ಕರ್ನಾಟಕ ಸರ್ಕಾರ

ಗಣಿತ

7

ಏಳನೇ ತರಗತಿ

ಭಾಗ – 1

ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಂಶೋಧನೆ ಮತ್ತು ತರಬೇತಿ ಸಂಸ್ಥೆ
ಶ್ರೀ ಅರಬಿಂದೋ ಮಾರ್ಗ ನವದೆಹಲಿ 110016

ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘ (ರಿ)
100 ಅಡಿ ವರ್ತುಲ ರಸ್ತೆ, ಬನಶಂಕರಿ 3ನೆಯ ಹಂತ,
ಬೆಂಗಳೂರು – 560085

©KTBS Not to be republished

THE CONSTITUTION OF INDIA

PREAMBLE

WE, THE PEOPLE OF INDIA, having solemnly resolved to constitute India into a [1]**[SOVEREIGN SOCIALIST SECULAR DEMOCRATIC REPUBLIC]** and to secure to all its citizens :

JUSTICE, social, economic and political;

LIBERTY of thought, expression, belief, faith and worship;

EQUALITY of status and of opportunity; and to promote among them all

FRATERNITY assuring the dignity of the individual and the [2][unity and integrity of the Nation];

IN OUR CONSTITUENT ASSEMBLY this twenty-sixth day of November, 1949 do **HEREBY ADOPT, ENACT AND GIVE TO OURSELVES THIS CONSTITUTION.**

---

1. Subs. by the Constitution (Forty-second Amendment) Act, 1976, Sec.2, for "Sovereign Democratic Republic" (w.e.f. 3.1.1977)
2. Subs. by the Constitution (Forty-second Amendment) Act, 1976, Sec.2, for "Unity of the Nation" (w.e.f. 3.1.1977)

©KTBS Not to be republished

Foreword

The National Curriculum Framework (NCF), 2005, recommends that children's life at school must be linked to their life outside the school. This principle marks a departure from the legacy of bookish learning which continues to shape our system and causes a gap between the school, home and community. The syllabi and textbooks developed on the basis of NCF signify an attempt to implement this basic idea. They also attempt to discourage rote learning and the maintenance of sharp boundaries between different subject areas. We hope these measures will take us significantly further in the direction of a child-centred system of education outlined in the National Policy on Education (1986).

The success of this effort depends on the steps that school principals and teachers will take to encourage children to reflect on their own learning and to pursue imaginative activities and questions. We must recognise that, given space, time and freedom, children generate new knowledge by engaging with the information passed on to them by adults. Treating the prescribed textbook as the sole basis of examination is one of the key reasons why other resources and sites of learning are ignored. Inculcating creativity and initiative is possible if we perceive and treat children as participants in learning, not as receivers of a fixed body of knowledge.

These aims imply considerable change in school routines and mode of functioning. Flexibility in the daily time-table is as necessary as rigour in implementing the annual calendar so that the required number of teaching days are actually devoted to teaching. The methods used for teaching and evaluation will also determine how effective this textbook proves for making children's life at school a happy experience, rather than a source of stress or boredom. Syllabus designers have tried to address the problem of curricular burden by restructuring and reorienting knowledge at different stages with greater consideration for child psychology and the time available for teaching. The textbook attempts to enhance this endeavour by giving higher priority and space to opportunities for contemplation and wondering, discussion in small groups, and activities requiring hands-on experience.

The National Council of Educational Research and Training (NCERT) appreciates the hard work done by the textbook development committee responsible for this book. We wish to thank the Chairperson of the advisory group in science and mathematics, Professor J.V. Narlikar and the Chief Advisor for this book, Dr H.K. Dewan for guiding the work of this committee. Several teachers contributed to the development of this textbook; we are grateful to their principals for making this possible. We are indebted to the institutions and organisations which have generously permitted us to draw upon their resources, material and personnel. We are especially grateful to the members of the National Monitoring Committee, appointed by the Department of Secondary and Higher Education, Ministry of Human Resource Development under the Chairpersonship of Professor Mrinal Miri and Professor G.P. Deshpande, for their valuable time anc contribution. As an organisation committed to systemic reform and continuous improvement in the quality of its products, NCERT welcomes comments and suggestions which will enable us to undertake further revision and refinement.

Director
National Council of Educational
Research and Training

New Delhi
20 November 2006

© KTBS Not to be republished

Textbook Development Committee

Chairperson, Advisory Group in Science and Mathematics

J.V. Narlikar, *Emeritus Professor*, Inter University Centre for Astronomy and Astrophysics (IUCCA), Ganeshkhind, Pune University, Pune, Maharashtra

Chief Advisor

H.K. Dewan, Vidya Bhawan Society, Udaipur, Rajasthan

Chief Coordinator

Hukum Singh, Professor and Head (Retd.), DESM, NCERT, New Delhi

Members

Anjali Gupte, Teacher, Vidya Bhawan Public School, Udaipur, Rajasthan

Avantika Dam, TGT, CIE Experimental Basic School, Department of Education, Delhi

H.C. Pradhan, Professor, Homi Bhabha Centre for Science Education, TIFR, Mumbai, Maharashtra

Mahendra Shankar, Lecturer (S.G.) (Retd.), NCERT, New Delhi

Meena Shrimali, Teacher, Vidya Bhawan Senior Secondary School, Udaipur, Rajasthan

R. Athmaraman, Mathematics Education Consultant, TI Matric Higher Secondary School and AMTI, Chennai, Tamil Nadu

S.K.S. Gautam, Professor, DESM, NCERT, New Delhi

Shradha Agarwal, PGT, Sir Padampat Singhania Education Centre, Kanpur (U.P.)

Srijata Das, Senior Lecturer in Mathematics, SCERT, New Delhi

V.P. Singh, Reader (Retd.), DESM, NCERT, New Delhi

Member-coordinator

Ashutosh K. Wazalwar, Professor, DESM, NCERT, New Delhi

©KTBS Not to be republished

ACKNOWLEDGEMENTS

The Council gratefully acknowledges the valuable contributions of the following participants of the Textbook Review Workshop – Ms. Nirupma Sahni, *TGT,* Mahavir Digambar Jain Sr. Sec. School, Jaipur; Dr Roohi Fatima, *TGT,* Jamia Middle School, New Delhi; Ms. Deepti Mathur, *TGT,* Mother's International School, New Delhi; Shri K. Balaji, *TGT,* Kendriya Vidyalaya, Donimalai, Karnataka; Shri Amit Bajaj, *TGT,* CRPF Public School, Delhi; Ms. Omlata Singh, *TGT,* Presentation Convent Sr. Sec. School, Delhi; Shri Nagesh S. Mone, *TGT,* Dravid High School, Wai, Maharashtra; Shri Gorakh Nath Sharma, *PGT,* Jawahar Navodaya Vidyalaya, Mesra, Ranchi, Jharkhand; Shri Ajay Kumar Singh, *TGT,* Ramjas Sr. Sec. School, No.3, Delhi; Ms. Ragini Subramanian, *TGT,* SRDF Vivekananda Vidyalaya, Chennai, Tamil Nadu; Shri Rajkumar Dhawan, *PGT,* Geeta Sr. Sec. School No.2, Delhi; Dr Sanjay Mudgil, *Lecturer,* CIET, NCERT, New Delhi; Dr. Sushma Jaireth, *Reader,* DWS, NCERT, New Delhi; Dr Mona Yadav, *Lecturer,* DWS, NCERT, New Delhi.

The Council acknowledges the comments/suggestions given by Dr Ram Avtar (*Retd. Professor,* NCERT) *Consultant,* DESM, NCERT, New Delhi, Dr R.P. Maurya, *Reader,* DESM, NCERT, New Delhi and Shri Sanjay Bolia, *Senior Teacher,* Vidya Bhawan Basic Secondary School, Udaipur, Rajasthan for the improvement of the content.

The Council acknowledges the support and facilities provided by Vidya Bhawan Society and its staff, Udaipur, for conducting workshops of the development committee at Udaipur, and to the Director, Centre for Science Education and Communication (CSEC), Delhi University for providing library help.

The Council acknowledges the academic and administrative support of Professor Hukum Singh, *Head,* DESM, NCERT, New Delhi.

The Council also acknowledges the efforts of S.M. Ikram, *DTP Operator,* Vidya Bhawan Society Udaipur; Sajjad Haider Ansari, Rakesh Kumar and Neelam Walecha, *DTP Operators,*Kanwar Singh, *Copy Editor,* NCERT; Abhimanu Mohanty, *Proof Reader,* NCERT; Deepak Kapoor, *Computer Station Incharge,* DESM, NCERT for technical assistance, APC-office and the Administrative Staff, DESM, NCERT; and the Publication Department of the NCERT.

©KTBS Not to be republished

ಮುನ್ನುಡಿ

2005ನೇ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಆಧರಿಸಿ ರಚಿತವಾದ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯವಸ್ತುವಿನಂತೆ ರಚಿಸಲಾಗಿರುವ 7ನೇ ತರಗತಿ ಎನ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ ಗಣಿತ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ರಾಜ್ಯದಲ್ಲಿ 2018–19 ನೇ ಸಾಲಿನಿಂದ ಜಾರಿಗೊಳಿಸಲಾಗುತ್ತಿದೆ.

ಎನ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ ಪ್ರಕಟಿಸಿರುವ ಆಂಗ್ಲ ಮಾಧ್ಯಮದ ಗಣಿತ ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ರಾಜ್ಯದಲ್ಲಿ ಕನ್ನಡ, ಮರಾಠಿ, ತೆಲುಗು ಮತ್ತು ತಮಿಳು ಮಾಧ್ಯಮಗಳಿಗೆ ಭಾಷಾಂತರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇಂಗ್ಲೀಷ್, ಹಿಂದಿ ಮತ್ತು ಉರ್ದು ಮಾಧ್ಯಮದ ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಎನ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ ಯಿಂದ ನೇರವಾಗಿ ಪಡೆದು ಭಾಗ–1 ಮತ್ತು ಭಾಗ–2 ಎಂಬುದಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ ಮುದ್ರಿಸಿ ಜಾರಿಗೊಳಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಈ ಪುಸ್ತಕವು 2005 ರ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದ ಎಲ್ಲಾ ವೈಶಿಷ್ಟ್ಯಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. 7ನೇ ತರಗತಿಯ ಗಣಿತ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಅಂತರ್ಗತ ವಿಧಾನ (Integrated Approach), ರಚನಾತ್ಮಕ ವಿಧಾನ (Constructive Approach) ಹಾಗೂ ಸುರುಳಿಯಾಕಾರದ ವಿಧಾನ (Spiral Approach) ಗಳನ್ನು ಅಳವಡಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದ ವಿಷಯ ಹಾಗೂ ಅಭ್ಯಾಸಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಚಿಂತನಾಶೀಲರನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿ, ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಮೂಲಕ ಜ್ಞಾನ ಹಾಗೂ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುವಂತೆ ಮಾಡುವ ಪ್ರಯತ್ನ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಪಠ್ಯ ವಸ್ತುಗಳೊಂದಿಗೆ ಅತ್ಯಂತ ಅವಶ್ಯಕ ಜೀವನ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಅಂತರ್ಗತವಾಗಿ ಬಳಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ಪುಸ್ತಕಗಳು ಪರೀಕ್ಷಾ ದೃಷ್ಟಿಯಿಂದ ರಚಿತವಾಗಿಲ್ಲ ಬದಲಾಗಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸರ್ವಾಂಗೀಣ ವ್ಯಕ್ತಿತ್ವ ವಿಕಸನಕ್ಕೆ ಪೂರಕವಾಗಿದೆ.

ನಿತ್ಯಜೀವನದಲ್ಲಿ ಗಣಿತವು ಎಲ್ಲಾ ಹಂತಗಳಲ್ಲೂ ಅತ್ಯಾವಶ್ಯಕವಾಗಿದೆ. ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ–2005 ರಂತೆ ಗಣಿತದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಂಡು ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ, ಪ್ರಮೇಯಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸಿ, ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವ ಜೊತೆಗೆ ಗಣಿತವನ್ನು ಜೀವನದ ಸಕಲ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳಲ್ಲೂ ಬಳಸುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಬೆಳೆಸಿಕೊಂಡು ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಯಶಸ್ಸುಗಳಿಸುವಂತೆ ಮಾಡಲು ಸಹಕಾರಿ ಕಲಿಕೆಗೆ ಪೂರಕವಾಗಿದೆ.

ಪ್ರಾಚೀನ ಭಾರತದ ಶ್ರೇಷ್ಠ ಗಣಿತ ಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರ ಕೊಡುಗೆಗಳನ್ನು ಸೂಕ್ತ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳು ಶೈಕ್ಷಣಿಕವಾಗಿ ವೈಶಿಷ್ಟ್ಯಪೂರ್ಣವಾಗಿವೆ. ಇತರೆ ವಿಷಯಗಳ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳಂತೆ ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ ಹಾಗೂ ಕೌಶಲ್ಯಗಳನ್ನು ಬೆಳೆಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತವೆ.

ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಮಟ್ಟದ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸುಧಾರಣೆಗಳನ್ನು ಗಮನದಲ್ಲಿರಿಸಿಕೊಂಡು ಕರ್ನಾಟಕ ರಾಜ್ಯದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೂ ಸಹ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಮಟ್ಟದ ಸ್ಪರ್ಧಾತ್ಮಕ ಪರೀಕ್ಷೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಶಸ್ಸನ್ನು ಸಾಧಿಸಲು ಈ ಪುಸ್ತಕ ಸಹಕಾರಿಯಾಗಲಿ ಎಂಬುದೇ ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆಯ ಪ್ರಮುಖ ಆಶಯವಾಗಿದೆ.

ಎನ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ ಪ್ರಕಟಿಸಿರುವ ಗಣಿತ ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ನಮ್ಮ ರಾಜ್ಯದಲ್ಲಿ ಪ್ರಥಮವಾಗಿ ಜಾರಿಗೆ ತರಲು ದಿಟ್ಟ ನಿರ್ಧಾರವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಸಹಕರಿಸಿದ ಸರ್ಕಾರ ಮತ್ತು ಇಲಾಖೆಯ ಉನ್ನತ ಅಧಿಕಾರಿಗಳಿಗೆ ಆಭಾರಿಯಾಗಿದ್ದೇನೆ. ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ನಮ್ಮ ರಾಜ್ಯದಲ್ಲಿ ಜಾರಿಗೆ ತರಲು ಸಕಾಲದಲ್ಲಿ ಅನುಮತಿ ನೀಡಿ ಸಹಕರಿಸಿದ ಎನ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ ಯ ಪ್ರಕಾಶನ ವಿಭಾಗ ಹಾಗೂ ಎನ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ ಸಂಸ್ಥೆ ಎಲ್ಲ ಅಧಿಕಾರಿ,ಸಿಬ್ಬಂದಿಗಳಿಗೆ ಇಲಾಖೆ ತನ್ನ ಹೃತ್ಪೂರ್ವಕ ಕೃತಜ್ಞತೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಪಿಸುತ್ತದೆ.

©KTBS Not to be republished

ರಾಜ್ಯದಲ್ಲಿ, ಈ ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಕನ್ನಡ, ಮರಾಠಿ, ತೆಲುಗು ಮತ್ತು ತಮಿಳು ಮಾಧ್ಯಮಗಳಿಗೆ ಭಾಷಾಂತರಿಸಿದ ಎಲ್ಲ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ವ್ಯಕ್ತಿಗಳಿಗೆ, ಕಾರ್ಯಕ್ರಮ ಸಂಯೋಜನೆ ಮಾಡಿದ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮಾಧಿಕಾರಿಗೆ, ಸುಂದರವಾಗಿ ಡಿಟಿಪಿ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ನಿರ್ವಹಿಸಿರುವ ಡಿಟಿಪಿ ಆಪರೇಟರ್ ಗಳು ಹಾಗೂ ಸಂಸ್ಥೆಗೆ, ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಅಚ್ಚುಕಟ್ಟಾಗಿ ಮುದ್ರಿಸಿ ವಿತರಿಸಿರುವ ಮುದ್ರಕರುಗಳಿಗೆ ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘವು ಹೃತ್ಪೂರ್ವಕ ಕೃತಜ್ಞತೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಪಿಸುತ್ತದೆ.

ಗೋಪಾಲಕೃಷ್ಣ ಹೆಚ್.ಎನ್.
ವ್ಯವಸ್ಥಾಪಕ ನಿರ್ದೇಶಕರು
ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘ (ರಿ)
ಬೆಂಗಳೂರು – 85

©KTBS
Not to be republished

ಕನ್ನಡ ಭಾಷಾಂತರ ಸಮಿತಿ

ಶ್ರೀ ಟಿ.ಕೆ. ರಾಘವೇಂದ್ರ, ಹಿರಿಯ ಉಪನ್ಯಾಸಕರು, ಡಯಟ್, ಕೋಲಾರ.

ಶ್ರೀ ಬಾಲಕೃಷ್ಣ ರಾವ್ ಪಿ.ಎನ್., ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು, ಸರ್ಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ, ನಂಬಿಹಳ್ಳಿ, ಶ್ರೀನಿವಾಸಪುರ ತಾಲ್ಲೂಕು, ಕೋಲಾರ ಜಿಲ್ಲೆ.

ಶ್ರೀ ವೆಂಕಟೇಶ್ ಎಲ್. ವೈದ್ಯ, ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು, ಸರ್ಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ, ಬಾಗಲೂರು, ಬೆಂಗಳೂರು ಉತ್ತರ ಜಿಲ್ಲೆ

ಶ್ರೀ ಕೆ.ವಿ. ಸತ್ಯನಾರಾಯಣ ರಾವ್ ಪ್ರಾಂಶುಪಾಲರು, ಶ್ರೀ ಶಾರದಾ ವಿದ್ಯಾನಿಕೇತನ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ, ಇಸ್ರೋ ಲೇಔಟ್, ಬೆಂಗಳೂರು.

ಶ್ರೀಮತಿ ವೀಣಾ ಆರ್., ಟಿ.ಜಿ.ಟಿ., ಸರ್ಕಾರಿ ಮಾದರಿ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಾಲೆ, ಚನ್ನಸಂದ್ರ, ಬೆಂಗಳೂರು ದಕ್ಷಿಣ ಜಿಲ್ಲೆ

ಸಲಹೆ ಮತ್ತು ಮಾರ್ಗದರ್ಶನ

ಶ್ರೀ ಗೋಪಾಲಕೃಷ್ಣ ಹೆಚ್.ಎನ್. ವ್ಯವಸ್ಥಾಪಕ ನಿರ್ದೇಶಕರು, ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘ, ಬೆಂಗಳೂರು–85.

ಶ್ರೀ ಎಸ್.ಜಿ. ನಾಗೇಶ್ ಉಪನಿರ್ದೇಶಕರು, ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘ, ಬೆಂಗಳೂರು–85.

ಕಾರ್ಯಕ್ರಮಾಧಿಕಾರಿ

ಶ್ರೀಮತಿ ವಿಜಯಾ ಕುಲಕರ್ಣಿ, ಸಹಾಯಕ ನಿರ್ದೇಶಕರು, ಕ.ಪ.ಪು.ಸಂ. ಬೆಂಗಳೂರು.

©KTBS Not to be republished

ಶಿಕ್ಷಕರ ಗಮನಕ್ಕೆ

ನಮ್ಮ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಗಣಿತಕ್ಕೆ ವಿಶೇಷವಾದ ಪಾತ್ರ ಇದೆ. ನಮ್ಮ ದಿನನಿತ್ಯದ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಸಹಾಯವಾಗುವುದರ ಜೊತೆಗೆ ಗಣಿತವು ನಮ್ಮಲ್ಲಿ ತಾರ್ಕಿಕತೆ, ಅಮೂರ್ತತೆ ಹಾಗೂ ಕಲ್ಪನಾಶಕ್ತಿಯನ್ನು ಬೆಳೆಸುತ್ತದೆ. ಇದು ನಮ್ಮ ಜೀವನವನ್ನು ಸಮೃದ್ಧಗೊಳಿಸುವುದರ ಜೊತೆಗೆ ಯೋಚನೆಗೆ ಹೊಸ ಆಯಾಮವನ್ನು ಒದಗಿಸುತ್ತದೆ. ಅಮೂರ್ತ ತತ್ವಗಳನ್ನು ಕಲಿಯುವಾಗ ಪಡುವ ಪಾಡು, ನಮ್ಮಲ್ಲಿ ವಾದಗಳನ್ನು ನಿರೂಪಿಸುವ ಹಾಗೂ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವ ಶಕ್ತಿಯನ್ನು ಬೆಳೆಸುತ್ತದೆ ಹಾಗೂ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ನೋಡುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಒದಗಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಸಮೃದ್ಧ ತಿಳಿವಳಿಕೆಯು ಇತರ ವಿಷಯಗಳ ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಎದುರಾಗುವ ಅಮೂರ್ತ ಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ನಿರ್ವಹಿಸಲು ಸಹಾಯಮಾಡುತ್ತದೆ. ನಾವು ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ನಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು, ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹಾಗೂ ಘನಫಲಗಳ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಗುಣ ಗ್ರಹಿಸಲು, ಹಾಗು ಆಕೃತಿಗಳು ಮತ್ತು ಗಾತ್ರಗಳ ನಡುವಿನ ಸಾಮ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲು ಸಹ ಇದು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಗಣಿತದ ವ್ಯಾಪ್ತಿಯ ನಮ್ಮ ಜೀವನದ ಹಾಗೂ ಪರಿಸರದ ಅನೇಕ ಆಯಾಮಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿದೆ. ಈ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವ ಎಲ್ಲಾ ಕಡೆಗಳಲ್ಲೂ ಬೆಳಕಿಗೆ ತರಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯು ಸಮಸ್ಯೆಯ ಉತ್ತರವನ್ನು ಅಥವಾ ಪರಿಹಾರ ವಿಧಾನವನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದಲ್ಲ. ಬದಲಿಗೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಪರಿಹರಿಸುವುದೆಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದಾಗಿದೆ. ನಿಮ್ಮ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಾವಾಗಿಯೇ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ನೀವು ಬಹಳ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ನೀಡುವಿರೆಂದು ನಾವು ಆಶಿಸುತ್ತೇವೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅವರಾಗಿಯೇ ತಮ್ಮಿಂದಾದಷ್ಟು ಹೊಸ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಹೇಳುವುದು ಒಂದು ಉತ್ತಮ ಯೋಚನೆಯೆಂದು ನಾವು ನಂಬಿದ್ದೇವೆ. ಮಕ್ಕಳು ಗಣಿತದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳು ಮತ್ತು ತತ್ವಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಇದು ಸಹಾಯಕ. ತಾವು ನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತಿರುವ ಕಲ್ಪನೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಅವರಲ್ಲಿ ಭರವಸೆಗಳು ಹೆಚ್ಚಾದಂತೆ ಅವರು ನಿರೂಪಿಸುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಭಿನ್ನ ಹಾಗೂ ಹೆಚ್ಚು ಸಂಕೀರ್ಣವಾಗುತ್ತಾ ಹೋಗುತ್ತವೆ.

ಗಣಿತದ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳು ಗಣಿತೀಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ತಿಳುವಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸುವುದು, ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುವುದು, ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳನ್ನು ನಿರೂಪಿಸುವುದು ಮುಂತಾದ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಪಾಲ್ಗೊಳ್ಳುವ ಮೂಲಕ ಲವಲವಿಕೆ ಹಾಗೂ ಸಂವಾದಾತ್ಮಕವಾಗಿರುವಂತೆ ಮಾಡಬೇಕು. ಭಾಷೆ ಹಾಗೂ ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಗೆ ಅತ್ಯಂತ ಆಪ್ತ ಸಂಬಂಧವಿದೆ. ಗಣಿತದ ಕಲ್ಪನೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಮಾತನಾಡಲು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಅವಕಾಶವಿರಬೇಕು. ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚೆಯಾಗುತ್ತಿರುವ ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಅನುಭವಗಳನ್ನು ತರಗತಿಯ ಹೊರಗಿನಿಂದ ತರಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗಬೇಕು. ಮಕ್ಕಳು ತಮ್ಮದೇ ಪದಗಳು ಹಾಗೂ ಭಾಷೆಯನ್ನು ಬಳಸಲು ನಿರ್ಬಂಧಗಳಿರಬಾರದು ಭಾಷಾ ಬಳಕೆಯು ಸ್ವಲ್ಪ ಸ್ವಲ್ಪವಾಗಿಯೇ ಔಪಚಾರಿಕದೆಡೆಗೆ ಹೊರಳಬೇಕು. ಮಕ್ಕಳು ತಮ್ಮ ಯೋಚನೆಗಳನ್ನು ಅವರ ಮಧ್ಯೆ ಚರ್ಚಿಸಲು ಅವಕಾಶವಿರಬೇಕು. ಜೊತೆಗೆ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಿಂದ ಕಲಿತಿರುವುದನ್ನು ಹಾಗು ತಮ್ಮ ಅನುಭವಗಳ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಿಂದ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ತಮ್ಮ ಕಲಿಕಾ ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸಲೂ ಅವಕಾಶಗಳಿರಬೇಕು ಅವರು ತಮ್ಮ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಗುಂಪಾಗಿ ಓದಲು ಹಾಗೂ ಅದರಿಂದ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಂಡಿದ್ದನ್ನು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಬೇಕು.

©KTBS Not to be republished

ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಅಮೂರ್ತತೆಯ ಅಗತ್ಯತೆಯಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣ ಹೇಳಿಕೆಗಳ ರಚನೆ ಹಾಗೂ ತರ್ಕದ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ಅವುಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸುವುದನ್ನು ಕಲಿಯುತ್ತಾರೆ. ಮಕ್ಕಳು ಇಲ್ಲಿನ ಅಧ್ಯಯದಲ್ಲಿ ಅಮೂರ್ತ ಚಿಂತನೆಗಳನ್ನು ಬೆಳೆಸುವಂತಾಗಲು ಮೂರ್ತರೂಪದ ವಸ್ತುಗಳು, ಅನುಭವಗಳು ಹಾಗೂ ಪರಿಚಿತ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳು ಆಧಾರ ಸ್ತಂಭಗಳಾಗಿ ಸಹಾಯಕವಾಗಬೇಕು. ಇಲ್ಲಿ ನಾವು ಪರಿಶೀಲನೆ ಹಾಗೂ ಸಾಧನೆಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳು ಕೊಡುತ್ತವೆಯೆಂದು ಸೂಚಿಸುವ ಅಗತ್ಯವನ್ನು ಮನಗಂಡಿದ್ದೇವೆ ಇವೆರಡರ ಮಧ್ಯೆ ಅನೇಕರಿಗೆ ಗೊಂದಲವಿರುವುದು ನಿಜ. ನೀವು ಈ ರೀತಿಯ ಗೊಂದಲಗಳು ಉಂಟಾಗದಂತೆ ಎಚ್ಚರವಹಿಸುವಿರೆಂದು ನಾವು ಆಶಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅನೇಕ ಕಡೆ ತತ್ವಗಳನ್ನು ಅಥವಾ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವಂತೆ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಅದೇ ರೀತಿ ತತ್ವಗಳಿಗೆ ಹಾಗೂ ವಿನ್ಯಾಸಗಳಿಗೆ ಅಪವಾದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲೂ ಹೇಳಲಾಗಿದೆ. ಒಂದು ಕಡೆಯಿಂದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸುವುದು ಹಾಗೂ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸುವುದನ್ನು ನಿರೀಕ್ಷಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ, ಮತ್ತೊಂದು ಕಡೆಯಿಂದ ಅವರು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣಕ್ಕೆ ಅಪವಾದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು, ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಹೊಸ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಿಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸುವುದು ಹಾಗು ಅವುಗಳ ಸಮಂಜಸತೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸುವುದನ್ನು ನಿರೀಕ್ಷಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಇವುಗಳು ಅತ್ಯಂತ ಅಗತ್ಯವಾದ ಅಂಶಗಳು ಹಾಗಾಗಿ ಇಂತಹ ಅಭ್ಯಾಸಗಳು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಅನ್ಯ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು ಅತ್ಯವಶ್ಯಕ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಾವಾಗಿಯೇ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಹಾಗೂ ಪಡೆದ ಪರಿಹಾರಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಚಿಂತಿಸಲು ಅನೇಕ ಅವಕಾಶಗಳಿರಬೇಕು. ನೀವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ತಾರ್ಕಿಕ ವಾದಗಳನ್ನು ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸಲು, ತಾರ್ಕಿಕ ವಾದಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು, ವಾದಗಳಲ್ಲಿನ ಹುಳುಕನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಮಾಡಿಕೊಡುವಿರೆಂದು ಆಶಿಸುತ್ತೇವೆ. ಏನನ್ನಾದರೂ ಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಸಾಧಿಸುವುದು ಎಂದರೆ ಏನೆಂದು ಅವರು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಇದು ಅತ್ಯಗತ್ಯ. ಇದರಿಂದ, ಹಿನ್ನಲೆಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಅವರಿಗೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಧೈರ್ಯ ದೊರೆಯುವಂತಾಗುತ್ತದೆ.

ನಿಮ್ಮ ಗಣಿತದ ತರಗತಿಗಳು ಹಳೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಹಳೆಯ ಹಾಗೂ ಕ್ಲಿಷ್ಟಕರ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಅಭ್ಯಾಸವಾಗಿಸದೆ ಅದೊಂದು ಪರಿಶೋಧನಾತ್ಮಕ ಹಾಗೂ ಸೃಜನಾತ್ಮಕ ವಿಷಯವಾಗಿ ಹೊರಹೊಮ್ಮುವುದೆಂದು ನಿರೀಕ್ಷಿಸಲಾಗಿದೆ. ಗಣಿತದ ತರಗತಿಗಳ ಸಮಸ್ಯೆ ಪರಿಹರಿಸಲು ಅರ್ಥವಾಗದ ಅಲ್ಗಾರಿದಂಗಳನ್ನು ಕುರುಡಾಗಿ ಅನ್ವಯಿಸುವುದನ್ನು ನಿರೀಕ್ಷಿಸದೆ, ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಬೇಕು. ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಪರ್ಯಾಯ ಅಲ್ಗಾರಿದಂಗಳು ಹಾಗೂ ಅನೇಕ ಕಾರ್ಯನೀತಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದೆಂಬುದನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಆಸ್ವಾದಿಸಬೇಕು. ಅನೇಕ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಗಳಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡಲ್ಲಿ ಗಣಿತದ ಅರ್ಥವನ್ನು ಆಸ್ವಾದಿಸಲು ಅವಕಾಶವಾಗುತ್ತದೆ.

ನಾವು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಅಧ್ಯಾಯಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಸಂಪರ್ಕಿಸುವ ಹಾಗೂ ಪ್ರಾರಂಭಿಕ ಅಧ್ಯಾಯಗಳ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ನಂತರದ ಅಧ್ಯಾಯಗಳಲ್ಲಿ ಬಳಸುವ ಪ್ರಯತ್ನ ಮಾಡಿದ್ದೇವೆ. ನೀವು ಇದನ್ನು ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಪುನರಾವಲೋಕಿಸಲು, ಆ ಮೂಲಕ ಸುರುಳಿಯಂತೆ ಗಣಿತದ ಪಠ್ಯಕ್ರಮವನ್ನು ನೋಡಲು ಹಾಗೂ ಗಣಿತದ ಪರಿಕಲ್ಪನಾ ಸ್ವರೂಪವನ್ನು ಆಸ್ವಾದಿಸಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡಲು ಅವಕಾಶವಾಗಿ ಬಳಸುವಿರೆಂದು ಆಶಿಸುತ್ತೇವೆ.

©KTBS Not to be republished

ಋಣಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು, ಚರಾಕ್ಷರಗಳು ಮತ್ತು ಇತರ ಹೊಸ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳಿಗೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಮಯವನ್ನು ಕೊಡಿ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಅನೇಕವು ಗಣಿತದ ಮುಂದಿನ ಕಲಿಕೆಗೆ ತಳಪಾಯವಾಗಿವೆ.

ಮಕ್ಕಳು ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಆನಂದಿಸಲು ಈ ಪುಸ್ತಕವು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ಆಶಿಸುತ್ತೇವೆ. ಜೊತೆಗೆ ಮಕ್ಕಳು ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಹಾಗೂ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದನ್ನು ಸಹ ಆನಂದಿಸುತ್ತಾರೆ ಎಂದು ಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ. ಅವರಿಗೆ ಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ಭಯದ ಬದಲು ಭರವಸೆ ಮೂಡಬೇಕು. ಚರ್ಚೆಯ ಮೂಲಕ ಪರಸ್ಪರ ಸಹಾಯ ಮಾಡುವಂತಾಗಬೇಕು. ನೀವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಮೂಲ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳಿಗೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಒತ್ತು ಕೊಡುವಿರಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಹೇಳುವುದನ್ನು ಗಮನವಿಟ್ಟು ಕೇಳುವಿರಿ, ಹಾಗೂ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮ್ಮ ಯೋಚನೆಗಳನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಹೇಳಲು, ತಮ್ಮ ಆಲೋಚನೆಗಳನ್ನು ಮಾತಿನ ರೂಪಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಲು ಸೂಕ್ತ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಮಾಡುವರೆಂದು ನಾವು ನಂಬುತ್ತೇವೆ. ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ನಮ್ಮ ಸಲಹೆ ಸೂಚನೆಗಳಿಗೆ ನಾವು ಎದುರು ನೋಡುತ್ತೇವೆ ಹಾಗೂ ಬೋಧನೆಯ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ನೀವು ಬೆಳೆಸಿದ ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ಅಭ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ನಮ್ಮೊಂದಿಗೆ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳುವಿರಿ, ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದ ಮುಂದಿನ ಆವೃತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಅವುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಅವಕಾಶ ಮಾಡಿಕೊಡುವಿರಿ ಎಂದು ಆಶಿಸುತ್ತೇವೆ.

©KTBS Not to be republished

ಪರಿವಿಡಿ

ಭಾಗ – 1

ARYTCZ

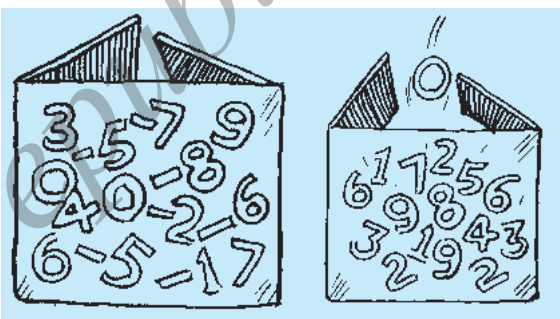
ಕ್ರ.ಸಂ	ಅಧ್ಯಾಯದ ಹೆಸರು	ಪುಟ ಸಂಖ್ಯೆ
1	ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು	1 – 34
2	ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು ಮತ್ತು ದಶಮಾಂಶಗಳು	35 – 68
3	ದತ್ತಾಂಗಳ ನಿರ್ವಹಣೆ	69 – 95
4	ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳು	96 – 115
5	ರೇಖೆಗಳು ಮತ್ತು ಕೋನಗಳು	116 – 138
6	ತ್ರಿಭುಜ ಮತ್ತು ಅದರ ಗುಣಗಳು	139 – 161
7	ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆ	162 – 185
	ಉತ್ತರಗಳು	186 – 196

©KTBS Not to be republished

ಅಧ್ಯಾಯ – 1

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು

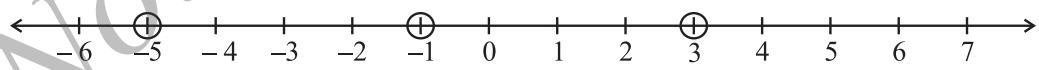
1.1 ಪೀಠಿಕೆ



ನಾವು 6ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಕಲಿತಿರುವೆವು. ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು, ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ಅತೀ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಗ್ರಹವಾಗಿದೆ. ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಪೂಣಾಂಕಗಳಲ್ಲಿ ಇತರೇ ಯಾವ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ನೀವು ಗುರ್ತಿಸಿರುವಿರಿ? ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ, ನಾವು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು, ಅವುಗಳ ಗುಣಗಳು ಮತ್ತು ಮೂಲಕ್ರಿಯೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡೋಣ. ಮೊದಲನೆಯದಾಗಿ, ನಾವು ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಕಲಿತಿರುವುದನ್ನು ಪುನರಾವಲೋಕಿಸೋಣ.

1.2 ಸ್ಮರಿಸಿ

ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ತಿಳಿದಿದ್ದೇವೆ. ಈ ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಕೆಲವು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಲಾಗಿದೆ.

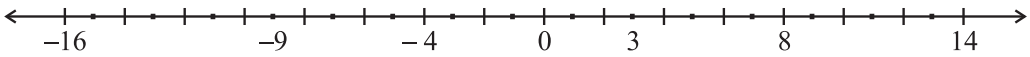


ಇಲ್ಲಿ ಗುರ್ತಿಸಲಾಗಿರುವ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ನೀವು ಏರಿಕೆ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಲ್ಲಿರಾ? ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಏರಿಕೆ ಕ್ರಮ –5, –1, 3. ಇಲ್ಲಿ –5 ನ್ನು ಏಕೆ ಅತೀ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡುತ್ತೇವೆ?

ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಕೆಲವು ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಗುರ್ತಿಸಲಾಗಿದೆ.

©KTBS Not to be republished

ಈ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಇಳಿಕೆ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

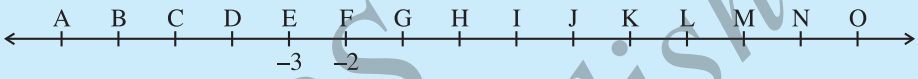


ಈ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಇಳಿಕೆ ಕ್ರಮವು 14, 8, 3 . . . ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಬಿಂದುವಿಗೂ ಸೂಕ್ತವಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿರುವ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯನ್ನು ಮುಂದೆ ನೀಡಲಾಗಿದೆ.



–3 ಮತ್ತು –2ನ್ನು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ E ಮತ್ತು F ಗಳಿಂದ ಗುರ್ತಿಸಿದೆ. ಯಾವ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು B, D, H, J, M ಮತ್ತು O ಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ?

2. 7, –5, 4, 0 ಮತ್ತು –4, ಇವುಗಳನ್ನು ಏರಿಕೆ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿ ಮತ್ತು ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಲು ಅವುಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಗುರ್ತಿಸಿ.

ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ನಾವು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನವನ್ನು ಮಾಡಿದ್ದೇವೆ. ಮುಂದಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಓದಿ ಮನನ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಿ.

ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ,

i. ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಕೂಡಿಸುವಾಗ, ನಾವು ಬಲಕ್ಕೆ ಚಲಿಸುತ್ತೇವೆ.

ii. ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಕೂಡಿಸುವಾಗ, ನಾವು ಎಡಕ್ಕೆ ಚಲಿಸುತ್ತೇವೆ.

iii. ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಕಳೆಯುವಾಗ, ನಾವು ಎಡಕ್ಕೆ ಚಲಿಸುತ್ತೇವೆ.

iv. ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಕಳೆಯುವಾಗ, ನಾವು ಬಲಕ್ಕೆ ಚಲಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಸರಿಯೋ ಅಥವಾ ತಪ್ಪೋ ತಿಳಿಸಿ. ತಪ್ಪಾಗಿರುವ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಸರಿಪಡಿಸಿ.

i. ಎರಡು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

ii. ಎರಡು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

iii. ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಮತ್ತು ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ, ಯಾವಾಗಲೂ ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

iv. ಪೂರ್ಣಾಂಕ 8ರ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ (–8) ಮತ್ತು (–8) ರ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ 8.

v. ವ್ಯವಕಲನ ಮಾಡುವಾಗ ನಾವು ಕಳೆಯಬೇಕಾಗಿರುವ ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮವನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕಕ್ಕೆ ಕೂಡಿಸುತ್ತೇವೆ.

vi. $(-10) + 3 = 10-3$

vii. $8 + (-7) - (-4) = 8+7-4$

©KTBS Not to be republished

ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಉತ್ತರಗಳೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿ ನೋಡಿ:

(i) ಸರಿ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, (a) $56 + 73 = 129$

(b) $113 + 82 = 195$ ಇತ್ಯಾದಿ.

ಈ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸುವ ಇನ್ನೂ ಐದು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(ii) ತಪ್ಪು. ಏಕೆಂದರೆ, $(-6) + (-7) = -13$. ಇದು ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಸರಿಯಾದ ಹೇಳಿಕೆ: ಎರಡು ಋಣಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕವು ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ,

(a) $(-56) + (-73) = -129$ (b) $(-113) + (-82) = -195$ ಇತ್ಯಾದಿ.

ಈ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ನಿಮ್ಮದೇ ಆದ ಐದು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

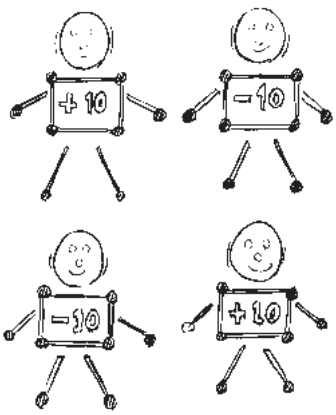
(iii) ತಪ್ಪು. ಏಕೆಂದರೆ, $-9 + 16 = 7$. ಇದು ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಲ್ಲ. ಇದಕ್ಕೆ ಸರಿಯಾದ ಹೇಳಿಕೆ: ಒಂದು ಧನ ಮತ್ತು ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ನಾವು ಅವುಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡ ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಎರಡೂ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ನಿರ್ಲಕ್ಷಿಸಿ ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ,

(a) $(-56) + (73) = 17$ (b) $(-113) + 82 = -31$

(c) $16 + (-23) = -7$ (d) $125 + (-101) = 24$

ಈ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸುವ ಇನ್ನೂ ಐದು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.



(iv) ಸರಿ. ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಮುಂದೆ ನೀಡಲಾಗಿದೆ:

ಪೂರ್ಣಾಂಕ	ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ
10	−10
−10	10
76	−76
−76	76

ಹೀಗೆ, ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕ a ನ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ $-a$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಮತ್ತು $(-a)$ ನ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ a ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

©KTBS Not to be republished

(v) ಸರಿ. ವ್ಯವಕಲನವು ಸಂಕಲನದ ವಿರುದ್ಧ ಕ್ರಿಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಕಳೆಯಬೇಕಾಗಿರುವ ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮವನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕಕ್ಕೆ ಕೂಡಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ,

(a) $56 - 73 = 56 + (73)$ ರ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ $= 56 + (-73) = -17$.

(b) $56 - (-73) = 56 + (-73)$ ರ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ $= 56 + 73 = 129$.

(c) $-79 - 45 = (-79) + (-45) = -124$.

(d) $(-100) - (-172) = -100 + 172 = 72$ ಇತ್ಯಾದಿ.

ಈ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಇದೇ ರೀತಿಯ ಕನಿಷ್ಠ ಐದು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಹೀಗೆ, ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕ a ಮತ್ತು b ಗಳಿಗೆ

$a - b = a + (b)$ ಯ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ $= a + (-b)$

ಮತ್ತು $a - (-b) = a + (-b)$ ಯ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ $= a + b$. ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ.

(vi) ತಪ್ಪು, ಏಕೆಂದರೆ $(-10) + 3 = -7$ ಮತ್ತು $10 - 3 = 7$

ಆದ್ದರಿಂದ, $(-10) + 3 \neq 10 - 3$.

(vii) ತಪ್ಪು, ಏಕೆಂದರೆ $8 + (-7) - (-4) = 8 + (-7) + 4 = 1 + 4 = 5$

ಮತ್ತು $8 + 7 - 4 = 15 - 4 = 11$

ಆದಾಗ್ಯೂ, $8 + (-7) - (-4) = 8 - 7 + 4$.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ನಾವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ವಿವಿಧ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಮಾಡಿದ್ದೇವೆ. ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲಿನ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಲ್ಲಿರಾ? ಹೌದಾದರೆ, ಅವುಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ.

(a) 7, 3, –1, –5, ___, ___, ___.

(b) –2, –4, –6, –8, ___, ___, ___.

(c) 15, 10, 5, 0, ___, ___, ___.

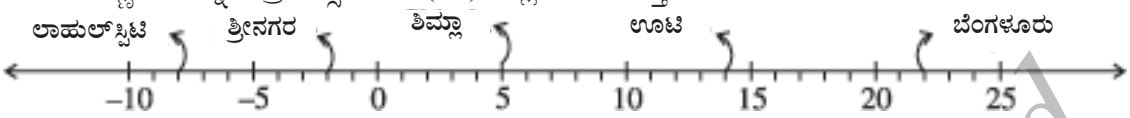
(d) –11, –8, –5, –8, ___, ___, ___.

ಇಂತಹ ಕೆಲವು ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಅವುಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು ನಿಮ್ಮ ಸಹಪಾಠಿಗಳಿಗೆ ತಿಳಿಸಿ.

©KTBS Not to be republished

ಅಭ್ಯಾಸ 1.1

1. ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯು ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ದಿನದಲ್ಲಿ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಪ್ರದೇಶಗಳ ಉಷ್ಣತೆಯನ್ನು ಡಿಗ್ರಿ ಸೆಲ್ಸಿಯಸ್ (°C) ನಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.



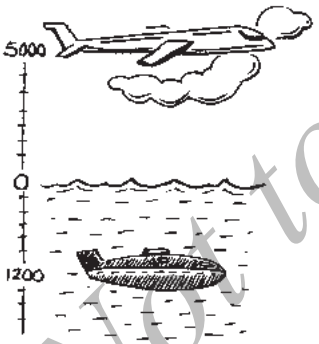
(a) ಈ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಇದರ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸಿರುವ ಸ್ಥಳಗಳ ಉಷ್ಣತೆಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(b) ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಅತೀ ಹೆಚ್ಚು ಬಿಸಿಯಾದ ಮತ್ತು ಅತೀ ಹೆಚ್ಚು ತಂಪಾದ ಪ್ರದೇಶಗಳ ಉಷ್ಣತೆಯಲ್ಲಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಎಷ್ಟು ?

(c) ಲಾಹುಲ್‌ಸ್ಪಿಟಿ ಮತ್ತು ಶ್ರೀನಗರ ಈ ಎರಡು ಪ್ರದೇಶಗಳ ಉಷ್ಣತೆಯಲ್ಲಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಎಷ್ಟು ?

(d) ಶ್ರೀನಗರ ಮತ್ತು ಶಿಮ್ಲಾ ಈ ಎರಡು ಪ್ರದೇಶಗಳ ಒಟ್ಟಾರೆ ಉಷ್ಣತೆಯು ಶಿಮ್ಲಾದ ಉಷ್ಣತೆಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದೇ? ಅದರಂತೆಯೇ, ಈ ಉಷ್ಣತೆಯು ಶ್ರೀನಗರದ ಉಷ್ಣತೆಗಿಂತಲೂ ಕಡಿಮೆಯೇ?

2. ಒಂದು ರಸಪ್ರಶ್ನೆ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಗಳಿಗೆ ಧನಾತ್ಮಕ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ತಪ್ಪಾದ ಉತ್ತರಗಳಿಗೆ ಋಣಾತ್ಮಕ ಅಂಕಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗುತ್ತದೆ. ಜಾಕ್ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ ಐದು ಸುತ್ತುಗಳಲ್ಲಿ ಪಡೆದ ಅಂಕಗಳು 25, –5, –10, 15 ಮತ್ತು 10 ಆದರೆ ಅವನ ಅಂತಿಮ ಅಂಕ ಎಷ್ಟು ?



3. ಶ್ರೀನಗರದಲ್ಲಿ ಸೋಮವಾರ ಉಷ್ಣತೆಯು –5°C ಇದ್ದು ಮಂಗಳವಾರ 2°C ನಷ್ಟು ಇಳಿಕೆಯಾಯಿತು. ಹಾಗಾದರೆ ಮಂಗಳವಾರ ಶ್ರೀನಗರದಲ್ಲಿದ್ದ ಉಷ್ಣತೆ ಎಷ್ಟು? ಬುಧವಾರದಂದು ಈ ಉಷ್ಣತೆಯು 4°C ನಷ್ಟು ಏರಿಕೆಯಾಯಿತು. ಹಾಗಾದರೆ ಬುಧವಾರದ ಉಷ್ಣತೆ ಎಷ್ಟು?

4. ವಿಮಾನವೊಂದು ಸಮುದ್ರಮಟ್ಟದಿಂದ 5000m ಎತ್ತರದಲ್ಲಿ ಹಾರಾಡುತ್ತಿದೆ. ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಸಮುದ್ರ ಮಟ್ಟದಿಂದ 1200m ಆಳದಲ್ಲಿ ತೇಲುತ್ತಿರುವ ಸಬ್ ಮರೀನ್‌ನ ಮೇಲ್ಗಡೆಗೆ ಸರಿಯಾಗಿ ವಿಮಾನವು ಹಾರುತ್ತದೆ. ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಲಂಬದೂರ ಎಷ್ಟು?

5. ಮೋಹನ್ ತನ್ನ ಬ್ಯಾಂಕ್ ಖಾತೆಯಲ್ಲಿ ₹2,000 ಠೇವಣಿ ಇರಿಸಿ ಮರುದಿನ ₹1,642 ಹಿಂತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾನೆ. ಖಾತೆಯಿಂದ ಹಿಂತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಹಣವನ್ನು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಗುರ್ತಿಸಿದರೆ ಖಾತೆಯಲ್ಲಿ ಠೇವಣಿ ಇರಿಸಿದ ಹಣವನ್ನು ಹೇಗೆ ಗುರ್ತಿಸುವಿರಿ? ಹಣವನ್ನು ಹಿಂತೆಗೆದುಕೊಂಡ ನಂತರ ಮೋಹನ್‌ನ ಖಾತೆಯಲ್ಲಿನ ಬಾಕಿ ಹಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

©KTBS Not to be republished

6. ರೀಟಾ 20km ದೂರವನ್ನು A ಬಿಂದುವಿನಿಂದ B ಬಿಂದುವಿಗೆ ಪೂರ್ವದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಕ್ರಮಿಸುತ್ತಾಳೆ. ಅವಳು B ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಪಶ್ಚಿಮಕ್ಕೆ 30km ದೂರವನ್ನು ಅದೇ ರಸ್ತೆಯಲ್ಲಿ ಕ್ರಮಿಸುತ್ತಾಳೆ. ಪೂರ್ವಕ್ಕೆ ಇರುವ ದೂರವನ್ನು ಧನಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಸೂಚಿಸಿದರೆ, ಪಶ್ಚಿಮಕ್ಕೆ ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರವನ್ನು ಹೇಗೆ ಸೂಚಿಸುವಿರಿ? A ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಅವಳ ಅಂತಿಮ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಯಾವ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಸೂಚಿಸುವಿರಿ?

7. ಮಾಯಾ ಚೌಕದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಅಡ್ಡಸಾಲು, ಕಂಬಸಾಲು ಮತ್ತು ಕರ್ಣ ಒಂದೇ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. ಇಲ್ಲಿ ನೀಡಿರುವ (i) ಮತ್ತು (ii) ರಲ್ಲಿ ಮಾಯಾಚೌಕ ಯಾವುದೆಂದು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

5	–1	–4
–5	–2	7
0	3	–3

(i)

1	–10	0
–4	–3	–2
–6	4	–7

(ii)

8. ಇಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ a ಮತ್ತು b ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ $a - (-b) = a + b$ ಆಗುತ್ತದೆಯೇ? ಎಂಬುದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

(i) $a = 21$, $b = 18$ (ii) $a = 118$, $b = 125$

(iii) $a = 75$, $b = 84$ (iv) $a = 28$, $b = 11$

9. ಮುಂದಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಸರಿಯಾಗುವಂತೆ >, <, ಅಥವಾ = ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಖಾಲಿ ಬಿಟ್ಟಿರುವ ಸ್ಥಳದಲ್ಲಿ ತುಂಬಿ.

(a) $-8 + (-4)$ ☐ $-8 - (-4)$

(b) $(-3) + 7 - (19)$ ☐ $15 - 8 + (-9)$

(c) $23 - 41 + 11$ ☐ $23 - 41 - 11$

(d) $39 + (-24) - (15)$ ☐ $36 + (-52) - (-36)$

(e) $-231 + 79 + 51$ ☐ $-399 + 159 + 81$

10. ಒಂದು ನೀರಿನ ತೊಟ್ಟಿಯ ಒಳಭಾಗದಲ್ಲಿ ಮೆಟ್ಟಲುಗಳಿವೆ. ಕೋತಿಯೊಂದು ಮೇಲುಗಡೆಯ ಮೆಟ್ಟಿಲಿನ ಮೇಲೆ (ಅಂದರೆ ಮೊದಲ ಮೆಟ್ಟಲು) ಕುಳಿತಿದೆ. ನೀರಿನ ಮಟ್ಟವು 9ನೇ ಮೆಟ್ಟಲಿನಲ್ಲಿದೆ.

(i) ಕೋತಿಯು 3 ಮೆಟ್ಟಲು ಕೆಳಗೆ ಜಿಗಿದು, 2 ಮೆಟ್ಟಲು ಹಿಂದಕ್ಕೆ ಜಿಗಿಯುತ್ತದೆ. ಎಷ್ಟು ಜಿಗಿತಗಳಲ್ಲಿ ಅದು ನೀರಿನ ಮಟ್ಟವನ್ನು ತಲುಪುತ್ತದೆ?

(ii) ನೀರು ಕುಡಿದ ನಂತರ ಅದು ಹಿಂದಕ್ಕೆ ಬರಬೇಕಿದೆ. ಇದಕ್ಕಾಗಿ, ಪ್ರತಿ ಬಾರಿಯೂ ಅದು 4 ಮೆಟ್ಟಲು ಮೇಲಕ್ಕೆ ಮತ್ತು 2 ಮೆಟ್ಟಲು ಕೆಳಗೆ ಜಿಗಿಯುತ್ತದೆ. ಎಷ್ಟು ಜಿಗಿತಗಳಲ್ಲಿ ಅದು ಮೇಲಿನ ತುದಿಯ ಮೆಟ್ಟಲನ್ನು ತಲುಪುವುದು?

©KTBS Not to be republished

(iii) ಕೆಳಕ್ಕೆ ಚಲಿಸಿದ ಮೆಟ್ಟಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಮತ್ತು ಮೇಲಕ್ಕೆ ಚಲಿಸಿದ ಮೆಟ್ಟಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಸೂಚಿಸಿದರೆ, ಭಾಗ (i) ಮತ್ತು ಭಾಗ (ii) ರಲ್ಲಿನ ಅದರ ಚಲನೆಯನ್ನು ಮುಂದಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ ತೋರಿಸಿ:

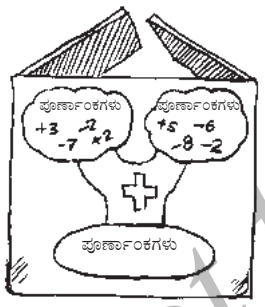
(a) $-3 + 2 - \ldots = -8$.

(b) $4 - 2 + \ldots = 8$. (a) ನಲ್ಲಿನ ಮೊತ್ತ (–8). ಇದು ಎಂಟು ಮೆಟ್ಟಲು ಕೆಳಕ್ಕೆ ಇಳಿದಿದ್ದನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. (b) ಯಲ್ಲಿನ ಮೊತ್ತ (8) ಆದರೆ ಇದು ಏನನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ?

1.3 ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನದ ಗುಣಗಳು

1.3.1 ಸಂಕಲನದ ಆವೃತ ಗುಣ

ಎರಡು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 17 + 24 = 41 ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ. ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ, ಇದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಕಲನದ ಆವೃತ ಗುಣವಾಗಿದೆ.



ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ ಈ ಗುಣವು ಸರಿಹೊಂದುತ್ತದೆಯೋ ಇಲ್ಲವೋ ಪರೀಕ್ಷಿಸೋಣ.

ಕೆಲವು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಮುಂದಿನ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಮತ್ತು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ.

ಹೇಳಿಕೆ	ವೀಕ್ಷಣೆ
(i) 17 + 23 = 40	ಫಲಿತಾಂಶವು ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ.
(ii) (–10) + 3 = ____	_____
(iii) (–75) + 18= ____	_____
(iv) 19 + (–25) = –6	ಫಲಿತಾಂಶವು ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ.
(v) 27 + (–27) = ___	_____
(vi) (–20) + 0 = ___	_____
(vii) (–35) + (–10) = ___	_____

ನೀವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುವಿರಿ? ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತವು ಯಾವಾಗಲೂ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವೇ?

ಮೊತ್ತವು ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿಲ್ಲದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ನೀವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಲ್ಲಿರಾ?

©KTBS Not to be republished

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತವು ಪೂರ್ಣಾಂಕವೇ ಆಗುವುದರಿಂದ, **ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಸಂಕಲನದ ಆವೃತ ಗುಣ** ಹೊಂದಿದೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕ a **ಮತ್ತು** b **ಗಳಿಗೆ,** $a + b$ **ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.**

1.3.2. ವ್ಯವಕಲನದ ಆವೃತ ಗುಣ

ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಇನ್ನೊಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಏನಾಗುತ್ತದೆ ? ಅವುಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವೂ ಸಹ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದೇ?

ಮುಂದಿನ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ, ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ.

ಹೇಳಿಕೆ	ವೀಕ್ಷಣೆ
(i) $7 - 9 = -2$	ಫಲಿತಾಂಶವು ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ.
(ii) $17 - (-21) =$ ____	_____
(iii) $-8 - (-14) = 6$	ಫಲಿತಾಂಶವು ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ.
(vi) $(-21) - (-10) =$ ____	_____
(v) $32 - (-17) =$ ____	_____
(vi) $(-18) - (-18) =$ ____	_____
(vii) $(-29) - 0 =$ ____	_____

ನೀವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುವಿರಿ? ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗದ ಯಾವುದಾದರೂ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಜೋಡಿ ಇದೆಯೇ?

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ವ್ಯವಕಲನದ ಆವೃತ ಗುಣ ಹೊಂದಿದೆ ಎಂಬುದಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದೇ? ಹೌದು. ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ವ್ಯವಕಲನದಲ್ಲಿ ಆವೃತವಾಗಿವೆ.

ಹೀಗೆ, a ಮತ್ತು b ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾದಾಗ $a - b$ ಸಹ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ. ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಈ ಗುಣವನ್ನು ಪಾಲಿಸುತ್ತವೆಯೇ?

1.3.3. ಪರಿವರ್ತನೀಯ ಗುಣ

ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ, $3+5 = 5+3 = 8$. ಅಂದರೆ, ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಯಾವುದೇ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಕೂಡಬಹುದು. ಇದರ ಅರ್ಥ ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಂಕಲನದ ಪರಿವರ್ತನೀಯ ಗುಣ ಹೊಂದಿವೆ.

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೂ ಸಹ ನಾವು ಇದನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಬಹುದೇ?

ಇಲ್ಲಿ, $5 + (-6) = -1$ ಮತ್ತು $(-6) + 5 = -1$

ಆದ್ದರಿಂದ, $5 + (-6) = -1 = (-6) + 5$

ಮುಂದಿನವುಗಳು ಸಮವೇ?

(i) $(-8) + (-9)$ ಮತ್ತು $(-9) + (-8)$

©KTBS Not to be republished

(ii) $(-23) + 32$ ಮತ್ತು $32 + (-23)$

(iii) $(-45) + 0$ ಮತ್ತು $0 + (-45)$

ಇತರೆ ಐದು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಇದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ಕ್ರಮವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿ, ಯಾವುದೇ ಜೋಡಿ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತದಲ್ಲಿ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗುತ್ತದೆಯೇ ? ಖಂಡಿತವಾಗಿಯೂ ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. *ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಂಕಲನವು ಪರಿವರ್ತನೀಯ ಗುಣವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.*

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕ a ಮತ್ತು b ಗಳಿಗೆ

$$a + b = b + a$$

- ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ, ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವ್ಯವಕಲನವು ಪರಿವರ್ತನೀಯ ಗುಣವನ್ನು ಹೊಂದಿಲ್ಲ. ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ವ್ಯವಕಲನದಲ್ಲಿ ಪರಿವರ್ತನೀಯ ಗುಣವನ್ನು ಹೊಂದಿವೆಯೇ?

  ಪೂರ್ಣಾಂಕ 5 ಮತ್ತು -3 ನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.

  $5 - (-3)$ ಮತ್ತು $(-3) - 5$ ಒಂದೇ ಆಗಿದೆಯೇ? ಇಲ್ಲ, ಏಕೆಂದರೆ $5 - (-3) = 5 + 3 = 8$ ಮತ್ತು $(-3) - 5 = -3 - 5 = -8$.

  ಇದೇ ರೀತಿ ಕನಿಷ್ಠ ಐದು ವಿವಿಧ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಇದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ. ಆದ್ದರಿಂದ, *ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ವ್ಯವಕಲನದಲ್ಲಿ ಪರಿವರ್ತನೀಯ ಗುಣ ಹೊಂದಿಲ್ಲ* ಎಂದು ನಾವು ತೀರ್ಮಾನಿಸುತ್ತೇವೆ.

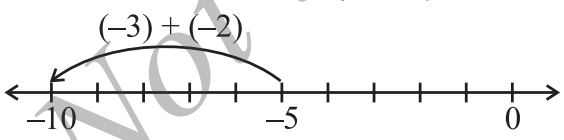
1.3.4. ಸಹವರ್ತನೀಯ ಗುಣ:

ಮುಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ:

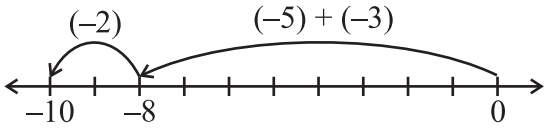
ಪೂರ್ಣಾಂಕ -3, -2 ಮತ್ತು -5ನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.

$(-5) + [(-3) + (-2)]$ ಮತ್ತು $[(-5) + (-3)] + (-2)$ ಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಮೊದಲ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ (-3) ಮತ್ತು (-2) ಗಳನ್ನು ಒಂದೆಡೆ ಗುಂಪು ಮಾಡಲಾಗಿದೆ ಹಾಗೂ ಎರಡನೆಯದರಲ್ಲಿ (-5) ಮತ್ತು (-3) ಗಳನ್ನು ಒಂದೆಡೆ ಗುಂಪು ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಫಲಿತಾಂಶಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸೋಣ.



$(-5)+[(-3)+(-2)]$



$[(-5)+(-3)]+(-2)$

ಎರಡೂ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಮೊತ್ತ -10 ನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಅಂದರೆ, $(-5) + [(-3) + (-2)] = [(-5) + (-3)] + (-2)$

ಅದೇ ರೀತಿ, -3, 1 ಮತ್ತು -7 ಪರಿಗಣಿಸಿ.

$(-3) + [1 + (-7)] = -3 +$ _____ $=$ _____

©KTBS Not to be republished

$[(-3) + 1] + (-7) = -2 +$ _____ $=$ _____

$(-3) + [1 + (-7)]$ ಇದು $[(-3) + 1] + (-7)$ ಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದೆಯೇ?

ಇದರಂತೆಯೇ ಇನ್ನೂ ಐದು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಯಾವುದೇ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ ನೀವು ಮೊತ್ತವು ಭಿನ್ನವಾಗಿರುವುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. *ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಸಂಕಲನದಲ್ಲಿ ಸಹವರ್ತನೀಯ ಗುಣವನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ.*

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು a, b ಮತ್ತು c ಗಳಿಗೆ

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

1.3.5. ಸಂಕಲನದ ಅನನ್ಯತಾಂಶ

ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕಕ್ಕೆ ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಅದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸೊನ್ನೆ ಸಂಕಲನದ ಅನನ್ಯತಾಂಶ. ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೂ ಇದು ಸಂಕಲನದ ಅನನ್ಯತಾಂಶವಾಗುತ್ತದೆಯೇ?

ಮುಂದಿನವುಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಮತ್ತು ಖಾಲಿ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ಭರ್ತಿಮಾಡಿ:

(i) $(-8) + 0 = -8$ (ii) $0 + (-8) = -8$

(iii) $(-23) + 0 =$ ____ (iv) $0 + (-37) = -37$

(v) $0 + (-59) =$ ____ (vi) $0 +$ ____ $= -43$

(vii) $-61 +$ ____ $= -61$ (viii) ____ $+ 0 =$ ____ .

ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳು ಸೊನ್ನೆಯು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಂಕಲನದ ಅನನ್ಯತಾಂಶ ಎಂಬುದನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ.

ಇತರೆ ಐದು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಸೇರಿಸುವುದರಿಂದ ನೀವು ಇದನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಬಹುದು.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕ a ಗೆ,

$$a + 0 = a = 0 + a$$

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. ಮೊತ್ತವು ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕೊಡುವಂತೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

   (a) ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ (b) ಸೊನ್ನೆ

   (c) ಆ ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೂ ಚಿಕ್ಕದಾದ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ

   (d) ಆ ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕದಾದ ಪೂರ್ಣಾಂಕ

   (e) ಆ ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೂ ದೊಡ್ಡದಾದ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ

©KTBS Not to be republished

2. ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕೊಡುವಂತೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(a) ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ (b) ಸೊನ್ನೆ

(c) ಆ ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೂ ಚಿಕ್ಕದಾದ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ

(d) ಆ ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕದಾದ ಪೂರ್ಣಾಂಕ

(e) ಆ ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೂ ದೊಡ್ಡದಾದ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ

ಉದಾಹರಣೆ 1. (a) ಮೊತ್ತ –3. (b) ವ್ಯತ್ಯಾಸ –5.

(c) ವ್ಯತ್ಯಾಸ –2. (d) ಮೊತ್ತ 0.

ಆಗಿರುವಂತೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: (a) $(-1) + (-2) = -3$ ಅಥವಾ $(-5) + 2 = -3$.

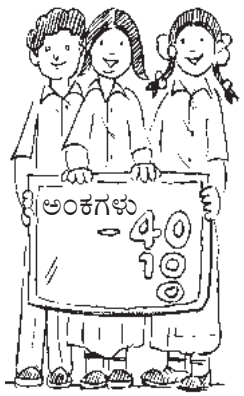
(b) $(-9) - (-4) = -5$ ಅಥವಾ $(-2) - 3 = -5$.

(c) $(-7) - (-9) = 2$. ಅಥವಾ $1 - (-1) = 2$.

(d) $(-10) + (10) = 0$. ಅಥವಾ $5 + (-5) = 0$.

ಈ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಜೊತೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಬಲ್ಲಿರಾ?

ಅಭ್ಯಾಸ 1.2



1. (a) ಮೊತ್ತವು –7

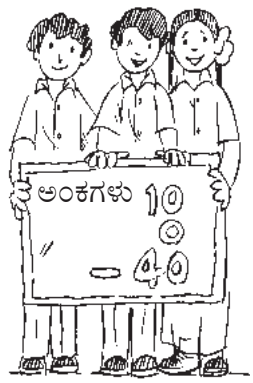
(b) ವ್ಯತ್ಯಾಸ –10

(c) ವ್ಯತ್ಯಾಸ 0, ಆಗಿರುವಂತೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

2. (a) ವ್ಯತ್ಯಾಸ 8 ಆಗುವಂತೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(b) ಮೊತ್ತ –5 ಆಗುವಂತೆ ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಮತ್ತು ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(c) ವ್ಯತ್ಯಾಸ –3 ಆಗುವಂತೆ ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಮತ್ತು ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.



3. ಒಂದು ರಸಪ್ರಶ್ನೆ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ ಮೂರು ಸುತ್ತುಗಳಲ್ಲಿ A ತಂಡವು –40, 10, 0 ಅಂಕಗಳನ್ನು ಮತ್ತು B ತಂಡವು 10, 0, –40 ಅಂಕಗಳನ್ನು ಗಳಿಸಿದವು. ಯಾವ ತಂಡವು ಹೆಚ್ಚು ಅಂಕವನ್ನು ಗಳಿಸಿತು? ಯಾವುದೇ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ನಾವು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಂಕಲನ ಮಾಡಬಹುದೇ?

4. ಮುಂದಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಸರಿಹೊಂದುವಂತೆ ಖಾಲಿ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ಭರ್ತಿಮಾಡಿ:

(i) $(-5) + (-8) = (-8) + (\ .\ .\ .\ .\ )$

©KTBS Not to be republished

(ii) $-53 + \ldots\ldots = -53$

(iii) $17 + \ldots\ldots = 0$

(iv) $[13 + (-12)] + (\ldots\ldots) = 13 + [(-12) + (-7)]$

(v) $(-4) + [15 + (-3)] = [-4 + 15] + \ldots\ldots$

1.4 ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಾಕಾರ

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನವನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು. ಈಗ ನಾವು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಲಿಯೋಣ.

1.4.1. ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಮತ್ತು ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಾಕಾರ

ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರವು ಪುನರಾವರ್ತಿತ ಸಂಕಲನ ಎಂಬುದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15$

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಂಕಲನವನ್ನು ನೀವು ಸೂಚಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

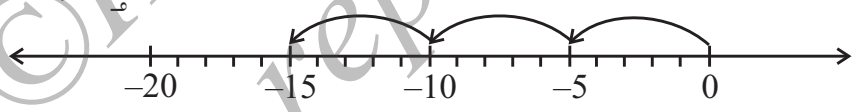
$4 \times (-8)$

$8 \times (-2)$

$3 \times (-7)$

$10 \times (-1)$

ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯಲ್ಲಿ, $(-5) + (-5) + (-5) = -15$ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ.

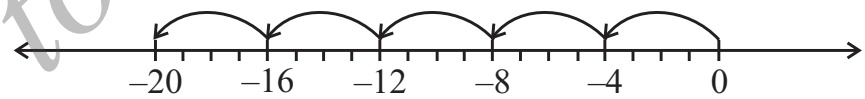


ಇದನ್ನು ನಾವು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿಯೂ ಬರೆಯಬಹುದು.

$(-5) + (-5) + (-5) = 3 \times (-5)$

ಆದ್ದರಿಂದ, $3 \times (-5) = -15.$

ಅದರಂತೆಯೇ, $(-4) + (-4) + (-4) + (-4) + (-4) = 5 \times (-4) = -20.$



ಮತ್ತು $(-3) + (-3) + (-3) + (-3) =$ _____ $=$ _____

ಹಾಗೂ $(-7) + (-7) + (-7) =$ _____ $=$ _____

ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಸಹಾಯವಿಲ್ಲದೇ, ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಮತ್ತು ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಈಗ ನೋಡೋಣ.

$3 \times (-5)$ ಇದನ್ನು ವಿಭಿನ್ನ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ. ಮೊದಲು 3×5 ಕಂಡುಹಿಡಿದು. ನಂತರದಲ್ಲಿ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಮುಂದೆ ಋಣ ಚಿಹ್ನೆ ಬರೆಯಿರಿ. ಅದು -15 ಆಗುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ, $-(3 \times 5)$ ನ್ನು -15 ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿದೆವು.

ಅದರಂತೆಯೇ, $5 \times (-4) = -(5 \times 4) = -20.$

©KTBS Not to be republished

ಅದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಇವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$4 \times (-8) =$ _____ $=$ _____, $3 \times (-7) =$ _____ $=$ _____.

$6 \times (-5) =$ _____ $=$ _____, $2 \times (-9) =$ _____ $=$ _____.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

(i) $6 \times (-19)$

(ii) $12 \times (-32)$

(iii) $7 \times (-22)$

ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸಿ,

$10 \times (-43) =$ _____ $-(10 \times 43) = -430$ ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಈವರೆಗೂ ನಾವು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಹೀಗೆ ಗುಣಿಸಿದ್ದೇವೆ:

(ಧನಪೂರ್ಣಾಂಕ) × (ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ).

ಈಗ ನಾವು ಅವುಗಳನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಗುಣಿಸೋಣ:

(ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ) × (ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ)

ಮೊದಲು ನಾವು -3×5 ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ.

ಇದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ಮುಂದಿನ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ:

ಇಲ್ಲಿ, $3 \times 5 = 15.$

$2 \times 5 = 10 = 15 - 5.$

$1 \times 5 = 5 = 10 - 5.$

$0 \times 5 = 0 = 5 - 5.$

ಆದ್ದರಿಂದ, $-1 \times 5 = 0 - 5 = -5.$

$-2 \times 5 = -5 - 5 = -10.$

$-3 \times 5 = -10 - 5 = -15.$

ಈಗಾಗಲೇ, $3 \times (-5) = -15$ ಎಂದು ತಿಳಿದಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $(-3) \times 5 = -15 = 3 \times (-5)$

ಇಂತಹ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ $(-5) \times 4 = -20 = 5 \times (-4)$ ನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ, $(-4) \times 8$, $(-3) \times 7$, $(-6) \times 5$ ಮತ್ತು $(-2) \times 9$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ:

$(-4) \times 8 = 4 \times (-8).$

$(-3) \times 7 = 3 \times (-7).$

$(-6) \times 5 = 6 \times (-5).$

ಮತ್ತು $(-2) \times 9 = 2 \times (-9).$

ಇವುಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ, $(-33) \times 5 = 33 \times (-5) = -165$ ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, *ಒಂದು ಧನಪೂರ್ಣಾಂಕ ಮತ್ತು ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಗುಣಿಸುವಾಗ ನಾವು*

©KTBS Not to be republished

ಅವುಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಿ ಗುಣಿಸುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧದ ಮುಂದೆ ಋಣ ಚಿಹ್ನೆ (–) ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಹೀಗೆ ನಾವು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. ಇವುಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

   (a) $15 \times (-16)$ (b) $21 \times (-32)$

   (c) $(-42) \times 12$ (d) -55×15.

2. ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

   (a) $25 \times (-21) = (-25) \times 21$.

   (b) $(-23) \times 20 = 23 \times (-20)$

   ಇದೇ ರೀತಿಯ ಇನ್ನೂ ಐದು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ a ಮತ್ತು b ಗಳಿಗೆ

$$a \times (-b) = (-a) \times b = -(a \times b)$$

1.4.2. ಎರಡು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ

$(-3) \times (-2)$ರ ಗುಣಲಬ್ಧ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಲ್ಲಿರಾ?

ಮುಂದಿನವುಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ:

$-3 \times 4 = -12$.

$-3 \times 3 = -9 = -12 - (-3)$

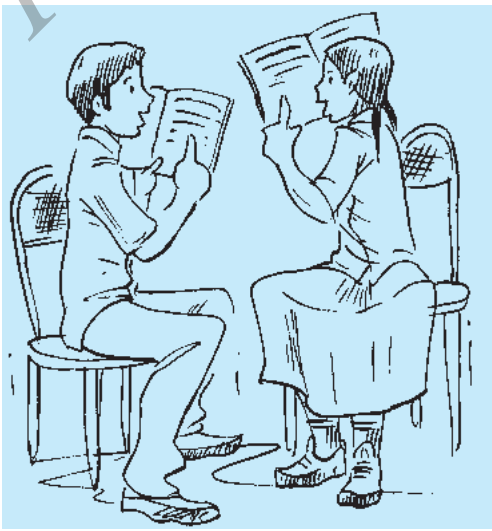
$-3 \times 2 = -6 = -9 - (-3)$

$-3 \times 1 = -3 = -6 - (-3)$

$-3 \times 0 = 0 = -3 - (-3)$

$-3 \times -1 = 0 - (-3) = 0 + 3 = 3$

$-3 \times -2 = 3 - (-3) = 3 + 3 = 6$.



ನೀವು ಯಾವುದೇ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಿರಾ?

ಗುಣಲಬ್ಧ ಹೇಗೆ ಬದಲಾಗುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ವೀಕ್ಷಿಸಿ.

ಇದರ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ಇವುಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ:

$-3 \times -3 =$ _____ $-3 \times -4 =$ _____

©KTBS Not to be republished

ಈಗ, ಈ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಮತ್ತು ಖಾಲಿ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ಭರ್ತಿಮಾಡಿ:

$-4 \times 4 = -16.$

$-4 \times 3 = -12 = -16 + 4$

$-4 \times 2 =$ ____ $= -12 + 4$

$-4 \times 1 =$ ____

$-4 \times 0 =$ ____

$-4 \times (-1) =$ ____

$-4 \times (-2) =$ ____

$-4 \times (-3) =$ ____

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

(i) $(-5) \times 4$ ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ. $(-5) \times (-6)$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(ii) $(-6) \times 3$ ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ. $(-6) \times (-7)$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಈ ವಿನ್ಯಾಸಗಳಿಂದ ನಾವು ಗಮನಿಸುವುದೆಂದರೆ,

$(-3) \times (-1) = 3 = 3 \times 1$

$(-3) \times (-2) = 6 = 3 \times 2$

$(-3) \times (-3) = 9 = 3 \times 3$

ಮತ್ತು $(-4) \times (-1) = 4 = 4 \times 1$

ಆದ್ದರಿಂದ, $(-4) \times (-2) = 4 \times 2 =$ _____

$(-4) \times (-3) =$ _____ $=$ _____

ಆದ್ದರಿಂದ, ಈ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಾಗ, *ಎರಡು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಎಂಬುದಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದು ಎರಡು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸುವಾಗ ನಾವು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಂತೆಯೇ ಗುಣಿಸುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ ಧನ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.*

ಆದ್ದರಿಂದ, $(-10) \times (-12) = 120.$

ಅದರಂತೆಯೇ, $(-15) \times (-6) = 90.$

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ a ಮತ್ತು b ಗಳಿಗೆ

$$(-a) \times (-b) = a \times b$$

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಇವುಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ: $(-31) \times (-100)$, $(-25) \times (-72)$, $(-83) \times (-28)$

ಆಟ 1

(i) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ –104 ರಿಂದ 104 ರವರೆಗೆ ಗುರ್ತಿಸಿರುವ ಒಂದು ಬೋರ್ಡ್‌ನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ.

©KTBS Not to be republished

104	103	102	101	100	99	98	97	96	95	94
83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93
82	81	80	79	78	77	76	75	74	73	72
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71
60	59	58	57	56	55	54	53	52	51	50
39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28
17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6
–5	– 4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
– 6	–7	– 8	–9	–10	–11	–12	–13	–14	–15	–16
–27	–26	–25	–24	–23	–22	–21	–20	–19	–18	–17
–28	–29	–30	–31	–32	–33	–34	–35	–36	–37	–38
– 49	–48	–47	–46	–45	–44	–43	–42	–41	–40	–39
– 50	–51	–52	–53	–54	–55	–56	–57	–58	–59	– 60
–71	–70	–69	–68	–67	–66	–65	–64	–63	–62	–61
–72	–73	–74	–75	–76	–77	–78	–79	–80	–81	–82
–93	–92	–91	–90	89	–88	–87	–86	85	–84	–83
–94	–95	–96	–97	–98	–99	–100	–101	–102	–103	–104

(ii) ಎರಡು ನೀಲಿ ಮತ್ತು ಎರಡು ಕೆಂಪು ದಾಳಗಳಿರುವ ಒಂದು ಚೀಲವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ನೀಲಿ ದಾಳದ ಮೇಲಿರುವ ಚುಕ್ಕಿಗಳು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ. ಕೆಂಪು ದಾಳದ ಮೇಲಿರುವ ಚುಕ್ಕಿಗಳು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ.

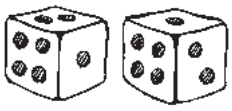
(iii) ಪ್ರತಿ ಆಟಗಾರನು ತನ್ನ ಎಣಿಕೆಯನ್ನು ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸುವನು/ಳು.

(iv) ಪ್ರತಿ ಆಟಗಾರನು ಎರಡೂ ದಾಳಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಬಾರಿಗೆ ಚೀಲದಿಂದ ಹೊರತೆಗೆಯುವನು ಮತ್ತು ಉರುಳಿಸುವನು.

(v) ಪ್ರತಿ ಬಾರಿ ಉರುಳಿಸಿದ ನಂತರ, ಆಟಗಾರನು ದಾಳದ ಮೇಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಬೇಕು.

(vi) ಗುಣಲಬ್ಧವು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾದರೆ ಆಗ ಆಟಗಾರನು 104 ರ ಕಡೆಗೆ ತನ್ನ ಎಣಿಕೆಯನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಬೇಕು. ಗುಣಲಬ್ಧವು ಋಣಪೂರ್ಣಾಂಕವಾದರೆ, ಆಗ ಆಟಗಾರನು –104 ರ ಕಡೆಗೆ ತನ್ನ ಎಣಿಕೆಯನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಬೇಕು.

(vii) ಯಾವ ಆಟಗಾರನು –104 ಅಥವಾ 104ನ್ನು ಮೊದಲು ತಲುಪುವನೋ ಅವನು ವಿಜಯಿಯಾಗುತ್ತಾನೆ.



©KTBS Not to be republished

1.4.3. ಮೂರು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ

ಆಯ್ಲರ್ (Euler), ತನ್ನ ಪುಸ್ತಕ ಅಂಕಿತುಂಗ್ ಜುರ್ ಅಲ್ಜಿಬ್ರಾ 1770 (Ankitung Zur Algebra 1770) ನಲ್ಲಿ $(-1) \times (-1) = 1$ ಎಂಬುದನ್ನು ಸಾಬೀತು ಪಡಿಸಲು ಯತ್ನಿಸಿದ ಗಣಿತಜ್ಞರಲ್ಲಿ ಮೊದಲಿಗನಾಗಿದ್ದಾನೆ.

ಎರಡು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಎಂದು ನಾವು ಗಮನಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಮೂರು ಋಣಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಏನಾಗಿರುತ್ತದೆ? ನಾಲ್ಕು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ?

ಮುಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸೋಣ:

(a) $(-4) \times (-3) = 12$.

(b) $(-4) \times (-3) \times (-2) = [\,(-4) \times (-3) \times (-2)\,] = (-12) \times (-2) = -24$.

(c) $(-4) \times (-3) \times (-2) \times (-1) = [\,(-4) \times (-3) \times (-2)\,] \times (-1) = (-24) \times (-1)$

(d) $(-5) \times [(-4) \times (-3) \times (-2) \times (-1)] = (-5) \times (24) = -120$.

ಮೇಲಿನ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳಿಂದ ಇವುಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ.

(a) ಎರಡು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಒಂದು ಧನಪೂರ್ಣಾಂಕ.

(b) ಮೂರು ಋಣಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ.

(c) ನಾಲ್ಕು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ.

(d) ನಲ್ಲಿ ಐದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಏನಾಗಿರುತ್ತದೆ?

ಹೀಗೆ, ಆರು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವೇನು?

ಮುಂದುವರೆದು (a) ಮತ್ತು (c) ಗಳಲ್ಲಿ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಿದ ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸಮಸಂಖ್ಯೆ [ಎರಡು ಮತ್ತು ನಾಲ್ಕು] ಹಾಗೂ (a) ಮತ್ತು (c) ಗಳಲ್ಲಿ ಪಡೆದ ಗುಣಲಬ್ಧ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ. (b) ಮತ್ತು (d) ಗಳಲ್ಲಿ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಿದ ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ ಹಾಗೂ (b) ಮತ್ತು (d) ಗಳಲ್ಲಿ ಪಡೆದ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಒಂದು ವಿಶೇಷ ಸಂದರ್ಭ

ಮುಂದಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಫಲಿತ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ:

$(-1) \times (-1) = +1$.

$(-1) \times (-1) \times (-1) = -1$.

$(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = +1$.

$(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = -1$.

ಇದರರ್ಥ, ಪೂರ್ಣಾಂಕ (-1)ನ್ನು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯಷ್ಟು ಬಾರಿ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಗುಣಲಬ್ಧವು $(+1)$, ಮತ್ತು ಪೂರ್ಣಾಂಕ (-1) ನ್ನು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯಷ್ಟು ಬಾರಿ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಗುಣಲಬ್ಧ (-1). ಈ ಹೇಳಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ (-1) ರ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಮಾಡುವುದರ ಮೂಲಕ ನೀವು ಪರೀಕ್ಷಿಸಬಹುದು. ಇದು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಮಾಡುವಾಗ ಉಪಯುಕ್ತವಾಗುತ್ತದೆ.

ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ, ಗುಣಲಬ್ಧವು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ. ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ, ಗುಣಲಬ್ಧವು ಋಣಪೂರ್ಣಾಂಕ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ.

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಇನ್ನೂ ಐದು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಮೇಲಿನ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

©KTBS Not to be republished

ಆಲೋಚಿಸಿ, ಚರ್ಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಬರೆಯಿರಿ

(i) $(-9) \times (-5) \times (-6) \times (-3)$ ಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾದರೆ $(-9) \times (-5) \times (6) \times (-3)$ ಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ. ಏಕೆ?

(ii) ಮುಂದಿನವುಗಳ ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಚಿಹ್ನೆಯು ಏನಾಗಿರುತ್ತದೆ?

(a) 8 ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಮತ್ತು 3 ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು.

(b) 5 ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಮತ್ತು 4 ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು.

(c) (-1), ಹನ್ನೆರಡು ಬಾರಿ.

(d) (-1), $2m$ ಬಾರಿ, m ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ.

1.5 ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಾಕಾರದ ಗುಣಧರ್ಮಗಳು

1.5.1 ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಆವೃತ ಗುಣ

1. ಮುಂದಿನ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ:

ಹೇಳಿಕೆ	ತೀರ್ಮಾನ
$(-20) \times (-5) = 100$	ಗುಣಲಬ್ಧವು ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ
$(-15) \times 17 = -255$	ಗುಣಲಬ್ಧವು ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ
$(-30) \times 12 =$ _____	
$(-15) \times (-23) =$ _____	
$(-14) \times (-13) =$ _____	
$(12) \times (-30) =$ _____	

ನೀವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಿರಿ? ಗುಣಲಬ್ಧವು ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿಲ್ಲದ ಒಂದು ಜೊತೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ನೀವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಲ್ಲಿರಾ? ಇಲ್ಲ. ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಎಂಬ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಇದು ನಮಗೆ ನೀಡುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, *ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಆವೃತ ಗುಣ ಹೊಂದಿವೆ* ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ,

ಎಲ್ಲಾ ಪೂರ್ಣಾಂಕ a ಮತ್ತು b ಗಳಿಗೆ $a \times b$ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ

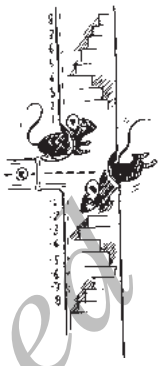
ಇನ್ನೂ ಐದು ಜೊತೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಮೇಲಿನ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

1.5.2. ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಪರಿವರ್ತನ ಗುಣ

ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ, ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರವು ಪರಿವರ್ತನೀಯ. ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೂ ಗುಣಾಕಾರವು ಪರಿವರ್ತನೀಯ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದೇ?

©KTBS Not to be republished

ಮುಂದಿನ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ.



ಹೇಳಿಕೆ 1	ಹೇಳಿಕೆ 2	ತೀರ್ಮಾನ
$3 \times (-4) = -12$	$(-4) \times 3 = -12$	$3 \times (-4) = (-4) \times 3$
$(-30) \times 12 =$ ___	$12 \times (-30) =$ _____.	
$(-15) \times (-10) = 150$	$(-10) \times (-15) = 150$	
$(-35) \times (-12) =$ ____	$(-12) \times (-35) =$ ____	
$(-17) \times 0 =$ ____		
_____ = _____	$(-1) \times (-15) =$ ____	

ನಿಮ್ಮ ವೀಕ್ಷಣೆಗಳೇನು? ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳು, ಗುಣಾಕಾರವು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ ಪರಿವರ್ತನೀಯವಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ಇನ್ನೂ ಐದು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಬರೆದು ಇದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕ a ಮತ್ತು b ಗಳಿಗೆ

$$a \times b = b \times a$$

1.5.3. ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಗುಣಾಕಾರ

ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ 'ಸೊನ್ನೆ' ಬರುತ್ತದೆ. ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಮತ್ತು ಸೊನ್ನೆಯ ಈ ಮುಂದಿನ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಹಿಂದೆ ಮಾಡಿರುವ ವಿನ್ಯಾಸಗಳಿಂದ ಈ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಲಾಗಿದೆ.

$(-3) \times 0 = 0$

$0 \times (-4) = 0$

$-5 \times 0 =$ ------

$0 \times (-6) =$ ------

ಇದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಮತ್ತು ಸೊನ್ನೆಯ ಗುಣಲಬ್ಧ ಸೊನ್ನೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕ 'a' ಗೆ

$$a \times 0 = 0 \times a = 0$$

1.5.4 ಗುಣಾಕಾರದ ಅನನ್ಯತಾಂಶ

ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ, ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಗುಣಾಕಾರದ ಅನನ್ಯತಾಂಶ 1 ಆಗಿದೆ.

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೂ 1 ಗುಣಾಕಾರದ ಅನನ್ಯತಾಂಶವೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ. ಮುಂದಿನವುಗಳಲ್ಲಿ 1 ರೊಂದಿಗಿನ ಪೂಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

$(-3) \times 1 = -3$	$1 \times 5 = 5$
$(-4) \times 1 =$ ------	$1 \times 8 =$ ------
$1 \times (-5) =$ ------	$3 \times 1 =$ ------
$1 \times (-6) =$ ------	$7 \times 1 =$ ------

©KTBS Not to be republished

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೂ ಗುಣಾಕಾರದ ಅನನ್ಯತಾಂಶ 1 ಎಂಬುದನ್ನು ಇದು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ. ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕ 'a' ಗೆ

$$a \times 1 = 1 \times a = a$$

ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು –1 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಏನಾಗುತ್ತದೆ? ಮುಂದಿನವುಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ:

$(-3) \times (-1) = 3$

$3 \times (-1) = (-3)$

$(-6) \times (-1) =$ ------

$(-1) \times 13 =$ ------

$(-1) \times (-25) =$ ------

$18 \times (-1) =$ ------

> ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ '0' ಸಂಕಲನದ ಅನನ್ಯತಾಂಶವಾದರೆ '1' ಗುಣಾಕಾರದ ಅನನ್ಯತಾಂಶ. (–1) ನ್ನು a ಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ನಾವು ಪೂರ್ಣಾಂಕ 'a' ನ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. ಅಂದರೆ, $a \times (-1) = (-1) \times a = -a$

ನೀವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಿರಿ?

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ –1 ಗುಣಾಕಾರದ ಅನನ್ಯತಾಂಶ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದೇ? ಇಲ್ಲ.

1.5.5 ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಸಹವರ್ತನೀಯತೆ

–3, –2 ಮತ್ತು 5 ನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.

$[(-3) \times (-2)] \times 5$ ಮತ್ತು $(-3) \times [(-2) \times 5]$ ನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಮೊದಲ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ (–3) ಮತ್ತು (–2) ಇವುಗಳನ್ನು ಗುಂಪು ಮಾಡಲಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಎರಡನೆಯದರಲ್ಲಿ (–2) ಮತ್ತು (5) ಇವುಗಳನ್ನು ಗುಂಪು ಮಾಡಲಾಗಿದೆ.

$$[(-3) \times (-2)] \times 5 = 6 \times 5 = 30$$

ಮತ್ತು $(-3) \times [(-2) \times 5] = (-3) \times (-10) = 30$ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಹೀಗೆ, ಎರಡೂ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ನಾವು ಒಂದೇ ಉತ್ತರವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $[(-3) \times (-2)] \times 5 = (-3) \times [(-2) \times 5]$

ಇದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ:

$[(7 \times (-6)] \times 4 =$ ____ $\times 4 =$ _____

$7 \times [(-6)] \times 4] = 7 \times$ ____ $=$ _____

$[7 \times (-6)] \times 4 = 7 \times [(-6) \times 4]$ ಸರಿಯೇ?

©KTBS Not to be republished

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಗುಂಪು ಮಾಡುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಬದಲಾವಣೆಯಾಗುತ್ತದೆಯೇ? ಇಲ್ಲ.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ಯಾವುದೇ ಮೂರು ಪೂರ್ಣಾಂಕ a, b ಮತ್ತು c ಗಳಿಗೆ

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

ಪ್ರತಿ a, b ಮತ್ತು c ಗಳಿಗೆ ಯಾವುದೇ ಐದು ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಈ ಗುಣವನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

ಹೀಗೆ, ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಂತೆಯೇ, *ಮೂರು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಅವುಗಳ ಗುಂಪು ಮಾಡುವಿಕೆಯನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿಲ್ಲ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಾಕಾರದ ಸಹವರ್ತನೀಯ ನಿಯಮ* ಎನ್ನುವರು.

1.5.6 ವಿಭಾಜಕ ನಿಯಮ

ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ,

$16\,(10 + 2) = (16 \times 10) + (16 \times 2)$ [ಸಂಕಲನದ ಮೇಲೆ ಗುಣಾಕಾರದ ವಿಭಾಜಕತೆ]

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೂ ಇದು ಸರಿಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಈಗ ಪರೀಕ್ಷಿಸೋಣ.

ಮುಂದಿನವುಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ:

(a) $(-2) \times (3+5) = -2 \times 8 = -16.$

ಮತ್ತು $[(-2) \times 3] + [(-2) \times 5] = (-6) + (-10) = -16.$

ಆದ್ದರಿಂದ, $(-2) \times (3 + 5) = [(-2) \times 3] + [(-2) \times 5]$

(b) $(-4) \times [(-2) + 7] = (-4) \times 5 = -20.$

ಮತ್ತು $[(-4) \times (-2)] + [(-4) \times 7] = 8 + (-28) = -20.$

ಆದ್ದರಿಂದ, $(-4) \times [(-2) + 7] = [(-4) \times (-2)] + [(-4) \times 7]$

(c) $(-8) \times [(-2) + (-1)] = (-8) \times (-3) = 24.$

ಮತ್ತು $[(-8) \times (-2)] + [(-8) \times (-1)] = 16 + 8 = 24.$

ಆದ್ದರಿಂದ, $(-8) \times [(-2) + (-1)] = [(-8) \times (-2)] + [(-8) \times (-1)]$

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೂ, ಸಂಕಲನದ ಮೇಲಿನ ಗುಣಾಕಾರದ ವಿಭಾಜಕತೆ ಸರಿಹೊಂದುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದೇ? ಹೌದು.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕ a, b ಮತ್ತು c ಗಳಿಗೆ

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

ಪ್ರತಿ a, b ಮತ್ತು c ಗಳಿಗೆ ಕನಿಷ್ಠ ಐದು ವಿವಿಧ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ ಮತ್ತು ಮೇಲಿನ ವಿಭಾಜಕ ನಿಯಮವನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

©KTBS Not to be republished

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

(i) $10 \times [(6) + (-2)] = 10 \times 6 + 10 \times (-2)$ ಸರಿಯೇ?

(ii) $(-15) \times [(-7) + (-1)] = (-15) \times (-7) + (-15) \times (-1)$ ಸರಿಯೇ?

ಮುಂದಿನವುಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ:

$4 \times (3 - 8) = 4 \times 3 - 4 \times 8$ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದೆ?

ಅದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿಸೋಣ $4 \times (3 - 8) = 4 \times (-5) = -20$

$4 \times 3 - 4 \times 8 = 12 - 32 = -20$

ಆದ್ದರಿಂದ, $4 \times (3 - 8) = 4 \times 3 - 4 \times 8.$

ಮುಂದಿನವುಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ:

$(-5) \times [(-4) - (-6)] = (-5) \times 2 = -10$

$[(-5) \times (-4)] - [(-5) \times (-6)] = 20 - 30 = -10$

ಆದ್ದರಿಂದ, $(-5) \times [(-4) - (-6)] = [(-5) \times (-4)] - [(-5) \times (-6)]$

$(-9) \times [(10 - (-3)]$ ಮತ್ತು $[(-9) \times 10] - [(-9) \times (-3)]$ ಇವುಗಳಿಗೆ ಮೇಲಿನಂತೆ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ. ಇವುಗಳು ಕೂಡಾ ಸಮವಾಗುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವಿರಿ.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ಯಾವುದೇ ಮೂರು ಪೂರ್ಣಾಂಕ a, b ಮತ್ತು c ಗಳಿಗೆ

$$a \times (b - c) = a \times b - a \times c$$

ಕನಿಷ್ಠ ಐದು ವಿವಿಧ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿ a, b, c ಗಳಿಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ ಮತ್ತು ಈ ನಿಯಮವನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

(i) $10 \times [6 - (-2)] = 10 \times 6 - 10 \times (-2)$ ಸರಿಯೇ?

(ii) $(-15) \times [(-7) - (-1)] = [(-15) \times (-7)] - [(-15) \times (-1)]$ ಸರಿಯೇ?

1.5.7 ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಸರಳಗೊಳಿಸುವುದು.

ಮುಂದಿನವುಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ:

(i) $(-25) \times 37 \times 4$ ಇದನ್ನು ಹೀಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು:

$[(-25) \times 37] \times 4 = (-925) \times 4 = -3700$

ಅಥವಾ ಇದನ್ನು ಈ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಮಾಡಬಹುದು.

$(-25) \times 37 \times 4 = (-25) \times 4 \times 37 = [(-25) \times 4] \times 37 = (-100) \times 37 = -3700$

ಮೇಲಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಸರಳ ವಿಧಾನ?

©KTBS Not to be republished

ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಎರಡನೇ ವಿಧಾನವೇ ಸರಳ ಏಕೆಂದರೆ (–25) ಮತ್ತು 4 ರ ಗುಣಲಬ್ಧವು –100. ಇದನ್ನು 37 ರಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದು ಸುಲಭ. ಎರಡನೇ ವಿಧಾನವು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಪರಿವರ್ತನೀಯತೆ ಮತ್ತು ಸಹವರ್ತನೀಯತೆಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಪರಿವರ್ತನೀಯತೆ, ಸಹವರ್ತನೀಯತೆ ಮತ್ತು ವಿಭಾಜಕತೆಯ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ಸುಲಭೀಕರಿಸಲು ಸಹಾಯಕ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ. ಈ ಗುಣಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ಇನ್ನೂ ಸುಲಭವಾಗಿ ಮಾಡುವುದನ್ನು ಮುಂದೆ ನೋಡೋಣ.

(ii) 16×12 ನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ

16×12 ನ್ನು $16 \times (10 + 2)$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

$16 \times 12 = 16 \times (10 + 2) = 16 \times 10 + 16 \times 2 = 160 + 32 = 192.$

(iii) $(-23) \times 48 = (-23) \times [50-2]$

$= (-23) \times 50 - (-23) \times 2 = (-1150) - (-46) = -1104.$

(iv) $(-35) \times (-98) = (-35) \times [(-100) + 2]$

$= (-35) \times (-100) + (-35) \times 2$

$= (-35) \times (-100) + (-35) \times 2$

$= 3500 + (-70) = 3430.$

(v) $52 \times (-8) + (-52) \times 2$

$(-52) \times 2$ ಇದನ್ನು $(52) \times (-2)$ ಎಂದೂ ಬರೆಯಬಹುದು.

ಆದ್ದರಿಂದ, $52 \times (-8) + (-52) \times 2 = 52 \times (-8) + 52 \times (-2)$

$= 52 \times [(-8) + (-2)] = (52) \times [(-10)] = -520.$

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ವಿಭಾಜಕತೆಯ ನಿಯಮವನ್ನು ಬಳಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ: $(-49) \times 18$; $(-25) \times (-31)$; $70 \times (-19) + (-1) \times 70$

ಉದಾಹರಣೆ 2. ಮುಂದಿನವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $(-18) \times (-10) \times 9$ (ii) $(-20) \times (-2) \times (-5) \times 7$

(iii) $(-1) \times (-5) \times (-4) \times (-6)$

ಪರಿಹಾರ: (i) $(-18) \times (-10) \times 9 = [(-18) \times (-10)] \times 9 = 180 \times 9 = 1620$

(ii) $(-20) \times (-2) \times (-5) \times 7 = -20 \times (-2 \times -5) \times 7 = [-20 \times 10] \times 7 = -1400.$

(iii) $(-1) \times (-5) \times (-4) \times (-6) = [(-1) \times (-5)] \times [(-4) \times (-6)]$
$= 5 \times 24 = 120.$

©KTBS Not to be republished

ಉದಾಹರಣೆ 3. ಪರಿಶೀಲಿಸಿ: $(-30) \times [(13 + (-3)] = [(-30) \times 13] + [(-30) \times (-3)]$

ಪರಿಹಾರ: $(-30) \times [13 + (-3)] = (-30) \times 10 = -300$

$[(-30) \times 13] + [(-30) \times (-3)] = -390 + 90 = -300$

ಆದ್ದರಿಂದ, $(-30) \times [13 + (-3)] = [(-30) \times 13] + [(-30) \times (-3)]$

ಉದಾಹರಣೆ 4. ಒಂದು ತರಗತಿ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿನ 15 ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ 4 ಅಂಕ ನೀಡಲಾಯಿತು. ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ತಪ್ಪಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ (–2) ಅಂಕ ನೀಡಲಾಯಿತು.

(i) ಗುರ್‌ಪ್ರೀತ್ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿದ್ದು ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಕೇವಲ 9 ಉತ್ತರಗಳು ಸರಿಯಾಗಿದ್ದವು. ಅವಳ ಒಟ್ಟು ಅಂಕ ಗಳಿಕೆ ಎಷ್ಟು?

(ii) ಅವಳ ಸಹಪಾಠಿಯೊಬ್ಬಳ 5 ಉತ್ತರಗಳು ಸರಿಯಾಗಿದ್ದವು. ಸಹಪಾಠಿಯ ಅಂಕಗಳಿಕೆ ಎಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ: (i) ಒಂದು ಸರಿ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ನೀಡಲಾದ ಅಂಕ = 4

ಆದ್ದರಿಂದ, 9 ಸರಿ ಉತ್ತರಗಳಿಗೆ ನೀಡಲಾದ ಅಂಕ = $4 \times 9 = 36$.

ಒಂದು ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ನೀಡಲಾದ ಅಂಕ = –2.

ಆದ್ದರಿಂದ, 6 = (15–9) ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ನೀಡಲಾದ ಅಂಕಗಳು.

$= (-2) \times 6 = -12$

ಆದ್ದರಿಂದ, ಗುರ್‌ಪ್ರೀತ್‌ಳ ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳಿಕೆ = $36 + (-12) = 24$.

(ii) ಒಂದು ಸರಿ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ನೀಡಲಾದ ಅಂಕ = 4.

ಆದ್ದರಿಂದ, 5 ಸರಿ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ನೀಡಲಾದ ಅಂಕ = $4 \times 5 = 20$

ಒಂದು ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ನೀಡಲಾದ ಅಂಕ = (–2)

ಆದ್ದರಿಂದ, 10 = (15 – 5) 10ಕ್ಕೆ ನೀಡಲಾದ ಅಂಕ.

$= (-2) \times 10 = -20$.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಅವಳ ಸಹಪಾಠಿಯ ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳಿಕೆ = $20 + (-20) = 0$

ಉದಾಹರಣೆ 5. ನೆಲದಿಂದ ಮೇಲಿನ ದೂರವನ್ನು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಮತ್ತು ನೆಲದಿಂದ ಕೆಳಗಿನ ದೂರವನ್ನು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಗುರ್ತಿಸಿದರೆ ಈ ಮುಂದಿನವುಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ:

(i) ಒಂದು ಎಲಿವೇಟರ್ ಗಣಿಯೊಳಗೆ ನಿಮಿಷಕ್ಕೆ 5m ವೇಗದಲ್ಲಿ ಇಳಿಯುತ್ತದೆ. ಒಂದು ಗಂಟೆಯ ನಂತರ ಅದರ ಸ್ಥಾನವು ಎಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ?

(ii) ಅದು ನೆಲದ ಮೇಲಿನ 15m ನಿಂದ ಇಳಿಯಲು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದರೆ, 45 ನಿಮಿಷದ ನಂತರ ಅದರ ಸ್ಥಾನ ಎಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ?

ಪರಿಹಾರ: (i) ಎಲಿವೇಟರ್ ಕೆಳಕ್ಕೆ ಚಲಿಸುತ್ತಿರುವುದರಿಂದ ಅದು ಕ್ರಮಿಸುವ ದೂರವನ್ನು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಗುರ್ತಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಒಂದು ನಿಮಿಷದಲ್ಲಿ ಎಲಿವೇಟರ್‌ನ ಸ್ಥಾನ ಬದಲಾವಣೆ = –5m.

©KTBS Not to be republished

60 ನಿಮಿಷದ ನಂತರ ಎಲಿವೇಟರ್‌ನ ಸ್ಥಾನ = $(-5) \times 60 = -300$m. ಅಂದರೆ ಎಲಿವೇಟರ್ ಆರಂಭಿಕ ಸ್ಥಾನದಿಂದ 300m ಕೆಳಗಿರುತ್ತದೆ.

(ii) 45 ನಿಮಿಷದಲ್ಲಿ ಎಲಿವೇಟರ್ ಸ್ಥಾನ ಬದಲಾವಣೆ = $(-5) \times 45 = -225$m. ಅಂದರೆ, ನೆಲದ ಮಟ್ಟದಿಂದ 225m ಕೆಳಗೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಎಲಿವೇಟರ್‌ನ ಅಂತಿಮ ಸ್ಥಾನ = $-225 + 15 = -210$m. ಅಂದರೆ, ನೆಲದ ಮಟ್ಟದಿಂದ 210m ಕೆಳಗೆ ಇರುತ್ತದೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ 1.3

1. ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

(a) $3 \times (-1)$ (b) $(-1) \times 225$

(c) $(-21) \times (-30)$ (d) $(-316) \times (-1)$

(e) $(-15) \times 0 \times (-18)$ (f) $(-12) \times (-11) \times (10)$

(g) $9 \times (-3) \times (-6)$ (h) $(-18) \times (-5) \times (-4)$

(i) $(-1) \times (-2) \times (-3) \times 4$ (j) $(-3) \times (-6) \times (-2) \times (-1)$

2. ಮುಂದಿನವುಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ:

(a) $18 \times [7 + (-3)] = [18 \times 7] + [18 \times (-3)]$

(b) $(-21) \times [(-4) + (-6)] = [(-21) \times (-4)] + [(-21) \times (-6)]$

3. (i) ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕ a ಗೆ, $(-1) \times a$ ಯಾವುದಕ್ಕೆ ಸಮ?

(ii) (-1) ರೊಂದಿಗೆ ಮುಂದಿನ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ನೀಡುವ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಿ.

(a) -22 (b) 37 (c) 0

4. $(-1) \times 5$ ರಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ, $(-1) \times (-1) = 1$ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ವಿವಿಧ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

5. ಸೂಕ್ತವಾದ ಗುಣಧರ್ಮಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(a) $26 \times (-48) + (-48) \times (-36)$

(b) $8 \times 53 \times (-125)$

(c) $15 \times (-25) \times (-4) \times (-10)$

(d) $(-41) \times 102$

(e) $625 \times (-35) + (-625) \times 65$

(f) $7 \times (50-2)$

(g) $(-17) \times (-29)$

(h) $(-57) \times (-19) + 57$

©KTBS Not to be republished

6. ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಹಿಮಗಟ್ಟಿಸುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಗಂಟೆಗೆ 5°C ದರದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕೊಠಡಿಯ ಉಷ್ಣತೆಯನ್ನು 40°C ನಿಂದ ಕಡಿಮೆಗೊಳಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ ಆರಂಭಿಸಿದ 10 ಗಂಟೆಯ ನಂತರ ಕೊಠಡಿಯ ಉಷ್ಣತೆ ಎಷ್ಟು?

7. ತರಗತಿ ಪರೀಕ್ಷೆಯೊಂದರಲ್ಲಿನ ಇರುವ 10 ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಸರಿ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ 5 ಅಂಕ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಕ್ಕೆ (–2) ಅಂಕ ಹಾಗೂ ಪ್ರಯತ್ನಿಸದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ 0 ಅಂಕವನ್ನು ನಿಗದಿಪಡಿಸಲಾಯಿತು.

(i) ಮೋಹನ ನಾಲ್ಕು ಸರಿ ಮತ್ತು ಆರು ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಬರೆದರೆ, ಆತನ ಅಂಕಗಳಿಕೆ ಎಷ್ಟು?

(ii) ರೇಷ್ಮಾ ಐದು ಸರಿ ಮತ್ತು ನಾಲ್ಕು ಐದು ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಬರೆದರೆ, ಅವಳ ಅಂಕಗಳಿಕೆ ಎಷ್ಟು?

(iii) ಹೀನಾ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದ ಏಳು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸರಿ ಉತ್ತರ ಐದು ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಗಳಿದ್ದವು. ಅವಳ ಅಂಕಗಳಿಕೆ ಎಷ್ಟು?

8. ಒಂದು ಸಿಮೆಂಟ್ ಕಾರ್ಖಾನೆಯು ಬಿಳಿ ಸಿಮೆಂಟಿನ ಪ್ರತಿ ಚೀಲದ ಮೇಲೆ ₹8 ಲಾಭ ಮತ್ತು ಬೂದು ಸಿಮೆಂಟಿನ, ಪ್ರತಿ ಚೀಲದ ಮೇಲೆ ₹5 ನಷ್ಟ ಗಳಿಸುತ್ತದೆ.

(a) ಒಂದು ತಿಂಗಳಿನಲ್ಲಿ ಕಾರ್ಖಾನೆಯು 3000 ಬಿಳಿ ಸಿಮೆಂಟ್ ಚೀಲಗಳು ಮತ್ತು 5000 ಬೂದು ಸಿಮೆಂಟ್ ಚೀಲಗಳನ್ನು ಮಾರುತ್ತದೆ. ಅದರ ಲಾಭ ಅಥವಾ ನಷ್ಟ ಎಷ್ಟು?

(b) 6,400 ಬೂದು ಸಿಮೆಂಟ್ ಚೀಲಗಳನ್ನು ಮಾರಿದರೆ, ಲಾಭ ಅಥವಾ ನಷ್ಟ ಆಗದಂತೆ ಮಾರಬೇಕಾದ ಬಿಳಿ ಸಿಮೆಂಟ್ ಚೀಲಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

9. ಮುಂದಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಸರಿಯಾಗುವಂತೆ ಖಾಲಿ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಂದ ಬದಲಿಸಿ.

(a) $(-3) \times$ _____ $= 27$ (b) $5 \times$ _____ $= -35$

(c) ____ $\times (-8) = -56$ (d) ____ $\times (-12) = 132$.

1.6 ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ

ಭಾಗಾಕಾರವು ಗುಣಾಕಾರದ ವಿಲೋಮ ಕ್ರಿಯೆ ಎಂಬುದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆಯಿಂದ ಇದನ್ನು ನೋಡೋಣ.

$3 \times 5 = 15$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ

$15 \div 5 = 3$ ಮತ್ತು $15 \div 3 = 5$

ಅದರಂತೆಯೇ, $4 \times 3 = 12$ $12 \div 4 = 3$ $12 \div 3 = 4$ ಆಗುತ್ತದೆ.

ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಪ್ರತಿ ಗುಣಾಕಾರದ ಹೇಳಿಕೆಗೆ ಎರಡು ಭಾಗಾಕಾರದ ಹೇಳಿಕೆಗಳಿರುತ್ತವೆ ಎಂಬುದಾಗಿ ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು.

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ ಗುಣಾಕಾರದ ಹೇಳಿಕೆ ಮತ್ತು ಅದಕ್ಕೆ ಅನುರೂಪವಾದ ಭಾಗಾಕಾರದ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ನೀವು ಬರೆಯಬಲ್ಲಿರಾ?

©KTBS Not to be republished

• ಮುಂದಿನವುಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ, ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ.

ಗುಣಾಕಾರ ಹೇಳಿಕೆ	ಅನುರೂಪ ಭಾಗಾಕಾರ ಹೇಳಿಕೆಗಳು	
$2 \times (-6) = (-12)$	$(-12) \div (-6) = 2$,	$(-12) \div 2 = (-6)$
$(-4) \times 5 = (-20)$	$(-20) \div 5 = (-4)$,	$(-20) \div (-4) = 5$
$(-8) \times (-9) = 72$	72 ÷ ____ = ____ ,	72 ÷ ____ = ____
$(-3) \times (-7) =$ ___	____ ÷ (−3) = ____ ,	_____
$(-8) \times 4 =$ ___	_____ ,	_____
$5 \times (-9) =$ ___	_____ ,	_____
$(-10) \times (-5) =$ ___	_____ ,	_____

ಮೇಲಿನವುಗಳಿಂದ ನಾವು ಗಮನಿಸುವುದೇನೆಂದರೆ,

$(-12) \div 2 = (-6)$

$(-20) \div 5 = (-4)$

$(-32) \div 4 = (-8)$

$(-45) \div 5 = (-9)$

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :

(a) $(-100) \div 5$ (b) $(-81) \div 9$

(c) $(-75) \div 5$ (d) $(-32) \div 2$

ಅಂದರೆ ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ನಾವು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳಂತೆಯೇ ಅವುಗಳನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಮುಂದೆ (–) ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

• ನಾವು ಇದನ್ನು ಸಹಾ ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ:

$72 \div (-8) = -9$ ಮತ್ತು $50 \div (-10) = -5$

$72 \div (-9) = -8$ $50 \div (-5) = -10$

ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಭಾಗಿಸುವಾಗ, ನಾವು ಅವುಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳಂತೆ ಭಾಗಿಸುತ್ತೇವೆ. ನಂತರ ಭಾಗಲಬ್ಧದ ಮುಂದೆ (–) ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕ a ಮತ್ತು b ಗಳಿಗೆ.

$a \div (-b) = (-a) \div b$ ಇಲ್ಲಿ $b \neq 0$

$(-48) \div 8 = 48 \div (-8)$ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದೇ? ಅದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸೋಣ.

ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ,

$(-48) \div 8 = -6$.

ಮತ್ತು $48 \div (-8) = -6$.

ಆದ್ದರಿಂದ $(-48) \div 8 = 48 \div (-8)$.

ಮೇಲಿನಂತೆ, ಇವುಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ:

(i) $(90) \div (-45)$ ಮತ್ತು $(-90) \div (45)$

(ii) $(-136) \div 4$ ಮತ್ತು $136 \div (-4)$.

©KTBS Not to be republished

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ: (a) $125 \div (-25)$, (b) $80 \div (-5)$, (c) $64 \div (-16)$

- ಕೊನೆಯದಾಗಿ,

  $(-12) \div (-6) = 2$; $(-20) \div (-4) = 5$; $(-32) \div (-8) = 4$; $(-45) \div (-9) = 5$ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಮತ್ತೊಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಭಾಗಿಸಿದಾಗ, ನಾವು ಅವುಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಂತೆ ಭಾಗಿಸುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು (+) ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ a ಮತ್ತು b ಗಳಿಗೆ

$$(-a) \div (-b) = a \div b \quad \text{ಇಲ್ಲಿ } b \neq 0$$

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ: (a) $-36 \div (-4)$, (b) $-201 \div (-3)$, (c) $(-325) \div (-13)$

1.7 ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಭಾಗಾಕಾರದ ಗುಣಗಳು

ಮುಂದಿನ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ:

ನೀವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಿರಿ? ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಭಾಗಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಆವೃತ ಗುಣ ಹೊಂದಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಹೇಳಿಕೆ	ತೀರ್ಮಾನ	ಹೇಳಿಕೆ	ತೀರ್ಮಾನ
$(-8) \div (-4) = 2$	ಫಲಿತಾಂಶವು ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ.	$-8 \div 3 = \frac{-8}{3}$	_____
$(-4) \div (-8) = \frac{-4}{-8}$	ಫಲಿತಾಂಶವು ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವಲ್ಲ.	$3 \div (-8) = \frac{3}{-8}$	_____

ನಿಮ್ಮದೇ ಐದು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಇದನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

- ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಭಾಗಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಪರಿವರ್ತನೀಯವಾಗಿಲ್ಲ. ಈಗ ನಾವು ಇದನ್ನು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೂ ಪರೀಕ್ಷಿಸೋಣ.

  ಕೋಷ್ಟಕದಿಂದ,

  $(-8) \div (-4) \neq (-4) \div (-8)$ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಿರಾ?

  $(-9) \div 3$, ಇದು $3 \div (-9)$ ಕ್ಕೆ ಸಮವೇ?

  $(-30) \div (-6)$, ಇದು $(-6) \div (-30)$ ಕ್ಕೆ ಸಮವೇ?

©KTBS Not to be republished

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಭಾಗಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಪರಿವರ್ತನೀಯ ಗುಣವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದೇ? ಇಲ್ಲ.

ಐದು ಜೊತೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಇದನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

- ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳಂತೆ, ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಅದು ಅರ್ಥರಹಿತವಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಸೊನ್ನೆ ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಅದು ಸೊನ್ನೆಗೆ ಸಮವಾಗುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ, *ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕ a ಗೆ, $a \div 0$ ನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗಿಲ್ಲ.*

  ಆದರೆ, ಯಾವುದೇ $a \neq 0$ ಗೆ $0 \div a = 0$

- ಒಂದು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 1 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಅದೇ ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆ ಬರುತ್ತದೆ. ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೂ ಇದು ಸರಿಹೊಂದುತ್ತದೆಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸೋಣ.

  ಮುಂದಿನವುಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ:

  $(-8) \div 1 = (-8)$ $\quad$ $(-11) \div 1 = -11,$ $\quad$ $(-13) \div 1 = -13.$

  $(-25) \div 1 =$ _____ $\quad$ $(-37) \div 1 =$ _____ $\quad$ $(-48) \div 1 =$ _____

ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು 1 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಅದೇ ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಬರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, *ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು 1 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಅದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಬರುತ್ತದೆ.* ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕ a ಗೆ,

$$a \div 1 = a$$

- ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು (-1) ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಏನಾಗುತ್ತದೆ? ಮುಂದಿನ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ.

$(-8) \div (-1) = 8,$ $\quad$ $11 \div (-1) = -11,$ $\quad$ $13 \div (-1) =$ _____

$(-25) \div (-1) =$ _____ , $(-37) \div (-1) =$ _____ , $(-48) \div (-1) =$ _____

ನೀವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಿರಿ?

ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು (-1) ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಅದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು.

©KTBS Not to be republished

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

(i) $1 \div a = 1$ ಸರಿಯೇ?

(ii) $a \div (-1) = -a$,

ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕ a ಗೆ ವಿವಿಧ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

- $[(-16) \div 4] \div (-2) = -11$,
  ಇದು $(-16) \div [4 \div (-2)$ ಕ್ಕೆ ಸಮ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದೇ?
  ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ,
  $[(-16) \div 4] \div (-2) = (-4) \div (-2) = 2$

ಮತ್ತು $(-16) \div [4 \div (-2)] = (-16) \div (-2) = 8$

ಆದ್ದರಿಂದ, $[(-16) \div 4] \div (-2) \neq (-16) \div [4 \div (-2)$

ಪೂಣಾಂಕಗಳು ಭಾಗಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಸಹವರ್ತನೀಯ ಗುಣ ಹೊಂದಿದೆ ಎಂದು ನೀವು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ? ಇಲ್ಲ. ನಿಮ್ಮದೇ ಐದು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಇದನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

ಉದಾಹರಣೆ 6. ಪರೀಕ್ಷೆಯೊಂದರಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಸರಿ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ (+5) ಅಂಕ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಕ್ಕೆ (–2) ಅಂಕ ನೀಡಲಾಯಿತು.

(i) ರಾಧಿಕಾ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿದಳು, ಅವಳು 10 ಸರಿ ಉತ್ತರ ನೀಡಿದ್ದರೂ 30 ಅಂಕ ಗಳಿಸಿದಳು.

(ii) ಜಯ್ ಕೂಡಾ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ 4 ಸರಿ ಉತ್ತರ ನೀಡಿದರೂ (–12) ಅಂಕ ಗಳಿಸಿದನು. ಅವರು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದ ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಗಳು ಎಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ:

(i) ಒಂದು ಸರಿ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ನೀಡಿದ ಅಂಕ = 5

ಆದ್ದರಿಂದ, 10 ಸರಿ ಉತ್ತರಗಳಿಗೆ ನೀಡಿದ ಅಂಕ = $5 \times 10 = 50$.

ರಾಧಿಕಾಳ ಅಂಕಗಳಿಕೆ = 30.

ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಗಳಿಗೆ ಗಳಿಸಿದ ಅಂಕ = $30 - 50 = -20$

ಒಂದು ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ನೀಡಿದ ಅಂಕ = (-2)

ಆದ್ದರಿಂದ, ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = $(-20) \div (-2) = 10$.

(ii) 4 ಸರಿ ಉತ್ತರಗಳಿಗೆ ನೀಡಿದ ಅಂಕ = $5 \times 4 = 20$.

ಜಯ್‌ನ ಸ್ಕೋರ್ = –12.

ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಗಳಿಗೆ ಪಡೆದ ಅಂಕ $-12 - 20 = -32$.

ಒಂದು ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ನೀಡಿದ ಅಂಕ = –2

ಆದ್ದರಿಂದ ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = $(-32) \div (-2) = 16$.

©KTBS Not to be republished

ಉದಾಹರಣೆ 7. ಅಂಗಡಿಯವರೊಬ್ಬರು ಪೆನ್ ಮಾರುವುದರಿಂದ ₹ 1 ಲಾಭ ಗಳಿಸುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಅವರ ಹಳೇ ದಾಸ್ತಾನಿನಲ್ಲಿನ ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ಗಳನ್ನು ಮಾರುವುದರಿಂದ ಪ್ರತಿ ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ಗೆ 40 ಪೈಸೆ ನಷ್ಟ ಅನುಭವಿಸುತ್ತಾರೆ.

(i) ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ತಿಂಗಳಿನಲ್ಲಿ ಅವರು ₹ 5 ನಷ್ಟ ಅನುಭವಿಸುತ್ತಾರೆ. ಈ ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ಅವರು 45 ಪೆನ್ ಮಾರಾಟ ಮಾಡಿರುತ್ತಾರೆ. ಈ ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ಅವರು ಮಾರಿದ ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

(ii) ಮುಂದಿನ ತಿಂಗಳಿನಲ್ಲಿ ಅವರಿಗೆ ಲಾಭ ಅಥವಾ ನಷ್ಟ ಆಗಲಿಲ್ಲ. ಅವರು 70 ಪೆನ್ ಮಾರಿದರೆ, ಮಾರಿದ ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ :

(i) ಒಂದು ಪೆನ್ ಮಾರುವುದರಿಂದ ಗಳಿಸಿದ ಲಾಭ = ₹ 1.

45 ಪೆನ್‌ಗಳನ್ನು ಮಾರುವುದರಿಂದ ಗಳಿಸಿದ ಲಾಭ = ₹ 45.

ಇದನ್ನು + ₹ 45 ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಒಟ್ಟು ನಷ್ಟ = ₹ 5 ಇದನ್ನು –₹5 ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಗಳಿಸಿದ ಲಾಭ + ಉಂಟಾದ ನಷ್ಟ = ಒಟ್ಟು ನಷ್ಟ.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಉಂಟಾದ ನಷ್ಟ = ಒಟ್ಟು ನಷ್ಟ – ಗಳಿಸಿದ ಲಾಭ

+ ₹ (–5 – 45) = ₹ (–50) = –5000 ಪೈಸೆ

ಒಂದು ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಮಾರುವುದರಿಂದ ಉಂಟಾದ ನಷ್ಟ = 40 ಪೈಸೆ.

ಇದನ್ನು –40 ಪೈಸೆ ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಮಾರಿದ ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = (–5000) ÷ (–40) = 125

(ii) ಮುಂದಿನ ತಿಂಗಳಿನಲ್ಲಿ ಲಾಭ ಅಥವಾ ನಷ್ಟ ಇಲ್ಲ.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಗಳಿಸಿದ ಲಾಭ + ಉಂಟಾದ ನಷ್ಟ = 0.

ಅಂದರೆ, ಗಳಿಸಿದ ಲಾಭ = – ಉಂಟಾದ ನಷ್ಟ.

ಈಗ, 70 ಪೈನ್ ಮಾರುವುದರಿಂದ ಗಳಿಸಿದ ಲಾಭ = ₹ 70

ಆದ್ದರಿಂದ, ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಮಾರುವುದರಿಂದ ಉಂಟಾದ ನಷ್ಟ – ₹ 70

ಇದನ್ನು –₹ 70 ಅಥವಾ –7,000 ಪೈಸೆ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಒಟ್ಟು ಮಾರಿದ ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = (–7000) ÷ (–40) = 175

©KTBS Not to be republished

ಅಭ್ಯಾಸ 1.4

1. ಮುಂದಿನವುಗಳ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(a) $(-30) \div 10$ (b) $50 \div (-5)$

(c) $(-36) \div (-9)$ (d) $(-49) \div 49$

(e) $13 \div [(-2) + 1]$ (f) $0 \div (-12)$

(g) $(-31) \div [(-30) + (-1)]$ (h) $[(-36) \div 12] \div 3$

(i) $[(-6) + 5] \div [(-2) + 1]$

2. ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಪ್ರತಿ a, b, ಮತ್ತು c ಬೆಲೆಗೆ $a \div (b + c) \neq (a \div b) + (a \div c)$ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

(a) $a = 12,\ b = -4,\ c = 2$ (b) $a = (-10),\ b = 1,\ c = 1$

3. ಖಾಲಿ ಸ್ಥಳ ತುಂಬಿರಿ:

(a) $369 \div$ ___ $= 369$ (b) $(-75) \div$ ___ $= -1$

(c) $(-206) \div$ ___ $= 1$ (d) $-87 \div$ ___ $= 87$.

(e) ___ $\div 1 = -87$ (f) ___ $\div 48 = -1$.

(g) $20 \div$ ___ $= -2$ (h) ___ $\div 4 = 3$.

4. $a \div b = -3$ ಆಗುವಂತೆ ಐದು ಜೊತೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕ (a, b) ಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ಅಂತಹ ಒಂದು ಜೊತೆ $(6, -2)$ ಏಕೆಂದರೆ, $6 \div (-2) = (-3)$.

5. ಮಧ್ಯಾಹ್ನ 12 ಗಂಟೆಗೆ ಉಷ್ಣತೆಯು ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಮೇಲೆ 10°C ಇತ್ತು. ಮಧ್ಯರಾತ್ರಿವರೆಗೆ ಪ್ರತಿ ಗಂಟೆಗೆ 2°C ಯಂತೆ ಇಳಿಕೆಯಾದರೆ, ಯಾವ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಉಷ್ಣತೆಯು ಸೊನ್ನೆಗಿಂತ ಕೆಳಗೆ 8°C ಆಗಬಹುದು? ಮಧ್ಯರಾತ್ರಿಯಲ್ಲಿ ಉಷ್ಣತೆ ಎಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ?

6. ಒಂದು ತರಗತಿ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಸರಿ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ (+3) ಅಂಕ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಕ್ಕೆ (–2) ಅಂಕ ಮತ್ತು ಪ್ರಯತ್ನಿಸದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಯಾವುದೇ ಅಂಕವನ್ನು ನೀಡಿರುವುದಿಲ್ಲ.

(i) ರಾಧಿಕಾ 20 ಅಂಕ ಗಳಿಸಿದಳು. ಅವಳು 12 ಸರಿ ಉತ್ತರ ನೀಡಿದರೆ ಎಷ್ಟು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ತಪ್ಪಾಗಿ ಉತ್ತರಿಸಿದ್ದಳು?

(ii) ಮೋಹಿನಿ ಈ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ –5 ಅಂಕ ಗಳಿಸುತ್ತಾಳೆ. ಆದಾಗ್ಯೂ ಅವಳು 7 ಸರಿ ಉತ್ತರ ನೀಡಿರುತ್ತಾಳೆ. ಎಷ್ಟು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಅವಳು ತಪ್ಪಾಗಿ ಉತ್ತರಿಸಿದ್ದಳು?

7. ಒಂದು ಎಲಿವೇಟರ್ ಪ್ರತಿ ನಿಮಿಷಕ್ಕೆ 6m ವೇಗದಲ್ಲಿ ಗಣಿಯೊಳಗೆ ಇಳಿಯುತ್ತದೆ. ಅದು ನೆಲ ಮಟ್ಟದ ಮೇಲೆ 10m ನಿಂದ ಇಳಿಯಲು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದರೆ –350m ತಲುಪಲು ಎಷ್ಟು ಸಮಯ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ?

©KTBS Not to be republished

ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿರುವ ಅಂಶಗಳು

1. ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು, ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ಅತೀ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯಾಸಂಗ್ರಹ. ಇವುಗಳನ್ನು 6ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಪರಿಚಯಿಸಲಾಗಿದೆ.
2. ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ, ನೀವು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಗುರ್ತಿಸುವುದು ಹಾಗೂ ಅವುಗಳ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನಗಳನ್ನು ಅಭ್ಯಸಿಸಿರುವಿರಿ.
3. ಈಗ ನಾವು ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನಗಳು ಪಾಲಿಸುವ ಗುಣಗಳನ್ನು ಅಭ್ಯಸಿಸುತ್ತೇವೆ.
   (a) ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನಗಳೆರಡಕ್ಕೂ ಆವೃತ ಗುಣ ಹೊಂದಿವೆ. ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಂಕಲನವು ಪರಿವರ್ತನೀಯವಾಗಿದೆ. ಅಂದರೆ ಎಲ್ಲಾ ಪೂರ್ಣಾಂಕ a ಮತ್ತು b ಗಳಿಗೆ. $a + b$ ಮತ್ತು $a - b$ ಪುನಃ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು.
   (b) ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಂಕಲನವು ಪರಿವರ್ತನೀಯವಾಗಿದೆ. ಅಂದರೆ ಎಲ್ಲಾ ಪೂರ್ಣಾಂಕ a ಮತ್ತು b ಗಳಿಗೆ $a + b = b + a$.
   (c) ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಂಕಲನವು ಸಹವರ್ತನೀಯವಾಗಿದೆ. ಅಂದರೆ ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕ a, b ಮತ್ತು c ಗಳಿಗೆ $(a + b) + c = a + (b + c)$.
   (d) ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸೊನ್ನೆ (0) ಸಂಕಲನದ ಅನನ್ಯತಾಂಶ. ಅಂದರೆ ಪ್ರತಿ ಪೂರ್ಣಾಂಕ a ಗೆ. $a + 0 = 0 + a = a$.
4. ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಗುಣಿಸುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಅಭ್ಯಸಿಸಿದೆವು ಮತ್ತು ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಮತ್ತು ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡು ಕೊಂಡೆವು. ಎರಡು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ.

   ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $-2 \times 7 = -14$ ಮತ್ತು $-3 \times -8 = 24$.
5. ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯ ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ. ಆದರೆ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ.
6. ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಗುಣಗಳನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತವೆ.
   (a) ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಆವೃತ ಗುಣ ಹೊಂದಿವೆ. ಅಂದರೆ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕ a ಮತ್ತು b ಗಳಿಗೆ, $a \times b$ ಯು ಒಂದು ಪೂಣಾಂಕ.
   (b) ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಾಕಾರವು ಪರಿವರ್ತನೀಯವಾಗಿದೆ. ಅಂದರೆ ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕ a ಮತ್ತು b ಗಳಿಗೆ, $a \times b = b \times a$.
   (c) ಪೂರ್ಣಾಂಕ 1 ಗುಣಾಕಾರದ ಅನನ್ಯತಾಂಶ. ಅಂದರೆ ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕ 'a' ಗೆ, $1 \times a = a \times 1 = a$.
   (d) ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಣಾಕಾರವು ಸಹವರ್ತನೀಯವಾಗಿದೆ. ಅಂದರೆ ಮೂರು ಪೂರ್ಣಾಂಕ a, b ಮತ್ತು c ಗಳಿಗೆ, $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

©KTBS Not to be republished

7. ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಜಕ ಗುಣವನ್ನು ಪಾಲಿಸುತ್ತವೆ. ಅಂದರೆ ಯಾವುದೇ ಮೂರು ಪೂರ್ಣಾಂಕ a, b ಮತ್ತು c ಗಳಿಗೆ, $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$.

8. ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರದ ಪರಿವರ್ತನೀಯ, ಸಹವರ್ತನೀಯ ಮತ್ತು ವಿಭಾಜಕ ಗುಣಗಳು ನಮಗೆ ಲೆಕ್ಕಚಾರಗಳನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಮಾಡಲು ಸಹಾಯಕವಾಗಿವೆ.

9. ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಕಲಿತಿರುವೆವು.

   (a) ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಪಡೆವ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಕ್ರಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ (Vice-versa).

   (b) ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಪಡೆವ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

10. ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕ a ಗೆ

   (a) $a \div 0$ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿಲ್ಲ.

   (b) $a \div 1 = a$

©KTBS Not to be republished

ಅಧ್ಯಾಯ – 2

ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು ಮತ್ತು ದಶಮಾಂಶಗಳು

ASHKGA

2.1 ಪೀಠಿಕೆ

ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ, ನೀವು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು ಮತ್ತು ದಶಮಾಂಶಗಳನ್ನು ಕಲಿತಿರುವಿರಿ. ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಅಧ್ಯಯನವು ಸಮ, ವಿಷಮ ಮತ್ತು ಮಿಶ್ರ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳೇ ಅಲ್ಲದೆ ಅವುಗಳ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿದೆ. ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಹೋಲಿಕೆ, ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು, ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಆದೇಶಿಸುವುದನ್ನೂ ನಾವು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಿದ್ದೇವೆ.

ನಮ್ಮ ದಶಮಾಂಶಗಳ ಅಧ್ಯಯನವು ಅವುಗಳ ಹೋಲಿಕೆ, ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಸಂಕಲನ ಹಾಗೂ ವ್ಯವಕಲನಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿತ್ತು. ಈಗ ನಾವು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಮತ್ತು ದಶಮಾಂಶಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಕಲಿಯೋಣ.

2.2 ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನೀವು ಎಷ್ಟು ಉತ್ತಮವಾಗಿ ಕಲಿತಿದ್ದೀರ?

ಸಮಭಿನ್ನರಾಶಿಯು ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಆಗಿದ್ದು ಅದು ಪೂರ್ಣದ ಒಂದು ಭಾಗವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ. $\frac{7}{4}$ ಒಂದು ಸಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯೇ ? ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದು, ಅಂಶವೋ ಅಥವಾ ಛೇದವೋ?

ಒಂದು ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯು ಪೂರ್ಣ ಮತ್ತು ಒಂದು ಸಮಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಸಂಯೋಗ. $\frac{7}{4}$ ಒಂದು ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯೇ? ಇಲ್ಲಿ, ಅಂಶ ಅಥವಾ ಛೇದ ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದು?

ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿ $\frac{7}{4}$ ನ್ನು $1\frac{3}{4}$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಇದು ಒಂದು ಮಿಶ್ರ ಭಿನ್ನರಾಶಿ.

ನೀವು ಪ್ರತಿ ಸಮ, ವಿಷಮ ಮತ್ತು ಮಿಶ್ರ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಿಗೆ 5 ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಬಲ್ಲಿರಾ?

ಉದಾಹರಣೆ 1. $\frac{3}{5}$ ರ ಐದು ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: $\frac{3}{5}$ ರ ಒಂದು ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯು $\frac{3}{5} = \frac{3\times2}{5\times2} = \frac{6}{10}$.

ಇನ್ನೂ ನಾಲ್ಕು ಸಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

©KTBS Not to be republished

ಉದಾಹರಣೆ 2 ರಮೇಶ ಒಂದು ಅಭ್ಯಾಸದ $\frac{2}{7}$ ಭಾಗ ಬಿಡಿಸಿದನು, ಅಲ್ಲದೇ ಸೀಮಾ ಅದರ $\frac{4}{5}$ ನ್ನು ಬಿಡಿಸಿದಳು. ಯಾರು ಕಡಿಮೆ ಭಾಗ ಬಿಡಿಸಿದರು?

ಪರಿಹಾರ: ಯಾರು ಅಭ್ಯಾಸದ ಕಡಿಮೆ ಭಾಗ ಬಿಡಿಸಿದರು ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು

ನಾವು $\frac{2}{7}$ ಮತ್ತು $\frac{4}{5}$ ನ್ನು ಹೋಲಿಸೋಣ.

ಅವುಗಳನ್ನು ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗೆ ಬದಲಾಯಿಸಿದಾಗ,

$\frac{2}{7} = \frac{10}{35}$, $\frac{4}{5} = \frac{28}{35}$ ನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{10}{35} < \frac{28}{35}$ ಏಕೆಂದರೆ $10 < 28$

ಹೀಗೆ, $\frac{2}{7} < \frac{4}{5}$

ರಮೇಶನು ಸೀಮಾಳಿಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಭಾಗ ಬಿಡಿಸಿದನು.

ಉದಾಹರಣೆ 3 ಸಮೀರ $3\frac{1}{2}$ kg ಸೇಬು ಮತ್ತು $4\frac{3}{4}$ kg ಕಿತ್ತಳೆ ಹಣ್ಣು ಖರೀದಿಸಿದಳು. ಅವಳು ಖರೀದಿಸಿದ ಹಣ್ಣುಗಳ ಒಟ್ಟು ತೂಕ ಏನು?

ಪರಿಹಾರ: ಹಣ್ಣುಗಳ ಒಟ್ಟು ತೂಕ $= \left(3\frac{1}{2} + 4\frac{3}{4}\right)$ kg

$= \left(\frac{7}{2} + \frac{19}{4}\right)$ kg

$= \left(\frac{14}{4} + \frac{19}{4}\right)$ kg

$= \frac{33}{4}$ kg $= 8\frac{1}{4}$ kg

ಉದಾಹರಣೆ 4 ಸುಮನಾ ಪ್ರತಿನಿತ್ಯ $5\frac{2}{3}$ ಗಂಟೆ ಓದುತ್ತಾಳೆ. ಅವಳು ಅದರಲ್ಲಿ $2\frac{4}{5}$ ಗಂಟೆಯನ್ನು ವಿಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ಗಣಿತಕ್ಕಾಗಿ ವಿನಿಯೋಗಿಸುತ್ತಾಳೆ. ಉಳಿದ ವಿಷಯಗಳಿಗಾಗಿ ಅವಳು ವಿನಿಯೋಗಿಸಿದ ಸಮಯ ಎಷ್ಟು?

©KTBS Not to be republished

ಪರಿಹಾರ: ಸುಮನಾಳ ಒಟ್ಟು ಅಧ್ಯಯನದ ಸಮಯ $= 5\frac{2}{3}$ h

$= \frac{17}{3}$ h

ವಿಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ಗಣಿತಕ್ಕಾಗಿ ಅವಳು ವಿನಿಯೋಗಿಸಿದ ಸಮಯ.

$= 2\frac{4}{5} = \frac{14}{5}$ h

ಆದ್ದರಿಂದ, ಉಳಿದ ವಿಷಯಗಳಿಗಾಗಿ ಅವಳು ವಿನಿಯೋಗಿಸಿದ ಸಮಯ

$$= \left(\frac{17}{3} - \frac{14}{5}\right) \text{h}$$

$$= \left(\frac{17 \times 5}{15} - \frac{14 \times 3}{15}\right) \text{h}$$

$$= \left(\frac{85 - 42}{15}\right) \text{h}$$

$$= \frac{43}{15} \text{h} = 2\frac{13}{15} \text{h.}$$

©KTBS Not to be republished

ಅಭ್ಯಾಸ 2.1

1. ಬಿಡಿಸಿ:

(i) $2 - \frac{3}{5}$ (ii) $4 + \frac{7}{8}$ (iii) $\frac{3}{5} + \frac{2}{7}$

(iv) $\frac{9}{11} - \frac{4}{15}$ (v) $\frac{7}{10} + \frac{2}{5} + \frac{3}{2}$ (vi) $2\frac{2}{3} + 3\frac{1}{2}$

(vii) $8\frac{1}{2} - 3\frac{5}{8}$

2. ಮುಂದಿನವುಗಳನ್ನು ಇಳಿಕೆ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿ:

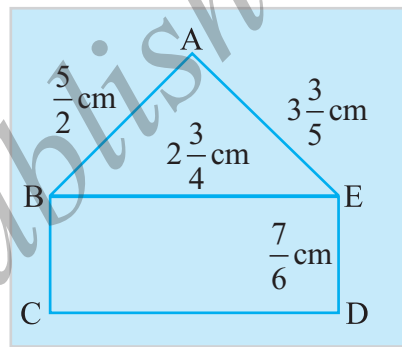
(i) $\frac{2}{9}, \frac{2}{3}, \frac{8}{21}$ (ii) $\frac{1}{5}, \frac{3}{7}, \frac{7}{10}$

3. ಒಂದು 'ಮಾಯಾ ಚೌಕದಲ್ಲಿ' ಪ್ರತಿ ಅಡ್ಡ ಸಾಲು, ಪ್ರತಿ ಕಂಬಸಾಲು ಮತ್ತು ಕರ್ಣಗಳಲ್ಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಇದು ಒಂದು ಮಾಯಾ ಚೌಕವೇ?

$\frac{4}{11}$	$\frac{9}{11}$	$\frac{2}{11}$
$\frac{3}{11}$	$\frac{5}{11}$	$\frac{7}{11}$
$\frac{8}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{6}{11}$

(ಮೊದಲ ಅಡ್ಡ ಸಾಲಿನ ಮೊತ್ತ $\frac{4}{11}+\frac{9}{11}+\frac{2}{11}=\frac{15}{11}$).

4. ಒಂದು ಆಯಾತಾಕಾರದ ಕಾಗದದ ಹಾಳೆ $12\frac{1}{2}$ cm ಉದ್ದ ಮತ್ತು $10\frac{2}{3}$ cm ಅಗಲ ಹೊಂದಿದೆ. ಅದರ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



5. ಈ ಆಕೃತಿಗಳ ಸುತ್ತಳತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:
   (i) Δ ABE
   (ii) ಆಯತ BCDE

   ಯಾವುದರ ಸುತ್ತಳತೆ ಹೆಚ್ಚು?

6. ಸಲೀಳ ಒಂದು ಚಿತ್ರಕ್ಕೆ ಚೌಕಟ್ಟು ಹಾಕಲು ಬಯಸುತ್ತಾಳೆ. ಆ ಚಿತ್ರವು $7\frac{3}{5}$ cm ಅಗಲವಾಗಿದೆ. ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಹೊಂದಿಕೊಳ್ಳಲು ಚಿತ್ರವು $7\frac{3}{10}$ cm ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಅಗಲ ಇರಬಾರದು. ಚಿತ್ರವನ್ನು ಎಷ್ಟು ಓರಣಗೊಳಿಸಬೇಕು?

7. ರೀತು ಒಂದು ಸೇಬಿನ $\frac{3}{5}$ ಭಾಗ ತಿಂದಳು ಮತ್ತು ಉಳಿದ ಸೇಬನ್ನು ಅವಳ ತಮ್ಮ ಸೋಮು ತಿಂದನು. ಸೇಬಿನ ಎಷ್ಟು ಭಾಗವನ್ನು ಸೋಮ ತಿಂದನು? ಯಾರು ದೊಡ್ಡ ಪಾಲನ್ನು ಹೊಂದಿದರು? ಎಷ್ಟರಿಂದ?

8. ಮೈಕಲ್ ಒಂದು ಚಿತ್ರಕ್ಕೆ ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚುವುದನ್ನು $\frac{7}{12}$ ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿದನು. ಅದೇ ಚಿತ್ರಕ್ಕೆ ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚುವುದನ್ನು ವೈಭವ್ $\frac{3}{4}$ ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿದನು. ಯಾರು ಹೆಚ್ಚು ಸಮಯ ಕೆಲಸ ಮಾಡಿದರು? ಎಷ್ಟು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಿಂದ ಇದು ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ?

2.3 ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಗುಣಾಕಾರ

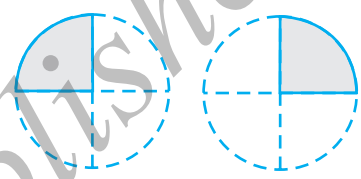
ಒಂದು ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಎಂಬುದು ನಿಮಗೆ ಗೊತ್ತಿದೆ. ಇದು ಉದ್ದ × ಅಗಲಕ್ಕೆ ಸಮ. ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ 7 cm ಮತ್ತು 4 cm ಆದರೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ? ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $7 \times 4 = 28$ cm^2 ಆಗುತ್ತದೆ.

©KTBS Not to be republished

ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ $7\frac{1}{2}$ cm ಮತ್ತು $3\frac{1}{2}$ cm ಅದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ? ಅದು $7\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{2} = \frac{15}{2} \times \frac{7}{2}$ cm^2 ಎಂದು ನೀವು ಹೇಳುತ್ತೀರ. ಸಂಖ್ಯೆ $\frac{15}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{7}{2}$ ಗಳು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು. ದತ್ತ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಲು, ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಗುಣಿಸುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿಯುವುದು ಅವಶ್ಯಕ. ಅದನ್ನು ನಾವು ಈಗ ಕಲಿಯೋಣ.

2.3.1 ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಗುಣಾಕಾರ

ಚಿತ್ರ 2.1 ನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಪ್ರತಿ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗವು ವೃತ್ತದ $\frac{1}{4}$ ಭಾಗ. ಎರಡು ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗಗಳು ಒಟ್ಟಾಗಿ ಎಷ್ಟನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತವೆ?



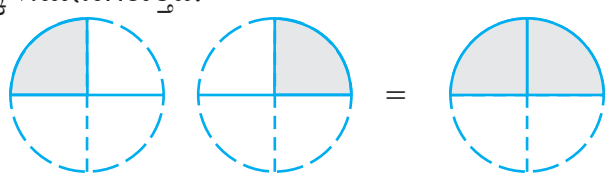
ಚಿತ್ರ 2.1

ಅವು $\frac{1}{4}+\frac{1}{4} = 2\times\frac{1}{4}$ ಎಂಬುದನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ.

ಎರಡೂ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ ನಾವು ಚಿತ್ರ 2.2 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. ವೃತ್ತದ ಯಾವ ಭಾಗವು ಚಿತ್ರ 2.2ರಲ್ಲಿ ಛಾಯೀಕರಿಸಿದ ಭಾಗವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ? ಅದು ವೃತ್ತದ $\frac{2}{4}$ ಭಾಗವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ.

ಚಿತ್ರ 2.2

ಚಿತ್ರ 2.1 ರಲ್ಲಿ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಾರೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡಾಗ ಅದು ಚಿತ್ರ 2.2 ರಲ್ಲಿ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.



ಚಿತ್ರ 2.3

ಅಥವಾ $2\times\frac{1}{4} = \frac{2}{4}$.

