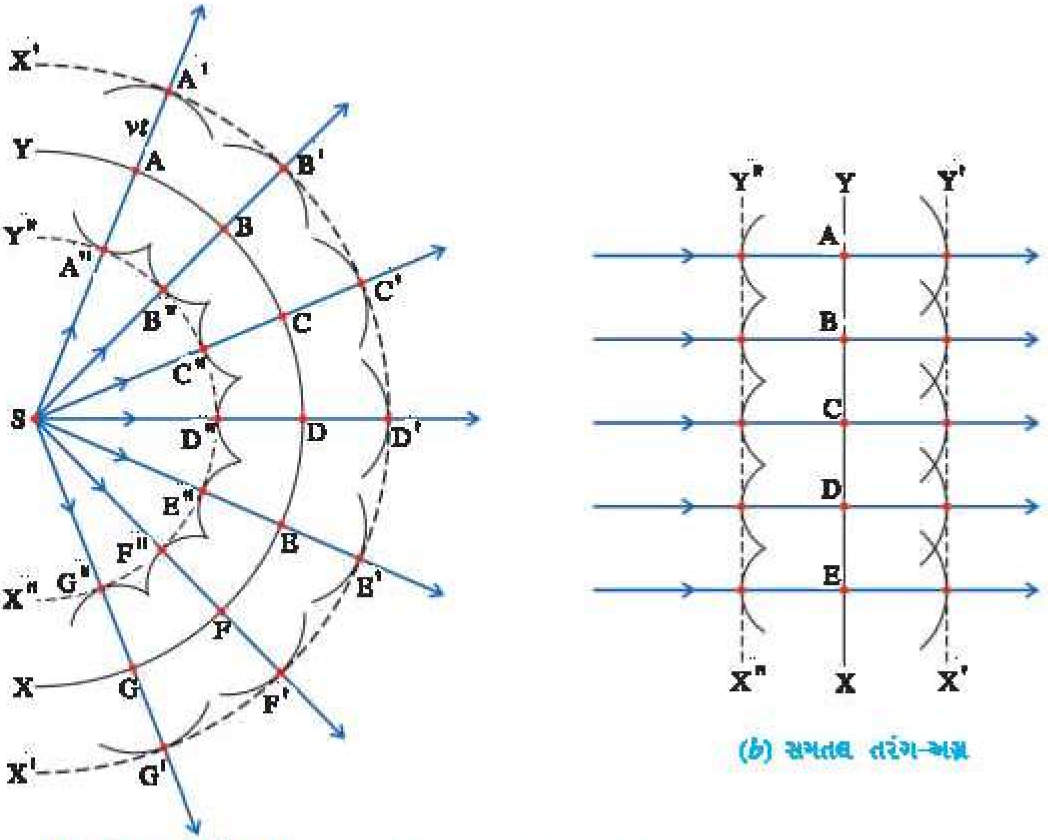
આકૃતિ 4.1માં દર્શાવ્યા અનુસાર, આપણે જો દોરીઓનું અમુક સમય બાદ અવલોકન કરીએ; તો તેના પર ઉત્પન્ન કરેલા શૃંગ દોરીના કણો 1' 2' 3' અને 4' આગળ પહોંચી ગયા હશે, પરંતુ હજુ પણ તેમનાં દોલનોની કળા સમાન જ હશે. અહીં, પણ આપણે સમતલ તરંગ-અગ્ર 1'2'3'4' વિચારી શકીએ. આમ, જેમ તરંગ માધ્યમ (અવકાશ)માં આગળ વધશે તેમ તરંગ-અગ્રો પણ તરંગની સાથે આગળ વધશે. તેથી જ તરંગ-પ્રસરણને આગળ વધતા તરંગ-અગ્રો સ્વરૂપે સમજી શકાય છે.

તરંગ-અગ્રને લંબ અને તરંગના પ્રસરણની દિશા દર્શાવતી રેખાને કિરણો (Rays) કહે છે. પણ યાદ રાખો કે કિરણ એ ફક્ત ભૌમિતિક ખ્યાલ છે.

આપણે નોંધ્યું કે તરંગની સાથે તરંગ-અગ્ર પણ પ્રસરણ પામે છે, તો હવે આપણને સ્વાભાવિક રીતે જ સવાલ થાય કે, કેવી રીતે ખૂબ જ નાના સમયગાળા બાદ નવું તરંગઅગ્ર રચાતું હશે? આ સવાલનો જવાબ હાઈગેન્સના સિદ્ધાંતની મદદથી આપી શકાય.

હાઈગેન્સનો સિદ્ધાંત : કોઈ પણ તરંગ-અગ્ર પરનો દરેક કણ કે બિંદુ સ્વયં સ્વતંત્ર એવા ગૌણ ઉદ્‌ગમ તરીકે વર્તે છે અને પોતાનામાંથી ગોળાકાર ગૌણ તરંગો ઉત્સર્જે છે. સૂક્ષ્મ સમયને અંતે આ ગોળાકાર ગૌણ તરંગોને પરિસ્પર્શતું કાલ્પનિક પૃષ્ઠ તે સમયે નવા તરંગ-અગ્રનું સ્થાન અને સ્વરૂપ આપે છે.

આકૃતિ (*a*)માં દર્શાવ્યા અનુસાર, કોઈ એક ક્ષણે (t) ગોળાકાર કે નળાકાર તરંગ-અગ્રનો આડછેદ XY દર્શાવેલ છે. હાઇગેન્સના સિદ્ધાંત અનુસાર, આ તરંગ-અગ્ર પરના બધા જ કણો (અર્થાત્, A, B, C, ..., વગેરે) ગૌણ ઉદ્‌ગમ તરીકે વર્તે છે અને પોતાનામાંથી ગોળાકાર તરંગો ઉત્પન્ન કરે છે. જો તરંગની ઝડપ v હોય, તો આ કણોને કેન્દ્ર તરીકે લઈ $v\Delta t$ ત્રિજ્યાના ગોળા દોરી શકાય. હવે, આપણે આ ગોળાઓને સ્પર્શતી એક કાલ્પનિક સપાટી વિચારી શકીએ કે જે $t + \Delta t$ સમયે નવું તરંગ-અગ્ર રચે. આકૃતિ 4.3માં આવી સપાટીઓ X'Y' અને X"Y" દર્શાવેલ છે. આનો મતલબ એ થાય કે તરંગ-અગ્ર XYમાંથી પ્રકાશ આગળ અને પાછળ એમ બંને દિશામાં પ્રસરણ પામે છે ! અલબત્ત રોજિંદા જીવનમાં આવું કદાપિ શક્ય નથી. આ દેખીતા વિરોધાભાસ (Paradox)ની સમજૂતી Voigt અને Kirchhoff નામના વિજ્ઞાનીઓએ આપી. તેમણે દર્શાવ્યું કે ગૌણ તરંગોની તીવ્રતા $\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$ પદના સમપ્રમાણમાં હોય છે, જ્યાં θ એ પ્રસરણ-દિશા સાથે બનાવેલ કોણ છે. તરંગ-પ્રસરણની દિશા (અર્થાત્ આગળની દિશા) માટે $\theta = 0$ થશે, અને તેથી પ્રકાશની તીવ્રતા મહત્તમ થશે. જ્યારે પાછળની દિશામાં ($\theta = \pi$) પ્રસરણ માટે તીવ્રતા શૂન્ય બનશે. તેથી, ગૌણ તરંગોની X"Y" આગળ અસર શૂન્ય થશે અથવા બીજા શબ્દોમાં પાછળની દિશામાં ઊર્જા-વિકિરણ મળશે નહીં. આકૃતિ 4.3(*b*) સમતલ તરંગ માટે તરંગ-અગ્રની રચના સમજાવે છે.



(*b*) સમતલ તરંગ-અગ્ર

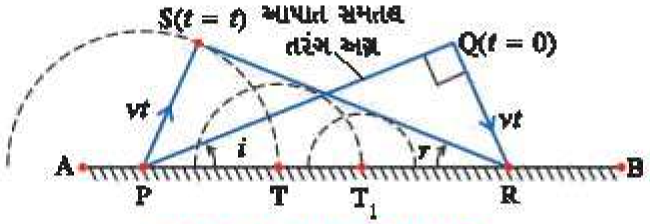
(*a*) ગોળાકાર તરંગ-અગ્ર

આકૃતિ 4.3 તરંગ-અગ્રનું પ્રસરણ

સમદિક્‌ધર્મી માધ્યમ માટે નવું તરંગ-અગ્ર પોતાનો મૂળ આકાર જાળવી રાખે છે.

4.3 હાઇગેન્સના સિદ્ધાંતની મદદથી પ્રકાશનું પરાવર્તન (Reflection of Light Through the Concept of Wavefront)

તરંગ-અગ્રની વિભાવનાથી પ્રકાશનું પરાવર્તન સમજવા માટે આકૃતિ 4.4માં દર્શાવ્યા મુજબ એક સમતલ તરંગ-અગ્ર PQ ધ્યાનમાં લો. તે પરાવર્તક સપાટી AB પર એવી રીતે આપાત થાય છે કે જેથી $t = 0$ સમયે તરંગ-અગ્ર પરનું બિંદુ P પરાવર્તક સપાટી ABને સ્પર્શે. એટલે, $t = 0$ સમયે બિંદુ P ગૌણ ગોળાકાર તરંગો ઉત્પન્ન કરવાનું શરૂ કરશે. જેમજેમ સમય પસાર થતો જશે, તેમતેમ P અને Qની વચ્ચેનાં તમામ બિંદુઓ વારાફરતી સપાટી ABને સ્પર્શશે અને ગૌણ તરંગો ઉત્પન્ન કરવાનું ચાલુ કરશે.



આકૃતિ 4.4 તરંગ-અગ્રનું પરાવર્તન

ધારો કે બિંદુ Q પછી t સમયે સપાટી AB ને સ્પર્શે છે. અર્થાત્ t સમયે, બિંદુ R ગૌણ તરંગોનું ઉત્સર્જન શરૂ કરશે. આ સમયગાળા દરમિયાન, $t = 0$ સમયે બિંદુ Pએ ઉત્સર્જેલ ગૌણ તરંગ-અગ્ર vt જેટલું અંતર કાપી ચૂક્યું હશે, જ્યાં v એ માધ્યમમાં પ્રકાશની ઝડપ છે. આને અનુરૂપ તરંગ-અગ્રને આકૃતિમાં ત્રૂટક રેખા વડે દર્શાવેલ છે. આવા બીજા બિંદુ Tમાંથી ઉત્પન્ન એક તરંગ-અગ્ર પણ આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે. હાઈગેન્સના સિદ્ધાંત અનુસાર, આવાં ગોળાકાર તરંગ-અગ્રોને સ્પર્શતો એક સામાન્ય સ્પર્શક (Tangent) (આકૃતિ મુજબ SR) એ $t = t$ સમયે નવું તરંગ-અગ્ર આપે છે.

ધારો કે આપાત અને પરાવર્તિત તરંગ-અગ્રો પરાવર્તક સપાટી AB સાથે અનુક્રમે i અને r કોણ બનાવે છે. આકૃતિ પરથી ΔPSR અને ΔPQRમાં, PR એ સામાન્ય બાજુ છે.

$$\angle PSR = \angle PQR = \frac{\pi}{2}$$

વળી, $PS = vt = QR$ ($\because$ આપાત અને પરાવર્તિત તરંગો એક જ માધ્યમમાં v જેટલી ઝડપથી ગતિ કરે છે.)

આ હકીકત દર્શાવે છે કે ΔPSR અને ΔPQR એકરૂપ (Congruent) છે.

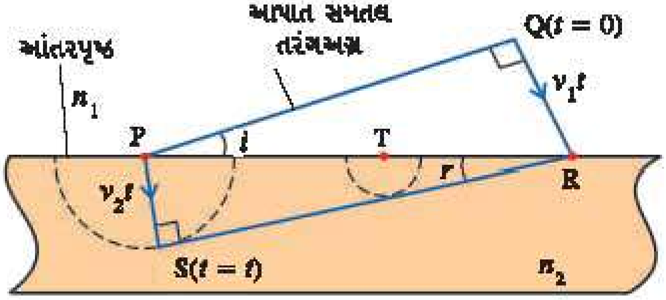
$\therefore \angle QPR = \angle SRP$

અર્થાત્, $i = r$

આમ, પરાવર્તનનો નિયમ (આપાતકોણ = પરાવર્તનકોણ) હાઈગેન્સના સિદ્ધાંતની મદદથી પણ સાબિત કરી શકાય છે.

4.4 હાઈગેન્સના સિદ્ધાંતની મદદથી પ્રકાશનું વક્રીભવન (Refraction of Light Through the Concept of Wavefront)

n_1 જેટલા વક્રીભવનાંક ધરાવતા માધ્યમમાંથી n_2 જેટલા પારદર્શક માધ્યમ પર આપાત થતા સમતલ તરંગ-અગ્ર PQને ધ્યાનમાં લો (આકૃતિ 4.5 જુઓ). પ્રસ્તુત ચર્ચામાં, આપણે માધ્યમ-2માં પારગમન પામતાં તરંગ-અગ્રોને જ ધ્યાનમાં લઈશું. ધારો કે $t = 0$ સમયે બિંદુ P એ માધ્યમોને છૂટી પાડતી સપાટી, (આંતરપૃષ્ઠ, Interface)ને સ્પર્શે છે. તે $t = 0$ સમયે માધ્યમ 2માં ગૌણ તરંગોનું ઉત્સર્જન શરૂ કરે છે.



આકૃતિ 4.5 તરંગ-અગ્રનું વક્રીભવન

હવે, ધારો કે માધ્યમ-2માં પ્રકાશ તરંગની ઝડપ v_2 હોય તો બિંદુ Pમાંથી ઉત્સર્જિત ગૌણ તરંગ, માધ્યમ 2માંથી $t = t$ સમયે v_2t જેટલું અંતર કાપશે. આકૃતિમાં તેને અનુરૂપ તરંગ-અગ્ર ત્રૂટક રેખા વડે દર્શાવેલ છે. વળી, આપણે ધારી શકીએ કે $t = t$ જેટલા સમયગાળામાં Q બિંદુમાંથી ઉત્પન્ન તરંગ-અગ્ર v_1t જેટલું અંતર કાપીને આંતરપૃષ્ઠને બિંદુ R આગળ સ્પર્શે છે. અહીં, v_1 એ માધ્યમ-1માં પ્રકાશની ઝડપ છે. હાઈગેન્સના સિદ્ધાંત અનુસાર, $t = t$ સમયે માધ્યમ-2માં નવું તરંગ-અગ્ર આવાં ગોળાકાર તરંગ-અગ્રો (આકૃતિ મુજબ SR)ને સ્પર્શતા સામાન્ય સ્પર્શકની મદદથી રચી શકાય છે.

આકૃતિની ભૂમિતિ પરથી, આપાતકોણ (એટલે કે, આપાત તરંગ-અગ્રે આંતરપૃષ્ઠ સાથે બનાવેલ કોણ) i અને વક્રીભૂતકોણ r છે.

વળી, $PS = v_2t$, $QR = v_1t$

ΔPQRમાં, $\sin i = \frac{QR}{PR} = \frac{v_1t}{PR}$

અને ΔPSRમાં $\sin r = \frac{PS}{PR} = \frac{v_2 t}{PR}$

$$\therefore \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1 t}{v_2 t} = \frac{v_1}{v_2} \qquad (4.4.1)$$

પણ, $\frac{v_1}{v_2} = n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$ હોવાથી,

$$\therefore \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} \qquad (4.4.2)$$

અથવા

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r \qquad (4.4.3)$$

સમીકરણ (4.4.2) અથવા (4.4.3) એ વક્રીભવન માટે સ્નેલનો નિયમ છે.

4.5 વ્યતિકરણ (Interference)

માધ્યમ (બિનયાંત્રિક તરંગોના કિસ્સામાં, અવકાશ)ના કોઈ એક બિંદુ આગળ ઉત્પન્ન કરેલ વિક્ષોભ જેમ પ્રસરણ પામે તેમ તેની અસર હેઠળ આવતા કણો (બિનયાંત્રિક તરંગોના કિસ્સામાં, બિંદુઓ) વિક્ષોભના પ્રકારને આધારે દોલન કરે છે. હવે, જો કણ એ એક કરતાં વધારે તરંગોની અસર હેઠળ આવે તો તેનું સ્થાનાંતર કેટલું થશે? કેવા પ્રકારની સ્થિતિનું નિર્માણ થશે? આવા પ્રશ્નોના જવાબ આપવા માટે આપણે સૌપ્રથમ સંપાતીકરણના સિદ્ધાંતનો અભ્યાસ કરીશું.

સંપાતપણાનો સિદ્ધાંત (Principle of Superposition) : "જ્યારે માધ્યમનો કોઈ એક કણ એકીસાથે બે કે બેથી વધારે તરંગોની અસર હેઠળ આવે છે, એટલે કે કોઈ કણ પાસે બે કે બે કરતાં વધારે તરંગો સંપાત થાય છે, ત્યારે સંપાતપણાના સિદ્ધાંત અનુસાર તે કણનું સ્થાનાંતર તે દરેક તરંગ વડે ઉદ્ભવતાં સ્વતંત્ર સ્થાનાંતરોના સદિશ સરવાળા જેટલું હોય છે."

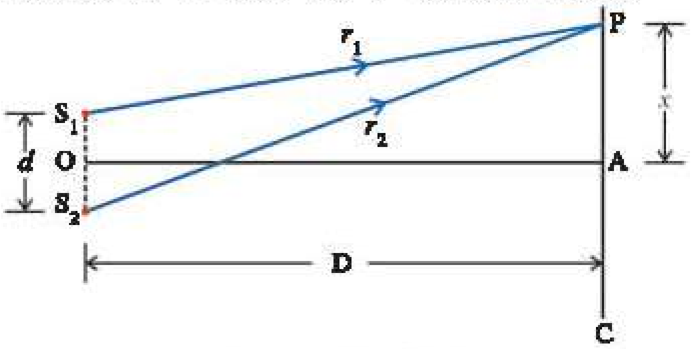
ઉદાહરણ તરીકે, જો સંપાત થતાં બે તરંગો પૈકી એકને લીધે કોઈ ક્ષણે ઊર્ધ્વ દિશામાં કણનું સ્થાનાંતર 1 cm અને બીજાને લીધે તે જ દિશામાં સ્થાનાંતર 3 cm હોય, તો પરિણામી સ્થાનાંતર 1 + 3 = 4 cm થાય, પરંતુ બીજા તરંગને લીધે થતું સ્થાનાંતર અધોદિશામાં 2 cm હોય, તો તે બિંદુએ પરિણામી સ્થાનાંતર 1 + (–2) = –1 cm જેટલું અધોદિશામાં થાય.

આમ, સંપાતીકરણનો સિદ્ધાંત એક કરતાં વધારે તરંગોના સંપાતીકરણને કારણે ઉત્પન્ન થતી પરિસ્થિતિને વર્ણવે છે.

"બે કે બે કરતાં વધારે તરંગોના સંપાતીકરણને લીધે ઉદ્ભવતી ભૌતિક અસરને વ્યતિકરણ કહે છે."

4.5 (a) બે તરંગોના કારણે ઉદ્ભવતું વ્યતિકરણ (Interference Due to two Waves) : ધારો કે બે બિંદુવત્ ઉદ્ગમો S_1 અને S_2 જેમની પ્રારંભિક કળા ϕ_1 અને ϕ_2 હોય તેવા બે હાર્મોનિક તરંગોનું ઉત્સર્જન કરે છે. આકૃતિ 4.6માં દર્શાવ્યા મુજબ તેઓ એકસાથે (અર્થાત્ એક જ સમયે) બિંદુ P પર સંપાત થાય છે.

આપણે અગાઉના પ્રકરણમાં ભણી ગયા છીએ કે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગને વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્ર સદિશોનાં દોલનોની મદદથી રજૂ કરવામાં આવે છે, પરંતુ પ્રકાશની અસર (અર્થાત્, દૃષ્ટિ) ફક્ત વિદ્યુતક્ષેત્ર દ્વારા જ ઉદ્ભવતી હોવાથી, પ્રસ્તુત કિસ્સામાં S_1 અને S_2 ઉદ્ગમો દ્વારા ઉદ્ભવતા પ્રકાશતરંગોને વિદ્યુતક્ષેત્ર ($\vec{E}$)ના પદમાં જ લખીશું.



આકૃતિ 4.6 તરંગોનું સંપાતીકરણ

ઉદ્ગમ S_1 દ્વારા,

$$\vec{e_1} = \vec{E_1} \sin(\omega_1 t - k_1 r_1 + \phi_1) \quad (4.5.1)$$

અને ઉદ્ગમ S_2 દ્વારા,

$$\vec{e_2} = \vec{E_2} \sin(\omega_2 t - k_2 r_2 + \phi_2) \quad (4.5.2)$$

અહીં, $\vec{E_1}$ અને $\vec{E_2}$ વિદ્યુતક્ષેત્રોના કંપવિસ્તાર, ω_1 અને ω_2 એ તરંગોની કોણીય આવૃત્તિઓ અને k_1 અને k_2 તરંગ-સદિશો રજૂ કરે છે. sine વિધેયની અંદર આવેલાં પદો બે તરંગોની કળા દર્શાવે છે.

ધારો કે, $\omega_1 t - k_1 r_1 + \phi_1 = \delta_1 \quad (4.5.3)$

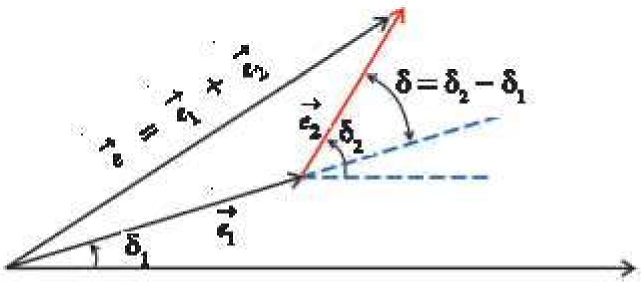
અને, $\omega_2 t - k_2 r_2 + \phi_2 = \delta_2 \quad (4.5.4)$

તેથી, $\vec{e_1} = \vec{E_1} \sin\delta_1 \quad (4.5.5)$

અને $\vec{e_2} = \vec{E_2} \sin\delta_2 \quad (4.5.6)$

હવે, સંપાતીકરણના સિદ્ધાંત અનુસાર, બિંદુ P આગળ પરિણામી સ્થાનાંતર,

$$\vec{e} = \vec{e_1} + \vec{e_2} \quad (4.5.7)$$



આકૃતિ 4.7 ફેઝર ડાયાગ્રામ

સમીકરણ (4.5.7)માં દર્શાવેલ સરવાળો મેળવવા, આપણે ફેઝર (Phasor)નો ઉપયોગ કરીશું (જુઓ આકૃતિ 4.7).

$$\therefore e^2 = e_1^2 + e_2^2 + 2\vec{e_1}\cdot\vec{e_2}$$

$$\therefore E^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos(\delta_2 - \delta_1) \quad (4.5.8)$$

જ્યાં, $\delta_2 - \delta_1 = \delta$ = બે સદિશો $\vec{e_1}$ અને $\vec{e_2}$ વચ્ચેનો કોણ, અને E એ પરિણામી કંપવિસ્તાર છે.

પરંતુ, પ્રકાશની સરેરાશ તીવ્રતા કંપવિસ્તારના વર્ગના સમપ્રમાણમાં, અર્થાત્ તીવ્રતા $I \propto E^2$ હોય છે.

આમ, સમીકરણ (4.5.8) પરથી,

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\langle\cos(\delta_2 - \delta_1)\rangle \quad (4.5.9)$$

સમીકરણ (4.5.9) માં, I_1 અને I_2 દરેક તરંગની સરેરાશ તીવ્રતા છે. જે સમયથી સ્વતંત્ર છે. ઉપર્યુક્ત સમીકરણમાં છેલ્લા પદને વ્યતિકરણ પદ (Inferference Term) કહે છે કે જે સમય પર આધારિત છે.

હવે, $\langle\cos(\delta_2 - \delta_1)\rangle = \frac{1}{T}\int_{t=0}^{t=T}\cos(\delta_2 - \delta_1)dt$

$$= \frac{1}{T}\int_0^T \cos\{(\omega_2 t - \omega_1 t) + (k_1 r_1 - k_2 r_2) + (\phi_2 - \phi_1)\}dt \quad (4.5.10)$$

અહીં, T વિદ્યુતક્ષેત્રનાં દોલનોનો આવર્તકાળ છે.

કિસ્સો : I અસુસંબદ્ધ ઉદ્‌ગમો (Non-Coherent Sources) : ધારો કે, બંને તરંગોની કોણીય આવૃત્તિઓ જુદી-જુદી છે. એટલે કે, $\omega_1 \neq \omega_2$. આ કિસ્સામાં, બંને તરંગો વચ્ચેનો કળા-તફાવત $\delta = (\delta_2 - \delta_1)$ એ સમયનું વિધેય, અર્થાત્ $\delta(t)$ હશે. હવે, સમીકરણ (4.5.10) નીચે મુજબ લખાશે.

$$\langle \cos(\delta_2 - \delta_1) \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T \cos(\delta(t))\,dt \tag{4.5.11}$$

પરંતુ, એક પૂર્ણ આવર્તકાળ જેટલા સમય માટે sine અને cosine વિધેયનું સંકલન શૂન્ય થાય છે. આમ, આ સંજોગોમાં સમીકરણ (4.5.9)નું છેલ્લું પદ શૂન્ય થશે, અને એકબીજા પર સંપાત થતા બંને તરંગોને કારણે બિંદુ P આગળ $I_1 + I_2$ જેટલી સરેરાશ તીવ્રતા મળશે.

જુદી-જુદી આવૃત્તિઓ (એટલે કે, $\omega_1 \neq \omega_2$)વાળાં પ્રકાશ-તરંગો ઉત્પન્ન કરતા ઉદ્‌ગમોને અસુસમ્બદ્ધ ઉદ્‌ગમો કહે છે.

કિસ્સો : 2 સુસમ્બદ્ધ ઉદ્‌ગમો (Coherent Sources) : ધારો કે બંને તરંગોની કોણીય આવૃત્તિઓ સમાન છે, એટલે કે $\omega_1 = \omega_2$.

હવે બંને તરંગોની આવૃત્તિઓ સમાન હોવાથી તેઓ એવી જ રીતે દોલન કરશે કે જેથી તેમની પ્રારંભિક કળાનો તફાવત $\phi_2 - \phi_1$ અચળ રહે (અથવા તેનું મૂલ્ય શૂન્ય ગોઠવી શકાય). પ્રકાશના એવા ઉદ્‌ગમો કે જેમની કોણીય આવૃત્તિઓ સમાન હોય, અને પ્રારંભિક કળા તફાવત અચળ રહેતો હોય તો તેવા ઉદ્‌ગમોને સુસમ્બદ્ધ ઉદ્‌ગમો કહે છે. અત્રે આપણે $\phi_2 = \phi_1$ લઈશું. વળી, બંને તરંગો એક જ માધ્યમમાં ગતિ કરતાં હોવાથી, તેમની ઝડપો પણ સમાન રહેશે. તેથી સમીકરણ, $v = f\lambda = \frac{\omega}{k}$ની મદદથી $k_1 = k_2 = k$ થશે. ($\because \omega_1 = \omega_2$) આમ, સમીકરણ (4.5.10),

$$\langle \cos(\delta_2 - \delta_1) \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T \cos\{k(r_1 - r_2)\}\,dt$$

$$= \frac{1}{T}\cos\{k(r_2 - r_1)\}\int_0^T dt \qquad (\because \cos(-\theta) = \cos\theta)$$

$$= \cos\{k(r_2 - r_1)\} \tag{4.5.12}$$

સમીકરણ (4.5.12)ની કિંમત સમીકરણ (4.5.9)માં મૂકતાં, અને બંને તરંગોની તીવ્રતા સમાન, એટલે કે $I_1 = I_2 = I'$ ધારતાં,

$$I = I' + I' + 2\sqrt{I'I'}\cos k(r_2 - r_1)$$

$$= 2I'\{1 + \cos k(r_2 - r_1)\}$$

$$= 4I'\cos^2\left\{\frac{k(r_2 - r_1)}{2}\right\} \qquad \left[\because (1 + \cos\theta) = 2\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]$$

$$I = I_0\cos^2\left\{\frac{k(r_2 - r_1)}{2}\right\} \qquad \text{જ્યાં, } 4I' = I_0 = \text{ મહત્તમ તીવ્રતા છે.} \tag{4.5.13}$$

અત્રે, $k(r_2 - r_1)$ને સંપાતીકરણ અનુભવતા તરંગોનો કળા-તફાવત કહે છે.

ખાસ કિસ્સાઓ :

કિસ્સો : I જ્યારે, $\frac{k(r_2 - r_1)}{2} = n\pi$ અથવા $k(r_2 - r_1) = 2n\pi$ (4.5.14)

જ્યાં $= n = 0, 1, 2, ...$ ત્યારે તીવ્રતા,

$I = I_0 =$ મહત્તમ ($\because \cos^2 n\pi = 1$) થશે.

"જો સંપાતીકરણ અનુભવતા તરંગોનો કળા-તફાવત $2n\pi$ ($n = 0, 1, 2, ...$) હોય તો, સંપાતીકરણબિંદુ આગળ તીવ્રતા મહત્તમ મળે છે. આ પ્રકારના વ્યતિકરણને સહાયક વ્યતિકરણ (Constructive Interference) કહે છે."

સમીકરણ (4.5.14)માં $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ મૂકતાં,

$$\frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = 2n\pi$$

$\therefore$ પથતફાવત, $(r_2 - r_1) = n\lambda$. જ્યાં, $n = 0, 1, 2, 3, ...$ (4.5.15)

"જો સંપાતીકરણ અનુભવતાં તરંગો વચ્ચે પથ-તફાવત $n\lambda$ ($n = 0, 1, 2, ...$) હોય તો, સંપાતીકરણબિંદુ આગળ તીવ્રતા મહત્તમ થશે. આ પ્રકારના વ્યતિકરણને સહાયક વ્યતિકરણ કહે છે."

કિસ્સો : II જ્યારે $\frac{k(r_2 - r_1)}{2} = (2n - 1)\frac{\pi}{2}$ અથવા $k(r_1 - r_2) = (2n - 1)\pi$ (4.5.16)

જ્યાં, $n = 1, 2, 3, ...$

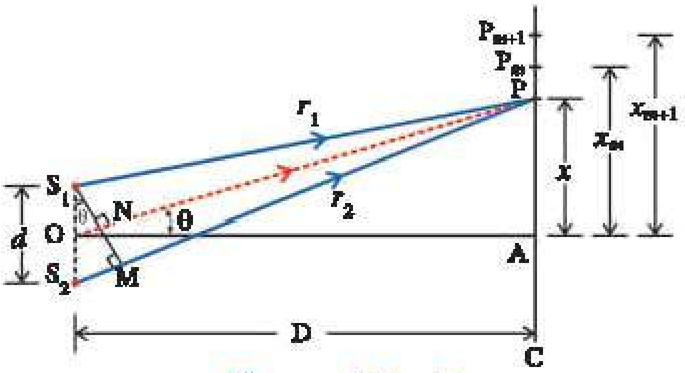
ત્યારે તીવ્રતા, $I = 0 =$ લઘુતમ થશે. $\left(\because \cos\left(\frac{(2n - 1)\pi}{2}\right) = 0\right)$

"જો સંપાતીકરણ અનુભવતા તરંગો વચ્ચે કળા-તફાવત $(2n - 1)\pi$, ($n = 1, 2, 3, ...$) હોય તો, સંપાતીકરણ બિંદુ આગળ તીવ્રતા ન્યૂનતમ થશે. આ પ્રકારના વ્યતિકરણને વિનાશક વ્યતિકરણ (Destructive Interference) કહે છે. તેને અનુરૂપ પથ તફાવત $(r_2 - r_1) = (2n - 1)\frac{\lambda}{2}$ થશે." (4.5.17)

જ્યાં, $n = 1, 2, ...$

"જો સંપાતીકરણ અનુભવતા તરંગો વચ્ચે પથ-તફાવત $(2n - 1)\frac{\lambda}{2}$ (કે જ્યાં $n = 1, 2, ...$) હોય તો સંપાતીકરણ બિંદુ આગળ તીવ્રતા ન્યૂનતમ થશે. આ પ્રકારના વ્યતિકરણને વિનાશક વ્યતિકરણ કહે છે."

4.5 (b) તીવ્રતાની વહેંચણી (Intensity Distribution) : સૈદ્ધાંતિક રીતે, સમીકરણ (4.5.13)નો ઉપયોગ કરીને જુદાં-જુદાં બિંદુઓ P, P_m, P_{m+1} વગેરે આગળ તીવ્રતાની વહેંચણી શોધી શકાય (જુઓ આકૃતિ 4.8).



આકૃતિ 4.8 તરંગોનું વ્યતિકરણ

પરંતુ, વાસ્તવમાં સીધે સીધો પથ-તફાવત $(r_2 - r_1)$ શોધવો ખૂબ જ મુશ્કેલ છે. તેથી, સમીકરણ (4.5.13) ને સૌપ્રથમ આપણે એવા સ્વરૂપમાં ફેરવવું પડશે કે જેથી પ્રાયોગિક રીતે પથ-તફાવત શોધી શકાય. આકૃતિ 4.8માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ધારો કે પડદા પરનું બિંદુ A એ S_1S_2નાં લંબદ્વિભાજક પર આવેલું છે.

વળી, ધારો કે $S_1S_2 = d$, OA = D, બિંદુ Pનું Aથી સ્થાન, AP = x અને $\angle AOP = \theta$. પથ-તફાવત માપવા માટે, S_1માંથી S_2P પર S_1M લંબ દોરો. આકૃતિની ભૂમિતિ પરથી, પથ-તફાવત,

$$r_2 - r_1 = S_2P - S_1P = S_2M \quad (4.5.18)$$

વાસ્તવિક પ્રયોગમાં, S_1S_2 એ 0.1 *mm*ના ક્રમનું અને અંતર D મીટરના ક્રમનું હોય છે. તેથી, S_1S_2ની નજીક S_2M ખંડને ONને સમાંતર ગણી શકાય. વળી, $\angle S_1NO = 90^o$ છે.

$\therefore \angle POA = \angle S_2S_1M = \theta$ અને $\sin\theta = \frac{S_2M}{S_1S_2}$

$\therefore S_2M = S_1S_2\sin\theta = d\sin\theta$

સમીકરણ (4.5.18)ની મદદથી,

પથ-તફાવત $r_2 - r_1 = d\sin\theta$ (4.5.19)

S_1 અને S_2 એકબીજાથી ખૂબ નજીક હોવાથી, θ (rad માં) ખૂબ જ નાનો થશે.

$\therefore \sin\theta \approx \theta \approx \tan\theta$

$\therefore (r_2 - r_1) = d\tan\theta$ (4.5.20)

ΔPOA પરથી, $\tan\theta = \frac{PA}{OA} = \frac{x}{D}$

$\therefore (r_2 - r_1) = \frac{xd}{D}$ (4.5.21)

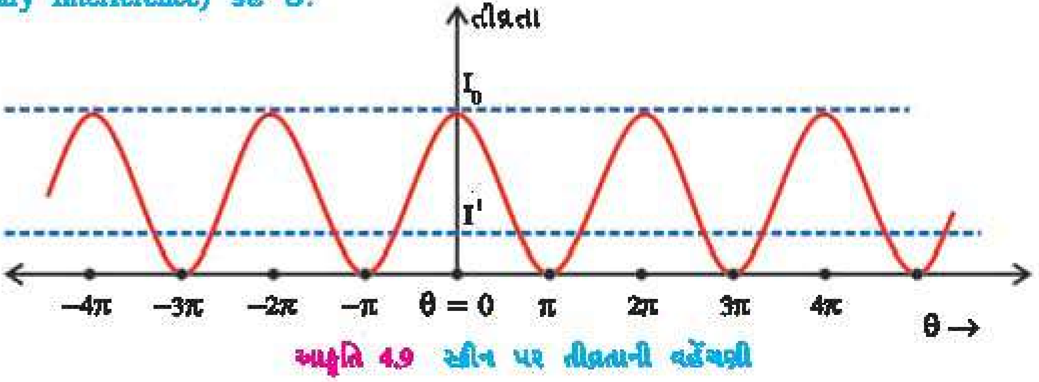
સમીકરણો (4.5.20)માં મૂકતાં, આપણને બિંદુ P આગળની તીવ્રતા માટેનું સૂત્ર મેળવી શકાય.

$$I_P = I_0\cos^2\left\{\frac{k\,d\tan\theta}{2}\right\} \quad (4.5.22)$$

અને

$$I_P = I_0\cos^2\left\{\frac{k\,xd}{2D}\right\} \quad (4.5.23)$$

આ સમીકરણની મદદથી θ કોણ ધરાવતા અથવા બિંદુ A થી x અંતરે આવેલા અથવા કોઈ પણ બિંદુ આગળ તીવ્રતા શોધી શકાય, કે જે આકૃતિ 4.9માં દર્શાવેલ છે. સમીકરણ (4.5.22) અથવા (4.5.23) પરથી કહી શકાય કે **કોઈ પણ બિંદુ આગળ તીવ્રતા સમય પર આધારિત નથી. આ પ્રકારના વ્યતિકરણને સ્થિત-વ્યતિકરણ (Stationary Interference) કહે છે.**



આકૃતિ 4.9 સ્ક્રીન પર તીવ્રતાની વહેંચણી

$\omega_1 \neq \omega_2$ના કિસ્સા માટે, તરંગો જુદી-જુદી આવૃત્તિઓ સાથે દોલન કરતાં હશે. તેથી, તેમની વચ્ચે કળા-તફાવત સતત રીતે બદલાતો રહે છે. આમ, આપેલ બિંદુ આગળ વ્યતિકરણ તીવ્રતા અચળ રહેશે નહીં, અને તે બંને તરંગોની સરેરાશ તીવ્રતાના સરવાળા બરાબર હોય છે. ઉદાહરણ તરીકે, સાદા ઇલેક્ટ્રિક બલ્બના કિસ્સામાં ઇલેક્ટ્રૉન્સ ફિલામેન્ટમાં અસ્તવ્યસ્ત સંક્રાંતિઓ વડે જુદી-જુદી આવૃત્તિઓવાળાં તરંગો ઉત્પન્ન કરે છે અને તેથી, સાદા ઇલેક્ટ્રિક બલ્બની મદદથી સ્થિત વ્યતિકરણ મેળવી શકાય નહીં. આમ, સ્થિત વ્યતિકરણ માટે જરૂરી સુસમ્બદ્ધ ઉદ્‌ગમો મેળવવા ખાસ પદ્ધતિઓની જરૂર પડશે. આ પદ્ધતિઓને બે સમૂહમાં વહેંચણી શકાય : (i) તરંગ-અગ્રના વિભાજનથી અને (ii) કંપવિસ્તારના વિભાજનથી. પ્રથમ પ્રકારની પદ્ધતિઓમાં ફક્ત પાતળા ઉદ્‌ગમની જરૂર પડે છે, જ્યારે બીજા પ્રકારની પદ્ધતિમાં વિસ્તૃત ઉદ્‌ગમની જરૂર પડે છે. આપણે તરંગ-અગ્રના વિભાજનની મદદથી મેળવેલ સુસમ્બદ્ધ ઉદ્‌ગમ મેળવવાની પંગે સૂચવેલ એક રીતનો જ અભ્યાસ કરીશું.

સહાયક વ્યતિકરણ માટે, બે તરંગોના સંપાતીકરણને કારણે મળતી મહત્તમ તીવ્રતા નીચે મુજબ લખી શકાય.

$$I = I_0 = 4I'$$
$$= 2^2 I'$$

જ્યાં $I' = I_1 = I_2$ એ સ્વતંત્ર તરંગોની તીવ્રતા છે. આ સમીકરણ N ઉદ્‌ગમો (તરંગો)ના પ્રયોગના કિસ્સામાં મળતા સમીકરણ $I = N^2 I'$ના ખાસ કિસ્સા તરીકે ગણી શકાય.

બે ક્રમિક પ્રકાશિત શલાકાઓ વચ્ચેનું અંતર : આકૃતિ 4.8માં દર્શાવ્યા અનુસાર, બિંદુઓ P_m અને P_{m+1} આગળ અનુક્રમે mમી અને (m + 1)મી પ્રકાશિત શલાકા રચાય છે. પથ-તફાવતના સમીકરણ, $r_2 - r_1 = \frac{xd}{D}$ પરથી, બિંદુ P_m આગળ પથ-તફાવત,

$$\frac{x_m d}{D} = m\lambda \quad (4.5.24)$$

તે જ રીતે, P_{m+1} આગળ પથ-તફાવત,

$$\frac{x_{m+1} d}{D} = (m + 1)\lambda \quad (4.5.25)$$

∴ આ બે ક્રમિક પ્રકાશિત શલાકાઓ વચ્ચેનું અંતર,

$$(x_{m+1} - x_m)\frac{d}{D} = \{(m + 1) - m\}\lambda = \lambda \quad (4.5.26)$$

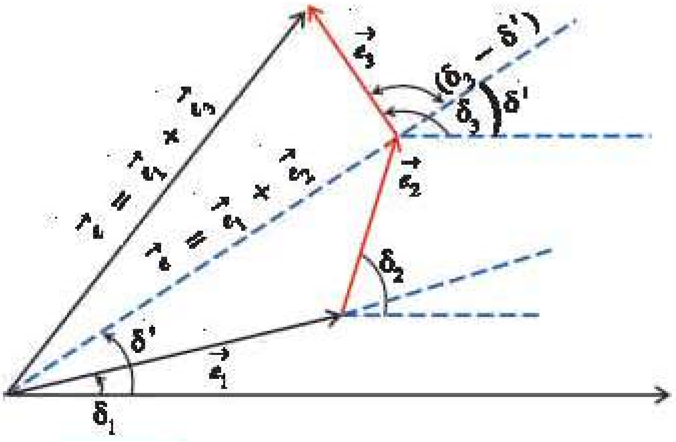
$x_{m+1} - x_m = \bar{x}$ તરીકે લખતાં,

$$\bar{x} = \frac{\lambda D}{d} \quad (4.5.27)$$

આ જ રીતે આપણે એવું સાબિત કરી શકીએ કે બે ક્રમિક અપ્રકાશિત શલાકાઓ વચ્ચેનું અંતર પણ આટલું જ, એટલે કે $\bar{x}$ રહેશે.

વળી, સમીકરણ (4.5.27) પરથી જોઈ શકાય છે કે બે ક્રમિક પ્રકાશિત કે અપ્રકાશિત શલાકા વચ્ચેનું અંતર શલાકાના ક્રમ પર આધારિત નથી. એટલે કે, બધી જ શલાકાઓ સરખી પહોળાઈની હશે. સમીકરણ (4.5.22) અને (4.5.23) પરથી એ પણ સ્પષ્ટ છે કે બધી જ પ્રકાશિત શલાકાઓની તેજસ્વીતા પણ સમાન હશે.

ઉદાહરણ 1 : ફેઝરની રીતની મદદથી સાબિત કરો કે સુસમ્બદ્ધ ઉદ્‌ગમોથી ઉત્પન્ન ત્રણ સમાન તીવ્રતા ધરાવતાં તરંગોથી મળતા સહાયક વ્યતિકરણની મહત્તમ તીવ્રતા નીચેના સૂત્ર વડે આપવામાં આવે છે. $I = 3^2 I'$ અહીં, I' એ સ્વતંત્ર તરંગોની તીવ્રતા છે.



ઉકેલ : આકૃતિમાં દર્શાવ્યા અનુસાર, પ્રથમ આપણે બે સદિશો $\vec{E_1}$ અને $\vec{E_2}$નો સરવાળો કરીશું, અને ત્યાર બાદ તેમના સરવાળામાં $\vec{E_3}$ ઉમેરીશું. સુસમ્બદ્ધ ઉદ્‌ગમો માટે સમીકરણ (4.5.12)ની મદદથી, $\vec{E_1}$ અને $\vec{E_2}$ની પરિણામી તીવ્રતા,

$$I_1' = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\delta_1 - \delta_2) \quad (1)$$

$$I = I_1' + I_3 + 2\sqrt{I_1' I_3}\cos(\delta' - \delta_3) \qquad (2)$$

પણ સહાયક વ્યતિકરણ માટે, કળા-તફાવત હંમેશાં 2πના પૂર્ણગુણાંકમાં જ હોય. તેથી, બધા જ cosδ જેવાં પદોનું મૂલ્ય 1 થશે.

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + 2\sqrt{I_1 I_2} + 2\sqrt{(I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2})I_3}$$

પણ, $I_1 = I_2 = I_3 = I'$ (આપેલ છે.)

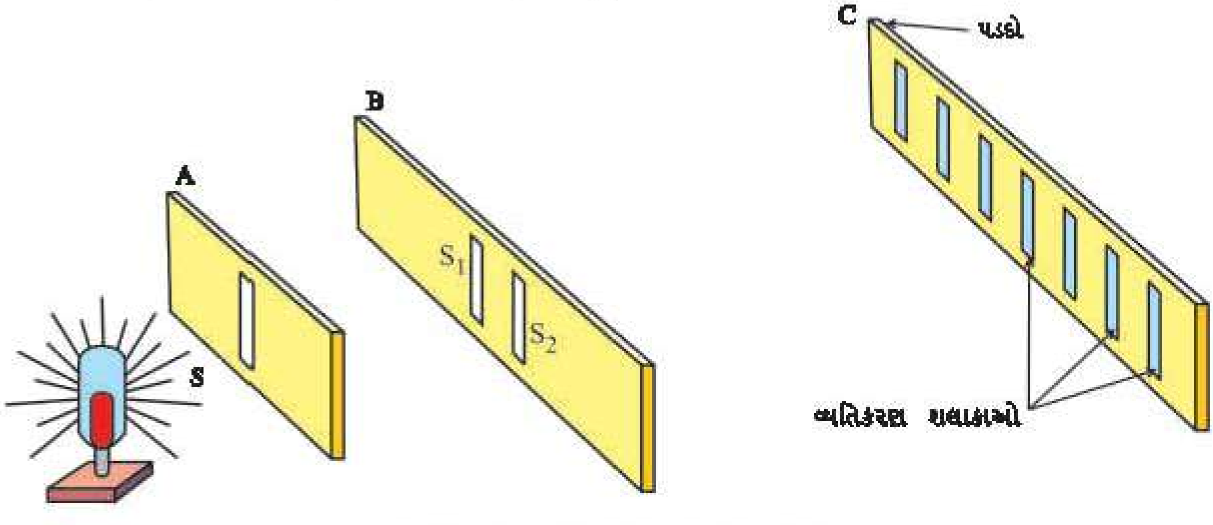
$$\therefore I = I' + I' + I' + 2\sqrt{I'I'} + 2\sqrt{(I'I' + I'I' + (2\sqrt{I'I'})\, I')}$$

$$= 5\,I' + 2 \times 2\,I' = 9\,I'$$

$$\therefore I = 3^2 I'$$

4.5 (c) યંગનો બે સ્લિટનો પ્રયોગ (Young's Double Slit Experiment) : 1665માં ગ્રીમાલ્ડી (Grimaldi)એ સૂર્યપ્રકાશ અને નાનાં છિદ્રોની મદદથી પડદા પર અંધારા રૂમમાં વ્યતિકરણ મેળવવાનો પ્રયોગ કર્યો હતો. કમનસીબે, તે ફક્ત સરેરાશ તીવ્રતા જ જોઈ શક્યો. ઉપર જણાવ્યું તેમ હવે તેનું કારણ સ્પષ્ટ છે.

પાછળથી, 1801માં બ્રિટિશ તબીબ થોમસ યંગે તરંગ-અગ્રોના વિભાજનથી સુસમ્બદ્ધ ઉદ્‌ગમો મેળવવાની ચોક્કસ ગોઠવણ કરી. તેના પ્રયોગની ગોઠવણી આકૃતિ 4.10માં દર્શાવેલ છે.



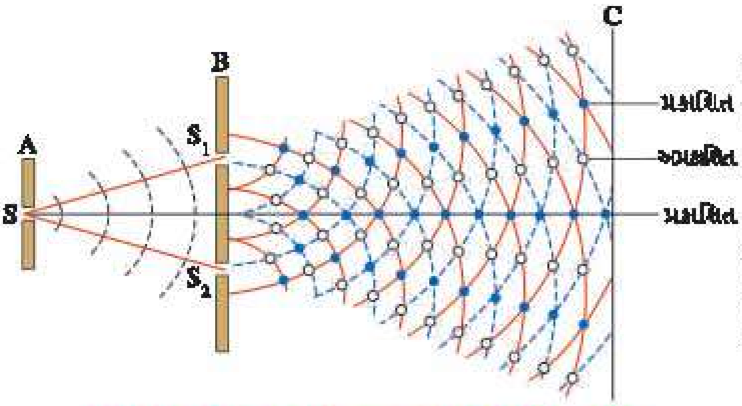
આકૃતિ 4.10 યંગનો બે સ્લિટનો પ્રયોગ

એક રંગી પ્રકાશ-ઉદ્‌ગમ નળાકારીય તરંગો ઉત્પન્ન કરે છે, જેને નજીક રાખેલી પડદા A પરની સ્લિટ S દ્વારા કેન્દ્રિત કરવામાં આવે છે. આમ, આ સ્લિટ પ્રકાશના ગૌણ ઉદ્‌ગમ તરીકે વર્તશે અને સ્ક્રીન B તરફ નળાકારીય તરંગોનું ઉત્સર્જન કરશે. બે સ્લિટ S_1 અને S_2 સ્ક્રીન B પર એવી રીતે રાખવામાં આવે છે કે જેથી $SS_1 = SS_2$ થાય. વળી, S_1 અને S_2 વચ્ચેનું અંતર ખૂબ જ ઓછું, લગભગ મિલિમીટરના ક્રમનું રાખવામાં આવે છે. હવે, S_1 અને S_2, સ્લિટ Sથી સમાન અંતરે આવેલી હોવાથી તેમના પર આપેલ સમયે ફક્ત એક જ તરંગ-અગ્ર સંપાત થશે.

હાઈગેન્સના સિદ્ધાંત મુજબ, તરંગ-અગ્ર પર આવેલાં તમામ બિંદુઓ સમાન કળામાં દોલન કરશે. આમ, S_1 અને S_2 સુસમ્બદ્ધ ઉદ્‌ગમો તરીકે વર્તશે.

S_1 અને S_2માંથી ઉત્પન્ન થતાં નળાકારીય તરંગો સ્ક્રિન C પર સંપાત થઈને સ્થિત-વ્યતિકરણ રચશે.

આકૃતિ 4.11માં સ્લિટ અને નળાકાર તરંગ-અગ્રોના પુસ્તકના પાન સાથેના આડછેદ દર્શાવ્યા છે.



આકૃતિ 4.11 નળાકારીય તરંગ-અગ્રોને કારણે મળતી વ્યતિકરણભાત (ફક્ત જાણકારી માટે)

અત્રે જે બિંદુઓએ સહાયક વ્યતિકરણ રચાય છે, તેને ઘાટાં ટપકાં વડે અને વિનાશક વ્યતિકરણવાળાં બિંદુઓને નાનાં વર્તુળો વડે દર્શાવવામાં આવેલ છે.

આકૃતિ 4.10માં, ગૌણ ઉદ્‌ગમો S_1 અને S_2 રેખીય હોવાને કારણે, પડદા C પર પ્રકાશિત અને અપ્રકાશિત શલાકા (Fringes) ઓ જોવા મળે છે.

એ નોંધવું જોઈએ કે યંગે તેના ઐતિહાસિક પ્રયોગમાં સ્લિટને બદલે છિદ્રનો અને એકરંગી પ્રકાશને બદલે શ્વેત પ્રકાશનો ઉપયોગ કર્યો હતો.

ઉદાહરણ 2 : બે સુસંબદ્ધ ઉદ્‌ગમોમાંથી ઉત્સર્જાતા પ્રકાશની તીવ્રતાનો ગુણોત્તર α છે. તેમના વડે રચાતી વ્યતિકરણભાત માટે સાબિત કરો કે,

$$\frac{I_{max}+I_{min}}{I_{max}-I_{min}} = \frac{1+\alpha}{2\sqrt{\alpha}}$$ થાય. જ્યાં,

I_{max} = પ્રકાશિત શલાકાની તીવ્રતા અને

I_{min} = અપ્રકાશિત શલાકાની તીવ્રતા છે.

ઉકેલ : બે તરંગો માટે તેમની તીવ્રતાનો ગુણોત્તર

$$\frac{I_1}{I_2} = \alpha \text{ (આપેલ છે.)}$$

પણ, આપણે જાણીએ છીએ કે $I \propto A^2$ (જ્યાં, A એ કંપવિસ્તાર)

$$\therefore \frac{I_1}{I_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} = \alpha$$

$$\therefore \frac{A_1}{A_2} = \frac{\sqrt{\alpha}}{1}$$

$$\therefore \frac{A_1+A_2}{A_1-A_2} = \frac{A_{max}}{A_{min}} = \frac{\sqrt{\alpha}+1}{\sqrt{\alpha}-1}$$

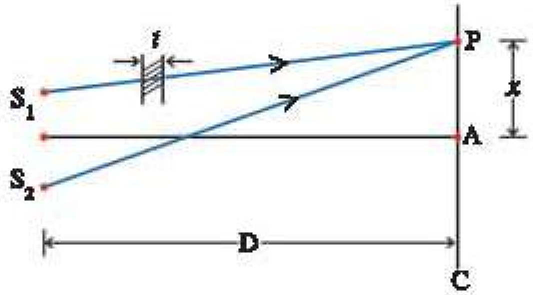
$$\therefore \frac{I_{max}}{I_{min}} = \frac{A_{max}^2}{A_{min}^2} = \frac{(1+\sqrt{\alpha})^2}{(\sqrt{\alpha}-1)^2} = \frac{(1+2\sqrt{\alpha}+\alpha)}{(1-2\sqrt{\alpha}+\alpha)}$$

$$\therefore \frac{I_{max}+I_{min}}{I_{max}-I_{min}} = \frac{(1+2\sqrt{\alpha}+\alpha)+(1-2\sqrt{\alpha}+\alpha)}{(1+2\sqrt{\alpha}+\alpha)-(1-2\sqrt{\alpha}+\alpha)}$$

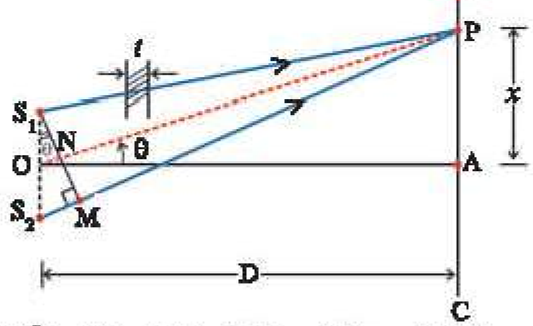
$$= \frac{\alpha+1}{2\sqrt{\alpha}}$$

આપેલા પદના વ્યસ્તને એટલે કે $\frac{I_{max}-I_{min}}{I_{max}+I_{min}}$ ને **શલાકાની દૃશ્યતા (Visibility)** કહે છે.

ઉદાહરણ 3 : યંગના બે સ્લિટના પ્રયોગની મદદથી પાતળી પારદર્શક પતરી (Sheet)ની જાડાઈ નક્કી કરી શકાય છે. *n* વક્રીભવનાંક ધરાવતી અને *t* જેટલી જાડાઈ ધરાવતી પાતળી પારદર્શક Sheetની જાડાઈ શોધવા માટેની પ્રાયોગિક ગોઠવણ આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે. ધારો કે, મધ્યસ્થ પ્રકાશિત શલાકા, કે જે Sheetની ગેરહાજરીમાં પડદા પરના A બિંદુ આગળ મળતી હતી, તે ખસીને બિંદુ P આગળ જોવા મળે છે, તો Sheetની જાડાઈ માટેનું સૂત્ર તારવો.



ઉકેલ : પાતળી sheetની ગેરહાજરીમાં S_1A અને S_2A વચ્ચેનો પથ-તફાવત શૂન્ય થશે. તેથી બિંદુ A આગળ મધ્યસ્થ પ્રકાશિત શલાકા મળે છે. હવે, S_1માંથી નીકળતા પ્રકાશ-તરંગના પથમાં પારદર્શક sheet દાખલ થતાં, આ પ્રકાશ-તરંગ તરફ શલાકાઓ સ્થાનાંતરીત થાય છે, જેને લેટરલ શિફ્ટ (Lateral Shift) x કહે છે.



હવે, બિંદુ P આગળ મધ્યસ્થ પ્રકાશિત શલાકા મળે છે. અર્થાત્, પથ-તફાવત $S_2P - S_1P = 0$ થશે.

$\therefore \{(S_2P - t) + t_{માધ્યમ}\} - S_1P = 0$

જ્યાં, $t_{માધ્યમ}$ = માધ્યમમાં પથલંબાઈ (પ્રકાશીય પથ) = $t\ n$

$\therefore S_2P - t + t\ n - S_1P = 0$

$\therefore$ પથ-તફાવત, $S_2P - S_1P = S_2M = (n - 1)t$ (1)

ΔS_1S_2M પરથી, $S_2M = d\sin\theta$ (2)

પણ બંને ઉદ્‌ગમો S_1 અને S_2 એકબીજાની નજીક ગોઠવેલા હોવાથી, θ (radમાં) ખૂબ જ નાનો થશે.

$\therefore \sin\theta \approx \theta \approx \tan\theta$

ΔOAP પરથી, $\tan\theta = \frac{x}{D}$ (3)

સમીકરણ (3)ને (2)માં મૂકતાં,

$$S_2M = \frac{xd}{D}$$

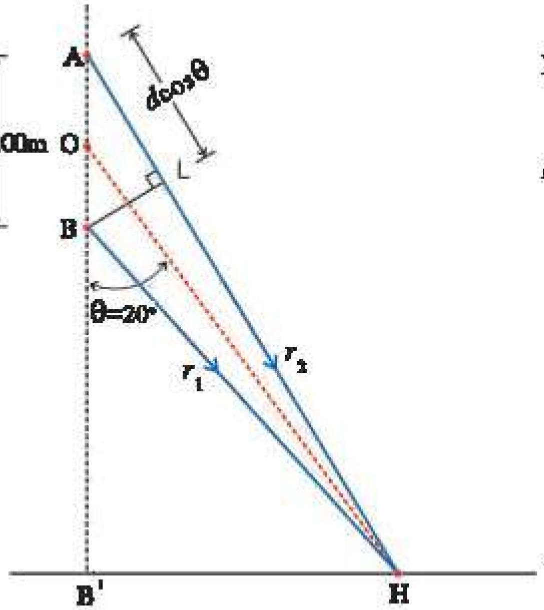
$\therefore$ સમીકરણ (4) અને (1) પરથી, $\frac{xd}{D} = (n - 1)t$

$\therefore$ જાડાઈ, $t = \frac{xd}{D(n - 1)}$

ઉદાહરણ 4 : બે રેડિયો-એન્ટેના A અને B 1100 kHz આવૃત્તિવાળા રેડિયો-તરંગોનું ઉત્સર્જન કરે છે. આ તરંગો આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ H બિંદુ આગળ સંપાત થાય છે. જો બે એન્ટેના વચ્ચેનું અંતર 100 m હોય તેમજ તેમને જોડતી રેખાના મધ્યબિંદુને H સાથે જોડતી રેખા 20°નો કોણ રચતી હોય, તો H પાસે રેડિયો-તરંગોની પરિણામી તીવ્રતા, મહત્તમ તીવ્રતા (I_0)ના પદમાં મેળવો. BH = 20 km, cos20° = 0.9397, cos 62° = 0.4695 લો.

ઉકેલ : અત્રે, એન્ટેના A અને B 1100×10^3 Hz આવૃત્તિવાળાં તરંગોનાં સુસંબદ્ધ ઉદ્‌ગમો તરીકે વર્તે છે.

તેથી સમીકરણ,



$$I = I_0 \cos^2\left\{\frac{k(r_2 - r_1)}{2}\right\}$$ પરથી, જ્યાં

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{c}$$

$$= \frac{2\pi \times 1100 \times 10^3}{3 \times 10^8}$$

અને $(r_2 - r_1) = AL = d\cos\theta = 100 \times \cos 20^\circ$

$$= 100 \times 0.9397 \text{ m}$$

$$= 93.97 \text{ m}$$

$$\therefore I = I_0 \cos^2\left\{\frac{2\pi 1100 \times 10^3 \times 93.77}{2 \times 3 \times 10^8}\right\}$$

$$\therefore I_0 \cos^2\{\pi \times 0.3445\} = I_0\{\cos(62^\circ)\}^2$$

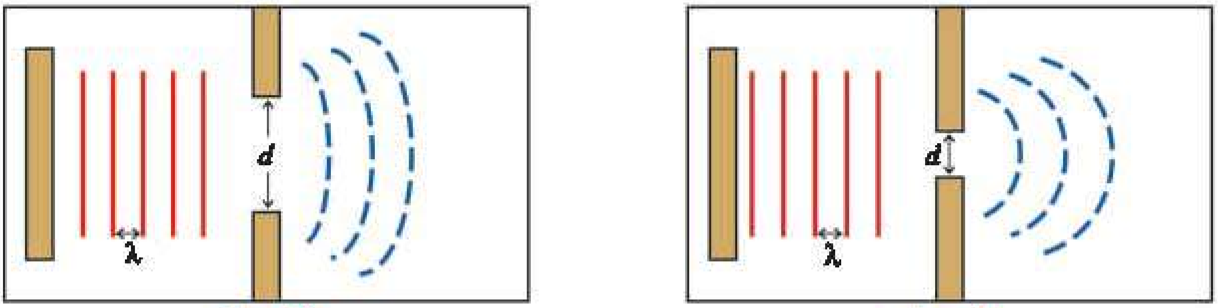
$$= I_0 \times (0.22)$$

$$\therefore \frac{I}{I_0} = 0.22$$

4.6 વિવર્તન (Diffraction)

જ્યારે તરંગોને કોઈ અડચણ નડે અથવા સ્લિટમાંથી પસાર થતી વખતે તેઓ ધાર આગળથી વાંકા વળે છે. તરંગોની આ વાંકા વળવાની ઘટનાને વિવર્તન (Diffraction) કહે છે. તેની શોધ ગ્રીમાલ્ડીએ કરી હતી. આ પ્રકાશકિરણના રેખીય પ્રસરણના વિચારથી તદ્દન વિપરીત હોવાથી આપણે ચોક્કસપણે કહી શકીએ કે કિરણ-પ્રકાશશાસ્ત્ર વિવર્તનની ઘટના સમજાવી શકે નહીં.

વિવર્તનની આ ઘટના સમજવા માટે રોજિંદા જીવનનો અનુભવ ધ્યાનમાં લો. આપણે જાણીએ છીએ કે પ્રકાશ અને ધ્વનિ-ઊર્જા તરંગસ્વરૂપમાં પ્રસરે છે. આપણે અનુભવ્યું છે કે ઓરડામાં ખુલ્લા દરવાજાની નજીક ઊભેલી વ્યક્તિને ઓરડાની દીવાલની બીજી બાજુ ઊભેલી વ્યક્તિનો અવાજ સંભળાય છે, પરંતુ તેને જોઈ શકાતી નથી. આનો મતલબ એ થયો કે ધ્વનિ-તરંગો દરવાજાની ધાર આગળથી વાંકા વળી વિવર્તનની ઘટના આપે છે, પણ પ્રકાશ-તરંગો વિવર્તન નથી અનુભવતા, તો સવાલ એ થાય કે શા માટે પ્રકાશ-તરંગોનું વિવર્તન થતું નથી ? આ દેખીતા વિરોધાભાસને સમજવા માટે આકૃતિ 4.12માં દર્શાવેલ રિપલ ટેન્કનો પ્રયોગ ધ્યાનમાં લો.



$d = 5\lambda$
(a)

$d = 2\lambda$
(b)

આકૃતિ 4.12 વિવર્તન માટેનો રિપલ ટેન્કનો પ્રયોગ

આ પ્રયોગમાં સીધા લાકડાની પટ્ટીને પાણીની સપાટી પર આવર્ત રીતે ટેપ (Tapping) કરીને રેખીય તરંગો મેળવી શકાય છે. તેની નજીક, મીણના બે બ્લોકની મદદથી એક સ્લિટની રચના કરવામાં આવે છે. આ પ્રયોગમાં

સ્લિટની પહોળાઈ અને ઉત્પન્ન કરાતા તરંગોની તરંગલંબાઈને ચલ તરીકે લઈ શકાય છે. ધારો કે આવા નિયંત્રિત દોલનોને કારણે ઉત્પન્ન થતા તરંગોની તરંગલંબાઈ λ છે.

ધારો કે શરૂઆતમાં સ્લિટની પહોળાઈ (d)ને $d = 5\lambda$ જેટલી ગોઠવવામાં આવે છે. આ સંજોગોમાં, સ્લિટમાંથી બહાર નિર્ગમન પામતાં તરંગો લગભગ રેખીય મળે છે, (આકૃતિ 4.12(a) જુઓ). પણ જ્યારે સ્લિટની પહોળાઈ ઘટાડીને $d = 2\lambda$ જેટલી કરવામાં આવે છે, ત્યારે નિર્ગમન પામતાં તરંગોનું મોટા પ્રમાણમાં વિવર્તન થયેલું જોવા મળે છે, આકૃતિ 4.12(b).

આ અવલોકનો દર્શાવે છે કે આપેલ તરંગલંબાઈ માટે, જેમ સ્લિટની પહોળાઈ ઓછી તેમ વિવર્તન વધારે.

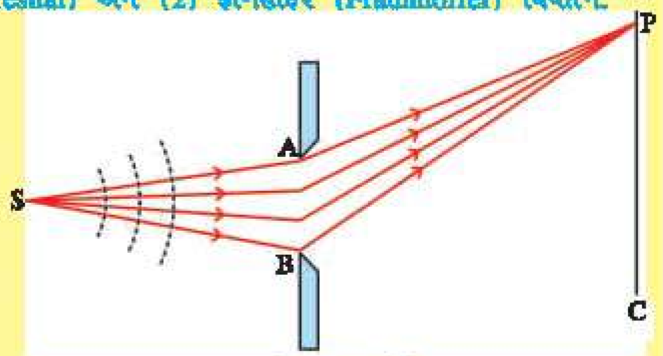
એવું પણ જોવા મળ્યું કે જો તરંગલંબાઈ અને સ્લિટની પહોળાઈ એવી રીતે બદલવામાં આવે કે જેથી કરીને $\frac{\lambda}{d}$ ગુણોત્તર અચળ રહે, તો તરંગોના વાંકા વળવાનું પ્રમાણ (= વિવર્તન) બદલાતું નથી. આમ, આપણે કહી શકીએ કે સ્લિટમાંથી થતું વિવર્તન $\frac{\lambda}{d}$ ગુણોત્તર પર આધાર રાખે છે. વળી, જેમ $\frac{\lambda}{d}$ ગુણોત્તર મોટો તેમ વિવર્તન વધારે.

રોજબરોજ જોવા મળતા કિસ્સામાં, ધ્વનિ-તરંગોની તરંગલંબાઈ લગભગ 1 mના ક્રમની હોય છે. દરવાજાની પહોળાઈ પણ લગભગ 1 m જેટલી હોવાથી $\frac{\lambda}{d}$ ગુણોત્તર લગભગ 1 જેટલો થાય છે, પરંતુ વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટના દશ્યપ્રકાશની સરેરાશ તરંગલંબાઈ 6000 Å , અર્થાત્ 6×10^{-7}m લેતાં, $\frac{\lambda}{d}$ ગુણોત્તર 10^{-7} ક્રમનો બનશે. આ ગુણોત્તર એટલો નાનો છે કે તેનાથી જોઈ શકાય તેવું વિવર્તન ઉત્પન્ન થશે નહીં. આમ, રોજિંદા જીવનમાં પ્રકાશ-તરંગોનું વિવર્તન અનુભવાતું નથી. પણ જો ખૂબ જ પાતળી સ્લિટનો ઉપયોગ કરવામાં આવે કે જે $\frac{\lambda}{d}$ ગુણોત્તર વધારે, તો પ્રકાશનું પણ વિવર્તન અવલોકી શકાય છે.

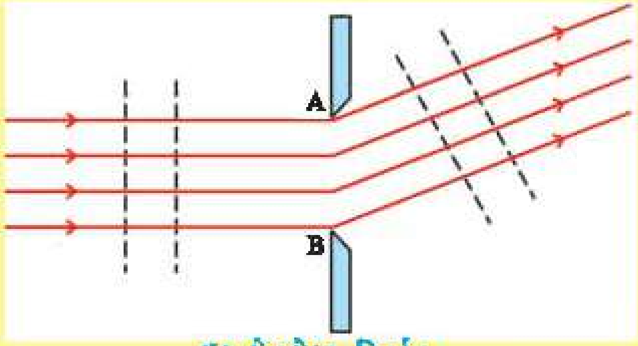
ઉપર્યુક્ત ચર્ચાને આધારે આપણે એ જાણી શક્યા કે આપેલ તરંગલંબાઈ માટે $\frac{\lambda}{d}$ ગુણોત્તર મોટો રાખવા માટે સ્લિટની પહોળાઈ નાની લેવી પડે. આ જરૂરિયાત સૂચવે છે કે હવે સ્લિટમાંથી સંપૂર્ણ તરંગ-અગ્ર પસાર થઈ શકશે નહીં. સ્લિટ તરંગ-અગ્રના ફક્ત મર્યાદિત ભાગને જ પસાર થવા દેશે. આમ, આપણે કહી શકીએ કે "વિવર્તન એટલે તરંગ-અગ્રના મર્યાદિત ભાગથી નીપજતી અસર."

વિવર્તનના પ્રકાર (ફક્ત જાણકારી માટે) : ક્યા પ્રકારનાં તરંગ-અગ્રો અડચણ વડે કપાય છે, તે હકીકતને આધારે વિવર્તનના બે પ્રકાર છે : (1) ફ્રેનલ (Fresnal) અને (2) ફ્રોનહોફર (Fraunhoffer) વિવર્તન.

જ્યારે પ્રકાશ ઉદ્ગમ S અને અડચણ (સ્લિટ) AB વચ્ચેનું અંતર તથા અડચણ AB અને પડદા C વચ્ચેનું અંતર પરિમિત હોય છે ત્યારે ઉદ્ભવતા વિવર્તનને ફ્રેનલ વિવર્તન કહે છે (જુઓ આકૃતિ (a)).



(a) ફ્રેનલ વિવર્તન

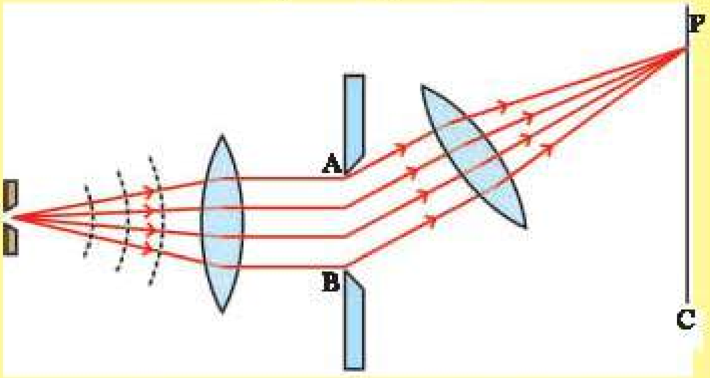


(*b*) ફ્રોનહોફર વિવર્તન

ફ્રેનલ વિવર્તનમાં તરંગો ગોળાકાર અથવા નળાકાર હોય છે.

જો સ્લિટ AB પર આપાત થતો પ્રકાશ અનંત અંતરેથી આવતો હોય (અથવા આપાત થતાં તરંગો સમતલ હોય) તથા અડચણ AB અને પડદા C વચ્ચેનું અંતર પણ અનંત હોય, તો તે સંજોગોમાં ઉદ્ભવતા વિવર્તનને ફ્રોનહોફર વિવર્તન કહે છે. (જુઓ આકૃતિ (*b*))

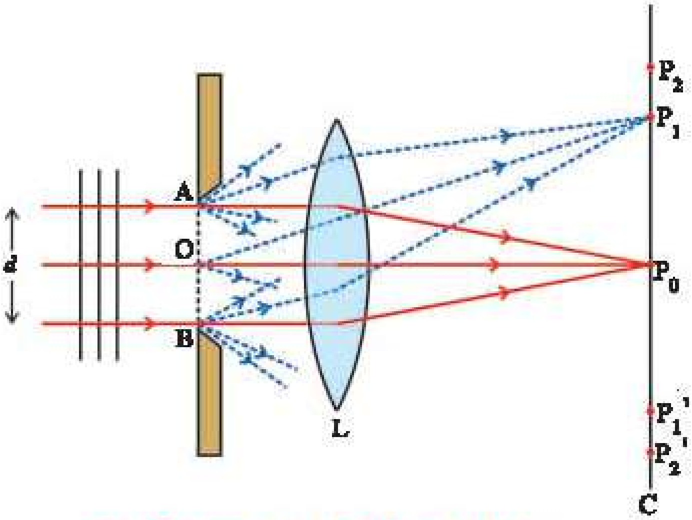
ફ્રોનહોફર પ્રકારનું વિવર્તન પ્રયોગશાળામાં આકૃતિ (*c*)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણેની ગોઠવણથી મેળવી શકાય છે. પ્રકાશ-ઉદ્‌ગમ સ્લિટની નજીક હોવા છતાં પ્રકાશ-ઉદ્‌ગમ S ને બહિર્ગોળ લેન્સના ફોકલ પ્લેન પર રાખતાં સ્લિટ AB પર આપાત થતાં કિરણો સમાંતર બને છે. વળી, જુદી-જુદી દિશામાં સમાંતરે વિવર્તન પામતાં કિરણોના પથમાં બહિર્ગોળ લેન્સ મૂકતાં વિવર્તન પામતાં કિરણોને લેન્સના ફોકલ પ્લેન પર મૂકેલા પડદા C પર કેન્દ્રિત કરી શકાય છે. આમ, આકૃતિ (*c*)માં ફ્રોનહોફર વિવર્તનની જરૂરિયાતો સંતોષાય છે.



(*c*) ફ્રોનહોફર વિવર્તન માટેની પ્રાયોગિક ગોઠવણ

4.6 એક સ્લિટથી થતું વિવર્તન (Diffraction Due to Single Slit)

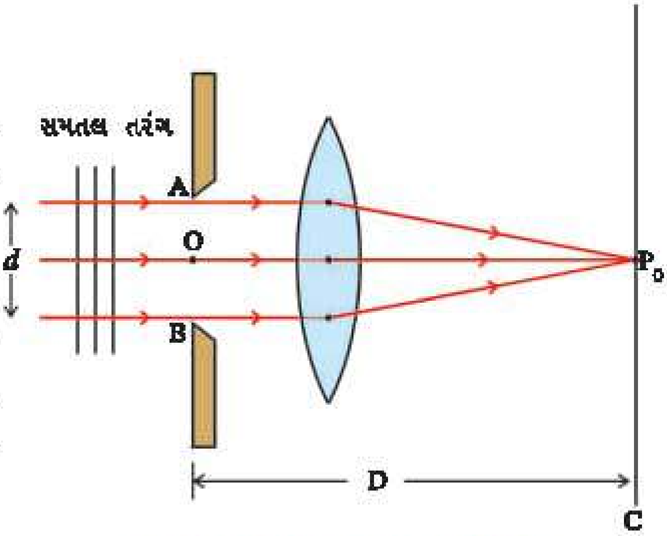
હવે, આપણે *d* પહોળાઈની અને λ જેટલી તરંગલંબાઈ ધરાવતા સમતલ તરંગોથી રચાતા ફ્રોનહોફર વિવર્તનનો અભ્યાસ કરીશું (આકૃતિ 4.13 જુઓ) જ્યારે આવા સમતલ તરંગ-અગ્રો સ્લિટના સમતલ પર પહોંચશે, ત્યારે હાઈગેન્સના સિદ્ધાંત અનુસાર, સ્લિટના બધાં જ બિંદુઓ (જેવાં કે A, O, B) સમાન કળા ધરાવતાં ગૌણ ઉદ્‌ગમો તરીકે વર્તશે અને ગૌણ તરંગો ઉત્પન્ન કરશે. સ્ક્રીન C પર પ્રકાશિત અને અપ્રકાશિત શલાકાઓની વિવર્તન ભાત (એટલે કે વ્યતિકરણ મહત્તમો અને ન્યૂનતમો) મેળવવા માટે ઘણી વખત બહિર્ગોળ લેન્સ (L)નો ઉપયોગ પણ કરવામાં આવે છે.



આકૃતિ 4.13 એક સ્લિટથી થતું વિવર્તન

આમ, હવે વિવર્તિત તરંગોને પડદા પર કેન્દ્રિત કરી વ્યતિકરણ ભાત રચી શકાય છે. તેથી, આપણે યંગના બે સ્લિટના પ્રયોગમાં શલાકાનું સ્થાન નક્કી કરવા ઉપયોગમાં લીધેલ રીત જેવી જ પદ્ધતિનો ઉપયોગ કરીશું.

(1) મધ્યસ્થ અધિકતમ : આકૃતિ 4.14 (*a*)માં દર્શાવ્યા મુજબ, પડદા C પરનું P_0 બિંદુ સ્લિટ ABના લંબ વિભાજક પર આવેલું છે. તેથી, સ્લિટના દરેક બિંદુમાંથી ઉદ્‌ભવતા તરંગો પૈકી સ્લિટના સમતલને લંબરૂપે (અર્થાત્, આપાત તરંગની દિશામાં, $\theta = 0$) વિવર્તિત થશે તે બધાં લેન્સ દ્વારા બિંદુ P_0 આગળ કેન્દ્રિત થશે. આકૃતિ 4.14 (*a*)માં આવા અસંખ્ય કિરણો પૈકી નમૂનાના માત્ર ત્રણ કિરણો જ દર્શાવ્યા છે. અત્રે, પડદો લેન્સના ફોકલ પ્લેન પર મૂકેલ છે. આકૃતિ પરથી સ્પષ્ટ છે કે જે કિરણો હવામાં ઓછું અંતર કાપે છે, તેમને લેન્સમાંથી વધારે અંતર કાપવું પડશે. પરંતુ લેન્સમાં તરંગોનો વેગ હવામાંના વેગ કરતાં ઓછો હોવાથી, બધા જ તરંગોનો પ્રકાશીય પથ સમાન બનશે. (માધ્યમમાં પ્રકાશીય અંતર એટલે માધ્યમના વક્રીભવનાંક અને તેના હવામાંના ભૌમિતિક અંતરનો ગુણાકાર). તેથી બધા જ તરંગો એકી-સાથે બિંદુ P_0 પર પહોંચશે, અને તેઓની કળા સમાન હશે. આમ, P_0 પાસે પહોંચતા બધા જ તરંગો સમાનકળામાં હોવાથી, તેઓ સહાયક વ્યતિકરણ રચશે અને P_0 બિંદુ મહત્તમ તીવ્રતાવાળું બનશે. બિંદુ P_0ને મધ્યસ્થ અધિકતમ (Central Maximum) કહે છે.

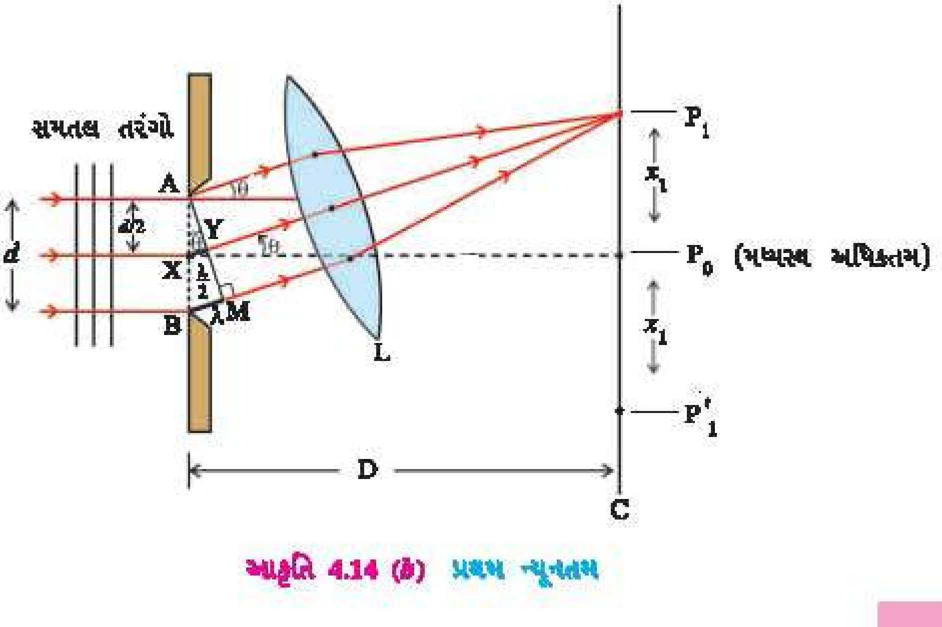


આકૃતિ 4.14 (*a*) મધ્યસ્થ અધિકતમ

માત્ર જાણકારી માટે : વ્યવહારમાં, ફ્રોનહોફર વિવર્તન મેળવવા માટે ઉપયોગમાં લીધેલા લેન્સ (L)ની કેન્દ્ર લંબાઈ મધ્યસ્થ અધિકતમની પહોળાઈ નક્કી કરે છે. પરંતુ લેન્સ વગર અનંત અંતરે (d << D) રાખેલા પડદા માટે મધ્યસ્થ અધિકતમની પહોળાઈ લગભગ સ્લિટની પહોળાઈ (d) જેટલી હોય છે.

(2) પ્રથમ ન્યૂનતમ : વિવર્તનભાતના વિશ્લેષણ (એટલે કે તીવ્રતાની વહેંચણી સમજવા માટે અને વ્યતિકરણ શલાકાઓનું સ્થાન નક્કી કરવા) માટેની ગાણિતીય રીત ઘણી જટિલ હોવાથી (જે પ્રકરણના અંતે પરિશિષ્ટમાં ફક્ત જાણકારી માટે દર્શાવેલ છે), આપણે ફક્ત તાર્કિક સમજૂતી આપીશું.

આકૃતિ 4.14 (*b*)માં દર્શાવ્યા મુજબ, સ્લિટના લંબ વિભાજક XP_0 સાથે θ કોણે વિવર્તન પામતા તરંગોને ધ્યાનમાં લો. અત્રે, બિંદુ X એ સ્લિટ ABનું મધ્યબિંદુ છે. તેથી $AX = XB = \frac{d}{2}$ થશે. અત્રે, આપણે સ્લિટ પરના તમામ બિંદુઓ A, X, B માંથી ઉદ્‌ભવતા ગૌણ તરંગોને બે વિભાગમાં વહેંચાયેલા ધાર્યા છે. A થી X વચ્ચેના તરંગો અને X થી B વચ્ચેના તરંગો. આકૃતિ મુજબ આ તમામ તરંગો θ કોણે વિવર્તિત થઈ પડદા પરના P_1.



આકૃતિ 4.14 (*b*) પ્રથમ ન્યૂનતમ

બિંદુ આગળ કેન્દ્રિત થાય છે. બિંદુ P_1 આગળ સહાયક કે વિનાશક વ્યતિકરણ રચાશે તે શોધવા આપણે આ તરંગો વચ્ચેનો કળા તફાવત શોધવો પડશે. તે માટે $AM \perp BL$ દોરો. સ્વાભાવિક છે કે AM થી P_1 સુધી પહોંચતા બધાં જ તરંગો માટે પ્રકાશીય પથ સમાન હશે.

પણ, A અને Xમાંથી નીકળીને P_1 પર પહોંચતાં કિરણો વચ્ચે XY જેટલો પથ-તફાવત હશે.

હવે, ધારોકે વિવર્તન કોણ θ એવો છે કે જેથી $XY = \frac{\lambda}{2}$ થાય છે.

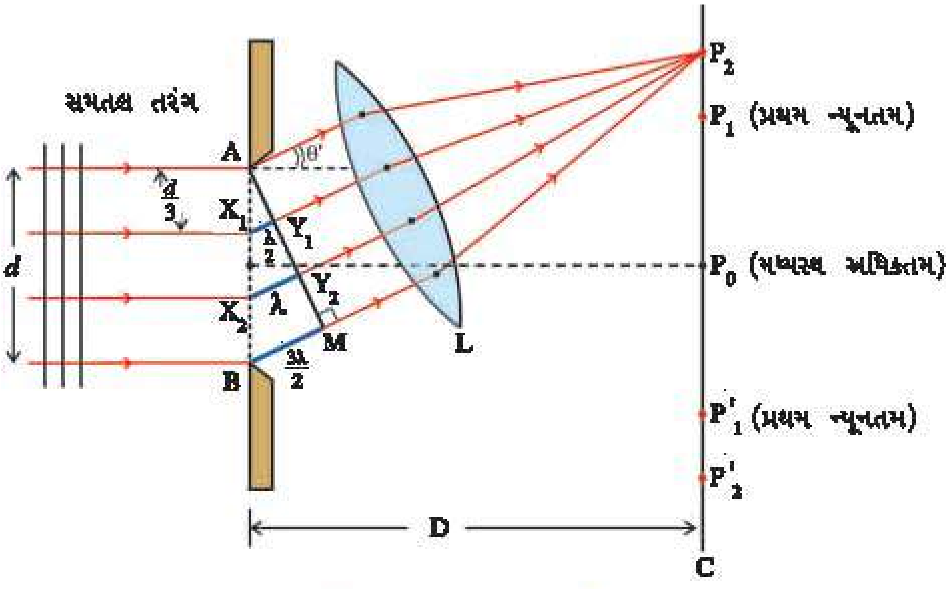
આ સંજોગોમાં A અને Xમાંથી નીકળતા તરંગો વચ્ચે બિંદુ P_1 આગળ વિનાશક વ્યતિકરણની શરત પળાશે અને તેમની પરિણામી તીવ્રતા શૂન્ય બનશે.

વળી, જેમ Aને અનુરૂપ બિંદુ X માટે વિનાશક વ્યતિકરણની શરત પળાય છે તે જ રીતે AX વિભાગના દરેક બિંદુને અનુરૂપ XB વિભાગમાંના ક્રમિક એવાં બિંદુઓ મળે છે કે જેથી આવી દરેક જોડીઓ માટે બિંદુ P_1 આગળ પથતફાવત $\frac{\lambda}{2}$ થાય. અને બિંદુ P_1 આગળ પરિણામી તીવ્રતા શૂન્ય થાય.

આમ, સમગ્રતયા બિંદુ P_1 આગળ વિનાશક વ્યતિકરણ રચાતા તે અપ્રકાશિત બને છે.

બિંદુ P_1 ને પ્રથમ ન્યૂનતમ (First Minimum) કહે છે. આકૃતિની સંમિતિ પરથી સ્વયં સ્પષ્ટ છે કે આટલા જ અંતરે P_0ની બીજી બાજુ પણ પ્રથમ ન્યૂનતમ (P_1') મળે.

(3) પ્રથમ અધિકતમ : આકૃતિ 4.14 (*c*)માં દર્શાવ્યા મુજબ ધારો કે સ્લિટ ABને ત્રણ-સમાન (એકી સંખ્યા) વિભાગ AX_1, X_1X_2 અને X_2Bમાં વહેંચેલી ધારી છે.



આકૃતિ 4.14 (*c*) પ્રથમ અધિકતમ

અહીં, $AX_1 = X_1X_2 = X_2B = \frac{d}{3}$ થશે. આકૃતિ મુજબ $AM \perp BL$ દોરો. AM થી P_2 સુધી પહોંચતા તરંગો માટે પ્રકાશીય પથ સમાન હશે.

A અને X_1 માંથી નીકળતા અને P_2 પર સંપાત થતા તરંગો વચ્ચે પથ-તફાવત X_1Y_1 છે.

હવે, ધારો કે θ' કોણ એવો છે કે જેથી $X_1Y_1 = \frac{\lambda}{2}$, $X_2Y_2 = \lambda$ અને $BM = \frac{3\lambda}{2}$ થાય.

A અને X_1માંથી ઉત્સર્જાતા અને P_2 પર સંપાત થતા કિરણો વચ્ચે પથતફાવત $\frac{\lambda}{2}$ હોવાથી, તેમની વચ્ચે વિનાશક વ્યતિકરણ રચાશે અને બિંદુ P_2 આગળ આ તરંગોને કારણે મળતી તીવ્રતા શૂન્ય બનશે.

આ જ રીતે, AX_1 અને X_1X_2 વિભાગની પ્રત્યેક જોડમાંથી નીકળતા તરંગો વચ્ચે પથ-તફાવત $\frac{\lambda}{2}$ થશે. અને ઉપર જણાવ્યા મુજબ બિંદુ P_2 આગળ તેઓની પરિણામી તીવ્રતા શૂન્ય બનશે.

પરંતુ, X_2B વિભાગમાંથી θ' કોણે વિવર્તન પામતા કિરણોની P_2 બિંદુ આગળ અસર નાબૂદ થતી નથી. તેથી આ વિભાગને કારણે બિંદુ P_2 આગળ કંઈક તીવ્રતા મળશે અને બિંદુ P_2 પ્રકાશિત બનશે.

અત્રે, બિંદુ P_2ને પ્રથમ અધિકતમ (First Maximum) કહે છે. સ્વભાવિક છે કે P_2 આગળની તીવ્રતા P_0 કરતાં ઘણી જ ઓછી હશે.

અલબત્ત, મોટા ક્રમના ન્યૂનતમો અને અધિકતમોનાં પડદા પરના સ્થાન અને P_0ને સાપેક્ષ તીવ્રતા સમજવા માટે ઉપર્યુક્ત તાર્કિક રીત ઉપયોગી નથી.

પડદા C પરના કોઈ પણ બિંદુ આગળ વિવર્તન પામતા પ્રકાશની તીવ્રતા નીચેના સૂત્ર વડે આપી શકાય. (જુઓ પરિશિષ્ટમાં દર્શાવેલ માહિતી).

$$I = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \tag{4.6.1}$$

જ્યાં, I_0 એ P_0 બિંદુ આગળની મહત્તમ તીવ્રતા અને

$$\alpha = \frac{\pi d \sin\theta}{\lambda} \tag{4.6.2}$$

મધ્યસ્થ અધિકતમ માટેની શરત : આકૃતિ 4.13 પરથી સ્પષ્ટ જ છે કે સ્લિટમાંથી ઉત્પન્ન ગૌણ તરંગો કે જેમના માટે $\theta \approx 0$ (અર્થાત્, જેઓનું વિવર્તન થતું નથી) સ્ક્રીન C પરના બિંદુ P_0 આગળ મળશે. સમીકરણ (4.6.2) પરથી જેમ $\theta \to 0$ તેમ $\alpha \to 0$ થશે. તેથી, સમીકરણ (4.6.1) પરથી તીવ્રતા,

$$I = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 = I_0 \qquad \left(\because \lim_{\alpha\to 0} \frac{\sin\alpha}{\alpha} = 1\right)$$

આમ, બિંદુ P_0 એ મહત્તમ તીવ્રતા ધરાવશે, જેને આપણે મધ્યસ્થ અધિકતમ કહીશું. આની બંને બાજુ, સરખા અંતરે અનુક્રમે આવતા મહત્તમો (અધિકતમો) અને ન્યૂનતમો મળે છે.

ન્યૂનતમો માટેની શરતો : હવે જો $\alpha = n\pi$; $n = 1, 2, 3, ...,$ હોય, તો સમીકરણ (4.6.1) પ્રમાણે nની જુદી-જુદી કિંમતો માટે અનુક્રમે આવતાં ન્યૂનતમો મળે છે. સમીકરણ (4.6.2) પરથી,

$$\frac{\pi d \sin\theta}{\lambda} = n\pi$$

$$\therefore\ d\sin\theta = n\lambda \tag{4.6.3}$$

સમીકરણ (4.6.3) એ ન્યૂનતમો માટેની શરત દર્શાવે છે. $n = 1$ માટે આપણને પ્રથમ ન્યૂનતમ (બિંદુ P_1), $n = 2$ માટે આપણને દ્વિતીય ન્યૂનતમ (બિંદુ P_3) વગેરે મળે છે. સંમિતિ (Symmetry)ને કારણે, બિંદુ Pની બીજી બાજુ પણ આને અનુરૂપ ન્યૂનતમો (P_1', P_3',....) જોવા મળે છે.

અધિકતમો માટેની શરત : હવે, જો $\alpha = (2n + 1)\frac{\pi}{2}$, $n = 1, 2, 3, ...,$ હોય તો સમીકરણ (4.6.1) પ્રમાણે, nની જુદી-જુદી કિંમતો માટે અનુક્રમે આવતા અધિકતમો મળે છે. સમીકરણ (4.6.2) પરથી,

$$\frac{\pi d \sin\theta}{\lambda} = (2n + 1)\frac{\pi}{2}$$

$$\therefore\ d\sin\theta = (2n + 1)\frac{\lambda}{2} \tag{4.6.4}$$

ઉપર્યુક્ત સમીકરણ અધિકતમો માટેની શરત આપે છે. $n = 1$ માટે આપણને પ્રથમ ક્રમનું અધિકતમ (બિંદુઓ P_2 અને P'_2) $n = 2$ માટે આપણને દ્વિતીય ક્રમનું અધિકતમ બિંદુઓ P_4 અને P'_4) વગેરે મળે છે.

(1) પ્રથમ ક્રમના અધિકતમ (અર્થાત્ $n = 1$) માટે,

$$\alpha = (2 \times 1 + 1)\frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2}$$

$$\therefore\ I = I_0\left(\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)}{\frac{3\pi}{2}}\right)^2 = I_0\left(\frac{-1}{\frac{3\pi}{2}}\right)^2 = \frac{4I_0}{9\pi^2} \approx \frac{I_0}{22}$$

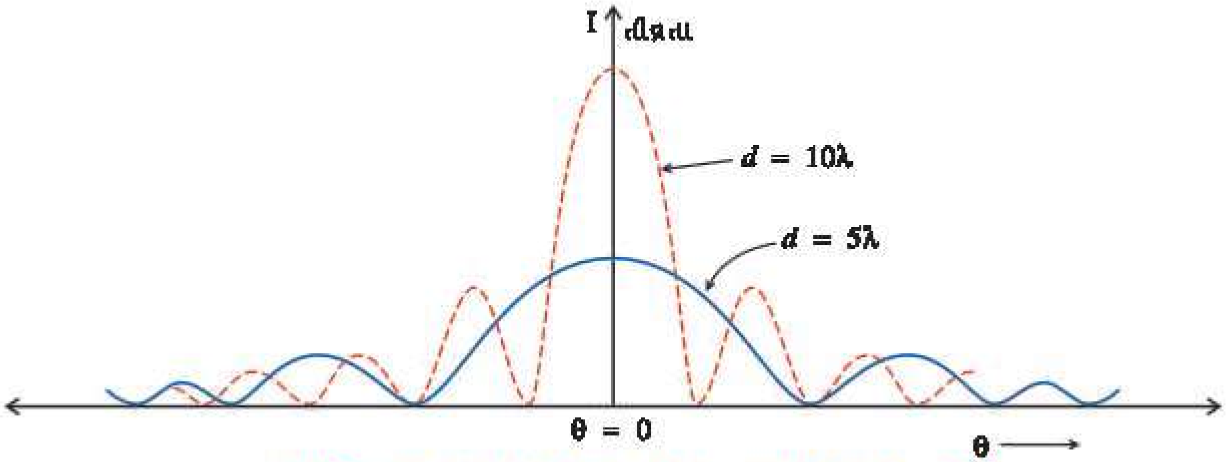
(2) દ્વિતીય ક્રમના મહત્તમ (એટલે કે, $n = 2$) માટે,

$$\alpha = \frac{5\pi}{2} \Rightarrow I = I_0\left(\frac{\sin\left(\frac{5\pi}{2}\right)}{\frac{5\pi}{2}}\right)^2 = \frac{4\,I_0}{25\pi^2} \approx \frac{I_0}{62}$$

આમ, અધિકતમોના વધતા ક્રમ સાથે તીવ્રતા ઝડપથી ઘટતી જાય છે.

વળી, સમીકરણ (4.6.2) $\frac{\pi d \sin\theta}{\lambda} = \alpha$, પરથી આપેલા ક્રમના અધિકતમ કે ન્યૂનતમ (અર્થાત્ અચળ αની કિંમત માટે) અને આપેલ તરંગલંબાઈ માટે, $\sin\theta \propto \frac{1}{d}$ થશે. જે સૂચવે છે કે જેમ સ્લિટની પહોળાઈ ઓછી તેમ θનું મૂલ્ય વધારે. આ સંજોગોમાં આકૃતિ 4.14 પરથી, બિંદુઓ P_1, P_2, ..., વગેરે, વધારે કોણીય વિભેદન અનુભવશે અને તેથી વિવર્તનભાત પડદા પર વધારે પથરાયેલી જોવા મળશે. પણ, સ્લિટની પહોળાઈના ઘટાડાના પ્રમાણમાં વિવર્તન મહત્તમોની તીવ્રતા ઘટશે. આ મુદ્દાને સમજવા માટે, બે કિસ્સાઓ, $d = 5\lambda$ અને $d = 10\lambda$, માટે તીવ્રતા વિરુદ્ધ θનો આલેખ આકૃતિ 4.15માં દર્શાવેલ છે.

મધ્યસ્થ અધિકતમની પહોળાઈ : પ્રથમ ક્રમનાં બે ન્યૂનતમો વચ્ચેના અંતરને મધ્યસ્થ અધિકતમની પહોળાઈ કહે છે. આકૃતિ 4.14(*b*) મુજબ, મધ્યસ્થ અધિકતમની પહોળાઈ $2x_1$ થશે.



આકૃતિ 4.15 એક સ્લિટથી થતા વિવર્તન માટે તીવ્રતાની વહેંચણી

પ્રથમ ક્રમના ન્યૂનતમ માટે, $d\sin\theta = \lambda$ અથવા $\sin\theta = \frac{\lambda}{d}$ (4.6.5)

વળી, આકૃતિ 4.14(*b*) પરથી, $\tan\theta = \frac{x_1}{D}$ (4.6.6)

પણ નાના કોણે થતા વિવર્તન માટે θ (radમાં) પણ નાનો હશે. તેથી, $\sin\theta \approx \tan\theta$

સમીકરણ (4.6.5) અને (4.6.6) પરથી,

$$\frac{x_1}{D} = \frac{\lambda}{d}$$

∴ મધ્યસ્થ અધિકતમની પહોળાઈ, $2x_1 = \frac{2\lambda D}{d}$ થશે.

મધ્યસ્થ અધિકતમની કોણીય પહોળાઈ (Angular Width) નીચેના સૂત્ર મુજબ આપવામાં આવે છે.

$2\theta = \frac{2\lambda}{d}$ (સમીકરણ (4.6.5) જુઓ).

ટેલિસ્કોપ અને માઇક્રોસ્કોપ જેવાં પ્રકાશીય ઉપકરણોના કિસ્સામાં ઑબ્જેક્ટિવ લેન્સ આપાત તરંગ-અગ્રો માટે વર્તુળાકાર અડચણ (Obstacle) તરીકે વર્તે છે અને વિવર્તન ઉત્પન્ન કરે છે. આવી વિવર્તનભાતમાં, વર્તુળાકાર અડચણ (લેન્સ)ને કારણે મધ્યસ્થ પ્રકાશિત વર્તુળાકાર રિંગ મળે છે, જેને Airy's Disc કહે છે. તેને ફરતે વારાફરતી આવેલી પ્રકાશિત અને અપ્રકાશિત સમકેન્દ્રી રિંગ જોવા મળે છે, જેને Airy's Rings કહે છે.

ફ્રોનહોફર વિવર્તન માટે, મધ્યસ્થ અધિકતમની પહોળાઈ વિચલનનું માપ દર્શાવે છે. જો પ્રકાશ કિરણપુંજ (Beam)ની પહોળાઈ અડચણના રેખીય પરિમાણ (સ્લિટના કિસ્સામાં પહોળાઈ અથવા પ્રકાશીય ઉપકરણોના ઑબ્જેક્ટિવ લેન્સ માટે તેનો વ્યાસ) કરતાં વધારે હોય તો પ્રકાશનું વિચલન વધારે થાય છે. જો કિરણપુંજની પહોળાઈ અડચણ જેટલી કે તેનાથી ઓછી હોય, તો તે સીધી દિશામાં જ ગતિ કરે છે. આ સંજોગોમાં કિરણ-પ્રકાશશાસ્ત્રનો ઉપયોગ થઈ શકે. આમ, આપણે ફ્રેનેલ અંતર (Fresnel Distance) (Z_f) વ્યાખ્યાયિત કરી શકીએ, કે જ્યાં $Z_f = \frac{d^2}{\lambda}$, અહીં *d* એ અડચણનું રેખીય પરિમાણ અને λ એ પ્રકાશની તરંગલંબાઈ છે. અત્રે Z_f એક એવું અંતર વ્યાખ્યાયિત કરે છે કે તે અંતર સુધી પ્રકાશના વાંકા વળવાનું ખૂબ ઓછું હોય, અને કિરણ-પ્રકાશશાસ્ત્ર લાગુ પાડી શકાય, પરંતુ એ નોંધવું જોઈએ કે Z_f કિરણ-પ્રકાશશાસ્ત્ર ક્યારે ઉપયોગમાં લઈ શકાય તે દર્શાવતું પ્રમાણ (Criterion) નથી.

4.7 વ્યતિકરણ અને વિવર્તનની સરખામણી

સામ્યતામાં, વ્યતિકરણ અને વિવર્તન એમ બંનેથી મળતી ભાત (શલાકાઓ) તરંગોના સંપાતીકરણને કારણે મળે છે. પણ, મૂળભૂત રીતે, વ્યતિકરણ અને વિવર્તનમાં અમુક તફાવત રહેલો છે, જે નીચે મુજબ છે.

વ્યતિકરણ	વિવર્તન
(1) તે જુદાં-જુદાં સુસંબદ્ધ ઉદ્‌ગમોમાંથી ઉદ્‌ભવતાં તરંગોનાં સંપાતીકરણને કારણે મળે છે. એટલે કે તે જુદા-જુદા તરંગ-અગ્રોના સંપાતીકરણને કારણે ઉદ્‌ભવેલી અસર છે.	(1) તે એક જ તરંગ-અગ્રના જુદા-જુદા ભાગોથી ઉદ્‌ભવેલા તરંગોના સંપાતીકરણને કારણે મળે છે.
(2) પ્રકાશિત અને અપ્રકાશિત બધી જ વ્યતિકરણ શલાકાઓની પહોળાઈ સમાન હોય છે.	(2) વિવર્તન શલાકાઓ સરખી પહોળાઈની હોતી નથી. મધ્યસ્થ અધિકતમની પહોળાઈ સૌથી વધારે હોય છે, જ્યારે મોટા ક્રમના વિવર્તન માટે અધિકતમોની અને ન્યૂનતમોની પહોળાઈ ઘટતી જાય છે.
(3) બધી જ પ્રકાશિત શલાકાઓની તીવ્રતા સમાન હોય છે.	(3) મધ્યસ્થ અધિકતમની તીવ્રતા સૌથી વધારે, અને વધારે ક્રમનાં અધિકતમો માટે તે ઘટતી જાય છે.
(4) અપ્રકાશિત વ્યતિકરણ શલાકાઓ સંપૂર્ણ અપ્રકાશિત હોય છે.	(4) અપ્રકાશિત વિભાગ સંપૂર્ણપણે અપ્રકાશિત હોતો નથી.

ઉદાહરણ 5 : 6000 Å તરંગલંબાઈવાળા પ્રકાશની એક સ્લિટથી થતા ફ્રોનહોફર વિવર્તનની ભાતમાં મધ્યસ્થ અધિકતમની કોણીય પહોળાઈ માપવામાં આવે છે. હવે જો એક બીજા તરંગલંબાઈવાળો પ્રકાશ વાપરીએ, તો માલૂમ પડે છે કે, મધ્યસ્થ અધિકતમની કોણીય પહોળાઈમાં 30% જેટલો ઘટાડો થાય છે, તો

(i) આ બીજી તરંગલંબાઈ શોધો. (ii) જો આ સાધનને એક પ્રવાહીમાં ડુબાડીને પ્રયોગ કરીએ તોપણ મધ્યસ્થ અધિકતમની કોણીય પહોળાઈ આટલી જ (30%) ઘટે છે, તો પ્રવાહીનો વક્રીભવનાંક શોધો.

ઉકેલ : મધ્યસ્થ અધિકતમની કોણીય પહોળાઈ નીચેના સૂત્ર વડે આપી શકાય :

$$2\theta = \frac{2\lambda}{d} \Rightarrow \theta = \frac{\lambda}{d} \qquad (1)$$

પ્રથમ પ્રકાશ માટે, $\theta_1 = \frac{\lambda_1}{d}$ અને બીજા પ્રકાશ માટે, $\theta_2 = \frac{\lambda_2}{d}$ થશે.

$$\therefore \frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \qquad (2)$$

પણ, θ_2 એ θ_1 કરતાં 30% ઓછો છે.

અર્થાત્, $\theta_2 = \theta_1$ના 70% જેટલો છે.

$= 0.7\ \theta_1$

સમીકરણ (2) પરથી, $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 0.7$

$\therefore \lambda_2 = 0.7 \times 6000\ \text{Å} = 4200\ \text{Å}$

એટલે કે, પ્રવાહીમાં પણ તરંગલંબાઈ 4200 Å થશે.

$$n = \frac{\lambda_{air}}{\lambda_{liquid}} = \frac{6000}{4200} = 1.43$$

ઉદાહરણ 6 : ફ્રોનહોફર વિવર્તનના કિસ્સામાં $\alpha\left(=\frac{\pi d \sin\theta}{\lambda}\right)$ના પદમાં અધિકતમ મેળવવા માટેની જરૂરી શરત મેળવો.

ઉકેલ : ફ્રોનહોફર વિવર્તનના કિસ્સામાં જે, તે બિંદુએ તીવ્રતા મેળવવાનું સૂત્ર નીચે મુજબ લખી શકાય.

$$I = I_0\left(\frac{\sin^2\alpha}{\alpha^2}\right) \qquad (1)$$

જો આપેલ બિંદુએ કોઈ પણ ક્રમનું મહત્તમ રચાતું હોય, તો $\frac{dI}{d\alpha} = 0$ થાય.

સમીકરણ (1) પરથી,

$$\frac{dI}{d\alpha} = I_0\left\{\frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\alpha^2} - \frac{2\sin^2\alpha}{\alpha^3}\right\} = 0$$

(મહત્તમ થવા માટેની શરત $\frac{dI}{d\alpha} = 0$)

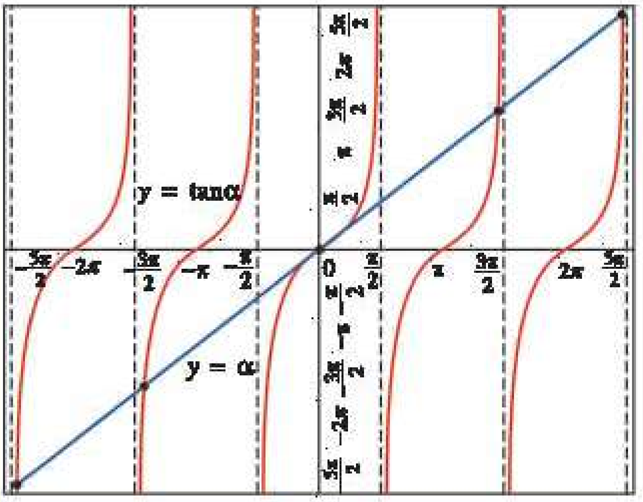
$$\therefore \frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\alpha^2} = \frac{2\sin^2}{\alpha^3}$$

$$\therefore \tan\alpha = \alpha \qquad (2)$$

સમીકરણ (2) મહત્તમ થવા માટેની જરૂરી શરત આપે છે.

ફક્ત જાણકારી માટે : સમીકરણ (2) પરથી જુદા-જુદા મહત્તમો માટે αની કિંમતો જાણવા માટે, $y = \tan\alpha$ અને $y = \alpha$ના ગ્રાફ દોરવા પડશે. આ બંને ગ્રાફનાં છેદબિંદુઓ જુદાં-જુદાં અધિકતમો માટે αની (radમાં) કિંમતો આપશે.

વળી, તેના પરથી એ પણ જાણી શકાય છે કે $\alpha = \frac{\pi}{2}$ કિંમત મહત્તમ માટે આપણે કેમ સ્વીકારતાં નથી.



4.8 પ્રકાશીય ઉપકરણોની વિભેદનશક્તિ (Resolving Power of Optical Instruments)

અગાઉના સિમેસ્ટરમાં ભણી ગયાં તેમ પ્રકાશીય ઉપકરણોનો ઉપયોગ વસ્તુને સ્પષ્ટ અને આરામદાયક રીતે જોવા માટે થાય છે. પરંતુ જ્યારે બે વસ્તુઓ કે તેમનાં પ્રતિબિંબો એકબીજાંની ખૂબ નજીક આવેલાં હોય તો, તેઓ એક વસ્તુ કે પ્રતિબિંબ તરીકે દેખાઈ શકે છે અને આંખ દ્વારા તેમને જુદા જોવું શક્ય ના પણ બને. ટેલિસ્કોપ કે માઇક્રોસ્કોપ જેવાં પ્રકાશીય ઉપકરણોમાં પણ વિવર્તનની ઘટનાને કારણે ખૂબ નજીક રહેલી વસ્તુઓ કે તેમનાં પ્રતિબિંબો જોવામાં મુશ્કેલી પડે છે. તેથી આ વિભાગમાં આપણે પ્રકાશીય ટેલિસ્કોપ અને માઇક્રોસ્કોપની વિભેદનશક્તિનો અભ્યાસ કરીશું.

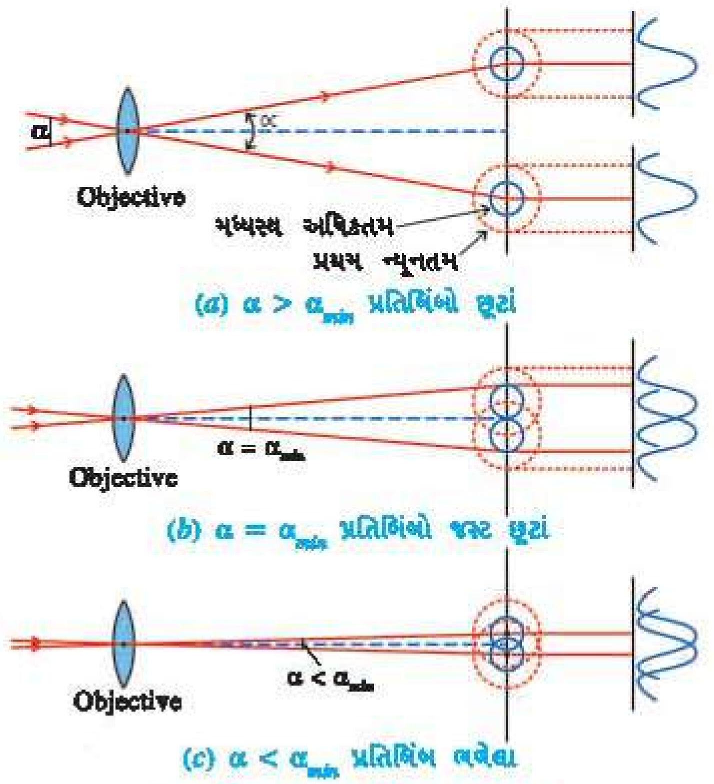
રેલેનું પ્રમાણ (Rayleigh's Critirion) : જ્યારે બિંદુવત્ વસ્તુમાંથી પ્રકાશની કિરણાવલી (પ્રકાશ-તરંગો) પ્રકાશીય ઉપકરણના ઓબ્જેક્ટિવમાંથી પસાર થાય છે, ત્યારે લેન્સ વર્તુળાકાર અડચણ તરીકે વર્તે છે અને વિવર્તનભાત ઉત્પન્ન કરે છે (Airy's disc અને Airy's rings). તેથી વસ્તુનું સ્પષ્ટ બિંદુવત્ પ્રતિબિંબ મળતું નથી. હવે જો બે બિંદુવત્ વસ્તુઓને એકબીજાથી ખૂબ જ નજીક રાખવામાં આવે, તો તેમની વિવર્તનભાત એકબીજામાં ભળી જાય છે. આ સંજોગોમાં તેમને સ્પષ્ટ છૂટાં જોવાનું મુશ્કેલ બને છે. આ સંદર્ભમાં રેલેએ બે નજીક રાખેલ બિંદુવત્ પદાર્થના પ્રતિબિંબોને સ્પષ્ટ અને છૂટાં જોવા માટેનું પ્રમાણ (Criterion) આપ્યું.

"બે બિંદુવત્ પદાર્થોનાં પ્રતિબિંબોને સ્પષ્ટ છૂટાં ત્યારે જ જોઈ શકાય કે જ્યારે એકની વિવર્તનભાતમાંનું મધ્યસ્થ અધિકતમ કાં તો બીજાના વિવર્તનમાંના પ્રથમ ન્યૂનતમ પર અથવા તેનાથી દૂર રચાય."

લેન્સ જેવા વર્તુળાકાર અડચણના કિસ્સા માટે રેલેનું પ્રમાણ નીચે મુજબ આપી શકાય છે.

$\sin\theta \approx \theta = \frac{1.22\lambda}{D}$. અહીં, D એ લેન્સનો વ્યાસ અને λ એ પ્રકાશની તરંગલંબાઈ છે.

4.8 (a) ટેલિસ્કોપની વિભેદનશક્તિ (Resolving Power of a Telescope) : ધારો કે આપણે ટેલિસ્કોપ વડે બે નજીક રહેલા તારાઓનું નિરીક્ષણ કરીએ છીએ. આકૃતિ 4.16માં દર્શાવ્યા અનુસાર તારામાંથી આવતાં કિરણો ધારો કે ટેલિસ્કોપના લેન્સ પાસે α કોણ રચે છે. હવે આપાત તરંગ-અગ્રનો ફક્ત અમુક મર્યાદિત ભાગ જ લેન્સમાંથી પસાર થતો હોવાથી લેન્સ અડચણની જેમ વર્તશે અને વિવર્તન પેદા કરશે. આ સંજોગોમાં તારાઓનાં પ્રતિબિંબો બે પ્રકાશિત ટપકાંઓ (Airy's Disc) અને તેને ફરતે ઘટતી જતી તીવ્રતા સાથેના પ્રકાશિત અને અપ્રકાશિત વલયો (Airy's Rings) સ્વરૂપે જોવા મળે છે. આકૃતિ 4.16(a) પરથી, એ તાદશ છે કે જો αનું મૂલ્ય મોટું હોય, તો તારાઓની વિવર્તનભાત ઘણી છૂટી હશે, તેથી તારાઓનાં પ્રતિબિંબ છૂટાં દેખાશે.



(*a*) $\alpha > \alpha_{min}$ પ્રતિબિંબો છૂટાં

(*b*) $\alpha = \alpha_{min}$ પ્રતિબિંબો જસ્ટ છૂટાં

(*c*) $\alpha < \alpha_{min}$ પ્રતિબિંબ ભળેલા

આકૃતિ 4.16 પ્રતિબિંબોનું વિભેદન

પણ જો બે તારાઓ એકબીજાથી નજીક હોય (આકૃતિ 4.16 (*b*) અને (*c*)), તો αનું મૂલ્ય ઘણું નાનું હશે અને બંને તારાઓની વિવર્તનભાત એકબીજામાં ભળી જતી જોવા મળશે. આ સંજોગોમાં બંને તારાઓને સ્પષ્ટ છૂટાં જોવા મુશ્કેલ હશે.

"બે નજીક રહેલી વસ્તુઓનાં સ્પષ્ટ છૂટા પ્રતિબિંબો આપવાની પ્રકાશીય ઉપકરણોની ક્ષમતાને વિભેદનશક્તિ (Resolving Power) (R.P.) કહે છે."

પ્રકાશીય ઉપકરણો જેવા કે ટેલિસ્કોપ અને માઈક્રોસ્કોપનાં કિસ્સામાં ઉપર્યુક્ત ચર્ચા પરથી સ્પષ્ટ છે કે R.P.નું મૂલ્ય કોણ α પર આધારિત છે. જો ટેલિસ્કોપના ઓબ્જેક્ટિવનો વ્યાસ D હોય અને કેન્દ્રલંબાઈ f હોય, તો મધ્યસ્થ અધિકતમની પહોળાઈ $f\left(\frac{1.22\lambda}{D}\right)$. સમીકરણથી આપવામાં આવે છે. અહીં λ એ આપાતપ્રકાશની તરંગલંબાઈ છે. સ્ક્રીન પર મધ્યસ્થ અધિકતમની પહોળાઈ = $f\alpha$ થશે.

$\therefore$ બે પ્રતિબિંબોને છૂટાં જોવા માટે જરૂરી લઘુતમ કોણ (α_{min}) is, $f\alpha_{min} = f\left(\frac{1.22\lambda}{D}\right)$

$$\therefore \alpha_{min} = \frac{1.22\lambda}{D} \qquad (4.8.1)$$

અહીં, α_{min}ને ટેલિસ્કોપની કોણીય વિભેદન (Angular Resolution) કહે છે, જ્યારે તેના વ્યસ્તને વિભેદનશક્તિ અથવા ભૌમિતિક વિભેદન (Geometrical Resolution) કહે છે.

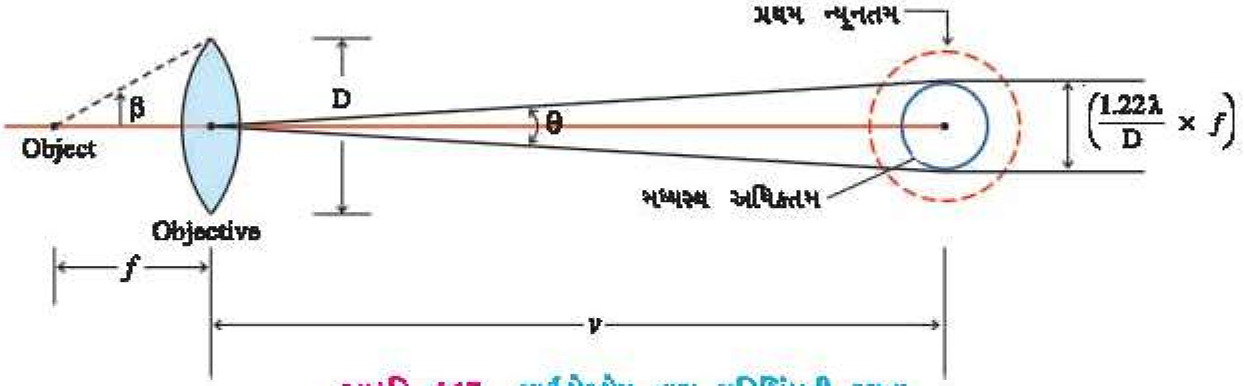
$$\text{આમ, ટેલિસ્કોપ માટે R.P.} = \frac{1}{\alpha_{min}} = \frac{D}{1.22\lambda} \qquad (4.8.2)$$

હવે, ટેલિસ્કોપનો R.P. તેના ઓબ્જેક્ટિવના વ્યાસના સમપ્રમાણમાં હોવાથી, મોટા ઓબ્જેક્ટિવ લેન્સ ધરાવતા ટેલિસ્કોપનો ઉપયોગ દૂર એકબીજાથી નજીક રહેલા અવકાશીય પદાર્થો જોવા માટે થાય છે.

ઉદાહરણ તરીકે, હબલ (Hubble) ટેલિસ્કોપનું કોણીય વિભેદન 0.1'' (0.1 સેકન્ડ) છે, જ્યારે મનુષ્ય આંખનું કોણીય વિભેદન લગભગ 1' – 2' (1 થી 2 મિનિટ) જેટલું હોય છે.

4.8 (b) માઈક્રોસ્કોપની વિભેદનશક્તિ (Resolving Power of Microscope)

આકૃતિ 4.17માં માઈક્રોસ્કોપના ઓબ્જેક્ટિવ લેન્સ વડે રચાતું એક બિંદુવત્ વસ્તુનું પ્રતિબિંબ દર્શાવ્યું છે. ધારો કે ઓબ્જેક્ટિવ લેન્સનો વ્યાસ D અને તેની કેન્દ્રલંબાઈ f છે.



આકૃતિ 4.17 માઈક્રોસ્કોપ દ્વારા પ્રતિબિંબની રચના

સામાન્ય રીતે વસ્તુ-અંતર કેન્દ્રલંબાઈ f કરતાં મોટું રાખવામાં આવે છે. (આગળના સિમેસ્ટરનો સંયુક્ત માઈક્રોસ્કોપનો વાત યાદ કરો.)

ધારો કે પ્રતિબિંબ-અંતર v છે. વિવર્તન અસરને કારણે મળતા મધ્યસ્થ અધિકતમની કોણીય પહોળાઈ, $\theta = \frac{1.22\lambda}{D}$ છે.

∴ મધ્યસ્થ અધિકતમની પહોળાઈ, $v\theta = \left(\frac{1.22\lambda}{D}\right)v$ (4.8.3)

હવે, જો બે બિંદુવત્ વસ્તુઓનાં પ્રતિબિંબ $v\theta$ કરતાં નજીકના અંતરે હશે, તો તેઓ એકબીજામાં ભળી ગયેલાં એક પ્રતિબિંબ તરીકે દેખાશે. એવું સાબિત કરી શકાય કે બે પ્રતિબિંબો છૂટાં દેખાય તે માટેનું ઓછામાં ઓછું અંતર (d_m) નીચેના સમીકરણ વડે આપી શકાય.

$$d_m = \left(\frac{1.22\lambda}{D}\right)\frac{v}{m} \quad (4.8.4)$$

જ્યાં, $m = \frac{v}{f}$ મોટવણી. mની કિંમત ઉપરના સમીકરણમાં મૂકતાં,

$$d_m = \left(\frac{1.22\lambda}{D}\right)f \quad (4.8.5)$$

આકૃતિ 4.17 પરથી, $\frac{\left(\frac{D}{2}\right)}{f} = \tan\beta$

∴ $\frac{D}{f} = 2\tan\beta$. સમીકરણ (4.8.5)માં તેનો ઉપયોગ કરતાં,

$$d_m = \left(\frac{1.22\lambda}{2\tan\beta}\right) \quad (4.8.6)$$

પણ, β (radમાં)ના નાના મૂલ્ય માટે, $\tan\beta \approx \sin\beta$ થશે.

$$\therefore d_m = \left(\frac{1.22\lambda}{2\sin\beta}\right) \quad (4.8.7)$$

d_mના વ્યસ્તને માઈક્રોસ્કોપની વિભેદનશક્તિ (R.P.) કહે છે. એટલે કે,

$$\text{માઈક્રોસ્કોપનો R.P.} = \frac{1}{d_m} = \left(\frac{2\sin\beta}{1.22\lambda}\right) \quad (4.8.8)$$

સમીકરણ (4.8.8) એ વસ્તુ અને ઑબ્જેક્ટિવ લેન્સની વચ્ચે હવા હોય તે સંજોગો માટે તારવેલ છે. તેના બદલે જો વસ્તુ અને ઑબ્જેક્ટિવ વચ્ચે કોઈ મોટો વક્રીભવનાંક (n) ધરાવતું માધ્યમ રહેલું હોય, તો માઇક્રોસ્કોપ માટે R.P.નું મૂલ્ય વધશે. આ સંજોગોમાં, માઇક્રોસ્કોપનો R.P. = $\left(\frac{2n\sin\beta}{1.22\lambda}\right)$ સૂત્ર વડે આપી શકાય. અત્રે, $n\sin\beta$ પદને Numerical Aperture કહે છે. આ માટે સામાન્ય રીતે યોગ્ય પ્રકારના તેલનો ઉપયોગ થાય છે. $\sin\beta$નું મૂલ્ય 1 કરતાં વધારે ન હોવાથી માઇક્રોસ્કોપના R.P.નું મૂલ્ય તરંગલંબાઈ λના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે.

ઉદાહરણ 7 : નીચેના બે કિસ્સાઓમાં માનવ આંખ ઓછામાં ઓછા એકબીજાથી કેટલા અંતરે રહેલી બે બિંદુવત્ વસ્તુઓને છૂટી-છૂટી જોઈ શકે ? (1) આંખ અને વસ્તુ વચ્ચેનું અંતર 25 cm અને (2) આંખ અને વસ્તુ વચ્ચેનું અંતર 5 m આંખની કીકી (Pupil) નો વ્યાસ 2.5 mm છે. પ્રકાશની તરંગલંબાઈ 5500 Å છે.

ઉકેલ : આંખને સાદું માઇક્રોસ્કોપ ગણતાં $d_{min} = \frac{1.22\lambda f}{D}$

અહીં, f એ આંખના લેન્સની કેન્દ્રલંબાઈ છે. યાદ રાખો કે વસ્તુઅંતર પ્રમાણે આંખના સિલિયરી સ્નાયુઓ આંખના લેન્સની કેન્દ્રલંબાઈ લગભગ વસ્તુ-અંતર જેટલી જ ગોઠવે છે.

$$(1)\ d_{min} = \frac{1.22\times5500\times10^{-10}\times0.25}{2.5\times10^{-3}} = 6.71\times10^{-5}\text{m}$$

$$(2)\ d_{min} = \frac{1.22\times5500\times10^{-10}\times5}{2.5\times10^{-3}} = 1.34\times10^{-3}\text{m}$$

ઉદાહરણ 8 : હબલ ટેલિસ્કોપ પૃથ્વીની સપાટીથી 600 km અંતરે છે. તેના પ્રાથમિક અરીસા (ઑબ્જેક્ટિવ)નો વ્યાસ 2.4 m છે, તો 550 nm તરંગલંબાઈના પ્રકાશ વડે આ ટેલિસ્કોપથી ઓછામાં ઓછા કેટલા કોણીય અંતરે રહેલી વસ્તુઓ છૂટી-છૂટી જોઈ શકાશે? આ વસ્તુઓ પૃથ્વીની સપાટી પર છે તેમ ગણો અને પૃથ્વીના વાતાવરણની અસરો અવગણો.

ઉકેલ : $\alpha_{min} = \frac{1.22\lambda}{D} = \frac{1.22\times550\times10^{-9}}{2.4}$

$= 2.8\times10^{-7}$ rad

$= 0.058''$ ($\because$ $1'' = 4.85\times10^{-6}$ rad)

વસ્તુઓ વચ્ચેનું રેખીય અંતર $= \alpha_{min}L$,

જ્યાં, L = ટેલિસ્કોપ અને વસ્તુઓ વચ્ચેનું અંતર

$\therefore$ વસ્તુઓ વચ્ચેનું રેખીય અંતર $= 2.8\times10^{-7}\times600\times10^{3}$

$= 0.17$ m

ઉદાહરણ 9 : 11 cm વ્યાસના ઑબ્જેક્ટિવવાળા ટેલિસ્કોપની અસરકારક મોટવણી શોધો. આંખ વડે કોણીય વિભેદન $2'$ અને પ્રકાશની તરંગલંબાઈ 5500 Å લો.

ઉકેલ : ટેલિસ્કોપની મોટવણી નીચેના સૂત્ર વડે અપાય છે.

$M = \frac{D}{d}$, જ્યાં D = ઑબ્જેક્ટિવનો વ્યાસ અને

d = આઈપીસનો વ્યાસ

ઉપયોગી (સામાન્ય) મોટવણી માટે, આઈપીસનો વ્યાસ આંખની કીકી (Pupil)ના વ્યાસ (d_e) જેટલો હોવો જોઈએ, તેથી ઉપયોગી કે અસરકારક મોટવણી નીચે મુજબ આપી શકાય :

$$M = \frac{D}{d_e} \qquad (1)$$

ટેલિસ્કોપના કોણીય વિભેદનના નીચેના સૂત્ર પરથી,

$$d\theta = \frac{1.22\lambda}{D}$$

$$= \frac{1.22 \times 5500 \times 10^{-10}}{11 \times 10^{-2}} = 6.1 \times 10^{-6} \text{ rad}$$

2' આંખનું કોણીય વિભેદન ($d\theta'$) આપેલ છે.

$$\therefore d\theta' = \frac{2 \times 3.14}{60 \times 180^{\circ}} = 5.815 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

$$\therefore \text{ અસરકારક મોટવણી, } M = \frac{d\theta'}{d\theta} = \frac{5.815 \times 10^{-4}}{6.1 \times 10^{-6}}$$

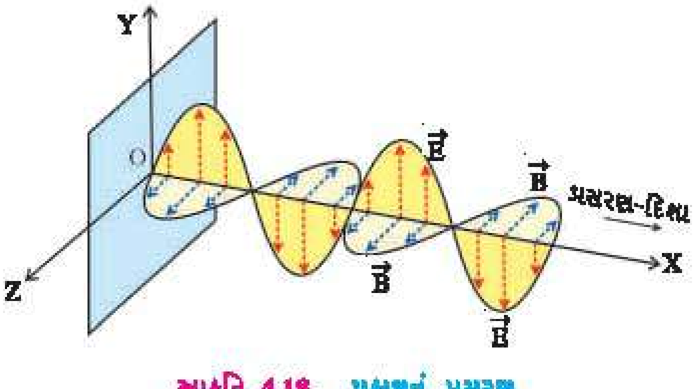
$$= 95.3$$

4.9 ધ્રુવીભવન (Polarization)

વ્યતિકરણ અને વિવર્તનની ઘટનાઓએ સાબિત કર્યું કે પ્રકાશ તરંગસ્વરૂપ ધરાવે છે. હકીકતમાં, આ બંને ઘટનાઓ કોઈ પણ પ્રકારનાં લંબગત કે સંગત તરંગો માટે જોવા મળે છે. આપણે અગાઉના પ્રકરણમાં જોયું કે પ્રકાશ (વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટનો દશ્ય વિભાગ) એ લંબગત તરંગો છે. પ્રાયોગિક રીતે તેમનો લંબગત સ્વભાવ ધ્રુવીભવનની ઘટનાથી ચકાસી શકાય છે. સંગત તરંગોમાં માધ્યમના કણો તરંગ-પ્રસરણ દિશામાં જ દોલનો કરતાં હોય છે. લંબગત તરંગોમાં કણોના કે ક્ષેત્ર-સદિશો પ્રસરણ-દિશાને લંબ કોઈ પણ દિશામાં દોલનો કરી શકે છે. આ સંદર્ભમાં જાણે કે લંબગત તરંગોને પ્રસરણ-દિશાને લંબ કોઈ પણ દિશામાં દોલન કરવાની પસંદગી હોય છે. લંબગત તરંગો માટે કણ કે ક્ષેત્ર-સદિશનાં દોલનોની પસંદગી કરવાની આ પ્રકૃતિ (Preferential Character) ને કારણે આપણે ધ્રુવીભવનની વિભાવનાને વ્યાખ્યાયિત કરી શકીએ, કે જે કણો અથવા ક્ષેત્ર-સદિશોનાં દોલનોની સ્થિતિ અંગેની માહિતી આપે.

4.9 (a) અધ્રુવીભૂત અને તલધ્રુવીભૂત પ્રકાશ (Unpolarization and Plane Polarization Light) :

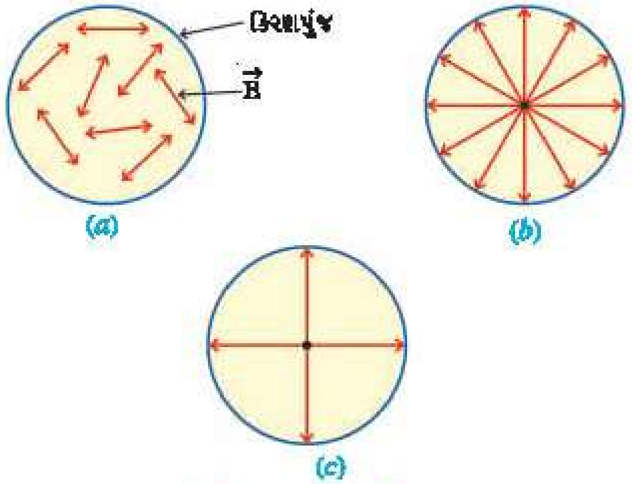
ધ્રુવીભવનની ઘટના સમજવા માટે નીચેની આકૃતિ 4.18ને ધ્યાનમાં લો.



આકૃતિ 4.18 પ્રકાશનું પ્રસરણ

આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ ધારો કે પ્રકાશ ઉદ્‌ગમનું અણુ કે પરમાણુ બિંદુ O આગળ આવેલ છે કે જે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું ઉત્સર્જન કરે છે. એ જોઈ શકાય છે કે $\vec{E}$, $\vec{B}$ અને તરંગ-પ્રસરણ દિશા એકબીજાને લંબ છે. સામાન્ય પ્રકાશ ઉદ્‌ગમ જેવા કે ઇલેક્ટ્રિક બલ્બમાં આવા અસંખ્ય પરમાણુક ઉત્સર્જકો આવેલા હોય છે. તેઓ બધા જ તેમના $\vec{E}$ સદિશો (કે જેને પ્રકાશ-સદિશો (light vectors) પણ કહે છે) અસ્તવ્યસ્ત દરેક દિશામાં દોલનો કરતાં પણ તરંગ-પ્રસરણને લંબ દિશામાં હોય તે રીતે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું ઉત્સર્જન કરે છે. તેનો મતલબ એ થયો કે એક તરંગનો $\vec{E}$ એ બીજાના $\vec{E}$ ને સમાંતર નથી. (અહીં પણ આપણે $\vec{E}$ સદિશોને જ ધ્યાનમાં લઈશું.) વળી, ઉદ્‌ગમના જુદા જુદા પરમાણુઓ દ્વારા ઉત્પન્ન અને એક જ દિશામાં પ્રસરતાં તરંગો-પ્રકાશ કિરણપુંજ (Beam)ની રચના કરે છે. આવું એક પ્રકાશ કિરણપુંજ પુસ્તકના પાનને લંબ, તેમાંથી બહાર નીકળતું વિચારીએ, તો તેમાનાં તરંગો પુસ્તકના પાનના સમતલમાં અસ્તવ્યસ્ત રીતે આવેલાં હશે. આવા પ્રકાશને અધ્રુવીભૂત પ્રકાશ કહે છે.

આવો અધ્રુવીભૂત પ્રકાશ આકૃતિ 4.19 (*a*) અને (*b*)માં દર્શાવેલ છે. સરળતા ખાતર, અધ્રુવીભૂત પ્રકાશના કોઈ પણ પ્રકાશ સદિશને પ્રસરણ દિશાને લંબ એવા પરસ્પર લંબ ઘટકોમાં વહેંચી શકાય (આકૃતિ 4.19 (*c*)માં દર્શાવ્યા મુજબ). પણ આપણે એ અવશ્ય યાદ રાખવું જોઈએ કે અધ્રુવીભૂત પ્રકાશ કિરણાવલીમાં સ્વતંત્ર રીતે દરેક તરંગ તો ધ્રુવીભૂત જ હોય છે.



આકૃતિ 4.19 અધ્રુવીભૂત પ્રકાશ

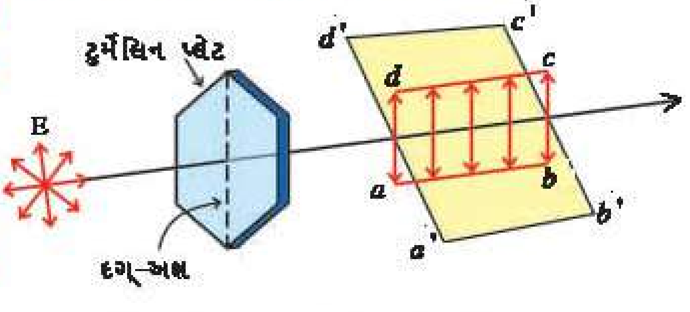
"જે પ્રકાશ-કિરણપુંજમાં વિદ્યુતતીવ્રતાના સદિશો ($\vec{E}$)નાં દોલનો પ્રકાશના પ્રસરણની દિશાને લંબ એવા સમતલમાં બધી જ દિશાઓમાં થતા હોય, તેવા પ્રકાશને અધ્રુવીભૂત પ્રકાશ કહે છે."

ઈ.સ. 1815માં, Biot નામના વિજ્ઞાનીએ શોધ્યું કે કેટલીક ખનિજો (Mineral)ના સ્ફટિકો (જેવા કે ટુર્મેલિન) પ્રકાશનું ચોક્કસ પસંદગી (Selectively) પ્રમાણે શોષણ કરે છે. જેને સિલેક્ટિવ શોષણ અથવા ડાઈક્રોઈઝમ (Dichroism) કહે છે. જ્યારે પ્રકાશ ટુર્મેલિન સ્ફટિકમાંથી પસાર થાય છે, ત્યારે તે ચોક્કસ દિશામાં ધ્રુવીભૂત થયેલા પ્રકાશને સહેલાઈથી પસાર થવા દે છે, જ્યારે તેનાથી લંબ દિશામાં ધ્રુવીભૂત થયેલા પ્રકાશનું પ્રબળતાથી શોષણ કરે છે. સ્ફટિકમાં આવેલ આ ચોક્કસ દિશાને દગ્-અક્ષ (Optic Axis) કહે છે. જો સ્ફટિકને યોગ્ય કદમાં (1થી 2 *mm* જાડાઈમાં) કાપવામાં આવે તો, લંબઘટકોનું તે સંપૂર્ણ શોષણ કરે છે (જુઓ આકૃતિ 4.20). તેથી ટુર્મેલિન પ્લેટમાંથી નિર્ગમન પામતા પ્રકાશમાં ફક્ત એક જ દિશામાં $\vec{E}$-સદિશો રહેલાં હશે કે જેઓ દગ્-અક્ષને સમાંતર હોય. આમ, નિર્ગમન પામતા પ્રકાશમાં સમતલસ્થ અને એકબીજાને સમાંતર જ $\vec{E}$-સદિશો રહેલાં હશે. આવા પ્રકાશને ધ્રુવીભૂત પ્રકાશ કહે છે. આમ, ટુર્મેલિન સ્ફટિક એક કુદરતી પોલેરાઈઝર (Polarizer) અથવા પોલેરોઈડ (Polaroid) છે.

"જે પ્રકાશ કિરણાવલીમાં વિદ્યુત-તીવ્રતાના સદિશો પરસ્પર સમાંતર અને સમતલસ્થ હોય, તેવા પ્રકાશને તલધ્રુવીભૂત પ્રકાશ (Plane Polarized Light) અથવા રેખીય ધ્રુવીભૂત પ્રકાશ (Linearly Polarized Light) કહે છે."

અધ્રુવીભૂત પ્રકાશમાંથી તલધ્રુવીભૂત પ્રકાશ મેળવવાની પ્રક્રિયાને ધ્રુવીભવન કહે છે.

"તલધ્રુવીભૂત પ્રકાશની પ્રસરણ-દિશા અને $\vec{E}$-સદિશો વડે રચાતા સમતલને દોલનતલ (Plane of Oscillation) કહે છે." આકૃતિ 4.20માં *abcd* એક દોલનતલ છે.

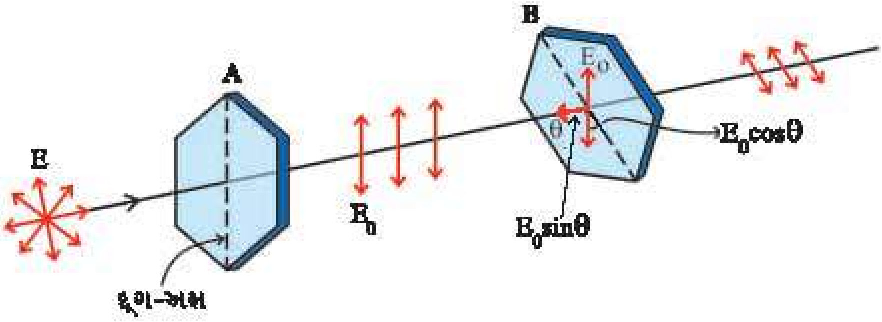


આકૃતિ 4.20 ટુર્મેલિન પ્લેટ દ્વારા ધ્રુવીભવન

"તલધ્રુવીભૂત પ્રકાશના $\vec{E}$-સદિશોને લંબ અને પ્રકાશના કિરણમાંથી પસાર થતા સમતલને ધ્રુવીભવન-તલ (Plane of Polarization) કહે છે." આકૃતિ 4.20 માં *a'b'c'd'* એક ધ્રુવીભવન-તલ છે.

4.9 (*b*) માલસનો નિયમ (Malus' Law) : ટુર્મેલિન પ્લેટ પોલેરાઈઝર તરીકે વર્તે છે, તેની સાબિતી નીચે મુજબ આપી શકાય. ટુર્મેલિન પ્લેટ $\vec{E}$-સદિશોના લંબઘટકોનું શોષણ કરતી હોવાથી તેમાંથી નિર્ગમન પામતા પ્રકાશની તીવ્રતા તેના પર આપાત અધ્રુવીભૂત પ્રકાશની તીવ્રતા કરતાં ઓછી હશે. જ્યારે ટુર્મેલિન પ્લેટ Aને આપાત કિરણાવલીને અક્ષ તરીકે લઈ પરિભ્રમણ કરાવવામાં આવે, ત્યારે નિર્ગમન પામતા ધ્રુવીભૂત પ્રકાશની તીવ્રતા સમાન રહે છે. આ અવલોકન દર્શાવે છે કે અધ્રુવીભૂત પ્રકાશમાં પ્રકાશ પ્રસરણ-દિશાને લંબ તેવા સમતલમાં બધી જ દિશામાં પ્રકાશ-સદિશો સમાન રીતે વહેંચાયેલા છે.

હવે, ધ્રુવીભૂત પ્રકાશનું વિશ્લેષણ કરવા માટે બીજી ટુર્મેલિન પ્લેટ B, પ્લેટ Aને સમાંતર આકૃતિ 4.21માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ગોઠવવામાં આવે છે.



આકૃતિ 4.21 પોલેરાઈઝર અને એનેલાઈઝર

પ્લેટ Bની દગ્ પ્લેટ Aની દગ્-અક્ષ સાથે θ કોણ બનાવે છે. આ સંજોગોમાં પ્લેટ Aમાંથી બહાર આવતા $\vec{E}$-સદિશો (E_0) પ્લેટ Bની દગ્-અક્ષ સાથે θ કોણ રચશે. તેથી તેને આપણે બે ઘટકોમાં છૂટાં પાડી શકીએ.

(1) $E_0\cos\theta$ જે પ્લેટ Bની દગ્-અક્ષને સમાંતર છે અને

(2) $E_0\sin\theta$જે પ્લેટ Bની દગ્-અક્ષને લંબ હોય.

આમ, ફક્ત $E_0\cos\theta$ ઘટકો જ પ્લેટ Bમાંથી બહાર આવી શકશે, જ્યારે લંબ ઘટકોનું શોષણ થઈ જશે. હવે, તીવ્રતા કંપવિસ્તારના વર્ગના સમપ્રમાણમાં હોવાથી પ્લેટ B પર આપાત પ્રકાશની તીવ્રતા $I_0 \propto E^2_0$ અને પ્લેટ B માંથી નિર્ગમન પામતા પ્રકાશની તીવ્રતા, $I_0 \propto E^2_0\cos^2\theta$ થશે.

$$\therefore \ \frac{I}{I_0} = \cos^2\theta$$

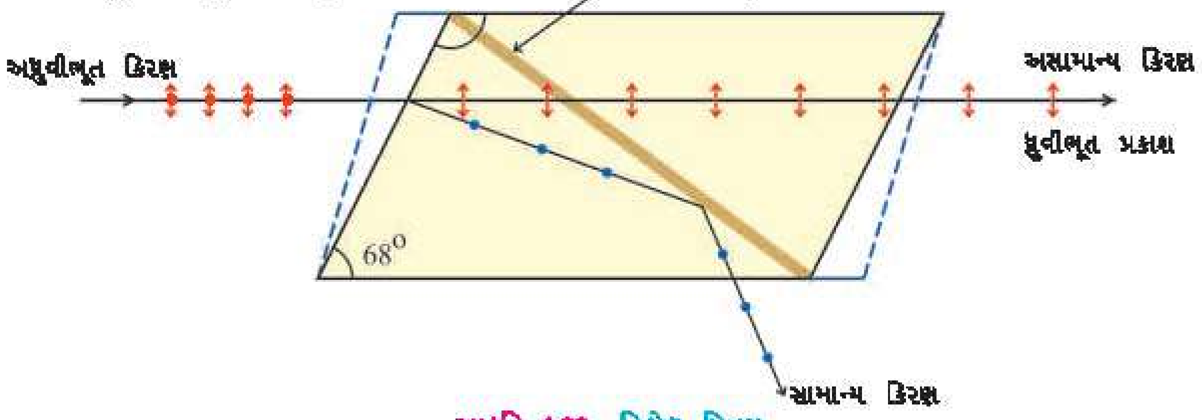
અથવા

$$\therefore \ I = I_0\cos^2\theta \qquad (4.9.1)$$

સમીકરણ (4.9.1)ને માલસ્નો નિયમ કહે છે. ઉપર્યુક્ત સમીકરણ પરથી એ સ્પષ્ટ છે કે જો પ્લેટ Bને પૂર્ણ પરિભ્રમણ કરાવવામાં આવે તો નિર્ગમન પ્રકાશની તીવ્રતા બે વખત શૂન્ય ($\theta = \frac{\pi}{2}$ અને $\frac{3\pi}{2}$ને અનુરૂપ) અને બે વખત મહત્તમ ($\theta = 0$ અને π અનુરૂપ) થશે. આ પ્રક્રિયાની મદદથી આપેલ પ્રકાશ ધ્રુવીભૂત છે કે નહીં તે ચકાસી શકાય છે. અત્રે ટુર્મેલિન પ્લેટ B એ આપાત પ્રકાશની ધ્રુવીભવન અંગેની સ્થિતિનું વિશ્લેષણ કરવા વપરાતી હોવાથી તેને વિશ્લેષક (Analyzer) કહે છે.

4.9 (c) નિકોલ પ્રિઝમ : ઈ.સ. 1828માં વિલિયમ નિકોલે કેલ્સાઈટ સ્ફટિકમાંથી એવી રચના બનાવી, જેનો પોલેરોઈડ (પોલેરાઈઝર અને એનેલાઈઝર) તરીકે ઉપયોગ કરી શકાય.

નિકોલ પ્રિઝમ કેલ્સાઈટના બે સ્ફટિકોનો બનેલો હોય છે. આ સ્ફટિકોને તેમની મુખ્ય અક્ષ સાથે 68°નો કોણ બને તેમ કાપવામાં આવ્યા હોય છે અને પછી તેમને કેનેડા બાલ્સમ (એક પ્રકારનો ગુંદર) વડે જોડી દેવામાં આવ્યા હોય છે. (જુઓ આકૃતિ 4.22)



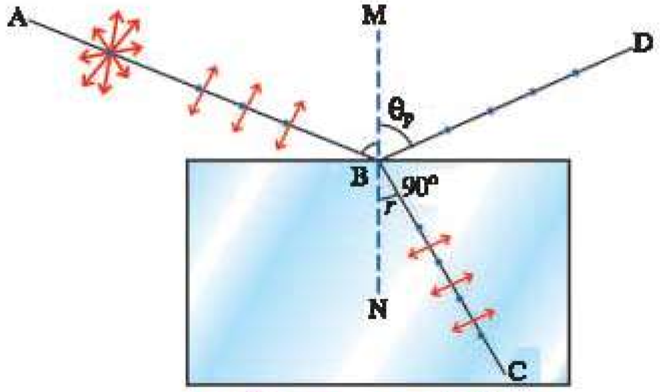
આકૃતિ 4.22 નિકોલ પ્રિઝમ

આ પ્રિઝમ પર આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે અધ્રુવીભૂત પ્રકાશ આપાત કરવામાં આવે છે, ત્યારે તેનું બે કિરણોમાં વિભાજન થાય છે. આ બંને કિરણો તલધ્રુવીભૂત હોય છે. આમાંના એક કિરણના $\vec{E}$ સદિશો આકૃતિમાં દર્શાવેલ સમતલને લંબ રૂપે હોય છે. આ કિરણને સામાન્ય કિરણ (Ordinary Ray) કહે છે. બીજા કિરણનાં $\vec{E}$ સદિશનાં દોલનો સમતલને સમાંતર હોય છે. આ કિરણને અસામાન્ય કિરણ (Extraordinary Ray) કહે છે. આ બંને કિરણો માટે કેલ્સાઇટનો વક્રીભવનાંક અનુક્રમે $n_o = 1.658$ અને $n_e = 1.486$ હોય છે, જ્યારે કેનેડા બાલ્સમનો વક્રીભવનાંક 1.55 છે. આ સ્થિતિમાં આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે, સામાન્ય કિરણ કેનેડા બાલ્સમની સપાટી પાસે પૂર્ણ આંતરિક પરાવર્તન પામી બાજુ પરથી બહાર નીકળી જાય છે અને અસામાન્ય કિરણ તલધ્રુવીભૂત પ્રકાશ તરીકે પ્રિઝમમાંથી બહાર આવે છે.

4.9 (ડ) પરાવર્તનથી થતું ધ્રુવીભવન અને બ્રુસ્ટરનો નિયમ (Polarization by Reflection and Brewster's Law) : પ્રકાશનું ધ્રુવીભવન કરવાની ઘણી રીતો છે, તેમાંની એક રીત (ટુર્મેલિન પ્લેટ કે નિકોલ પ્રિઝમથી) આપણે જોઈ ગયાં. બીજી રીત, પારદર્શક માધ્યમથી થતા પ્રકાશના પરાવર્તનની છે. ઈ.સ. 1809માં ફ્રેન્ચ વિજ્ઞાની માલ્સે શોધી કાઢ્યું કે, પ્રકાશનું કિરણ પારદર્શક માધ્યમની સપાટી પર આપાત થાય ત્યારે તેના પરથી પરાવર્તન પામતા કિરણમાં મોટા ભાગના $\vec{E}$ સદિશો આપાત સમતલને લંબ હોય છે. એટલે કે પરાવર્તિત કિરણ અંશતઃ તલધ્રુવીભૂત (Partially Polarized) હોય છે.

અહીં, પરાવર્તિત કિરણના ધ્રુવીભવનની સ્થિતિ આપાતકોણ સાથે બદલાતી જાય છે. એવું જાણવા મળે છે કે, જો પ્રકાશને આપેલા પારદર્શક માધ્યમની સપાટી પર અમુક નિશ્ચિત કોણે આપાત કરવામાં આવે, તો પરાવર્તિત કિરણ સંપૂર્ણ તલધ્રુવીભૂત બને છે. એટલે કે, આ સ્થિતિમાં પરાવર્તિત કિરણમાં બધાં જ $\vec{E}$ સદિશો આપાત સમતલને લંબ એવાં પરસ્પર સમાંતર હોય છે. આ નિશ્ચિત આપાતકોણને આપેલા પારદર્શક માધ્યમનો ધ્રુવીભવનકોણ (Angle of Polarization) કહે છે. અને તેનું મૂલ્ય પારદર્શક માધ્યમના પ્રકાર પર આધાર રાખે છે.

અહીં પણ આપાત તથા અધ્રુવીભૂત પ્રકાશના $\vec{E}$ સદિશોના (1) આપાત સમતલને લંબ અને (2) આપાત સમતલને સમાંતર ઘટકો વિચારી શકાય.



આકૃતિ 4.23 બ્રુસ્ટરનો નિયમ

આકૃતિ 4.23માં આપાતકિરણ AB, લંબ BM અને પરાવર્તિત કિરણ BD વડે રચાતું સમતલ આપાત સમતલ છે. આપાત સમતલને લંબ એવા E ઘટકો ટપકાં (·) વડે દર્શાવ્યા છે. જ્યારે આપાત સમતલને સમાંતર E ઘટકો તીર (↔) વડે દર્શાવ્યાં છે. આપાત સમતલને લંબઘટકો σ, ઘટકો અને સમાંતર ઘટકો π ઘટકો કહેવાય છે.

જ્યારે આપાતકોણ, ધ્રુવીભવનકોણ (θ_p) જેટલો હોય છે, ત્યારે આપાત સમતલને લંબ એવા ફક્ત σ-ઘટકો પૈકીના અમુકનું જ પરાવર્તન થાય છે અને તેથી પરાવર્તિત કિરણ સંપૂર્ણ તલધ્રુવીભૂત હોય છે. પરાવર્તિત કિરણમાં π ઘટકો હોતા નથી.

પરાવર્તિત કિરણમાં ફક્ત અમુક જ σ-ઘટકો હોવાથી તે આપાતકિરણ કરતાં ઘણું ઝાંખું હોય છે. કાચની સપાટી માટે આપાત σ-ઘટકોમાંથી આશરે 15 %નું જ પરાવર્તન થાય છે. વક્રીભૂત કિરણમાં 85% σ-ઘટકો અને બધાં π-ઘટકો હોય છે તેથી તે પરાવર્તિત કિરણ કરતાં વધારે તીવ્ર હોય છે.

બ્રુસ્ટર નામના વિજ્ઞાનીને જુદા-જુદા પારદર્શક માધ્યમની સપાટી પર પ્રયોગ કરતાં જણાવ્યું કે, જ્યારે પરાવર્તિત કિરણ સંપૂર્ણ તલધ્રુવીભૂત બને છે, ત્યારે પરાવર્તિત કિરણ અને વક્રીભૂત કિરણ વચ્ચેનો કોણ 90° હોય છે. આ પરથી એક અગત્યનું પરિણામ ફલિત થાય છે, જેને બ્રુસ્ટરનો નિયમ કહે છે.

બ્રુસ્ટરનો નિયમ : "પારદર્શક પદાર્થની સપાટી પરથી પરાવર્તિત થતું કિરણ જ્યારે સંપૂર્ણ તલધ્રુવીભૂત થાય છે, ત્યારે આપાતકોણ (ધ્રુવીભવનકોણ)ના ટેન્જન્ટનું મૂલ્ય પારદર્શક પદાર્થના વક્રીભવનાંક જેટલું હોય છે."

એટલે કે, $n = \tan\theta_p$ (4.9.2)

જ્યાં, n = માધ્યમનો વક્રીભવનાંક અને θ_p ધ્રુવીભવનકોણ છે.

સાબિતી : આકૃતિ 4.23માં, $\angle MBD + \angle DBC + \angle r = 180^\circ$

$\therefore \theta_p + 90^\circ + r = 180^\circ$

$\therefore r = 90^\circ - \theta_p$ (4.9.3)

હવે, સ્નેલના નિયમ મુજબ, વક્રીભવનાંક,

$$n = \frac{\sin\theta_p}{\sin r} = \frac{\sin\theta_p}{\sin(90^\circ - \theta_p)} = \frac{\sin\theta_p}{\cos\theta_p} = \tan\theta_p \quad (4.9.4)$$

સમીકરણ (4.9.4) બ્રુસ્ટરનો નિયમ છે.

4.9 (e) ધ્રુવીભવનના ઉપયોગો : ઐતિહાસિક દૃષ્ટિએ ધ્રુવીભવનનો ઉપયોગ પ્રકાશનાં તરંગોનો પ્રકાર (લંબગત) નક્કી કરવામાં થયો હતો. સંગત તરંગોમાં તો કણનાં દોલનો તરંગોની પ્રસરણ-દિશાને સમાંતર જ હોય, તેથી તેમનું ધ્રુવીભવન મેળવી શકવાનો પ્રશ્ન જ ઊભો થતો નથી.

પદાર્થમાંથી ઉત્સર્જિત અથવા પદાર્થ દ્વારા પ્રકેરિત (Scattered) પ્રકાશની ધ્રુવીભવનની સ્થિતિ પરથી પદાર્થના અમુક ગુણધર્મોનો અભ્યાસ કરી શકાય છે.

ધ્રુવીભવનના અભ્યાસો વડે જાણી શકાયું છે કે, શનિના ગ્રહના વલયોમાં બરફના સ્ફટિકો હોય છે.

જુદા-જુદા વાઇરસો પરથી પ્રકેરિત થતા અલ્ટ્રાવાયોલેટ પ્રકાશના ધ્રુવીભવનનો અભ્યાસ કરવાથી તેમનાં કદ અને આકાર જાણી શકાય છે.

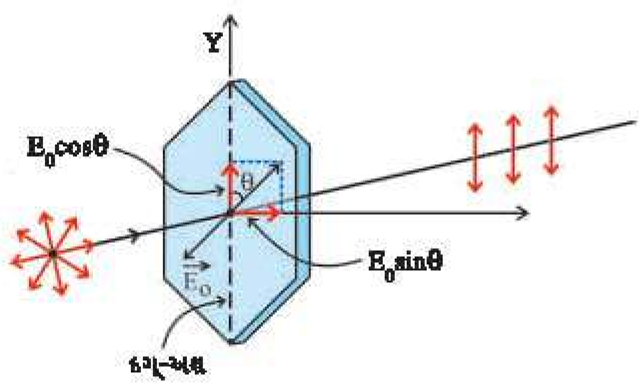
પ્રકાશનું ધ્રુવીભવન પરમાણુ અને ન્યુક્લિયસના અભ્યાસોમાં પણ ઉપયોગી પુરવાર થયું છે. ગ્લાસ, બેકેલાઇટ જેવા પદાર્થોમાં પ્રતિબળ-વિકૃતિનો અભ્યાસ કરવામાં વપરાતી ફોટો-ઇલાસ્ટિસિટી (Photo-Elasticity)ની રીતમાં ધ્રુવીભૂત પ્રકાશનો જ ઉપયોગ થાય છે.

ખાંડના દ્રાવણમાંથી તલધ્રુવીભૂત પ્રકાશને પસાર કરીને ખાંડની જાત અને દ્રાવણની સાંદ્રતા નક્કી કરી શકાય છે. LCD (Liquid Crystal Diplay)માં ધ્રુવીભૂત પ્રકાશનો ઉપયોગ થાય છે. આ રચના કેલ્ક્યુલેટર્સ, ઘડિયાળો અને લેપટોપ્સના સ્ક્રીનમાં વપરાય છે. કેટલાંક સનગ્લાસિસ પણ ગ્લેરથી બચવા પોલેરોઇડના બનાવવામાં આવે છે.

ઉદાહરણ 10 : સાબિત કરો કે જ્યારે અધ્રુવીભૂત પ્રકાશ પોલેરાઇઝરમાંથી પસાર થાય ત્યારે નિર્ગમન પામતા પ્રકાશની તીવ્રતા આપાત પ્રકાશની તીવ્રતા કરતાં બરાબર અડધી થાય છે.

ઉકેલ : આકૃતિમાં દર્શાવ્યા અનુસાર પ્રકાશ-સદિશો દગ્-અક્ષ સાથે θ કોણ બનાવે છે. માલૂસના નિયમાનુસાર, નિર્ગમન પામતા પ્રકાશ-સદિશોની તીવ્રતા,

$$I = I_0 \cos^2\theta \quad (1)$$



જ્યાં, I_0 = આપાત અધ્રુવીભૂત પ્રકાશની તીવ્રતા

પણ આપણે જાણીએ છીએ કે અધ્રુવીભૂત પ્રકાશમાં $\vec{E}$ સદિશો પ્રસરણ-દિશાને લંબ એવા સમતલમાં બધી જ દિશામાં અસ્તવ્યસ્ત રીતે વહેંચાયેલા હોય છે. એટલે કે, θનું 0થી 2π વચ્ચેનું દરેક મૂલ્ય શક્ય બનશે. તેથી, નિર્ગમન પામતી સરેરાશ તીવ્રતા નીચેના સૂત્ર વડે આપી શકાય :

$$I_{ave} = \langle I \rangle = I_0 \langle \cos^2\theta \rangle$$

$$= \frac{I_0}{2\pi} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \cos^2\theta d\theta = \frac{I_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{1+\cos 2\theta}{2} \right) d\theta$$

$$= \frac{I_0}{4\pi} \left\{ [\theta]_0^{2\pi} + \left[\frac{\sin 2\theta}{2} \right]_0^{2\pi} \right\}$$

$$= \frac{I_0}{4\pi} \{(2\pi - 0) + 0\} = \frac{1}{2} I_0$$

આમ, નિર્ગમન-તીવ્રતા આપાત તીવ્રતા કરતાં બરાબર અડધી થશે.

ઉદાહરણ 11 : તલધ્રુવીભૂત પ્રકાશ ટુર્મેલિન પ્લેટ પર લંબ રૂપે આપાત થાય છે. તેના $\vec{E}$ સદિશો પ્લેટની દગ્-અક્ષ સાથે 60° કોણ બનાવે છે, તો પ્રારંભિક અને અંતિમ મહત્તમ $\vec{E}$ સદિશો વચ્ચેનો પ્રતિશત (%) તફાવત શોધો.

ઉકેલ : માલસ્‌ના નિયમ અનુસાર, $I = I_0 \cos^2\theta$

$$\therefore \frac{I}{I_0} = \cos^2(60^\circ) = (0.5)^2 = 0.25 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{E^2}{E_0^2} = \frac{1}{4} \quad (\because I \propto E^2)$$

$$\therefore \frac{E}{E_0} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{|E - E_0|}{E_0} = \frac{|1-2|}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\% \Delta E = \frac{\Delta E}{E_0} \times 100 = \frac{1}{2} \times 100 = 50\%$$

ઉદાહરણ 12 : પાણીમાં ગતિ કરતું પ્રકાશનું કિરણ પાણીમાં ડુબાડેલી ગ્લાસ પ્લેટ પર આપાત થાય છે. જ્યારે આપાતકોણ 51°નો બને છે ત્યારે પરાવર્તિત કિરણ સંપૂર્ણ તલધ્રુવીભૂત બને છે, તો કાચનો વક્રીભવનાંક શોધો. પાણીનો વક્રીભવનાંક = 1.33.

ઉકેલ : આપાતકોણ, $\theta_P = 51^\circ$

આ આપાતકોણે, પરાવર્તિત કિરણ સંપૂર્ણ તલધ્રુવીભૂત થતું હોવાથી, બ્રુસ્ટરના નિયમાનુસાર, ગ્લાસનો પાણીની સાપેક્ષ વક્રીભવનાંક,

$$n' = \tan\theta_P = \tan 51^\circ = 1.235$$

$$\text{પણ, } n' = \frac{\text{કાચનો વક્રીભવનાંક } (n_g)}{\text{પાણીનો વક્રીભવનાંક } (n_w)}$$

$$\therefore n_g = n' n_w = 1.235 \times 1.33 = 1.64$$

ઉદાહરણ 13 : d પહોળાઈની એક સ્લિટને સફેદ પ્રકાશથી પ્રકાશિત કરવામાં આવે છે. dના કયા મૂલ્ય માટે λ_R = 6500 Å ધરાવતા રાતા પ્રકાશ માટેનું પ્રથમ ન્યૂનતમ θ = 15°ના કોણે મળે ? આ જ બિંદુએ λ_V = 4333 Å ધરાવતા જાંબલી રંગ માટે શું પરિસ્થિતિ હશે? sin15° = 0.2588.

ઉકેલ : વિવર્તન ઘટના દરેક તરંગલંબાઈઓ માટે જુદા-જુદા પ્રમાણમાં અનુભવાતી હોવાથી, આપણે દરેક તરંગલંબાઈને અનુરૂપ મહત્તમો અને ન્યૂનતમોની શરત ચકાસવી પડશે.

રાતા પ્રકાશ માટે પ્રથમ ન્યૂનતમ, $n = 1$ માટે સમીકરણ,

$$d\sin\theta = n\lambda, \tag{1}$$

સ્લિટની પહોળાઈ, $d = \dfrac{n \times \lambda_R}{\sin\theta} = \dfrac{1 \times 6500 \times 10^{-10}}{\sin 15^\circ}$

$$= \frac{6.5 \times 10^{-7}}{0.2588} = 2.512 \times 10^{-6}\ \text{m}$$

જાંબલી રંગ માટે તરંગલંબાઈ જુદી હોવાથી આ જ બિંદુએ મહત્તમ થશે કે ન્યૂનતમ તે માટેની શરત ચકાસવી પડશે.

સમીકરણ $d\sin\theta = n'\lambda_V$ (2)

$\therefore n' = \dfrac{d \sin\theta}{\lambda_V} = \dfrac{2.512 \times 10^{-6} \times 0.2588}{4333 \times 10^{-10}}$

$\therefore n' = 1.50$

પરંતુ ન્યૂનતમ અનુભવવા માટે સમીકરણ (2)માં n'નું મૂલ્ય પૂર્ણાંક હોવું જોઈએ. આમ, આ જ બિંદુ આગળ જાંબલી રંગ માટે ન્યૂનતમની શરત પળાતી નથી.

સમીકરણ $d\sin\theta = (2n + 1)\dfrac{\lambda_V}{2}$ પરથી

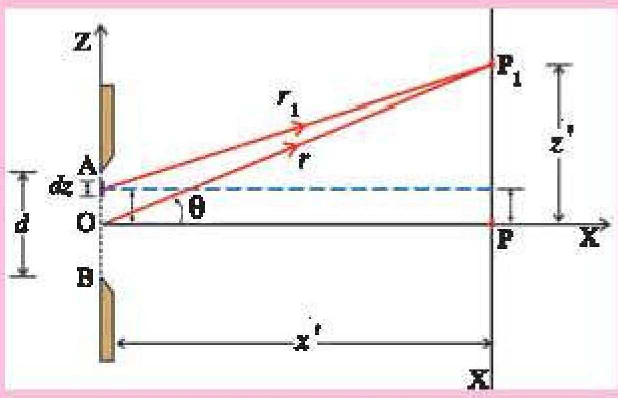
$$n' = \frac{d \sin\theta}{\lambda_V} - \frac{1}{2} = 1.5 - \frac{1}{2} = 1.0$$

આ પરિણામ સૂચવે છે કે જાંબલી રંગ માટે પ્રથમ અધિકતમ જોવા મળશે.

નોંધ : સ્લિટની પહોળાઈથી સ્વતંત્ર, હંમેશાં જે સ્થાને રાતા રંગનું પ્રથમ ન્યૂનતમ રચાતું હોય તે જ સ્થાને જાંબલી રંગ માટે પ્રથમ અધિકતમ રચાય છે.

પરિશિષ્ટ

વ્યાપક સ્વરૂપે વિવર્તનભાતના વિશ્લેષણ માટે (એટલે કે તીવ્રતાની વહેંચણી સમજવા માટે અને વ્યતિકરણ શલાકાઓનું સ્થાન નક્કી કરવા) આપણે બહિર્ગોળ લેન્સને અવગણીશું અને એવું ધારીશું કે સ્ક્રીન (C) એ ખૂબ જ મોટા અંતરે રહેલ છે અને એટલે જ વિવર્તિત તરંગોને અસરકારક રીતે સમતલ ગણી શકાશે. હા એ પણ નોંધવું જોઈએ કે જો આપણે લેન્સનો ઉપયોગ કરીએ તો પણ પરિસ્થિતિ બદલાશે નહીં, કારણ કે સ્લિટમાંથી ઉત્પન્ન જુદાં-જુદાં ગૌણ તરંગો લેન્સની જુદી જુદી જાડાઈવાળા ભાગમાંથી પસાર થતા હોવાથી તેઓ બધાં જ સરખું પ્રકાશીય અંતર (Optical Path Length) કાપશે. (માધ્યમમાં પ્રકાશીય અંતર એટલે માધ્યમના વક્રીભવનાંક અને તેના ભૌમિતિક અંતરનો ગુણાકાર).



એક સ્લિટથી થતા વિવર્તન માટે મહત્તમો અને ન્યૂનતમો

આકૃતિ 4.1માં દર્શાવ્યા અનુસાર, સ્લિટના કેન્દ્ર O ને કાર્તેઝિયન યામપદ્ધતિનું ઉદ્‌ગમબિંદુ તરીકે લો. આપણે એવું ધારી શકીએ કે સ્લિટ AB એ ખૂબ નાની-નાની અને dz પહોળાઈના મોટી સંખ્યાના ખંડો (સ્લિટ-ખંડ)ની બનેલી છે. આવો એક સ્લિટ-ખંડ, ઉદ્‌ગમ બિંદુથી Z અંતરે આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે. હવે, આપણને સ્ક્રીન પરના જુદાં-જુદાં બિંદુએ આવા બધા જ સ્લિટ-ખંડોને કારણે ઉદ્‌ભવતાં તરંગોના સંપાતીકરણને કારણે મળતી પરિણામી તીવ્રતાનું સમીકરણ મેળવવામાં રસ છે.

બિંદુ P_1 આગળ આવા એક જ dz પહોળાઈના સ્લિટ-ખંડ દ્વારા સ્થાનાંતર માટે નીચેના સૂત્ર મુજબ આપી શકાય.

$$de = E' \sin(\omega t - kr_1) \quad (1)$$

જ્યાં, E' એ બિંદુ P_1 આગળ કંપવિસ્તાર છે. એ જાણીતું છે કે જેમ સ્લિટ-ખંડની પહોળાઈ dz વધારે તેમ કંપવિસ્તાર B' મોટો (અને તેથી તીવ્રતા પણ વધારે). અર્થાત્ $E' \propto dz$ અથવા $B' = A'dz$ જ્યાં, A' એ સપ્રમાણતા-અચળાંક છે.

$$\therefore de = A' \sin(\omega t - kr_1)dz \quad (2)$$

હવે, બધા Bથી A તરફના બધા સ્લિટ-ખંડો વડે બિંદુ P_1નું પરિણામી સ્થાનાંતર,

$$e = A' \int_{B}^{A} \sin(\omega t - kr_1)dz = A' \int_{-\frac{d}{2}}^{+\frac{d}{2}} \sin(\omega t - kr_1)dz \quad (3)$$

આકૃતિ પરથી, $r^2 = (x')^2 + (z')^2$

$\therefore (x')^2 = r^2 - (z')^2$

અને $r_1^2 = x'^2 + (z' - z)^2$

$= (r^2 - z'^2) + (z' - z)^2$

$= r^2 - 2zz + z^2$

$$r_1^2 = r^2\left(1 - \frac{2z'z}{r^2} + \frac{z^2}{r^2}\right)$$

પણ $r >> z$ હોવાથી, $\frac{z^2}{r^2}$ પદ ખૂબ નાનું થશે અને તેથી તેને અવગણી શકાય. વળી, $\frac{2z'z}{r^2}$ પદ પણ એક કરતાં ઘણું નાનું હશે.

$$\therefore r_1^2 = r^2\left(1 - \frac{2z'z}{r^2}\right)$$

$$r_1 = \left(1 - \frac{2z'z}{r^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

બાયનોમિયલ પ્રમેયાનુસાર

$$[(1 + x)^n \approx 1 + nx,\ x <<1],\ r_1 \approx r\left(1 - \frac{1}{2}\frac{2z'z}{r^2}\right)$$

$$\therefore\ r_1 = r - \frac{z'z}{r}$$

વળી, ΔOPP_1 પરથી, $\sin\theta = \frac{z'}{r}$

$$\therefore\ r_1 = r - z\sin\theta \qquad (4)$$

સમીકરણ (4)નો ઉપયોગ (3)માં કરતાં,

$$e = A'\int_{\frac{-d}{2}}^{\frac{+d}{2}} \sin(\omega t - kr + kz\sin\theta)\, dz$$

$$= \frac{-A'}{k\sin\theta}\left[\cos(\omega t - kr + kz\sin\theta)\right]^{\frac{+d}{2}}$$

$$= \frac{-A'}{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\sin\theta}\left[\cos\left\{(\omega t - kr) + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{d}{2}\sin\theta\right)\right\}^{\frac{-d}{2}} - \cos\left\{(\omega t - kr) - \left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{d}{2}\sin\theta\right)\right\}\right] \qquad \left(\text{writing}\, k = \frac{2\pi}{\lambda}\right)$$

પ્રમાણિત સ્વરૂપ, $\cos(\theta_1 + \theta_2) - \cos(\theta_1 - \theta_2) = 2\sin\theta_1\sin\theta_2$ પરથી,

$$e = \frac{A\lambda}{2\pi\sin\theta}\left[-2\sin(\omega t - kr)\sin\left(\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}\right)\right]$$

$$= \left\{\left(\frac{A\lambda}{\pi\sin\theta}\right)\sin\left(\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}\right)\right\}\sin(\omega t - kr) \qquad (5)$$

આમ, બિંદુ P_1 આગળ પરિણામી કંપવિસ્તાર (E),

$$E = \left(\frac{A\lambda}{\pi\sin\theta}\right)\sin\left(\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}\right)$$

અથવા

$$E = A'd\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right),$$

જ્યાં, $\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda} = \alpha$ લીધેલ છે. (6)

વળી, તીવ્રતા એ કંપવિસ્તારના વર્ગના સમપ્રમાણમાં હોવાથી, બિંદુ P_1 આગળ પરિણામી તીવ્રતા

$$I = A^2d^2\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$$

$$I = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \qquad (7)$$

જ્યાં, $I_0 = A'^2d^2$ = મહત્તમ તીવ્રતા (8)

સારાંશ

1. સમાન કળામાં દોલન કરતા માધ્યમના કણો કે અવકાશનાં બિંદુઓમાંથી પસાર થતા કાલ્પનિક પૃષ્ઠને તરંગ-અગ્ર કહે છે. તેની મદદથી તરંગ-પ્રસરણની ઘટના સમજી શકાય છે.
2. હાઇગેન્સનો સિદ્ધાંત સૂચવે છે કે તરંગ-અગ્ર પરનું દરેક બિંદુ સ્વતંત્ર ગૌણ ઉદ્‌ગમ તરીકે વર્તે છે અને પોતાનામાંથી ગૌણ ગોળાકાર તરંગો ઉત્સર્જે છે.
3. સમદિગ્ધર્મી માધ્યમમાં નવું તરંગ-અગ્ર પોતાનો મૂળ આકાર જાળવી રાખે છે.
4. બે કે તેથી વધારે તરંગોના સંપાતીકરણને કારણે ઉત્પન્ન થતી ભૌતિક અસરને વ્યતિકરણ કહે છે. સંપાતીકરણના સિદ્ધાંતની મદદથી જે બિંદુએ વ્યતિકરણ રચાય છે, ત્યાં પરિણામી સ્થાનાંતર શોધી શકાય છે.
5. પ્રકાશ-ઉદ્‌ગમો કે સમાન આવૃત્તિના અને કાં તો અચળ અથવા શૂન્ય પ્રારંભિક કળા તફાવત ધરાવતા પ્રકાશ તરંગો ઉત્પન્ન કરે તેને સુસંબદ્ધ ઉદ્‌ગમો કહે છે, અન્યથા ઉદ્‌ગમો અસુસંબદ્ધ કહેવાય.
6. ફક્ત સુસંબદ્ધ ઉદ્‌ગમો જ સ્થિત વ્યતિકરણ રચી શકે છે.
7. સામાન્ય રીતે, સુસંબદ્ધ ઉદ્‌ગમો મેળવવાની બે રીતો છે : (1) તરંગ-અગ્રના વિભાજનથી અને (2) કંપવિસ્તારના વિભાજનની રીત.
8. **સંપાતીકરણ અનુભવતા તરંગો માટે :**

   (1) પથ-તફાવત $= 2n\pi$, $n = 0, 1, 2, ...$ અથવા કળા-તફાવત $= n\lambda$, $n = 0, 1, 2, ...$ સહાયક વ્યતિકરણ આપે છે.

   (2) પથ-તફાવત $= (2n - 1)\pi$, જ્યાં $n = 1, 2, ...$ અથવા કળા-તફાવત $= (2n - 1)\frac{\lambda}{2}$, જ્યાં $n = 1, 2, ...$ વિનાશક વ્યતિકરણ આપે છે.

9. બે ક્રમિક પ્રકાશિત અથવા અપ્રકાશિત વ્યતિકરણ શલાકાઓ વચ્ચેનું અંતર $\bar{x} = \frac{\lambda D}{d}$, અચળ રહે છે. બધી જ પ્રકાશિત શલાકાઓ સરખી તેજસ્વી હોય છે.
10. તરંગ-અગ્રના મર્યાદિત ભાગને કારણે ઉદ્‌ભવતી અસરને વિવર્તન કહે છે.
11. ફ્રોનહોફર વિવર્તન માટે, ન્યૂનતમો માટેની શરત નીચે મુજબ આપી શકાય :

    પથ-તફાવત $= n\lambda$; જ્યાં $n = 0, 1, 2, 3, ...$

    nની જુદી-જુદી કિંમતો માટે, જુદાં જુદાં ક્રમના ન્યૂનતમો મળે છે.

    $n = 1 \Rightarrow$ પ્રથમ ક્રમનું ન્યૂનતમ

    $n = 2 \Rightarrow$ દ્વિતીય ક્રમનું ન્યૂનતમ, વગેરે...
12. ફ્રોનહોફર વિવર્તનમાં અધિકતમો માટે,

    પથતફાવત $= (2n + 1)\cdot\frac{\lambda}{2}$ જ્યાં $n = 1, 2, 3,...$
13. nની જુદી-જુદી કિંમતો માટે, જુદા-જુદા ક્રમનાં અધિકતમો મળે છે.
14. મધ્યસ્થ અથવા શૂન્યમા ક્રમના અધિકતમથી મોટા ક્રમનાં અધિકતમો તરફ જતાં તીવ્રતા ઝડપથી ઘટતી જાય છે. તે સ્લિટની પહોળાઈના સમપ્રમાણમાં પણ ઘટે છે.
15. બે નજીક રહેલી વસ્તુઓને સ્પષ્ટ અને છૂટા જોવાની ક્ષમતાને પ્રકાશીય ઉપકરણની વિભેદનશક્તિ કહે છે.
16. ફક્ત લંબગત તરંગો જ ધ્રુવીભવનની અસર ઉપજાવે છે.
17. સામાન્ય પ્રકાશઉદ્‌ગમો અધ્રુવીભૂત પ્રકાશ ઉત્પન્ન કરે છે.
18. અધ્રુવીભૂત પ્રકાશમાંથી ધ્રુવીભૂત પ્રકાશ મેળવવા ઘણી રીતો પ્રાપ્ય છે.

સ્વાધ્યાય

નીચેનાં વિધાનો માટે આપેલ વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરો :

1. યંગના એક પ્રયોગમાં બે સ્લિટ વચ્ચેનું અંતર 0.2 mm છે. જો પ્રયોગમાં વપરાયેલ પ્રકાશની તરંગલંબાઈ 5000 Å હોય, તો ત્રીજી પ્રકાશિત શલાકાનું મધ્યસ્થ શલાકાથી કોણીય અંતર .... rad હશે.
   (A) 0.075 (B) 0.75 (C) 0.0075 (D) 0.057
2. યંગના એક પ્રયોગમાં બે સ્લિટ વચ્ચેનું અંતર 0.4 cm અને સ્લિટથી પડદાનું અંતર 100 cm છે. પ્રયોગમાં વપરાયેલ પ્રકાશની તરંગલંબાઈ 5000 Å હોય, તો ચોથી અપ્રકાશિત શલાકાનું મધ્યસ્થ શલાકાથી અંતર .... હશે.
   (A) 4.37×10^{-2} cm (B) 4.37 mm (C) 8.74×10^{-2} cm (D) 8.74 mm
3. યંગના એક પ્રયોગમાં બે સ્લિટ વચ્ચેનું અંતર 0.1 mm તથા સ્લિટથી પડદાનું અંતર 100 cm છે. જો પ્રકાશની તરંગલંબાઈ 5000 Å હોય, તો શલાકાની પહોળાઈ .... છે.
   (A) 5 mm (B) 2.5 mm (C) 2.5 cm (D) 5 cm
4. યંગના પ્રયોગમાં બે સ્લિટ વચ્ચેનું અંતર અડધું કરવામાં આવે અને સ્લિટ તથા પડદા વચ્ચેનું અંતર બમણું કરવામાં આવે, તો શલાકાની પહોળાઈ ....
   (A) બદલાતી નથી. (B) અડધી થાય છે. (C) બમણી થાય છે. (D) ચાર ગણી થાય છે.
5. રાતા પ્રકાશની મદદથી વિવર્તન મેળવવામાં આવે છે. હવે જો રાતા પ્રકાશને બદલે વાદળી પ્રકાશ વાપરવામાં આવેતો,
   (A) વિવર્તનભાતમાં કોઈ ફેરફાર થતો નથી.
   (B) અધિકતમો અને ન્યૂનતમો સાંકડા અને વધારે ગીચ થાય છે.
   (C) અધિકતમો અને ન્યૂનતમો પહોળા અને એકબીજાથી દૂર જાય છે.
   (D) વિવર્તનભાત અદૃશ્ય થાય છે.
6. યંગના પ્રયોગમાં, બે સ્લિટની સામે પાતળી પારદર્શક sheet મૂકવામાં આવે છે કે જેથી કરીને મધ્યસ્થ પ્રકાશિત શલાકા મૂળ સ્થાને રહે છે. જો પારદર્શક sheetની જાડાઈ t_1 અને t_2 અને વક્રીભવનાંક અનુક્રમે n_1 અને n_2 હોય તો, આ કિસ્સામાં ....
   (A) $\frac{t_1}{t_2} = \frac{n_1}{n_2}$ (B) $\frac{t_2}{t_1} = \frac{n_2}{n_1}$ (C) $\frac{t_1}{t_2} = \frac{(n_2-1)}{(n_1-1)}$ (D) $\frac{t_2}{t_1} = \frac{(n_2-1)}{(n_1-1)}$
7. યંગના પ્રયોગમાં એક કિરણના માર્ગમાં 1.5 વક્રીભવનાંક ધરાવતી પ્લેટ મૂકવામાં આવે છે. હવે, જો મધ્યસ્થ શલાકા પ્રકાશિત રહેતી હોય, તો પ્લેટની લઘુતમ જાડાઈ .... હોય.
   (A) 2λ (B) λ (C) $\frac{\lambda}{3}$ (D) $\frac{2\lambda}{3}$
8. કોઈ બિંદુવત વસ્તુનું ખૂબ ચોકસાઈથી સ્થાન નક્કી કરવા માટે .... પ્રકાશ વાપરવો જોઈએ.
   (A) ધ્રુવીભૂત (B) લાંબી તરંગલંબાઈવાળો
   (C) ટૂંકી તરંગલંબાઈવાળો (D) વધુ તીવ્રતાવાળો
9. વિવર્તનભાતમાં મધ્યસ્થ અધિકતમની કોણીય પહોળાઈ .... પર આધાર રાખતી નથી.
   (A) સ્લિટ અને ઉદ્ગમ વચ્ચેનાં અંતર (B) પ્રકાશની તરંગલંબાઈ
   (C) સ્લિટની પહોળાઈ (D) પ્રકાશની આવૃત્તિ
10. એક સ્લિટથી થતા ફ્રોનહોફર વિવર્તનમાં સ્લિટની પહોળાઈ 0.01 cm છે. જો સ્લિટને લંબરૂપે આપાત પ્રકાશની તરંગલંબાઈ 6000 Å હોય, દ્વિતીય અધિકતમનું મધ્યસ્થ અધિકતમની મધ્યરેખાથી કોણીય અંતર .... rad હશે.
    (A) 0.015 (B) 0.15 (C) 0.075 (D) 0.030

11. માઈક્રોસ્કોપના Oil Immersion ઑબ્જેક્ટિવ વડે વસ્તુ અંગેની બારીકાઈથી માહિતી મળી શકે છે. કારણ કે આવા ઑબ્જેક્ટિવ માટે ....

(A) વધારે મોટવણી હોય છે. (B) વધારે વિભેદનશક્તિ હોય છે.

(C) વ્યાસ મોટો હોય છે. (D) ઉપરનામાંથી એક પણ નહીં

12. એક વ્યક્તિ તળાવના શાંત પાણી પરથી પરાવર્તિત થયેલો સૂર્યનો તલધ્રુવીભૂત પ્રકાશ મેળવે છે. જો પાણીનો વક્રીભવનાંક 1.327 હોય તો, સૂર્ય ક્ષિતિજથી કેટલા કોણે હશે?

(A) 57° (B) 75° (C) 37° (D) 53°

13. સામાન્ય પ્રકાશ ગ્લાસના ચોસલા પર પોલેરાઈઝિંગ કોણે આપાત થઈ માધ્યમમાં 22° જેટલું વિચલન અનુભવે છે, તો વક્રીભૂતકોણ .... હશે.

(A) 74° (B) 22° (C) 90° (D) 34°

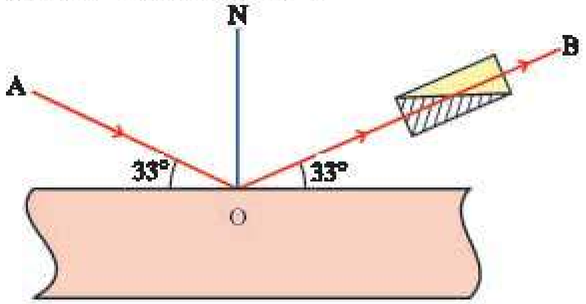
14. ટેલિસ્કોપમાં 4000 Å અને 5000 Å ના પ્રકાશ વડે મળતી વિભેદનશક્તિનો ગુણોત્તર .... છે.

(A) 16:25 (B) 5:4 (C) 4:5 (D) 9:1

15. એક ટેલિસ્કોપના લેન્સનો વ્યાસ 1.22 m છે. પ્રકાશની તરંગલંબાઈ 5000 Å છે, તો ટેલિસ્કોપની વિભેદનશક્તિ .... હશે.

(A) 2×10^5 (B) 2×10^6 (C) 2×10^2 (D) 2×10^4

16. આકૃતિમાં AO આપાતકિરણ છે. ગ્લાસના સ્લેબનો વક્રીભવનાંક 1.54 છે. પરાવર્તિત કિરણ OBના માર્ગમાં નિકોલ પ્રિઝમ યોગ્ય રીતે ગોઠવ્યો છે. હવે નિકોલ પ્રિઝમને યોગ્ય ભ્રમણ આપતાં તેમાંથી બહાર આવતા પ્રકાશની તીવ્રતા ....



(A) શૂન્ય થઈ જાય છે અને શૂન્ય જ રહે છે.

(B) તીવ્રતા થોડીક ઘટે છે અને થોડીક વધે છે.

(C) તીવ્રતામાં કોઈ ફેરફાર થતો નથી.

(D) તીવ્રતા ક્રમશઃ ઘટીને શૂન્ય થાય છે અને પછી વધે છે.

17. એકબીજાની ઉપર મૂકેલા પોલેરાઈઝર પર અધ્રુવીભૂત પ્રકાશ આપાત થાય છે, તો આ બંને પોલેરાઈઝરની વચ્ચે કેટલો કોણ હોવો જોઈએ કે જેથી પારગમન પામતા પ્રકાશની તીવ્રતા ઉદ્‌ગમમાંથી આપાત પ્રકાશ-કિરણની તીવ્રતા કરતાં $\frac{1}{3}$ જેટલી થાય,

(A) 54.7° (B) 35.3° (C) 0° (D) 60°

જવાબો

1. (C) 2. (A) 3. (B) 4. (D) 5. (B) 6. (C)
7. (A) 8. (C) 9. (A) 10. (A) 11. (B) 12. (C)
13. (D) 14. (B) 15. (B) 16. (D) 17. (B)

નીચેના આપેલ પ્રશ્નોના ટૂંકમાં જવાબ આપો :

1. હાઈગેન્સના સિદ્ધાંત લખો.
2. વ્યતિકરણ એટલે શું ?
3. સંપાતીકરણનો સિદ્ધાંત લખો.
4. સુસંબદ્ધ ઉદ્‌ગમ એટલે શું ?
5. પ્રકાશીય પથ-અંતર અને ભૌમિતિક પથ-અંતર વચ્ચેનો સંબંધ લખો.
6. Airy's Disc એટલે શું ?

7. પ્રકાશીય ઉપકરણ માટે વિભેદનશક્તિ વ્યાખ્યાયિત કરો.

8. રેલેનું પ્રમાણ લખો.

9. ધ્રુવીભવનતલની વ્યાખ્યા આપો.

10. રેખીય ધ્રુવીભૂત પ્રકાશની વ્યાખ્યા આપો.

નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો :

1. તરંગ-પ્રસરણ સમજવા તરંગ-અગ્રનો ઉપયોગ સમજાવો.

2. વ્યતિકરણ ભાતમાં બે ક્રમિક પ્રકાશિત અને અપ્રકાશિત શલાકાઓ વચ્ચેનું અંતર $\frac{\lambda D}{2d}$ છે, તેમ સાબિત કરો.

3. એક સ્લિટ વડે રચાતા ફ્રોનહોફર વિવર્તનની મદદથી મધ્યસ્થ અધિકતમ સમજાવો.

4. ફ્રોનહોફર વિવર્તનમાં મધ્યસ્થ અધિકતમની પહોળાઈ નક્કી કરો.

5. ફ્રેઝનેલ-અંતરનું મહત્ત્વ સમજાવો.

6. વ્યતિકરણ અને વિવર્તનભાત માટે સરખામણીના બે મુદ્દાઓ લખો.

7. અધ્રુવીભૂત અને ધ્રુવીભૂત પ્રકાશની વ્યાખ્યા આપો.

8. નિકોલ પ્રિઝમની રચના આકૃતિ દોરી સમજાવો.

9. બ્રુસ્ટરનો નિયમ લખો અને સાબિત કરો.

10. ધ્રુવીભવનના ઉપયોગો લખો.

નીચેના દાખલા ગણો :

1. બે સુસંબદ્ધ પાતળા રેખીય ઉદ્‌ગમો વચ્ચેનું અંતર 0.7 *mm* છે. તેનાથી 1 m અંતરે રાખેલ પડદા પર રચાતી વ્યતિકરણભાતમાં ચોથી અપ્રકાશિત શલાકા, મધ્યસ્થ પ્રકાશિત શલાકાથી 3 mm અંતરે રચાતી હોય, તો પડદા પર આપાત એકરંગી પ્રકાશની તરંગલંબાઈ શોધો. [જવાબ : 6000 Å]

2. યંગના એક પ્રયોગમાં બે સ્લિટ વચ્ચેનું અંતર 0.05 cm અને સ્લિટથી પડદાનું અંતર 100 cm છે, તો ત્રીજી પ્રકાશિત અને પાંચમી અપ્રકાશિત શલાકા વચ્ચેનું અંતર શોધો. પ્રકાશની તરંગલંબાઈ 5000 Å લો.

[જવાબ : 1.5 *mm*]

3. યંગના એક પ્રયોગમાં 4000 Å તરંગલંબાઈના પ્રકાશની પાંચમી પ્રકાશિત શલાકા એક અજ્ઞાત તરંગલંબાઈના પ્રકાશની ચોથી પ્રકાશિત શલાકા પર સંપાત થાય છે, તો અજ્ઞાત તરંગલંબાઈ શોધો.

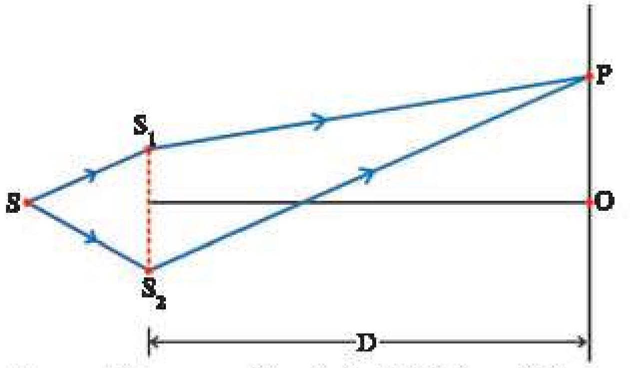
[જવાબ : 5000 Å]

4. યંગના એક પ્રયોગમાં બે સ્લિટ વચ્ચેનું અંતર 1 mm છે. પડદા પર મળતી બે ક્રમિક પ્રકાશિત શલાકાઓ વચ્ચેનું અંતર 0.03 cm છે. હવે જો પડદાને સ્લિટથી 50 cm જેટલો વધારે દૂર ખસેડવામાં આવે, તો બે ક્રમિક અપ્રકાશિત શલાકાઓ વચ્ચેનું અંતર બમણું થાય છે, તો આપાતપ્રકાશની તરંગલંબાઈ શોધો.

[જવાબ : 6000 Å]

5. બે સુસંબદ્ધ ઉદ્‌ગમોથી ઉત્સર્જાઈને બે તરંગોને કોઈ એક બિંદુ પાસે પહોંચતા લાગતા સમયનો તફાવત જો તરંગના આવર્તકાળના પૂર્ણગુણાંક રૂપે હોય, તો દર્શાવો કે આ બિંદુ પાસે સહાયક વ્યતિકરણ રચાય છે.

6.



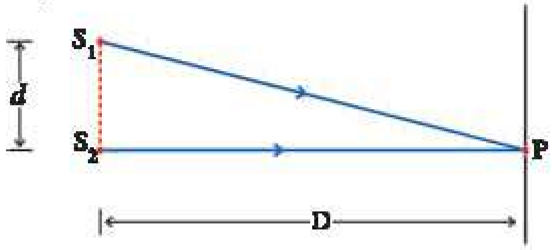
આકૃતિમાં દર્શાવ્યા અનુસાર બે સ્લિટના પ્રયોગમાં $SS_2 - SS_1 = 0.25\lambda$ છે, તો P બિંદુ પાસે સહાયક અને વિનાશક વ્યતીકરણની શરતો મેળવો.

7. યંગના વ્યતિકરણના પ્રયોગમાં જો બે સ્લિટો વચ્ચેનું અંતર વપરાયેલ પ્રકાશની તરંગલંબાઈ કરતાં બમણું હોય, તો સાબિત કરો કે પડદા પર વધારેમાં વધારે 5 પ્રકાશિત શલાકાઓ મળે.

8. યંગના બે સ્લિટના એક પ્રયોગમાં 6500 Å અને 5200 Å તરંગલંબાઈનાં તરંગો ધરાવતું એક કિરણજૂથ વાપરવામાં આવે છે. મધ્યસ્થ પ્રકાશિત શલાકાથી કેટલા લઘુતમ અંતરે બંને તરંગલંબાઈઓથી મળતી પ્રકાશિત શલાકાઓ સંપાત થશે? બે સ્લિટ વચ્ચેનું અંતર 0.5 mm અને સ્લિટથી પડદાનું અંતર 100 cm છે.

[જવાબ : 0.52 cm]

9. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે યંગના બે સ્લિટના પ્રયોગમાં સફેદ પ્રકાશનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. સ્લિટ S_1ની બરાબર સામે જ આવેલા પડદા પરના બિંદુ આગળ અમુક તરંગલંબાઈઓ વિનાશક વ્યતિકરણ ઉત્પન્ન કરે છે. (એટલે કે, વ્યતિકરણભાતમાં તેઓ ગેરહાજર છે.) પ્રથમ અને દ્વિતીય ક્રમના વ્યતિકરણ માટે આ ગેરહાજર તરંગલંબાઈઓ શોધો.



[જવાબ : (1) $\frac{d^2}{D}$, $n = 1$, (2) $\frac{d^2}{3D}$, $n = 2$]

10. ત્રણ પ્રકાશ-સદિશો એક જ બિંદુ આગળ સંપાતીકરણ અનુભવે છે, તેઓના વિદ્યુતક્ષેત્રના ઘટકો નીચે મુજબ છે. $E_1 = E_0\sin\omega t$, $E_2 = E_0\sin(\omega t + 60°)$, $E_3 = E_0\sin(\omega t - 30°)$, સંપાતબિંદુ આગળ તેઓનો પરિણામી $E(t)$ શોધો. (1) $\vec{E}$ સદિશને ફેઝરની રીતથી sine અને cosine ઘટકોમાં વિભાજિત કરી પરિણામી કંપવિસ્તાર E_R શોધો. (2) પરિણામી સદિશની મદદથી ફેઝરની રીતથી કળા પણ શોધી શકાય.

[જવાબ : $E(t) = E_R\sin(\omega t + \beta)$ જ્યાં, $E_R = 2.4E_0$, $\beta = 8.8°$]

11. ફ્રોનહોફર વિવર્તનમાં સ્લિટ પર લંબરૂપે આપાત થતા પ્રકાશની તરંગલંબાઈ $\frac{d}{2}$ છે, જ્યાં d એ સ્લિટની પહોળાઈ છે, તો ગમે તેટલા અંતરે મૂકેલા અનંત વિસ્તારવાળા પડદા પર વધુમાં વધુ કેટલી પ્રકાશિત શલાકાઓ રચાય ? [જવાબ : 3 મહત્તમ મળે]

12. સ્લિટની પહોળાઈ 2 mm છે. 5000 Å તરંગલંબાઈ ધરાવતો પ્રકાશ તેની પર લંબરૂપે આપાત થાય છે. સ્લિટની નજીક સ્લિટના સમતલને સમાંતર ગોઠવેલ 100 cm કેન્દ્રલંબાઈ ધરાવતા બહિર્ગોળ ફોકલ પ્લેન પર બીજા વિવર્તન અધિકતમની પહોળાઈ શોધો. [જવાબ : 0.025 cm]

13. યંગના પ્રયોગના સાધનને 1.33 વક્રીભવનાંકવાળા પ્રવાહીમાં મૂકી પ્રયોગ કરવામાં આવે છે. બે સ્લિટ વચ્ચેનું અંતર 1 mm તેમજ સ્લિટના સમતલ અને પડદા વચ્ચેનું અંતર 1.33 m છે. વપરાયેલ પ્રકાશની હવામાં તરંગલંબાઈ 6300 Å છે, તો (1) બે ક્રમિક પ્રકાશિત શલાકાઓ વચ્ચેનું અંતર શોધો. (2) સાધનને આ પ્રવાહીમાં રાખીને જ બેમાંથી એક સ્લિટને 1.53 વક્રીભવનાંકવાળી એક ગ્લાસ-પ્લેટથી ઢાંકવામાં આવે છે. આ સ્થિતિમાં જો પ્રથમ ક્રમની અપ્રકાશિત શલાકા શૂન્ય ક્રમની પ્રકાશિત શલાકાની સ્થાને આવી જતી હોય, તો પ્લેટની જાડાઈ શોધો. [જવાબ : (ii) 0.63×10^{-3} m (ii) 1.57×10^{-6} m]

•

6 ન્યુક્લિયસ

6.1 પ્રસ્તાવના (Introduction) :

અગાઉના પ્રકરણમાં આપણે જોયું છે કે પરમાણુનો બધો જ ધન વિદ્યુતભાર અને લગભગ બધું દળ તેના કેન્દ્ર પરના સૂક્ષ્મ વિસ્તારમાં કેન્દ્રિત થયેલાં છે. આ સૂક્ષ્મ વિસ્તારને ન્યુક્લિયસ કહે છે. આ પ્રકરણમાં આપણે ન્યુક્લિયસનાં બંધારણ, પરિમાણ, દળ, સ્થાયીપણા ઉપરાંત તેનાં ઘટકકણો વચ્ચે લાગતાં બળો, રેડિયો-ઍક્ટિવિટી, વિખંડન, સંલયન, તારાઓમાં ઉદ્‌ભવતી ઊર્જા વગેરે અંગે અભ્યાસ કરીશું.

6.2 પરમાણુદળો અને ન્યુક્લિયસનું બંધારણ (Atomic Masses and the Constitution of Nucleus) :

તમે એ તો જાણો જ છો કે ન્યુક્લિયસ એ પ્રોટોન અને ન્યુટ્રૉન નામના કણોનું બનેલું હોય છે, પરંતુ હાઇડ્રોજન તત્ત્વના સૌથી હલકા* પરમાણુનું ન્યુક્લિયસ એક પ્રોટોનનું જ બનેલું હોય છે, તેમાં ન્યુટ્રૉન હોતા નથી. પ્રોટોનના વિદ્યુતભારનું મૂલ્ય ઇલેક્ટ્રૉનના વિદ્યુતભાર જેટલું જ એટલે કે 1.6×10^{-19} C છે, પણ આ વિદ્યુતભાર ધન છે. ન્યુટ્રૉન વિદ્યુતભાર વિહિન છે. પ્રોટોન અને ન્યુટ્રૉન દરેકને ન્યુક્લિયોન (Nucleon) પણ કહે છે. સમગ્ર પરમાણુને બદલે તેના માત્ર ન્યુક્લિયસના એકલાના ગુણધર્મોનો અભ્યાસ કરીએ ત્યારે ન્યુક્લિયસને ન્યુક્લાઇડ પણ કહે છે. તત્ત્વના પરમાણુના ન્યુક્લિયસને $_{Z}X^{A}$ અથવા $^{A}_{Z}X$ સંકેત દ્વારા દર્શાવાય છે. અહીં X એ જે તે તત્ત્વ માટેનો રાસાયણિક સંકેત છે. Z એ તત્ત્વનો પરમાણુક્રમાંક (Atomic Number) છે, જે-તે તત્ત્વના ન્યુક્લિયસમાં રહેલા પ્રોટોનની સંખ્યા દર્શાવે છે. વળી, પરમાણુક્રમાંક, તત્ત્વનું આવર્તકોષ્ટકમાં સ્થાન પણ દર્શાવે છે. પરમાણુ વિદ્યુતની દૃષ્ટિએ તટસ્થ હોવાથી તેના માટે ઇલેક્ટ્રૉનની સંખ્યા પણ Z હોય છે. A ને તે તત્ત્વના ન્યુક્લિયસનો પરમાણુદળાંક (Atomic Mass Number) કહે છે અને તે ન્યુક્લિયસમાં રહેલા ન્યુક્લિયોન (પ્રોટોન અને ન્યુટ્રૉન)ની કુલ સંખ્યા દર્શાવે છે. જેને ન્યુક્લિયોન અંક પણ કહે છે. A − Z = Nને ન્યુટ્રૉન-અંક કહે છે, જે ન્યુક્લિયસમાં રહેલા ન્યુટ્રૉનની સંખ્યા દર્શાવે છે. દા.ત., કાર્બનતત્ત્વના પરમાણુનું ન્યુક્લિયસ $^{12}_{6}C$ વડે દર્શાવાય છે. તેમાં 6 પ્રોટોન અને (12 − 6 =)6 ન્યુટ્રૉન હોય છે. વળી, $^{12}_{6}C$ પરમાણુમાં 6 ઇલેક્ટ્રૉન હોય છે. $^{208}_{82}Pb$ના ન્યુક્લિયસમાં 82 પ્રોટોન અને (208 − 82 =) 126 ન્યુટ્રૉન હોય છે. વળી, $^{208}_{82}Pb$ના પરમાણુમાં 82 ઇલેક્ટ્રૉન પણ હોય છે.

પરમાણુદળો 1 kg દળની સરખામણીએ અત્યંત સૂક્ષ્મ હોય છે. દા. ત. $^{12}_{6}C$ પરમાણુનું દળ 1.992647×10^{-26} kg છે. આવાં સૂક્ષ્મ દળોને kgને બદલે Atomic Mass Unit નામના એકમમાં દર્શાવવાનું વધારે સુગમ છે. તેની સંજ્ઞા *u* છે. (કોઈક વાર amu પણ લખાય છે.)

અનુત્તેજિત $_{6}C^{12}$ પરમાણુના દળના બારમા ભાગને 1 Atomic Mass Unit કહે છે.

---

* Hનો સૌથી હલકો પરમાણુ $^{1}_{1}H$ છે. બીજા $^{2}_{1}H$ અને $^{3}_{1}H$ પરમાણુઓ $^{1}_{1}H$ કરતાં ભારે છે.

એટલે કે 1 u (દળ) = $\frac{1.992647 \times 10^{-26}}{12}$ kg

= 1.660539×10^{-27} kg

તેને સામાન્ય ગણતરીઓ માટે 1.66×10^{-27} kg તરીકે પણ લેવાય છે.

જુદાં-જુદાં તત્ત્વોનાં પરમાણુદળોને Atomic Mass Unit (u) એકમમાં દર્શાવતાં તેઓ મહદ્ અંશે હાઇડ્રોજન પરમાણુના દળના લગભગ પૂર્ણાંક ગુણાંક જેટલા જણાય છે. જોકે તેમાં કેટલાક અપવાદો પણ છે. દા.ત., Cl ના પરમાણુનું દળ 35.46 u છે. તેનું કારણ હવે જોઈશું.

પરમાણુઓનાં દળ ચોકસાઈપૂર્વક mass-spectrometer નામના ઉપકરણ વડે માપવામાં આવે છે. આવા પ્રયોગોમાં એક જ તત્ત્વનાં એક કરતાં વધુ પ્રકારના એવા પરમાણુઓ જણાયા છે કે જેમનાં રાસાયણિક ગુણધર્મો સમાન હોય પણ દળ જુદાં હોય. આવા એક જ તત્ત્વના છતાં જેમનાં દળ જુદાં હોય તેવા પરમાણુઓને સમસ્થાનિકો (Isotopes) કહે છે. (ગ્રીક ભાષામાં Isotopes એટલે Same Place). આવા પરમાણુઓ આવર્તકોષ્ટકમાં એક જ સ્થાન ધરાવે છે. આમ, એક જ તત્ત્વના જુદા-જુદા isotopesનાં ન્યુક્લિયસોમાંના પ્રોટોનની સંખ્યા સમાન હોય છે પણ ન્યુટ્રોનની સંખ્યા જુદી-જુદી હોય છે અને તેથી દળ જુદાં હોય છે.માસ-સ્પેક્ટ્રોમીટરના પ્રયોગો પરથી એમ પણ જાણવા મળ્યું કે કુદરતમાં મળી આવતા પદાર્થોમાં દરેક તત્ત્વ તેના જુદા-જુદા isotopesના મિશ્રણનું બનેલું છે અને મિશ્રણમાં આવા isotopesનાં સાપેક્ષ પ્રમાણ જુદાં-જુદાં તત્ત્વો માટે જુદાં-જુદાં હોય છે. દા.ત. Cl માટે 34.98 uનું પ્રમાણ 75.4% અને 36.98 uનું પ્રમાણ 24.6% હોય છે. એટલે Cl પરમાણુનું દળ તેમના ભારિત સરેરાશ પરથી મળે છે.

આમ, Cl પરમાણુનું દળ = $\frac{(75.4 \times 34.98) + (24.6 \times 36.98)}{100}$ = 35.47 u

આ મૂલ્ય પ્રાયોગિક પરિણામો સાથે સામ્યતા ધરાવે છે.

(34.98 u દળવાળા Cl પરમાણુને ^{35}Cl તરીકે અને 36.98 u દળવાળા Cl પરમાણુને ^{37}Cl તરીકે સામાન્યતઃ લખાય છે.) પરમાણુના દળમાંથી તેમાંના ઇલેક્ટ્રૉનનું દળ (એક ઇલેક્ટ્રૉનનું દળ m_e = 0.00055 u છે.) બાદ કરીને તે પરમાણુના ન્યુક્લિયસનું દળ મેળવાય છે.

1932માં ચેડ્વિક (Chadwick) નામના વિજ્ઞાનીએ Be પર α-કણો (તે $_2He^4$ પરમાણુના ન્યુક્લિયસ છે. તેમના વિષે આગળ ઉપર જોઈશું.)નો મારો ચલાવ્યો. તેમાં ઉદ્‌ભવતી ઘટનામાં ઊર્જા-સંરક્ષણનો નિયમ અને વેગમાન-સંરક્ષણનો નિયમ લાગુ પાડીને એમ દર્શાવ્યું કે આ ઘટનામાં ઉત્સર્જિત કણ વિદ્યુતની દૃષ્ટિએ તટસ્થ છે અને તેનું દળ લગભગ પ્રોટોનના દળ જેટલું જ છે. તે કણને ન્યુટ્રૉન નામ આપવામાં આવ્યું. ન્યુટ્રૉનની આ શોધ માટે ચેડ્વિકને 1935માં નોબેલ પ્રાઇઝ એનાયત થયું હતું. હાલમાં ન્યુટ્રૉનનું દળ વધુ ચોકસાઇપૂર્વક મેળવી શકાયું છે. જે $m_n = 1.00866\ u = 1.6749 \times 10^{-27}$ kg લેવામાં આવે છે.

જે ન્યુક્લિયસો માટે ન્યુટ્રૉનસંખ્યા (N = A − Z) સમાન હોય (પરંતુ Zનાં મૂલ્યો અસમાન હોય તેમજ Aનાં મૂલ્યો પણ અસમાન હોય) તેમને એકબીજાનાં આઇસોટોન (Isotone) કહે છે. જે ન્યુક્લિયસો માટે પરમાણુદળાંક (A = N + Z) સમાન હોય તેમને એકબીજાના આઇસોબાર (Isobar સમદળીય) કહે છે. કેટલાક ન્યુક્લિયસો માટે Z સમાન તેમજ A પણ સમાન હોય છે. પરંતુ તેમના રેડિયો ઍક્ટિવ ગુણધર્મો જુદા-જુદા હોય છે. તેમને એકબીજાનાં આઈસોમર (Isomer, સમઘટક) કહે છે. $^{80}_{35}Br$ આઈસોમરની એક જોડ ધરાવે છે. નીચે કેટલાંક ન્યુક્લાઇડ્‌સ આપેલા છે. તેમાંથી આઇસોટોપ્સ, આઇસોટોન્સ અને આઇસોબાર્સ ન્યુક્લાઇડ્‌સનાં જૂથ બનાવો :

$^{1}_{1}H$, $^{4}_{2}He$, $^{8}_{3}Li$, $^{9}_{4}Be$, $^{10}_{5}B$, $^{12}_{6}C$, $^{2}_{1}H$, $^{14}_{6}C$, $^{16}_{8}O$, $^{14}_{7}N$,

$^{13}_{6}C$, $^{233}_{92}U$, $^{235}_{92}U$, $^{238}_{92}U$, $^{214}_{82}Pb$, $^{214}_{83}Bi$, $^{3}_{1}H$, $^{3}_{2}He$, $^{7}_{3}Li$,

ઉદાહરણ 1 : બોરોનના બે આઇસોટોપ્સ $^{10}_{5}B$ અને $^{11}_{5}B$નાં દળો અનુક્રમે 10.01294 *u* અને 11.00931 *u* છે. જો બોરોનનું પરમાણુ દળ 10.811 *u* હોય, તો આ બે આઇસોટોપ્સનું પ્રમાણ શોધો.

ઉકેલ : જો $^{10}_{5}B$નું પ્રમાણ x % હોય તો $^{11}_{5}B$નું પ્રમાણ $(100 - x)$% હોય.

$$\therefore\ 10.811 = \frac{(x)(10.01294) + (100 - x)(11.00931)}{100}$$

$$\therefore\ 1081.1 = (10.01294 - 11.00931)\ x + 1100.931$$

$$\therefore\ 0.99637x = 19.831$$

$$\therefore\ x = 19.90\ \%$$

∴ $^{10}_{5}B$નું પ્રમાણ 19.90% અને $^{11}_{5}B$નું પ્રમાણ 80.10 % હશે.

6.3 ન્યુક્લિયર-બળો (Nuclear Forces)

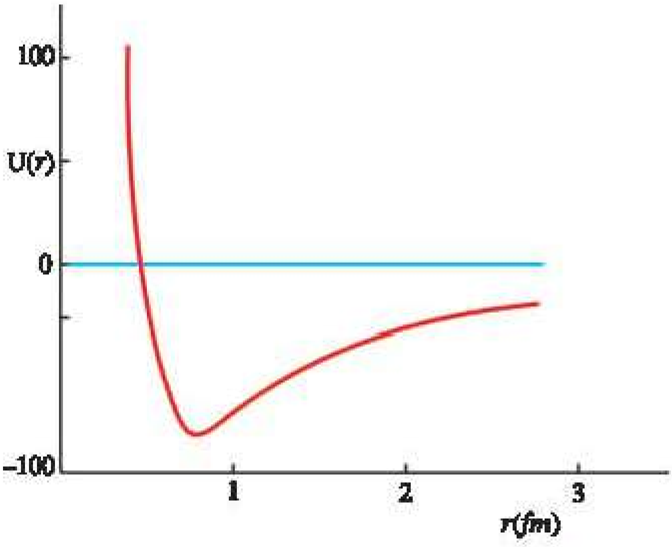
સૂક્ષ્મ એવા ન્યુક્લિયસમાં ધન વિદ્યુતભારિત પ્રોટોન અને વિદ્યુતભારવિહીન એવા ન્યૂટ્રોન હોય છે. પ્રોટોન-પ્રોટોન વચ્ચે લાગતાં કુલંબ-અપાકર્ષણબળો લઘુ તેમજ ગુરુ એવાં બધાં અંતરો સુધી લાગુ પડે છે. આથી ન્યુક્લિયસ જેવા સૂક્ષ્મ વિસ્તારમાં તેઓ એકબીજા સાથે જકડાઈને કેવી રીતે રહેતા હશે એવો સ્વાભાવિક પ્રશ્ન થાય. ન્યુક્લિયસમાંના ન્યુક્લિયોન વચ્ચે કોઈ અન્ય આકર્ષણ પ્રકારનું બળ, કુલંબ અપાકર્ષણબળની અસરને સમતોલી તેનાથી ઉપરવટ જઈ તેમને જકડી રાખી શકે તેટલું પ્રબળ લાગતું હોવું જોઈએ.

પ્રયોગો દર્શાવે છે કે ન્યુક્લિયસમાં બે પ્રોટોન વચ્ચે, બે ન્યૂટ્રોન વચ્ચે અને પ્રોટોન-ન્યૂટ્રોન વચ્ચે આવું પ્રબળ આકર્ષણ બળ લાગે છે. તેને **સ્ટ્રૉંગ (અથવા ન્યુક્લિયર) બળ કહે છે.** 1930 થી 1950 સુધીમાં થયેલા પ્રયોગો પરથી આવા બળ અંગેનાં જાણવા મળેલા કેટલાંક લક્ષણો નીચે મુજબ છે :

(1) ન્યુક્લિયર બળ કુલંબબળ કરતાં ઘણું વધારે પ્રબળ છે. (કુલંબબળ ગુરુત્વબળ કરતાં ઘણું વધારે પ્રબળ છે તે તમે જાણો જ છો.)

(2) આ ન્યુક્લિયર બળ થોડા ફેમ્ટોમીટર અંતર [1 *fm* = 1 femtometer = 10^{-15} m. આ અંતર 1 ફર્મિ (*fm*) તરીકે પણ ઓળખાય છે] કરતાં વધારે અંતર માટે ઝડપથી ઘટીને શૂન્ય બને છે. વાસ્તવમાં આ બળ 0.8 *fm* અંતર કરતાં વધુ અંતર માટે (થોડા અંતર સુધી જ !) આકર્ષણ પ્રકારનું હોય છે. અને 0.8 *fm* અંતર કરતાં ઓછા અંતર માટે અપાકર્ષણ પ્રકારનું (!!) હોય છે.

(3) ન્યુક્લિયર બળ વિદ્યુતભાર પર આધારિત નથી. એટલે કે બે પ્રોટોન વચ્ચે, બે ન્યૂટ્રોન વચ્ચે કે પ્રોટોન-ન્યૂટ્રોન વચ્ચેનું ન્યુક્લિયર બળ લગભગ સમાન જ છે. તેથી તો તેમને બંનેને **ન્યુક્લિયોન**ના સહિયારા નામે ઓળખવામાં આવે છે.



આકૃતિ 6.1 બે ન્યુક્લિયોન વચ્ચેની સ્થિતિ-ઊર્જા

(4) આ સ્ટ્રૉંગ બળ લઘુઅંતરી બળ છે. તેથી નાના ન્યુક્લિયસ સિવાયના ન્યુક્લિયસમાં કોઈ એક આપેલો ન્યુક્લિયોન તેની તદ્દન નજીકનાં થોડાક પડોશી ન્યુક્લિયોન સાથે જ આંતરક્રિયા કરી શકે છે, બધા ન્યુક્લિયોન સાથે નહિ. આ બાબતને ન્યુક્લિયર બળોનો **સંતૃપ્તતાનો ગુણધર્મ** કહે છે. બે ન્યુક્લિયોન વચ્ચે લાગતાં બળને અનુરૂપ સ્થિતિ-ઊર્જાના અંતર સાથેના આલેખનું સ્વરૂપ આકૃતિ 6.1માં દર્શાવ્યુ છે. લગભગ 0.8 *fm* કરતાં વધુ અંતર (ત્યારે બળ આકર્ષણનું હોય છે) માટે આ આલેખને $U(r) = -g^2 \frac{e^{\frac{-r}{R}}}{r}$, વડે દર્શાવી શકાય છે. R અને g અચળાંકો છે. g^2ને સ્ટ્રેન્થ પ્રાચલ કહે છે.