©KTBS Not to be republished

ಈ ಆಕೃತಿಗಳು ಏನನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಈಗ ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ? (ಚಿತ್ರ 2.4)

ಚಿತ್ರ 2.4

ಮತ್ತು ಇದು? (ಚಿತ್ರ 2.5)

ಚಿತ್ರ 2.5

ಈಗ $3\times\frac{1}{2}$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ

ನಮ್ಮಲ್ಲಿ ಇರುವುದು $3\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

ನಾವು ಇದನ್ನೂ ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{1+1+1}{2}=\frac{3\times1}{2}=\frac{3}{2}$

ಆದ್ದರಿಂದ $3\times\frac{1}{2}=\frac{3\times1}{2}=\frac{3}{2}$

ಅದರಂತೆಯೇ $\frac{2}{3}\times5=\frac{2\times5}{3}=?$

ಇದನ್ನು ನೀವು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ $3\times\frac{2}{7}=?$ $4\times\frac{3}{5}=?$

ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೆ ನಾವು ಪರಿಗಣಿಸಿದ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು ಅಂದರೆ $\frac{1}{2},\frac{2}{3},\frac{2}{7}$ ಮತ್ತು $\frac{3}{5}$ ಸಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಾಗಿದ್ದವು.

ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಿಗೂ ಸಹ ಇದೇ ಕ್ರಮವನ್ನು ಅನುಸರಿಸಬಹುದು.

$$2\times\frac{5}{3}=\frac{2\times5}{3}=\frac{10}{3}$$

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ, $3\times\frac{8}{7}=?$ $4\times\frac{7}{5}=?$

ಆದ್ದರಿಂದ, ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಸಮ ಅಥವಾ ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಗುಣಿಸುವಾಗ ನಾವು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅಂಶವನ್ನು ಗುಣಿಸುತ್ತೇವೆ. ಛೇದವನ್ನು ಹಾಗೆಯೇ ಇಡುತ್ತೇವೆ.

©KTBS Not to be republished

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ : (a) $\frac{2}{7}\times 3$ (b) $\frac{9}{7}\times 6$ (c) $3\times\frac{1}{8}$ (d) $\frac{13}{11}\times 6$

   ಗುಣಲಬ್ಧ ಒಂದು ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ ಅದನ್ನು ಒಂದು ಮಿಶ್ರ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

2. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ : $2\times\frac{2}{5}=\frac{4}{5}$

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

(i) $5\times 2\frac{3}{7}$

(ii) $1\frac{4}{9}\times 6$

ಒಂದು ಮಿಶ್ರ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಗುಣಿಸಲು, ಮೊದಲು ಮಿಶ್ರ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಒಂದು ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ ನಂತರ ಗುಣಿಸಬೇಕು.

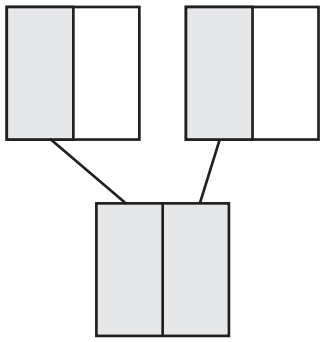
ಆದ್ದರಿಂದ, $3\times 2\frac{5}{7} = 3\times\frac{19}{7}$

$= \frac{57}{7} = 8\frac{1}{7}$

ಅದರಂತೆಯೇ, $2\times 4\frac{2}{5} = 2\times\frac{22}{5} = ?$

ಭಿನ್ನರಾಶಿಯು 'ದ' ಅಥವಾ 'ರ' ನಿರ್ವಾಹಕದಂತೆ

ಈ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ (ಚಿತ್ರ 2.6). ಎರಡು ಚೌಕಗಳು ನಿಖರವಾಗಿ ಸಮಾನ ರೂಪ ಹೊಂದಿವೆ.



ಚಿತ್ರ 2.6

ಪ್ರತಿ ಛಾಯೀಕರಿಸಿದ ಭಾಗವು 1 ರ $\frac{1}{2}$ ಎಂದು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಎರಡೂ ಛಾಯೀಕರಿಸಿದ ಭಾಗಗಳು ಒಟ್ಟಿಗೆ 2 ರ $\frac{1}{2}$ ನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ 2 ರ $\frac{1}{2}$ ನ್ನು ಯಾವಾಗಲೂ 1 ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.

$\frac{1}{2}\times 2 = 1$ ಎಂದೂ ಸಹ ನಾವು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಹೀಗೆ, 2 ರ $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}\times 2 = 1$

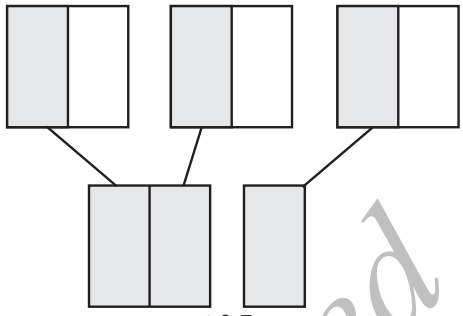
ಹಾಗೆಯೇ, ಒಂದೇ ಸಮನಾದ ಈ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. (ಚಿತ್ರ 2.7)

ಪ್ರತಿ ಛಾಯೀಕರಿಸಿದ ಭಾಗ 1 ರ $\frac{1}{2}$ ನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಮೂರು ಛಾಯೀಕರಿಸಿದ ಭಾಗಗಳು 3 ರ $\frac{1}{2}$ ದ ಎಂಬುದನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತವೆ.

©KTBS Not to be republished

ಮೂರು ಛಾಯೀಕರಿಸಿದ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಸಂಯೋಜಿಸಿ. ಇದು $1\frac{1}{2}$ ನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ $\frac{3}{2}$.



ಚಿತ್ರ 2.7

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{1}{2}$ ರ $3 = \frac{3}{2}$ ಹಾಗೆಯೇ $\frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$

ಹೀಗೆ $\frac{1}{2}$ ರ $3 = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$.

ಆದ್ದರಿಂದ 'ದ' ಅಥವಾ 'ರ' ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ.

ಫರಿದಾ ಬಳಿ 20 ಗೋಲಿಗಳಿವೆ. ರೇಶ್ಮಾಳು, ಫರಿದಾ ಬಳಿ ಇರುವ ಗೋಲಿಗಳಲ್ಲಿ $\frac{1}{5}$ ರಷ್ಟು ಗೋಲಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಾಳೆ. ರೇಶ್ಮಾ ಬಳಿ ಇರುವ ಗೋಲಿಗಳು ಎಷ್ಟು? 'ದ' ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ರೇಶ್ಮಾಳ ಬಳಿ ಇರುವ ಗೋಲಿಗಳು $\frac{1}{5} \times 20 = 4$.

ಅದರಂತೆಯೇ ನಮ್ಮಲ್ಲಿ ಇರುವುದು $\frac{1}{2}$ ದ $16 = \frac{1}{2} \times 16 = \frac{16}{2} = 8$ ಅಥವಾ 16 ರ $\frac{1}{2}$

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಇವು ಎಷ್ಟು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?

(i) $\frac{1}{2}$ ರ 10? (ii) $\frac{1}{4}$ ರ 16? (iii) $\frac{2}{5}$ ರ 25?

ಉದಾಹರಣೆ 5 ಒಂದು ತರಗತಿಯ 40 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ $\frac{1}{5}$ ರಷ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಇಂಗ್ಲೀಷ್ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಲು ಇಷ್ಟಪಡುತ್ತಾರೆ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಯ $\frac{2}{5}$ ರಷ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಣಿತ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಲು ಇಷ್ಟಪಡುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಉಳಿದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ವಿಜ್ಞಾನ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಲು ಇಷ್ಟಪಡುತ್ತಾರೆ.

(i) ಎಷ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಇಂಗ್ಲೀಷ್ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಲು ಇಷ್ಟಪಡುತ್ತಾರೆ?

(ii) ಎಷ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಣಿತ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಲು ಇಷ್ಟಪಡುತ್ತಾರೆ?

(iii) ಒಟ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಯಾವ ಭಾಗ (ಭಿನ್ನರಾಶಿ) ವಿಜ್ಞಾನ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಲು ಇಷ್ಟಪಡುವರು?

ಪರಿಹಾರ: ತರಗತಿಯಲ್ಲಿನ ಒಟ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 40.

(i) ಇದರಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ $\frac{1}{5}$ ರಷ್ಟು ಮಂದಿ ಇಂಗ್ಲೀಷ್ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಲು ಇಷ್ಟಪಡುತ್ತಾರೆ.

©KTBS Not to be republished

ಹೀಗೆ, ಇಂಗ್ಲೀಷ್ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಲು ಇಷ್ಟಪಡುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = $\frac{1}{5}$ ರ 40

$= \frac{1}{5} \times 40 = 8.$

(ii) ನೀವೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

(iii) ಇಂಗ್ಲೀಷ್ ಮತ್ತು ಗಣಿತ ಇಷ್ಟಪಡುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $= 8 + 16 = 24$ ಹೀಗೆ, ವಿಜ್ಞಾನ ಇಷ್ಟಪಡುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $= 40 - 24 = 16$.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಬೇಕಾದ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯು $\frac{16}{40}$.

ಅಭ್ಯಾಸ 2.2

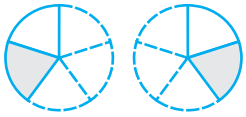
1. (a) ಯಿಂದ (d) ವರೆಗೆ ನೀಡಿರುವ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುವು ಮುಂದಿನವುಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ?

(i) $2 \times \frac{1}{5}$ (ii) $2 \times \frac{1}{2}$ (iii) $3 \times \frac{2}{3}$ (iv) $3 \times \frac{1}{4}$

(a)

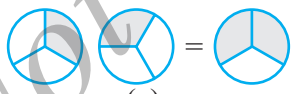
(b)

(c)

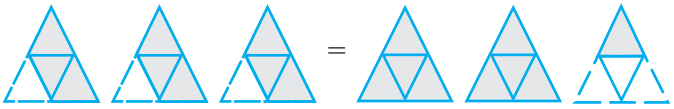
(d) 

2. (a) ಯಿಂದ (c) ವರೆಗೆ ಕೆಲವು ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಮುಂದೆ ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಇವುಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ?

(i) $3 \times \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$ (ii) $2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ (iii) $3 \times \frac{3}{4} = 2\frac{1}{4}$



(a)



(b)

(c)

3. ಗುಣಿಸಿ ಮತ್ತು ಕನಿಷ್ಠ ರೂಪಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ ಹಾಗೂ ಮಿಶ್ರ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ.

(i) $7 \times \frac{3}{5}$ (ii) $4 \times \frac{1}{3}$ (iii) $2 \times \frac{6}{7}$ (iv) $5 \times \frac{2}{9}$

©KTBS Not to be republished

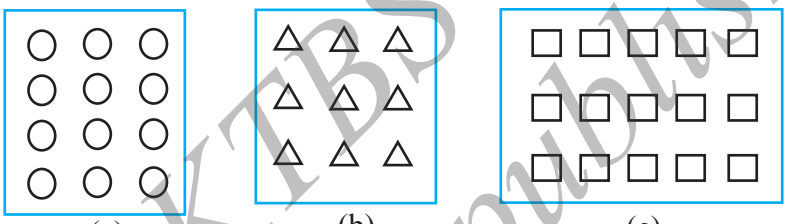
(v) $\frac{2}{3}\times 4$ (vi) $\frac{5}{2}\times 6$ (vii) $11\times\frac{4}{7}$ (viii) $20\times\frac{4}{5}$

(ix) $13\times\frac{1}{3}$ (x) $15\times\frac{3}{5}$

4. ಬಣ್ಣ ಹಾಕಿ: (i) (a) ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿರುವ $\frac{1}{2}$ ರಷ್ಟು ವೃತ್ತಗಳು.

(ii) (b) ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿರುವ $\frac{2}{3}$ ರಷ್ಟು ತ್ರಿಭುಜಗಳು.

(iii) (c) ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿರುವ $\frac{3}{5}$ ರಷ್ಟು ಚೌಕಗಳು.



(a) (b) (c)

5. ಇವುಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ:

(a) $\frac{1}{2}$ ರ (i) 24 (ii) 46

(b) $\frac{2}{3}$ ರ (i) 18 (ii) 27

(c) $\frac{3}{4}$ ರ (i) 16 (ii) 36

(d) $\frac{4}{5}$ ರ (i) 20 (ii) 35

6. ಗುಣಿಸಿ ಮತ್ತು ಮಿಶ್ರ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ:

(a) $3\times 5\frac{1}{5}$ (b) $5\times 6\frac{3}{4}$ (c) $7\times 2\frac{1}{4}$

(d) $4\times 6\frac{1}{3}$ (e) $3\frac{1}{4}\times 6$ (f) $3\frac{2}{5}\times 8$

7. ಇವುಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ: (a) $\frac{1}{2}$ ರ (i) $2\frac{3}{4}$ (ii) $4\frac{2}{9}$

(b) $\frac{5}{8}$ ರ (i) $3\frac{5}{6}$ (ii) $9\frac{2}{3}$.

©KTBS Not to be republished

8. ವಿದ್ಯಾ ಮತ್ತು ಪ್ರತಾಪ್ ಪ್ರವಾಸಕ್ಕಾಗಿ ಹೋಗಿದ್ದರು. ಅವರ ತಾಯಿ ಅವರಿಗೆ $5l$ ನೀರು ಇರುವ ಒಂದು ಬಾಟಲಿಯನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿದ್ದರು. ವಿದ್ಯಾ $\frac{2}{5}$ ರಷ್ಟು ನೀರನ್ನು ಸೇವಿಸಿದಳು. ಪ್ರತಾಪನು ಉಳಿದ ನೀರನ್ನು ಕುಡಿದನು.

(i) ವಿದ್ಯಾ ಎಷ್ಟು ನೀರನ್ನು ಕುಡಿದಳು?

(ii) ಒಟ್ಟು ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಾಪನು ಕುಡಿದ ನೀರಿನ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಎನು?

2.3.2 ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಿಂದ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಗುಣಾಕಾರ

ಫರಿದಾಳು 9 cm ಉದ್ದದ ರಿಬ್ಬನ್ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಳು. ಈ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಅವಳು ನಾಲ್ಕು ಸಮ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಕತ್ತರಿಸಿದಳು. ಅವಳು ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ಮಾಡಿದಳು? ಅವಳು ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಎರಡು ಬಾರಿ ಮಡಚಿದಳು. ಪ್ರತಿ ಭಾಗವು ಒಟ್ಟು ಉದ್ದದ ಯಾವ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ?

ಪ್ರತಿ ಭಾಗವು ಪಟ್ಟಿಯ $\frac{9}{4}$ ಆಗುತ್ತದೆ. ಅವಳು ಒಂದು ಭಾಗವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅದನ್ನು ಒಮ್ಮೆ ಮಡಚಿ ಎರಡು ಸಮ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿದಳು. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಭಾಗವು ಏನನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ? ಅದು $\frac{1}{2}$ ದ $\frac{9}{4}$ ಅಥವಾ $\frac{1}{2} \times \frac{9}{4}$ ನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ.

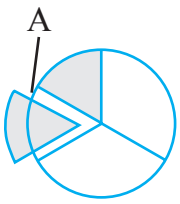
ಈಗ ನಾವು $\frac{1}{2} \times \frac{9}{4}$ ರೀತಿಯ ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡೋಣ.

ಇದನ್ನು ಮಾಡಲು ನಾವು ಮೊದಲು $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ ರೀತಿಯ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಕಲಿಯೋಣ.

(a) ಒಂದು ಪೂರ್ಣದ $\frac{1}{3}$ ನ್ನು ನಾವು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು? ಒಂದು ಪೂರ್ಣವನ್ನು ನಾವು ಮೂರು ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಬೇಕು. ಮೂರು ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪೂರ್ಣದ $\frac{1}{3}$ ನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಮೂರು ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಭಾಗವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ ಮತ್ತು ಚಿತ್ರ 2.8 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಬಣ್ಣ ತುಂಬಿ.

ಚಿತ್ರ 2.8

(b) ಈ ಬಣ್ಣ ತುಂಬಿದ ಭಾಗದ $\frac{1}{2}$ ನ್ನು ನೀವು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಿರಿ? ಈ ಮೂರನೇ ಒಂದು $\left(\frac{1}{3}\right)$ ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಿದ ಭಾಗವನ್ನು ಎರಡು ಸಮ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ. ಈ ಎರಡು ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು $\frac{1}{3}$ ರ $\frac{1}{2}$ ನ್ನು ಅಂದರೆ $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ (ಚಿತ್ರ 2.9) ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಎರಡರಲ್ಲಿ 1 ಭಾಗ ಹೊರ ತೆಗೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು 'A' ಎಂದು ಹೆಸರಿಸಿ. A ಯು $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ ನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ.



ಚಿತ್ರ 2.9

©KTBS Not to be republished

(c) A ಪೂರ್ಣಭಾಗದ ಯಾವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ? ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಉಳಿದ $\frac{1}{3}$ ಭಾಗಗಳನ್ನೂ ಎರಡು ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ. ಈಗ ಅಂತಹ ಎಷ್ಟು ಸಮಭಾಗಗಳಿವೆ? ಅಂತಹ ಆರು ಸಮಭಾಗಗಳಿವೆ. A ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಭಾಗ ಆದ್ದರಿಂದ A ಯು ಪೂರ್ಣದ $\frac{1}{6}$ ಭಾಗ.

ಹೀಗೆ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$.

'A' ಪೂರ್ಣದ $\frac{1}{6}$ ಎಂದು ನೀವು ಹೇಗೆ ನಿರ್ಧರಿಸಿದಿರಿ? ಪೂರ್ಣವನ್ನು $6 = 2 \times 3$ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಲಾಯಿತು ಮತ್ತು $1 = 1 \times 1$ ಭಾಗವನ್ನು ಇದರಿಂದ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲಾಯಿತು.

ಹೀಗೆ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} = \frac{1\times1}{2\times3}$

ಅಥವಾ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1\times1}{2\times3}$

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ ರ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಪೂರ್ಣವನ್ನು ಎರಡು ಸಮ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ ಮತ್ತು ನಂತರ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು ಮೂರು ಸಮ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಭಾಗಿಸಿ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಭಾಗವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಇದು $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ ನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ $\frac{1}{6}$ ಆದ್ದರಿಂದ, $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6} = \frac{1\times1}{3\times2}$ ಹಿಂದೆ ಚರ್ಚಿಸಿರುವಂತೆ

ಹೀಗಾಗಿ, $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}$ ಮತ್ತು $\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}$; $\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}$ ಮತ್ತು $\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}$ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಮತ್ತು

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}$; $\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}$ ಎಂಬುದಾಗಿ ನೀವು ಪಡೆಯುವಿರಾ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಈ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳನ್ನು ತುಂಬಿ :

(i) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{7} = \frac{1\times1}{2\times7} = \square$

(ii) $\frac{1}{5} \times \frac{1}{7} = \square = \square$

(iii) $\frac{1}{7} \times \frac{1}{2} = \square = \square$

(iv) $\frac{1}{7} \times \frac{1}{5} = \square = \square$

©KTBS Not to be republished

ಉದಾಹರಣೆ 6 ಸುಶಾಂತ್ ಒಂದು ಪುಸ್ತಕದ $\frac{1}{3}$ ಭಾಗವನ್ನು 1 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಓದುವನು. ಪುಸ್ತಕದ ಎಷ್ಟು ಭಾಗವನ್ನು ಅವನು $2\frac{1}{5}$ ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಓದಬಲ್ಲನು?

ಪರಿಹಾರ: 1 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಸುಶಾಂತ್ ಓದಿದ ಪುಸ್ತಕದ ಭಾಗ = $\frac{1}{3}$

ಆದ್ದರಿಂದ, $2\frac{1}{5}$ ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಅವನು ಓದಿದ ಪುಸ್ತಕದ ಭಾಗ

$$= 2\frac{1}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{11}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{11 \times 1}{5 \times 3} = \frac{11}{15}$$

ಈಗ ನಾವು $\frac{1}{2} \times \frac{5}{3}$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ

ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ, $\frac{5}{3} = \frac{1}{3} \times 5$

ಆದ್ದರಿಂದ, $\frac{1}{2} \times \frac{5}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times 5$

$$= \frac{1}{6} \times 5 = \frac{5}{6}$$

ಹಾಗೂ $\frac{5}{6} = \frac{1 \times 5}{2 \times 3}$ ಹೀಗೆ $\frac{1}{2} \times \frac{5}{3} = \frac{1 \times 5}{2 \times 3} = \frac{5}{6}$.

ಇದನ್ನು ಮುಂದಿನ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿರುವಂತೆ ತೋರಿಸಬಹುದು. ಈ ಐದು ಸಮಾನ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು (ಚಿತ್ರ 2.10) ಐದು ಸಮಾನ ವೃತ್ತಗಳ ಭಾಗಗಳು. ಇಂತಹ ಒಂದು ಆಕಾರವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ.

ಈ ಆಕಾರವನ್ನು ಪಡೆಯಲು, ಮೊದಲು ನಾವು ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಮೂರು ಸಮ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತೇವೆ. ಮುಂದುವರೆದು ಈ ಮೂರು ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನು ಎರಡು ಸಮ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಿ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಭಾಗ ನಾವು ಪರಿಗಣಿಸಿದ ಆಕಾರದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ. ಇದು ಎನನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ?

ಇದು $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ ನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ. ಇಂತಹ ಒಟ್ಟು ಭಾಗಗಳು $5 \times \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

ಚಿತ್ರ 2.10

©KTBS Not to be republished

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

$\frac{1}{3}\times\frac{4}{5}$; $\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}$

ಅದರಂತೆಯೇ, $\frac{3}{5}\times\frac{1}{7}=\frac{3\times1}{5\times7}=\frac{3}{35}$

ಹೀಗೆ ನಾವು $\frac{2}{3}\times\frac{7}{5}$ ನ್ನು ಈ ರೀತಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು:

$$\frac{2}{3}\times\frac{7}{5}=\frac{2\times7}{3\times5}=\frac{14}{15}$$

ಹೀಗೆ ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು $\frac{\text{ಅಂಶಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ}}{\text{ಛೇದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ}}$ ಎಂಬುದಾಗಿ ಗುಣಿಸಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ.

ಗುಣಲಬ್ಧಗಳ ಬೆಲೆ

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

$\frac{8}{3}\times\frac{4}{7}$; $\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}$

ನೀವು ಗಮನಿಸಿರುವಂತೆ, ಎರಡು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಪ್ರತಿ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $3\times4=12$ ಮತ್ತು $12>4$, $12>3$.

ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಿದಾಗ, ಗುಣಲಬ್ಧದ ಬೆಲೆ ಏನಾಗುತ್ತದೆ? ನಾವು ಮೊದಲು ಎರಡು ಸಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಪರಿಗಣಿಸೋಣ.

$\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{8}{15}$	$\frac{8}{15}<\frac{2}{3}, \frac{8}{15}<\frac{4}{5}$	ಗುಣಲಬ್ಧ ಪ್ರತಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಿಂತ ಚಿಕ್ಕದು
$\frac{1}{5}\times\frac{2}{7}=$ ----------	----------	----------
$\frac{3}{5}\times\frac{\square}{8}=\frac{21}{40}$	----------	----------
$\frac{2}{\square}\times\frac{4}{9}=\frac{8}{45}$	----------	----------

ಎರಡು ಸಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಿದಾಗ, ಗುಣಲಬ್ಧವು ಪ್ರತಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಿಂತ ಚಿಕ್ಕದಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಅಥವಾ, ಎರಡು ಸಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಬೆಲೆಯು ಆ ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕದಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವಿರಿ. ಇದನ್ನು ಇನ್ನೂ ಐದು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

ನಾವು ಎರಡು ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸೋಣ.

©KTBS Not to be republished

$\frac{7}{3}\times\frac{5}{2}=\frac{35}{6}$	$\frac{35}{6}>\frac{7}{3}, \frac{35}{6}>\frac{5}{2}$	ಗುಣಲಬ್ಧ ಪ್ರತಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಿಂತ ದೊಡ್ಡದು
$\frac{6}{5}\times\frac{\square}{3}=\frac{24}{15}$	----------	----------
$\frac{9}{2}\times\frac{7}{\square}=\frac{63}{8}$	----------	----------
$\frac{3}{\square}\times\frac{8}{7}=\frac{24}{14}$	----------	----------

ಎರಡು ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ.

ಅಥವಾ, ಎರಡು ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಬೆಲೆಯು ಆ ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಇನ್ನೂ ಐದು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೀವೇ ರಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಮೇಲಿನ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ. ಈಗ ನಾವು ಒಂದು ಸಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಮತ್ತು ಒಂದು ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಗುಣಿಸೋಣ. $\frac{2}{3}$ ಮತ್ತು $\frac{7}{5}$ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.

ಈಗ $\frac{2}{3}\times\frac{7}{5}=\frac{14}{15}$

ಇಲ್ಲಿ $\frac{14}{15}<\frac{7}{5}$ ಮತ್ತು

$\frac{14}{15}>\frac{2}{3}$

ಇಲ್ಲಿ ಪಡೆದ ಗುಣಲಬ್ಧವು, ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಒಳಗೊಂಡ ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಮತ್ತು ಸಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ.

$\frac{6}{5}\times\frac{2}{8}$ ಮತ್ತು $\frac{8}{3}\times\frac{4}{5}$ ಗಳಿಗೆ ಇದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

©KTBS Not to be republished

ಅಭ್ಯಾಸ 2.3

1. ಮುಂದಿನವುಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

(i) $\frac{1}{4}$ ರ (a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{3}{5}$ (c) $\frac{4}{3}$

(ii) $\frac{1}{7}$ ರ (a) $\frac{2}{9}$ (b) $\frac{6}{5}$ (c) $\frac{3}{10}$

2. ಗುಣಿಸಿ ಮತ್ತು ಕನಿಷ್ಠ ರೂಪಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ (ಸಾಧ್ಯವಾದಲ್ಲಿ):

(i) $\frac{2}{3} \times 2\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{2}{7} \times \frac{7}{9}$ (iii) $\frac{3}{8} \times \frac{6}{4}$ (iv) $\frac{9}{5} \times \frac{3}{5}$

(v) $\frac{1}{3} \times \frac{15}{8}$ (vi) $\frac{11}{2} \times \frac{3}{10}$ (vii) $\frac{4}{5} \times \frac{12}{7}$

3. ಮುಂದಿನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಿ :

(i) $\frac{2}{5} \times 5\frac{1}{4}$ (ii) $6\frac{2}{5} \times \frac{7}{9}$ (iii) $\frac{3}{2} \times 5\frac{1}{3}$ (iv) $\frac{5}{6} \times 2\frac{3}{7}$

(v) $3\frac{2}{5} \times \frac{4}{7}$ (vi) $2\frac{3}{5} \times 3$ (vii) $3\frac{4}{7} \times \frac{3}{5}$

4. ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದು?

(i) $\frac{2}{7}$ ರ $\frac{3}{4}$ ಅಥವಾ $\frac{3}{5}$ ರ $\frac{5}{8}$

(ii) $\frac{1}{2}$ ರ $\frac{6}{7}$ ಅಥವಾ $\frac{2}{3}$ ರ $\frac{3}{7}$

5. ಸೈಲಿ, ಅವಳ ಹೂತೋಟದಲ್ಲಿ 4 ಸಸಿಗಳನ್ನು ಒಂದು ಅಡ್ಡ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ನೆಡುವಳು. ಎರಡು ಅಕ್ಕ ಪಕ್ಕದ ಸಸಿಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ $\frac{3}{4}$ m ಆದರೆ, ಮೊದಲ ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ ಸಸಿಯ ನಡುವಿನ ದೂರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

6. ಲಿಪಿಕಾ ಒಂದು ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಪ್ರತಿದಿನ $1\frac{3}{4}$ ಗಂಟೆ ಓದುವಳು. ಅವಳು ಪೂರ್ತಿ ಪುಸ್ತಕವನ್ನು 6 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಓದುವಳು. ಪುಸ್ತಕ ಓದಲು ಅವಳಿಗೆ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಒಟ್ಟು ಗಂಟೆಗಳು ಎಷ್ಟು?

7. ಒಂದು ಕಾರು 1 *l* ಪೆಟ್ರೋಲ್ ಬಳಸಿ 16 km ಚಲಿಸುತ್ತದೆ. $2\frac{3}{4}$ *l* ಪೆಟ್ರೋಲ್ ಬಳಸಿ ಅದು ಎಷ್ಟು ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸುವುದು?

©KTBS Not to be republished

8. (a) (i) $\frac{2}{3} \times \square = \frac{10}{30}$ ಆಗುವಂತೆ $\square$ ರಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತುಂಬಿ.

(ii) $\square$ ರಲ್ಲಿ ದೊರೆತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕನಿಷ್ಠ ರೂಪ _____ .

(b) (i) $\frac{3}{5} \times \square = \frac{24}{75}$ ಆಗುವಂತೆ $\square$ ಯಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತುಂಬಿ.

(ii) $\square$ ರಲ್ಲಿ ದೊರೆತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕನಿಷ್ಠ ರೂಪ _____ .

2.4. ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ

ಜಾನ್‌ನ ಬಳಿ 6 cm ಉದ್ದದ ಒಂದು ಕಾಗದದ ಪಟ್ಟಿ ಇದೆ. ಅವನು ಈ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ತಲಾ 2cm ಉದ್ದದ ಚಿಕ್ಕ ಪಟ್ಟಿಗಳಾಗಿ ಕತ್ತರಿಸಿದನು. ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ ಅವನು $6 \div 2 = 3$ ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುವನು.

ಜಾನ್ ಇನ್ನೊಂದು 6 cm ಉದ್ದದ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ತಲಾ $\frac{3}{2}$ cm ಉದ್ದದ ಚಿಕ್ಕ ಪಟ್ಟಿಗಳಾಗಿ ಕತ್ತರಿಸಿದನು. ಈಗ ಅವನು ಎಷ್ಟು ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುವನು? ಅವನು $6 \div \frac{3}{2}$ ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುವನು.

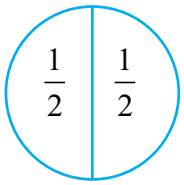
$\frac{15}{2}$ cm ಉದ್ದದ ಕಾಗದದ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ತಲಾ $\frac{3}{2}$ cm ಉದ್ದದ ಚಿಕ್ಕ ಪಟ್ಟಿಗಳಾಗಿ ಕತ್ತರಿಸಿದಾಗ $\frac{15}{2} \div \frac{3}{2}$ ತುಂಡುಗಳು ದೊರೆಯುತ್ತವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, ನಾವು ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಿಂದ ಅಥವಾ ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಅದನ್ನು ಹೇಗೆ ಮಾಡುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ನೋಡೋಣ.

2.4.1. ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಿಂದ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಭಾಗಾಕಾರ

ನಾವು $1 \div \frac{1}{2}$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ.

ನಾವು ಒಂದು ಪೂರ್ಣವನ್ನು ಪ್ರತಿ ಭಾಗ ಪೂರ್ಣದ ಅರ್ಧವಾಗಿರುವಂತೆ ಹಲವಾರು ಸಮ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತೇವೆ. ಇಂತಹ ಅರ್ಧ $\left(\frac{1}{2}\right)$ ಭಾಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು $1 \div \frac{1}{2}$ ಆಗುವುದು. ಚಿತ್ರ 2.11ನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಎಷ್ಟು ಅರ್ಧ ಭಾಗಗಳನ್ನು ನೀವು ಕಾಣುವಿರಿ?



ಚಿತ್ರ 2.11

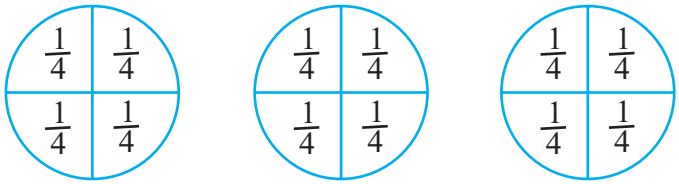
ಅಲ್ಲಿ ಎರಡು ಅರ್ಧ ಭಾಗಗಳಿವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $1 \div \frac{1}{2} = 2$ ಹಾಗೂ, $1 \times \frac{2}{1} = 1 \times 2 = 2.$

ಹೀಗೆ, $1 \div \frac{1}{2} = 1 \times \frac{2}{1}$

©KTBS Not to be republished

ಅದರಂತೆಯೇ, $3 \div \frac{1}{4} = 3$ ಪೂರ್ಣವನ್ನು ಸಮನಾದ $\frac{1}{4}$ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿದಾಗ ದೊರೆತ $\frac{1}{4}$ ಭಾಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 12 (ಚಿತ್ರ 2.12 ರಿಂದ).



ಚಿತ್ರ 2.12

$3 \times \frac{4}{1} = 3 \times 4 = 12$ ಹೀಗೆ, $3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1} = 12$ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಇದೇ ರೀತಿ, $3 \div \frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $3 \times \frac{2}{1}$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ:

$\frac{1}{2}$ ರ ಅಂಶ ಮತ್ತು ಛೇದವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿ ಸಂಖ್ಯೆ $\frac{2}{1}$ ನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು. ಅಥವಾ $\frac{1}{2}$ ನ್ನು ತಲೆಕೆಳಗು ಮಾಡಿ ಪಡೆಯಬಹುದು.

ಅದರಂತೆಯೇ, $\frac{1}{3}$ ಯನ್ನು ತಲೆಕೆಳಗುಮಾಡಿ $\frac{3}{1}$ ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. ನಾವು ಮೊದಲು ಇಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತಲೆಕೆಳಗಾಗಿ ಮಾಡುವ ಬಗ್ಗೆ ನೋಡೋಣ.

ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ವೀಕ್ಷಿಸಿ ಮತ್ತು ಖಾಲಿ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ತುಂಬಿ:

$7 \times \frac{1}{7} = 1$	$\frac{5}{4} \times \frac{4}{5} =$ ---------
$\frac{1}{9} \times 9 =$ ---------	$\frac{2}{7} \times =$ ------ $= 1$
$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{2 \times 3}{3 \times 2} = \frac{6}{6} = 1$	------ $\times \frac{5}{9} = 1$

ಇಂತಹ ಇನ್ನೂ ಐದು ಜೊತೆಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಿ.

ಗುಣಲಬ್ಧ 1 ಇರುವ ಸೊನ್ನೆಯಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳು ಎನ್ನುವರು. ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{5}{9}$ ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ $\frac{9}{5}$ ಮತ್ತು $\frac{9}{5}$ ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ $\frac{5}{9}$.

$\frac{1}{9}$ ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಏನು? $\frac{2}{7}$ ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ?

©KTBS Not to be republished

$\frac{2}{3}$ ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಅದನ್ನು ತಲೆಕೆಳಗೆ ಮಾಡಿರುವುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸುವಿರಿ. ಇದರಿಂದ $\frac{3}{2}$ ಪಡೆಯುವಿರಿ.

ಆಲೋಚಿಸಿ, ಚರ್ಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಬರೆಯಿರಿ

(1) ಸಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಪುನಃ ಸಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯೇ ಆಗುತ್ತದೆಯೇ?

(2) ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಪುನಃ ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯೇ ಆಗುತ್ತದೆಯೇ?

ಆದ್ದರಿಂದ,

$1 \div \frac{1}{2} = 1 \times \frac{2}{1} = 1 \times \frac{1}{2}$ ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ.

$3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1} = 3 \times \frac{1}{4}$ ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ

$3 \div \frac{1}{2} =$ _____ $=$ _____

ಆದ್ದರಿಂದ, $2 \div \frac{3}{4} = 2 \times \frac{3}{4}$ ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ $= 2 \times \frac{4}{3}$

$5 \div \frac{2}{9} = 5 \times$ _____ $= 5 \times$ _____

ಹೀಗೆ, ಯಾವುದೇ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಿಂದ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಭಾಗಿಸಲು, ಆ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮದಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ:

(i) $7 \div \frac{2}{5}$ (ii) $6 \div \frac{4}{7}$ (iii) $2 \div \frac{8}{9}$

- *ಒಂದು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮಿಶ್ರ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಿಂದ ಭಾಗಿಸುವಾಗ, ಮೊದಲು ಮಿಶ್ರ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಬೇಕು ಅನಂತರ ಅದನ್ನು ಬಿಡಿಸಬೇಕು.*

ಹೀಗೆ, $4 \div 2\frac{2}{5} = 4 \div \frac{12}{5} = ?$

ಹಾಗೂ, $5 \div 3\frac{1}{3} = 5 \div \frac{10}{3} = ?$

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ:

(i) $6 \div 5\frac{1}{3}$ (ii) $7 \div 2\frac{4}{7}$

©KTBS Not to be republished

2.4.2 ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಭಾಗಾಕಾರ

- $\frac{3}{4} \div 3$ ಏನಾಗುತ್ತದೆ?

  ನಮ್ಮ ಹಿಂದಿನ ವೀಕ್ಷಣೆಗಳ ಆಧಾರದಿಂದ,

  $$\frac{3}{4} \div 3 = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{3}{1}} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$ ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

  ಆದ್ದರಿಂದ, $\frac{2}{3} \div 7 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{7} = ?$

  $\frac{5}{7} \div 6$, $\frac{2}{7} \div 8$ ಏನು?

- ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಮಿಶ್ರ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಭಾಗಿಸುವಾಗ, ಮಿಶ್ರ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಿಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ. ಅಂದರೆ,

  $2\frac{2}{3} \div 5 = \frac{8}{3} \div 5 =$ _____ ; $4\frac{2}{5} \div 3 =$ _____ ; $2\frac{3}{5} \div 2 =$ _____ = _____

2.4.3. ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದು

ಈಗ ನಾವು $\frac{1}{3} \div \frac{5}{6}$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

$$\frac{1}{3} \div \frac{5}{6} = \frac{1}{3} \times \frac{5}{6} \text{ ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ } = \frac{1}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{2}{5}$$

ಅದರಂತೆಯೇ, $\frac{8}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{8}{5} \times \frac{2}{3}$ ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ = ?

ಮತ್ತು $\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = ?$

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಇವುಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

(i) $\frac{3}{5} \div \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$ (iii) $2\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$ (iv) $5\frac{1}{6} \div \frac{9}{2}$

ಅಭ್ಯಾಸ 2.4

1. ಇವುಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

(i) $12 \div \frac{3}{4}$ (ii) $14 \div \frac{5}{6}$ (iii) $8 \div \frac{7}{3}$ (iv) $4 \div \frac{8}{3}$

(v) $3 \div 2\frac{1}{3}$ (vi) $5 \div 3\frac{4}{7}$.

©KTBS Not to be republished

2. ಮುಂದಿನ ಪ್ರತಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳನ್ನು ಸಮಭಿನ್ನರಾಶಿ. ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಮತ್ತು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗಿ ವರ್ಗೀಕರಿಸಿ.

(i) $\frac{3}{7}$ (ii) $\frac{5}{8}$ (iii) $\frac{9}{7}$ (iv) $\frac{6}{5}$

(v) $\frac{12}{7}$ (vi) $\frac{1}{8}$ (vii) $\frac{1}{11}$

3. ಇವುಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

(i) $\frac{7}{3} \div 2$ (ii) $\frac{4}{9} \div 5$ (iii) $\frac{6}{13} \div 7$

(iv) $4\frac{1}{3}$ 3 (v) $3\frac{1}{2} \div 4$ (vi) $4\frac{3}{7} \div 7$

4. ಇವುಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

(i) $\frac{2}{5} \div \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{4}{9} \div \frac{2}{3}$ (iii) $\frac{3}{7} \div \frac{8}{7}$ (iv) $2\frac{1}{3} \div \frac{3}{5}$

(v) $3\frac{1}{2}$ $\frac{8}{3}$ (vi) $\frac{2}{5} \div 1\frac{1}{2}$ (vii) $3\frac{1}{5} \div 1\frac{2}{3}$ (viii) $2\frac{1}{5} \div 1\frac{1}{5}$

2.5. ಎಷ್ಟು ಉತ್ತಮವಾಗಿ ನೀವು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಕಲಿತಿರುವಿರಿ?

ನೀವು ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಕಲಿತಿರುವಿರಿ. ಅವುಗಳನ್ನು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಇಲ್ಲಿ ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ. ಮುಂದಿನ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಮತ್ತು ಖಾಲಿ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

ನೂರು (100)	ಹತ್ತು (10)	ಬಿಡಿ (1)	ದಶಾಂಶ $\left(\frac{1}{10}\right)$	ಶತಾಂಶ $\left(\frac{1}{100}\right)$	ಸಹಸ್ರಾಂಶ $\left(\frac{1}{1000}\right)$	ಸಂಖ್ಯೆ
2	5	3	1	4	7	253.147
6	2	9	3	2	1	.....
0	4	3	1	9	2	.....
.....	1	4	2	5	1	514.251
2	.....	6	5	1	2	236.512
.....	2	.....	5	.....	3	724.503
6	.....	4	.....	2	.....	614.325
0	1	0	5	3	0	.....

ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ, ನೀವು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆ ಬರೆದಿರುವಿರಿ, ಅದರ ಸ್ಥಾನ–ಬೆಲೆ ವಿಸ್ತರಣೆ ನೀಡಿರುವಿರಿ. ನೀವು ಅದನ್ನು ಹಿಮ್ಮುಖವಾಗಿಯೂ ಮಾಡಬಹುದು. ಅಂದರೆ, ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ನೀವು ಅದರ ವಿಸ್ತೃತ ರೂಪವನ್ನು ಬರೆಯಬಹುದು.

©KTBS Not to be republished

ಉದಾಹರಣೆಗೆ,

$$253.417 = 2 \times 100 + 5 \times 10 + 3 \times 1 + 4 \times \left(\frac{1}{10}\right) + 1 \times \left(\frac{1}{100}\right) + 1 \times \left(\frac{1}{1000}\right).$$

ಜಾನ್ ಬಳಿ ₹ 15.50 ಮತ್ತು ಸಲ್ಮಾ ಬಳಿ ₹ 15.75 ಹಣವಿದೆ. ಯಾರ ಬಳಿ ಹೆಚ್ಚು ಹಣ ಇದೆ? ಇದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನಾವು 15.50 ಮತ್ತು 15.75 ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವುದು ಅವಶ್ಯಕ. ಇಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವಿನ ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ 1 ಮತ್ತು 5 ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವಿನ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ದಶಾಂಶ ಸ್ಥಾನದಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ಹೋಲಿಸುತ್ತೇವೆ. ಆಗ 5 < 7 ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ 15.50 < 15.75 ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. ಹೀಗೆ, ಸಲ್ಮಾಳು ಜಾನ್‌ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಹಣ ಹೊಂದಿದ್ದಾಳೆ.

ದಶಾಂಶ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿಗಳು ಕೂಡಾ ಒಂದೇ ಆಗಿದ್ದರೆ, ಆಗ ಶತಾಂಶ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಿ ಮತ್ತು ಹೀಗೆ ಮುಂದುವರೆಸಿ.

ಈಗ ಬೇಗನೆ ಹೋಲಿಸಿ, 35.63 ಮತ್ತು 35.67; 20.1 ಮತ್ತು 20.01; 19.36 ಮತ್ತು 29.36.

ಹಣ, ಉದ್ದ ಮತ್ತು ತೂಕದ ಕಡಿಮೆ ಏಕಮಾನಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಹೆಚ್ಚಿನ ಏಕಮಾನಗಳಿಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸುವಾಗ ನಾವು ದಶಮಾಂಶಗಳನ್ನು ಬಳಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 3 ಪೈಸೆ = ₹ $\frac{3}{100}$ = ₹ 0.03

5 g = ₹ $\frac{5}{1000}$ kg = ₹ 0.005 kg

7 cm = 0.07 m

ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ, 75 ಪೈಸೆ = ₹ _____

250 g = _____ kg

85 cm = _____ m

ದಶಮಾಂಶಗಳನ್ನು ಕೂಡುವುದು ಮತ್ತು ಕಳೆಯುವುದನ್ನೂ ಸಹ ನಾವು ತಿಳಿದಿದ್ದೇವೆ.

ಹೀಗಾಗಿ, 21.36 + 37.35 ರ ಮೊತ್ತ

$$\begin{array}{r} 21.36 \\ +\ \ 37.35 \\ \hline 58.71 \end{array}$$

0.19 + 2.3 ರ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?

29.35 – 4.56 ಇವುಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು

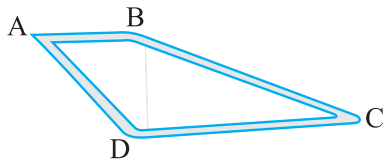
$$\begin{array}{r} 29.35 \\ -\ \ 04.56 \\ \hline 24.79 \\ \hline \end{array}$$ ಆಗಿದೆ

39.87 – 21.98 ಇದರ ಬೆಲೆ ತಿಳಿಸಿ.

©KTBS Not to be republished

ಅಭ್ಯಾಸ 2.5

1. ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದು?
   (i) 0.5 ಅಥವಾ 0.05 (ii) 0.7 ಅಥವಾ 0.5
   (iii) 7 ಅಥವಾ 0.7 (iv) 1.37 ಅಥವಾ 1.49
   (v) 2.03 ಅಥವಾ 2.30 (vi) 0.8 ಅಥವಾ 0.88
2. ದಶಮಾಂಶಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ರೂಪಾಯಿಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.
   (i) 7 ಪೈಸೆ (ii) 7 ರೂಪಾಯಿ 7 ಪೈಸೆ
   (iii) 77 ರೂಪಾಯಿ 7 ಪೈಸೆ (iv) 50 ಪೈಸೆ
   (v) 235 ಪೈಸೆ
3. (1) 5 cm ನ್ನು m ಮತ್ತು km ನಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.
   (2) 35 mm ನ್ನು cm, m ಮತ್ತು km ನಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.
4. kg ಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.
   (i) 200 g (ii) 3470 g
   (iii) 4 kg 8 g
5. ಮುಂದಿನ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತೃತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ :
   (i) 20.03 (ii) 2.03
   (iii) 200.03 (iv) 2.034.
6. ಮುಂದಿನ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ 2 ರ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆ ಬರೆಯಿರಿ :
   (i) 2.56 (ii) 21.37 (iii) 10.25 (iv) 9.42
   (v) 63.352
7. ದಿನೇಶನು A ಸ್ಥಳದಿಂದ B ಸ್ಥಳಕ್ಕೆ ಹೋದನು ಮತ್ತು ಅಲ್ಲಿಂದ C ಸ್ಥಳಕ್ಕೆ ಹೋದನು. A ಯು B ಯಿಂದ 7.5 km ಮತ್ತು B ಯು C ಯಿಂದ 12.7 km ದೂರ ಇದೆ. ಅಯೂಬನು A ಸ್ಥಳದಿಂದ D ಸ್ಥಳಕ್ಕೆ ಹೋದನು ಮತ್ತು ಅಲ್ಲಿಂದ C ಸ್ಥಳಕ್ಕೆ ಹೋದನು. D ಯು A ಯಿಂದ 9.3 km ಮತ್ತು C ಯು D ಯಿಂದ 11.8 km ದೂರ ಇದೆ. ಯಾರು ಹೆಚ್ಚು ಪ್ರಯಾಣ ಮಾಡಿದರು ಮತ್ತು ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚು?



8. ಶ್ಯಾಮ 5kg 300 g ಸೇಬು ಮತ್ತು 3 kg 250 g ಮಾವಿನಹಣ್ಣು ಖರೀದಿಸಿದನು. ಸರಳ 4kg 800 g ಕಿತ್ತಳೆ ಮತ್ತು 4kg 150 g ಬಾಳೆಹಣ್ಣು ಖರೀದಿಸಿದಳು. ಯಾರು ಹೆಚ್ಚು ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಖರೀದಿಸಿದರು?
9. 42.6 km ಗಿಂತ 28km ಎಷ್ಟು ಕಡಿಮೆ ಇದೆ ?

©KTBS Not to be republished

2.6. ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರ

ರೇಶ್ಮಾ ಪ್ರತಿ kg ಗೆ ₹ 8.50 ರಂತೆ 1.5kg ತರಕಾರಿ ಖರೀದಿಸಿದಳು. ಅವಳು ಎಷ್ಟು ಹಣ ಪಾವತಿಸಬೇಕು? ಖಂಡಿತವಾಗಿಯು ಅದು ₹ (8.50×1.50). 8.5 ಮತ್ತು 1.5 ಎರಡೂ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು. ಅದ್ದರಿಂದ, ನಾವು ಎರಡು ದಶಮಾಂಶಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಗುಣಿಸುವುದು ಎಂದು ತಿಳಿಯಬೇಕಾದ ಅವಶ್ಯಕ ಸನ್ನಿವೇಶದಲ್ಲಿದ್ದೇವೆ. ಈಗ ನಾವು ಎರಡು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಕಲಿಯೋಣ.

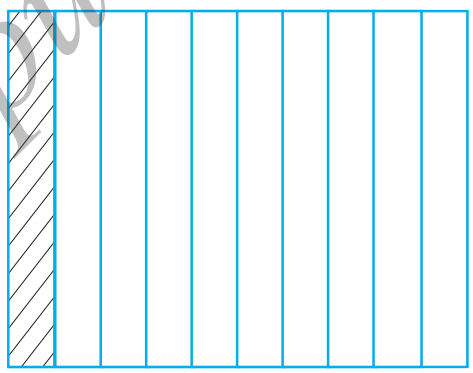
ಮೊದಲು ನಾವು 0.1×0.1 ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ.

ಈಗ $0.1 = \frac{1}{10}$. ಆದ್ದರಿಂದ $0.1 \times 0.1 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1 \times 1}{10 \times 10}$

$$= \frac{1}{100} = 0.01$$

ನಾವು ಇದನ್ನು ಒಂದು ಚಿತ್ರದ ಮೂಲಕ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದನ್ನು ನೋಡೋಣ. (ಚಿತ್ರ 2.13).

$\frac{1}{10}$ ಭಿನ್ನರಾಶಿ 10 ಸಮ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ 1 ಭಾಗವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ.



ಚಿತ್ರ 2.13

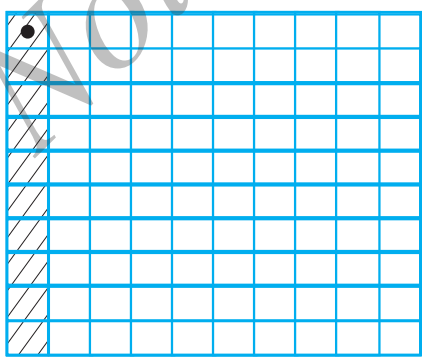
ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಿದ ಭಾಗ $\frac{1}{10}$ ನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ.

ನಾವು ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ,

$\frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$ ಅಂದರೆ $\frac{1}{10}$ ರ $\frac{1}{10}$ ಆದ್ದರಿಂದ,

ಈ $\frac{1}{10}$ ಭಾಗವನ್ನು 10 ಸಮ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳಿಂದ 1 ಭಾಗ ತೆಗೆಯಿರಿ.

ಹಾಗಾಗಿ, ನಮ್ಮಲ್ಲಿರುವುದು, (ಚಿತ್ರ 2.14 ಗಮನಿಸಿ).



ಚಿತ್ರ 2.14

©KTBS Not to be republished

ಚುಕ್ಕೆ ಇರುವ ಚೌಕವು $\frac{1}{10}$ ನೇ ಭಾಗದ 10 ರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಭಾಗ ಅಂದರೆ, ಇದು $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$ ಅಥವಾ 0.1×0.1 ನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ.

ಯಾವುದೇ ಬೇರೆ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಚುಕ್ಕೆ ಇರುವ ಚೌಕವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದೇ?

ಚಿತ್ರ 2.14 ರಲ್ಲಿ ನೀವು ಎಷ್ಟು ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸುವಿರಿ?

ಅಲ್ಲಿ 100 ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕಗಳಿವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಚುಕ್ಕೆ ಇರುವ ಚೌಕವು 100 ರಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು ಅಥವಾ 0.01ನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ $0.1 \times 0.1 = 0.01$.

ಗುಣಲಬ್ಧದಲ್ಲಿ 0.1 ಎರಡು ಬಾರಿ ಬಂದಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. 0.1 ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವಿನ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಅಂಕಿ ಇದೆ. 0.01 ರಲ್ಲಿ ಎರಡು ಅಂಕಿಗಳು ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವಿನ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿ ಇವೆ. (ಅಂದರೆ, 1+1).

ಈಗ ನಾವು 0.2×0.3 ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ.

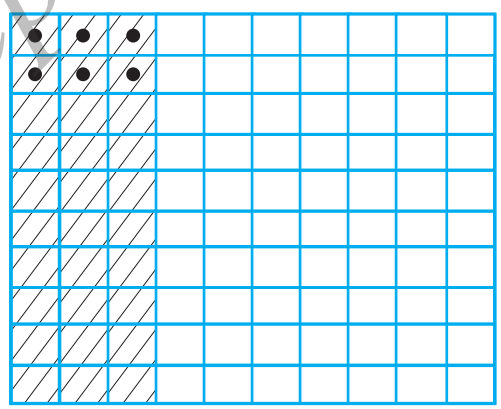
ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ $0.2 \times 0.3 = \frac{2}{10} \times \frac{3}{10}$

$\frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$ ನ್ನು ಮಾಡಿದಂತೆ, ನಾವು ಚೌಕವನ್ನು 10 ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸೋಣ ಮತ್ತು $\frac{3}{10}$ ನ್ನು ಪಡೆಯಲು

ಇದರಿಂದ 3 ಭಾಗಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ ಪುನಃ ಪ್ರತಿ ಮೂರು ಸಮಾನ ಭಾಗಗಳನ್ನು 10 ಸಮಾನ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಯೊಂದರಿಂದ 2 ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ.

$\frac{2}{10} \times \frac{3}{10}$ ನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಚುಕ್ಕಿಗಳಿರುವ ಚೌಕವು $\frac{2}{10} \times \frac{3}{10}$ ಅಥವಾ 0.2×0.3 (ಚಿತ್ರ 2.15) ಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ.



ಚಿತ್ರ 2.15

100 ರಲ್ಲಿ 6 ಚುಕ್ಕಿ ಹೊಂದಿರುವ ಚೌಕಗಳು ಇರುವುದರಿಂದ, ಅವೂ ಸಹ 0.06 ನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತವೆ.

ಹೀಗೆ $0.2 \times 0.3 = 0.06$

$2 \times 3 = 6$ ಮತ್ತು 0.06 ನಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವಿನ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿ ಇರುವ ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 2 = (1+1) ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಇದು 0.1×0.1 ಕ್ಕೂ ಇದು ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆಯೇ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

ಈ ವೀಕ್ಷಣೆಗಳನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಿ 0.2×0.4 ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

©KTBS Not to be republished

0.1×0.1 ಮತ್ತು 0.2×0.3 ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಾಗ, ಮೊದಲು ನಾವು ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವನ್ನು ನಿರ್ಲಕ್ಷಿಸಿ, ಅವುಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಗುಣಿಸಿರುವುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಿರಬಹುದು. 0.1×0.1 ರಲ್ಲಿ 01×01 ಅಥವಾ 1×1 ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೇವೆ.

ಅದರಂತೆಯೇ, 0.2×0.3 ರಲ್ಲಿ 02×03 ಅಥವಾ 2×3 ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೇವೆ.

ಅನಂತರ, ನಾವು ಬಲತುದಿಯಲ್ಲಿ ಇರುವ ಅಂಕಿಯಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ ಎಡಭಾಗದ ಕಡೆಗೆ ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಎಣಿಸಿ ಅಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದು ಇಡುತ್ತೇವೆ. ಎಣಿಸಬೇಕಾದ ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಗುಣಿಸಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ, ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವಿನ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಈಗ ನಾವು 1.2×2.5 ರ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ.

12 ಮತ್ತು 25 ಗುಣಿಸಿ. ನಾವು 300 ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. 1.2 ಮತ್ತು 2.5 ಎರಡರಲ್ಲಿಯೂ, ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವಿನ ಬಲ ಭಾಗದಲ್ಲಿ 1 ಅಂಕಿ ಇದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ 300 ರಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ಬಲತುದಿಯ ಅಂಕಿ (ಅಂದರೆ 0) ಯಿಂದ $1 + 1 = 2$ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಎಣಿಕೆ ಮಾಡಿ ಮತ್ತು ಎಡ ತುದಿ ಕಡೆ ಚಲಿಸಿ. ಹೀಗೆ 3.00 ಅಥವಾ 3 ನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ 1.5×1.6, 2.4×4.2 ರ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

2.5 ಮತ್ತು 1.25ನ್ನು ಗುಣಿಸುವಾಗ, ನೀವು ಮೊದಲು 25 ಮತ್ತು 125 ಗುಣಿಸುತ್ತೀರಿ. ದೊರೆತ ಗುಣಲಬ್ಧದಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದು ಇಡುವಾಗ ನೀವು ಅತ್ಯಂತ ಬಲತುದಿಯ ಅಂಕಿಯಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ $1 + 2 = 3$ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಎಣಿಸುತ್ತೀರಿ. (ಏಕೆ?)

ಹೀಗೆ, $2.5 \times 1.25 = 3.225$

2.7×1.35 ರ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಇವುಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

1. (i) 2.7×4 (ii) 1.8×1.2

   (iii) 2.3×4.35

2. (1) ರಲ್ಲಿ ಪಡೆದ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಇಳಿಕೆ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಉದಾಹರಣೆ 7 ಒಂದು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹು 3.5 cm ಇದೆ. ಅದರ ಸುತ್ತಳತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಪ್ರತಿ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ = 3.5 cm

ಆದ್ದರಿಂದ ಸುತ್ತಳತೆ 3×3.5 cm = 10.5 cm

ಉದಾಹರಣೆ 8 ಒಂದು ಅಯತದ ಉದ್ದ 7.1 cm ಮತ್ತು ಅದರ ಅಗಲ 2.5 cm ಆದರೆ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಏಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ: ಆಯತದ ಉದ್ದ = 7.1 cm

©KTBS Not to be republished

ಆಯತದ ಅಗಲ = 2.5 cm

ಆದ್ದರಿಂದ, ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $7.1 \times 2.5\ cm^2 = 17.75\ cm^2$.

2.6.1. 10, 100 ಮತ್ತು 1000 ದಿಂದ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರ

ರೇಶ್ಮಾ $2.3 = \frac{23}{10}$ ಆದರೆ $2.35 = \frac{235}{100}$ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಳು. ಹೀಗೆ, ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವಿನ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಆಧರಿಸಿ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಛೇದವು 10 ಅಥವಾ 100 ಇರುವಂತೆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗೆ ಬದಲಾಯಿಸಬಹುದು. ಎಂಬುದನ್ನು ಅವಳು ಕಂಡುಕೊಂಡಳು. ಒಂದು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 10, ಅಥವಾ 100 ಅಥವಾ 1000 ದಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಏನಾಗಬಹುದೆಂದು ಅವಳು ಆಶ್ಚರ್ಯಪಟ್ಟಳು.

ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 10 ಅಥವಾ 100 ಅಥವಾ 1000 ದಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಒಂದು ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ನೋಡೋಣ.

ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಮತ್ತು ಖಾಲಿ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ತುಂಬಿ.

$1.76 \times 10 = \frac{176}{100} \times 10 = 17.6$	$2.35 \times 10 =$ _____	$12.356 \times 10 =$ _____
$1.76 \times 100 = \frac{176}{100} \times 100 = 176$ or 176.0	$2.35 \times 100 =$ _____	$12.356 \times 100 =$ _____
$1.76 \times 1000 = \frac{176}{100} \times 1000 = 1760$ or 1760.0	$2.35 \times 1000 =$ _____	$12.356 \times 1000 =$ _____
$0.5 \times 10 = \frac{5}{10} \times 10 = 5$;	$0.5 \times 100 =$ _____ ;	$0.5 \times 1000 =$ _____

ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವಿನ ಸ್ಥಾನ ಬದಲಾವಣೆಯಾಗಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 10, 100 ಮತ್ತು 1000 ದಿಂದ ಗುಣಿಸಲಾಗಿದೆ. $1.76 \times 10 = 17.6$ ರಲ್ಲಿ ಅಂಕಿಗಳು ಒಂದೇ ಅಂದರೆ 1, 7 ಮತ್ತು 6 ಆಗಿವೆ. ಇತರ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳಲ್ಲಿ ಸಹಾ ನೀವು ಇದನ್ನೇ ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಲ್ಲವೇ? 1.76 ಮತ್ತು 17.6ನ್ನು ಗಮನಿಸಿ, ಯಾವ ಬದಿಗೆ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದು ವರ್ಗಾಯಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿದೆ, ಎಡ ಅಥವಾ ಬಲ ? ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವು ಬಲಕ್ಕೆ ಒಂದು ಸ್ಥಾನ ವರ್ಗಾಯಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿದೆ. 10 ರಲ್ಲಿ 1ರ ನಂತರ ಒಂದು ಸೊನ್ನೆ ಇರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

$1.76 \times 100 = 176.0$, ರಲ್ಲಿ 1.76 ಮತ್ತು 176.0ನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವು ಯಾವ ಬದಿಗೆ ಮತ್ತು ಎಷ್ಟು ಅಂಕಿಗಳಿಂದ ವರ್ಗಾಯಿಲ್ಪಟ್ಟಿದೆ? ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವು ಬಲಭಾಗಕ್ಕೆ ಎರಡು ಸ್ಥಾನ ವರ್ಗಾಯಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿದೆ.

100ರಲ್ಲಿ 1ರ ನಂತರ ಎರಡು ಸೊನ್ನೆಗಳಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಇದೇ ರೀತಿ ಇತರೆ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳಲ್ಲೂ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದು ವರ್ಗಾವಣೆಯಾಗಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಿರಾ? ಆದ್ದರಿಂದ *ಒಂದು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 10, 100 ಅಥವಾ 1000ದಿಂದ ಗುಣಸಿದಾಗ, ಗುಣಲಬ್ಧದಲ್ಲಿನ ಅಂಕಿಗಳು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿದ್ದಂತೆಯೇ ಇರುತ್ತದೆ. ಆದರೆ, ಗುಣಲಬ್ಧದಲ್ಲಿನ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವು*

©KTBS Not to be republished

ಬಲಬದಿಗೆ ಒಂದರ ನಂತರ ಎಷ್ಟು ಸೊನ್ನೆಗಳು ಇವೆಯೋ ಅಷ್ಟು ಸ್ಥಾನ ವರ್ಗಾಯಿಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಈ ವೀಕ್ಷಣೆಗಳ ಆಧಾರದಿಂದ $0.07 \times 10 = 0.7$, $0.07 \times 100 = 7$ ಮತ್ತು $0.07 \times 1000 = 70$. ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಈಗ ನೀವು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?

$2.97 \times 10 = ?$ $2.97 \times 100 = ?$ $2.97 \times 1000 = ?$

ಈಗ ನೀವು ರೇಷ್ಮ ಪಾವತಿಸಬೇಕಾದ ಮೊತ್ತ ಅಂದರೆ ₹8.50×150 ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುವಿರಾ?

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

(i) 0.3×10

(ii) 1.2×100

(iii) 56.3×1000

ಅಭ್ಯಾಸ 2.6

1. ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

(i) 0.2×6 (ii) 8×4.6 (iii) 2.71×5

(iv) 20.1×4 (v) 0.05×7 (vi) 211.02×4

(vii) 2×0.86

2. ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದ 5.7 cm ಮತ್ತು ಅಗಲ 3 cm ಅದರೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3. ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

(i) 1.3×10 (ii) 36.8×10 (iii) 153.7×10

(iv) 168.07×10 (v) 31.1×100 (vi) 156.1×100

(vii) 3.62×100 (viii) 43.07×100 (ix) 0.5×10

(x) 0.08×10 (xi) 0.9×100 (xii) 0.03×1000

4. ಒಂದು ದ್ವಿಚಕ್ರ ವಾಹನವು ಒಂದು ಲೀಟರ್ ಪೆಟ್ರೋಲ್‌ನಲ್ಲಿ 55.3 km ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸುತ್ತದೆ. 10 ಲೀಟರ್ ಪೆಟ್ರೋಲ್‌ನಲ್ಲಿ ಅದು ಎಷ್ಟು ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸುತ್ತದೆ?

5. ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

(i) 2.5×0.3 (ii) 0.1×51.7 (iii) 0.2×316.8

(iv) 1.3×3.1 (v) 0.5×0.05 (vi) 11.2×0.15

(vii) 1.07×0.02 (viii) 10.05×1.05 (ix) 101.01×0.01

(x) 100.01×1.1

2.7 ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ

ಸವಿತಾಳು ಅವಳ ತರಗತಿಯನ್ನು ಅಲಂಕರಿಸಲು ಒಂದು ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ತಯಾರಿಸುತ್ತಿದ್ದಳು. ಅವಳಿಗೆ ಕೆಲವು 1.9 cm ಉದ್ದದ ವಿವಿಧ ಬಣ್ಣಗಳ ಪಟ್ಟಿಗಳ ಅವಶ್ಯಕತೆ ಇತ್ತು. ಅವಳಲ್ಲಿ 9.5 cm ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು

©KTBS Not to be republished

ಬಣ್ಣದ ಪಟ್ಟಿ ಇತ್ತು. ಈ ಪಟ್ಟಿಯಿಂದ ಅವಶ್ಯಕವಿರುವ ಉದ್ದದ ಎಷ್ಟು ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ಅವಳು ಪಡೆಯಬಲ್ಲಳು? ಅದು $\frac{9.5}{1.9}$ cm ಇರಬಹುದೆಂದು ಅವಳು ಆಲೋಚಿಸಿದಳು. ಅವಳ ಆಲೋಚನೆ ಸರಿಯಿದೆಯೇ?

9.5 ಮತ್ತು 1.9 ಎರಡೂ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು. ಆದ್ದರಿಂದ, ನಾವು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ ಕೂಡಾ ತಿಳಿಯುವುದು ಅವಶ್ಯಕ.

2.7.1. 10, 100 ಮತ್ತು 1000 ದಿಂದ ಭಾಗಾಕಾರ

ಒಂದು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 10, 100 ಮತ್ತು 1000 ದಿಂದ ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡುವುದನ್ನು ನಾವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ.

31.5 ÷ 10 ಪರಿಗಣಿಸಿ.

$$31.5 \div 10 = \frac{315}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{315}{100} = 3.15$$

ಅದರಂತೆಯೇ, $$31.5 \div 100 = \frac{315}{10} \times \frac{1}{100} = \frac{315}{1000} = 0.315$$

ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 10, 100 ಅಥವಾ 1000 ದಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಒಂದು ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ನಾವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ ನೋಡೋಣ. ಇದು ನಮಗೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 10, 100 ಅಥವಾ 1000 ದಿಂದ ಸರಳವಾಗಿ ಭಾಗಿಸುವುದಕ್ಕೆ ನಮಗೆ ಸಹಾಯ ಮಾಡಬಲ್ಲದು.

31.5 ÷ 10 = 3.15	231.5 ÷ 10 = ___	1.5 ÷ 10 = ___	29.36 ÷ 10 = ___
31.5 ÷ 100 = 0.315	231.5 ÷ 100 = ___	1.5 ÷ 100 = ___	29.36 ÷ 100 = ___
31.5 ÷ 1000 = 0.0315	231.5 ÷ 1000 = ___	1.5 ÷ 1000 = ___	29.36 ÷ 1000 = ___

31.5 ÷ 10 = 3.15 ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. 31.5 ಮತ್ತು 3.15 ಗಳಲ್ಲಿ, ಅಂಕಿಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿವೆ ಅವು 3, 1 ಮತ್ತು 5. ಆದರೆ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧದಲ್ಲಿ ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿದೆ. ಇದು ಯಾವ ಬದಿಯಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ಎಷ್ಟು ಅಂಕಿಗಳಿಂದ ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿದೆ? ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದು ಎಡಬದಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸ್ಥಾನ ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿದೆ. 10 ರಲ್ಲಿ 1 ರ ನಂತರ ಒಂದು ಸೊನ್ನೆ ಇರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

(i) 235.4 ÷ 10

(ii) 235.4 ÷100

(iii) 235.4 ÷ 1000

ಈಗ 31.5 ÷ 100 = 0.315 ಪರಿಗಣಿಸಿ. 31.5 ಮತ್ತು 0.315 ನಲ್ಲಿ ಅಂಕಿಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿವೆ ಆದರೆ ಭಾಗಲಬ್ಧದಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವಿನ ಸ್ಥಾನ ಏನು? ಅದು ಎಡಭಾಗಕ್ಕೆ ಎರಡು ಸ್ಥಾನಗಳಿಂದ ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿದೆ. 100 ರಲ್ಲಿ 1 ರ ನಂತರ ಎರಡು ಸೊನ್ನೆಗಳಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 10, 100 ಅಥವಾ 1000ದಿಂದ ಭಾಗಿಸುವಾಗ, *ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳು ಒಂದೇ ಇರುತ್ತವೆ ಆದರೆ ಭಾಗಲಬ್ಧದಲ್ಲಿನ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವು 1ರ ನಂತರ ಎಷ್ಟು ಸೊನ್ನೆಗಳಿರುವುದೋ ಅಷ್ಟು ಸ್ಥಾನ ಎಡಭಾಗಕ್ಕೆ ಸ್ಥಳಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.*

©KTBS Not to be republished

ಈ ವೀಕ್ಷಣೆಯ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ಈಗ ನಾವು ಇವುಗಳನ್ನು ಶೀಘ್ರವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ :

$2.38 \div 10 = 0.238$, $2.38 \div 100 = 0.0238$, $2.38 \div 1000 = 0.00238$.

2.7.2. ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಒಂದು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಭಾಗಾಕಾರ

$\frac{6.4}{2}$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ. ಇದನ್ನು $6.4 \div 2$. ಎಂಬುದಾಗಿಯೂ ಬರೆಯಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $6.4 \div 2 = \frac{64}{10} \div 2 = \frac{64}{10} \times \frac{1}{2}$ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿರುವಂತೆ,

$$= \frac{64 \times 1}{10 \times 2} = \frac{1 \times 64}{10 \times 2} = \frac{1}{10} \times \frac{64}{2}$$

$$= \frac{1}{10} \times 32 = \frac{32}{10} = 3.2$$

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

(i) $35.7 \div 3 = ?$;

(ii) $25.5 \div 3 = ?$

ಅಥವಾ, ನಾವು ಮೊದಲು 64 ನ್ನು 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸೋಣ. 32ನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. 6.4 ರಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವಿನ ಬಲಬದಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಅಂಕಿ ಇದೆ. 32 ರಲ್ಲಿ ಬಲಬದಿಗೆ ಒಂದು ಅಂಕಿ ಬರುವಂತೆ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದು ಇಡಬೇಕು. ಪುನಃ ನಾವು 3.2 ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. $19.5 \div 5$ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ಮೊದಲು $195 \div 5$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು. ನಾವು 39 ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. 19.5 ರಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವಿನ ಬಲಬದಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಅಂಕಿ ಇದೆ. 39ರಲ್ಲಿ ಬಲಬದಿಗೆ ಒಂದು ಅಂಕಿ ಬರುವಂತೆ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದು ಇಡಬೇಕು. ನೀವು 3.9 ಪಡೆಯುತ್ತೀರಿ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

(i) $43.15 \div 5 = ?$;

(ii) $82.44 \div 6 = ?$

ಈಗ $12.96 \div 4 = \frac{1296}{100} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{100} \times \frac{1296}{4}$

$$= \frac{1}{100} \times 324 = 3.24$$

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

(i) $15.5 \div 5$

(ii) $126.35 \div 7$

ಅಥವಾ 1296 ನ್ನು 4 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ. 324 ಪಡೆಯುತ್ತೀರಿ. 12.96 ರಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವಿನ ಬಲಬದಿಗೆ ಎರಡು ಅಂಕಿಗಳು ಇವೆ. 324 ರಲ್ಲಿ ಅದೇ ರೀತಿ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವನ್ನು ಸ್ಥಳಾಂತರ ಮಾಡುವುದರಿಂದ ನೀವು 3.24 ಪಡೆಯುತ್ತೀರಿ. ಇಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ಮುಂದಿನ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ, ನಾವು ದಶಮಾಂಶವನ್ನು ನಿರ್ಲಕ್ಷಿಸಿ, ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಮತ್ತೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟು ಶೇಷವು ಸೊನ್ನೆಯಾಗಿರುವ ಭಾಗಾಕಾರಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಪರಿಗಣಿಸಿದ್ದೇವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಇದರಂತೆ $19.5 \div 5$ ಭಾಗಾಕಾರದಲ್ಲಿ $195 \div 5$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ, ಸೊನ್ನೆಯು ಶೇಷವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಆದಾಗ್ಯೂ, ಕೆಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವುದಿಲ್ಲ. ಅಂದರೆ, ಶೇಷ ಸೊನ್ನೆ ಇರುವುದಿಲ್ಲ.

©KTBS Not to be republished

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 195 ÷ 7 ಮುಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಇಂತಹ ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡುತ್ತೇವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 9 4.2, 3.8 ಮತ್ತು 7.6 ಇವುಗಳ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: 4.2, 3.8 ಮತ್ತು 7.6 ಗಳ ಸರಾಸರಿ

$$= \frac{4.2+3.8+7.6}{3} = \frac{15.6}{3} = 5.2.$$

2.7.3. ಒಂದು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಮತ್ತೊಂದು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಭಾಗಾಕಾರ.

$\frac{25.5}{0.5}$ ನ್ನು ನಾವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ. ಅಂದರೆ 25.5 ÷ 0.5

$$25.5 \div 0.5 = \frac{255}{10} \div \frac{5}{10}$$

$$= \frac{255}{10} \times \frac{10}{5} = 51$$ ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. ಹೀಗೆ, 25.5 ÷ 0.5 = 51.

ನೀವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುವಿರಿ?