(5) ન્યુક્લિયોન ન્યુક્લિયોન વચ્ચે લાગતાં સ્ટ્રૉંગ બળોને હવે મૂળભૂત બળોના વર્ગમાં સમાવવામાં આવતાં નથી. હાલમાં ન્યુટ્રૉન અને પ્રોટોન ક્વાર્કના બનેલા ગણવામાં આવે છે. અને ક્વાર્ક-ક્વાર્ક વચ્ચે લાગતાં બળોને હવે મૂળભૂત બળો ગણવામાં આવે છે. અને આવાં બળો છેવટે ન્યુક્લિયોન-ન્યુક્લિયોન વચ્ચે લાગતાં ન્યુક્લિયર બળોમાં પરિણમે છે. હાલમાં કુલ 6 પ્રકારના ક્વાર્ક્સનું અસ્તિત્વ જાણી શકાયું છે. (તેમને up, down, charm, strange, top, bottom એવાં નામ અપાયાં છે.) ક્વાર્ક્સને ન્યુટ્રૉન કે પ્રોટોનમાંથી છૂટા પાડી શકાતા નથી. કોઈ એકલો ક્વાર્ક મુક્ત અવસ્થામાં મળી શક્યો નથી.

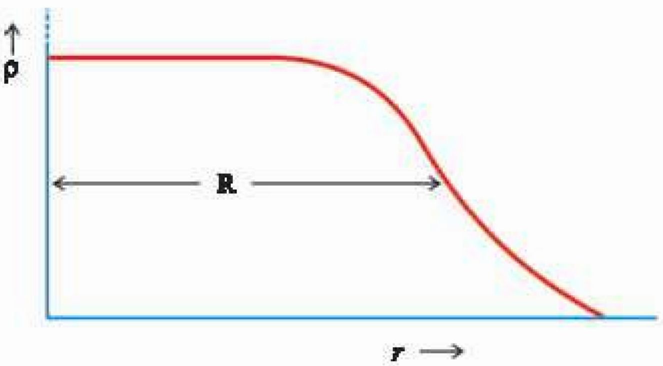
(6) ન્યુક્લિયર બળો ન્યુક્લિયોનની 'સ્પિન'ના નમન પર આધારિત છે.

(7) ગુરુત્વબળ અને વિદ્યુતબળ માટે સરળ સૂત્ર મળે છે.પણ કોઈ સરળ સ્વરૂપનું સૂત્ર ન્યુક્લિયર બળ માટે મળતું નથી.

6.4 ન્યુક્લિયર ત્રિજ્યા (Nuclear radius)

રધરફર્ડના α-કણના પ્રકીર્ણનના પ્રયોગો પરથી પ્રાથમિક અંદાજ મુજબ ન્યુક્લિયસની ત્રિજ્યા 10^{-14} m ના ક્રમની હોવાનું જણાયું હતું. ત્યાર બાદ આધુનિક પ્રયોગો દ્વારા વધુ ચોકસાઈભર્યાં અવલોકનો મેળવાયાં છે.

ન્યુક્લિયસના દ્રવ્યની ઘનતા સમગ્ર ન્યુક્લિયસમાં એકસમાન હોતી નથી. તેના કેન્દ્રથી અંતર (r) સાથે ન્યુક્લિયસના દ્રવ્યની ઘનતા (ρ)નો ફેરફાર આકૃતિ 6.2માં દર્શાવ્યો છે. ન્યુક્લિયસના કેન્દ્રિય ભાગમાં ઘનતા એકસમાન મૂલ્યની છે. પરંતુ તેના પૃષ્ઠ વિસ્તારમાં તે ક્રમશઃ ઘટતી જાય છે. આમ, ન્યુક્લિયસને ચોક્કસ પૃષ્ઠ નથી. પરંતુ તેને લાક્ષણિક સરેરાશ (અથવા અસરકારક) ત્રિજ્યા R હોય છે, જે નીચેના સૂત્ર પરથી મળે છે :



આકૃતિ 6.2 ન્યુક્લિયસના દ્રવ્યની ઘનતાનો ફેરફાર

$$R = R_0 A^{\frac{1}{3}}, \qquad (6.4.1)$$

જ્યાં A પરમાણુદળાંક અને R_0 અચળ છે. R_0નું મૂલ્ય કઈ ભૌતિક ઘટના પર આધારિત પ્રયોગો કરવામાં આવ્યા છે તેના પર આધારિત છે. ઉદાહરણ તરીકે, જો ઇલેક્ટ્રૉન-ન્યુક્લિયસ સંઘાતના પ્રયોગ કરીને ન્યુક્લિયસની ઘનતા માપવામાં આવે, તો કેન્દ્રથી જે અંતરે ઘનતા 50% થાય તે અંતરને સરેરાશ ન્યુક્લિયર ત્રિજ્યા તરીકે લેવામાં આવે છે.

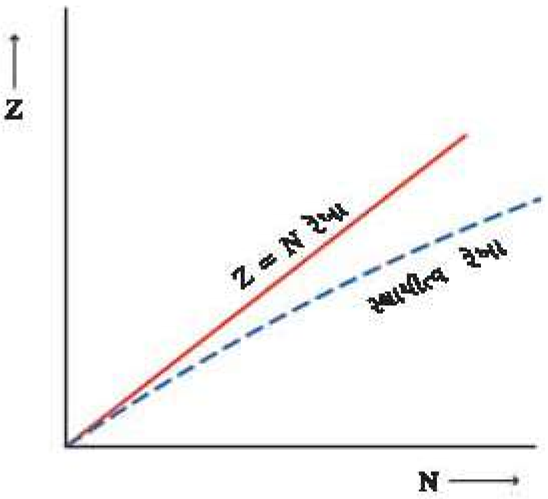
તેના બદલે α-કણો અને ન્યુક્લિયસ વચ્ચેના સંઘાતની મદદથી મેળવેલી ત્રિજ્યાને આંતરક્રિયા (interaction) ત્રિજ્યા કહે છે. પરંતુ બંને પ્રકારના પ્રયોગોમાં જુદા-જુદા કિસ્સાઓમાં મળતું R_0નું મૂલ્ય 1.1 થી 1.2 *fm*ની નજીક હોય છે. આપણે ગણતરી માટે R_0 = 1.1 *fm* લઈશું.

ન્યુક્લિયસના Aના મૂલ્ય પરથી R મેળવીને તેનું કદ મેળવી શકાય છે. તેનાં દળ અને કદ પરથી તેની ઘનતા શોધી શકાય છે. બધાં ન્યુક્લિયસ માટે ઘનતાનું મૂલ્ય લગભગ 2.3×10^{17} kg m^{-3} મળે છે. આ મૂલ્ય પાણીની ઘનતા કરતાં 2.3×10^{14} ગણું છે. સરખામણી કરતાં જણાય છે કે પરમાણુ કરતાં ન્યુક્લિયસની ત્રિજ્યા 10^{-4} ગણી અને કદ 10^{-12} ગણું હોય છે, પણ તેમાં પરમાણુનું 99.9% દળ સમાયેલું છે. આથી તેની ઘનતા પ્રચંડ છે.

માત્ર જાણકારી માટે : ન્યુક્લિયસ કરતાં પરમાણુની ત્રિજ્યા લગભગ 10^4 ગણી છે. એટલે ન્યુક્લિયસની પાસે એક હારમાં તેના જેવા બીજા 9999 ન્યુક્લિયસ સમાય તેટલી જગ્યા ખાલી છે અને પછી ઇલેક્ટ્રૉન રહેલો છે. આનો વિચાર કરતાં તો એવું લાગે છે, કે સામાન્ય દ્રવ્ય કે જે પરમાણુઓનું બનેલું છે, તેમાં ખાલી જગ્યા (Empty Space)નું પ્રમાણ ખૂબ વધારે છે !!

6.5 ન્યુક્લિયસનું સ્થાયીપણું (Nuclear Stabiliy)

એવું જોવા મળ્યું છે કે હલકાં તત્ત્વોના સ્થાયી પરમાણુઓના ન્યુક્લિયસમાં પ્રોટોનની સંખ્યા (Z) અને ન્યુટ્રોનની સંખ્યા (N) સમાન કે લગભગ સમાન હોય છે, જ્યારે ભારે એવાં તત્ત્વોનાં સ્થાયી ન્યુક્લિયસોમાં ન્યુટ્રોનની સંખ્યા પ્રોટોનની સંખ્યા કરતાં વધુ હોય છે. ઉદાહરણ તરીકે, $^{12}_{6}C$ સ્થાયી છે અને તેમાં પ્રોટોન અને ન્યુટ્રોનની સંખ્યા સમાન છે. $_{82}Pb^{208}$ ભારે તત્ત્વનું સ્થાયી ન્યુક્લિયસ છે. જેમાં પ્રોટોનની સંખ્યા કરતાં ન્યુટ્રોનની સંખ્યા 44 જેટલી વધુ છે. આમ હલકાં તત્ત્વોનાં સ્થાયી ન્યુક્લિયસ માટે $\frac{N}{Z}$ મૂલ્ય લગભગ 1 હોય છે. જ્યારે ભારે તત્ત્વોનાં સ્થાયી ન્યુક્લિયસો માટે $\frac{N}{Z}$નું મૂલ્ય 1 કરતાં મોટું હોય છે.



આકૃતિ 6.3 સ્થાયી ન્યુક્લિયસ માટે Z–N આલેખ

આકૃતિ 6.3માં કેટલાંક સ્થાયી ન્યુક્લિયસ માટે પ્રોટોનની સંખ્યા (Z) વિરુદ્ધ ન્યુટ્રોનની સંખ્યા (N)ના આલેખનું સ્વરૂપ ત્રુટક રેખા દ્વારા દર્શાવ્યું છે. આવા આલેખને ન્યુક્લિડીક ચાર્ટ (Nuclidic Chart) કહે છે. આ ત્રુટક રેખાને સ્થાયીત્વ રેખા (કે સ્થિરતા રેખા પણ) કહે છે.

સ્થાયી ન્યુક્લિયસનું સ્થાન આ રેખા પર કે તેની નજીક હોય છે. અને અસ્થાયી ન્યુક્લિયસનું સ્થાન આ રેખાથી પ્રમાણમાં દૂર હોય છે.

ઉપરાંત, આકૃતિમાં Z = N રેખા પણ દર્શાવી છે. સ્થાયીત્વ રેખાનો શરૂઆતનો થોડો ભાગ Z = N રેખાસાથે લગભગ સંપાત થાય છે. ત્યાર બાદ સ્થાયીત્વરેખા N-અક્ષ તરફ ઢળતી જાય છે. તે ભારે સ્થાયી ન્યુક્લિયસમાં Nનું મૂલ્ય Z કરતાં વધુ હોવાનું સૂચવે છે. આનું કારણ નીચે મુજબ છે :

હલકાં તત્ત્વથી ભારે તરફ જતાં ન્યુક્લિયસમાં જો એક પ્રોટોન અને એક ન્યુટ્રોન વધે તો (1) તેમાંનો પ્રોટોન ન્યુક્લિયસમાંના બીજા બધા પ્રોટોન સાથે આંતરક્રિયા કરી કુલંબ અપાકર્ષણ બળ વધારે છે. (2) તે પ્રોટોન સ્ટ્રોંગ બળ દ્વારા તો માત્ર તદ્દન નજીકના થોડા પડોશી ન્યુક્લિયોન સાથે આંતરક્રિયા કરીને આકર્ષણબળ વધારે છે. (3) ન્યુટ્રોન પણ થોડા નજીકના પડોશી ન્યુક્લિયોન સાથે જ આંતરક્રિયા કરીને આકર્ષણ વધારે છે. આથી અપાકર્ષણ બળમાંનો વધારો આકર્ષણ બળમાંના વધારા કરતાં વધુ હોય છે. પરંતુ જો એક પ્રોટોન સાથે એક કરતાં વધુ ન્યુટ્રોન ઉમેરાય, તો અપાકર્ષણબળને સમતોલે તેટલું આકર્ષણબળ ઉપજાવી શકાય અને ન્યુક્લિયસનું સ્થાયીપણું જળવાય. હલકાં ન્યુક્લિયસમાં પ્રોટોન-ન્યુટ્રોનની સંખ્યા ઓછી હોવાથી આવો પ્રશ્ન રહેતો નથી.

6.6 દળ-ઊર્જા અને ન્યુક્લિયસની બંધન-ઊર્જા (Mass-energy and Nuclear Binding Energy)

દળ-ઊર્જા : આઇન્સ્ટાઇને તેનો વિશિષ્ટ સાપેક્ષવાદ રજૂ કર્યો તે અગાઉ દરેક પ્રક્રિયામાં દળનું અને ઊર્જાનું એમ દરેકનું અલગ અલગ સંરક્ષણ થવાની માન્યતા હતી. પરંતુ આઇન્સ્ટાઇને વિશિષ્ટ સાપેક્ષવાદ પરથી દળનું ઊર્જામાં અને ઊર્જાનું દળમાં રૂપાંતર થઈ શકે છે અને તેમની વચ્ચેનો સંબંધ

$$E = mc^2 \tag{6.6.1}$$

છે તેમ દર્શાવ્યું.

જ્યાં E = ઊર્જા, m = રૂપાંતર પામતું દળ, c = પ્રકાશનો શૂન્યાવકાશમાં વેગ. આમ, m દળ અને mc^2 ઊર્જા એકબીજાને સમતુલ્ય છે. એટલે દળને પણ ઊર્જાનું એક સ્વરૂપ ગણવું જોઈએ.

પરમાણુ અને ન્યુક્લિયર ભૌતિકવિજ્ઞાનમાં ઇલેક્ટ્રોન-વોલ્ટ (સંજ્ઞા : eV) નામનો ઊર્જાનો એકમ વપરાય છે.

"1 વૉલ્ટના વિદ્યુતસ્થિતિમાનના તફાવત હેઠળથી પસાર થતાં ઇલેક્ટ્રૉનની ગતિ-ઊર્જામાં થતા ફેરફારને 1 ઇલેક્ટ્રૉન-વોલ્ટ (eV) કહે છે."

અત્રે સ્પષ્ટ છે કે, $1 eV = 1.6 \times 10^{-19}$ J

આ ઉપરાંત keV અને MeV એકમો પણ વપરાય છે.

$1\ keV = 1$ કિલો ઇલેક્ટ્રૉન-વોલ્ટ $= 10^3 eV = 1.6 \times 10^{-16}$ J

$1\ MeV = 1$ મિલિયન ઇલેક્ટ્રૉન-વૉલ્ટ $= 10^6 eV = 1.6 \times 10^{-13}$ J

આપણે 1 (u) દળને સમતુલ્ય ઊર્જા પણ $E = mc^2$ સૂત્ર પરથી શોધી શકીએ. આ રીતે,

$$1\ u \text{ (દળ)} \equiv 931.48\ MeV \text{ (ઊર્જા)} \qquad (6.6.2)$$

મળે છે. હવે કોઈ પણ પ્રક્રિયામાં આપણે દળનું સંરક્ષણ કે ઊર્જાનું સંરક્ષણ એમ અલગ-અલગ સંરક્ષણની વાત કરવાને બદલે ઊર્જાનું સંરક્ષણ થાય છે તેમ ગણીશું અને ઊર્જાના પ્રકારોમાં દળને સમતુલ્ય ઊર્જાનો પણ સમાવેશ કરીશું.

ન્યુક્લિયસની બંધન-ઊર્જા : ન્યુક્લિયસ ન્યુટ્રૉન અને પ્રોટોનનો બનેલો હોવાથી ન્યુક્લિયસનું દળ તેના બધા પ્રોટોન અને બધા ન્યુટ્રૉનના મુક્ત અવસ્થામાંનાં દળના સરવાળા જેટલું હશે તેમ પ્રથમ દૃષ્ટિએ લાગે છે. પરંતુ ન્યુક્લિયસનું દળ હંમેશાં તેના ઘટકકણોના મુક્ત અવસ્થામાંના કુલ દળ કરતાં ઓછું જ હોય તેમ જણાયું છે. દળના આ ઘટાડાને દળ ક્ષતિ (Δm) કહે છે. જો કોઈ ન્યુક્લિયસ ${}_Z^AX$નું દળ M હોય અને મુક્ત અવસ્થામાંના પ્રોટોનનું દળ m_p અને ન્યુટ્રૉનનું દળ m_n વડે દર્શાવીએ, તો હંમેશાં $M < Zm_p + Nm_n$ હોય છે, જ્યાં $N = A - Z =$ ન્યુટ્રૉનસંખ્યા અને,

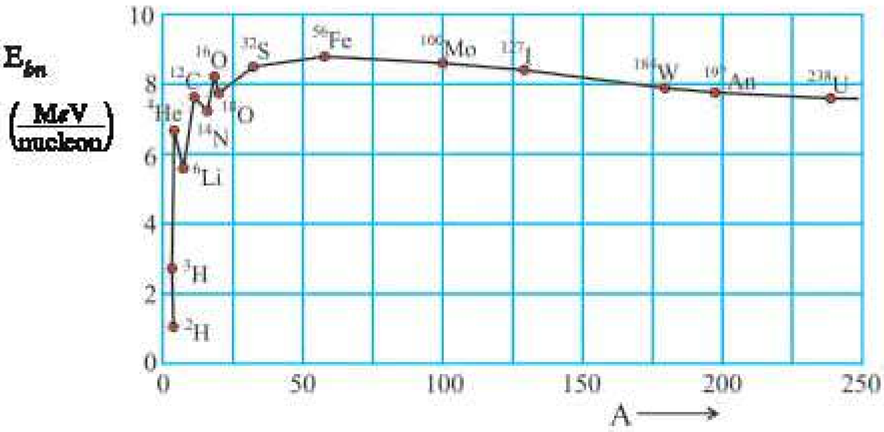
$$(Zm_p + Nm_n) - M = \text{દળક્ષતિ } (\Delta m) \qquad (6.6.3)$$

આ બાબતને સમજાવવા માટે આપણને દળ અને ઊર્જાની સમતુલ્યતા મદદરૂપ થાય છે. જો મુક્ત અવસ્થામાંના તે ઘટકકણો વડે આ ન્યુક્લિયસની રચના કરીએ તો દળ-ક્ષતિ (Δm)ને સમતુલ્ય ઊર્જા (Δmc^2) ઉત્પન્ન થઈને ઉત્સર્જિત થઈ જાય છે. એટલે હવે જો આપણે આ ન્યુક્લિયસમાંથી બધા પ્રોટોન અને ન્યુટ્રૉનને સંપૂર્ણ મુક્ત અવસ્થામાં લઈ જવા હોય તો આટલી ઊર્જા બહારથી આપવી પડે. એટલે દળ-ક્ષતિ Δmને સમતુલ્ય ઊર્જા (Δmc^2)ને તે ન્યુક્લિયસની બંધન-ઊર્જા E_b કહે છે. ન્યુક્લિયસની બંધન-ઊર્જાને તેના ન્યુક્લિયોનની સંખ્યા (A) વડે ભાગવાથી દર એક ન્યુક્લિયોન દીઠ સરેરાશ બંધન-ઊર્જા $E_{bn}\left(= \frac{E_b}{A}\right)$ મળે છે. આમ, E_{bn}એ ન્યુક્લિયસમાંથી બધા ઘટકકણોને મુક્ત કરી દેવા માટે ન્યુક્લિયોન દીઠ આપવી પડતી સરેરાશ ઊર્જા છે.

ન્યુક્લિયોન દીઠ સરેરાશ બંધન-ઊર્જા એ ન્યુક્લિયસના સ્થાયીપણા (Stability) નું માપ છે.

ડ્યુટેરોન (${}_1H^2$) ન્યુક્લિયસ વિચારો. તેનું દળ $2.0141u$ છે. વળી, 1 પ્રોટોન અને 1 ન્યુટ્રૉનના મુક્ત અવસ્થામાંના દળોનો સરવાળો 2.0165 u છે. તેથી ${}_1H^2$ માટે દળ-ક્ષતિ $\Delta m = 2.0165 - 2.0141 = 0.0024u$. છે.

આ દળ ક્ષતિ ને સમતુલ્ય ઊર્જા $0.0024 \times 931.48 = 2.24\ MeV$ છે. આ ઊર્જાને ${}_1^2H$,.ની બંધન ઊર્જા કહે છે. આમ, ${}_1H^2$ માંથી પ્રોટોન અને ન્યુટ્રૉનને મુક્ત કરવા માટે 2.24 MeV જેટલી ઊર્જા તેને બહારથી આપવી પડે. તેથી ઊલટું જો 1 પ્રોટોન અને 1 ન્યુટ્રૉન ભેગા કરી, ${}_1H^2$ રચી શકાય તો 2.24 MeV ઊર્જાનું ઉત્સર્જન થાય. ${}_1H^2$ ન્યુક્લિયસ માટે ન્યુક્લિયોન દીઠ સરેરાશ બંધન-ઊર્જા $E_{bn} = \frac{2.24}{2} = 1.12 \frac{MeV}{\text{nucleon}}$ થાય. ન્યુક્લિયોન દીઠ બંધન ઊર્જા E_{bn} વિરુદ્ધ પરમાણુદળાંક Aનો આલેખ આકૃતિ 6.4માં દર્શાવ્યો છે.



આકૃતિ 6.4 E_{bn} - Aનો આલેખ

આ આલેખ પરથી જાણવા મળતી નોંધપાત્ર બાબતો નીચે મુજબ છે :

(1) આલેખ શરૂઆતમાં ઝડપથી ઊંચે જાય છે. ત્યાર બાદ ધીમેથી ઊંચે જાય છે. લોખંડના ન્યુક્લિયસ (A = 56)ની નજીકમાં E_{bn}નું મૂલ્ય મહત્તમ અને લગભગ 8.8 $\frac{MeV}{nucleon}$ જેટલું છે. ત્યાર બાદ આલેખ ખૂબ ધીમે નીચે ઊતરે છે.

(2) A < 30 અને A > 170 માટે ન્યુક્લિયોન દીઠ બંધન ઊર્જાનાં મૂલ્યો નાનાં છે.

(3) વચગાળાનાં દળ (30 < M < 170) ધરાવતાં ન્યુક્લિયસો માટે E_{bn}નું મૂલ્ય લગભગ અચળ છે. આ ન્યુક્લિયસો સૌથી વધુ સ્થાયી છે. એટલે તેમાંથી ન્યુક્લિયોન્સને મુક્ત કરવા માટે ઘણી વધુ ઊર્જા આપવી પડે છે. ન્યુક્લિયોન દીઠ બંધન-ઊર્જાનું મૂલ્ય લગભગ અચળ હોવું એ ન્યુક્લિયર બળો લઘુઅંતરી બળો હોવાનું પરિણામ છે (એટલે કે ન્યુક્લિયર બળોના સંતૃપ્તતાના ગુણધર્મને આભારી છે.).

પુરતા પ્રમાણમાં મોટા ન્યુક્લિયસમાં મોટા ભાગના ન્યુક્લિયોન અંદરના ભાગમાં રહે છે. અને સપાટી પરના ન્યુક્લિયોનની સંખ્યા ઓછી છે. વળી દરેક ન્યુક્લિયોન તદ્દન નજીકના પડોશી ન્યુક્લિયોન સાથે જ આંતરક્રિયા કરી શકે છે. હવે તેમાં કોઈ એક ન્યુક્લિયોન ઉમેરવામાં આવે તોપણ તે અંદર રહેલા ન્યુક્લિયોનની સાથે આંતરક્રિયા તો કરતો જ નથી અને સપાટી પર તો ન્યુક્લિયસની સંખ્યા પ્રમાણમાં ઓછી હોય છે, તેથી E_{bn}માં ફેરફાર ઘણો ઓછો થાય છે.

(4) He^{4}, Be^{8}, C^{12}, O^{16}, ... માટે ન્યુક્લિયોન દીઠ બંધન-ઊર્જાનાં મૂલ્યો તેમના પડોશી ન્યુક્લિયસ માટેનાં મૂલ્ય કરતાં વધારે છે. આ બાબત ન્યુક્લિયસમાં પણ (પરમાણુની જેમ) કવચ પ્રકારનું બંધારણ હોવાનું સૂચવે છે.

(5) વચગાળાનાં દળ ધરાવતા ન્યુક્લિયસો માટે $E_{bn}\left(=\frac{E_b}{A}\right)$નું મૂલ્ય તેમનાથી ભારે ન્યુક્લિયસો (A > 170) માટેના E_{bn}ના મૂલ્ય કરતાં વધુ છે. એટલે જો એવું ભારે ન્યુક્લિયસ બે હલકા ન્યુક્લિયસમાં વિભાજિત થાય તો ન્યુક્લિયોન દીઠ બંધન-ઊર્જાનું મૂલ્ય વધે છે. એટલે ન્યુક્લિયોન્સ એકબીજા સાથે વધુ ચુસ્તતાથી (tightly) જકડાય છે. આ દર્શાવે છે કે આ ક્રિયામાં ઊર્જા ઉત્પન્ન થાય છે. (છૂટી પડે છે.) આ પ્રક્રિયાને ન્યુક્લિયર વિખંડન (fission) કહે છે.

તેનાથી ઊલટું જો યોગ્ય તેવા બે હલકા ન્યુક્લિયસ (with A < 10)ને સંલગ્ન કરીને ભારે ન્યુક્લિયસ રચી શકાય તો પણ ન્યુક્લિયોન દીઠ બંધન-ઊર્જાનું મૂલ્ય અગાઉ કરતાં વધે છે. આમ, આ ક્રિયામાં પણ ઊર્જા ઉત્પન્ન થાય છે. આ ક્રિયાને ન્યુક્લિયર સંલયન (Fusion) કહે છે.

ઉદાહરણ 2 : (a) નીચે આપેલ વિગતો પરથી $^{56}_{26}Fe$ ન્યુક્લિયસની ન્યુક્લિયોન દીઠ બંધન-ઊર્જા ગણો. (b) આ ન્યુક્લિયસમાં સૌથી ઓછું બંધન ધરાવતો પ્રોટોન ઉત્સર્જાય, તો $^{55}_{25}Mn$ ન્યુક્લિયસ બને છે, તો આ પ્રોટોનની બંધન-ઊર્જા ગણો.

પ્રોટોનનું દળ $m_p = 1.007825\ u$, ન્યુટ્રોનનું દળ $m_n = 1.008665\ u$, $M_{Fe} = 55.934939\ u$, Mn ન્યુક્લિયસનું દળ $m = 54.938046\ u$, $1\ u = 931.494 MeV$.

ઉકેલ : (a) $^{56}_{26}Fe$ ન્યુક્લિયસમાં 26 પ્રોટોન અને 30 ન્યુટ્રોન છે. તે બધા મુક્ત અવસ્થામાં હોય, ત્યારે તેમનું કુલ દળ $= Zm_p + Nm_n = 26m_p + 30m_n$

$\therefore$ દળક્ષતિ $\Delta m = (Zm_p + Nm_n) - (M_{Fe})$

$= (26 \times 1.007825 + 30 \times 1.008665) - (55.934939)$

$= 0.528461u$

$\therefore$ બંધન-ઊર્જા $E_b = \Delta m$ દળને સમતુલ્યઊર્જા $= 0.528461 \times 931.494 = 492.258\ MeV$

$\therefore$ ન્યુક્લિયોન દીઠ બંધન-ઊર્જા $E_{bn} = \dfrac{E_b}{A} = \dfrac{492.258}{56}$

$$\therefore E_{bn} = 8.79 \frac{MeV}{\text{nucleon}}$$

(b) : $^{56}_{26}Fe$ માંથી પ્રોટોન છૂટો પડે, તો બનતી પ્રક્રિયા નીચે મુજબ છે.

$$^{56}_{26}Fe \rightarrow {}^{55}_{25}Mn + {}^{1}_{1}p$$

Mn અને pના દળનો સરવાળો $= 54.938046 + 1.007825$

$= 55.945871u$

અને $^{56}_{26}Fe$નું દળ $= 55.934939u$ છે.

આમ, અત્રે દળમાં વધારો થાય છે. તે દર્શાવે છે કે આ ક્રિયા આપમેળે થતી નથી પણ બહારથી ઊર્જા આપીએ તો જ ક્રિયા થાય છે.

$\therefore$ પ્રોટોનની બંધન-ઊર્જા = આપવી પડતી ઊર્જા

= (દળમાં વધારાને સમતુલ્ય ઊર્જા)

$= (55.945871 - 55.934939)\ (931.494)\ MeV$

$= 0.010932 \times 931.494$

$= 10.18\ MeV.$

ન્યુક્લિયસમાંથી એક ન્યુક્લિયોનને છૂટો પાડવા માટે જરૂરી ઊર્જાને Separation Energy કહે છે.

6.7 નૈસર્ગિક રેડિયો-ઍક્ટિવિટી (Natural Radioactivity)

ઈ. સ. 1895માં રોંજન (Rontgen)નામના વિજ્ઞાનીએ X-raysની શોધ કરી. ત્યાર બાદ ઈ.સ. 1896માં X-raysની ઉત્પત્તિનો પ્રસ્ફુરણની ઘટના સાથેનો સંબંધ જાણવાના અભ્યાસમાં બેકવેરેલ નામના વિજ્ઞાનીએ એમ શોધ્યું કે યુરેનિયમમાંથી અમુક વિશિષ્ટ ગુણધર્મો ધરાવતાં વિકિરણોનું નૈસર્ગિક રીતે જ ઉત્સર્જન થાય છે. આ ઘટનાને નૈસર્ગિક રેડિયો-ઍક્ટિવિટી કહેવામાં આવી. વળી, તે વિકિરણો શરૂઆતમાં બેકવેરેલ કિરણો તરીકે ઓળખાયાં.

મેડમ ક્યૂરિ (Madame Curie) અને તેમના પતિ પિયરી ક્યૂરિ (Pierre Curie) એ પિચબ્લેન્ડ નામના યુરેનિયમના ખનિજમાંથી બે નવાં તત્ત્વો છૂટાં પાડ્યાં. તેમને પોલોનિયમ (Polonium) અને રેડિયમ (Radium) નામ આપવામાં આવ્યાં. આ તત્ત્વો પણ નૈસર્ગિક રેડિયો-ઍક્ટિવિટી ધરાવે છે અને તેમની ઍક્ટિવિટી યુરેનિયમની ઍક્ટિવિટી કરતાં અનેક ગણી છે.

ત્યાર બાદ બીજા કેટલાક વિજ્ઞાનીઓએ શોધ્યું કે થોરિયમ, ઍક્ટિનિયમ જેવાં બીજા ભારે તત્ત્વો પણ રેડિયો-ઍક્ટિવિટીનો ગુણધર્મ ધરાવે છે. આવાં તત્ત્વોને રેડિયો-ઍક્ટિવ તત્ત્વો અને તેમાંથી ઉત્સર્જિત વિકિરણોને રેડિયો-ઍક્ટિવ વિકિરણો કહે છે. આ ઘટનાની નોંધપાત્ર બાબતો આ મુજબ છે :

(1) રેડિયો-ઍક્ટિવ વિકિરણોનું ઉત્સર્જન સ્વતઃ (એટલે કે આપમેળે), તત્કાલીન અને સતત છે. તેના પર બાહ્ય પરિબળો જેવાં કે તાપમાન કે દબાણમાં ફેરફાર, વિદ્યુત કે ચુંબકીય ક્ષેત્રની હાજરીની કોઈ અસર થતી નથી. આવાં પરિબળો દ્વારા રેડિયો-ઍક્ટિવ વિકિરણોના ઉત્સર્જનની ક્રિયાને અટકાવી શકાતી નથી કે ઉત્સર્જનનો દર બદલી શકાતો નથી.

(2) રેડિયો-ઍક્ટિવ તત્ત્વનું બીજા કોઈ તત્ત્વ સાથે રાસાયણિક સંયોજન કરવા છતાં વિકિરણના ઉત્સર્જનના દર પર કંઈ જ અસર થતી નથી.

આ બંને મુદ્દાઓ દર્શાવે છે કે રેડિયો-ઍક્ટિવિટી એ ન્યુક્લિયર ઘટના છે.

વાસ્તવમાં ભારે તત્ત્વોનાં ન્યુક્લિયસ કુદરતમાં જન્મથી જ અસ્થાયી (Unstable) હોય છે અને સ્થાયીપણું પ્રાપ્ત કરવાના પ્રયત્નોમાં રેડિયો-ઍક્ટિવ વિકિરણોનું ઉત્સર્જન કરે છે.

આ શોધને આધુનિક ભૌતિકવિજ્ઞાનના વિકાસમાં ઘણી મહત્ત્વની ગણી શકાય છે.

6.8 રેડિયો-ઍક્ટિવ વિકિરણો (Radioactive radiations)

રેડિયો-ઍક્ટિવ વિકિરણોના ત્રણ પ્રકાર છે : α-કિરણો, β-કિરણો અને γ-કિરણો. વિજ્ઞાનીઓએ પ્રયોગો પરથી મેળવેલી માહિતી પરથી તેમના ગુણધર્મો નીચે મુજબ જણાયા છે.

α-કિરણો : α-કિરણો એ 2 પ્રોટોન અને 2 ન્યુટ્રૉનના બનેલા દ્રવ્યકણો છે. એટલે કે હિલિયમ પરમાણુના ન્યુક્લિયસ ($_2He^4$) જ છે. તેમનો વિદ્યુતભાર $+2e$ છે. તેમનો વેગ તેમને ઉત્સર્જિત કરતા ન્યુક્લાઇડ પર આધારિત છે.

β-કિરણો : β-કિરણો એ ઇલેક્ટ્રૉન પોતે જ છે (પણ ન્યુક્લિયસમાંથી ઉત્સર્જિત થઈને આવેલાં છે). આમ, તે દ્રવ્યકણ છે. તેનો વેગ પણ તેને ઉત્સર્જિત કરતા ન્યુક્લાઇડ પર આધારિત છે.

γ-કિરણો : તેઓ દ્રવ્યકણો નથી, પણ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો છે.

આ બધાં રેડિયો-ઍક્ટિવ વિકિરણો ફોટોગ્રાફિક પ્લેટ પર અસર કરે છે, પ્રસ્ફુરણ ઉપજાવે છે, માધ્યમમાંથી પસાર થવા દરમિયાન માધ્યમના પરમાણુઓનું આયનીકરણ કરે છે અને માધ્યમમાં અમુક અંતર સુધીનું ભેદન કરી શકે છે. તેમની આયનીકરણશક્તિ અને ભેદનશક્તિનાં સાપેક્ષ મૂલ્યો ટેબલ-1માં દર્શાવ્યાં છે.

ટેબલ 1

	α	β	γ
સાપેક્ષ આયનીકરણશક્તિ	10000	100	1
સાપેક્ષ ભેદનશક્તિ	1	100	10000

6.9 રેડિયો-ઍક્ટિવ નિયતાંક અને ઍક્ટિવિટી (Radioactive constant and activity)

રેડિયો-ઍક્ટિવ દ્રવ્યના નમૂનામાં કોઈ t સમયે કોઈ તત્ત્વના અવિભંજિત ન્યુક્લિયસની સંખ્યા N હોય અને ત્યાર બાદ Δt સમયગાળામાં ΔN ન્યુક્લિયસ વિભંજન પામતાં હોય તો $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{dN}{dt}$ને આ તત્ત્વનો t સમયે વિભંજન-દર અથવા ક્ષય-દર અથવા ઍક્ટિવિટી I કહે છે. ઍક્ટિવિટી એટલે એકમ સમય દીઠ વિભંજન પામતા ન્યુક્લિયસની સંખ્યા.

આ ક્રિયામાં એમ જણાયું છે કે વિભંજન-દર તે સમયે અવિભંજિત ન્યુક્લિયસની સંખ્યાના સમપ્રમાણમાં હોય છે.

$\therefore \frac{dN}{dt} \propto -N$ (ઋણ ચિહ્ન સૂચવે છે કે સમય પસાર થાય તેમ N ઘટે છે.) (6.9.1)

$$\therefore \frac{dN}{dt} = -\lambda N \quad (6.9.2)$$

અથવા $I = -\lambda N$ (6.9.3)

અત્રે λ અચળાંક છે, જેને વિભંજન પામતા તત્ત્વનો રેડિયો-ઍક્ટિવ નિયતાંક (અથવા ક્ષય નિયતાંક) કહે છે. તેનો એકમ s^{-1} છે. તેનું મૂલ્ય વિભંજન પામતા તત્ત્વના પ્રકાર પર આધારિત છે, પરંતુ એક જ તત્ત્વના જુદા-જુદા અસ્થાયી આઇસોટોપ્સ માટે λનાં મૂલ્યો જુદાં-જુદાં હોય છે.

λનું મોટું મૂલ્ય વિભંજનદર મોટો હોવાનું સૂચવે છે. આવાં તત્ત્વો અલ્પજીવી (Short lived) હોય છે. λનું નાનું મૂલ્ય વિભંજનદર નાનો હોવાનું સૂચવે છે. આવાં તત્ત્વો દીર્ઘજીવી (long lived) હોય છે. λના મૂલ્ય પર કોઈ બાહ્ય પરિબળો (દબાણ તાપમાન, વિદ્યુતક્ષેત્ર, ચુંબકીય ક્ષેત્ર) અસર કરતાં નથી.

સમીકરણ (6.9.2) $\frac{dN}{dt} = -\lambda N$માં સમયગાળો dt = એકમ લેતાં, $\lambda = -\frac{dN}{N}$

આથી "આપેલ તત્ત્વના ન્યુક્લિયસ માટે λ એ એકમ સમય દીઠ વિભંજન થવાની સંભાવના દર્શાવે છે." એવું અર્થઘટન કરી શકાય છે.

ઍક્ટિવિટીના એકમો (Units of Activity) : બેક્વેરેલની યાદમાં ઍક્ટિવિટીનો SI એકમ બેક્વેરેલ (B*q*) રાખવામાં આવ્યો છે. "જે પદાર્થમાં દર એક સેંકડ દીઠ 1 વિભંજન થાય તે પદાર્થની ઍક્ટિવિટી 1 બેક્વેરેલ કહેવાય છે."

1 B*q* = 1 વિભંજન/સેકંડ

મેડમ ક્યૂરિની યાદમાં નક્કી થયેલો ઍક્ટિવિટીનો એકમ ક્યૂરિ (C*i*) તરીકે પ્રચલિત છે. "જે પદાર્થમાં દર એક સેકંડ દીઠ 3.7×10^{10} વિભંજન થાય તે પદાર્થની ઍક્ટિવિટીને 1 ક્યુરિ (C*i*) કહે છે." વ્યાવહારિક હેતુઓ માટે મિલિક્યૂરિ અને માઇક્રોક્યૂરિ એકમો પણ વપરાય છે.

$1\ mCi = 10^{-3}Ci,\ 1\ \mu Ci = 10^{-6}Ci$

6.10 રેડિયો-ઍક્ટિવ વિભંજનનો ચરઘાતાંકી નિયમ (Exponential law of radioactive disintegration) :

ધારો કે કોઈ રેડિયો-ઍક્ટિવ દ્રવ્યના નમૂનામાં $t = 0$ સમયે રેડિયો-ઍક્ટિવ તત્ત્વના અવિભંજિત ન્યુક્લિયસની સંખ્યા N_0 છે અને $t = t$ સમયે તે N છે આ સમયે તેનો વિભંજન-દર $\left(\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta N}{\Delta t} = \right) \frac{dN}{dt}$, Nના સમપ્રમાણમાં છે અને સમીકરણ (6.9.2) મુજબ

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

$$\therefore \frac{dN}{N} = -\lambda dt \quad (6.10.1)$$

બંને બાજુએ સંકલન કરતાં

$$ln\ N = -\lambda t + C \quad (6.10.2)$$

જ્યાં C = સંકલનનો અચળાંક. $t = 0$ માટે $N = N_0$ હોવાથી

$$ln\ N_0 = 0 + C = C \quad (6.10.3)$$

આ મૂલ્ય સમીકરણ (6.10.2)માં મૂકતાં

$$ln\ N = -\lambda t + ln\ N_0$$

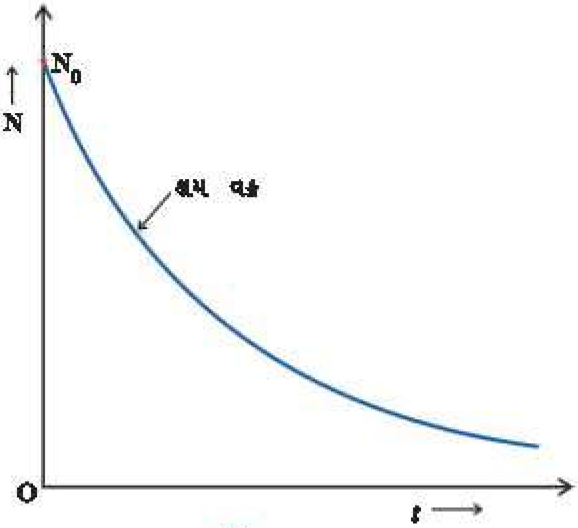
$$\therefore ln\ N - ln\ N_0 = -\lambda t$$

$$\therefore \ ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -\lambda t$$

$$\therefore \ \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} \qquad (6.10.4)$$

$$\therefore \ N = N_0 e^{-\lambda t} \qquad (6.10.5)$$

$I \propto N$, હોવાથી $I = I_0 e^{-\lambda t}$ (6.10.6)



આકૃતિ 6.5 ક્ષય-વક્ર

સમીકરણ (6.10.5)ને **રેડિયો-એક્ટિવ વિભંજનનો ચરઘાતાંકી નિયમ** કહે છે. તે દર્શાવે છે કે સમય પસાર થાય તેમ રેડિયો-એક્ટિવ તત્ત્વના ન્યુક્લિયસની સંખ્યા ચરઘાતાંકી નિયમ અનુસાર ઘટતી જાય છે. આથી એક્ટિવિટી પણ આ નિયમ મુજબ ઘટતી જાય છે. વાસ્તવમાં રેડિયો-એક્ટિવ તત્ત્વના ન્યુક્લિયસની સંખ્યા કરતાં એક્ટિવિટી (એટલે કે વિભંજન દર) વધુ પ્રત્યક્ષ રીતે માપી શકાતી રાશિ છે. આપેલ રેડિયો-એક્ટિવ તત્ત્વ માટે N વિરુદ્ધ t નો આલેખ આકૃતિમાં દર્શાવ્યો છે. આ વક્રને **ક્ષય-વક્ર (Decay Curve)** કહે છે. $I - t$ નો આલેખ પણ આવો જ મળે તે સ્વયંસ્પષ્ટ છે.

6.11 અર્ધ-આયુ (Half-life) $\tau_{\frac{1}{2}}$

સમય પસાર થાય તે સાથે રેડિયો-એક્ટિવ તત્ત્વના ન્યુક્લિયસની સંખ્યા ઘટતી જાય છે. આ ઘટના સાથે સંકળાયેલ અર્ધ-આયુ ($\tau_{\frac{1}{2}}$) નામની રાશિને નીચે મુજબ વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે :

"જે સમયગાળામાં રેડિયો-એક્ટિવ તત્ત્વના ન્યુક્લિયસની સંખ્યા સમયગાળાના પ્રારંભની સંખ્યાના અડધા મૂલ્યની બને તે સમયગાળાને તે તત્ત્વનો અર્ધ-આયુ ($\tau_{\frac{1}{2}}$) કહે છે."

આ વ્યાખ્યા અનુસાર રેડિયો-એક્ટિવ વિભંજનના ચરઘાતાંકી નિયમ $N = N_0 e^{-\lambda t}$ માં $N = \frac{N_0}{2}$ બને તે માટેનો સમયગાળો t = અર્ધ-આયુ $\tau_{\frac{1}{2}}$ બને.

$$\therefore \ \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda \tau_{\frac{1}{2}}} \qquad (6.11.1)$$

$$\therefore \ 2 = e^{\lambda \tau_{\frac{1}{2}}}$$

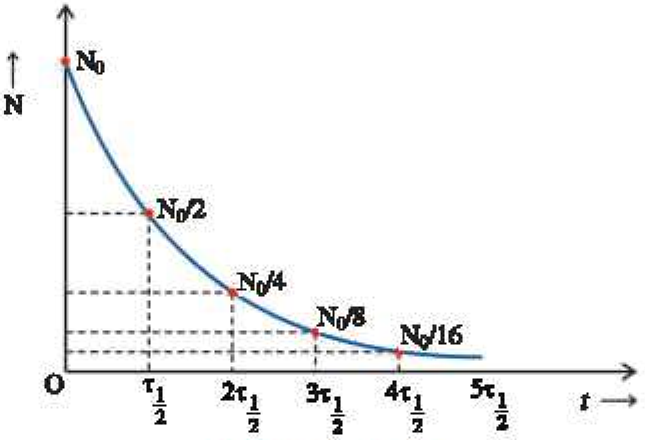
$$\therefore \ ln\ 2 = \lambda \tau_{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore \ (2.303)\ (log\ 2) = \lambda \tau_{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore \ \tau_{\frac{1}{2}} = \frac{(2.303)(0.3010)}{\lambda}$$

$$\therefore \tau_{\frac{1}{2}} = \frac{0.693}{\lambda} \qquad (6.11.2)$$

રેડિયો-ઍક્ટિવ તત્ત્વની ઍક્ટિવિટી અવિભંજિત ન્યુક્લિયસની સંખ્યા Nના સમપ્રમાણમાં હોવાથી અર્ધ-આયુ જેટલા સમયગાળામાં ઍક્ટિવિટી પણ અડધી થાય તે સમજી શકાય તેવી બાબત છે. જુદાં-જુદાં રેડિયો-ઍક્ટિવ તત્ત્વોના અર્ધ-આયુ આશરે 10^{-7}sથી 10^{10} yr જેટલા મોટા ગાળામાં હોય છે.



આકૃતિ 6.6 અર્ધ-આયુ

જો કોઈ તત્ત્વનાં અર્ધ-આયુ 10 વર્ષ હોય, તો 20 વર્ષે આ તત્ત્વના બધા ન્યુક્લિયસ વિભંજિત થઈ જશે (એટલે કે આ તત્ત્વનું અસ્તિત્વ લુપ્ત થઈ જશે) એવો અર્થ કરીએ તો તે સત્ય નથી. વાસ્તવમાં દર 10 વર્ષે તેના ન્યુક્લિયસની સંખ્યા અડધી બનતી જાય અને ઘણા લાંબા સમય પછી પણ આ તત્ત્વના અમુક સંખ્યાના ન્યુક્લિયસ અસ્તિત્વ ધરાવે છે. આ પરથી આપણે નીચે મુજબ પણ રજૂઆત કરી શકીએ :

$t = 1\ (\tau_{\frac{1}{2}})$ સમયે $\left(\frac{N}{N_0}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^1$ બને.

$t = 2\ (\tau_{\frac{1}{2}})$ સમયે $\left(\frac{N}{N_0}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^1 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ બને.

$t = 3\ (\tau_{\frac{1}{2}})$ સમયે $\left(\frac{N}{N_0}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^3$ બને.

$\vdots$

$t = n\ (\tau_{\frac{1}{2}})$ સમયે $\left(\frac{N}{N_0}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ બને.

આમ, કોઈ સમય (*t*)ને અંતે $\frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ બને.

જ્યાં, $n = \frac{\text{આપેલો સમય } (t)}{\text{અર્ધ-આયુ } (\tau_{\frac{1}{2}})} \qquad (6.11.4)$

6.12 સરેરાશ જીવનકાળ (Mean Lifetime τ)

"જે સમયગાળામાં રેડિયો-ઍક્ટિવ તત્ત્વના ન્યુક્લિયસની સંખ્યા મૂળ સંખ્યાના *e* મા ભાગની બને તે સમયગાળાને તે તત્ત્વનો સરેરાશ જીવનકાળ (τ) કહે છે." ($e = 2.718$)

રેડિયો-ઍક્ટિવ વિભંજનના ઘરઘાતાંકી નિયમ $N = N_0 e^{-\lambda t}$માં $N = \frac{N_0}{e}$, બને તે સમયગાળો t = સરેરાશ જીવનકાળ = τ મૂકતાં,

$$\therefore \frac{N_0}{e} = N_0 e^{-\lambda\tau}$$

$$\therefore e = e^{\lambda\tau}$$

$$\therefore 1 = \lambda\tau$$

$$\therefore \ \tau = \frac{1}{\lambda} \qquad (6.12.1)$$

આમ, સરેરાશ જીવનકાળ એ ક્ષય-નિયતાંકના વ્યસ્ત જેટલો છે.

ખૂબ જ ટૂંકો જીવનકાળ ધરાવતાં રેડિયો-ઍક્ટિવ તત્ત્વો (દા.ત., પ્લુટોનિયમ)નું અર્ધઆયુ, બ્રહ્માંડની ઉંમર (1500 કરોડ વર્ષ) કરતાં ઘણું ઓછું હોઈ તેમનો ઘણા સમય અગાઉ ક્ષય થઈ ગયો હશે અને હાલમાં કુદરતમાં મળી આવતાં નથી (એટલે કે પ્રમાણ અત્યંત અલ્પ હશે). જોકે તેમને કૃત્રિમ ન્યુક્લિયર પ્રક્રિયાઓમાં બનાવી શકાય છે.

સમીકરણ (6.11.2) અને (6.12.1) પરથી સ્પષ્ટ છે કે

$$\tau_{\frac{1}{2}} = (0.693)(\tau) \qquad (6.12.2)$$

અહીં નોંધો કે $\tau_{\frac{1}{2}} > \frac{\tau}{2}$

$$\text{વળી, } \tau = \frac{\tau_{\frac{1}{2}}}{0.693} = 1.44\,\tau_{\frac{1}{2}} \qquad (6.12.3)$$

કેટલાક એવા પણ કિસ્સાઓ જોવા મળ્યા છેકે એક જ તત્ત્વના કેટલાંક ન્યુક્લિયસ α-કણના ઉત્સર્જન દ્વારા અને તે સમયે બીજા કેટલાક ન્યુકલિયસ β-કણના ઉત્સર્જન દ્વારા વિભંજન પામતા હોય. આને શાખા-વિભંજન (Branch Disintegration) કહે છે. આ ઘટનામાં α-કણના ઉત્સર્જન માટેનો ક્ષય-નિયતાંક λ_α અને β-કણના ઉત્સર્જન માટેનો ક્ષય-નિયતાંક λ_β હોય, તો તે તત્ત્વનો કુલ ક્ષય-નિયતાંક $\lambda = \lambda_\alpha + \lambda_\beta$ થશે, અને તેનો સરેરાશ જીવનકાળ $\tau = \frac{1}{\lambda_\alpha + \lambda_\beta}$ થશે. આ પરથી $\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_\alpha} + \frac{1}{\tau_\beta}$ મળે છે, જ્યાં τ_α અને τ_β એ અનુક્રમે α-કણના અને β-કણના ઉત્સર્જનને અનુરૂપ સરેરાશ આયુ છે.

(આ પરથી $\frac{1}{\tau_{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\tau_{\frac{1}{2}(\alpha)}} + \frac{1}{\tau_{\frac{1}{2}(\beta)}}$ પણ લખી શકીએ, જ્યાં $\tau_{\frac{1}{2}}$ = કુલ (અસરકારક) અર્ધ-આયુ)

ઉદાહરણ 3 : યુરેનિયમના ખનિજના એક નમૂનામાંથી α-કણો $9.3 \times 10^5\ s^{-1}$ ના દરથી ઉત્સર્જાય છે. આ α-કણો ^{235}U માંથી ઉત્સર્જાય છે. જો યુરેનિયમના ઉપર્યુક્ત નમૂનામાં 0.72% ^{235}U હોય, તો ખનિજના આ નમૂનાનું દળ શોધો. ^{235}Uનો અર્ધ-આયુ 7.04×10^8 yr, છે. (1 yr = 3.16×10^7 s લો.)

ઉકેલ : ^{235}U માટે ઍક્ટિવિટી $I = 9.3 \times 10^5$ વિભંજન/સેકંડ આપેલ છે.

$$\tau_{\frac{1}{2}} = \frac{0.693}{\lambda} \text{ પરથી } \lambda = \frac{0.693}{\tau_{\frac{1}{2}}} = \frac{0.693}{7.04 \times 10^8 \times 3.16 \times 10^7}\ s^{-1}$$

જો N = આપેલ નમૂનામાં તે સમયે ^{235}Uના પરમાણુઓની સંખ્યા N હોય તો

$I = \lambda N$ ...(ઋણ નિશાની અવગણતાં)

$$= \left(\frac{0.693}{\tau_{\frac{1}{2}}}\right) N$$

$$\therefore\ N = \frac{(I)\left(\tau_{\frac{1}{2}}\right)}{0.693} = \frac{(9.3 \times 10^5)\ (7.04 \times 10^8 \times 3.16 \times 10^7)}{0.693}$$

$$= 3 \times 10^{22}$$

હવે, 235 g યુરેનિયમ (^{235}U)માં એવોગેડ્રો-અંક જેટલા એટલે કે 6.02×10^{23} પરમાણુઓ હોય છે. આ હકીકત પરથી, ^{235}Uના 3×10^{22} પરમાણુઓનું દળ આ પ્રમાણે શોધાય :

6.02×10^{23} ^{235}U પરમાણુઓનું દળ 235 g

$\therefore 3 \times 10^{22}$ પરમાણુઓનું દળ = m (ધારો કે)

$$\therefore\ m = \frac{235 \times 3.0 \times 10^{22}}{6.02 \times 10^{23}} \approx 12\ g$$

અત્રે ^{235}Uનું ખનિજમાં પ્રમાણ 0.72 % છે. એટલે કે ^{235}U જો 0.72 g હોય, તો ખનિજનું દળ 100 g હોય. આ હકીકતનો ઉપયોગ કરતાં ખનિજનું દળ, આ પ્રમાણે શોધી શકાય : 0.72 g ^{235}U માટે ખનિજનું દળ 100 g

$\therefore$ 12 g માટે ખનિજનું દળ = M (ધારો કે)

$$\therefore\ M = \frac{100 \times 12}{0.72} = 1666\ g = 1.666\ kg$$

ઉદાહરણ 4 : $\frac{1}{\lambda}$ સમય (જ્યાં λ = ક્ષય-નિયતાંક) ને અંતે કોઈ એક રેડિયો-ઍક્ટિવ તત્ત્વના નમૂનામાં મૂળ જથ્થાના

(1) કેટલા ટકા અવિભંજિત રહ્યા હશે ?

(2) કેટલા ટકા વિભંજિત થયા હશે ?

ઉકેલ : (1) t સમયે અવિભંજિત ન્યુક્લિયસની સંખ્યા

$$N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-\lambda\left(\frac{1}{\lambda}\right)} \qquad \left(\because\ t = \frac{1}{\lambda}\right)$$

$$= N_0 e^{-1} = \frac{N_0}{e}$$

$\therefore$ આ સમયે મૂળ જથ્થાનો અવિભંજિત રહેલો ભાગ

$$\frac{N}{N_0} = \frac{1}{e} = \frac{1}{2.718} = 0.368$$

$\therefore$ આ સમયે મૂળ જથ્થાના અવિભંજિત રહેલા ભાગનું ટકાવાર પ્રમાણ

$$= \frac{N}{N_0} \times 100 = 0.368 \times 100 = 36.8\%$$

(2) આ સમયે વિભંજિત ન્યુક્લિયસની સંખ્યા N' હોય તો

$$N' = N_0 - N$$

$$= N_0 - \frac{N_0}{e} = N_0\left(\frac{e-1}{e}\right)$$

$$= N_0\left(\frac{1.718}{2.718}\right) = N_0(0.632)$$

$\therefore$ આ સમયે મૂળ જથ્થાનો વિભંજિત થયેલો ભાગ = $\frac{N'}{N_0}$ = 0.632

$\therefore$ આ સમયે વિભંજિત થયેલા ભાગનું ટકાવાર પ્રમાણ = $\frac{N'}{N_0} \times 100 = 63.2\%$

ઉદાહરણ 5 : એક રેડિયો-ઍક્ટિવ તત્ત્વનો અર્ધ-આયુ 0.693 hour છે. તેના 80% ન્યુક્લિયસોનું વિભંજન થતાં કેટલો સમય લાગશે ?

ઉકેલ : $\tau_{\frac{1}{2}} = 0.693$ hr., $\lambda = \frac{0.693}{\tau_{\frac{1}{2}}}$

$N_0 = 100$ હોય તો 80 વિભંજન પામે અને N = 20 અવિભંજિત રહે.

$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$ પરથી

$20 = 100e^{-\lambda t}$

$\therefore \frac{1}{5} = e^{-\lambda t}$

$\therefore 5 = e^{\lambda t}$

$\therefore \ln 5 = \lambda t$

$$\therefore (2.303)(\log_{10} 5) = \left(\frac{0.693}{\tau_{\frac{1}{2}}}\right)t$$

$$\therefore (2.303)(0.6990) = \left(\frac{0.693}{0.693}\right)t$$

$\therefore t = 1.61$ hour

ઉદાહરણ 6 : ધારો કે રેડિયો-ઍક્ટિવ તત્ત્વ Aમાંથી તત્ત્વ Bના ઉત્પાદનનો દર α = અચળ છે. જો $t = 0$ સમયે Bના પરમાણુની સંખ્યા N_0 હોય અને B તત્ત્વ પણ રેડિયો-ઍક્ટિવ હોય તથા તેનો ક્ષય-નિયતાંક λ હોય, તો સાબિત કરો કે t સમયે Bના પરમાણુની સંખ્યા $N = \frac{1}{\lambda}[\alpha - (\alpha - \lambda N_0)e^{-\lambda t}]$ છે.

ઉકેલ : Aમાંથી B તત્ત્વનો બનવાનો (ઉત્પાદનનો) દર α = અચળ. જો t સમયે B તત્ત્વમાં પરમાણુની સંખ્યા N હશે, તો તે સમયે B તત્ત્વના વિભંજનનો દર = $-\lambda N$.

$\therefore$ B તત્ત્વના પરમાણુની સંખ્યાના ફેરફારનો દર

$$\frac{dN}{dt} = \alpha - \lambda N$$

$$\therefore \frac{dN}{\alpha - \lambda N} = dt$$

$$\therefore \int_{N_0}^{N} \frac{dN}{\alpha - \lambda N} = \int_0^t dt$$

$$\therefore \left(-\frac{1}{\lambda}\right) [\ln(\alpha - \lambda N)]_{N_0}^{N} = [t]_0^t$$

$$\therefore [\ln(\alpha - \lambda N) - \ln(\alpha - \lambda N_0)] = -\lambda[t - 0]$$

$\therefore \; ln \dfrac{\alpha - \lambda N}{\alpha - \lambda N_0} = -\lambda t$

$\therefore \; \dfrac{\alpha - \lambda N}{\alpha - \lambda N_0} = e^{-\lambda t}$

$\therefore \; \alpha - \lambda N = (\alpha - \lambda N_0)e^{-\lambda t}$

$\therefore \; \lambda N = \alpha - (\alpha - \lambda N_0)e^{-\lambda t}$

$\therefore \; N = \dfrac{1}{\lambda}[\alpha - (\alpha - \lambda N_0)e^{-\lambda t}]$

ઉદાહરણ 7 : જેમના ક્ષય-નિયતાંકો અનુક્રમે 0.1 day^{-1} અને 0.2 day^{-1} છે, તેવાં બે તત્ત્વો A અને Bના મિશ્રણમાં પ્રારંભમાં Aની ઍક્ટિવિટી Bની ઍક્ટિવિટી કરતાં 3 ગણી છે. જો મિશ્રણની પ્રારંભિક ઍક્ટિવિટી 2mCi હોય તો 10 days પછી મિશ્રણની ઍક્ટિવિટી શોધો.

ઉકેલ : $\lambda_A = 0.1 \; day^{-1}, \; \lambda_B = 0.2 \; day^{-1}$

$(I_0)_A = 3(I_0)_B$

$t = 0$ સમયે મિશ્રણની ઍક્ટિવિટી

$I_0 = (I_0)_A + (I_0)_B = (3I_0)_B + (I_0)_B$

$\therefore \; 2 = 4(I_0)_B$

$\therefore \; (I_0)_B = 0.5 \; mCi$

$\therefore \; (I_0)_A = 1.5 \; mCi$

t સમયે Aની ઍક્ટિવિટી $I_A = (I_0)_A \cdot e^{-\lambda_A t}$

$= (1.5)(e)^{-(0.1)(10)}$

$= \dfrac{1.5}{e} = \dfrac{1.5}{2.718} = 0.552 \; mCi$

t સમયે Bની ઍક્ટિવિટી $I_B = (I_0)_B \cdot e^{-\lambda_B t}$

$= (0.5)[e^{-(0.2)(10)}]$

$= \dfrac{0.5}{e^2} = \dfrac{0.5}{2.718^2} = 0.067 \; mCi$

$\therefore$ t સમયે મિશ્રણની કુલ ઍક્ટિવિટી

$I = I_A + I_B = 0.552 + 0.067 = 0.619 \; mCi$

ઉદાહરણ 8 : 15hrના અર્ધ-આયુ તેમજ 1 માઇક્રોક્યૂરિ ઍક્ટિવિટી ધરાવતા રેડિયો ન્યુક્લાઇડ ^{24}Na ધરાવતા દ્રાવણને થોડી માત્રામાં એક વ્યક્તિના રક્તમાં દાખલ કરવામાં આવે છે. 5hr પછી 1 cm^3 કદનો રક્તનો નમૂનો લેતાં તેની ઍક્ટિવિટી 296 વિભંજન/મિનિટ જણાય છે. તે વ્યક્તિના શરીરમાં રક્તનું કુલ કદ શોધો. 1 ક્યૂરિ $= 3.7 \times 10^{10}$ વિભંજન/સેકંડ.

ઉકેલ : ^{24}Naની પ્રારંભિક ઍક્ટિવિટી

$I_0 = 1.0 \; \mu Ci = 1.0 \times 10^{-6} \times 3.7 \times 10^{10}$ વિભંજન/ સેકંડ

$= 3.7 \times 10^4$ વિભંજન/સેકંડ

$\lambda = \dfrac{0.693}{\tau_{\frac{1}{2}}} = \dfrac{0.693}{15 \times 3600} s^{-1}$

$I_0 = \lambda N_0$

$\therefore\ N_0 = \frac{I_0}{\lambda} = \frac{(3.7\times10^4)\cdot(15\times3600)}{0.693}$

$= 2.883 \times 10^9 = {}^{24}Na$ના દ્રાવણમાં ન્યુક્લિયસની કુલ પ્રારંભિક સંખ્યા.

1 cm^3 રક્તના નમૂનામાં 5hr પછી રેડિયો-ન્યુક્લિયસની સંખ્યા N હોય અને તે સમયની ઍક્ટિવિટી $I = \frac{296}{60}$ વિભંજન/સેકંડ હોય તો $I = \lambda N$ પરથી

$$N = \frac{I}{\lambda} = \frac{296}{60} \times \frac{15\times3600}{0.693}$$

$= 3.844 \times 10^5$

= 5 કલાકને અંતે 1 cm^3 નમૂનામાં ${}^{24}Na$નાં ન્યુક્લિયસની સંખ્યા.

જો આ 1 cm^3 રક્તના નમૂનામાં રેડિયો-ઍક્ટિવ ન્યુક્લિયસની પ્રારંભિક સંખ્યા (t = 0 સમયે) N_0' હોય, તો

$$\left(\frac{N}{N_0'}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{\tau_{1/2}}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5}{15}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\therefore\ N_0' = (N)(2)^{\frac{1}{3}} = (N)(1.269)$$

$$= (3.844 \times 10^5)(1.269)$$

આમ, N_0' રેડિયો-ન્યુક્લાઇડ માટે રક્તનું કદ 1 cm^3 હોય

તો, N_0 રેડિયો-ન્યુક્લાઇડ માટે રક્તનું કદ (?)

$$\therefore \text{ રક્તનું કદ } = \frac{N_0}{N_0'} = \frac{2.883 \times 10^9}{(1.269)(3.844 \times 10^5)}$$

$= 5.91 \times 10^3\ cm^3$

$= 5.91$ litre

ઉદાહરણ 9 : 10^2 m ત્રિજ્યાવાળા એક ગોળામાં રેડિયો-ઍક્ટિવ દ્રવ્ય $5 \times 10^7\ s^{-1}$ના દરથી β^--કણોનું ઉત્સર્જન કરે છે. જો ઉત્સર્જાતા β^--કણોમાંથી 40 % કણો ગોળા પરથી છટકી જતાં હોય, તો ગોળાનું સ્થિતિમાન 0થી વધીને 16 V થતાં કેટલો સમય લાગશે? ($k = 9 \times 10^9$ SI લો.)

ઉકેલ : ઉત્સર્જન પામેલા β^--કણોમાંથી દર એક સેકંડે ગોળાને છોડી જતાં β^--કણોની સંખ્યા $= n = (0.4)(5 \times 10^7)$.

$= (2 \times 10^7)\ s^{-1}$

$\therefore$ t સેકંડમાં ગોળાને છોડી જતાં β^--કણોની સંખ્યા $= n \times t$.

$\therefore$ t સેંકડમાં ગોળાને મળતો વિદ્યુતભાર $Q = n \times t \times e$ .... (ધન)

તેનાથી ઉદ્ભવતું સ્થિતિમાન V હોય તો,

$$V = \frac{kQ}{R} = \frac{k(n\times t\times e)}{R}$$

$$\therefore\ 16 = 9 \times 10^9 \frac{(2\times10^7)(t)(1.6\times10^{-19})}{10^2}$$

$$\therefore\ t = \frac{16\times10^2}{9\times2\times1.6\times10^{-3}} = 55578 \text{ s} = 15.438 \text{ hr}$$

6.13 α-ક્ષય (α-Decay)

રેડિયો-ઍક્ટિવિટીની ઘટનામાં રેડિયો-ઍક્ટિવ તત્ત્વના ન્યુક્લિયસ અસ્થાયી હોવાથી વિભંજન પામે છે અને નવો ન્યુક્લિયસ બનાવે છે. વિભંજન પામતા ન્યુક્લિયસને જનક (Parent) ન્યુક્લિયસ અને નવા બનતા ન્યુક્લિયસને જનિત (Daughter) ન્યુક્લિયસ કહે છે.

Z > 83 ધરાવતા મોટા ભાગના ન્યુક્લિયસ α-કણોનું ઉત્સર્જન કરે છે. ઉદાહરણ તરીકે ${}_{92}U^{238}$ ન્યુક્લિયસ α-કણનું ઉત્સર્જન કરીને ${}_{90}Th^{234}$માં ફેરવાય છે.

આ પ્રક્રિયાને નીચે મુજબ લખાય છે.

$${}_{92}U^{238} \rightarrow {}_{90}Th^{234} + {}_{2}He^{4} \qquad (6.13.1)$$

આમ, α-ક્ષયની ઘટનામાં જનક તત્ત્વ કરતાં જનિત તત્ત્વના પરમાણુક્રમાંકનું મૂલ્ય 2 એકમ અને પરમાણુ-દળાંકનું મૂલ્ય 4 એકમ ઓછું હોય છે.

α-કણનું ઉત્સર્જન કરતા પદાર્થમાંના બધાં ન્યુક્લિયસો એક જ સમયે (એકીસાથે) α-કણોનું ઉત્સર્જન કરતા નથી. આ ઘટના સંભાવના સાથે સંકળાયેલ છે. તેથી કોઈ α-કણ ન્યુક્લિયસમાં રચાયા બાદ તરતજ કે બધા α-કણો એકીસાથે ઉત્સર્જન પામતા નથી, વળી જો ${}_{92}U^{238}$નું દળ ${}_{90}Th^{234}$ અને α-કણના સરવાળા કરતાં વધુ હોય તો જ કણનું આપમેળે ઉત્સર્જન શક્ય છે. જો આમ ન હોય તો આ પ્રક્રિયા આપમેળે થઈ શકે નહિ. (બહારથી ઊર્જા આપીને થઈ શકે). ન્યુક્લિયસનાં દળ પ્રમાણભૂત કોષ્ટક (Table)ની મદદથી મેળવી આપણે આ બાબતની ચકાસણી કરી શકીએ છીએ.

અહીં એ સ્પષ્ટ છે કે આ કિસ્સામાં ઉદ્‌ભવતી ઊર્જાનું મૂલ્ય $[M_U - (M_{Th} + M_\alpha)]c^2$ જેટલું હશે, જ્યાં M એ અનુરૂપ ન્યુક્લાઇડનું દળ છે.

6.14 β-ક્ષય (β-Decay)

β-ક્ષયની પ્રક્રિયામાં ન્યુક્લિયસ આપમેળે ઇલેક્ટ્રૉનનું અથવા પોઝિટ્રૉનનું ઉત્સર્જનકરે છે. પોઝિટ્રૉન એ ઇલેક્ટ્રૉન જેટલો જ પણ ધનવિદ્યુતભાર ધરાવે છે, અને તેના બીજા ગુણધર્મો બિલકુલ ઇલેક્ટ્રૉનના ગુણધર્મો જેવા જ (indetial properties) છે. આમ, પોઝિટ્રૉન એ ઇલેક્ટ્રૉનનો પ્રતિકણ (antiparticle) છે. પોઝિટ્રૉન અને ઇલેક્ટ્રૉનને અનુક્રમે β^+ અને β^- અથવા ${}^{0}_{+1}e$ અને ${}^{0}_{-1}e$ અથવા e^+ અને e^- તરીકે પણ લખાય છે, β-ક્ષયનાં જાણીતાં ઉદાહરણો નીચે મુજબ છે.

$${}_{15}P^{32} \rightarrow {}_{16}S^{32} + {}^{0}_{-1}e + \bar{\nu} \qquad (6.14.1)$$

(ઇલેક્ટ્રૉન) (ઍન્ટિન્યુટ્રિનો)

$${}_{11}Na^{22} \rightarrow {}_{10}Ne^{22} + {}^{0}_{+1}e + \nu \qquad (6.14.2)$$

(પોઝિટ્રૉન) (ન્યુટ્રિનો)

જનક તત્ત્વ કરતાં જનિત તત્ત્વના પરમાણુક્રમાંકનું મૂલ્ય β^--ક્ષયમાં એક એકમ વધુ અને β^+-ક્ષયમાં એક એકમ ઓછું હોય છે. બંને કિસ્સામાં જનિત તત્ત્વનો પરમાણુદળાંક જનક તત્ત્વ જેટલો જ હોય છે. e^+ના ઉત્સર્જન સાથે ન્યુટ્રિનો અને e^-ના ઉત્સર્જન સાથે ઍન્ટિન્યુટ્રિનો નામના કણ પણ ઉત્સર્જાય છે. ન્યુટ્રિનો અને ઍન્ટિન્યુટ્રિનો એક બીજાના પ્રતિકણ છે. તેઓ વિદ્યુત-તટસ્થ છે અને તેમનું દળ ઇલેક્ટ્રૉનની સરખામણીમાં પણ અત્યંત અલ્પ છે. બીજા કણો સાથે તેમની આંતરક્રિયા નહિવત્ હોવાથી તેમની પરખ (Detection) કરવી અત્યંત મુશ્કેલ છે. તેઓ ખૂબ

મોટા દ્રવ્યમાંથી (સમગ્ર પૃથ્વીની આરપાર પણ) કંઈ પણ આંતરક્રિયા કર્યા વિના પસાર થઈ શકે છે. તેઓ $\frac{\hbar}{2}$ (જ્યાં $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ છે.) સ્પિન ધરાવે છે.

β-ક્ષયમાં ઇલેક્ટ્રૉન ન્યુક્લિયસમાંથી ઉત્સર્જિત થાય છે. (ન્યુક્લિયસની બહારની ઇલેક્ટ્રૉનની કક્ષાઓમાંથી નહિ). ન્યુક્લિયસમાં ઇલેક્ટ્રૉન રહેતા નથી તો પછી ન્યુક્લિયસમાંથી કેવી રીતે ઉત્સર્જાઈ શકે ? હકીકતમાં ન્યુક્લિયસમાંના એક ન્યુટ્રૉનનું પ્રોટોન અને ઇલેક્ટ્રૉનમાં વિભંજન થાય છે અને આ નવો જન્મેલો ઇલેક્ટ્રૉન (તે ન્યુક્લિયસમાં જન્મી શકે પણ ત્યાં રહી ન શકે) તત્કાળ ઉત્સર્જિત થાય છે, જેને આપણે β^--કણ કહીએ છીએ. સ્થાયીપણા માટે જરૂરી હોય તેટલા કરતાં વધુ ન્યુટ્રૉન ધરાવતા ન્યુક્લિયસમાં ન્યુટ્રૉનનું વિભંજન થઈ β^-નું ઉત્સર્જન થાય છે.

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$$

જો pનું ન્યુટ્રૉનમાં રૂપાંતર થાય, તો e^+ ઉત્સર્જાય છે.

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu$$

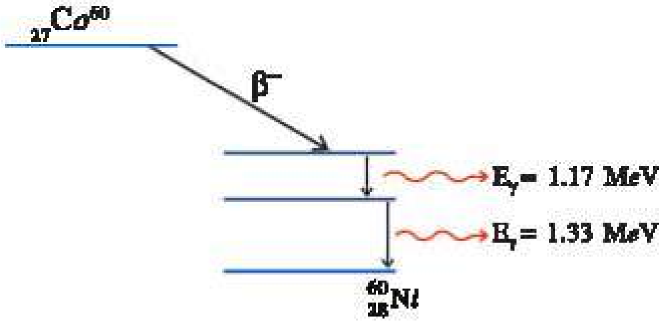
6.15 γ-ક્ષય (γ-Decay)

પરમાણુઓનાં જેમ ઊર્જાસ્તરો હોય છે, તેમ ન્યુક્લિયસોનાં પણ ઊર્જાસ્તરો હોય છે. પરમાણુની જેમ ન્યુક્લિયસ પણ વધારે ઊર્જાવાળા સ્તરમાંથી ઓછી ઊર્જાવાળા સ્તરમાં સંક્રાંતિ કરે છે ત્યારે તેમના તફાવત જેટલી ઊર્જા ધરાવતો ફોટોન ઉત્સર્જન પામે છે. ન્યુક્લિયસનાં ઊર્જાસ્તરો MeVના ક્રમનાં હોય છે. આવાં સ્તરો વચ્ચેનો ઊર્જા-તફાવત 1 MeV હોય, તો પણ ઉત્સર્જિત ફોટોનની તરંગલંબાઈ γ-કિરણોના વિસ્તારમાં મળે છે, તે નીચેની ગણતરી પરથી સ્પષ્ટ થશે.

hf = 1 MeV, પરથી $\frac{hc}{\lambda} = (1 \times 10^6)(1.6 \times 10^{-19}\ J)$

$$\therefore \lambda = \frac{hc}{(1 \times 10^6)(1.6 \times 10^{-19})}$$

$$\therefore \lambda = \frac{(6.6 \times 10^{-34})(3.0 \times 10^8)}{1 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}} = 12.37 \times 10^{-13} m = 0.0012\ nm$$



આકૃતિ 6.7 γ-ક્ષય

λનું આ મૂલ્ય γ-કિરણોના વિભાગમાં આવે છે. આમ, આ વિકિરણ γ-કિરણ છે. જ્યારે ન્યુક્લિયસમાંથી α કે β-કણનું ઉત્સર્જન થાય છે ત્યારે જનિત ન્યુક્લિયસ મોટા ભાગે ઉત્તેજિત અવસ્થામાં હોય છે. આવું જનિત ન્યુક્લિયસ એક કે વધુ સંક્રાંતિ કરીને અનુરૂપ γ-ફોટોનનું ઉત્સર્જન કરે છે.

ઉદાહરણ તરીકે $^{60}_{27}Co$ એ β^--કણનું ઉત્સર્જન કરીને $^{60}_{28}Ni$માં રૂપાંતર થાય છે ત્યારે $^{60}_{28}Ni$ ન્યુક્લિયસ ઉત્તેજિત અવસ્થામાં હોય છે. અને તેમાંથી તબક્કાવાર સંક્રાંતિ કરીને 1.17 MeV અને 1.33 MeV ઊર્જાવાળાં γ-કિરણોના ફોટોનનાં ઉત્સર્જન કરે છે.

ઉદાહરણ 10 : $^{238}_{92}U$નો પરંપરિત ક્ષય થઈને $^{206}_{82}Pb$ અંતિમ નીપજ મળતી હોય, તો કેટલા α અને β કણોનું ઉત્સર્જન થયું હશે?

ઉકેલ : ધારો કે આ પ્રક્રિયામાં x, α-કણો અને y, β-કણો ઉત્સર્જિત થાય છે.

$$\therefore\ {}^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + x\left({}^{4}_{2}He\right) + y\left({}^{0}_{-1}e\right)$$

બંને બાજુનાં પરમાણુ-દળાંક સરખાવતાં,

$238 = 206 + x(4) + y(0)$

$\therefore x = 8$

હવે બંને બાજુ પરમાણુક્રમાંક સરખાવતાં

$92 = 82 + 2x + y(-1)$

$= 82 + 16 - y$

$\therefore y = 6$

આમ આ પ્રક્રિયામાં 8 α-કણો અને 6 β-કણો ઉત્સર્જિત થયા છે.

6.16 ન્યુક્લિયર પ્રક્રિયાઓ (Nuclear Reactions)

રધરફર્ડે ઈ.સ. 1919માં એમ દર્શાવ્યું કે કોઈ સ્થાયી તત્ત્વ પર યોગ્ય ઊર્જાવાળા યોગ્ય કણોનું પ્રતાડન કરીને તે તત્ત્વનું બીજા તત્ત્વમાં રૂપાંતરણ (Tranformation) કરી શકાય છે. આવી પ્રક્રિયાને કૃત્રિમ ન્યુક્લિયર રૂપાંતરણ કહે છે. તેણે દર્શાવ્યું કે α-કણોનું પ્રતાડન નાઇટ્રોજન પર કરવાથી નાઇટ્રોજનનું ઑક્સિજનમાં રૂપાંતરણ થાય છે. આ પ્રક્રિયા નીચે મુજબ લખી શકાય છે.

$${}^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{17}_{8}O + {}^{1}_{1}H + Q \qquad (6.16.1)$$

આવી, ન્યુક્લિયસમાં ફેરફાર થાય તેવી, પ્રક્રિયાઓને ન્યુક્લિયર પ્રક્રિયાઓ કહે છે. અત્રે Qને ન્યુક્લિયર પ્રક્રિયાનું Q-મૂલ્ય કહે છે અને તે પ્રક્રિયામાં ઉદ્ભવતી ઊર્જા દર્શાવે છે. વળી, આવી પ્રક્રિયાને $A + a \rightarrow B + b + Q$ અથવા A (a, b) B સંકેત દ્વારા પણ દર્શાવાય છે.

અહીં Aને ટાર્ગેટ (લક્ષ્ય) ન્યુક્લિયસ,

aને પ્રક્ષિપ્તકણ,

Bને નીપજ ન્યુક્લિયસ અને

bને ઉત્સર્જિત કણ કહે છે.

પ્રક્રિયામાં ઉદ્ભવતી ઊર્જા Q, પ્રક્રિયામાં થતા દળના ઘટાડાને સમતુલ્ય ઊર્જા જેટલી હોય છે.

$$Q = [m_A + m_a - m_B - m_b]c^2 \qquad (6.16.2)$$

જ્યાં m અનુરૂપ કણના દળ છે.

ઉદ્ભવતી આ ઊર્જા, પ્રક્રિયામાં થતા ગતિ-ઊર્જાના વધારા સ્વરૂપે દેખાય છે. જો $Q > 0$, હોય, તો પ્રક્રિયાને ઊર્જાક્ષેપક (Exoergic) કહે છે અને જો $Q < 0$ હોય તો પ્રક્રિયાને ઊર્જાશોષક (Endoergic) પ્રક્રિયા કહે છે. ઊર્જાશોષક પ્રક્રિયા આપમેળે થઈ શકે નહિ પણ પૂરતી ઊર્જા આપવામાં આવે, તો જ આવી પ્રક્રિયા થઈ શકે, તે સ્વયંસ્પષ્ટ છે.

ન્યુક્લિયર પ્રક્રિયાઓમાં વેગમાનનું, વિદ્યુતભારનું અને ઊર્જાનું એમ દરેકનું સંરક્ષણ થાય તે જરૂરી છે. વિદ્યુતભારનું સંરક્ષણ થાય છે તે બાબત પરમાણુક્રમાંક પરથી જોઈ શકાય છે. વળી, પ્રક્રિયામાં પરમાણુ-દળાંકના સરવાળા પણ પ્રક્રિયા અગાઉ અને પછી સમાન હોય છે, પણ દળમાં ફેરફાર થઈ શકે છે. આપણે ટૂંકમાં નોંધીશું કે પ્રક્રિયાનું Q મૂલ્ય = પ્રક્રિયામાં થતાં દળના ઘટાડાને સમતુલ્ય ઊર્જા = ગતિઊર્જાનો વધારો.

ઉદાહરણ 11 : સામાન્ય રીતે લેબોરેટરીમાં ${}^{226}Ra$માંથી ઉત્સર્જાતા α-કણોને બેરિલિયમ ${}^{9}_{4}Be$ પર પ્રતાડિત કરી ${}^{9}_{4}Be + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{1}_{0}n$ પ્રક્રિયા દ્વારા ન્યુટ્રૉન મેળવાય છે. આ α-કણની ઊર્જા 4.78 MeV છે, તો ન્યુટ્રૉનને મળતી મહત્તમ ગતિ-ઊર્જા શોધો.

[M_α = 4.002603 *u*, M_{Be} = 9.012183 *u*, M_c = 12.000000 *u*, M_n = 1.0086 *u*, 1 *u* = 931.494 MeV લો.]

ઉકેલ : $^{9}_{4}Be + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{12}_{6}C + ^{1}_{0}n$

ઊર્જા-સંરક્ષણના નિયમ અનુસાર

$(M_{Be} + M_\alpha)c^2 + K_\alpha = (M_c + M_n)c^2 + K_n + K_c$

અહીં, ન્યુટ્રૉનને મહત્તમ ગતિ-ઊર્જા મળતી હોવાથી કાર્બનની ગતિ-ઊર્જા (K_e)શૂન્ય હોય. (*Be* લક્ષ્ય હોવાથી K_{Be} = 0 ગણેલ છે)

$\therefore$ (9.012183 + 4.002603)(931.494) + 4.78 = [12.000000 + 1.0086] × 931.494 + K_n

$\therefore$ K_n = 10.54 MeV

ઉદાહરણ 12 : સ્થિર સ્થિતિમાં રહેલા ^{241}Am માંથી α-કણનું ઉત્સર્જન $^{241}Am \rightarrow \alpha + ^{237}N_p$ પ્રક્રિયા મુજબ થાય છે. નીચેની વિગતોનો ઉપયોગ કરી α-કણની ગતિ-ઊર્જા શોધો.

M_{Am} = 241.05682 *u*, M_α = 4.002603 *u*, M_{Np} = 237.04817 *u*, 1 *u* = 931.474 MeV

ઉકેલ : ઊર્જા-સંરક્ષણના નિયમ મુજબ,

$(M_{Am})c^2 = (M_\alpha + M_{Np})c^2 + K_f$

જ્યાં K_f = નીપજો α અને N_pની કુલ ગતિ-ઊર્જા

$\therefore K_f = (M_{Am} - M_\alpha - M_{Np})c^2$

= દળ-તફાવતને સમતુલ્ય ઊર્જા

= [241.05682 − 4.002603 − 237.04817] × 931.474 MeV

= 5.6326 MeV

વેગમાન-સંરક્ષણના નિયમ મુજબ,

$0 = \vec{P}_\alpha + \vec{P}_{Np}$ (∵ Amનું વેગમાન શૂન્ય છે.)

$\therefore P_{Np} = P_\alpha$ (મૂલ્યમાં)

$\therefore$ કુલ ગતિ-ઊર્જા $K_f = \dfrac{p_\alpha^2}{2M_\alpha} + \dfrac{p_{Np}^2}{2M_{Np}}$ (∵ ગતિ-ઊર્જા $= \dfrac{p^2}{2m}$)

$= \dfrac{p_\alpha^2}{2M_\alpha} + \dfrac{p_\alpha^2}{2M_{Np}}$ (∵ $p_{N_p} = P_\alpha$)

$= \dfrac{p_\alpha^2}{2}\left[\dfrac{1}{M_\alpha} + \dfrac{1}{M_{Np}}\right] = \dfrac{p_\alpha^2}{2}\left[\dfrac{M_{Np} + M_\alpha}{M_\alpha M_{Np}}\right]$

$\therefore$ α-કણની ગતિ-ઊર્જા $= \dfrac{p_\alpha^2}{2M_\alpha} = \dfrac{K_f \cdot M_{Np}}{M_{Np} + M_\alpha} = \dfrac{(5.6326)(237.04817)}{237.04817 + 4.002603}$

= 5.539 MeV

ઉદાહરણ 13 : સ્થિર ન્યુક્લિયસ Xની $^{A}_{Z}X \rightarrow ^{A-4}_{Z-2}Y + ^{4}_{2}He + Q$ પ્રક્રિયામાં α-કણનું દળ M_α અને Y-ન્યુક્લિયસનું દળ M_Yનો ગુણોત્તર $\frac{M_\alpha}{M_Y} = \frac{4}{A-4}$ લઈને પ્રક્રિયાનું Q-મૂલ્ય, $Q = K_\alpha\left(\frac{A}{A-4}\right)$ વડે મળે છે, તેમ દર્શાવો. K_α = α-કણની ગતિ ઊર્જા છે.

ઉકેલ : પ્રક્રિયાનું Q મૂલ્ય = દળ-તફાવતને સમતુલ્ય ઊર્જા

$$= (M_X - M_Y - M_\alpha)c^2$$

= ગતિ-ઊર્જામાં વધારો

$$= (K_\alpha + K_Y) - 0 \ (\because \text{ X ન્યુક્લિયસ સ્થિર છે.})$$

$$= \frac{1}{2}M_\alpha v_\alpha^2 + \frac{1}{2}M_Y v_Y^2 \quad (1)$$

વેગમાન-સંરક્ષણના નિયમ પરથી

$$M_\alpha \vec{v}_\alpha + M_Y \vec{v}_Y = 0$$

$$\therefore M_Y v_Y = M_\alpha v_\alpha \ (\text{મૂલ્યમાં}) \quad (2)$$

$$\therefore v_Y = \left(\frac{M_\alpha}{M_Y}\right)v_\alpha$$

આ મૂલ્ય (1)માં મૂકતાં

$$Q = \frac{1}{2}M_\alpha v_\alpha^2 + \frac{1}{2}M_Y\left(\frac{M_\alpha}{M_Y}\right)^2 v_\alpha^2$$

$$= \frac{1}{2}M_\alpha v_\alpha^2\left[\frac{M_\alpha}{M_Y} + 1\right] = K_\alpha\left(\frac{4}{A-4} + 1\right)$$

$$= K_\alpha\left(\frac{A}{A-4}\right)$$

6.17 ન્યુક્લિયર-વિખંડન (Nuclear Fission)

ઈ.સ. 1932માં ચેડ્વિકે ન્યુટ્રૉનની શોધ કરી. ત્યાર બાદ ફર્મિએ એમ સૂચવ્યું કે ન્યુટ્રૉન વિદ્યુતભારવિહીન હોવાથી તેને કુલંબ અપાકર્ષણ બળોનો સામનો કરવો પડતો નથી. તેથી ન્યુક્લિયસ પર ન્યુટ્રૉનનો મારો ચલાવતાં તે ન્યુક્લિયસમાં ઘૂસી શકે છે. આથી તે સારો પ્રક્ષિપ્ત કણ છે.

હાન (Hann) અને સ્ટ્રાસમેને (Strassman) યુરેનિયમનાં સંયોજનો પર થર્મલ ન્યુટ્રૉન (ઊર્જા લગભગ ≈ 0.04 *e*V) નો મારો ચલાવ્યો ત્યારે ઉદ્ભવેલા નવાં રેડિયો-ઍક્ટિવ તત્ત્વમાં $_{56}Ba^{144}$ મળ્યું. આ પરિણામ તેમને આશ્ચર્યજનક લાગ્યું હતું. મિટનર (Meitner) અને ફ્રિશ (Frisch) નામના વિજ્ઞાનીઓએ એમ શોધ્યું કે જ્યારે યુરેનિયમના ન્યુક્લિયસ પર થર્મલ ન્યુટ્રૉનનો મારો ચલાવવામાં આવે છે, ત્યારે તે યુરેનિયમના ન્યુક્લિયસનું બે લગભગ સરખા ભાગમાં વિભાજન કરે છે અને આ ક્રિયામાં વિપુલ ઊર્જા ઉત્પન્ન થાય છે. આ ઘટનાને ન્યુક્લિયર-વિખંડન (Nuclear Fission) નામ આપવામાં આવ્યું.

યુરેનિયમના વિખંડનમાં જુદા-જુદા અનેક નીપજ ન્યુક્લિયસો મળી શક્યા છે.

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{236}_{92}U \rightarrow ^{144}_{56}Ba + _{36}Kr^{89} + 3_{0}n^{1} + Q$$

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{236}_{92}U \rightarrow ^{133}_{51}Sb + ^{99}_{41}Nb + 4^{1}_{0}n + Q$$

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{236}_{92}U \rightarrow ^{140}_{54}Xe + _{38}Sr^{94} + 2^{1}_{0}n + Q$$

વિખંડનથી ઉદ્‌ભવતા નીપજ ન્યુક્લિયસોને વિખંડન ટુકડાઓ (Fission Fragments) કહે છે; ન્યુટ્રૉનને વિખંડન ન્યુટ્રૉન અને ઊર્જાને વિખંડન-ઊર્જા કહે છે. ઉપરની પ્રક્રિયામાં વિખંડન ટુકડાઓ તરીકે 60 જેટલા જુદા-જુદા ન્યુક્લિયસ મળે છે, જેમનાં Z મૂલ્યો 36થી 56 વચ્ચે હોય છે. A = 95 અને A = 140 વાળા ન્યુક્લિયસો બનવાની સંભાવના મહત્તમ હોય છે. વિખંડન ટુકડાઓ રેડિયો-ઍક્ટિવ હોય છે અને β^--કણોના પરંપરિત ઉત્સર્જન દ્વારા સ્થાયી ન્યુક્લિયસમાં પરિણમે છે.

આ ઘટનામાં ઉદ્‌ભવતા ન્યુટ્રૉન ઝડપી (ઊર્જા લગભગ 2 M*e*V) હોય છે.

આ પ્રક્રિયાનું Q-મૂલ્ય એટલે કે ઉદ્‌ભવતી ઊર્જાનું મૂલ્ય, વિખંડન દીઠ લગભગ 200 MeV જેટલું પ્રચંડ હોય છે. આ ઊર્જા પ્રક્રિયકો અને નીપજોના દળના તફાવતનું ઊર્જામાં રૂપાંતર થવાથી મળે છે. આ ઊર્જા પ્રારંભમાં વિખંડન ટુકડાઓ અને ન્યુટ્રૉનની ગતિ-ઊર્જા સ્વરૂપે હોય છે, જે અંતે આસપાસના દ્રવ્યમાં ઉષ્મા ઊર્જા રૂપે રૂપાંતરિત થાય છે.

વિદ્યુતપાવર ઉત્પન્ન કરતા ન્યુક્લિયર રિઍક્ટરમાં આવી ન્યુક્લિયર વિખંડનની પરંપરિત (Successive) પ્રક્રિયા થાય છે પણ નિયંત્રિત સ્વરૂપમાં હોય છે. જ્યારે ન્યુક્લિયર બૉમ્બમાં આવી પરંપરિત પ્રક્રિયા અનિયંત્રિત સ્વરૂપમાં થઈને વિસ્ફોટ સર્જે છે.

ન્યુક્લિયર વિખંડનની પ્રક્રિયાની સૈદ્ધાંતિક સમજૂતી "ન્યુક્લિયસના પ્રવાહી બુંદ મૉડેલ" (Liquid Drop Model of Nucleus) દ્વારા આપવામાં આવે છે. જેમાં ન્યુક્લિયસને પ્રવાહીના એક બુંદ સાથે સરખાવેલ છે.

6.18 ન્યુક્લિયર શૃંખલા-પ્રક્રિયા અને ન્યુક્લિયર રિઍક્ટર (Nuclear Chain Reaction and Nuclear Reactor)

ન્યુક્લિયર શૃંખલા-પ્રક્રિયા : અગાઉના પરિચ્છેદમાં આપણે જોયું કે ધીમા ન્યુટ્રૉન વડે $^{235}_{92}U$ ના ન્યુક્લિયસના વિખંડનની પ્રક્રિયામાં એક કે એકથી વધારે ન્યુટ્રૉન પણ ઉત્સર્જન પામે છે. સરેરાશ રીતે તેના દર એક વિખંડન દીઠ $2\frac{1}{2}$ ન્યુટ્રૉન મળે છે. અહીં દેખાતા અપૂર્ણાંકનું કારણ એ છે કે કેટલીક વિખંડન ઘટનામાં 3 ન્યુટ્રૉન તો કેટલીકમાં 4 કે 2 ન્યુટ્રૉન ઉત્સર્જિત થાય છે. ઈ.સ. 1939માં ફર્મિએ સૂચવ્યું કે આ રીતે ઉદ્‌ભવતા ન્યુટ્રૉન વડે બીજા વધુ U ન્યુક્લિયસોનું વિખંડન ઉપજાવી શકાય તો હજી વધારે ઊર્જા અને હજી વધારે ન્યુટ્રૉન પણ મળે. આવી પ્રક્રિયાની હારમાળાને ન્યુક્લિયર શૃંખલા-પ્રક્રિયા કહે છે. જો આવી પ્રક્રિયાને યોગ્ય રીતે નિયંત્રિત કરી શકાય તો એક સમાન દરથી ઊર્જા સતત મળતી રહે - જેનું ઉદાહરણ છે ન્યુક્લિયર રિઍક્ટર. જો આવી પ્રક્રિયા અનિયંત્રિત રહે, તો ઉત્પન્ન ઊર્જાથી વિસ્ફોટ થાય છે - જેનું ઉદાહરણ છે ન્યુક્લિયર બૉમ્બ.

હવે આપણે ન્યુક્લિયર શૃંખલા-પ્રક્રિયાની સફળતા આડે આવતી મુશ્કેલીઓ અને તેના નિવારણ અંગે જોઈશું.

(1) વિખંડન ન્યુટ્રૉન ઘણા ઝડપી (સરેરાશ ઊર્જા 2 M*e*V) હોય છે. તેમને વિખંડન દ્રવ્યમાંથી છટકી જતા અટકાવવા પડે. વળી, તેમને ધીમા પાડી વિખંડન માટે યોગ્ય એવા થર્મલ ન્યુટ્રૉનમાં (ઊર્જા લગભગ 0.04 *e*V) માં ફેરવવા પડે.

ન્યુટ્રૉનને છટકી જતા અટકાવવા માટે ન્યુટ્રૉન પરાવર્તક સપાટીઓ રાખવામાં આવે છે અને વિખંડન દ્રવ્યની ગોઠવણીમાં પૃષ્ઠ / કદ ગુણોત્તર નાનો બને તેવી યોજના કરવામાં આવે છે, કારણકે ન્યુટ્રૉનના લીકેજની પ્રક્રિયા પૃષ્ઠ (Surface) પ્રક્રિયા છે. ન્યુટ્રૉનને ધીમા પાડવા માટે મૉડરેટર (Moderater) તરીકે ઓળખાતાં દ્રવ્યો વિખંડન દ્રવ્યની સાથે જ રાખવામાં આવે છે. સામાન્ય પાણી (H_2O), ભારે પાણી (D_2O), ગ્રૅફાઇટ, બેરિલિયમ વગેરે સારાં મૉડરેટર છે. તેઓ ન્યુટ્રૉનને ધીમા પાડે છે પણ ન્યુટ્રૉનનું શોષણ નથી કરતાં.

ઝડપી કરતાં ધીમા ન્યુટ્રૉન $^{235}_{92}U$ નું વિખંડન ઉપજાવવામાં વધુ અસરકારક છે.

(2) આવી શૃંખલા-પ્રક્રિયામાં પુષ્કળ ઉષ્મા-ઊર્જા ઉત્પન્ન થતાં તાપમાન 10^6 K થવાની સંભાવના છે. આથી વિખંડન-દ્રવ્ય, મોડરેટર વગેરેને ઠંડા પાડી તે ઉષ્મા-ઊર્જાને ઉપયોગી સ્વરૂપમાં ફેરવવી પડે. આ માટે શીતક (Coolant) દ્રવ્યો વપરાય છે.

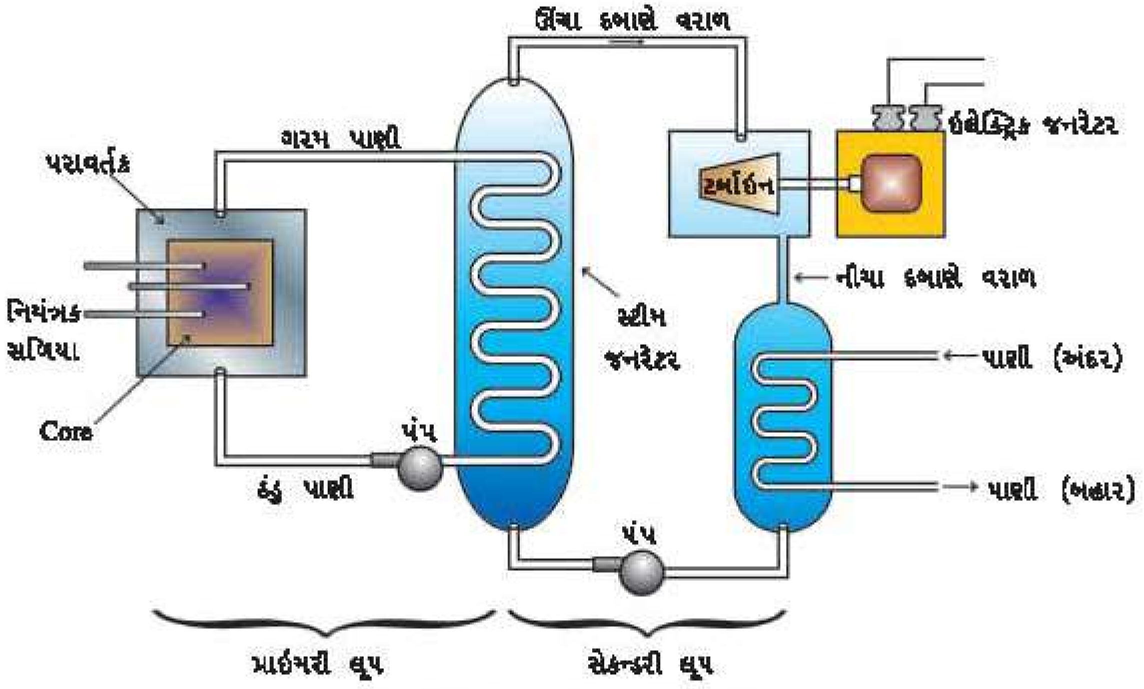
પાણી, પ્રવાહી સોડિયમ ધાતુ, વાયુ વગેરેને આવા શીતક તરીકે વિખંડન ચેમ્બરમાં નળીઓ દ્વારા પસાર કરવામાં આવે છે.

(3) ન્યુક્લિયર વિખંડન શૃંખલા-પ્રક્રિયામાં કોઈ પણ તબક્કે ઉત્પન્ન થયેલ ન્યુટ્રૉનની સંખ્યા અને તે તબક્કે આપાત ન્યુટ્રૉનની સંખ્યાના ગુણોત્તરને ગુણાક અંક અથવા મલ્ટિપ્લિકેશન ફૅક્ટર K કહે છે. તે ન્યુટ્રૉનની સંખ્યાના વૃદ્ધિદરનું માપ છે. જ્યારે K = 1 થાય ત્યારે રિઍક્ટર ક્રિટિકલ થયાનું કહેવાય છે. જો Kનું મૂલ્ય 1 કરતાં વધી જાય તો રિઍક્ટર સુપરક્રિટિકલ સ્થિતિમાં હોવાનું કહેવાય છે. આવી સ્થિતિમાં પ્રક્રિયાનો દર અને ઊર્જા ખૂબ ઝડપથી વધી જતાં વિસ્ફોટ થાય છે. જો Kનું મૂલ્ય 1 કરતાં ઓછું (Subcritical State) હોય, તો પ્રક્રિયા ધીમી પડીને અટકી જાય અને સતત સમાન દરે ઊર્જા મળે નહિ. આથી Kનું નિયંત્રણ કરવા માટે ન્યુટ્રૉનનું શોષણ કરી લે તેવા દ્રવ્ય - કેડમિયમ અને બોરોનના સળિયા વિખંડન-દ્રવ્યમાં રાખેલા હોય છે. આ સળિયાનાં સ્થાન સ્વયં નિયંત્રિત હોય છે.

Kનું મૂલ્ય 1 કરતાં વધી જાય તો ન્યુટ્રૉનનું વધુ શોષણ કરી લેવા માટે આ સળિયા, વિખંડન-દ્રવ્યમાં વધારે અંદર જાય છે. Kનું મૂલ્ય 1 કરતાં ઓછું થાય તો, આ સળિયા આપો આપ બહાર ખસી જાય અને ન્યુટ્રૉનનું શોષણ ઓછું કરે. આવા સળિયાઓને નિયંત્રક સળિયાઓ (Controlling Rods) કહે છે.

આ બધી જરૂરિયાતો એક સાથે સંતોષાય ત્યારે રિઍક્ટર માંથી સતત સમાન દરે ઊર્જા પ્રાપ્ત થાય છે.

ન્યુક્લિયર રિઍક્ટર : તે નિયંત્રિત ન્યુક્લિયર શૃંખલા પ્રક્રિયાના સિદ્ધાંત પર કાર્ય કરે છે. એક ખાસ પ્રકારના ન્યુક્લિયર રિઍક્ટર પાવર પ્લાન્ટની રેખાકૃતિ આકૃતિ 6.8 માં દર્શાવી છે. થર્મલ ન્યુટ્રૉન વડે વિખંડન થઈ શકે તે માટે $^{235}_{92}U$ને બળતણ તરીકે લેવામાં આવે છે. પણ કુદરતી યુરેનિયમમાં તેનું પ્રમાણ માત્ર 0.7% છે. અને $^{238}_{92}U$નું પ્રમાણ 99.3% છે. ખાસ પ્રક્રિયાઓ દ્વારા $^{235}_{92}U$નું પ્રમાણ લગભગ 3% કરવામાં આવે છે. આવા યુરેનિયમને સમૃદ્ધ (Enriched) યુરેનિયમ કહે છે. જ્યારે $^{238}_{92}U$ ન્યુટ્રૉનનું શોષણ કરે છે, ત્યારે નીચેની પ્રક્રિયાઓ મુજબ પ્લુટોનિયમ $^{239}_{94}Pu$ બનાવે છે.



આકૃતિ 6.8 ન્યુક્લિયર રિઍક્ટર

$$^{238}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{239}_{92}U \rightarrow ^{239}_{93}Np + _{-1}e^{0} + \bar{\nu}$$

$$^{239}_{93}Np \rightarrow ^{239}_{94}Pu + _{-1}e^{0} + \bar{\nu}$$

આ પ્લુટોનિયમ તીવ્ર રેડિયો-ઍક્ટિવ છે અને ધીમા ન્યુટ્રૉન વડે તેનું વિખંડન થઈ શકે છે.

રિઍક્ટરના ગર્ભ (Core) ભાગમાં બળતણ અને મૉડરેટર દ્રવ્યો રાખેલાં હોય છે. બળતણ દ્રવ્યમાં વિખંડન થાય છે. અહીં મૉડરેટર તરીકે અને શીતક તરીકે સાદું પાણી વપરાય છે. આને Pressurised Water Reactor કહે છે. પાણીને પંપ મારફતે રિઍક્ટરના coreમાં ધકેલવામાં આવે છે. તે Coreમાંથી બહાર આવે ત્યારે 150 atm દબાણે તેનું તાપમાન 600 K થાય છે. તેને સ્ટીમ જનરેટરમાં પસાર કરવામાં આવે છે. તેમાં ઉત્પન્ન થતી ભારે દબાણવાળી steam ટર્બાઇન ચલાવે છે, જેનાથી વિદ્યુતપાવર ઉત્પન્ન થાય છે. ટર્બાઇન ચલાવ્યા બાદ Steamનું દબાણ ઘટી જાય છે.

આ સ્ટીમને ઠંડી પાડી તેનું પાણીમાં રૂપાંતર કરવામાં આવે છે. અને ફરી પાછુ તેને પંપ મારફતે રિઍક્ટરમાં મોકલવામાં આવે છે. ગુણક અંક Kનું નિયંત્રણ કરવા માટે રિઍક્ટરમાં નિયંત્રક સળિયાઓ રાખેલા હોય છે.

6.19 સૂર્ય અને અન્ય તારાઓમાં તાપ-ન્યુક્લિયર સંલયન (Thermo Nuclear fusion in Sun and Other Stars)

સૂર્ય લગભગ 500 કરોડ વર્ષથી 3.8×10^{26} J/s જેટલા વિપુલ દરથી ઊર્જા ઉત્સર્જન કરતો રહ્યો છે. આટલી બધી ઊર્જાનું ઉદ્‌ગમ ઘણાં વર્ષો સુધી વિજ્ઞાનીઓ માટે અજ્ઞાત હતું, પરંતુ ન્યુક્લિયર ભૌતિક વિજ્ઞાનના અભ્યાસો પરથી આ અંગેની સમજૂતી મળી શકી છે.

ભારે ન્યુક્લિયસનું વિખંડન થતાં ઊર્જા મળે છે, તેના કરતાં ઊલટું, બે હલકાં યોગ્ય ન્યુક્લિયસને ઘણાં ઊંચાં તાપમાને સંલગ્ન કરી ભારે ન્યુક્લિયસ બનાવાય ત્યારે પણ વિપુલ માત્રામાં ઊર્જા ઉત્પન્ન થાય છે. આવી પ્રક્રિયાને તાપ ન્યુક્લિયર સંલયન કહે છે. ઉદાહરણ તરીકે પ્રોટોન કે ડ્યુટેરોનમાંથી હિલિયમ ન્યુક્લિયસ બનાવાય ત્યારે ખૂબ ઊર્જા ઉત્પન્ન થાય છે. સૂર્યમાં અને અન્ય તારાઓમાં તાપન્યુક્લિયર સંલયનની પ્રક્રિયા દ્વારા ઊર્જા ઉત્પન્ન થાય છે.

સૂર્યમાં નીચે દર્શાવેલા તબક્કા મુજબ પ્રોટોન-પ્રોટોનચક્ર તરીકે ઓળખાતી પ્રક્રિયા દ્વારા આવી ઊર્જા ઉત્પન્ન થાય છે.

$$^{1}_{1}H + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{2}_{1}H + _{+1}e^{0} + \nu + 0.42 \text{ MeV} \quad (6.19.1)$$

$$_{+1}e^{0} + _{-1}e^{0} \rightarrow 2\gamma + 1.02 \text{ MeV} \quad (6.19.2)$$

$$^{2}_{1}H + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{3}_{2}He + \gamma + 5.49 \text{ MeV} \quad (6.19.3)$$

$$^{3}_{2}He + ^{3}_{2}He \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{1}_{1}H + ^{1}_{1}H + 12.86 \text{ MeV} \quad (6.19.4)$$

પ્રથમ 3 પ્રક્રિયાઓ બે વાર થાય, ત્યારે તેમાં ઉત્પન્ન થતા બે $^{3}_{2}He$ ન્યુક્લિયસ વચ્ચે ચોથી પ્રક્રિયા થાય છે. બધી પ્રક્રિયાઓના પરિણામસ્વરૂપે $4^{1}_{1}H$ અને $2_{-1}e^{0}$ માંથી α-કણ, 2ν અને 6γ-ફોટોન ઉત્પન્ન થાય છે.

અત્રે $2 \times 0.42 + 2 \times 1.02 + 2 \times 5.49 + 12.86 = 26.7$ MeV ઊર્જા છૂટી પડે છે. આ ઉપરાંત તારાઓમાં ઉદ્‌ભવતી ઊર્જા માટે એક બીજી કાર્બન-નાઇટ્રોજન-ચક્રીય પ્રક્રિયા પણ સૂચવવામાં આવી છે, જેની વિગતોમાં અત્યારે જઈશું નહી. સૂર્યના કેન્દ્રિય ભાગમાં (Coreમાં) બધો હાઇડ્રોજન દહન પામીને હિલિયમ બની જાય, તેમાં હજી પણ બીજા લગભગ 500 કરોડ વર્ષ લાગે તેમ છે. ત્યાર બાદ હાઇડ્રોજનનું દહન બંધ થવાથી સૂર્ય ઠંડો પડવા લાગશે. અને પોતાના ગુરુત્વાકર્ષણની અસર નીચે સંકોચાવા (Collapse થવા) લાગશે. તેનાથી વળી પાછું કેન્દ્રિય ભાગનું તાપમાન વધી જશે અને બાહ્ય આવરણ વિસ્તાર પામશે અને સૂર્ય red giant માં પરિવર્તિત થઈ જશે. ફરીથી તાપમાન જો વધીને 10^8 K જેટલું થશે, તો હવે He નું દહન થઈ C બનશે. એવા તારાની હજી આગળ ઉત્ક્રાંતિ (Evolution) થઈ હજી ઊંચું તાપમાન થશે અને બીજી સંલયન-પ્રક્રિયાઓ દ્વારા બીજાં ભારે તત્ત્વો નિર્માણ પામશે. પરંતુ બંધન-ઊર્જાના આલેખની ટોચ નજીકના દળ કરતાં વધુ દળવાળાં તત્ત્વો હજી આગળ વધતી સંલયન-પ્રક્રિયાઓથી પણ નિર્માણ પામશે નહિ.

ન્યુક્લિયર-સંલયનની નિયંત્રિત શૃંખલા-પ્રક્રિયા દ્વારા નિયમિત સતત ઊર્જા (વિદ્યુત પાવર) ઉત્પન્ન કરવાના પ્રયત્નો વિશ્વના અનેક દેશોમાં કરવામાં આવે છે. જે હજી બહુ સફળતાના તબક્કે પહોંચ્યા નથી. ભારતમાં આવું સંશોધન અમદાવાદ નજીક ભાટ ખાતે Institute for Plasma Research (IPR)માં ચાલી રહ્યું છે.

ઉદાહરણ 14 : સૂર્ય સંપૂર્ણ રીતે પ્રોટોન્સનો બનેલો છે તેમ ધારો. સૂર્યમાં થતી પ્રોટોન-પ્રોટોન-ચક્રીય પ્રક્રિયામાં જ્યારે 4 પ્રોટોન્સ ભેગા મળી ${}^{4}_{2}He$ બનાવે છે, ત્યારે પ્રોટોન દીઠ ઉત્પન્ન થતી ઊર્જા 6.7 MeV છે. સૂર્યનો કુલ પાવર આઉટપુટ 3.9×10^{26}W લો. જો આ પાવર આઉટપુટ અચળ રહેતો હોવાનું ધારીએ અને સૂર્યનું દળ 2.0×10^{30} kg લઈએ, તો સૂર્યને સંપૂર્ણ બળી જઈ ${}^{4}_{2}He$ના કણોમાં ફેરવાઈ જતાં કેટલો સમય લાગે ?

[પ્રોટોનનું દળ $= 1.67 \times 10^{-27}$ kg, 1 yr $= 3.16 \times 10^{7}$ s]

ઉકેલ : સૂર્યનું કુલ દળ $= 2.0 \times 10^{30}$ kg

$\therefore$ સૂર્યમાં પ્રોટોનની સંખ્યા $= \dfrac{2.0 \times 10^{30}}{1.67 \times 10^{-27}} = 1.2 \times 10^{57}$ પ્રોટોન્સ

સૂર્યનો કુલ પાવર આઉટપુટ $= 3.9 \times 10^{26}$ J s^{-1}

અને 1 પ્રોટોન દીઠ મળતી ઊર્જા $= 6.7$ MeV $= 6.7 \times 10^{6} \times 1.6 \times 10^{-19}$ J

જો એક સેકન્ડમાં નાશ પામતા પ્રોટોનની સંખ્યા N હોય તો,

$(N)\,(6.7 \times 10^{6} \times 1.6 \times 10^{-19}) = 3.9 \times 10^{26}$

$\therefore N = \dfrac{3.9 \times 10^{26}}{6.7 \times 10^{6} \times 1.6 \times 10^{-19}} = 3.6 \times 10^{38}$ પ્રોટોન્સ/સેકન્ડ નાશ પામે.

હવે, જો 3.6×10^{38} પ્રોટોન્સનો નાશ થતા 1s લાગે

તો 1.2×10^{57} પ્રોટોન્સનો નાશ થતાં સમય – t s લાગે

જ્યાં, $t = \dfrac{1.2 \times 10^{57}}{3.6 \times 10^{38}} = 0.33 \times 10^{19}$ s $= \dfrac{0.33 \times 10^{19}}{3.16 \times 10^{7}}$ yr $= 1.044 \times 10^{11}$ yr

$= 104.4$ Billion Year

6.20 ન્યુક્લિયર ખતરા (Nuclear Hazards)

ન્યુક્લિયર વિખંડન અને ન્યુક્લિયર-સંલયનને લીધે મળતી ઊર્જા અનેક રીતે ઉપયોગી જણાય છે. પરંતુ તેને લીધે મહાવિનાશક સંકટો પણ ઊભાં થયાં છે. પરમાણુબૉમ્બની વિનાશક અસર માનવજાતે અનુભવી છે.

ન્યુક્લિયર રિઍક્ટર્સ વડે પાવર (વિદ્યુત) મેળવવાનું લાભદાયી તો લાગે છે પણ તેમાંથી ઉત્પન્ન થતો કચરો (Waste Products) તીવ્ર રેડિયો-ઍક્ટિવ હોવાથી જીવસૃષ્ટિ માટે નુકસાનકારક છે અને તેને સંઘરવા કે નિકાલ કરવા અંગે હજી સુધી કોઈ સંતોષકારક ઉકેલ મળ્યો નથી. વળી, આવા રિઍક્ટરમાં અકસ્માતથી આસપાસ વિનાશ થવાની શક્યતા પણ છે. ઈ.સ. 1986ના એપ્રિલમાં યુક્રેનમાં આવેલા ચેર્નોબીલ ખાતેના રિઍક્ટરમાં ધડાકો થવાથી આસપાસમાં વિપુલ પ્રમાણમાં થયેલ જાન-માલની હાનિ તેનું ઉદાહરણ છે.

પૃથ્વી પર હાલ ન્યુક્લિયર શસ્ત્રોનો વિપુલ જથ્થો હાજર છે. તે પૃથ્વી પરની સમગ્ર જીવસૃષ્ટિને અનેક વાર નષ્ટ કરી શકે તેમ છે. એટલું જ નહિ પણ તેની નીપજો આ પૃથ્વીને કાયમ માટે જીવન માટે અયોગ્ય બનાવી દે તેમ છે.

સૈદ્ધાંતિક ગણતરીઓ એવું દર્શાવે છે કે ન્યુક્લિયર ઊર્જાના અસંયમિત ઉપયોગથી રેડિયો-ઍક્ટિવ કચરો પૃથ્વીના વાતાવરણમાં વાદળની પેઠે લટકતો હશે અને સૂર્યના વિકિરણનું શોષણ કરી લઈ પૃથ્વી પર ''ન્યુક્લિયર શિયાળો (Winter)'' ઉત્પન્ન કરી દેશે.

સારાંશ

1. પરમાણુનો બધો જ ધન વિદ્યુતભાર અને લગભગ બધું દળ ન્યુક્લિયસમાં કેન્દ્રિત થયેલ છે.

2. ${}^{A}_{Z}X$ અથવા ${}_{Z}X^{A}$ માં Z એ તત્ત્વનો પરમાણુ ક્રમાંક અને A એ પરમાણુ-દળાંક દર્શાવે છે. A – Z = N એ ન્યુક્લિયસમાં ન્યુટ્રૉનની સંખ્યા દર્શાવે છે. પરમાણુ અને ન્યુક્લિયસનાં દળોને atomic mass unit નામના એકમમાં દર્શાવાય છે. (સંકેત amu અથવા *u*). અનુત્તેજિત ${}^{12}_{6}C$ પરમાણુના દળના બારમા ભાગને 1u દળ કહે છે.

   1 *u* (દળ) = 1.66×10^{-27} kg. પરમાણુ-ક્રમાંક (Z) સમાન હોય અને પરમાણુ-દળાંક (A) જુદા હોય તેવા ન્યુક્લિયસોને સમસ્થાનિકો (isotopes) કહે છે. જે ન્યુક્લિયસો માટે ન્યુટ્રૉનસંખ્યા (N = A – Z) સમાન હોય, તેમને એકબીજાના આઇસોટોન્સ કહે છે.

   જે ન્યુક્લિયસો માટે પરમાણુ-દળાંક (A = N + Z)નાં મૂલ્યો સમાન હોય તેમને એકબીજાના સમદળીય (Isobars) કહે છે.

   જે ન્યુક્લિયસો માટે Z સમાન હોય અને A પણ સમાન હોય પણ તેમના રેડિયો-ઍક્ટિવ ગુણધર્મો જુદા હોય તેમને એકબીજાના આઇસોમર કહે છે.

3. ન્યુક્લિયસમાં પ્રોટોન્સ વચ્ચેના અપાકર્ષણબળને સમતોલીને બધા ન્યુક્લિયોનને ન્યુક્લિયસમાં ચુસ્ત (Tightly) જકડી રાખી શકે તેવું પ્રબળ આકર્ષણ બળ લાગે છે. આવું ન્યુક્લિયર બળ લઘુ અંતરી હોઈ દરેક ન્યુક્લિયોન નજીકના થોડા પડોશી ન્યુક્લિયોન સાથે જ પ્રબળ બળ દ્વારા આંતરક્રિયા કરે છે (સંતૃપ્તતાનો ગુણધર્મ).

   મૂળભૂત રીતે ક્વાર્ક-ક્વાર્ક વચ્ચે લાગતાં બળો ન્યુક્લિયર બળોમાં પરિણમે છે. ન્યુક્લિયર બળો ન્યુક્લિયોનની 'સ્પિન' પર આધારિત છે.

4. ન્યુક્લિયસની લાક્ષણિક સરેરાશ ત્રિજ્યા $R = R_0 A^{\frac{1}{3}}$, જ્યાં A = પરમાણુ-દળાંક, $R_0 = 1.1 f_m$ = અચળ. ન્યુક્લિયસની ઘનતા લગભગ 2.3×10^{17} kg m^{-3}. છે.

5. હલકાં સ્થાયી તત્ત્વોનાં ન્યુક્લિયસમાં પ્રોટોનની સંખ્યા (Z) અને ન્યુટ્રૉનની સંખ્યા (N) સમાન કે લગભગ સમાન હોય છે. જ્યારે ભારે સ્થાયી ન્યુક્લિયસોમાં ન્યુટ્રૉનની સંખ્યા પ્રોટોનની સંખ્યા કરતાં વધુ હોય છે.

6. આઇન્સ્ટાઇનના વિશિષ્ટ સાપેક્ષવાદ અનુસાર દળ અને ઊર્જાનું એકબીજામાં રૂપાંતર થઈ શકે છે. *m* દળ mc^2 ઊર્જાને સમતુલ્ય છે. $E = mc^2$, જ્યાં *c* = પ્રકાશનો શૂન્યવકાશમાં વેગ. 1 વૉલ્ટના વિદ્યુતસ્થિતિમાનના તફાવત હેઠળથી પસાર થતાં ઇલેક્ટ્રૉનની ગતિ-ઊર્જામાં થતા ફેરફારને 1eV (ઇલેક્ટ્રૉન વૉલ્ટ) ઊર્જા કહે છે.

   1 *ke*V = $10^3 eV$, 1 MeV = $10^6 eV$

   1 *u* (દળ) = 931.48 M*e*V (ઊર્જા)

   ન્યુક્લિયસનું દળ તેના ઘટકકણોના મુક્ત અવસ્થામાંના કુલ દળ કરતાં હંમેશાં થોડું ઓછુ જ હોય છે. આ દળ તફાવતને દળક્ષતિ (Mass Defect) Δm કહે છે. તેને સમતુલ્ય ઊર્જા $E_b = (\Delta m)c^2$ ને તે ન્યુક્લિયસની બંધન-ઊર્જા કહે છે. બંધન-ઊર્જાને ન્યુક્લિયોનની કુલ સંખ્યા (A) વડે ભાગવાથી ન્યુક્લિયોન દીઠ સરેરાશ બંધન-ઊર્જા $E_{bn}\left(=\frac{E_b}{A}\right)$ મળે છે. તે ન્યુક્લિયસના સ્થાયીપણાનું માપ છે.

   E_{bn}નું મહત્તમ મૂલ્ય 8.8 M*e*V/nucleon જેટલું F*e*ના ન્યુક્લિયસ માટે મળે છે. વચગાળાનાં દળવાળા ન્યુક્લિયસ માટે E_{bn}નું મૂલ્ય લગભગ અચળ હોય છે. તેનાથી હલકા કે ભારે ન્યુક્લિયસો માટે E_{bn}નું મૂલ્ય ઓછું હોય છે. ન્યુક્લિયસનું બંધારણ કવચ પ્રકારનું છે.

U જેવા ભારે ન્યુક્લિયસના વિખંડનથી ઊર્જા ઉત્પન્ન થાય છે. તેને ન્યુક્લિયર-વિખંડન (Nuclear Fission) કહે છે. યોગ્ય હલકાં ન્યુક્લિયસોનું સંલયન કરવાથી પણ ઊર્જા ઉત્પન્ન થાય છે, તેને ન્યુક્લિયર-સંલયન (Nuclear Fusion) કહે છે.

7. બેક્વેરેલે એમ શોધ્યું કે યુરેનિયમ પોતાનામાંથી સ્વતઃ (આપમેળે), સતત વિશિષ્ટ ગુણધર્મોવાળાં વિકિરણોનું ઉત્સર્જન કરે છે. આ ઘટનાને નૈસર્ગિક રેડિયો ઍક્ટિવિટી કહે છે. મેડમક્યુરિએ યુરેનિયમના ખનિજમાંથી મેળવેલાં તત્ત્વો રેડિયમ અને પોલોનિયમ પણ રેડિયો ઍક્ટિવ છે. રેડિયો-ઍક્ટિવિટી એ ન્યુક્લિયર ઘટના છે.

8. α-કિરણો ^4_2He પરમાણુના ન્યુક્લિયસ છે. β-કિરણો એ ઇલેક્ટ્રૉન્સ જ છે. γ-કિરણો એ દ્રવ્યકણો નથી પણ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો છે. એ બધાં પ્રસ્ફુરણ ઉપજાવે છે. ફોટોગ્રાફિક પ્લેટ પર અસર કરે છે, આયનીકરણ કરી શકે છે અને ભેદન કરી શકે છે.

9. આપેલા નમૂનામાં આપેલ સમયે એકમસમય દીઠ વિભંજન પામતા ન્યુક્લિયસની સંખ્યાને તે તત્ત્વનો તે સમયે વિભંજન-દર (અથવા ઍક્ટિવિટી I કહે છે. અને તે, તે સમયે અવિભંજિત ન્યુક્લિયસની સંખ્યાના સમપ્રમાણમાં હોય છે. $\frac{dN}{dt} = \lambda N$. અહીં λને ક્ષય-નિયતાંક અથવા રેડિયો-ઍક્ટિવ નિયતાંક કહે છે. તે વિભંજન પામતા તત્ત્વના પ્રકાર પર આધારિત છે. અને તે તત્ત્વના સમગ્ર જીવનકાળ દરમિયાન અચળ રહે છે. ઍક્ટિવિટીનો SI એકમ બેકવેરેલ (Bq) છે. "જે પદાર્થમાં દર એક સેકંડ દીઠ 1 વિભંજન થાય તેની ઍક્ટિવિટીને 1 બેક્વેરેલ કહે છે." "જે પદાર્થમાં દર સેકંડ દીઠ 3.7×10^{10} વિભંજન થાય તે પદાર્થની ઍક્ટિવિટીને 1 ક્યૂરિ (Ci) ઍક્ટિવિટી કહે છે."

$1\ mCi = 10^{-3}\ Ci,\ 1\ \mu Ci = 10^{-6}\ Ci$

10. વિભંજન-દર $\frac{dN}{dt} = -\lambda N$ પરથી t સમયે અવિભંજિત ન્યુક્લિયસની સંખ્યા $N = N_0\ e^{-\lambda t}$. મળે છે. તેને રેડિયો-ઍક્ટિવ વિભંજનનો ચરઘાતાંકી નિયમ કહે છે. N – tના આલેખને ક્ષય-વક્ર કહે છે.

11. "જે સમયગાળામાં રેડિયો-ઍક્ટિવ તત્ત્વના ન્યુક્લિયસની સંખ્યા (N) સમયગાળાના પ્રારંભની સંખ્યા (N_0)ના અડધા મૂલ્યની બને તે સમયગાળાને તે તત્ત્વનો અર્ધ-આયુ ($\tau_{\frac{1}{2}}$) કહે છે."

$$\tau_{\frac{1}{2}} = \frac{0.693}{\lambda}.$$

જો $\frac{\text{આપેલો સમય}\ (t)}{\text{અર્ધ-આયુ}\ (\tau_{\frac{1}{2}})} = n$, હોય તો આપેલ t સમયે ન્યુક્લિયસની સંખ્યા N

$\frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ પરથી મળે છે.

12. "જે સમયગાળામાં રેડિયો-ઍક્ટિવ તત્ત્વના ન્યુક્લિયસની સંખ્યા મૂળ સંખ્યાના eમા ભાગની બને તે સમયગાળાને તે તત્ત્વનો સરેરાશ જીવનકાળ (τ) કહે છે." (e = 2.718)

$$\tau = \frac{1}{\lambda},\ \tau_{\frac{1}{2}} = (0.693)(\tau)$$

$$\tau = \frac{\tau_{\frac{1}{2}}}{0.693} = 1.44\,\tau_{\frac{1}{2}}$$

13. α-ક્ષયની ઘટનામાં જનક તત્ત્વ કરતાં જનિત તત્ત્વના પરમાણુક્રમાંકનું મૂલ્ય 2 એકમ અને પરમાણુ ,દળાંકનું મૂલ્ય 4 એકમ ઓછું હોય છે.

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He$$

આ પ્રક્રિયામાં ઉદ્‌ભવતી ઊર્જાનું મૂલ્ય $(M_X - M_Y - M_{He})c^2$ જેટલું હોય છે.

14. જનક તત્ત્વ કરતા જનિત તત્ત્વના પરમાણુક્રમાંકનું મૂલ્ય β^--ક્ષયમાં એક એકમ વધુ અને β^+-ક્ષયમાં તે એકમ ઓછું હોય છે. બંને કિસ્સામાં પરમાણુ-દળાંકમાં કોઈ ફેર પડતો નથી.

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e + \bar{\nu} \qquad (\beta^- \text{-ક્ષય})$$

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{+1}e + \nu \qquad (\beta^+ \text{-ક્ષય})$$

ν અને $\bar{\nu}$ અનુક્રમે ન્યુટ્રિનો એને ઍન્ટિન્યુટ્રિનો છે. તેમની દ્રવ્ય સાથેની આંતરક્રિયા નહિવત્ હોવાથી તેમની પરખ અત્યંત મુશ્કેલ છે. તેઓ વિદ્યુતભારવિહીન છે. તેમજ અત્યંત અલ્પદળ અને $\frac{\hbar}{2}$ સ્પિન ધરાવે છે.

β^--ક્ષયમાં ન્યુક્લિયસમાં રહેલા ન્યુટ્રૉનનું પ્રોટોન અને ઇલેક્ટ્રૉનમાં વિભંજન થઈ આ નવો જન્મેલો ઇલેક્ટ્રૉન તત્ક્ષણ ઉત્સર્જન પામે છે.

15. ન્યુક્લિયસનાં ઊર્જાસ્તરોની ઊર્જા MeVના ક્રમની હોય છે. તેમની વચ્ચે ન્યુક્લિયસની સંક્રાંતિ થતાં MeVના ક્રમની ઊર્જાના વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો ઉત્સર્જિત થાય છે, જે γ-કિરણો છે.

16. રધરફર્ડે એમ શોધ્યું કે કોઈ સ્થાયી તત્ત્વ પર યોગ્ય ઊર્જાવાળા યોગ્ય કણોનું પ્રતાડન કરવામાં આવે, તો તે તત્ત્વનું બીજા તત્ત્વમાં રૂપાંતરણ થાય છે.

$${}^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{17}_{8}O + {}^{1}_{1}H + Q$$

Qને પ્રક્રિયાનું Q-મૂલ્ય કહે છે, અને તે પ્રક્રિયામાં ઉદ્‌ભવતી ઊર્જા દર્શાવે છે. તેનું મૂલ્ય પ્રક્રિયા દરમિયાન થતા દળના ફેરફારને સમતુલ્ય ઊર્જા જેટલું હોય છે. $Q > 0$ વાળી પ્રક્રિયાને ઊર્જાક્ષેપક પ્રક્રિયા કહે છે. $Q < 0$ વાળી પ્રક્રિયાને ઊર્જાશોષક પ્રક્રિયા કહે છે. આ પ્રક્રિયાઓમાં વેગમાનનું સંરક્ષણ વિદ્યુતભારનું સંરક્ષણ અને ઊર્જાનું સંરક્ષણ થાય છે.

17. હાન અને સ્ટ્રાસમેન તથા મિટનર અને ફ્રિશના પ્રયોગો પરથી ફલિત થયું કે યુરેનિયમ પર થર્મલ ન્યુટ્રૉનનો મારો ચલાવવામાં આવે છે ત્યારે ન્યુટ્રૉન યુરેનિયમના ન્યુક્લિયસનું બે લગભગ સરખા ભાગમાં વિભાજન કરે છે અને આ ક્રિયામાં વિપુલ ઊર્જા ઉત્પન્ન થાય છે. આ ઘટનાને ન્યુક્લિયર-વિખંડન નામ આપવામાં આવ્યું.

$${}_{92}U^{235} + {}_{0}n^{1} \rightarrow {}_{92}U^{236} \rightarrow {}_{56}Ba^{144} + {}_{36}Kr^{89} + 3\,{}_{0}n^{1} + Q$$

આવી પ્રક્રિયામાં બીજાં તત્ત્વો પણ નિર્માણ પામે છે. આવાં જુદા-જુદા 60 નીપજ ન્યુક્લિયસો મળી શકે છે. જેમનાં Z મૂલ્યો 36 થી 56ની વચ્ચે હોય છે. આ વિખંડન ટુકડાઓ અત્યંત રેડિયો-ઍક્ટિવ હોય છે. અત્રે ઉદ્‌ભવતા ન્યુટ્રૉન ઝડપી (ઊર્જા લગભગ 2 MeV) હોય છે. આ પ્રક્રિયામાં ઉદ્‌ભવતી ઊર્જા 200 MeV જેટલી પ્રચંડ હોય છે.

18. ધીમા ન્યુટ્રૉન વડે ${}_{92}U^{235}$ ન્યુક્લિયસના વિખંડનની પ્રક્રિયામાં એક કરતાં વધુ ન્યુટ્રૉન ઉત્પન્ન થાય છે. તેમનો ઉપયોગ બીજા યુરેનિયમ ન્યુક્લિયસોના વિખંડન માટે કરતાં હજી વધુ ઊર્જા અને બીજા વધુ ન્યુટ્રૉન મળે. આવી પ્રક્રિયાની હારમાળાને ન્યુક્લિયર શૃંખલા-પ્રક્રિયા કહે છે. આ પ્રક્રિયાને

નિયંત્રિત કરીને ન્યુક્લિયર રિએક્ટર દ્વારા એક સમાન દરથી સતત ઊર્જા મેળવી શકાય છે. આ માટે પ્રક્રિયામાં ઉદ્ભવતા ઝડપી ન્યુટ્રૉનને છટકી જતા અટકાવવા અને ધીમા પાડવા જરૂરી છે. આ માટે અનુક્રમે ન્યુટ્રૉન પરાવર્તક સપાટીઓ અને મૉડરેટર વપરાય છે. મૉડરેટર ન્યુટ્રૉનને ધીમા પાડે છે. પણ તેમનું શોષણ કરતા નથી. H_2O, D_2O, ગ્રેફાઇટ, બેરિલિયમ વગેરે સારાં મૉડરેટર છે. ખૂબ ઉષ્મા ઉદ્ભવતી હોવાથી તાપમાન 10^6 K થવાની સંભાવના છે. તેથી શીતક દ્રવ્યોની મદદથી બળતણ અને મૉડરેટરને ઠંડા પાડવામાં આવે છે. H_2O પ્રવાહી સોડિયમ ધાતુ, વાયુ વગેરે શીતક તરીકે વપરાય છે. વિખંડનની શૃંખલા પ્રક્રિયામાં કોઈ પણ તબક્કે ઉદ્ભવતા ન્યુટ્રૉનની સંખ્યા અને આપાત ન્યુટ્રૉનની સંખ્યાના ગુણોત્તર ને ગુણક અંક (મલ્ટિપ્લિકેશન ફૅક્ટર) K કહે છે. K = 1 માટે રિએક્ટર ક્રિટિકલ થયાનું કહેવાય છે. Kનું મૂલ્ય 1 કરતાં વધે તો રિએક્ટર સુપર ક્રિટિકલ સ્થિતિમાં હોવાનું કહેવાય છે. અને વિસ્ફોટ થાય છે. Kનું મૂલ્ય 1 કરતાં ઓછું થાય તો રિએક્ટર ધીમે-ધીમે બંધ પડી જાય છે. Kના મૂલ્યનું નિયંત્રણ કરવા માટે *Cd* અને Bના સળિયા વિખંડન દ્રવ્યમાં રાખેલ હોય છે. તેઓ ન્યુટ્રૉનનું શોષણ કરી શકે છે. તેમનાં સ્થાન સ્વયંચાલિત હોય છે.

19. સૂર્ય અને અન્ય તારાઓમાં ન્યુક્લિયર સંલયનની પ્રક્રિયા દ્વારા ઊર્જા ઉત્પન્ન થાય છે. યોગ્ય હલકા ન્યુક્લિયસ (દા.ત. પ્રોટૉન)ને ઘણા ઊંચાં તાપમાને સંલગ્ન કરી ભારે ન્યુક્લિયસ (દા.ત., *He*) બનાવાય, ત્યારે વિપુલ ઊર્જા ઉત્પન્ન થાય છે. આવી પ્રક્રિયાને તાપ-ન્યુક્લિયર સંલયન કહે છે. સૂર્યમાં પ્રોટૉન-પ્રોટૉનચક્ર તરીકે ઓળખાતી પ્રક્રિયા દ્વારા આવી ઊર્જા ઉત્પન્ન થાય છે. ન્યુક્લિયર-સંલયનની નિયંત્રિત શૃંખલા પ્રક્રિયા દ્વારા ઊર્જા મેળવવાનાં સંશોધનો વિશ્વભરમાં ચાલી રહ્યા છે.

20. ન્યુક્લિયર રિએક્ટર્સ માંથી ઉત્પન્ન થતો કચરો અત્યંત તીવ્ર રેડિયો-ઍક્ટિવ હોય છે અને તેથી જીવસૃષ્ટિ માટે નુકસાન કારક છે. વળી રિએક્ટરમાં અકસ્માતની શકયતા પણ છે.

સ્વાધ્યાય

નીચેનાં વિધાનો માટે આપેલા વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરો :

1. $^{206}_{82}Pb$ ન્યુક્લિયસ અનુક્રમે કેટલા પ્રોટૉન, ન્યુટ્રૉન અને ન્યુક્લિયોનનું બનેલું છે ?

(A) 82, 206, 288 (B) 206, 82, 288 (C) 82, 124, 206 (D) 124, 82, 206

2. $^{14}_{6}C$, $^{12}_{5}B$ અને $^{13}_{7}N$ માંથી $^{12}_{6}C$ ના અનુક્રમે આઇસોટોપ, આઇસોટોન અને આઇસોબાર ન્યુક્લિયસ કયા છે ?

(A) $^{14}_{6}C$, $^{13}_{7}N$ $^{12}_{5}B$ (B) $^{12}_{5}B$, $^{14}_{6}C$, $^{13}_{7}N$ (C) $^{13}_{7}N$, $^{12}_{5}B$, $^{14}_{6}C$ (D) $^{14}_{6}C$, $^{12}_{5}B$, $^{13}_{7}N$

3. જો $^{27}_{13}Al$ અને $^{64}_{30}Zn$ ન્યુક્લિયસોની ત્રિજ્યાઓ અનુક્રમે R_1 અને R_2 હોય, તો $\frac{R_1}{R_2}$ = ...

(A) $\frac{27}{64}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{9}{16}$ (D) $\frac{13}{30}$

4. ડ્યુટેરોન ($^{2}_{1}H$) ન્યુક્લિયસ માટે ન્યુક્લિયોન દીઠ બંધન-ઊર્જા 1.1 *MeV* અને $^{4}_{2}He$ ન્યુક્લિયસ માટે તે 7 *MeV* છે. જો બે ડ્યુટેરોન ન્યુક્લિયસ ભેગાં મળી $^{4}_{2}He$ ન્યુક્લિયસની રચના કરે, તો ઉત્પન્ન થતી ઊર્જા કેટલી હશે ?

(A) 11.8 *MeV* (B) 23.6 *MeV* (C) 26.9 *MeV* (D) 32.4*MeV*

5. ન્યુક્લિયસ નૈસર્ગિક રીતે રેડિયો-ઍક્ટિવ હોય તે માટેની જરૂરી અને પર્યાપ્ત શરત કઈ છે?

(A) Z > 50 (B) Z > 60 (C) Z > 70 (D) Z > 83

6. α, β, γની સાપેક્ષ આયનીકરણશક્તિની બાબતમાં નીચેનામાંથી કયું સત્ય છે ?

(A) તે α કણ માટે મહત્તમ છે. (B) તે β કણ માટે મહત્તમ છે.

(C) તે γ વિકિરણ માટે મહત્તમ છે. (D) તે α, β, γ માટે સમાન છે.

7. રેડિયો-ઍક્ટિવ તત્ત્વના જીવનકાળ દરમિયાન જેમ સમય વ્યતીત થાય તેમ તેના ન્યુક્લિયસની સંખ્યા ઘટતી જાય છે અને તે સાથે ....

(A) ઍક્ટિવિટી અને λ ઘટતાં જાય છે. (B) ઍક્ટિવિટી અને λ વધતાં જાય છે.

(C) ઍક્ટિવિટી ઘટે છે, પણ λ અચળ રહે છે. (D) ઍક્ટિવિટી ઘટે છે, પણ λ વધે છે.

8. એક રેડિયો-ઍક્ટિવ તત્ત્વનો અર્ધ-આયુ 5 min છે, તો 20 minને અંતે તેનો .... ટકા જથ્થો અવિભંજિત રહેશે.

(A) 93.73 (B) 75 (C) 25 (D) 6.25

9. 3 અર્ધ-આયુ જેટલા સમયને અંતે (*a*) રેડિયો-ઍક્ટિવ તત્ત્વની ઍક્ટિવિટી પ્રારંભિક ઍક્ટિવિટીના કેટલા ગણી હશે ? અથવા (*b*) તેનું દળ પ્રારંભિક દળના કેટલા ગણું હશે? અથવા (*c*) ન્યુક્લિયસની સંખ્યા પ્રારંભિક સંખ્યાના કેટલા ગણી હશે ?

(A) 2^3 (B) 3^2 (C) $\frac{1}{3^2}$ (D) $\frac{1}{2^3}$

10. ${}_{94}Pu^{241}$નું વિભંજન થતાં ઉત્પન્ન થતું તત્ત્વ પણ રેડિયો-ઍક્ટિવ હોઈ વિભંજન પામે છે. આવી પરંપરામાં કુલ 8 α-કણો અને 5 β-કણો ઉત્સર્જન પામીને ક્રિયા વિરામ પામે છે તો ઉત્પન્ન થયેલું અંતિમ તત્ત્વ કયું હશે ?

(A) ${}_{83}Bi^{209}$ (B) ${}_{82}Pb^{209}$ (C) ${}_{83}Bi^{214}$ (D) ${}_{82}Pb^{214}$

11. 1 g રેડિયો-ઍક્ટિવ તત્ત્વ 2 દિવસને અંતે $\frac{1}{3}$ g થઈ જાય છે, તો કુલ 6 દિવસને અંતે કેટલું દળ બાકી રહેશે ?

(A) $\frac{1}{27}$ g (B) $\frac{1}{6}$ g (C) $\frac{1}{9}$ g (D) $\frac{1}{12}$ g

12. ${}^{n}_{z}P$ અને ${}^{2n}_{z}Q$ ન્યુક્લિયસોની ન્યુક્લિયોન દીઠ બંધન-ઊર્જા અનુક્રમે x અને y છે, તો ${}^{n}_{z}P + {}^{n}_{z}P = {}^{2n}_{z}Q$ પ્રક્રિયામાં શોષાતી ઊર્જા કેટલી હશે?

(A) $2nxy$ (B) $2ny + 2nx$ (C) $2nx - 2ny$ (D) $\frac{2nx}{2ny}$

13. t સમયે અવિભંજિત ન્યુક્લિયસની સંખ્યા $N = N_0e^{-\lambda t}$ પરથી મળતી હોય તો, t_1થી t_2 સમય દરમિયાન વિભંજન પામેલાં ન્યુક્લિયસની સંખ્યા કેટલી હશે ?

(A) $N_0(e^{-\lambda t_2} - e^{-\lambda t_1})$ (B) $N_0(e^{-\lambda t_1} - e^{-\lambda t_2})$

(C) $N_0(e^{\lambda t_2} - e^{\lambda t_1})$ (D) $N_0(e^{\lambda t_1} - e^{\lambda t_2})$

14. α અને β ક્ષય માટે એક રેડિયો-ઍક્ટિવ તત્ત્વના અર્ધ-આયુ અનુક્રમે 4 વર્ષ અને 12 વર્ષ હોય, તો 12 વર્ષ પછી તેની કુલ ઍક્ટિવિટી મૂળ ઍક્ટિવિટીના કેટલા ટકા થશે ?

(A) 50 (B) 25 (C) 12.5 (D) 6.25

15. Cd, પ્રવાહી Na-ધાતુ અને ગ્રેફાઇટ એ બધામાંથી અનુક્રમે મૉડરેટર, શીતક અને નિયંત્રક સળિયાના દ્રવ્ય તરીકે રિએક્ટરમાં ક્યાં-ક્યાં વાપરી શકાય ?

(A) પ્રવાહી Na ધાતુ, ગ્રેફાઇટ, Cd (B) ગ્રેફાઇટ, પ્રવાહી Na ધાતુ, Cd

(C) Cd, પ્રવાહી Na ધાતુ, ગ્રેફાઇટ (D) ગ્રેફાઇટ, Cd, પ્રવાહી Na ધાતુ

16. જો $^{27}_{13}Al$ એ સ્થાયી ન્યુક્લિયસ હોય, તો $^{32}_{13}Al$ના ન્યુક્લિયસમાંથી શાનું ઉત્સર્જન થઈ શકે ?

(A) α-કણ (B) β^--કણ (C) પ્રોટોન (D) β^+-કણ

17. એક રેડિયો-ઍક્ટિવ તત્ત્વનો અર્ધ-આયુ 2 hr અને બીજાનું 4 hr છે. તેમની પ્રારંભિક ઍક્ટિવિટી સમાન છે, તો 4 hrને અંતે તેમની ઍક્ટિવિટીનો ગુણોત્તર કેટલો હશે ?

(A) 1 : 4 (B) 1 : 3 (C) 1 : 2 (D) 1 : 1

18. αનું ઉત્સર્જન કરતું 1 મોલ તત્ત્વ એક પાત્રમાં મૂકેલ છે, જે તેમનો સંગ્રહ કરે છે. તે તત્ત્વનો અર્ધ-આયુ 5 hr છે. તે પાત્રમાં 4.515×10^{23} α-કણોનો સંગ્રહ થવા માટે કેટલો સમય લાગશે ?

(A) 4.515 hr (B) 9.030 hr (C) 10 hr (D) 20 hr

19. રેડિયો-ઍક્ટિવ રૂપાંતરણ $^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}X_1 \rightarrow {}^{A-4}_{Z-1}X_2 \rightarrow {}^{A-4}_{Z}X_3$માં ક્યાં રેડિયો-ઍક્ટિવ વિકિરણ ક્રમશઃ ઉત્સર્જન પામે છે ?

(A) α, β^-, β^- (B) β^-, α, β^- (C) β^-, β^-, α (D) α, α, β^-

20. રેડિયો-ઍક્ટિવ રૂપાંતરણ $X \xrightarrow{\alpha} X_1 \xrightarrow{\beta^-} X_2 \xrightarrow{\beta^-} X_3$માં કયા બે આઇસોટોપ્સ (સમસ્થાનિકો) છે ?

(A) X અને X_1 (B) X અને X_3 (C) X_1 અને X_2 (D) X_2 અને X_3

21. રેડિયો-ઍક્ટિવ તત્ત્વ Xનો અર્ધ-આયુ 3 hr છે. તે રૂપાંતર પામીને સ્થાયી તત્ત્વ Y બનાવે છે. Xના જન્મ પછી t સમયે X અને Yના ન્યુક્લિયસની સંખ્યાનો ગુણોત્તર 1:15 છે, તો tનું મૂલ્ય કેટલું હશે ?

(A) 12 hr (B) 6 hr (C) 24 hr (D) 45 hr

22. જો હાઇડ્રોજનમાંથી હિલિયમ થવાની પ્રક્રિયામાં દળક્ષતિ 0.5% હોય, તો 1 kg હાઇડ્રોજનમાંથી હિલિયમ બને, ત્યારે ઉદ્‌ભવતી ઊર્જા કેટલી હશે ? [$1\ kWH = 36 \times 10^5$ J]

(A) 1.25 kWH (B) 1.25×10^6 kWH (C) 1.25×10^8 kWH (D) 1.25×10^4 kWH

23. રેડિયો-ઍક્ટિવ તત્ત્વ X નીચે મુજબનાં પરંપરિત વિભંજનો અનુભવે છે.

$$X \xrightarrow{\alpha} X_1 \xrightarrow{\beta^-} X_2 \xrightarrow{\alpha} X_3 \xrightarrow{\gamma} X_4.$$

જો Xના પરમાણુ-ક્રમાંક અને પરમાણુ-દળાંકનાં મૂલ્યો અનુક્રમે 72 અને 180 હોય તો, X_4 માટેનાં અનુરૂપ મૂલ્યો કયાં હશે ?

(A) 69, 176 (B) 69, 172 (C) 71, 176 (D) 71, 172

24. રેડિયો-ઍક્ટિવ તત્ત્વ Xનું અર્ધ-આયુ બીજા તત્ત્વ Yના સરેરાશ જીવનકાળ જેટલું છે. પ્રારંભમાં બંનેમાં પરમાણુઓની સંખ્યા સમાન છે, તો

(A) પ્રારંભમાં X અને Yના વિભંજન-દર સમાન હશે.

(B) X અને Y હંમેશા સમાન દરથી વિભંજન પામતા હશે.

(C) પ્રારંભમાં Yનો વિભંજન-દર X કરતાં વધુ હશે.

(D) પ્રારંભમાં Xનો વિભંજન-દર Y કરતાં વધુ હશે.

25. બે તત્ત્વો X_1 અને X_2ના ક્ષય-નિયતાંકો અનુક્રમે 10λ અને λ છે. જો પ્રારંભમાં તેઓનાં ન્યુક્લિયસની સંખ્યા સમાન હોય, તો કેટલા સમય બાદ X_1 અને X_2ના ન્યુક્લિયસોની સંખ્યાનો ગુણોત્તર $\frac{1}{e}$ થશે ?

(A) $\frac{1}{10\lambda}$ (B) $\frac{1}{11\lambda}$ (C) $\frac{11}{10\lambda}$ (D) $\frac{1}{9\lambda}$

જવાબો

1. (C)	2. (A)	3. (B)	4. (B)	5. (D)	6. (A)
7. (C)	8. (D)	9. (D)	10. (A)	11. (A)	12. (C)
13. (B)	14. (D)	15. (B)	16. (B)	17. (C)	18. (C)
19. (B)	20. (B)	21. (A)	22. (C)	23. (B)	24. (C)
25. (D)					

નીચે આપેલ પ્રશ્નોના ટૂંકમાં જવાબ આપો :

1. દળ-ક્ષતિ એટલે શું ?
2. રેડિયો-ઍક્ટિવિટી એ ન્યુક્લિયર ઘટના છે, તેમ શા પરથી કહી શકાય ?
3. વિભંજન-દર એટલે શું ?
4. 5 mCi = ...Bq. (ખાલી જગ્યા પૂરો)
5. ln I − tના આલેખનો ઢાળ કેટલો હશે ? (I = ઍક્ટિવિટી)
6. એક નમૂનામાં t = 0 સમયે રેડિયો-ઍક્ટિવ તત્ત્વનાં ન્યુક્લિયસની સંખ્યા 2048 છે. તેનું અર્ધ-આયુ 5 hr હોય, તો 25 કલાકમાં કેટલા ન્યુક્લિયસ વિભંજન પામી ગયા હશે ? [જવાબ : 1984]
7. "રેડિયો-ઍક્ટિવ તત્ત્વનો અર્ધ-આયુ તેના કુલ જીવનકાળ (આયુ)નો અડધો ભાગ દર્શાવે છે." આ સત્ય છે ?
8. કૃત્રિમ ન્યુક્લિયર-વિભંજન એટલે શું ?
9. ન્યુક્લિયર પ્રક્રિયાનું Q-મૂલ્ય એટલે શું ?
10. ન્યુક્લિયર-વિખંડન એટલે શું ?
11. "ન્યુટ્રૉન એ સારો પ્રક્ષિપ્ત કણ છે." શા માટે ?
12. U^{235}ના ન્યુક્લિયસના વિખંડનથી કેટલી ઊર્જા ઉદ્ભવે છે ?
13. ન્યુક્લિયર શૃંખલા-પ્રક્રિયા એટલે શું ?
14. મૉડરેટરનું કાર્ય શું છે ?
15. ન્યુક્લિયર શૃંખલા-પ્રક્રિયામાં મલ્ટિપ્લિકેશન ફૅક્ટર (K) એટલે શું ?
16. ન્યુક્લિયર-રિઍક્ટરમાં નિયંત્રક સળિયાઓ (Control Rods)નું કાર્ય શું છે ?
17. ન્યુક્લિયર-સંલયન એટલે શું ?
18. રેડિયો-ઍક્ટિવિટીના SI એકમની વ્યાખ્યા આપો.
19. ઍક્ટિવિટી માટેના એકમ 'ક્યૂરિ'ની વ્યાખ્યા આપો.
20. ન્યુક્લિયસમાં ઇલેક્ટ્રૉન રહેતા નથી, તો પછી β^--ક્ષયની પ્રક્રિયામાં ન્યુક્લિયસમાંથી ઇલેક્ટ્રૉન કેવી રીતે આવે છે ?

નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

1. ન્યુક્લિયર બળો અંગે ટૂંકમાં માહિતી આપો.
2. ન્યુક્લિયસના સ્થાયીપણા વિષે સમજાવો.
3. ન્યુક્લિયસની બંધન-ઊર્જા અંગે સમજાવો.

4. ન્યુક્લિયોન દીઠ સરેરાશ બંધન-ઊર્જા વિરુદ્ધ પરમાણુ-દળાંકના આલેખનું સ્વરૂપ દર્શાવી, તેના નોંધપાત્ર મુદ્દા સમજાવો.

5. નૈસર્ગિક રેડિયો-ઍક્ટિવિટી અંગે સમજૂતી આપો.

6. રેડિયો-ઍક્ટિવ વિકિરણો ક્યાં છે ? તેમના ગુણધર્મો જણાવો.

7. રેડિયો-ઍક્ટિવ તત્ત્વના વિભંજન દર અને ક્ષય-નિયતાંક વિષે સમજાવો.

8. રેડિયો-ઍક્ટિવ વિભંજનનો ચરઘાતાંકી નિયમ મેળવો.

9. રેડિયો-ઍક્ટિવ તત્ત્વના અર્ધ-આયુની વ્યાખ્યા આપી તેનું સૂત્ર મેળવો.

10. રેડિયો-ઍક્ટિવ તત્ત્વનો સરેરાશ જીવનકાળ એટલે શું? તેનું સૂત્ર મેળવો. તેનો અર્ધ-આયુ સાથેનો સંબંધ દર્શાવો.

11. β-ક્ષય ઘટના સમજાવો.

12. ન્યુક્લિયર પ્રક્રિયાના Q-મૂલ્યની સમજૂતી આપો.

13. ન્યુક્લિયર વિખંડનની ઘટના વિગતવાર સમજાવો.

14. ન્યુક્લિયર શૃંખલા-પ્રક્રિયા એટલે શું ? તેની સફળતા આડે રહેલી મુશ્કેલીઓ અને તેના નિવારણ અંગે સમજાવો.

15. ન્યુક્લિયર-રિઍક્ટર અને તેની કાર્યપદ્ધતિ વિષે સમજાવો.

16. સૂર્ય અને અન્ય તારાઓમાં થતું તાપ-ન્યુક્લિયર સંલયન સમજાવો.

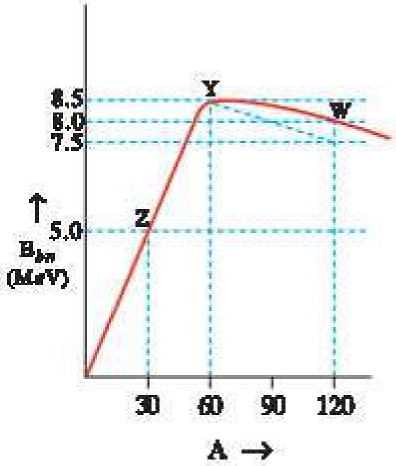
17. ન્યુક્લિયર ખતરાઓ અંગે ચર્ચા કરો.

નીચેના દાખલા ગણો :

1. આકૃતિમાં ન્યુક્લિયોન દીઠ સરેરાશ બંધન-ઊર્જા વિરુદ્ધ પરમાણુ-દળાંકનો આલેખ દર્શાવ્યો છે, તો નીચેનામાંથી કઈ પ્રક્રિયામાં ઊર્જાનું ઉત્સર્જન થશે તે શોધો.

(*a*) Y → 2Z

(*b*) W → 2Y



[જવાબ : પ્રક્રિયા (*b*)]

2. એક રેડિયો-ઍક્ટિવ તત્ત્વ α અને β એમ બંને કણોનું ઉત્સર્જન કરે છે. α ઉત્સર્જન માટેનો તેનો સરેરાશ જીવનકાળ 1600 yr છે અને β-ઉત્સર્જન માટેનો સરેરાશ જીવનકાળ 400 yr છે. જો આ બંને ઉત્સર્જનો સાથે જ થતાં હોય, તો આ નમૂનાનો 75% ભાગ ક્ષય પામે તે માટે લાગતો સમય શોધો.

[જવાબ : 443.52 yr]

3. એક તારામાં બે પ્રોટોન સન્મુખ સંઘાત (Head on Collision) અનુભવે છે. જો આ દરેક પ્રોટોનની ગતિ-ઊર્જા એકબીજાથી ખૂબ દૂરની સ્થિતિમાં 18 *ke*V હોય તો તેમની વચ્ચેનું લઘુતમ અંતર (Distance of Closest Approach) કેટલું હશે? ($k = 9 \times 10^9$ Nm^2C^{-2}) [જવાબ : 4×10^{-14} m]

4. રેડિયો-ઍક્ટિવ ડોઝ આપેલા દર્દીની નજીક કાઉન્ટર લાવતાં કોઈ એક ક્ષણે તે દર મિનિટ દીઠ 16000 કાઉન્ટ નોંધે છે. 4 કલાક બાદ સમાન સંજોગોમાં આ કાઉન્ટની સંખ્યા દર મિનિટ દીઠ 500 થાય છે, તો આપેલ ડોઝમાંના રેડિયો-ઍક્ટિવ તત્ત્વનો અર્ધ-આયુ શોધો. [જવાબ : 48 min]

5. Ra^{226}નો અર્ધ-આયુ 4.98×10^{10} s છે, તો તેના 1 g નમૂનાની ઍક્ટિવિટી શોધો.

ઍવોગેડ્રો-અંક 6.02×10^{23} mol^{-1} લો. [જવાબ : 1 Ci]

6. $^{35}_{17}Cl$ના ન્યુક્લિયસનું દળ 34.9800 *u* છે. જો પ્રોટોનનું દળ 1.00783 *u* અને ન્યુટ્રોનનું દળ 1.00866 *u* હોય, તો $^{35}_{17}Cl$ ન્યુક્લિયસની ન્યુક્લિયોન દીઠ બંધન-ઊર્જા શોધો. (1 *u* = 931 MeV લો.)

[જવાબ : $8.219 \frac{MeV}{nucleon}$]

7. એક ન્યુક્લિયસની સરેરાશ ત્રિજ્યા 6.6 *fermi* છે. જો ન્યુક્લિયોનનું સરેરાશ દળ 1.0088 *u* હોય તો ન્યુક્લિયસની સરેરાશ ઘનતા શોધો. (R_0 = 1.1 *fermi*, 1 *u* = 1.66×10^{-27} kg)

[જવાબ : 3×10^{17} kg m^{-3}]

8. કોઈ એક ક્ષણે આપેલ નમૂનામાં રેડિયો-ઍક્ટિવ તત્ત્વના વિભંજનનો દર 8000 વિભંજન/સેકંડ છે. આ ક્ષણે તેમાં આ તત્ત્વના અવિભંજિત ન્યુક્લિયસની સંખ્યા 8×10^7 છે, તો તે તત્ત્વનો ક્ષય-નિયતાંક અને અર્ધ-આયુ શોધો.

[જવાબ : $\lambda = 10^{-4}$ s^{-1}, $\tau_{\frac{1}{2}}$ = 6930 s]

9. $_1H^2 + {_1H^2} \rightarrow {^3_2He} + {_0n^1}$ + 3.27 MeV પ્રક્રિયા મુજબ 1 kg ડ્યુટેરિયમ ($_1H^2$)ના સંલયનથી 100 Wનો વિદ્યુતબલ્બ કેટલો સમય સુધી અજવાળી શકે ? ($N_A = 6.02 \times 10^{23}$, 1 yr = 3.16×10^7 s)

[જવાબ : લગભગ 24917 yr]

•

7

સેમીકન્ડક્ટર ઈલેક્ટ્રૉનિક્સ : દ્રવ્યો, રચનાઓ અને સાદા પરિપથો

7.1 પ્રસ્તાવના (Introduction)

આધુનિક યુગમાં 'ઈલેક્ટ્રૉનિક' શબ્દથી ભાગ્યે જ કોઈ અજાણ હશે.વાયુઓમાં વિદ્યુત-વિસર્જનના પ્રયોગો પરથી ઇલેક્ટ્રૉનની શોધ થઇ અને ઇલેક્ટ્રૉન દ્રવ્યના બંધારણમાં ભાગ લેતો અગત્યનો કણ છે તેમ પ્રસ્થાપિત થયું, ત્યાર બાદ દ્રવ્યના અનેક ઇલેક્ટ્રૉનિક ગુણધર્મો જેમકે વિદ્યુતવાહકતા વગેરેનો વિગતે અભ્યાસ કરવામાં આવ્યો છે.

ધાતુપદાર્થોમાં વિદ્યુતવાહકતાનો ગુણધર્મ તેમાં રહેલા 'મુક્ત' ઇલેક્ટ્રૉનને આભારી છે. સામાન્ય સંજોગોમાં વિદ્યુત-સુવાહકમાં ઓહ્મના નિયમનું પાલન થાય છે. બીજા શબ્દોમાં, સુવાહકોમાં ઇલેક્ટ્રૉન વડે વિદ્યુતપ્રવાહનું નિર્માણ એવી રીતે થાય છે કે જેથી ઓહ્મનો નિયમ મળી શકે છે. અર્થાત્ વિદ્યુતપ્રવાહનું મૂલ્ય વિદ્યુતસ્થિતિમાનના તફાવત પર રેખીય રીતે આધાર રાખે છે.

જો વાહક પદાર્થનું નિર્માણ કરતા વિદ્યુતભારો પર આપણે નિયંત્રણો લાદી શકીએ, તો વિદ્યુતપ્રવાહ (I) અને વિદ્યુતસ્થિતિમાનના તફાવતો (V) વચ્ચે જુદા-જુદા પ્રકારના સંબંધો મેળવી શકીએ અને તે અનુસાર આપણે વિદ્યુતપ્રવાહો અને વિદ્યુતસ્થિતિમાનના તફાવતો દ્વારા વિશિષ્ટ પ્રકારનાં કાર્યો કરાવી શકીએ.વળી, આપણે એવી રચનાઓ (devices) બનાવવાનો પણ વિચાર કરી શકીએ કે જેમાં ઇલેક્ટ્રૉનનું 'ઉત્પાદન', તેમની સંખ્યા, તેમનું વહન વગેરે પર સંપૂર્ણપણે આપણો કાબૂ રહે, તો તેની રચનાઓ દ્વારા પણ વિશિષ્ટ પ્રકારના I - V સંબંધો મેળવી શકાય અને તેમના વિશિષ્ટ ઉપયોગો કરી શકાય. આવી રચનાઓ કૃત્રિમ હોઇ શકે અથવા કુદરતમાં પણ કોઈક એવા પદાર્થો મળી શકે કે જેમાં યોગ્ય ફેરફારો કરીને પણ આવી રચનાઓ વિકસાવી શકાય. ઇલેક્ટ્રૉનિક્સમાં આવી રચનાઓ અને તેમની વિશિષ્ટ કામગીરીઓના અભ્યાસો કરવામાં આવે છે.

(**નોંધ :** ઇલેક્ટ્રૉનિક્સ શબ્દ Electron Mechanics પરથી આવેલો છે.)

ધાતુઓમાં મુકત ઇલેક્ટ્રૉનને કારણે જેવું વિદ્યુતવહન થાય છે, તેના કરતાં જુદી રીતે વિદ્યુતવહન થતું હોય તેવા પદાર્થો પણ કુદરતમાં છે. આવા પદાર્થોમાં યોગ્ય ભેળસેળ કરવાથી વિશિષ્ટ પ્રકારના I -V સંબંધો મેળવી શકાય છે. આવા પદાર્થોને લીધે સોલિડ સ્ટેટ ઇલેક્ટ્રૉનિક્સનો વિકાસ શક્ય બન્યો છે.

સોલિડ સ્ટેટ ડિવાઈસીસ (ઘન અવસ્થા રચનાઓ) કદમાં નાની અને હલકી હોવાથી તેમનાથી બનતાં ઇલેક્ટ્રૉનિક ઉપકરણો કદમાં નાનાં અને વધુ કાર્યક્ષમ થયાં અને તેમની કિંમતોમાં પણ ધરખમ ઘટાડો થયો.

પ્રસ્તુત પ્રકરણમાં આપણે P-N જંક્શન ડાયોડ, ટ્રાન્ઝિસ્ટર, LED (Light Emitting Diode), સોલરસેલ જેવી સેમીકન્ડક્ટર રચનાઓનો અભ્યાસ કરીશું. ઉપરાંત આપણે ડિજિટલ ઇલેક્ટ્રૉનિક્સના આધાર સ્તંભ જેવા લૉજિક (Logic) પરિપથોનો પણ અભ્યાસ કરીશું.

7.2 સુવાહકો, અવાહકો અને અર્ધવાહકો (બોન્ડના સંદર્ભમાં) (Conductors, Insulators and Semiconductors (A Bond Picture))

આવર્તકોષ્ટકના પ્રથમ ત્રણ સમૂહોમાં રહેલાં ધાતુતત્ત્વો જેવાં કે આલ્કલી ધાતુઓ, ઉમદા ધાતુઓ, ઍલ્યુમિનિયમ વગેરે વિદ્યુત-સુવાહકો છે. આ ધાતુઓમાં મુક્ત ઇલેક્ટ્રૉનને લીધે સહેલાઈથી વિદ્યુતવહન થાય છે. અને તેમની વિદ્યુત-અવરોધકતા પ્રમાણમાં ઘણી ઓછી હોય છે. અધાતુ તત્ત્વો (Insulator) વિદ્યુતના લગભગ અવાહક છે. આવા પદાર્થોમાં મુક્ત ઇલેક્ટ્રૉન હોતા નથી. આ તત્ત્વોની વિદ્યુત-અવરોધકતા ઘણી જ મોટી હોય છે.

આવર્તકોષ્ટકના ચોથા સમૂહમાંનાં Si અને Ge જેવાં તત્ત્વોની વિદ્યુત-અવરોધકતા ધાતુઓની વિદ્યુત-અવરોધકતા કરતાં વધારે પરંતુ અધાતુઓની વિદ્યુત-અવરોધકતા કરતાં ઓછી હોય છે. આવાં તત્ત્વો અર્ધવાહકો કહેવાય છે.

સુવાહકો અને અર્ધવાહકોમાં વિદ્યુતવહનની પ્રક્રિયા જુદા-જુદા પ્રકારની હોય છે. વસ્તુતઃ અર્ધવાહકો તેમના શુદ્ધ સ્વરૂપમાં શૂન્ય કેલ્વિન તાપમાને અવાહકો તરીકે જ વર્તે છે.

સુવાહકોનું તાપમાન વધારતા તેમની અવરોધકતા વધે છે, જ્યારે અર્ધવાહકોનું તાપમાન અમુક મર્યાદામાં વધારતાં તેમની અવરોધકતા ઘટે છે. અર્ધવાહક પર યોગ્ય આવૃત્તિવાળા વિકિરણને આપાત કરતાં પણ તેમની વાહકતામાં ફેરફાર થાય છે.

ટેબલ 7.1

સુવાહક, અવાહક અને અર્ધવાહકની અવરોધકતા (ઓરડાના તાપમાને)

(ફક્ત જાણકારી માટે)

પદાર્થ	અવરોધકતા (ρ) (Ω m)	વાહકતા ($\sigma = \frac{1}{\rho}$) (S/m)	વર્ગીકરણ
ચાંદી	1.6×10^{-8}	6.25×10^{7}	સુવાહક
કૉપર	1.7×10^{-8}	5.88×10^{7}	
એલ્યુમિનિયમ	2.6×10^{-8}	3.85×10^{7}	
જર્મેનિયમ (શુદ્ધ)	6.5×10^{-1}	1.54	અર્ધવાહક
સિલિકોન (શુદ્ધ)	2×10^{8}	5×10^{-9}	
ગ્લાસ	1.7×10^{11}	5.88×10^{-12}	અવાહક
હાર્ડ રબર	1.0×10^{16}	1×10^{-16}	

Si અને Geને મૂળભૂત અર્ધવાહક એટલે કે Elemental Semiconductors કહે છે. આવા અર્ધવાહકોમાંથી PN જંક્શન, ઝેનર ડાયોડ, ટ્રાન્ઝિસ્ટર વગેરે જેવા ઇલેક્ટ્રૉનિક્સ રચનાઓ તૈયાર કરવામાં આવે છે.

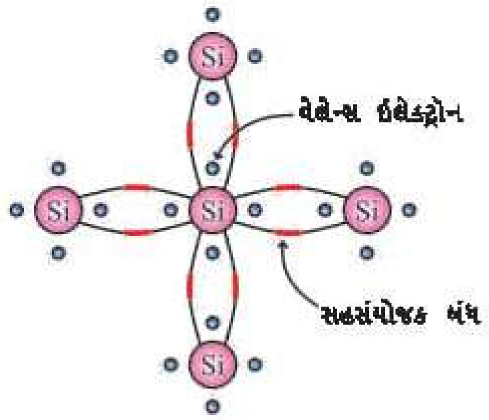
Elemental Semiconductors ઉપરાંત અમુક સંયોજનો (compounds) પણ અર્ધવાહક તરીકે વર્તે છે. આ પ્રકારના અર્ધવાહકોમાં અકાર્બનિક અને કાર્બનિક સંયોજનો ઉપરાંત પોલિમર કાર્બનિક પદાર્થોમાં સમાવેશ થાય છે. ઉદાહરણ તરીકે, CdS (કેડમિયમ સલ્ફાઇડ), GaAs (ગેલેયમ આર્સેનાઇડ), CdSe (કેડ્મિયમ સેલેનાઇડ) વગેરે અકાર્બનિક અર્ધવાહકો છે. સોલરસેલ, LED, લેસર ડાયોડ જેવી રચનાઓ આ પ્રકારના અર્ધવાહકોમાંથી બનેલી હોય છે.

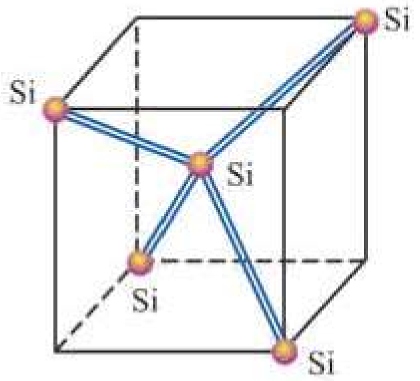
ઇ.સ. 1990 પછી કેટલીક અર્ધવાહક રચનાઓ કાર્બનિક અને પોલિમર કાર્બનિક પદાર્થોમાંથી બનાવવામાં આવે છે. પરિણામે પોલિમર ઇલેક્ટ્રૉનિક્સ અને મોલેક્યુલર ઇલેક્ટ્રૉનિક્સના વિકાસની ક્ષિતિજો વિસ્તરી છે.

પ્રસ્તુત પ્રકરણમાં આપણે મૂળભૂત અર્ધવાહકોનો અભ્યાસ કરીશું જેમાં Si તત્ત્વ વધારે અગત્યની છે.

Siનો પરમાણુક્રમાંક 14 છે. તેની ઇલેક્ટ્રૉનિક સંરચના $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^2$ માં $1s^2\ 2s^2\ 2p^6$થી K અને L કવચો (Shell) સંપૂર્ણ ભરાયેલી હોય છે. અને $3s^2\ 3p^2$ ઇલેક્ટ્રૉન્સ વેલેન્સ ઇલેક્ટ્રૉન્સ છે. આમ, Si (અને Ge (Z = 32) પણ) ટેટ્રાવેલન્ટ છે. અહીં બે s કક્ષકો અને બે p-કક્ષકોમાંથી કુલ ચાર sp^3 સંકર કક્ષકો તૈયાર

થાય છે અને આ કક્ષકો પડોશી પરમાણુઓની આવી જ કક્ષકો સાથે મળીને સહસંયોજક બંધ (Convalent Bond) તૈયાર કરે છે. દરેક સહસંયોજક બંધમાં બે ઇલેક્ટ્રૉન હોય છે. આમ, સિલિકોનનો દરેક પરમાણુ પોતાના ચાર વેલેન્સ ઇલેક્ટ્રૉનમાંથી એક-એક ઇલેક્ટ્રૉનની પોતાના ચાર પાડોશી પરમાણું સાથે ભાગીદારી કરી સહસંયોજક બંધ રચે છે. આકૃતિ 7.1(*a*)માં આ સ્થિતિ દ્વિ-પરિમાણમાં અને આકૃતિ 7.1 (*b*)માં ત્રિ-પરિમાણમાં દર્શાવી છે. પરમાણુઓની આવી ગોઠવણી ત્રિપરિમાણમાં આગળ વધારવાથી ડાયમન્ડ બંધારણ તૈયાર થાય છે. આમ, Si અને Ge એ ડાયમન્ડ સ્ફટિક-બંધારણ ધરાવે છે.

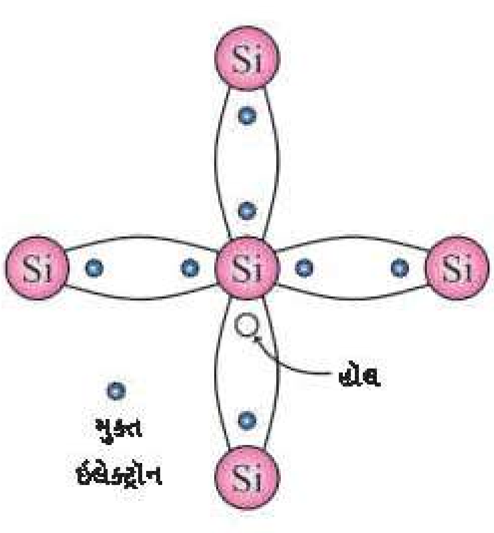




આકૃતિ 7.1

હોલની સંકલ્પના : નિરપેક્ષ શૂન્ય તાપમાને Si (અને Ge)ના બધા વેલેન્સ ઇલેક્ટ્રૉન સહસંયોજક બંધમાં જકડાયેલા હોય છે. પરિણામે Si (અને Ge) આ તાપમાને અવાહક તરીકે વર્તે છે. ઓરડાના તાપમાને સ્ફટિકમાંના પરમાણુઓ ઉષ્મીય દોલનો (Thermal Oscillations) કરે છે. પરિણામે કેટલાક સહસંયોજક બંધમાં ભંગાણ સર્જાય છે અને તેવા સહસંયોજક બંધમાંથી ઇલેક્ટ્રૉન છટકીને 'મુક્ત'બની જાય છે. આવા મુક્ત ઇલેક્ટ્રૉન વિદ્યુતવહનમાં ભાગ લે છે.

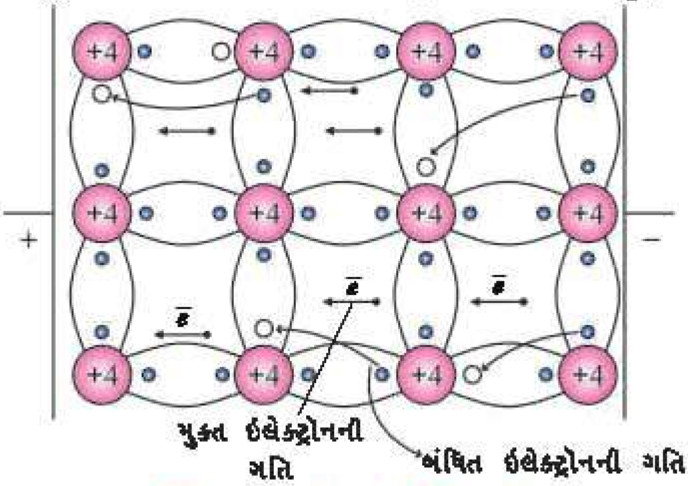
સહસંયોજક બંધમાંથી ઇલેક્ટ્રૉન છૂટો પડી જતાં તે જગ્યાએ ઇલેક્ટ્રૉનની ઊણપ વર્તાય છે. સહસંયોજક બંધમાં ઇલેક્ટ્રૉનની ગેરહાજરીથી ખાલી રહેતી 'જગ્યા'માં ઇલેક્ટ્રૉનને 'આકર્ષવા'ની વૃત્તિ હોય છે. જો બીજા કોઈ સહસંયોજક બંધમાં ભંગાણ સર્જાઈને ઇલેક્ટ્રૉન ત્યાંથી છૂટો પડે, તો તેવો ઇલેક્ટ્રૉન આ ખાલી જગ્યામાં ગોઠવાઈ જાય છે. **આ ખાલી જગ્યાને હોલ કહે છે.** અને જાણે કે તે ધનવિદ્યુતભાર ધરાવતા હોય તેમ વર્તે છે. (જુઓ આકૃતિ 7.2) બરાબર યાદ રાખો કે, હોલ એ કોઈ વાસ્તવિક કણ નથી અને તેમાં ધનવિદ્યુતભાર જેવું કંઈ નથી, તો પ્રશ્ન એવો થાય કે હોલને આપણે શાથી મહત્ત્વ આપીએ છીએ ?



આકૃતિ 7.2

ઓરડાના તાપમાને, Si માં ઇલેક્ટ્રૉનને સહસંયોજક બંધમાંથી છટકવા માટે જરૂરી ઊર્જા 1.1 eV અને Ge માટે 0.72 eV છે.

અર્ધવાહકમાં વિદ્યુતવહન : આપણે જોયું કે સહસંયોજક બંધમાંથી છટકેલ ઇલેક્ટ્રૉન મુક્ત બની જાય છે અને તેમાં હોલ ઉદ્ભવે છે. આ સ્થિતિમાં જ્યારે સ્ફટિકના બે છેડા વચ્ચે p.d. પ્રસ્થાપિત કરવામાં આવે ત્યારે મુક્ત ઇલેક્ટ્રૉન ઋણ છેડાથી ધન છેડા તરફ ગતિ કરીને વિદ્યુતપ્રવાહનું નિર્માણ કરે છે. (જુઓ આકૃતિ 7.3)



આકૃતિ 7.3 અર્ધવાહકમાં વિદ્યુતનું વહન

આ સાથે ઉષ્મીય કંપનો અને બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્રની અસર હેઠળ બંધિત ઇલેક્ટ્રૉન પણ સહસંયોજક બંધમાંથી છટકીને નજીકના હોલમાં આવતા હોય છે. આવા ઇલેક્ટ્રૉન જે હોલમાં આવે તે પુરાઇ જાય છે. પણ પોતે જ્યાંથી છટક્યા હોય, ત્યાં નવા હોલ તૈયાર થાય છે. અહીં બંધિત ઇલેક્ટ્રૉનની ગતિ ઋણ છેડાથી ધન તરફ જ હોય છે. પરિણામે હોલની ગતિ ધન છેડાથી ઋણ છેડા તરફ હોય તે સમજી શકાય છે.

આમ, અર્ધવાહકમાં વિદ્યુતપ્રવાહ બે પ્રકારે મળે છે : (1) મુક્ત થઇ ગયેલા ઇલેક્ટ્રૉનની ગતિ (I_e) (2) બંધિત ઇલેક્ટ્રૉન અથવા હોલની ગતિ (I_h).

આવા ઇલેક્ટ્રૉન બંધિત અવસ્થામાંથી છટકીને નજીકના હોલમાં જ ફરીથી બંધિત અવસ્થામાં આવી જાય છે. આ ઇલેક્ટ્રૉનને 'મુક્ત' ઇલેક્ટ્રૉન ગણી શકાય નહીં. મુક્ત ઇલેક્ટ્રૉન દ્વારા મળતા વહનથી જુદું પાડવા માટે બંધિત ઇલેક્ટ્રૉનની ગતિની વિરુદ્ધ દિશામાં ગતિ કરતાં હોલની ગતિના સ્વરૂપમાં નિરૂપવામાં આવે છે.

હોલની ગતિ ઇલેક્ટ્રૉનની ગતિની વિરુદ્ધ દિશામાં એટલે કે ધનથી ઋણ છેડા તરફ હોવાથી હોલ ધનવિદ્યુતભારી કણની જેમ વર્તતા લઇ શકાય છે. હવે જ્યારે કોઇ એમ કહે કે વહન હોલને કારણે થાય છે. ત્યારે સમજવું કે બંધિત ઇલેક્ટ્રૉન દ્વારા થાય છે. શુદ્ધ કે અંતર્ગત અર્ધવાહક Si અને Geમાં મુક્ત ઇલેક્ટ્રૉન અને હોલ એમ બંને કારણે વિદ્યુત-વહન થાય છે એટલે કે ઇલેક્ટ્રૉન અને હોલ બંને વિદ્યુતભારવાહકો છે.

શુદ્ધ અર્ધવાહકમાં મુક્ત ઇલેક્ટ્રૉન અને હોલ જોડકામાં જ ઉદ્ભવતા હોવાથી તેમની સંખ્યા-ઘનતા (Number Density) અનુક્રમે n_e અને n_h સમાન હોય છે. અહીં, ઇલેક્ટ્રૉન અને હોલને ઇન્ટ્રિન્સિક (Intrinsic) વિદ્યુતભારવાહકો પણ કહે છે. આથી, તેમની સંખ્યા ઘનતાને n_i વડે દર્શાવાય છે. આમ, શુદ્ધ અર્ધવાહક માટે,

$n_e = n_h = n_i$

સિલિકોન Si (કે Ge જર્મેનિયમ)નું તાપમાન વધારતાં વધારે બંધમાં ભંગાણ સંર્જાય છે. પરિણામે વધારે મુક્ત ઇલેક્ટ્રૉન અને હોલ પ્રાપ્ત થાય છે. આમ, વિદ્યુતભારવાહકોની સંખ્યા-ઘનતા વધતાં વાહકતામાં વધારો થાય છે.

7.3 સુવાહકો, અવાહકો અને અર્ધવાહકો (બેન્ડવાદ અનુસાર) (Conductors, Insulators and Semiconductors--A band picture)

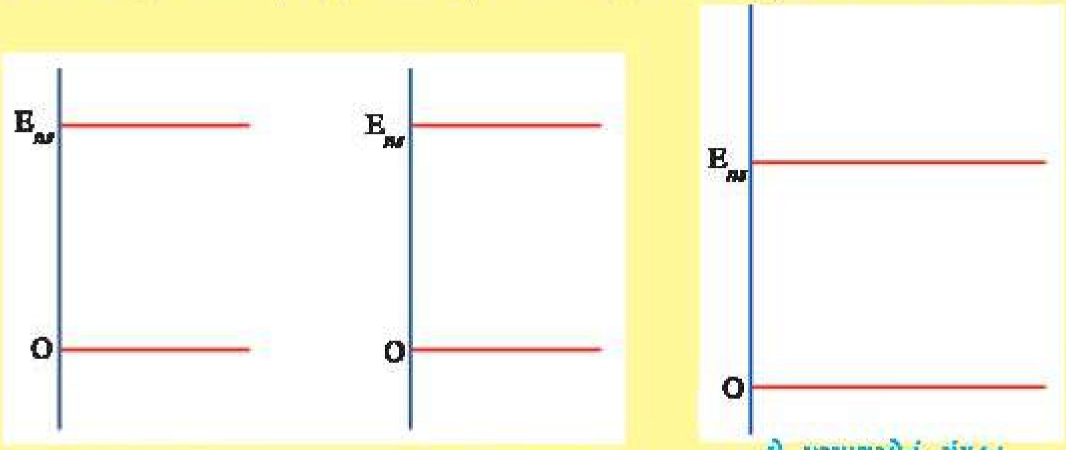
ફક્ત જાણકારી માટે : કેટલાંક ઘન પદાર્થોના X-ray અભ્યાસ તેમજ બીજા અભ્યાસો દર્શાવે છે કે તે સ્ફટિકમય બંધારણ ધરાવે છે. એટલે કે તેમાં અણુઓ કે પરમાણુઓ નિયમિત રીતે ગોઠવાયેલા હોય છે. અગાઉના પ્રકરણમાં આપણે હાઇડ્રોજનના ઇલેક્ટ્રૉનનાં ઊર્જાસ્તરોનો જે અભ્યાસ કર્યો તે આ કિસ્સામાં લાગુ પાડી શકાતો નથી. જ્યારે પરમાણુઓ નજીક નજીક ગોઠવાયેલા હોય ત્યારે પરમાણુ તેના પડોશી પરમાણુઓ તેમજ દૂરના અંતરે આવેલા અનેક પરમાણુઓ સાથે આંતરક્રિયા કરે છે. આથી પરમાણુઓના ઇલેક્ટ્રૉન્સની

ઊર્જા બદલાય છે. પરમાણુની અંદરના કક્ષામાં આવેલ ઇલેક્ટ્રૉન્સ ન્યુક્લિયસ સાથે જકડાયેલા હોવાથી તેમની ઊર્જાના સ્તરમાં ખાસ ફેર પડતો નથી પરંતુ બહારની કક્ષામાં ઇલેક્ટ્રૉન્સ (વેલેન્સ ઇલેક્ટ્રૉન્સ) બીજા પરમાણુઓ સાથે ભાગીદારી કરતો હોવાથી તેની ઊર્જાનાં સ્તરોમાં ફેરફાર થાય છે. સ્વતંત્ર પરમાણુના ઇલેક્ટ્રૉનની ઊર્જા કરતાં સ્ફટિકમાં રહેલા દરેક ઇલેક્ટ્રૉન માટે અલગ-અલગ ઊર્જાનું સ્તર મળે છે. આવા ઊર્જાના સ્તરોને ઊર્જાપટ્ટો અથવા Energy Band કહે છે. ઘન પદાર્થમાં Energy Band કઈ રીતે રચાય છે, તે હવે આપણે સમજીશું.

આપણે જાણીએ છીએ, કે ક્વૉન્ટમ-તંત્રની ક્વૉન્ટમીકૃત ઊર્જાઓને, યોગ્ય સ્કેલ પર, ઊર્ધ્વઅક્ષ પર આડી રેખાઓ વડે રજૂ કરવામાં આવે છે. આવી આકૃતિને Energy Level Diagram કહે છે.

એક કરતાં વધારે પરમાણુઓ ધરાવતા અણુઓ અને ઘનપદાર્થોમાં પણ ઇલેક્ટ્રૉન્સની વર્તણૂક અને તેમની ઊર્જાઓનો ખ્યાલ મેળવવા માટે ક્વૉન્ટમ મિકેનિક્સનો ઉપયોગ અનિવાર્ય છે.

ઘન પદાર્થોના કિસ્સામાં ઇલેક્ટ્રૉન્સનાં ઊર્જાસ્તરો કેવી રીતે 'ગોઠવાયેલાં' હોય તે જાણવા માટે એક બહુ જ સાદા કાલ્પનિક ઉદાહરણથી શરૂ કરીએ. આ માટે આપણે, પ્રથમ માત્ર બે પરમાણુવાળા એક અણુનો વિચાર કરીશું. ધારો કે આ અણુના દરેક પરમાણુમાં ns (n = પૂર્ણાંક મુખ્ય ક્વૉન્ટમ-નંબર અને s એટલે $l = 0$ કક્ષીય ક્વૉન્ટમ-નંબર) વડે રજૂ કરી શકાતું 1 વેલેન્સ ઇલેક્ટ્રૉન છે. પરમાણુમાં તેની ઊર્જાને આપણે E_{ns} વડે દર્શાવીશું. જ્યારે અણુ રચતા આ પરમાણુઓ સૈદ્ધાંતિક રીતે એકબીજાથી અનંત અંતરે હોય ત્યારે તેમની વચ્ચે કોઈ આંતરક્રિયા થતી નથી અને બંને પરમાણુઓ આ અર્થમાં એકબીજાથી સ્વતંત્ર છે. તે દરેકમાં ns ઇલેક્ટ્રૉનની ઊર્જા E_{ns} છે. આકૃતિ 7.4 (*a*)માં બંને પરમાણુઓ માટે જુદા-જુદા energy level diagramsમાં E_{ns} ઊર્જાસ્તરો દર્શાવ્યાં છે.



પરમાણુ (1) માટે ઊર્જાસ્તર   પરમાણુ (2) માટે ઊર્જાસ્તર

(*a*)

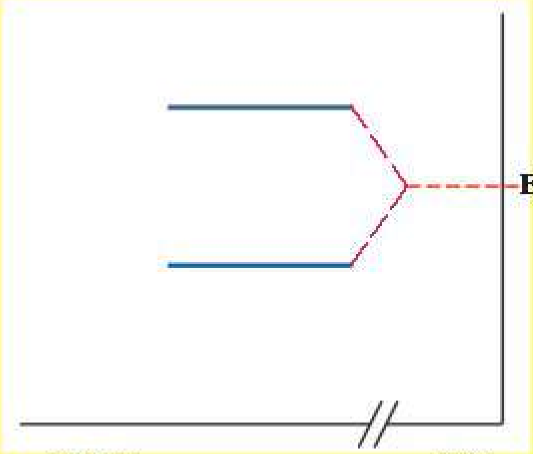
બે પરમાણુઓનું સંયુક્ત ઊર્જાસ્તર

(*b*)

આકૃતિ 7.4 પરમાણુ માટે ઊર્જાસ્તર

હવે, આ ઊર્જાસ્તરોને જુદા-જુદા ડાયાગ્રામમાં દર્શાવવાને બદલે એક જ ડાયાગ્રામમાં દર્શાવીએ, તો E_{ns} દર્શાવતી બંને આડી રેખાઓ એક જ સ્થાને આવશે. આ સ્થિતિ આકૃતિ 7.4 (*b*)માં દર્શાવી છે.

હવે, આ બે પરમાણુઓને એકબીજાથી પરિમિત અંતરે લાવીએ, તો તેમના બધા જ ઘટકકણો એકબીજા સાથે આંતરક્રિયાઓ કરશે અને તેથી, તેઓ જ્યારે એકબીજાથી અનંત અંતરે હતા, ત્યારે તેમના વેલેન્સ ઇલેક્ટ્રૉન્સની જે સ્થિતિ-ઊર્જાઓ હતી, તે હવે બદલાઈ જશે. પરિણામે આવાં તરંગ-વિધેયો અને તેમને અનુરૂપ નવી ઊર્જાઓ મળશે. એટલે તે તેમની વચ્ચેના અનંત અંતર માટે E_{ns}



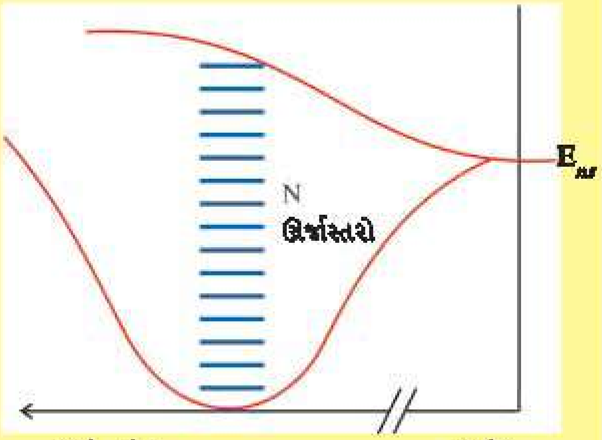
આકૃતિ 7.5

ઊર્જાઓ જે સમાન હતી અને energy level diagram પર એક જ સ્થાને હતી, તેના બદલે હવે આપણને જુદી-જુદી ઊર્જાવાળા બે ઊર્જાસ્તરો મળશે. આમ, E_{ns} ઊર્જાસ્તરો છૂટાં પડશે, અર્થાત્ ઊર્જાસ્તરોનું splitting થશે. આવું એક કાલ્પનિક splitting (સરળતા ખાતર) આકૃતિ 7.5 માં દર્શાવ્યું છે.

મુખ્ય વાત આ છે : આપણી પાસે E_{ns} ઊર્જાવાળાં (સમાન ઊર્જાનાં) બે સ્તરો હતાં. તેમાંથી આપણને જુદી-જુદી ઊર્જાવાળાં બે સ્તરો મળ્યાં.

જો આપણા કાલ્પનિક ઉદાહરણમાં ત્રણ પરમાણુઓ હોત અને તે દરેકમાં એક-એક E_{ns} ઊર્જાવાળાં સ્તર હોત, તો તેમનું ઉપર જણાવ્યા અનુસાર splitting થઈને ત્રણ ઊર્જાસ્તરો મળ્યાં હોત. અને અંતર સાથે ઊર્જાના, હવે બેને બદલે ત્રણ આલેખો મળ્યા હોત.

હવે, તમે સમજી શકશો કે જો N પરમાણુઓ માટે આવી ગણતરી કરીએ, તો N પરમાણુઓ પરનાં E_{ns} ઊર્જાસ્તરોમાંથી આપણને જુદી-જુદી ઊર્જા સાથે N ઊર્જાસ્તરો મળે. (ઊર્જાસ્તરોની કુલ સંખ્યા બદલાતી નથી તે હકીકત ખાસ નોંધો.) વળી, બે પરમાણુઓ માટે અંતર સાથે ઊર્જાસ્તરોની ઊર્જાના બે આલેખોને બદલે હવે આપણને N આલેખો મળે. આકૃતિ 7.6માં સરળતા ખાતર આપણે splitting પછી, સૌથી વધારે અને સૌથી ઓછી ઊર્જા ધરાવતા સ્તરો માટેના બે આલેખો દર્શાવ્યા છે. વચ્ચેનાં ઊર્જાસ્તરોની ઊર્જાઓ માત્ર આડી રેખાઓ વડે દર્શાવી છે.



આકૃતિ 7.6 N પરમાણુઓનાં ઊર્જાસ્તરો

આ રીતે મળતાં ઊર્જાસ્તરોમાં બે ક્રમિક ઊર્જાસ્તરો વચ્ચે ઊર્જાનો તફાવત સામાન્ય રીતે નાનો હોય છે. આવાં N ઊર્જાસ્તરોનો સમૂહ એક ઊર્જા-બૅન્ડ (Energy Band) રચે છે, તેમ કહેવાય. અંત્રે આપણા ઉદાહરણમાં જે બૅન્ડ મળે છે તે *ns* levelમાંથી મળે છે તેમ કહેવાય. આમ, આ બૅન્ડનું નામાભિધાન પણ *ns* વડે કરી શકાય. આપણે *ns*ને વેલેન્સ અવસ્થા ગણી છે, એટલે આ બૅન્ડને આપણા ઉદાહરણની વેલેન્સ-બૅન્ડ કહેવાય.

હવે, આટલી જાણકારી સાથે Si (સિલિકોન) માટે કેવી બૅન્ડ્સ મળે તેનો અભ્યાસ કરીએ.

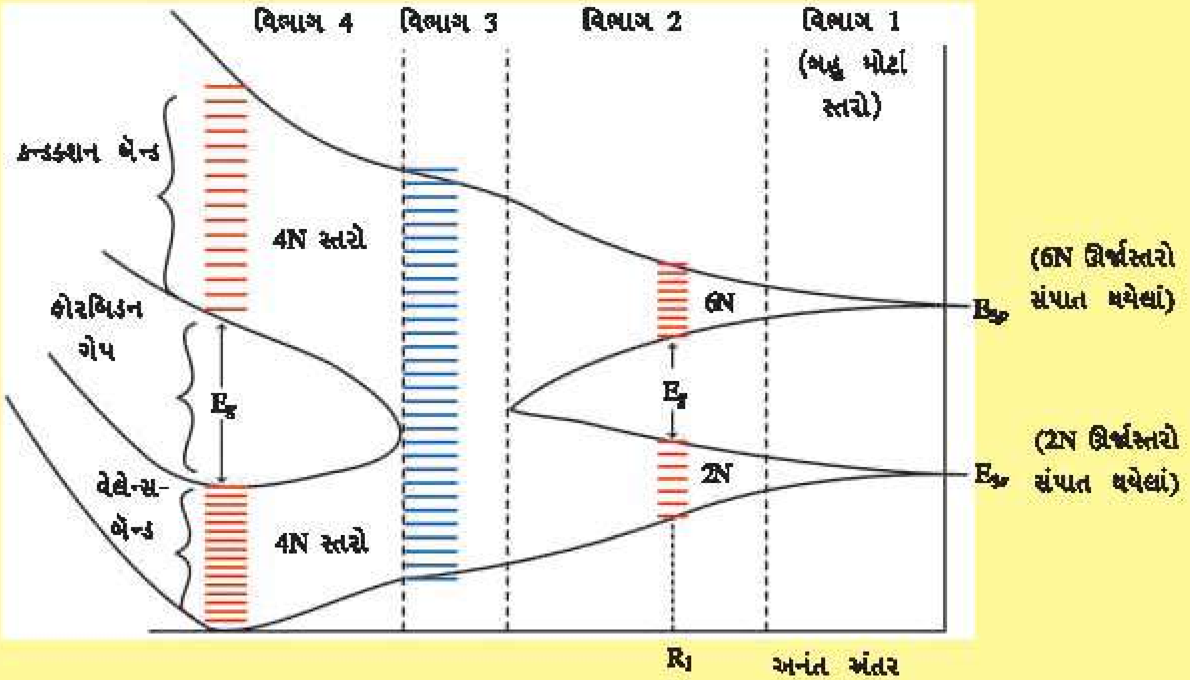
સિલિકોન પરમાણુની ઇલેક્ટ્રૉન-સંરચના $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^2$ છે. અહીં $n = 1$ (K-કવચ) અને $n = 2$ (L-કવચ) સંપૂર્ણ ભરાયેલી છે અને તેથી $3s^2\ 3p^2$ એ વેલેન્સ અવસ્થાઓ છે. અંત્રે $3s$ પ્રકારના બે અને $3p$ પ્રકારના બે એમ કુલ ચાર વેલેન્સ ઇલેક્ટ્રૉન્સ છે. જો સિલિકોનના ઘન પદાર્થમાં N પરમાણુઓ હોય, તો અને પ્રારંભમાં આ પરમાણુઓ એકબીજાથી અનંત અંતરે હોય તો, તો $3s$ પ્રકારના 2N ઇલેક્ટ્રૉન્સ અને $3p$ પ્રકારના 2N એમ કુલ 4N ઇલેક્ટ્રૉન્સ હોય. હવે, દરેક સિલિકોન પરમાણુ પર બે $3s$ વેલન્સ-અવસ્થા અને 6, $3p$ વેલેન્સ-અવસ્થાઓ છે. આમ, દરેક પરમાણુ પર કુલ

8 વેલેન્સ-અવસ્થાઓ છે. આથી, N પરમાણુઓ પર કુલ (2 N + 6 N) જેટલી વેલેન્સ-અવસ્થાઓ છે. આમાં 3*s* પ્રકારની 2N અવસ્થાઓની ઊર્જાઓ E_{3s} સમાન હોય અને 3*p* પ્રકારની 6N અવસ્થાઓની ઊર્જાઓ E_{3p} પણ સમાન હોય. આંતરપરમાણુ-અંતરો અનંત હોય ત્યારે તેમને આકૃતિ 7.7માં દર્શાવ્યા અનુસાર દર્શાવી શકાય.

હવે પરમાણુઓને એકબીજાની નજીક લાવવામાં આવે છે, ત્યારે 3*s* પ્રકારના સ્તરોનું જુદી-જુદી ઊર્જાવાળાં 2N સ્તરોમાં અને 3*p* પ્રકારનાં સ્તરોનું જુદી-જુદી ઊર્જાવાળાં 6N સ્તરોમાં splitting થાય છે. નમુના ખાતર એક અંતર R_1 માટે 3*s*માંથી મળતા 2N સ્તરો અને 3*p*માંથી મળતાં 6N સ્તરો દર્શાવ્યાં છે. અહીં E_g ને બેન્ડગેપ કહે છે.

શબ્દોમાં, અત્રે આપણે આંતરપરમાણુ-અંતર માટે બેન્ડગેપ એટલે E_{3s}માંથી મળતાં મહત્તમ ઊર્જાવાળા સ્તર અને E_{3p}માંથી મળતા લઘુતમ ઊર્જાવાળા સ્તરની ઊર્જાનો તફાવત.

હજુ, આંતરપરમાણુ-અંતરો ઘટાડવામાં આવે તો વિભાગ-3માંનાં આંતરપરમાણુ-અંતરો માટે 3*s* પ્રકારની બેન્ડ અને 3*p* પ્રકારની બેન્ડ વચ્ચે કોઈ ગેપ રહેતી નથી અને કુલ 8N સ્તરોની સળંગ બેન્ડ મળે છે. હજુ પણ વિભાગ 3માંનાં અંતરો કરતાં ઓછાં અંતરો લેવામાં આવે તો વિભાગ 4માંનાં અંતરો માટે, ઉપર્યુક્ત 8N સ્તરોમાંથી હવે 4N સ્તરો ધરાવતી બીજી બેન્ડ મળે છે. તેમની વચ્ચેની બેન્ડગેપ આકૃતિ 7.7 માં દર્શાવેલ છે.સિલિકોન પરમાણુઓ વચ્ચેના સમતોલન અંતર માટે આ બંને બેન્ડ્સ આકૃતિમાં દર્શાવી છે. હવે, નીચેની 4N સ્તરો ધરાવતી બેન્ડમાં, દરેક સ્તરમાં એક એમ કુલ 4N ઇલેક્ટ્રોન્સ મૂકી શકાય. આમ કરવાથી આ બેન્ડ સંપૂર્ણ ભરાઈ ગઈ છે તેમ કહેવાય. (ઇલેક્ટ્રોનસ્પિનને ધ્યાનમાં લેતાં, પાઉલીના exclusion સિદ્ધાંત અનુસાર એક સ્તરમાં એકથી વધારે ઇલેક્ટ્રોનનો સમાવેશ કરી શકાય નહિ) આપણા ઉદાહરણમાં નીચેની બેન્ડને વેલેન્સ-બેન્ડ કહે છે.



આકૃતિ 7.7 સિલિકોનનો બેન્ડ ડાયાગ્રામ

હવે, અત્રે મળતી ઉપરની બેન્ડ તદ્દન ખાલી છે. આ સ્થિતિમાં ઇલેક્ટ્રોન્સને ઓછામાંઓછી E_g ઊર્જા આપવામાં આવે, તો તે સંક્રાંતિ કરીને ઉપરની બેન્ડમાં જઈ શકે. ઇલેક્ટ્રોન પોતાને મળેલી ઊર્જા અનુસાર ઉપરની બેન્ડમાં (બેન્ડ ખાલી હોવાથી) ગમે તે સ્તરમાં જઈ શકે અને તે અર્થમાં તે મુક્ત ઇલેક્ટ્રોન તરીકે વર્તીને વિદ્યુતવહનમાં ભાગ લઈ શકે. આથી, અહીં મળતી ઉપરની બેન્ડને કન્ડક્શન બેન્ડ કહે છે.

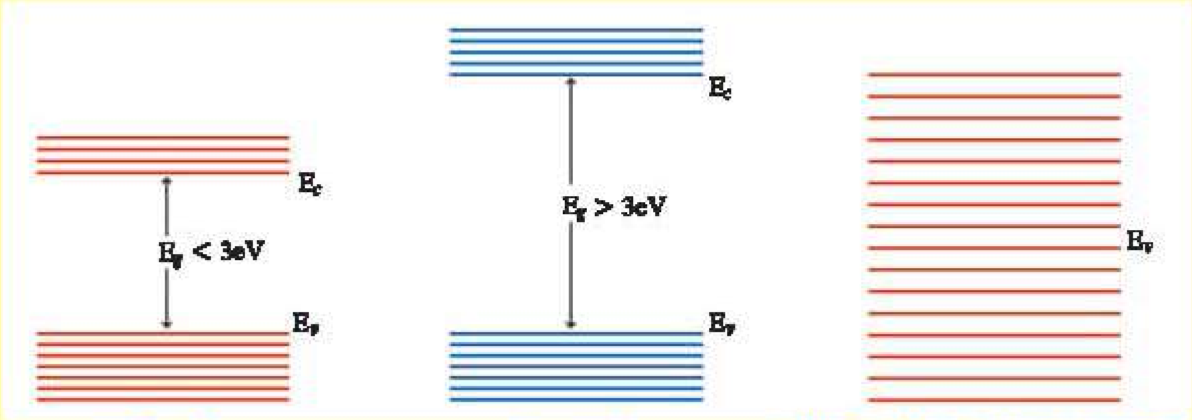
વ્યાપક રીતે કન્ડક્શન-બેન્ડની લઘુતમ ઊર્જા અને વેલેન્સ-બેન્ડની મહત્તમ ઊર્જાના તફાવતને બેન્ડગેપ (E_g) કહે છે. નોંધો કે ઊર્જાના બેન્ડગેપવાળા વિસ્તારમાં કોઈ ઊર્જાસ્તર અસ્તિત્વ ધરાવતું નથી. બીજા શબ્દોમાં ઇલેક્ટ્રૉન આ વિસ્તારમાંની કોઈ ઊર્જા ધારણ કરી શકતો નથી. આ અર્થમાં ઊર્જાના આ વિસ્તારને ફોરબિડન ગેપ (Forbidden Gap) કહે છે.

જેવી રીતે અર્ધવાહક પદાર્થોમાં વેલેન્સ-બેન્ડ સંપૂર્ણ ભરાયેલી અને કન્ડક્શન-બેન્ડ સંપૂર્ણ ખાલી હોય છે તેવી જ રીતે અવાહક પદાર્થોમાં પણ આવી જ પરિસ્થિતિ હોય છે. માત્ર ફરક એટલો છે કે અર્ધવાહક પદાર્થો માટે બેન્ડગેપનાં મૂલ્યો ઓછાં હોય છે, જ્યારે અવાહક પદાર્થોમાં બેન્ડગેપનાં મૂલ્યો વધારે હોય છે. અર્ધવાહકો માટે આ મૂલ્યો 3eV કરતાં ઓછાં હોય છે, જ્યારે અવાહકો માટે આ મૂલ્યો 3eV કરતાં વધારે હોય છે.

સુવાહક પદાર્થોમાં ઊર્જાસ્તરો કેવાં હોય તે જાણવા માટે આપણે સોડિયમ ધાતુનું સાદું ઉદાહરણ ચર્ચીશું. Naની ઇલેક્ટ્રૉનિક સંરચના $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^1$ છે. આમ, Na માં 1 વેલેન્સ ઇલેક્ટ્રૉન હોય છે અને સ્પિનને ધ્યાનમાં લેતા $3s$ પ્રકારની બે ક્વૉન્ટમ-અવસ્થાઓ હોય છે. જો Na ધાતુનો સ્ફટિક N પરમાણુઓનો બનેલો હોય, તો પરમાણુની અવસ્થામાંથી આપણને કુલ 2N અવસ્થાઓ પ્રાપ્ત થાય છે. બીજા શબ્દોમાં, હવે 2N ઊર્જાસ્તરો મળે છે. (અહીં આપણે માત્ર $3s$ ઊર્જાસ્તરમાંથી મળતા ઊર્જાસ્તરોની વાત કરીએ છીએ.) આ રીતે 2N ઊર્જાસ્તરોથી રચાતી બેન્ડમાં એક પછી એક ઇલેક્ટ્રૉન પાઉલીના એક્સક્લુઝન પ્રિન્સિપલ અનુસાર મૂકતા જઈએ તો અત્રે કુલ N ઇલેક્ટ્રૉન (વેલેન્સ) હોવાથી વેલેન્સ બેન્ડ અડધી જ ભરાય છે. આવી સ્થિતિમાં ઇલેક્ટ્રૉન્સ પ્રમાણમાં ઓછી ઊર્જાની જરૂરિયાત સાથે આ બેન્ડમાંના ખાલી સ્તરોમાં સંક્રાંતિ કરી શકે છે અને આમ તેઓ જાણે કે મુક્ત ઇલેક્ટ્રૉન હોય તેમ વર્તીને સહેલાઈથી વિદ્યુતવહન કરી શકે છે. એક કરતાં વધારે વેલેન્સ ઇલેક્ટ્રૉન ધરાવતા ધાતુ તત્ત્વોનાં ઇલેક્ટ્રૉનિક્સ બંધારણોના અભ્યાસો દર્શાવે છે કે વેલેન્સ-બેન્ડ અને કન્ડક્શન-બેન્ડ એકબીજા પર સંપાત (Overlap) થતી હોય છે.

ઘનપદાર્થના બેન્ડવાદની ઉપરની બૉક્સમાં આપેલી ચર્ચા માત્ર સમજૂતી પૂરતી છે. આપણે માત્ર, આ ચર્ચાના નિચોડ રૂપે મળતી માહિતીઓ નોંધીને સંતોષ માનીશું.

અર્ધવાહકો, અવાહકો અને સુવાહકોની વેલેન્સ અને કન્ડક્શન-બેન્ડ્સ સંજ્ઞાત્મક રીતે આકૃતિ 7.8માં દર્શાવી છે.



અર્ધવાહકો   અવાહકો   સુવાહકો (સંપાત થતી કન્ડક્શન બેન્ડ્સ અને વેલેન્સ બેન્ડ્સ

આકૃતિ 7.8 સુવાહક, અવાહક અને અર્ધવાહક માટે બેન્ડ-ડાયાગ્રામ

ઘન પદાર્થના બેન્ડવાદની ઉપરની બૉક્સમાં આપેલી ચર્ચા માત્ર સમજૂતી પૂરતી છે. આપણે માત્ર, આ ચર્ચાના નિચોડ રૂપે મળતી માહિતીઓ નોંધીને સંતોષ માનીશું.

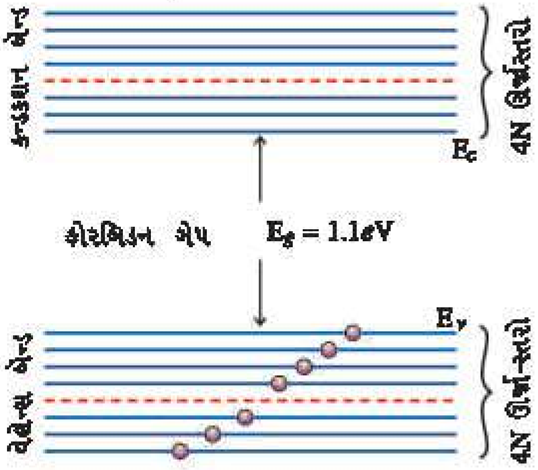
જેમ પરમાણુઓમાં ઇલેક્ટ્રૉન્સની અવસ્થાઓ અને તેને અનુરૂપ ઊર્જાસ્તરો હોય છે, તેમ ઘન પદાર્થોમાં પણ ઇલેક્ટ્રૉન્સની અવસ્થાઓ અને ઊર્જાસ્તરો હોય છે.

આવા ઊર્જાસ્તરોના સંદર્ભમાં અર્ધવાહકો, અવાહકો અને વાહકો એમ ત્રણ પ્રકારનું ઘન પદાર્થોનું વર્ગીકરણ સમજી શકાય છે.

અર્ધવાહકો : અર્ધવાહકોના વિદ્યુતવહનને લગતા ગુણધર્મો સમજવા માટે આપણે સિલિકોનનું ઉદાહરણ લઈશું. ધારો કે ડાયમન્ડ પ્રકારનું બંધારણ ધરાવતો S_iનો સ્ફટિક N પરમાણુઓનો બનેલો છે. આ સ્ફટિકના દરેક પરમાણુમાં $3s^2$ એમ બે અને $3p^2$ એમ છ વેલેન્સ-અવસ્થાઓ છે. આમાંથી $3s^23p^2$ સંરચના અનુસાર ચાર અવસ્થાઓ ભરાયેલી છે.

જ્યારે આવા પરમાણુઓ Siનો સ્ફટિક રચે છે, ત્યારે સ્ફટિકમાં, ઉપર્યુક્ત 2 + 6 = 8 વેલેન્સ-અવસ્થાઓમાંથી કુલ 8 N અવસ્થાઓ અને અનુરૂપ 8 N ઊર્જાસ્તરો મળે છે. આ ઊર્જાસ્તરો આકૃતિ 7.9માં દર્શાવ્યાં છે.

અહીં ખૂબ પાસેપાસે રહેતાં 4N સ્તરો એક બેન્ડની રચના કરે છે, તેમ કહેવાય. પાઉલીના exclusion સિદ્ધાંત અનુસાર, આકૃતિમાં દર્શાવેલ નીચેની બેન્ડમાં દરેક સ્તરમાં 1 એમ 4N ઇલેક્ટ્રૉન્સનો સમાવેશ થઈ જતાં આ બેન્ડ સંપૂર્ણ ભરાઈ ગયેલ છે તેમ કહેવાય. અહીં આ બેન્ડ-વેલેન્સ બેન્ડ કહેવાય છે. આ બેન્ડ સંપૂર્ણ ભરાયેલ હોવાથી ઇલેક્ટ્રૉન એક સ્તરમાંથી બીજા સ્તરમાં જઈ શકતા નથી. પરિણામે વિદ્યુતવહન થતું નથી.



આકૃતિ 7.9 Siનો બેન્ડ-ડાયાગ્રામ (0 K તાપમાને)

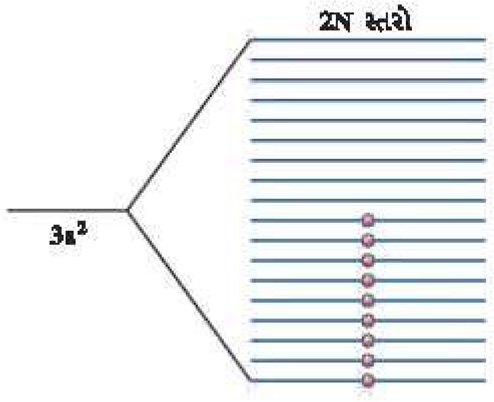
આ બેન્ડ પછી ઉપર જતાં ઊર્જાનો એવો વિસ્તાર આવે છે, જેમાં કોઈ ઊર્જાસ્તર નથી. ઊર્જાના આ વિસ્તારને ફોરબિડન ગેપ કહે છે. અર્ધવાહકોમાં ફોરબિડન ગેપની પહોળાઈ < 3 eV હોય છે. Si અને Ge માટે E_gનાં મૂલ્યો અનુક્રમે 1.1 eV અને 0.72 eV છે.

ફોરબિડન ગેપના ઉપરના વિસ્તારની બેન્ડને કન્ડક્શન-બેન્ડ કહે છે. આ સ્થિતિ 0 K તાપમાને હોય છે. હવે જો ઇલેક્ટ્રૉનને કોઈક રીતે ફોરબિડન ગેપની પહોળાઈ કરતાં વધારે ઊર્જા આપવામાં આવે તો ઇલેક્ટ્રૉન વેલેન્સ-બેન્ડમાંથી કન્ડક્શન બેન્ડમાં જાય છે. આવા ઇલેક્ટ્રૉન કન્ડક્શન- બેન્ડમાં (ઘણાં ખાલી સ્તરો મળતાં હોવાથી) એક સ્તરમાંથી બીજા સ્તરમાં જઈ વિદ્યુતપ્રવાહનું નિર્માણ કરે છે.

વેલેન્સ-બેન્ડમાંથી ઇલેક્ટ્રૉન કન્ડક્શન-બેન્ડમાં જતાં વેલેન્સ-બેન્ડમાં હોલ સર્જાય છે. સ્પષ્ટ રીતે અહીં હોલની સંખ્યા કન્ડક્શન બેન્ડમાંના ઇલેક્ટ્રૉનની સંખ્યા જેટલી હોય છે. આમ, અંતર્ગત અર્ધવાહકમાં ઇલેક્ટ્રૉન અને હોલ, સમાન સંખ્યાઘનતા સાથે વિદ્યુતભારવાહકો તરીકે હોય છે.

અવાહક પદાર્થો : આવા પદાર્થોમાં વેલેન્સ-બેન્ડ અને કન્ડક્શન-બેન્ડ વચ્ચેની ફોરબિડન ગેપ ઘણી જ મોટી (>3 eV) હોય છે. ડાયમન્ડ માટે E_gનું મૂલ્ય 5.4eV છે. આથી, ઇલેક્ટ્રૉન્સની વેલેન્સ-બેન્ડમાંથી કન્ડક્શન-બેન્ડમાં સંક્રાંતિ સહેલાઈથી થતી નથી અને પદાર્થમાં વિદ્યુતવહન થતું નથી.

વાહકો : બેન્ડ-વાદના અનુસંધાનમાં વાહકોમાં વિદ્યુતવહન સમજવા $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^1$. ઇલેક્ટ્રૉનિક સંરચના ધરાવતા સોડિયમ પરમાણુઓથી બનતા સ્ફટિકમાં $3s^2$ અવસ્થાઓમાંથી મળતી બેન્ડ આકૃતિ 7.10માં દર્શાવી છે. આ બેન્ડમાં 2 N સ્તરો છે. આમાંનાં N સ્તરો દરેક પરમાણુ પરથી મળતા એક-એક એમ N ઇલેક્ટ્રૉન્સ વડે ભરાયેલાં છે. બાકીના N સ્તરો ખાલી રહે છે અને તેથી ઇલેક્ટ્રૉન્સ આવા સ્તરો વચ્ચે સંક્રાંતિ કરી સહેલાઈથી વિદ્યુતવહન કરી શકે છે. આ ઉપરાંત કેટલાક વાહક પદાર્થોમાં કન્ડક્શન-બેન્ડ અને વેલેન્સ-બેન્ડના સ્તરો એકબીજાના વિસ્તારમાં ભળી ગયેલા હોય છે. અર્થાત્ કન્ડક્શન-બેન્ડ અને વેલેન્સ-બેન્ડનું Overlapping થાય છે. આ સ્થિતિમાં પણ આ બેન્ડ્ઝ થતા ઘણા સ્તરો ખાલી હોય છે. અને ઇલેક્ટ્રૉન્સ દ્વારા વિદ્યુતનું વહન સહેલાઈથી મેળવી શકાય છે.