$\frac{25.5}{0.5}$ ಕ್ಕೆ, 0.5 ರಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವಿನ ಬಲಕ್ಕೆ ಒಂದು ಅಂಕಿ ಇದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ. ಇದನ್ನು 10 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಬಹುದು ಹೀಗೆಯೇ 25.5 ನ್ನು ಸಹ 10 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಬಹುದು

ಅಥವಾ 0.5 ರಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದು ಒಂದು ಸ್ಥಾನ ವರ್ಗಾವಣೆಗೊಂಡು 5 ಆಗುತ್ತದೆ ಆದ್ದರಿಂದ, 25.5 ರಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದು ಒಂದು ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸಲ್ಪಟ್ಟು ಅದು 255 ಆಗುತ್ತದೆ.

ಹೀಗೆ, $22.5 \div 1.5 = \frac{22.5}{1.5} = \frac{225}{15} = 15$

ಇದೇ ರೀತಿ $\frac{20.3}{0.7}$ ಮತ್ತು $\frac{15.2}{0.8}$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಈಗ ನಾವು 20.55 ÷ 1.5 ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

(i) $\frac{7.75}{0.25}$ (ii) $\frac{42.8}{0.02}$ (iii) $\frac{5.6}{1.4}$

ಇದನ್ನು 205.5 ÷ 15 ಎಂದು ಹಿಂದೆ ಚರ್ಚಿಸಿದಂತೆ ಬರೆಯಬಹುದು ಈ ಮೇಲೆ ಚರ್ಚಿಸಿದಂತೆ, ನಾವು 13.7 ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. $\frac{3.96}{0.4}$, $\frac{2.31}{0.3}$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಈಗ $\frac{33.725}{0.25}$ ನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ, ನಾವು ಇದನ್ನು $\frac{3372.5}{25}$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. (ಹೇಗೆ?)

ಮತ್ತು ನಾವು ಭಾಗಲಬ್ಧ 134.9 ನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. ನೀವು $\frac{27}{0.03}$ ನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತೀರಿ? ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ 27 ನ್ನು 27.00 ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಆದ್ದರಿಂದ, $\frac{27}{0.03} = \frac{27.00}{0.03} = \frac{2700}{3} = 900$

©KTBS Not to be republished

ಉದಾಹರಣೆ 10 ಒಂದು ನಿಯತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ಪ್ರತಿ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ 2.5 cm ಇದೆ. ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ಸುತ್ತಳತೆ 12.5 cm. ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯು ಎಷ್ಟು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ?

ಪರಿಹಾರ: ಒಂದು ನಿಯತ ಬಹಿಭುಜಾಕೃತಿಯ ಸುತ್ತಳತೆಯು ಅದರ ಎಲ್ಲ ಸಮ ಬಾಹುಗಳ ಮೊತ್ತ

= 12.5 cm

ಪ್ರತಿ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ = 2.5 cm

ಆದುದರಿಂದ, ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = $\frac{12.5}{2.5} = \frac{125}{25} = 5$

ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯು 5 ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 11 ಒಂದು ಕಾರು 2.2 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ 89.1 km ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸುತ್ತದೆ. 1 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಅದು ಕ್ರಮಿಸಿದ ಸರಾಸರಿ ದೂರ ಎಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ: ಕಾರು ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರ = 89.1 km

ಈ ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಲು ಬೇಕಾದ

ಸಮಯ = 2.2 ಗಂಟೆಗಳು.

ಆದ್ದರಿಂದ, 1 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಇದು ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರ

$= \frac{89.1}{2.2} = \frac{891}{22} = 40.5$ km

ಅಭ್ಯಾಸ 2.6

1. ಇವುಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

(i) $0.4 \div 2$ (ii) $0.35 \div 5$ (iii) $2.48 \div 4$
(iv) $65.4 \div 6$ (v) $651.2 \div 4$ (vi) $14.49 \div 7$
(vii) $3.96 \div 4$ (viii) $0.80 \div 5$

2. ಇವುಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

(i) $4.8 \div 10$ (ii) $52.5 \div 10$ (iii) $0.7 \div 10$
(iv) $33.1 \div 10$ (v) $272.23 \div 10$ (vi) $0.56 \div 10$
(vii) $3.97 \div 10$

3. ಇವುಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

(i) $2.7 \div 100$ (ii) $0.3 \div 100$
(iii) $0.78 \div 100$ (iv) $432.6 \div 100$
(v) $23.6 \div 100$ (vi) $98.53 \div 100$

©KTBS Not to be republished

4. ಇವುಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

(i) $7.9 \div 1000$ (ii) $26.3 \div 1000$ (iii) $38.53 \div 1000$

(iv) $128.9 \div 1000$ (v) $0.5 \div 1000$

5. ಇವುಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

(i) $7 \div 3.5$ (ii) $36 \div 0.2$ (iii) $3.25 \div 0.5$

(iv) $30.94 \div 0.7$ (v) $0.5 \div 0.25$ (vi) $7.75 \div 0.25$

(vii) $76.5 \div 0.15$ (viii) $37.8 \div 1.4$ (ix) $2.73 \div 1.3$

6. ಒಂದು ವಾಹನವು 2.4 *l* ಪೆಟ್ರೋಲ್ ಬಳಸಿ 43.2 km ದೂರ ಕ್ರಮಿಸುತ್ತದೆ. ಅದು 1 *l* ಪೆಟ್ರೋಲ್‌ನಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ದೂರ ಕ್ರಮಿಸುತ್ತದೆ?

ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿರುವ ಅಂಶಗಳು.

1. ನಾವು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು ಮತ್ತು ದಶಮಾಂಶಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಕಲಿತಿರುವೆವು. ಇವುಗಳ ಜೊತೆಗೆ ಅವುಗಳ ಮೇಲಿನ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿರುವೆವು.
2. ಈಗ ನಾವು ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಮತ್ತು ದಶಮಾಂಶಗಳ ಮೇಲೆ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡುತ್ತೇವೆ.
3. ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡುವುದೆಂದು ನಾವು ಕಲಿತೆವು ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸುವಾಗ ಅವುಗಳ ಅಂಶಗಳು ಮತ್ತು ಛೇದಗಳನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಗುಣಿಸುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು $\frac{\text{ಅಂಶಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ}}{\text{ಛೇದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ}}$. ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

   ಉದಾಹರಣೆಗೆ $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21}$
4. ಭಿನ್ನರಾಶಿಯು 'ದ'/'ರ' ಎಂಬ ಆಯೋಜಕದಂತೆ ಕಾರ್ಯ ನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತದೆ

   ಉದಾಹರಣೆಗೆ: 2 ರ $\frac{1}{2} = 2 \times \frac{1}{2} = 1$
5. (a) ಎರಡು ಸಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಗುಣಿಸಲ್ಪಟ್ಟ ಪ್ರತಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಿಂತ ಚಿಕ್ಕದಾಗಿರುತ್ತದೆ.

   (b) ಒಂದು ಸಮ ಮತ್ತು ಒಂದು ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಗುಣಲಬ್ಧವು ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಿಂತ ಚಿಕ್ಕದು ಮತ್ತು ಸಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಿಂತ ದೊಡ್ಡದು ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

   (c) ಎರಡು ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಿಗಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾಗಿರುತ್ತದೆ.
6. ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಪಡೆಯಲು ಅದನ್ನು ತಲೆಕೆಳಗು ಮಾಡಲಾಗುತ್ತದೆ.
7. ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಭಾಗಿಸುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ.

   (a) ಒಂದು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ. ನಾವು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮದಿಂದ ಗುಣಿಸುತ್ತೇವೆ.

   ಉದಾಹರಣೆಗೆ: $2 \div \frac{3}{5} = 2 \times \frac{5}{3} = \frac{10}{3}$

©KTBS Not to be republished

(b) ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸುವಾಗ ನಾವು ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮದಿಂದ ಗುಣಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ: $\frac{2}{3} \div 7 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{7} = \frac{2}{21}$

(c) ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಿಂದ ಭಾಗಿಸುವಾಗ ನಾವು ಮೊದಲ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಇನ್ನೊಂದರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮದಿಂದ ಗುಣಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಹೀಗೆ $\frac{2}{3} \div \frac{5}{7} = \frac{2}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{14}{15}$

8. ನಾವು ಎರಡು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಗುಣಿಸುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಲಿತೆವು. ಎರಡು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸುವಾಗ ಮೊದಲು ಅವುಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಂತೆ ಗುಣಿಸಬೇಕು. ಎರಡೂ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವಿನ ಬಲಬದಿಯಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಬಲ ತುದಿಯಿಂದ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಎಣಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುಣಲಬ್ಧದಲ್ಲಿ ಇಡಬೇಕು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ $0.5 \times 0.7 = 0.35$

9. ಒಂದು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 10, 100 ಅಥವಾ 1000 ದಿಂದ ಗುಣಿಸುವಾಗ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಲಬದಿಗೆ 1 ರ ನಂತರ ಇರುವ ಸೊನ್ನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮವಾಗುವಂತೆ ಅದನ್ನು ಚಲಿಸಬೇಕು.

ಹೀಗೆ $0.53 \times 10 = 5.3$, $0.53 \times 100 = 53$, $0.53 \times 1000 = 530$

10. ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಭಾಗಿಸುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ.

(a) ಒಂದು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಲು ಮೊದಲು ನಾವು ಅವುಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಂತೆ ಭಾಗಿಸುತ್ತೇವೆ ನಂತರ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವನ್ನು ಭಾಗಲಬ್ಧದಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿದ್ದಂತೆ ಇಡಬೇಕು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ $8.4 \div 4 = 2.1$

ಶೇಷ ಸೊನ್ನೆಯಾಗಿರುವ ಅಂತಹ ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸುತ್ತೇವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಗಮನಿಸಿ.

(b) ಒಂದು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 10, 100 ಅಥವಾ 1000ದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವನ್ನು 1 ರ ಮುಂದೆ ಇರುವ ಸೊನ್ನೆಯಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಎಡಭಾಗಕ್ಕೆ ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸಿ ಭಾಗಲಬ್ದ ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಹೀಗೆ, $23.9 \div 10 = 2.39$, $23.9 \div 100 = 0.239$, $23.9 \div 1000 = 0.0239$

(c) ಎರಡು ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಭಾಗಿಸುವಾಗ ಮೊದಲು ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವನ್ನು ಬಲತುದಿಗೆ ಅಂಶ ಮತ್ತು ಛೇದ ಎರಡರಲ್ಲಿಯೂ ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಯಷ್ಟು ಸ್ಥಾನಗಳಿಗೆ ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸಿ ಭಾಜಕವನ್ನು ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ ಅನಂತರ ಭಾಗಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಹೀಗೆ $2.4 \div 0.2 = 24 \div 2 = 12$.

©KTBS Not to be republished

ಅಧ್ಯಾಯ – 3

ದತ್ತಾಂಶಗಳ ನಿರ್ವಹಣೆ

B4VTHU

3.1 ಪೀಠಿಕೆ

ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ, ನೀವು ವಿವಿಧ ಪ್ರಕಾರದ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಕಲಿತಿರುವಿರಿ. ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸುವುದು, ವರ್ಗೀಕರಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಸ್ತಂಭಾಲೇಖಗಳಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸುವುದನ್ನೂ ನೀವು ಕಲಿತಿರುವಿರಿ. ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸಂಗ್ರಹಣೆ, ದಾಖಲೀಕರಣ ಮತ್ತು ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಮಂಡನೆಯು ನಮ್ಮ ಅನುಭವಗಳನ್ನು ಸಂಯೋಜಿಸಲು ಹಾಗೂ ಅವುಗಳಿಂದ ತೀರ್ಮಾನಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತವೆ. ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ, ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ಮಾಡುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಲಿಯಲು ಇನ್ನೂ ಒಂದು ಹೆಜ್ಜೆ ಮುಂದಕ್ಕೆ ಹೋಗೋಣ. ನೀವು ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ವಿಧದ ದತ್ತಾಂಶಗಳು ಮತ್ತು ಆಲೇಖಗಳ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ನೀವು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ವಿಧದ ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ವೃತ್ತಪತ್ರಿಕೆಗಳು, ಮಾಸಪತ್ರಿಕೆಗಳು, ದೂರದರ್ಶನ ಮತ್ತು ಇತರೆ ಮೂಲಗಳಿಂದ ನೋಡಿರುವಿರಿ. ಈ ಎಲ್ಲ ದತ್ತಾಂಶಗಳು ನಮಗೆ ಕೆಲವು ರೀತಿಯ ಮಾಹಿತಿ ನೀಡುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನೂ ನೀವು ತಿಳಿದಿರುವಿರಿ. ಈಗ ನಾವು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಕಂಡುಬರುವ ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ.

ಕೋಷ್ಟಕ 3.1

2006 ರಲ್ಲಿ ನಗರಗಳ ಉಷ್ಣತೆ		
ನಗರ	ಗರಿಷ್ಠ	ಕನಿಷ್ಠ
ಅಹಮದಾಬಾದ್	38^0C	29^0C
ಅಮೃತಸರ	37^0C	26^0C
ಬೆಂಗಳೂರು	28^0C	21^0C
ಚೆನ್ನೈ	36^0C	27^0C
ದೆಹಲಿ	38^0C	28^0C
ಜೈಪುರ	39^0C	29^0C
ಜಮ್ಮು	41^0C	26^0C
ಮುಂಬಯಿ	32^0C	27^0C

ಕೋಷ್ಟಕ 3.2

ಫುಟ್‌ಬಾಲ್ ವಿಶ್ವ ಕಪ್ 2006	
ಉಕ್ರೇನ್, ಸೌದಿ ಅರೇಬಿಯಾವನ್ನು ಸೋಲಿಸಿದ್ದು	4–0
ಸ್ಪೇನ್, ಟಾನಿಸಿಯಾವನ್ನು ಸೋಲಿಸಿದ್ದು	3–1
ಸ್ವಿಟ್ಜರ್ಲೆಂಡ್ ಟೊಗೊವನ್ನು ಸೋಲಿಸಿದ್ದು	2–0

©KTBS Not to be republished

ಕೋಷ್ಟಕ 3.3

ಒಂದು ತರಗತಿಯ ವಾರದಲ್ಲಿನ ಗೈರುಹಾಜರಿ ತೋರಿಸುವ ದತ್ತಾಂಶ	
ಸೋಮವಾರ	
ಮಂಗಳವಾರ	
ಬುಧವಾರ	-
ಗುರುವಾರ	
ಶುಕ್ರವಾರ	
ಶನಿವಾರ	
	ಒಂದು ಮಗುವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ.

ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸಂಗ್ರಹಣೆಯು ನಿಮಗೆ ಏನನ್ನು ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ?

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 20.06.2006 ರಂದು (ಕೋಷ್ಟಕ 3.1) ಜಮ್ಮುವಿನಲ್ಲಿ ಅತೀ ಗರಿಷ್ಠ ಉಷ್ಣತೆ ಇತ್ತು ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಹೇಳಬಹುದು ಅಥವಾ ಬುಧವಾರದಂದು ಯಾವುದೇ ಮಗು ಗೈರುಹಾಜರಾಗಿಲ್ಲ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು. (ಕೋಷ್ಟಕ 3.3)

ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು, ಅವುಗಳ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆ ಮತ್ತು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಇನ್ನೂ ಉತ್ತಮವಾಗುವಂತೆ ಬೇರೆ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ನಾವು ಸಂಘಟಿಸಿ ಮಂಡಿಸಬಹುದೇ? ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ನಾವು ಇಂತಹ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳೋಣ.

3.2 ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸುವುದು

ನಗರಗಳ ಉಷ್ಣತೆಗೆ (ಕೋಷ್ಟಕ 3.1) ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ದತ್ತಾಂಶಗಳು ನಮಗೆ ಹಲವಾರು ಸಂಗತಿಗಳನ್ನು ಹೇಳಬಲ್ಲದು. ಆದರೆ ಇದು ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಯಾವ ನಗರ ಅತೀ ಹೆಚ್ಚು ಉಷ್ಣತೆ ಹೊಂದಿತ್ತು ಎಂಬುದನ್ನು ಹೇಳಲಾರದು. ಇದನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ನಾವು ವರ್ಷದ ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ಈ ಪ್ರತಿ ನಗರದಲ್ಲಿ ಗರಿಷ್ಠ ಉಷ್ಣತೆ ತಲುಪಿದ ಬಗ್ಗೆ ದತ್ತಾಂಶ ಸಂಗ್ರಹಣೆ ಮಾಡುವುದು ಅವಶ್ಯಕ. ಅಂತಹ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ, ಕೋಷ್ಟಕ 3.1 ರಲ್ಲಿ ನೀಡಿರುವ ವರ್ಷದ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ದಿನಾಂಕದ ಉಷ್ಣತೆಯ ಕೋಷ್ಟಕ ಸಾಕಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಒಂದು ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸಂಗ್ರಹವು ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ನೀಡಲಾರದು ಎಂಬುದನ್ನು ಇದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

ಇದಕ್ಕಾಗಿ ನಾವು ಅಗತ್ಯವಾದ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ಮೇಲಿನ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ, ವರ್ಷದ ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ನಗರಗಳ ಅತೀ ಗರಿಷ್ಠ ಉಷ್ಣತೆಯ ಬಗ್ಗೆ ನಮಗೆ ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾದ ಮಾಹಿತಿ ಬೇಕಾಗಿದ್ದು. ಅದನ್ನು ನಾವು ಕೋಷ್ಟಕ 3.1 ರಿಂದ ಪಡೆಯಲಾಗಲಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ, ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸುವುದಕ್ಕಿಂತ ಮೊದಲು, ಯಾವುದಕ್ಕೆ ಅದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬೇಕು ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ತಿಳಿಯಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಮುಂದೆ ಕೆಲವು ಸನ್ನಿವೇಶಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ.

ನೀವು ಅವುಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಬೇಕಾಗಿದೆ.

- ಗಣಿತ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ನಿಮ್ಮ ತರಗತಿಯ ಪ್ರಗತಿ
- ಕ್ರಿಕೆಟ್ ಅಥವಾ ಫುಟ್ಬಾಲ್‌ನಲ್ಲಿ ಭಾರತದ ಸಾಧನೆ
- ದತ್ತ ಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿ ಮಹಿಳೆಯರ ಸಾಕ್ಷರತೆ ದರ, ಅಥವಾ

©KTBS Not to be republished

– ನಿಮ್ಮ ಸುತ್ತಮುತ್ತ ಇರುವ ಕುಟುಂಬಗಳಲ್ಲಿ 5 ವರ್ಷದೊಳಗಿರುವ ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ.

ಈ ಮೇಲಿನ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ನಿಮಗೆ ಯಾವ ರೀತಿಯ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಅವಶ್ಯಕತೆ ಇದೆ? ಸೂಕ್ತವಾದ ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸದ ಹೊರತು, ನೀವು ಅಪೇಕ್ಷಿಸಿದ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೂ ಯುಕ್ತವಾದ ದತ್ತಾಂಶ ಯಾವುದು?

ನಿಮ್ಮ ಸಹಪಾಠಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೂ ಅವಶ್ಯಕವಾದ ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸುವುದು ಸುಲಭ ಮತ್ತು ಕೆಲವು ಕಷ್ಟಕರ.

3.3 ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸಂಯೋಜನೆ

ನಾವು ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಿದಾಗ, ಅವುಗಳನ್ನು ದಾಖಲೀಕರಿಸಿ ಸಂಯೋಜಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ನಾವು ಅದನ್ನು ಏಕೆ ಮಾಡಬೇಕು? ಈ ಮುಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.

ಶ್ರೀಮತಿ ನೀಲಂ, ತರಗತಿ ಶಿಕ್ಷಕರು ಇಂಗ್ಲೀಷ್‌ನಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ನಿರ್ವಹಣೆಯನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಬಯಸಿದರು. ಅವರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಳಿಸಿದ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯುತ್ತಾರೆ:

23, 35, 48, 30, 25, 46, 13, 27, 32, 38

ಈ ರೂಪದಲ್ಲಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಸುಲಭವಾಗಿಲ್ಲ. ಅವರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಬಗೆಗೆ ಹೊಂದಿದ್ದ ಅಭಿಪ್ರಾಯವು, ಅವರ ನಿರ್ವಹಣೆಗೆ ಸರಿಹೊಂದಿತೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು ಆಗಲಿಲ್ಲ.

ನೀಲಂರ ಸಹೊದ್ಯೋಗಿ ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಈ ಮುಂದಿನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಂಘಟಿಸಲು ಅವರಿಗೆ ಸಹಾಯ ಮಾಡಿದರು (ಕೋಷ್ಟಕ 3.4).

ಕೋಷ್ಟಕ 3.4

ಹಾಜರಾತಿ ಸಂಖ್ಯೆ	ಹೆಸರುಗಳು	ಅಂಕಗಳು 50ಕ್ಕೆ	ಹಾಜರಾತಿ ಸಂಖ್ಯೆ	ಹೆಸರುಗಳು	ಅಂಕಗಳು 50ಕ್ಕೆ
1.	ಅಜಯ	23	6	ಗೋವಿಂದ	46
2.	ಅರ್ಮಾನ	35	7	ಜಯ	13
3.	ಆಶೀಶ	48	8	ಕವಿತಾ	27
4.	ದೀಪ್ತಿ	30	9	ಮನಿಷಾ	32
5.	ಫೈಜಾನ್	25	10	ನೀರಜ	38

ಈ ನಮೂನೆಯಲ್ಲಿ, ಯಾವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಎಷ್ಟು ಅಂಕ ಗಳಿಸಿದ್ದಾನೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು ನೀಲಂಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು. ಆದರೆ ಅವರಿಗೆ ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿನದು ಬೇಕಾಗಿತ್ತು. ದೀಪಿಕಾ ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಆಯೋಜಿಸುವ ಇನ್ನೊಂದು ಕ್ರಮವನ್ನು ಸೂಚಿಸಿದಳು (ಕೋಷ್ಟಕ 3.5).

©KTBS Not to be republished

ಕೋಷ್ಟಕ 3.5

ಹಾಜರಾತಿ ಸಂಖ್ಯೆ	ಹೆಸರುಗಳು	ಅಂಕಗಳು 50ಕ್ಕೆ	ಹಾಜರಾತಿ ಸಂಖ್ಯೆ	ಹೆಸರುಗಳು	ಅಂಕಗಳು 50ಕ್ಕೆ
3.	ಆಶೀಶ್	48	4	ದೀಪ್ತಿ	30
6.	ಗೋವಿಂದ	46	8	ಕವಿತಾ	27
10.	ನೀರಜ್	38	5	ಫೈಜಾನ್	25
2.	ಅರ್ಮಾನ್	35	1	ಅಜಯ್	28
9.	ಮನಿಷಾ	32	7	ಜಯ	13

ಈಗ ಯಾರ ನಿರ್ವಹಣೆ ಅತ್ಯುತ್ತಮವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಯಾರಿಗೆ ಸಹಾಯದ ಅವಶ್ಯಕತೆ ಇದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ನೀಲಂಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು.

ನಮಗೆ ದೊರೆಯುವ ವಿವಿಧ ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಕೋಷ್ಟಕದ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುತ್ತೇವೆ. ನಮ್ಮ ಶಾಲೆಯ ಹಾಜರಾತಿ ಸಂಖ್ಯೆ, ಪ್ರಗತಿ ವರದಿ, ನೋಟ್ ಪುಸ್ತಕಗಳಲ್ಲಿನ ಪರಿವಿಡಿ, ದಾಖಲಿಸಿದ ಉಷ್ಣತೆ ಮತ್ತು ಇತರೆ ಹಲವಾರು ಅಂಶಗಳು ಕೋಷ್ಟಕದ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ. ಕೋಷ್ಟಕದ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದಾದ ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವ ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಯೋಚಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?

ನಾವು ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಕೋಷ್ಟಕದ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿದಾಗ ಅದನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಂಡು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಬಹುದು.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ನಿಮ್ಮ ತರಗತಿಯ ಕನಿಷ್ಠ 20 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ (ಗಂಡು ಮತ್ತು ಹೆಣ್ಣು) ತೂಕ ಮಾಡಿ (ಕಿಲೋಗ್ರಾಂನಲ್ಲಿ) ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಆಯೋಜಿಸಿ ಮತ್ತು ಮುಂದಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ.

(i) ಯಾರು ಎಲ್ಲರಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಭಾರವಿದ್ದಾರೆ?

(ii) ಅತೀ ಸಾಮಾನ್ಯ ತೂಕ ಎಷ್ಟು?

(iii) ನಿಮ್ಮ ಮತ್ತು ನಿಮ್ಮ ನೆಚ್ಚಿನ ಸಹಪಾಠಿಯ ತೂಕದಲ್ಲಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಎಷ್ಟು?

3.4 ಪ್ರಾತಿನಿಧಿಕ ಬೆಲೆಗಳು

ನೀವು 'ಸರಾಸರಿ' ಪದವನ್ನು ಅರಿತಿರಬಹುದು ಮತ್ತು ನಿಮ್ಮ ನಿತ್ಯಜೀವನದಲ್ಲಿ 'ಸರಾಸರಿ' ಪದ ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿರಬಹುದು.

* ಈಶಾ ಪ್ರತಿದಿನ ಸರಾಸರಿ 5 ಗಂಟೆ ಅಧ್ಯಯನಕ್ಕಾಗಿ ವ್ಯಯ ಮಾಡುವಳು.
* ವರ್ಷದ ಈ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಸರಾಸರಿ ಉಷ್ಣತೆಯು ಸುಮಾರು 40°C ಇರುತ್ತದೆ.
* ನನ್ನ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸರಾಸರಿ ವಯಸ್ಸು 12 ವರ್ಷ.
* ಒಂದು ಶಾಲೆಯ ಅಂತಿಮ ಪರೀಕ್ಷೆಯ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸರಾಸರಿ ಹಾಜರಾತಿ ಶೇಕಡಾ 98.

ಇಂತಹ ಇನ್ನೂ ಹಲವಾರು ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಇರಬಹುದು. ಮೇಲೆ ನೀಡಿರುವ ಹೇಳಿಕೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಆಲೋಚಿಸಿ. ಮೊದಲ ಹೇಳಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಮಗು ಪ್ರತಿನಿತ್ಯ ಸರಿಯಾಗಿ 5 ಗಂಟೆ ಅಭ್ಯಸಿಸಬಹುದು ಎಂದು ನೀವು

©KTBS Not to be republished

ಆಲೋಚಿಸುತ್ತಿದ್ದೀರಾ? ಅಥವಾ ದತ್ತ ಸ್ಥಳದ ಉಷ್ಣತೆಯು ಆ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಯಾವಾಗಲೂ 40 ಡಿಗ್ರಿ ಇರುತ್ತದೆಯೇ? ಅಥವಾ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿನ ಪ್ರತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ವಯಸ್ಸು 12 ವರ್ಷವೇ? ನಿಸ್ಸಂಶಯವಾಗಿ ಇಲ್ಲ.

ಹಾಗಾದರೆ ಈ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಏನನ್ನು ತಿಳಿಸುತ್ತವೆ?

ದಿನ ಸರಾಸರಿಯಿಂದ, ಇಶಾ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ 5 ಗಂಟೆ ಓದುತ್ತಾಳೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯುತ್ತೇವೆ. ಅವಳು ಕೆಲವು ದಿನ 5 ಗಂಟೆಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಕಾಲ ಅಭ್ಯಸಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು ಇತರೆ ದಿನಗಳಂದು ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಅಭ್ಯಸಿಸಬಹುದು.

ಅದರಂತೆಯೇ, ಸರಾಸರಿ ಉಷ್ಣತೆ 40^0C ಎಂಬುದರ ಅರ್ಥ ವರ್ಷದ ಈ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಉಷ್ಣತೆ ಸುಮಾರು 40^0C. ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಇದು 40^0C ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರಬಹುದು ಮತ್ತು ಇತರೆ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಇದು 40^0C ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರಬಹುದು.

ಹೀಗೆ, ಸರಾಸರಿಯು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದು, ಅದು ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಅಥವಾ ವೀಕ್ಷಿತ ಸಮೂಹದ ಕೇಂದ್ರಿಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿಯನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ ಅಥವಾ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ತಿಳಿಯುತ್ತೇವೆ. ಸರಾಸರಿಯು, ನೀಡಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಲ್ಲಿ ಅತೀ ಹೆಚ್ಚು ಮತ್ತು ಅತೀ ಕಡಿಮೆ ಮೌಲ್ಯಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವುದರಿಂದ, ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಗುಂಪಿನ ಕೇಂದ್ರಿಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿಯ ಅಳತೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. ವಿಭಿನ್ನ ಮಾದರಿಯ ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ವಿಭಿನ್ನ ಮಾದರಿಯ ನಿದರ್ಶನ ಅಥವಾ ಕೇಂದ್ರಿಯ ಮೌಲ್ಯಗಳ ಅವಶ್ಯಕತೆ ಇದೆ. ಈ ನಿದರ್ಶನ ಮೌಲ್ಯಗಳಲ್ಲಿ **'ಅಂಕಗಣಿತದ ಸರಾಸರಿ'** ಒಂದು. ಅಧ್ಯಾಯದ ಮುಂದಿನ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ನೀವು ಇತರೆ ನಿರ್ದೇಶಿತ ಮೌಲ್ಯಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಕಲಿಯುವಿರಿ.

3.5 ಅಂಕಗಣಿತ ಸರಾಸರಿ

ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಗುಂಪಿನ ಅತ್ಯಂತ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪ್ರಾತಿನಿಧಿಕ ಮೌಲ್ಯ **ಅಂಕಗಣಿತದ ಸರಾಸರಿ** ಅಥವಾ **ಸರಾಸರಿ** ಇದನ್ನು ಇನ್ನೂ ಉತ್ತಮವಾಗಿ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು, ಮುಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸೋಣ:

ಎರಡು ಪಾತ್ರೆಗಳಲ್ಲಿ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ $20l$ ಮತ್ತು $60l$ ಹಾಲು ಇದೆ. ಎರಡೂ ಪಾತ್ರೆಗಳಿಗೆ ಸಮನಾಗಿ ಹಂಚಿದರೆ ಪ್ರತಿ ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿರಬಹುದಾದ ಹಾಲಿನ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು ? ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಕೇಳಿದಾಗ ನಾವು ಅಂಕಗಣಿತದ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಮೇಲಿನ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ, ಸರಾಸರಿ ಅಥವಾ ಅಂಕಗಣಿತ ಸರಾಸರಿಯು

$$\frac{\text{ಒಟ್ಟು ಹಾಲಿನ ಪ್ರಮಾಣ}}{\text{ಪಾತ್ರೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}} = \frac{20+60}{2} = 40l \text{ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.}$$

ಆದ್ದರಿಂದ, ಪ್ರತಿ ಪಾತ್ರೆ $40l$ ಹಾಲನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

ಸರಾಸರಿ ಅಥವಾ ಅಂಕಗಣಿತದ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಮುಂದಿನಂತೆ ನಿರೂಪಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ:

$$\text{ಸರಾಸರಿ} = \frac{\text{ಎಲ್ಲ ವೀಕ್ಷಣೆಗಳ ಮೊತ್ತ}}{\text{ವೀಕ್ಷಣೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}}$$

©KTBS Not to be republished

ಈ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ:

ಉದಾಹರಣೆ 1. ಆಶೀಶ್ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ ಮೂರು ದಿನಗಳಲ್ಲಿ 4 ಗಂಟೆ, 5 ಗಂಟೆ ಮತ್ತು 3 ಗಂಟೆ ಅಭ್ಯಸಿಸುವನು. ಅವನು ಪ್ರತಿದಿನ ಸರಾಸರಿ ಎಷ್ಟು ಗಂಟೆ ಅಭ್ಯಸಿಸುವನು?

ಪರಿಹಾರ: ಆಶೀಶ್‌ನ ಸರಾಸರಿ ಅಭ್ಯಸಿಸುವ ಕಾಲ.

$$= \frac{\text{ಒಟ್ಟು ಅಭ್ಯಾಸ ಕಾಲ}}{\text{ಅವನು ಅಭ್ಯಸಿಸಿದ ದಿನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}} = \frac{4+5+3}{3} \text{ ಗಂಟೆ} = 4 \text{ ಗಂಟೆ ಪ್ರತಿದಿನ}$$

ಆದ್ದರಿಂದ ಆಶೀಶನು ಪ್ರತಿನಿತ್ಯ ಸರಾಸರಿ 4 ಗಂಟೆ ಓದುತ್ತಾನೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆ 2 : ಒಬ್ಬ ಬ್ಯಾಟ್ಸ್‌ಮನ್ 6 ಇನ್ನಿಂಗ್ಸ್‌ನಲ್ಲಿ ಈ ಮುಂದಿನಂತೆ ರನ್ ಗಳಿಸಿರುತ್ತಾನೆ.

36, 35, 50, 46, 60, 55

ಒಂದು ಇನ್ನಿಂಗ್ಸ್‌ನಲ್ಲಿ ಅವನು ಗಳಿಸಿದ ಸರಾಸರಿ ರನ್ ಲೆಕ್ಕಮಾಡಿ.

ಪರಿಹಾರ: ಒಟ್ಟು ರನ್‌ಗಳು = 36 + 35 + 50 + 46 + 60 + 55 = 282

ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ನಾವು ಎಲ್ಲ ವೀಕ್ಷಣೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಅದನ್ನು ವೀಕ್ಷಣೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಸರಾಸರಿ = $\frac{282}{6}$ = 47

ಹೀಗೆ, ಒಂದು ಇನ್ನಿಂಗ್ಸ್‌ನಲ್ಲಿ ಗಳಿಸಿದ ಸರಾಸರಿ ರನ್‌ಗಳು 47.

ಅಂಕಗಣಿತದ ಸರಾಸರಿ ಎಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ ?

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ನಿಮ್ಮ ಒಂದು ವಾರದ ಅಭ್ಯಾಸದ ಗಂಟೆಗಳ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಿರಿ?

ಆಲೋಚಿಸಿ, ಚರ್ಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಬರೆಯಿರಿ.

ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ ಮತ್ತು ಮುಂದಿನವುಗಳನ್ನು ಆಲೋಚಿಸಿ:

* ಪ್ರತಿ ವೀಕ್ಷಣೆಗಿಂತ ಸರಾಸರಿ ದೊಡ್ಡದಾಗಿದೆಯೇ?
* ಅದು ಪ್ರತಿ ವೀಕ್ಷಣೆಗಿಂತ ಚಿಕ್ಕದಾಗಿದೆಯೇ?

ನಿಮ್ಮ ಸಹಪಾಠಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿ. ಈ ರೀತಿಯ ಇನ್ನೊಂದು ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ನೀಡಿ ಮತ್ತು ಅದೇ ರೀತಿಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ.

ಸರಾಸರಿಯು ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಮತ್ತು ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ವೀಕ್ಷಣೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವಿರಿ.

ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ, ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸರಾಸರಿಯು ಯಾವಾಗಲೂ ಆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುತ್ತದೆ.

©KTBS Not to be republished

ಉದಾಹರಣೆಗೆ 5 ಮತ್ತು 11ರ ಸರಾಸರಿ $\frac{5+11}{2}$ = 8 ಆಗಿದೆ. ಇದು 5 ಮತ್ತು 11ರ ನಡುವೆ ಇರುತ್ತದೆ.

ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ನಡುವೆ ಅನೇಕ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು ಇರುವುದನ್ನು ತೋರಿಸಲು ಅಥವಾ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ನೀವು ಬಳಸುವಿರಾ? ಉದಾಹರಣೆಗೆ $\frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{1}{4}$ ರ ಸರಾಸರಿ $\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}{2} = \frac{3}{8}$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಮತ್ತು $\frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{3}{8}$ ರ ಸರಾಸರಿ $\frac{7}{16}$, ಇದೇ ರೀತಿ ಮುಂದುವರೆಯುತ್ತದೆ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. ಒಂದು ವಾರದಲ್ಲಿ ನೀವು ನಿದ್ರಿಸುವ ಗಂಟೆಗಳ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2. $\frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{1}{3}$ ರ ನಡುವಿನ ಕನಿಷ್ಠ 5 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3.5.1 ವ್ಯಾಪ್ತಿ

ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಮತ್ತು ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ವೀಕ್ಷಣೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ನಮಗೆ ವೀಕ್ಷಣೆಗಳ ಹರಡುವಿಕೆಯ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ವೀಕ್ಷಣೆಯಿಂದ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ವೀಕ್ಷಣೆಯನ್ನು ಕಳೆಯುವುದರಿಂದ ನಾವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ವೀಕ್ಷಣೆಯ **ವ್ಯಾಪ್ತಿ** ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಮುಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆ ಗಮನಿಸಿ:

ಉದಾಹರಣೆ 3 ಒಂದು ಶಾಲೆಯ 10 ಶಿಕ್ಷಕರ ವಯಸ್ಸು (ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ) ಈ ರೀತಿ ಇದೆ:

32, 41, 28, 54, 35, 26, 23, 33, 38, 40

(i) ಅತ್ಯಂತ ಹಿರಿಯ ಶಿಕ್ಷಕರ ಮತ್ತು ಅತ್ಯಂತ ಕಿರಿಯ ಶಿಕ್ಷಕರ ವಯಸ್ಸು ಎಷ್ಟು?

(ii) ಶಿಕ್ಷಕರ ವಯಸ್ಸುಗಳ ವ್ಯಾಪ್ತಿ ಎಷ್ಟು?

(iii) ಶಿಕ್ಷಕರುಗಳ ಸರಾಸರಿ ವಯಸ್ಸು ಎಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ: (i) ವಯಸ್ಸುಗಳನ್ನು ಏರಿಕೆ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆದಾಗ,

23, 26, 28, 32, 33, 35, 38, 40, 41, 54 ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಅತ್ಯಂತ ಹಿರಿಯ ಶಿಕ್ಷಕರ ವಯಸ್ಸು 54 ವರ್ಷಗಳು ಮತ್ತು ಅತ್ಯಂತ ಕಿರಿಯ ಶಿಕ್ಷಕರ ವಯಸ್ಸು 23 ವರ್ಷಗಳು ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ.

(ii) ಶಿಕ್ಷಕರ ವಯಸ್ಸುಗಳ ವ್ಯಾಪ್ತಿ = (54 – 23) ವರ್ಷಗಳು = 31 ವರ್ಷಗಳು

(iii) ಶಿಕ್ಷಕರ ಸರಾಸರಿ ವಯಸ್ಸು

$$= \frac{23+26+28+32+33+35+38+40+41+54}{10} \text{ ವರ್ಷಗಳು} = \frac{350}{10} = 35 \text{ ವರ್ಷಗಳು}$$

©KTBS Not to be republished

ಅಭ್ಯಾಸ 3.1

1. ನಿಮ್ಮ ತರಗತಿಯ ಯಾವುದೇ 10 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಎತ್ತರಗಳ ವ್ಯಾಪ್ತಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2. ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ತರಗತಿ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನದ ಅಂಕಗಳಿಗೆ ಕೋಷ್ಟಕ ರಚಿಸಿ.

   4, 6, 7, 5, 3, 5, 4, 5, 2, 6, 2, 5, 1, 9, 6, 5, 8, 4, 6, 7

   (i) ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡದಾಗಿದೆ?

   (ii) ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕದಾಗಿದೆ?

   (iii) ದತ್ತಾಂಶಗಳ ವ್ಯಾಪ್ತಿ ಏನು?

   (iv) ಅಂಕಗಣಿತ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
3. ಮೊದಲ 5 ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
4. ಒಬ್ಬ ಕ್ರಿಕೆಟ್ ಆಟಗಾರನು 8 ಇನ್ನಿಂಗ್ಸ್‌ನಲ್ಲಿ ಗಳಿಸಿದ ರನ್‌ಗಳು ಮುಂದಿನಂತಿವೆ:

   58, 76, 40, 35, 46, 45, 0, 100

   ಸರಾಸರಿ ರನ್ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

5. ಮುಂದಿನ ಕೋಷ್ಟಕವು ಪ್ರತಿ ಆಟಗಾರನು ನಾಲ್ಕು ಆಟಗಳಲ್ಲಿ ಗಳಿಸಿದ ಅಂಕಗಳನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ:

ಆಟಗಾರ	ಆಟ 1	ಆಟ 2	ಆಟ 3	ಆಟ 4
A	14	16	10	10
B	0	8	6	4
C	8	11	ಆಟವಾಡಿಲ್ಲ	13

ಮುಂದಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ:

(i) ಪ್ರತಿ ಆಟದಲ್ಲಿ A ಯ ಸರಾಸರಿ ಅಂಕವನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(ii) ಪ್ರತಿ ಆಟದ C ಯ ಸರಾಸರಿ ಅಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ನೀವು ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳನ್ನು 3 ರಿಂದ ಅಥವಾ 4 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸುತ್ತೀರಾ? ಏಕೆ?

(iii) B ಯು ಎಲ್ಲಾ ನಾಲ್ಕು ಆಟಗಳಲ್ಲಿ ಆಡಿದ್ದಾನೆ. ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ನೀವು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಿರಿ?

(iv) ಉತ್ತಮ ಪ್ರದರ್ಶನಕಾರ ಯಾರು?

6. ವಿಜ್ಞಾನ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಒಂದು ಗುಂಪು ಪಡೆದ ಅಂಕಗಳು (100ಕ್ಕೆ) 85, 76, 90, 85, 39, 48, 56, 95, 81 ಮತ್ತು 75 ಆಗಿವೆ.

   (i) ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಳಿಸಿದ ಗರಿಷ್ಠ ಮತ್ತು ಕನಿಷ್ಠ ಅಂಕಗಳು

   (ii) ಗಳಿಸಿದ ಅಂಕಗಳ ವ್ಯಾಪ್ತಿ

   (iii) ಗುಂಪು ಗಳಿಸಿದ ಸರಾಸರಿ ಅಂಕ. ಇವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

©KTBS Not to be republished

7. ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ ಆರು ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಶಾಲೆಯ ದಾಖಲಾತಿ ಮುಂದಿನಂತೆ ಇತ್ತು:

1555, 1670, 1750, 2013, 2540, 2820

ಆ ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ಶಾಲೆಯ ಸರಾಸರಿ ದಾಖಲಾತಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8. ಒಂದು ನಗರದಲ್ಲಿ ವಾರದ 7 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮಳೆಯ ಪ್ರಮಾಣ (mm ಗಳಲ್ಲಿ) ವನ್ನು ಮುಂದಿನಂತೆ ದಾಖಲಿಸಿದೆ.

ದಿನ	ಸೋಮ	ಮಂಗಳ	ಬುಧ	ಗುರು	ಶುಕ್ರ	ಶನಿ	ರವಿ
ಮಳೆ ಪ್ರಮಾಣ (mm ಗಳಲ್ಲಿ)	0.0	12.2	2.1	0.0	20.5	5.5	1.0

(i) ಮೇಲಿನ ದತ್ತಾಂಶದಲ್ಲಿ ಮಳೆ ಪ್ರಮಾಣದ ವ್ಯಾಪ್ತಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(ii) ವಾರದ ಮಳೆಯ ಸರಾಸರಿ ಪ್ರಮಾಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(iii) ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮಳೆಯ ಪ್ರಮಾಣವು ಸರಾಸರಿ ಮಳೆಯ ಪ್ರಮಾಣಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇತ್ತು?

9. 10 ಹುಡುಗಿಯರ ಎತ್ತರಗಳನ್ನು cm ನಲ್ಲಿ ಅಳತೆ ಮಾಡಿದಾಗ ದೊರೆತ ಫಲಿತಾಂಶಗಳು ಮುಂದಿನಂತಿವೆ:

135, 150, 139, 128, 151, 132, 146, 149, 143, 141

(i) ಅತೀ ಎತ್ತರದ ಹುಡುಗಿಯ ಎತ್ತರ ಎಷ್ಟು?

(ii) ಅತೀ ಗಿಡ್ಡ ಹುಡುಗಿಯ ಎತ್ತರ ಎಷ್ಟು?

(iii) ದತ್ತಾಂಶದ ವ್ಯಾಪ್ತಿ ಎಷ್ಟು?

(iv) ಹುಡುಗಿಯರ ಸರಾಸರಿ ಎತ್ತರ ಎಷ್ಟು ?

(v) ಸರಾಸರಿ ಎತ್ತರಕ್ಕಿಂತ ಎಷ್ಟು ಹುಡುಗಿಯರು ಹೆಚ್ಚಿನ ಎತ್ತರ ಹೊಂದಿದ್ದಾರೆ?

3.6 ರೂಢಿ ಬೆಲೆ

ನಾವು ಹೇಳಿರುವಂತೆ ಸರಾಸರಿ ಮಾತ್ರವೇ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿಯ ಅಳತೆಯಲ್ಲ ಅಥವಾ ಇದು ಮಾತ್ರ ಪ್ರಾತಿನಿಧಿಕ ಮೌಲ್ಯದ ರೂಪವಲ್ಲ. ದತ್ತಾಂಶದಿಂದ ವಿವಿಧ ಅಗತ್ಯತೆಗಳಿಗಾಗಿ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿಯ ಇತರೆ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಮುಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆ ಗಮನಿಸಿ:

ವಿವಿಧ ಅಳತೆಯ ಶರ್ಟ್‌ಗಳ ವಾರದ ಬೇಡಿಕೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಒಬ್ಬ ವರ್ತಕನು 90 cm, 95 cm, 100 cm, 105 cm, 110 cm ಅಳತೆಯ ಮಾರಾಟವಾದ ದಾಖಲೆಗಳನ್ನು ಇಡುತ್ತಾನೆ. ಒಂದು ವಾರದಲ್ಲಿನ ದಾಖಲೆ ಮುಂದಿನಂತಿದೆ:

ಅಳತೆ (ಇಂಚು)	90 cm	95 cm	100 cm	105 cm	110 cm	ಒಟ್ಟು
ಮಾರಾಟವಾದ ಶರ್ಟ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	8	22	32	37	6	105

©KTBS Not to be republished

ಮಾರಿದ ಶರ್ಟ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರೆ, ಯಾವ ಅಳತೆಯ ಶರ್ಟ್‌ಗಳ ದಾಸ್ತಾನು ಇಡಬೇಕು ಎಂಬುದನ್ನು ತೀರ್ಮಾನಿಸಲು ಅವನಿಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಆಲೋಚಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?

$$\text{ಮಾರಿದ ಶರ್ಟ್‌ಗಳ ಸರಾಸರಿ} = \frac{\text{ಮಾರಿದ ಒಟ್ಟು ಶರ್ಟ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}}{\text{ವಿವಿಧ ಅಳತೆಯ ಶರ್ಟ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}} = \frac{105}{5} = 21$$

ಪ್ರತಿ ಅಳತೆಯ 21 ಶರ್ಟ್‌ಗಳನ್ನು ಅವನು ಪಡೆದರೆ ಸಾಕಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆತನು ಹಾಗೆ ಮಾಡಿದ್ದಲ್ಲಿ, ಆತನು ಗ್ರಾಹಕರ ಅವಶ್ಯಕತೆಯನ್ನು ಪೂರೈಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆಯೇ?

ವರ್ತಕನು ದಾಖಲೆಗಳನ್ನು ನೋಡಿ 95cm, 100cm, 105cm ಅಳತೆಯ ಶರ್ಟ್‌ಗಳನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಲು ನಿರ್ಧರಿಸಿದನು. ಅವನು ಇತರೆ ಅಳತೆಯ ಶರ್ಟ್‌ಗಳನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳುವವರ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಡಿಮೆ ಇರುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸುವುದನ್ನು ಮುಂದೂಡಲು ನಿರ್ಧರಿಸಿದನು.

ಇನ್ನೊಂದು ಉದಾಹರಣೆ ಗಮನಿಸಿ.

ಒಂದು ಸಿದ್ಧ ಉಡುಪು ಅಂಗಡಿಯ ಮಾಲೀಕ "ನಾನು ಮಾರುವ ಜನಪ್ರಿಯ ಉಡುಪಿನ ಅಳತೆ 90cm ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತಾನೆ.

ಇಲ್ಲಿಯೂ ಸಹ ಮಾಲೀಕನು ಮಾರಾಟ ಮಾಡಿದ ವಿವಿಧ ಅಳತೆಯ ಶರ್ಟ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಕಾಳಜಿ ವಹಿಸಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಆದಾಗ್ಯೂ ಅವನು ಹೆಚ್ಚು ಮಾರಾಟ ಮಾಡಿದ ಶರ್ಟ್‌ನ ಅಳತೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತಿರುವನು. ಇದು ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಮತ್ತೊಂದು ಪ್ರಾತಿನಿಧಿಕ ಮೌಲ್ಯ.

90cm ಅಳತೆಯ ಶರ್ಟ್‌ಗಳ ಮಾರಾಟ ಅತೀ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ನಡೆದಿದೆ. ಈ ಪ್ರಾತಿನಿಧಿಕ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ದತ್ತಾಂಶದ **ರೂಢಿಬೆಲೆ** ಎನ್ನುವರು.

ವೀಕ್ಷಣೆಗಳ ಗಣದ ರೂಢಿಬೆಲೆಯು ಅತ್ಯಂತ ಹೆಚ್ಚು ಬಾರಿ ಕಂಡುಬರುವ ವೀಕ್ಷಣೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 4 : ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗಣಕ್ಕೆ ರೂಢಿಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ: 1, 1, 2, 4, 3, 2, 1, 2, 2, 4

ಪರಿಹಾರ : ಸಮನಾದ ಮೌಲ್ಯ ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಜೊತೆಗೂಡಿಸಿ ಬರೆದಾಗ

1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 4, 4 ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಈ ದತ್ತಾಂಶದ ರೂಢಿಬೆಲೆ 2, ಏಕೆಂದರೆ ಇತರೆ ವೀಕ್ಷಣೆಗಳಿಗಿಂತ ಇದು ಹೆಚ್ಚು ಬಾರಿ ಆವರ್ತಿತವಾಗಿದೆ.

3.6.1 ದೊಡ್ಡ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ರೂಢಿಬೆಲೆ

ವೀಕ್ಷಣೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೆಚ್ಚಾಗಿದ್ದಾಗ ಅವುಗಳನ್ನು ಜೊತೆಗೂಡಿಸಿ ಬರೆದು ಎಣಿಸುವುದು ಸುಲಭವಲ್ಲ. ಇಂತಹ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ನಾವು ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿಮಾಡುತ್ತೇವೆ. ನೀವು ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿರುವಂತೆ, ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡುವಿಕೆ ತಾಳೆ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಹಾಕುವುದರಿಂದ ಮತ್ತು ಆವೃತ್ತಿ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದರಿಂದ ಆರಂಭವಾಗುತ್ತದೆ.

ಮುಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆ ಗಮನಿಸಿ.

©KTBS Not to be republished

ಉದಾಹರಣೆ 5 : ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಗೋಲ್‌ಗಳ ಅಂತರದಿಂದ ಒಂದು ಫುಟ್‌ಬಾಲ್ ಲೀಗ್ ಪಂದ್ಯದಲ್ಲಿ ತಂಡಗಳು ವಿಜೇತವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

1, 3, 2, 5, 1, 4, 6, 2, 5, 2, 2, 2, 4, 1, 2, 3, 1, 1, 2, 3, 2, 6, 4, 3, 2, 1, 1, 4, 2, 1, 5, 3, 3, 2, 3, 2, 4, 2, 1, 2

ಈ ದತ್ತಾಂಶದ ರೂಢಿಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ರೂಢಿಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 2, 6, 5, 3, 0, 3, 4, 3, 2, 4, 5, 2, 4

(ii) 2, 14, 16, 12, 14, 14, 16, 14, 10, 14, 18, 14

ಪರಿಹಾರ: ನಾವು ಈಗ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಕೋಷ್ಟಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯೋಣ.

ಗೋಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ತಾಳೆ ಪಟ್ಟಿ	ಪಂದ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
1	𝍸 ||||	9
2	𝍸 𝍸 ||||	14
3	𝍸 ||	7
4	𝍸	5
5	|||	3
6	||	2
	ಒಟ್ಟು	40

ಈ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಾಗ ನಾವು ಕೂಡಲೇ 'ರೂಢಿಬೆಲೆ' 2 ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು. ಏಕೆಂದರೆ 2 ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಬಾರಿ ಪುನರಾವರ್ತಿತವಾಗಿದೆ. ಹೀಗೆ, ಬಹಳಷ್ಟು ಪಂದ್ಯಗಳು 2 ಗೋಲ್‌ಗಳ ಅಂತರದಿಂದ ಗೆದ್ದಿರುತ್ತವೆ.

ಆಲೋಚಿಸಿ, ಚರ್ಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಬರೆಯಿರಿ.

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗಣವು ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ರೂಢಿ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

ಉದಾಹರಣೆ 6 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ರೂಢಿಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

2, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 8

ಪರಿಹಾರ : ಇಲ್ಲಿ 2 ಮತ್ತು 5 ಎರಡೂ ಮೂರು ಬಾರಿ ಆವರ್ತಿತವಾಗಿವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಇವೆರಡೂ ದತ್ತಾಂಶದ ರೂಢಿಬೆಲೆಗಳು.

ಇದನ್ನು ಮಾಡಿ.

1. ನಿಮ್ಮ ಎಲ್ಲ ಸಹಪಾಠಿಗಳ ವಯಸ್ಸನ್ನು ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ದಾಖಲಿಸಿ, ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಕೋಷ್ಟಕ ರಚಿಸಿ ರೂಢಿಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2. ನಿಮ್ಮ ಸಹಪಾಠಿಗಳ ಎತ್ತರವನ್ನು ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಗಳಲ್ಲಿ ದಾಖಲಿಸಿ ಮತ್ತು ರೂಢಿಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

©KTBS Not to be republished

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

1. ಈ ಮುಂದಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ರೂಢಿಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

   12, 14, 12, 16, 15, 13, 14, 18, 19, 12, 14, 15, 16, 15, 16, 16, 15, 17, 13, 16, 16, 15, 15, 13, 15, 17, 15, 14, 15, 13, 15, 14,

2. 25 ಮಕ್ಕಳ ಎತ್ತರವನ್ನು (cm ನಲ್ಲಿ) ಮುಂದೆ ನೀಡಲಾಗಿದೆ.

   168, 165, 163, 160, 163, 161, 162, 164, 163, 162, 164, 163, 160, 163, 160, 165, 163, 162, 163, 164, 163, 160, 165, 163, 162

   ಅವರ ಎತ್ತರಗಳ ರೂಢಿಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು ? ರೂಢಿಬೆಲೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಇಲ್ಲಿ ನಾವು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದೇನು?

ಸರಾಸರಿಯು ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಎಲ್ಲ ವೀಕ್ಷಣೆಯ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ನಮಗೆ ನೀಡುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ರೂಢಿಬೆಲೆಯು ದತ್ತಾಂಶಗಳಲ್ಲಿ ಅತೀ ಹೆಚ್ಚು ಬಾರಿ ಪುನರಾವರ್ತಿತವಾದ ವೀಕ್ಷಣೆಯನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ.

ಮುಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ:

(a) ಒಂದು ಹಬ್ಬಕ್ಕೆ ಅಮಂತ್ರಿಸಿರುವ 25 ಜನರಿಗೆ ಬೇಕಾಗುವ ಚಪಾತಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೀವು ನಿರ್ಧರಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

(b) ಶರ್ಟ್‌ನ್ನು ಮಾರುವ ವರ್ತಕಿಯೊಬ್ಬಳು ಅವಳ ದಾಸ್ತಾನನ್ನು ಪುನರ್ಭರ್ತಿ ಮಾಡಲು ನಿರ್ಧರಿಸಿದಳು.

(c) ನಮ್ಮ ಮನೆಗೆ ಅವಶ್ಯವಿರುವ ಬಾಗಿಲಿನ ಎತ್ತರವನ್ನು ನಾವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾಗಿದೆ.

(d) ಒಂದು ಪ್ರವಾಸಕ್ಕೆ ನಾವು ಹೋಗುವಾಗ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೂ ಒಂದೇ ಒಂದು ಹಣ್ಣನ್ನು ತಂದರೆ ನಾವು ತರಬಹುದಾದ ಹಣ್ಣು ಯಾವುದು?

ಯಾವ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ನಾವು ರೂಢಿಬೆಲೆಯನ್ನು ಉತ್ತಮ ಅಂದಾಜು ಎಂದು ಬಳಸಬಹುದು?

ಮೊದಲ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಪ್ರತಿ ವ್ಯಕ್ತಿಗೆ ಬೇಕಾಗುವ ಚಪಾತಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು 2, 3, 2, 3, 2, 1, 2, 3, 2, 2, 4, 2, 2, 3, 2, 4, 4, 2, 3, 2, 4, 2, 4, 3, 5 ಆದರೆ

ದತ್ತಾಂಶದ ರೂಢಿಬೆಲೆ 2 ಚಪಾತಿಗಳು. ಈ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ರೂಢಿಬೆಲೆಯನ್ನು ಪ್ರಾತಿನಿಧಿಕ ಮೌಲ್ಯವಾಗಿ ನಾವು ಉಪಯೋಗಿಸಿದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೆ 2 ಚಪಾತಿಯಂತೆ 25 ಜನರಿಗೆ ಒಟ್ಟು 50 ಚಪಾತಿಗಳ ಅವಶ್ಯಕತೆಯಿದೆ. ಆದಾಗ್ಯೂ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಅಸಮರ್ಪಕ ಎಂದು ಗೊತ್ತಾಗುತ್ತದೆ. ಸರಾಸರಿಯು ಒಂದು ಸೂಕ್ತ ಪ್ರಾತಿನಿಧಿಕ ಮೌಲ್ಯವಾಗಬಹುದೇ?

ಮೂರನೇ ಹೇಳಿಕೆಗೆ, ಬಾಗಿಲಿನ ಎತ್ತರವು ಅದನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಿರುವ ವ್ಯಕ್ತಿಗಳ ಎತ್ತರಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದೆ. 5 ಮಕ್ಕಳು ಮತ್ತು 4 ವಯಸ್ಕರು ಆ ಬಾಗಿಲನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಿದ್ದು, ಪ್ರತಿ ಮಗುವಿನ ಎತ್ತರ ಸರಿಸುಮಾರು 135 cm ಇದೆ ಎಂದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಎತ್ತರಗಳ ರೂಢಿಬೆಲೆ 135 cm ಆಗಿರುತ್ತದೆ. 144 cm ಎತ್ತರವಿರುವ ಬಾಗಿಲಿನ ಅವಶ್ಯಕತೆ ನಮಗಿದೆಯೇ? ಎಲ್ಲಾ ವಯಸ್ಕರು ಆ ಬಾಗಿಲಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆಯೇ? ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ರೂಢಿಬೆಲೆಯು ಒಂದು ಪ್ರಾತಿನಿಧಿಕ ಮೌಲ್ಯವಲ್ಲ ಎಂಬುದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ.

©KTBS Not to be republished

ಎತ್ತರದ ಯಾವ ಪ್ರಾತಿನಿಧಿಕ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಬಾಗಿಲಿನ ಎತ್ತರವನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಬಳಸಬೇಕು?

ಅದೇ ರೀತಿ ಉಳಿದ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಿ ಮತ್ತು ಆ ಪ್ರಕರಣಗಳಿಗೆ ಉಪಯುಕ್ತವಾದ ಪ್ರಾತಿನಿಧಿಕ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ನಿಮ್ಮ ಸಹಪಾಠಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿ, ಇವುಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ:

(a) ಸರಾಸರಿಯು ಸೂಕ್ತವಾದ ಪ್ರಾತಿನಿಧಿಕ ಮೌಲ್ಯ ಎಂದು ಬಳಸಬಹುದಾದ ಎರಡು ಸನ್ನಿವೇಶಗಳು

(b) ರೂಢಿ ಬೆಲೆಯು ಸೂಕ್ತವಾದ ಪ್ರಾತಿನಿಧಿಕ ಮೌಲ್ಯ ಎಂದು ಬಳಸಬಹುದಾದ ಎರಡು ಸನ್ನಿವೇಶಗಳು.

3.7 ಮಧ್ಯಾಂಕ

ಕೆಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಅಂಕಗಣಿತ ಸರಾಸರಿಯು ಸೂಕ್ತವಾದ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿಯ ಅಳತೆಯಾದರೆ ಇನ್ನು ಕೆಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ರೂಢಿಬೆಲೆಯು ಸೂಕ್ತವಾದ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿಯ ಅಳತೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೇವೆ.

ಈಗ ನಾವು ಇನ್ನೊಂದು ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸೋಣ. ಮುಂದಿನಂತೆ ಎತ್ತರಗಳನ್ನು (cm ನಲ್ಲಿ) ಹೊಂದಿರುವ 17 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಗುಂಪನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ: 106, 110, 123, 125, 117, 120, 112, 115, 110, 120, 115, 102, 115, 115, 109, 115, 101

ಕ್ರೀಡಾ ಶಿಕ್ಷಕರು ತರಗತಿಯನ್ನು ಎರಡು ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಲು ಬಯಸುತ್ತಾರೆ. ಪ್ರತಿ ಗುಂಪು ಸಮಾನ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರಬೇಕು. ಒಂದು ಗುಂಪು ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಎತ್ತರಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಎತ್ತರ ಹೊಂದಿರಬೇಕು ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ಗುಂಪು ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಎತ್ತರಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಎತ್ತರ ಹೊಂದಿರಬೇಕು. ಇದನ್ನು ಶಿಕ್ಷಕರು ಹೇಗೆ ನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತಾರೆ ?

ಈಗ ನಾವು ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಇರುವ ವಿವಿಧ ಆಯ್ಕೆಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ:

(i) ಅವರು ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

$$\text{ಸರಾಸರಿ} = \frac{106+110+123+125+117+120+112+115+110+115+102+115+115+109+115+101}{17}$$

$$= \frac{1930}{17} = 113.5$$

©KTBS Not to be republished

ಆದ್ದರಿಂದ, ಶಿಕ್ಷಕರು ಸರಾಸರಿ ಎತ್ತರದ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಎರಡು ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ವಿಂಗಡಿಸಿದರೆ, ಒಂದು ಗುಂಪು ಸರಾಸರಿ ಎತ್ತರಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಎತ್ತರ ಹೊಂದಿರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ಗುಂಪು ಸರಾಸರಿ ಎತ್ತರಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಎತ್ತರ ಹೊಂದಿರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. ಆಗ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮವಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಆ ಗುಂಪುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 7 ಮತ್ತು 10 ಸದಸ್ಯರನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ.

(ii) ಅವರಿಗೆ ಎರಡನೆಯ ಆಯ್ಕೆ ರೂಢಿಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಆವೃತ್ತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವೀಕ್ಷಣೆಯು 115 cm ಆಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ರೂಢಿಬೆಲೆಯಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

7 ಮಕ್ಕಳ ಎತ್ತರ ರೂಢಿಬೆಲೆಗಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಿದೆ ಮತ್ತು 10 ಮಕ್ಕಳ ಎತ್ತರ ರೂಢಿಬೆಲೆಗೆ ಸಮವಿದೆ ಮತ್ತು ರೂಢಿಬೆಲೆಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, ನಾವು ಗುಂಪನ್ನು ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿ ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಈಗ ನಾವು ಪರ್ಯಾಯ ಪ್ರಾತಿನಿಧಿಕ ಮೌಲ್ಯ ಅಥವಾ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿಯ ಅಳತೆ ಬಗ್ಗೆ ಆಲೋಚಿಸೋಣ. ಇದನ್ನು ಮಾಡಲು ನಾವು ಪುನಃ ದತ್ತ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಎತ್ತರಗಳನ್ನು (cm ನಲ್ಲಿ) ಗಮನಿಸೋಣ ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಏರಿಕೆ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆಯೋಣ. ಅವು ಮುಂದಿನಂತಿವೆ:

101, 102, 106, 109, 110, 112, 115, 115, 115, 115, 115, 117, 120, 120, 123, 125.

ಈ ದತ್ತಾಂಶದಲ್ಲಿ ಮಧ್ಯದ ಮೌಲ್ಯ 115, ಏಕೆಂದರೆ ಈ ಮೌಲ್ಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲಿ 8 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿರುವಂತೆ ಎರಡು ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು **ಮಧ್ಯಾಂಕ** ಎನ್ನುವರು. ಮಧ್ಯಾಂಕವು ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಇರುವ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. (ಏರಿಕೆ ಅಥವಾ ಇಳಿಕೆ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿದಾಗ) ಹಾಗೂ ಅರ್ಧ ದತ್ತಾಂಶಗಳು ಆ ಮೌಲ್ಯಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಮತ್ತು ಇನ್ನು ಅರ್ಧ ದತ್ತಾಂಶಗಳು ಆ ಮೌಲ್ಯಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರುತ್ತವೆ. ಕ್ರೀಡಾ ಶಿಕ್ಷಕರು ಮಧ್ಯದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯನ್ನು ಆಟದಲ್ಲಿ ರೆಫ್ರಿಯಾಗಿ ಇರುವಂತೆ ನಿರ್ಧರಿಸುತ್ತಾರೆ.

ಇಲ್ಲಿ, ನಾವು ಕೇವಲ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯ ವೀಕ್ಷಣೆಗಳಿರುವ ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಪರಿಗಣಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಹೀಗಾಗಿ, ಕೊಟ್ಟಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು, ಏರಿಕೆ ಅಥವಾ ಇಳಿಕೆ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿದಾಗ, **ಮಧ್ಯಾಂಕವು,** ಮಧ್ಯದ ವೀಕ್ಷಣೆಯನ್ನು ನಮಗೆ ನೀಡುತ್ತದೆ.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಮತ್ತು ರೂಢಿಬೆಲೆಗಳಿಗೆ ಒಂದೇ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ನಾವು ಪಡೆಯಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತ, ಕೊಟ್ಟಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಮತ್ತು ರೂಢಿಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರು. ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತನ ಉತ್ತರದಲ್ಲಿ ದೋಷವಿದ್ದಲ್ಲಿ ಸರಿಪಡಿಸಿ ಮತ್ತು ವಿವರಿಸಿ.

35, 32, 35, 42, 38, 32, 34.

ಮಧ್ಯಾಂಕ = 42 ರೂಢಿಬೆಲೆ = 32.

©KTBS Not to be republished

ಹೀಗಾಗಿ ಸರಾಸರಿ, ಮಧ್ಯಾಂಕ ಮತ್ತು ರೂಢಿಬೆಲೆಗಳು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದು, ಅವು ಒಂದು ಗುಂಪಿನ ವೀಕ್ಷಣೆಗಳು ಅಥವಾ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಪ್ರಾತಿನಿಧಿಕ ಮೌಲ್ಯಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಅವುಗಳು ದತ್ತಾಂಶದ ಗರಿಷ್ಠ ಮತ್ತು ಕನಿಷ್ಠ ವೀಕ್ಷಣೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುತ್ತವೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿಯ ಅಳತೆಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 7. ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ: 24, 36, 46, 17, 18, 25, 35.

ಪರಿಹಾರ: ನಾವು ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಏರಿಕೆ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿದಾಗ, 17, 18, 24, 25, 35, 36, 46 ಆಗುವುದು. ಮಧ್ಯಾಂಕವು ಮಧ್ಯದ ವೀಕ್ಷಣೆ. ಆದ್ದರಿಂದ 25 ಮಧ್ಯಾಂಕವಾಗಿದೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ 3.2

1. ಗಣಿತದಲ್ಲಿ 15 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪಡೆದಿರುವ ಅಂಕಗಳು (25 ಕ್ಕೆ) ಮುಂದಿನಂತಿವೆ.
   19, 25, 23, 20, 9, 20, 15, 10, 5, 16, 25, 20, 24, 12, 20.
   ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿ ಮತ್ತು ಮಧ್ಯಾಂಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಅವೆರಡೂ ಒಂದೇ ಆಗಿದೆಯೇ?
2. 11 ಆಟಗಾರರು ಒಂದು ಕ್ರಿಕೆಟ್ ಪಂದ್ಯದಲ್ಲಿ ಗಳಿಸಿದ ರನ್‌ಗಳು ಮುಂದಿನಂತಿವೆ:
   6, 15, 120, 50, 100, 80, 10, 15, 8, 10, 15.

ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸರಾಸರಿ, ಮಧ್ಯಾಂಕ ಮತ್ತು ರೂಢಿಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಈ ಮೂರು ಒಂದೇ ಆಗಿವೆಯೇ?

3. ಒಂದು ತರಗತಿಯ 15 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ತೂಕ (kg ಗಳಲ್ಲಿ) ಇಂತಿವೆ: 38, 42, 35, 37, 45, 50, 32, 43, 43, 40, 36, 38, 43, 38, 47.
   (i) ಈ ದತ್ತಾಂಶದ ರೂಢಿಬೆಲೆ ಮತ್ತು ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
   (ii) ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ರೂಢಿಬೆಲೆ ಇದೆಯೇ?
4. ಈ ದತ್ತಾಂಶದ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಮತ್ತು ರೂಢಿಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:
   13, 16, 12, 14, 19, 12, 14, 13, 14.

5. ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಸರಿಯೋ ಅಥವಾ ತಪ್ಪೋ ತಿಳಿಸಿ:
   (i) ರೂಢಿಬೆಲೆಯು ಯಾವಾಗಲೂ ದತ್ತಾಂಶದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ.
   (ii) ಸರಾಸರಿಯು ದತ್ತಾಂಶದ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.
   (iii) ಮಧ್ಯಾಂಕ ಯಾವಾಗಲೂ ದತ್ತಾಂಶಗಳಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.
   (iv) 6, 4, 3, 8, 9, 12, 13, 9. ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸರಾಸರಿ 9 ಆಗಿದೆ.

©KTBS Not to be republished

3.8 ವಿವಿಧ ಉದ್ದೇಶಗಳಿಗಾಗಿ ಸ್ತಂಭಲೇಖದ ಉಪಯೋಗ

ಹಿಂದಿನ ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ನಾವು ಸಂಗ್ರಹಿಸಿದ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಮೊದಲು ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸುವುದು ಹೇಗೆ ಮತ್ತು ಆನಂತರ ಈ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಚಿತ್ರಲೇಖ ಅಥವಾ ಸ್ತಂಭಲೇಖ ರೂಪದಲ್ಲಿ ದ್ರಾಶ್ಯಿಕವಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದನ್ನು ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ. ನೀವು ಸ್ತಂಭಲೇಖಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಮಾಹಿತಿ ಪಡೆಯಬಹುದು. ಸ್ತಂಭಲೇಖಗಳನ್ನಾಧರಿಸಿ ನೀವು ಮಾಹಿತಿಯನ್ನೂ ಸಹ ಪಡೆಯಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಸ್ತಂಭಗಳು ಆವೃತ್ತಿಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿದರೆ, ರೂಢಿಬೆಲೆಯು ಅತ್ಯಂತ ಉದ್ದದ ಸ್ತಂಭ ಎಂದು ನೀವು ಹೇಳಬಹುದು.

3.8.1. ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು (ಸ್ಕೇಲ್) ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡುವುದು

ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ, ಸ್ತಂಭಲೇಖವು ಸಮನಾದ ಅಗಲದ ಸ್ತಂಭಗಳನ್ನು ಬಳಸಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದಾಗಿದ್ದು, ಸ್ತಂಭಗಳ ಉದ್ದ ಆವೃತ್ತಿಯನ್ನು ಮತ್ತು ನೀವು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿದ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿರುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಸ್ತಂಭಲೇಖದಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಏಕಮಾನದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಬೇಕಾದಾಗ ಆಲೇಖವು ಒಂದು ವೀಕ್ಷಣೆಗೆ ಒಂದು ಏಕಮಾನ ಉದ್ದವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹತ್ತು ಅಥವಾ ನೂರುಗಳಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಬೇಕಾದಾಗ ಒಂದು ಏಕಮಾನ ಉದ್ದವು 10 ಅಥವಾ 100 ವೀಕ್ಷಣೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ. ಮುಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ:

ಉದಾಹರಣೆ 8. 6 ಮತ್ತು 7 ನೇ ತರಗತಿಯ 200 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ, ಅವರಿಗೆ ಇಷ್ಟವಾದ ಬಣ್ಣವನ್ನು ತಿಳಿಸಲು ಮತ್ತು ಅವರ ಶಾಲಾ ಕಟ್ಟಡವು ಯಾವ ಬಣ್ಣ ಹೊಂದಿರಬೇಕು ಎನ್ನುವುದನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಕೇಳಲಾಯಿತು. ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಮುಂದಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಸ್ತಂಭಲೇಖದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿ.

ಇಷ್ಟವಾದ ಬಣ್ಣ	ಕೆಂಪು	ಹಸಿರು	ನೀಲಿ	ಹಳದಿ	ಕೇಸರಿ
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	43	19	55	49	34

ಸ್ತಂಭಲೇಖದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಮುಂದಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ:

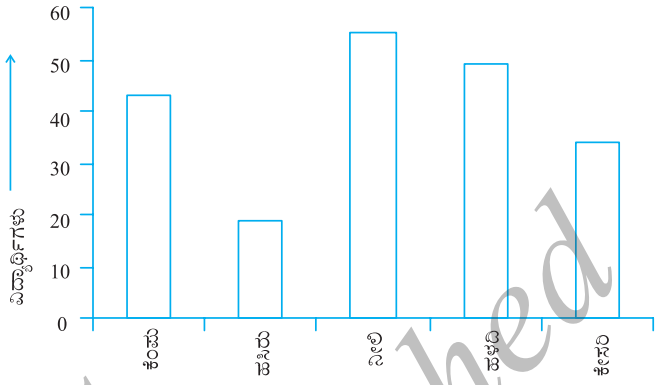
(i) ಯಾವುದು ಹೆಚ್ಚು ಆದ್ಯತೆ ನೀಡಿರುವ ಬಣ್ಣ ಮತ್ತು ಕಡಿಮೆ ಆದ್ಯತೆ ನೀಡಿರುವ ಬಣ್ಣವಾಗಿದೆ?