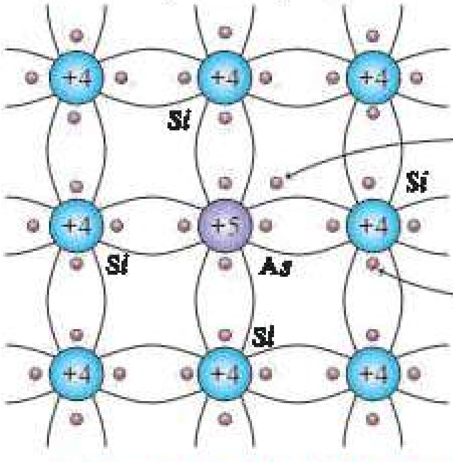


આકૃતિ 7.10 સોડિયમનો બેન્ડ-ડાયાગ્રામ

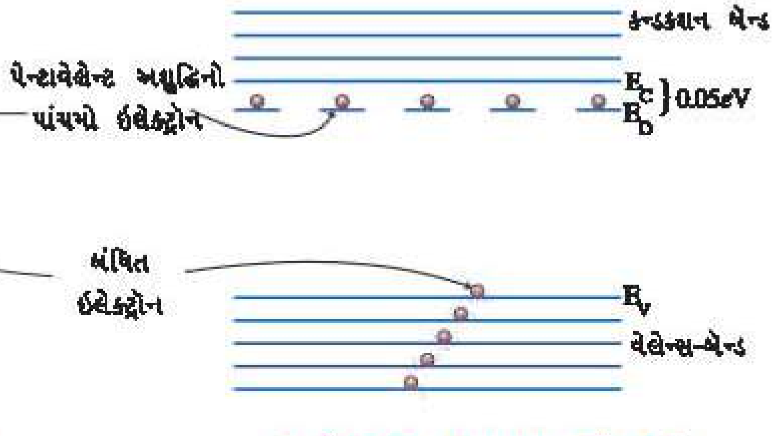
7.4 N અને P પ્રકારના અર્ધવાહકો (બહિર્ગત અર્ધવાહકો) [N and P type semiconductors (Extrinsic Semiconductors)]

શુદ્ધ અર્ધવાહકોમાં યોગ્ય અશુદ્ધિ ઉમેરવાથી તેમના વાહકતાના ગુણધર્મોમાં મોટા ફેરફારો કરી શકાય છે. અર્ધવાહકમાં અશુદ્ધિ ઉમેરવાની પ્રક્રિયાને ડોપિંગ (Doping) કહે છે. ઉદાહરણ તરીકે ટેટ્રાવેલન્ટ સિલિકોન કે જર્મેનિયમમાં ફૉસ્ફરસ, ઍન્ટિમની અને આર્સેનિક જેવી પેન્ટાવેલન્ટ અથવા ઍલ્યુમિનિયમ, ગેલિયમ કે ઇન્ડિયમ જેવી ટ્રાયવેલેન્ટ અશુદ્ધિ ઉમેરતાં અશુદ્ધિ પરમાણુઓ (Impurity Atoms) મૂળ સ્ફટિકમાં 'યજમાન' પરમાણુઓને સ્થાને ગોઠવાય છે.

આકૃતિ 7.11માં સિલિકોનની સ્ફટિક-લેટિસ દ્વિ-પરિમાણમાં સંકેતાત્મક રીતે રજૂ કરી છે, તેમાં આર્સેનિકની અશુદ્ધિ ઉમેરેલી છે. આકૃતિમાં નમૂના રૂપે એક સિલિકોન પરમાણુના સ્થાને આર્સેનિક પરમાણુઓને બેઠેલા દર્શાવ્યા છે.



આકૃતિ 7.11 અશુદ્ધિ ઉમેરેલી Siની સ્ફટિક લેટિસ



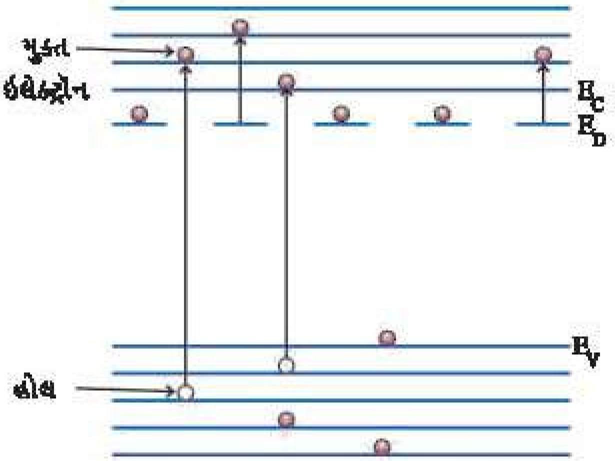
આકૃતિ 7.12 N-પ્રકારના અર્ધવાહકનો બેન્ડ-ડાયાગ્રામ (0 K તાપમાને)

આર્સેનિક પરમાણુના પાંચ વેલેન્સ ઇલેક્ટ્રૉન પૈકી ચાર ઇલેક્ટ્રૉન ચાર નજીકતમ સિલિકોન પરમાણુઓ સાથે સહસંયોજક બંધ બનાવવામાં વપરાય છે. જ્યારે પાંચમો ઇલેક્ટ્રૉન વધારાના ઇલેક્ટ્રૉન તરીકે સ્ફટિકને પ્રાપ્ત થાય છે. આ વધારાના ઇલેક્ટ્રૉનને જો આશરે 0.05 eV જેટલી ઊર્જા મળે, તો તે મુક્ત ઇલેક્ટ્રૉન તરીકે વર્તે છે. Ge માટે આ ઊર્જા 0.01 eV હોય છે. આટલી ઊર્જા તો તેના ઓરડાના તાપમાને જ ઉષ્મા-ઊર્જામાંથી પ્રાપ્ત થઈ જાય છે. આમ, અશુદ્ધિ પરમાણુઓ મૂળ યજમાન સ્ફટિકને વિદ્યુતભારવાહકો (ઇલેક્ટ્રૉન)નું દાન કરે છે, તેથી આવી અશુદ્ધિઓને ડોનર કહેવાય છે. તેમનું પ્રમાણ 10^6 શુદ્ધ પરમાણુઓ દીઠ આશરે 1નું રાખવામાં આવે છે. આથી એક મોલ સ્ફટિકમાં આશરે 10^{17} અશુદ્ધિ-પરમાણુઓ હોય છે. આ દરેક અશુદ્ધિ-પરમાણુમાંથી એક ઇલેક્ટ્રૉન પ્રાપ્ત થાય છે. તેથી એક મોલ સ્ફટિકમાં આશરે 10^{17} મુક્ત ઇલેક્ટ્રૉન મળે છે. તાંબા જેવી સુવાહક ધાતુમાં આ પ્રમાણ આશરે 10^{23} હોય છે.

આ ઉપરાંત ઉષ્મીય દોલનોને કારણે કેટલાક બંધિત ઇલેક્ટ્રૉન છૂટા પડી હોલનું સર્જન કરે છે. આવા હોલની સંખ્યા ડોનરમાંથી મળેલા ઇલેક્ટ્રૉનની સંખ્યાના પ્રમાણમાં ઘણી નાની હોય છે.આમ, પેન્ટાવેલન્ટ અશુદ્ધિ ઉમેરવાથી જર્મેનિયમ કે સિલિકોનમાં વિદ્યુતવહન મુખ્યત્વે અશુદ્ધિમાંથી દાનમાં મળેલ ઇલેક્ટ્રૉન દ્વારા થાય છે. આથી આવા સ્ફટિકોમાં મુખ્ય વિદ્યુતભારવાહકો (majority charge carrier) તરીકે ઇલેક્ટ્રૉન હોય છે.

ઇલેક્ટ્રૉનનો વિદ્યુતભાર ઋણ છે અને ઋણ માટેના અંગ્રેજી શબ્દ negativeના પ્રથમ અક્ષર પરથી આવા સ્ફટિકે N પ્રકારના અર્ધવાહક સ્ફટિક કહે છે. આવા સ્ફટિકમાં હોલને લીધે થતું વિદ્યુતવહન ઘણું જ ઓછું હોય છે અને તેથી અહીં હોલ Minority Charge Carrier તરીકે કાર્ય કરે છે. N પ્રકારના અર્ધવાહક માટે $n_e > n_h$.

N પ્રકારના અર્ધવાહકોમાં વિદ્યુતવહન સમજવા માટે એક N પ્રકારના અર્ધવાહકના ઊર્જાસ્તરો આકૃતિ 7.12માં દર્શાવ્યાં છે. અહીં, સંપૂર્ણ ભરાયેલી વેલેન્સ-બેન્ડ અને સંપૂર્ણ ખાલી કન્ડક્શન-બેન્ડના ઊર્જાસ્તરો ઉપરાંત, અશુદ્ધિ પરમાણુનાં વેલેન્સ-ઊર્જાસ્તરો પણ નાની રેખાઓ વડે દર્શાવ્યા છે. સમગ્ર પરિસ્થિતિ 0 K તાપમાને છે. પ્રથમ તો એ નોંધો કે અશુદ્ધિ પરમાણુઓનાં વેલેન્સ ઊર્જાસ્તરો (E_D) એ E_C ઊર્જાવાળા સ્તરથી ખૂબ નજીક છે. Si માટે E_C અને E_Dનો તફાવત 0.05 eV છે, જ્યારે, Ge માટે આ તફાવત 0.01 eV છે.



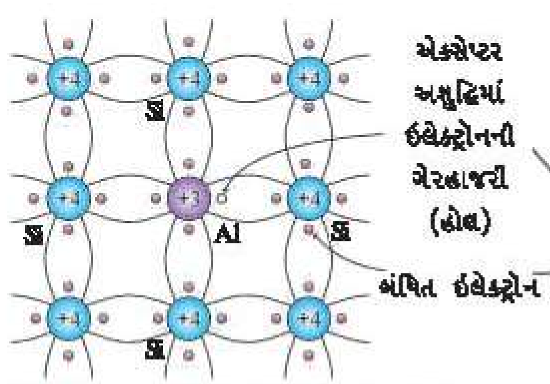
આકૃતિ 7.13 N-પ્રકારનો અર્ધવાહકનો બેન્ડ-ડાયાગ્રામ (ઓરડાના તાપમાને)

હવે, એ પણ નોંધો કે 0 K તાપમાને આ દરેક અશુદ્ધિ પરમાણુના ઊર્જાસ્તરમાં એક-એક ઇલેક્ટ્રૉન છે. આપણે જાણીએ છીએ કે અશુદ્ધિ પરમાણુઓ અર્ધવાહકમાં (લેટિસમાં) છૂટા-છૂટા ગોઠવાયેલા હોય છે. આથી, આવા પરમાણુની ક્વૉન્ટમ વેલેન્સ-અવસ્થાઓને રજૂ કરતાં તરંગવિધેયો આ પરમાણુઓની નજીકમાં જ હોય છે. બીજા શબ્દોમાં આ તરંગવિધેયો સમગ્ર પદાર્થમાં પથરાયેલ હોતાં નથી. આથી, તેમને અનુરૂપ ઊર્જાનું મૂલ્ય ભલે સમાન હોય તોપણ સંકેતાત્મક રીતે તેમને નાની-નાની છૂટી-છૂટી રેખાઓ વડે એક જ સમક્ષિતિજ ઊંચાઈએ દર્શાવાય છે.

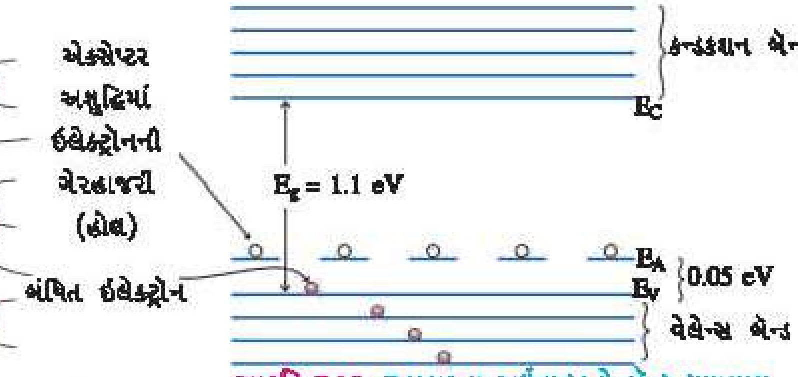
અહીં E_c અને E_dનો તફાવત ખૂબ નાનો હોવાથી એ તો સ્પષ્ટ જ છે કે તાપમાન વધારતા વેલેન્સ બેન્ડમાંના ઇલેક્ટ્રૉન્સ ઉપરાંત અશુદ્ધિ પરમાણુઓમાંના વેલેન્સ ઇલેક્ટ્રૉન્સ પણ કન્ડક્શન બેન્ડમાં સંક્રાંતિ કરશે. આથી, હવે કન્ડક્શન બેન્ડમાં આંતરિક અર્ધવાહકોમાં જેટલાં ઇલેક્ટ્રૉન્સ ચાર્જકેરિયર તરીકે મળે, તેના કરતાં વધારે સંખ્યામાં ચાર્જકેરિયર્સ મળશે. બીજા શબ્દોમાં N-પ્રકારના અર્ધવાહકમાં $n_e > n_h$.

P -પ્રકારના અર્ધવાહકો : જર્મેનિયમ કે સિલિકોનમાં જો એલ્યુમિનિયમ જેવી ટ્રાયવેલેન્ટ અશુદ્ધિ ઉમેરવામાં આવે તો તેના ત્રણ વેલેન્સ ઇલેક્ટ્રૉન, આસપાસના ચાર જર્મેનિયમ કે સિલિકોન પરમાણુઓમાં ત્રણ પરમાણુઓ સાથે સહસંયોજક બંધ રચવામાં વપરાય છે, અને એક કોવેલન્ટ બંધમાં ઇલેક્ટ્રૉનની ગેરહાજરી રહે છે. જે બંધમાં ઇલેક્ટ્રૉનની ગેરહાજરી રહે છે. તેમાં હોલ રહેલું છે તેમ કહેવાય. બરાબર યાદ રાખો કે અહીં મળતું હોલ કંઈ મુક્ત નથી, પરંતુ એલ્યુમિનિયમ અને સિલિકોન વચ્ચેના એક બંધમાં છે. આ હોલ ઇલેક્ટ્રૉન સ્વીકારવાની દાનત ધરાવે છે, તે અર્થમાં અહીં એલ્યુમિનિયમની અશુદ્ધિને **એક્સેપ્ટર અશુદ્ધિ** કહે છે. આવા સ્ફટિકમાં વિદ્યુતવહન મુખ્યત્વે હોલ દ્વારા થાય છે. હોલ ધનવિદ્યુતભારિત કણની જેમ વર્તતું હોવાથી ધન માટેના અંગ્રેજી શબ્દ positive ના પ્રથમ અક્ષર પરથી આવા સ્ફટિકોને **P-પ્રકારના અર્ધવાહકો** કહે છે. **P-પ્રકારના અર્ધવાહકમાં મેજોરિટી ચાર્જકેરિયર તરીકે હોલ અને માઇનોરિટી ચાર્જકેરિયર તરીકે ઇલેક્ટ્રૉન હોય છે.** સ્પષ્ટ છે કે અહીં, $n_h > n_e$

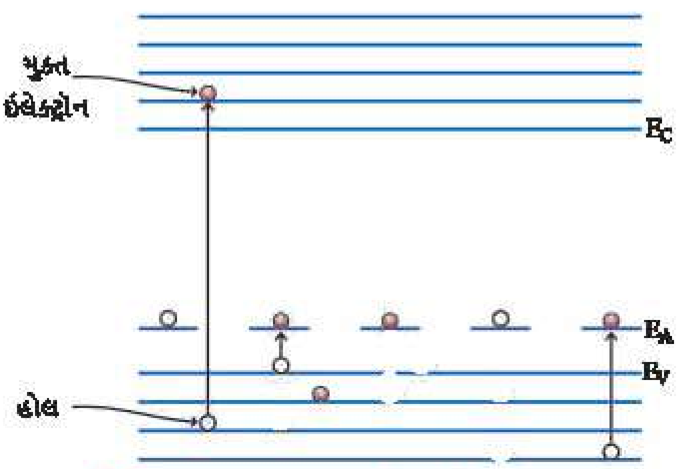
આકૃતિ 7.14માં એલ્યુમિનિયમની અશુદ્ધિ સાથેની સિલિકોનની સ્ફટિક લેટિસ સંજ્ઞાત્મક રીતે રજૂ કરી છે.



આકૃતિ 7.14 Al અશુદ્ધિ ઉમેરેલો Si સ્ફટિક



આકૃતિ 7.15 P-પ્રકારના અર્ધવાહકનો બેન્ડ ડાયાગ્રામ (0 K તાપમાને)



આકૃતિ 7.16 P-પ્રકારના અર્ધવાહકનો બેન્ડ ડાયાગ્રામ (ઓરડાના તાપમાને)

P-પ્રકારના અર્ધવાહક માટે બેન્ડ-ઊર્જાસ્તરો અશુદ્ધિ પરમાણુઓનાં વેલેન્સ-ઊર્જાસ્તરો સાથે આકૃતિ 7.15માં દર્શાવ્યા છે. અહીં, અશુદ્ધિ પરમાણુ (Acceptor)ના ઊર્જાસ્તરો E_A એ E_Vની તદ્દન નજીક છે. પણ આ ઊર્જાસ્તરોમાં કોઈ ઇલેક્ટ્રોન ન હોવાથી ત્યાં હોલ અસ્તિત્વ ધરાવે છે તેમ કહેવાય.

હવે, ઓરડાના તાપમાને ઇલેક્ટ્રૉન્સને પૂરતી ઊર્જા મળતા તેઓ અશુદ્ધિ પરમાણુઓને કારણે મળતાં હોલ્સમાં સહેલાઈથી સંક્રાંતિ કરી શકે છે. આ ઉપરાંત અમુક ઇલેક્ટ્રૉન્સ કન્ડક્શન-બૅન્ડમાં પણ સંક્રાંતિ કરે છે. આના પરિણામે વેલેન્સ-બેન્ડમાં મોટી સંખ્યામાં હોલ ઉત્પન્ન થાય છે અને ઇલેક્ટ્રૉન્સને મુક્ત રીતે હરવા ફરવાની સંભાવના વધી જાય છે. (જુઓ આકૃતિ 7.16) P-પ્રકારના અર્ધવાહકમાં વિદ્યુતવહન શુદ્ધ અર્ધવાહકમાંના વિદ્યુતવહન કરતાં વધારે હોય છે. અહીં. $n_h > n_e$.

ઉપર્યુક્ત ચર્ચા દરમિયાન તમને એવો પ્રશ્ન થઈ શક્યો હોત કે અર્ધવાહકને ઊર્જા આપતા તેના વેલેન્સ-બૅન્ડમાંના બધા જ ઇલેક્ટ્રૉન્સ શા માટે સંક્રાંતિ કરીને કન્ડક્શન-બૅન્ડમાં જતા નથી ? હકીકતમાં કોઈ ઇલેક્ટ્રૉન વેલેન્સ-બૅન્ડમાંથી કન્ડક્શન-બૅન્ડમાં જાય અને ઇલેક્ટ્રૉન-હોલનું જોડકું રચાય તે પરિસ્થિતિ 'સ્થિર' હોતી નથી. પદાર્થના તાપમાન અનુસાર, થરમોડાઇનેમિક્સના નિયમો મુજબ ઇલેક્ટ્રૉન અને હોલ વચ્ચે અથડામણો થતી હોય અને ઇલેક્ટ્રૉન-હોલના પુનઃસંયોજનની પ્રક્રિયાઓ એક સાથે થતી હોય છે.સમતોલનની સ્થિતિમાં ઇલેક્ટ્રૉન-હોલ ઉત્પન્ન થવાનો દર અને તેમના પુનઃસંયોજન (Recombinaiton)નો દર સમાન હોય છે.

હવે પુનઃસંયોજનનો દર $\propto n_h n_e$

પુનઃસંયોજનનો દર $= R\ n_h n_e$ (7.4.1)

અહીં Rને પુનઃસંયોજન-ગુણાંક (Recombination Coefficient) કહે છે.

અંતર્ગત અર્ધવાહક માટે, $n_e = n_h = n_i$ હોવાથી,

પુનઃસંયોજનનો દર $= Rn_h n_e = Rn_i^2$ (7.4.2)

પરંતુ, અંતર્ગત અર્ધવાહક અને તેમાંથી બનાવેલ બહિર્ગત અર્ધવાહકનાં સ્ફટિક બંધારણો સમાન હોવાથી અને ઉપર્યુક્ત પ્રક્રિયાઓ થરમોડાઇનેમિક્સના નિયમોને અનુસરતી હોવાથી આ બંને પ્રકારના અર્ધવાહકો માટે પુનઃસંયોજનનો દર સમાન હોય છે.

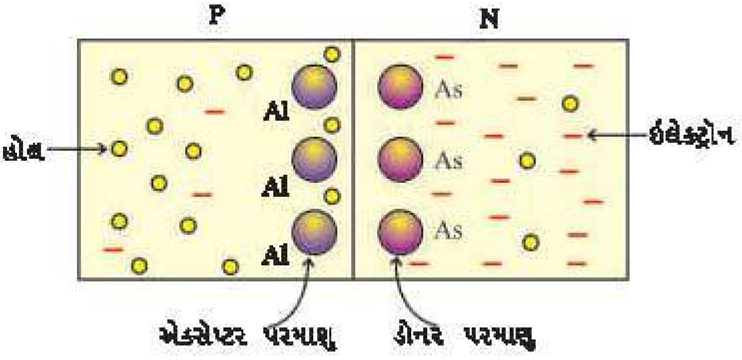
$\therefore\ Rn_e n_h = Rn_i^2$

$\therefore\ n_i^2 = n_e n_h$ (7.4.3)

7.5 P-N જંક્શન-ડાયોડ (P-N Junction diode)

જ્યારે Si (અથવા Ge) વેફરના એક વિસ્તારમાં ડોનર અશુદ્ધિ (As) અને બીજા વિસ્તારમાં એક્સેપ્ટર અશુદ્ધિ (Al) ઉમેરવામાં આવે છે. ત્યારે Si વેફરમાં N-પ્રકારના, P-પ્રકારનો અર્ધવાહક તેમજ જંક્શન તૈયાર થાય છે. આકૃતિ 7.17માં જંક્શન બનતા અગાઉ P અને N વિભાગની પરિસ્થિતિ દર્શાવી છે.

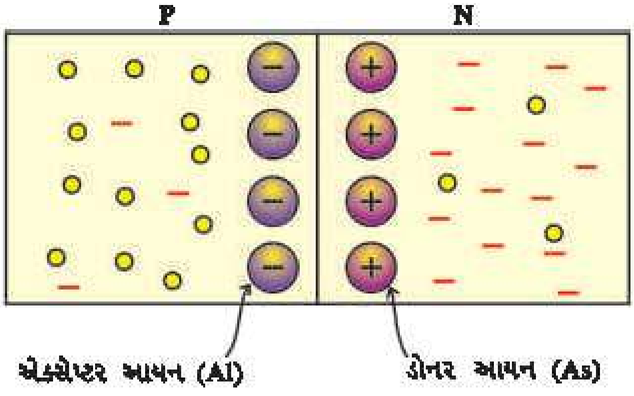
P વિભાગમાં હોલની સંખ્યા વધારે છે. તેને નાનાં વર્તુળો (○) વડે દર્શાવેલ છે. આ હોલ અશુદ્ધિ પરમાણુ (Al) અને Si પરમાણુ વચ્ચેના સહસંયોજક બંધમાં છે. N વિભાગમાં મુક્ત ઇલેક્ટ્રૉનની સંખ્યા વધારે છે. અને તેને નાની સુરેખા (–). વડે દર્શાવ્યા છે. આ ઇલેક્ટ્રોન અશુદ્ધિ પરમાણુ (As)માંથી મળે છે. આકૃતિ 7.17માં જંક્શન પાસે નમૂના તરીકે Al અને Asના ત્રણ પરમાણુઓ દર્શાવ્યા છે.



આકૃતિ 7.17 PN જંક્શન બન્યા પહેલાંની સ્થિતિ

આ સ્થિતિમાં N અને P બંને વિભાગો વિદ્યુતની દૃષ્ટિએ તટસ્થ છે. N વિભાગમાં ભલે As પરમાણુ પરથી એક વધારાનો ઇલેક્ટ્રોન પ્રાપ્ત થતો હોય પણ સાથે સાથે As પરમાણુના ન્યુક્લિયસ પર એક ધનવિદ્યુતભાર વધારે છે. આ જ રીતે P વિભાગમાં એક ઇલેક્ટ્રોન ભલે ખૂટે પણ સાથે સાથે Alના ન્યુક્લિયસમાં એક ધનવિદ્યુતભાર ઓછો છે.

N વિભાગમાં મુક્ત ઇલેક્ટ્રોનની સંખ્યા P વિભાગમાંના મુક્ત ઇલેક્ટ્રોનની સંખ્યા કરતાં ઘણી વધારે હોવાથી, N વિભાગમાંના ઇલેક્ટ્રોનનું જંક્શન મારફતે P વિભાગમાં ડિફ્યુઝન (diffusion) થાય છે. આ પ્રક્રિયાથી P વિભાગમાંથી પ્રવેશતા ઇલેક્ટ્રોન જંક્શન પાસેના P વિભાગમાંના હોલને પૂરી દે છે. આ જ પ્રમાણે બહુ જ થોડી સંખ્યામાં હોલનું પણ P થી N તરફ ડિફ્યુઝન થતું હોય છે. એટલે કે N વિભાગના કેટલાક વેલેન્સ ઇલેક્ટ્રોન એ જંક્શન પાસેના P વિભાગના હોલમાં ડિફ્યુઝ થાય છે.



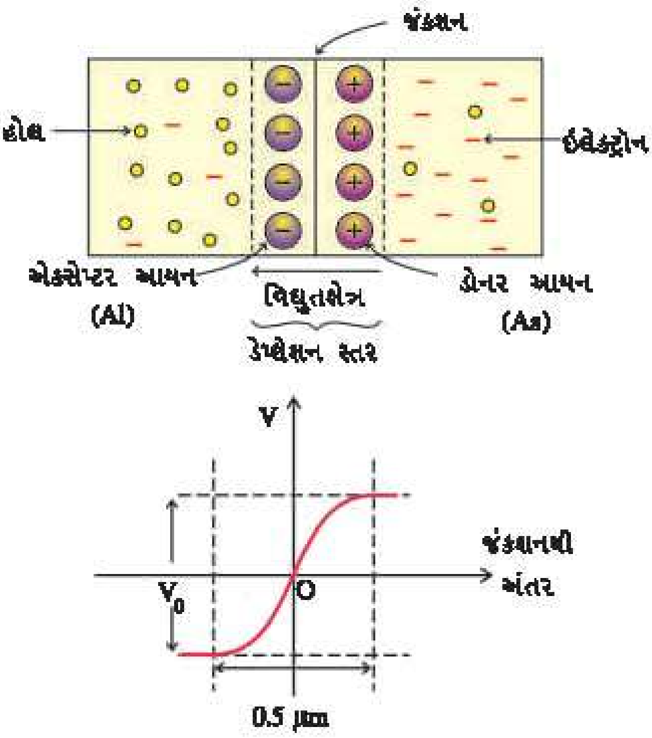
આકૃતિ 7.18 PN-જંક્શનમાં ડિફ્યુઝન થયા પછી સ્થિતિ

આકૃતિ 7.18માં થોડુંક ડિફ્યુઝન થયા પછીની સ્થિતિ દર્શાવી છે. N વિભાગના જંક્શન પાસેના As પરમાણુ પરથી ઇલેક્ટ્રોન P વિભાગમાં જંક્શન પાસેના Al પરમાણુના હોલમાં ડિફ્યુઝ થતા હોવાથી As પરમાણુઓ ધન આયનો બને છે. અને Al પરમાણુઓ ઋણ આયનો બને છે. આ ડિફ્યુઝન પ્રક્રિયા ચાલુ રહે તે દરમિયાન જંક્શન પાસેના વિસ્તારમાં N વિભાગમાં ધન આયનો વધતાં જાય છે. અને P વિભાગમાં ઋણ આયનો વધતાં જાય છે. આમ, P વિભાગમાં અને N વિભાગમાં અનુક્રમે ઋણ અને ધનવિદ્યુતભાર જમા થતા જાય છે. આ વિદ્યુતભારો આયનો પરના છે અને તેથી તેઓ સ્થિર છે.

આ વિદ્યુતભારોને લીધે જંક્શન વિસ્તારમાં N થી P તરફનું વિદ્યુતક્ષેત્ર રચાતું જાય છે. એટલેકે જંક્શન પાસેના N વિભાગમાં ધન સ્થિતિમાન અને P વિભાગમાં ઋણ સ્થિતિમાન સ્થપાય છે. હવે, ઇલેક્ટ્રોનને Nમાંથી P વિભાગમાં જવા માટે આ વિદ્યુતક્ષેત્રનો સામનો કરવો પડે છે. જ્યારે આ વિદ્યુતક્ષેત્ર પૂરતું પ્રબળ બની જાય છે, ત્યારે ઇલેક્ટ્રોન-હોલનું ડિફ્યુઝન અટકી જાય છે.

આકૃતિ 7.19 માં P-N જંક્શનની આ સ્થિતિએ જંક્શન પાસેના વિસ્તારમાં પ્રસ્થાપિત થતા વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો આલેખ દર્શાવ્યો છે.

આકૃતિ 7.19 પરથી બે મુદ્દાઓ ફલિત થાય છે.

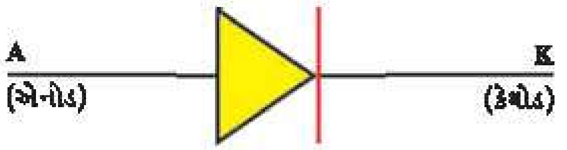


આકૃતિ 7.19 PN જંક્શનનું ડેપ્લેશન

(1) જંક્શન પાસેના નાના વિસ્તારમાં N વિભાગમાં હવે મેજોરિટી કેરિયર એવા ઇલેક્ટ્રોન નથી જ્યારે P વિભાગમાં મેજોરિટી કેરિયર એવા હોલ નથી. આ વિસ્તારો પોતપોતાના મેજોરિટી કેરિયરથી ખાલી થઈ ગયા છે. જંક્શન પાસેના આ વિસ્તારને **ડેપ્લેશન સ્તર (Depletion layer)** અથવા space charge વિસ્તાર કહે છે. ડેપ્લેશન સ્તરની જાડાઈ આશરે 0.5μm જેટલી હોય છે.

(2) ડેપ્લેશન સ્તરમાંના વિદ્યુતવિભવ-વિતરણને **ડેપ્લેશન બેરિયર** અથવા **પોટેન્શિયલ બેરિયર** કહે છે. અહીં ઉદ્દભવતો p.d. (V_0) 0.1 Voltના ક્રમનો હોય છે. Si માટે આ મૂલ્ય આશરે 0.7V અને Ge માટે તે 0.3V છે.

P-N જંક્શનમાં ડેપ્લેશન બેરિયર અને ડેપ્લેશન વિસ્તારની પહોળાઈ, P અને N વિભાગમાં ઉમેરવામાં આવેલ અશુદ્ધિના પ્રમાણ પર આધારિત છે. અશુદ્ધિનું પ્રમાણ ઓછું હોય ત્યારે ડેપ્લેશન વિસ્તારની પહોળાઈ વધારે હોય છે, અને જંક્શન આગળ વિદ્યુતક્ષેત્ર નબળું પડે છે. અર્ધવાહકોમાં અશુદ્ધિનું પ્રમાણ વધારતા ડેપ્લેશન વિસ્તારની પહોળાઈ ઘટે છે અને વિદ્યુતક્ષેત્ર તીવ્ર બને છે. આમ, અશુદ્ધિઓના પ્રમાણમાં વધારો કે ઘટાડો કરવાથી જંક્શનની લાક્ષણિકતા બદલી શકાય છે. જેના ફલસ્વરૂપે આપણે અલગ-અલગ પ્રકારની અર્ધવાહક રચનાઓ તૈયાર કરી શકીએ છીએ. P-N જંક્શન ડાયોડની સંજ્ઞા આકૃતિ 7.20માં દર્શાવી છે.



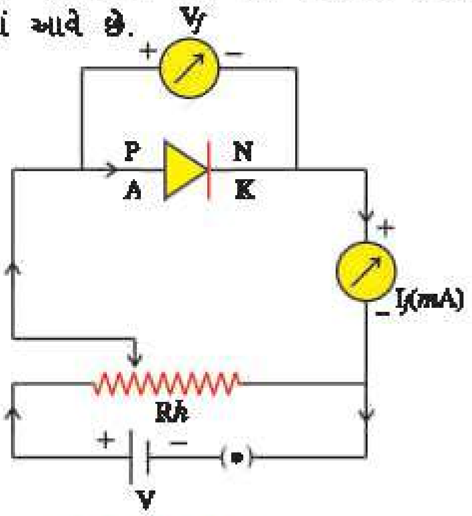
આકૃતિ 7.28 PN જંક્શનની સંજ્ઞા

અહીં, P વિભાગને **એનોડ (A)** અને N વિભાગને **કેથોડ (K)** કહે છે. અંત્રે બે ઇલેક્ટ્રોડ્ઝ હોવાથી તેને P-N જંક્શન ડાયોડ કહે છે. સંજ્ઞામાં દર્શાવેલ Arrow એ ડાયોડમાં વહેતા રૈવાજિક પ્રવાહ (ડાયોડ ફોરવર્ડ બાયસમાં હોય ત્યારે)ની દિશા દર્શાવે છે. આ અંગેની ચર્ચા હવે આપણે કરીશું.

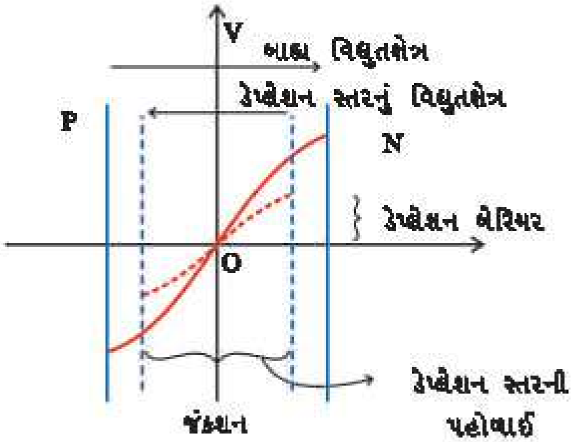
7.6 P-N જંક્શન ડાયોડની સ્થિત લાક્ષણિકતાઓ

હવે, આપણે P-N જંક્શન ડાયોડ માટે I-V સંબંધો તપાસીશું. આ **સંબંધોને P-N જંક્શન ડાયોડની લાક્ષણિકતાઓ** કહે છે.

આવી લાક્ષણિકતાઓનો પ્રાયોગિક અભ્યાસ કરવા માટેના પરિપથ આકૃતિ 7.21 (a) અને 7.23 (a)માં દર્શાવ્યો છે. બૅટરી સાથે જોડેલ રિહોસ્ટેટ વડે ડાયોડને સમાંતર ચલ વૉલ્ટેજ લાગુ પાડી શકાય છે. આકૃતિમાં દર્શાવેલ પરિપથમાં વૉલ્ટમિટર આ વૉલ્ટેજનું માપન કરે છે. મિલી ઍમીટર કે માઈક્રો ઍમીટર, જરૂરિયાત અનુસાર પ્રવાહનું માપન કરે છે. અંત્રે ડાયોડને સમાંતર વૉલ્ટેજ બે રીતે લગાડી I-V લાક્ષણિકતાઓનો અભ્યાસ કરવામાં આવે છે.



(a) વિદ્યુત-પરિપથ



(b) ફોરવર્ડ બાયસમાં ડેપ્લેશન સ્તરની પહોળાઈ અને ડેપ્લેશન બેરિયરમાં ઘટાડો (ત્રુટક રેખા)

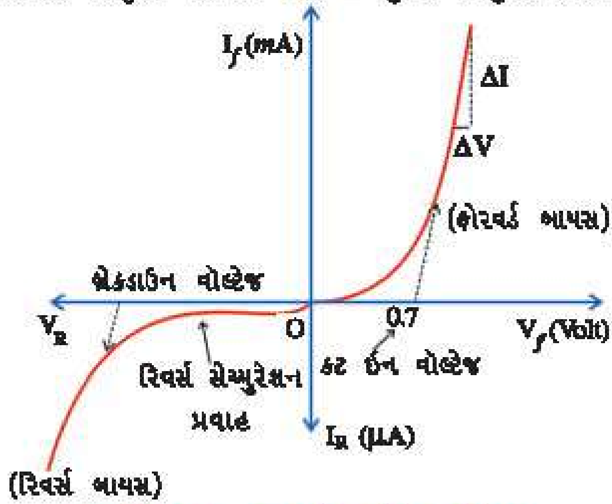
આકૃતિ 7.21 P-N-જંક્શનનું ફોરવર્ડ બાયસ જોડાણ

ફોરવર્ડ બાયસ : જ્યારે PN જંક્શનના P તરફના છેડાને બૅટરીના ધન ધ્રુવ અને N તરફના છેડો બૅટરીના ઋણ ધ્રુવ સાથે જોડવામાં આવે ત્યારે આ પ્રકારના જોડાણને ફોરવર્ડ બાયસ કહે છે.

આ પ્રકારના જોડાણમાં જંક્શનમાં બાહ્ય બૅટરી દ્વારા ઉદ્ભવતું વિદ્યુતક્ષેત્ર અને ડેપ્લેશન સ્તરનું વિદ્યુતક્ષેત્ર પરસ્પર વિરુદ્ધ દિશામાં હોય છે. એટલે કે બાહ્ય બૅટરીનું emf(V) અને ડેપ્લેશન સ્તરમાંના વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત (V_0) પરસ્પર વિરુદ્ધ હોવાથી ડેપ્લેશન બેરિયરની ઊંચાઈ તેમજ પહોળાઈમાં પણ ઘટાડો થાય છે. (જુઓ આકૃતિ 7.21(*b*)). આથી ઇલેક્ટ્રૉનને N થી P તરફ જવા માટે ઓછું કાર્ય કરવું પડે છે. અને વધુને વધુ ઇલેક્ટ્રૉન્સ જંક્શન ક્રોસ કરી N થી P તરફ ગતિ કરે છે. આ જ રીતે P વિભાગમાંથી હોલ જંક્શન ક્રોસ કરીને N વિભાગમાં જાય છે. આમ, બંને પ્રકારના ચાર્જકૅરિયરને લીધે વિદ્યુતપ્રવાહ મળે છે. ફોરવર્ડ બાયસમાં મળતો કુલ પ્રવાહ એ હોલ ડિફ્યુઝન પ્રવાહ અને ઇલેક્ટ્રૉનપ્રવાહના સરવાળા જેટલો હોય છે. આ પ્રવાહની દિશા જંક્શનમાં P વિભાગથી N વિભાગ તરફ હોય છે અને તેનું મૂલ્ય mAના ક્રમનું હોય છે.

જો બૅટરી વોલ્ટેજનું મૂલ્ય વધારવામાં આવે તો જંક્શનમાં આકૃતિ 7.22માં દર્શાવ્યા મુજબ વિદ્યુતપ્રવાહમાં વધારો થાય છે.

આકૃતિ 7.22 દર્શાવે છે કે, પ્રારંભમાં વૉલ્ટેજ સાથે પ્રવાહમાં થતો વધારો બહુ જ ઓછો છે. જ્યારે બાહ્ય બૅટરી વૉલ્ટેજનું મૂલ્ય બેરિયર પોટેન્શિયલ કરતાં વધે છે ત્યાર પછી પ્રવાહમાં વૉલ્ટેજ સાથે ઝડપથી (ચરઘાતાંકીય રીતે) વધારો થાય છે. આ વૉલ્ટેજને થ્રેશોલ્ડ વૉલ્ટેજ અથવા કટ-ઇન (Cut In) વૉલ્ટેજ કહે છે. Ge અને Si માટે થ્રેશોલ્ડ (Threshold) વૉલ્ટેજનાં મૂલ્યો આશરે અનુક્રમે 0.3 V અને 0.7 V છે.



આકૃતિ 7.22 P-N-જંક્શનની લાક્ષણિકતા

અહીં વિદ્યુતપ્રવાહ અને વોલ્ટેજનો સંબંધ રેખીય નથી. આથી, આ કિસ્સામાં ઓહ્મના નિયમનો ઉપયોગ કરીને P-N જંક્શન ડાયોડનો અવરોધ શોધી શકાય નહિ. આમ છતાં આવા કિસ્સામાં નીચે જણાવ્યા અનુસાર ડાયોડ અવરોધ શોધી શકાય છે.

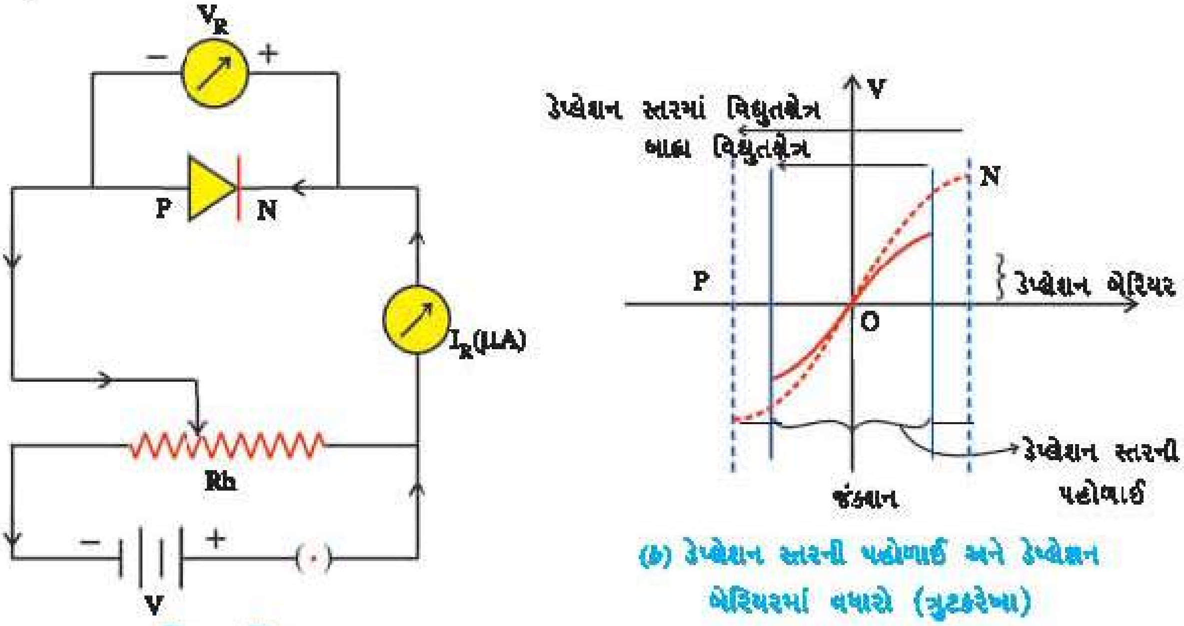
આલેખના વક્ર પરના કોઈ બિંદુને અનુલક્ષીને ડાયનેમિક (dynamic) અવરોધ (r_f) શોધવા માટે આ બિંદુ પાસે વોલ્ટેજ અને પ્રવાહના સૂક્ષ્મ ફેરફારો અનુક્રમે ΔV અને ΔI લઈ, $\frac{\Delta V}{\Delta I}$ ગુણોત્તર શોધવામાં આવે છે.

$$\therefore r_f = \frac{\Delta V}{\Delta I}$$

આલેખ અરેખીય હોવાથી જુદાં-જુદાં બિંદુઓ પાસે આ મૂલ્યો જુદાં-જુદાં હોય છે.

ફોરવર્ડ બાયસમાં ડાયોડના અવરોધનું મૂલ્ય આશરે 10Ω થી લઈ 100Ω જેટલું હોય છે.

રિવર્સ બાયસ : જ્યારે PN જંક્શનના P તરફના છેડા સાથે બેટરીનો ઋણ ધ્રુવ અને N તરફનો છેડા સાથે ધન ધ્રુવ જોડવામાં આવે તો આ પ્રકારના જોડાણને રિવર્સ બાયસ કહે છે.



(b) ડેપ્લેશન સ્તરની પહોળાઈ અને ડેપ્લેશન બેરિયરમાં વધારો (ત્રુટકરેખા)

(a) વિદ્યુત-પરિપથ

આકૃતિ 7.23 P-N-જંક્શનનું રિવર્સ બાયસ જોડાણ

આ પ્રકાર જોડાણમાં જંક્શનમાં બાહ્ય બેટરી દ્વારા ઉદ્ભવનું વિદ્યુતક્ષેત્ર અને ડેપ્લેશન સ્તરનું વિદ્યુતક્ષેત્ર સમાન દિશામાં હોય છે. એટલે કે બાહ્ય બેટરીનું વિદ્યુતસ્થિતિમાન અને ડેપ્લેશન સ્તરમાંનો વિદ્યુતસ્થિતિમાન એકબીજા સાથે સહાયકારી સ્થિતિમાં આવે છે. પરિણામે ડેપ્લેશન સ્તરની પહોળાઈ તેમજ ડેપ્લેશન પોટેન્શિયલમાં વધારો થાય છે. (જુઓ આકૃતિ 7.23(b)) આથી ઇલેક્ટ્રોનને N થી P તરફ જવામાં અને હોલને P થી N તરફ જવામાં ઇલેક્ટ્રોનને વધારે ઊર્જાની જરૂર પડે છે.

પરંતુ આ પરિણામી વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશા એવી હોય છે. જેથી P અને N વિભાગમાં રહેલા માઇનોરિટી ચાર્જકેરિયર જંક્શન પસાર કરી શકે છે. આથી, રિવર્સ બાયસમાં આ માઇનોરિટી ચાર્જકેરિયરને કારણે P-N-જંક્શનમાં μAના ક્રમનો પ્રવાહ મળે છે, આ પ્રવાહ બેટરીના વોલ્ટેજ સાથે લગભગ અચળ રહે છે. આથી તેને રિવર્સ સેચ્યુરેશન પ્રવાહ (Reverse Saturation Current) કહે છે. જો બેટરી વોલ્ટેજનું મૂલ્ય અમુક હદ કરતાં વધુ આપવામાં આવે તો પ્રવાહમાં ઝડપી વધારો થાય છે. વોલ્ટેજના આ મૂલ્યને રિવર્સ બ્રેકડાઉન વોલ્ટેજ (V_R) કહે છે. જો P-N-જંક્શનને બ્રેકડાઉન વોલ્ટેજ કરતાં વધુ વોલ્ટેજ આપવામાં આવે, તો તે damage થવાની સંભાવના રહે છે.

રિવર્સ બાયસમાં P-N-જંક્શનનો ડાયનેમિક અવરોધ (r_{ab}) ખૂબ મોટો (≈ 10^6 Ω.)એટલે કે 10^6 Ωના ક્રમનો હોય છે.

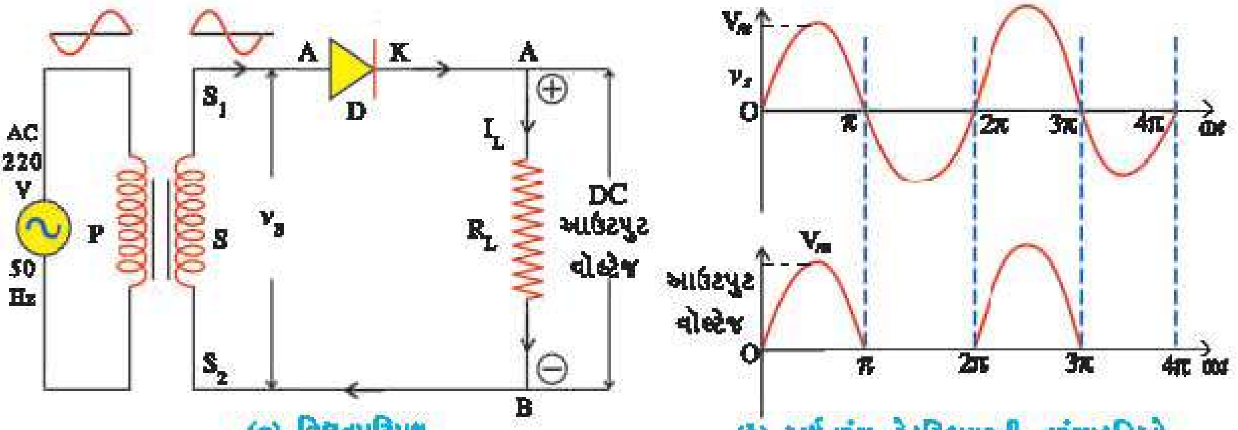
7.7 P-N-જંક્શન ડાયોડનો રેક્ટિફાયર તરીકે ઉપયોગ (P-N Junction Diode as a Rectifier)

મોટા ભાગના ઇલેક્ટ્રોનિક ઘટકો તેમજ ઉપકરણો DC ઊર્જા પર કાર્યશીલ હોય છે. દા.ત., રેડિયો, ટી.વી. સેલફોન વગેરે. આ D C ઊર્જા આપણે જુદા-જુદા પ્રકારની બેટરીઓમાંથી પ્રાપ્ત થાય છે. પરંતુ, બેટરીના વપરાશ દરમિયાન તે ડિસ્ચાર્જ પણ થાય છે. અને કિંમતમાં મોંઘી છે. ગૃહવપરાશ માટે આપણને સહેલાઈથી ઉપલબ્ધ થાય તેવી ઊર્જા એ AC ઊર્જા છે. અને તે પ્રમાણમાં સસ્તી પણ છે. આથી, આપણને એવા પરિપથની જરૂરિયાત ઊભી થઈ જે પ્રમાણમાં સસ્તી એવી AC ઊર્જાનું DC ઊર્જામાં રૂપાંતર કરે. AC ઊર્જાનું DC ઊર્જામાં રૂપાંતર કરવાની પ્રક્રિયાને રેક્ટિફિકેશન (Recitificaiton) કહે છે. જે પરિપથ આ પ્રક્રિયા કરે તેને રેક્ટિફાયર (Rectifier) કહે છે. આ માટે P-N જંક્શન ડાયોડનો ઉપયોગ કરી શકાય છે.

આપણે આગળના પરિચ્છેદમાં જોયુ કે P-N જંક્શન જ્યારે ફોરવર્ડ બાયસની સ્થિતિમાં હોય છે. ત્યારે રૈવાજિક પ્રવાહ જંક્શનમાંથી Pથી N તરફ વહે છે. પરંતુ જંક્શન જ્યારે રિવર્સ બાયસની સ્થિતિમાં હોય છે ત્યારે વિદ્યુતપ્રવાહ N થી P તરફ લગભગ શૂન્ય હોય છે. આ હકીકત દર્શાવે છે, કે જો P-N-જંક્શનને એ.સી. વોલ્ટેજ આપ્યો હોય તો એ.સી. વોલ્ટેજના જે અર્ધચક્ર દરમિયાન P તરફનો છેડો ધન હશે એટલે કે P-N જંક્શન ફોરવર્ડ બાયસની સ્થિતિમાં હશે, ત્યારે જ પરિપથમાં વિદ્યુતપ્રવાહ વહેશે. એ.સી. વોલ્ટેજના અનુક્રમે આવતા બીજા અર્ધચક્ર દરમિયાન હવે P છેડો ઋણ બનતાં P-N જંક્શન રિવર્સ બાયસની સ્થિતિમાં આવશે. પરિપથમાં લગભગ વિદ્યુતપ્રવાહ વહેશે નહિ. આ સ્થિતિમાં પરિપથમાં કોઈ યોગ્ય અવરોધ મૂક્યો હોય, તો તેમાંથી એક જ દિશામાં વહેતો (વધતો-ઘટતો) પ્રવાહ મળે છે અને આ અવરોધના છેડાઓ વચ્ચે (વધતો-ઘટતો) ડી.સી. વોલ્ટેજ મળે છે. આ સમગ્ર પ્રક્રિયા આકૃતિ 7.24 કે 7.25 માં દર્શાવેલ પરિપથ દ્વારા સાકાર કરી શકાય છે.

અર્ધતરંગ રેક્ટિફાયર (Halfwave Rectifier) : અર્ધતરંગ રેક્ટિફાયરનો વિદ્યુતપરિપથ આકૃતિ 7.24માં દર્શાવ્યા છે. AC. મેઇન્સ વોલ્ટેજ (220 V, 50 Hz) ને ટ્રાન્સફોર્મર્સના પ્રાઇમરી ગૂંચળાને આપવામાં આવે છે. જ્યારે સેકન્ડરી ગૂંચળાને P-N જંક્શન ડાયોડ D અને લોડ-અવરોધ (R_L) સાથે શ્રેણીમાં જોડવામાં આવે છે.

ટ્રાન્સફોર્મરના પ્રાઇમરી ગૂંચળાને AC વોલ્ટેજ આપતાં સેકન્ડરી ગૂંચળામાં ઉદ્ભવતો AC વોલ્ટેજ કેવી રીતે બદલાય છે. તે આકૃતિમાં દર્શાવ્યું છે.



(a) વિદ્યુતપરિપથ (b) અર્ધતરંગ રેક્ટિફાયરની તરંગઆકૃતિઓ

આકૃતિ 7.24 અર્ધતરંગ રેક્ટિફાયર

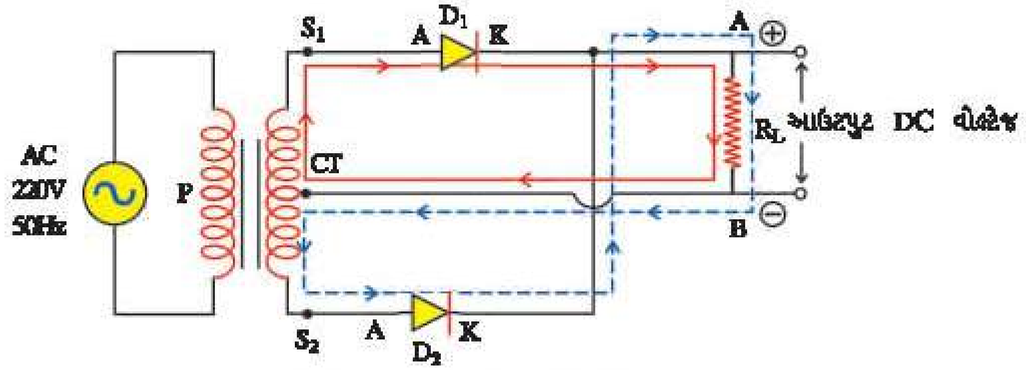
ગૌણ ગૂંચળામાં ઉદ્ભવતાં AC વોલ્ટેજ (v_S)ના પ્રથમ ધન અર્ધચક્ર ($0 \le \omega t \le \pi$) દરમિયાન ગૌણ ગૂંચળાનો S_1 છેડો, S_2ની સાપેક્ષે ધન હોવાથી P-N-જંક્શન ડાયોડ ફોરવર્ડ બાયસમાં આવે છે. અને રૈવાજિક પ્રવાહ ટ્રાન્સફોર્મરના ગૌણ ગૂંચળામાંથી ડાયોડમાં થઈને લોડ-અવરોધ R_Lમાં વહે છે. આ સ્થિતિમાં વિદ્યુતપ્રવાહ લોડ-અવરોધમાં Aથી B તરફ વહે છે. આ અર્ધચક્ર દરમિયાન મળતો આઉટપુટ વોલ્ટેજ આકૃતિ 7.24 (b)માં દર્શાવ્યો છે.

હવે, અનુક્રમે આવતા બીજા અર્ધચક્ર ($\pi \le \omega t \le 2\pi$) દરમિયાન ગૌણ ગૂંચળાંઓનો S_1 છેડો એ S_2ની સાપેક્ષે ઋણ બને છે. અને P-N જંક્શન ડાયોડ રિવર્સ બાયસમાં આવે છે. આથી P-N જંક્શનમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ વહેતો નથી. અને R_Lના બે છેડા વચ્ચે આઉટપુટ વોલ્ટેજ શૂન્ય મળે છે (જુઓ આકૃતિ 7.24(b)).

આમ, પ્રથમ બે અર્ધચક્ર દરમિયાન બનતી ઘટના અનુક્રમે આવતાં અર્ધચક્રો દરમિયાન પુનરાવર્તન પામે છે. હવે તમે જરૂર સમજી શક્યા હશો કે અવરોધ R_Lમાંથી આંતરે-આંતરે આવતાં અર્ધચક્રો દરમિયાન માત્ર એક જ દિશામાં (A થી B તરફ) જે DC પ્રવાહ છે. આ પ્રવાહ દ્વારા R_Lના બે છેડા વચ્ચે DC વોલ્ટેજ કરી શકાય છે.

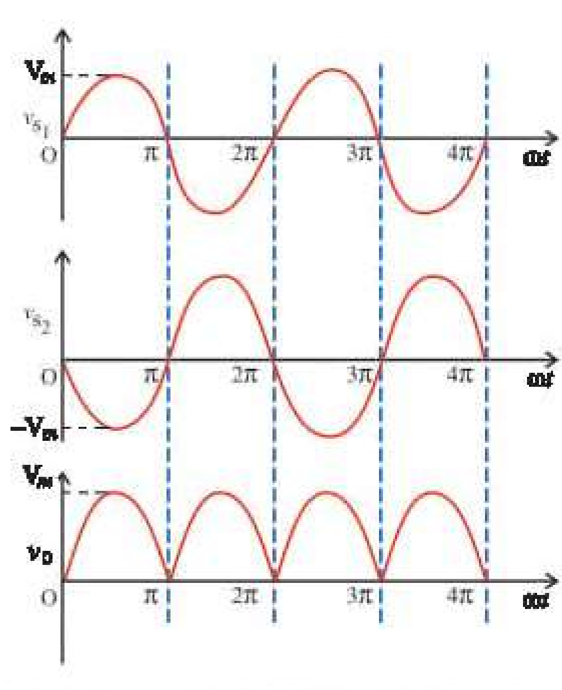
આ યોજનામાં ઇનપુટ વોલ્ટેજના અર્ધચક્ર દરમિયાન જ આઉટપુટ DC વોલ્ટેજ મળતો હોવાથી તેને **અર્ધતરંગ રેક્ટિફાયર** કહે છે.

પૂર્ણતરંગ રેક્ટિફાયર (Full Wave Rectifier) : AC ઇનપુટ વોલ્ટેજના પૂર્ણતરંગનાં બંને અર્ધચક્રો દરમિયાન R_Lને સમાંતર DC વોલ્ટેજ મેળવવા માટે બે P-N જંક્શન ડાયોડનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. આ માટેનો પરિપથ આકૃતિ 7.25માં દર્શાવ્યો છે.



આકૃતિ 7.25 પૂર્ણતરંગ રેક્ટિફાયર

આકૃતિ 7.25માં દર્શાવ્યા મુજબ ડાયોડ D_1 અને D_2ના એનોડને સેન્ટર ટેપ ટ્રાન્સફોર્મરના ગૌણ ગૂંચળાના છેડાઓ S_1 અને S_2 સાથે જોડેલા છે. બંને ડાયોડના કેથોડ અને ટ્રાન્સફોર્મરના સેન્ટરટેપ (CT)ની વચ્ચે લોડ-અવરોધ R_L જોડેલ છે. ટ્રાન્સફોર્મરના સેન્ટર ટેપ (CT) ની બંને બાજુ આંટાઓની સંખ્યા સરખી હોવાથી બંને ડાયોડને એકસરખો વોલ્ટેજ ($v_{S_1} = v_{S_2}$) મળે છે. પરંતુ તેમની વચ્ચે 180° જેટલો તફાવત હોય છે. (જુઓ આકૃતિ 7.26)



આકૃતિ 7.26 પૂર્ણતરંગ રેક્ટિફાયરની તરંગઆકૃતિઓ

ધારો કે કોઈ એક ક્ષણે, ઇનપુટ વોલ્ટેજના પ્રથમ અર્ધચક્ર દરમિયાન ગૌણ ગૂંચળામાં સેન્ટરટેપ (CT) ની સાપેક્ષે S_1 છેડો ધન અને S_2 ઋણ બને છે. ($0 \le \omega t \le \pi$) આ સ્થિતિમાં D_1 ડાયોડ ફોરવર્ડ બાયસ સ્થિતિમાં અને D_2 ડાયોડ રિવર્સ બાયસ સ્થિતિમાં આવે છે. આથી રૈવાજિક વિદ્યુતપ્રવાહ $S_1 - D_1 - A - R_L - B - CT - S_1$ પથ પર વહે છે. R_Lનો A છેડો ધન અને B છેડો ઋણ બને છે.

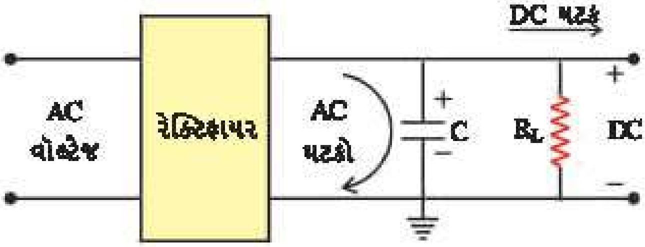
હવે, અનુક્રમે આવતા બીજા અર્ધચક્ર દરમિયાન સેન્ટર ટેપ (CT)ની સાપેક્ષે S_1 છેડો ધન અને S_2 છેડો ઋણ ($\pi \le \omega t \le 2\pi$) બને છે. આથી, ડાયોડ D_2 ફોરવર્ડ બાયસ અને ડાયોડ D_1 રિવર્સ બાયસ સ્થિતિમાં આવે છે. આ પરિસ્થિતિમાં રૈવાજિક પ્રવાહ $S_2 - D_2 - A - R_L - B - C_T - S_2$ માર્ગે (આકૃતિમાં ત્રુટકરેખા વડે દર્શાવેલ છે) વહે છે. આ અર્ધચક્ર દરમિયાન પણ R_Lમાં વિદ્યુતપ્રવાહ Aથી B તરફ જ વહે છે. આમ, બંને ઇનપુટનાં બંને અર્ધચક્રો એટલે કે એક પૂર્ણતરંગ દરમિયાન

R_L માં DC પ્રવાહ મળે છે અને તેના બે છેડાની વચ્ચે DC વોલ્ટેજ પ્રાપ્ત કરી શકાય છે. આથી આ વિદ્યુત પરિપથને **પૂર્ણતરંગ રેક્ટિફાયર** કહે છે.

પૂર્ણતરંગ રેક્ટિફાયરની રેક્ટિફિકેશન કાર્યક્ષમતા (Rectification efficiency)એ અર્ધતરંગ રેક્ટિફાયર કરતાં વધુ હોવાથી તેનો બહોળો પ્રમાણમાં ઉપયોગ થાય છે.

ફિલ્ટર-પરિપથ : અર્ધતરંગ અને પૂર્ણતરંગ રેક્ટિફાયરના આઉટપુટમાં મળતો DC વોલ્ટેજ સમય સાથે અચળ નથી, પરંતુ તેમાં વધઘટ થાય છે. આવા DC વોલ્ટેજને સ્પંદયુક્ત DC (pulsating DC) વોલ્ટેજ કહે છે.

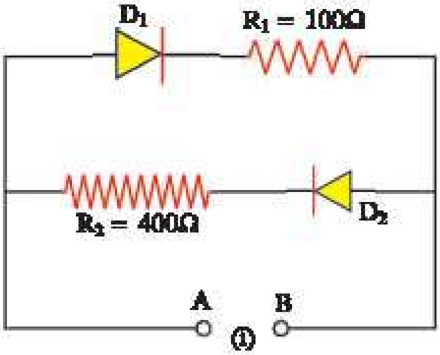
આ દર્શાવે છે કે રેક્ટિફાયરનો આઉટપુટ વોલ્ટેજ શુદ્ધ DC નથી. પરંતુ તેમાં AC ઘટકો પણ ભળેલા છે. આ AC ઘટકોને દૂર કરવા માટે ફિલ્ટર-પરિપથો વપરાય છે. ફિલ્ટર પરિપથ એ કૅપેસિટર, ઇન્ડક્ટર અથવા બંનેના સંયોજનથી તૈયાર કરી શકાય છે. માત્ર કૅપેસિટર (C) ધરાવતો ફિલ્ટર-પરિપથ આકૃતિ 7.27માં દર્શાવ્યો છે.



આકૃતિ 7.27 ફિલ્ટર-પરિપથ

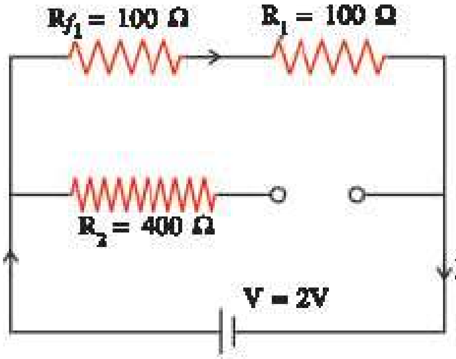
અહીં કૅપેસિટરનું કૅપેસિટન્સ (C) મોટું લેવામાં આવે છે. જેથી AC mains આવૃત્તિ (50 Hz) માટે તેનો ઇમ્પિડન્સ $\left(\frac{1}{\omega C}\right)$ નાનો મળે. આ સ્થિતિમાં રેક્ટિફાયરના આઉટપુટ વોલ્ટેજમાં રહેલા AC ઘટકો કૅપેસિટરમાંથી પસાર થઈ ગ્રાઉન્ડ થઈ જાય છે. અને R_Lના બે છેડા વચ્ચે DC વોલ્ટેજ પ્રાપ્ત કરી શકાય છે. (આ કાર્યપદ્ધતિને કૅપેસિટરના ચાર્જિંગ-ડિસ્ચાર્જિંગ ઘટના વડે પણ સમજી શકાય છે.

ઉદાહરણ 1 : આકૃતિ (i)માં દર્શાવેલ ડાયોડ પરિપથમાં બિંદુ A સાથે 2V બૅટરીનો ધનધ્રુવ અને બિંદુ B સાથે ઋણ ધ્રુવ જોડવામાં આવે, તો ડાયોડ D_1 અને D_2 માંથી વહેતા પ્રવાહની ગણતરી કરો. જો બૅટરીના છેડા ઊલટાવી (reverse) નાખવામાં આવે, તો બંને ડાયોડમાંથી કેટલો પ્રવાહ વહેતો હશે ? ડાયોડ D_1 અને D_2ના ફોરવર્ડ બાયસ અવરોધ 100Ω અને રિવર્સ બાયસ અવરોધ અનંત છે.



(i)

ઉકેલ : (1) બૅટરીના ધન ધ્રુવને A સાથે જોડતાં અને ઋણ ધ્રુવને B સાથે જોડતાં ડાયોડ D_1 ફોરવર્ડ બાયસ સ્થિતિમાં અને D_2 રિવર્સ બાયસ સ્થિતિમાં આવશે. ડાયોડનો ફોરવર્ડ બાયસ અવરોધ 100 Ω અને રિવર્સ બાયસ અવરોધ અનંત હોવાથી આ ડાયોડ પરિપથનો સમતુલ્ય પરિપથ આકૃતિ (ii) મુજબ મળશે.



(ii)

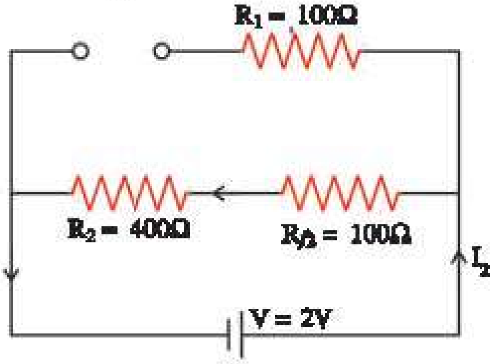
આકૃતિ (ii) પરથી ડાયોડ D_1માંથી વહેતો પ્રવાહ

$$I_1 = \frac{V}{R_{f1} + R_1}$$

$$= \frac{2}{100+100} = 10 \text{ mA}$$

ડાયોડ D_2નો અવરોધ અનંત હોવાથી તેમાંથી પ્રવાહ વહેશે નહિ.

(2) હવે બેટરીના છેડા ઊલટા કરવાથી D_1 રિવર્સ બાયસમાં જશે અને તેમાંથી વહેતા પ્રવાહનું મૂલ્ય શૂન્ય થશે. ડાયોડ D_2 ફોરવર્ડ બાયસમાં આવશે.



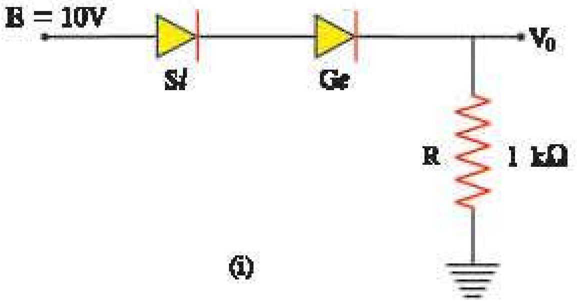
(iii)

આથી પરિપથ આકૃતિ (iii)માં બતાવ્યા મુજબનો મળશે. આથી ડાયોડ D_2માંથી વહેતો પ્રવાહ,

$$I_1 = \frac{V}{R_{f_2} + R_2}$$

$$= \frac{2}{100 + 400} = 4 \text{ mA}$$

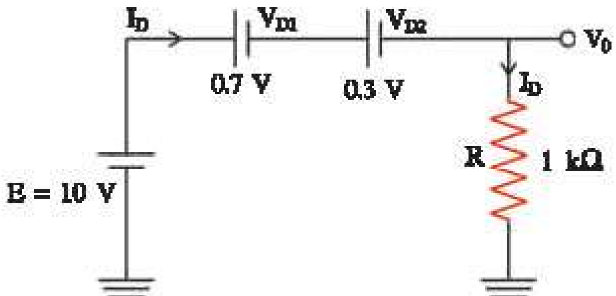
ઉદાહરણ 2 : આકૃતિમાં દર્શાવેલ પરિપથમાં *Si* અને *Ge* ડાયોડને અવરોધ R સાથે શ્રેણીમાં જોડેલા છે. ડાયોડમાંથી વહેતો પ્રવાહ I_D અને આઉટપુટમાં વોલ્ટેજ V શોધો.



(i)

ઉકેલ : જ્યારે ડાયોડ ફોરવર્ડ બાયસ સ્થિતિમાં હોય ત્યારે તેમાં બે છેડા વચ્ચેનો વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત તેના કટ્ ઇન વોલ્ટેજ કે knee voltage જેટલો હોય છે. Si ડાયોડ માટે તે 0.7 V અને Ge ડાયોડ માટે 0.3 V છે.

હવે, $E > (0.7 + 0.3 = 1 \text{ V})$ હોવાથી બંને ડાયોડ ફોરવર્ડ બાયસ સ્થિતિમાં હશે. આથી સમતુલ્ય પરિપથ આકૃતિ (ii) મુજબ દોરી શકાય :



(ii)

કિર્ચોફના નિયમ અનુસાર,

$$E - V_{D1} - V_{D2} - I_D R = 0$$

$$\therefore I_D = \frac{10 - 0.7 - 0.3}{10^3}$$

$$\therefore I_D = 9 \text{ mA}$$

$\therefore$ આઉટપુટ વોલ્ટેજ $V_0 = I_D R$

$$= 9 \times 10^{-3} \times 10^{+3} = 9 \text{ V}$$

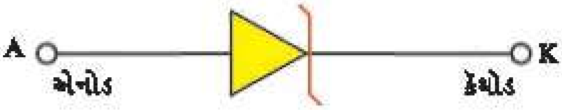
7.8 કેટલાક વિશિષ્ટ પ્રકારના P-N-જંક્શન ડાયોડ

(a) ઝેનર ડાયોડ (Zener Diode) : અગાઉ આપણે જોઈ ગયાં કે P-N-જંક્શન ડાયોડને રિવર્સ બાયસ લાગુ પડતા તેમાં વહેતો વિદ્યુતપ્રવાહ માઇનોરિટી ચાર્જકેરિયરને પરિણામે મળે છે. આ પ્રવાહ μAના ક્રમનો હોય છે. જો રિવર્સ બાયસનો વોલ્ટેજ વધારતા જઈએ તો કોઈ એક વોલ્ટેજ આગળ વિદ્યુતપ્રવાહમાં ઝડપી વધારો થાય છે, જેને બ્રેકડાઉન વોલ્ટેજ કહે છે. ડાયોડમાં અશુદ્ધિનું પ્રમાણ વધારવામાં આવે તો બ્રેકડાઉન વોલ્ટેજ આગળ રિવર્સ પ્રવાહ મિલી ઍમ્પિયરના ક્રમનો મેળવી શકાય છે. ડાયોડમાં મળતો આ પ્રવાહ મુખ્યત્વે બે પ્રકારની અસરોને લીધે મળે છે : (1) ઝેનર અસર (Zener Effect), (2) એવલાન્ચ અસર (Avalanche Effect).

ડાયોડમાં અશુદ્ધિનું પ્રમાણ વધારે હોય છે, ત્યારે ડેપ્લેશન વિસ્તારની પહોળાઈ ઘણી ઓછી હોય છે. પરિણામે ઓછા રિવર્સ બાયસ વોલ્ટેજે પણ ડેપ્લેશન વિસ્તારમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર પ્રબળ બને છે. દા. ત., રિવર્સ

બાયસ વૉલ્ટેજ 2 V હોય અને ડેપ્લેશન વિસ્તારની પહોળાઈ 200 Å હોય, તો વિદ્યુતક્ષેત્રની તીવ્રતા $\frac{2}{200\times10^{-8}} = 10^6$ V/cm થશે. આટલા ક્રમનું વિદ્યુતક્ષેત્ર સહસંયોજન બંધમાં રહેલા ઇલેક્ટ્રૉનને બહાર ખેંચી કાઢે છે. એટલે કે મોટા પ્રમાણમાં સહસંયોજક બંધો તૂટી જાય છે. પરિણામે ડાયોડમાં મોટા પ્રમાણમાં ઇલેક્ટ્રૉન્સ અને હોલ્સ ઉદ્ભવતા રિવર્સ પ્રવાહ (I_R)નું મૂલ્ય એકાએક વધી જાય છે. આ ઘટનાની સમજૂતી C.E. Zener નામના વૈજ્ઞાનિકે આપેલી. આથી આ અસરને **ઝેનર અસર (Zener effect)** કહે છે અને આ પ્રકારના ડાયોડને **ઝેનર ડાયોડ** કહે છે.

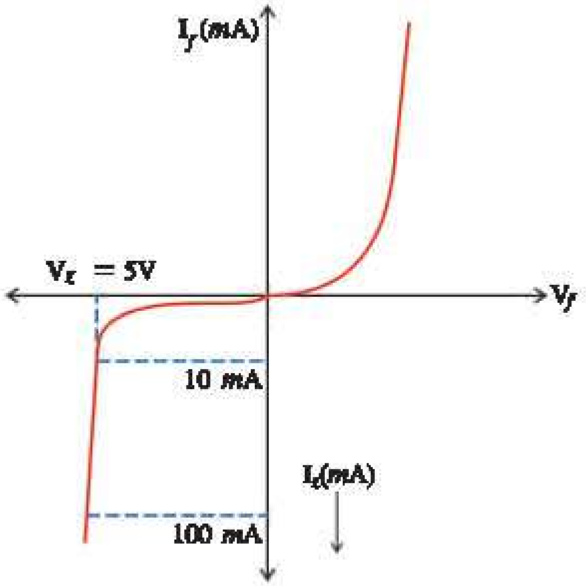
P-N જંક્શન ડાયોડમાં રહેલા અશુદ્ધિના પ્રમાણમાં ઘટાડો કરી ડેપ્લેશન સ્તરની પહોળાઈ વધારી શકાય છે, જેમાં બ્રેકડાઉન વૉલ્ટેજ ઊંચા વૉલ્ટેજે મળે છે. ડાયોડમાં રિવર્સ બાયસના ઊંચા વૉલ્ટેજે ડેપ્લેશન વિસ્તારમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર તીવ્ર બને છે. જ્યારે માઇનોરિટી ચાર્જકેરિયર (દા.ત., ઇલેક્ટ્રૉન) ડેપ્લેશન વિસ્તારમાંથી પસાર થાય છે, ત્યારે તે વિદ્યુતક્ષેત્રમાંથી ઊર્જા મેળવી ગતિ કરે છે. આ પ્રવેગિત ચાર્જકેરિયર (ઇલેક્ટ્રૉન) ડેપ્લેશન સ્તરમાં આવેલા સહસંયોજક બંધો તોડી મોટા પ્રમાણમાં ઇલેક્ટ્રૉન્સ અને હોલ્સનું નિર્માણ કરે છે. આ નવા ઉદ્ભવેલા ઇલેક્ટ્રૉન્સ પણ પ્રવેગી ગતિ કરીને બીજા સહસંયોજક બંધો તોડે છે. પરિણામે મોટા પ્રમાણમાં ઇલેક્ટ્રૉન્સ અને હોલ્સ ઉદ્ભવે છે. આ પ્રક્રિયા સતત ચાલુ રહે છે. આથી ડાયોડમાં બ્રેકડાઉનને એવલાન્ચ બ્રેકડાઉન અને આ અસરને **એવલાન્ચ અસર (Avalanche effect)** કહે છે. જે ડાયોડમાં બ્રેકડાઉન એવલાન્ચ અસરથી મળે તે પ્રકારના ડાયોડને **એવલાન્ચ ડાયોડ (Avalanche Diode)** કહે છે.



આકૃતિ 7.28 ઝેનર ડાયોડની સંજ્ઞા

જો ડાયોડનો બ્રેકડાઉન વૉલ્ટેજ 4 V કરતાં ઓછો હોય તેમાં ઝેનર અસરને કારણે બ્રેકડાઉન થાય છે. 6 Vથી વધુ બ્રેકડાઉન વૉલ્ટેજ ધરાવતા ડાયોડમાં એવલાન્ચ અસર જોવા મળે છે. 4 V થી 6 V વચ્ચે બ્રેકડાઉન ધરાવતાં ડાયોડમાં ઝેનર અસર અથવા એવલાન્ચ અસરને લીધે બ્રેકડાઉન થાય છે. આ બધા પ્રકારના ડાયોડને ઝેનર ડાયોડ કહે છે.

ઝેનર ડાયોડની પરિપથ સંજ્ઞા આકૃતિ 7.28 માં દર્શાવેલ છે. ઝેનર ડાયોડની પરિપથ સંજ્ઞા P-N જંક્શન ડાયોડ જેવી જ છે, પરંતુ જો ધ્યાનથી જોવામાં આવે, તો તેની કૅથોડ રેખા 'Z' આકારે વાળવામાં આવી છે.



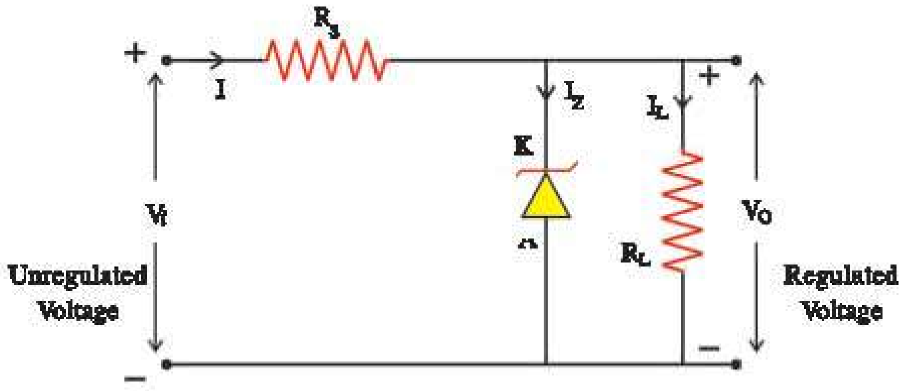
આકૃતિ 7.29 ઝેનર ડાયોડની લાક્ષણિકતા

આકૃતિ 7.29માં ઝેનર ડાયોડની લાક્ષણિકતા દર્શાવી છે. ફોરવર્ડ બાયસ લાક્ષણિકતા P-N જંક્શન ડાયોડ જેવી જ છે. રિવર્સ બાયસ સ્થિતિમાં બ્રેકડાઉન કરતાં ઓછા વૉલ્ટેજવાળા વિસ્તારમાં પ્રવાહનું મૂલ્ય ખૂબ જ નાનું (μAના ક્રમનું) છે. બ્રેકડાઉન વૉલ્ટેજ (V_Z) આગળ આ પ્રવાહ એકાએક વધીને મિલીએમ્પિયરના ક્રમનો થાય છે, જેને ઝેનર પ્રવાહ (I_Z) કહે છે.

અહીં મળતું બ્રેકડાઉન ખૂબ જ તીક્ષ્ણ (Sharp) હોય છે. રિવર્સ બાયસ લાક્ષણિક આલેખ પરથી જોઈ શકાય છે કે, બ્રેકડાઉન વૉલ્ટેજ પાસે વૉલ્ટેજમાં ખૂબ નાનો ફેરફાર કરતાં પ્રવાહમાં મોટો ફેરફાર મેળવી શકાય છે. બીજા શબ્દોમાં આ સ્થિતિમાં ઝેનર ડાયોડને

સમાંતર વોલ્ટેજ, પ્રવાહના મોટા ફેરફારો માટે પણ લગભગ અચળ રહે છે. આથી આવા ડાયોડનો ઉપયોગ વોલ્ટેજ નિયામક પરિપથ (Voltage Regulator Circuit) તરીકે થાય છે.

ઝેનર ડાયોડનો વોલ્ટેજ રેગ્યુલેટર તરીકે ઉપયોગ : રેક્ટિફાયર પરિપથનો ઉપયોગ કરી બનાવેલા DC પાવર સપ્લાયમાં, AC Mains વોલ્ટેજમાં વધઘટ થતાં ટ્રાન્સફોર્મરના ગૌણ ગૂંચળામાં ઉદ્‌ભવતા વોલ્ટેજ (V_s)માં પણ ફેરફાર થાય છે. પરિણામે લોડ-અવરોધ R_Lમાં મળતાં DC વોલ્ટેજમાં પણ વધઘટ થાય છે. આવા પાવર સપ્લાયને Unregulated પાવર સપ્લાય કહે છે. જે પાવર સપ્લાયમાં ઇનપુટ વોલ્ટેજના ફેરફાર સાથે આઉટપુટ વોલ્ટેજ અચળ રહેલો હોય તેને Regulated પાવર-સપ્લાય કહે છે. ઝેનર ડાયોડની મદદથી બનાવેલ Regulated પાવર-સપ્લાયનો પરિપથ આકૃતિ 7.30માં દર્શાવ્યો છે.



આકૃતિ 7.30 ઝેનર ડાયોડનો વોલ્ટેજ રેગ્યુલેટર તરીકે ઉપયોગ

પરિપથમાં દર્શાવ્યા મુજબ ઝેનર ડાયોડને રિવર્સ બાયસ સ્થિતિમાં જોડેલ છે. ઝેનરની શ્રેણીમાં જોડેલ અવરોધ (R_s) એ પ્રવાહનું નિયમન કરે છે. ઝેનર ડાયોડને સમાંતર જોડેલ અવરોધ R_Lના બે છેડા વચ્ચે આઉટપુટ વોલ્ટેજ મળે છે. પરિપથને લાગુ પાડેલ ઇનપુટ વોલ્ટેજ (V_i) હંમેશા રેગ્યુલેટેડ આઉટપુટ વોલ્ટેજ (V_O) કરતાં મોટો હોય છે. જેટલા મૂલ્યનો રેગ્યુલેટેડ આઉટપુટ વોલ્ટેજ મેળવવો હોય તેના મૂલ્યના ઝેનર (બ્રેકડાઉન) વોલ્ટેજ (V_Z)વાળો ઝેનરડાયોડ પરિપથમાં જોડવામાં આવે છે.

પરિપથમાં જ્યારે ઇનપુટ વોલ્ટેજ (V_i) વધે છે, ત્યારે R_s માંથી વહેતા પ્રવાહ (I)નું મૂલ્ય વધે છે. આથી R_sના બે છેડા વચ્ચેનો વોલ્ટેજ વધે છે, જે ઇનપુટ વોલ્ટેજમાં થયેલા ફેરફાર બરાબર હોય છે. કારણ કે ઝેનર ડાયોડ પરનો વોલ્ટેજ (V_Z) અચળ રહે છે. ઇનપુટ વોલ્ટેજ ઘટવાથી આનાથી ઊલટી ક્રિયા થાય છે. R_s પરનો વોલ્ટેજ ઘટે છે, જે ઇનપુટમાં થયેલા ઘટાડા જેટલો હોય છે અને ઝેનર પરનો વોલ્ટેજ અચળ રહે છે. આમ, લોડ-અવરોધ R_Lના બે છેડા વચ્ચે મળતો આઉટપુટ વોલ્ટેજ અચળ રહે છે. આ રીતે ઝેનર ડાયોડ વાપરી રેગ્યુલેટેડ વોલ્ટેજ મેળવી શકાય છે.

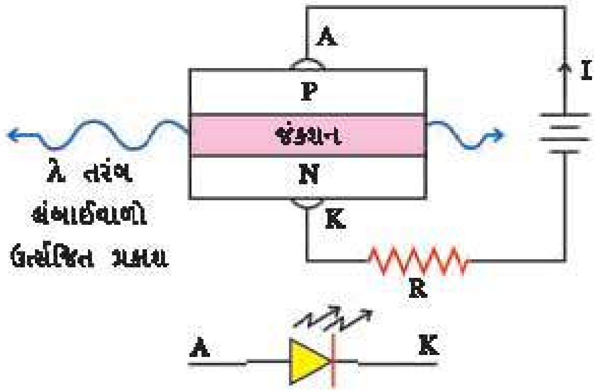
(b) LED (Light Emitting Diode) : સિલિકોન અને જર્મેનિયમ જેવા અંતર્ગત સેમીકન્ડક્ટર્સમાં જ્યારે ઇલેક્ટ્રોન કન્ડક્શન. બેન્ડમાંથી વેલેન્સ-બેન્ડમાં રહેલા હોલમાં સંક્રાંતિ કરે છે, ત્યારે ઉત્પન્ન થતી ઊર્જા મહદંશે ઉષ્મા ઊર્જારૂપે મળે છે.

ગેલિયમ આર્સેનાઇડ જેવા કેટલાક સેમીકન્ડક્ટર્સમાં આ ઊર્જા પ્રકાશ-ઊર્જા રૂપે મળે છે. અહીં ઉત્સર્જાતાં વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોની મહત્તમ તરંગલંબાઈ $\lambda = \frac{hc}{E_g}$ હોય છે, જ્યારે (E_g) એ બેન્ડગેપ ઊર્જા છે. આ રીતે

ઉત્સર્જાતો પ્રકાશ કંઈક ઉપયોગમાં લઈ શકાય તેટલા પ્રમાણમાં ઉત્પન્ન કરવા માટે કન્ડક્શન બેન્ડમાં ઇલેક્ટ્રૉન્સનું અને વેલેન્સ-બેન્ડમાં હોલ્સનું પ્રમાણ ખૂબ મોટું હોવું જરૂરી છે. અંતર્ગત સેમીકન્ડક્ટર્સમાં મોટા પ્રમાણમાં અશુદ્ધિઓ ઉમેરીને પણ આવી પરિસ્થિતિ મેળવી શકાતી નથી.

ઉપર્યુક્ત હેતુ સિદ્ધ કરવા માટે મોટા પ્રમાણમાં અશુદ્ધિ ધરાવતા N અને P પ્રકારના સેમીકન્ડક્ટર્સ વડે P-N જંક્શન તૈયાર કરવામાં આવે છે. આ જંક્શનને સારા એવા ફોરવર્ડ બાયસની સ્થિતિમાં રાખતા આકૃતિ 7.31 માં દર્શાવ્યા અનુસાર મોટો પ્રવાહ વહે છે.

અત્રે પ્રવાહને કારણે N વિભાગને પુષ્કળ પ્રમાણમાં ઇલેક્ટ્રૉન્સ અને P વિભાગને પુષ્કળ પ્રમાણમાં હોલ્સ મળતા રહે છે. વળી, ઉપર વર્ણવેલ સ્થિતિમાં ડેપ્લેશન સ્તર ખૂબ જ પાતળું (થોડાક જ μm) હોય છે. આમ, આ સ્થિતિમાં N વિભાગમાંના ઇલેક્ટ્રૉન્સ મોટા પ્રમાણમાં જંક્શનના વિસ્તારમાં, સહેલાઈથી હોલ્સ સાથે સંયોજાય છે અને પરિણામે જોઈતી માત્રામાં પ્રકાશ ઉત્પન્ન થાય છે.

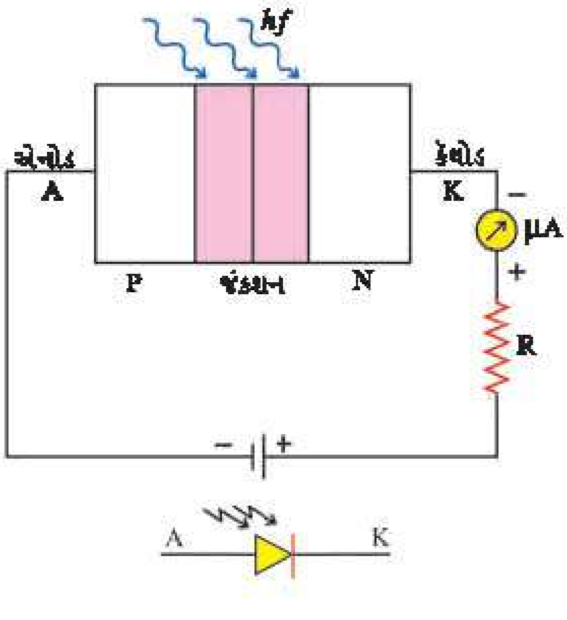


આકૃતિ 7.31 LED અને તેની સંજ્ઞા

બજારમાં લાલ, પીળો, નારંગી, લીલો અને વાદળી રંગના પ્રકાશને ઉત્સર્જિત કરતી LED મળે છે. દૃશ્યપ્રકાશ ઉત્પન્ન કરતી LEDના અર્ધવાહકની બેન્ડગેપ ઊર્જા ઓછામાં ઓછી 1.8 eV હોય છે. આ માટે સંયોજિત અર્ધવાહક ગેલિયમ આર્સેનાઇડ-ફોસ્ફાઇડ ($Ga\ As_{1-x}P_x$)નો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે.

LEDનો ઉપયોગ રિમોટ કંટ્રોલ, ON/OFF દર્શક તરીકે, ઑપ્ટિકલ કોમ્યુનિકેશનમાં, ડિસ્પ્લે બોર્ડ તથા ડેકોરેશન માટેની લાઇટિંગમાં બહોળા પ્રમાણમાં કરવામાં આવે છે.

(c) ફોટો-ડાયોડ (Photo diode) : ફોટો-ડાયોડની રચના સામાન્ય P-N-જંક્શન ડાયોડ જેવી જ હોય છે. બંને ડાયોડમાં તફાવત એ છે કે, ફોટો-ડાયોડમાં પ્રકાશને પ્રવેશવા બારી (Window) હોય છે. આ ડાયોડને હંમેશા રિવર્સ બાયસ સ્થિતિમાં જ ઉપયોગમાં લેવામાં આવે છે. (જુઓ આકૃતિ 7.32)



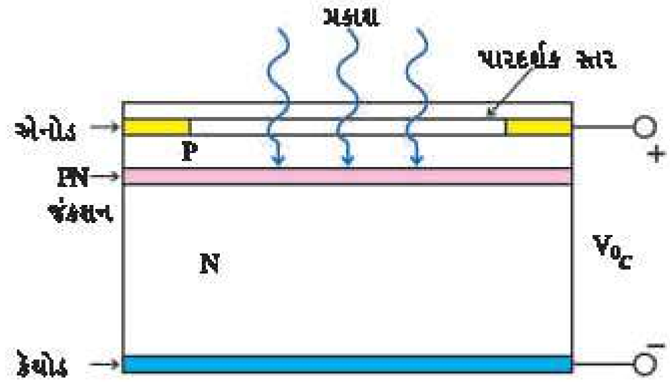
આકૃતિ 7.32 ફોટો-ડાયોડ અને તેની સંજ્ઞા

P-N-જંક્શન ડાયોડને રિવર્સ બાયસ આપતા તેમાંથી સંતૃપ્ત રિવર્સ પ્રવાહ પસાર થાય છે. સંતૃપ્ત રિવર્સ પ્રવાહનું પ્રમાણ ડાયોડનું તાપમાન અથવા તેના પર પ્રકાશ આપાત કરી વધારી શકાય છે. ડેપ્લેશન વિસ્તાર પર આપાત કરેલ પ્રકાશના ફોટોનની ઊર્જા $\frac{hc}{\lambda} > E_g$, હશે, ત્યારે જંક્શનના વિસ્તારમાં સહસંયોજક બંધોમાં ભંગાણ પડે છે. આથી તેમાં ઇલેક્ટ્રૉન-હોલનાં વધુ જોડકાંઓ ઉદ્ભવે

છે. (અથવા પ્રકાશ ઊર્જાને લીધે ઇલેક્ટ્રૉન્સની વેલેન્સ-બેન્ડમાંથી કન્ડક્શન-બેન્ડમાં સંક્રાંતિ થાય છે.) આ ઉદ્ભવેલા બંને પ્રકારના માઇનોરિટી ચાર્જ કેરિયર્સ જંક્શન પસાર કરીને રિવર્સ પ્રવાહમાં વધારો કરે છે. આ રિવર્સ પ્રવાહ μAના ક્રમનો હોય છે.

ડાયોડ પર પ્રકાશ આપાત કરવામાં ન આવે ત્યારે તેમાંથી વહેતા સંતૃપ્ત રિવર્સ પ્રવાહને Dark Current કહે છે. આપાત પ્રકાશની તીવ્રતા વધારતા ઇલેક્ટ્રૉન-હોલ જોડકાંઓની સંખ્યા વધે છે. પરિણામે ડાયોડમાં પ્રવાહ વધે છે.

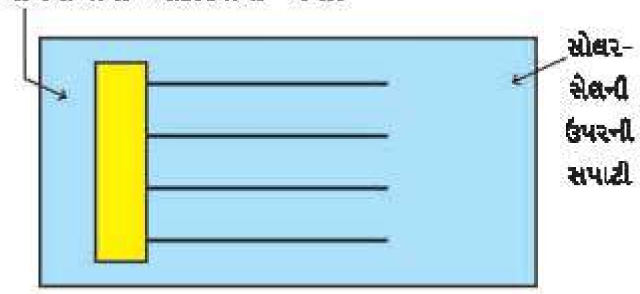
ફોટો ડાયોડએ પ્રકાશના તરંગોનું વિદ્યુતસિગ્નલમાં રૂપાંતર કરે છે. આથી તેનો ઉપયોગ ઑપ્ટિકલ કમ્યૂનિકેશનમાં મોટા પ્રમાણમાં થાય છે. તેનો ઉપયોગ CD પ્લેયર, કમ્પ્યૂટર તેમજ સિક્યુરિટી સિસ્ટમમાં પણ થાય છે.



આકૃતિ 7.33 સોલરસેલની રચના

(d) સોલરસેલ (Solar Cell) : સોલર સેલ એવી અર્ધવાહક રચના છે, જેમાં P-N જંક્શન પર પ્રકાશ આપાત કરતાં તે ફોટોનની ઊર્જા શોષીને તેના બે છેડા વચ્ચે emf પ્રેરિત કરે છે. આમ, તે પ્રકાશ ઊર્જાનું વિદ્યુત-ઊર્જામાં રૂપાંતર કરે છે. ફોટો ડાયોડ અને સોલરસેલનો સિદ્ધાંત સમાન જ છે, પરંતુ તફાવત ફક્ત એટલો જ છે કે સોલરસેલમાં બાહ્ય બૅટરીની જરૂર પડતી નથી.

આકૃતિ 7.33માં સોલરસેલની રચના દર્શાવી છે. N પ્રકારની અર્ધવાહક પર P પ્રકારના અર્ધવાહકનું પાતળું સ્તર (Thin Layer) રચીને P-N-જંક્શન તૈયાર કરવામાં આવે છે. N વિભાગ સાથે જોડેલા ધાતુના ઇલેક્ટ્રોડને કૅથોડ અને P વિભાગ સાથે જોડેલા ધાતુના ઇલેક્ટ્રોડને ઍનોડ કહે છે. ઍનોડ વડે P વિભાગ સંપૂર્ણપણે ઢંકાઈ ન જાય તે માટે આંગળીઓના આકાર વાળો ઍનોડ (Finger Anode) બનાવવામાં આવે છે. (જુઓ આકૃતિ 7.34)



આકૃતિ 7.34

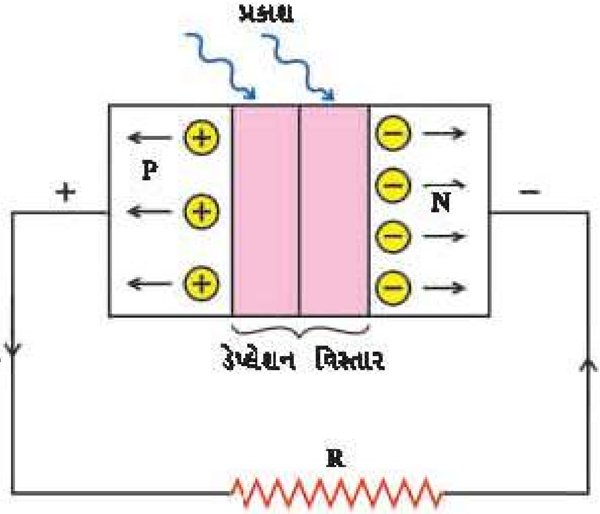
P વિભાગના પાતળા સ્તરને એમીટર (Emitter) અને N વિભાગને બેઝ (Base) કહે છે. P વિભાગ પાતળા સ્તરનો બનેલો હોવાથી ફોટોનની ઊર્જાનો વ્યય થયા વગર તે સીધો P-N-જંક્શન પર આપાત થઈ શકે છે. સોલરસેલમાંથી મળતો પાવર વધારવા માટે P-N-જંક્શનનો કાર્યરત વિસ્તાર (Active Region) મોટો રાખવામાં આવે છે.

જંક્શન પર આપાત થયેલ ફોટોનની ઊર્જા $hf > E_g$ હશે ત્યારે તે ઇલેક્ટ્રૉન-હોલનાં જોડકાં ઉત્પન્ન કરશે, જે જંક્શન-ક્ષેત્રને કારણે પરસ્પર વિરુદ્ધ દિશામાં ગતિ કરશે. ફોટોનથી ઉત્સર્જિત થયેલ ઇલેક્ટ્રૉન N-વિભાગ તરફ અને હોલ P વિભાગ તરફ ગતિ કરે છે અને પરિપથમાં બાહ્ય અવરોધ જોડેલ ન હોય તો P વિભાગમાં હોલ્સ અને N વિભાગમાં ઇલેક્ટ્રૉન્સનો સંચય (સંગ્રહ) થાય છે, જેના કારણે emf ઉદ્ભવે છે. જેને ફોટો-વોલ્ટેજ કહે છે. સોલરસેલમાં આ emfનું મૂલ્ય 0.5 Vથી 0.6 V જેટલું હોય છે.

બાહ્ય પરિપથમાં અવરોધ જોડતાં આકૃતિ 7.35માં દર્શાવ્યા મુજબ ફોટોપ્રવાહ I_L વહે છે. આ પ્રવાહનું મૂલ્ય તેમજ ફોટો-વૉલ્ટેજનું મૂલ્ય પ્રકાશની તીવ્રતા પર આધાર રાખે છે.

Si, GaAs, કેડ્મિયમ સલ્ફાઇડ (CdS), કેડ્મિયમ સેલેનાઇડ (CdSe) જેવા અર્ધવાહકોનો ઉપયોગ સોલરસેલ બનાવવામાં થાય છે.

સોલર સેલ બનાવવા માટે ઉપયોગમાં લેવાતા પદાર્થ માટે નીચેની બાબતો અગત્યની છે. (i) બૅન્ડગૅપ-ઊર્જા (~1.0eV થી 1.8eV) (ii) પ્રકાશ શોષવાની ક્ષમતા વધુ હોવી જોઈએ. (iii) વાહકતા વધુ હોવી જોઈએ. (iv) પદાર્થ સહેલાઈથી ઉપલબ્ધ હોવો જોઈએ.

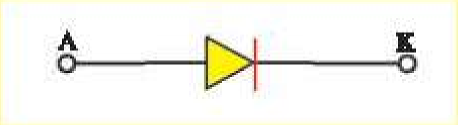
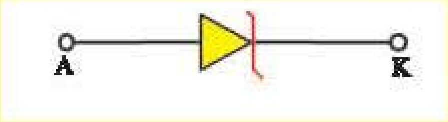
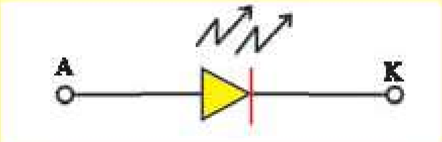
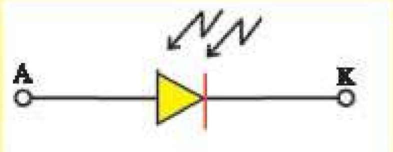
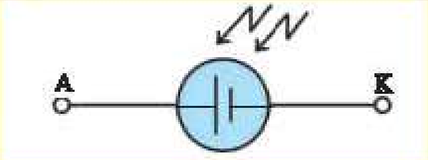


આકૃતિ 7.35

સોલરસેલ માટે હંમેશા સૂર્યપ્રકાશ હોવો જરૂરી નથી. જે પ્રકાશના ફોટોનની ઊર્જા અર્ધવાહકના બૅન્ડગૅપ ઊર્જા કરતા વધુ હોય તે પ્રકાશ પણ ફોટો વૉલ્ટેજ ઉત્પન્ન કરી શકે છે.

ઘણા બધા સોલર સેલને શ્રેણી અને સમાંતરમાં જોડી જોઈતા પ્રમાણમાં વૉલ્ટેજ અને પ્રવાહ મેળવી શકાય છે. આવા જોડાણને સોલર પેનલ કહેવામાં આવે છે. આવી પેનલોનો ઉપયોગ સેટેલાઇટમાં વિદ્યુત-ઊર્જા મેળવવા માટે થાય છે. આવી પેનલોની મદદથી ગૌણ વિદ્યુતકોષ (Storage Battery)ને દિવસ દરમિયાન ચાર્જ કરીને રાત્રિ દરમિયાન પ્રકાશ મેળવી શકાય છે. કૅલ્ક્યુલેટર, ઇલેક્ટ્રૉનિક ઘડિયાળો અને કૅમેરામાં પણ સોલરસેલનો ઉપયોગ થાય છે.

વિવિધ પ્રકારના P-N-જંક્શન ડાયોડ્સની પરિપથ સંજ્ઞાઓ

(1)	P-N-જંક્શન-ડાયોડ	
(2)	ઝેનર ડાયોડ	
(3)	LED	
(4)	ફોટો-ડાયોડ	
(5)	સોલરસેલ	

ઉદાહરણ : 3 2.8 eV બેન્ડગેપ ધરાવતા અર્ધવાહકમાંથી એક ફોટો-ડાયોડ તૈયાર કરવામાં આવ્યો છે. શું તે 6620 nm તરંગલંબાઈ ધરાવતા વિકિરણને પારખી (detect) શકશે ? ($h = 6.62 \times 10^{-34}$ Js)

ઉકેલ : $E_g = 2.8\ eV = 2.8 \times 1.6 \times 10^{-19} = 4.48 \times 10^{-19}$ J

વિકિરણની તરંગલંબાઈ $\lambda = 6620$ nm $= 6.620 \times 10^{-6}$ m

આ વિકિરણની ઊર્જા, $E = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{6.620 \times 10^{-6}} = 3 \times 10^{-20}$ J

અહીં $E < E_g$ હોવાથી ફોટો-ડાયોડ 6620 nm તરંગલંબાઈવાળા વિકિરણને પારખી શકશે નહીં.

7.9 ટ્રાન્ઝિસ્ટર (Transistor)

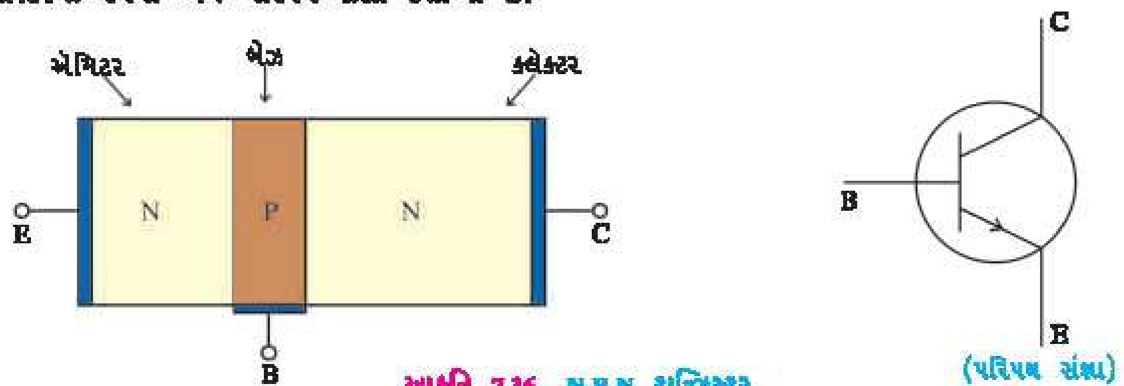
ઈ.સ. 1948માં અમેરિકાની બેલ ટેલિફોન લેબોરેટરીના ત્રણ વૈજ્ઞાનિકો જહોન બાર્ડિન, વોલ્ટર બ્રાટેન અને વિલિયમ શોકલેએ ટ્રાન્ઝિસ્ટરની શોધ કરી. આ શોધ માટે તેમને નોબલ પ્રાઈઝ પણ આપવામાં આવ્યું છે. ટ્રાન્ઝિસ્ટરનું કદ મગફળીના નાનામાં નાના દાણાના કદ બરાબર છે છતાં પણ તે (Vacuum tube)ની બરાબર ગણી શકાય તેવાં કાર્યો કરે છે. આ શોધ બાદ ઇલેક્ટ્રોનિક ઉદ્યોગોમાં એક પ્રકારની ક્રાંતિ આવી. ટ્રાન્ઝિસ્ટર કદમાં નાના અને વજનમાં હલકા હોવાથી ઇલેક્ટ્રોનિક ઉપકરણો નાનાં થયાં તથા તેમની કિંમતમાં નોંધપાત્ર ઘટાડો પણ થયો.