(ii) ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಬಣ್ಣಗಳಿವೆ? ಅವು ಯಾವುವು?

©KTBS Not to be republished

ಪರಿಹಾರ: ಮುಂದಿನಂತೆ ಸೂಕ್ತ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿ:

ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು '0' ಯಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ. ದತ್ತಾಂಶದಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಮೌಲ್ಯ 55. ಆದ್ದರಿಂದ 55 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಮೌಲ್ಯಕ್ಕೆ ಅಂದರೆ 60 ಕ್ಕೆ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕೊನೆಗೊಳಿಸಿ. ನಕ್ಷೆಯ ಉದ್ದಕ್ಕೂ 10 ಹೆಚ್ಚಾಗುವಂತೆ ಸಮಾನ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ, ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ ಎಲ್ಲ ಸ್ತಂಭಗಳು 0 ಮತ್ತು 60ರ ನಡುವೆ ಇರುವಂತೆ ಹೆಚ್ಚು ಉದ್ದವೂ ಅಥಾವ ಚಿಕ್ಕದಾಗಿಯೂ ಇಲ್ಲದಂತೆ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಇಲ್ಲಿ ನಾವು 10 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ 1 ಏಕಮಾನವೆಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ.



ಸ್ತಂಭಲೇಖದಿಂದ ನಾವು ನಿರ್ಧರಿಸುವುದೇನೆಂದರೆ,

(i) ನೀಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಆದ್ಯತೆಯ ಬಣ್ಣ. (ಏಕೆಂದರೆ ನೀಲಿ ಬಣ್ಣವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಸ್ತಂಭವು ಅತ್ಯಂತ ಉದ್ದವಾಗಿದೆ.)

(i) ಹಸಿರು ಕಡಿಮೆ ಆದ್ಯತೆಯ ಬಣ್ಣ. (ಏಕೆಂದರೆ ಹಸಿರು ಬಣ್ಣವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಸ್ತಂಭವು ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕದಾಗಿದೆ.)

(iii) ಅಲ್ಲಿ 5 ಬಣ್ಣಗಳಿವೆ. ಅವು ಕೆಂಪು, ಹಸಿರು, ನೀಲಿ, ಹಳದಿ, ಮತ್ತು ಕೇಸರಿ. (ಇವುಗಳನ್ನು ಅಡ್ಡ ಗೆರೆಯ ಮೇಲೆ ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ.)

ಉದಾಹರಣೆ 9. ಮುಂದಿನ ದತ್ತಾಂಶ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ತರಗತಿಯ ಆರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪಡೆದ ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳನ್ನು (600 ಕ್ಕೆ) ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಸ್ತಂಭಾಲೇಖದಲ್ಲಿ ನಿರೂಪಿಸಿ.

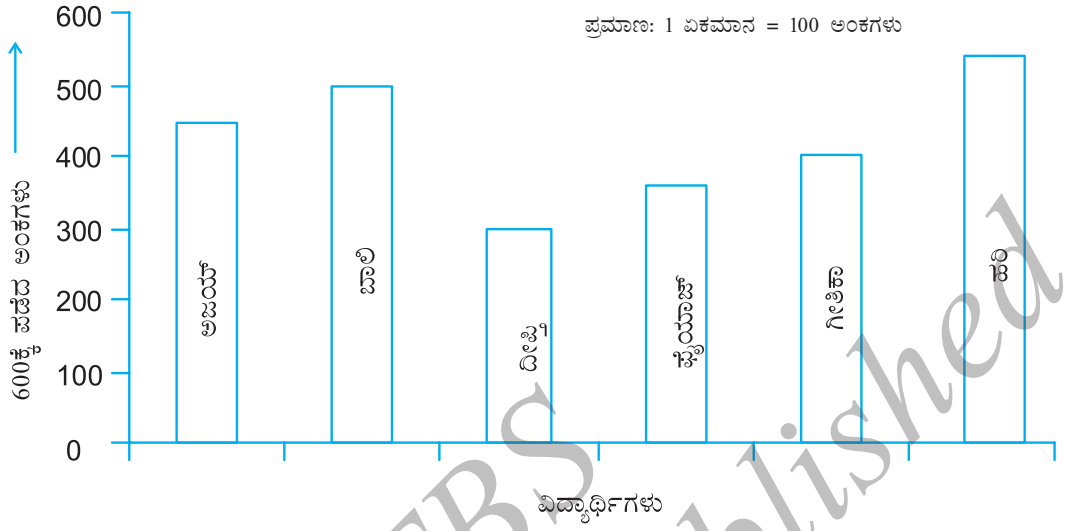
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು	ಅಜಯ್	ಬಾಲಿ	ದೀಪ್ತಿ	ಫೈಯಾಜ್	ಗೀತಿಕಾ	ಹರಿ
ಗಳಿಸಿದ ಅಂಕಗಳು	450	500	300	360	400	540

ಪರಿಹಾರ:

(i) ಒಂದು ಸೂಕ್ತ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲು ನಾವು 100 ರಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಳವಿರುವಂತೆ ಸಮಾನ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡುತ್ತೇವೆ. ಹೀಗೆ 1 ಏಕಮಾನವು 100 ಅಂಕಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ. (1 ಏಕಮಾನವು 10 ಅಂಕಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಂತೆ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿದಾಗ ಆಗುವ ತೊಂದರೆಯೇನು?)

(ii) ಈಗ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಸ್ತಂಭಾಲೇಖದಲ್ಲಿ ಗುರ್ತಿಸಿ.

©KTBS Not to be republished



ದ್ವಿಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ರಚಿಸುವುದು.

ಅಬರ್ದೀನ್ ಮತ್ತು ಮಾರ್ಗೆಟ್ ಈ ಎರಡು ನಗರಗಳಲ್ಲಿ ವರ್ಷದ ಎಲ್ಲಾ ಹನ್ನೆರಡು ತಿಂಗಳುಗಳಲ್ಲಿ ಗೋಚರವಾಗುವ ಬೆಳಕಿನ ಸರಾಸರಿ ಗಂಟೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿರುವುದನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಈ ನಗರಗಳು ದಕ್ಷಿಣ ಧ್ರುವದ ಸಮೀಪ ಇವೆ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿದಿನ ಕೇವಲ ಕೆಲವು ಗಂಟೆಗಳಷ್ಟು ಬೆಳಕನ್ನು ಮಾತ್ರ ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ.

ಮಾರ್ಗೆಟ್												
	ಜ	ಫೆ	ಮಾ	ಎ	ಮೇ	ಜೂ	ಜು	ಆ	ಸೆ	ಅ	ನ	ಡಿ
ಸರಾಸರಿ ಬಿಸಿಲು (ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ)	2	$3\frac{1}{4}$	4	4	$7\frac{3}{4}$	8	7	$7\frac{1}{2}$	6	$6\frac{1}{4}$	4	2
ಅಬರ್ದೀನ್												
ಸರಾಸರಿ ಬಿಸಿಲು (ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ)	$1\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$	6	$5\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$	5	$4\frac{1}{2}$	4	3	$1\frac{3}{4}$

ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ನೀವು ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಬಹುದು.

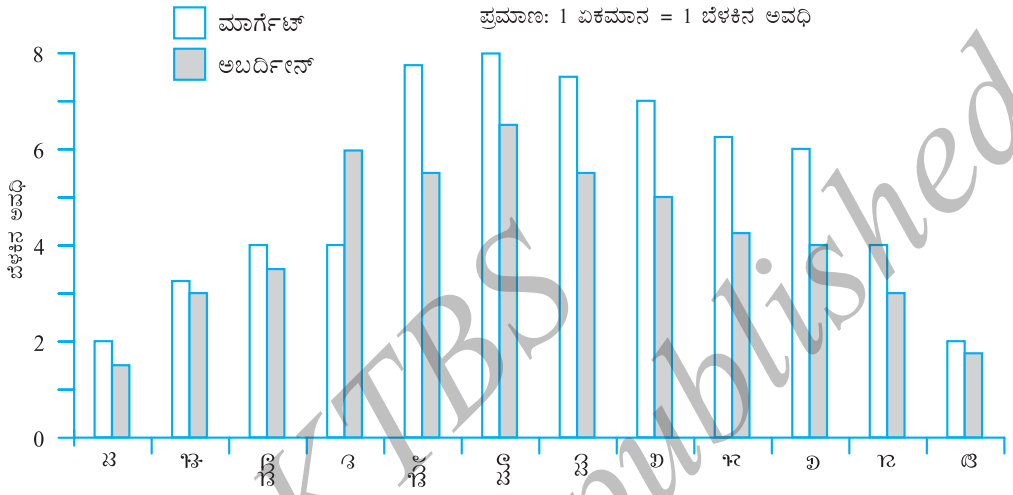
(i) ಪ್ರತಿ ನಗರವು ಯಾವ ತಿಂಗಳಿನಲ್ಲಿ ಗರಿಷ್ಠ ಸೂರ್ಯನ ಬೆಳಕನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ?

(ii) ಪ್ರತಿ ನಗರವು ಯಾವ ತಿಂಗಳಿನಲ್ಲಿ ಕನಿಷ್ಠ ಸೂರ್ಯನ ಬೆಳಕನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ?

"ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ತಿಂಗಳಿನಲ್ಲಿ, ಯಾವ ನಗರವು ಹೆಚ್ಚು ಗಂಟೆ ಬೆಳಕನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ." ಇಂತಹ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಲು ನಾವು ಎರಡೂ ನಗರಗಳ ಸರಾಸರಿ ಬೆಳಕಿನ ಗಂಟೆಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವುದು ಅವಶ್ಯಕ. ಇದನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ನಾವು ದ್ವಿಸ್ತಂಭಾಲೇಖವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಕಲಿಯಬೇಕು. ಇದು ಎರಡೂ ನಗರಗಳ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಜೊತೆಜೊತೆಯಾಗಿ ನೀಡುತ್ತದೆ. ಈ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ (ಆಕೃತಿ 3.1) ಎರಡು ನಗರಗಳ ಬೆಳಕಿನ ಗಂಟೆಗಳ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.

©KTBS Not to be republished

ಪ್ರತಿ ತಿಂಗಳಿಗೆ ಎರಡು ಸ್ತಂಭಗಳಿವೆ. ಇವುಗಳ ಎತ್ತರವು ಪ್ರತಿ ತಿಂಗಳ ಸರಾಸರಿ ಬೆಳಕಿನ ಗಂಟೆಗಳನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ. ಇದರಿಂದ ನಾವು ಏಪ್ರಿಲ್ ತಿಂಗಳು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ, ಅಬರ್ದೀನ್‌ಗಿಂತ ಮಾರ್ಗೆಟ್‌ನಲ್ಲಿ ಯಾವಾಗಲೂ ಹೆಚ್ಚು ಹಗಲು ಇರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದಾಗಿ ತೀರ್ಮಾನಿಸಬಹುದು ನೀವು ನಿಮ್ಮ ಪ್ರದೇಶ ಅಥವಾ ನಿಮ್ಮ ನಗರದ ಆಲೇಖವನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಹಾಕಬಹುದು.



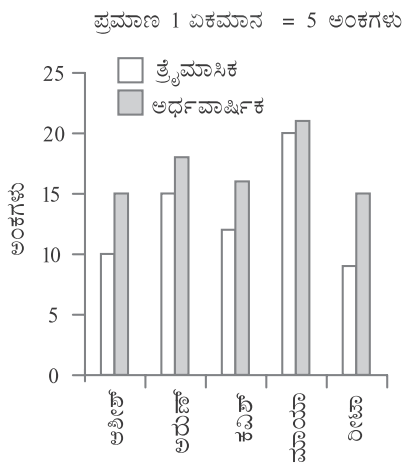
ಈಗ ನಾವು ನಮಗೆ ಹೆಚ್ಚು ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸೋಣ.

ಉದಾಹರಣೆ 10. ಒಬ್ಬ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಕರು, ತ್ರೈಮಾಸಿಕ ಪರೀಕ್ಷೆಯ ನಂತರ ಅವರು ಬಳಸಿದ ಹೊಸ ಬೋಧನಾ ತಂತ್ರ ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿದೆಯೇ ಅಥವಾ ಇಲ್ಲವೇ ಎಂದು ತಿಳಿಯಲು ಇಚ್ಛಿಸಿದರು. ಅವರು ತ್ರೈಮಾಸಿಕ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ (25 ಕ್ಕೆ) ಮತ್ತು ಅರ್ಧ ವಾರ್ಷಿಕ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ (25 ಕ್ಕೆ) ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ಹಿಂದುಳಿದ 5 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಅಂಕಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರು.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು	ಆಶೀಶ್	ಅರುಣ್	ಕವಿಶ್	ಮಾಯಾ	ರೀಟಾ
ತ್ರೈಮಾಸಿಕ	10	15	12	20	9
ಅರ್ಧವಾರ್ಷಿಕ	15	18	16	21	15

ಪರಿಹಾರ: ಅವರು ದ್ವಿಸ್ತಂಭಾಲೇಖವನ್ನು ರಚಿಸಿದರು ಮತ್ತು ಬಹುತೇಕ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಮನಾರ್ಹವಾದ ಪ್ರಗತಿ ಸಾಧಿಸಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಹೊಸ ಬೋಧನಾ ತಂತ್ರವನ್ನು ಮುಂದುವರೆಸಲು ನಿರ್ಧರಿಸುತ್ತಾರೆ.

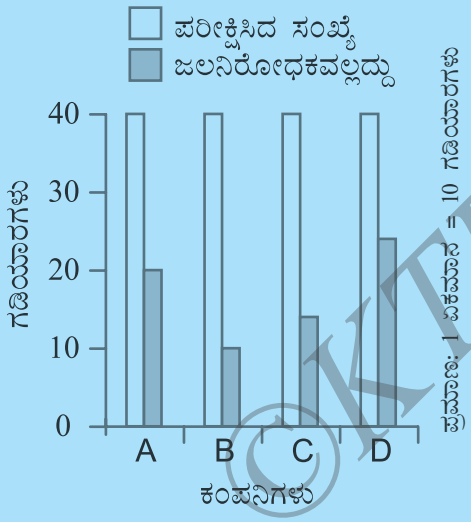
ದ್ವಿ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ಬಳಸುವ ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ನೀವು ಆಲೋಚಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?



©KTBS Not to be republished

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

1. ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ (ಚಿತ್ರ 3.2)ವು ವಿವಿಧ ಕಂಪನಿಗಳು ತಯಾರಿಸಿದ ಜಲನಿರೋಧಕ ಗಡಿಯಾರಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸುವ ಸಮೀಕ್ಷೆಯ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಪ್ರತಿ ಕಂಪನಿಯು ನನ್ನ ಗಡಿಯಾರಗಳು ಜಲನಿರೋಧಕ ಎಂದು ಹಕ್ಕು ಸಾಧಿಸಿತು. ಒಂದು ಪರೀಕ್ಷೆಯ ನಂತರ ಈ ಮುಂದಿನಂತೆ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಬಹಿರಂಗ ಪಡಿಸಲಾಯಿತು.



(a) ಜಲನಿರೋಧಕವಲ್ಲದ ಗಡಿಯಾರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೂ ಪ್ರತಿ ಕಂಪನಿಯ ಪರೀಕ್ಷೆಗೊಂಡ ಗಡಿಯಾರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೂ ಇರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ನೀವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಲ್ಲಿರಾ?

(b) ಇದರ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಯಾವ ಕಂಪನಿಯು ಉತ್ತಮ ಗಡಿಯಾರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಎಂದು ನೀವು ಹೇಳಬಲ್ಲೀರಾ?

2. 1995, 1996, 1997 ಮತ್ತು 1998 ರಲ್ಲಿ ಮಾರಾಟವಾದ ಇಂಗ್ಲೀಷ್ ಮತ್ತು ಹಿಂದಿ ಪುಸ್ತಕಗಳ ಮಾಹಿತಿ ಮುಂದಿನಂತಿದೆ:

ವರ್ಷಗಳು	1955	1996	1997	1998
ಇಂಗ್ಲೀಷ್	350	400	450	620
ಹಿಂದಿ	500	525	600	650

ದ್ವಿಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ರಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಮುಂದಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ:

(a) ಯಾವ ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಎರಡೂ ಭಾಷೆಗಳ ಪುಸ್ತಕಗಳ ಮಾರಾಟ ಅತ್ಯಂತ ಕಡಿಮೆ ಇದೆ?

(b) ಇಂಗ್ಲೀಷ್ ಪುಸ್ತಕಗಳ ಬೇಡಿಕೆ ವೇಗವಾಗಿ ಏರಿಕೆಯಾಯಿತು ಎಂದು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ? ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

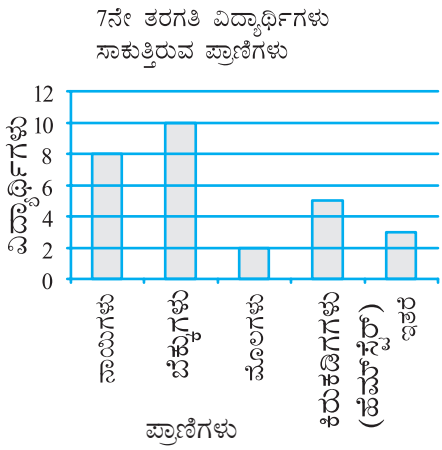
ಅಭ್ಯಾಸ 3.3

1. ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ (ಚಿತ್ರ 3.3) ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಮುಂದಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ:

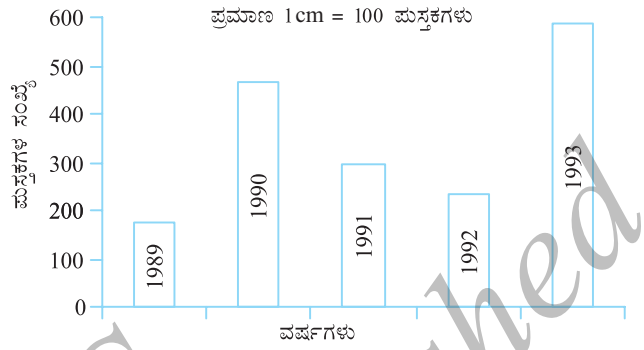
(a) ಯಾವುದು ಅತ್ಯಂತ ಪ್ರಸಿದ್ಧ ಸಾಕುಪ್ರಾಣಿ?

(b) ಎಷ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ನಾಯಿಯನ್ನು ಸಾಕು ಪ್ರಾಣಿಯಾಗಿ ಹೊಂದಿದ್ದಾರೆ?

©KTBS Not to be republished



ಚಿತ್ರ 3.3



ಚಿತ್ರ 3.4

2. ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ (ಚಿತ್ರ 3.4) ಗಮನಿಸಿ. ಇದು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ 5 ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪುಸ್ತಕ ಮಳಿಗೆಯಲ್ಲಿ ಮಾರಾಟವಾದ ಪುಸ್ತಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಮುಂದಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ.
   (i) 1989, 1990, 1992 ರಲ್ಲಿ ಸುಮಾರು ಎಷ್ಟು ಪುಸ್ತಕಗಳು ಮಾರಾಟವಾದವು?
   (ii) ಯಾವ ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಸುಮಾರು 475 ಪುಸ್ತಕಗಳು ಮಾರಾಟವಾದವು ಮತ್ತು ಯಾವ ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಸುಮಾರು 225 ಪುಸ್ತಕಗಳು ಮಾರಾಟವಾದವು?
   (iii) ಯಾವ ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಮಾರಾಟವಾದ ಪುಸ್ತಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 250 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇದೆ?
   (iv) 1989ರಲ್ಲಿ ಮಾರಾಟವಾದ ಪುಸ್ತಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೇಗೆ ಅಂದಾಜಿಸುವಿರಿ ಎಂಬುದನ್ನು ವಿವರಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?

3. ಆರು ವಿವಿಧ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮುಂದೆ ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಸ್ತಂಭಾಲೇಖದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿ.

ತರಗತಿ	5ನೇ	6ನೇ	7ನೇ	8ನೇ	9ನೇ	10ನೇ
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	135	120	95	100	90	80

   (a) ನೀವು ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಹೇಗೆ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡುತ್ತೀರಾ?
   (b) ಮುಂದಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ:
   (i) ಯಾವ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಗರಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿದ್ದಾರೆ? ಮತ್ತು ಯಾವ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿದ್ದಾರೆ?
   (ii) 6ನೇ ತರಗತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೂ 8ನೇ ತರಗತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೂ ಇರುವ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4. 1ನೇ ಮತ್ತು 2ನೇ ಸೆಮಿಸ್ಟರ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಾಧನೆಯನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಸೂಕ್ತ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿ ದ್ವಿಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ರಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಮುಂದಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ:

©KTBS Not to be republished

ವಿಷಯ	ಇಂಗ್ಲೀಷ್	ಹಿಂದಿ	ಗಣಿತ	ವಿಜ್ಞಾನ	ಸಮಾಜ ವಿಜ್ಞಾನ
1ನೇ ಸೆಮಿಸ್ಟರ್ (ಗರಿಷ್ಟ.ಅಂಕ 100)	67	72	88	81	73
2ನೇ ಸೆಮಿಸ್ಟರ್ (ಗರಿಷ್ಟ.ಅಂಕ 100)	70	65	95	85	75

(i) ಯಾವ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಅತ್ಯುತ್ತಮವಾದ ಪ್ರಗತಿಯನ್ನು ಸಾಧಿಸಿದ್ದಾನೆ?

(ii) ಯಾವ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಕನಿಷ್ಠ ಮಟ್ಟದ ಪ್ರಗತಿಯಾಗಿದೆ?

(iii) ಯಾವುದಾದರೂ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಸಾಧನೆ ಅತಿ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿದೆಯೇ?

5. ಒಂದು ಕಾಲೋನಿಯ ಸಮೀಕ್ಷೆಯಿಂದ ಸಂಗ್ರಹವಾದ ಈ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.

ನೆಚ್ಚಿನ ಕ್ರೀಡೆ	ಕ್ರಿಕೆಟ್	ಬಾಸ್ಕೆಟ್‌ಬಾಲ್	ಈಜುಗಾರಿಕೆ	ಹಾಕಿ	ಅಥ್ಲೆಟಿಕ್ಸ್
ನೋಡುವುದು	1240	470	510	430	250
ಭಾಗವಹಿಸುವುದು	620	320	320	250	105

(i) ಸೂಕ್ತ ಪ್ರಮಾಣ ಆಯ್ಕೆಮಾಡಿ ದ್ವಿಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ರಚಿಸಿ. ಸ್ತಂಭಾಲೇಖದಿಂದ ನೀವು ಏನನ್ನು ತೀರ್ಮಾನಿಸುವಿರಿ?

(ii) ಅತ್ಯಂತ ಪ್ರಸಿದ್ಧವಾದ ಕ್ರೀಡೆ ಯಾವುದು?

(iii) ಯಾವುದಕ್ಕೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಆದ್ಯತೆ ನೀಡಲಾಗಿದೆ, ವೀಕ್ಷಿಸುವಿಕೆ ಅಥವಾ ಭಾಗವಹಿಸುವಿಕೆ?

6. ಈ ಅಧ್ಯಾಯದ ಪ್ರಾರಂಭದಲ್ಲಿ ನೀಡಿರುವ ವಿವಿಧ ನಗರಗಳ ಗರಿಷ್ಠ ಮತ್ತು ಕನಿಷ್ಠ ತಾಪಮಾನವನ್ನು ತೋರಿಸುವ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು (ಕೋಷ್ಟಕ 3.1) ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಈ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಬಳಸಿ ದ್ವಿಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ನಕ್ಷೆ ರಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಮುಂದಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ:

(i) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ದಿನಾಂಕದಲ್ಲಿ ಯಾವ ನಗರದ ಕನಿಷ್ಠ ತಾಪಮಾನ ಮತ್ತು ಗರಿಷ್ಠ ತಾಪಮಾನದಲ್ಲಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಅತ್ಯಂತ ಹೆಚ್ಚಿದೆ?

(ii) ಅತ್ಯಂತ ಹೆಚ್ಚು ತಾಪಮಾನ ಇರುವ ನಗರ ಮತ್ತು ಹೆಚ್ಚು ತಂಪಾಗಿರುವ ನಗರ ಯಾವುದು?

(iii) ಒಂದರ ಗರಿಷ್ಠ ತಾಪಮಾನವು ಇನ್ನೊಂದರ ಕನಿಷ್ಠ ತಾಪಮಾನಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ಎರಡು ನಗರಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ.

(iv) ಕನಿಷ್ಠ ಮತ್ತು ಗರಿಷ್ಠ ತಾಪಮಾನಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಅತೀ ಕಡಿಮೆ ಹೊಂದಿರುವ ನಗರವನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ.

©KTBS Not to be republished

3.9 ಅವಕಾಶ ಮತ್ತು ಸಂಭವನೀಯತೆ

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

ಖಂಡಿತವಾಗಿಯೂ ಸಂಭವಿಸುವ, ಸಾಧ್ಯವೇ ಇಲ್ಲದ ಆಗಬಹುದು ಅಥವಾ ಆಗದೇ ಇರಬಹುದಾದ ಅಂದರೆ ಆಗುವ ಅವಕಾಶ ಸ್ವಲ್ಪ ಇದೆ ಎನ್ನುವ ಕೆಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ಆಲೋಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೆ ಕನಿಷ್ಠ 3 ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿಮಾಡಿ.

ನಮ್ಮ ನಿತ್ಯಜೀವನದಲ್ಲಿ ಈ ಪದಗಳನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಕೇಳುತ್ತಿರುತ್ತೇವೆ: ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ "ಇಂದು ಮಳೆಯಾಗುವ ಸಾಧ್ಯತೆ ಇಲ್ಲ", ಮತ್ತು ಇದರಂತೆಯೇ "ಭಾರತ ವಿಶ್ವಕಪ್ ಗೆಲ್ಲುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಇದೆ," ಎಂಬುದಾಗಿ ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. ಈ ಪದಗಳನ್ನು ಸ್ವಲ್ಪ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ. ಈ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.

(i) ಸೂರ್ಯನು ಪಶ್ಚಿಮದಿಂದ ಮೇಲೇರುತ್ತಿರುವುದು

(ii) ಒಂದು ಇರುವೆ 3m ಎತ್ತರ ಬೆಳೆಯುವುದು

(iii) ನೀವು ಹೆಚ್ಚು ಘನಫಲ ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಘನವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಅದರ ಅಂಚಿನ ಉದ್ದವೂ ಸಹ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ.

(iv) ನೀವು ಹೆಚ್ಚು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ವೃತ್ತ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಆಗ ಅದರ ತ್ರಿಜ್ಯವೂ ಸಹ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ.

(v) ಭಾರತವು ಮುಂದಿನ ಟೆಸ್ಟ್ ಸರಣಿ ಜಯಿಸುವುದು.

ಮೇಲೆ ನೀಡಿರುವ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ, ಸೂರ್ಯ ಪಶ್ಚಿಮದಿಂದ ಮೇಲೇರುತ್ತಿರುವುದು ಎಂಬುದು. ಒಂದು ಇರುವೆ 3 m ಎತ್ತರ ಬೆಳೆಯುವುದು ಎನ್ನುವುದೂ ಸಹ ಅಸಾಧ್ಯ ಎಂದು ನೀವು ಹೇಳುತ್ತೀರಿ. ಇನ್ನೊಂದೆಡೆ ಹೆಚ್ಚು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ ಖಂಡಿತವಾಗಿಯೂ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಅದೇ ರೀತಿ ಹೆಚ್ಚು ಘನಫಲ ಹೊಂದಿರುವ ಘನದ ಅಂಚಿನ ಉದ್ದ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನೀವು ಹೇಳಬಹುದು. ಇನ್ನೊಂದೆಡೆ ಭಾರತವು ಮುಂದಿನ ಟೆಸ್ಟ್ ಸರಣಿ ಗೆಲ್ಲಬಹುದು ಅಥವಾ ಸೋಲಬಹುದು. ಎರಡೂ ಸಹ ಸಾಧ್ಯ.

3. 9.1. ಅವಕಾಶ

ನೀವು ಒಂದು ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ, ಯಾವುದು ಮೇಲೆ ಕಾಣುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿಯಾಗಿ ಊಹಿಸುವಿರಾ? ಒಂದು ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಚಿಮ್ಮಿ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ಬಾರಿಯ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಊಹಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ವೀಕ್ಷಣೆಗಳನ್ನು ಮುಂದಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಚಿಮ್ಮಿದ ಸಂಖ್ಯೆ	ಊಹಿಸಿದ ಫಲಿತಾಂಶ	ಬಂದ ಫಲಿತಾಂಶ

ಇದನ್ನು 10 ಬಾರಿ ಮಾಡಿ. ಗಳಿಸಿದ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ನೀವು ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು

©KTBS Not to be republished

ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಾಣುವಿರಾ? ಪ್ರತಿ 'ಶಿರ'ದ ನಂತರ ನೀವು ಎನನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೀರಾ? ಪ್ರತಿ ಬಾರಿಯೂ ನೀವು ಶಿರ ಪಡೆಯುವಿರಾ? ಇನ್ನೂ 10 ಬಾರಿ ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಚಿಮ್ಮಿ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ದಾಖಲಿಸಿ.

ಪಡೆದಿರುವ ಫಲಿತಾಂಶವು ಯಾವುದೇ ಸ್ಪಷ್ಟವಾದ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ತೋರಿಸುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ತಿಳಿಯುವಿರಿ. ಸುಶೀಲ ಮತ್ತು ಸಲ್ಮಾ 25 ಬಾರಿ ನಾಣ್ಯ ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ ಬಂದಿರುವ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ನೀಡಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ H ಶಿರವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿದರೆ T ಪುಚ್ಛವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ.

ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ಫಲಿತಾಂಶ	H	T	T	H	T	T	T	H	T	T	H	H	H	H	H
ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25					
ಫಲಿತಾಂಶ	T	T	H	T	T	T	T	T	T	T					

ಈ ದತ್ತಾಂಶ ನಿಮಗೆ ಏನನ್ನು ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ? ಶಿರ ಮತ್ತು ಪುಚ್ಛಕ್ಕೆ ಒಂದು ಊಹಿಸಬಹುದಾದ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಾಣುವಿರಾ? ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಶಿರ ಅಥವಾ ಪುಚ್ಛ ಮೇಲೆ ಕಾಣುವುದಕ್ಕೆ ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾದ ವಿನ್ಯಾಸ ಇರುವುದಿಲ್ಲ. ನೀವು ಪ್ರತಿಬಾರಿ ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ ಫಲಿತಾಂಶವು ಶಿರ ಅಥವಾ ಪುಚ್ಛ ಆಗಿರಬಹುದು. ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಎಸೆತದಲ್ಲಿ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೊಂದನ್ನು ನೀವು ಪಡೆಯುವುದು ಒಂದು ಅವಕಾಶವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಮೇಲಿನ ದತ್ತಾಂಶದಲ್ಲಿ, ಶಿರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಪುಚ್ಛಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಎಣಿಸಿ. ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಬಾರಿ ಚಿಮ್ಮಿ ಮತ್ತು ನೀವು ಪಡೆದ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ದಾಖಲು ಮಾಡಿ. ನೀವು ಶಿರ ಪಡೆಯುವ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಪುಚ್ಛ ಪಡೆಯುವ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ನೀವು ಒಂದು ದಾಳದ ಆಟವನ್ನೂ ಸಹ ಆಡಿರಬಹುದು ದಾಳವು 6 ಮುಖಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. ನೀವು ದಾಳವನ್ನು ಎಸೆದಾಗ, ಪಡೆಯಬಹುದಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೀವು ಊಹಿಸಬಲ್ಲಿರಾ? ಲೂಡೊ ಅಥವಾ ಹಾವು ಮತ್ತು ಏಣಿ ಆಟ ಆಡುವಾಗ ಒಂದು ಎಸೆತದಲ್ಲಿ ನೀವು ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾದ ಫಲಿತಾಂಶ ಪಡೆಯಲು ಅಪೇಕ್ಷೆ ಪಟ್ಟಿರಬಹುದಲ್ಲವೆ?

ನಿಮ್ಮ ಇಚ್ಛೆಯಂತೆಯೇ ಯಾವಾಗಲೂ ದಾಳವು ಫಲಿತಾಂಶ ನೀಡುತ್ತದೆಯೇ? ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ 150 ಬಾರಿ ಉರುಳಿಸಿ ಮತ್ತು ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಮುಂದಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ತುಂಬಿ:

ದಾಳದ ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆ	ತಾಳೆ ಗುರುತುಗಳು	ಇದು ಸಂಭವಿಸಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆ
1		
2		

ಪ್ರತಿಬಾರಿ ನೀವು ಪಡೆದ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಸೂಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎದುರು ತಾಳೆ ಗುರುತುಗಳನ್ನು ಹಾಕಿರಿ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಮೊದಲ ಎಸೆತದಲ್ಲಿ ನೀವು 5ನ್ನು ಪಡೆಯುವಿರಿ. 5 ರ ಮುಂದೆ ಒಂದು ತಾಳೆ ಗುರುತುಹಾಕಿರಿ. ನಂತರದ ಎಸೆತದಲ್ಲಿ ನೀವು 1ನ್ನು ಪಡೆದರೆ, 1 ರ ಎದುರು ತಾಳೆ ಹಾಕಿ. ಸೂಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ತಾಳೆ ಗುರುತು ಹಾಕುವುದನ್ನು ಮುಂದುವರೆಸಿ, ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು 150 ಎಸೆತಗಳಿಗೆ ಪುನಾರವರ್ತಿಸಿ ಮತ್ತು 150 ಎಸೆತಗಳಿಗೆ ಸಿಗುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಫಲಿತಾಂಶಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ದತ್ತಾಂಶದಲ್ಲಿ 1, 2, 3, 4, 5, 6 ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಸಂಭವಿಸಿದೆಯೆಂದು ತೋರಿಸಲು ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ರಚಿಸಿ.

©KTBS Not to be republished

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

(ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಮಾಡಿ)

1. ಒಂದು ನಾಣ್ಯವನ್ನು 100 ಬಾರಿ ಚಿಮ್ಮಿ ಮತ್ತು ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ದಾಖಲಿಸಿ. ಇದರಲ್ಲಿ ಶಿರ ಮತ್ತು ಪುಚ್ಛ ಸಂಭವಿಸಿರುವ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2. ಅಫ್ತಾಬ್‌ನು ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು 250 ಬಾರಿ ಉರುಳಿಸಿದನು ಮತ್ತು ಮುಂದೆ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಪಡೆದನು. ಈ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ ರಚಿಸಿ.

ದಾಳದ ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆ	ತಾಳೆ ಅಂಕಗಳು
1	卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 ||||
2	卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌
3	卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 ||
4	卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 ||
5	卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 |||
6	卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌

3. ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು 100 ಬಾರಿ ಉರುಳಿಸಿ ಮತ್ತು ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ದಾಖಲಿಸಿ, 1, 2, 3, 4, 5, 6 ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಸಂಭವಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಂದರೇನು?

ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ, ಒಂದು ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ ಶಿರ ಅಥವಾ ಪುಚ್ಛ ಎಂಬ ಎರಡು ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಫಲಿತಾಂಶಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು ಉರುಳಿಸಿದಾಗ ಆರು ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಫಲಿತಾಂಶಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. ಒಂದು ನಾಣ್ಯದಲ್ಲಿ ಶಿರ ಅಥವಾ ಪುಚ್ಛ ಮೇಲೆ ಬರುವ ಸಾಧ್ಯತೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಅನುಭವದಿಂದ ನಾವು ತಿಳಿದಿದ್ದೇವೆ. ಶಿರ ಅಥವಾ ಪುಚ್ಛ ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಸಮ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಯೊಂದು $\frac{1}{2}$ ಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಒಂದು ದಾಳಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ 1, 2, 3, 4, 5, ಅಥವಾ 6 ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಸಮನಾಗಿದೆ. ಅಂದರೆ ಒಂದು ದಾಳ ಎಸೆದಾಗ 6 ಸಮನಾದ ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಫಲಿತಾಂಶ ಇರುತ್ತವೆ. 1, 2, 3, 4, 5, 6, ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೆ ಆರನೇಯ ಒಂದು ($\frac{1}{6}$) ಸಂಭವನೀಯತೆ ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. ಮುಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ನಾವು ಇದರ ಬಗ್ಗೆ ಕಲಿಯುತ್ತೇವೆ. ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಘಟನೆಗಳ ಸಂಭವನೀಯತೆಯು 0 ಮತ್ತು 1 ರ ನಡುವೆ ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ಮಾಡಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಿಂದ ತಿಳಿದಿದ್ದೇವೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಅಸಂಭವ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ 0 ಮತ್ತು ಖಚಿತ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ 1 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂದರ್ಭ ಯಾವುದೇ ಆಗಿರಲಿ, ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ವಿವಿಧ ಫಲಿತಾಂಶಗಳನ್ನು ನಾವು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಅತ್ಯವಶ್ಯಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ಫಲಿತಾಂಶಕ್ಕೆ ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಬೇಕು. ನಾಣ್ಯ ಮತ್ತು ದಾಳದ ಪ್ರಸಂಗಗಳನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿದರೆ ಒಂದು ಘಟನೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಅದರ ಎಲ್ಲಾ ಫಲಿತಾಂಶಗಳು ಸಂಭವಿಸಲು ಸಮಾನ ಅವಕಾಶವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದಿಲ್ಲ.

©KTBS Not to be republished

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

ಫಲಿತಗಳು ಸಮನಾದ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿಲ್ಲದೆ ಇರುವ ಐದು ಸನ್ನಿವೇಶಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ಅಥವಾ ಆಲೋಚಿಸಿ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 15 ಕೆಂಪು ಚೆಂಡುಗಳು ಮತ್ತು 9 ಬಿಳಿ ಚೆಂಡುಗಳಿವೆ. ನೋಡದೆಯೇ ಒಂದು ಚೆಂಡನ್ನು ಹೊರತೆಗೆದರೆ ಕೆಂಪು ಚೆಂಡನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಅವಕಾಶಗಳೇ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಏಕೆ ಎಂದು ನೀವು ನೋಡಬಲ್ಲಿರಾ? ಒಂದು ಬಿಳಿ ಚೆಂಡನ್ನು ತೆಗೆಯುವ ಎಷ್ಟರಷ್ಟು ಅವಕಾಶಗಳು ಒಂದು ಕೆಂಪು ಚೆಂಡನ್ನು ತೆಗೆಯುವುದಕ್ಕಿದೆ, ಹಾಗೂ ಇವೆರಡು ಘಟನೆಗಳ ಸಂಭವನೀಯತೆಯು 0 ಮತ್ತು 1 ರ ನಡುವೆ ಇದೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ 3.4

1. ಮುಂದಿನವುಗಳು ಖಚಿತವಾಗಿ ನಡೆಯುತ್ತದೆಯೇ ಅಸಂಭವವೇ, ನಡೆಯಬಹುದು ಆದರೆ ಖಚಿತವಾಗಿ ಅಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿಸಿ.
   (i) ನೀವು ನಿನ್ನೆಗಿಂತ ಇಂದು ಹಿರಿಯರು.
   (ii) ಚಿಮ್ಮಿದ ನಾಣ್ಯವೊಂದು ಶಿರ ಮೇಲೆ ಬರುವಂತೆ ಬೀಳುತ್ತದೆ.
   (iii) ದಾಳವೊಂದನ್ನು ಎಸೆದಾಗ ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆ 8 ಬರುತ್ತದೆ.
   (iv) ಮುಂದಿನ ಟ್ರಾಫಿಕ್ ಲೈಟ್‌ನಲ್ಲಿ ಹಸಿರು ಕಾಣಿಸುವುದು.
   (v) ನಾಳೆ ಮೋಡ ಮುಸುಕಿದ ದಿನವಾಗಬಹುದು.
2. ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ಮೇಲೆ 1 ರಿಂದ 6 ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಗುರ್ತಿಸಿರುವ 6 ಗೋಲಿಗಳು ಇವೆ.
   (i) ಸಂಖ್ಯೆ 2 ಇರುವ ಒಂದು ಗೋಲಿಯನ್ನು ತೆಗೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು?
   (ii) ಸಂಖ್ಯೆ 5 ಇರುವ ಒಂದು ಗೋಲಿಯನ್ನು ತೆಗೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು?
3. ಯಾವ ತಂಡ ಆಟವನ್ನು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಬೇಕು ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಒಂದು ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಚಿಮ್ಮಲಾಗಿದೆ. ನಿಮ್ಮ ತಂಡ ಪ್ರಾರಂಭಿಸುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು?

ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿರುವ ಅಂಶಗಳು

1. ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸಂಗ್ರಹಣೆ, ದಾಖಲೀಕರಣ, ಮತ್ತು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆಯಿಂದ ನಮ್ಮ ಅನುಭವಗಳನ್ನು ಸಂಘಟಿಸಲು ಮತ್ತು ಅವುಗಳಿಂದ ತೀರ್ಮಾನಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲು ಸಹಾಯವಾಗುತ್ತದೆ.
2. ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸುವ ಮೊದಲು ನಾವು ಅದನ್ನು ಯಾವುದಕ್ಕಾಗಿ ಬಳಸುತ್ತೇವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬೇಕಾದುದು ಅವಶ್ಯಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
3. ಸಂಗ್ರಹಿಸಿದ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಒಂದು ಸೂಕ್ತವಾದ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಆಯೋಜಿಸಿದಾಗ ಅದನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಮತ್ತು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಲು ಸುಲಭವಾಗುತ್ತದೆ.
4. ಸರಾಸರಿಯು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದು ಅದು ದತ್ತಾಂಶ ಅಥವಾ ವೀಕ್ಷಣೆಗಳ ಗುಂಪಿನ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ.
5. ಅಂಕಗಣಿತ ಸರಾಸರಿಯು ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಮೌಲ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದಾಗಿದೆ.

©KTBS Not to be republished

6. ರೂಢಿಬೆಲೆಯು ಇನ್ನೊಂದು ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿ ಅಥವಾ ಪ್ರಾತಿನಿಧಿಕ ಮೌಲ್ಯದ ರೂಪವಾಗಿದೆ. ವೀಕ್ಷಣೆಗಳಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಪುನರಾವರ್ತನೆಯಾಗಿರುವ ವೀಕ್ಷಣೇ ಅದರ ರೂಢಿಬೆಲೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.
7. ಮಧ್ಯಾಂಕವೂ ಸಹ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಮೌಲ್ಯದ ಒಂದು ರೂಪವಾಗಿದೆ. ಇದು ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿದ್ದು ಅರ್ಧ ವೀಕ್ಷಣೆಗಳು ಇದಕ್ಕಿಂತ ಮೇಲೆ ಮತ್ತು ಉಳಿದರ್ಧ ಇದಕ್ಕಿಂತ ಕೆಳಗೆ ಇರುತ್ತವೆ.
8. ಸಮ ಅಗಲವಿರುವ ಸ್ತಂಭಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದೇ ಸ್ತಂಭಾಲೇಖ.
9. ಒಂದು ದತ್ತಾಂಶದ ಎರಡು ಸಂಗ್ರಹಗಳನ್ನು ಒಮ್ಮೆಲೇ ನೋಡಿ ಹೋಲಿಸಲು ದ್ವಿಸ್ತಂಭಾಲೇಖಗಳು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತವೆ.
10. ನಮ್ಮ ಜೀವನದ ಕೆಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ, ಕೆಲವು ಘಟನೆಗಳು ಖಚಿತವಾಗಿ ನಡೆಯುವಂತಹವು, ಕೆಲವು ಅಸಾಧ್ಯವಾದವುಗಳು ಮತ್ತು ಕೆಲವು ಆಗಬಹುದು ಅಥವಾ ಆಗದಿರಬಹುದು. ಆಗಬಹುದಾದ ಅಥವಾ ಆಗದಿರಬಹುದಾದ ಸಂದರ್ಭವು ಆಗುವ ಒಂದು ಸಾಧ್ಯತೆ ಇರುತ್ತದೆ.

©KTBS Not to be republished

ಅಧ್ಯಾಯ – 4

ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳು

B55PYH

4.1 ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿರುವುದನ್ನು ಹೇಳುವ ಆಟ

ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಕರು ಇಂದು ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಎಂಬ ಹೊಸ ಅಧ್ಯಾಯವನ್ನು ಪ್ರಾರಂಭಿಸುವುದಾಗಿ ಹೇಳಿದರು. ಅಪ್ಪು, ಸರಿತಾ ಹಾಗೂ ಅಮೀನಾ 6ನೇ ತರಗತಿಯ ಬೀಜಗಣಿತದ ಅಧ್ಯಾಯವೊಂದನ್ನು ಸ್ಮರಿಸಿಕೊಂಡರು. ನೀವೂ ನೆನಪಿಸಿಕೊಂಡಿರಾ? ಅಪ್ಪು, ಸರಿತಾ ಮತ್ತು ಅಮೀನಾ ಬೇರೆಯವರ ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೇಳುವ ಒಂದು ಆಟವನ್ನು ಕಟ್ಟಿ ಎಲ್ಲರ ಮುಂದೆ ಪ್ರದರ್ಶಿಸಲು ಉತ್ಸಾಹಿತರಾದರು.

ಶಿಕ್ಷಕರು ಅವರ ಉತ್ಸಾಹವನ್ನು ಪ್ರಶಂಸಿಸಿ ಆಟವನ್ನು ಪ್ರದರ್ಶಿಸಲು ಆಹ್ವಾನಿಸಿದರು. ಅಮೀನಾ ಸಾರಾಳಿಗೆ ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಇಟ್ಟುಕೊಂಡು ಅದನ್ನು 4 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ, ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ 5ನ್ನು ಕೂಡಲು ಹೇಳಿದಳು. ಅಮೀನಾ ಸಾರಾಳಿಗೆ ಬಂದ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಕೇಳಿದಾಗ ಆಕೆ 65 ಎಂದು ಉತ್ತರಿಸಿದಳು. ಸಾರಾಳ ಮನದಲ್ಲಿದ್ದ ಸಂಖ್ಯೆ 15 ಎಂದು ಅಮೀನಾ ತಕ್ಷಣ ಹೇಳಿದಾಗ ಸಾರಾ ಹೌದೆಂದಳು. ಸಾರಾ ಹಾಗೂ ತರಗತಿಯ ಎಲ್ಲಾ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಆಶ್ಚರ್ಯವಾಯಿತು.

ಈಗ ಅಪ್ಪುವಿನ ಸರದಿ. ಅವನು ಬಾಲುವಿಗೆ ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ಅದನ್ನು 10 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ, ಗುಣಲಬ್ಧದಿಂದ 20 ನ್ನು ಕಳೆಯಲು ಹೇಳಿದನು. ಬಾಲುವನ್ನು ಫಲಿತಾಂಶ ಕೇಳಿದನು. ಅವನು 50 ಎಂದನು. ಬಾಲುವಿನ ಮನದಲ್ಲಿದ್ದ ಸಂಖ್ಯೆ 7 ಎಂದು ಅಪ್ಪು ತಕ್ಷಣ ಹೇಳಿದನು. ಬಾಲು ಅದನ್ನು ದೃಢೀಕರಿಸಿದನು.

ಅಪ್ಪು, ಸರಿತಾ ಹಾಗೂ ಅಮೀನಾ ಇನ್ನೊಬ್ಬರ ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೇಗೆ ಹೇಳಿದರೆಂಬ ಗುಟ್ಟನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಎಲ್ಲರೂ ಬಯಸಿದರು. ಅದು ಹೇಗೆಂದು ನೀವು ತಿಳಿಯಬೇಕೇ? ಈ ಅಧ್ಯಾಯ ಹಾಗೂ 12ನೇ ಅಧ್ಯಾಯವನ್ನು ಅಭ್ಯಸಿಸಿದ ನಂತರ ನಿಮಗೂ ಇದು ಹೇಗೆಂದು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ.

© KTBS Not to be republished

4.2 ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ರೂಪುಗೊಳಿಸುವುದು

ಅಮೀನಾಳ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಅಮೀನಾ ಸಾರಾಗೆ ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಇಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಲು ಹೇಳಿದಳು. ಅಮೀನಾಗೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದೆಂದು ಗೊತ್ತಿರಲಿಲ್ಲ. ಅವಳಿಗೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆ 1, 2, 3, . . ., 11, . . . , 100, ... ಹೀಗೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಆಗಿರಬಹುದಿತ್ತು. ಗೊತ್ತಿಲ್ಲದ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 'x' ಎಂದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು. 'x' ಬದಲು 'y' ಅಥವಾ 't' ಅಥವಾ ಯಾವುದಾದರೂ ಅಕ್ಷರವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಸಾರಾ ಯೋಚಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ಯಾವ ಅಕ್ಷರವನ್ನಾದರೂ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಸಾರಾ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ 4 ನ್ನು ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಗುಣಲಬ್ಧ $4x$ ಆಗುತ್ತದೆ. ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ 5 ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಅದು $4x + 5$. $(4x + 5)$ ರ ಬೆಲೆಯು 'x' ನ ಬೆಲೆಯ ಮೇಲೆ ಅವಲಂಬಿತವಾಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $x = 1$ ಆದಾಗ $4x + 5 = 4 \times 1 + 5 = 9$ ಆಗುತ್ತದೆ ಅಂದರೆ ಸಾರಾಳ ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿದ್ದ ಸಂಖ್ಯೆ 1 ಆಗಿದ್ದಿದ್ದರೆ ಫಲಿತಾಂಶವು 9 ಆಗುತ್ತಿತ್ತು. ಅದೇ ರೀತಿ ಆಕೆಯ ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿದ್ದ ಸಂಖ್ಯೆಯು 5 ಆಗಿದ್ದಿದ್ದರೆ, $x = 5$ ಆದಾಗ $4x + 5 = 4 \times 5 + 5 = 25$, ಅಂದರೆ ಸಾರಾಳ ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿದ್ದ ಸಂಖ್ಯೆ 5 ಆಗಿದ್ದಿದ್ದರೆ ಫಲಿತಾಂಶವು 25 ಆಗಿರುತ್ತಿತ್ತು.

ಸಾರಾಳ ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಆಕೆಯ ಉತ್ತರವಾದ 65 ರಿಂದಲೇ ಹಿಮ್ಮುಖವಾಗಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ.

$$4x + 5 = 65 \qquad (4,1)$$

ಆಗಿರುವಂತೆ 'x' ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಹಾರವು ಸಾರಾಳ ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ.

ಅದೇ ರೀತಿ ಅಪ್ಪುವಿನ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸೋಣ. ಬಾಲು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿಕೊಂಡಿದ್ದ ಸಂಖ್ಯೆಯು 'y' ಎಂದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಅಪ್ಪು ಬಾಲುಗೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 10 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ, ಗುಣಲಬ್ಧದಿಂದ 20 ನ್ನು ಕಳೆಯಲು ಹೇಳುತ್ತಾನೆ. ಬಾಲು 'y' ಯನ್ನು 10 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ '$10y$' ಹಾಗೂ ಅದರಿಂದ 20 ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ $(10y - 20)$ ಆಗುತ್ತದೆ. ಬಾಲುವಿನ ಫಲಿತಾಂಶ 50 ಆಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ,

$$10y - 20 = 50 \qquad (4.2)$$

ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಹಾರವು ಬಾಲುವಿನ ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಮಗೆ ನೀಡುತ್ತದೆ.

4.3 ಕಲಿಕೆಯ ಅವಲೋಕನ

(4.1) ಮತ್ತು (4.2) ಎರಡು ಸಮೀಕರಣಗಳಾಗಿವೆ. VI ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಕಲಿತಿರುವುದನ್ನು ಸ್ಮರಿಸೋಣ. 'ಸಮೀಕರಣವು ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರದ ಮೇಲಿನ ನಿಬಂಧನೆಯಾಗಿದೆ'. ಸಮೀಕರಣ (4.1) ರಲ್ಲಿ 'x' ಚರಾಕ್ಷರವಾಗಿದ್ದರೆ, (4.2) ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ 'y' ಚರಾಕ್ಷರವಾಗಿದೆ.

ಚರಾಕ್ಷರವೆಂದರೆ ಬದಲಾಗುವುದು ಎಂದರ್ಥ. ಚರಾಕ್ಷರಕ್ಕೆ ಯಾವುದೇ ಬೆಲೆ ನಿಗದಿಯಾಗಿಲ್ಲ. ಚರಾಕ್ಷರವು ವಿಭಿನ್ನ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತದೆ. ಅದರ ಬೆಲೆಯು ಸ್ಥಿರವಲ್ಲ. ಚರಾಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಇಂಗ್ಲೀಷ್ ಅಕ್ಷರಗಳಾದ x, y, z, l, m, n, p ಇತ್ಯಾದಿಗಳಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ. ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿಂದ ನಾವು ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ರೂಪಿಸಬಹುದು. ಚರಾಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಗಣಿತದ ಮೂಲಕ್ರಿಯೆಗಳಾದ ಸಂಕಲನ, ವ್ಯವಕಲನ, ಗುಣಾಕಾರ, ಹಾಗೂ ಭಾಗಾಕಾರಗಳಿಗೆ ಒಳಪಡಿಸಿ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು. ಚರಾಕ್ಷರ 'x' ನಿಂದ $(4x + 5)$ನ್ನು ರೂಪಿಸಿದೆವು. ಮೊದಲು

©KTBS Not to be republished

'x'ನ್ನು 4ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ 5ನ್ನು ಕೂಡಲಾಯಿತು. ಅದೇ ರೀತಿ 'y' ನಿಂದ $(10y - 20)$ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ರೂಪಿಸಿದೆವು. ಇದಕ್ಕಾಗಿ 'y' ನ್ನು 10 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ, ನಂತರ ಗುಣಲಬ್ಧದಿಂದ 20 ನ್ನು ಕಳೆದವು. ಇವೆಲ್ಲವೂ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಿಗೆ ಉದಾಹರಣೆಗಳಾಗಿವೆ.

ಹೀಗೆ ರೂಪಿತವಾದ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಬೆಲೆಯು ಚರಾಕ್ಷರದ ಬೆಲೆಯ ಮೇಲೆ ಅವಲಂಬಿತವಾಗಿದೆ. ಈಗಾಗಲೇ ಗಮನಿಸಿರುವಂತೆ $x = 1$ ಆದಾಗ $4x + 5 = 9$ ಮತ್ತು $x = 5$ ಆದಾಗ $4x + 5 = 25$ ಆಗುತ್ತದೆ.

ಅದೇ ರೀತಿ $x = 15$ ಆದಾಗ, $4x + 5 = 4 \times 15 + 5 = 65$

$x = 0$ ಆದಾಗ, $4x + 5 = 4 \times 0 + 5 = 5$ ಮುಂತಾದವು.

ಸಮೀಕರಣ (4.1), ಚರಾಕ್ಷರ 'x' ನ ಮೇಲಿನ ನಿಬಂಧನೆಯಾಗಿದೆ. ಅದರ ಪ್ರಕಾರ $(4x + 5)$ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಬೆಲೆ 65 ಆಗಿದೆ.

$x = 15$ ಆದಾಗ ನಿಬಂಧನೆ ಸರಿಹೊಂದುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $4x + 5 = 65$ ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಹಾರ 15 ಆಗಿದೆ.

$x = 5$ ಆದಾಗ, $4x + 5 = 25$ ಆಗುತ್ತದೆಯೇ ಹೊರತು 65 ಆಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ $x = 5$ ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಹಾರವಲ್ಲ. ಅದೇ ರೀತಿ $x = 0$ ಯೂ ಸಹ ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಹಾರವಲ್ಲ. $x = 15$ ಅಲ್ಲದೇ ಬೇರೆ ಯಾವ ಬೆಲೆಯೂ $4x + 5 = 65$ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಸರಿಹೊಂದುವುದಿಲ್ಲ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

$(10y - 20)$ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಬೆಲೆ 'y' ನ ಪ್ರತಿ ಬೆಲೆಯ ಮೇಲೆ ಅವಲಂಬಿತವಾಗಿದೆ. 'y' ಗೆ ಐದು ವಿವಿಧ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ನೀಡುತ್ತಾ $10y - 20$ರ ಬೆಲೆಯನ್ನು ನಿಮಗೆ ದೊರೆತ, $10y - 20$ ರ ವಿವಿದ ಬೆಲೆಗಳಲ್ಲಿ $10y - 20 = 50$ ಕ್ಕೆ ಪರಿಹಾರ ಸಿಗುತ್ತದೆಯೇ? ಸಿಗದಿದ್ದಲ್ಲಿ 'y' ಗೆ ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿ $10y - 20 = 50$ ನಿಬಂಧನೆ ಸರಿಹೊಂದುವುದೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

4.4 ಸಮೀಕರಣ ಎಂದರೇನು?

ಒಂದು ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಯಾವಾಗಲೂ ಸಮತೆಯ (=) ಚಿಹ್ನೆ ಇರುತ್ತದೆ. ಸಮ ಚಿಹ್ನೆಯ ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿನ (Left hand side ಅಥವಾ LHS) ಮೌಲ್ಯವು, ಸಮ ಚಿಹ್ನೆಯ ಬಲಭಾಗದ (Right hand side ಅಥವಾ RHS) ಮೌಲ್ಯಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಸಮೀಕರಣ (4.1) ರಲ್ಲಿ $(4x + 5)$ LHS ಆಗಿದ್ದು RHS 65 ಆಗಿದೆ. ಸಮೀಕರಣ (4.2)ರ LHS $(10y - 20)$ ಆಗಿದ್ದು RHS 50 ಆಗಿದೆ.

LHS ಮತ್ತು RHS ನಡುವೆ 'ಸಮ' ಚಿಹ್ನೆಯ ಬದಲು ಬೇರಾವುದೆ ಚಿಹ್ನೆಯಿದ್ದರೆ ಅದು ಸಮೀಕರಣವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ, $4x + 5 > 65$ ಒಂದು ಸಮೀಕರಣವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಏಕೆಂದರೆ ಅದು $(4x + 5)$ ರ ಬೆಲೆ 65 ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದು ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.
ಅದೇ ರೀತಿ $4x + 5 < 65$ ಕೂಡ ಸಮೀಕರಣವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಅದು $(4x + 5)$ ರ ಬೆಲೆ 65 ಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕದು ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

©KTBS Not to be republished

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಸಮೀಕರಣಗಳಲ್ಲಿ RHS ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ. ಸಮೀಕರಣ (4.1) ರಲ್ಲಿ 65 ಮತ್ತು ಸಮೀಕರಣ (4.2)ರಲ್ಲಿ ಅದು 50 ಆಗಿದೆ. ಸಮೀಕರಣದ RHS ಯಾವಾಗಲೂ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರಬೇಕೆಂದೇನೂ ಇಲ್ಲ. ಅದು ಚರಾಕ್ಷರವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯೂ ಆಗಿರಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ,

$$4x + 5 = 6x - 25$$

ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಸಮ ಚಿಹ್ನೆಯ ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿ $(4x + 5)$ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಿದೆ ಮತ್ತು ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿ $(6x - 25)$ ಇದೆ.

ಸೂಚ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ ಸಮೀಕರಣವು ಚರಾಕ್ಷರದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ನಿಬಂಧನೆಯಾಗಿದೆ. ಆ ನಿಬಂಧನೆ ಏನೆಂದರೆ ಎರಡೂ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಮೌಲ್ಯ ಒಂದೇ ಆಗಿರಬೇಕು. ಎರಡು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಾದರೂ ಚರಾಕ್ಷರವನ್ನು ಹೊಂದಿರಲೇಬೇಕಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಸಮೀಕರಣಗಳ ಒಂದು ಸರಳ ಹಾಗೂ ಅನುಕೂಲಕರ ಗುಣವನ್ನು ಗಮನಿಸೋಣ. $4x + 5 = 65$ ಮತ್ತು $65 = 4x + 5$ ಎರಡೂ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿವೆ. ಅದೇ ರೀತಿ $6x - 25 = 4x + 5$ ಮತ್ತು $4x + 5 = 6x - 25$ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿವೆ. ಸಮೀಕರಣದ ಎಡ ಮತ್ತು ಬಲಭಾಗದ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಅದಲು ಬದಲಾದರೂ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಬದಲಾವಣೆಯಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಈ ಗುಣವು ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಲ್ಲಿ ಸಹಕಾರಿಯಾಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 1 ಮುಂದಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಸಮೀಕರಣ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) 'x' ನ ಮೂರರಷ್ಟು ಮತ್ತು 11 ರ ಮೊತ್ತ 32 ಆಗಿದೆ.

(ii) ನೀವು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಆರರಷ್ಟರಿಂದ 5ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ನಿಮಗೆ 7 ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

(iii) 'm'ನ ನಾಲ್ಕನೆಯ ಒಂದು, 7 ಕ್ಕಿಂತ 3 ಹೆಚ್ಚಿದೆ.

(iv) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೂರನೇ ಒಂದಕ್ಕೆ 5ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಮೊತ್ತ 8 ಆಗುತ್ತದೆ.

ಪರಿಹಾರ:

(i) 'x' ನ ಮೂರರಷ್ಟು = $3x$

$3x$ ಮತ್ತು 11ರ ಮೊತ್ತ $(3x + 11)$. ಇದರ ಮೊತ್ತ 32

ಸಮೀಕರಣವು $3x + 11 = 32$ ಆಗಿದೆ.

(ii) ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು 'z' ಆಗಿರಲಿ. ಸಂಖ್ಯೆ z ನ್ನು 6 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ '$6z$' ಆಗುತ್ತದೆ.

'$6z$' ನಿಂದ 5 ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ $(6z - 5)$ ದೊರೆಯುವುದು.

ಫಲಿತಾಂಶ 7 ಆಗಿದೆ ಆದ್ದರಿಂದ ಸಮೀಕರಣ $6z - 5 = 7$.

(iii) 'm'ನ ನಾಲ್ಕನೆಯ ಒಂದು ಭಾಗ $\frac{m}{4}$.

©KTBS Not to be republished

ಇದು 7 ಕ್ಕಿಂತ 3 ಹೆಚ್ಚಿದೆ. ಅಂದರೆ $(\frac{m}{4} - 7)$ ರ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 3.

ಆದ್ದರಿಂದ ಸಮೀಕರಣ $\frac{m}{4} - 7 = 3$ ಆಗುತ್ತದೆ.

(iv) ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು 'n' ಆಗಿರಲಿ. 'n' ನ ಮೂರನೇ ಒಂದು ಅಂದರೆ $\frac{n}{3}$.

n ನ ಮೂರನೇ ಒಂದರಷ್ಟು ಮತ್ತು 5 ರ ಮೊತ್ತ $\frac{n}{3} + 5$ ಆಗುತ್ತದೆ.

ಇದರ ಬೆಲೆ 8. ಆದ್ದರಿಂದ ಸಮೀಕರಣ $\frac{n}{3} + 5 = 8$ ಆಗುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 2 ಮುಂದಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಹೇಳಿಕೆ ರೂಪಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ:

(i) $x - 5 = 9$ (ii) $5p = 20$ (iii) $3n + 7 = 1$ (iv) $\frac{m}{5} - 2 = 6$

ಪರಿಹಾರ:

(i) 'x' ನಿಂದ 5 ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 9.

(ii) 'p' ಯ ಐದರಷ್ಟು 20.

(iii) 'n' ನ ಮೂರರಷ್ಟಕ್ಕೆ 7 ನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ 1.

(iv) 'n' ನ ಐದನೇ ಒಂದರಷ್ಟರಿಂದ 2 ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ನಿಮಗೆ 6 ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

ಪ್ರಮುಖವಾದ ಅಂಶವೇನೆಂದರೆ ಒಂದು ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಒಂದಕ್ಕಿಂತಲೂ ಹೆಚ್ಚು ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಬಹುದು.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಸಮೀಕರಣ (ii), (iii) ಮತ್ತು (iv) ಗಳಿಗೆ ಇನ್ನೊಂದು ರೂಪದ ಹೇಳಿಕೆ ಬರೆಯಿರಿ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಸಮೀಕರಣ (i) ಕ್ಕೆ ರೂಪಿಸಬಹುದಾದ ಹೇಳಿಕೆಗಳು 'x' ನಿಂದ 5 ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ 9 ದೊರೆಯುವುದು ಅಥವಾ ಸಂಖ್ಯೆ 'x', 9 ಕ್ಕಿಂತ '5' ಹೆಚ್ಚಿದೆ. ಅಥವಾ 'x' ಎಂಬುದು 9 ಕ್ಕಿಂತ 5 ದೊಡ್ಡದಿದೆ. ಅಥವಾ 'x' ಮತ್ತು 5 ರ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 9 ಇತ್ಯಾದಿ.

ಉದಾಹರಣೆ 3 ಮುಂದಿನ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ರಾಜು ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸು ರಾಜುವಿನ ವಯಸ್ಸಿನ ಮೂರರಷ್ಟಕ್ಕಿಂತ 5 ವರ್ಷ ಹೆಚ್ಚಿದೆ. ರಾಜುವಿನ ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸು 44 ವರ್ಷಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ರಾಜುವಿನ ವಯಸ್ಸನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಮೀಕರಣ ರೂಪಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: ರಾಜುವಿನ ವಯಸ್ಸು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿಲ್ಲ. ಆತನ ವಯಸ್ಸು 'y' ವರ್ಷಗಳು ಎಂದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳೋಣ. ರಾಜುವಿನ ವಯಸ್ಸಿನ ಮೂರರಷ್ಟು ಎಂದರೆ $3y$. ರಾಜುವಿನ ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸು $3y$ ಗಿಂತ 5 ಹೆಚ್ಚಿದೆ. ಅಂದರೆ ರಾಜುವಿನ ತಂದೆ $(3y+5)$ ವಯಸ್ಸಿನವರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ರಾಜುವಿನ ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸು 44 ಎಂದು ನೀಡಲಾಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ $$3y + 5 = 44 \quad (4.3)$$

ಇದು 'y' ಚರಾಕ್ಷರವಾಗಿರುವ ಒಂದು ಸಮೀಕರಣವಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ಬಿಡಿಸಿದಾಗ ರಾಜುವಿನ ವಯಸ್ಸು ತಿಳಿಯುವುದು.

©KTBS Not to be republished

ಉದಾಹರಣೆ 4 ಅಂಗಡಿಯವನೊಬ್ಬ ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಎರಡು ವಿವಿಧ ಬುಟ್ಟಿಗಳಲ್ಲಿ ಮಾರುತ್ತಾನೆ. ಒಂದು ಚಿಕ್ಕದು ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ದೊಡ್ಡದು. ದೊಡ್ಡ ಬುಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ, ಒಂದು ಸಣ್ಣ ಬುಟ್ಟಿಯು ಹೊಂದಿರುವ ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳ ಎಂಟರಷ್ಟು ಮತ್ತು ನಾಲ್ಕು ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಹಣ್ಣುಗಳು ಹಿಡಿಸುತ್ತವೆ. ದೊಡ್ಡ ಬುಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ 100 ಹಣ್ಣುಗಳಿದ್ದರೆ, ಸಣ್ಣ ಬುಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿನ ಹಣ್ಣುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಸಮೀಕರಣ ರಚಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: ಸಣ್ಣ ಬುಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿನ ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 'm' ಆಗಿರಲಿ. ದೊಡ್ಡ ಬುಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ 'm' ನ 8 ರಷ್ಟಕ್ಕಿಂತ 4 ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳು ಹೆಚ್ಚಿವೆ. ಅಂದರೆ $8m + 4$. ಆದರೆ, ಇದು 100ಕ್ಕೆ ಸಮ ಎಂದು ನೀಡಿದೆ.

ಹೀಗೆ, $8m + 4 = 100$ (4.4)

ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದರಿಂದ ಸಣ್ಣ ಬುಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿನ ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ತಿಳಿಯಬಹುದು.

ಅಭ್ಯಾಸ 4.1

1. ಕೋಷ್ಟಕದ ಕೊನೆಯ ಸಾಲನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ.

ಕ್ರ. ಸಂ.	ಸಮೀಕರಣ	ಬೆಲೆ	ಸಮೀಕರಣವು ಸರಿಹೊಂದುವುದೆ. ತಿಳಿಸಿ. (ಹೌದು/ಇಲ್ಲ)
(i)	$x + 3 = 0$	$x = 3$	
(ii)	$x + 3 = 0$	$x = 0$	
(iii)	$x + 3 = 0$	$x = -3$	
(iv)	$x - 7 = 1$	$x = 7$	
(v)	$x - 7 = 1$	$x = 8$	
(vi)	$5x = 25$	$x = 0$	
(vii)	$5x = 25$	$x = 5$	
(viii)	$5x = 25$	$x = -5$	
(ix)	$\frac{m}{3} = 2$	$m = -6$	
(x)	$\frac{m}{3} = 2$	$m = 0$	
(xi)	$\frac{m}{3} = 2$	$m = 6$	

2. ಆವರಣದಲ್ಲಿನ ಬೆಲೆಗಳು ನೀಡಿರುವ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ಪರಿಹಾರವಾಗುತ್ತದೆಯೆ ಅಥವಾ ಇಲ್ಲವೇ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

(a) $n + 5 = 19$ ($n = 1$) (b) $7n + 5 = 19$ ($n = -2$) (c) $7n + 5 = 19$ ($n = 2$)

(d) $4p - 3 = 13$ ($p = 1$) (e) $4p - 3 = 13$ ($p = -4$) (f) $4p - 3 = 13$ ($p = 0$)

©KTBS Not to be republished

3. 'ಯತ್ನ ಮತ್ತು ದೋಷ' (trial and error) ವಿಧಾನದ ಮೂಲಕ ಮುಂದಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

(i) $5p + 2 = 17$ (ii) $3m - 14 = 4$

4. ಮುಂದಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳಿಗೆ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(i) 'x' ಮತ್ತು 4 ರ ಮೊತ್ತ 9

(ii) 'y' ನಿಂದ 2 ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ 8 ದೊರೆಯುವುದು.

(iii) 'a'ಯ ಹತ್ತರಷ್ಟು 70.

(iv) 'b' ಯನ್ನು 5 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ 6 ದೊರೆಯುವುದು.

(v) 't' ಯ ನಾಲ್ಕನೇ ಮೂರರಷ್ಟು 15 ಆಗಿದೆ.

(vi) 'm' ನ ಏಳರಷ್ಟಕ್ಕೆ 7ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ನಿಮಗೆ ಮೊತ್ತ 77 ಸಿಗುತ್ತದೆ.

(vii) 'x' ನ ನಾಲ್ಕನೇ ಒಂದರಷ್ಟರಿಂದ 4 ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ 4 ದೊರೆಯುವುದು.

(viii) 'y' ನ ಆರರಷ್ಟರಿಂದ 6ನ್ನು ತೆಗೆದಾಗ 60 ದೊರೆಯುವುದು.

(ix) 'z' ನ ಮೂರನೇ ಒಂದರಷ್ಟಕ್ಕೆ 3 ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ 30 ದೊರೆಯುವುದು.

5. ಮುಂದಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಹೇಳಿಕೆ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $p + 4 = 15$ (ii) $m - 7 = 3$ (iii) $2m = 7$ (iv) $\frac{m}{5} = 3$

(v) $\frac{3m}{5} = 6$ (vi) $3p + 4 = 25$ (vii) $4p - 2 = 18$ (viii) $\frac{p}{2} + 2 = 8$

6. ಮುಂದಿನ ಪ್ರಕರಣಗಳಿಗೆ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಿ.

(i) ಇರ್ಫಾನ್‌ನು ತನ್ನ ಹತ್ತಿರ ಪರ್ಮಿತ್‌ನ ಬಳಿ ಇರುವ ಗೋಲಿಗಳ ಐದರಷ್ಟಕ್ಕಿಂತ 7 ಗೋಲಿಗಳು ಹೆಚ್ಚಾಗಿವೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತಾನೆ. ಇರ್ಫಾನನ ಬಳಿ 37 ಗೋಲಿಗಳಿವೆ. (ಪರ್ಮಿತ್‌ನ ಬಳಿ ಇರುವ ಗೋಲಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 'm' ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ.)

(ii) ಲಕ್ಷ್ಮಿಯ ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸು 49 ವರ್ಷಗಳು. ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸು ಲಕ್ಷ್ಮಿಯ ವಯಸ್ಸಿನ ಮೂರರಷ್ಟಕ್ಕಿಂತ 4 ವರ್ಷಗಳು ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ಇದೆ. (ಲಕ್ಷ್ಮಿಯ ವಯಸ್ಸು 'y'ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ).

(iii) ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಶಿಕ್ಷಕರು, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯೊಬ್ಬ ಪಡೆದಿರುವ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚಿನ ಅಂಕ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯೊಬ್ಬ ಪಡೆದಿರುವ ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ಅಂಕದ ಎರಡಷ್ಟಕ್ಕಿಂತ 7 ಅಂಕ ಹೆಚ್ಚಿದೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತಾರೆ. ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಪಡೆದಿರುವ ಅಂಕ 87. (ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ಅಂಕವನ್ನು 'l' ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ)

(iv) ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಶೃಂಗಕೋನವು ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಪಾದ ಕೋನದ ಎರಡರಷ್ಟಿದೆ. (ಪಾದ ಕೋನವು b ಡಿಗ್ರಿಯಾಗಿರಲಿ. ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180 ಡಿಗ್ರಿ ಎಂಬುದು ನೆನಪಿರಲಿ).

©KTBS Not to be republished

4.4.1 ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು

ಒಂದು ಸಮತೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. $8 - 3 = 4 + 1$ (4.5)

ಇಲ್ಲಿ (4.5)ರ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳು ಸಮನಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಸಮತೆಯು ಸರಿಹೊಂದಿದೆ. (ಪ್ರತಿ ಬದಿಯ ಬೆಲೆ 5 ಆಗಿದೆ)

- ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ 2 ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ,

  $LHS = 8 - 3 + 2 = 5 + 2 = 7 \quad RHS = 4 + 1 + 2 = 5 + 2 = 7.$

  ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಸಮತೆಯು ಸರಿಹೊಂದಿದೆ. (LHS ಹಾಗೂ RHS ಸಮನಾಗಿವೆ)

  ಹೀಗೆ, ಒಂದು ಸಮತೆಯ ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ ಸರಿಹೊಂದುತ್ತದೆ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿದರೆ, ಪುನಃ ಸಮತೆ ಅನ್ವಯವಾಗುತ್ತದೆ.

- ಎರಡೂ ಬದಿಯಿಂದ 2 ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ,

  $LHS = 8 - 3 - 2 = 5 - 2 = 3 \quad RHS = 4 + 1 - 2 = 5 - 2 = 3.$

  ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಸಮನಾಗಿವೆ.

  ಹೀಗೆ, ಒಂದು ಸಮತೆಯ ಎರಡೂ ಬದಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆದರೆ, ಪುನಃ ಸಮತೆ ಅನ್ವಯವಾಗುತ್ತದೆ.

- ಅದೇ ರೀತಿ, ಸಮತೆಯ ಎರಡೂ ಬದಿ ಶೂನ್ಯವಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಅಥವಾ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಅವು ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ.

  ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಸಮತೆಯ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳನ್ನು 3 ರಿಂದ ಗುಣಿಸೋಣ.

  $LHS = 3 \times (8 - 3) = 3 \times 5 = 15,$

  $RHS = 3 \times (4 + 1) = 3 \times 5 = 15.$

  ಸಮತೆಯು ಸರಿಹೊಂದಿದೆ.

  ಈಗ ಸಮತೆಯ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳನ್ನು 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸೋಣ.

  $$LHS = (8 - 3) \div 2 = 5 \div 2 = \frac{5}{2}$$

  $$RHS = (4+1) \div 2 = 5 \div 2 = \frac{5}{2} = LHS$$

  ಪುನಃ ಸಮತೆಯು ಸರಿಹೊಂದಿದೆ. ಬೇರೆ ಯಾವುದೇ ಸಮತೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದಲ್ಲಿ ಇದೇ ಬಗೆಯ ನಿರ್ಣಯವನ್ನು ನಾವು ಪಡೆಯಬಹುದು.

ಈ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸದೆ, ಸಮತೆಯ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡುವ ಬದಲಾಗಿ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದ್ದರೆ ಸಮತೆಯನ್ನು ಸಾಧಿಸಲಾಗುತ್ತಿರಲಿಲ್ಲ. (ಎರಡೂ ಬದಿ ಅಸಮವಾಗಿರುತ್ತಿದ್ದವು). ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಸಮತೆ (4.5) ನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ.

$$8 - 3 = 4 + 1$$

LHS ಗೆ 2 ನ್ನು ಹಾಗೂ RHS ಗೆ 3 ನ್ನು ಕೂಡೋಣ. ಈಗ. LHS, $8-3+2 = 5+2 = 7$ ಹಾಗೂ, RHS, $4 + 1 + 3 = 5 + 3 = 8.$

©KTBS Not to be republished

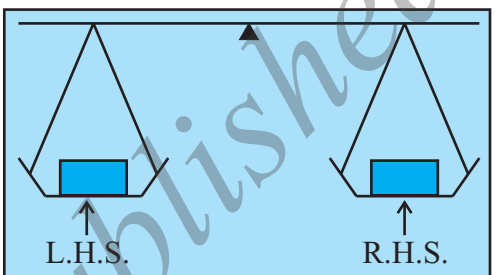
ಇಲ್ಲಿ LHS ಮತ್ತು RHS ಸಮವಾಗಿಲ್ಲದಿರುವುದರಿಂದ ಸಮತೆಯು ಸರಿಹೊಂದುವುದಿಲ್ಲ.

ಹೀಗೆ ಸಮತೆಯ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ, ಒಂದೇ ಬಗೆಯ ಗಣಿತ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆ ಬಳಸಿ ಮಾಡದಿದ್ದರೆ, ಸಮತೆಯನ್ನು ಪಡೆಯಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

ಚರಾಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಸಮತೆಯೇ ಸಮೀಕರಣವಾಗಿದೆ.

ಒಂದು ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಚರಾಕ್ಷರಗಳು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನೇ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದರಿಂದ ಈ ನಿರ್ಣಯಗಳು ಅಲ್ಲಿಯೂ ಸಹ ಮಾನ್ಯವಾಗುತ್ತವೆ.

ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಒಂದು ತೂಗುವ ತಕ್ಕಡಿಗೆ ಹೋಲಿಸಬಹುದು. ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ನಡೆಸುವ ಗಣಿತ ಕ್ರಿಯೆಯು, ತಕ್ಕಡಿಯ ತಟ್ಟೆಗೆ ತೂಕವನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ಅಥವಾ ತಟ್ಟೆಯಿಂದ ತೂಕ ತೆಗೆಯುವ ಕ್ರಿಯೆಯೇ ಆಗಿದೆ. ಸಮೀಕರಣವು ತಟ್ಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಮತೂಕಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತಕ್ಕಡಿಯೇ ಆಗಿದೆ. ತಟ್ಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಮತೂಕವಿದ್ದಾಗ ತಕ್ಕಡಿಯ ಪಟ್ಟಿಯು ಸಮತಲ (horizontal) ದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ. ಸಮತೂಕಗಳನ್ನು ತಟ್ಟೆಗೆ ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಪಟ್ಟಿಯು (arm) ಸಮತಲದಲ್ಲಿಯೇ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ. ಅದೇ ರೀತಿ ಸಮತೂಕಗಳನ್ನು ತಟ್ಟೆಯಿಂದ ತೆಗೆದಾಗಲೂ ಪಟ್ಟಿಯು ಸಮತಲದಲ್ಲಿಯೇ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ.



ಒಂದು ಸಮತೋಲಿತ ಸಮೀಕರಣವು ತಟ್ಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಮತೂಕಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತಕ್ಕಡಿಯೇ ಆಗಿದೆ.

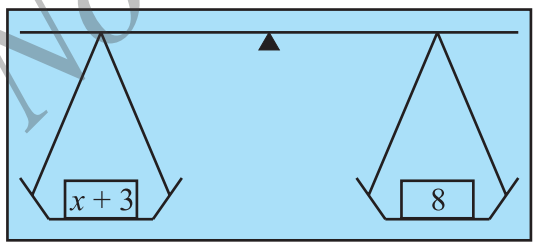
ಬೇರೆ ಬೇರೆ ತೂಕಗಳನ್ನು ತಟ್ಟೆಗಳಿಗೆ ಸೇರಿಸಿದರೆ ಅಥವಾ ತಟ್ಟೆಗಳಿಂದ ತೆಗೆದರೆ ಪಟ್ಟಿಯು ವಾಲುತ್ತಿತ್ತು. ಅಂದರೆ ತಕ್ಕಡಿಯು ಸಮತಲದಲ್ಲಿ ಉಳಿಯುತ್ತಿರಲಿಲ್ಲ.

ಇದೇ ತತ್ವವನ್ನು ಸಮೀಕರಣ ಬಿಡಿಸುವಲ್ಲಿ ಬಳಸುತ್ತೇವೆ. ಇಲ್ಲಿ ಸಮತೋಲನ ಎನ್ನುವುದು ಕಾಲ್ಪನಿಕವಾಗಿದ್ದು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೂಕಗಳ ಬದಲು ಭೌತಿಕವಾಗಿ ಸಮತೋಲನ ಸಾಧಿಸಲು ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ತತ್ವವನ್ನು ಬಳಸುವ ನೈಜ ಉದ್ದೇಶ ಇದೇ ಆಗಿದೆ. ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ.

- ಮುಂದಿನ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ $x + 3 = 8$ (4.6)

  ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡೂ ಬದಿಯಿಂದ 3 ನ್ನು ಕಳೆಯೋಣ.

  ಆಗ, ಹೊಸ LHS $x + 3 - 3 = x$ ಹಾಗೂ ಹೊಸ RHS $8 - 3 = 5$ ಆಗುತ್ತದೆ.



ನಾವು 3ನ್ನೇ ಏಕೆ ಕಳೆಯಬೇಕು? ಬೇರೆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಏಕೆ ಕಳೆಯಬಾರದು? 3ನ್ನು ಕೂಡಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ಇದರಿಂದ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಸಹಾಯವಾಗುವುದೇ? ಏಕೆ ಆಗುವುದಿಲ್ಲ? 3ನ್ನು ಕಳೆಯುವುದರಿಂದ LHS ನಲ್ಲಿ 'x' ಮಾತ್ರ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ.

©KTBS Not to be republished

ಸಮೀಕರಣದ ಸಮತೋಲನದಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಿಲ್ಲದಿರುವುದರಿಂದ

ಹೊಸದಾದ LHS = ಹೊಸದಾದ RHS ಅಥವಾ $x = 5$

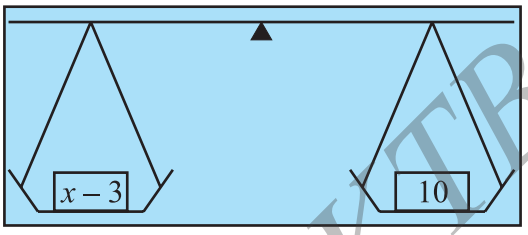
ನಮಗೆ ಅಗತ್ಯವಾಗಿರುವುದು ಇದೇ. $x = 5$ ಸಮೀಕರಣ (4.6) ರ ಪರಿಹಾರವಾಗಿದೆ.

ನಮ್ಮ ಉತ್ತರ ಸರಿಯಾಗಿದೆಯೇ ಎಂದು ದೃಢೀಕರಿಸಲು $x = 5$ ನ್ನು ಮೂಲ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿ ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ.

LHS $= x + 3 = 5 + 3 = 8$, ಇದು ಅಗತ್ಯವಿರುವ RHS ಗೆ ಸಮನಾಗಿದೆ.

ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ ಸೂಕ್ತವಾದ ಗಣಿತ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು (3ರಿಂದ ಕಳೆದದ್ದು) ಅನ್ವಯಿಸಿದ್ದರಿಂದ ನಮಗೆ ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಹಾರ ದೊರೆಯಿತು.

- ಇನ್ನೊಂದು ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ. $x - 3 = 10$ (4.7)



ಇಲ್ಲಿ ನಾವು ಏನು ಮಾಡಬೇಕು? ಎರಡೂ ಬದಿಯಲ್ಲಿ 3ನ್ನು ಕೂಡಬೇಕು. ಇದರಿಂದ ಸಮೀಕರಣ ಸಮತೋಲನದಲ್ಲಿಯೇ ಇರುತ್ತದೆ ಹಾಗೂ LHS ನಲ್ಲಿ 'x' ಮಾತ್ರ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ.

ಹೊಸದಾದ LHS $= x - 3 + 3 = x$, ಹೊಸದಾದ RHS $= 10 + 3 = 13$

ಆದ್ದರಿಂದ, $x = 13$, ಇದು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಪರಿಹಾರವಾಗಿದೆ.

$x = 13$ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಮೂಲ ಸಮೀಕರಣ (4.7)ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿ, ಪರಿಹಾರವನ್ನು ದೃಢೀಕರಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

ಮೂಲ ಸಮೀಕರಣದ LHS $= x - 3 = 13 - 3 = 10$

ಇದು ಅಗತ್ಯವಿರುವ RHS ಆಗಿದೆ.

- ಅದೇ ರೀತಿ ಮುಂದಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ.

$$5y = 35 \quad (4.8)$$

$$\frac{m}{2} = 5 \quad (4.9)$$

ಮೊದಲನೇ ಪ್ರಕರಣದಲ್ಲಿ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳನ್ನು 5 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸೋಣ. ಇದರಿಂದ LHS ನಲ್ಲಿ y ಮಾತ್ರ ಉಳಿಯಲಿದೆ.

ಹೊಸದಾದ LHS $= \frac{5y}{5} = \frac{5 \times y}{5} = y$, ಹೊಸದಾದ RHS $= \frac{35}{5} = \frac{5 \times 7}{5} = 7$

ಆದ್ದರಿಂದ, $y = 7$

ಇದು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಪರಿಹಾರವಾಗಿದ್ದು, $y = 7$ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (4.8)ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿ ತಾಳೆ ನೋಡಬಹುದು.

ಎರಡನೇ ಪ್ರಕರಣದಲ್ಲಿ, ಎರಡೂ ಬದಿಗಳನ್ನು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸೋಣ.

ಇದರಿಂದ LHS ನಲ್ಲಿ 'm' ಮಾತ್ರ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ.

©KTBS Not to be republished

ಹೊಸದಾದ LHS = $\frac{m}{2}\times 2 = m$. ಹೊಸದಾದ RHS = $5 \times 2 = 10$.

ಆದ್ದರಿಂದ, $m = 10$ (ಇದು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಪರಿಹಾರವಾಗಿದ್ದು, ಪರಿಹಾರ ಸರಿಯಾಗಿದೆಯೇ ಎಂದು ನೀವು ಪರೀಕ್ಷಿಸಬಹುದು)

ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಗಣಿತದ ಯಾವ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಬಳಸಬೇಕೆಂಬುದು ಆ ಸಮೀಕರಣದ ಮೇಲೆ ಅವಲಂಬಿತವಾಗಿರುತ್ತದೆ, ಎಂಬುದು ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂದ ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ. ನಮ್ಮ ಪ್ರಯತ್ನ ಚರಾಕ್ಷರವನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕಗೊಳಿಸುವುದಾಗಿರಬೇಕು. ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಪ್ರತ್ಯೇಕಗೊಳಿಸಲು ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಗಣಿತ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಬೇಕಾಗಬಹುದು. ಈಗ ಈ ರೀತಿಯ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸೋಣ.

ಉದಾಹರಣೆ 5 ಬಿಡಿಸಿ (a) $3n + 7 = 25$ (4.10)

(b) $2p - 1 = 23$ (4.11)

ಪರಿಹಾರ:

(a) ನಾವು ಹಂತ ಹಂತವಾಗಿ LHS ನಲ್ಲಿರುವ 'n' ನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕಿಸೋಣ. ಎಡಭಾಗವು $3n + 7$ ಆಗಿದೆ. ಮೊದಲು 7 ನ್ನು ಕಳೆಯುವುದರಿಂದ $3n$ ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. ಮುಂದಿನ ಹಂತದಲ್ಲಿ 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ 'n' ಪಡೆಯೋಣ ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ ಈ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಬೇಕೆಂಬುದು ನೆನಪಿರಲಿ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಎರಡೂ ಬದಿಯಿಂದ 7 ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ,

$$3n + 7 - 7 = 25 - 7 \qquad \text{(ಹಂತ 1)}$$

ಅಥವಾ $3n = 18$

ಈಗ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳನ್ನು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ,

$$\frac{3n}{3} = \frac{18}{3} \qquad \text{(ಹಂತ 2)}$$

ಅಥವಾ $n = 6$, ಇದು ಪರಿಹಾರವಾಗಿದೆ.

(b) ನಾವು ಇಲ್ಲಿ ಏನು ಮಾಡಬೇಕಾಗಿರುತ್ತದೆ? ಮೊದಲು 1 ನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಯಲ್ಲಿ ಕೂಡೋಣ.

$$2p - 1 + 1 = 23 + 1 \qquad \text{(ಹಂತ 1)}$$

ಅಥವಾ $2p = 24$

ಈಗ, ಎರಡೂ ಬದಿಯನ್ನು 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸೋಣ. $\frac{2p}{2} = \frac{24}{2}$ (ಹಂತ 2)

ಅಥವಾ $p = 12$, ಇದು ಪರಿಹಾರವಾಗಿದೆ.

ದೊರೆತ ಉತ್ತರವನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡುವುದು, ನಾವು ಬೆಳೆಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕಾದ ಒಂದು ಉತ್ತಮ ಅಭ್ಯಾಸವಾಗಿದೆ. ಮೇಲಿನ ಸಮಸ್ಯೆ (a) ಗೆ ತಾಳೆ ನೋಡದಿದ್ದರೂ, ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ತಾಳೆ ನೋಡೋಣ.

ಪರಿಹಾರ $p = 12$ ನ್ನು ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸೋಣ.

$$\text{LHS} = 2p - 1 = 2 \times 12 - 1 = 24 - 1$$
$$= 23 = \text{RHS}$$

©KTBS Not to be republished

ಹೀಗೆ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ ಪರಿಹಾರವು ಸರಿಯಾಗಿದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಕೊಂಡೆವು.

ನೀವು, (a) ಯ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಯಾಕೆ ಪರಿಶೀಲಿಸಬಾರದು?

ಈಗ ನಾವು ಅಪ್ಪು, ಸರಿತಾ ಹಾಗೂ ಅಮೀನ ನಡೆಸಿಕೊಟ್ಟ ಮನದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೇಳುವ ಆಟಕ್ಕೆ ಮರಳೋಣ. ಅವರು ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಪಡೆದರು ಎಂದು ಅರ್ಥೈಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ. ಈ ಉದ್ದೇಶಕ್ಕಾಗಿ ಕ್ರಮವಾಗಿ ಅಮೀನ ಮತ್ತು ಅಪ್ಪುವಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಗೆ ಸರಿಹೊಂದುವ (4.1) ಮತ್ತು (4.2) ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸೋಣ.

- ಮೊದಲು ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ. $4x + 5 = 65$. (4.1)

  ಎರಡೂ ಬದಿಯಿಂದ 5 ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ $4x + 5 - 5 = 65 - 5$.

  ಅಂದರೆ $4x = 60$

  ಎರಡೂ ಬದಿಯನ್ನು 4 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ, ಇದು 'x' ನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕಗೊಳಿಸುತ್ತದೆ. $\frac{4x}{4} = \frac{60}{4}$

  ಅಥವಾ $x = 15$. ಇದು ಪರಿಹಾರವಾಗಿದೆ. (ಸರಿಯಾಗಿದೆಯೇ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ).

- ಈಗ $10y - 20 = 50$ ಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ. (4.2)

  ಎರಡೂ ಬದಿಗೆ 20 ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ, $10y - 20 + 20 = 50 + 20$ ಅಥವಾ $10y = 70$

  ಎರಡು ಬದಿಯನ್ನು 10 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ, $\frac{10y}{10} = \frac{70}{10}$

  ಅಥವಾ $y = 7$. ಇದು ಪರಿಹಾರವಾಗಿದೆ. (ಸರಿಯಾಗಿದೆಯೇ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ).

ಅಪ್ಪು, ಸರಿತಾ ಹಾಗೂ ಅಮೀನಾ ನೀಡಿದ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರ ಇದೇ ಎಂಬುದು ನಿಮಗೆ ಅರಿವಾಗುತ್ತದೆ. ಅವರು ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ರೂಪಿಸಿ, ಬಿಡಿಸಲು ಕಲಿತಿರುವುದರಿಂದ, ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೇಳುವ ಆಟವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಎಲ್ಲರನ್ನು ಚಕಿತಗೊಳಿಸಿದರು. ಈ ವಿಭಾಗಕ್ಕೆ ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ 4.7 ರಲ್ಲಿ ಹಿಂತಿರುಗೋಣ.

ಅಭ್ಯಾಸ 4.2

1. ಮುಂದಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಚರಾಕ್ಷರವನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕಗೊಳಿಸಲು ಬಳಸುವ ಪ್ರಥಮ ಹಂತವನ್ನು ತಿಳಿಸಿ ನಂತರ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

(a) $x - 1 = 0$ (b) $x + 1 = 0$ (c) $x - 1 = 5$

(d) $x + 6 = 2$ (e) $y - 4 = -7$ (f) $y - 4 = 4$

(g) $y + 4 = 4$ (h) $y + 4 = -4$

2. ಈ ಮುಂದಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಚರಾಕ್ಷರವನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕಗೊಳಿಸಲು ಬಳಸುವ ಪ್ರಥಮ ಹಂತವನ್ನು ತಿಳಿಸಿ ನಂತರ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

(a) $3l = 42$ (b) $\frac{b}{2} = 6$ (c) $\frac{p}{7} = 4$ (d) $4x = 25$

(e) $8y = 36$ (f) $\frac{z}{3} = \frac{5}{4}$ (g) $\frac{a}{5} = \frac{7}{15}$ (h) $20t = -10$

©KTBS Not to be republished

3. ಚರಾಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕಗೊಳಿಸುವ ಹಂತಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿ ನಂತರ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

(a) $3n - 2 = 46$ (b) $5m + 7 = 17$ (c) $\frac{20p}{3} = 40$ (d) $\frac{3p}{10} = 6$

4. ಮುಂದಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

(a) $10p = 100$ (b) $10p + 10 = 100$ (c) $\frac{p}{4} = 5$ (d) $\frac{-p}{3} = 5$

(e) $\frac{3p}{4} = 6$ (f) $3s = -9$ (g) $3s + 12 = 0$ (h) $3s = 0$

(i) $2q = 6$ (j) $2q - 6 = 0$ (k) $2q + 6 = 0$ (l) $2q + 6 = 12$

4.5 ಇನ್ನಷ್ಟು ಸಮೀಕರಣಗಳು

ಇನ್ನಷ್ಟು ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡೋಣ. ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಾಗ, ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ಬದಿಯಿಂದ ಇನ್ನೊಂದು ಬದಿಗೆ ವರ್ಗಾಯಿಸುವುದನ್ನು ಕಲಿಯೋಣ. ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡುವ ಅಥವಾ ಕಳೆಯುವ ಬದಲು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ವರ್ಗಾಯಿಸಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆ 6 $12p - 5 = 25$ ನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ. (4.12)

ಪರಿಹಾರ:

- ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ 5 ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ
  $12p - 5 + 5 = 25 + 5$ ಅಥವಾ $12p = 30$
- ಎರಡೂ ಬದಿಗಳನ್ನು 12 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ

$$\frac{12p}{12} = \frac{30}{12} \quad \text{ಅಥವಾ} \quad p = \frac{5}{2}$$

ತಾಳೆ $p = \frac{5}{2}$ ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (4.12) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$$\text{LHS} = 12 \times \frac{5}{2} - 5 = 6 \times 5 - 5$$
$$= 30 - 5 = 25 = \text{RHS}$$

> ಸೂಚನೆ : ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ 5ನ್ನು ಸೇರಿಸುವುದೆಂದರೆ –5 ಇರುವ ಬದಿಯನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸುವುದು ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ.
> $12p - 5 = 25$
> $12p = 25 + 5$
> ಬದಿಯನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸುವುದಕ್ಕೆ 'ಸ್ಥಳಾಂತರ' ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸುವಾಗ ನಾವು ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಇದುವರೆಗೆ ನೋಡಿದಂತೆ, ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಾಗ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಅನ್ವಯಿಸುವ ಗಣಿತದ ಕ್ರಿಯೆಯೆಂದರೆ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ ಕೂಡುವುದು ಅಥವಾ ಕಳೆಯುವುದು. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸುವುದೆಂದರೆ (ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಬದಿಗೆ ಕೊಂಡೊಯ್ಯುವುದು) ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ ಕೂಡುವುದು ಅಥವಾ ಕಳೆಯುವುದೇ ಆಗಿದೆ. ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸುವಾಗ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಚಿಹ್ನೆ ಬದಲಾಯಿಸಬೇಕು. ಈ ನಿಯಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯಿಸುವಂತೆ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಿಗೂ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆ. ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸುವ ಇನ್ನೆರಡು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ.

©KTBS Not to be republished

ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ ಕೂಡುವುದು ಅಥವಾ ಕಳೆಯುವುದು.	ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸುವುದು.
(i) $3p - 10 = 5$	(i) $3p - 10 = 5$
ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ 10 ನ್ನು ಕೂಡಿ	(–10) ನ್ನು LHS ನಿಂದ RHS ಗೆ ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸಿ.
$3p - 10 + 10 = 5 + 10$	(–10 ನ್ನು ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸಿದಾಗ ಅದು +10 ಆಗುತ್ತದೆ)
ಅಥವಾ $3p = 15$	$3p = 5 + 10$ ಅಥವಾ $3p = 15$
(ii) $5x + 12 = 27$	(ii) $5x + 12 = 27$
ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ 12 ನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ	+12 ನ್ನು ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸಿದಾಗ (+12 ನ್ನು ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸಿದಾಗ –12 ಆಗುತ್ತದೆ)
$5x + 12 - 12 = 27 - 12$	$5x = 27 - 12$
ಅಥವಾ $5x = 15$	ಅಥವಾ $5x = 15$

ನಾವು ಇನ್ನೂ ಎರಡು ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸೋಣ. ಆವರಣವನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವ ಮುನ್ನ ಆವರಣವನ್ನು ತೆಗೆಯಬೇಕಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ 7 ಬಿಡಿಸಿ.

(a) $4(m + 3) = 18$ (b) $-2(x + 3) = 8$

ಪರಿಹಾರ:

(a) $4(m + 3) = 18$

ಎರಡೂ ಬದಿಗಳನ್ನು 4 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದರಿಂದ LHS ನಲ್ಲಿ ಆವರಣವನ್ನು ತೆಗೆಯಬಹುದು.

$m + 3 = \frac{18}{4}$ ಅಥವಾ $m + 3 = \frac{9}{2}$

ಅಥವಾ $m = \frac{9}{2} - 3$ (3ನ್ನು RHS ಗೆ ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸಲಾಗಿದೆ)

ಅಥವಾ $m = \frac{3}{2}$ (ಪರಿಹಾರ) $\left(\frac{9}{2} - 3 = \frac{9}{2} - \frac{6}{2} = \frac{3}{2}\right.$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ$\left.\right)$

ತಾಳೆ : $\text{LHS} = 4\left[\frac{3}{2} + 3\right] = 4 \times \frac{3}{2} + 4 \times 3 = 2 \times 3 + 4 \times 3$ [$m = \frac{3}{2}$ ಎಂದು ಆದೇಶಿಸಿ]

$= 6 + 12 = 18 = \text{RHS}$

©KTBS Not to be republished

(b) $-2(x+3) = 8$

ಎರಡೂ ಬದಿಗಳನ್ನು (–2) ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ LHS ನ ಆವರಣವನ್ನು ತೆಗೆಯಬಹುದು.

$x + 3 = -\frac{8}{2}$ ಅಥವಾ $x + 3 = -4$

i.e., $x = -4 - 3$ (3ನ್ನು RHS ಗೆ ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸಿದೆ) ಅಥವಾ $x = -7$ (ಪರಿಹಾರ)

ತಾಳೆ LHS = $-2 \times (-7 + 3) = -2(-4)$

$= 8 = \text{RHS}$

4.6 ಪರಿಹಾರದಿಂದ ಸಮೀಕರಣ

ಅತುಲ್ ಯಾವಾಗಲೂ ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿ ಯೋಚಿಸುತ್ತಾನೆ. ಆತನು ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸುವ ಅನುಕ್ರಮ ಹಂತಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತಾನೆ. ಇದರ ವ್ಯತಿರಿಕ್ತ ಮಾರ್ಗವನ್ನು ಏಕೆ ಅನುಸರಿಸಬಾರದು ಎಂಬುವುದರ ಬಗ್ಗೆ ಅಚ್ಚರಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುತ್ತಾನೆ.

ಸಮೀಕರಣ → ಪರಿಹಾರ (ಸಾಮಾನ್ಯ ಮಾರ್ಗ)

ಪರಿಹಾರ → ಸಮೀಕರಣ (ವ್ಯತಿರಿಕ್ತ ಮಾರ್ಗ)

ಅವನು ಅನುಸರಿಸಿದ ಹಂತಗಳು ಮುಂದಿನಂತಿವೆ.

ಪ್ರಾರಂಭ $x = 5$

ಎರಡೂ ಬದಿಗಳನ್ನು 4 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ, $4x = 20$ ↑ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳನ್ನು 4 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ

ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಿಂದ 3ನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ $4x - 3 = 17$ ↑ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಿಗೆ 3ನ್ನು ಕೂಡಿ

ಇದರಿಂದ ಸಮೀಕರಣ ರೂಪುಗೊಂಡಿದೆ. ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಪ್ರತೀ ಹಂತದಲ್ಲಿ ವ್ಯತಿರಿಕ್ತ ಮಾರ್ಗ ಅನುಸರಿಸಿದಾಗ ಪರಿಹಾರ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

ಹಿತಾಳಿಗೆ ಇದರಲ್ಲಿ ಆಸಕ್ತಿ ಉಂಟಾಗಿ, ಮೊದಲ ಹಂತದಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ ಇನ್ನೊಂದು ಸಮೀಕರಣ ರಚಿಸುತ್ತಾಳೆ.

$x = 5$

ಎರಡೂ ಬದಿಗಳನ್ನು 3 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ, $3x = 15$

4 ನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಿಗೆ ಕೂಡಿದಾಗ, $3x + 4 = 19$

$y = 4$ ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ಮೂವರು ಸಹಪಾಠಿಗಳಿಗೂ ಇದನ್ನೇ ಮಾಡಲು ತಿಳಿಸಿ. ಅವರು ರಚಿಸಿರುವ ಸಮೀಕರಣಗಳು ನಿಮ್ಮ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗಿಂತ ಭಿನ್ನವಾಗಿವೆಯೇ?

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ:

$x = 5$ ರಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ಇಬ್ಬರು ಸಹಪಾಠಿಗಳಿಗೆ ಇದನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಹೇಳಿ. ಅವರಿಗೆ $x = 5$ ಪರಿಹಾರ ದೊರೆತಿದೆಯೋ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ

ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದಷ್ಟೆ ಅಲ್ಲ, ನೀವು ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು. ಹಾಗೆಯೇ ಒಂದು ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ನಿಮಗೆ ಒಂದು ಪರಿಹಾರ ಸಿಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಾ? ಆದರೆ ಒಂದು ಪರಿಹಾರದಿಂದ ನೀವು ಅನೇಕ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು.

©KTBS Not to be republished

ಸಾರಾ ತಾನು ಯೋಚಿಸುತ್ತಿರುವುದನ್ನು ಎಲ್ಲರೊಂದಿಗೂ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಲು ಬಯಸುತ್ತಾಳೆ. ಹಿತಾ ರಚಿಸಿದ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಹೇಳಿಕೆ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಒಗಟಾಗಿ (puzzle) ಪರಿವರ್ತಿಸುತ್ತೇನೆಂದು ಸಾರಾ ಹೇಳುತ್ತಾಳೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದನ್ನು ಮನದಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ. ಅದನ್ನು 3 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ, ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ 4 ನ್ನು ಕೂಡಿ ನೀವು ಪಡೆದ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಹೇಳಿ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ:

ಒಂದರ ಪರಿಹಾರ 11 ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದರ ಪರಿಹಾರ 100 ಆಗಿರುವಂತೆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯಾ ಒಗಟುಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

ಮೊತ್ತವು 19 ಆಗಿದ್ದರೆ, ಹಿತಾ ರಚಿಸಿದ ಸಮೀಕರಣದಿಂದ ಪರಿಹಾರ ಪಡೆಯಬಹುದು. ಹಿತಾ 5 ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದ್ದರಿಂದ ಅದೇ ಪರಿಹಾರವೆಂದು ತಿಳಿದಿದೆ.

ಸಂಖ್ಯಾ ಒಗಟನ್ನು ರಚಿಸಲು ಅಪ್ಪು, ಅಮೀನಾ ಮತ್ತು ಸರಿತಾ ಅನುಸರಿಸಿದ ಮಾರ್ಗ ಇದೇನಾ ಎಂದು ಸಾರಾ ಕೇಳಿದಾಗ ಅವರು ಹೌದೆಂದರು.

ಸಂಖ್ಯಾ ಒಗಟುಗಳನ್ನು ಹಾಗೂ ಅದೇ ರೀತಿಯ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ರಚಿಸಬಹುದೆಂದು ನಾವೀಗ ತಿಳಿದೆವು.

ಅಭ್ಯಾಸ 4.3

1. ಮುಂದಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

(a) $2y + \frac{5}{2} = \frac{37}{2}$ (b) $5t + 28 = 10$ (c) $\frac{a}{5} + 3 = 2$

(d) $\frac{q}{4} + 7 = 5$ (e) $\frac{5}{2}x = -5$ (f) $\frac{5}{2}x = \frac{25}{4}$

(g) $7m + \frac{19}{2} = 13$ (h) $6z + 10 = -2$ (i) $\frac{3l}{2} = \frac{2}{3}$

(j) $\frac{2b}{3} - 5 = 3$

2. ಮುಂದಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

(a) $2(x + 4) = 12$ (b) $3(n - 5) = 21$ (c) $3(n - 5) = -21$

(d) $-4(2 + x) = 8$ (e) $4(2 - x) = 8$

3. ಮುಂದಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

(a) $4 = 5(p - 2)$ (b) $-4 = 5(p - 2)$ (c) $16 = 4 + 3(t + 2)$

(d) $4 + 5(p - 1) = 34$ (e) $0 = 16 + 4(m - 6)$

4. (a) $x = 2$ ರಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ಮೂರು ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

(b) $x = -2$ ರಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ಮೂರು ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

©KTBS Not to be republished

4.7 ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಸರಳ ಸಮೀಕರಣದ ಅನ್ವಯಗಳು

ಆಡು ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸುವುದನ್ನು ನಾವು ಈಗಾಗಲೇ ತಿಳಿದಿದ್ದೇವೆ ಮತ್ತು ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದನ್ನು ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ. ಈಗ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಬರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಒಗಟುಗಳನ್ನು ನಾವು ಬಿಡಿಸಬಹುದು. ಮೊದಲು ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಂದರ್ಭಗಳ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಮೀಕರಣದ ರೂಪಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ ನಂತರ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಪರಿಹಾರ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ನಾವು ಈ ಹಿಂದೆ ಗಮನಿಸಿದ [ಉದಾ 1(i) & (iii), ವಿಭಾಗ 4.2] ಅಂಶಗಳಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸೋಣ.

ಉದಾಹರಣೆ 8 ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೂರರಷ್ಟು ಮತ್ತು 11 ರ ಮೊತ್ತ 32 ಆದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

- ಗೊತ್ತಿರದ ಆ ಸಂಖ್ಯೆ 'x' ಆದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೂರರಷ್ಟು $3x$ ಆಗುತ್ತದೆ. $3x$ ಮತ್ತು 11ರ ಮೊತ್ತ 32. ಅಂದರೆ $3x + 11 = 32$
- ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು, 11 ನ್ನು RHS ಗೆ ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸುತ್ತೇವೆ.

  ಹಾಗಾಗಿ $3x = 32 - 11$ ಅಥವಾ $3x = 21$

  ಈಗ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳನ್ನು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ.

  ಭಾಗ 4.2 ಉದಾಹರಣೆ (1)ರಲ್ಲಿ ಈ ಸಮೀಕರಣ ಪಡೆದಿದ್ದೆವು

  ಆದ್ದರಿಂದ, $$x = \frac{21}{3} = 7$$

  ಬೇಕಾದ ಸಂಖ್ಯೆ 7 ಆಗಿದೆ. (7ನ್ನು 3 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ 11 ನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ 32 ದೊರೆಯುವುದು).

ಉದಾಹರಣೆ 9 ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ನಾಲ್ಕನೇ ಒಂದರಷ್ಟು 7 ಕ್ಕಿಂತ ಮೂರು ಹೆಚ್ಚಿದ್ದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

- ಗೊತ್ತಿಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆ 'y' ಆಗಿರಲಿ. 'y' ನ ನಾಲ್ಕನೇ ಒಂದರಷ್ಟು $\frac{y}{4}$.

  $\left(\frac{y}{4}\right)$ ಸಂಖ್ಯೆ 7 ಕ್ಕಿಂತ 3 ಹೆಚ್ಚಿದೆ.

  ಆದ್ದರಿಂದ y ನ ಸಮೀಕರಣ $\frac{y}{4} - 7 = 3$

©KTBS Not to be republished

- ಇದನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು (–7) ನ್ನು RHS ಗೆ ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸಿದಾಗ

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ:

(i) ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದನ್ನು 6 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ, ಗುಣಲಬ್ಧದಿಂದ 5ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ, ನಿಮಗೆ 7 ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದೆಂದು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?

(ii) ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೂರನೇ ಒಂದಕ್ಕೆ 5ನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ 8 ದೊರೆಯುತ್ತದೆ?

$\frac{y}{4} = 3 + 7 = 10$ ಆಗುತ್ತದೆ

ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳನ್ನು 4 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ

$\frac{y}{4} \times 4 = 10 \times 4$ ಅಥವಾ $y = 40$ (ಪರಿಹಾರವಾಗಿದೆ).

ಈಗ ರಚಿಸಿರುವ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ. y ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ.

$$\text{LHS} = \frac{40}{4} - 7 = 10 - 7 = 3 = \text{RHS},$$

ಉದಾಹರಣೆ 10 ರಾಜು ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸು ರಾಜುವಿನ ವಯಸ್ಸಿನ ಮೂರರಷ್ಟಕ್ಕಿಂತ 5 ವರ್ಷಗಳು ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ. ರಾಜು ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸು 44 ವರ್ಷಗಳಾದರೆ ರಾಜುವಿನ ವಯಸ್ಸೆಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ

- ಉದಾಹರಣೆ 3 ರಲ್ಲಿ ನೀಡಿದಂತೆ, ರಾಜುವಿನ ವಯಸ್ಸು ಸೂಚಿಸುವ ಸಮೀಕರಣ

$$3y + 5 = 44$$

- ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು 5ನ್ನು ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸುತ್ತೇವೆ. $3y = 44 - 5 = 39$

  ಎರಡೂ ಬದಿಗಳನ್ನು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ, $y = 13$

  ರಾಜುವಿನ ವಯಸ್ಸು 13 ವರ್ಷಗಳಾಗಿವೆ. (ನೀವು ಉತ್ತರವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಬಹುದು)

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ:

ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳಿರುವ ಎರಡು ರೀತಿಯ ಬುಟ್ಟಿಗಳಿವೆ. ದೊಡ್ಡ ಬುಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ, 8 ಸಣ್ಣ ಬುಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿನ ಹಣ್ಣುಗಳಿಗಿಂತ 4 ಹಣ್ಣುಗಳು ಹೆಚ್ಚಿವೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ದೊಡ್ಡ ಬುಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ 100 ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳಿದ್ದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಣ್ಣ ಬುಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿನ ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

ಅಭ್ಯಾಸ 4.4

1. ಮುಂದಿನವುಗಳಿಗೆ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಗೊತ್ತಿರದ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(a) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ 8 ರಷ್ಟಕ್ಕೆ 4ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ನಿಮಗೆ 60 ದೊರೆಯುವುದು.

(b) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಐದನೇ ಒಂದರಷ್ಟರಿಂದ 4ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ 3 ದೊರೆಯುವುದು.

©KTBS Not to be republished

(c) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ನಾಲ್ಕನೇ ಮೂರರಷ್ಟನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅದಕ್ಕೆ ಮೂರನ್ನು ಕೂಡಿದರೆ ನನಗೆ 21 ದೊರೆಯುವುದು.

(d) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಎರಡರಷ್ಟರಿಂದ 11 ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ನನಗೆ 15 ದೊರೆಯಿತು.

(e) ಮುನ್ನಾ ತನ್ನಲ್ಲಿರುವ ಪುಸ್ತಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೂರರಷ್ಟನ್ನು 50 ರಿಂದ ಕಳೆದಾಗ ಅವನಿಗೆ 8 ದೊರೆಯಿತು.

(f) ಇಬೆನ್‌ಹಾಲ್‌ಳು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಯೋಚಿಸುತ್ತಾಳೆ. ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ 19 ನ್ನು ಕೂಡಿ ಬಂದ ಮೊತ್ತವನ್ನು 5 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಅವಳಿಗೆ 8 ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

(g) ಅನ್ವರ್ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಯೋಚಿಸುತ್ತಾನೆ. ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ $\frac{5}{2}$ ರಷ್ಟರಿಂದ 7ನ್ನು ತೆಗೆದಾಗ ಅವನಿಗೆ 23 ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

2. ಮುಂದಿನವುಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

(a) ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಶಿಕ್ಷಕರು, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯೊಬ್ಬ ಪಡೆದಿರುವ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಅಂಕಗಳು ಇನ್ನೊಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಪಡೆದಿರುವ ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ಅಂಕಗಳ ಎರಡರಷ್ಟಕ್ಕಿಂತ 7 ಹೆಚ್ಚಿದೆ. ಪಡೆದ ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಅಂಕ 87 ಆದರೆ ಕಡಿಮೆ ಅಂಕಗಳೆಷ್ಟು?

(b) ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಪಾದ ಕೋನಗಳು ಸಮನಾಗಿವೆ. ಶೃಂಗಕೋನವು 40° ಆದರೆ ಪಾದಕೋನಗಳ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು? ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180° ಗೆ ಸಮ ಎಂದು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

(c) ಸಚಿನ್ ರಾಹುಲ್‌ಗಳಿಸಿದ ರನ್‌ಗಳಿಗಿಂತ ಎರಡರಷ್ಟು ರನ್ ಗಳಿಸುತ್ತಾನೆ. ಅವರಿಬ್ಬರು ಒಟ್ಟಾಗಿ ಗಳಿಸಿದ ರನ್‌ಗಳು ದ್ವಿಶತಕಕ್ಕಿಂತ 2 ಕಡಿಮೆಯಿದ್ದರೆ, ಒಬ್ಬೊಬ್ಬರು ಗಳಿಸಿದ ರನ್‌ಗಳೆಷ್ಟು?

3. ಮುಂದಿನವುಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

(i) ಇರ್ಫಾನ್‌ನು ಬಳಿ ಪರ್ಮಿತ್ ಬಳಿ ಇರುವ ಗೋಲಿಗಳ ಐದರಷ್ಟಕ್ಕಿಂತ 7 ಗೋಲಿಗಳು ಹೆಚ್ಚಿದೆ. ಇರ್ಫಾನನ ಬಳಿ 37 ಗೋಲಿಗಳಿದ್ದರೆ, ಪರ್ಮಿತ್‌ನ ಬಳಿ ಇರುವ ಗೋಲಿಗಳೆಷ್ಟು?

(ii) ಲಕ್ಷ್ಮಿಯ ತಂದೆಗೆ 49 ವರ್ಷಗಳು. ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸು ಲಕ್ಷ್ಮಿಯ ವಯಸ್ಸಿನ ಮೂರರಷ್ಟಕ್ಕಿಂತ 4 ವರ್ಷಗಳು ಹೆಚ್ಚಾಗಿವೆ. ಲಕ್ಷ್ಮಿಯ ವಯಸ್ಸೆಷ್ಟು?

(iii) ಸುಂದರ ಗ್ರಾಮದ ಗ್ರಾಮಸ್ಥರು ಉದ್ಯಾನವನದಲ್ಲಿ ಗಿಡಗಳನ್ನು ನೆಟ್ಟರು. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಹಣ್ಣಿನ ಗಿಡಗಳು ಇದ್ದವು. ಇತರೆ ಗಿಡಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಹಣ್ಣಿನ ಗಿಡಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೂರರಷ್ಟಕ್ಕಿಂತ ಎರಡು ಹೆಚ್ಚಿವೆ. ಇತರೆ ಗಿಡಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 77 ಆದರೆ, ಹಣ್ಣಿನ ಗಿಡಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4. ಒಗಟನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

ನಾನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆ	ನಾನು ಯಾರು ಹೇಳಿ!
ನನ್ನ ಏಳರಷ್ಟು	ಮತ್ತೆ ಅದಕ್ಕೆ ಐವತ್ತು!
ತ್ರಿಶತಕಕ್ಕೆ	ಇನ್ನೂ ನಲವತ್ತು ಬೇಕು!

©KTBS Not to be republished

ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿರುವ ಅಂಶಗಳು

1. ಸಮೀಕರಣವು ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ನಿಬಂಧನೆಯಾಗಿದ್ದು, ಚರಾಕ್ಷರದ ಎರಡೂ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಒಂದೇ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರಬೇಕು.
2. ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ತಾಳೆಯಾಗುವ ಚರಾಕ್ಷರದ ಬೆಲೆಯು ಆ ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಹಾರವಾಗಿದೆ.
3. LHS ಮತ್ತು RHS ನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿದರೂ ಸಹ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಬದಲಾವಣೆಯಾಗುವುದಿಲ್ಲ.
4. ಒಂದು ಸಮತೋಲಿತ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ

   (i) ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿ ಕೂಡಿದಾಗ ಅಥವಾ

   (ii) ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಯಿಂದ ಕಳೆದಾಗ ಅಥವಾ

   (iii) ಎರಡೂ ಬದಿಯನ್ನು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಅಥವಾ

   (iv) ಎರಡೂ ಬದಿಯನ್ನು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ

   ಸಮೀಕರಣದ ಬೆಲೆ ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ, ಅಂದರೆ LHS ಮತ್ತು RHSನ ಮೌಲ್ಯಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತವೆ.
5. ಮೇಲಿನ ಗುಣಗಳಿಂದ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕ್ರಮಬದ್ಧವಾಗಿ ಬಿಡಿಸಬಹುದು. ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ರೀತಿ ಸರಣಿ ಗಣಿತ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸುವ ಮೂಲಕ ಚರಾಕ್ಷರವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಒಂದು ಬದಿಯಲ್ಲಿ ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. ಕೊನೆ ಹಂತವು ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಹಾರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
6. ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸುವುದು ಎಂದರೆ ಇನ್ನೊಂದು ಬದಿಗೆ ವರ್ಗಾಯಿಸುವುದು. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸುವುದು ಎಂದರೆ ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಯಲ್ಲಿ ಕೂಡುವುದು ಅಥವಾ ಕಳೆಯುವುದೇ ಆಗಿದೆ. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಒಂದು ಬದಿಯಿಂದ ಇನ್ನೊಂದು ಬದಿಗೆ ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸಿದಾಗ ನೀವು ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಬೇಕು.

   ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $x + 3 = 8$ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ +3 ನ್ನು LHS ನಿಂದ RHSಗೆ ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸಿದಾಗ, $x = 8 - 3 = 5$. ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನೂ ಸಹ ಇದೇ ರೀತಿ ಸ್ಥಳಾಂತರಿಸಬಹುದು.
7. ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಂದರ್ಭಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯಿಸುವಂತೆ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂದು ನಾವು ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ.
8. ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು, ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡುವುದರಿಂದ ಅನ್ವಯಿಸುವ ತಂತ್ರವನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿ ಪರಿಹಾರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಂತೆ, ಪರಿಹಾರದಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ. ಸಮೀಕರಣ ರಚಿಸುವುದನ್ನು ನಾವು ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ. ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ದೈನಂದಿನ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಪದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದನ್ನು ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ.

©KTBS Not to be republished

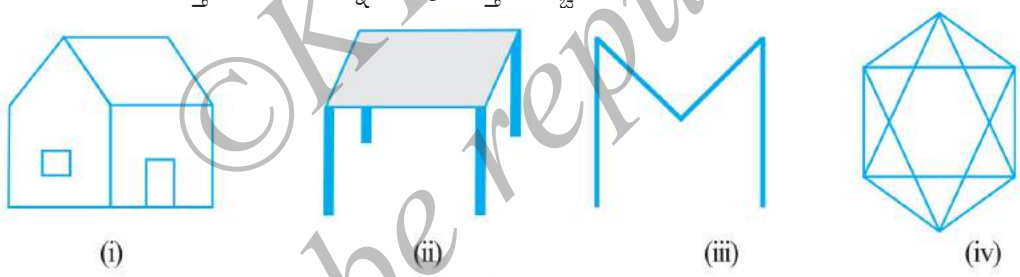
ಅಧ್ಯಾಯ – 5

ರೇಖೆಗಳು ಮತ್ತು ಕೋನಗಳು

B5EL15

5.1 ಪೀಠಿಕೆ

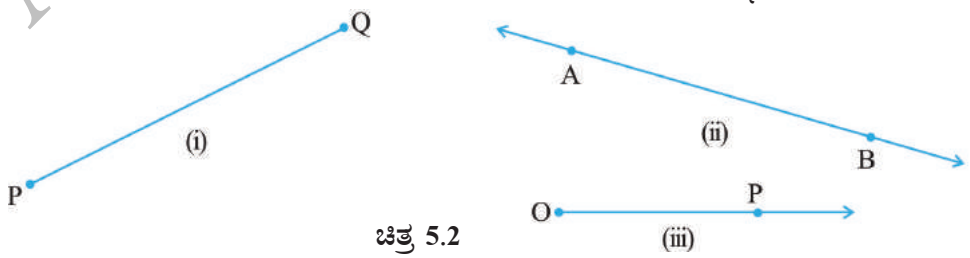
ದತ್ತ ಆಕೃತಿಗಳಲ್ಲಿ ವಿವಿಧ ರೇಖೆಗಳು, ರೇಖಾಖಂಡಗಳು ಮತ್ತು ಕೋನಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂಬುದು ನಿಮಗೆ ಈಗಾಗಲೇ ತಿಳಿದಿದೆ. ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ (ಚಿತ್ರ 5.1) ಉಂಟಾಗಿರುವ ವಿವಿಧ ರೇಖಾಖಂಡಗಳು ಮತ್ತು ಕೋನಗಳನ್ನು ನೀವು ಪತ್ತೆ ಹಚ್ಚುವಿರಾ?



ಚಿತ್ರ 5.1

ಉಂಟಾಗಿರುವ ಕೋನಗಳು ಲಘು ಅಥವಾ ಅಧಿಕ ಅಥವಾ ಲಂಬಕೋನಗಳೇ? ಎಂಬುದನ್ನೂ ನೀವು ಪತ್ತೆಹಚ್ಚಬಹುದು.

ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವು ಎರಡು ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಸ್ಮರಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ಎರಡು ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಎರಡೂ ದಿಕ್ಕು ಅಂತ್ಯವಿಲ್ಲದಂತೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದಾಗ ನಾವು ರೇಖೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. ಹೀಗಾಗಿ ಒಂದು ರೇಖೆಯು ಯಾವುದೇ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿಲ್ಲವೆಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು. ಮತ್ತೊಂದೆಡೆ, ಒಂದು ಕಿರಣವು ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಸ್ಮರಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ (ಅದರ ಆರಂಭದ ಬಿಂದು). ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.



ಚಿತ್ರ 5.2

©KTBS Not to be republished

ಚಿತ್ರ 5.2 (i) ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು, ಚಿತ್ರ 5.2 (ii) ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಮತ್ತು ಚಿತ್ರ 5.2 (iii) ಒಂದು ಕಿರಣವನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.

PQ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ $\overline{PQ}$ ಸಂಕೇತದಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ. AB ರೇಖೆಯನ್ನು $\overleftrightarrow{AB}$ ಸಂಕೇತದಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು OP ಕಿರಣವನ್ನು $\overrightarrow{OP}$ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ. ರೇಖಾಖಂಡಗಳು ಮತ್ತು ಕೋನಗಳಿಗೆ ನಿಮ್ಮ ನಿತ್ಯಜೀವನದಲ್ಲಿನ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಕೊಡಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ನಿಮ್ಮ ಸಹಪಾಠಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿ.

ರೇಖೆಗಳು ಅಥವಾ ರೇಖಾಖಂಡಗಳು ಸಂಧಿಸಿದಾಗ ಕೋನ ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಸ್ಮರಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ಚಿತ್ರ 5.1 ರಲ್ಲಿ ಮೂಲೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಅಥವಾ ರೇಖಾಖಂಡಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಈ ಮೂಲೆಗಳು ಉಂಟಾಗಿವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಚಿತ್ರ 5.3

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ನಿಮ್ಮ ಸುತ್ತಮುತ್ತಲಿನ ಹತ್ತು ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವ ಲಘು, ಅಧಿಕ ಮತ್ತು ಲಂಬಕೋನಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ.

ಚಿತ್ರ 5.3 (i) ರಲ್ಲಿ AB ಮತ್ತು BC ರೇಖಾಖಂಡಗಳು B ಯಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿ ABC ಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಿವೆ. ಪುನಃ BC ಮತ್ತು AC ರೇಖಾಖಂಡಗಳು C ಯಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿ ACB ಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಿವೆ. ಆದರೆ ಚಿತ್ರ 5.3 (ii) ರಲ್ಲಿ PQ ಮತ್ತು RS ರೇಖೆಗಳು O ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿ POS, SOQ, QOR ಮತ್ತು ROP ಎಂಬ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಿವೆ. ಕೋನ ABC ಯನ್ನು $\angle ABC$ ಸಂಕೇತದಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ. ಹೀಗೆ ಚಿತ್ರ 5.3(i) ರಲ್ಲಿನ ಮೂರು ಕೋನಗಳು $\angle ABC$, $\angle BCA$ ಮತ್ತು $\angle BAC$ ಆಗಿವೆ. ಚಿತ್ರ 5.3 (ii) ರಲ್ಲಿನ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳು $\angle POS$, $\angle SOQ$, $\angle QOR$ ಮತ್ತು $\angle POR$ ಆಗಿವೆ. ಕೋನಗಳನ್ನು ಲಘು, ಅಧಿಕ ಅಥವಾ ಲಂಬಕೋನಗಳಾಗಿ ಹೇಗೆ ವರ್ಗೀಕರಿಸುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಈಗಾಗಲೇ ಅಭ್ಯಸಿಸಿರುವಿರಿ.

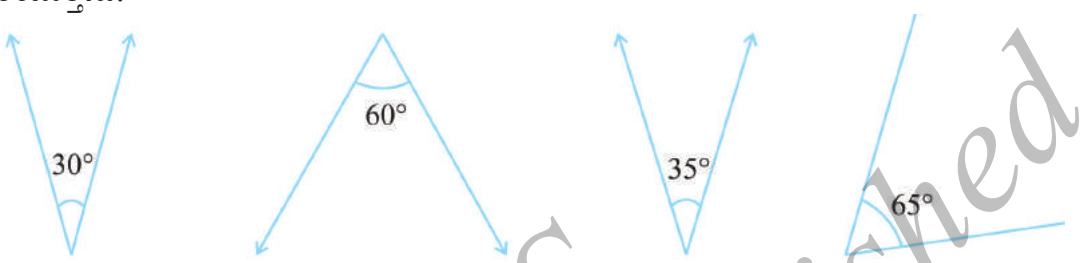
ಗಮನಿಸಿ: ABC ಕೋನದ ಅಳತೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುವಾಗ ನಾವು $m\angle ABC$ ಎಂದು ಬರೆಯಬೇಕು, ಆದರೆ ಅದನ್ನು ಸರಳವಾಗಿ $\angle ABC$ ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಬರೆದಿರುವ ಸಂದರ್ಭಾನುಸಾರ ಅದು ಕೋನವೇ ಅಥವಾ ಕೋನದ ಅಳತೆಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಗ್ರಹಿಸುತ್ತೇವೆ.

©KTBS Not to be republished

5.2 ಸಂಬಂಧಿತ ಕೋನಗಳು

5.2.1 ಪೂರಕ ಕೋನಗಳು

ಎರಡು ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಯ ಮೊತ್ತವು 90° ಆಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಕೋನಗಳನ್ನು ಪೂರಕ ಕೋನಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.



(i) (ii) (iii) (iv)

ಈ ಎರಡೂ ಕೋನಗಳು ಪೂರಕ ಕೋನಗಳಾಗಿವೆಯೇ? ಹೌದು

ಈ ಎರಡೂ ಕೋನಗಳು ಪೂರಕ ಕೋನಗಳಾಗಿವೆಯೇ? ಇಲ್ಲ

ಚಿತ್ರ 5.4

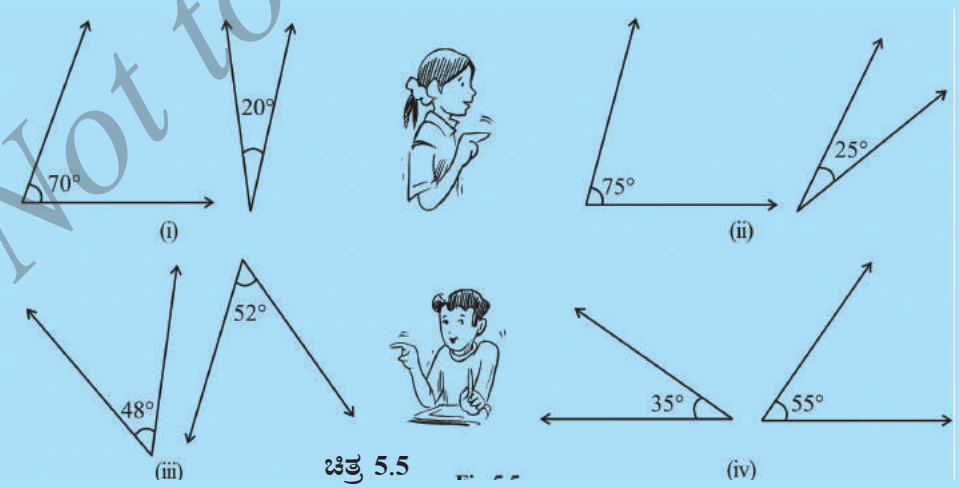
ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಪೂರಕ ಕೋನಗಳಾಗಿದ್ದಾಗ, ಪ್ರತಿ ಕೋನವು ಇನ್ನೊಂದು ಕೋನದ ಪೂರಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ (ಚಿತ್ರ 5.4), '60° ಕೋನದ' ಪೂರಕ ಕೋನ 30° ಆಗಿದೆ.

ಆಲೋಚಿಸಿ, ಚರ್ಚಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ

1. ಎರಡು ಲಘು ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಪೂರಕವಾಗಿರಬಹುದೇ?
2. ಎರಡು ಅಧಿಕ ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಪೂರಕವಾಗಿರಬಹುದೇ?
3. ಎರಡು ಲಂಬಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಪೂರವಾಗಿರಬಹುದೇ?

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. ಮುಂದಿನ ಯಾವ ಜೋಡಿ ಕೋನಗಳು ಪೂರಕವಾಗಿವೆ? (ಚಿತ್ರ 5.5)



ಚಿತ್ರ 5.5

©KTBS Not to be republished

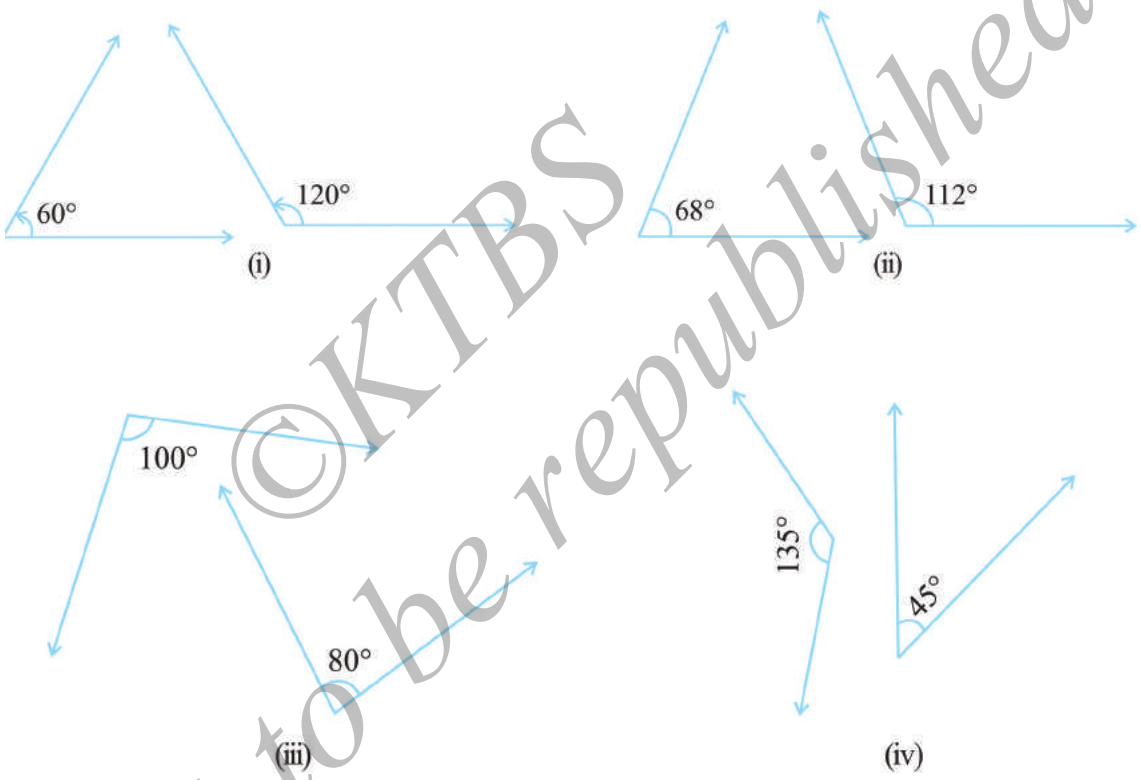
2. ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಪ್ರತಿ ಕೋನದ ಪೂರಕದ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು?

(i) 45° (ii) 65° (iii) 41° (iv) 54°

3. ಎರಡು ಪೂರಕ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 12° ಇದೆ. ಆ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

5.2.2 ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳು

ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಜೋಡಿ ಕೋನಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸೋಣ (ಚಿತ್ರ 5.6).



ಚಿತ್ರ 5.6

ನೀಡಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೋಡಿ ಕೋನಗಳಲ್ಲಿ, ಎರಡು ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಯ ಮೊತ್ತ 180° ಆಗಿರುವುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಿದಿರಾ? ಈ ರೀತಿಯಾದ ಜೋಡಿ ಕೋನಗಳನ್ನು **ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳು** ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಪ್ರತಿ ಕೋನವು ಇನ್ನೊಂದರ **ಪರಿಪೂರಕ**ವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

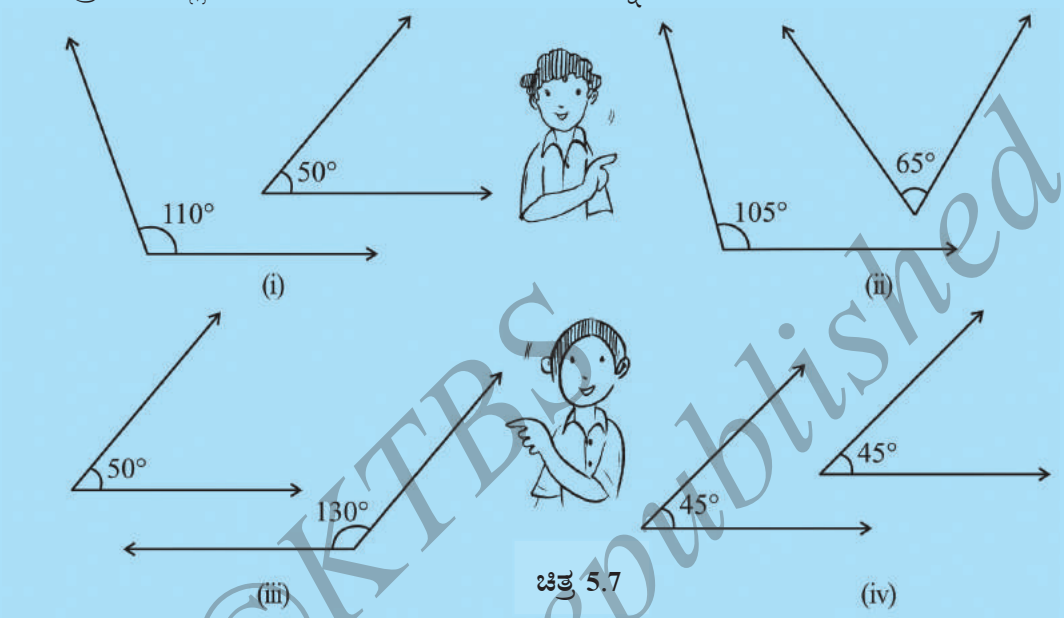
ಆಲೋಚಿಸಿ, ಚರ್ಚಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ

1. ಎರಡು ಅಧಿಕ ಕೋನಗಳು ಪೂರಕವಾಗಿರಬಹುದೇ?
2. ಎರಡು ಲಘು ಕೋನಗಳು ಪೂರಕವಾಗಿರಬಹುದೇ?
3. ಎರಡು ಲಂಬ ಕೋನಗಳು ಪೂರಕವಾಗಿರಬಹುದೇ?

©KTBS Not to be republished

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. ಚಿತ್ರ 5.7 ರಲ್ಲಿ ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ.

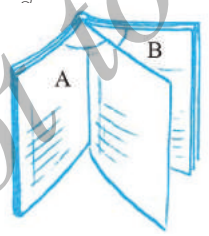


ಚಿತ್ರ 5.7

2. ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಪ್ರತಿ ಕೋನದ ಪರಿಪೂರಕದ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು?
   (i) 100° (ii) 90° (iii) 55° (iv) 125°
3. ಎರಡು ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಕೋನದ ಅಳತೆಯು ಚಿಕ್ಕ ಕೋನದ ಅಳತೆಗಿಂತ 44° ಹೆಚ್ಚಿದೆ. ಆ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

5.2.3 ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು

ಮುಂದಿನ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.



ಒಂದು ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ತೆರೆದಾಗ ಅದು ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಕಾಣುತ್ತದೆ A ಮತ್ತು B ಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಜೊತೆ ಕೋನಗಳು ಒಂದರ ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಜೋಡಿಸಿರುವಂತೆ ಕಾಣುತ್ತದೆ.

ಚಿತ್ರವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಚಕ್ರದ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಒಂದರ ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಇರುವಂತೆ ಮೂರು ಕೋನಗಳು ಉಂಟಾಗಿರುವುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸುವಿರಿ.

ಚಿತ್ರ 5.8

A ಮತ್ತು B ಎರಡೂ ಶೃಂಗಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಜೊತೆ ಕೋನಗಳು ಒಂದರ ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಜೋಡಣೆಗೊಂಡಿರುವುದನ್ನು ನಾವು ಕಾಣುತ್ತೇವೆ.

©KTBS Not to be republished

ಈ ಕೋನಗಳು:

(i) ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಶೃಂಗವನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ

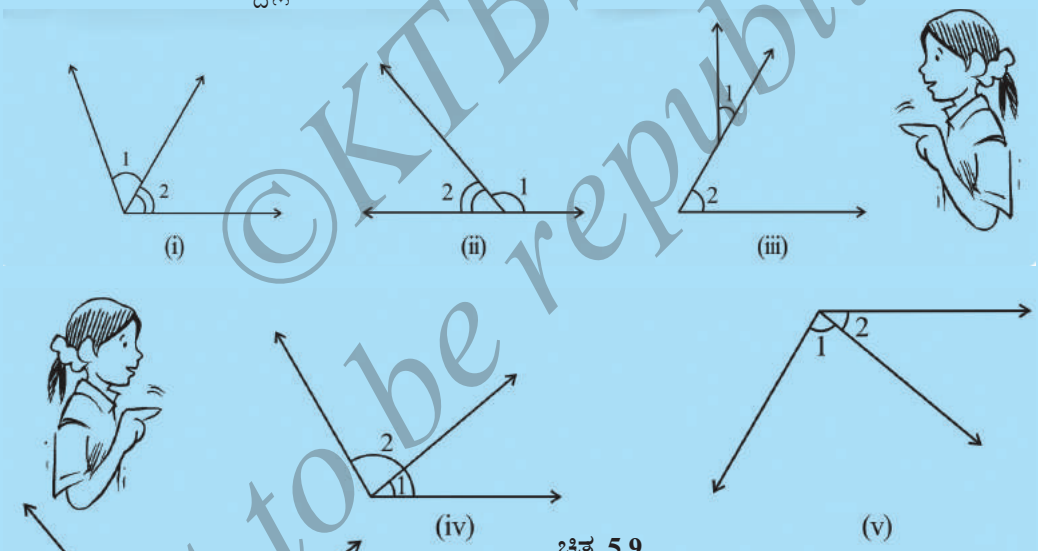
(ii) ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹುವನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ ಮತ್ತು

(iii) ಸಾಮಾನ್ಯವಲ್ಲದ ಬಾಹುಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹುವಿನ ಎರಡೂ ಕಡೆ ಇರುತ್ತವೆ.

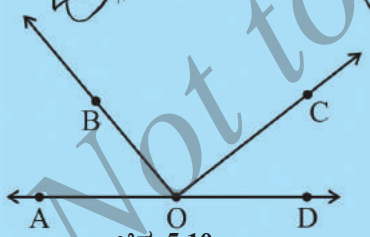
ಈ ರೀತಿಯ ಜೋಡಿ ಕೋನಗಳನ್ನು **ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು** ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಶೃಂಗವನ್ನು ಮತ್ತು ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹುವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ. ಆದರೆ ಯಾವುದೇ ಆಂತರಿಕ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದಿಲ್ಲ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. 1 ಮತ್ತು 2 ಎಂದು ಗುರ್ತಿಸಿರುವ ಕೋನಗಳು ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳೇ? (ಚಿತ್ರ 5.9). ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳಾಗದಿದ್ದಲ್ಲಿ ಏಕೆ ಎಂದು ತಿಳಿಸಿ.



ಚಿತ್ರ 5.9



ಚಿತ್ರ 5.10

2. ಚಿತ್ರ 5.10 ಯಲ್ಲಿ ಮುಂದೆ ಸೂಚಿಸಿರುವ ಕೋನಗಳು ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳೇ?

(a) $\angle AOB$ ಮತ್ತು $\angle BOC$ (b) $\angle BOD$ ಮತ್ತು $\angle BOC$

ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

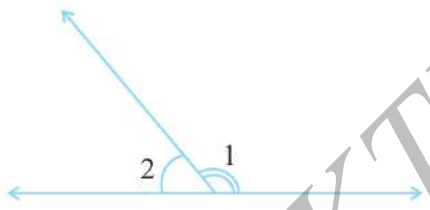
©KTBS Not to be republished

ಆಲೋಚಿಸಿ, ಚರ್ಚಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ

1. ಎರಡು ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳಾಗಬಹುದೇ?
2. ಎರಡು ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು ಪೂರಕ ಕೋನಗಳಾಗಬಹುದೇ?
3. ಎರಡು ಅಧಿಕ ಕೋನಗಳು ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳಾಗಬಹುದೇ?
4. ಒಂದು ಲಘು ಕೋನವು ಒಂದು ಅಧಿಕ ಕೋನಕ್ಕೆ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನವಾಗಬಹುದೇ?

5.2.4 ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳು

ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳು ಒಂದು ಜೊತೆ ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳಾಗಿದ್ದು ಸಾಮಾನ್ಯವಲ್ಲದ ಅವುಗಳ ಬಾಹುಗಳು ವಿರುದ್ಧ ಕಿರಣಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.



∠1 ಮತ್ತು ∠2 ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳೇ? ಹೌದು

(i)

∠1 ಮತ್ತು ∠2 ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳೇ? ಅಲ್ಲ! (ಏಕೆ?)

(ii)

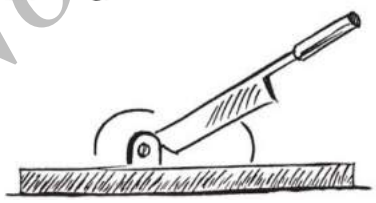
ಚಿತ್ರ 5.11

ಚಿತ್ರ 5.11 (i) ರಲ್ಲಿ ವಿರುದ್ಧ ಕಿರಣಗಳು (∠1 ಮತ್ತು ∠2 ರ ಸಾಮಾನ್ಯವಲ್ಲದ ಬಾಹುಗಳು) ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಉಂಟು ಮಾಡಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಆದುದರಿಂದ ∠1 + ∠2 ರ ಮೊತ್ತ 180°.

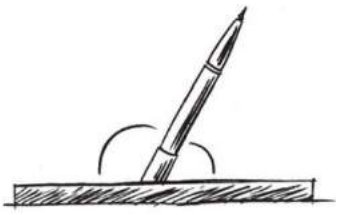
ಸರಳಯುಗ್ಮದಲ್ಲಿನ ಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. ನಿಮ್ಮ ಪರಿಸರದಲ್ಲಿ ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿರುವಿರಾ?

ಒಂದು ಜೊತೆ ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳನ್ನು ಒಂದರ ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದಾಗ ಅವು ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳಾಗುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಸೂಕ್ಷ್ಮವಾಗಿ ಗಮನಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ನಿತ್ಯ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳಿಗೆ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?

ತರಕಾರಿ ಕತ್ತರಿಸುವ ಮಣೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ (ಚಿತ್ರ 5.12)



ತರಕಾರಿ ಕತ್ತರಿಸುವ ಮಣೆಯು ಕತ್ತರಿಸುವ ಬ್ಲೇಡ್ ಮಣೆಯೊಂದಿಗೆ ಸರಳಯುಗ್ಮ ಕೋನಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ.