બે P-N-જંક્શનવાળી રચનાને ટ્રાન્ઝિસ્ટર કહે છે. ટ્રાન્ઝિસ્ટરો બે પ્રકારનાં છે. :

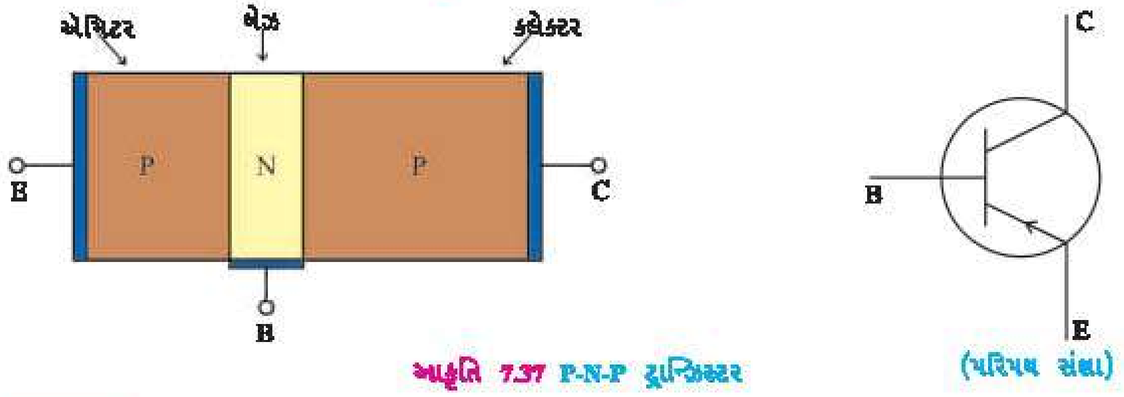
(i) P-N-P ટ્રાન્ઝિસ્ટર : આ પ્રકારના ટ્રાન્ઝિસ્ટરમાં P પ્રકારના બે અર્ધવાહકો વચ્ચે N પ્રકારના અર્ધવાહકની પાતળી ચિપ હોય છે.

(ii) N-P-N ટ્રાન્ઝિસ્ટર : આ પ્રકારના ટ્રાન્ઝિસ્ટરમાં N પ્રકારનો બે અર્ધવાહકો વચ્ચે P પ્રકારના અર્ધવાહકની પાતળી ચિપ હોય છ.

આકૃતિ 7.36 N-P-N ટ્રાન્ઝિસ્ટરની રચના અને પરિપથ સંજ્ઞા દર્શાવ્યા છે. આકૃતિ 7.37માં P-N-P ટ્રાન્ઝિસ્ટરની રચના અને પરિપથ સંજ્ઞા દર્શાવ્યા છે.



આકૃતિ 7.36 N-P-N ટ્રાન્ઝિસ્ટર



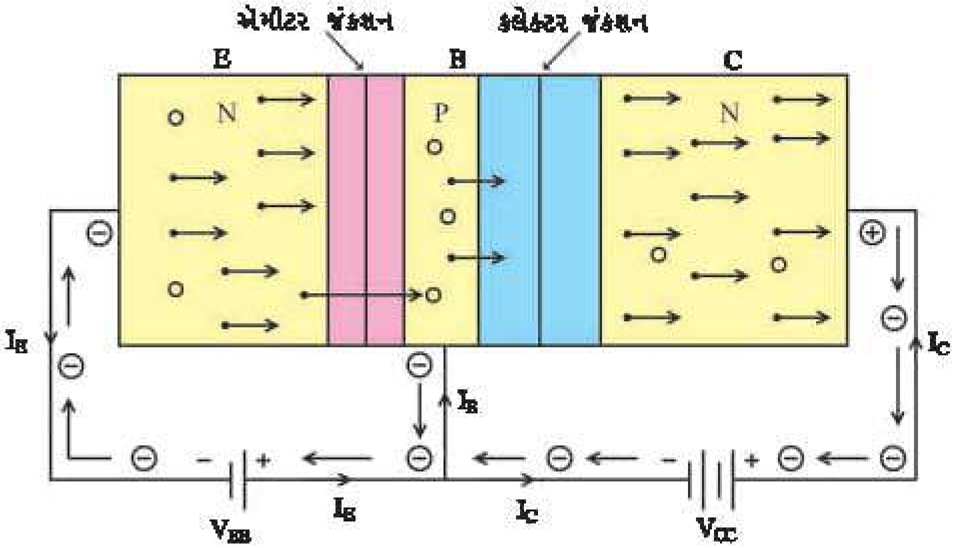
આકૃતિ 7.37 P-N-P ટ્રાન્ઝિસ્ટર

ટ્રાન્ઝિસ્ટરના મધ્ય ભાગમાં રહેલ ચિપને **બેઝ (Base)** કહે છે. બેઝના એક તરફના વિભાગને **એમીટર (Emitter)** અને બીજી તરફના વિભાગને **કલેક્ટર (Collector)** કહે છે. આ બંને વિભાગનાં કદ તથા વિદ્યુતીય લાક્ષણિકતાઓ અલગ-અલગ હોય છે. કલેક્ટરનું કદ, એમીટરના કદ કરતા મોટું હોય છે. બેઝમાં અશુદ્ધિનું પ્રમાણ ઓછું હોય છે તેમજ તેની અવરોધકતા વધારે હોય છે. એમીટરમાં અશુદ્ધિઓનું પ્રમાણ વધારે હોય છે અને તેની અવરોધકતા ઘણી ઓછી હોય છે. કલેક્ટરમાં અશુદ્ધિનું પ્રમાણ બેઝ કરતાં વધારે પરંતુ એમીટર કરતાં ઓછું હોય છે.

એમીટર અને બેઝ વચ્ચેના જંક્શનને એમીટર-બેઝ જંક્શન અથવા એમીટર જંક્શન કહે છે. બેઝ અને કલેક્ટર વચ્ચેના જંક્શનને કલેક્ટર-બેઝ જંક્શન અથવા કલેક્ટર જંક્શન કહે છે. **ટ્રાન્ઝિસ્ટરને કાર્યશીલ કરવા એમીટર જંક્શનને હંમેશાં ફોરવર્ડ બાયસ અને કલેક્ટર જંક્શનને રિવર્સ બાયસ આપવામાં આવે છે.** જ્યારે N-P-N અથવા P-N-P ટ્રાન્ઝિસ્ટરને આ પ્રમાણેના બાયસ આપવામાં આવે ત્યારે તેમાં વહેતા રૈવાજિક વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા આકૃતિ 7.36 અને 7.37માં દર્શાવેલ સંજ્ઞામાં એમીટર પર તીર વડે દર્શાવેલ છે.

ટ્રાન્ઝિસ્ટરમાં વિદ્યુતપ્રવાહનું નિર્માણ એ ઇલેક્ટ્રોન તેમજ હોલ એમ બંને પ્રકારના ચાર્જકેરિયરને લીધે થાય છે. તેથી તેને **Bipolar Junction Transistor (BJT)** કહે છે.

7.9.1 ટ્રાન્ઝિસ્ટરની કાર્યવાહી : વ્યવહારમાં N-P-N ટ્રાન્ઝિસ્ટર વધારે ઉપયોગી હોઈ હવે આપણે N-P-N ટ્રાન્ઝિસ્ટરની કાર્યવાહી ચર્ચીશું. આ માટેનો એક પરિપથ આકૃતિ 7.38માં દર્શાવ્યો છે.



આકૃતિ 7.38 N-P-N ટ્રાન્ઝિસ્ટરની કાર્યવાહી

ટ્રાન્ઝિસ્ટરને કાર્યશીલ કરવા માટે એમીટર જંક્શનને V_{EE} બેટરી વડે ફોરવર્ડ બાયસ આપેલ છે અને કલેક્ટર જંક્શનને V_{CC} બેટરી દ્વારા રિવર્સ બાયસ આપેલ છે. ફોરવર્ડ બાયસ વોલ્ટેજ V_{EE}નું મૂલ્ય આશરે 0.5 થી 1V ની વચ્ચે હોય છે અને રિવર્સ બાયસ વોલ્ટેજ V_{CC} નું મૂલ્ય 5 Vથી 10 V વચ્ચે હોય છે. એમીટર જંક્શન ફોરવર્ડ બાયસ હોવાથી તે જંક્શન પાસે ડેપ્લેશન વિસ્તારની પહોળાઈ ઓછી હોય છે, જ્યારે કલેક્ટર જંક્શન રિવર્સ બાયસ હોવાથી તે જંક્શન પાસે ડેપ્લેશન વિસ્તારની પહોળાઈ વધારે હોય છે. N-P-N ટ્રાન્ઝિસ્ટરમાં એમીટરમાં મેજોરિટી ચાર્જકેરિયર ઇલેક્ટ્રોન હોય છે અને બેઝમાં હોલ હોય છે.

અત્રે, એમીટર જંક્શન ફોરવર્ડ બાયસમાં હોવાથી બાહ્ય બેટરી (V_{EE})ની અસર હેઠળ એમીટરમાંથી ઇલેક્ટ્રોન સહેલાઈથી બેઝ વિભાગમાં જાય છે, આના કારણે રચાતો પ્રવાહ એમિટર પ્રવાહ (I_E) કહેવાય છે. હવે, બેઝ વિભાગ સાંકડો છે અને તેમાં અશુદ્ધિનું પ્રમાણ ઓછું છે. આથી, એમીટરમાંથી બેઝમાં આવતાં આશરે 5 % કરતાં ઓછા ઇલેક્ટ્રોન બેઝમાંના હોલ સાથે સંયોજાય છે. બાકીના ઇલેક્ટ્રોન બેટરી V_{CC}ની અસર હેઠળ કલેક્ટર જંક્શન તરફ

આકર્ષાઈને કલેક્ટર વિભાગમાં દાખલ થાય છે. કલેક્ટર વિભાગમાં દાખલ થતાં દરેક ઇલેક્ટ્રૉન દીઠ એક ઇલેક્ટ્રૉન, કલેક્ટર વિભાગમાંથી બાહ્ય પરિપથમાં દાખલ થઇ કલેક્ટરપ્રવાહ I_Cનું નિર્માણ કરે છે. વળી, બેઝમાં હોલ સાથે સંયોજાતા દરેક ઇલેક્ટ્રૉન દીઠ એક ઇલેક્ટ્રૉન V_{EE} વડે આકર્ષાઈને બાહ્ય પરિપથમાં દાખલ થઈ બેઝ પ્રવાહ I_Bનું નિર્માણ કરે છે.

જંક્શનબિંદુ પાસે કિર્ચોફના પ્રથમ નિયમ અનુસાર.

$I_E = I_B + I_C$

સામાન્ય રીતે, ટ્રાન્ઝિસ્ટરમાં I_E અને I_C , mAના ક્રમના અને I_B ,μAના ક્રમનો હોય છે.

આ જ પ્રમાણેની કાર્યવાહી આપણે P-N-P ટ્રાન્ઝિસ્ટર માટે પણ સમજી શકીએ. P-N-P ટ્રાન્ઝિસ્ટરમાં એમીટરમાંથી આવતા મેજોરિટી ચાર્જ કૅરિયર હોલ હોય છે. તે સાંકડા બેઝ વિસ્તાર (N-વિભાગ)માંથી પસાર થઈ કલેક્ટર વિભાગમાં જઈ કલેક્ટરપ્રવાહ I_C રચે છે.

સામાન્ય રીતે, ઇલેક્ટ્રૉનિક પરિપથો જેવા કે ઍમ્પ્લિફાયરને બે ઇનપુટ ટર્મિનલ અને બે આઉટપુટ ટર્મિનલ એમ કુલ ચાર ટર્મિનલ હોય છે. ટ્રાન્ઝિસ્ટરને ફક્ત ત્રણ ટર્મિનલ છે : બેઝ (B), ઍમીટર (E) અને કલેક્ટર (C). આથી આવા પરિપથમાં ટ્રાન્ઝિસ્ટરના કોઈ એક ટર્મિનલને ઇનપુટ અને આઉટપુટના સંદર્ભમાં કૉમન (common) રાખવામાં આવે છે. આ રીતે ત્રણ જુદા-જુદા પ્રકારના પરિપથો તૈયાર કરી શકાય છે :

(1) કૉમન બેઝ (CB) પરિપથ (2) કૉમન ઍમીટર (CE) પરિપથ (3) કૉમન-કલેક્ટર (CC) પરિપથ

ટ્રાન્ઝિસ્ટરના CB પરિપથમાં આઉટપુટ પ્રવાહ I_C અને ઇનપુટ પ્રવાહ I_E હોય છે. I_C અને I_Eના ગુણોત્તરને પ્રવાહગેઇન (Current Gain) α_{dc} કહે છે.

$$\alpha_{dc} = \frac{I_C}{I_E}$$

અહીં, $I_E > I_C$ હોવાથી, હંમેશાં $\alpha_{dc} < 1$ હોય છે.

CE પરિપથમાં આઉટપુટ પ્રવાહ I_C અને ઇનપુટ પ્રવાહ I_B હોય છે. આથી CE પરિપથ માટે, પ્રવાહ ગેઇન

$$\beta_{dc} = \frac{I_C}{I_B}.$$

અહીં, $I_C >> I_B$ હોવાથી, હંમેશાં $\beta_{dc} >> 1$ હોય છે.

CB, CE અને CC પરિપથોની લાક્ષણિકતાઓ અલગ-અલગ હોવાથી, ત્રણેય પરિપથોના લાભાલાભ પણ અલગ છે.

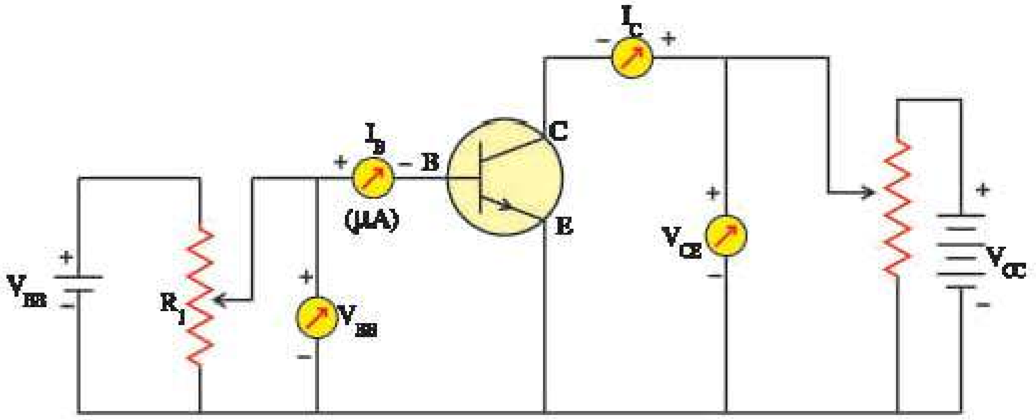
મોટા ભાગના ઇલેક્ટ્રૉનિક પરિપથોમાં CE પરિપથનો ઉપયોગ થતો હોવાથી, આપણે ફક્ત CE પરિપથની લાક્ષણિકતાઓની ચર્ચા કરીશું.

7.9.2 ટ્રાન્ઝિસ્ટરની લાક્ષણિકતાઓ : ટ્રાન્ઝિસ્ટરની કાર્યપદ્ધતિ જાણવા માટે આપણે તેમાં વહેતા પ્રવાહો અને વૉલ્ટેજો વચ્ચેનો સંબંધ જાણવો જરૂરી છે. ટ્રાન્ઝિસ્ટરમાં વહેતા જુદા-જુદા પ્રવાહો અને વૉલ્ટેજો વચ્ચે સંબંધ દર્શાવતા આલેખોને ટ્રાન્ઝિસ્ટરના સ્થિત લાક્ષણિક આલેખો (Static Characteristic Curves) કહે છે. ટ્રાન્ઝિસ્ટરના કોઈ એક આઉટપુટ વૉલ્ટેજ માટે ઇનપુટ વૉલ્ટેજ અને ઇનપુટ પ્રવાહ વચ્ચે સંબધ દર્શાવતા આલેખને ઇનપુટ લાક્ષણિકતા (Input Characteristics) કહે છે. ઇનપુટ પ્રવાહના કોઈ એક મૂલ્ય માટે

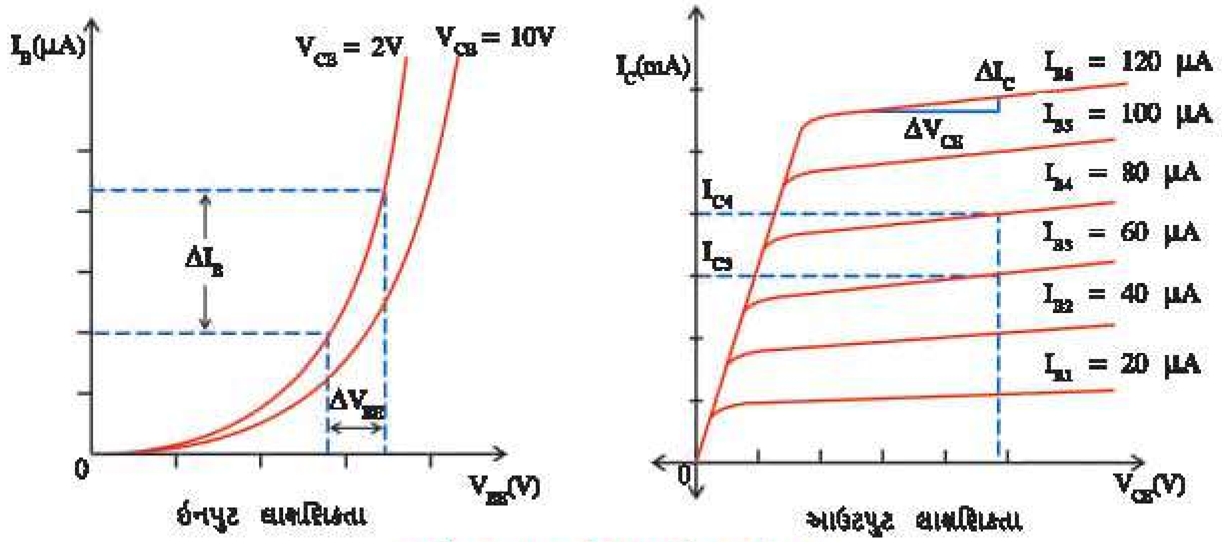
આઉટપુટ વોલ્ટેજ અને આઉટપુટ પ્રવાહ વચ્ચેનો સંબંધ દર્શાવતા આલેખને **આઉટપુટ લાક્ષણિકતા (Output Characeristics)** કહે છે.

CE પરિપથની સ્થિત લાક્ષણિકતાઓ મેળવવા માટેનો વિદ્યુત-પરિપથ આકૃતિ 7.39માં દર્શાવ્યો છે.

પરિપથમાં V_{BB} બેટરી દ્વારા એમીટર જંક્શનને ફોરવર્ડ બાયસ અને V_{CC} બેટરી દ્વારા કલેક્ટર-જંક્શનને રિવર્સ બાયસ આપેલ છે. રિહોસ્ટેટ (Rheostat) R_1ની મદદથી ટ્રાન્ઝિસ્ટરના બેઝ વોલ્ટેજ V_{BE} બદલી શકાય છે, અને રિહોસ્ટેટ R_2ની મદદથી કલેક્ટર V_{CE} વોલ્ટેજ બદલી શકાય છે.



આકૃતિ 7.39 ટ્રાન્ઝિસ્ટરની લાક્ષણિકતા મેળવવાનો વિદ્યુતપરિપથ



ઇનપુટ લાક્ષણિકતા | આઉટપુટ લાક્ષણિકતા

આકૃતિ 7.40 ટ્રાન્ઝિસ્ટરની લાક્ષણિકતા

CE પરિપથની ઇનપુટ લાક્ષણિકતા મેળવવા માટે સૌપ્રથમ રિહોસ્ટેટ R_2ની મદદથી કલેક્ટર વોલ્ટેજ V_{CE}નું કોઈ એક મૂલ્ય ગોઠવો. (દા.ત. $V_{CE} = 2$ V) અને R_1ની મદદથી બેઝ વોલ્ટેજ V_{BE}ને યોગ્ય ગાળામાં બદલતા જઈ બેઝ પ્રવાહ I_B નોંધો. ત્યાર બાદ V_{CE}ના કોઈ એક ઊંચા મૂલ્ય (દા.ત., $V_{CE} = 10$ V) માટે પ્રયોગનું પુનરાવર્તન કરો. $I_B - V_{BE}$નો આલેખ દોરો. જે ટ્રાન્ઝિસ્ટરની ઇનપુટ લાક્ષણિકતા આપે છે. આવી એક ઇનપુટ લાક્ષણિકતા આકૃતિ 7.40માં દર્શાવી છે. આ લાક્ષણિકતા સામાન્ય P-N જંક્શન ડાયોડ જેવી જ છે.

આઉટપુટ લાક્ષણિકતા મેળવવા માટે બેઝ પ્રવાહ I_B અચળ રાખી (દા.ત. $I_B = 20\mu A$) કલેક્ટર વોલ્ટેજ V_{CE}ને યોગ્ય ગાળામાં બદલતા જઈ તેને અનુરૂપ કલેક્ટરપ્રવાહ I_C નોંધો. I_Bના બીજાં ત્રણથી ચાર જુદાં-જુદાં મૂલ્યો (દા.ત. 40 μA, 60 μA અને 80 μA વગેરે) માટે પ્રયોગનું પુનરાવર્તન કરો. જુદા-જુદા I_B પ્રવાહ માટે $I_C = V_{CE}$ના આલેખો દોરો. જે ટ્રાન્ઝિસ્ટરની આઉટપુટ લાક્ષણિકતા આપે છે. (જુઓ આકૃતિ 7.40) આલેખના મધ્ય ભાગના

વિસ્તારને કાર્યશીલ વિસ્તાર (Active Region) કહે છે. આ વિસ્તારમાં કલેક્ટર પ્રવાહ I_C, V_{CE}ના મૂલ્ય પર આધાર રાખતો નથી અને તે લગભગ અચળ રહે છે. ટ્રાન્ઝિસ્ટરનો ઍમ્પ્લિફાયર તરીકે ઉપયોગ કરવો હોય, તો તેને આ વિસ્તારમાં કાર્યશીલ કરવામાં આવે છે.

આ લાક્ષણિક આલેખો પરથી ટ્રાન્ઝિસ્ટરના પ્રાચલો (Parameters) નીચે મુજબ શોધી શકાય છે :

(1) ઈનપુટ-અવરોધ (Input Resistance) : અચળ કલેક્ટર વૉલ્ટેજ (V_{CE}) માટે, ઈનપુટ બેઝ વૉલ્ટેજમાં થતાં ફેરફાર (ΔV_{BE}) અને ઈનપુટ બેઝ પ્રવાહમાં થતાં ફેરફાર (ΔI_B)ના ગુણોત્તરને ઈનપુટ-અવરોધ (r_i) કહે છે.

$$r_i = \left(\frac{\Delta V_{BE}}{\Delta I_B}\right)_{V_{CE} = \text{અચળ}}$$

આ પ્રાચલને ઈનપુટ લાક્ષણિકતા પરથી શોધી શકાય છે. સામાન્ય રીતે r_iનું મૂલ્ય k Ωના ક્રમનું હોય છે.

(2) આઉટપુટ-અવરોધ (Output Resitance) : અચળ બેઝપ્રવાહ (I_B) માટે, કલેક્ટર વૉલ્ટેજમાં થતાં ફેરફાર (ΔV_{CE}) અને તેને અનુરૂપ કલેક્ટરપ્રવાહમાં થતાં ફેરફાર (ΔI_C)ના ગુણોત્તરને ટ્રાન્ઝિસ્ટરનો આઉટપુટ અવરોધ r_0 કહે છે.

$$r_0 = \left(\frac{\Delta V_{CE}}{\Delta I_C}\right)_{I_B = \text{અચળ}}$$

ટ્રાન્ઝિસ્ટરનો આ પ્રાચલ આઉટપુટ લાક્ષણિકતા પરથી મેળવી શકાય છે. સામાન્ય રીતે તેનું મૂલ્ય 50 k Ω થી 100 k Ωની વચ્ચે હોય છે.

(3) પ્રવાહગેઈન (Current Gain) : અચળ કલેક્ટર-વૉલ્ટેજ (V_{CE}) માટે, કલેક્ટર પ્રવાહમાં થતાં ફેરફાર (ΔI_C) અને તેને અનુરૂપ બેઝ પ્રવાહમાં થતાં ફેરફાર (ΔI_B)ના ગુણોત્તરને પ્રવાહગેઈન β કહે છે.

$$\beta = \left(\frac{\Delta I_C}{\Delta I_B}\right)_{V_{CE} = \text{અચળ}}$$

આ પ્રાચલને આઉટપુટ લાક્ષણિકતાના કાર્યશીલ વિસ્તાર પરથી મેળવી શકાય છે. βનું મૂલ્ય સામાન્ય રીતે 10 થી 1000ની વચ્ચે હોય છે.

CE-પરિપથ માટે β અને r_iનો ગુણોત્તર લેતાં,

$$\frac{\beta}{r_i} = \frac{\Delta I_C/\Delta I_B}{\Delta V_{BE}/\Delta I_B} = \frac{\Delta I_C}{\Delta V_{BE}}$$

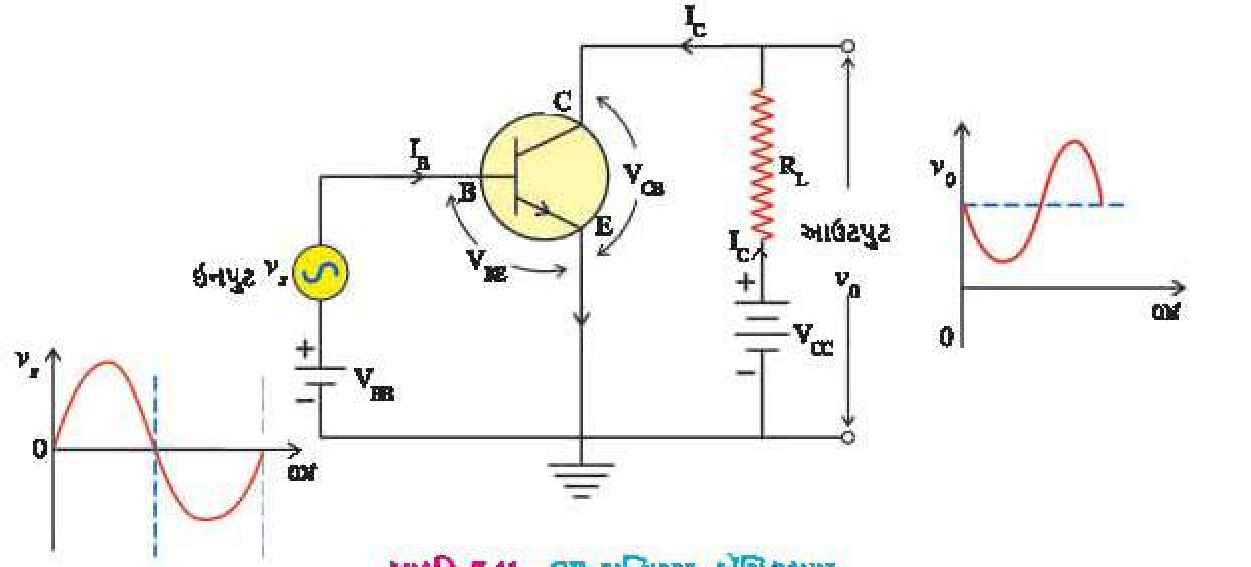
ટ્રાન્ઝિસ્ટરના આઉટપુટ-પરિપથમાં થતા પ્રવાહના ફેરફાર (ΔI_C) અને ઈનપુટ-વૉલ્ટેજમાં થતા ફેરફાર (ΔV_{BE})ના ગુણોત્તરને ટ્રાન્સકન્ડક્ટન્સ (g_m) કહે છે.

$$\therefore\ g_m = \frac{\Delta I_C}{\Delta V_{BE}} \quad \text{અથવા} \quad g_m = \frac{\beta}{r_i}$$

તેનો એકમ મ્હો (mho) છે.

(c) ટ્રાન્ઝિસ્ટર એમ્પ્લિફાયર (Transistor as an Amplifier) : એમ્પ્લિફાયર પરિપથોનું ઇલેક્ટ્રૉનિક્સમાં એક આગવું મહત્ત્વ છે. મોટા ભાગનાં ઇલેક્ટ્રૉનિક ઉપકરણોમાં આ પરિપથનો ઉપયોગ થાય છે. ઇલેક્ટ્રૉનિક્સમાં જ્યારે આપણો પનારો નાના સિગ્નલો સાથે પડે છે ત્યારે તેમને વિવર્ધિત કરવાની જવાબદારી એમ્પ્લિફાયર પરિપથો ઉપાડી લે છે. દા.ત. માઇક્રોફોનના આઉટપુટમાં મળતો વૉલ્ટેજ, રેડિયો કે ટીવીના એન્ટેના દ્વારા રિસીવ થતા સિગ્નલો વગેરે માઇક્રોવોલ્ટના ક્રમના હોય છે. આ પ્રકારના સિગ્નલોને એમ્પ્લિફાયર પરિપથ દ્વારા વિવર્ધિત કરીને ઉપયોગમાં લઈ શકાય છે.

આ હકીકત સમજવા માટે આપણે બહોળો વપરાશ ધરાવતા કોમન એમીટર (CE) ટ્રાન્ઝિસ્ટર એમ્પ્લિફાયર પરિપથનો અભ્યાસ કરીશું. આ માટે N-P-N ટ્રાન્ઝિસ્ટર સાથેનો CE એમ્પ્લિફાયર પરિપથ આકૃતિ 7.41માં દર્શાવ્યો છે. પરિપથમાં બેટરી V_{BB} દ્વારા એમીટર જંક્શનને ફોરવર્ડ બાયસ આપેલ છે. અને V_{CC} બેટરી દ્વારા કલેક્ટર-જંક્શનને રિવર્સ બાયસ આપેલ છે. જે A.C. સિગ્નલને વિવર્ધિત કરવું હોય તેને ટ્રાન્ઝિસ્ટરના બેઝ, એમીટર વચ્ચે જોડવામાં આવે છે. વિવર્ધિત થયેલ સિગ્નલ ટ્રાન્ઝિસ્ટરના કલેક્ટર અને એમીટર વચ્ચે એટલે કે R_Lના બે છેડા વચ્ચે મળે છે.



આકૃતિ 7.41 CE ટ્રાન્ઝિસ્ટર એમ્પ્લિફાયર

ટ્રાન્ઝિસ્ટરના બેઝ પર નાનું A.C. સિગ્નલ (v_s) આપતાં તેના V_{BE} વોલ્ટેજમાં ફેરફાર થાય છે. પરિણામે બેઝપ્રવાહ I_Bમાં ફેરફાર થાય છે. I_Bમાં થતો ફેરફાર (ΔI_B) માઇક્રોએમ્પિયરના ક્રમનો હોય છે. આ બેઝ પ્રવાહના ફેરફાર સાથે આઉટપુટ પરિપથમાં કલેક્ટરપ્રવાહમાં $\beta \Delta I_B$ જેટલો ફેરફાર થાય છે જે મિલીએમ્પિયરના ક્રમનો હોય છે. આ પ્રવાહને મોટો અવરોધ R_Lમાંથી પસાર કરતાં તેના બે છેડા વચ્ચે મોટા મૂલ્યનો વોલ્ટેજ મળે છે જે પરિપથનો વિવર્ધિત આઉટપુટ વોલ્ટેજ છે. આમ, ટ્રાન્ઝિસ્ટર એમ્પ્લિફાયર તરીકે કાર્ય કરે છે. એમ્પ્લિફાયર પરિપથના આઉટપુટ-વોલ્ટેજ (V_O) અને ઇનપુટ-વોલ્ટેજ (v_s)ના ગુણોત્તરને વોલ્ટેજગેઇન (A_v) કહે છે.

પરિપથની કાર્યવાહી :

(1) ઇનપુટ-પરિપથ : એમ્પ્લિફાયરનું ઇનપુટ સિગ્નલ v_s છે, જે વિવર્ધિત કરવાનું છે, v_sની ગેરહાજરીમાં (એટલે કે $v_s = 0$) ઇનપુટ-પરિપથ માટે કિર્ચોફના બીજા નિયમ અનુસાર,

$$V_{BB} = V_{BE} \tag{7.9.1}$$

હવે, v_sની હાજરીમાં બેઝ-એમીટર વચ્ચેના વોલ્ટેજમાં ΔV_{BE} જેટલો ફેરફાર થાય છે.

$\therefore\ V_{BB} + v_S = V_{BE} + \Delta V_{BE}$ (7.9.2)

સમીકરણ (7.9.2)માં સમીકરણ (7.9.1) વાપરતાં,

$v_S = \Delta V_{BE}$ (7.9.3)

હવે, ΔV_{BE}ને કારણે બેઝપ્રવાહમાં ΔI_B જેટલો ફેરફાર થાય છે. જો ટ્રાન્ઝિસ્ટરનો ઇનપુટ અવરોધ r_i હોય તો, વ્યાખ્યા અનુસાર,

$$r_i = \frac{\Delta V_{BE}}{\Delta I_B}$$

અથવા

$\Delta V_{BE} = v_S = r_i \Delta I_B$ (7.9.4)

(2) આઉટપુટ પરિપથ : ઇનપુટ પરિપથમાં ΔI_B જેટલા બેઝ પ્રવાહના ફેરફારને લીધે આઉટપુટ પરિપથમાં કલેક્ટર-પ્રવાહ (I_C)માં ΔI_C જેટલો ફેરફાર થાય છે. આથી અવરોધ R_Lના બે છેડા વચ્ચે વિદ્યુતસ્થિતિમાનના તફાવતમાં $R_L \Delta I_C$ જેટલો ફેરફાર થાય છે.

હવે, કિર્ચોફના બીજા નિયમ અનુસાર,

$V_{CC} = I_C R_L + V_{CE}$ (7.9.5)

$\therefore\ \Delta V_{CC} = R_L \Delta I_C + \Delta V_{CE}$

પરંતુ, બૅટરી વૉલ્ટેજ V_{CC} અચળ હોવાથી $\therefore\ \Delta V_{CC} = 0$

$\therefore\ 0 = R_L\ \Delta I_C + \Delta V_{CE}$

$\therefore\ \Delta V_{CE} = -R_L \Delta I_C$

$\therefore\ v_O = -R_L \Delta I_C$ (7.9.6)

અંત્રે, ΔV_{CE} એ આઉટપુટ ટર્મિનલના બે છેડા વચ્ચે મળતો હોવાથી તેને આઉટપુટ વૉલ્ટેજ v_O કહે છે.

વૉલ્ટેજગેઇન (A_V) : હવે, વૉલ્ટેજની વ્યાખ્યા અનુસાર,

$$\text{વૉલ્ટેજ ગેઇન, } A_V = \frac{\text{આઉટપુટ વૉલ્ટેજ}}{\text{ઉટપુટ વૉલ્ટેજ}} = \frac{v_O}{v_S}$$

આ સમીકરણમાં સમીકરણ (7.9.6) અને (7.9.4)નો ઉપયોગ કરતાં.

$$A_V = -\frac{R_L \Delta I_C}{r_i \Delta I_B} \quad (7.9.7)$$

$$A_V = -\beta \frac{R_L}{r_i} \quad (7.9.8)$$

જ્યાં, $\beta = A_i = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B}$ને ટ્રાન્ઝિસ્ટરનો પ્રવાહગેઇન કહે છે. $\frac{\beta}{r_i}$ને ટ્રાન્ઝિસ્ટરનો ટ્રાન્સકન્ડક્ટન્સ (g_m) કહે છે.

$\therefore\ A_V = -g_m R_L$ (7.9.9)

અહીં, ઋણ નિશાની દર્શાવે છે કે ઇનપુટ સિગ્નલ (v_S) અને આઉટપુટ સિગ્નલ (v_O) વચ્ચે કળા તફાવત 180°નો છે. એટલે કે, ઇનપુટમાં વૉલ્ટેજ વધે ત્યારે આઉટપુટમાં વૉલ્ટેજ ઘટે અને તેવી જ રીતે ઇનપુટમાં વૉલ્ટેજ ઘટે ત્યારે આઉટપુટમાં વૉલ્ટેજ વધે છે.

પાવરગેઈન (A_p) : પાવરગેઈન A_pની વ્યાખ્યા અનુસાર,

$$A_p = \frac{\text{આઉટપુટ AC પાવર}}{\text{ઇનપુટ AC પાવર}}$$

$$A_p = \frac{\Delta V_{CE} \Delta I_C}{\Delta V_{BE} \Delta I_B}$$

$$A_p = A_V A_i$$

$$= \left(-\beta \frac{R_L}{r_i}\right)(\beta)$$

$$\therefore |A_p| = \beta^2 \frac{R_L}{r_i} \qquad (7.9.10)$$

હવે, પ્રશ્ન એ થાય કે આઉટપુટમાં આ વધારાનો AC પાવર આવ્યો ક્યાંથી ? શું ઊર્જા-સંરક્ષણના નિયમનું ઉલ્લંઘન થાય છે ના, અહીં, ટ્રાન્ઝિસ્ટર, તેને V_{CC} બૅટરી દ્વારા આપેલ DC ઊર્જાનું AC ઊર્જામાં રૂપાંતર કરે છે.

ઉદાહરણ 4 : ટ્રાન્ઝિસ્ટરનો કૉમન બેઝ (CB) પરિપથ માટે પ્રવાહ ગેઈન α અને કૉમન ઍમીટર (CE) પરિપથ માટે પ્રવાહ ગેઈન β છે, તો α અને β વચ્ચેનો સંબંધ મેળવો.

ઉકેલ : CB પરિપથ માટે, $\alpha = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_E}$

CE પરિપથ માટે, $\beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B}$

હવે, ટ્રાન્ઝિસ્ટરના કોઈ પણ પ્રકારના પરિપથ માટે,

$\Delta I_E = \Delta I_C + \Delta I_B \quad (\because \; I_E = I_B + I_C)$

$$\therefore \frac{\Delta I_E}{\Delta I_C} = 1 + \frac{\Delta I_B}{\Delta I_C} \qquad (\Delta I_C \text{ વડે ભાગતાં})$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} = 1 + \frac{1}{\beta} \qquad (\alpha \text{ અને } \beta\text{ની વ્યાખ્યા મુજબ})$$

$$\therefore \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha} - 1 = \frac{1-\alpha}{\alpha}$$

$$\therefore \beta = \frac{\alpha}{1-\alpha}$$

આ જ રીતે, $\alpha = \frac{\beta}{1+\beta}$ સંબંધ પણ મેળવી શકાય. જાતે પ્રયત્ન કરી જુઓ.

ઉદાહરણ 5 : N-P-N ટ્રાન્ઝિસ્ટરના એમીટરમાં 1 μs સમયમાં 10^{10} ઇલેક્ટ્રૉન બૅટરીમાંથી પ્રવેશે છે. આમાંના 2 % ઇલેક્ટ્રૉન બેઝમાંના હોલ સાથે સંયોજાય છે, તો ટ્રાન્ઝિસ્ટર માટે I_E, I_B, I_C તેમજ α_{dc} અને β_{dc} શોધો. ($e = 1.6 \times 10^{-19}$ C)

ઉકેલ : પ્રવાહની વ્યાખ્યા અનુસાર,

$$\text{એમીટર પ્રવાહ } I_E = \frac{Q}{t} = \frac{ne}{t} = \frac{10^{10} \times 1.6 \times 10^{-19}}{10^{-6}} = 1600 \ \mu A$$

હવે, 2 % ઇલેક્ટ્રૉન બેઝમાંના હોલ સાથે સંયોજાય છે, જે બેઝ પ્રવાહ I_B રચે છે. બાકીના 98 % ઇલેક્ટ્રૉન કલેક્ટરમાં જાય છે અને તે કલેક્ટરપ્રવાહ I_C રચે છે.

$\therefore I_B = 0.02 \ I_E = 0.02 \times 1600 = 32 \ \mu A$

$\therefore I_C = 0.98 \ I_E = 0.98 \times 1600 = 1568 \ \mu A$

Now, $\alpha_{dc} = \frac{I_C}{I_E} = \frac{1568 \times 10^{-6}}{1600 \times 10^{-6}} = 0.98$ (or $\alpha_{dc} = \frac{I_C}{I_E} = \frac{98\% I_E}{I_E} = 0.98$)

$\beta_{dc} = \frac{I_C}{I_B} = \frac{1568 \times 10^{-6}}{32 \times 10^{-6}} = 49$ ($\beta_{dc} = \frac{\alpha_{dc}}{1-\alpha_{dc}}$ સમીકરણનો ઉપયોગ કરીને)

ઉદાહરણ 6 : CE ટ્રાન્ઝિસ્ટર ઍમ્પ્લિફાયરમાં ઇનપુટ સિગ્નલ લગાડતાં બેઝ-એમીટર વચ્ચે 0.02 Vનો ફેરફાર થાય છે. આથી, બેઝપ્રવાહમાં 20 μAનો ફેરફાર થાય છે અને કલેક્ટરપ્રવાહમાં 2 mAનો ફેરફાર થાય છે. (1) ઇનપુટ અવરોધ, (2) એ.સી. પ્રવાહ ગેઇન, (3) ટ્રાન્સકન્ડક્ટન્સ, (4) લોડ-અવરોધ 5 k Ω હોય, તો વૉલ્ટેજગેઇન અને પાવરગેઇન શોધો.

ઉકેલ : અહીં, $\Delta I_B = 20 \ \mu A = 20 \times 10^{-6}$ A, $\Delta V_{BE} = 0.02$ V $= 2 \times 10^{-2}$ V

$\Delta I_C = 2$ mA $= 2 \times 10^{-3}$ A, $R_L = 5 \ k\Omega = 5000 \ \Omega$

(1) ઇનપુટ અવરોધ, $r_i = \frac{\Delta V_{BE}}{\Delta I_B} = \frac{2 \times 10^{-2}}{20 \times 10^{-6}} = 1 \ k\Omega$

(2) એ.સી. પ્રવાહગેઇન, $A_i = \beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} = \frac{2 \times 10^{-3}}{20 \times 10^{-6}} = 100$

(3) ટ્રાન્સકન્ડક્ટન્સ, $g_m = \frac{\beta}{r_i} = \frac{100}{1000} = 0.1$ mho

(4) વૉલ્ટેજગેઇન, $|A_V| = g_m R_L$

$= (0.1) \ (5000)$

$= 500$

(5) પાવરગેઇન, $A_P = A_V A_i$

$= (500) \ (100)$

$= 5 \times 10^4$

ઉદાહરણ 7 : CE ટ્રાન્ઝિસ્ટર એમ્પ્લિફાયરમાં કલેક્ટર સપ્લાય વોલ્ટેજ 10 V છે. ઇનપુટ સિગ્નલની ગેરહાજરીમાં બેઝપ્રવાહ 10 μAઅને કલેક્ટર-એમીટર વચ્ચે વોલ્ટેજ 4 V મળે છે. ટ્રાન્ઝિસ્ટરનો પ્રવાહગેઇન (β) 300 છે. એમ્પ્લિફાયરમાં લગાડેલ લોડ-અવરોધ R_Lનું મૂલ્ય શોધો.

ઉકેલ : અહીં, $V_{CC} = 10$ V, $I_B = 10$ μA $= 10 \times 10^{-6}$ A, $V_{CE} = 4$ V, $\beta = 300$, $R_L = ?$

હવે, $I_C = \beta I_B = (300)(10 \times 10^{-6}) = 3$ mA

એમ્પ્લિફાયરના આઉટપુટ પરિપથને કિર્ચોફનો બીજો નિયમ લગાડતાં,

$$V_{CC} = V_{CE} + I_C R_L$$

$$\therefore R_L = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{I_C} = \frac{10-4}{3 \times 10^{-3}} = 2000 = 2\ k\Omega$$

7.9.4 ટ્રાન્ઝિસ્ટરનો સ્વિચ તરીકે ઉપયોગ (Transistor as a Switch) : આદર્શ ON/OFF સ્વિચ જ્યારે 'OFF ' સ્થિતિમાં હોય ત્યારે તેમાંથી પ્રવાહ વહેતો નથી, કારણ કે તેનો અવરોધ અનંત હોય છે. જ્યારે તે 'ON' સ્થિતિમાં હોય ત્યારે તેનો અવરોધ શૂન્ય હોય છે ત્યારે તેમાંથી મહત્તમ પ્રવાહ પસાર થાય છે. આ પ્રકારની રચના આપણે ટ્રાન્ઝિસ્ટરની મદદથી પણ સાકાર કરી શકીએ છીએ.

આકૃતિ 7.42માં ટ્રાન્ઝિસ્ટરનો સ્વિચ તરીકે ઉપયોગ દર્શાવતો વિદ્યુતપરિપથ દર્શાવ્યો છે.

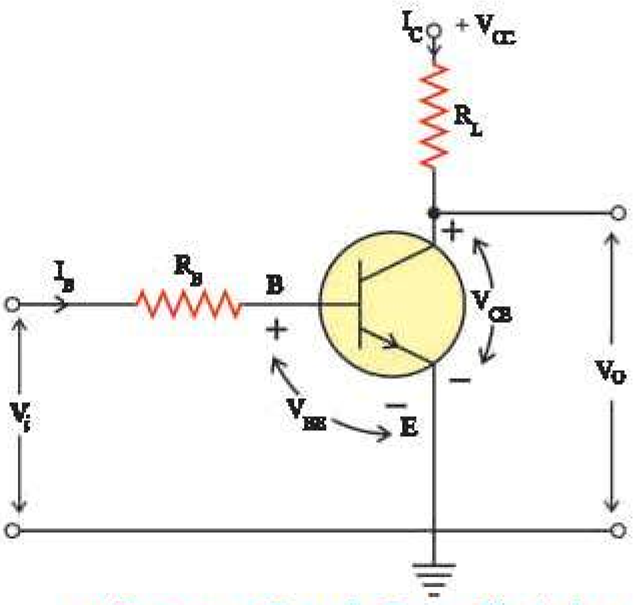
ટ્રાન્ઝિસ્ટરના ઇનપુટ વિભાગમાં કિર્ચોફનો નિયમ લગાડતાં,

$$V_i = I_B R_B + V_{BE} \qquad (7.9.11)$$

ટ્રાન્ઝિસ્ટરના આઉટપુટ વિભાગમાં કિર્ચોફનો નિયમ લગાડતાં,

$$V_{CC} = I_C R_L + V_O$$

$$\therefore V_O = V_{CC} - I_C R_L \qquad (7.9.12)$$



આકૃતિ 7.42 ટ્રાન્ઝિસ્ટરનો સ્વિચ તરીકે ઉપયોગ

(i) જ્યારે ઇનપુટ વોલ્ટેજ $V_i = 0$ અથવા ટ્રાન્ઝિસ્ટરના કટ્ ઇન વોલ્ટેજ કરતાં ઓછો હશે, ત્યારે બેઝપ્રવાહ ($I_B = 0$) હશે. પરિણામે ($I_C = 0$) થશે. આથી, સમીકરણ 7.9.12 અનુસાર,

$$V_O \approx V_{CC}$$

આ સ્થિતિમાં ટ્રાન્ઝિસ્ટરનો આઉટપુટ અવરોધ ખૂબ જ મોટો હોવાથી તેમાંથી પ્રવાહ વહેતો નથી. જે ટ્રાન્ઝિસ્ટરની OFF સ્થિતિ અથવા cut off સ્થિતિ દર્શાવે છે.

(ii) જ્યારે ઇનપુટ વોલ્ટેજ $V_i \approx V_{CC}$, જેટલો હશે, ત્યારે બેઝપ્રવાહ I_B મહત્તમ થશે, પરિણામે કલેક્ટરપ્રવાહ I_C પણ મહત્તમ થાય છે. અને લોડ-અવરોધ R_Lના બે છેડા વચ્ચેનો P.d. ($I_C R_L$)નું મૂલ્ય લગભગ V_{CC} જેટલું થાય છે. સમીકરણ (7.9.12) અનુસાર,

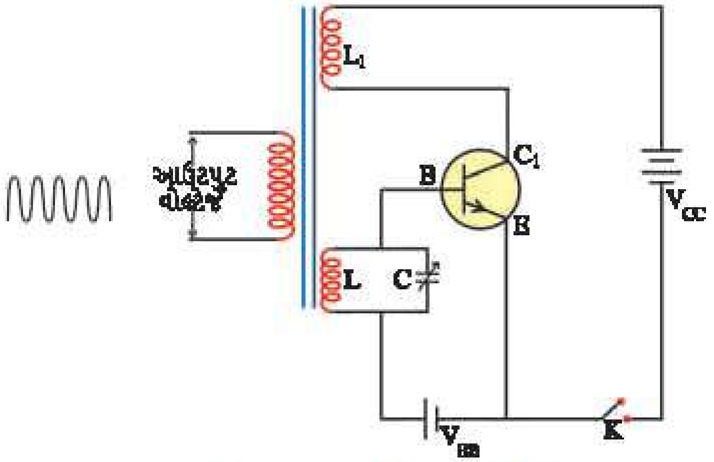
$V_0 \approx 0$

આ સ્થિતિમાં ટ્રાન્ઝિસ્ટરનો આઉટપુટ અવરોધ ઓછો હોવાથી તેમાંથી મહત્તમ પ્રવાહ વહે છે. જે ટ્રાન્ઝિસ્ટરની સંતૃપ્ત (Sataratuion) સ્થિતિ અથવા 'ON' સ્થિતિ દર્શાવે છે.

આવા પરિપથનો ઉપયોગ ડિજિટલ ઇલેક્ટ્રોનિક્સમાં 'NOT' ગેટ બનાવવામાં થાય છે.

7.9.5 ટ્રાન્ઝિસ્ટરનો ઓસ્સિલેટર તરીકે ઉપયોગ (Transistor as an Oscillator) : AC વિદ્યુતપ્રવાહના પ્રકરણમાં આપણે LC પરિપથમાં થતાં વિદ્યુતદોલનો નો અભ્યાસ કર્યો. આ દોલનો સમય જતાં મંદ પડતાં જાય છે. જો આવા દોલનો સતત ચાલુ રાખવા હોય તે માટે જરૂરી ઊર્જા-પરિપથમાં પૂરી પાડવી જોઈએ. આ કાર્ય ઓસ્સિલેટર પરિપથ દ્વારા કરી શકાય છે.

એમ્પ્લિફાયર પરિપથમાં આપણે જોયું કે જ્યારે તેને ઇનપુટ વોલ્ટેજ આપવામાં આવે ત્યારે જ આપણને આઉટપુટ વોલ્ટેજ મળે છે. પરંતુ ઓસ્સિલેટર પરિપથમાં બાહ્ય ઇનપુટ વોલ્ટેજની ગેરહાજરીમાં આપણે આઉટપુટ વોલ્ટેજ મેળવી શકીએ છીએ. આવા પરિપથ દ્વારા ઇચ્છિત આવૃત્તિવાળા વોલ્ટેજ / પ્રવાહના દોલનો મેળવી શકાય છે.



આકૃતિ 7.43 ટ્રાન્ઝિસ્ટર ઓસ્સિલેટર

આકૃતિ 7.43માં દર્શાવેલ પરિપથમાં બેટરી V_{BB} વડે ટ્રાન્ઝિસ્ટરના BE જંક્શનને ફોરવર્ડ બાયસ અને V_{CC} બેટરી વડે BE જંક્શનને રિવર્સ બાયસ લાગુ પાડેલ છે. પરિપથમાં આઉટપુટ અને ઇનપુટ વચ્ચે LC પરિપથ દાખલ કરે છે. ઇન્ડક્ટર L_1 અને L એકબીજા સાથે અન્યોન્ય પ્રેરણથી સંકળાયેલા છે.

પરિપથમાં જ્યારે કળ ચાલુ કરવામાં આવે ત્યારે ટ્રાન્ઝિસ્ટરના કલેક્ટર પરિપથમાં ઇન્ડક્ટર L_1 દ્વારા પ્રવાહ વહે છે. આ કલેક્ટરપ્રવાહનું મૂલ્ય સમય સાથે વધતું જાય છે. આથી, L_1 સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સ અને તેના પરિણામે L સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ પણ વધતું જાય છે. અને કેપેસિટર Cની ઉપરની પ્લેટ ધન વિદ્યુતભારિત બનતી જાય છે. જે ટ્રાન્ઝિસ્ટરના ફોરવર્ડ બાયસ વોલ્ટેજનું મૂલ્ય વધારે છે. અને કલેક્ટરપ્રવાહ I_C પણ વધે છે. જ્યાં સુધી કલેક્ટર પ્રવાહ સંતૃપ્ત ન બને ત્યાં સુધી આ પ્રક્રિયા ચાલુ રહે છે.

જ્યારે કલેક્ટરપ્રવાહ સંતૃપ્ત બને ત્યારે L_1 સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ બદલાવાનું બંધ થાય છે, ત્યારે L સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ પણ ઘટતું હોવાથી કેપેસિટરની નીચેની પ્લેટ ધનવિદ્યુતભારિત બનતી જાય છે. જ્યાં સુધી કલેક્ટરપ્રવાહ શૂન્ય ન થાય ત્યાં સુધી આ પ્રક્રિયા ચાલુ રહે છે. આ સ્થિતિમાં કેપેસિટર ડિસ્ચાર્જ થઈ ગયું હોય છે. અને ફોરવર્ડ બાયસનો વિરોધ પણ થતો નથી. પરિણામે કલેક્ટરપ્રવાહ પણ વધવા લાગે છે. અહીં, કલેક્ટરપ્રવાહ શૂન્ય અને મહત્તમ મૂલ્ય વચ્ચે 'દોલનો' કરે છે.

અત્રે, મળતી દોલનોની આવૃતિ,

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

અહીં, બૅટરી V_{CC}માંથી LC પરિપથને ઊર્જા મળતી જાય છે. આમ, ઓસ્સિલેટર દ્વારા બૅટરીની DC વિદ્યુત-ઊર્જાનું AC વિદ્યુત-ઊર્જામાં રૂપાંતર થાય છે.

વ્યવહારમાં ઓસ્સિલેટરનો ઉપયોગ સંદેશા વ્યવહાર, રેડિયો, ટીવી અને ટ્રાન્સમિટરમાં ઉચ્ચ આવૃતિ મેળવવામાં થાય છે. આવા ઓસ્સિલેટર વડે થોડીક આવૃતિઓથી શરૂ કરી 10^9 Hz સુધીની આવૃતિઓ મેળવી શકાય છે.

ઉદાહરણ 8 : ટ્રાન્ઝિસ્ટર ઓસ્સિલેટર પરિપથમાં C = 100 *p*F કૅપેસિટર માટે આઉટપુટ સિગ્નલ 1 MHz આવૃતિવાળું મળે છે. જો આઉટપુટ સિગ્નલ 2 MHzનું જોઇતું હોય, તો કેટલા મૂલ્યનું કૅપેસિટર પરિપથમાં લગાવવું પડે ?

ઉકેલ : $C_1 = 100\ pF = 100 \times 10^{-12}$ F, $f_1 = 1$ MHz $= 10^6$ Hz,

$f_2 = 2$ MHz $= 2 \times 10^6$ Hz, $C_2 = ?$

$$f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}} \text{ and } f_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_2}}$$

$$\therefore \frac{f_1}{f_2} = \frac{2\pi\sqrt{LC_2}}{2\pi\sqrt{LC_1}} = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}$$

$$\therefore C_2 = \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 \times C_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 100 \times 10^{-12}$$

$$C_2 = 25\ pF$$

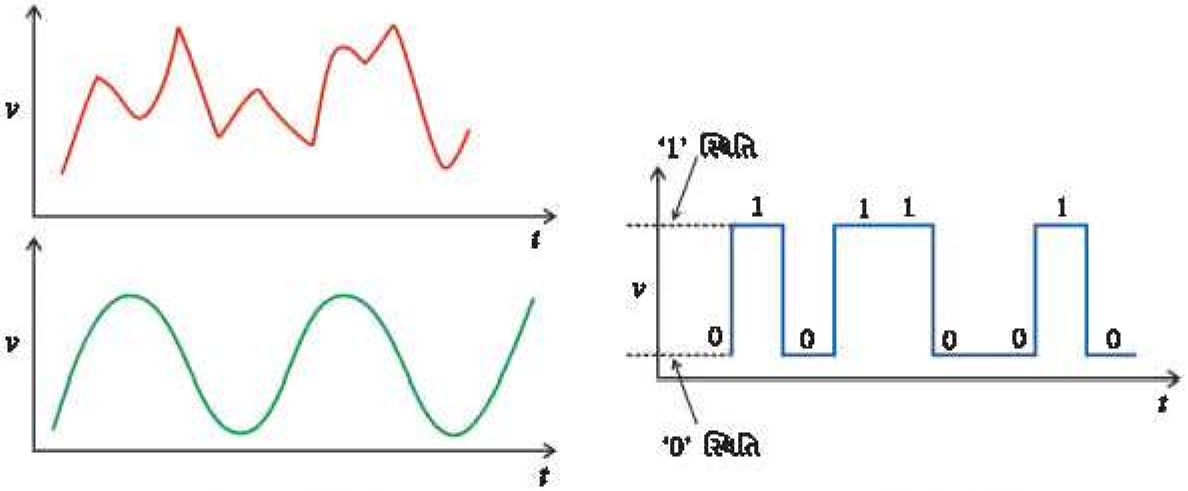
7.10 ડિજિટલ ઇલેક્ટ્રૉનિક્સ અને લૉજિક પરિપથો (Digital Electronics and Logic Circuits)

"આવતી કાલે વરસાદ આવશે કે નહિ આવે ? ભારતની ક્રિકેટટીમ world cup જીતશે કે નહિ ?" આવા પ્રશ્નોના જવાબને ફક્ત બે સ્થિતિ હોય છે : 'હા' (Yes) અથવા 'ના' (No). જ્યૉર્જ બુલ નામના ગણિતશાસ્ત્રીએ તર્કશાસ્ત્રના નિયમોને ગાણિતિક સ્વરૂપે રજૂ કરી બુલિયન એલ્જિબ્રા (Boolean Algebra) (બુલિયન બીજગણિત) વિકસાવ્યું. 1938માં શેનોન નામના વૈજ્ઞાનિકે બુલિયન એલ્જિબ્રાનો ઉપયોગ કરી વિદ્યુત-પરિપથો તૈયાર કર્યા, જેને લૉજિક પરિપથો કહે છે. આના ફલસ્વરૂપે ડિજિટલ ઇલેક્ટ્રૉનિક્સ શાખાનો ઉદ્ભવ થયો. આવા લૉજિક પરિપથોમાં Swithching ક્રિયાઓ થઈ શકતી હોય છે. પરિપથના આઉટપુટમાં વૉલ્ટેજ હાજર હોય, તો તેને 'ON' સ્થિતિ અથવા '1' સ્થિતિ કહેવાય છે અને વૉલ્ટેજ ગેરહાજર (એટલે કે શૂન્ય) હોય, તો તેને 'OFF ' સ્થિતિ અથવા '0' સ્થિતિ કહેવાય છે. આવા પરિપથમાં આઉટપુટને ફક્ત બે જ સ્થિતિ હોવાથી તેમાં દ્વિઅંકી (Binary) સંખ્યા પદ્ધતિનો ઉપયોગ થાય છે.

આધુનિક યુગમાં ડિજિટલ ઇલેક્ટ્રૉનિક્સનો ઉપયોગ કમ્પ્યુટરમાં, માઇક્રોપ્રોસેસરમાં, કૉમ્યુનિકેશન, ટી.વી. CD પ્લેયર તેમજ મેડિકલ ઉપકરણોમાં વ્યાપકપણે થાય છે.

એમ્પ્લિફાયર, ઓસ્સિલેટર જેવા પરિપથના આઉટપુટમાં મળતાં વૉલ્ટેજ અને પ્રવાહનાં સિગ્નલો સમયની સાથે સતત બદલાયા કરે છે. અહીં વૉલ્ટેજ કે પ્રવાહનું મૂલ્ય લઘુતમ મૂલ્ય અને મહત્તમ મૂલ્યની વચ્ચે ગમે તે મળી શકે. આવા સિગ્નલોને એનેલોગ, સિગ્નલ (Analog Signal) કહે છે. આકૃતિ 7.44(*a*)માં બે જુદા-જુદા પ્રકારના એનેલોગ સિગ્નલ દર્શાવ્યા છે.

હવે આકૃતિ 7.44 (*b*)માં દર્શાવેલ સિગ્નલ જુઓ. તેમાં પ્રવાહ કે વોલ્ટેજનાં ફક્ત બે જ મૂલ્યો છે. વોલ્ટેજના મહત્તમ મૂલ્યને '1' વડે અને લઘુતમ વોલ્ટેજ '0' વડે દર્શાવેલ છે. આવા સિગ્નલને ડિજિટલ સિગ્નલ (Digital Signal) કહે છે.



(*a*) એનેલોગ સિગ્નલ (*b*) ડિજિટલ સિગ્નલ

આકૃતિ 7.44 એનેલોગ અને ડિજિટલ સિગ્નલ

લોજિક પરિપથોમાં બે પ્રકારની પદ્ધતિઓ વપરાય છે.

(1) ધન લોજિક પદ્ધતિ (Positive Logic System) : આ પદ્ધતિમાં વધુ ધન વોલ્ટેજને high level અથવા '1' તરીકે અને ઓછા ધન વોલ્ટેજને low level અથવા '0' તરીકે લેવાય છે.

(2) ઋણ લોજિક પદ્ધતિ (Negative Logic System) : આ પદ્ધતિમાં વધુ ઋણ વોલ્ટેજને '1' અને ઓછા ઋણ વોલ્ટેજને '0' સ્થિતિ તરીકે લેવાય છે.

આપણી ચર્ચામાં આપણે ધન લોજિક પદ્ધતિનો ઉપયોગ કરીશું જેમાં +5 V ને '1' સ્થિતિ તરીકે અને 0 V ને '0' સ્થિતિ તરીકે લઈશું.

હવે આપણે લોજિક પરિપથોની ચર્ચા કરીએ તે પહેલા ડિજિટલ ઇલેક્ટ્રૉનિક્સની પરિભાષામાં વપરાતા શબ્દોને ઓળખી લઈએ.

લોજિકગેટ (Logic Gate) : જે લોજિક પરિપથને એક અથવા એક કરતાં વધુ ઇનપુટ હોય અને ફક્ત એક આઉટપુટ હોય તેવા પરિપથને લોજિક ગેટ કહે છે. તેના આઉટપુટને ફક્ત બે જ સ્થિતિ હોય છે. '0' અથવા '1', જે ઇનપુટ સિગ્નલોની સ્થિતિ પર આધાર રાખે છે.

લોજિક ગેટ્સ એ ડિજિટલ ઇલેક્ટ્રૉનિક્સ પરિપથોના મુખ્ય ઘટકો છે. OR ગેટ, AND ગેટ NOT ગેટએ મૂળભૂત લોજિક ગેટ્સ છે. NAND અને NOR જેવા બીજા ગેટ્સ આ મૂળભૂત લોજિક ગેટ્સનાં સંયોજનોથી મેળવી શકાય છે.

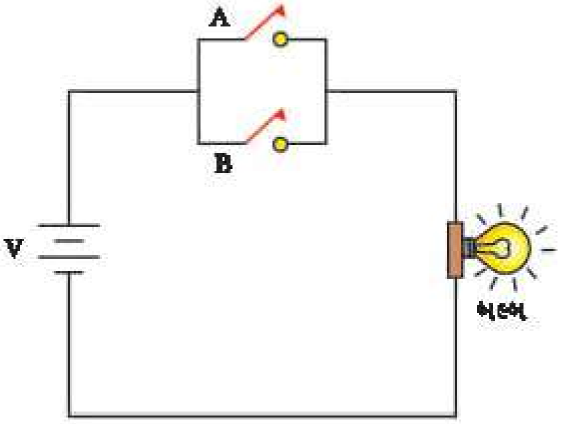
બુલિયન સમીકરણ (Boolean Equation) : લોજિક ગેટના કાર્યની ખાસ પ્રકારની ગાણિતિક (બૈજિક) રજૂઆત છે.

ટ્રુથટેબલ (Truth Table) : લોજિક ગેટને આપવામાં આવતાં જુદા-જુદા ઇનપુટોનાં સંયોજનો અને તેમને અનુલક્ષીને મળતા આઉટપુટને દર્શાવતા ટેબલને ટ્રુથટેબલ કહે છે.

7.10.1 OR ગેટ (OR Gate) : OR ગેટનું કાર્ય સમજવા માટે આકૃતિ 7.45માં દર્શાવેલ બલ્બ અને સ્વિચો A અને B ધરાવતો પરિપથ ધ્યાનમાં લો.

ટેબલ 1

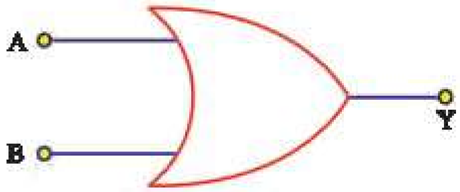
A	B	Bulb
Open	Open	OFF
Open	Close	ON
Close	Open	ON
Close	Close	ON



આકૃતિ 7.45

અહીં, જ્યારે કોઈ એક સ્વિચ અથવા બંને સ્વિચ ON હશે ત્યારે બલ્બ ON થાય છે. જ્યારે બંને સ્વિચ OFF હશે ત્યારે બલ્બ OFF રહે છે. સ્વિચોની આ સ્થિતિ અને બલ્બની અનુરૂપ સ્થિતિ ટેબલ 1માં દર્શાવી છે.

હવે, આ ટેબલમાં સ્વિચ A ને ઇનપુટ A, સ્વિચ Bને ઇનપુટ B અને બલ્બની સ્થિતિને આઉટપુટ Y કહીએ, તો OR ગેટ માટેનું ટ્રુથટેબલ તૈયાર થાય છે. (જુઓ ટેબલ 2).



આકૃતિ 7.46 OR ગેટની પરિપથ સંજ્ઞા

ટેબલ 2

A	B	Y = A + B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

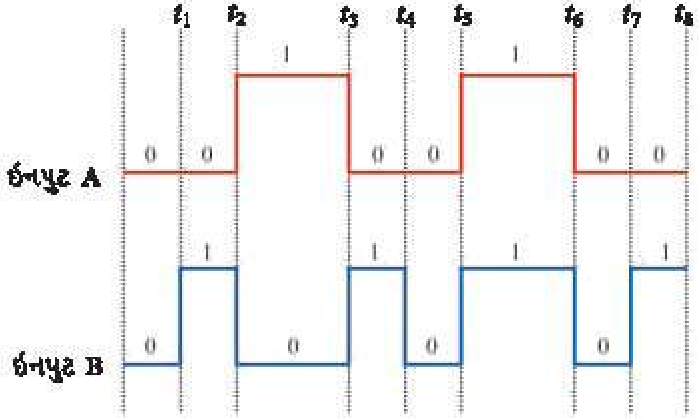
આ ટેબલમાં 'ON' સ્થિતિને '1' અને 'OFF' સ્થિતિને '0' વડે દર્શાવી છે. આ ટેબલ પરથી OR ગેટના કાર્યને નીચે મુજબ વ્યાખ્યાયિત કરી શકાય:

જ્યારે કોઈ એક ઇનપુટ અથવા બધા જ ઇનપુટ '1' હોય ત્યારે આઉટપુટ '1' મળે છે.

બુલિયન સમીકરણ : Y = A + B : અહીં '+' સંજ્ઞાએ સરવાળા માટે વાપરવામાં નથી આવી, પરંતુ તે OR ઓપરેટર દર્શાવે છે. આ સમીકરણને આ રીતે વાંચવામાં આવે છે. : "Y બરાબર A OR (અથવા) B."

OR ગેટની પરિપથસંજ્ઞા આકૃતિ 7.46માં દર્શાવી છે.

ઉદાહરણ 9 : આકૃતિમાં બે ઇનપુટ ધરાવતા OR ગેટ માટેના ડિજિટલ સિગ્નલ દર્શાવ્યાં છે. OR ગેટના આઉટપુટમાં મળતા તરંગનો આકાર દોરો.



ઉકેલ : A અને B ઇનપુટની જુદી-જુદી સ્થિતિઓ માટે OR ગેટના ટ્રુથટેબલ પરથી Y મેળવો અને આઉટપુટ સિગ્નલ દોરો.

જ્યારે,

$t < t_1$; A = 0, B = 0, માટે Y = 0

$t_1 < t < t_2$; A = 0, B = 1, માટે Y = 1

$t_2 < t < t_3$; A = 1, B = 0, માટે Y = 1

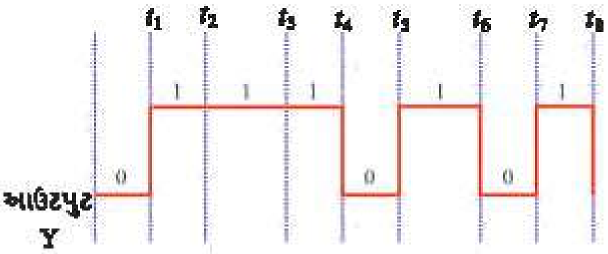
$t_3 < t < t_4$; A = 0, B = 1, માટે Y = 1

$t_4 < t < t_5$; A = 0, B = 0, માટે Y = 0

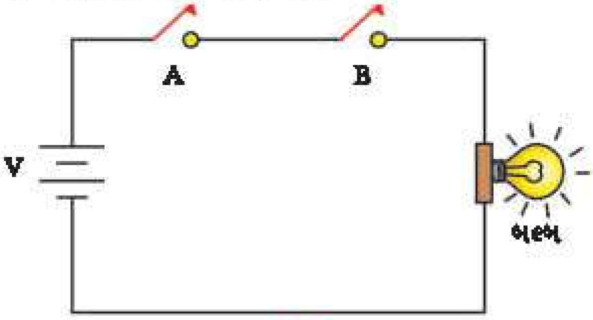
$t_5 < t < t_6$; A = 1, B = 1, માટે Y = 1

$t_6 < t < t_7$; A = 0, B = 0, માટે Y = 0

$t_7 < t < t_8$; A = 0, B = 1, માટે Y = 1



7.10.2 AND ગેટ (AND Gate) : AND ગેટનું કાર્ય સમજવા માટે આકૃતિ 7.47માં દર્શાવેલ પરિપથ ધ્યાનમાં લો. અહીં બંને સ્વિચો A અને B, બલ્બ સાથે શ્રેણીમાં જોડેલ છે. અહીં બંને સ્વિચો શ્રેણીમાં હોવાથી કોઈ એક સ્વિચ OFF હશે ત્યારે પરિપથમાં પ્રવાહ વહેશે નહિ અને બલ્બ OFF રહેશે. જ્યારે બંને સ્વિચ ON હશે ત્યારે જ બલ્બ ON થશે.

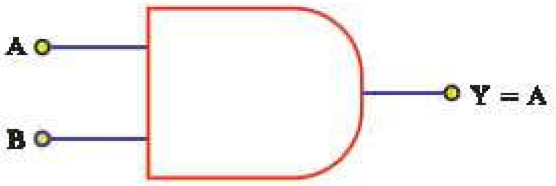


આકૃતિ 7.47

ટેબલ 3

A	B	Bulb
Open	Open	OFF
Open	Close	OFF
Close	Open	OFF
Close	Close	ON

ટેબલ-3માં સ્વિચોની સ્થિતિ અને બલ્બની અનુરૂપ સ્થિતિ દર્શાવી છે. આ પરથી AND ગેટનું ટ્રુથટેબલ નીચે મુજબ તૈયાર કરી શકાય.



આકૃતિ 7.48 AND ગેટની પરિપથ સંજ્ઞા

ટેબલ 4

A	B	Y = A · B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

આ ટ્રુથટેબલ પરથી AND ગેટ નીચે મુજબ વ્યાખ્યાયિત કરી શકાય.

AND ગેટના બધા જ ઇનપુટ '1' હોય તો જ આઉટપુટ '1'મળે છે. બાકીની બધી જ શરતો માટે '0' છે.

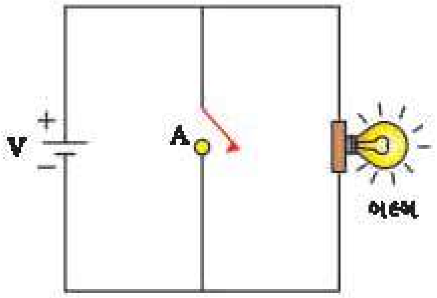
અહીં '·'ને AND ઓપરેટર કહે છે. અને સમીકરણને આ રીતે વાંચવામાં આવે છે : "Y બરાબર A AND (અને) B." Y = A·B.

AND ગેટની પરિપથ સંજ્ઞા આકૃતિ 7.48માં દર્શાવી છે.

7.10.3 NOT ગેટ (NOT Gate) : NOT ગેટને ફક્ત એક જ ઇનપુટ અને એક જ આઉટપુટ ટર્મિનલ હોય છે. આ ગેટ દ્વારા ઇનપુટની ક્રિયા ઊલટાઈ જાય છે. આ સમજવા માટે આકૃતિ 7.49માં દર્શાવેલ પરિપથ ધ્યાનમાં લો :

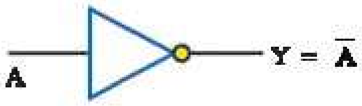
ટેબલ 5

A	Bulb
Open	ON
Close	OFF



આકૃતિ 7.49

અહીં આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, જ્યારે સ્વિચ A ખુલ્લી હોય ત્યારે બેટરીનો પ્રવાહ બલ્બમાંથી પસાર થાય છે અને બલ્બ ON થાય છે. સ્વિચ Aને બંધ કરતાં બેટરી Short Circuit થાય છે. પરિણામે બલ્બમાંથી પ્રવાહ પસાર થતો નથી અને બલ્બ OFF રહે છે. આ પરિપથનું કાર્ય ટેબલ 5માં દર્શાવ્યુ છે. ટેબલ પરથી સ્પષ્ટ છે કે, આઉટપુટમાં થતી ક્રિયાએ ઇનપુટમાં થતી ક્રિયા કરતાં ઊલટી (Inverse) છે, જે NOT ગેટની લાક્ષણિકતા છે. આ પરથી NOT ગેટનું ટ્રુથટેબલ ટેબલ 6 મુજબ તૈયાર થાય છે.



આકૃતિ 7.50 NOT ગેટની પરિપથ સંજ્ઞા

ટેબલ 6

A	$Y = \overline{A}$
1	0
0	1

આ ટેબલ પરથી NOT ગેટનું કાર્ય નીચે મુજબ આપી શકાય.

"જ્યારે ઇનપુટ '1' હોય ત્યારે આઉટપુટ '0' અને ઇનપુટ '0' હોય ત્યારે આઉટપુટ '1' મળે છે." આથી આ ગેટ Inverter તરીકે પણ ઓળખાય છે.

બુલિયન સમીકરણ : $Y = \overline{A}$: અહીં NOT ઓપરેટરને '–' (Bar) સંજ્ઞા વડે દર્શાવેલ છે. આ સમીકરણને નીચે મુજબ વંચાય : "Y બરાબર NOT A."

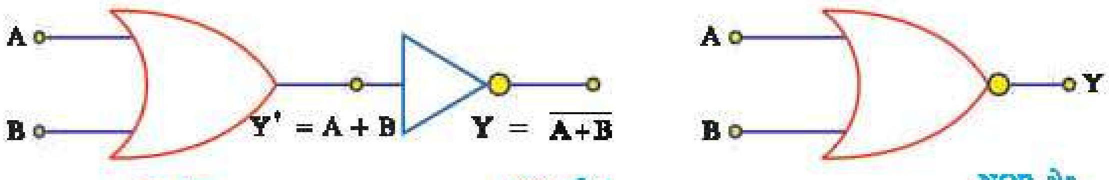
ડિજિટલ ઇલેક્ટ્રોનિક્સમાં AND, OR અને NOT ત્રણેય લોજિક ગેટ્સ પાયાના લોજિક ગેટ્સ કહેવાય છે. આ ગેટ્સનાં જુદાં-જુદાં સંયોજનોથી બીજા નવા લોજિક ગેટ્સ તૈયાર કરી શકાય છે. હવે આપણે આવા બીજા બે લોજિક ગેટ્સનો અભ્યાસ કરીશું.

7.10.4 NOR ગેટ (NOR Gate) : OR ગેટ અને NOT ગેટના સંયોજનથી બનતા ગેટને NOR ગેટ કહે છે. (OR + NOT = NOR) અહીં OR ગેટના આઉટપુટને NOT ગેટના ઇનપુટમાં આપવામાં આવે છે. NOR ગેટનું બુલિયન સમીકરણ નીચે મુજબ છે. :

$$Y = \overline{A+B}$$

આ સમીકરણને આ રીતે વંચાય : "Y બરાબર NOT A OR B."

NOR ગેટનો પરિપથ અને સંજ્ઞા આકૃતિ 7.51માં દર્શાવેલ છે. સંજ્ઞામાં દર્શાવેલ bubble, OR ગેટનો આઉટપુટ NOT ગેટના આઉટપુટના ઊલટાય છે તે દર્શાવે છે. ટેબલ 7 NOR ગેટનું ટ્રુથટેબલ દર્શાવે છે.



આકૃતિ 7.51 NOR ગેટનો લોજીક પરિપથ અને સંજ્ઞા

ટેબલ 7

A	B	A + B	$Y = \overline{A + B}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

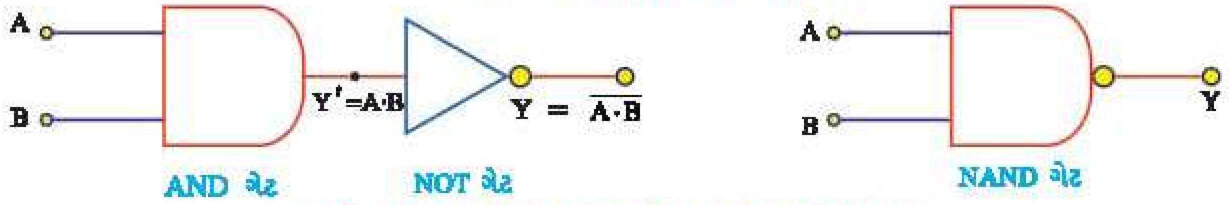
આપેલ ટ્રુથટેબલ પરથી NOR ગેટનું કાર્ય નીચે મુજબ લખી શકાય :

"જ્યારે કોઈ ઇનપુટ '1' હોય, તો આઉટપુટ '0' મળે અને બધા જ ઇનપુટ '0' હોય ત્યારે આઉટપુટ '1' મળે."

7.10.5 NAND ગેટ (NAND Gate) : AND ગેટ અને NOT ગેટના સંયોજનથી બનતા ગેટને NAND ગેટ કહે છે. (AND + NOT = NAND) અહીં AND ગેટના આઉટપુટને NOT ગેટના ઇનપુટમાં આપવામાં આવે છે. NAND ગેટનું બુલિયન સમીકરણ નીચે મુજબ છે :

$$Y = \overline{A \cdot B}$$

આ સમીકરણને આ રીતે વંચાય : "Y બરાબર NOT A AND B."



આકૃતિ 7.52 NAND ગેટનો લોજિક પરિપથ અને સંજ્ઞા

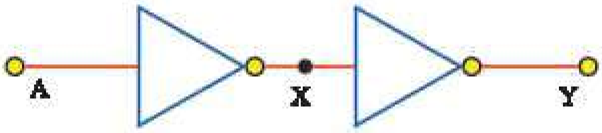
ટેબલ 8

A	B	$Y' = A \cdot B$	$Y = \overline{A \cdot B}$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

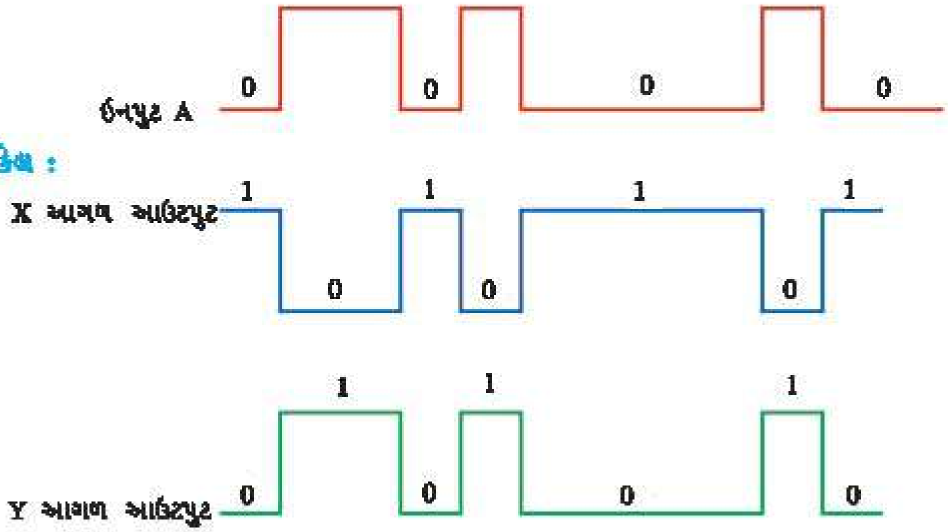
NAND ગેટનો પરિપથ અને સંજ્ઞા આકૃતિ 7.52માં દર્શાવેલ છે અને ટેબલ (8) તેનું ટ્રુથટેબલ દર્શાવે છે. આ ટ્રુથટેબલનો સારાંશ આ રીતે આપી શકાય.

"જ્યારે કોઈ એક ઇનપુટ '0' હોય, ત્યારે આઉટપુટ '1' મળે અને જ્યારે બધા ઇનપુટ '1' હોય, ત્યારે આઉટપુટ '0' મળે."

ઉદાહરણ 10 : બે NOT ગેટની મદદથી તૈયાર કરેલો એક લોજિક પરિપથ આકૃતિમાં દર્શાવ્યો છે. ઇનપુટ સિગ્નલ A માટે બિંદુ X અને Y આગળ આઉટપુટનાં તરંગો દોરો.

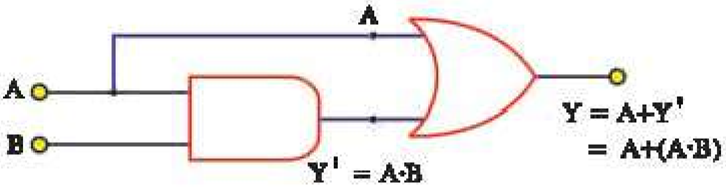


ઉકેલ :



અહીં પહેલા NOT ગેટનો આઉટપુટ $X = \overline{A}$. થશે. આથી ઇનપુટ A કરતાં ઊલટો આઉટપુટ મળશે. હવે આ સિગ્નલ બીજા NOT ગેટના ઇનપુટમાં હોવાથી ફરીથી આ સિગ્નલ ઊલટાય છે. એટલે કે મૂળ ઇનપુટ સિગ્નલ A પાછું મળે છે. $(Y = \overline{X} = \overline{\overline{A}} = A)$

ઉદાહરણ 11 : આકૃતિમાં દર્શાવેલા લૉજિક પરિપથ માટે ટ્રુથટેબલ તૈયાર કરો.



ઉકેલ : અહીં AND ગેટના ઇનપુટ A અને B તથા આઉટપુટ Y' છે. હવે OR ગેટના ઇનપુટ A અને Y' છે, Y' $(= A \cdot B)$. આથી તેનો આઉટપુટ $Y = A + Y' = A + (A \cdot B)$. થશે. આથી આ પરિપથનું ટ્રુથટેબલ નીચે મુજબ મળશે.

ટેબલ 9

A	B	Y'= A · B	Y = A + Y'
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	1
1	1	1	1

ઉદાહરણ 12 : 2 - ઇનપુટ ધરાવતા NAND ગેટનાં બંને ઇનપુટ ટર્મિનલોને short કરી એક ટર્મિનલ બનાવતા તે કેવા પ્રકારના ગેટ તરીકે વર્તશે ?

ઉકેલ : NAND ગેટનાં બંને ટર્મિનલો A અને Bને short કરતાં બંને ટર્મિનલોની સ્થિતિ સમાન થશે, એટલે કે A = B થશે. આથી NAND ગેટની લાક્ષણિકતા મુજબ,

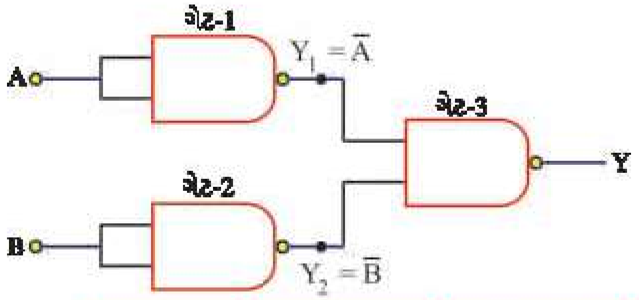
A = 0 અને B = 0 થશે, ત્યારે Y = 1 તથા

A = 1 અને B = 1 થશે, ત્યારે Y = 0 થશે.

અહીં મળતો આઉટપુટ Y ઇનપુટ, A અથવા B કરતાં ઊંધો મળે છે. આથી $Y = \overline{A}$ થાય. આમ,આ ગેટ NOT ગેટ તરીકે વર્તશે.

(**નોંધ :** આ રીતે NOR ગેટનાં બંને ઇનપુટ ટર્મિનલને short કરતાં તે NOT ગેટ તરીકે વર્તે છે.)

ઉદાહરણ 13 : ત્રણ NAND ગેટ ધરાવતો પરિપથ આકૃતિમાં દર્શાવ્યો છે. આ પરિપથ માટે દર્શાવો કે તે OR ગેટ જેવું કાર્ય કરે છે.



ઉકેલ : ઉપર ઉદાહરણમાં સમજાવ્યા મુજબ ગેટ 1 અને 2 બંને NOT ગેટ તરીકે વર્તશે. આથી $Y_1 = \overline{A}$ અને $Y_2 = \overline{B}$ થશે. હવે ગેટ 3 માટે $\overline{A}$ અને $\overline{B}$ ઇનપુટ થશે. આ ગેટનો આઉટપુટ Y, NAND ગેટના ટ્રુથટેબલ પરથી તૈયાર થઈ શકે.

આઉટપુટ A	ઇનપુટ B	$Y_1 = \overline{A}$	$Y_2 = \overline{B}$	આઉટપુટ $Y = \overline{Y_1 Y_2}$
0	0	1	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	1	0	0	1

ટ્રુથટેબલ પરથી સ્પષ્ટ છે કે, A અને B ઇનપુટ માટે મળતો આઉટપુટ (Y) એ OR ગેટના ટ્રુથટેબલ જેવો છે. આથી આ પરિપથ OR ગેટ તરીકે વર્તશે.

નોંધ : NAND અને NOR ગેટની મદદથી મૂળભૂત લોજિક ગેટ (AND, OR અને NOT) તૈયાર કરી શકાતા હોવાથી તેમને **યુનિવર્સલ લોજિક ગેટ** કહે છે.

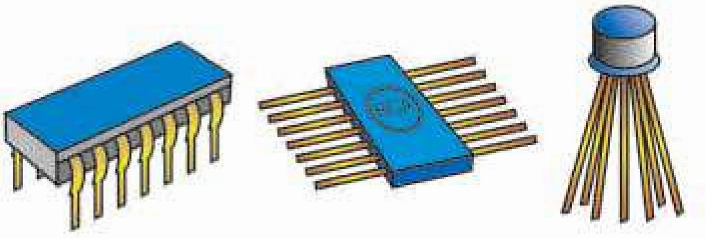
7.11 ICનો પ્રાથમિક ખ્યાલ (Primary Concept of IC)

આધુનિક યુગમાં ઇલેક્ટ્રૉનિક ઉપકરણો કદમાં નાનાં અને વધુ કાર્યક્ષમ થયાં છે. દા.ત. 1960માં સૌપ્રથમ અસ્તિત્વમાં આવેલ કમ્પ્યુટરનું કદ એક મોટા ઓરડાના કદ જેટલું હતું. હાલમાં બજારમાં લેપટોપ કમ્પ્યૂટર તેમજ ખિસ્સામાં મૂકી લઈ જવાય તેવાં નાની સાઇઝના (પામટોપ) કમ્પ્યૂટર મળે છે. બોલપેનની સાઇઝમાં રેડિયો મળે છે. આ ઇલેક્ટ્રૉનિક ઉપકરણોના Miniaturisation પાછળ ઇન્ટિગ્રેટેડ સર્કિટ (Integrated Circuit-IC)નો મહત્ત્વનો ફાળો છે.

પચાસ વર્ષ પહેલાં ઇલેક્ટ્રૉનિક પરિપથ બનાવવા માટે ટ્રાન્ઝિસ્ટર, ડાયોડ, અવરોધ જેવા ઘટકોને ભેગા કરીને વાહક તાર વડે તેમનું જોડાણ કરવામાં આવતું હતું. આ પ્રકારના પરિપથો કદમાં મોટા અને તેમના જોડાણ ભરોસાપાત્ર હતા નહિ.

ત્યાર બાદ પ્રિન્ટેડ સર્કિટબોર્ડ (PCB) અસ્તિત્વમાં આવ્યા, જેમાં ઘટકોને બોર્ડ પર યોગ્ય રીતે ગોઠવી તેમનું ધાતુની પટ્ટીઓ (metal strips) વડે જોડાણ કરવામાં આવે છે. PCB ની મદદથી પરિપથોની સાઇઝમાં ઘટાડો થયો, પરંતુ પરિપથો ત્રિપરિમાણ (3D) માં રહે છે. ત્યાર બાદ ઉપકરણની સાઇઝ ઘટાડવા માટે દ્વિ-પરિમાણ (2D)માં વિદ્યુતપરિપથ બનાવવાના પ્રયત્નો શરૂ થયા તેના ફલ સ્વરૂપે ઇન્ટિગ્રેટેડ સર્કિટ (IC)નો આવિષ્કાર થયો. 1 mm × 1mm. કે તેનાથી નાની સાઇઝના સ્ફટિક (અથવા ચિપ-Chip) પર અનેક ટ્રાન્ઝિસ્ટર, ડાયોડ, અવરોધ અને કેપેસિટર (નાના મૂલ્યનાં) જેવા ઘટકોને તૈયાર કરી તેના આંતરિક જોડાણ કરીને વિદ્યુત પરિપથ તૈયાર કરવામાં આવે છે, જેને ઇન્ટિગ્રેટેડ સર્કિટ (IC)કહે છે. આ ટેક્નોલૉજીની મદદથી ઇલેક્ટ્રૉનિક ઉદ્યોગમાં ક્રાંતિ આવી. પરિણામે, ઉપકરણોની સાઇઝ અને કિંમત બંનેમાં ધરખમ ઘટાડો થયો.

ડિજિટલ ઇલેક્ટ્રૉનિક્સમાં ઉપયોગમાં લેવાતી (IC)નું વર્ગીકરણ તેમાં આવેલ લૉજિક ગેટ્સની સંખ્યાના આધારે કરવામાં આવે છે. SSI (Small Scale Integration) પ્રકારની ચિપમાં લૉજિક ગેટની સંખ્યા 10 કે તેનાથી ઓછી હોય છે. MSI (Medium Scale Integration) ચિપમાં લૉજિક ગેટની સંખ્યા 100 કે તેનાથી ઓછી હોય છે. 100 થી 1000 લૉજિક ગેટની સંખ્યા ધરાવતી ચિપને LSI (Large Scale Integration) કહે છે. 1000 કરતાં વધુ લૉજિક ગેટ ધરાવતી ચિપને VLSI (Very Large Scale Intetgration) કહે છે. કમ્પ્યૂટરમાં આ પ્રકારની ચિપનો ઉપયોગ થાય છે.



સ્ટાન્ડર્ડ પેકેજમાં સંપૂર્ણ તૈયાર IC

આકૃતિ 7.53 જુદા-જુદા પ્રકારની IC

ICના મુખ્યત્વે ત્રણ પ્રકાર છે :

(1) ફિલ્મસર્કિટ (Film Circuit) : આ પ્રકારની IC માં અવરોધ અને કેપેસિટર જેવા ઘટકોની રચના કરવા thin film ટેક્નિકનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે.

(2) મોનોલિથિક ઇન્ટિગ્રેટેડ સર્કિટ (Monolithic Integraed Circuit) : તેમાં ટ્રાન્ઝિસ્ટર, ડાયોડ, અવરોધ અને કેપેસિટર જેવા ઘટકો તૈયાર કરી શકાય છે.

(3) હાઇબ્રિડ ઇન્ટિગ્રેટેડ સર્કિટ (Hybrid Integrated Circuit) : આ પ્રકારની ICએ ફિલ્મસર્કિટ અને મોનોલિથિક પ્રકારની ICનું મિશ્ર સ્વરૂપ છે, જેમાં એક કરતાં વધુ ચિપ આવેલી હોય છે. અહીં આપણે મોનોલિથિક પ્રકારની IC વિશે પ્રાથમિક ખ્યાલ મેળવીશું.

મોનોલિથિક (Monolithic)એ ગ્રીક ભાષાનો શબ્દ છે. Monios એટલે 'એક' અને Lithic એટલે 'સ્ટોન' માત્ર એક જ પ્રકારના અર્ધવાહક સ્ફટિક (Si અથવા Ge) પર બનાવવામાં આવતી ICને મોનોલિથિક ઇન્ટિગ્રેટેડ સર્કિટ કહે છે.

સારાંશ

1. **સુવાહક, અવાહક અને અર્ધવાહક :** સુવાહકમાં મુક્ત ઇલેક્ટ્રૉનને લીધે વિદ્યુતવહન સરળતાથી થાય છે. તેમની વિદ્યુત-અવરોધકતા ઘણી ઓછી હોય છે. અવાહકમાં મુક્ત ઇલેક્ટ્રૉન હોતા નથી. આથી તેમની વિદ્યુત-અવરોધકતા ઘણી મોટી હોય છે. અર્ધવાહક તત્વોની અવરોધકતા સુવાહક કરતાં ઓછી અને અવાહક કરતાં વધુ હોય છે. 0 K તાપમાને અર્ધવાહક અવાહક તરીકે જ વર્તે છે.

2. **શુદ્ધ અર્ધવાહકમાં વિદ્યુતવહન :** અર્ધવાહકમાં બે પ્રકારે વિદ્યુતપ્રવાહ મળે છે. 1. મુક્ત ઇલેક્ટ્રૉનની ગતિથી 2. હોલ અથવા બંધિત ઇલેક્ટ્રૉનની ગતિથી. ($I = I_h + I_e$)

3. **N પ્રકારનો અને P પ્રકારનો અર્ધવાહક :** શુદ્ધ અર્ધવાહકમાં પેન્ટાવેલન્ટ અશુદ્ધિ ઉમેરીને N પ્રકારનો અર્ધવાહક બનાવવામાં આવે છે. આ પ્રકારની અશુદ્ધિને ડોનર અશુદ્ધિ કહે છે. N-પ્રકારના અર્ધવાહકમાં મેજોરિટી ચાર્જકેરિયર તરીકે ઇલેક્ટ્રૉન અને મોઇનોરિટી ચાર્જકેરિયર તરીકે હોલ હોય છે.

   N-પ્રકારના અર્ધવાહક માટે $n_e > n_h$.

   શુદ્ધ અર્ધવાહકમાં ટ્રાયવેલન્ટ અશુદ્ધિ ઊમેરીને P-પ્રકારનો અર્ધવાહક બનાવવામાં આવે છે. આ પ્રકારની અશુદ્ધિને એક્સેપ્ટર અશુદ્ધિ કહે છે. P-પ્રકારના અર્ધવાહકમાં મેજોરીટી ચાર્જકેરિયર તરીકે હોલ અને માઇનોરિટી ચાર્જકેરિયર તરીકે ઇલેક્ટ્રૉન હોય છે.

   P-પ્રકાર માટે, $n_h > n_e$.

4. **અર્ધવાહક માટે બૅન્ડ-ડાયાગ્રામ :** N પરમાણુના બનેલા Si સ્ફટિકમાં તેની સંરચા અનુસાર 8 N વેલેન્સ અવસ્થાઓ એટલે કે ઊર્જાના 8 N સ્તરો મળે છે. પરંતુ Siની ઇલેક્ટ્રૉનિક સંરચના અનુસાર તેમાં 4 N અવસ્થાઓ ભરાયેલી હોય છે.

   નીચેના 4 N સ્તરો ધરાવતી બૅન્ડમાં પાઉલીના સિદ્ધાંત અનુસાર 4 N ઇલેક્ટ્રૉન ગોઠવાય છે અને બૅન્ડ સંપૂર્ણ ભરાઈ ગઈ તેમ કહેવાય. આ બૅન્ડને વેલેન્સ-બૅન્ડ કહે છે.

   વેલેન્સ-બૅન્ડની ઉપરની બૅન્ડ તદ્દન ખાલી હોય છે. જ્યાં ઊર્જાનાં સ્તરો અસ્તિત્વ ધરાવતાં નથી, તેમને ફોરબિડન ગેપ કહે છે.

   ફોરબિડન ગેપના ઉપરના વિસ્તારને કન્ડક્શન-બૅન્ડ કહે છે. અહીં કન્ડક્શનની બૅન્ડ સંપૂર્ણ ખાલી હોય છે.

   કન્ડક્શન-બૅન્ડની લઘુતમ ઊર્જા (E_C) અને વેલન્સ-બૅન્ડની મહત્તમ ઊર્જા (E_V)ના તફાવતને બૅન્ડગેપ (E_g) કહે છે.

   વેલેન્સ-બૅન્ડમાં રહેલા ઇલેક્ટ્રૉનને E_g કે તેથી વધુ ઊર્જા આપતા તે કન્ડક્શન-બૅન્ડમાં જાય છે અને વિદ્યુતપ્રવાહનું નિર્માણ કરે છે.

   અવાહકમાં બૅન્ડગેપ $E_g > 3\ eV$ હોય છે.

   વાહકમાં બૅન્ડગેપ $E_g = 0$ હોય છે.

   અર્ધવાહકમાં બૅન્ડગેપ $E_g < 3\ eV$ હોય છે.

5. **ફોરવર્ડ બાયસ :** P-N જંક્શનના P તરફના છેડાને બૅટરીના ધન ધ્રુવ અને N તરફના છેડાને બૅટરીના ઋણ ધ્રુવ સાથે જોડવામાં આવે, તો આ પ્રકારના જોડાણને ફોરવર્ડ બાયસ કહે છે. ફોરવર્ડ બાયસમાં ડેપ્લેશન વિભવની ઊંચાઈ તેમજ ડેપ્લેશન સ્તરની પહોળાઈમાં ઘટાડો થાય છે.

   ફોરવર્ડ બાયસમાં PN જંક્શન ડાયોડનો અવરોધ 10 Ω થી 100 Ωની વચ્ચે હોય છે.

6. **રિવર્સ બાયસ :** P-N જંક્શનના P તરફના છેડા સાથે બૅટરીનો ઋણધ્રુવ અને N તરફના છેડાને ધનધ્રુવ સાથે જોડવામાં આવે, તો આવા જોડાણને રિવર્સ બાયસ કહે છે.

   રિવર્સ બાયસમાં P-N જંક્શન ડાયોડનો અવરોધ M Ωના ક્રમનો હોય છે.

7. **રેક્ટિફાયર :** AC ઊર્જાનું DC ઊર્જામાં રૂપાંતરણની ક્રિયાને રેક્ટિફિકેશન કહે છે. આ માટે તૈયાર કરવામાં આવેલ પરિપથને રેક્ટિફાયર કહે છે. રેક્ટિફાયર બે પ્રકારના છે. (i) અર્ધતરંગ રેક્ટિફાયર (ii) પૂર્ણતરંગ રેક્ટિફાયર

8. **ઝેનર અસર :** P-N જંક્શનના ડેપ્લેશન વિસ્તારની પહોળાઈ ઓછી હોય છે ત્યારે ઓછા રિવર્સ બાયસ વૉલ્ટેજે ડેપ્લેશન વિસ્તારમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર પ્રબળ બને છે. આ વિદ્યુતક્ષેત્ર સહસંયોજક બંધમાં રહેલા ઇલેક્ટ્રૉનને બહાર ખેંચી કાઢે છે. એટલે કે મોટા પ્રમાણમાં સહસંયોજક બંધો તૂટી જાય છે. પરિણામે મોટા પ્રમાણમાં ઇલેક્ટ્રૉન્સ અને હોલ્સ ઉદ્ભવતા પ્રવાહનું મૂલ્ય એકાએક વધી જાય છે. આ ઘટનાને ઝેનર અસર કહે છે.

9. LEDમાં ઉત્સર્જાતા પ્રકાશની મહત્તમ તરંગલંબાઈ,

$\lambda = \frac{hc}{E_g}$ જ્યાં,

E_g = બૅન્ડગેપ-ઊર્જા

h = પ્લાન્ક-અચળાંક

c = પ્રકાશનો વેગ

10. ફોટો-ડાયોડ આપાત પ્રકાશના તરંગને detect કરી શકે તે માટેની શરત

આપાત પ્રકાશના ફોટોનની ઊર્જા $\frac{hc}{\lambda} > E_g$

11. **ટ્રાન્ઝિસ્ટર :** બે P-N જંકશનવાળી રચનાને ટ્રાન્ઝિસ્ટર કહે છે.

ટ્રાન્ઝિસ્ટરને ત્રણ ટર્મિનલ હોય છે (1) એમીટર (A) (2) બેઝ (B) અને (3) કલેક્ટર (C)

એમીટર અને બેજ વચ્ચેના જંક્શનને એમીટર જંક્શન કહે છે. બેજ અને કલેક્ટર વચ્ચેના જંક્શનને કલેક્ટર જંક્શન કહે છે.

ટ્રાન્ઝિસ્ટરને કાર્યશીલ કરવા માટે એમીટર જંક્શનને ફોરવર્ડ બાયસ અને કલેક્ટર જંક્શનને રિવર્સ બાયસ આપવામાં આવે છે.

ટ્રાન્ઝિસ્ટરમાં જુદા-જુદા પ્રવાહ વચ્ચેનો સંબંધ :

$I_E = I_B + I_C$

12. **ટ્રાન્ઝિસ્ટરનો પ્રાચલો :**

(1) ઇનપુટ-અવરોધ :

$$r_i = \left(\frac{\Delta V_{BE}}{\Delta I_B}\right)_{V_{CE} = \text{અચળ}}$$

(2) આઉટપુટ અવરોધ :

$$r_o = \left(\frac{\Delta V_{CE}}{\Delta I_C}\right)_{I_B = \text{અચળ}}$$

(3) પ્રવાહગેઇન :

$$\beta = \left(\frac{\Delta I_C}{\Delta I_B}\right)_{V_{CE} = \text{અચળ}}$$

(4) ટ્રાન્સકન્ડક્ટન્સ :

$$g_m = \frac{\Delta I_C}{\Delta V_{BE}} = \frac{\beta}{r_i}$$

g_mનો એકમ મ્હો (mho) છે.

13. ટ્રાન્ઝિસ્ટર ઍમ્પ્લિફાયર :

CE ઍમ્પ્લિફાયરનો વૉલ્ટેજગેઇન $A_V = -\beta \frac{R_L}{r_i} = -gm\ R_L$

CE ઍમ્પ્લિફાયરનો પાવરગેઇન $|A_p| = A_V A_i = \beta^2 \frac{R_L}{r_i}$

14. ઓસ્સિલેટર : જે ઇલેક્ટ્રૉનિક પરિપથો દ્વારા ઇચ્છિત આવૃત્તિ અને કંપવિસ્તારવાળા વૉલ્ટેજ અને પ્રવાહનાં દોલનો મેળવી શકાય છે. તેવા પરિપથને ઓસ્સિલેટર કહે છે.

LC ઓસ્સિલેટરની આવૃત્તિ, $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$.

15. લૉજિક ગેટ : જે લૉજિક પરિપથને એક અથવા એક કરતાં વધુ ઇનપુટ હોય અને ફક્ત એક જ આઉટપુટ હોય તેવા પરિપથને લૉજિક પરિપથ કહે છે. તેના આઉટપુટને ફક્ત બે જ સ્થિતિ હોય છે : '0' અથવા '1'.

→ OR ગેટ, AND ગેટ અને NOT ગેટને મૂળભૂત લૉજિક ગેટ કહે છે.

OR ગેટનું કાર્ય : જ્યારે કોઇ એક ઇનપુટ અથવા બધા જ ઇનપુટ '1' હોય ત્યારે આઉટપુટ '1' મળે છે.

બુલિયન સમીકરણ : $Y = A + B$.

AND ગેટનું કાર્ય : AND ગેટના બધા જ ઇનપુટ '1' હોય તો જ આઉટપુટ '1' મળે છે. બાકી બધા જ ઇનપુટ માટે '0' મળે.

બુલિયન સમીકરણ : $Y = A \cdot B$

NOT ગેટનું કાર્ય : NOT ગેટને ફક્ત એક જ ઇનપુટ હોય છે. જ્યારે ઇનપુટ '1' હોય ત્યારે આઉટપુટ '0' અને ઇનપુટ '0' હોય ત્યારે આઉટપુટ '1' મળે છે.

બુલિયન સમીકરણ $Y = \overline{A}$

NOR ગેટ : જ્યારે કોઈ એક ઇનપુટ '1' હોય, તો આઉટપુટ '0' મળે અને બધા જ ઇનપુટ '0' હોય ત્યારે આઉટપુટ '1' મળે.

બુલિયન સમીકરણ : $Y = \overline{A+B}$

NAND ગેટ : જ્યારે કોઈ એક ઇનપુટ '0' હોય, ત્યારે આઉટપુટ '1' મળે અને જ્યારે બધા ઇનપુટ '1' હોય ત્યારે આઉટપુટ '0' મળે.

બુલિયન સમીકરણ : $Y = \overline{A \cdot B}$

સ્વાધ્યાય

નીચેનાં વિધાનો માટે આપેલા વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરો :

1. ઓરડાના તાપમાને અંતર્ગત અર્ધવાહકમાં રહેલા મુક્ત ઇલેક્ટ્રૉન અને હોલની સંખ્યા-ઘનતા અનુક્રમે n_e અને n_h છે, તો ....

(A) $n_h > n_e$ (B) $n_e > n_h$ (C) $n_e = n_h$ (D) $n_h >> n_e$

2. નિરપેક્ષ શૂન્ય તાપમાને Si અર્ધવાહક સ્ફટિક માટેના એનર્જી-બૅન્ડ ડાયાગ્રામમાં.......

(A) વેલેન્સ-બૅન્ડ સંપૂર્ણ ખાલી અને કન્ડક્શન-બૅન્ડ ભરાયેલી હોય છે.

(B) કન્ડક્શન-બૅન્ડ સંપૂર્ણ ખાલી અને વેલેન્સ-બૅન્ડ સંપૂર્ણ ભરાયેલી હોય છે.

(C) કન્ડક્શન-બૅન્ડ અને વેલેન્સ બૅન્ડ સંપૂર્ણ ખાલી અને ફોરબિડન ગેપ સંપૂર્ણ ભરાયેલી હોય છે.

(D) કન્ડક્શન-બૅન્ડ અંશતઃ ભરાયેલી હોય છે.

3. વાહક, અર્ધવાહક અને અવાહક પદાર્થોની બૅન્ડગેપ અનુક્રમે E_{g_1}, E_{g_2} અને E_{g_3} છે. આ ત્રણેય બૅન્ડગેપ વચ્ચેનો સંબંધ ....

(A) $E_{g_1} = E_{g_2} = E_{g_3}$ (B) $E_{g_1} > E_{g_2} > E_{g_3}$

(C) $E_{g_1} < E_{g_2} < E_{g_3}$ (D) $E_{g_1} < E_{g_2} > E_{g_3}$

4. Ge અર્ધવાહકની વાહકતા ક્યારે ઘટે ?

(A) તેમાં ડોનર અશુદ્ધિ ઉમેરતાં (B) તેમાં એક્સેપ્ટર અશુદ્ધિ ઉમેરતાં

(C) તેના પર UV પ્રકાશ આપાત કરતાં (D) તાપમાનમાં ઘટાડો કરતાં

5. પ્રકાશને પારખવા (Detect) કરવા માટે ....

(A) ફોટો-ડાયોડને ફોરવર્ડ બાયસમાં વાપરવો જોઈએ.

(B) ફોટો-ડાયોડને રિવર્સ બાયસમાં વાપરવો જોઈએ.

(C) LEDને ફોરવર્ડ બાયસમાં વાપરવી જોઈએ.

(D) LEDને રિવર્સ બાયસમાં વાપરવી જોઈએ.

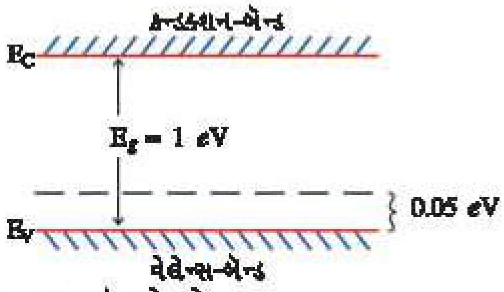
6. આકૃતિમાં દર્શાવેલ એનર્જી બૅન્ડ-ડાયાગ્રામ કયા પ્રકારના અર્ધવાહક માટેનો છે?