ಪೆನ್ ಸ್ಟಾಂಡ್ ಪೆನ್, ಪೆನ್ ಸ್ಟಾಂಡ್‌ನೊಂದಿಗೆ ಸರಳಯುಗ್ಮ ಕೋನಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ.

ಚಿತ್ರ 5.12

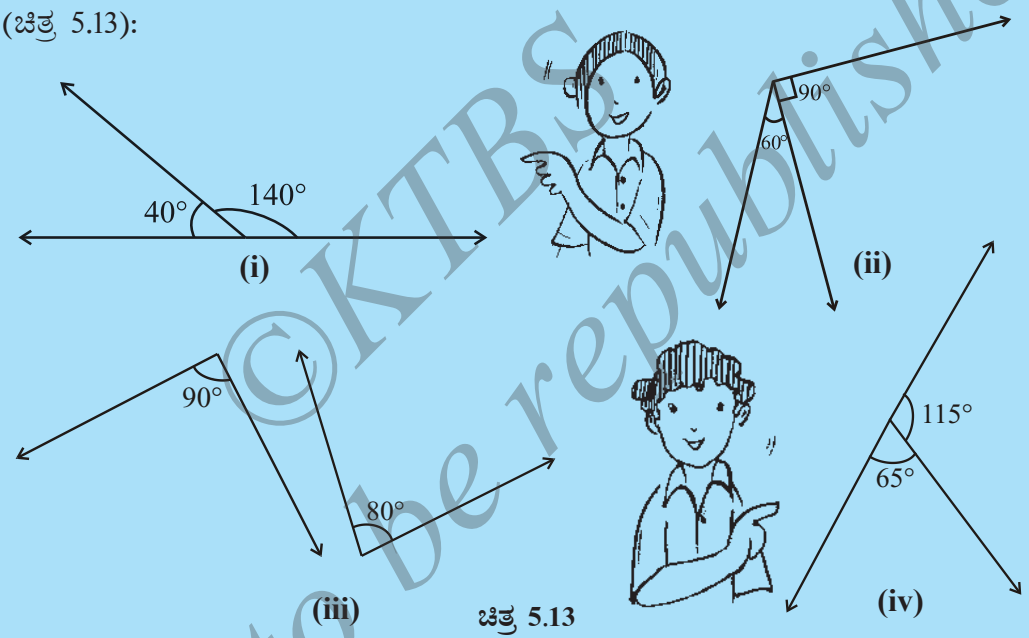
©KTBS Not to be republished

ಆಲೋಚಿಸಿ, ಚರ್ಚಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ

1. ಎರಡು ಲಘುಕೋನಗಳು ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳಾಗುತ್ತವೆಯೇ?
2. ಎರಡು ಅಧಿಕಕೋನಗಳು ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳಾಗುತ್ತವೆಯೇ?
3. ಎರಡು ಲಂಬಕೋನಗಳು ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳಾಗುತ್ತವೆಯೇ?

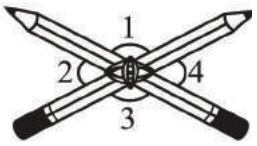
ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಯಾವ ಜೋಡಿ ಕೋನಗಳು ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳಾಗುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ (ಚಿತ್ರ 5.13):



ಚಿತ್ರ 5.13

5.2.5 ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು



ಚಿತ್ರ 5.14

ಎರಡು ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಒಂದು ರಬ್ಬರ್ ಬ್ಯಾಂಡ್ ಸಹಾಯದಿಂದ ಅವುಗಳ ಮಧ್ಯಕ್ಕೆ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಕಟ್ಟಿ (ಚಿತ್ರ 5.14). ಈಗ ಉಂಟಾಗಿರುವ $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ ಮತ್ತು $\angle 4$ ಈ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. $\angle 3$ ಕ್ಕೆ $\angle 1$ ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು $\angle 4$ ಕ್ಕೆ $\angle 2$ ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖವಾಗಿದೆ.

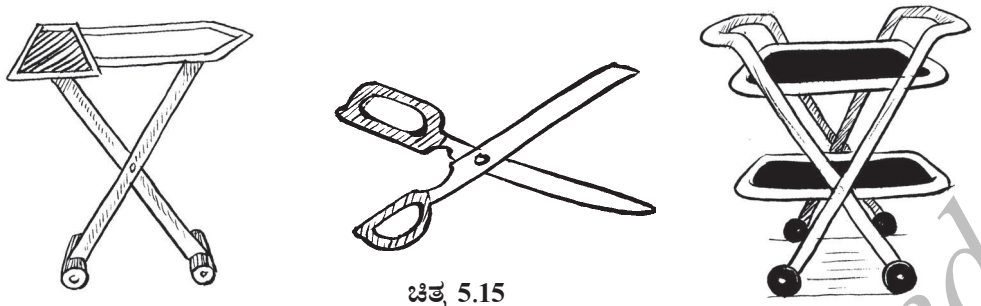
$\angle 1$ ಮತ್ತು $\angle 3$ ನ್ನು ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಒಂದು ಜೋಡಿ ಎಂದು ನಾವು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಇನ್ನೊಂದು ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಹೆಸರಿಸುವಿರಾ?

$\angle 3$ ಕ್ಕೆ $\angle 1$ ಸಮ ಎಂದು ಕಾಣುತ್ತಿದೆಯೇ?

$\angle 4$ ಕ್ಕೆ $\angle 2$ ಸಮ ಎಂದು ಕಾಣುತ್ತಿದೆಯೇ?

ಇದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸುವ ಮೊದಲು, ನಾವು ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳಿಗೆ ನೈಜ ಜೀವನದ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸೋಣ (ಚಿತ್ರ 5.15).

©KTBS Not to be republished



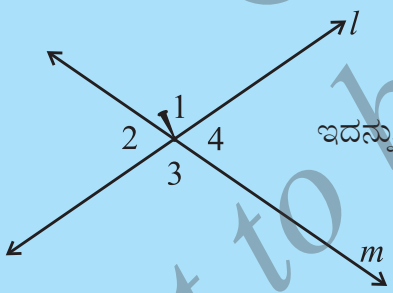
ಚಿತ್ರ 5.15

ಇದನ್ನು ಮಾಡಿ

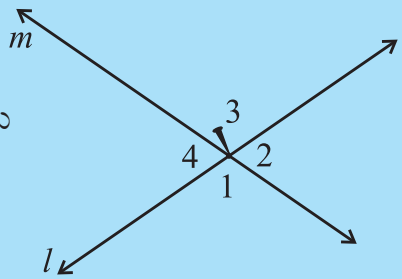
ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವಂತೆ l ಮತ್ತು m ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಚಿತ್ರ 5.16 ರಲ್ಲಿರುವಂತೆ $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ ಮತ್ತು $\angle 4$ ನ್ನು ನೀವು ಈಗ ಗುರುತಿಸಬಹುದು. ಒಂದು ಪಾರದರ್ಶಕ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಈ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಟ್ರೇಸ್ ಮಾಡಿ.

ಟ್ರೇಸ್ ಮಾಡಿದ ಪ್ರತಿಯನ್ನು ಮೂಲ ಪ್ರತಿಯ ಮೇಲೆ $\angle 1$ ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದಿಗೆ ಹೊಂದುವಂತೆ, $\angle 2$ ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದಿಗೆ ಹೊಂದುವಂತೆ ..... ಇಡಿ..

ಛೇದನ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಒಂದು ಗುಂಡು ಸೂಜಿಯನ್ನು ಸಿಕ್ಕಿಸಿ ಪ್ರತಿಯನ್ನು 180^0 ಕೋನ ಉಂಟಾಗುವಂತೆ ತಿರುಗಿಸಿ. ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ರೇಖೆಗಳು ಐಕ್ಯಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆಯೇ?



ಇದನ್ನು ತಿರುಗಿಸಿ ಪಡೆಯಬಹುದು



ಚಿತ್ರ 5.16

$\angle 1$ ಮತ್ತು $\angle 3$ ತಮ್ಮ ಸ್ಥಾನಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಕೊಂಡಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸುವಿರಿ. ಅದೇ ರೀತಿ $\angle 2$ ಮತ್ತು $\angle 4$ ಸಹ ಪರಸ್ಪರ ಸ್ಥಾನ ಬದಲಾಯಿಸಿಕೊಂಡಿವೆ. ರೇಖೆಗಳ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಹಾಗೆಯೇ ಉಳಿಸಿಕೊಂಡು ಇದನ್ನು ಮಾಡಲಾಗಿದೆ.

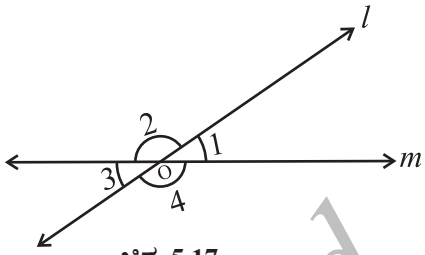
ಹೀಗಾಗಿ, $\angle 1 = \angle 3$ ಮತ್ತು $\angle 2 = \angle 4$

ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ನಾವು ತೀರ್ಮಾನಿಸಬಹುದು.

ಇದನ್ನು ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ಕಲ್ಪನೆ ಬಳಸಿ ಸಾಧಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ. l ಮತ್ತು m ಎರಡು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ (ಚಿತ್ರ 5.17). ಮುಂದಿನಂತೆ ತಾರ್ಕಿಕವಾಗಿ ಕಾರಣಗಳನ್ನು ನೀಡುವುದರ ಮೂಲಕ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

©KTBS Not to be republished

l ಮತ್ತು m ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು 'O' ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿ $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ ಮತ್ತು $\angle 4$ ನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಲಿ.



ಚಿತ್ರ 5.17

$\angle 1 = \angle 3$ ಮತ್ತು $\angle 2 = \angle 4$ ಎಂದು ನಾವು ಸಾಧಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಈಗ $\angle 1 = 180^0 - \angle 2$

[ಕಾರಣ $\angle 1$ ಮತ್ತು $\angle 2$ ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳು, ಆದುದರಿಂದ $\angle 1 + \angle 2 = 180^0$] (i)

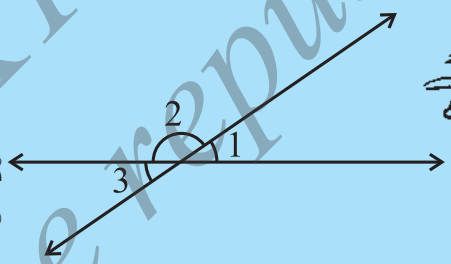
ಅದೇ ರೀತಿ $\angle 3 = 180^0 - \angle 2$ [ಕಾರಣ $\angle 2$ ಮತ್ತು $\angle 3$ ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳು ಆದುದರಿಂದ $\angle 2 + \angle 3 = 180^0$] (ii)

ಆದುದರಿಂದ $\angle 1 = \angle 3$ [(i) ಮತ್ತು (ii) ರಿಂದ]

ಅದೇ ರೀತಿ $\angle 2 = \angle 4$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಬಹುದು.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\angle 1 = 30^0$ ಆದರೆ $\angle 2$ ಮತ್ತು $\angle 3$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



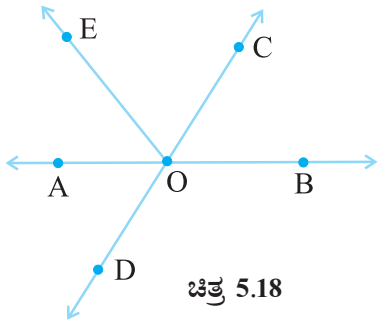
2. ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳಿಗೆ ನಿಮ್ಮ ಪರಿಸರದಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆ ಕೊಡಿ.

ಉದಾಹರಣೆ 1 ಚಿತ್ರ 5.18 ರಲ್ಲಿ

(i) ಐದು ಜೊತೆ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳನ್ನು

(ii) ಮೂರು ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳನ್ನು

(iii) ಎರಡು ಜೊತೆ ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳನ್ನು ಪತ್ತೆಹಚ್ಚಿ.



ಚಿತ್ರ 5.18

ಪರಿಹಾರ:

(i) ಐದು ಜೊತೆ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು

($\angle AOE$, $\angle EOC$), ($\angle EOC$, $\angle COB$),

($\angle AOC$, $\angle COB$), ($\angle COB$, $\angle BOD$)

($\angle EOB$, $\angle BOD$).

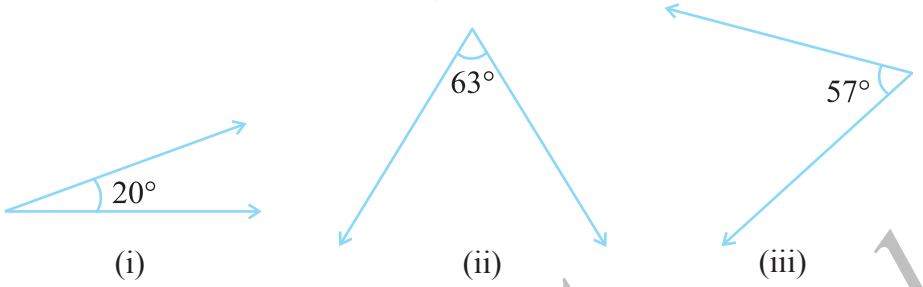
(ii) ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳು – ($\angle AOE$, $\angle EOB$), ($\angle AOC$, $\angle COB$) ಮತ್ತು ($\angle COB$, $\angle BOD$)

(iii) ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ($\angle COB$, $\angle AOD$) ಮತ್ತು ($\angle AOC$, $\angle BOD$)

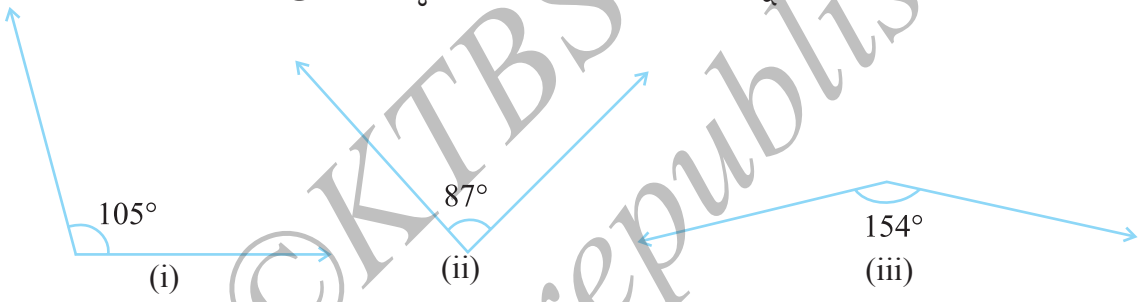
©KTBS Not to be republished

ಅಭ್ಯಾಸ 5.1

1. ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಪ್ರತಿ ಕೋನಕ್ಕೆ ಪೂರಕ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



2. ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಪ್ರತಿ ಕೋನಕ್ಕೆ ಅದರ ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



3. ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಜೋಡಿ ಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಪೂರಕ ಮತ್ತು ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳು ಯಾವುವು? ಗುರ್ತಿಸಿ.

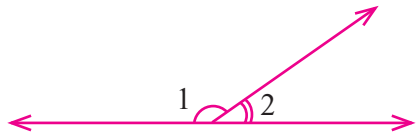
(i) $65^0, 115^0$ (ii) $63^0, 27^0$ (iii) $112^0, 68^0$

(iv) $130^0, 50^0$ (v) $45^0, 45^0$ (vi) $80^0, 10^0$

4. ಒಂದು ಕೋನವು ಅದರ ಪೂರಕ ಕೋನಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದೆ. ಆ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

5. ಒಂದು ಕೋನವು ಅದರ ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದೆ. ಆ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

6. ನೀಡಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\angle 1$ ಮತ್ತು $\angle 2$ ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳು. $\angle 1$ ನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದಾಗ, ಎರಡೂ ಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳಾಗಿಯೇ ಉಳಿಯಬೇಕಾದರೆ $\angle 2$ ರಲ್ಲಿ ಯಾವ ಬದಲಾವಣೆಗಳು ಆಗಬೇಕು?

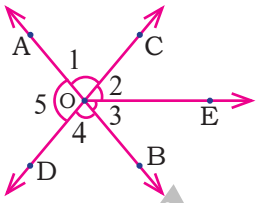


7. ಎರಡೂ ಕೋನಗಳು (i) ಲಘು ಕೋನಗಳಾದಾಗ (ii) ಅಧಿಕ ಕೋನಗಳಾದಾಗ (iii) ಲಂಬ ಕೋನಗಳಾದಾಗ, ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳಾಗಬಹುದೇ?

8. ಒಂದು ಕೋನದ ಅಳತೆ 45° ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ. ಅದರ ಪೂರಕ ಕೋನವು 45^0 ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆಯೇ? ಅಥವಾ 45° ಗೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆಯೇ? ಅಥವಾ 45^0 ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆಯೇ?

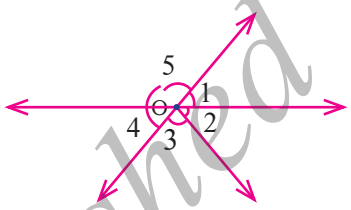
©KTBS Not to be republished

9. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ (i) ∠2 ಕ್ಕೆ ∠1 ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನವೇ? (ii) ∠AOE ಗೆ ∠AOC ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನವೇ? (iii) ∠COE ಮತ್ತು ∠EOD ಸರಳಯುಗ್ಮವಾಗುತ್ತದೆಯೇ? (iv) ∠BOD ಮತ್ತು ∠DOA ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳಾಗುತ್ತವೆಯೇ? (v) ∠4 ಕ್ಕೆ ∠1 ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನವಾಗುತ್ತದೆಯೇ? (vi) ∠5 ಕ್ಕೆ ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನ ಯಾವುದು?

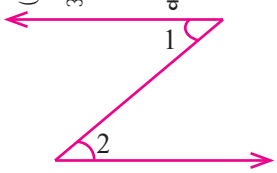


10. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಯಾವ ಜೋಡಿ ಕೋನಗಳು

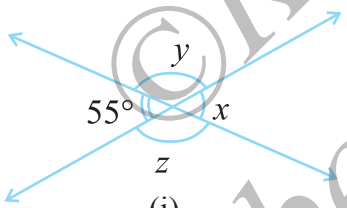
(i) ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು (ii) ಸರಳ ಯುಗ್ಮಗಳು ಅಗುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಸೂಚಿಸಿ.



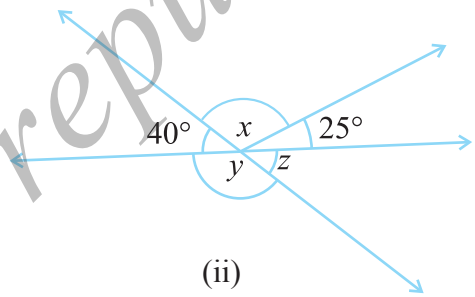
11. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ∠2 ಕ್ಕೆ ∠1 ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನವೇ? ಕಾರಣ ಕೊಡಿ.



12. ಮುಂದಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲೂ x, y ಮತ್ತು z ಕೋನಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



(i)



(ii)

13. ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳವನ್ನು ಸೂಕ್ತ ಉತ್ತರದಿಂದ ತುಂಬಿ.

(i) ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಪೂರಕ ಕೋನಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಯ ಮೊತ್ತ _____

(ii) ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಯ ಮೊತ್ತ _____

(iii) ಸರಳಯುಗ್ಮ ಉಂಟುಮಾಡುವ ಎರಡು ಕೋನಗಳು _____

(iv) ಎರಡು ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳಾಗಿದ್ದಾಗ ಅವು _____

(v) ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಯಾವಾಗಲೂ _____

(vi) ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದಾಗ, ಒಂದು ಜೊತೆ ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಲಘುಕೋನಗಳಾಗಿದ್ದಾಗ, ಮತ್ತೊಂದು ಜೊತೆ ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು _____ ಆಗಿರುತ್ತವೆ.

©KTBS Not to be republished

14. ಚಿತ್ರವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಜೋಡಿ ಕೋನಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ.

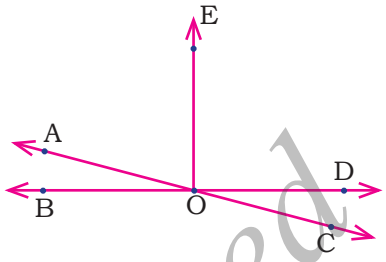
(i) ಅಧಿಕ ಕೋನವಾಗಿರುವ ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು.

(ii) ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳಾಗಿರುವ ಪೂರಕ ಕೋನಗಳು.

(iii) ಸಮವಿರುವ ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳು.

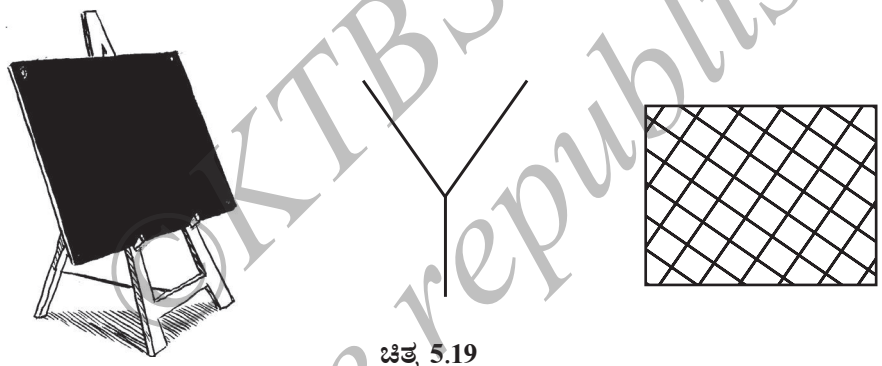
(iv) ಅಸಮವಿರುವ ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳು.

(v) ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳಲ್ಲದ ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳು.



5.3 ಜೋಡಿ ರೇಖೆಗಳು

5.3.1 ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಗಳು

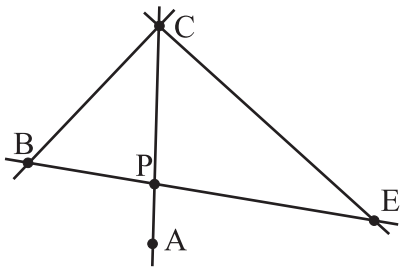


ಚಿತ್ರ 5.19

ಸ್ಟಾಂಡ್‌ಮೇಲಿರುವ ಕಪ್ಪು ಹಲಗೆ, ರೇಖಾಖಂಡಗಳಿಂದ ಆದ ಅಕ್ಷರ Y ಮತ್ತು ಒಂದು ಕಿಟಕಿಯ ಗ್ರಿಲ್ ಬಾಗಿಲು (ಚಿತ್ರ 5.19) ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಕಂಡುಬರುವ ಅಂಶ ಯಾವುದು? ಅವುಗಳು ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಗಳಿಗೆ ಉದಾಹರಣೆಗಳಾಗಿವೆ. l ಮತ್ತು m ರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ಅವು ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದು 'O' ಅವುಗಳ ಛೇದನ ಬಿಂದುವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಆಲೋಚಿಸಿ, ಚರ್ಚಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ

ಚಿತ್ರ 5.20 ಯಲ್ಲಿ AC ಮತ್ತು BE ಗಳು 'P' ಯಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತಿದೆ, AC ಮತ್ತು BC, 'C' ಯಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತಿವೆ, AC ಮತ್ತು EC, 'C' ಯಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತಿವೆ. ಇನ್ನೂ ಹತ್ತು ಜೊತೆ ಛೇದಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.



ಚಿತ್ರ 5.20

ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಅಥವಾ ರೇಖಾಖಂಡಗಳು ಛೇದಿಸಲೇಬೇಕಾದ ಅಗತ್ಯವಿದೆಯೆ? ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಜೊತೆ ಛೇದಿಸದ ರೇಖಾಖಂಡಗಳನ್ನು ನೀವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಿರಾ?

ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಬಹುದೆ? ಯೋಚಿಸಿ.

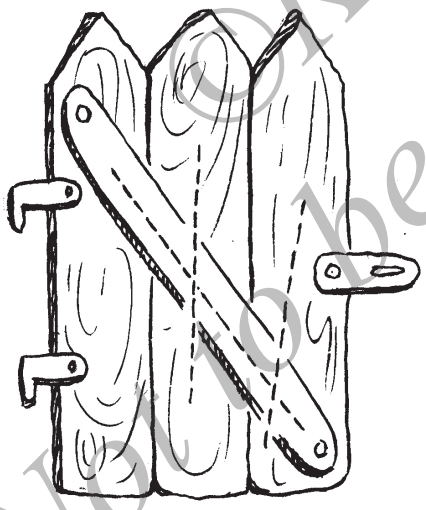
©KTBS Not to be republished

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

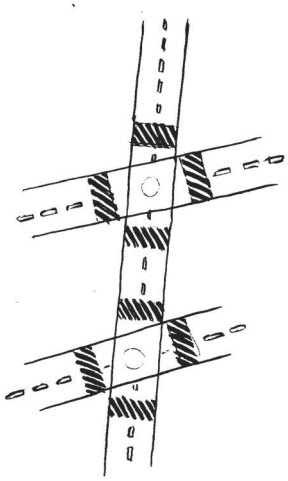
1. ರೇಖೆಗಳು ಲಂಬಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನಿಮ್ಮ ಸುತ್ತಮುತ್ತಲಿನಿಂದ ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿ.
2. ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
3. ಒಂದು ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಗಳಿಂದ ನಾಲ್ಕು ಶೃಂಗಗಳಲ್ಲಿ ಉಂಟಾದ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
4. ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಛೇದಿಸಿದಾಗ, ಅವು ಯಾವಾಗಲೂ ಲಂಬಕೋನಗಳಲ್ಲೇ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆಯೇ?

5.3.2 ಛೇದಕ

ಒಂದು ರಸ್ತೆ ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ರಸ್ತೆಗಳಿಗೆ ಅಡ್ಡವಾಗಿ ಹಾಯ್ದುಹೋಗುತ್ತಿರುವುದನ್ನು ಅಥವಾ ಒಂದು ರೈಲ್ವೆ ಹಳಿ ಹಲವು ಹಳಿಗಳನ್ನು ಅಡ್ಡವಾಗಿ ಹಾಯ್ದು ಹೋಗುತ್ತಿರುವುದನ್ನು ನೀವು ನೋಡಿರಬಹುದು (ಚಿತ್ರ 5.21). ಇವು ಛೇದಕದ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ನೀಡುತ್ತವೆ.



(i)



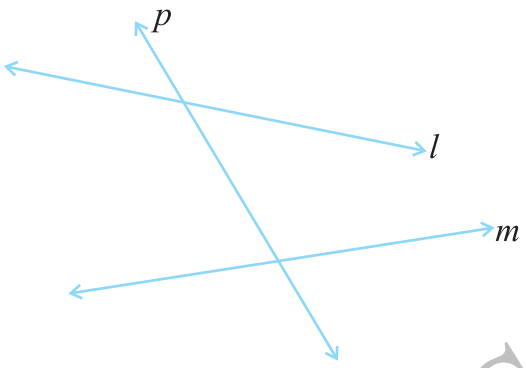
(ii)

ಚಿತ್ರ 5.21

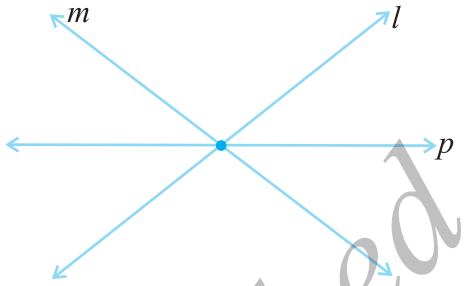
ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ವಿವಿಧ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಛೇದಕ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

©KTBS Not to be republished

ಚಿತ್ರ 5.22 ರಲ್ಲಿ l ಮತ್ತು m ರೇಖೆಗಳಿಗೆ p ಛೇದಕವಾಗಿದೆ.



ಚಿತ್ರ 5.22

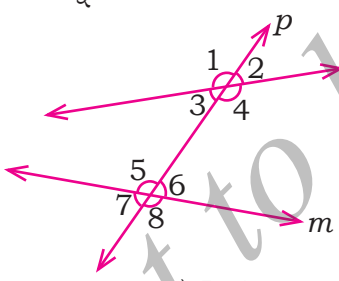


ಚಿತ್ರ 5.23

ಚಿತ್ರ 5.23 ರಲ್ಲಿ l ಮತ್ತು m ರೇಖೆಗಳನ್ನು P ರೇಖೆಯು ಛೇದಿಸಿದರೂ ಸಹ ಅದು ಛೇದಕವಲ್ಲ. ಏಕೆ ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?

5.3.3 ಒಂದು ಛೇದಕದಿಂದ ಉಂಟಾದ ಕೋನಗಳು

ಚಿತ್ರ 5.24 ರಲ್ಲಿ l ಮತ್ತು m ರೇಖೆಗಳು ಛೇದಕ P ಯಿಂದ ಛೇದಿಸಿರುವುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸುವಿರಿ. 1 ರಿಂದ 8 ರವರೆಗೆ ಗುರುತು ಮಾಡಿರುವ ಕೋನಗಳು ವಿಶೇಷ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ.



ಚಿತ್ರ 5.24

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. ಎರಡು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಈ ರೇಖೆಗಳಿಗೆ ನೀವು ಎಷ್ಟು ಛೇದಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದು?
2. ಮೂರು ರೇಖೆಗಳಿಗೆ ಒಂದು ರೇಖೆ ಛೇದಕವಾದಾಗ ಎಷ್ಟು ಛೇದಕ ಬಿಂದುಗಳಿರುತ್ತವೆ?
3. ನಿಮ್ಮ ಸುತ್ತಮುತ್ತಲಿನಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವ ಕೆಲವು ಛೇದಕಗಳನ್ನು ಪತ್ತೆ ಹಚ್ಚಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು	$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$
ಬಾಹ್ಯ ಕೋನಗಳು	$\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$
ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿ	$\angle 1$ ಮತ್ತು $\angle 5$, $\angle 2$ ಮತ್ತು $\angle 6$
ಅಂತರ್ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿ	$\angle 3$ ಮತ್ತು $\angle 7$, $\angle 4$ ಮತ್ತು $\angle 8$
ಬಾಹ್ಯ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿ	$\angle 1$ ಮತ್ತು $\angle 8$, $\angle 2$ ಮತ್ತು $\angle 7$
ಛೇದಕದ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿ	$\angle 3$ ಮತ್ತು $\angle 5$, $\angle 4$ ಮತ್ತು $\angle 6$

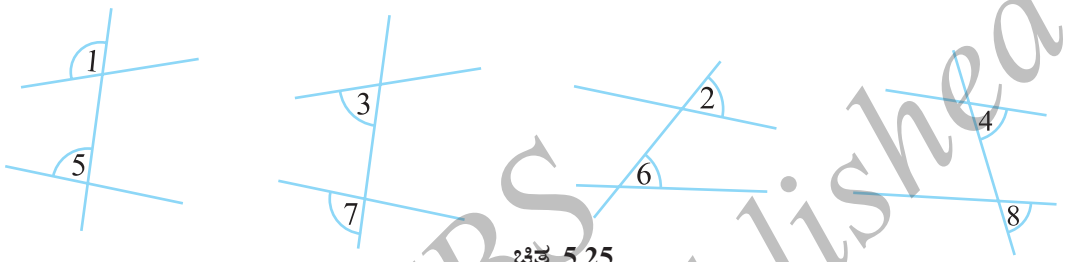
©KTBS Not to be republished

ಗಮನಿಸಿ: ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು (ಚಿತ್ರ 5.25 ರಲ್ಲಿ ಉದಾ $\angle 1$ ಮತ್ತು $\angle 5$).

(i) ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ.

(ii) ಛೇದಕದ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು

(iii) ಅವು ಎರಡು ರೇಖೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಅನುರೂಪ ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ (ಮೇಲೆ ಅಥವಾ ಕೆಳಗೆ, ಎಡ ಅಥವಾ ಬಲಕ್ಕೆ)



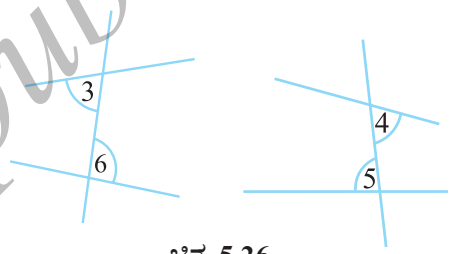
ಚಿತ್ರ 5.25

ಪರ್ಯಾಯ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು (ಚಿತ್ರ 5.26 ರಲ್ಲಿ $\angle 3$ ಮತ್ತು $\angle 6$).

(i) ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ

(ii) ಛೇದಕದ ಉಭಯ ಪಾರ್ಶ್ವಗಳಲ್ಲಿ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು

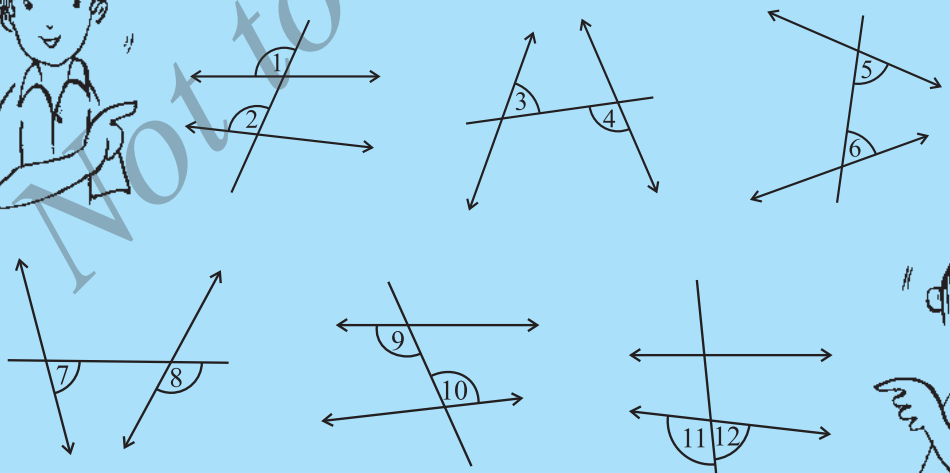
(iii) ಎರಡೂ ರೇಖೆಗಳ ಮಧ್ಯೆ ಇರುತ್ತವೆ.



ಚಿತ್ರ 5.26

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

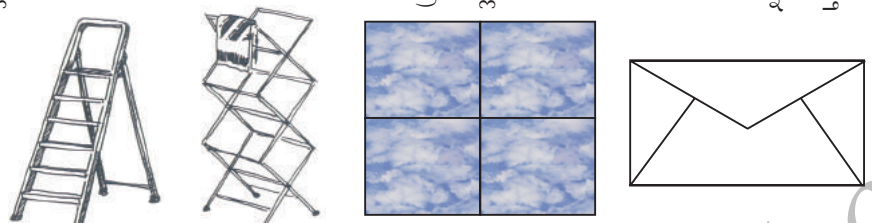
ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿ ಕೋನಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ.



©KTBS Not to be republished

5.3.4 ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ಛೇದಕ

ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು ಎಂದರೇನು ಎಂದು ನೀವು ಸ್ಮರಿಸಬಲ್ಲಿರಾ? ಅವು ಎಲ್ಲಿಯೂ ಸಂಧಿಸದ ಒಂದೇ ಸಮತಲದಲ್ಲಿನ ರೇಖೆಗಳು. ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಪತ್ತೆ ಹಚ್ಚುವಿರಾ?



ಚಿತ್ರ 5.27

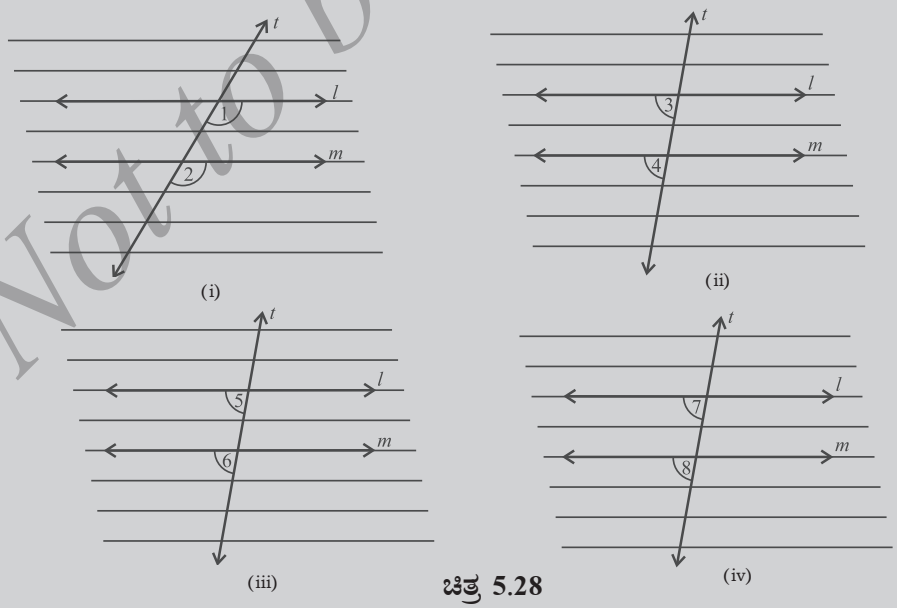
ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ಛೇದಕಗಳು ಕೆಲವು ಕುತೂಹಲಕಾರಿ ಫಲಿತಾಂಶಗಳನ್ನು ನೀಡುತ್ತವೆ.

ಇದನ್ನು ಮಾಡಿ

ಗೆರೆಗಳಿರುವ ಒಂದು ಹಾಳೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. l ಮತ್ತು m ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ (ದಪ್ಪ ಬಣ್ಣದಿಂದ) l ಮತ್ತು m ರೇಖೆಗಳಿಗೆ ಛೇದಕ t ಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ $\angle 1$ ಮತ್ತು $\angle 2$ ಎಂದು ಗುರುತು ಮಾಡಿ. [ಚಿತ್ರ 5.28 (i)]. ಬರೆದಿರುವ ಚಿತ್ರದ ಮೇಲೆ ಟ್ರೇಸಿಂಗ್ ಹಾಳೆಯನ್ನು ಇಡಿ. l, m ಮತ್ತು t ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಟ್ರೇಸ್ ಮಾಡಿ. l ರೇಖೆಯು m ನೊಂದಿಗೆ ಐಕ್ಯವಾಗುವವರೆಗೂ ಟ್ರೇಸಿಂಗ್ ಹಾಳೆಯನ್ನು t ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಜರುಗಿಸಿ.

ಮೂಲ ಚಿತ್ರದ $\angle 2$ ರೊಂದಿಗೆ ಟ್ರೇಸ್ ಮಾಡಿದ ಚಿತ್ರದ $\angle 1$ ಐಕ್ಯವಾಗುವುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸುವಿರಿ. ಈ ರೀತಿಯ ಟ್ರೇಸಿಂಗ್ ಮತ್ತು ಜರುಗಿಸುವ ಚಟುವಟಿಕೆಯಿಂದ ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ನೀವು ಮುಂದಿನ ಫಲಿತಾಂಶಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು.

(i) $\angle 1 = \angle 2$ (ii) $\angle 3 = \angle 4$ (iii) $\angle 5 = \angle 6$ (iv) $\angle 7 = \angle 8$



ಚಿತ್ರ 5.28

© KTBS Not to be republished

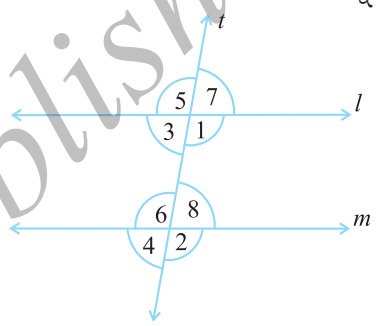
ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯು ಮುಂದಿನ ಅಂಶವನ್ನೂ ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸುತ್ತದೆ.

> ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ಛೇದಕವು ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೊತೆ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಮತ್ತೊಂದು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕವಾದ ಫಲಿತಾಂಶ ಪಡೆಯಲು ಈ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ. ಚಿತ್ರ 5.29 ನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

l ಮತ್ತು m ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು 't' ರೇಖೆಯು ಛೇದಿಸಿದಾಗ $\angle 3 = \angle 7$ (ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು) ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. ಆದರೆ $\angle 7 = \angle 8$ (ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು). ಆದುದರಿಂದ $\angle 3 = \angle 8$. ಇದೇ ರೀತಿ ನೀವು $\angle 1 = \angle 6$ ಎಂದು ತೋರಿಸಬಹುದು. ಇದರಿಂದ ಮುಂದಿನ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

> ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ಛೇದಕವು ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಪ್ರತಿ ಜೊತೆ ಪರ್ಯಾಯ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.



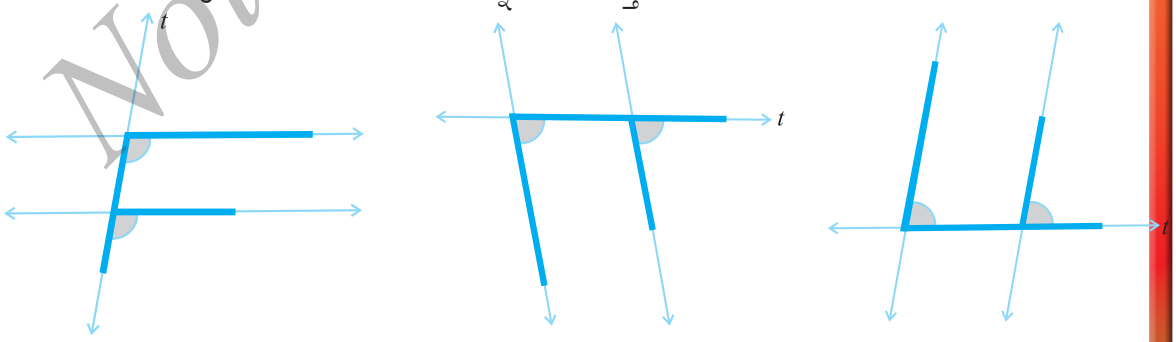
ಚಿತ್ರ 5.29

ಎರಡನೇ ಫಲಿತಾಂಶವು ಮತ್ತೊಂದು ಕುತೂಹಲಕಾರಿ ಗುಣಕ್ಕೆ ಎಡೆ ಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತದೆ. ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಚಿತ್ರ 5.29 ರಿಂದ $\angle 3 + \angle 1 = 180^\circ$ ($\angle 3$ ಮತ್ತು $\angle 1$ ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳಾಗುತ್ತವೆ). ಆದರೆ $\angle 1 = \angle 6$ (ಒಂದು ಜೊತೆ ಪರ್ಯಾಯ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು). ಆದುದರಿಂದ $\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು. ಅದೇ ರೀತಿ $\angle 1 + \angle 8 = 180^\circ$ ಹೀಗಾಗಿ ನಮಗೆ ಮುಂದಿನ ಫಲಿತಾಂಶ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

> ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ಛೇದಕವು ಛೇದಿಸಿದಾಗ, ಛೇದಕದ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರತಿ ಜೊತೆ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು ಸರಳಕೋನ ಪೂರಕಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

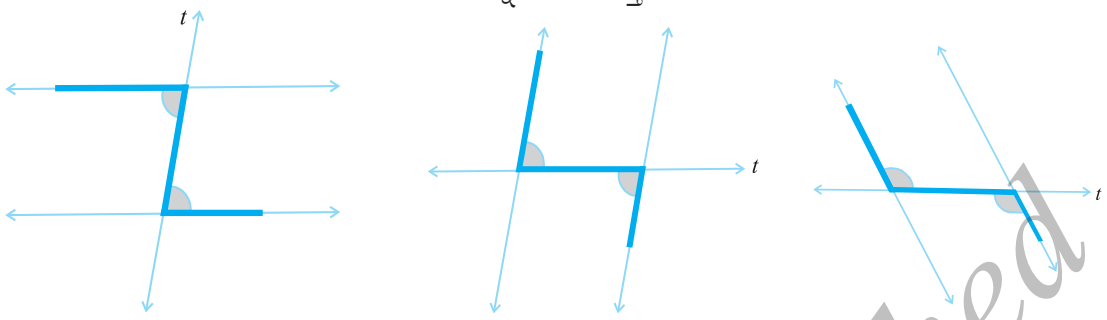
ಈ ಫಲಿತಾಂಶಗಳನ್ನು ನೀವು ಬಹಳ ಸುಲಭವಾಗಿ ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಬೇಕಾದರೆ ಇದಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಆಕಾರಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

F - ಆಕಾರವು ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.



©KTBS Not to be republished

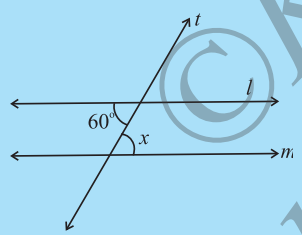
Z - ಆಕಾರವು ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.



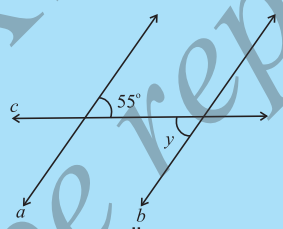
ಇದನ್ನು ಮಾಡಿ

ಒಂದು ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಒಂದು ಛೇದಕವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಕೋನಗಳನ್ನು ಅಳೆಯುವುದರ ಮೂಲಕ ಮೇಲಿನ ಮೂರು ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

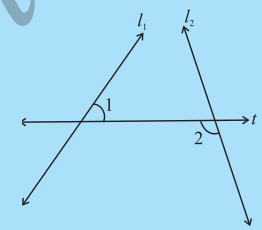
ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ



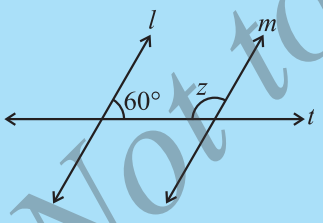
ರೇಖೆಗಳು $l \parallel m$, ಛೇದಕ t
$\angle x$ = ?



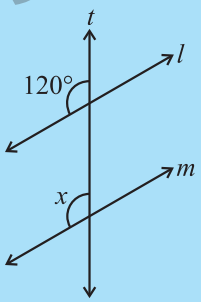
ರೇಖೆಗಳು $a \parallel b$ ಛೇದಕ c
$\angle y$ = ?



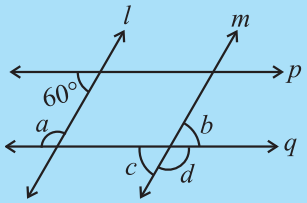
l_1 ಮತ್ತು l_2 ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು. ಛೇದಕ t.
$\angle 1 = \angle 2$ ಆಗುವುದೇ?



ರೇಖೆಗಳು $l \parallel m$ ಛೇದಕ t, $\angle z$ = ?



ರೇಖೆಗಳು $l \parallel m$ ಛೇದಕ t, $\angle x$ = ?



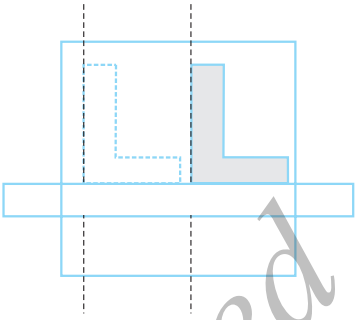
ರೇಖೆಗಳು $l \parallel m$, $p \parallel q$; a,b,c,d ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

5.4 ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸುವುದು

ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ಛೇದಕವು ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿ ಸಮ, ಪರ್ಯಾಯ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು ಸಮ, ಛೇದಕದ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂಬುದು ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ.

©KTBS Not to be republished

ಎರಡು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿದ್ದಾಗ, ಅವು ಸಮಾಂತರವೇ ಅಥವಾ ಅಲ್ಲವೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಲು ಯಾವುದಾದರೂ ವಿಧಾನವಿದೆಯೇ? ಜೀವನಾಧಾರಿತ ಹಲವಾರು ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಲ್ಲಿ ನಿಮಗೆ ಈ ಕೌಶಲದ ಅಗತ್ಯತೆ ಇರುತ್ತದೆ.

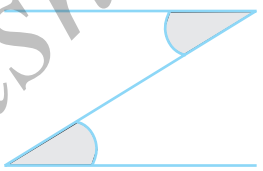


ಚಿತ್ರ 5.30

ಒಬ್ಬ ನಕಾಶೆಗಾರ, ಬಡಗಿ ಬಳಸುವ ವರ್ಗಾಕಾರ ಸಾಧನ ಮತ್ತು ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಬಳಸಿ ಚಿತ್ರ 5.30 ಯಲ್ಲಿರುವಂತೆ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸುತ್ತಾನೆ. ನಂತರ ಅವು ಸಮಾಂತರ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತಾನೆ. ಹೇಗೆ?

ಅವನು ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಿರುವಂತೆ ಇಟ್ಟಿರುವುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಬಲ್ಲಿರಾ? (ಇಲ್ಲಿ ಛೇದಕ ಯಾವುದು?)

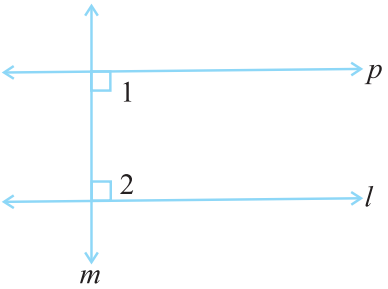
ಹೀಗಾಗಿ, ಒಂದು ಛೇದಕವು ಎರಡು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿ ಸಮವಿದ್ದಾಗ, ಆ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ.



ಚಿತ್ರ 5.31

Z ಅಕ್ಷರ ಗಮನಿಸಿ (ಚಿತ್ರ 5.31). ಇಲ್ಲಿ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಅಡ್ಡ ಗೆರೆಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆ.

ಒಂದು ಛೇದಕವು ಎರಡು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಪರ್ಯಾಯ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿ ಸಮವಿದ್ದಾಗ, ಆ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ.



ಚಿತ್ರ 5.32

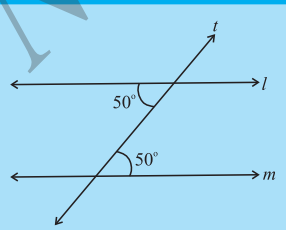
ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆ l ಎಳೆಯಿರಿ (ಚಿತ್ರ 5.32) l ಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವಂತೆ m ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. m ಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವಂತೆ ಮತ್ತೆ p ರೇಖೆ ಎಳೆಯಿರಿ.

ಹೀಗಾಗಿ p ಯು l ಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ರೇಖೆಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

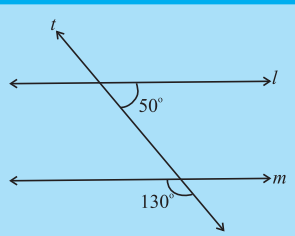
$p \parallel l$ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸುವಿರಿ. ಹೇಗೆ? ಇದಕ್ಕೆ ಕಾರಣ $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ಆಗುವಂತೆ ನೀವು p ರೇಖೆ ಎಳೆದಿರುವಿರಿ.

ಹೀಗೆ, ಒಂದು ಛೇದಕವು ಎರಡು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಛೇದಕದ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿ ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳಾಗಿದ್ದಾಗ ಆ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

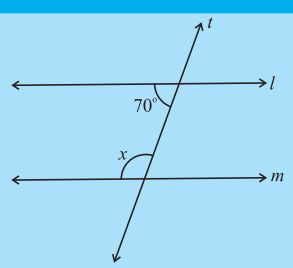
ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ



$l \parallel m$ ಆಗುತ್ತಿದೆಯೇ? ಏಕೆ?



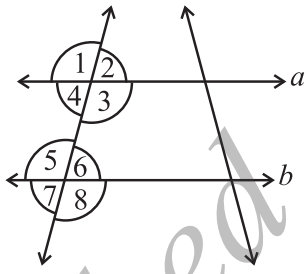
$l \parallel m$ ಆಗುತ್ತಿದೆಯೇ? ಏಕೆ?



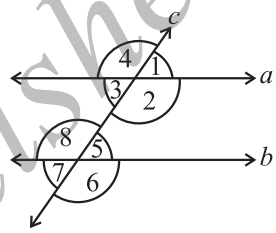
$l \parallel m$ ಆದರೆ $\angle x$ ನಬೆಲೆಯೇನು?

©KTBS Not to be republished

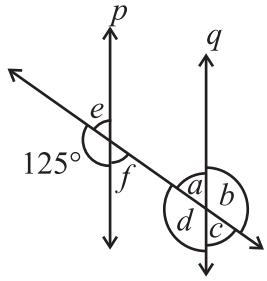
ಅಭ್ಯಾಸ 5.2



1. ಮುಂದಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಹೇಳಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಬಳಸಿರುವ ಗುಣವನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ.
   (i) $a \parallel b$ ಆದರೆ $\angle 1 = \angle 5$ ಆಗುತ್ತದೆ
   (ii) $\angle 4 = \angle 6$ ಆದರೆ $a \parallel b$ ಆಗುತ್ತದೆ
   (iii) $\angle 4 + \angle 5 = 180^0$ ಆದರೆ $a \parallel b$ ಆಗುತ್ತದೆ.

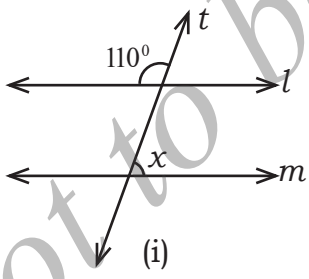


2. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಮುಂದಿನವುಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ.
   (i) ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿ
   (ii) ಪರ್ಯಾಯ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿ
   (iii) ಛೇದಕದ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿ.
   (iv) ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು.

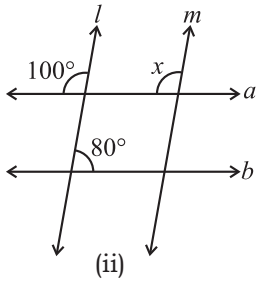


3. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $p \parallel q$, ಗೊತ್ತಿಲ್ಲದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4. ಮುಂದಿನ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ $l \parallel m$ ಆಗಿದ್ದಾಗ x ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

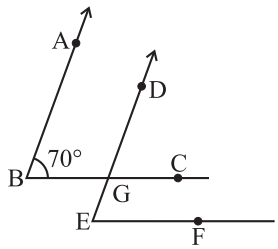


(i)



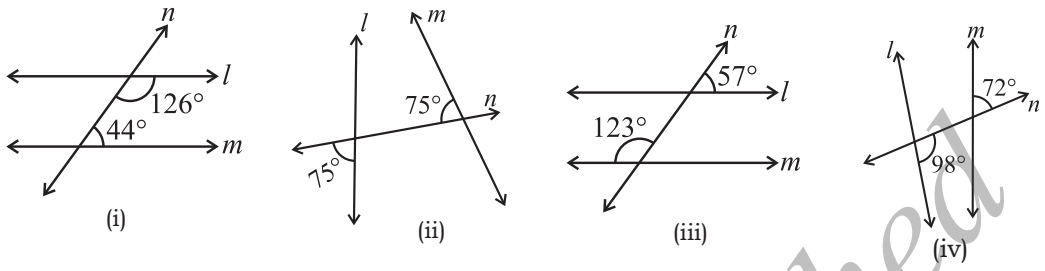
(ii)

5. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಕೋನಗಳ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆ.
   $\angle ABC = 70^0$ ಆದರೆ
   (i) $\angle DGC$
   (ii) $\angle DEF$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



©KTBS Not to be republished

6. ನೀಡಿರುವ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ l ರೇಖೆಯು m ರೇಖೆಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿದೆಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ತೀರ್ಮಾನಿಸಿ.



ನಾವು ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿರುವ ಅಂಶಗಳು.

1. (i) ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವು ಎರಡು ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.
   (ii) ಒಂದು ಕಿರಣವು ಒಂದೇ ಒಂದು ಅಂತ್ಯಬಿಂದುವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ (ಅದರ ಆರಂಭಿಕ ಬಿಂದು) ಮತ್ತು
   (iii) ಒಂದು ರೇಖೆಯು ತನ್ನ ಎರಡು ಕಡೆ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಸ್ಮರಿಸಿ.
2. ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು (ಅಥವಾ ಕಿರಣಗಳು ಅಥವಾ ರೇಖಾಖಂಡಗಳು) ಸಂಧಿಸಿದಾಗ ಒಂದು ಕೋನ ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆ.

ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿ	ನಿಬಂಧನೆ
ಎರಡು ಪೂರಕ ಕೋನಗಳು	ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಯ ಮೊತ್ತ 90^0 ಆಗಿರಬೇಕು.
ಎರಡು ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳು	ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಯ ಮೊತ್ತ 180^0 ಆಗಿರಬೇಕು.
ಎರಡು ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳು	ಸಾಮಾನ್ಯ ಶೃಂಗ ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹುವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ ಆದರೆ ಸಾಮಾನ್ಯ ಆಂತರಿಕ ಭಾಗವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದಿಲ್ಲ.
ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳು	ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳಾಗಿದ್ದು, ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳಾಗಿರಬೇಕು.

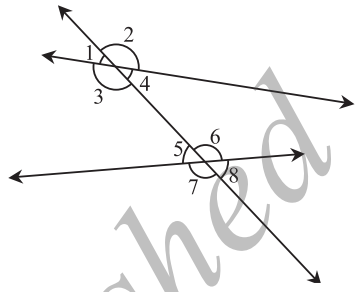
3. l ಮತ್ತು m ರೇಖೆಗಳು ಸಂಧಿಸಿದಾಗ, ಅವು ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. ಸಂಧಿಸಿರುವ ಬಿಂದುವನ್ನು ಛೇದನ ಬಿಂದು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಒಂದು ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಎಳೆದ ರೇಖೆಗಳು ಎಷ್ಟು ಉದ್ದಕ್ಕೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದರೂ ಅವು ಸಂಧಿಸಿಲ್ಲವೆಂದರೆ ಅವುಗಳನ್ನು ನಾವು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.
4. (i) ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಛೇದಿಸಿದಾಗ (X ಅಕ್ಷರದಂತೆ ಕಾಣುವ) ಎರಡು ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಅವು ಅಳತೆಯಲ್ಲಿ ಸಮವಿರುತ್ತವೆ.
   (ii) ಛೇದಕವು ಒಂದು ರೇಖೆಯಾಗಿದ್ದು, ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ವಿವಿಧ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ.

©KTBS Not to be republished

(iii) ಒಂದು ಛೇದಕವು ಹಲವು ಬಗೆಯ ಕೋನಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ.

(iv) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ

ಕೋನಗಳ ವಿಧಗಳು	ಕೋನಗಳು
ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು	$\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$, $\angle 6$
ಬಾಹ್ಯ ಕೋನಗಳು	$\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 7$, $\angle 8$
ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು	$\angle 1$ ಮತ್ತು $\angle 5$, $\angle 2$, ಮತ್ತು $\angle 6$, $\angle 3$ ಮತ್ತು $\angle 7$, $\angle 4$ ಮತ್ತು $\angle 8$
ಪರ್ಯಾಯ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು	$\angle 3$ ಮತ್ತು $\angle 6$, $\angle 4$ ಮತ್ತು $\angle 5$
ಪರ್ಯಾಯ ಬಾಹ್ಯ ಕೋನಗಳು	$\angle 1$ ಮತ್ತು $\angle 8$, $\angle 2$ ಮತ್ತು $\angle 7$
ಛೇದಕದ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು	$\angle 3$ ಮತ್ತು $\angle 5$, $\angle 4$ ಮತ್ತು $\angle 6$

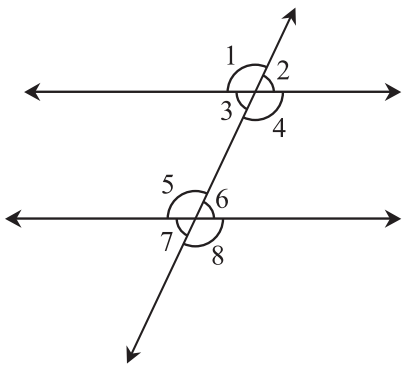


(v) ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ಛೇದಕವು ಛೇದಿಸಿದಾಗ, ಮುಂದಿನ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ನಾವು ಕಾಣುತ್ತೇವೆ:

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೊತೆ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ. $\angle 1 = \angle 5$, $\angle 3 = \angle 7$, $\angle 2 = \angle 6$, $\angle 4 = \angle 8$

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೊತೆ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ. $\angle 3 = \angle 6$, $\angle 4 = \angle 5$ ಛೇದಕದ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೊತೆ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

$\angle 3 + \angle 5 = 180°$, $\angle 4 + \angle 6 = 180°$



©KTBS Not to be republished

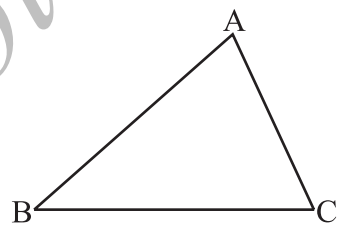
ಅಧ್ಯಾಯ – 6

ತ್ರಿಭುಜ ಮತ್ತು ಅದರ ಗುಣಗಳು

B5NH2S

6.1 ಪೀಠಿಕೆ

ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವು ಮೂರು ರೇಖಾಖಂಡಗಳಿಂದ ಆವೃತವಾಗಿರುವ ಸರಳ ಆಕೃತಿಯಾಗಿದೆ. ಅದು ಮೂರು ಶೃಂಗಗಳು, ಮೂರು ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಮೂರು ಕೋನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಚಿತ್ರ 6.1 ರಲ್ಲಿ ABC ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜ. ಇದರ



ಚಿತ್ರ 6.1

ಬಾಹುಗಳು : $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$

ಕೋನಗಳು : $\angle BAC$, $\angle ABC$, $\angle BCA$.

ಶೃಂಗಗಳು : A, B, C ಆಗಿವೆ.

ಶೃಂಗ A ಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಬಾಹು BC. ಬಾಹು AB ಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಕೋನವನ್ನು ಹೆಸರಿಸುವಿರಾ?

ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು (i) ಬಾಹುಗಳ (ii) ಕೋನಗಳ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ವರ್ಗೀಕರಿಸುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂಬುದು ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ.

(i) ಬಾಹುಗಳ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ: ಅಸಮ ಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ, ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ಮತ್ತು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ.

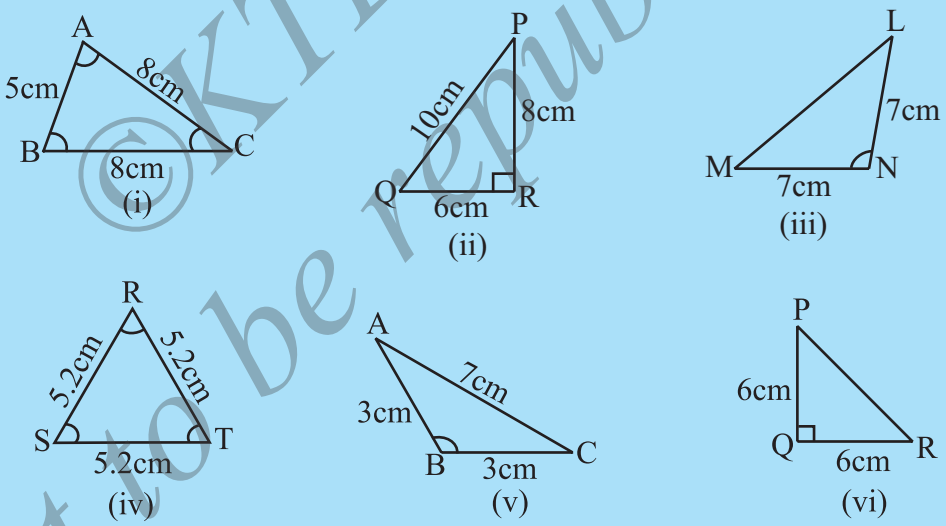
(ii) ಕೋನಗಳ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ: ಲಘುಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ, ವಿಶಾಲ ಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ಮತ್ತು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ.

ಹಾಳೆ ಕತ್ತರಿಸಿ ಮೇಲಿನ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಮಾಡಿ. ನೀವು ಮಾಡಿರುವ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ನಿಮ್ಮ ಸಹಪಾಠಿಗಳು ಮಾಡಿರುವ ಮಾದರಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿ ಚರ್ಚಿಸಿ.

©KTBS Not to be republished

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. Δ ABC ಯ ಆರು ಅಂಶಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. (ಅಂದರೆ 3 ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು 3 ಕೋನಗಳು)
2. ಮುಂದಿನವುಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
   (i) Δ PQR ನಲ್ಲಿ ಶೃಂಗ Q ಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಬಾಹು.
   (ii) Δ LMN ನಲ್ಲಿ ಬಾಹು LM ಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಶೃಂಗ.
   (ii) Δ RST ಯಲ್ಲಿ ಬಾಹು RT ಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಶೃಂಗ.
3. ಚಿತ್ರ 6.2 ನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಅವುಗಳ
   (a) ಬಾಹುಗಳ
   (b) ಕೋನಗಳ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ವರ್ಗೀಕರಿಸಿ.



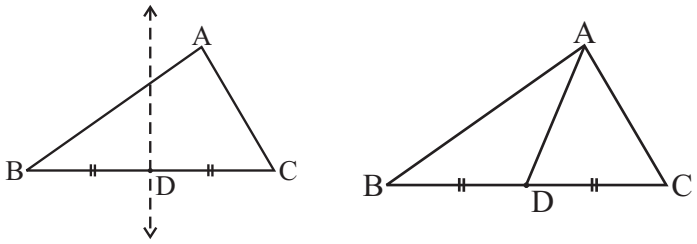
ಚಿತ್ರ 6.2

ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ವಿಷಯವನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ನಾವು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ.

6.2 ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಮಧ್ಯರೇಖೆಗಳು

ಹಾಳೆ ಮಡಚುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಒಂದು ದತ್ತ ರೇಖಾಖಂಡದ ಲಂಬಾರ್ಧಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂಬುದು ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಒಂದು ಹಾಳೆಯಿಂದ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ (ಚಿತ್ರ 6.3). ಅದರ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಬಾಹು $\overline{BC}$ ಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಹಾಳೆ ಮಡಚುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಾಹು $\overline{BC}$ ಯ ಲಂಬಾರ್ಧಕವನ್ನು ಗೊತ್ತು ಮಾಡಿ. ಮಡಿಕೆಯು $\overline{BC}$ ಯನ್ನು D ಯಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ. ಇದು BCಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ADಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

©KTBS Not to be republished



ಚಿತ್ರ 6.3

$\overline{BC}$ ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು D ಮತ್ತು ಅದರ ಅಭಿಮುಖ ಶೃಂಗ A ಯನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡ $\overline{AD}$ ಯನ್ನು ತ್ರಿಭುಜದ ಮಧ್ಯರೇಖೆ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳಾದ $\overline{AB}$ ಮತ್ತು $\overline{CA}$ ಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ ಇನ್ನೂ ಎರಡು ಮಧ್ಯರೇಖೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

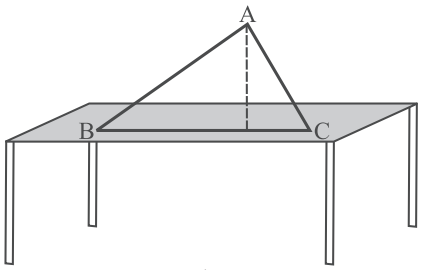
ಒಂದು ಮಧ್ಯರೇಖೆಯು ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಶೃಂಗ ಮತ್ತು ಅದರ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುವಿನ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವನ್ನು ಸೇರಿಸುತ್ತದೆ.

ಆಲೋಚಿಸಿ. ಚರ್ಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಬರೆಯಿರಿ.

1. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವು ಎಷ್ಟು ಮಧ್ಯರೇಖೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರಬಹುದು?
2. ಒಂದು ಮಧ್ಯರೇಖೆಯು ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳ ಭಾಗದಲ್ಲಿಯೇ ಇರುತ್ತದೆಯೇ? (ಇದು ನಿಜವಲ್ಲ ಎಂದು ನೀವು ಆಲೋಚಿಸಿದಲ್ಲಿ, ಈ ಪ್ರಕರಣವನ್ನು ತೋರಿಸಲು ಒಂದು ಚಿತ್ರ ಬರೆಯಿರಿ)

6.3. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎತ್ತರಗಳು

ABC ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರದ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್ ಬಳಸಿ ಮಾಡಿ. ಅದನ್ನು ನೇರವಾಗಿ ಮೇಜಿನ ಮೇಲೆ ಇಡಿ. ತ್ರಿಭುಜದ ಎತ್ತರ ಎಷ್ಟಾಗಿರುತ್ತದೆ?

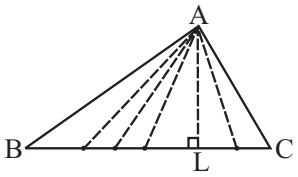


ಚಿತ್ರ 6.4

A ಶೃಂಗದಿಂದ ಪಾದ $\overline{BC}$ (ಚಿತ್ರ. 6.4 ರಲ್ಲಿ) ವರೆಗೆ ಇರುವ ದೂರವು ಎತ್ತರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

A ಯಿಂದ ಪಾದ $\overline{BC}$ ವರೆಗೆ, ಅನೇಕ ರೇಖಾಖಂಡಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದೆಂದು ನೀವು ಆಲೋಚಿಸಬಹುದು. (ಚಿತ್ರ 6.5 ನ್ನು ಗಮನಿಸಿ) ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಎತ್ತರವನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ ?

A ಯಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗಿ ನೇರವಾಗಿ $\overline{BC}$ ಗೆ ಎಳೆದ ಮತ್ತು $\overline{BC}$ಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ರೇಖಾಖಂಡ **ಎತ್ತರವನ್ನು** ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. $\overline{AL}$ ರೇಖಾಖಂಡ ತ್ರಿಭುಜದ ಎತ್ತರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.



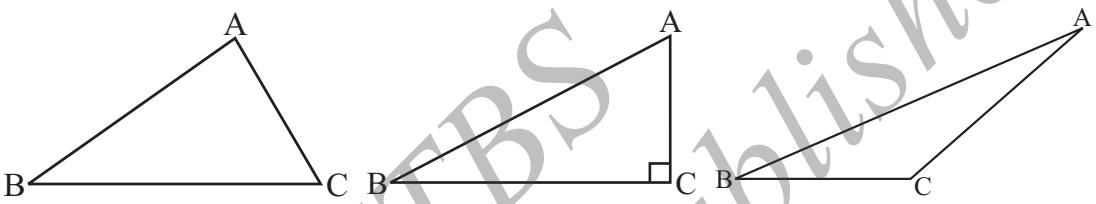
ಚಿತ್ರ 6.5

©KTBS Not to be republished

ಎತ್ತರದ ಒಂದು ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗದ ಮೇಲಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತೊಂದು ಅದರ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುವನ್ನೊಳಗೊಂಡ ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿರುತ್ತದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಶೃಂಗದ ಮೂಲಕ ಒಂದು ಎತ್ತರವನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದು.

ಯೋಚಿಸಿ. ಚರ್ಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಬರೆಯಿರಿ.

1. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವು ಎಷ್ಟು ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರಬಹುದು?
2. ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ತ್ರಿಭುಜಗಳಿಗೆ (ಚಿತ್ರ 6.6) A ಯಿಂದ BC ಗೆ ಎತ್ತರ ಎಳೆಯಿರಿ. (ಕರಡು ರೇಖಾ ಚಿತ್ರ ರಚಿಸಿ)



ಲಘುಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ವಿಶಾಲಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ

ಚಿತ್ರ 6.6

3. ತ್ರಿಭುಜದ ಎತ್ತರವು ಯಾವಾಗಲೂ ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳಭಾಗದಲ್ಲಿಯೇ ಇರುತ್ತದೆಯೇ? ಇದು ನಿಜವಾಗಿರಲೇಬೇಕೆಂದಿಲ್ಲ ಎಂದು ನೀವು ಆಲೋಚಿಸಿದಲ್ಲಿ, ಅಂತಹ ಪ್ರಕರಣವನ್ನು ತೋರಿಸಲು ಒಂದು ಕರಡು ರೇಖಾಚಿತ್ರ ಬರೆಯಿರಿ.
4. ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಎತ್ತರಗಳು ಅದೇ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಬಾಹುಗಳಾಗಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ನೀವು ಆಲೋಚಿಸುವಿರಾ?
5. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಮಧ್ಯರೇಖೆ ಒಂದೇ ಆಗಿರಬಹುದೇ?

(ಸುಳುಹು : ಪ್ರಶ್ನೆ ಸಂಖ್ಯೆ 4 ಮತ್ತು 5 ರ ಪ್ರತಿ ವಿಧದ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೂ ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ಎಳೆದು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ)

ಇದನ್ನು ಮಾಡಿ

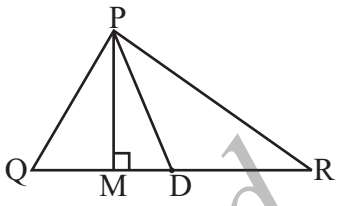
(i) ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ (ii) ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ಮತ್ತು

(iii) ಅಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಕೆಲವು ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ.

ಅವುಗಳ ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಮಧ್ಯರೇಖೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಅವುಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಏನಾದರೂ ವಿಶೇಷತೆಯನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸುವಿರಾ? ನಿಮ್ಮ ಸಹಪಾಠಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಇದನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಿ.

©KTBS Not to be republished

ಅಭ್ಯಾಸ 6.1



1. Δ PQR ನಲ್ಲಿ, $\overline{QR}$ ನ ಮಧ್ಯಬಿಂದು D ಆಗಿದೆ ಆಗ

   $\overline{PM}$ _____ ಮತ್ತು

   PD _____ ಆಗಿದೆ.

   QM = MR ಆಗುತ್ತದೆಯೇ ?