(A) N પ્રકારનો અર્ધવાહક

(B) P પ્રકારનો અર્ધવાહક

(C) અંતર્ગત અર્ધવાહક

(D) N અને P બંને પ્રકારના અર્ધવાહક



7. .... અર્ધવાહક રચનાને કાર્યરત કરવા ફોરવર્ડ બાયસ આપવું પડે છે.

(A) ફોટો ડાયોડ (B) ઝેનર ડાયોડ

(C) વેરેક્ટર ડાયોડ (D) લાઇટ એમીટિંગ ડાયોડ (LED)

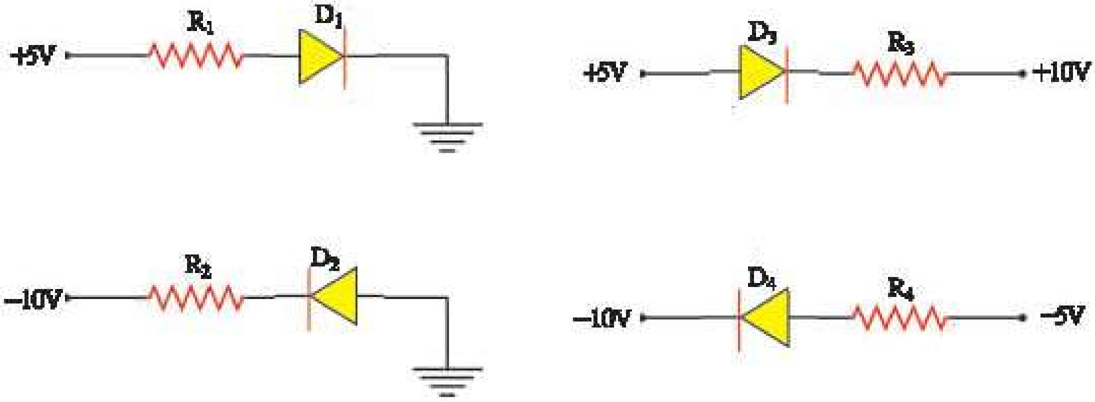
8. કઈ અર્ધવાહક રચનાને કોઈ પણ પ્રકારના બાયસ વોલ્ટેજની જરૂર પડતી નથી?

(A) ફોટો-ડાયોડ (B) વેરેક્ટર ડાયોડ (C) સોલરસેલ (D) ટ્રાન્ઝિસ્ટર

9. PN જંક્શનને સમાંતર 0.50 Vનું પોટેન્શિયલ બૅરિયર અસ્તિત્વ ધરાવે છે. જો ડેપ્લેશન સ્તરની પહોળાઈ 5.0×10^{-7} m હોય, તો આ વિસ્તારમાં વિદ્યુતક્ષેત્રની તીવ્રતા ....

(A) 1.0×10^9 V/m (B) 1.0×10^6 V/m (C) 2.0×10^5 V/m (D) 2.0×10^6 V/m

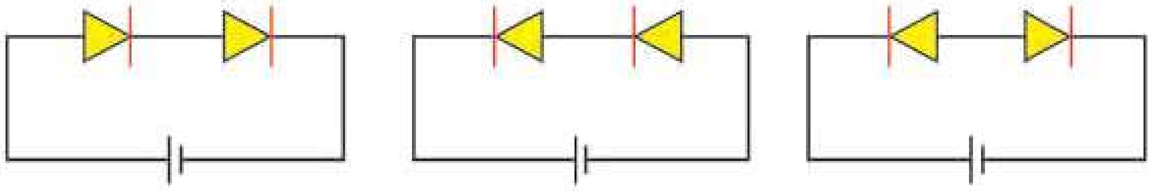
10. આકૃતિમાં દર્શાવેલ પરિપથોમાં ક્યો P-N જંક્શન-ડાયોડ રિવર્સ બાયસ સ્થિતિમાં હશે?



(A) P-N જંક્શન-ડાયોડ D_1 (B) P-N જંક્શન-ડાયોડ D_2

(C) P-N જંક્શન-ડાયોડ D_3 (D) P-N જંક્શન-ડાયોડ D_4

11. બે સમાન P-N જંક્શન ડાયોડને બેટરી સાથે શ્રેણીમાં જુદી-જુદી ત્રણ રીતે જોડેલા છે. (જુઓ આકૃતિ) ક્યા પરિપથમાં બંને P-N જંક્શન ડાયોડના બે છેડા વચ્ચે વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત સમાન હશે ?



(1) (2) (3)

(A) પરિપથો (1) અને (2) (B) પરિપથો (2) અને (3)

(C) પરિપથો (3) અને (1) (D) એક પણ પરિપથમાં નહિ.

12. અર્ધતરંગ રેક્ટિફાયરમાં ઉપયોગમાં લીધેલ ટ્રાન્સફોર્મરના ગૌણ ગૂંચળાના બે છેડા વચ્ચેનો મહત્તમ વોલ્ટેજ V_m છે. જ્યારે P-N જંક્શન ડાયોડ રિવર્સ બાયસ સ્થિતિમાં હશે, ત્યારે તેના બે છેડા વચ્ચે વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત ....

(A) શૂન્ય (B) $\frac{V_m}{2}$ (C) V_m (D) $2V_m$

13. LC ઓસ્સિલેટરમાં મળતાં પ્રવાહનાં દોલનોની કોણીય આવૃત્તિ ...... સૂત્ર પરથી મળે છે.

(A) $f = \frac{1}{2\pi LC}$ (B) $\omega^2 = \frac{1}{LC}$ (C) $\omega = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ (D) $\sqrt{f} = \frac{1}{2\pi LC}$

14. LC ઓસ્સિલેટર પરિપથમાં કેપેસિટરનું મૂલ્ય બમણું કરતાં આઉટપુટમાં મળતા તરંગની આવૃત્તિ .... ગણી થશે.

(A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (B) $\sqrt{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 2

15. CE ટ્રાન્ઝિસ્ટર એમ્પ્લિફાયરમાં એમીટર જંક્શન .... બાયસ અને કલેક્ટર-જંક્શન .... બાયસ સ્થિતિમાં હોય છે.

(A) રિવર્સ, ફોરવર્ડ (B) ફોરવર્ડ, ફોરવર્ડ (C) રિવર્સ, રિવર્સ (D) ફોરવર્ડ, રિવર્સ

16. CE ટ્રાન્ઝિસ્ટર ઍમ્પ્લિફાયરનો વોલ્ટેજગેઇન 200 અને તેને ઇનપુટમાં આપેલ સિગ્નલ 0.5 cos(313 t) V છે તો આઉટપુટ સિગ્નલ .... V હશે.

(A) 100 cos(313 t + 90°) (B) 100 cos(313 t + 180°)

(C) 100 cos(493 t) (D) 0.5 cos(313 t + 180°)

17. N-P-N ટ્રાન્ઝિસ્ટરમાં કલેક્ટરપ્રવાહ 10 mA છે. જો 90% ઇલેક્ટ્રૉન ઍમીટરમાંથી કલેક્ટરમાં જતાં હોય તો ....

(A) I_E = 9 mA, I_B = 1 mA (B) I_E = 11 mA, I_B = 9 mA

(C) I_E = 11 mA, I_B = 1 mA (D) I_E = 10 mA, I_B = 1 mA

18. CE ઍમ્પ્લિફાયરના ટ્રાન્ઝિસ્ટર માટે α = 0.99 છે. તેનો ઇનપુટ અવરોધ 1 kΩ અને લોડ અવરોધ 10 kΩ છે. આ પરિપથનો વોલ્ટેજગેઇન ....

(A) 99 (B) 990 (C) 9900 (D) 99000

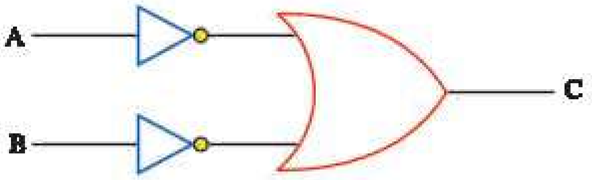
19. આકૃતિમાં દર્શાવેલ લોજિક પરિપથની લાક્ષણિકતા ક્યા લોજિક ગેટને સમતુલ્ય છે ?

(A) OR ગેટ

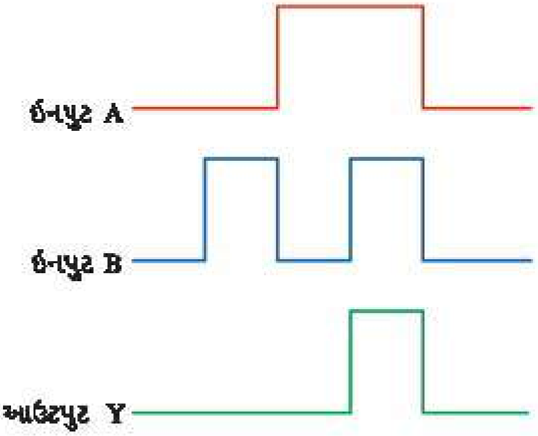
(B) AND ગેટ

(C) NOR ગેટ

(D) NAND ગેટ



20. કોઈ પણ લોજિક ગેટ માટે ઇનપુટ A, ઇનપુટ B અને આઉટપુટ Y ના સિગ્નલો આકૃતિમાં દર્શાવ્યા છે. આ લોજિક ગેટ ક્યો હશે ?



(A) OR ગેટ

(B) AND ગેટ

(C) NAND ગેટ

(D) NOR ગેટ

21. નીચે દર્શાવેલ ટ્રુથટેબલ ક્યા લોજિક ગેટની લાક્ષણિકતા દર્શાવે છે?

(A) NAND ગેટ

(B) NOR ગેટ

(C) AND ગેટ

(D) OR ગેટ

A	B	Y
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	1

જવાબો

1. (C)	2. (B)	3. (C)	4. (D)	5. (B)	6. (B)
7. (D)	8. (C)	9. (B)	10. (C)	11. (A)	12. (C)
13. (B)	14. (A)	15. (D)	16. (B)	17. (C)	18. (B)
19. (D)	20. (B)	21. (B)			

નીચેના પ્રશ્નોના ટૂંકમાં જવાબ આપો :

1. સિલિકોનની ઇલેક્ટ્રૉનિક સંરચના જણાવો.
2. હોલ એટલે શું ?
3. બંધિત ઇલેક્ટ્રૉનને મુક્ત ઇલેક્ટ્રૉન ગણી શકાય? શા માટે ?
4. ઇન્ટ્રિન્સિક અર્ધવાહકો કોને કહે છે ?
5. ફોરબિડન ગેપ એટલે શું ?
6. ઓરડાના તાપમાને રહેલા N પ્રકારના અર્ધવાહકોનો બૅન્ડ ડાયાગ્રામ દોરો.
7. ડેપ્લેશન બેરિયર એટલે શું ?
8. PN જંક્શન-ડાયોડની પરિપથ સંજ્ઞા દોરો. આ સંજ્ઞામાં તીરની નિશાની શાનું શૂચન કરે છે ?
9. રેક્ટિફિકેશન એટલે શું ?
10. ફિલ્ટર-પરિપથ કોને કહે છે ?
11. LED માં ઉત્સર્જાતા પ્રકાશના તરંગની મહત્તમ તરંગલંબાઈનું સૂત્ર લખો.
12. સોલરસેલમાં ઉદ્‌ભવતા ફોટો-વૉલ્ટેજનું મૂલ્ય કેટલું હોય છે ?
13. ટ્રાન્ઝિસ્ટરમાં I_E અને I_C વચ્ચેનો સંબંધ જણાવો. તેમજ તેઓ કયા ક્રમના હોય છે ?
14. CE ઍમ્પ્લિફાયરમાં ઇનપુટ સિગ્નલ અને આઉટપુટ સિગ્નલ વચ્ચે કળા તફાવત કેટલો હોય છે ?
15. લૉજિક ગેટ કોને કહે છે ?
16. NOR ગેટનું બુલિયન સમીકરણ લખો.
17. મૂળભૂત અને યુનિવર્સલ લૉજિક ગેટ કયા છે ?
18. VLSIનું પૂર્ણ નામ જણાવો.

નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

1. શુદ્ધ (ઇન્ટ્રિન્સિક) અર્ધવાહકમાં ઇલેક્ટ્રૉન અને હોલથી કેવી રીતે વિદ્યુતવહન થાય છે તે આકૃતિ સહિત સમજાવો.
2. P પ્રકારના અર્ધવાહક પર નોંધ લખો.
3. Si અર્ધવાહક માટે વેલેન્સ-બૅન્ડ, કન્ડક્શન-બૅન્ડ અને ફોરબિડન ગેપ સમજાવો.
4. N પ્રકારના અર્ધવાહકનો 0 K તાપમાન અને ઓરડાના તાપમાન માટે ઍનર્જી બૅન્ડ-ડાયાગ્રામ દોરો અને સમજાવો.
5. PN જંક્શન ડાયોડમાં ડેપ્લેશન સ્તર અને ડેપ્લેશન બેરિયર સમજાવો.
6. PN જંક્શનની ફોરવર્ડ બાયસ લાક્ષણિકતા મેળવવા માટેનો વિદ્યુતપરિપથ દોરો અને તેનો ફોરવર્ડ બાયસ લાક્ષણિકતા ચર્ચો.
7. અર્ધતરંગ રેક્ટિફાયરનો વિદ્યુતપરિપથ દોરો અને તેનું કાર્ય સમજાવો.
8. LED પર ટૂંક નોંધ લખો.

9. N-P-N ટ્રાન્ઝિસ્ટરનો ઉપયોગ કરી તૈયાર કરેલા CE એમ્પ્લિફાયરનો પરિપથ દોરો. CE એમ્પ્લિફાયર માટે વોલ્ટેજ ગેઇન અને પાવરગેઇનનાં સૂત્રો મેળવો.

10. OR ગેટનું કાર્ય સમજાવો. OR ગેટ માટે બુલિયન સમીકરણ, સંજ્ઞા અને ટ્રુથટેબલ જણાવો.

11. NAND ગેટનો લૉજિક પરિપથ દોરો. આ ગેટ માટે તેની સંજ્ઞા, બુલિયન સમીકરણ અને ટ્રુથટેબલ આપો.

નીચેના દાખલા ગણો :

1. શુદ્ધ અર્ધવાહકમાં એકમ ઘનમીટર દીઠ ઇલેક્ટ્રૉનની સંખ્યા 6×10^{19} છે. 1 cm × 1 cm × 2 cm સાઇઝના આ અર્ધવાહક સ્ફટિકમાં રહેલા હોલની સંખ્યા કેટલી હશે ?

[જવાબ : 12×10^{13}]

2. 300 K તાપમાને રહેલા શુદ્ધ Si અર્ધવાહકમાં ઇલેક્ટ્રૉન-હોલ જોડકાંની સંખ્યા-ઘનતા $1.5 \times 10^{16}\ m^{-3}$ છે. આ અર્ધવાહકમાં ટ્રાયવેલન્ટ અશુદ્ધિ ઉમેરતાં મેજોરિટી ચાર્જકૅરિયરની સંખ્યા-ઘનતા $4.5 \times 10^{22}\ m^{-3}$ મળે છે. અશુદ્ધિ ઉમેરેલા અર્ધવાહકમાં માઇનોરિટી ચાર્જ કૅરિયરની સંખ્યા-ઘનતા કેટલી હશે ?

[જવાબ : $5 \times 10^{9}\ m^{-3}$]

3. એક અર્ધવાહક પર મહત્તમ 6000 Å ની તરંગ-લંબાઈવાળો પ્રકાશ આપાત કરતાં ઇલેક્ટ્રૉન-હોલનાં જોડકાં ઉદ્ભવે છે. આ અર્ધવાહકની બૅન્ડગેપ ઊર્જા કેટલી હશે? [$h = 6.62 \times 10^{-34}$ J s]

[જવાબ : 2.07 eV]

4. એક LED દ્વારા 662 nm તરંગલંબાઈવાળો પ્રકાશ ઉત્સર્જિત કરવો હોય તો, તેની રચનામાં વપરાતા અર્ધવાહકની બૅન્ડગેપ કેટલી હોવી જોઈએ ? [$h = 6.62 \times 10^{-34}$ J s]

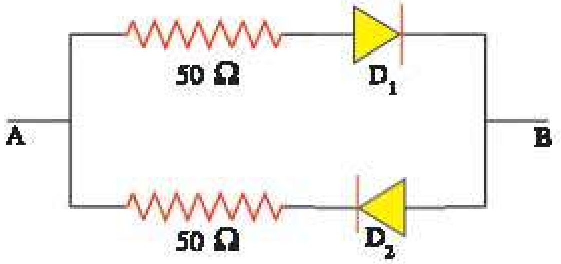
[જવાબ : 1.875 eV]

5. એક P-N જંક્શનના ડેપ્લેશન વિસ્તારની પહોળાઈ 400 nm છે અને તેમાં વિદ્યુતક્ષેત્રની તીવ્રતા 5×10^{5} V/m. છે. તો (1) પોટેન્શિયલ બેરિયરનું મૂલ્ય શોધો. (2) N વિભાગમાંથી કોઈ એક મુક્ત ઇલેક્ટ્રૉન P વિભાગમાં દાખલ થઈ શકે તે માટે તેની પાસે કેટલી લઘુતમ ગતિ-ઊર્જા હોવી જોઈએ.

[જવાબ : 0.2 V, 0.2 eV]

6. આકૃતિમાં દર્શાવેલ પરિપથ માટે $V_A > V_B$ અને (2) $V_B > V_A$. બંને કિસ્સા માટે બિંદુ A અને B વચ્ચેનો સમતુલ્ય અવરોધ શોધો. અહીં ડાયોડ D_1 અને D_2 આદર્શ ડાયોડ છે તેમ સ્વીકારો.

[જવાબ : બંને કિસ્સા માટે R_{AB} = 50 ઓહ્મ]



7. એક N-P-N કૉમન એમીટર એમ્પ્લિફાયરમાં જ્યારે લોડ-અવરોધ 10 kΩ છે ત્યારે વોલ્ટેજ ગેઇન 200 મળે છે, તો ટ્રાન્સકન્ડક્ટન્સનું મૂલ્ય શોધો. જો પરિપથનો ઇનપુટ અવરોધ 1 kΩ હોય, તો તેના એ.સી. પ્રવાહગેઇનની ગણતરી કરો.

[જવાબ : g_m = 0.02 mho, A_i = 20]

8. એક N-P-N ટ્રાન્ઝિસ્ટરમાં કૉમન બેઝ પરિપથમાં એમીટરમાંથી બેઝમાં આવતાં 7% જેટલા ઇલેક્ટ્રૉન બેઝમાંના હોલ સાથે સંયોજાય છે. આથી કલેક્ટરપ્રવાહનું મૂલ્ય 18.6 mA મળે છે, તો એમીટર પ્રવાહનું મૂલ્ય અને પ્રવાહગેઇન શોધો.

[જવાબ : I_{EV} = 20 mA, α = 0.93]

9. CE એમ્પ્લિફાયરમાં 200 mV નું ઇનપુટ સિગ્નલ લગાડતા બેઝપ્રવાહમાં 200 μA નો ફેરફાર થાય છે. તો ઇનપુટ અવરોધ શોધો. જો આઉટપુટ વોલ્ટેજ 2 V મળે, તો વોલ્ટેજગેઇન કેટલો હશે?

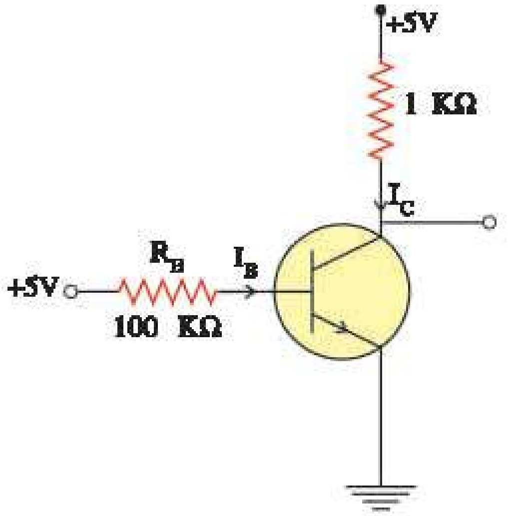
[જવાબ : r_i = 1 kΩ, A_v = 10]

10. N-P-N કોમન એમીટર એમ્પ્લિફાયરમાં ઇનપુટ વોલ્ટેજમાં 100 mV જેટલો ફેરફાર કરતાં કલેક્ટરપ્રવાહમાં 10 mA જેટલો ફેરફાર થાય છે. આ પરિપથનો એ.સી. પ્રવાહ ગેઇન 150 છે. પરિપથમાં પાવરગેઇન 4500 મેળવવો હોય, તો લોડ-અવરોધનું મૂલ્ય કેટલું રાખવું પડે ?

[જવાબ : $R_L = 300\ \Omega$]

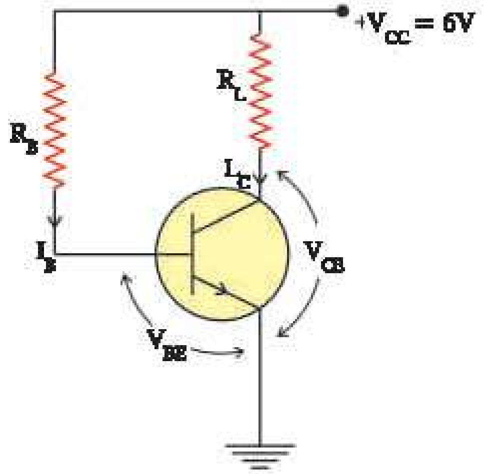
11. આકૃતિમાં દર્શાવેલ પરિપથમાં બેઝ અવરોધ R_B પર +5 V આપતાં V_{BE} અને V_{CE} બંને વોલ્ટેજ શૂન્ય થાય છે, તો I_C, I_B અને β શોધો.

[જવાબ : $I_B = 50\ \mu A$, $I_C = 5\ mA$, $\beta = 100$]



12. આકૃતિમાં દર્શાવેલ પરિપથમાં $I_B = 5\ \mu A$, $R_B = 1\ M\Omega$, $R_L = 1.1\ k\Omega$, $I_C = 5\ mA$ અને $V_{CC} = 6V$ છે. આ પરિપથમાં V_{BB} અને V_{CB} નું મૂલ્ય શોધો.

[જવાબ : $V_{BB} = +\ 1.0V$, $V_{CE} = +\ 0.5V$]



13. P-N-P કોમન એમીટર પરિપથ માટે એ.સી. પ્રવાહગેઇન 100 છે, ટ્રાન્ઝિસ્ટરનો ઇનપુટ અવરોધ 1 kΩ છે. આ પરિપથ માટે પાવરગેઇન 2000 મેળવવો હોય, તો લોડ-અવરોધ R_Lનું મૂલ્ય કેટલું રાખવું પડે ?

[જવાબ : $R_L = 200\ \Omega$]

•

8

કમ્યૂનિકેશન સિસ્ટમ્સ

8.1 પ્રસ્તાવના (Introduction)

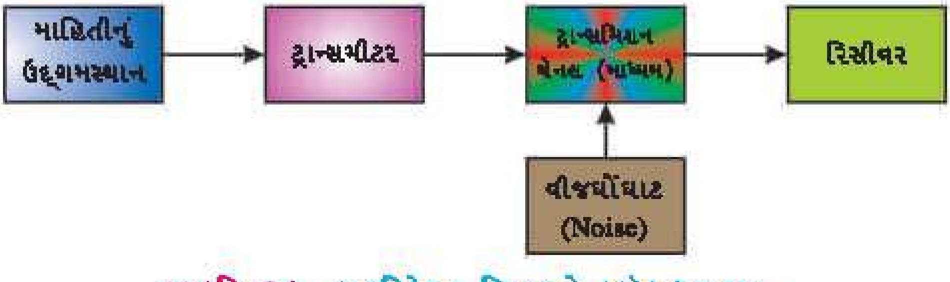
કમ્યૂનિકેશન તંત્ર એટલે માહિતી અથવા સંદેશાઓની આપ-લે કરવા માટે ગોઠવાયેલું તંત્ર. પ્રાચીન યુગમાં રાજાઓ પોતાના ખાનગી સંદેશાઓ કબૂતર અથવા અંગત માણસો મારફતે એક રાજ્યમાંથી બીજા રાજ્ય સુધી પહોંચાડતા હતા. ત્યાર બાદ તાર અને ટપાલ દ્વારા સંદેશાઓ મોકલવામાં આવતા હતા, પરંતુ આ વ્યવસ્થામાં સંદેશાઓ સમયસર મળતા ન હતા.

ઈ.સ. 1987માં હર્ટ્ઝ નામના વૈજ્ઞાનિકે પ્રયોગશાળામાં વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો ઉત્પન્ન કર્યા. ત્યાર બાદ જગદીશચંદ્ર બોઝ, મોર્સ, માર્કોની અને ગ્રેહામ બેલ જેવા સંશોધનકારોએ આધુનિક સંદેશાવ્યવહારના પાયા નાખ્યા.

આધુનિક યુગમાં આપણે રોજબરોજના જીવનમાં વિવિધ રીતે કમ્યૂનિકેશન તંત્રનો ઉપયોગ કરીએ છીએ. ઉદાહરણ તરીકે, ટેલિફોન, રેડિયો, ટી.વી., સેલફોન વગેરે...જેવાં ઉપકરણો વાપરી આપણે વિવિધ પ્રકારના સંદેશાઓની આપ-લે કરીએ છીએ. આ સંદેશાઓને એક જગ્યાએથી બીજી જગ્યાએ કેવી રીતે મોકલવામાં આવે છે, તે અંગે પ્રસ્તુત પ્રકરણમાં આપણે તેની પ્રાથમિક માહિતી મેળવીશું.

8.2 કમ્યૂનિકેશન સિસ્ટમ (Communication System)

કમ્યૂનિકેશન સિસ્ટમ (સંદેશાવ્યવહાર વ્યવસ્થા)નો પ્રાથમિક ખ્યાલ આપતો બ્લૉક-ડાયાગ્રામ આકૃતિ 8.1માં દર્શાવ્યો છે.



આકૃતિ 8.1 કમ્યૂનિકેશન સિસ્ટમનો બ્લૉક-ડાયાગ્રામ

કમ્યૂનિકેશન સિસ્ટમના મુખ્ય ત્રણ ઘટકો છે :

(1) ટ્રાન્સમીટર (2) ટ્રાન્સમિશન ચેનલ અને (3) રિસીવર. કમ્યૂનિકેશન સિસ્ટમમાં ટ્રાન્સમીટર કોઈ એક સ્થળે અને રિસીવર ટ્રાન્સમીટરથી દૂર કે નજીક એવા બીજા સ્થળે આવેલ હોય છે. ટ્રાન્સમિશન અને રિસીવર બંને એકબીજાં સાથે ટ્રાન્સમિશન ચેનલ અથવા કોઈ ભૌતિક માધ્યમ દ્વારા જોડાયેલ હોય છે.

(1) ટ્રાન્સમીટર : માહિતીકેન્દ્રમાંથી આવતી માહિતી અથવા સંદેશાઓ અલગ-અલગ સ્વરૂપે હોઈ શકે છે. દા.ત., કોઈ વ્યક્તિનું ભાષણ ધ્વનિ-તરંગો સ્વરૂપે હોય છે, પરંતુ તેના ચિત્રકરણની માહિતી પ્રકાશ-તરંગના સ્વરૂપમાં હોય છે. આવી માહિતી સીધેસીધી મોટાં અંતરોએ મોકલી શકાતી નથી.

આ માટે સંદેશાઓને વિદ્યુત-સિગ્નલમાં રૂપાંતર કરવા પડે છે. આમ કરવા માટે વ્યાપક રીતે ટ્રાન્સડ્યૂસર (Transducer) તરીકે ઓળખાતાં ઉપકરણો વપરાય છે.

જે ઉપકરણ એક પ્રકારની ઊર્જાનું બીજા પ્રકારની ઊર્જામાં રૂપાંતરણ કરી શકે તેને વ્યાપક રીતે ટ્રાન્સડ્યૂસર કહે છે. ઉદાહરણ તરીકે માઇક્રોફોન એ ધ્વનિ-ઊર્જા (ધ્વનિ-તરંગો)નું વિદ્યુત-ઊર્જા (વિદ્યુત-સિગ્નલ)માં રૂપાંતરણ કરે છે.

ટ્રાન્સમીટર વિભાગ, સૌપ્રથમ મેળવેલ માહિતીનું વિદ્યુત-સિગ્નલમાં રૂપાંતર કરે છે. ત્યાર બાદ વિદ્યુત-સિગ્નલને વિવર્ધિત કરી તેના પર જરૂરી એવી મૉડ્યુલેશન પ્રક્રિયા કરી તેને ટ્રાન્સમિશન ચેનલ સુધી પહોંચાડે છે.

(2) ટ્રાન્સમિશન ચેનલ : ટ્રાન્સમિશન ચેનલ એ ટ્રાન્સમીટર અને રિસીવરને જોડતું માધ્યમ છે. આ ચેનલ દ્વારા સંદેશાઓ પ્રસારિત થઈને રિસીવર સુધી પહોંચે છે. ટ્રાન્સમિશન ચેનલ (માધ્યમ)એ કો-એક્સિઅલ (સમાક્ષી) કેબલ, બે તારવાળી લાઇન, મુક્ત અવકાશ (Free Spase) અથવા ઑપ્ટિકલ ફાઇબર હોઈ શકે છે.

રેડિયો અને ટીવી જેવા ટ્રાન્સમિશનમાં ટ્રાન્સમિશન ચેનલ તરીકે મુક્ત અવકાશનો ઉપયોગ થાય છે. અહીં ટ્રાન્સમીટર એ સંદેશાઓને વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોના સ્વરૂપે પ્રસારિત કરે છે. આવાં કમ્યૂનિકેશન સિસ્ટમમાં ટ્રાન્સમીટર અને રિસીવર વચ્ચે કોઈ વાહક તારનું જોડાણ ન હોવાથી તેને વાયરલેસ (Wireless) કમ્યૂનિકેશન કહે છે. ટેલિફોન-વ્યવસ્થામાં બે તારવાળી લાઇનનો ઉપયોગ ટ્રાન્સમિશન ચેનલ તરીકે થાય છે.

(3) રિસીવર : રિસીવર વિભાગ, ટ્રાન્સમિશન ચેનલમાંથી પ્રસારિત થયેલા સિગ્નલોને મેળવીને તેને વિવર્ધિત કરે છે. ત્યાર બાદ સિગ્નલોને ડિમૉડ્યુલેશન (Demodulation) જેવી પ્રક્રિયામાંથી પસાર કરી યોગ્ય ઇલેક્ટ્રૉનિક ઘટકોને આપી માહિતી મૂળસ્વરૂપે પાછી મેળવવામાં આવે છે. દા.ત., વિદ્યુત-સિગ્નલને લાઉડસ્પીકરને આપતા તે ધ્વનિતરંગમાં રૂપાંતરિત થાય છે. પિક્ચરટ્યૂબ એ વિદ્યુત સિગ્નલોનું ચિત્રમાં રૂપાંતર કરે છે.

(4) વીજઘોંઘાટ (Noise) : Noise એ અનિચ્છનીય સિગ્નલ (Unwanted Signal) છે. ટ્રાન્સમીટર દ્વારા પ્રસારિત થયેલા સિગ્નલો ટ્રાન્સમિશન ચેનલ (માધ્યમ)માંથી પસાર થાય છે ત્યારે noise તરીકે ઓળખાતા સિગ્નલો (વિદ્યુતચુંબકીય વિકિરણ) તેમના સાથે ભળી જાય છે. પરિણામે મૂળ માહિતીના સિગ્નલો વિકૃત (Distort) થાય છે. Noise એ કુદરતી અથવા માનવસર્જિત હોઈ શકે છે.

વીજળીના ચમકારા, સૂર્ય અથવા તારામાંથી આવતાં વિકિરણો એ કુદરતી Noise છે. વાહન, ઇલેક્ટ્રિક મોટર, ભારે મશીનો કે ટ્યૂબલાઇટના ઝબકારાથી ઉદ્ભવતો Noise એ માનવસર્જિત છે.

રિસીવર વિભાગમાં ફિલ્ટર પરિપથો દ્વારા આ Noise સિગ્નલોની માત્રા ઘટાડવામાં આવે છે :

કમ્યૂનિકેશનના મુખ્યત્વે બે પ્રકાર છે :

(1) Point to Point કમ્યૂનિકેશન મોડ (2) બ્રોડકાસ્ટ મોડ (Broadcast Mode)

Point to Point કમ્યૂનિકેશનમાં ફક્ત એક જ ટ્રાન્સમીટર અને એક જ રિસીવર વચ્ચે માહિતીની આપ-લે છે. દા.ત., ટેલિફોન દ્વારા થતું કમ્યૂનિકેશન. બ્રોડકાસ્ટ મોડમાં એક જ ટ્રાન્સમીટર અને અનેક રિસીવર હોય છે. દા.ત., રેડિયો અને ટી.વી. તંત્ર દ્વારા થતું પ્રસારણ.

8.3 સિગ્નલ અને બૅન્ડવીડ્થ (Signals and Bandwidth)

ટ્રાન્સમિશન માટે માહિતી/સંદેશાના તરંગોને વિદ્યુત-તરંગમાં રૂપાંતર કરવામાં આવે છે, જેને સિગ્નલ (Signal) કહે છે. સિગ્નલ બે પ્રકારના હોય છે : (1) એનેલોગ સિગ્નલ (Analog Signal) અને (2) ડિજિટલ સિગ્નલ (Digital Signal).

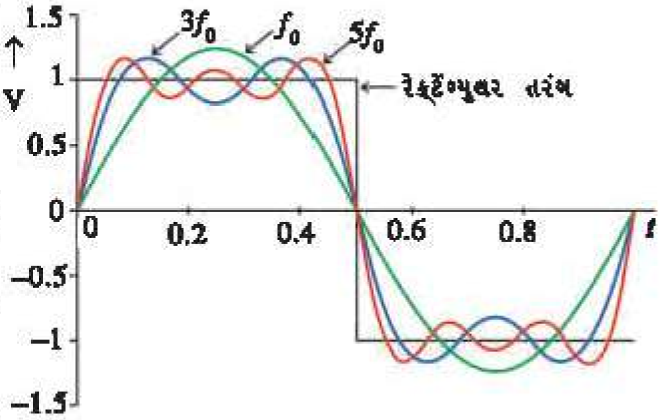
એનેલોગ સિગ્નલ એટલે કે જેમાં સિગ્નલનું મૂલ્ય સમયની સાથે સતત બદલાતું હોય તેવાં સિગ્નલ. કોઈ પણ ક્ષણે આ સિગ્નલને સિગ્નલના મહત્તમ મૂલ્ય અને લઘુતમ મૂલ્યની વચ્ચેનું કોઈ પણ મૂલ્ય હોઈ શકે છે. દા.ત. માઇક્રોફોન અને વીડિયો કેમેરાના આઉટપુટનું સિગ્નલ. એનેલોગ કમ્યૂનિકેશનમાં એનેલોગ સિગ્નલનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે.

ડિજિટલ સિગ્નલને ફક્ત બે મૂલ્યો હોય છે. સિગ્નલનું લઘુતમ મૂલ્ય અથવા મહત્તમ મૂલ્ય. જેને અનુક્રમે 0 અને 1 વડે દર્શાવવામાં આવે છે. અહીં એનેલોગ પ્રકારના માહિતીના સિગ્નલનું નિશ્ચિત સમયના અંતરે sample લેવામાં આવે છે. આ Sample વોલ્ટેજને અનુરૂપ 0 અને 1ના સ્વરૂપમાં ડિજિટલ ટ્રાન્સમિશન કરવામાં આવે છે. ડિજિટલ કમ્યૂનિકેશનમાં ડિજિટલ સિગ્નલનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે.

કમ્યૂનિકેશન તંત્રમાં માહિતીના સિગ્નલો એ ભાષણ (Speech), મ્યુઝિક, ચિત્ર અથવા કમ્પ્યૂટર ડેટા હોઈ શકે છે. આ દરેક સિગ્નલને આવૃત્તિનો જુદો-જુદો ગાળો હોય છે. કમ્યૂનિકેશન તંત્ર આ આવૃત્તિના ગાળા (Band of Frequencies)ને ટ્રાન્સમીટ કરવા માટે સક્ષમ હોવું જોઈએ. કમ્યૂનિકેશન તંત્ર જે મહત્તમ આવૃત્તિ અને નિમ્ન આવૃત્તિ વચ્ચેની આવૃત્તિને ટ્રાન્સમીટ કરવાને સક્ષમ હોય તેને તંત્રની બેન્ડવીડ્થ કહે છે.

દા.ત., સામાન્ય વાતચીતમાં આપણે 300 Hz થી 3100 Hz સુધીની આવૃત્તિનો ઉપયોગ કરીએ છીએ. આ સિગ્નલની બેન્ડવીડ્થ 3100 Hz – 300 Hz = 2800 Hz થાય. આટલી બેન્ડવીડ્થ એ ટેલિફોન કમ્યૂનિકેશન તંત્રની હોય છે. ઓડિયો ફ્રિક્વન્સીની આવૃત્તિનો ગાળો 20 Hz થી 20 kHz સુધીનો છે. આથી મ્યુઝિકના સિગ્નલને ટ્રાન્સમીટ કરવા માટે તંત્રની બેન્ડવીડ્થ આશરે 20 kHz જેટલી હોય છે. આ જ રીતે વીડિયો સિગ્નલને ટ્રાન્સમીટ કરવા માટે તંત્રની બેન્ડવીડ્થ આશરે 4.2 MHz જેટલી હોય છે. ટેલિવિઝન તંત્ર એ ઓડિયો અને વીડિયો બંને પ્રકારના સિગ્નલોને ટ્રાન્સમીટ કરતા હોવાથી ટેલિવિઝનની દરેક ચેનલને 6 MHz જેટલી બેન્ડવીડ્થ ફાળવવામાં આવી છે.

ડિજિટલ કમ્યૂનિકેશનમાં ડિજિટલ સિગ્નલનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. ડિજિટલ સિગ્નલ એ **Rectangular** આકારના તરંગો છે. આ તરંગનું ગાણિતીય વિશ્લેષણ દર્શાવે છે કે તે f_0, $3f_0$, $5f_0$,... જેવી ઘણી બધી આવૃત્તિઓનું બનેલું છે. આ બધી આવૃત્તિઓ એકબીજા પર યોગ્ય પ્રમાણમાં સંપાત થઈ **Rectangular** આકારનું ડિજિટલ સિગ્નલ તૈયાર કરે છે. (જુઓ આકૃતિ 8.2).



આકૃતિ 8.2 રેક્ટૅંગ્યુલર આકારનું તરંગ

આ દર્શાવે છે કે આવા સિગ્નલની બેન્ડવીડ્થ અનંત હોય છે. વાસ્તવમાં ઉચ્ચ હાર્મોનિકવાળા તરંગના એમ્પ્લિટ્યૂડ ખૂબ જ નાના હોય છે. આથી તેમને અવગણી શકાય. જો કમ્યૂનિકેશન તંત્રની બેન્ડવીડ્થ ઓછી હોય તો આવા તરંગમાં ઉચ્ચ હાર્મોનિકવાળાં તરંગોની ગેરહાજરીને લીધે તે વિકૃત (Distort) થાય છે.એટલે કે તેમાં અમુક માહિતીનો loss થાય છે.

જુદા-જુદા પ્રકારની કમ્યૂનિકેશન ચેનલ (માધ્યમ)ની બેન્ડવીડ્થ અલગ-અલગ હોય છે. સામાન્ય રીતે ઉપયોગમાં લેવાતાં આ માધ્યમો તાર, કો-એક્સિઅલ કેબલ, મુક્ત અવકાશ અને ઓપ્ટિકલ ફાઈબર છે. કો-એક્સિઅલ કેબલની બેન્ડવીડ્થ આશરે 750 MHz છે. મુક્ત અવકાશ દ્વારા કેટલાક kHzથી કેટલાક GHz સુધી આવૃત્તિ ધરાવતા તરંગો પ્રસરણ પામે છે. ઓપ્ટિકલ ફાઈબરમાં 1 THzથી 1000 THz સુધી આવૃત્તિ ધરાવતા તરંગો પ્રસરણ પામે છે. ઓપ્ટિકલ ફાઈબરની બેન્ડવીડ્થ આશરે 100 GHz હોય છે.

8.4 મૉડ્યુલેશન અને તેની જરૂરિયાત (Modulation and Its Necessity)

કેટલીક કમ્યૂનિકેશન સિસ્ટમમાં માહિતી ધરાવતાં વિદ્યુત-સિગ્નલને સીધેસીધું ટ્રાન્સમિશન ચેનલમાં પ્રસારિત કરવામાં આવે છે. દા.ત., ટેલિફોન જેવી કમ્યૂનિકેશન સિસ્ટમમાં ધ્વનિના વિદ્યુત-સિગ્નલોને વાહક તાર દ્વારા એક છેડેથી બીજા છેડે મોકલવામાં આવે છે.

પરંતુ, મોટા ભાગે સંદેશા/માહિતીના સિગ્નલો નિમ્ન આવૃત્તિના હોવાથી તેમને અવકાશ જેવા માધ્યમમાં દૂરના અંતર સુધી પ્રસારિત કરી શકાતા નથી. આમ કરવા માટે કયાં પરિબળો ભાગ ભજવે છે, તે હવે આપણે જોઈશું.

(1) ઍન્ટેનાની લંબાઈ : ધ્વનિનાં તરંગોને (સંદેશાઓને) દૂરના અંતરે મોકલવા માટે સૌપ્રથમ તેનું માઇક્રોફોન દ્વારા વિદ્યુત-સિગ્નલમાં રૂપાંતર કરવામાં આવે છે, જેને ઑડિયો સિગ્નલ (Audio Signal) અથવા બેઝબૅન્ડ (Base Band) સિગ્નલ કહે છે. ટ્રાન્સમીટર આ ઑડિયો સિગ્નલને ઍન્ટેના (અથવા એરિયલ) દ્વારા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગના સ્વરૂપે અવકાશમાં પ્રસારિત કરે છે.

ઍન્ટેનામાંથી આ સિગ્નલોનું ઉત્સર્જન ક્ષમતાપૂર્વક કરવા માટે ઍન્ટેનાની લંબાઈ ઓછામાં ઓછી $\frac{\lambda}{4}$ જેટલી હોવી જોઈએ. અહીં, λ એ ઑડિયો સિગ્નલની તરંગલંબાઈ છે.

ઑડિયો સિગ્નલની આવૃત્તિનો વિસ્તાર 20 Hzથી 20 kHz વચ્ચેનો છે. દા.ત., 1 kHz આવૃત્તિવાળા સિગ્નલને ટ્રાન્સમીટ કરવું છે. આ માટે તેની તરંગલંબાઈ,

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\times10^8}{1\times10^3} = 300 \text{ km}$$

અને, ઍન્ટેનાની ઓછામાં ઓછી લંબાઈ $= \frac{\lambda}{4} = \frac{300}{4} = 75$ km થાય.

જે વાસ્તવમાં અવ્યાવહારિક અને ખર્ચાળ છે, પરંતુ જો 1 MHz આવૃત્તિવાળા તરંગ માટે ઍન્ટેનાની લંબાઈ ગણવામાં આવે, તો તે ફક્ત 75 m થાય છે.

આ દર્શાવે છે કે, ઉચ્ચ આવૃત્તિવાળા તરંગનું ક્ષમતાપૂર્વક ઉત્સર્જન કરવા માટે નાની લંબાઈની ઍન્ટેના જોઈએ, જે સહેલાઈથી બનાવી શકાય છે.

(2) ઍન્ટેના દ્વારા ઉત્સર્જિત થતો પાવર : વિદ્યુતચુંબકીય વિકિરણના અભ્યાસો દર્શાવે છે કે, આપેલી લંબાઈનાં ઍન્ટેનામાંથી વિકેરિત થતો પાવર, તરંગલંબાઈના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે. એટલે કે $P \propto \frac{1}{\lambda^2}$. આ દર્શાવે છે કે ઓછી તરંગલંબાઈ એટલે કે વધુ આવૃત્તિવાળા તરંગનું ઍન્ટેનામાંથી વધારે ક્ષમતાથી પ્રસારણ થાય છે. આ હેતુ માટે વધારે આવૃત્તિવાળા તરંગનો ઉપયોગ અનિવાર્ય છે.

(3) જુદાં-જુદાં ટ્રાન્સમીટરના સિગ્નલોનું મિશ્રણ : કોઈ એક વિસ્તારમાં એક કરતાં વધુ ટ્રાન્સમીટરો આવેલાં હોય અને તેઓ તેમની માહિતીનું પ્રસારણ સીધેસીધું ઑડિયો સિગ્નલની આવૃત્તિ પર કરે, તો આ બધા સિગ્નલો mixed થઈ જાય છે. કોઈ એક ટ્રાન્સમીટરની માહિતીને બીજા ટ્રાન્સમીટરની માહિતીથી અલગ પાડી શકાતી નથી.

આથી, દરેક ટ્રાન્સમીટરને તેની માહિતીમાં ટ્રાન્સમિશન માટે જો અલગ-અલગ ઉચ્ચ આવૃત્તિઓ ફાળવવામાં આવે, તો આવી પરિસ્થિતિને ટાળી શકાય છે.

અહીં, કરેલી બધી જ ચર્ચાનો નિચોડ એક જ છે કે જો ટ્રાન્સમિશન નિમ્ન આવૃત્તિને બદલે ઉચ્ચ આવૃત્તિ પર કરવામાં આવે, તો કોઈ પણ પ્રકારની મુશ્કેલી ઊભી ન થાય. આ માટે મૉડ્યુલેશન પ્રક્રિયાની જરૂર પડે છે.

8.5 મૉડ્યુલેશન (Modulation)

નિમ્ન આવૃત્તિવાળા ઑડિયો સિગ્નલોને ઉચ્ચ આવૃત્તિ ધરાવતા તરંગ પર સંપાત કરવાની પ્રક્રિયાને મૉડ્યુલેશન કહે છે.

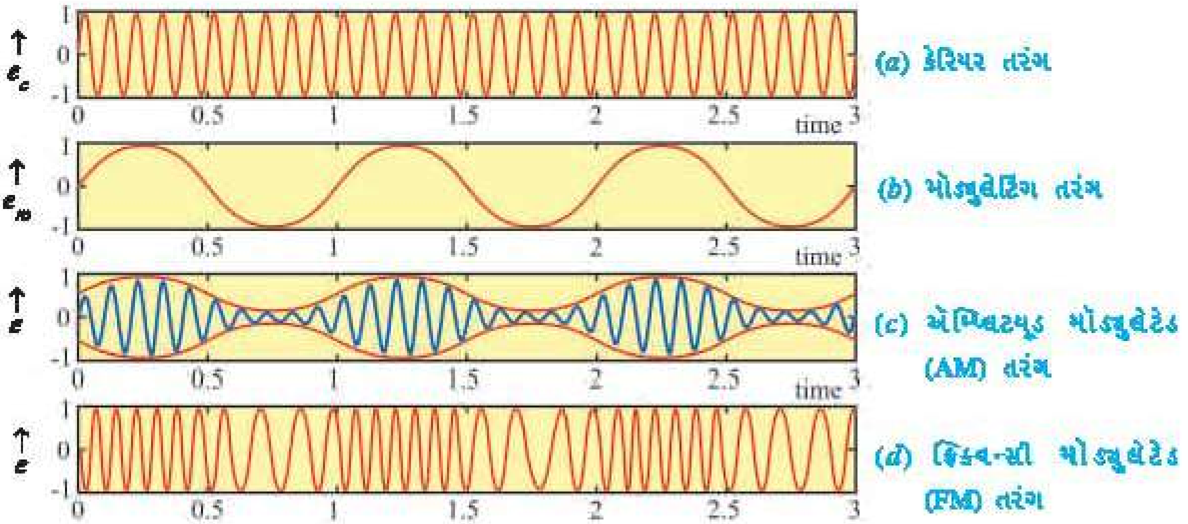
નિમ્ન આવૃત્તિવાળા સિગ્નલને મૉડ્યુલેટિંગ સિગ્નલ (Modulating Signal) કે મૉડ્યૂલેટિંગ તરંગ કહે છે. ઉચ્ચ આવૃત્તિવાળું તરંગ માહિતીને Carry કરતું હોવાથી તેને કૅરિયર તરંગ (Carrier Wave) કહે છે અને મિશ્ર થયેલા પરિણામી તરંગને મૉડ્યુલેટેડ તરંગ (Modulated Wave) કહે છે.

સામાન્ય રીતે કેરિયર તરંગ sine આકારનું હોય છે, જેને ગાણિતિક સ્વરૂપે નીચે મુજબ લખી શકાય.

$$e_c = E_c \sin(\omega_c t + \phi) \qquad (8.6.1)$$

જ્યાં E_c એ કેરિયર તરંગનું મહત્તમ મૂલ્ય (ઍમ્પ્લિટ્યૂડ), ω_c એ કોણીય આવૃત્તિ અને ϕએ તરંગની પ્રારંભિક કળા છે. તરંગનાં આ ત્રણ પ્રાચલો અનુસાર આપણને ત્રણ પ્રકારનાં મૉડ્યુલેશન મળે છે. (1) ઍમ્પ્લિટ્યૂડ મૉડ્યુલેશન (Amplitude Modulation : AM) (2) ફ્રિક્વન્સી મૉડ્યુલેશન (Frequency Modulation : FM) (3) ફેઝ મૉડ્યુલેશન (Phase Modulation : PM)

કેરિયર તરંગના ત્રણ પ્રાચલોમાંથી કોઈ પણ બે પ્રાચલો અચળ રાખી ત્રીજા પ્રાચલને મૉડ્યુલેટિંગ તરંગના વોલ્ટેજ અનુસાર બદલીને ઉપર મુજબનાં ત્રણ મૉડ્યુલેશન મેળવી શકાય છે. AM અને FM મૉડ્યુલેશનનાં તરંગો આકૃતિ 8.3માં દર્શાવ્યાં છે.



આકૃતિ 8.3 મૉડ્યુલેશનના પ્રકાર

ડિજિટલ કમ્યુનિકેશનમાં કેરિયર તરંગ તરીકે પલ્સ (Pulse – સ્પંદ) તરંગનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. પલ્સને તેની ત્રણ લાક્ષણિકતાઓ અનુસાર વર્ણવી શકાય છે : (1) ઍમ્પ્લિટ્યૂડ (2) પલ્સની પહોળાઈ (Width) અને (3) પલ્સનું સ્થાન (Position)

આમ, આપણને ત્રણ પ્રકારનાં પલ્સ મૉડ્યુલેશન મળે છે. (1) Pulse Amplitude Modulation (PAM) (2) Pulse Width Modulation (PWM) અને (3) Pulse Position Modulation (PPM).

પ્રસ્તુત પ્રકરણ પૂરતું આપણી ચર્ચા ઍમ્પ્લિટ્યૂડ મૉડ્યુલેશન (AM) પૂરતું સીમિત રાખીશું.

8.6 ઍમ્પ્લિટ્યૂડ મૉડ્યુલેશન

મૉડ્યુલેશન પ્રક્રિયામાં કેરિયર તરંગનો ઍમ્પ્લિટ્યૂડ (E_c) એ મૉડ્યુલેટિંગ તરંગના તાત્ક્ષણિક મૂલ્યના સમપ્રમાણમાં બદલાતું હોય, તેને ઍમ્પ્લિટ્યૂડ મૉડ્યુલેશન (AM) કહે છે. કેરિયર તરંગની આવૃત્તિ (f_c) અને પ્રારંભિક કળા (ϕ) અચળ રહે છે.

આકૃતિ 8.3માં કેરિયર તરંગ, મૉડ્યુલેટિંગ સિગ્નલ અને ઍમ્પ્લિટ્યૂડ મૉડ્યુલેટેડ તરંગની તરંગાકૃતિઓ દર્શાવી છે. આકૃતિ પરથી સ્પષ્ટ છે કે જેમ મૉડ્યુલેટિંગ તરંગનું તાત્ક્ષણિક મૂલ્ય સમયની સાથે બદલાય છે તે જ પ્રમાણે ઍમ્પ્લિટ્યૂડ મૉડ્યુલેટેડ તરંગના ધન અર્ધચક્ર અને ઋણ અર્ધચક્ર બંનેનાં ઍમ્પ્લિટ્યૂડ બદલાય છે. એટલે કે મૉડ્યુલેટેડ તરંગનું Envelope (આવરણ) એ મૉડ્યુલેટિંગ તરંગ (માહિતીના સિગ્નલ)ના આકાર જેવું હોય છે.

રેડિયો તેમજ ટીવી ટ્રાન્સમિશનના વીડિયો સિગ્નલનું ટ્રાન્સમિશન AM પ્રકારનું હોય છે.

ધારો કે કૅરિયર તરંગ અને મૉડ્યુલેટિંગ તરંગ નીચે મુજબ છે.

કૅરિયર તરંગ : $e_c = E_c \sin(\omega_c t + \phi)$ (8.6.1)

મૉડ્યુલેટિંગ તરંગ : $e_m = E_m \sin\omega_m t$ (8.6.2)

જ્યાં, ω_c અને ω_m અનુક્રમે કૅરિયર તરંગ અને મૉડ્યુલેટિંગ તરંગની કોણીય આવૃત્તિઓ છે.

કૅરિયર તરંગનો ઍમ્પ્લિટ્યૂડ એ મૉડ્યૂલેટિંગ તરંગના તાત્ક્ષણિક મૂલ્ય અનુસાર બદલાતો હોવાથી ઍમ્પ્લિટ્યૂડ મૉડ્યુલેટેડ તરંગ (AM Wave) નીચે મુજબ લખી શકાય.

$e = (E_c + e_m) \sin\omega_c t$ (કૅરિયર તરંગની આવૃત્તિ અને કળા અચળ રહે છે.)

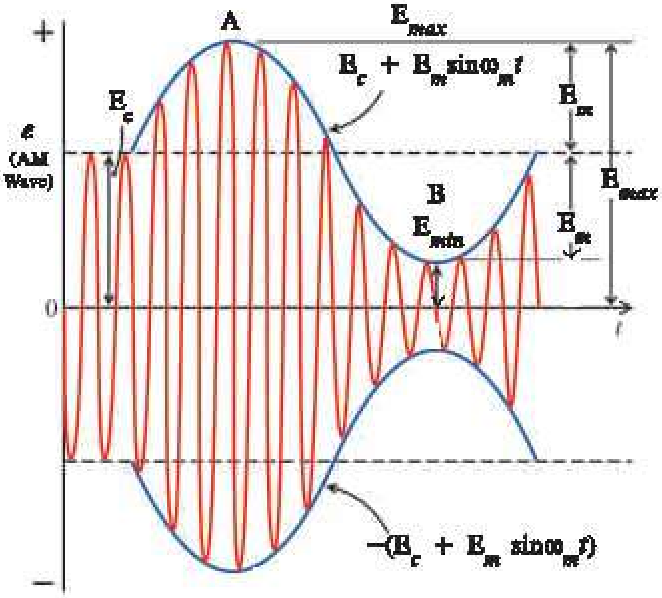
$= (E_c + E_m \sin\omega_m t) \sin\omega_c t$

$= E_c(1 + \frac{E_m}{E_C} \sin\omega_m t) \sin\omega_c t$

$e = E_c(1 + m_a \sin\omega_m t)\sin\omega_c t$ (8.6.3)

સમીકરણ (8.6.3) એ ઍમ્પ્લિટ્યૂડ મૉડ્યુલેટેડ તરંગ (AM તરંગ)નું ગાણિતિક સ્વરૂપ દર્શાવે છે.

સમીકરણ (8.6.3)માં $m_a = \frac{E_m}{E_C}$ ને **મૉડ્યુલેશન-અંક** કહે છે. સામાન્ય રીતે m_aનું મૂલ્ય 1 કરતાં ઓછું હોય છે. જો m_aનું મૂલ્ય 1 કરતાં વધે તો AM તરંગ વિકૃત થઈ જાય છે.



આકૃતિ 8.4 AM તરંગ

આકૃતિમાં AM તરંગ દર્શાવેલ છે. AM તરંગની ઉપરની તરફનું આવરણ (Envelope) $E_c + E_m \sin\omega_m t$ અનુસાર બદલાય છે.

બિંદુ A આગળ $\sin\omega_m t = 1$ થવાથી AM તરંગનો મહત્તમ ઍમ્પ્લિટ્યૂડ મળશે.

$E_{max} = E_c + E_m$ (8.6.4)

બિંદુ B આગળ $\sin\omega_m t = -1$ થવાથી AM તરંગનો લઘુતમ ઍમ્પ્લિટ્યૂડ મળશે.

$E_{min} = E_c - E_m$ (8.6.5)

સમીકરણ (8.6.4) અને (8.6.5)નો સરવાળો કરતાં,

$E_c = \frac{E_{max} + E_{min}}{2}$

સમીકરણ (8.6.4) અને (8.6.5)ની બાદબાકી કરતાં

$$E_m = \frac{E_{max} - E_{min}}{2}$$

મોડ્યુલેશન-અંકની વ્યાખ્યા અનુસાર,

$$m_a = \frac{E_m}{E_c} = \frac{E_{max} - E_{min}}{E_{max} + E_{min}} \quad (8.6.6)$$

$$m_a(\%) = \frac{E_{max} - E_{min}}{E_{max} + E_{min}} \times 100$$

આકૃતિ 8.5માં જુદા-જુદા મોડ્યુલેશન-અંક દર્શાવતા AM તરંગો દર્શાવેલા છે.

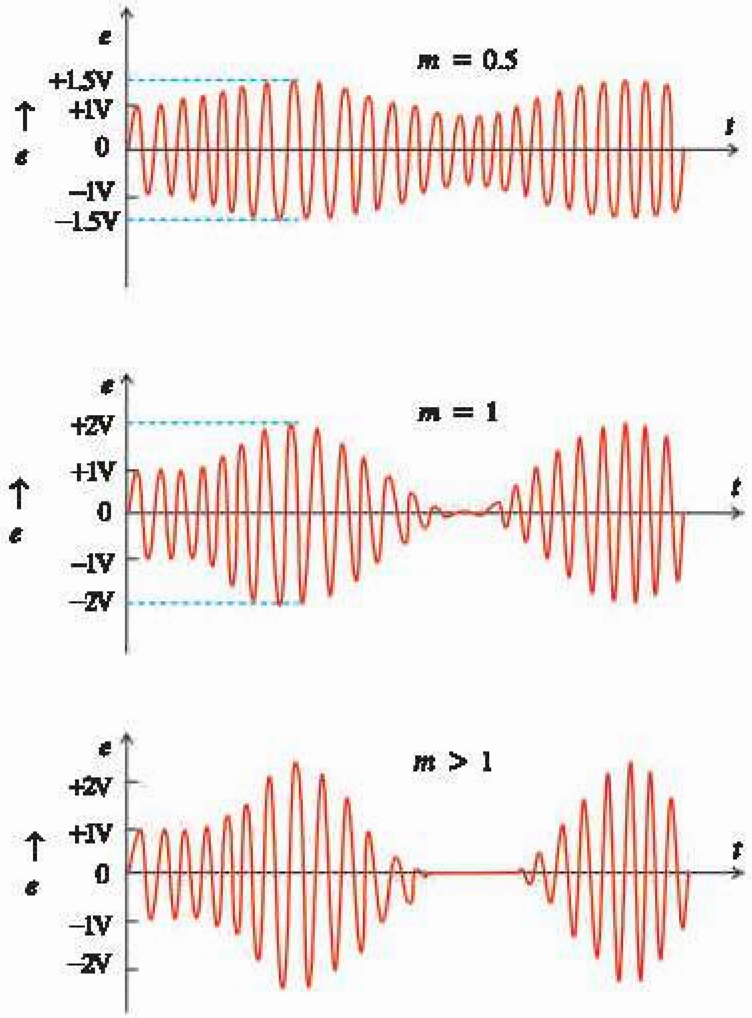
8.7 AM તરંગ માટે આવૃત્તિનો પટ્ટો (Frequency Spectrum of the AM Wave)

સમીકરણ (8.6.3) અનુસાર AM તરંગ, $e = E_c \sin\omega_c t + m_a E_c \sin\omega_c t \sin\omega_m t$

$\sin A \sin B = \frac{1}{2}[\cos(A - B) - \cos(A + B)]$ ત્રિકોણમિતિ સંબંધનો ઉપયોગ કરતાં,

$$e = E_c \sin\omega_c t + \frac{m_a}{2} E_c [\cos(\omega_c - \omega_m)t - \cos(\omega_c + \omega_m)t]$$

$$= E_c \sin\omega_c t + \frac{m_a}{2} E_c \cos(\omega_c - \omega_m)t - \frac{m_a}{2} E_c \cos(\omega_c + \omega_m)t. \quad (8.7.1)$$



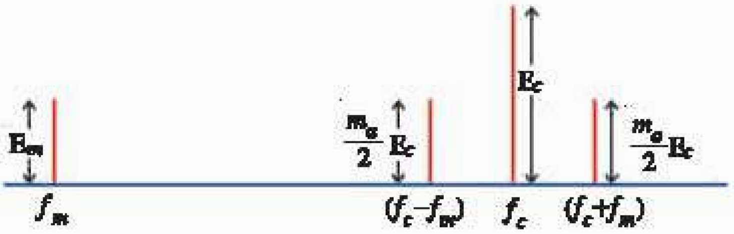
આકૃતિ 8.5 જુદા-જુદા મોડ્યુલેશન-અંક દર્શાવતા AM તરંગ

સમીકરણ (8.7.1) દર્શાવે છે કે, AM તરંગ એ ત્રણ પ્રકારની આવૃત્તિઓનું બનેલું છે.

(1) ω_c જે મૂળ કેરિયર તરંગની આવૃત્તિ છે અને તેનો એમ્પ્લિટ્યૂડ E_c જેટલો છે.

(2) $\omega_c + \omega_m$ જે કેરિયર તરંગની આવૃત્તિ કરતાં વધુ છે. તેને AM તરંગની ઉચ્ચ બાજુની આવૃત્તિ એટલે કે Upper Side Band (USB) આવૃત્તિ કહે છે.

(3) $\omega_c - \omega_m$ જે કેરિયર તરંગ કરતાં ઓછી આવૃત્તિ ધરાવે છે. તેને AM તરંગની નિમ્ન બાજુની આવૃત્તિ - Lower Side Band (LSB) આવૃત્તિ કહે છે.



આકૃતિ 8.6 AM તરંગનો ફ્રિક્વન્સી સ્પેક્ટ્રમ

USB અને LSB બંને પ્રકારની આવૃત્તિનો એમ્પ્લિટ્યૂડ $\frac{m_a}{2}E_c$ જેટલો છે. આ Side Band આવૃત્તિઓ સંદેશાને Carry કરવામાં મહત્ત્વનો ભાગ ભજવે છે. જે તમે ભવિષ્યમાં ભણશો.

મોડ્યુલેટિંગ તરંગ, કેરિયર તરંગ, LSB અને USB દર્શાવતો ફ્રિક્વન્સી સ્પેક્ટ્રમ આકૃતિ 8.6માં દર્શાવેલ છે.

ઉદાહરણ 1 : કેરિયર તરંગની આવૃત્તિ 10 MHz અને તેનો એમ્પ્લિટ્યૂડ 10 V છે. તેનું 5kHz આવૃત્તિ અને 6V એમ્પ્લિટ્યૂડ ધરાવતા તરંગ દ્વારા એમ્પ્લિટ્યૂડ મોડ્યુલેશન થાય છે.

(1) મોડ્યુલેશન-અંક ગણો. (2) LSB અને USBની આવૃત્તિ શોધો. (3) LSB અને USB નો એમ્પ્લિટ્યૂડ શોધો.

ઉકેલ : $f_c = 10$ MHz, $f_m = 5$ kHz $= 0.005$ MHz

$E_c = 10$ V, $E_m = 6$ V

(1) મોડ્યુલેશન-અંક $m_a = \frac{E_m}{E_C} = \frac{6}{10} = 0.6$

(2) LSBની આવૃત્તિ $= f_c - f_m = 10 - 0.005 = 9.995$ MHz

USBનીઆવૃત્તિ $= f_c + f_m = 10 + 0.005 = 10.005$ MHz

(3) LSBનો એમ્પ્લિટ્યૂડ $= \frac{m_a}{2}E_c = \frac{0.6}{2} \times 10 = 3$ V

આ જ રીતે USBનો એમ્પ્લિટ્યૂડ 3V થશે.

ઉદાહરણ 2 : 1 MHz આવૃત્તિવાળા કેરિયર તરંગનું એમ્પ્લિટ્યૂડ મોડ્યુલેશન કરતા AM તરંગનું મહત્તમ મૂલ્ય 10 V અને લઘુતમ મૂલ્ય 6 V મળે છે. આ તરંગના મોડ્યુલેશન-અંકના ટકા શોધો. તેમજ મૂળ કેરિયર તરંગનો એમ્પ્લિટ્યૂડ શોધો.

ઉકેલ : $E_{max} = 10$ V, $E_{min} = 6$ V

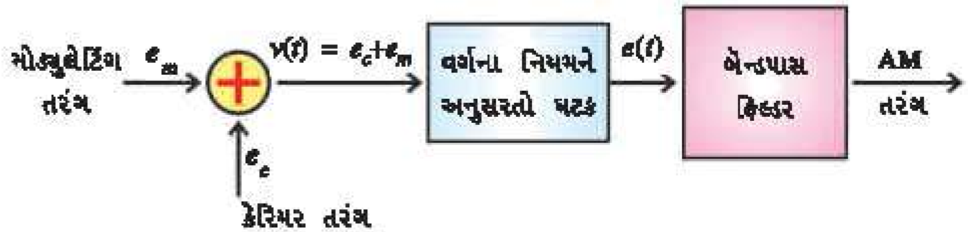
મોડ્યુલેશન-અંક % $= \frac{E_{max} - E_{min}}{E_{max} + E_{min}} \times 100 = \frac{10-6}{10+6} \times 100 = 25\%$

કેરિયર તરંગનો એમ્પ્લિટ્યૂડ $E_c = \frac{E_{max} + E_{min}}{2} = \frac{10+6}{2} = 8$ V

8.8 AM તરંગનું ઉત્પાદન (Production of AM Wave)

જે વિદ્યુત-પરિપથ AM તરંગ ઉત્પન્ન કરે તેને એમ્પ્લિટ્યૂડ મૉડ્યુલેટર કહે છે.

AM તરંગ મેળવવાની ઘણી રીતો છે. આકૃતિ 8.7માં AM તરંગ મેળવવાની એક સાદી રીતનો બ્લૉક ડાયાગ્રામ દર્શાવ્યો છે.



આકૃતિ 8.7 AM તરંગનું ઉત્પાદન

આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ સૌપ્રથમ મૉડ્યુલેટિંગ તરંગ e_mને કેરિયર તરંગ e_cમાં વિદ્યુત-પરિપથ દ્વારા ઉમેરવામાં આવે છે. આ પરિપથના આઉટપુટમાં $v(t)$ તરંગ મળે છે.

$$v(t) = e_c + e_m \qquad (8.8.1)$$

આ $v(t)$ તરંગને વર્ગના નિયમને અનુસરતા એવા અરેખીય લાક્ષણિકતા ધરાવતા ઇલેક્ટ્રૉનિક ઘટકને આપવામાં આવે છે. જે ઘટક ઓહ્મના નિયમને અનુસરતો ના હોય એટલે કે ઘટકમાં વહેતા વિદ્યુતપ્રવાહ અને વોલ્ટેજ વચ્ચેનો સંબંધ રેખીય ના હોય તેને અરેખીય ઘટક કહે છે. આવા અરેખીય ઘટકના આઉટપુટમાં મળતો વોલ્ટેજ

$$e(t) = av(t) + bv^2(t) + cv^3(t) + \ldots$$

જ્યાં a, b અને c એ અચળાંક છે. ઉચ્ચ ઘાતવાળાં પદોને અવગણતાં,

$$e(t) = av(t) + bv^2(t)$$

સમીકરણ (8.8.1) પરથી,

$$e(t) = a(e_c + e_m) + b(e_c + e_m)^2$$

$$= a(e_c + e_m) + b(e_c^2 + e_m^2 + 2e_c e_m)$$

$$= a(E_c \sin\omega_c t + E_m \sin\omega_m t) + b(E_c^2 \sin^2\omega_c t + E_m^2 \sin^2\omega_m t + 2E_c E_m \sin\omega_c t \sin\omega_m t)$$

$$= a(E_c \sin\omega_c t + E_m \sin\omega_m t) + bE_c^2\left(\frac{1-\cos 2\omega_c t}{2}\right)$$

$$+ bE_m^2\left(\frac{1-\cos 2\omega_m t}{2}\right) + bE_c E_m[\cos(\omega_c - \omega_m)t - \cos(\omega_c + \omega_m)t]$$

$$= aE_c \sin\omega_c t + aE_m \sin\omega_m t + \frac{bE_C^2}{2} - \frac{bE_C^2}{2}\cos 2\omega_c t$$

$$+ \frac{bE_m^2}{2} - \frac{bE_m^2}{2}\cos 2\omega_m t + bE_c E_m \cos(\omega_c - \omega_m)t - bE_c E_m \cos(\omega_c + \omega_m)t$$

ઉપર્યુક્ત સમીકરણમાં $\frac{bE_C^2}{2}$, $\frac{bE_m^2}{2}$ જેવા DC ઘટકો અને ω_m, ω_c, $2\omega_m$,$\omega_c + \omega_m$ અને $\omega_c - \omega_m$ જેવી આવૃત્તિઓ આવેલી છે.

આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ આ સિગ્નલને બેન્ડપાસ ફિલ્ટર (Band Pass Filter) માંથી પસાર કરવામાં આવે છે. બેન્ડ પાસ ફિલ્ટર એ DC ઘટકો, ω_m, $2\omega_m$ અને $2\omega_c$ આવૃત્તિઓને દૂર કરે છે અને તેના આઉટપુટમાં ફક્ત ω_c, $\omega_c + \omega_m$ અને $\omega_c - \omega_m$ આવૃત્તિ મળે છે.

$$\therefore\ e(t) = aE_c\sin\omega_c t + bE_cE_m\cos(\omega_c - \omega_m)t - bE_cE_m\cos(\omega_c + \omega_m)t \qquad (8.8.1)$$

આ સમીકરણ એ AM તરંગના સમીકરણ જેવું જ છે. આ તરંગ-પ્રસરણ માટે સીધેસીધું એન્ટેનાને આપવામાં આવતું નથી, પરંતુ પાવર એમ્પ્લિફાયર દ્વારા જરૂરી ઊર્જા પૂરી પાડીને યોગ્ય લંબાઈની એન્ટેનાને આપવામાં આવે છે. જેથી એન્ટેનામાંથી શક્તિશાળી વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો ઉત્સર્જિત થાય અને દૂરના અંતર સુધી જઈ શકે.

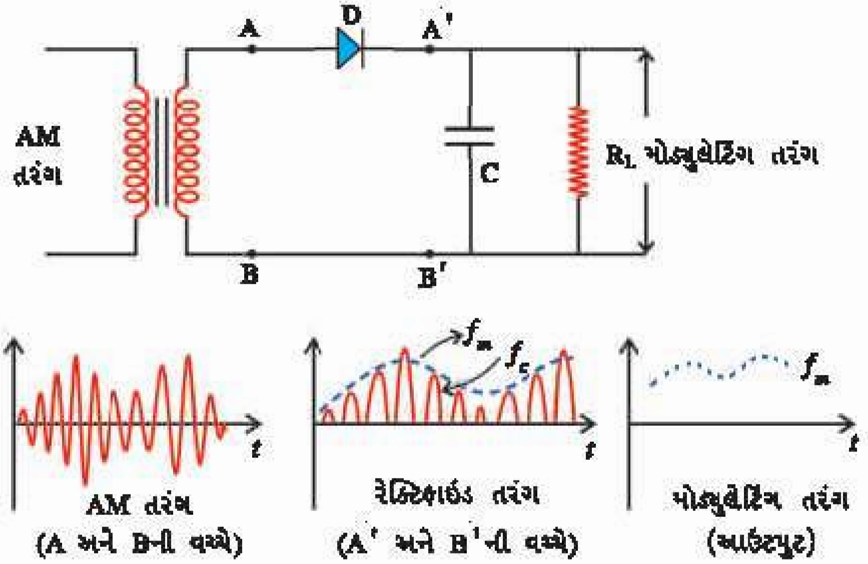
8.9 ડિમોડ્યુલેશન (Demodulation)

રેડિયો ટ્રાન્સમીટરમાંથી ઉત્સર્જિત થયેલ AM તરંગ જ્યારે રિસીવર એન્ટેનાના સંપર્કમાં આવે છે, ત્યારે તેનું વિદ્યુત-સિગ્નલમાં રૂપાંતર થાય છે. આ વિદ્યુત-સિગ્નલ AM તરંગ જ હોય છે.

સામાન્ય રીતે રિસીવરમાં સૌપ્રથમ આ સિગ્નલને એમ્પ્લિફાયર દ્વારા વિવર્ધિત કરવામાં આવે છે. ત્યાર બાદ આ AM તરંગ સાથે ઉચ્ચ આવૃત્તિવાળા બીજા તરંગને મિશ્ર (Mixed) કરી AM તરંગના કેરિયર તરંગની આવૃત્તિ નીચી કરવામાં આવે છે. આ આવૃત્તિને વચગાળાની આવૃત્તિ (Intemerdiate Frequency – IF) કહે છે. IF પણ AM તરંગ જ છે. તેમાં મૂળ AM તરંગના જ સંદેશાઓ સમાયેલા હોય છે.

રિસીવરનું મુખ્ય કાર્ય આ તરંગમાં રહેલા માહિતીના સિગ્નલોને કેરિયર તરંગથી જુદા પાડવાનું છે, જેને ડિમોડ્યુલેશન પ્રક્રિયા કહે છે. આ પ્રક્રિયા મોડ્યુલેશન પ્રક્રિયાથી ઊલટી (Reverse) છે.

જે વિદ્યુત-પરિપથ આ તરંગોને છૂટા પાડવાનું કાર્ય કરે છે. તેને ડિમોડ્યુલેટર-પરિપથ અથવા ડિટેક્ટર (Detector) પરિપથ કહે છે. ડાયોડનો ઉપયોગ કરી બનાવેલો સાદો ડિટેક્ટર-પરિપથ આકૃતિ 8.8માં દર્શાવ્યો છે. પરિપથમાં ડાયોડ D અર્ધતરંગ રેક્ટિફાયર અને R_L એ ફિલ્ટર-પરિપથ રચે છે. AM તરંગના ધન અર્ધચક્ર દરમિયાન ડાયોડમાંથી પ્રવાહ વહે છે અને ઋણ અર્ધચક્ર દરમિયાન પ્રવાહ વહેતો નથી. બિંદુઓ A′ અને B′ વચ્ચે AM તરંગના રેક્ટિફાઈ થયેલાં તરંગો આકૃતિમાં દર્શાવ્યા છે.



આકૃતિ 8.8 ડાયોડ ડિટેક્ટર-પરિપથ

આ રેક્ટિફાઈડ તરંગનું આવરણ (Envelope) એ આપણી માહિતીનું સિગ્નલ (f_m) છે. RC ફિલ્ટર-પરિપથ દ્વારા f_mને કેરિયર તરંગથી છૂટી પાડીને એમ્પ્લિફાયરને આપવામાં આવે છે. એમ્પ્લિફાયરનો આઉટપુટ લાઉડસ્પીકર સાથે જોડતાં મૂળ માહિતીના સિગ્નલો ધ્વનિ-તરંગો રૂપે સાંભળવા મળે છે.

8.10 વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું પ્રસરણ (Propagation of Electromagnetic Waves)

વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનો ઉપયોગ રેડિયો, ટીવી, સેલફોન જેવા કમ્યૂનિકેશન તંત્રમાં થાય છે. ટ્રાન્સમીટરના એન્ટેનામાંથી ઉત્સર્જિત થયેલ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગ અવકાશમાં ચારેબાજુ પ્રકાશના વેગથી પ્રસરણ પામે છે. આ તરંગોના પ્રસરણ પર પૃથ્વીના વાતાવરણની પણ અસર થાય છે.

ટ્રાન્સમીટિંગ એન્ટેનામાંથી વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો ઉત્સર્જિત થઈ જુદી-જુદી રીતે અવકાશમાં પ્રસરણ પામી રિસીવર સુધી પહોંચે છે.

(1) પૃથ્વીની સપાટીને વળગીને પ્રસરણ પામતા તરંગો જેને પૃષ્ઠ-તરંગ અથવા ગ્રાઉન્ડવેવ (Ground Wave) કહે છે.

(2) ટ્રાન્સમીટિંગ એન્ટેનાથી સીધા માર્ગે ગતિ કરીને અથવા જમીનથી પરાવર્તિત થઈ રિસીવર સુધી પ્રસરણ પામતાં તરંગો જેને સ્પેઇસવેવ (Space Wave) કહે છે.

(3) પૃથ્વીની સપાટીથી આશરે 60 kmથી 300 km અંતરે આવેલા આયનોસ્ફિયર દ્વારા પરાવર્તિત થઈ ટ્રાન્સમીટરથી દૂરના અંતરે આવેલા રિસીવર સુધી પ્રસરણ પામતાં તરંગો જેને સ્કાયવેવ (Sky Wave) કહે છે.

આ દરેક પ્રકારના પ્રસરણમાં માધ્યમની વાહકતા, પરમિટિવિટી, પરમિએબિલિટી અને વક્રીભવનાંક અગત્યનો ભાગ ભજવે છે.

8.10.1 ગ્રાઉન્ડવેવ પ્રસરણ અથવા પૃષ્ઠ તરંગ-પ્રસરણ (Ground wave Propagation or Surface wave Propagation) : આ પ્રકારના પ્રસરણમાં વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો પૃથ્વીની સપાટીની નજીક રહી પ્રસરણ પામે છે. આથી તેને ગ્રાઉન્ડવેવ પ્રસરણ કહે છે. પૃથ્વી અને વાતાવરણની વિદ્યુતલાક્ષણિકતાઓ અલગ-અલગ હોવાથી આ તરંગો પૃથ્વીની વક્રસપાટીને અનુસરીને ટ્રાન્સમીટરથી રિસીવર સુધી પહોંચે છે. જ્યારે ટ્રાન્સમીટિંગ એન્ટેના અને રિસીવર પૃથ્વીની સપાટીની નજીક હોય ત્યારે ગ્રાઉન્ડવેવ પ્રસરણ શક્ય છે.

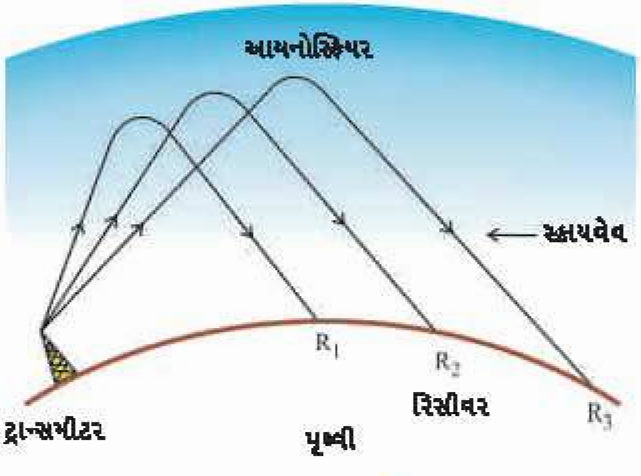
ગ્રાઉન્ડવેવના વિદ્યુતચુંબકીય તરંગના વિદ્યુતક્ષેત્રને લીધે પૃથ્વીની સપાટી પર વિદ્યુતભાર ઉદ્ભવે છે. તરંગ-પ્રસરણ દરમિયાન આ વિદ્યુતભાર પણ ગતિ કરે છે, જે વિદ્યુતપ્રવાહ રચે છે.

વાસ્તવમાં પૃથ્વીને અનંત વાહકતા હોતી નથી. કોઈ જગ્યાએ જમીન રેતાળ હોય છે, તો કોઈ સ્થાને તે ખડકો-પથ્થરવાળી હોય છે. આમ, વિવિધ મૂલ્યની વાહકતાવાળા માધ્યમ દ્વારા ગ્રાઉન્ડવેવનું પ્રસરણ થાય છે. તેથી તેની ઊર્જા, માધ્યમની વાહકતાને આધારે ક્ષીણ થતી જાય છે.

આ ઉપરાંત તરંગના વિદ્યુતક્ષેત્રની તીવ્રતા પણ તેણે કાપેલા અંતરના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં ઘટે છે. તરંગ ઉર્જાનું શોષણ તેની આવૃત્તિ પર પણ આધાર રાખે છે. ઊંચી આવૃત્તિના તરંગ માટે ઊર્જાનું શોષણ વધારે થાય છે. આથી, 2MHzથી ઊંચી આવૃત્તિવાળા તરંગો ગ્રાઉન્ડવેવ દ્વારા લાંબા અંતર સુધી પ્રસરણ પામી શકતા નથી.

AM રેડિયોમાં MW (Medium Wave) બેન્ડ પરથી પ્રસારિત થતી આવૃત્તિ (550 kHz – 1600 kHz)નું પ્રસરણ ગ્રાઉન્ડવેવ દ્વારા થાય છે.

8.10.2 સ્કાયવેવ પ્રસરણ (Skywave Propagation) : 2 MHzથી 30 MHz આવૃત્તિ ધરાવતા રેડિયો-તરંગોનું પ્રસરણ સ્કાયવેવ દ્વારા થાય છે. ટ્રાન્સમિશનમાંથી ઉદ્ભવતા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો પૃથ્વીની સપાટીથી આશરે 80 – 300 km ઊંચાઈએ આવેલા આયનોસ્ફિયર દ્વારા પરાવર્તિત થઈ પૃથ્વી પર પાછા આવે છે. આ તરંગો દૂરના અંતરે આવેલા રિસીવર દ્વારા ઝીલી શકાય છે. (જુઓ આકૃતિ 8.9). આમ, આયનોસ્ફિયર આ રેડિયો-તરંગો માટે 'Mirror' તરીકે વર્તે છે.



આકૃતિ 8.9 આયનોસ્ફિયર

પૃથ્વીના વાતાવરણમાં આવેલા વાયુઓ તેમનાં જુદાં-જુદાં રાસાયણિક સંયોજનો અને ભૌતિક ગુણધર્મોના આધારે જુદી-જુદી ઊંચાઈએ હોય છે. સૂર્ય અને બીજા તારાઓમાંથી આવતાં વિકિરણો (જેવાં કે કૉસ્મિક કિરણો, UV કિરણો, X-કિરણો)ની ઊર્જા જે વાયુના આયનીકરણ સ્થિતિમાન જેટલી હોય તે વાયુમાં શોષાવાથી વાયુનું આયનીકરણ થાય છે. એટલે કે વાયુનું ઇલેક્ટ્રૉન અને ધન આયનમાં વિભાજન થાય છે. આવાં ઇલેક્ટ્રૉન અને આયનોના વાતાવરણને આયનોસ્ફિયર કહે છે. વાયુની ઘનતા, વિકિરણની તીવ્રતા તેમજ અમુક વાયુનું અમુક વિકિરણથી આયનીકરણ થતું હોવાથી જુદી-જુદી ઊંચાઈએ આયનસ્તરો રચાય છે. દિવસ દરમિયાન આયનોસ્ફિયરમાં D, E, F_1 અને F_2 એમ ચાર સ્તરો હોય છે.

દિવસ દરમિયાન D સ્તર 65-75 km ઊંચાઈએ, E સ્તર આશરે 100 km ઊંચાઈએ, F_1 સ્તર 170-190 km ઊંચાઈએ અને F_2 સ્તર 250–400 km ઊંચાઈએ હોય છે.

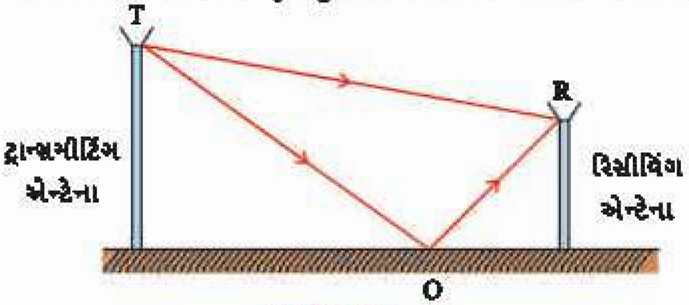
રાત્રિ દરમિયાન સૂર્યની ગેરહાજરીને લીધે D અને E સ્તરો અદૃશ્ય થઈ જાય છે. E અને F_1 સ્તર એ F_2 સ્તરમાં ભળી જાય છે.

આ ચારેય સ્તરોની ઇલેક્ટ્રૉનઘનતા અલગ-અલગ હોય છે. આથી, આયનોસ્ફિયર જુદી-જુદી આવૃત્તિઓનું જુદી-જુદી ઊંચાઈએથી પરાવર્તન કરે છે. 2MHzથી 30 MHz વચ્ચેની આવૃત્તિઓ આયનોસ્ફિયરમાં જુદી-જુદી ઊંચાઈએથી પૂર્ણઆંતરિક પરાવર્તનની ઘટના દ્વારા પરાવર્તિત થઈ પૃથ્વી પર ટ્રાન્સમીટરથી દૂર આવેલા રિસીવરમાં મેળવી શકાય છે. 30 MHzથી ઊંચી આવૃત્તિઓ પરાવર્તન પામતી નથી અને આયનોસ્ફિયરને ભેદીને અવકાશમાં જતી રહે છે.

આયનોસ્ફિયર દ્વારા રેડિયો, બ્રોડકાસ્ટની SW બેન્ડ (Short Wave Band)ની આવૃત્તિઓનું પ્રસારણ દૂરના અંતર સુધી થઈ શકે છે.

8.10.3 સ્પેસવેવ અથવા ટ્રોપોસ્ફેરિક તરંગ-પ્રસરણ (Space Wave or Tropospheric Wave Propogation) : 30 MHzથી વધુ આવૃત્તિવાળાં તરંગો આયનોસ્ફિયરથી પરાવર્તિત થઈ શકતા નથી તેમજ આટલી ઊંચી આવૃત્તિ માટે ગ્રાઉન્ડવેવ પ્રસરણ પણ શક્ય નથી. આની ઉચ્ચ આવૃત્તિનું પ્રસરણ સ્પેસવેવ દ્વારા થાય છે.

રિસીવર અને ટ્રાન્સમીટર વચ્ચેનું અંતર ઓછું હોય ત્યારે પૃથ્વીની વક્રતાને આપણે અવગણી શકીએ. આ સંજોગોમાં આકૃતિ 8.10માં દર્શાવ્યા મુજબ ટ્રાન્સમીટિંગ એન્ટેનાથી રિસીવર એન્ટેના સુધી તરંગો બે અલગ અલગ માર્ગે પહોંચે છે :



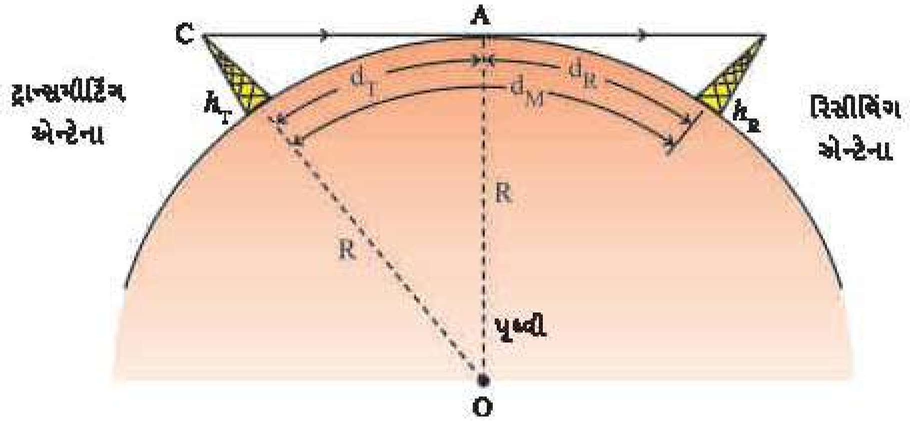
આકૃતિ 8.10

(1) એન્ટેના Tમાંથી પ્રસારિત થતું તરંગ સીધા માર્ગે ગતિ કરીને રિસીવર સુધી જાય છે. (તરંગ TR)

(2) એન્ટેના Tથી પ્રસારિત થઈ પૃથ્વીની સપાટી પર O આગળથી પરાવર્તિત થઈ રિસીવર સુધી જાય છે. (તરંગ TOR)

રિસીવર એન્ટેના આગળ મળતી ક્ષેત્રતીવ્રતા આ બે તરંગોના ક્ષેત્રથી મળતા સદિશ સરવાળા જેટલી હોય છે. બંને તરંગોનું સ્પેસ દ્વારા થતું તનુકરણ (Attenuation) અવગણી શકાય તેટલું ઓછું હોય છે. ફક્ત તેમના ઍમ્પ્લિટ્યૂડ (કંપવિસ્તાર) અંતરના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં ઘટે છે.

ટ્રાન્સમીટર એન્ટેના અને રિસીવર એન્ટેના વચ્ચેનું અંતર મોટું હોય તો પૃથ્વીની વક્રતા આ સ્પેસવેવ પ્રસરણમાં અડચણરૂપ બને છે. કારણ કે રેડિયો-તરંગો સીધી દૃષ્ટિરેખાથી (Line of Sight) નક્કી થતાં અંતર સુધી જ ઝીલી શકાય છે.



આકૃતિ 8.11 લાઇન ઑફ સાઇટ (Line of Sight) કમ્યૂનિકેશન

આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ એન્ટેનાની ઊંચાઈ h_T છે. અને તેમાંથી પ્રસારિત થતા તરંગો સુરેખ માર્ગે ગતિ કરી પૃથ્વીની વક્રસપાટીના, એન્ટેનાથી d_T અંતરે આવેલા બિંદુ A સુધી રેલવી શકાય છે. તે પછીના વિસ્તારમાં આવેલા રિસીવરમાં આ તરંગો મેળવી શકાતા નથી. આ પ્રકારના પ્રસરણને Line of Sight (LOS) કમ્યૂનિકેશન કહે છે. d_Tને દૃષ્ટિરેખા અંતર અથવા કમ્યૂનિકેશન-અવધિ અથવા Radio Horizon કહે છે.

જો પૃથ્વીની ત્રિજ્યા R હોય તો, OA = R, OC = h_T + R આકૃતિની ભૂમિતિ પરથી,

$OC^2 = AC^2 + OA^2$

$(h_T + R)^2 = d_T^2 + R^2 \quad (\because\ h_T << d_T)$

$\therefore\ d_T^2 = h_T^2 + 2h_TR$

પરંતુ, $h_T << R$ હોવાથી $2h_TR$ની સાપેક્ષે h_T^2ને અવગણતા

$$d_T = \sqrt{2h_TR} \qquad (8.10.1)$$

જો ટ્રાન્સ્મિટિંગ એન્ટેનાની ઊંચાઈ h_T અને રીસિવિંગ એન્ટેનાની ઊંચાઈ h_R હોય તો મળતી મહત્તમ કમ્યૂનિકેશન-અવધિ નીચેના સૂત્ર દ્વારા આપી શકાય છે.

$$d_M = \sqrt{2h_TR} + \sqrt{2h_RR} \qquad (8.10.2)$$

સમીકરણ પરથી સ્પષ્ટ છે કે, એન્ટેનાની ઊંચાઈ વધારવામાં આવે તો દૃષ્ટિરેખી (line of sight) અંતર વધે છે. આથી તરંગોના પ્રસરણનો વિસ્તાર પણ વધે છે. ટેલિવિઝન બ્રોડકાસ્ટ અને માઇક્રોવેવ કમ્યૂનિકેશન માટે ટ્રાન્સ્મિટિંગ એન્ટેના કેમ શક્ય તેટલી ઊંચી જગ્યાએ રાખવામાં આવે છે તે હવે સમજી શકાશે. પ્રસારણ ક્ષેત્ર મોટું

કરવું હોય, તો ક્ષિતિજે રહેલા રિસીવરના સ્થળે રિપીટર અથવા બુસ્ટર ટ્રાન્સમિટરની મદદથી સંદેશાઓને રિલે કરવા પડે. આવાં ઘણાં બધાં રીલેમથકો દ્વારા કાર્યક્રમોને દૂરદૂરના અંતરે મોકલી પ્રસારણક્ષેત્ર વિસ્તારી શકાય છે.

VHF બૅન્ડ (30 MHz – 300 MHz), UHF બૅન્ડ તેમજ માઇક્રોવેવ જેવા ઉચ્ચ આવૃત્તિ ધરાવતાં તરંગોનું પ્રસરણ સ્પેસ વેવ દ્વારા થાય છે. ટીવી ટ્રાન્સમીટર કે FM રેડિયો-સ્ટેશન દ્વારા પ્રસારિત થતા તરંગો સ્પેસવેવ દ્વારા પ્રસરણ પામી આપણા રિસીવર સુધી પહોંચે છે.

ઉદાહરણ 3 : એક ટીવી ટાવરની ઊંચાઈ 100 m છે. સરેરાશ વસ્તીઘનતા 1000 / km^2 હોય, તો કેટલા લોકો આ ટીવી-સ્ટેશનના પ્રોગ્રામ નિહાળી શકશે? (પૃથ્વીની ત્રિજ્યા = 6.4×10^6 m)

ઉકેલ : $h_T = 100$ m, $R = 6.4 \times 10^6$ m

વસ્તી ઘનતા = $1000\ km^{-2} = 1000 \times (10^3)^{-2} = 10^{-3}\ m^{-2}$

ટીવી-તરંગોના પ્રસરણના વિસ્તારનું

ક્ષેત્રફળ = $\pi(d_T)^2 = \pi(\sqrt{2h_TR})^2 = 2\pi h_TR = 2 \times 3.14 \times 100 \times 6.4 \times 10^6$

$= 40.192 \times 10^8\ m^2$

ટીવી પ્રોગ્રામ નિહાળી શકતા લોકોની સંખ્યા

$= 10^{-3} \times 40.192 \times 10^8 = 40.192 \times 10^5$ (= 40.192 laks)

ઉદાહરણ 4 : એક ટ્રાન્સમીટિંગ એન્ટેના 50 m ઊંચા ટાવર પર મૂકેલ છે અને રિસીવિંગ એન્ટેના 32 m ઊંચાઈએ છે. આ બંને એન્ટેના વચ્ચે સંતોષકારક રીતે Line of Sight થી કમ્યૂનિકેશન થવા માટે મહત્તમ અંતર કેટલું હોવું જોઈએ ? પૃથ્વીની ત્રિજ્યા R= 6400 km.

ઉકેલ : $h_R = 32$ m, $h_T = 50$ m, $R = 6400 \times 10^3$ m

$$d_M = \sqrt{2h_TR} + \sqrt{2h_RR} = \sqrt{2 \times 50 \times 6400 \times 10^3} + \sqrt{2 \times 32 \times 6400 \times 10^3}$$

$= 25.29 \times 10^3 + 20.23 \times 10^3 = 45.5$ km

સારાંશ

1. **કમ્યૂનિકેશન સિસ્ટમના મુખ્ય ઘટકો :**

   (1) ટ્રાન્સમીટર (2) ટ્રાન્સમિશન ચેનલ (3) રિસીવર

2. **ટ્રાન્સડ્યૂસર :** જે ઉપકરણ એક પ્રકારની ઊર્જાનું બીજા પ્રકારની ઊર્જામાં રૂપાંતરણ કરી શકે તેને ટ્રાન્સડ્યૂસર કરે છે.

3. **ટ્રાન્સમિશન ચેનલ :** ટ્રાન્સમિશન ચેનલ એ ટ્રાન્સમીટર અને રિસીવરને જોડતું માધ્યમ છે. આ માધ્યમ દ્વારા સંદેશાઓ પ્રસારિત પામી રિસીવર સુધી પહોંચે છે.

4. **Noise :** એ એક અનિચ્છનીય સિગ્નલ છે, જે ટ્રાન્સમિશન ચેનલમાં માહિતીના સિગ્નલો સાથે ભળીને તેને વિકૃત કરે છે.

5. **સિગ્નલ :** ટ્રાન્સમિશન માટે માહિતીના સિગ્નલને વિદ્યુતતરંગમાં રૂપાંતર કરવામાં આવે છે, તેને સિગ્નલ કહે છે. સિગ્નલ બે પ્રકારના હોય છે : (1) એનેલોગ સિગ્નલ (2) ડિજિટલ સિગ્નલ.

6. **બૅન્ડવીડ્‌થ :** કમ્યૂનિકેશન તંત્ર જે મહત્તમ આવૃત્તિ અને નિમ્ન આવૃત્તિ વચ્ચેની આવૃત્તિને ટ્રાન્સમીટ કરવાને સક્ષમ હોય તેને તંત્રની બૅન્ડવીડ્‌થ કહે છે. ઑડિયો સિગ્નલની બૅન્ડવીડ્‌થ 20 kHz અને વીડિયો સિગ્નલની બૅન્ડવીડ્‌થ 4.2 MHz જેટલી હોય છે.

7. **મૉડ્યુલેશન :** નિમ્ન આવૃત્તિવાળા ઑડિયો સિગ્નલને ઉચ્ચ આવૃત્તિ ધરાવતા તરંગ પર સંપાત કરવાની પ્રક્રિયાને મૉડ્યુલેશન કહે છે.

   નિમ્ન આવૃત્તિવાળા તરંગને મૉડ્યુલેટિંગ તરંગ, ઉચ્ચ આવૃત્તિવાળા તરંગને કૅરિયર તરંગ કહે છે. પરિણામી તરંગને મૉડ્યુલેટેડ તરંગ કહે છે.

   મૉડ્યુલેશનના ત્રણ પ્રકાર છે :

   (1) ઍમ્પ્લિટ્યૂટ મૉડ્યુલેશન (AM) (2) ફ્રિક્વન્સી મૉડ્યુલેશન (FM) (3) ફેઝ મૉડ્યુલેશન (PM)

8. **ઍમ્પ્લિટ્યૂડ મૉડ્યુલેશન :** જે મૉડ્યુલેશનમાં કૅરિયર તરંગનું ઍમ્પ્લિટ્યૂડ મૉડ્યુલેટિંગ તરંગના તાત્ક્ષણિક મૂલ્યના સમપ્રમાણમાં બદલાતું હોય તેને ઍમ્પ્લિટ્યૂડ મૉડ્યુલેશન કહે છે. આ મૉડ્યુલેશનમાં કૅરિયર તરંગની આવૃત્તિ અને ફેઝ અચળ રહે છે. મૉડ્યુલેશન-અંક : મૉડ્યુલેટિંગ તરંગના ઍમ્પ્લિટ્યૂડ અને કૅરિયર તરંગના ઍમ્પ્લિટ્યૂડના ગુણોત્તરને મૉડ્યુલેશન-અંક કહે છે.

   $$m_a = \frac{E_m}{E_C}$$

   m_aનું મૂલ્ય 1 કરતાં ઓછું હોય છે.

9. **ડિમૉડ્યુલેશન :** મૉડ્યુલેટેડ તરંગમાંથી માહિતીના સિગ્નલોને કૅરિયર તરંગમાંથી છૂટા પાડવાની ક્રિયાને ડિમૉડ્યુલેશન કહે છે. આ પ્રક્રિયા રિસીવરમાં થાય છે.

   જે વિદ્યુત-પરિપથ ડિમૉડ્યુલેશન પ્રક્રિયા કરે છે. તેને ડિટેક્ટર પરિપથ કહે છે.

10. **વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું પ્રસરણ :**

   (1) પૃથ્વીની સપાટીને વળગીને પ્રસરણ પામતા તરંગોને ગ્રાઉન્ડવેવ અથવા પૃષ્ઠતરંગ કહે છે. આ વેવ દ્વારા 2 MHz આવૃત્તિ સુધીના તરંગોનું પ્રસરણ શક્ય છે. (2) પૃથ્વીની સપાટીથી આશરે 60 – 400 km ઊંચાઈએ આવેલા આયનોસ્ફિયર દ્વારા પરાવર્તિત થઈ દૂરના અંતર સુધી પ્રસારણ પામતાં તરંગોને સ્કાયવેવ કહે છે. સ્કાયવેવ દ્વારા 2 MHz થી 30 MHz આવૃત્તિવાળા તરંગોનું પ્રસરણ શક્ય છે. (3) ટ્રાન્સમીટિંગ ઍન્ટેનાથી સીધા માર્ગે ગતિ કરીને અથવા જમીનથી પરાવર્તિત થઈ રિસીવર સુધી પ્રસરણ પામતા તરંગોને સ્પેસવેવ કહે છે. 30 MHzથી વધુ આવૃત્તિવાળા તરંગનું પ્રસરણ સ્પેસવેવ દ્વારા થાય છે.

સ્વાધ્યાય

નીચેનાં વિધાનો માટે આપેલા વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરો :

1. 100 MHz આવૃત્તિવાળા તરંગનું ક્ષમતાપૂર્વક વિકિરણ કરવા માટે ઍન્ટેનાની લંબાઈ ઓછામાં ઓછી .... હોવી જોઈએ.

   (A) 3 m (B) $\frac{3}{4}$ m (C) 10 m (D) 100 m

2. નીચેનામાંથી કયો વિકલ્પ ટ્રાન્સમિશન ચેનલ નથી ?

   (A) કોએક્સિઅલ કેબલ (B) ઑપ્ટિકલ ફાઈબર

   (C) મુક્ત અવકાશ (D) રિસીવર

3. એમ્પ્લિટ્યૂડ મોડ્યુલેશન દ્વારા 3 kHz આવૃત્તિવાળા સિગ્નલને પ્રસારિત કરવું હોય, તો નીચે દર્શાવેલ આવૃત્તિઓમાંથી કઈ આવૃત્તિ કેરિયર તરંગ તરીકે લઈ શકાય ?

(A) 30 Hz (B) 300 Hz (C) 3000 Hz (D) 3 MHz

4. કમ્યૂનિકેશન તંત્રના ક્યા વિભાગમાં માહિતીના સિગ્નલો સાથે Noise ના સિગ્નલો ભળે છે?

(A) ટ્રાન્સમીટર (B) રિસીવર (C) કમ્યૂનિકેશન ચેનલ (D) માહિતીનું ઉદ્ભવસ્થાન

5. ઑપ્ટિકલ ફાઇબર કમ્યૂનિકેશન તંત્રની બેન્ડવીડ્થ આશરે .... હોય છે.

(A) 10 GHz (B) 100 GHz (C) 1 GHz (D) 1 THz

6. એક ટીવી ટ્રાન્સમીટર ટાવરની ઊંચાઈ બમણી કરવામાં આવે, તો ટ્રાન્સમીટર દ્વારા આવરી લેતો વિસ્તાર ....

(A) બમણો થાય. (B) ચાર ગણો થાય. (C) ત્રણ ગણો થાય. (D) કોઈ ફેરફાર થાય નહીં.

7. એક ટીવી ટ્રાન્સમીટરના પ્રોગ્રામ 16 km ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળાકાર વિસ્તાર સુધી નિહાળી શકાય તે માટે તેના ટ્રાન્સમીટિંગ એન્ટેના કેટલી ઊંચાઈએ મૂકવા જોઈએ ? (R = 6400 km)

(A) 0.02 km (B) 0.2 km (C) 0.1 km (D) 2 km

8. મોડ્યુલેશન પ્રક્રિયા કમ્યૂનિકેશન સિસ્ટમમાં .... વિભાગમાં અને ડિમોડ્યુલેશન પ્રક્રિયા .... વિભાગમાં થાય છે.

(A) ટ્રાન્સમીટર, રિસીવર (B) રિસીવર, ટ્રાન્સમીટર

(C) ટ્રાન્સમિશન ચેનલ, રિસીવર (D) ટ્રાન્સમીટર, ટ્રાન્સમિશન ચેનલ

9. ઑડિયો સિગ્નલની આવૃત્તિનો વિસ્તાર .... છે.

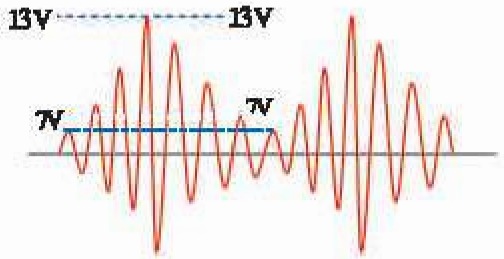
(A) 0 to 20 kHz (B) 20 Hz to 20 kHz

(C) 2 Hz to 20 kHz (D) 20 Hz to 200 kHz

10. એન્ટેનામાંથી વિકેન્દ્રિત થતો પાવર .... ના પ્રમાણમાં હોય છે.

(A) λ (B) $\frac{1}{\lambda}$ (C) $\frac{1}{\lambda^2}$ (D) λ^2

11. આકૃતિમાં દર્શાવેલ AM તરંગોનો મોડ્યુલેશન-અંક કેટલો હશે?



(A) 6 % (B) 20 %

(C) 30 % (D) 50 %

12. 2 MHz આવૃત્તિવાળું કેરિયર તરંગ 2 kHz આવૃત્તિવાળા મોડ્યુલેટિંગ તરંગથી એમ્પ્લિટ્યૂડ મોડ્યુલેટ થાય, તો AM તરંગમાં કઈ આવૃત્તિઓ હશે?

(A) 2 MHz, 2 kHz (B) 2 kHz, 2.002 MHz, 1.998 MHz

(C) 2 MHz, 2.002 MHz, 1.998 MHz (D) 2.002 MHz, 1.998 MHz

જવાબો

1. (B) 2. (D) 3. (D) 4. (C) 5. (B) 6. (A)
7. (A) 8. (A) 9. (B) 10. (C) 11. (C) 12. (C)

નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ ટૂંકમાં આપો :

1. ટ્રાન્સડ્યૂસર એટલે શું ? તેનું એક ઉદાહરણ આપો.
2. Noise એટલે શું ? કુદરતી Noiseનું ઉદાહરણ આપો.
3. મૉડ્યુલેશનના પ્રકાર જણાવો.
4. ટેલિફોન કમ્યૂનિકેશન તંત્રની બૅન્ડવીડ્થ જણાવો.
5. વીડિયો સિગ્નલની આવૃત્તિનો ગાળો જણાવો.
6. ડિમૉડ્યુલેશન એટલે શું ? આ પ્રક્રિયા કમ્યૂનિકેશનના કયા વિભાગમાં થાય છે ?
7. આયનોસ્ફિયરનાં ચાર સ્તરોનાં નામ જણાવો.
8. સ્પેસવેવ કોને કહે છે ?
9. કમ્યૂનિકેશન-અવધિ કોને કહે છે ?
10. ગ્રાઉન્ડવેવ દ્વારા કઈ આવૃત્તિનું પ્રસરણ શક્ય છે ?

નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

1. કમ્યૂનિકેશન સિસ્ટમનો બ્લૉક-ડાયાગ્રામ દોરો અને દરેક બ્લૉક વિશે ટૂંકમાં સમજાવો.
2. મૉડ્યુલેશન એટલે શું ? કમ્યૂનિકેશન તંત્રમાં મૉડ્યુલેશનનું મહત્ત્વ જણાવો.
3. ઍમ્પ્લિટ્યૂડ મૉડ્યુલેશન સમજાવો. ઍમ્પ્લિટ્યૂડ મૉડ્યુલેટેડ તરંગની તરંગાકૃતિઓ દોરો.
4. AM તરંગ કઈ રીતે ઉત્પન્ન કરી શકાય? તેની કોઈ એક રીતની ચર્ચા કરો.
5. ટૂંક નોંધ લખો : આયનોસ્ફિયર
6. ટ્રાન્સમીટરની ઊંચાઈ (h_T) અને કમ્યૂનિકેશન-અવધિ (d) વચ્ચેનો સંબંધ મેળવો.

નીચેના દાખલા ગણો :

1. એક FM રેડિયો-સ્ટેશનના કાર્યક્રમો 3140 km^2 વર્તુળાકાર ક્ષેત્રફળમાં રહેતા લોકો માણી શકે, તે માટે રેડિયો-સ્ટેશનના એન્ટેનાની ઊંચાઈ કેટલી રાખવી જોઈએ ? (R = 6400 km) [જવાબ : 78.125 m]
2. એક TV ટ્રાન્સમીટરના એન્ટેનાની ઊંચાઈ 81 m છે. આ ટ્રાન્સમીટર કેટલા ક્ષેત્રફળ ધરાવતા વિસ્તારમાં કાર્યક્રમોનું પ્રસારણ કરી શકશે ? [જવાબ : 3255.552 km^2]
3. કેરિયર તરંગનો ઍમ્પ્લિટ્યૂડ 12 V છે. જો AM તરંગનો મૉડ્યુલેશન અંક 75% જેટલો હોય તો મૉડ્યુલેટિંગ તરંગનો ઍમ્પ્લિટ્યૂડ કેટલો રાખવો પડે ? [જવાબ : 9 V]
4. AM તરંગનું સમીકરણ $e = 100(1 + 0.6 \sin 6280t) \sin 2\pi \times 10^6 t$ છે.
   (i) મૉડ્યુલેશન અંક (ii) કેરિયર તરંગની આવૃત્તિ (iii) મૉડ્યુલેટિંગ તરંગની આવૃત્તિ અને (iv) LSB અને USBની આવૃત્તિ શોધો.
   [જવાબ : (i) 0.6 (ii) 1 MHz (iii) 1 kHz (iv) 0.999 MHz, 1.001 MHz]

•

પારિભાષિક શબ્દો

પ્રકરણ 1

વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણ	Electromagnetic induction	(ઇલેક્ટ્રોમેગ્નેટિક ઇન્ડક્શન)
પ્રેરિત પ્રવાહ	Induced currecnt	(ઇન્ડ્યૂસ્ડ કરન્ટ)
ચુંબકીય પ્રેરણ	Magnetic induction	(મેગ્નેટિક ઇન્ડક્શન)
સમઘડી દિશા	Clockwise direction	(ક્લોકવાઇસ ડાઇરેક્શન)
વિષમઘડી દિશા	Anti clockwise direction	(એન્ટિ-ક્લોકવાઇસ ડાઇરેક્શન)
યાંત્રિક કાર્ય	Mechanical work	(મિકેનિકલ વર્ક)
ઊર્જા-સંરક્ષણના નિયમ	Law of conservation of energy	(લૉ ઑફ કન્ઝર્વેશન ઑફ એનર્જી)
તત્કાલીન	Instanteneous	(ઇન્સ્ટન્ટેનિયસ)
ગતિકીય ઇએમએફ	Motional emf	(મોશનલ ઇએમએફ)
યાંત્રિક પાવર	Mechanical Power	(મિકેનિકલ પાવર)
વિદ્યુતપાવર	Electric Power	(ઇલેક્ટ્રિક પાવર)
ઘૂમરી પ્રવાહો	Eddy currents	(એડી કરન્ટ્સ)
અવમંદન	Damping	(ડેમ્પિંગ)
આત્મપ્રેરણ	Self-inductance	(સેલ્ફ-ઇન્ડક્ટન્સ)
આત્મપ્રેરિત	Self-induced	(સેલ્ફ-ઇન્ડ્યૂસ્ડ)
આત્મપ્રેરકત્વ	Self-induction	(સેલ્ફ-ઇન્ડક્શન)
અન્યોન્ય પ્રેરણ	Mutual induction	(મ્યુચ્યુઅલ ઇન્ડક્શન)
આકાર	Shape	(શેઇપ)
પરિમાણ	Size	(સાઇઝ)
ચલિત ઇન્ડક્ટર	Variable inductor	(વેરિએબલ ઇન્ડક્ટર)
ઓલ્ટરનેટિંગ પ્રવાહ	A.C.	(એ.સી.)
વિદ્યુતચાલક બળ	Electromotive force	(ઇલેક્ટ્રોમોટિવ ફોર્સ)

વૉલ્ટેજ પ્રાપ્તિસ્થાન	Voltage source	(વૉલ્ટેજ સોર્સ)
એ. સી. ડાયનેમો	A. C. dynamo	(એ. સી. ડાઇનેમો)
એ. સી. જનરેટર	A. C. generator	(એ. સી. જનરેટર)
સમયગાળા	Time Intervals	(ટાઇમ ઇન્ટર્વલ્સ)

પ્રકરણ 2

એ. સી. પરિપથ	A.C. circuit	(એ. સી. સર્કિટ)
વિકલ સમીકરણ	Differential equation	(ડિફરન્સિયલ ઇક્વેશન)
બળપ્રેરિત દોલનો	Forced oscillations	(ફોર્સ્ડ ઓસ્સિલેશન્સ)
હાર્મોનિક વિધેયો	Hormonic function	(હાર્મોનિક ફંક્શન)
યાંત્રિક રાશિ	Mechanical quantities	(મિકેનિકલ ક્વૉન્ટિટીસ)
વિદ્યુતરાશિ	Electrical quantities	(ઇલેક્ટ્રિકલ ક્વૉન્ટિટીસ)
સ્થાનાંતર	Displacement	(ડિસ્પ્લેસમેન્ટ)
અવરોધક-ગુણાંક	Co-efficient of resistance	(કો-એફિસિયન્ટ ઑફ રેસિસ્ટન્સ)
બળ-અચળાંક	Force constant	(ફોર્સ કોન્સ્ટન્ટ)
કોણીય આવૃત્તિ	Angular frequency	(એન્ગ્યુલર ફ્રિક્વન્સી)
આવર્તબળ	Periodic force	(પિરિયોડિક ફોર્સ)
આવર્ત વૉલ્ટેજ	Periodic voltage	(પિરિયોડિક વૉલ્ટેજ)
સંકર સંખ્યાઓ	Complex numbers	(કોમ્પ્લેક્સ નમ્બર્સ)
વાસ્તવિક ભાગ	Real part	(રીઅલ પાર્ટ)
કાલ્પનિક ભાગ	Imaginary part	(ઇમેજિનરી પાર્ટ)
સંકર સમતલ	Complex plane	(કોમ્પ્લેક્સ પ્લેન)
અનુબદ્ધ સંકર સંખ્યા	Complex conjugate	(કોમ્પ્લેક્સ કોન્જ્યુગેટ)
ઇન્ડક્ટિવ પ્રતિબાધ	Inductive reactance	(ઇન્ડક્ટિવ રિએક્ટન્સ)
કેપેસિટિવ પ્રતિબાધ	Capacitive reactance	(કેપેસિટિવ રિએક્ટન્સ)
અવબાધ	Impidence	(ઇમ્પિડન્સ)
શ્રેણી-અનુનાદ	Series resonance	(સિરિઝ રિઝોનન્સ)
મહત્તમ પાવર	Maximum power	(મેક્સિમમ પાવર)
અનુનાદીય કોણીય આવૃત્તિ	Resonant angular frequency	(રિઝોનન્ટ એન્ગ્યુલર ફ્રિક્વન્સી)
અનુનાદ-વક્ર	Resonance curve	(રિઝોનન્સ કર્વ)
તીક્ષ્ણતા	Sharpness	(શાર્પનેસ)
નાબૂદ	Cancel	(કેન્સલ)
ગોઠવણી	Arrangement	(અરેન્જમેન્ટ)
અનુનાદ-આવૃત્તિ	Resonance frequency	(રિઝોનન્સ ફ્રિક્વન્સી)
પરિણામી	Resultant	(રિઝલ્ટન્ટ)
વિધેયાત્મક	Functional	(ફંક્શનલ)

સંકળાયેલ	Associated	(અસોસિએટેડ)
ટ્રાન્સફોર્મર	Transformer	(ટ્રાન્સફોર્મર)
તાત્ક્ષણિક પાવર	Instantaneous power	(ઇન્સ્ટન્ટેનિયસ પાવર)

પ્રકરણ 3

વિદ્યુતચુંબકીય તરંગ	Electromagnetic wave	(ઇલેક્ટ્રોમેગ્નેટિક વેવ)
સ્થાનાંતરપ્રવાહ	Displacement current	(ડિસ્પ્લેસમેન્ટ કરન્ટ)
સ્થિતિમાનનો તફાવત	Potential difference	(પોટેન્શિયલ ડિફરન્સ)
સમાસબળ	Resultant force	(રિઝલ્ટન્ટ ફોર્સ)
ઉત્સર્જનની પ્રક્રિયા	Process of Emission	(પ્રોસેસ ઓફ એમિશન)
બંધ ગાળાઓ	Loop	(લુપ)
કળા	Phase	(ફેઝ)
ઉત્સર્જિત	Radiated	(રેડિએટેડ)
લાક્ષણિકતા	Characteristic	(કેરેક્ટરિસ્ટિક્સ)
કોણીય આવૃત્તિ	Angular frequency	(એન્ગ્યુલર ફ્રિક્વન્સી)
તરંગસદિશ	Wave vector	(વેવવેક્ટર)
લંબગત	Transverse	(ટ્રાન્સવર્સ)
રેખીય વેગમાન	Linear momentum	(લિનિયર મોમેન્ટમ)
ઊર્જાઘનતા	Energy density	(એનર્જી ડેન્સિટી)
વિકિરણ	Radiation	(રેડિયેશન)
તીવ્રતા	Intensity	(ઇન્ટેન્સિટી)
વર્ણપટ	Spectrum	(સ્પેક્ટ્રમ)
આવૃત્તિ	Frequency	(ફ્રિક્વન્સી)
તરંગલંબાઈ	Wave length	(વેવલેન્થ)
વર્ગીકરણ	Classification	(ક્લાસિફિકેશન)
વાતાવરણ	Atmosphere	(એટ્મોસ્ફિયર)
સંદેશાવ્યવહાર	Communication	(કમ્યૂનિકેશન)
ઉપગ્રહ	Satellite	(સેટેલાઇટ)
ઉપકરણ	Instrument	(ઇન્સ્ટ્રુમેન્ટ)

પ્રકરણ 4

તરંગપ્રકાશશાસ્ત્ર	Wave optics	(વેવ-ઑપ્ટિક્સ)
પ્રકાશશાસ્ત્ર	Optics	(ઑપ્ટિક્સ)
કણ	Particle	(પાર્ટિકલ)
સ્થિતિસ્થાપકતા	Elasticity	(ઇલાસ્ટિસિટી)
કણવાદ	Corpuscular theory	(કોર્પસ્ક્યુલર થિયરી)
તરંગવાદ	Wave theory	(વેવથિયરી)
તરંગ-અગ્ર	Wave front	(વેવફ્રન્ટ)

સિદ્ધાંત	Principle	(પ્રિન્સિપલ)
સમાંગ	Homogeneous	(હોમોજિનિયસ)
સમદિગ્ધર્મી	Isotropic	(આઇસોટ્રોપિક)
ગૌણ ઉદ્ગમ	Secondary source	(સેકન્ડરી સોર્સ)
ગૌણ તરંગ	Wavelet	(વેવલેટ)
પરાવર્તન	Reflection	(રિફ્લેક્શન)
વક્રીભવન	Refraction	(રિફ્રેક્શન)
વક્રીભવનાંક	Refractive index	(રિફ્રેક્ટિવ ઇન્ડેક્સ)
પાતળા	Thin	(થિન)
ઘટ્ટ	Dense	(ડેન્સ)
નિર્ગમન	Emergent	(ઇમર્જન્ટ)
બહિર્ગોળ લેન્સ	Convex lens	(કોન્વેક્સ લેન્સ)
મુખ્ય કેન્દ્ર	Focal point	(ફોકલ પૉઇન્ટ)
અંતર્ગોળ અરીસા	Concave mirror	(કોન્કેવ મિરર)
વિશિષ્ટ સાપેક્ષવાદ	Special relativity	(સ્પેશિયલ રિલેટિવિટી)
વ્યતીકરણ	Interference	(ઇન્ટરફેરન્સ)
તરંગમાળા	Wavetrain	(વેવટ્રેન)
સંપાતીકરણ	Superposition	(સુપરપોઝિશન)
અવલોકન	Observation	(ઑબ્ઝર્વેશન)
આવર્તવિધેય	Periodic function	(પિરિઑડિક ફંક્શન)
કંપવિસ્તાર	Amplitude	(એમ્પ્લિટ્યૂડ)
અસુસમ્બદ્ધ ઉદ્ગમ	Non coherent source	(નોન-કોહરન્ટ સોર્સ)
સુસમ્બદ્ધ ઉદ્ગમ	Coherent source	(કોરન્ટ સોર્સ)
સહાયક	Constructive	(કન્સ્ટ્રક્ટિવ)
વિનાશક	Destructive	(ડિસ્ટ્રક્ટિવ)
વહેંચણી	Distribution	(ડિસ્ટ્રિબ્યુશન)
લંબદ્વિભાજક	Perpendicalar bisectar	(પરપેન્ડિક્યુલર બિસેક્ટર)
સ્થિર	Stationary	(સ્ટેશનરી)
નિર્દેશન	Demostration	(ડિમોન્સ્ટ્રેશન)
શલાકા	Frinze	(ફ્રિન્ઝ)
પથ-તફાવત	Path Difference	(પાથ-ડિફરન્સ)
પહોળાઈ	Width	(વિડ્થ)
વિવર્તન	Diffraction	(ડિફ્રેક્શન)
અડચણ	Obstecle	(ઑબ્સ્ટેકલ)
ગુણોત્તર	Ratio	(રેશિઓ)
મધ્યસ્થ અધિકતમ	Central maximum	(સેન્ટ્રલ મેક્સિમમ)

ન્યૂનતમ	Minimum	(મિનિમમ)
વિવર્તનભાત	Diffraction pattern	(ડિફ્રેક્શન પેટર્ન)
વિભેદનશક્તિ	Resolving power	(રિઝોલ્વિંગ પાવર)
કેન્દ્રલંબાઈ	Focal length	(ફોકલ લેન્થ)
તરંગ	Wave	(વેવ)
સંગત તરંગ	Longitudinal wave	((લૉન્જિટ્યૂડનલ વેવ)
લંબગત તરંગ	Transeverse wave	(ટ્રાન્સવર્સ વેવ)
ધ્રુવીભવન	Polarization	(પોલરાઇઝેશન)
અધ્રુવીભૂત પ્રકાશ	Unpolarizedlight	(અનપોલરાઇઝ્ડ લાઇટ)
પ્રકાશસદિશ	Light vector	(લાઇટ વેક્ટર)
તલધ્રુવીભૂત પ્રકાશ	Plane polarized light	(પ્લેન પોલરાઇઝ્ડ લાઇટ)
દગ્-અક્ષ	Optic axis	(ઑપ્ટિક એક્સિસ)
સ્ફટિક	Crystal	(ક્રિસ્ટલ)
સામાન્ય કિરણ	Ordinary Ray	(ઑર્ડિનરી રે)
અસામાન્ય કિરણ	Extra ordinary ray	(એક્સ્ટ્રા ઑર્ડિનરી રે)
ધ્રુવીભવનકોણ	Angle of polarization	(એન્ગલ ઑફ પોલરાઇઝેશન)
આપાતકોણ	Angle of incident	(એન્ગલ ઑફ ઇન્સિડેન્ટ)
પ્રકેરિત	Scattered	(સ્કેટર્ડ)
પ્રતિબળ	Stress	(સ્ટ્રેસ)
વિકૃતિ	Strain	(સ્ટ્રેઇન)

પ્રકરણ 5

મૂળભૂત કણ	Fundamental particle	(ફન્ડામેન્ટલ પાર્ટિકલ)
અવિભાજ્ય	Indivisible	(ઇનડિવિઝિબલ)
સ્થાયી	Stable	(સ્ટેબલ)
તરબૂચ મૉડેલ	Watermelon model	(વૉટરમેલોન મૉડેલ)
ધારણા	Assumption	(એઝમ્પશન)
ત્રિજ્યા	Radius	(રેડિયસ)
કક્ષા	Orbit	(ઑર્બિટ)
અસતત	Discrete	(ડિસ્ક્રિટ)
તરંગ-વિધેય	Wave function	(વેવ-ફંક્શન)
કક્ષીય ગતિ	Orbital motion	(ઓરબિટલ મોશન)
કોણીય વેગમાન	Angular momentum	(એન્ગ્યુલર મોમેન્ટમ)
ધરાસ્થિતિ	Ground state	(ગ્રાઉન્ડસ્ટેટ)
સંક્રાંતિ	Transition	(ટ્રાન્ઝિશન)
કેન્દ્રગામી બળ	Centripetal force	(સેન્ટ્રિપિટલ ફોર્સ)
ઉત્સર્જન વર્ણપટ	Emission spectra	(એમિશન સ્પેક્ટ્રા)

શોષણ વર્ણપટ	Absorption spectra	(એબ્સોર્પ્શન સ્પેક્ટ્રા)
ગોળીય સરેરાશ	Spherical average	(સ્ફેરિકલ એવરેજ)
નમન	Orientation	(ઓરિએન્ટેશન)
નિષ્ક્રિય વાયુ	Inert gas	(ઇનર્ટ ગૅસ)
આયનીકરણ	Ionization	(આયોનાઇઝેશન)
ક્ષ-કિરણ	X-ray	(એક્સ-રે)
વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત	Electric potential difference	(ઇલેક્ટ્રિક પોટેન્શિયલ ડિફરન્સ)
લાક્ષણિકતાઓ	Characteristics	(કેરેક્ટરિસ્ટિક્સ)
સળંગ	Continuous	(કન્ટિન્યુઅસ)
લાક્ષણિક વર્ણપટ	Characteristics spectrum	(કેરેક્ટેરિસ્ટિક સ્પેક્ટ્રમ)
આવર્તકોષ્ટક	Periodic table	(પિરિઓડિક ટેબલ)
ઉત્તેજિત અવસ્થા	Excited state	(એક્સાઇટેડ સ્ટેટ)
એકરંગી	Monochrometic	(મોનોક્રોમેટિક)

પ્રકરણ 6

પરમાણુ-ક્રમાંક	Atomic number	(એટોમિક નંબર)
પરમાણુ-દળાંક	Atomic mass number	(એટોમિક માસનંબર)
સમસ્થાનિક	Isotope	(આઇસોટોપ)
સમદળીય	Isobar	(આઇસોબાર)
ન્યુક્લિયર-બળ	Nuclear force	(ન્યુક્લિયર ફોર્સ)
સ્થિતિ-ઊર્જા	Potential energy	(પોટેન્શિયલ એનર્જી)
લઘુઅંતરી બળ	Short range force	(શૉર્ટરેન્જ ફોર્સ)
ગર્ભ	Core	(કોર)
સ્થિરતા	Stability	(સ્ટેબિલિટી)
ન્યુક્લિયર-ત્રિજ્યા	Nuclear radius	(ન્યુક્લિયર રેડિયસ)
અથડામણ	Collision	(કોલિઝન)
આંતરક્રિયા	Interaction	(ઇન્ટરેક્શન)
બંધન-ઊર્જા	Binding energy	(બાઇન્ડિંગ એનર્જી)
દળક્ષતિ	Mass defect	(માસ ડિફેક્ટ)
નૈસર્ગિક	Natural	(નેચરલ)
પ્રસ્ફુરણ	Flouresence	(ફ્લોરસેન્સ)
તત્ત્વ	Element	(એલિમેન્ટ)
રેડિયો-ઍક્ટિવ વિકિરણ	Radioactive radiation	(રેડિયો-ઍક્ટિવ રેડિએશન)
બંધારણીય કણ	Constituent particle	(કોન્સ્ટિટ્યૂઅન્ટ પાર્ટિકલ)
ક્ષય-નિયતાંક	Decay constant	(ડિકે કોન્સ્ટન્ટ)
અલ્પજીવી	Short-lived	(શોર્ટ-લિવ્ડ)
ચરઘાતાંકીય	Exponential	(એક્સ્પોનેન્શિયલ)

ક્ષય-વક્ર	Decay curve	(ડિકે કર્વ)
સરેરાશ જીવનકાળ	Mean life time	(મીનલાઇફ ટાઇમ)
અર્ધ-આયુ	Half life	(હાફલાઇફ)
જનક	Parent	(પેરન્ટ)
જનિત	Daughter	(ડોટર)
પાસા	Aspect	(આસ્પેક્ટ)
ન્યુક્લિયર-પ્રક્રિયા	Nuclear reaction	(ન્યુક્લિયર રિએક્શન)
ઊર્જાશોષક	Exorgonic	(એક્સોરગોનિક)
ઊર્જાક્ષેપક	Endergonic	(એન્ડરગોનિક)
સંરક્ષણ	Conservation	(કન્ઝર્વેશન)
ગતિ-ઊર્જા	Kinetic energy	(કાઇનેટિક એનર્જી)
ન્યુક્લિયર વિખંડન	Nuclear fission	(ન્યુક્લિયર ફિશન)
સંયોજિત ન્યુક્લિયસ	Compound nucleus	(કમ્પાઉન્ડ ન્યુક્લિઅસ)
ન્યુક્લિયર શૃંખલા-પ્રક્રિયા	Nuclear chain reaction	(ન્યુક્લિયર ચેઇન રિએક્શન)
ગર્ભની રચના	Core design	(કોરડિઝાઇન)
નિયંત્રક સળિયા	Controlling rods	(કન્ટ્રોલિંગ રોડ્સ)
તાપન્યુક્લિયર સંલયન	Thermonuclear fusion	(થરમૉન્યુક્લિયર ફ્યુઝન)
ખતરા	Hazards	(હેઝાર્ડ્સ)

પ્રકરણ 7

સુવાહક	Conductor	(કન્ડક્ટર)
અવાહક	Insulator	(ઇન્સ્યુલેટર)
અંતર્ગત (શુદ્ધ) અર્ધવાહક	Intrinsic semi-conductor	(ઇન્ટ્રિન્સિક સેમીકન્ડક્ટર)
ચતુષ્ફલક	Tetrahedron	(ટેટ્રાહેડ્રોન)
સહસંયોજક બંધ	Co-valent bond	(કો-વેલન્ટ બોન્ડ)
ઉષ્મીય દોલન	Thermal oscillation	(થર્મલ ઓસ્સિલેશન)
સંખ્યા-ઘનતા	Number density	(નંબર-ડેન્સિટી)
અર્ધવાહક	Semi-conductor	(સેમી-કન્ડક્ટર)
બહિર્ગત અર્ધવાહક	Extrinsic semi-conductor	(એક્ટ્રિન્સિક સેમીકન્ડક્ટર)
મુખ્ય વિદ્યુતભારવાહક	Majority charge carrier	(મેજોરિટી ચાર્જ કેરિયર)
સ્ફટિક લૅટિસ	Crystal lattice	(ક્રિસ્ટલ લૅટિસ)
સંખ્યાત્મક રીતે	Numerically	(ન્યુમેરિકલિ)
સંન્નિકટતા	Approximation	(એપ્રોક્શિમેશન)
સંપાત	Overlap	(ઓવરલેપ)
વિદ્યુતવહન	Electrical conduction	(ઇલેક્ટ્રિકલ કન્ડક્શન)
અશુદ્ધિ	Impurity	(ઇમ્પ્યોરિટી)
સમતોલનની સ્થિતિ	Equilibrium state	(ઇક્વિલિબ્રિયમ સ્ટેટ)

પુનઃસંયોજન	Recombination	(રિકોમ્બિનેશન)
પુનઃસંયોજન-ગુણાંક	Recombination coefficient	(રિકોમ્બિનેશન કો-એફિસિઅન્ટ)
સંયોજન	Compound	(કમ્પાઉન્ડ)
વિદ્યુતક્ષેત્ર	Electric field	(ઇલેક્ટ્રિક ફિલ્ડ)
ડેપ્લેશન બેરિયર	Depletion barrier	(ડિપ્લેશન બેરિયર)
સ્થિત લાક્ષણિકતા	Static characteristics	(સ્ટેટિક કેરેક્ટેરિસ્ટિક્સ)
અર્ધતરંગ	Half wave	(હાફ વેવ)
પૂર્ણતરંગ	Full wave	(ફુલ વેવ)
ઝેનર અસર	Zener effect	(ઝેનર ઇફેક્ટ)
એવલાન્શ અસર	Avalanche effect	(એવલાન્શ ઇફેક્ટ)
વૉલ્ટેજ નિયામક પરિપથ	Voltage regulator circuit	(વૉલ્ટેજ રેગ્યુલેટર સર્કિટ)
પાતળું સ્તર	Thin layer	(થિન લેયર)
કાર્યરત વિસ્તાર	Active region	(એક્ટિવ રિજિઅન)
ગૌણ વિદ્યુતકોષ	Stroage cell	(સ્ટોરેજ સેલ)
સ્થિત લાક્ષણિક આલેખ	Static characteristic curve	(સ્ટેટિક કેરેક્ટરિસ્ટિક કર્વ)
ઇનપુટ લાક્ષણિકતા	Input characteristic curve	(ઇનપુટ કેરેક્ટરિસ્ટિકર્વ)
આઉટપુટ લાક્ષણિકતા	Output characteristic	(આઉટપુટ કેરેક્ટરિસ્ટિક)
અવરોધ	Resistance	(રેઝિસ્ટન્સ)
પ્રવાહગેઇન	Current gain	(કરન્ટગેઇન)
પાવરગેઇન	Power gain	(પાવરગેઇન)
ધન લૉજિક પદ્ધતિ	Positive logic system	(પૉઝિટિવ લૉજિક સિસ્ટમ)
ઋણ લૉજિક પદ્ધતિ	Negative logic system	(નેગેટિવ લૉજિક સિસ્ટમ)
બુલિયન સમીકરણ	Boolean equation	(બુલિયન ઇક્વેશન)
પ્રાથમિક ખ્યાલ	Primary concept	(પ્રાઇમરી કોન્સેપ્ટ)
પટ્ટી	Strip	(સ્ટ્રિપ)

પ્રકરણ 8

કમ્યૂનિકેશન પદ્ધતિ	Communication system	(કમ્યૂનિકેશન સિસ્ટમ)
સમાક્ષી	Co-axial	(કો-એક્સિઅલ)
મુક્ત અવકાશ	Free space	(ફ્રિ સ્પેસ)
પૃષ્ઠ-તરંગ	Surface wave	(સરફેસ વેવ)
પૃષ્ઠ-તરંગ પ્રસરણ	Surface wave propagation	(સરફેસવેવ પ્રોપેગેશન)
દૃષ્ટિરેખી	Line of sight	(લાઇન ઓફ સાઇટ)
ભૂ-સ્થિર	Geo-stationary	(જિઓ-સ્ટેશનરી)
વિવર્ધિત	Magnifield	(મેગ્નિફાઇડ)
અધિમિશ્રણ	modulation	(મોડ્યુલેશન)

•

ઉકેલ

પ્રકરણ 1

1. આકૃતિમાં દર્શાવેલ નેટવર્ક સંતુલિત વ્હીસ્ટનબ્રિજ હોવાથી નેટવર્કનો સમતુલ્ય અવરોધ $R^{1} = 3\ \Omega$ લૂપનો અવરોધ $1\ \Omega$ હોવાથી,

પરિપથનો અસરકારક અવરોધ $R = 3 + 1 = 4\ \Omega$ થશે.

લૂપમાં પ્રેરિત emf, $\varepsilon = Blv$

લૂપમાં પ્રવાહ $I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{Blv}{R}$

$\Rightarrow v = \frac{IR}{Bl}$ પરથી v શોધો.

2. ચુંબકીય ક્ષેત્ર ગૂંચળાના પૃષ્ઠને લંબ હોવાથી, $\therefore\ \theta = 0^{\circ}$

$\therefore$ ચુંબકીય ફ્લક્સ $\phi = AB\cos 0 = AB$

$B_1 = 0.1\ Wbm^{-2}$ હોય, ત્યારે પ્રારંભિક ફ્લક્સ $\phi_1 = AB_1$

$B_2 = 0.2\ Wbm^{-2}$ થાય, ત્યારે અંતિમ ફ્લક્સ $\phi_2 = AB_2$

ફ્લક્સનો ફેરફાર $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = A(B_2 - B_1)$

સરેરાશ પ્રેરિત emf $<\varepsilon> = N\frac{\Delta}{\Delta t}$ સૂત્રનો ઉપયોગ કરી ગણો.

3. (i) 0°થી 90° ભ્રમણ દરમિયાન,

$\phi_1 = BA\cos 0^{\circ} = BA$

$\phi_2 = BA\cos 90^{\circ} = 0$

સરેરાશ પ્રેરિત emf $<\varepsilon> = -\frac{N\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{N(\phi_2 - \phi_1)}{t}$

$t = \frac{T}{4}$ મૂકતાં $= -\frac{N(0 - BA)}{\left(\frac{T}{4}\right)} = \frac{4NBA}{T}$

(ii) (90° થી 180°) ભ્રમણ દરમિયાન,

$\phi_1 = BA\cos 90^{\circ} = 0,\ \phi_2 = BA\cos 180^{\circ} = -BA,\ t = \frac{T}{4}$

$<\varepsilon> = -\frac{N\Delta}{\Delta t} = -\frac{N(0 - BA)}{\left(\frac{T}{4}\right)},$

$<\varepsilon> = \frac{+4NBA}{T}$

તે જ પ્રમાણે (iii) અને (iv)ના કિસ્સામાં પ્રેરિત $<\varepsilon> = \frac{-4NBA}{T}$ મળશે.

4. તારથી x અંતરે, dx પહોળાઈનો અને b લંબાઈનો એક પૃષ્ઠખંડ કલ્પો.

તારથી x અંતરે, I પ્રવાહધારિત લાંબા તારને કારણે ઉદ્‌ભવતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર, $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$

ઉપર્યુક્ત પૃષ્ઠખંડ સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સ,

$d\phi = AB = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}(bdx)$

લૂપ સાથે સંકળાયેલ કુલ ચુંબકીય ફ્લક્સ શોધવા માટે $d\phi$નું $x = a$ થી $x = L + a$ વચ્ચે સંકલન કરો.

5. $l = 2$ m, $d = 20$ m, $B = 0.7 \times 10^{-4}$ T

એન્ગલ ઓફ ડિપ $\phi = 60^\circ$

ગતિના સમીકરણ $v^2 = 2gd$નો ઉપયોગ કરી સળિયાનો વેગ (v) શોધો.

$B_h = B\cos\phi = (0.7 \times 10^{-4})\cos 60^\circ = 0.35 \times 10^{-4}$ T

હવે, $\varepsilon = B_h vl$ સૂત્ર વાપરી સળિયામાં ઉત્પન્ન થતું પ્રેરિત emf શોધો.

6. જ્યારે સળિયાનો વેગ v હોય ત્યારે, સળિયામાં પ્રેરિત emf $\varepsilon = Bvl$

સળિયામાં પ્રેરિત પ્રવાહ $I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{Bvl}{R}$

સળિયા પર, તેની ગતિની વિરુદ્ધ લાગતું બળ,

$F_B = BIl = \frac{B^2 v_t l^2}{R}$

જ્યારે આ બળ સળિયાના વજન જેટલું થાય, ત્યારે પ્રવેગ શૂન્ય થાય અને પછી સળિયો અચળ ટર્મિનલવેગ (v_t) થી ગતિ ચાલુ રાખે.

$\therefore mg = \frac{B^2 v_t l^2}{R}$ પરથી v_t શોધો.

7. ધારો કે, t સમયે L_1 અને L_2 ઇન્ડક્ટરમાંથી વહેતા પ્રવાહનાં મૂલ્યો અનુક્રમે I_1 અને I_2 છે અને તેમના ફેરફારના દર અનુક્રમે $\left(\frac{dI_1}{dt}\right)$ અને $\left(\frac{dI_2}{dt}\right)$ છે.

ઇન્ડક્ટર L_1ના બે છેડા વચ્ચે ઉદ્‌ભવતું p.d.

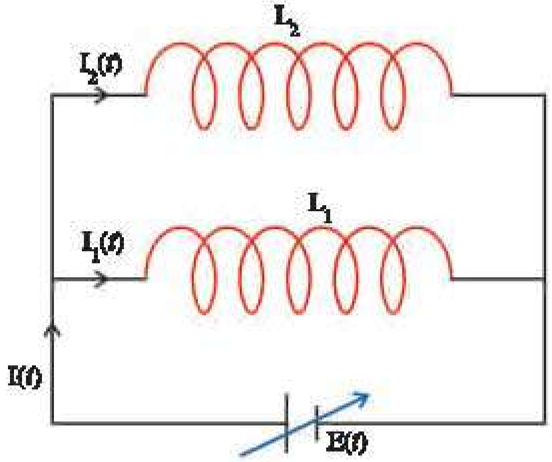
$\varepsilon = -L_1 \frac{dI_1}{dt} \Rightarrow \frac{dI_1}{dt} = -\frac{\varepsilon}{L_1}$

ઇન્ડક્ટર L_1ના બે છેડા વચ્ચે

$\varepsilon = -L_2 \frac{dI_2}{dt} \Rightarrow \frac{dI_2}{dt} = -\frac{\varepsilon}{L_2}$

ઇન્ડક્ટર્સના તંત્રનું સમતુલ્ય ઇન્ડક્ટન્સ L હોય તો,

$\varepsilon = -L\frac{dI}{dt}$ જ્યાં I = મુખ્ય પરિપથમાં t સમયે વહેતો પ્રવાહ



$\rightarrow \varepsilon = -L\frac{d}{dt}(I_1 + I_2)$

$\rightarrow \varepsilon = -L\left(\frac{dI_1}{dt} + \frac{dI_2}{dt}\right)$ માં $\frac{dI_1}{dt}$ અને $\frac{dI_2}{dt}$ નાં મૂલ્યો મૂકી L મેળવો.

8. **A ગૂંચળું** **B ગૂંચળું**

$N_A = 600$ $N_B = 300$

$I_A = 3.0$ A $\phi_B = 9 \times 10^{-5}$ Wb

$\phi_A = 1.2 \times 10^{-4}$ Wb

(i) ગૂંચળા Aનું આત્મ-પ્રેરકત્વ

$$L_A = \frac{\Phi_A}{I_A} = \frac{N_A\Phi_A}{I_A} = \frac{600 \times 1.2 \times 10^{-4}}{3} = 2.4 \times 10^{-2} \text{ H} = 24\ m\text{H}$$

(ii) ગૂંચળા A અને Bથી બનતા તંત્રનું અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ,

$$M_{BA} = \frac{\Phi_A}{I_A} = \frac{9 \times 10^{-5}}{3} = 3 \times 10^{-5} \text{ H} = 30\ \mu\text{H}$$ સૂત્રોનો ઉપયોગ કરો.

9. ટોરોઇડલ રિંગના વર્તુળની ત્રિજ્યા $r_1 = 10 \times 10^{-2}$ m

ટોરોઇડલ રિંગના આડછેદની ત્રિજ્યા $r_2 = 2 \times 10^{-2}$ m

વાઇન્ડિંગમાં આંટાઓની સખ્યા $N = 1.5 \times 10^4$

ટોરોઇડલ રિંગમાં ચુંબકીય ક્ષેત્ર, $B = \mu_0 nI = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r_1}$

ટોરોઇડલ રિંગ સાથે સંકળાયેલ કુલ ફ્લક્સ

$\Phi = NAB$

$\Phi = N(\pi r_2^2)\left(\frac{\mu_0 NI}{2\pi r_1}\right)$

રિંગનું ઇન્ડક્ટન્સ $L = \frac{\phi}{I}$ પરથી શોધો.

10. ધારો કે R ત્રિજ્યાની મોટી લૂપમાંથી I પ્રવાહ વહે છે. આ પ્રવાહને લીધે મોટી લૂપના કેન્દ્ર આગળ ઉદ્‌ભવતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર.

$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$

r ત્રિજ્યાની નાની લૂપ સાથે સંકળાતું ફ્લક્સ,

$\Phi = AB$

$\Phi = (\pi r^2)\left(\frac{\mu_0 I}{2R}\right)$

બંને લૂપના તંત્રનું અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ,

$M = \frac{\Phi}{I}$ સૂત્રનો ઉપયોગ કરી ગણો.

•

પ્રકરણ 2

1. લેમ્પનો અવરોધ $R = \frac{V^2}{P}$ માં V અને Pનાં (રેટિંગનાં) મૂલ્યો મૂકી અવરોધ શોધો. બલ્બમાંથી પસાર થઈ શકતો મહત્તમ પ્રવાહ $I = \frac{P}{V}$ માં P અને Vના મૂલ્યો (રેટિંગ પરથી) મૂકી પ્રવાહ શોધો. બલ્બને 220 Vના ઉદ્‌ગમ સાથે જોડતાં આ મહત્તમ પ્રવાહ જેટલો પ્રવાહ પસાર થાય, તો તે સંપૂર્ણ રીતે પ્રકાશિત થાય. આ હેતુ માટે બલ્બની સાથે શ્રેણીમાં ચોકકોઈલ (એક ખાસ પ્રકારનું ઈન્ડક્ટર જ છે.) મૂકવી જોઈએ. આદર્શ રીતે ચોક કોઈલમાં કોઈ પાવરનો વ્યય થતો નથી અને પ્રવાહ નિયંત્રિત કરી શકાય છે. આમ, આ L-R એ.સી. પરિપથ બને છે.

$$\therefore I_{rms} = \frac{V_{rms}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

માંથી Lને સૂત્રનો કર્તા બનાવી તેના માં R, $\omega = 2\pi f$. જ્યાં f = 50 Hz, V_{rms} = 220 V, I_{rms} = મહત્તમ પ્રવાહનાં મૂલ્યો મૂકી L શોધો.

2. L-C-R શ્રેણી એ.સી. પરિપથ માટે $|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

જ્યાં $X_L = \omega L = 2\pi f L$ અને $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$

પરથી |Z| શોધો. અવરોધના બે છેડા વચ્ચેનો વૉલ્ટેજ = $I_{rms}R$ શોધો.

3. ટ્યૂન કરવું એટલે પરિપથને અનુનાદ સ્થિતિમાં લાવવો. અનુનાદ સ્થિતિમાં

$\omega L = \frac{1}{\omega C}$ એટલે $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$$\therefore f = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$\therefore\ C = \frac{1}{4\pi^2 f^2}\frac{1}{L}$

માં $f = 800 \times 10^3$ Hz મૂકી C શોધો. તે જ રીતે $f = 1200 \times 10^3$ Hz મૂકી C શોધો.
C ના આ બે મૂલ્યો ચલ કેપેસિટરની રેન્જ દર્શાવે છે. એટલે કે Cનાં બે મૂલ્યો વચ્ચેનાં મૂલ્યો વડે 800 kHz અને 1200 kHz વચ્ચેની આવૃત્તિ માટે પરિપથમાં ટ્યૂનિંગ મેળવી શકાય છે.

4. (1) $I_{max} = \sqrt{2}\, I_{rms} = \sqrt{2}\frac{V_{rms}}{|Z|}$ માં V_{rms} અને $Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$ નો ઉપયોગ કરી I_{max} શોધો.

$\omega = 2\pi f$

(2) $\tan\delta = \frac{\omega L}{R}$ પરથી δ શોધો. સમય-તફાવત $= \frac{\delta(\text{in rad})}{\omega}$ (રેડિયનમાં) પરથી સમય તફાવત શોધો.

5. (1) $\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_p} = \frac{N_s}{N_p}$ પરથી ε_s શોધો.

(2) $\varepsilon_p I_p = \varepsilon_s I_s \Rightarrow I_p = \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_p} I_s = \frac{N_s}{N_p} I_s$ પરથી I_p શોધો.

(3) આઉટપુટ પાવર $= \varepsilon_s I_s$ ઇનપુટ પાવર $= \varepsilon_p I_p$

6. પાવર $= V_{rms} I_{rms} \cos\delta$

પરંતુ $I_{rms} = \frac{V_{rms}}{|Z|}$,

$\therefore$ પાવર $= \frac{V_{rms}^2}{|Z|}\cos\delta$ જ્યાં $|Z|^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2$ પરથી પાવર શોધો.

પાવરફેક્ટર $\cos\delta = \frac{R}{|Z|}$ પરથી પાવરફેક્ટર શોધો.

7. આવર્તકાળના અર્ધચક્ર પર Vનું સરેરાશ મૂલ્ય

$$= \frac{1}{T/2}\int_0^{T/2} V\,dt = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} V_m \sin\omega t\,dt$$

$$= \frac{2V_m}{T}\left[-\frac{\cos\omega t}{\omega}\right]_0^{T/2} = \frac{2V_m}{T\omega}\left[-\cos\frac{2\pi}{T}\frac{T}{2} + \cos\left(\frac{2\pi}{T}0\right)\right]$$

$$= \frac{2V_m}{T\frac{2\pi}{T}}(1 + 1)$$

$$= \frac{2V_m}{\pi}$$

8. અત્રે $t = 0$, $V = 0$ દર્શાવે છે કે, વોલ્ટેજને sine વિધેય વડે દર્શાવી શકાય. $\therefore V = V_m \sin\omega t$, જ્યાં $V_m = 100$ V આપેલ છે. $t = \frac{1}{100\pi}$ s, V = 2 V તથા $\omega = 2\pi f$ મૂકી f શોધો.

9. અત્રે $V = V_m\cos\omega t$.............(i) તથા $I = \frac{V_m}{|Z|}\cos(\omega t - \delta)$ ....(ii) દ્વારા ઇન્ડક્ટર ધરાવતા એ.સી. પરિપથ માટે $|Z| = \omega L$, $\delta = \frac{\pi}{2}$ વળી, $\omega = 2\pi f$ આ મૂલ્યો સમીકરણ (ii)માં મૂકી, Iનું સમીકરણ મેળવો.

10. $P = \frac{V_m}{\sqrt{2}}\frac{I_m}{\sqrt{2}}\cos\delta$માં $\cos\delta = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}$

$X_C = 30\ \Omega$, $R = 40\ \Omega$, $V_m = 220$ V તથા $I_m = 4.4$ A મૂકી પાવર તથા પાવર-ફેક્ટર ગણો.

11. મહત્તમ વીજપ્રવાહ $I_m = \frac{V_m}{|Z|}$ જ્યાં $|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$ $\omega = 2\pi f$માં મૂલ્યો મૂકી I_m શોધો.

12. I^2ના rms મૂલ્ય માટે

$I^2 = (I_1\sin\omega t + I_2\cos\omega t)^2$નું વિસ્તરણ કરો.

આ વિસ્તરણ પરથી

$$\therefore \left\langle I^2 \right\rangle = I_1^2\left\langle \sin^2 \omega t\right\rangle + I_2^2\left\langle \cos^2 \omega t\right\rangle + 2I_1I_2\left\langle \sin \omega t \cos \omega t\right\rangle$$

હવે $\left\langle \cos^2 \omega t\right\rangle = \left\langle \sin^2 \omega t\right\rangle = \frac{1}{2}$ તથા $\left\langle \sin \omega t \cos \omega t\right\rangle = 0$

$$\therefore \left\langle I^2 \right\rangle = \frac{I_1^2}{2} + \frac{I_2^2}{2} + 0$$

$$\therefore I_{rms} = \sqrt{\frac{I_1^2 + I_2^2}{2}}$$

13. મુક્ત LC દોલનોના પ્રાકૃતિક કોણીય આવૃત્તિ $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ માં L અને Cનાં મૂલ્યો મૂકી $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ગણો.

•

પ્રકરણ 3

1. (a) $\lambda = \frac{2\pi}{k}$, $f = \frac{\omega}{2\pi}$

(b) $E_0 = B_0 c$

સમીકરણ પરથી તરંગનો વેગ (c) ઋણ X-અક્ષની દિશામાં છે, અને ચુંબકીય ક્ષેત્ર Y-અક્ષ પર ધન છે. $\vec{c}$ની દિશા $(\vec{E} \times \vec{B})$ની દિશા મુજબ હોવાથી $\vec{E} = E_0\hat{k} \equiv E_z\hat{k}$.

2. $I = \frac{\text{પાવર}}{\text{ક્ષેત્રફળ}} = \frac{\text{પાવર}}{4\pi r^2}$, $r = 1$ m

3. (a) $B_0 = \frac{E_0}{c}$,

(b) $I = \varepsilon_0 c E_{rms}^2 = \varepsilon_0 c \left(\frac{E_0}{\sqrt{2}}\right)^2$,

(c) પાવર $= I \times$ ક્ષેત્રફળ $= I \times 4\pi r^2$

4. $I = \varepsilon_0 c E_{rms}^2 = \frac{P_S}{4\pi r^2}$

$\therefore E_{rms} = \sqrt{\frac{P_S}{4\pi r^2 \varepsilon_0 c}}$

$B_{rms} = \frac{E_{rms}}{c}$

5. તરંગની તીવ્રતા $I = \varepsilon_0 c E_{rms}^2$

પાવર $= I \times$ ક્ષેત્રફળ

$\therefore$ ઊર્જા $=$ પાવર $\times$ સમય (સમય $t = 1$ s)

એકમ સમયમાં મળતું વેગમાન

$\Delta p = \frac{\Delta U}{c}$

રેડિયેશન-દબાણ $= \frac{\Delta P}{\text{ક્ષેત્રફળ}}$

6. (a) ઊર્જાઘનતા માટે $\rho_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2$ સમીકરણનો ઉપયોગ કરો.

(b) નળાકારમાં સમાયેલી ઊર્જા માટે $\Delta U = \rho_E \times V$નો ઉપયોગ કરો.

(c) વિકિરણની તીવ્રતા માટે $I = \rho_E c$નો ઉપયોગ કરો.

(d) સંપૂર્ણ શોષણ માટે એક સેકન્ડમાં નળાકારને મળતું વેગમમન $\Delta p = \frac{\Delta U}{c}$.

(e) વિકિરણનું દબાણ શોધવા $p = \frac{\Delta p}{A}$નો ઉપયોગ કરો.

•

પ્રકરણ 4

1. અપ્રકાશિત શલાકા માટે $\frac{x_n d}{D} = (2n - 1)\frac{\lambda}{2}$ પરથી λ ગણો.

2. પ્રકાશિત શલાકા માટે $\frac{x_n d}{D} = n\lambda$

અપ્રકાશિત શલાકા માટે $\frac{x_m d}{D} = (2n - 1)\frac{\lambda}{2}$

∴ આ શલાકાઓ વચ્ચેનું અંતર $x_m - x_n$.

3. સમીકરણ $\frac{x_n d}{D} = n\lambda$નો ઉપયોગ કરવો.

4. $\bar{x}_1 = \frac{\lambda D}{d}$ અને $\bar{x}_2 = \frac{\lambda(D + 50)}{d}$ ∴ $\lambda = \frac{(\bar{x}_2 - \bar{x}_1)d}{50}$

5. $t_2 - t_1 = nT = n\left(\frac{1}{f}\right)$ (આપેલ છે.)

પથ તફાવત $= r_2 - r_1 = c(t_2 - t_1) = c \times \frac{n}{f} = n\lambda$

6. આકૃતિ પરથી, પથ તફાવત $= SS_2P - SS_1P = (SS_2 - SS_1) + (r_2 - r_1)$

$$= 0.25\lambda + \frac{xd}{D} = \frac{\lambda}{4} + \frac{xd}{D}$$

(i) સહાયક વ્યતિકરણ માટે

$$\frac{\lambda}{4} + \frac{xd}{D} = n\lambda \Rightarrow \lambda\left(n - \frac{1}{4}\right) = \frac{xd}{D}$$

(ii) વિનાશક વ્યતિકરણ માટે

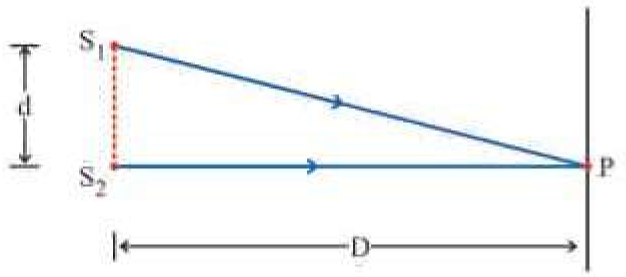
$$\frac{\lambda}{4} + \frac{xd}{D} = (2n - 1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \frac{\lambda}{2}\left(2n - \frac{3}{2}\right) = \frac{xd}{D}$$

7. સમીકરણ $d\sin\theta = n\lambda$ પરથી, $\sin\theta = \frac{n}{2}$ ($\because d = 2\lambda$).

પણ $\sin\theta \le 1 \Rightarrow n \le 2$, અર્થાત્ $n = 0, 1$ અને 2.

8. $\frac{xd}{D} = n\lambda$ સૂત્રનો ઉપયોગ કરો.

9. અહીં, $d << D$.



પથ તફાવત $= (D^2 + d^2)^{\frac{1}{2}} - D$

$$= D\left(1 + \frac{d^2}{D^2}\right)^{\frac{1}{2}} - D$$

$$= D\left(1 + \frac{d^2}{2D^2}\right) - D \qquad (\because d >> D)$$

$$= \frac{d^2}{2D}$$

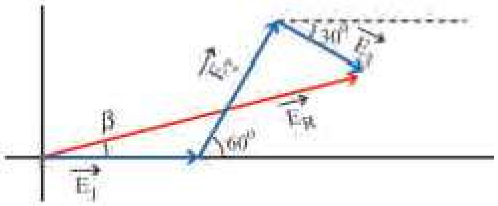
વિનાશક વ્યતિકરણ માટે $\frac{d^2}{2D} = (2n - 1)\frac{\lambda}{2}$

$\therefore \lambda = \frac{d^2}{D(2n-1)}$

$n = 1$ માટે $\lambda = \frac{d^2}{D}$

$n = 2$ માટે $\lambda = \frac{d^2}{3D}$ વગેરે.

10. સમક્ષિતિજ ઘટકોનો સરવાળો લેતાં, $E_0 + E_0\cos60^\circ + E_0\cos(-30^\circ) = 2.37E_0$



શિરોલંબ ઘટકોનો સરવાળો લેતાં, $0 + E_0\sin60^\circ + E_0\sin(-30^\circ) = 0.366E_0$

હવે, $E_R = \sqrt{(2.37E_0)^2 + (0.366E_0)^2} = 2.4\ E_0$

અને કળા, $\beta = \tan^{-1}\left(\frac{0.366E_0}{2.37E_0}\right) = 8.8^\circ$

11. વિવર્તન મહત્તમ માટે $d\sin\theta = (2n + 1)\frac{\lambda}{2}$

12. દ્વિતીય મહત્તમની પહોળાઈ = દ્વિતીય અને તૃતીય લઘુતમો વચ્ચેનું અંતર

વિવર્તન લઘુતમ માટે, $d\sin\theta = n\lambda$

વળી, નાના θ (rad માં), $\sin\theta \approx \tan\theta$

13. (i) પ્રવાહીનો વક્રીભવનાંક, $n_1 = \frac{\lambda}{\lambda'}$

જ્યાં, λ = હવામાં પ્રકાશની તરંગલંબાઈ

λ' = પ્રવાહીમાં પ્રકાશની તરંગલંબાઈ

$\therefore \lambda' = \frac{\lambda}{n_1} = \frac{6300 Å}{1.33}$

હવે, $\bar{x} = \frac{\lambda D}{d} = \frac{6300 \times 10^{-10}}{1.33 \times 10^{-3}} \times 1.33$

$\therefore \bar{x} = 0.63 \times 10^{-3}$ m

(ii) આકૃતિ (*a*) પરથી, $d = v_1 t_1$;

અહીં, n_1 = પ્રવાહીનો વક્રીભવનાંક

v_1 = તરંગની પ્રવાહીમાં ઝડપ

પણ, $v_1 n_1 = C$

$\therefore v_1 n_1 t_1 = ct_1 = r_1$ (1)

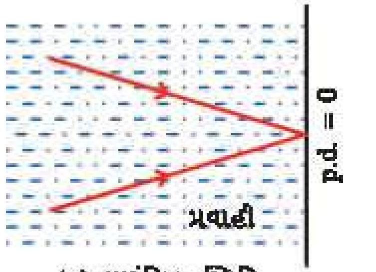
તે જ રીતે, આકૃતિ (*b*) પરથી,

$v_2 n_2 t_2 = ct_2 = r_2$ (2)

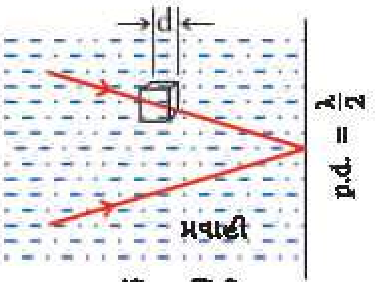
પ્રથમ ક્રમના ન્યૂનતમ માટે, પથ તફાવત

$r_2 - r_1 = \frac{\lambda}{2}$

સમીકરણ (1) અને (2) પરથી, $d = \frac{\lambda}{2(n_2 - n_1)}$.



(*a*) પ્રારંભિક સ્થિતિ



(b) અંતિમ સ્થિતિ

પ્રકરણ 5

1. હાઇડ્રોજન પરમાણુમાં n મુખ્ય ક્વૉન્ટમ-અંક ધરાવતી કક્ષાની ત્રિજ્યા,

$$r = \frac{n^2 h^2 \epsilon_0}{\pi m e^2}$$

અને આ કક્ષામાં ઇલેક્ટ્રૉનની ઝડપ,

$$v = \frac{e^2}{2\epsilon_0 nh}$$

કક્ષીય ઇલેક્ટ્રૉનની આવૃત્તિ,

$$f = \frac{1}{T} = \frac{v}{2\pi r} = \frac{me^4}{4\epsilon_0^2 n^3 h^2}$$

અથવા

$$f = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 ch^3} \times \frac{2c}{n^3}$$

$$= \frac{2Rc}{n^3}$$

$n = 2$ માટે $f = 8.23 \times 10^{14}$ sec^{-1}

∴ સરેરાશ જીવનકાળ દરમિયાન થતા પરિભ્રમણોની સંખ્યા,

$(8.23 \times 10^{14}) \times (10^{-8}) = 8.23 \times 10^6$

2. (i) $\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_k^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$

(ii) $E = \frac{hc}{\lambda}$

3. $\frac{1}{\lambda} = R = \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)$ સૂત્ર પરથી.

4. $\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ સૂત્ર પરથી પ્રથમ બામર શ્રેણી અને તે પરથી લાયમન શ્રેણી માટે ગણતરી કરો. અત્રે નોંધો કે R આપેલ નથી.

5. (i) ફાઇન-સ્ટ્રક્ચર અચળાંક αનું પારિમાણિક સૂત્ર મેળવો.

(ii) તેની કિંમત શોધો.

(iii) હાઇડ્રોજન પરમાણુ માટે $E_n = -\frac{me^2}{8\epsilon_0{}^2 h^2 n^2}$ છે.

હવે, $4\pi^2 c^2$ વડે ગુણી અને ભાગતાં, $E_n = \frac{-mc^2\alpha^2}{2n^2}$ મળે.

(iv) કોણીય વેગમાન, $l = mvr = \frac{h}{2\pi}$

$$\therefore\ v = \frac{h}{\left(\frac{mn^2h^2\epsilon_0}{\pi Ze^2m}\right)} \quad \left(\because\ r = \frac{n^2h^2\epsilon_0}{\pi Ze^2m}\right)$$

(હવે αનું સૂત્ર વાપરતાં $v = \alpha c$ મળે.)

6. હાઇડ્રોજન પરમાણુની બંધન-ઊર્જા, $|E| = +\ 21.76 \times 10^{-19}$ J

હાઇડ્રોજન વાયુની સરેરાશ ગતિ-ઊર્જા $= \frac{3}{2}k_BT$

$\therefore \frac{3}{2}k_BT = 21.76 \times 10^{-19}$

$\therefore\ T = 1.05 \times 10^5$ K

7. $E = \frac{-me^4}{8\epsilon_0^2h^2}\frac{Z^2}{n^2}$

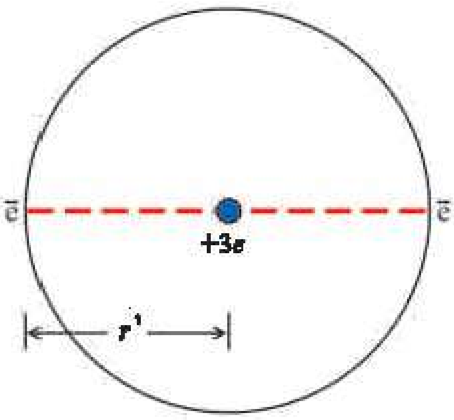
He^+ આયન માટે $Z = 2$, $n = 1$.

વળી, $\frac{-me^4}{8\epsilon_0^2h^2} = 13.6\ eV$ (જ્ઞાતકિંમત)

8. H_β-રેખા (એટલે કે, $n = 4 \rightarrow n = 2$)ના ઉત્સર્જન માટે ઇલેક્ટ્રૉનને પહેલાં $n = 4$ કક્ષામાં ઉત્તેજિત કરવો પડે.

તેથી આ બે કક્ષાનાં ઊર્જા-તફાવત જેટલી ઊર્જા આપવી પડે.

9. Li^+ આયનની કુલ ઊર્જા,



$$E_{tot} = 2 \times \left[\frac{1}{2}mv^2 - \frac{3e^2}{4\pi\epsilon_0 r'}\right] + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0(2r')}$$

પરંતુ $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{8\pi\epsilon_0}\frac{3e^2}{r'}$

અને

$$r' = \frac{n^2h^2\epsilon_0}{\pi mZe^2}$$

$\therefore\ E_{tot} = \frac{-15}{n^2}\left(\frac{me^4}{8\epsilon_0^2h^2}\right) = -\ 204\ eV$ ($\because\ n = 1$ અને $\frac{me^4}{8\epsilon_0^2h^2} = 13.6\ eV$)

$E_{tot}^{exp} = 198.09\ eV$ (આપેલ છે.) $\therefore$ % ત્રુટિ $= 2.98\%$

10. કુલ ઊર્જા, $E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}m\omega^2r^2$ ($\because\ k = m\omega^2$) $= mv^2$ ($\because\ v = r\omega$)

કોણીય વેગમાન $mvr = n\frac{h}{2\pi}$ $\therefore\ mv^2 = n\hbar\frac{v}{r}$ $\therefore\ E = n\hbar\frac{v}{r} = n\hbar\omega$.

11. મોઝેલેના નિયમાનુસાર K_α-રેખા માટે $\frac{1}{\lambda} = R(Z-1)^2\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right)$

12. K_{α}-રેખા L-કક્ષામાંથી K-કક્ષામાં થતી ઇલેક્ટ્રોનની સંક્રાંતિને અનુરૂપ હોય છે, તેને અનુરૂપ તરંગલંબાઈ

$$\frac{hc}{\lambda_{k_{\alpha}}} = (78 \times 10^3 - 12 \times 10^3) \times (1.6 \times 10^{-19})\ J \ \therefore \ \lambda_{K_{\alpha}} = 0.188\ \mathring{A}$$

K_{β} રેખા M–કક્ષામાંથી L-કક્ષામાં ઇલેક્ટ્રોનની થતી સંક્રાંતિને અનુરૂપ હોય છે, તેની તરંગલંબાઈ $\lambda_{K_{\beta}} = 0.165\ \mathring{A}$

•

પ્રકરણ 6

1. કોઈ પ્રક્રિયામાં કુલ બંધન-ઊર્જામાં વધારો થાય-તો તે પ્રક્રિયામાં ઊર્જા ઉત્પન્ન થાય (છૂટી પડે !)

(*a*) Y → 2Z પ્રક્રિયા માટે,

Yની કુલ બંધન-ઊર્જા = 8.5 × 60 = 510 MeV

2Zની કુલ બંધન-ઊર્જા = 2(5.0 × 30) = 300 = MeV

અહીં, કુલ બંધન-ઊર્જા ઘટે છે. તેથી ઊર્જાનું ઉત્સર્જન થશે નહીં.

(*b*) W → 2Y પ્રક્રિયા માટે,

Wની કુલ બંધન-ઊર્જા = 8 × 120 = 960 MeV

2Yની કુલ બંધન-ઊર્જા = 2(8.5 × 60) = 1020 MeV.

અહીં, કુલ બંધન-ઊર્જા વધે છે. તેથી ઊર્જાનું ઉત્સર્જન થાય છે.

2. બંને ઉત્સર્જનને અનુરૂપ કુલ ક્ષય-નિયતાંક λ_t એ $\lambda_{\alpha} + \lambda_{\beta}$ જેટલો થાય.

$$\therefore \lambda_t = \frac{1}{1600} + \frac{1}{400} = \frac{1}{320}\ Yr^{-1} \ \therefore \ \tau_{\frac{1}{2}}(\text{total}) = \frac{0.693}{\lambda_t} = \frac{0.693}{1/320} = 221.76\ Yr.$$

75 % ન્યુક્લિયસ ક્ષય પામે, તો 25 % બચે

$$\therefore \frac{N}{N_0} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} \qquad \therefore \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{\tau_{1/2}}}$$

$$\frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{\tau_{1/2}}} \qquad \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{\tau_{1/2}}}$$

$$\therefore \frac{t}{\tau_{1/2}} = 2 \ \therefore \ t = 2(\tau_{\frac{1}{2}}) = 443.52\ Yr$$

3. ખૂબ દૂરની સ્થિતિમાં કુલ-ઊર્જા (ગતિ ઊર્જા + સ્થિતિ ઊર્જા) = લઘુતમ અંતરે કુલ ઊર્જા (ગતિ ઊર્જા + સ્થિતિ ઊર્જા)

$$2\left(\frac{1}{2}mv^2\right) + 0 = 0 + \frac{kq^2}{r_0}$$

$$2(1.8 \times 10^3 \times 1.6 \times 10^{-19}) = \frac{(9 \times 10^9)(1.6 \times 10^{-19})^2}{r_0} \ \therefore \ r_0 = 4 \times 10^{-14}\ m$$

4. જો અર્ધ-આયુ *x* hr હોય તો,

0 સમયે એક્ટિવિટી = 16000 counts/min

x hr બાદ એક્ટિવિટી = 8000 counts/min

2*x* hr બાદ એક્ટિવિટી = 4000 counts/min

3*x* hr બાદ એક્ટિવિટી = 2000 counts/min

4*x* hr બાદ એક્ટિવિટી = 1000 counts/min

5*x* hr બાદ એક્ટિવિટી = 500 counts/min

$\therefore 5x = 240$ min $\therefore x = 48$ min

5. 226 g રેડિયમમાં 6.02×10^{23} પરમાણુ હોય

$\therefore$ 1 gમાં $\dfrac{6.02\times10^{23}}{226}$ = N પરમાણુ હોય.

$\tau_{\frac{1}{2}} = \dfrac{0.693}{\lambda}$ $\therefore \lambda = \dfrac{0.693}{\tau_{\frac{1}{2}}} = \dfrac{0.693}{4.98\times10^{10}}\ s^{-1}$

$I = \lambda N = \left(\dfrac{0.693}{4.98\times10^{10}}\times\dfrac{6.02\times10^{23}}{226}\right) = 3.7 \times 10^{10}$ વિભંજન / s = 1 Ci

6. મુક્ત અવસ્થામાં બધા ન્યુક્લિયોન્સનું કુલ દળ $= Zm_p + Nm_n = 17 \times 1.00783 + 18 \times 1.00866$ $= 35.28899\ u$.

દળક્ષતિ $= \Delta m = Zm_p + Nm_n - M_{nucleus} = 35.28899 - 34.9800 = 0.30899\ u$

$\therefore$ બંધન-ઊર્જા $= 0.30899 \times 931 = 287.66$ MeV

$\therefore$ ન્યુક્લિયોન દીઠ બંધન-ઊર્જા $= \dfrac{287.66}{35} = 8.219 \dfrac{MeV}{\text{ન્યુક્લિયોન}}$

7. $R = R_0A^{\frac{1}{3}}$ $\therefore$ (6.6 fm) = (1.1 fm)$A^{\frac{1}{3}}$ $\therefore$ A = 216 = ન્યુક્લિયોનની સંખ્યા

$\therefore$ ન્યુક્લિયસનું દળ $= 216 \times 1.0088\ u = 216 \times 1.0088 \times 1.66 \times 10^{-27}$ kg

ન્યુક્લિયસનું કદ $= \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}(3.14)(6.6 \times 10^{-15})^3\ m^3$

$\therefore$ ન્યુક્લિયસની ઘનતા $\rho = \dfrac{\text{દળ}}{\text{કદ}} = \dfrac{(216)(1.008)(1.66\times10^{-27})}{\left(\frac{4}{3}\right)(3.14)(6.6\times10^{-15})^3} = 3 \times 10^{17}\ kg/m^3$

8. $I = \lambda N \Rightarrow 8000 = \lambda(8 \times 10^7)$ $\therefore \lambda = 10^{-4}\ s^{-1}$,

$\tau_{\frac{1}{2}} = \dfrac{0.693}{\lambda} = \dfrac{0.639}{10^{-4}} = 6930$ s.

9. 2 g $_1H^2$માં ન્યુક્લિયસની સંખ્યા $= 6.02 \times 10^{23}$

$\therefore$ 1000 g of $_1H^2$માં ન્યુક્લિયસની સંખ્યા $= \dfrac{6.02\times10^{23}\times1000}{2}$

$= 3.01 \times 10^{26}$

2 $_1H^2$ના સંલયનથી $3.27 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}$ J ઊર્જા મળે.

$\therefore 3.01 \times 10^{26}$ $_1H^2$ના સંલયનથી મળતી ઊર્જા $= \dfrac{3.27\times10^6\times1.6\times3.01\times10^{26}}{2}$ J

100 Wનો બલ્બ t સેકંડ અજવાળે, તો ખર્ચાતી ઊર્જા = (100)(t) J

$\therefore 100\ t = \dfrac{3.27\times10^6\times1.6\times10^{-19}\times3.01\times10^{26}}{2}$ $\therefore t = \dfrac{7.874\times10^{11}\ s}{3.16\times10^7\ s/year} = 24917$ Yr

પ્રકરણ 7

1. $n_e = 6 \times 10^{19}\ m^{-3}$, કદ $= 10^{-2} \times 10^{-2} \times 2 \times 10^{-2} = 2 \times 10^{-6}\ m^{-3}$

શુદ્ધ અર્ધવાહક માટે, $n_e = n_h = 6 \times 10^{19}\ m^{-3}$

$\therefore$ હોલની સંખ્યા $= 2 \times 10^{-3}\ m^{-3} = n_h \times$ કદ $= 6 \times 10^{19} \times 2 \times 10^{-6}$

$= 12 \times 10^{13}$

2. $n_i = 1.5 \times 10^{16}\ m^{-3}$

મેજોરિટી ચાર્જકેરિયર્સ $n_h = 4.5 \times 10^{22}\ m^{-3}$, માઈનોરીટી ચાર્જકેરિયર્સ $n_e = ?$

હવે, $n_i^2 = n_e n_h$ અને n_eની ગણતરી કરો.

3. વાપરો $E_g = \frac{hc}{\lambda}$ **4.** વાપરો $E_g = \frac{hc}{\lambda}$

5. $d = 400$ nm, $E = 5 \times 10^5$ V/m

બેરિયર સ્થિતિમાન $V_0 = Ed = 5 \times 10^5 \times 4 \times 10^{-7} = 0.2$ V

મુક્ત ઇલેક્ટ્રોનની લઘુતમ ઊર્જા $= V_0 = 0.2\ eV$.

6. (1) $V_A > V_B$, માટે D_1 ડાયોડ ફોરવર્ડ બાયસ અને D_2 રિવર્સ બાયસ થશે, તેથી A અને B વચ્ચેનો અવરોધ $R_{AB} = 50\ \Omega$.

(2) $V_B > V_A$, માટે D_1 રિવર્સ બાયસ અને D_2 ફોરવર્ડ બાયસ થશે.

$\therefore$ A અને B વચ્ચેનો અવરોધ $R_{AB} = 50\ \Omega$.

7. $R_L = 10\ k\ \Omega$, $A_V = 200$, $r_i = 10\ k\ \Omega$

(1) $A_V = -g_m R_L$ માટે ગણતરી કરો g_m. (2) $g_m = \frac{\beta ac}{r_i} = \frac{A_i}{r_i}$ વાપરો અને ગણતરી કરો A_i.

8. $I_C = 18.6$ mA, $I_C = ?$, $\alpha = ?$ $I_C = 0.93\ I_E$ માટે ગણતરી કરો. I_E અને $I_B = I_E - I_C$ માટે ગણતરી કરો I_B વાપરો. $\alpha = \frac{I_C}{I_E}$ ગણતરી કરો α.

9. $\Delta V_{BE} = 200 \times 10^{-3}V$, $\Delta V_{CE} = 200\ \mu A$, $r_i = ?$, $A_V = ?$

$$r_i = \frac{\Delta V_{BE}}{\Delta I_B} = \frac{200 \times 10^{-3}}{200 \times 10^{-6}} = 1000\ \Omega \qquad A_V = \frac{\Delta V_{CE}}{\Delta V_{BE}} = \frac{2}{200 \times 10^{-3}} = 10$$

10. પાવર ગેઈન $A_P = A_V A_i = (-g_m R_L)\ A_i = \left(\frac{\Delta I_C}{\Delta V_{BE}}\right) R_L A_i$. હવે ગણતરી કરો R_L.

11. ઈનપુટ પરિપથ માટે $V_{BB} = I_B R_B + V_{BE}$ ગણતરી કરવા આ સમીકરણ વાપરો I_B

આઉટપુટ સરકિટ માટે $V_{CC} = V_{CE} + I_C R_L$ I_Cની ગણતરી માટે

હવે પ્રવાહબદ્ધ $A_i = \frac{I_C}{I_B}$.

12. ઇનપુટ પ્રવાહ માટે

$V_{CC} - I_B R_B - V_{BE} = 0 \therefore V_{BE} = V_{CC} - I_B R_B = 6 - 5 \times 10^{-6} (1 \times 10^6) = 1$ V

આઉટપુટ પ્રવાહ માટે $V_{CC} - I_C R_L - V_{CE} = 0$

$\therefore V_{CE} = V_{CC} - I_C R_L = 6 - (5 \times 10^{-3} \times 1.1 \times 10^3) = 0.5$ V

13. $A_P = A_V \cdot A_i = g_m R_L A_i \therefore A_P = \frac{\beta ac}{r_i} \cdot R_L A_i \therefore R_L = \frac{A_P \cdot r_i}{A_i \cdot A_i} = \frac{2000 \times 1000}{100 \times 100} = 200\ \Omega$

•

પ્રકરણ 8

1. ક્ષેત્રફળ $A = \pi d_T^2 = \pi(2h_T R)$

એન્ટેનાની ઊંચાઈ $h_T = \frac{A}{2\pi R} = \frac{3140}{2 \times 3.14 \times 6400} = 0.078125$ km $= 78.125$ m

2. ક્ષેત્રફળ $A = \pi d_T^2 = \pi(2h_T R) = 3.14 \times 2 \times 81 \times 6400 \times 10^3$

$= 3255552 \times 10^3$ m^2 $= 3255.552$ km^2

3. $E_C = 12$ V, $m_a = 0.75$, $E_m = ?$

$m_a = \frac{E_m}{E_C} \therefore E_m = m_a \times E_C = 0.75 \times 12 = 9$ V

4. $e = 100(1 + 0.6 \sin 6280t) \sin 2\pi \times 10^6 t$ ને

$e = E_C(1 + m_a \sin \omega_m t) \sin \omega_c t$ સાથે સરખાવતાં,

$m_a = 0.6$, $\omega_m = 6280$ rad/s, $\omega_c = 2\pi \times 10^6$ rad/s

$\therefore f_m = \frac{\omega_m}{2\pi} = \frac{6280}{2\pi} = 10^3$ Hz $= 1$ kHz

$f_c = \frac{\omega_C}{2\pi} = \frac{2\pi \times 10^6}{2\pi} = 10^6$ Hz $= 1000$ kHz

LSBની આવૃત્તિ $= f_c - f_m = 1000 - 1 = 999$ kHz

USBની આવૃત્તિ $= f_c + f_m = 1000 + 1 = 1001$ kHz

• • •

LOGARITHMS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Mean Difference 1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	3	6	8	11	14	17	20	22	25
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	3	5	8	11	13	16	18	21	24
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	2	5	7	10	12	15	17	20	22
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	2	5	7	9	12	14	16	19	21
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	2	4	7	9	11	13	16	18	20
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	2	4	6	8	10	12	14	16	18
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	2	4	6	8	10	12	14	15	17
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	2	4	6	7	9	11	13	15	17
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	2	4	5	7	9	11	12	14	16
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	2	3	5	6	8	9	11	12	14
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	1	3	4	6	7	9	10	12	13
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	1	3	4	6	7	9	10	11	13
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	1	3	4	6	7	8	10	11	12
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	1	3	4	5	6	8	9	10	12
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	1	3	4	5	6	8	9	10	11
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	1	2	4	5	6	7	9	10	11
36	5563	5575	5587	5566	5611	5623	5635	5647	5658	5670	1	2	4	5	6	7	8	10	11
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	1	2	3	5	6	7	8	9	10
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	1	2	3	5	6	7	8	9	10
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	1	2	3	4	5	7	8	9	10
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	1	2	3	4	5	6	8	9	10
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	1	2	3	4	5	6	7	8	9
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	1	2	3	4	5	6	7	8	9
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	1	2	3	4	5	6	7	8	9
44	6435	6345	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	1	2	3	4	5	6	7	8	9
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	1	2	3	4	5	6	7	8	9
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6690	6702	6712	1	2	3	4	5	6	7	7	8
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	1	2	3	4	5	5	6	7	8
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	1	2	3	4	4	5	6	7	8
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	1	2	3	4	4	5	6	7	8
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	1	2	3	3	4	5	6	7	8
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	1	2	3	3	4	5	6	7	8
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	1	2	2	3	4	5	6	7	7
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	1	2	2	3	4	5	6	6	7
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	1	2	2	3	4	5	6	6	7
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

LOGARITHMS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Mean Difference 1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	1	2	2	3	4	5	5	6	7
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	1	2	2	3	4	5	5	6	7
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	1	2	2	3	4	5	5	6	7
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	1	1	2	3	4	4	5	6	7
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	1	1	2	3	4	4	5	6	7
60	7782	7789	7769	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	1	1	2	3	4	4	5	6	6
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	1	1	2	3	4	4	5	6	6
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	1	1	2	3	3	4	5	6	6
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	1	1	2	3	3	4	5	5	6
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	1	1	2	3	3	4	5	5	6
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	1	1	2	3	3	4	5	5	6
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	1	1	2	3	3	4	5	5	6
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	1	1	2	3	3	4	5	5	6
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	1	1	2	3	3	4	4	5	6
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	1	1	2	2	3	4	4	5	6
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	1	1	2	2	3	4	4	5	6
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	1	1	2	2	3	4	4	5	5
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	1	1	2	2	3	4	4	5	5
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	1	1	2	2	3	4	4	5	5
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	1	1	2	2	3	4	4	5	5
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	1	1	2	2	3	3	4	5	5
76	8806	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	1	1	2	2	3	3	4	5	5
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915	1	1	2	2	3	3	4	4	5
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	1	1	2	2	3	3	4	4	5
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025	1	1	2	2	3	3	4	4	5
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079	1	1	2	2	3	3	4	4	5
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	1	1	2	2	3	3	4	4	5
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186	1	1	2	2	3	3	4	4	5
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238	1	1	2	2	3	3	4	4	5
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	1	1	2	2	3	3	4	4	5
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340	1	1	2	2	3	3	4	4	5
86	9045	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	1	1	2	2	3	3	4	4	5
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	0	1	1	2	2	3	3	4	4
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489	0	1	1	2	2	3	3	4	4
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538	0	1	1	2	2	3	3	4	4
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586	0	1	1	2	2	3	3	4	4
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633	0	1	1	2	2	3	3	4	4
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680	0	1	1	2	2	3	3	4	4
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727	0	1	1	2	2	3	3	4	4
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	0	1	1	2	2	3	3	4	4
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	0	1	1	2	2	3	3	4	4
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	0	1	1	2	2	3	3	4	4
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	0	1	1	2	2	3	3	4	4
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9843	9948	9952	0	1	1	2	2	3	3	4	4
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996	0	1	1	2	2	3	3	3	4
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

AntilogarithmS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Mean Difference 1	2	3	4	5	6	7	8	9
00	1000	1002	1005	1007	1009	1012	1014	1016	1019	1021	0	0	1	1	1	1	2	2	2
01	1023	1026	1028	1030	1033	1035	1038	1040	1042	1045	0	0	1	1	1	1	2	2	2
02	1047	1050	1052	1054	1057	1059	1062	1064	1067	1069	0	0	1	1	1	1	2	2	2
03	1072	1074	1076	1079	1081	1084	1086	1089	1091	1094	0	0	1	1	1	1	2	2	2
04	1096	1099	1102	1104	1107	1109	1112	1114	1117	1119	0	1	1	1	1	2	2	2	2
05	1122	1125	1127	1130	1132	1135	1138	1140	1143	1146	0	1	1	1	1	2	2	2	2
.06	1148	1151	1153	1156	1159	1161	1164	1167	1169	1172	0	1	1	1	1	2	2	2	2
.07	1175	1178	1180	1183	1186	1189	1191	1194	1197	1199	0	1	1	1	1	2	2	2	2
.08	1202	1205	1208	1211	1213	1216	1219	1222	1225	1227	0	1	1	1	1	2	2	2	3
.09	1230	1233	1236	1239	1242	1245	1247	1250	1253	1256	0	1	1	1	1	2	2	2	3
.10	1259	1262	1265	1268	1271	1274	1276	1279	1282	1285	0	1	1	1	1	2	2	2	3
.11	1288	1291	1294	1297	1300	1303	1306	1309	1312	1315	0	1	1	1	2	2	2	2	3
.12	1318	1321	1324	1327	1330	1334	1337	1340	1343	1346	0	1	1	1	2	2	2	3	3
.13	1349	1352	1355	1358	1361	1365	1368	1371	1374	1377	0	1	1	1	2	2	2	3	3
.14	1380	1384	1387	1390	1393	1396	1400	1403	1406	1409	0	1	1	1	2	2	2	3	3
.15	1413	1416	1419	1422	1426	1429	1432	1435	1439	1442	0	1	1	1	2	2	2	3	3
.16	1445	1449	1452	1455	1459	1462	1466	1469	1472	1476	0	1	1	1	2	2	2	3	3
.17	1479	1483	1486	1489	1493	1496	1500	1503	1507	1510	0	1	1	1	2	2	2	3	3
.18	1514	1517	1521	1524	1528	1531	1535	1538	1542	1545	0	1	1	1	2	2	2	3	3
.19	1549	1552	1556	1560	1563	1567	1570	1574	1578	1581	0	1	1	1	2	2	3	3	3
.20	1585	1589	1592	1596	1600	1603	1607	1611	1614	1618	0	1	1	1	2	2	3	3	3
.21	1622	1626	1629	1633	1637	1641	1644	1648	1652	1656	0	1	1	2	2	2	3	3	3
.22	1660	1663	1667	1671	1675	1679	1683	1687	1690	1694	0	1	1	2	2	2	3	3	3
.23	1698	1702	1706	1710	1714	1718	1722	1726	1730	1734	0	1	1	2	2	2	3	3	4
.24	1738	1742	1746	1750	1754	1758	1762	1766	1770	1774	0	1	1	2	2	2	3	3	4
.25	1778	1782	1786	1791	1795	1799	1803	1807	1811	1816	0	1	1	2	2	2	3	3	4
.26	1820	1824	1828	1832	1837	1841	1845	1849	1854	1858	0	1	1	2	2	3	3	3	4
.27	1862	1866	1871	1875	1879	1884	1888	1892	1897	1901	0	1	1	2	2	3	3	3	4
.28	1905	1910	1914	1919	1923	1928	1932	1936	1941	1945	0	1	1	2	2	3	3	4	4
.29	1950	1954	1959	1963	1968	1972	1977	1982	1986	1991	0	1	1	2	2	3	3	4	4
.30	1995	2000	2004	2009	2014	2018	2023	2028	2032	2037	0	1	1	2	2	3	3	4	4
.31	2042	2046	2051	2056	2061	2065	2070	2075	2080	2084	0	1	1	2	2	3	3	4	4
.32	2089	2094	2099	2104	2109	2113	2118	2123	2128	2133	0	1	1	2	2	3	3	4	4
.33	2138	2143	2148	2153	2158	2163	2168	2173	2178	2183	0	1	1	2	2	3	3	4	4
.34	2188	2193	2198	2203	2208	2213	2218	2223	2228	2234	1	1	2	2	3	3	4	4	5
.35	2239	2244	2249	2254	2259	2265	2270	2275	2280	2286	1	1	2	2	3	3	4	4	5
.36	2291	2296	2301	2307	2312	2317	2323	2328	2333	2339	1	1	2	2	3	3	4	4	5
.37	2344	2350	2355	2360	2366	2371	2377	2382	2388	2393	1	1	2	2	3	3	4	4	5
.38	2399	2404	2410	2415	2421	2427	2432	2438	2443	2449	1	1	2	2	3	3	4	4	5
.39	2455	2460	2466	2472	2477	2483	2489	2495	2500	2506	1	1	2	2	3	3	4	5	5
.40	2512	2518	2523	2529	2535	2541	2547	2553	2559	2564	1	1	2	2	3	4	4	5	5
.41	2570	2576	2582	2588	2594	2600	2606	2612	2618	2624	1	1	2	2	3	4	4	5	5
.42	2630	2636	2642	2649	2655	2661	2667	2673	2679	2685	1	1	2	3	3	4	4	5	6
.43	2692	2698	2704	2710	2716	2723	2729	2735	2742	2748	1	1	2	3	3	4	4	5	6
.44	2754	2761	2767	2773	2780	2786	2793	2799	2805	2812	1	1	2	3	3	4	4	5	6
.45	2818	2825	2831	2838	2844	2851	2858	2864	2871	2877	1	1	2	3	3	4	5	5	6
.46	2884	2891	2897	2904	2911	2917	2924	2931	2938	2944	1	1	2	3	3	4	5	5	6
.47	2951	2958	2965	2972	2979	2985	2992	2999	3006	3013	1	1	2	3	3	4	5	5	6
.48	3020	3027	3034	3041	3048	3055	3062	3069	3076	3083	1	1	2	3	4	4	5	6	6
.49	3090	3097	3105	3112	3119	3126	3133	3141	3148	3155	1	1	2	3	4	4	5	6	6
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

AntilogarithmS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Mean Difference 1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	3162	3170	3177	3184	3192	3199	3206	3214	3221	3228	1	1	2	3	4	4	5	6	7
51	3236	3243	3251	3258	3266	3273	3281	3289	3296	3304	1	2	2	3	4	5	5	6	7
52	3311	3319	3327	3334	3342	3350	3357	3365	3373	3381	1	2	2	3	4	5	5	6	7
53	3388	3396	3404	3412	3420	3428	3436	3443	3451	3459	1	2	2	3	4	5	6	6	7
54	3467	3475	3483	3491	3499	3508	3516	3524	3532	3540	1	2	2	3	4	5	6	6	7
55	3548	3556	3565	3573	3581	3589	3597	3606	3614	3622	1	2	2	3	4	5	6	7	7
56	3631	3639	3648	3656	3664	3673	3681	3690	3698	3707	1	2	3	3	4	5	6	7	8
57	3715	3724	3733	3741	3750	3758	3767	3776	3784	3793	1	2	3	3	4	5	6	7	8
58	3802	3811	3819	3828	3837	3846	3855	3864	3873	3882	1	2	3	4	4	5	6	7	8
59	3890	3899	3908	3917	3926	3936	3945	3954	3963	3972	1	2	3	4	5	5	6	7	8
60	3981	3990	3999	4009	4018	4027	4036	4046	4055	4064	1	2	3	4	5	6	6	7	8
61	4074	4083	4093	4102	4111	4121	4130	4140	4150	4159	1	2	3	4	5	6	7	8	9
62	4169	4178	4188	4198	4207	4217	4227	4236	4246	4256	1	2	3	4	5	6	7	8	9
63	4266	4276	4285	4295	4305	4315	4325	4335	4345	4355	1	2	3	4	5	6	7	8	9
64	4365	4375	4385	4395	4406	4416	4426	4436	4446	4457	1	2	3	4	5	6	7	8	9
65	4467	4477	4487	4498	4508	4519	4529	4539	4550	4560	1	2	3	4	5	6	7	8	9
66	4571	4581	4592	4603	4613	4624	4634	4645	4656	4667	1	2	3	4	5	6	7	9	10
67	4677	4688	4699	4710	4721	4732	4742	4753	4764	4775	1	2	3	4	5	7	8	9	10
68	4786	4797	4808	4819	4831	4842	4853	4864	4875	4887	1	2	3	4	5	7	8	9	10
69	4898	4909	4920	4932	4943	4955	4966	4977	4989	5000	1	2	3	5	6	7	8	9	10
70	5012	5023	5035	5047	5058	5070	5082	5093	5105	5117	1	2	4	5	6	7	8	9	11
71	5129	5140	5152	5164	5176	5188	5200	5212	5224	5236	1	2	4	5	6	7	8	10	11
72	5248	5260	5272	5284	5297	5309	5321	5333	5346	5358	1	2	4	5	6	7	9	10	11
73	5370	5383	5395	5408	5420	5433	5445	5458	5470	5483	1	3	4	5	6	8	9	10	11
74	5495	5508	5521	5534	5546	5559	5572	5585	5598	5610	1	3	4	5	6	8	9	10	12
75	5623	5636	5649	5662	5675	5689	5702	5715	5728	5741	1	3	4	5	7	8	9	10	12
76	5754	5768	5781	5794	5808	5821	5834	5848	5861	5875	1	3	4	5	7	8	9	11	12
77	5888	5902	5916	5929	5943	5957	5970	5984	5998	6012	1	3	4	5	7	8	10	11	12
78	6026	6039	6053	6067	6081	6095	6109	6124	6138	6152	1	3	4	6	7	8	10	11	13
79	6166	6180	6194	6209	6223	6237	6252	6266	6281	6295	1	3	4	6	7	9	10	11	13
80	6310	6324	6339	6353	6368	6383	6397	6412	6427	6442	1	3	4	6	7	9	10	12	13
81	6457	6471	6486	6501	6516	6531	6546	6561	6577	6592	2	3	5	6	8	9	11	12	14
82	6607	6622	6637	6653	6668	6683	6699	6714	6730	6745	2	3	5	6	8	9	11	12	14
83	6761	6776	6792	6808	6823	6839	6855	6871	6887	6902	2	3	5	6	8	9	11	13	14
84	6918	6934	6950	6966	6982	6998	7015	7031	7047	7063	2	3	5	6	8	10	11	13	15
85	7079	7096	7112	7129	7145	7161	7178	7194	7211	7228	2	3	5	7	8	10	12	13	15
86	7244	7261	7278	7295	7311	7328	7345	7362	7379	7396	2	3	5	7	8	10	12	13	15
87	7413	7430	7447	7464	7482	7499	7516	7534	7551	7568	2	3	5	7	9	10	12	14	16
88	7586	7603	7621	7638	7656	7674	7691	7709	7727	7745	2	4	5	7	9	11	12	14	16
89	7762	7780	7798	7816	7834	7852	7870	7889	7907	7925	2	4	5	7	9	11	12	14	16
90	7943	7962	7980	7998	8017	8035	8054	8072	8091	8110	2	4	6	7	9	11	13	15	17
91	8128	8147	8166	8185	8204	8222	8241	8260	8279	8299	2	4	6	8	9	11	13	15	17
92	8318	8337	8356	8375	8395	8414	8433	8453	8472	8492	2	4	6	8	10	12	14	15	17
93	8511	8531	8551	8570	8590	8610	8630	8650	8670	8690	2	4	6	8	10	12	14	16	18
94	8710	8730	8750	8770	8790	8810	8831	8851	8872	8892	2	4	6	8	10	12	14	16	18
95	8913	8933	8954	8974	8995	9016	9036	9057	9078	9099	2	4	6	8	10	12	15	17	19
96	9120	9141	9162	9183	9204	9226	9247	9268	9290	9311	2	4	6	8	11	13	15	17	19
97	9333	9354	9376	9397	9419	9441	9462	9484	9506	9528	2	4	7	9	11	13	15	17	20
98	9550	9572	9594	9616	9638	9661	9683	9705	9727	9750	2	4	7	9	11	13	16	18	20
99	9772	9795	9817	9840	9863	9886	9908	9931	9954	9977	2	5	7	9	11	14	16	18	20
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

NATURAL SINES

Degree	0' 0.0°	6' 0.1°	12' 0.2°	18' 0.3°	24' 0.4°	30' 0.5°	36' 0.6°	42' 0.7°	48' 0.8°	54' 0.9°	Mean Deifferences 1'	2'	3'	4'	5'
0	.0000	0017	0035	0052	0070	0087	0105	0122	0140	0157	3	6	9	12	15
1	.0175	0192	0209	0227	0244	0262	0279	0297	0314	0332	3	6	9	12	15
2	.0349	0366	0384	0401	0419	0436	0454	0471	0488	0506	3	6	9	12	15
3	.0523	0541	0558	0576	0593	0610	0628	0645	0663	0680	3	6	9	12	15
4	.0698	0715	0732	0750	0767	0785	0802	0819	0837	0854	3	6	9	12	14
5	.0872	0889	0906	0924	0941	0958	0976	0993	1011	1028	3	6	9	12	14
6	.1045	1063	1080	1097	1115	1132	1149	1167	1184	1201	3	6	9	12	14
7	.1219	1236	1253	1271	1288	1305	1323	1340	1357	1374	3	6	9	12	14
8	.1392	1409	1426	1444	1461	1478	1495	1513	1530	1547	3	6	9	12	14
9	.1564	1582	1599	1616	1633	1650	1668	1685	1702	1719	3	6	9	12	14
10	.1736	1754	1771	1788	1805	1822	1840	1857	1874	1891	3	6	9	11	14
11	.1908	1925	1942	1959	1977	1994	2011	2028	2045	2062	3	6	9	11	14
12	.2079	2096	2113	2130	2147	2164	2181	2198	2215	2233	3	6	9	11	14
13	.2250	2267	2284	2300	2317	2334	2351	2368	2385	2402	3	6	8	11	14
14	.2419	2436	2453	2470	2487	2504	2521	2538	2554	2571	3	6	8	11	14
15	.2588	2605	2622	2639	2656	2672	2689	2706	2723	2740	3	6	8	11	14
16	.2756	2773	2790	2807	2823	2840	2857	2874	2890	2907	3	6	8	11	14
17	.2924	2940	2957	2974	2990	3007	3024	3040	3057	3074	3	6	8	11	14
18	.3090	3107	3123	3140	3156	3173	3190	3206	3223	3239	3	6	8	11	14
19	.3256	3272	3289	3305	3322	3338	3355	3371	3387	3404	3	5	8	11	14
20	.3420	3437	3453	3469	3486	3502	3518	3535	3551	3567	3	5	8	11	14
21	.3584	3600	3616	3633	3649	3665	3681	3697	3714	3730	3	5	8	11	14
22	.3746	3762	3778	3795	3811	3827	3843	3859	3875	3891	3	5	8	11	14
23	.3907	3923	3939	3955	3971	3987	4003	4019	4035	4051	3	5	8	11	14
24	.4067	4083	4099	4115	4131	4147	4163	4179	4195	4210	3	5	8	11	13
25	.4226	4242	4258	4274	4289	4305	4321	4337	4352	4368	3	5	8	11	13
26	.4384	4399	4415	4431	4446	4462	4478	4493	4509	4524	3	5	8	10	13
27	.4540	4555	4571	4586	4602	4617	4633	4648	4664	4679	3	5	8	10	13
28	.4695	4710	4726	4741	4756	4772	4787	4802	4818	4833	3	5	8	10	13
29	.4848	4863	4879	4894	4909	4924	4939	4955	4970	4985	3	5	8	10	13
30	.5000	5015	5030	5045	5060	5075	5090	5105	5120	5135	3	5	8	10	13
31	.5150	5165	5180	5195	5210	5225	5240	5255	5270	5284	2	5	7	10	12
32	.5299	5314	5329	5344	5358	5373	5388	5402	5417	5432	2	5	7	10	12
33	.5446	5461	5476	5490	5505	5519	5534	5548	5563	5577	2	5	7	10	12
34	.5592	5606	5621	5635	5650	5664	5678	5693	5707	5721	2	5	7	10	12
35	.5736	5750	5764	5779	5793	5807	5821	5835	5850	5864	2	5	7	9	12
36	.5878	5892	5906	5920	5934	5948	5962	5976	5990	6004	2	5	7	9	12
37	.6018	6032	6046	6060	6074	6088	6101	6115	6129	6143	2	5	7	9	12
38	.6157	6170	6184	6198	6211	6225	6239	6252	6266	6280	2	5	7	9	11
39	.6293	6307	6320	6334	6347	6361	6374	6388	6401	6414	2	4	7	9	11
40	.6428	6441	6455	6468	6481	6494	6508	6521	6534	6547	2	4	7	9	11
41	.6561	6574	6587	6600	6613	6626	6639	6652	6665	6678	2	4	7	9	11
42	.6691	6704	6717	6730	6743	6756	6769	6782	6794	6807	2	4	6	9	11
43	.6820	6833	6845	6858	6871	6884	6896	6909	6921	6934	2	4	6	8	11
44	.6947	6959	6972	6984	6997	7009	7022	7034	7046	7059	2	4	6	8	10

NATURAL SINES

Degree	0' 0.0°	6' 0.1°	12' 0.2°	18' 0.3°	24' 0.4°	30' 0.5°	36' 0.6°	42' 0.7°	48' 0.8°	54' 0.9°	Mean Deifferences 1'	2'	3'	4'	5'
45	.7071	7083	7096	7108	7120	7133	7145	7157	7169	7181	2	4	6	8	10
46	.7193	7206	7218	7230	7242	7254	7266	7278	7290	7302	2	4	6	8	10
47	.7314	7325	7337	7349	7361	7373	7385	7396	7408	7420	2	4	6	8	10
48	.7431	7443	7455	7466	7478	7490	7501	7513	7524	7536	2	4	6	8	10
49	.7547	7559	7570	7581	7593	7604	7615	7627	7638	7649	2	4	6	8	9
50	.7660	7672	7683	7694	7705	7716	7727	7738	7749	7760	2	4	6	7	9
51	.7771	7782	7793	7804	7815	7826	7837	7848	7859	7869	2	4	5	7	9
52	.7880	7891	7902	7912	7923	7934	7944	7955	7965	7976	2	4	5	7	9
53	.7986	7997	8007	8018	8028	8039	8049	8059	8070	8080	2	3	5	7	9
54	.8090	8100	8111	8121	8131	8141	8151	8161	8171	8181	2	3	5	7	8
55	.8192	8202	8211	8221	8231	8241	8251	8261	8271	8281	2	3	5	7	8
56	.8290	8300	8310	8320	8329	8339	8348	8358	8368	8377	2	3	5	6	8
57	.8387	8396	8406	8415	8425	8434	8443	8453	8462	8471	2	3	5	6	8
58	.8480	8490	8499	8508	8517	8526	8536	8545	8554	8563	2	3	5	6	8
59	.8572	8581	8590	8599	8607	8616	8625	8634	8643	8652	1	3	4	6	7
60	.8660	8669	8678	8686	8695	8704	8712	8721	8729	8738	1	3	4	6	7
61	.8746	8755	8763	8771	8780	8788	8796	8805	8813	8821	1	3	4	6	7
62	.8829	8838	8846	8854	8862	8870	8878	8886	8894	8902	1	3	4	5	7
63	.8910	8918	8926	8934	8942	8949	8957	8965	8973	8980	1	3	4	5	6
64	.8988	8996	9003	9011	9018	9026	9033	9041	9048	9056	1	3	4	5	6
65	.9063	9070	9078	9085	9092	9100	9107	9114	9121	9128	1	2	4	5	6
66	.9135	9143	9150	9157	9164	9171	9178	9184	9191	9198	1	2	3	5	6
67	.9205	9212	9219	9225	9232	9239	9245	9252	9259	9265	1	2	3	4	6
68	.9272	9278	9285	9291	9298	9304	9311	9317	9323	9330	1	2	3	4	5
69	.9336	9342	9348	9354	9361	9367	9373	9379	9385	9391	1	2	3	4	5
70	.9397	9403	9409	9415	9421	9426	9432	9438	9444	9449	1	2	3	4	5
71	.9455	9461	9466	9472	9478	9483	9489	9494	9500	9505	1	2	3	4	5
72	.9511	9516	9521	9527	9532	9537	9542	9548	9553	9558	1	2	3	3	4
73	.9563	9568	9573	9578	9583	9588	9593	9598	9603	9608	1	2	2	3	4
74	.9613	9617	9622	9627	9632	9636	9641	9646	9650	9655	1	2	2	3	4
75	.9659	9664	9668	9673	9677	9681	9686	9690	9694	9699	1	1	2	3	4
76	.9703	9707	9711	9715	9720	9724	9728	9732	9736	9740	1	1	2	3	3
77	.9744	9748	9751	9755	9759	9763	9767	9770	9774	9778	1	1	2	3	3
78	.9781	9785	9789	9792	9796	9799	9803	9806	9810	9813	1	1	2	2	3
79	.9816	9820	9823	9826	9829	9833	9836	9839	9842	9845	1	1	2	2	3
80	.9848	9851	9854	9857	9860	9863	9866	9869	9871	9874	0	1	1	2	2
81	.9877	9880	9882	9885	9888	9890	9893	9895	9898	9900	0	1	1	2	2
82	.9903	9905	9907	9910	9912	9914	9917	9919	9921	9923	0	1	1	2	2
83	.9925	9928	9930	9932	9934	9936	9938	9940	9942	9943	0	1	1	1	2
84	.9945	9947	9949	9951	9952	9954	9956	9957	9959	9960	0	1	1	1	2
85	.9962	9963	9965	9966	9968	9969	9971	9972	9973	9974	0	0	1	1	1
86	.9976	9977	9978	9979	9980	9981	9982	9983	9984	9985	0	0	1	1	1
87	.9986	9987	9988	9989	9990	9990	9991	9992	9993	9993	0	0	0	1	1
88	.9994	9995	9995	9996	9996	9997	9997	9997	9998	9998	0	0	0	0	0
89	.9998	9999	9999	9999	9999	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0	0	0	0	0

NATURAL TANGENTS

Degree	0 0.0°	6 0.1°	12 0.2°	18 0.3°	24 0.4°	30 0.5°	36 0.6°	42 0.7°	48 0.8°	54 0.9°	Main Differences 1	2	3	4	5
0	.0000	0017	0035	0052	0070	0087	0105	0122	0140	0157	3	6	9	12	15
1	.0175	0192	0209	0227	0244	0262	0279	0297	0314	0332	3	6	9	12	15
2	.0349	0367	0384	0402	0419	0437	0454	0472	0489	0507	3	6	9	12	15
3	.0524	0542	0559	0577	0594	0612	0629	0647	0664	0682	3	6	9	12	15
4	.0699	0717	0734	0752	0769	0787	0805	0822	0840	0857	3	6	9	12	15
5	.0875	0892	0910	0928	0945	0963	0981	0998	1016	1033	3	6	9	12	15
6	.1051	1069	1086	1104	1122	1139	1157	1175	1192	1210	3	6	9	12	15
7	.1228	1246	1263	1281	1299	1317	1334	1352	1370	1388	3	6	9	12	15
8	.1405	1423	1441	1459	1477	1495	1512	1530	1548	1566	3	6	9	12	15
9	.1584	1602	1620	1638	1655	1673	1691	1709	1727	1745	3	6	9	12	15
10	.1763	1781	1799	1817	1835	1853	1871	1890	1908	1926	3	6	9	12	15
11	.1944	1962	1980	1998	2016	2035	2053	2071	2089	2107	3	6	9	12	15
12	.2126	2144	2162	2180	2199	2217	2235	2254	2272	2290	3	6	9	12	15
13	.2309	2327	2345	2364	2382	2401	2419	2438	2456	2475	3	6	9	12	15
14	.2493	2512	2530	2549	2568	2686	2605	2623	2642	2661	3	6	9	12	16
15	.2679	2698	2717	2736	2754	2773	2792	2811	2830	2849	3	6	9	13	16
16	.2867	2886	2905	2924	2943	2962	2981	3000	3019	3038	3	6	9	13	16
17	.3057	3076	3096	3115	3134	3153	3172	3191	3211	3230	3	6	10	13	16
18	.3249	3269	3288	3307	3327	3346	3365	3385	3404	3424	3	6	10	13	16
19	.3443	3463	3482	3502	3522	3541	3561	3581	3600	3620	3	7	10	13	16
20	.3640	3659	3679	3699	3719	3739	3759	3779	3799	3819	3	7	10	13	17
21	.3839	3859	3879	3899	3919	3939	3959	3979	4000	4020	3	7	10	13	17
22	.4040	4061	4061	4101	4122	4142	4163	4183	4204	4224	3	7	10	14	17
23	.4245	4265	8286	4307	4327	4748	4369	4390	4411	4431	3	7	10	14	17
24	.4452	4473	4494	4515	4536	4557	4578	4599	4621	4642	4	7	11	14	18
25	.4663	4684	4706	4727	4748	4770	4791	4813	4834	4856	4	7	11	14	18
26	.4877	4899	4921	4942	4964	4986	5008	5029	5051	5073	4	7	11	15	18
27	.5095	5117	5139	5161	5184	5206	5228	5250	5272	5295	4	7	11	15	18
28	.5317	5340	5362	5384	5407	5430	5452	5475	5498	5520	4	8	11	15	19
29	.5543	5566	5589	5612	5635	5658	5681	5704	5727	5750	4	8	12	15	19
30	.5774	5797	5820	5844	5867	5890	5914	5938	5961	5985	4	8	12	16	20
31	.6009	6032	6056	6080	6104	6128	6152	6176	6200	6224	4	8	12	16	20
32	.6249	6273	6297	6322	6346	6371	6395	6420	6445	6469	4	8	12	16	20
33	.6494	6519	6544	6569	6594	6619	6644	6669	6694	6720	4	8	13	17	21
34	.6745	6771	6796	6822	6847	6873	6899	6924	6950	6976	4	9	13	17	21
35	.7002	7028	7054	7080	7107	7133	7159	7186	7212	7239	4	9	13	18	22
36	.7265	7292	7319	7346	7373	7400	7427	7454	7481	7508	5	9	14	18	23
37	.7536	7563	7590	7618	7646	7673	7701	7729	7757	7785	5	9	14	18	23
38	.7813	7841	7869	7898	7926	7954	7983	8012	8040	8069	5	9	14	19	24
39	.8098	8127	8156	8185	8214	8243	8273	8302	8332	8361	5	10	15	20	24
40	.8391	8421	9451	8481	8511	8541	8571	8601	8632	8662	5	10	15	20	25
41	.8693	8724	8754	8785	8816	8847	8878	8910	8941	8972	5	10	16	21	26
42	.9004	9036	9067	9099	9131	9163	9195	9228	9260	9293	5	11	16	21	27
43	.9325	9358	9391	9424	9457	9490	9523	9556	9590	9623	6	11	17	22	28
44	.9657	9691	9725	9759	9793	9827	9861	9896	9930	9965	6	11	17	23	29

NATURAL TANGENTS

Degree	0 0.0°	6 0.1°	12 0.2°	18 0.3°	24 0.4°	30 0.5°	36 0.6°	42 0.7°	48 0.8°	54 0.9°	Main Differences 1	2	3	4	5
45	1.0000	0035	0070	0105	0141	0176	0212	0247	0283	0319	6	12	18	24	30
46	1.0355	0392	0428	0464	0501	0538	0575	0612	0649	0686	6	12	18	25	31
47	1.0724	0761	0799	0837	0875	0913	0951	0990	1028	1067	6	13	19	25	32
48	1.1106	1145	1184	1224	1263	1303	1343	1383	1423	1463	7	13	20	27	33
49	1.1504	1544	1585	1626	1667	1708	1750	1792	1833	1875	7	14	21	28	34
50	1.1918	1960	2002	2045	2088	2131	2174	2218	2261	2305	7	14	22	29	36
51	1.2349	2393	2437	2482	2527	2572	2617	2662	2708	2753	8	15	23	30	38
52	1.2799	2846	2892	2938	2985	3032	3079	3127	3175	3222	8	16	24	31	39
53	1.3270	3319	3367	3416	3465	3514	3564	3613	3663	3713	8	16	25	33	41
54	1.3764	3814	3865	3916	3968	4019	4071	4124	4175	4229	9	17	26	34	43
55	1.4281	4335	4388	4442	4496	4550	4605	4659	4715	4770	9	18	27	36	45
56	1.4826	4882	4938	4994	5051	5108	5166	5224	5282	5340	10	19	29	38	48
57	1.5399	5458	5517	5577	5637	5697	5757	5818	5880	5941	10	20	30	40	50
58	1.6003	6066	6128	6191	6255	6319	6383	6447	6512	6577	11	21	32	43	53
59	1.6643	6709	6775	6842	6909	6977	7045	7113	7182	7251	11	23	34	45	56
60	1.7321	7391	7461	7532	7603	7675	7747	7820	7893	7966	12	24	36	48	60
61	1.8040	8115	8190	8265	8341	8418	8495	8572	8650	8728	13	26	38	51	64
62	1.8807	8887	8967	9047	9128	9210	9292	9375	9458	9542	14	27	41	55	68
63	1.9626	9711	9797	9883	9970	2.0057	2.0145	2.0233	2.0323	2.413	15	29	44	58	73
64	2.0503	0594	0686	0778	0872	0965	1060	1155	1251	1348	16	31	47	63	78
65	2.1445	1543	1642	1742	1842	1943	2045	2148	2251	2355	17	34	51	68	85
66	2.2460	2566	2673	2781	2889	2998	3109	3220	3332	3445	18	37	55	73	92
67	2.3559	3673	3789	3906	4023	4142	4262	4383	4504	4627	20	40	60	79	99
68	2.4751	4876	5002	5129	5257	5386	5517	5649	5782	5916	22	43	65	87	108
69	2.6051	6187	6325	6464	6605	6746	6889	7034	7179	7326	24	47	71	95	119
70	2.7475	7625	7776	7929	8083	8239	8397	8556	8716	8878	26	52	78	104	131
71	2.9042	9208	9375	9544	9714	9887	3.0061	3.0237	3.0415	3.0595	29	58	87	116	145
72	3.0777	0961	1146	1334	1524	1716	1910	2106	2305	2506	32	64	96	129	161
73	3.2709	2914	3122	3332	3544	3759	3977	4197	4420	4646	36	72	108	144	180
74	3.4874	5105	5339	5576	5816	6059	6305	6554	6806	7062	41	81	122	163	204
75	3.7321	7583	7848	8118	8391	8667	8947	9232	9520	9812	46	93	139	186	232
76	4.0108	0408	0713	1022	1335	1653	1976	2303	2635	2972	53	107	160	213	267
77	4.3315	3662	4015	4374	4737	5107	5483	5864	6252	6646	Mean Differences no longer sufficiently accurate				
78	4.7046	7453	7867	8288	8716	9152	9594	5.0045	5.0504	5.0970					
79	5.1446	1929	2422	2924	3465	3955	4486	5026	5578	6140					
80	5.6713	7297	7894	8502	9124	9758	6.0405	6.1066	6.1742	6.2432					
81	6.3138	3859	4596	5350	6122	6912	7720	8548	9395	7.0264					
82	7.1154	2066	3002	3962	4947	5958	6996	8062	9158	8.0285					
83	8.1443	2636	3863	5126	6427	7769	9152	9.0579	9.2052	9.3572					
84	9.514	9.677	9.845	10.02	10.20	10.39	10.58	10.78	10.99	11.20					
85	11.43	11.66	11.91	12.16	12.43	12.71	13.00	13.30	13.62	13.95					
86	14.30	14.67	15.06	15.46	15.89	16.35	16.83	17.34	17.89	18.46					
87	19.08	19.74	20.45	21.20	22.02	22.90	23.86	24.90	26.03	27.27					
88	28.64	30.14	31.82	33.69	35.80	38.19	40.92	44.07	47.74	52.08					
89	57.29	63.66	71.62	81.85	95.49	114.6	143.2	191.0	286.5	573.0					