2. ಮುಂದಿನವುಗಳಿಗೆ ಕರಡು ರೇಖಾಚಿತ್ರ ರಚಿಸಿ:

   (a) Δ ABC ಯಲ್ಲಿ BE ಮಧ್ಯರೇಖೆ.

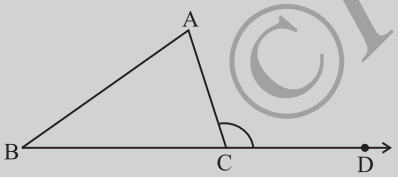
   (b) Δ PQR ನಲ್ಲಿ PQ ಮತ್ತು PR ತ್ರಿಭುಜದ ಎತ್ತರಗಳು.

   (c) Δ XYZ ನಲ್ಲಿ, YL ತ್ರಿಭುಜದ ಹೊರಗೆ (ಎಳೆದ) ಎತ್ತರವಾಗಿದೆ.

3. ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಮಧ್ಯರೇಖೆ ಮತ್ತು ಎತ್ತರವು ಒಂದೇ ಆಗಿರಬಹುದೇ? ಚಿತ್ರ ಬರೆದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

6.4. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹ್ಯ ಕೋನ ಮತ್ತು ಅದರ ಅದರ ಗುಣ

ಇದನ್ನು ಮಾಡಿ



ಚಿತ್ರ 6.7

1. ಚಿತ್ರ 6.7 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿ. ಅದರ ಒಂದು ಬಾಹು BC ಯನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿ. C ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗಿರುವ ಕೋನ ACD ಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಈ ಕೋನವು Δ ABC ಯ ಹೊರಭಾಗದಲ್ಲಿದೆ. ಇದನ್ನು Δ ABCಯ ಶೃಂಗ C ಯಲ್ಲಿ ಉಂಟಾದ **ಬಾಹ್ಯಕೋನ** ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

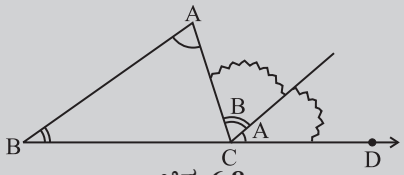
ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ $\angle$ACD ಗೆ $\angle$BCA ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನವಾಗಿದೆ. ಉಳಿದ ಎರಡು ಕೋನಗಳಾದ $\angle$A ಮತ್ತು $\angle$B ಗಳನ್ನು ತ್ರಿಭುಜದ ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಅಥವಾ $\angle$ACD ಯ ದೂರದ ಎರಡು ಅಂತರ್‌ಕೋನಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ. ಈಗ $\angle$A ಮತ್ತು $\angle$B ಯನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ (ಅಥವಾ ಟ್ರೇಸ್ ಪ್ರತಿಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ) ಚಿತ್ರ 6.8 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಒಂದರ ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ.

ಈ ಎರಡು ಭಾಗಗಳು $\angle$ACD ಯನ್ನು ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಆವರಿಸುತ್ತದೆಯೇ?

m $\angle$ACD = m$\angle$A + m$\angle$B ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದೇ?

2. ಮೇಲೆ ಮಾಡಿದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿಯೇ, ಬಾಹ್ಯಕೋನ ACD ಉಂಟಾಗುವಂತೆ ತ್ರಿಭುಜ ABC ರಚಿಸಿ. ಕೋನಮಾಪಕ ಬಳಸಿ $\angle$ACD, $\angle$A ಮತ್ತು $\angle$B ಅಳೆಯಿರಿ.

   $\angle$A + $\angle$B ಯ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿದು $\angle$ACD ಅಳತೆಯೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿ. $\angle$ACD ಅಳತೆಯು $\angle$A + $\angle$B ಅಳತೆಗೆ ಸಮವಾಗಿರುವುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸುವಿರಾ? (ಅಥವಾ ಅಳತೆ ಮಾಡುವುದರಲ್ಲಿ ದೋಷವಿದ್ದರೆ, ಅಳತೆಗೆ ಸಮೀಪವಾಗಿರುತ್ತದೆ)



ಚಿತ್ರ 6.8

©KTBS Not to be republished

ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಬಾಹ್ಯಕೋನಗಳಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ ಮೇಲೆ ತಿಳಿಸಿದ ಎರಡೂ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು, ನೀವು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಬಹುದು. ಪ್ರತೀ ಬಾರಿಯೂ ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹ್ಯಕೋನವು ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುವುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸುವಿರಿ.

ಹಂತ ಹಂತವಾಗಿ ತಾರ್ಕಿಕವಾಗಿ ಚರ್ಚಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ ಈ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ದೃಢೀಕರಿಸಬಹುದು.

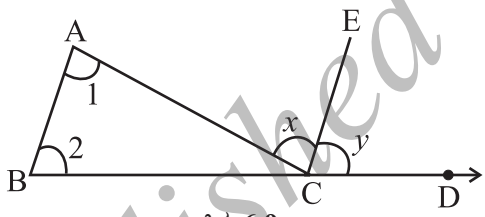
ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಬಾಹ್ಯಕೋನವು ಅದರ ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ದತ್ತ : ΔABC ಪರಿಗಣಿಸಿ.

$\angle ACD$ ಬಾಹ್ಯಕೋನ.

ಸಾಧನೀಯ : $m\angle ACD = m\angle A + m\angle B$.

C ಮೂಲಕ $\overline{BA}$ ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವಂತೆ $\overline{CE}$ ಎಳೆಯಿರಿ.



ಚಿತ್ರ 6.9

ಸಮರ್ಥನೆ

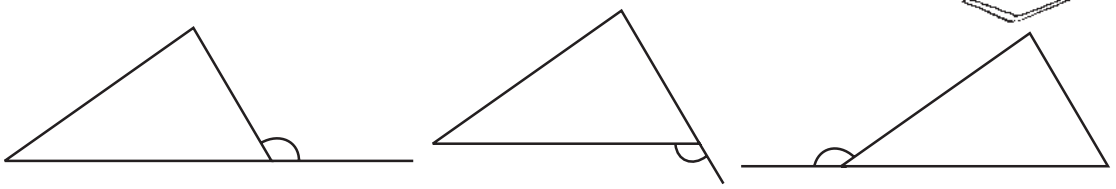
ಹಂತ	**ಕಾರಣಗಳು**
(a) $\angle 1 = \angle x$	$\overline{BA} \parallel \overline{CE}$ ಮತ್ತು $\overline{AC}$ ಛೇದಕ. ಆದುದರಿಂದ, ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು ಸಮ.
(b) $\angle 2 = \angle y$	$\overline{BA} \parallel \overline{CE}$ ಮತ್ತು $\overline{BD}$ ಛೇದಕ. ಆದುದರಿಂದ, ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ.
(c) $\angle 1 + \angle 2 = \angle x + \angle y$	
(d) $\angle x + \angle y = m\angle ACD$	ಚಿತ್ರ 6.9 ರಿಂದ

ಆದುದರಿಂದ $\angle 1 + \angle 2 = \angle ACD$

ಬಾಹ್ಯಕೋನ ಮತ್ತು ಅದರ ಎರಡು ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು **ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹ್ಯಕೋನದ ಗುಣ** ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಆಲೋಚಿಸಿ. ಚರ್ಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಬರೆಯಿರಿ.

1. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಬಾಹ್ಯಕೋನಗಳು ಅನೇಕ ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗಬಹುದು. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಮೂರನ್ನೂ ಮುಂದೆ ತೋರಿಸಿದೆ (ಚಿತ್ರ 6.10).



ಚಿತ್ರ 6.10

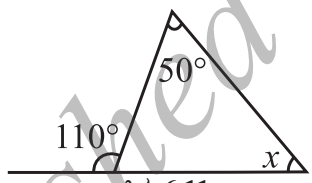
©KTBS Not to be republished

ಬಾಹ್ಯಕೋನಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಇನ್ನೂ ಮೂರು ವಿಧಗಳಿವೆ. ಅವುಗಳ ಕರಡು ರೇಖಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

2. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಪ್ರತಿ ಶೃಂಗದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾದ ಬಾಹ್ಯ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆಯೇ?

3. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹ್ಯಕೋನ ಮತ್ತು ಅದರ ಪಾರ್ಶ್ವ ಅಂತರ್ ಕೋನದ ಮೊತ್ತದ ಬಗ್ಗೆ ನೀವೇನು ಹೇಳುವಿರಿ?

ಉದಾಹರಣೆ 1. ಚಿತ್ರ 6.11 ರಲ್ಲಿ ಕೋನ x ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಚಿತ್ರ 6.11

ಪರಿಹಾರ: ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ = ಬಾಹ್ಯಕೋನ.

$$50^0 + x = 110^0$$

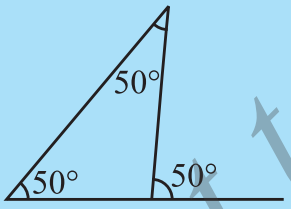
$$x = 60^0$$

ಆಲೋಚಿಸಿ. ಚರ್ಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಬರೆಯಿರಿ.

1. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹ್ಯಕೋನವು
   (i) ಲಂಬಕೋನವಾದಾಗ (ii) ವಿಶಾಲಕೋನವಾದಾಗ
   (iii) ಲಘುಕೋನವಾದಾಗ ಅದರ ಪ್ರತೀ ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನದ ಬಗ್ಗೆ ನೀವೇನು ಹೇಳುವಿರಿ?

2. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹ್ಯಕೋನವು ಸರಳಕೋನವಾಗಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ



(ಚಿತ್ರ 6.12)

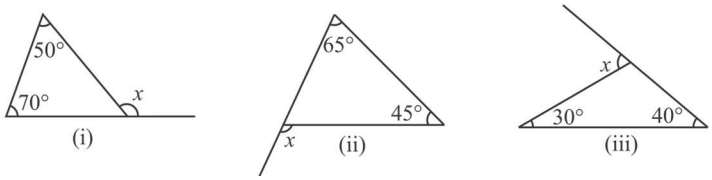
1. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹ್ಯಕೋನದ ಅಳತೆ 70° ಮತ್ತು ಅದರ ಒಂದು ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನದ ಅಳತೆ 25° ಆಗಿದೆ. ಇನ್ನೊಂದು ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನದ ಅಳತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

2. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹ್ಯಕೋನಕ್ಕೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಎರಡು ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ 60° ಮತ್ತು 80° ಆಗಿದೆ. ಬಾಹ್ಯಕೋನದ ಅಳತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

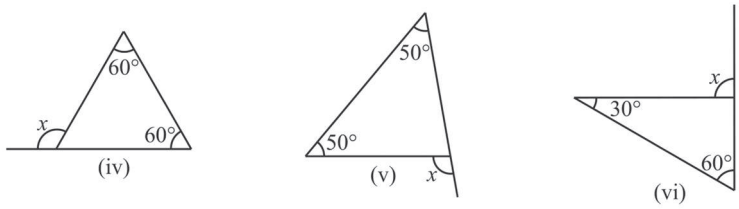
3. ನೀಡಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಏನಾದರೂ ತಪ್ಪಿದೆಯೇ? (ಚಿತ್ರ 6.12) ನಿಮ್ಮ ಅಭಿಪ್ರಾಯ ತಿಳಿಸಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ 6.2

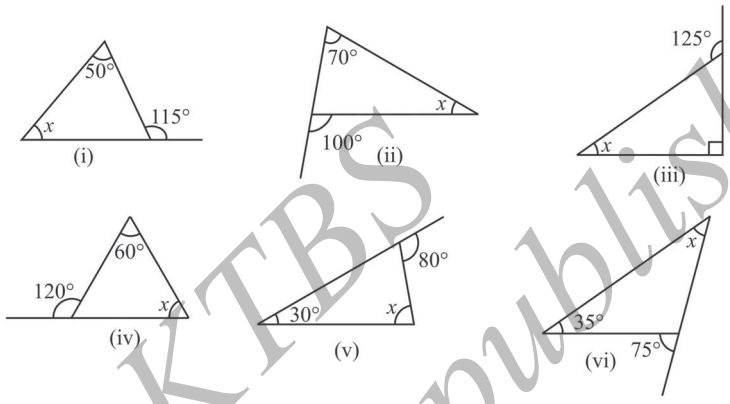
1. ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಗೊತ್ತಿಲ್ಲದ ಬಾಹ್ಯಕೋನ x ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



©KTBS Not to be republished



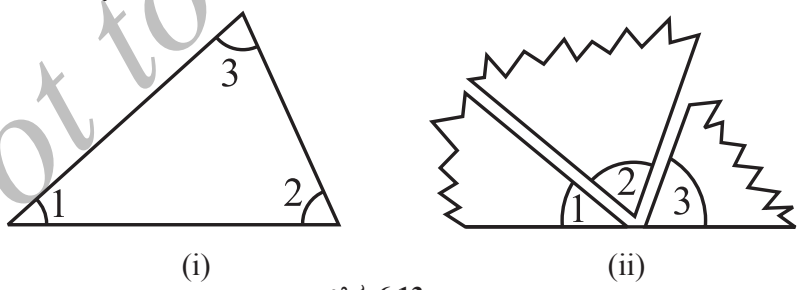
2. ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಗೊತ್ತಿಲ್ಲದ ಅಂತರ್ ಕೋನ x ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



6.5 ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತದ ಗುಣ

ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಕೋನಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಒಂದು ಗಮನಾರ್ಹ ಗುಣವಿದೆ. ಮುಂದಿನ ನಾಲ್ಕು ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಿಂದ ಇದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸುವಿರಿ.

1. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಮೂರೂ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ. ಚಿತ್ರ 6.13 (i), (ii) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಮರುಜೋಡಿಸಿ. ಈಗ ಮೂರೂ ಕೋನಗಳು ಒಂದು ಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. ಈ ಕೋನವು 180° ಅಳತೆಯುಳ್ಳ ಸರಳಕೋನವಾಗುತ್ತದೆ.



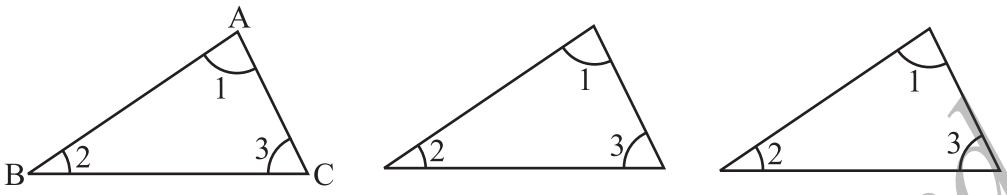
ಚಿತ್ರ 6.13

ಹೀಗಾಗಿ, ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಒಳಕೋನಗಳ ಅಳತೆಯ ಮೊತ್ತ 180°.

©KTBS Not to be republished

2. ಬೇರೆ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿಯೂ ಇದೇ ಅಂಶವನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

Δ ABC ಯ ಮೂರು ಪ್ರತಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. (ಚಿತ್ರ 6.14)

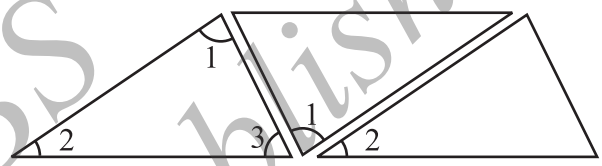


(ಚಿತ್ರ 6.14)

ಚಿತ್ರ 6.15 ರಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಜೋಡಿಸಿ.

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ ರ ಬಗ್ಗೆ ನೀವೇನು ಗಮನಿಸುವಿರಿ ?

(ಬಾಹ್ಯಕೋನದ ಗುಣವನ್ನೂ ಸಹ ನೀವು ಗಮನಿಸುವಿರಾ ?)

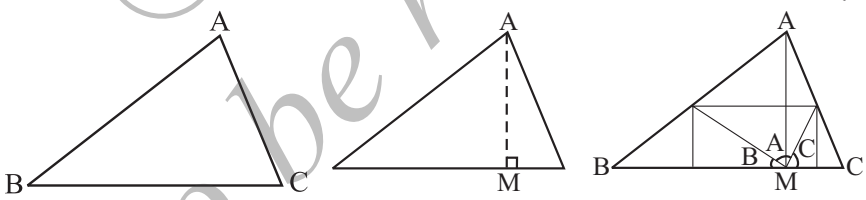


ಚಿತ್ರ 6.15

3. ಒಂದು ಹಾಳೆಯಲ್ಲಿ ΔABC ಕತ್ತರಿಸಿ. (ಚಿತ್ರ 6.16)

A ಮೂಲಕ AM ಎತ್ತರವಾಗುವಂತೆ Δ ABC ಯನ್ನು ಮಡಚಿ.

ಈಗ A, B ಮತ್ತು C ಶೃಂಗಗಳು M ನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುವಂತೆ ಮೂರೂ ಮೂಲೆಗಳನ್ನು ಮಡಚಿ.



ಚಿತ್ರ : 6.16

ಮೂರು ಕೋನಗಳು ಸೇರಿ ಸರಳಕೋನ ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತಿರುವುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸುವಿರಿ. ಇದು ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0 ಎಂದು ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.

4. ನಿಮ್ಮ ನೋಟ್ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ Δ ABC, Δ PQR ಮತ್ತು Δ XYZ ಮೂರು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಕೋನಮಾಪಕ ಬಳಸಿ ಆ ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿನ ಕೋನಗಳನ್ನು ಅಳತೆ ಮಾಡಿ. ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ತುಂಬಿ.

ತ್ರಿಭುಜ	ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ			ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ
Δ ABC	m $\angle$A =	m $\angle$B =	m $\angle$C =	m$\angle$A + m$\angle$B + m$\angle$C =
Δ PQR	m $\angle$P =	m $\angle$Q =	m $\angle$R =	m$\angle$P + m$\angle$Q + m$\angle$R =
Δ XYZ	m $\angle$X =	m $\angle$Y =	m $\angle$Z =	m$\angle$X + m$\angle$Y + m$\angle$Z =

©KTBS Not to be republished

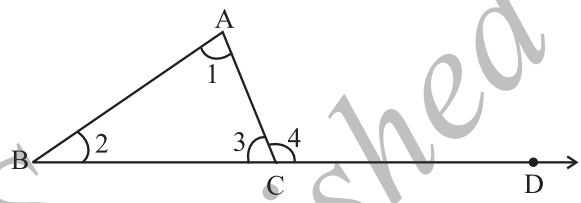
ಅಳತೆಯಲ್ಲಿನ ಕೆಲವು ದೋಷಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ ಕೋಷ್ಟಕದ ಕೊನೆಯ ಕಂಬಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ ಯಾವಾಗಲೂ 180° ಆಗಿರುತ್ತದೆ (ಅಥವಾ 180° ಗೆ ಸಮೀಪವಾಗಿರುತ್ತದೆ).

ಪರಿಪೂರ್ಣ ನಿಖರತೆಯಿಂದ ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಾದಾಗ, ಅದೂ ಸಹ ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180° ಎಂದು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.

ನಿಮ್ಮ ಪ್ರತಿಪಾದನೆಯನ್ನು ತಾರ್ಕಿಕ ಚರ್ಚೆಯ ಮೂಲಕ ಸಮರ್ಥಿಸಲು ನೀವು ಈಗ ತಯಾರಾಗಿರುವಿರಿ.

ಹೇಳಿಕೆ: **ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°.**

ಇದನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಲು ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹ್ಯ ಕೋನದ ಗುಣವನ್ನು ಬಳಸೋಣ.



(ಚಿತ್ರ 6.17)

ದತ್ತ : Δ ABCಯ ಕೋನಗಳು $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ ಆಗಿವೆ (ಚಿತ್ರ 6.17).

BC ಯನ್ನು D ವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದಾಗ ಬಾಹ್ಯಕೋನ $\angle 4$ ಉಂಟಾಗಿದೆ.

ಸಮರ್ಥನೆ: $\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$ (ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹ್ಯಕೋನ ಗುಣದಿಂದ)

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \angle 4 + \angle 3$ (ಎರಡೂ ಕಡೆ $\angle 3$ ಕೂಡಿದಾಗ)

ಆದರೆ $\angle 4$ ಮತ್ತು $\angle 3$ ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳು. ಆದುದರಿಂದ ಇವುಗಳ ಮೊತ್ತ 180°.

ಆದುದರಿಂದ $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$

ಹಲವಾರು ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಈ ಗುಣವನ್ನು ಹೇಗೆ ಬಳಸಬಹುದು ಎಂದು ನಾವು ನೋಡೋಣ.

ಉದಾಹರಣೆ 2. ನೀಡಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ (ಚಿತ್ರ 6.18) $m\angle P$ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

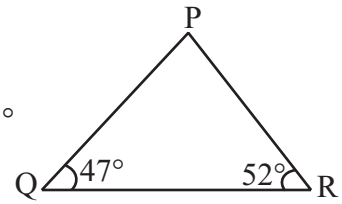
ಪರಿಹಾರ: ತ್ರಿಭುಜದ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತದ ಗುಣದಿಂದ

$m\angle P + 47° + 52° = 180°$

ಆದುದರಿಂದ $m\angle P = 180° - 47° - 52°$

$= 180° - 99°$

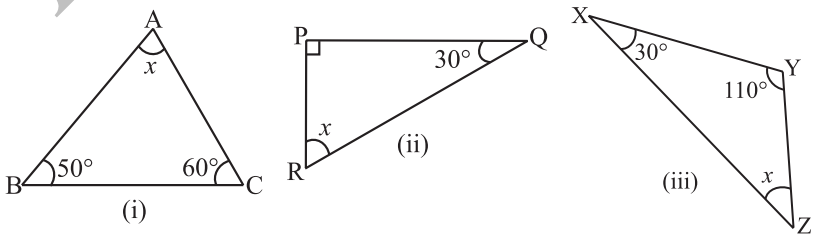
$= 81°$



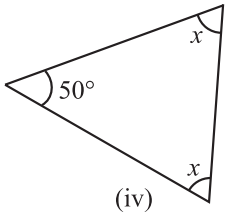
ಚಿತ್ರ 6.18

ಅಭ್ಯಾಸ 6.3

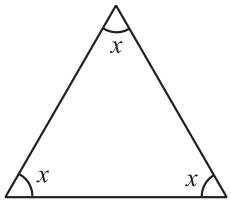
1. ಮುಂದಿನ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ x ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.



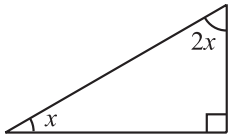
©KTBS Not to be republished



(iv)

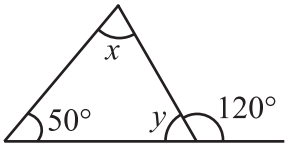


(v)

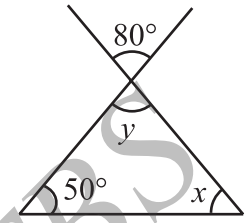


(vi)

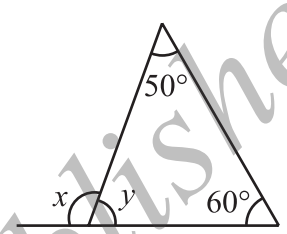
2. ಮುಂದಿನ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ x ಮತ್ತು y ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



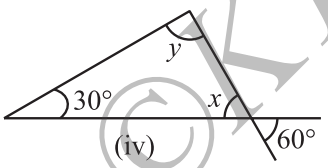
(i)



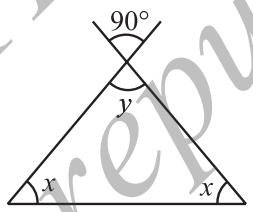
(ii)



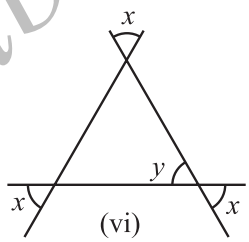
(iii)



(iv)



(v)



(vi)

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಕೋನಗಳು 30° ಮತ್ತು 80° ಆಗಿವೆ. ಮೂರನೇ ಕೋನದ ಅಳತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2. ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಕೋನದ ಅಳತೆ 80° ಆಗಿದೆ ಮತ್ತು ಉಳಿದೆರಡು ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿವೆ. ಸಮವಿರುವ ಪ್ರತಿಕೋನದ ಅಳತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
3. ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಕೋನಗಳು 1:2:1 ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ. ತ್ರಿಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಎರಡು ವಿವಿಧ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ವರ್ಗೀಕರಿಸಿ.

ಯೋಚಿಸಿ. ಚರ್ಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಬರೆಯಿರಿ.

1. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಲಂಬಕೋನಗಳಿರಬಹುದೇ?

2. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಅಧಿಕ ಕೋನಗಳಿರಬಹುದೇ?

3. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಲಘುಕೋನಗಳಿರಬಹುದೇ?

4. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಮೂರು ಕೋನಗಳು 60° ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿರಬಹುದೇ?

©KTBS Not to be republished

5. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಮೂರು ಕೋನಗಳು 60° ಗೆ ಸಮವಿರಬಹುದೇ?

6. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಮೂರು ಕೋನಗಳು 60° ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಿರಬಹುದೇ?

6.6 ಎರಡು ವಿಶೇಷ ತ್ರಿಭುಜಗಳು: ಸಮಬಾಹು ಮತ್ತು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು

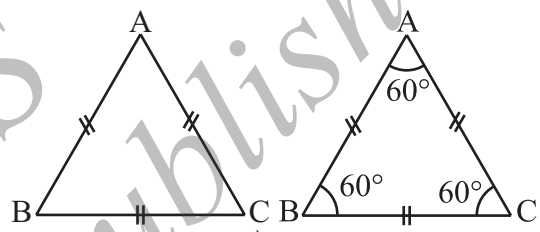
ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ ಅದನ್ನು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ABCಯ ಎರಡು ಪ್ರತಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ (ಚಿತ್ರ 6.19). ಒಂದನ್ನು ಸ್ಥಿರವಾಗಿಡಿ. ಇನ್ನೊಂದನ್ನು ಅದರ ಮೇಲೆ ಇಡಿ. ಎರಡೂ ಪರಸ್ಪರ ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತವೆ. ಯಾವ ವಿಧದಲ್ಲಿ ತಿರುಗಿಸಿದರೂ ಸಹ ಎರಡೂ ಪರಸ್ಪರ ಐಕ್ಯವಾಗಿರುತ್ತವೆ. ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದಾಗ ಅವುಗಳ ಮೂರು ಕೋನಗಳೂ ಸಹ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸುವಿರಾ?

ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ,

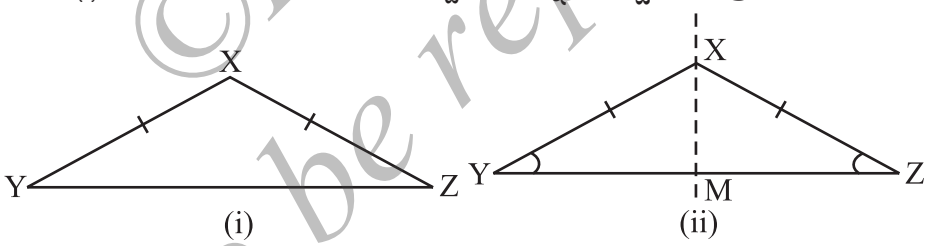
(i) ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ

(ii) ಪ್ರತಿ ಕೋನದ ಅಳತೆ 60° ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ತೀರ್ಮಾನಿಸಬಹುದು.



ಚಿತ್ರ 6.19

ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದಾಗ ಅದನ್ನು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.



ಚಿತ್ರ 6.20

ಹಾಳೆಯಿಂದ XY = XZ ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ಕತ್ತರಿಸಿ (ಚಿತ್ರ 6.20). Y ಮೇಲೆ Z ಇರುವಂತೆ ಅದನ್ನು ಮಡಚಿ. ಈಗ X ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ XM ರೇಖೆಯು ಸಮಮಿತಿ ಅಕ್ಷವಾಗಿರುತ್ತದೆ (ಇದನ್ನು ಅಧ್ಯಾಯ 14 ರಲ್ಲಿ ನೀವು ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡುವಿರಿ). ∠Y ಮತ್ತು ∠Z ಐಕ್ಯವಾಗುವುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸುವಿರಿ. XY ಮತ್ತು XZ ಗಳನ್ನು ಸಮಬಾಹುಗಳು; YZ ನ್ನು ಪಾದ; ∠Y ಮತ್ತು ∠Z ಗಳನ್ನು, ಪಾದ ಕೋನಗಳೆನ್ನುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಅವೂ ಸಹ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಹೀಗಾಗಿ ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ,

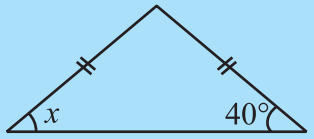
(i) ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಸಮ

(ii) ಸಮಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಪಾದ ಕೋನಗಳು ಸಮ.

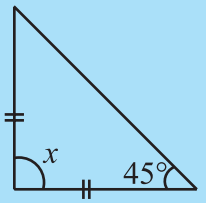
©KTBS Not to be republished

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

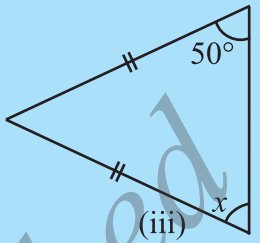
1. ಪ್ರತಿ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕೋನ x ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



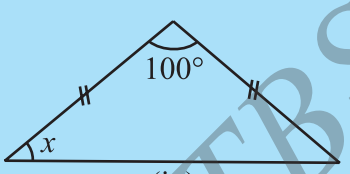
(i)



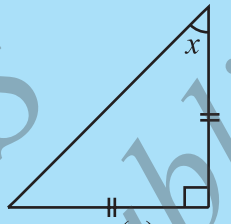
(ii)



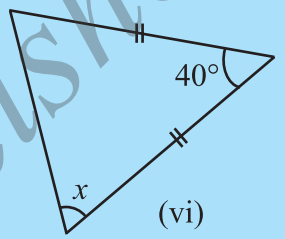
(iii)



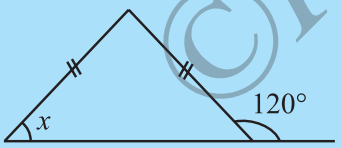
(iv)



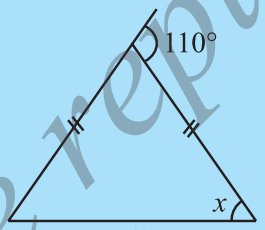
(v)



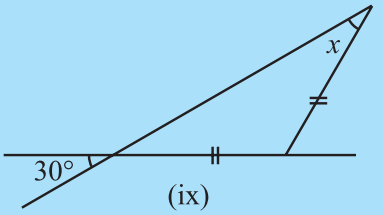
(vi)



(vii)

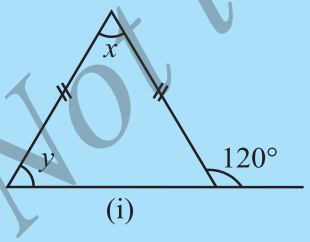


(viii)

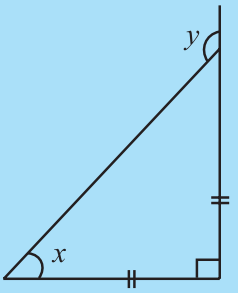


(ix)

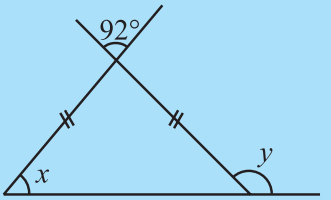
2. ಪ್ರತಿ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ x ಮತ್ತು y ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



(i)



(ii)

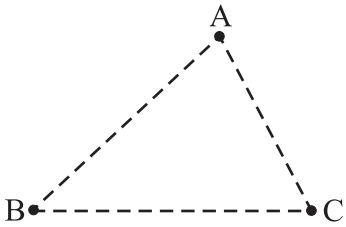


(iii)

6.7 ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೊತ್ತ

1. ನಿಮ್ಮ ಆಟದ ಮೈದಾನದಲ್ಲಿ A, B ಮತ್ತು C ಮೂರು ಏಕರೇಖಾಗತವಲ್ಲದ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ. ಸುಣ್ಣದ ಪುಡಿ ಬಳಸಿ AB, BC ಮತ್ತು AC ಮಾರ್ಗಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

©KTBS Not to be republished



ಚಿತ್ರ : 6.22

ನಿಮ್ಮ ಸಹಪಾಠಿಗೆ A ಯಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ ಒಂದು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚಿನ ಮಾರ್ಗಗಳ ಮೂಲಕ ನಡೆದು C ತಲುಪಲು ತಿಳಿಸಿ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಅವರು ಮೊದಲು $\overline{AB}$ ನಂತರ $\overline{BC}$ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ನಡೆದು C ತಲುಪಬಹುದು. ಅಥವಾ ನೇರವಾಗಿ $\overline{AC}$ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ನಡೆಯಬಹುದು. ಸ್ವಾಭಾವಿಕವಾಗಿ ಅವರು ನೇರವಾದ $\overline{AC}$ ಮಾರ್ಗಕ್ಕೆ ಆದ್ಯತೆ ನೀಡುವರು. ಅವರು ಇನ್ನೊಂದು ಮಾರ್ಗವನ್ನು (ಮೊದಲು $\overline{AB}$ ನಂತರ $\overline{BC}$) ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿಕೊಂಡಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ದೂರ ನಡೆಯಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ

$$AB + BC > AC \qquad \text{(i)}$$

ಅದೇ ರೀತಿಯಾಗಿ, ಒಬ್ಬರು B ಯಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ A ಗೆ ತಲುಪಲು, ಅವರು $\overline{BC}$ ಮತ್ತು $\overline{CA}$ ಮಾರ್ಗಗಳನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದಿಲ್ಲ. ಆದರೆ $\overline{BA}$ ಮಾರ್ಗಕ್ಕೆ ಆದ್ಯತೆ ನೀಡುತ್ತಾರೆ. ಏಕೆಂದರೆ

$$BC + CA > AB \qquad \text{(ii)}$$

ಅದೇ ರೀತಿಯಾದ ಚರ್ಚೆಯಿಂದ $CA + AB > BC$ ಎಂದು ನೀವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಿರಿ. (iii)

ಇದು **"ತ್ರಿಭುಜದ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೊತ್ತವು ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ"** ಎಂಬುದನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

2. 6cm, 7cm, 8cm, 9cm, ... 20cm ವಿವಿಧ ಉದ್ದವಿರುವ ಹದಿನೈದು ಸಣ್ಣ ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು (ಅಥವಾ ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು) ಸಂಗ್ರಹಿಸಿ.

   ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಮೂರು ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನುಂಟುಮಾಡಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಮೂರು ಕಡ್ಡಿಗಳ ಸಂಯೋಜನೆಯೊಂದಿಗೆ ಇದನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ.

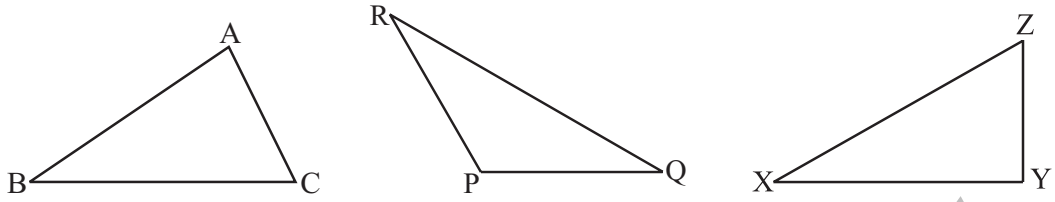
   ಮೊದಲು ನೀವು 6cm ಮತ್ತು 12cm ಉದ್ದವಿರುವ ಎರಡು ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿರುವಿರಿ ಎಂದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ. ನಿಮ್ಮ ಮೂರನೇ ಕಡ್ಡಿಯ ಉದ್ದ 12–6 = 6cm ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿರಬೇಕು ಮತ್ತು 12+6 = 18cm ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರಬೇಕು. ಇದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ ಮತ್ತು ಇದು ಏಕೆ ಹೀಗೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

   ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಲು ನಿಮಗೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಮೂರು ಕಡ್ಡಿಗಳ ಅವಶ್ಯಕತೆಯಿದ್ದು ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಕಡ್ಡಿಗಳ ಉದ್ದದ ಮೊತ್ತವು ಯಾವಾಗಲೂ ಮೂರನೇ ಕಡ್ಡಿಯ ಉದ್ದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ.

   ಇದೂ ಸಹ "ತ್ರಿಭುಜದ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೊತ್ತವು ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ" ಎಂಬುದನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

3. Δ ABC, Δ PQR ಮತ್ತು Δ XYZ, ಮೂರು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ನಿಮ್ಮ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ (ನೋಟ್ ಬುಕ್‌ನಲ್ಲಿ) ರಚಿಸಿ (ಚಿತ್ರ 6.22).

©KTBS Not to be republished



ಚಿತ್ರ : 6.22

ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿ ಬಳಸಿ ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ತುಂಬಿ.

ತ್ರಿಭುಜದ ಹೆಸರು	ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ	ಇದು ಸರಿಯೇ ?	
Δ ABC	AB -----	AB – CB < CA — + — > —	(ಹೌದು/ಇಲ್ಲ)
	BC -----	BC – CA < AB — + — > —	(ಹೌದು/ಇಲ್ಲ)
	CA -----	CA – AB < BC — + — > —	(ಹೌದು/ಇಲ್ಲ)
Δ PQR	PQ -----	PQ – QR < RP — + — > —	(ಹೌದು/ಇಲ್ಲ)
	QR -----	QR – RP < PQ — + — > —	(ಹೌದು/ಇಲ್ಲ)
	RP -----	RP – PQ < QR — + — > —	(ಹೌದು/ಇಲ್ಲ)
Δ XYZ	XY -----	XY – YZ < ZX — + — > —	(ಹೌದು/ಇಲ್ಲ)
	YZ -----	YZ – ZX < XY — + — > —	(ಹೌದು/ಇಲ್ಲ)
	ZX -----	ZX – XY < YZ — + — > —	(ಹೌದು/ಇಲ್ಲ)

ಮೊದಲಿನ ನಮ್ಮ ಊಹೆಗೆ ಇದೂ ಸಹ ಪುಷ್ಟಿ ನೀಡುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ, **ತ್ರಿಭುಜದ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೊತ್ತವು ಮೂರನೆಯ ಬಾಹುವಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ** ಎಂದು ನಾವು ತೀರ್ಮಾನಿಸಬಹುದು.

ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ಮೂರನೆಯ ಬಾಹುವಿಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದೂ ಸಹ ನಾವು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

©KTBS Not to be republished

ಉದಾಹರಣೆ 3. ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ 10.2cm, 5.8cm, ಮತ್ತು 4.5cm ಇರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜ ಇರಬಹುದೇ ?

ಪರಿಹಾರ: ಈ ರೀತಿಯಾದ ತ್ರಿಭುಜ ಇರಬಹುದು ಎಂದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಆಗ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೊತ್ತವು ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರಬೇಕು. ಇದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸೋಣ.

4.5 + 5.8 > 10.2 ಆಗುತ್ತದೆಯೇ? ಹೌದು

5.8 + 10.2 > 4.5 ಆಗುತ್ತದೆಯೇ? ಹೌದು

10.2 + 4.5 > 5.8 ಆಗುತ್ತದೆಯೇ? ಹೌದು.

ಆದುದರಿಂದ ಈ ತ್ರಿಭುಜ ಉಂಟಾಗಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆ 4. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ 6cm, 8cm, ಆಗಿದೆ. ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ ಯಾವ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುತ್ತದೆ?

ಪರಿಹಾರ: ತ್ರಿಭುಜದ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೊತ್ತವು ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ.

ಆದುದರಿಂದ, ಮೂರನೇ ಬಾಹುವು ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಿರಬೇಕು. ಹೀಗಾಗಿ ಮೂರನೇ ಬಾಹುವು (8 + 6 = 14cm ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಿರಬೇಕು.)

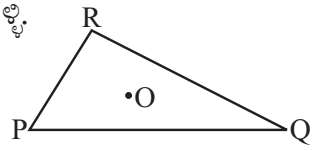
ಮೂರನೇ ಬಾಹುವು ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಿರಬಾರದು. ಹೀಗಾಗಿ ಮೂರನೇ ಬಾಹುವು 8–6 = 2cm ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರಬೇಕು

ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ 2cm ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಮತ್ತು 14cm ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ಯಾವುದೇ ಅಳತೆಯಾಗಿರಬಹುದು.

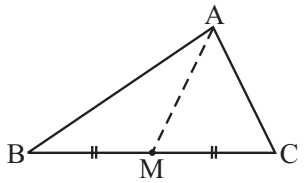
ಅಭ್ಯಾಸ 6.4

1. ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಬಾಹುಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ತ್ರಿಭುಜ ಇರಲು ಸಾಧ್ಯವೇ ?
   (i) 2cm, 3cm, 5cm, (ii) 3cm, 6cm, 7cm,
   (iii) 6cm, 3cm, 2cm,

2. ತ್ರಿಭುಜ PQR ನ ಒಳಭಾಗದಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದು 'O' ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ.
   (i) OP + OQ > PQ
   (ii) OQ + OR > QR
   (iii) OR + OP > RP ಆಗುತ್ತದೆಯೇ?



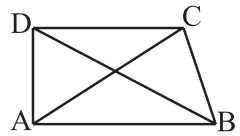
3. ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯ ಮಧ್ಯರೇಖೆ AM ಆದಾಗ
   AB + BC + CA > 2 AM ಆಗುತ್ತದೆಯೇ?
   (Δ ABM ಮತ್ತು Δ AMC ಗಳ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ)



©KTBS Not to be republished

4. ABCD ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವಾದರೆ

AB + BC + CD + DA > AC + BD ಆಗುತ್ತದೆಯೇ?



5. ABCD ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವಾದರೆ

AB + BC + CD + DA < 2(AC + BD) ಆಗುತ್ತದೆಯೇ?

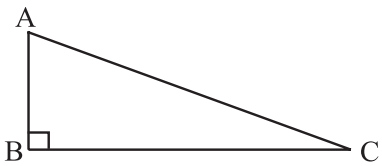
6. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ 12cm ಮತ್ತು 15cm ಆಗಿದೆ. ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ ಯಾವ ಎರಡು ಅಳತೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುತ್ತದೆ?

ಆಲೋಚಿಸಿ, ಚರ್ಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಬರೆಯಿರಿ.

1. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವು ಯಾವಾಗಲೂ ಮೂರನೇ ಕೋನಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಇರುತ್ತದೆಯೇ?

6.8 ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಗುಣ

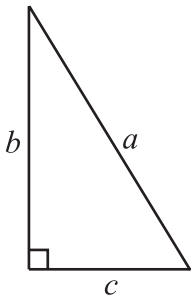
ಕ್ರಿ. ಪೂ. ಆರನೇ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಎಂಬ ಗ್ರೀಕ್ ತತ್ವಜ್ಞಾನಿ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಒಂದು ಬಹು ಮುಖ್ಯ ಮತ್ತು ಉಪಯುಕ್ತ ಗುಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರು ಎನ್ನಲಾಗಿದೆ. ಆ ಗುಣವನ್ನು ಅವರ ಹೆಸರಿನಿಂದ ಕರೆಯಲಾಗಿದೆ. ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ಈ ಗುಣವು ಹಲವು ದೇಶಗಳ ಜನರಿಗೂ ಸಹ ತಿಳಿದಿತ್ತು. ಭಾರತದ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞ ಬೋಧಾಯನ ಸಹ ಈ ಗುಣಕ್ಕೆ ಸಮಾನ ರೂಪವಾದ ಗುಣವನ್ನು ನೀಡಿದ್ದಾರೆ. ಈಗ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಗುಣವನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ.



ಚಿತ್ರ 6.23

ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ, ಬಾಹುಗಳು ಕೆಲವು ವಿಶೇಷ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ. ಲಂಬಕೋನಕ್ಕೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಬಾಹುವನ್ನು ವಿಕರ್ಣ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ. ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಲಂಬಕೋನವನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಬಾಹುಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

Δ ABC ಯಲ್ಲಿ (ಚಿತ್ರ 6.23), B ಯಲ್ಲಿ ಲಂಬಕೋನವಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ AC ವಿಕರ್ಣವಾಗಿದೆ. AB ಮತ್ತು BC, Δ ABC ಯ ಲಂಬಕೋನವನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಬಾಹುಗಳು.



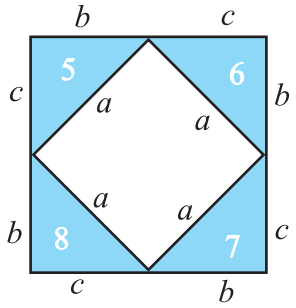
ಚಿತ್ರ 6.24

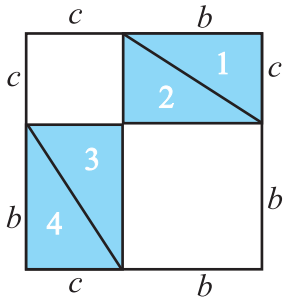
ನಿಮ್ಮ ಆಯ್ಕೆಯಂತೆ ಯಾವುದೇ ಅಳತೆಯಿರುವ ಎಂಟು ತದ್ರೂಪಿ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ಪ್ರತಿಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ವಿಕರ್ಣ 'a' ಮಾನಗಳು ಮತ್ತು ಲಂಬಕೋನವನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ 'b' ಮಾನಗಳು ಮತ್ತು c ಮಾನಗಳು ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿ. (ಚಿತ್ರ 6.24).

ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ $b + c$ ಇರುವಂತೆ ಎರಡು ತದ್ರೂಪಿ ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಒಂದು ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ರಚಿಸಿ.

ಒಂದು ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಉಳಿದ ನಾಲ್ಕು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ನೀವು ಇಡಬೇಕು. (ಚಿತ್ರ 6.25).

©KTBS Not to be republished





ವರ್ಗ A ಚಿತ್ರ 6.25 ವರ್ಗ B

ವರ್ಗಗಳು ತದ್ರೂಪಿಯಾಗಿವೆ; ಇಟ್ಟಿರುವ ಎಂಟೂ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಹ ತದ್ರೂಪಿಯಾಗಿವೆ.

A ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಆವೃತವಾಗದಿರುವ ಭಾಗ = B ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಆವೃತವಾಗದಿರುವ ಭಾಗ

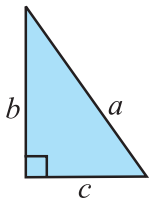
ಅಂದರೆ A ವರ್ಗದಲ್ಲಿರುವ ಒಳವರ್ಗದ

ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = (B ವರ್ಗದಲ್ಲಿ ಆವೃತವಾಗದಿರುವ ಎರಡು ವರ್ಗಗಳ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)

$$a^2 = b^2 + c^2$$

ಇದು ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಗುಣ. ಇದನ್ನು ಮುಂದಿನಂತೆ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಬಹುದು.

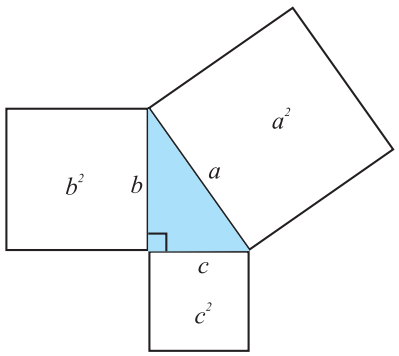
ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ,
ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗ = ಲಂಬಕೋನವನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತ



ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಗುಣ ಒಂದು ಬಹಳ ಉಪಯುಕ್ತ ಸಾಧನವಾಗಿದೆ. ಮುಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಇದನ್ನು ಒಂದು ಪ್ರಮೇಯದಂತೆ ನೀವು ಸಾಧಿಸುವಿರಿ. ಇದರ ಅರ್ಥ ನಿಮಗೆ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ತಿಳಿದಿರಬೇಕು.

ಯಾವುದೇ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು, ಲಂಬಕೋನವನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಒಂದು ವರ್ಗಾಕೃತಿಯ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿ. ಅದರ ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲೆ ವರ್ಗ ರಚಿಸಿ. ಈ ವರ್ಗಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ (ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಪ್ರಾಯೋಗಿಕವಾಗಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ [ಚಿತ್ರ 6.26]).



ಚಿತ್ರ 6.26

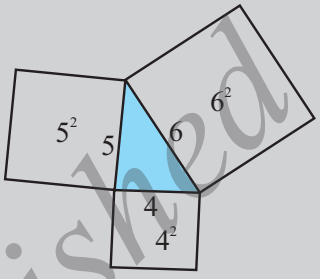
ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಗುಣವು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸರಿ ಹೊಂದುತ್ತದೆ. ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಗುಣ ಸರಿ ಹೊಂದುವುದಾದರೆ ಅದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವಾಗುತ್ತದೆಯೇ? (ಆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ವಿಲೋಮ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಎನ್ನುವರು). ನಾವು ಇದನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ. ಒಂದು

©KTBS Not to be republished

ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತವು ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ, ಅದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವೇ ಆಗಿರಬೇಕು ಎಂದು ನಾವು ಈಗ ತೋರಿಸೋಣ.

ಇದನ್ನು ಮಾಡಿ

1. ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ 4cm, 5cm, 6cm, ಇರುವ ಮೂರು ವರ್ಗಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಪಡೆಯಲು ವರ್ಗಗಳ ಮೂಲೆಯನ್ನು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ (ಚಿತ್ರ 6.27) ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಸರಿಯಾಗಿ ಜೋಡಿಸಿ. ಉಂಟಾಗಿರುವ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಗುರ್ತು ಮಾಡಿ. ತ್ರಿಭುಜದ ಪ್ರತಿ ಕೋನವನ್ನು ಅಳತೆ ಮಾಡಿ. ಯಾವುದೂ ಲಂಬಕೋನವಿಲ್ಲದಿರುವುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸುವಿರಿ.



ಚಿತ್ರ 6.27

ಈ ಪ್ರಕರಣದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಕೋನ ಲಘುಕೋನವಾಗಿದೆ.

$4^2 + 5^2 \neq 6^2$, $5^2 + 6^2 \neq 4^2$ ಮತ್ತು $6^2 + 4^2 \neq 5^2$ ಆಗಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

2. ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ 4cm, 5cm, ಮತ್ತು 7cm ಇರುವ ವರ್ಗಗಳಿಂದ ಮೇಲಿನ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ. ನಿಮಗೆ ವಿಶಾಲಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವು ಸಿಗುತ್ತದೆ.

$4^2 + 5^2 \neq 7^2$ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಗುಣ ಸರಿಹೊಂದಬೇಕಾದರೆ ಅದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವೇ ಆಗಿರಬೇಕು ಎಂದು ಇದು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ, ಮುಂದಿನ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಗುಣ ಸರಿಹೊಂದಿದೆಯಾದರೆ ಅದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 5. ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ 3cm, 4cm, ಮತ್ತು 5cm ಇರುವ ತ್ರಿಭುಜವು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವಾಗುವುದೇ ? ನಿರ್ಧರಿಸಿ.

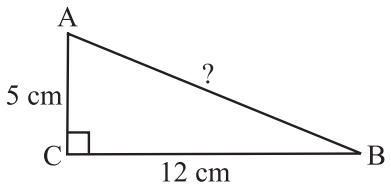
ಪರಿಹಾರ: $3^2 = 3\times3 = 9$, $4^2 = 4\times4 = 16$; $5^2 = 5\times5 = 25$,

$3^2 + 4^2 = 5^2$ ಆಗುವುದನ್ನು ನಾವು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

ಆದುದರಿಂದ ತ್ರಿಭುಜವು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ.

ಗಮನಿಸಿ : ಯಾವುದೇ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ, ವಿಕರ್ಣವು ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಬಾಹುವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಈ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ 5cm. ಬಾಹು ವಿಕರ್ಣ.

ಉದಾಹರಣೆ 6. ΔABC ಯಲ್ಲಿ ಕೋನ C ಲಂಬಕೋನವಾಗಿದೆ. AC = 5cm. ಮತ್ತು BC = 12cm. ಆದರೆ ABಯ ಉದ್ದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಚಿತ್ರ 6.28

ಪರಿಹಾರ: ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಕರಡು ಚಿತ್ರ ರಚಿಸಿ (ಚಿತ್ರ 6.28).

©KTBS Not to be republished

ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಗುಣದಿಂದ

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$= 5^2 + 12^2 = 25+144 = 169 = 13^2$$

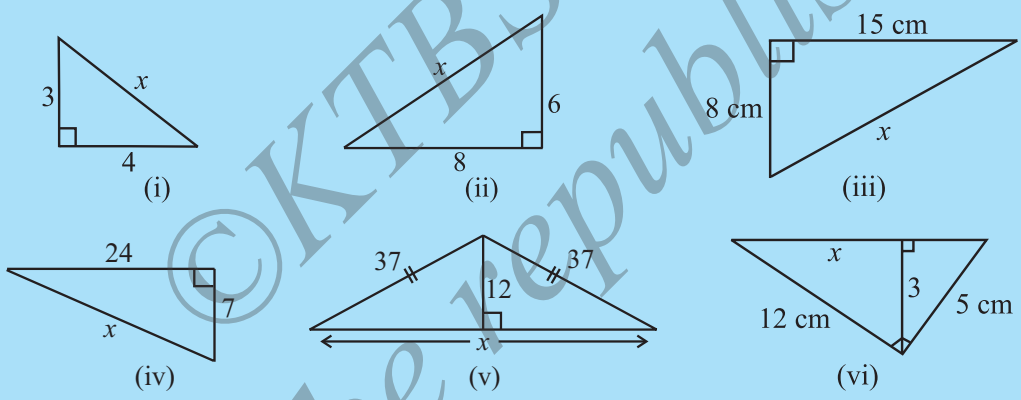
$AB^2 = 13^2$ ಆದುದರಿಂದ, $AB = 13$

AB ಯ ಉದ್ದ 13cm.

ಸೂಚನೆ: ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪತ್ತೆಹಚ್ಚಲು ನೀವು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ (ಚಿತ್ರ 6.29) ಗೊತ್ತಿಲ್ಲದ ಉದ್ದ x ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

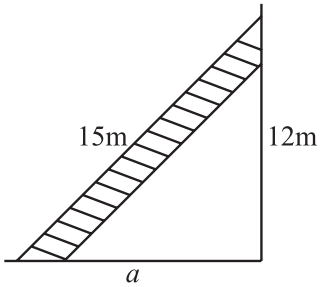


ಚಿತ್ರ 6.29

ಅಭ್ಯಾಸ 6.5

1. PQR ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ P ಲಂಬಕೋನವಾಗಿದೆ. PQ = 10cm ಮತ್ತು PR = 24cm ಆದರೆ QR ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

2. ABC ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ C ಲಂಬಕೋನವಾಗಿದೆ. AB = 25cm ಮತ್ತು AC = 7cm ಆದರೆ BC ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



3. 15m ಉದ್ದದ ಏಣಿಯನ್ನು, ನೆಲದಿಂದ 12m ಎತ್ತರದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಕಿಟಕಿಯನ್ನು ತಲುಪುವಂತೆ ಗೋಡೆಯಿಂದ 'a' m ದೂರದಲ್ಲಿ ನಿಲ್ಲಿಸಿದೆ. ಏಣಿಯ ಪಾದದಿಂದ ಗೋಡೆಗೆ ಇರುವ ದೂರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

©KTBS Not to be republished

4. ಮುಂದಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುವು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳಾಗಬಹುದು?

(i) 2.5cm, 6.5cm, 6.cm,

(ii) 2cm, 2cm, 5cm,

(iii) 1.5cm, 2cm, 2.5cm,

ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ, ಲಂಬಕೋನಗಳನ್ನು ಪತ್ತೆ ಹಚ್ಚಿ.

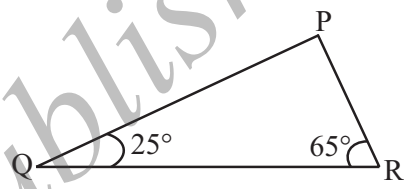
5. ಒಂದು ಮರವು ನೆಲದಿಂದ 5m ಎತ್ತರದಲ್ಲಿ ಮುರಿದಿದೆ ಮತ್ತು ಅದರ ಮೇಲ್ತುದಿಯು, ಮರದ ಬುಡದಿಂದ 12m ದೂರದಲ್ಲಿ ನೆಲಕ್ಕೆ ತಾಗುತ್ತದೆ. ಮರದ ಮೂಲ ಎತ್ತರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

6. Δ PQR ನ ಕೋನಗಳಾದ Q ಮತ್ತು R ನ ಅಳತೆಗಳು 25° ಮತ್ತು 65° ಇವೆ. ಮುಂದಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಸರಿ ಎಂಬುದನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $PQ^2 + QR^2 = RP^2$

(ii) $PQ^2 + RP^2 = QR^2$

(iii) $RP^2 + QR^2 = PQ^2$



7. ಉದ್ದ 40cm ಮತ್ತು ಕರ್ಣ 41cm ಇರುವ ಒಂದು ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8. ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳ ಅಳತೆ 16cm ಮತ್ತು 30cm ಇದೆ. ಅದರ ಸುತ್ತಳತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಆಲೋಚಿಸಿ. ಚರ್ಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಬರೆಯಿರಿ.

1. P ಲಂಬಕೋನವಾಗಿರುವ ತ್ರಿಭುಜ PQR ನಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ಉದ್ದವಾದ ಬಾಹು ಯಾವುದು?

2. B ಲಂಬಕೋನವಾಗಿರುವ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ಉದ್ದವಾದ ಬಾಹು ಯಾವುದು?

3. ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ಉದ್ದವಾದ ಬಾಹು ಯಾವುದು?

4. "ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿ ಉಂಟುಮಾಡುವ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಆ ಆಯತದ ಕರ್ಣವು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ." ಇದು ಬೋಧಾಯನ ಪ್ರಮೇಯ. ಇದನ್ನು ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಗುಣದೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿ.

ಇದನ್ನು ಮಾಡಿ

ಚಟುವಟಿಕೆ

ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಸಾಧನೆಗೆ ಛೇದನ (ತುಂಡರಿಕೆ) ಮತ್ತು ಪುನರ್‌ಜೋಡಣೆಯ ಹಲವಾರು ವಿಧಾನಗಳಿವೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲವನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಿ ಮತ್ತು ಚಾರ್ಟ್‌ಗಳನ್ನು ಬರೆದು ವಿವರಿಸಿ.

©KTBS Not to be republished

ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿರುವ ಅಂಶಗಳು

1. **ಮೂರುಕೋನ**ಗಳು ಮತ್ತು **ಮೂರು ಬಾಹು**ಗಳು ತ್ರಿಭುಜದ **ಆರು** ಅಂಶಗಳಾಗಿವೆ.

2. ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಶೃಂಗ ಮತ್ತು ಅದರ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುವಿನ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು **ತ್ರಿಭುಜದ ಮಧ್ಯರೇಖೆ** ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವು ಮೂರು ಮಧ್ಯರೇಖೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

3. ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಶೃಂಗದಿಂದ ಅದರ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುವಿಗೆ ಎಳೆದ ಲಂಬ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು, **ತ್ರಿಭುಜದ ಎತ್ತರ** ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವು ಮೂರು ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

4. ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಬಾಹುವನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿದಾಗ **ಬಾಹ್ಯಕೋನ** ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆ. ಪ್ರತಿ ಶೃಂಗದಲ್ಲಿ ನೀವು ಎರಡು ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಬಾಹ್ಯಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಬಹುದು.

5. ಬಾಹ್ಯಕೋನಗಳ ಗುಣ:

   ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹ್ಯಕೋನದ ಅಳತೆಯು ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

6. ತ್ರಿಭುಜದ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತದ ಗುಣ.

   ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°.

7. ತ್ರಿಭುಜದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹು ಒಂದೇ ಉದ್ದ ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ಅದನ್ನು **ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ** ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಕೋನದ ಅಳತೆ 60°.

8. ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಕನಿಷ್ಟ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಒಂದೇ ಉದ್ದ ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ಅದನ್ನು **ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ** ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

   ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತಿಭುಜದ ಅಸಮಬಾಹುವನ್ನು ಅದರ **ಪಾದ** ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ ; ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಪಾದ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

9. ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳ ಗುಣ.

   ತ್ರಿಭುಜದ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೊತ್ತವು ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ.

   ತ್ರಿಭುಜದ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರುತ್ತದೆ.

   ಮೂರು ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ ಗೊತ್ತಿದ್ದಾಗ, ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಈ ಗುಣ ಉಪಯುಕ್ತವಾಗಿದೆ.

10. ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಲಂಬಕೋನಕ್ಕೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಬಾಹುವನ್ನು **ವಿಕರ್ಣ** ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಲಂಬಕೋನವನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಬಾಹುಗಳು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

©KTBS Not to be republished

11. ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಗುಣ.

ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ

ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗ = ಲಂಬಕೋನವನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತ

ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವಾಗದಿದ್ದಲ್ಲಿ, ಈ ಗುಣವು ಸರಿಹೊಂದುವುದಿಲ್ಲ. ದತ್ತ ತ್ರಿಭುಜವು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವೇ ಅಥವಾ ಅಲ್ಲವೇ ಎಂಬುದನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಈ ಗುಣ ಉಪಯುಕ್ತವಾಗಿದೆ.

©KTBS Not to be republished

ಅಧ್ಯಾಯ – 7

ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆ

B5XD4F

7.1 ಪೀಠಿಕೆ

ಒಂದು ಬಹುಮುಖ್ಯ ರೇಖಾಗಣಿತದ ಕಲ್ಪನೆ **ಸರ್ವಸಮತೆಯನ್ನು** ಕಲಿಯಲು ನೀವು ಈಗ ತಯಾರಾಗಿರುವಿರಿ. ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ನೀವು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆ ಬಗ್ಗೆ ಹೆಚ್ಚು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡುವಿರಿ.

ಸರ್ವಸಮತೆ ಎಂದರೇನು ಎಂದು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಕೆಲವು ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಕೈಗೊಳ್ಳೋಣ.

ಇದನ್ನು ಮಾಡಿ

ಒಂದೇ ಮುಖಬೆಲೆಯುಳ್ಳ, ಎರಡು ಅಂಚೆ ಚೀಟಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ (ಚಿತ್ರ 7.1) . ಒಂದು ಅಂಚೆ ಚೀಟಿಯನ್ನು ಮತ್ತೊಂದರ ಮೇಲೆ ಇಡಿ. ನೀವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುವಿರಿ ?

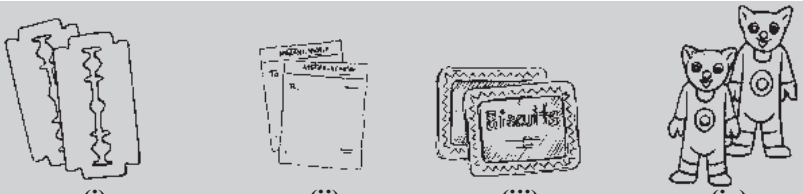
ಚಿತ್ರ 7.1

ಅಂಚೆ ಚೀಟಿಯು ಮತ್ತೊಂದರ ಮೇಲೆ ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಮತ್ತು ನಿಖರವಾಗಿ ಆವೃತವಾಗುತ್ತದೆ. ಇದರ ಅರ್ಥ ಎರಡೂ ಅಂಚೆ ಚೀಟಗಳು ಒಂದೇ ಆಕಾರ ಮತ್ತು ಒಂದೇ ಗಾತ್ರವನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ. ಅಂತಹ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಸರ್ವಸಮ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ನೀವು ಬಳಸಿದ ಎರಡೂ ಅಂಚೆ ಚೀಟಿಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸರ್ವಸಮವಾಗಿವೆ. ಸರ್ವಸಮ ಆಕೃತಿಗಳು ಒಂದು ಇನ್ನೊಂದರ ತದ್ರೂಪಿ ಪ್ರತಿಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ವಸ್ತುಗಳು ಸರ್ವಸಮವೇ ಅಥವಾ ಅಲ್ಲವೇ ಎಂದು ಈಗ ನೀವು ಹೇಳುವಿರಾ?

1. ಒಂದೇ ಕಂಪನಿಯ ಶೇವಿಂಗ್ ಬ್ಲೇಡ್‌ಗಳು [ಚಿತ್ರ 7.2) (i)]
2. ಒಂದೇ ಲೆಟರ್ ಪ್ಯಾಡ್‌ನ ಹಾಳೆಗಳು [ಚಿತ್ರ 7.2) (ii)]
3. ಒಂದೇ ಪ್ಯಾಕೆಟ್‌ನಲ್ಲಿರುವ ಬಿಸ್ಕತ್ತುಗಳು [ಚಿತ್ರ 7.2) (iii)]
4. ಒಂದೇ ಅಚ್ಚಿನಿಂದ ಮಾಡಿರುವ ಗೊಂಬೆಗಳು [ಚಿತ್ರ 7.2) (iv)].

©KTBS Not to be republished



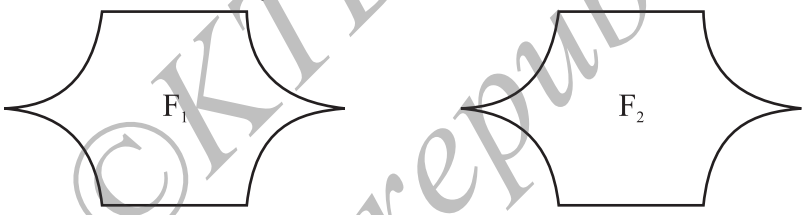
(i) (ii) (iii) (iv)

ಚಿತ್ರ 7.2

ಸರ್ವಸಮವಿರುವ ಎರಡು ವಸ್ತುಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಸರ್ವಸಮತೆ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ. ಸರ್ವಸಮತೆ ಎಂಬುದು ಮೂರು ಆಯಾಮದ ಆಕೃತಿಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯಿಸುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ಕಲ್ಪನೆಯಾಗಿದ್ದರೂ. ಪ್ರಸ್ತುತ ನಾವು ಸಮತಲ ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಇಲ್ಲಿ ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡುತ್ತೇವೆ. ಮೊದಲೇ ತಿಳಿದಿರುವ ಸಮತಲಾಕೃತಿಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಖರವಾದ ಅರ್ಥವನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ನಾವು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ.

7.2 ಸಮತಲ ಆಕೃತಿಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆ

ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಎರಡು ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಅವು ಸರ್ವಸಮವೇ? (ಚಿತ್ರ 7.3)



(i) **ಚಿತ್ರ 7.3** (ii)

ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದು ಇರಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ನೀವು ಬಳಸಬಹುದು. ಅವುಗಳಲ್ಲಿನ ಒಂದರ ಟ್ರೇಸ್ ಪ್ರತಿ ಪಡೆದು ಮತ್ತೊಂದರ ಮೇಲೆ ಇಡಿ. ಎರಡೂ ಆಕೃತಿಗಳು ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಪರಸ್ಪರ ಐಕ್ಯವಾದರೆ ಅವು ಸರ್ವಸಮ. ಪರ್ಯಾಯವಾಗಿ ಅವುಗಳಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ಇನ್ನೊಂದರ ಮೇಲೆ ಇಡುವುದು. ಕತ್ತರಿಸಿದ ಆಕೃತಿಯನ್ನು (ಅಥವಾ ಟ್ರೇಸ್ ಪ್ರತಿಯನ್ನು) ಬಾಗಿಸುವುದಾಗಲಿ, ತಿರುಚುವುದಾಗಲಿ, ಅಥವಾ ಹಿಗ್ಗಿಸುವುದಾಗಲೀ ಮಾಡುವ ಅವಕಾಶ ನಿಮಗಿಲ್ಲ.

ಚಿತ್ರ 7.3 ರಲ್ಲಿ F_1 ಚಿತ್ರ F_2 ಚಿತ್ರಕ್ಕೆ ಸರ್ವಸಮವಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ $F_1 \cong F_2$ ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

7.3 ರೇಖಾಖಂಡಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆ

ಎರಡು ರೇಖಾಖಂಡಗಳು ಯಾವಾಗ ಸರ್ವಸಮವಾಗುತ್ತವೆ? ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಎರಡು ಜೊತೆ ರೇಖಾಖಂಡಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ (ಚಿತ್ರ 7.4).

(i) (ii)

ಚಿತ್ರ 7.4

ಚಿತ್ರ 7.4 (i) ರಲ್ಲಿನ ರೇಖಾಖಂಡಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಟ್ರೇಸ್ ಮಾಡಿ ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದು ಇರಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸಿ. $\overline{CD}$ ಯನ್ನು $\overline{AB}$ ಮೇಲೆ ಇಡಿ. A ಮೇಲೆ C ಮತ್ತು B ಮೇಲೆ D ಆಗುವಂತೆ

©KTBS Not to be republished

$\overline{CD}$ ಯು $\overline{AB}$ ಯೊಂದಿಗೆ ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ ರೇಖಾಖಂಡಗಳು ಸರ್ವಸಮ $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಚಿತ್ರ 7.4 (ii) ರಲ್ಲಿನ ರೇಖಾಖಂಡಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ ನೀವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುವಿರಿ? ಅವು ಸರ್ವಸಮವಲ್ಲ. ಇದು ನಿಮಗೆ ಹೇಗೆ ತಿಳಿಯಿತು? ಏಕೆಂದರೆ, ರೇಖಾಖಂಡಗಳನ್ನು ಒಂದರ ಮೇಲೆ ಒಂದನ್ನು ಇರಿಸಿದಾಗ ಅವು ಪರಸ್ಪರ ಐಕ್ಯವಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

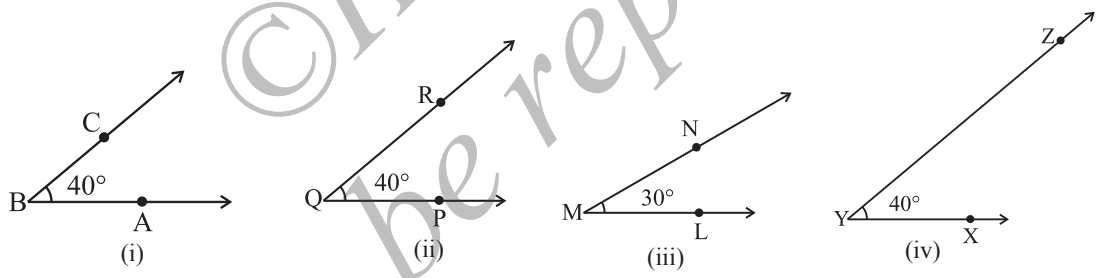
ಚಿತ್ರ 7.4 (i) ರಲ್ಲಿನ ರೇಖಾಖಂಡಗಳ ಜೋಡಿಯು ಪರಸ್ಪರ ಸರ್ವಸಮ. ಏಕೆಂದರೆ ಅವುಗಳ ಉದ್ದ ಒಂದೇ ಆಗಿದೆ ಮತ್ತು ಚಿತ್ರ 7.4 (ii) ರಲ್ಲಿ ಸರ್ವಸಮವಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಿರಬಹುದು.

ಎರಡು ರೇಖಾಖಂಡಗಳ ಉದ್ದ ಒಂದೇ ಆಗಿದ್ದರೆ (ಅಂದರೆ ಸಮ), ಅವು ಸರ್ವಸಮ. ಅಥವಾ ಎರಡು ರೇಖಾಖಂಡಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ, ಅವುಗಳ ಉದ್ದ ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಮೇಲಿನ ಹೇಳಿಕೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಎರಡು ರೇಖಾಖಂಡಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿದ್ದಾಗ, ಆ ರೇಖಾಖಂಡಗಳು ಸಮ ಎಂದು ಮಾತ್ರ ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಹೇಳುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು AB = CD ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. (ನಿಜವಾಗಿ $AB \cong CD$ ಎಂದು ಅರ್ಥ).

7.4 ಕೋನಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆ

ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. (ಚಿತ್ರ 7.5)



ಚಿತ್ರ 7.5

$\angle PQR$ ನ್ನು ಟ್ರೇಸ್ ಮಾಡಿ. ಟ್ರೇಸ್ ಮಾಡಿದ ಪ್ರತಿಯನ್ನು $\angle ABC$ ಮೇಲೆ ಇಡಿ. ಮೊದಲು B ಮೇಲೆ Q ನ್ನು, $\overline{BA}$ ಉದ್ದಕ್ಕೂ $\overline{QP}$ ಯನ್ನು ಇಡಿ. $\overline{QR}$ ಯಾವುದರೊಂದಿಗೆ ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ ? ಅದು $\overline{BC}$ ಯೊಂದಿಗೆ ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.

ಅಂದರೆ $\angle PQR$ ಮತ್ತು $\angle ABC$ ಸರ್ವಸಮ.

ಹೀಗಾಗಿ $\angle ABC$ ಯೊಂದಿಗೆ $\angle PQR$ ನಿಖರವಾಗಿ ಹೊಂದಾಣಿಕೆಯಾಗುತ್ತದೆ.

(ಎರಡೂ ಸರ್ವಸಮ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ ಒಂದೇ ಆಗಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ)

$\angle ABC \cong \angle PQR$ ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. (i)

ಅಥವಾ $m\angle ABC = m\angle PQR$ (ಈ ಪ್ರಕರಣದಲ್ಲಿ ಅಳತೆ 40^0 ಆಗಿದೆ)

ಈಗ $\angle LMN$ ನ್ನು ಟ್ರೇಸ್ ಮಾಡಿದ ಪ್ರತಿಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. $\angle ABC$ ಮೇಲೆ ಇಡಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

©KTBS Not to be republished

B ಮೇಲೆ M ನ್ನು ಮತ್ತು $\overline{BA}$ ಉದ್ದಕ್ಕೂ $\overline{ML}$ ನ್ನು ಇಡಿ. $\overline{MN}$, $\overline{BC}$ ಯೊಂದಿಗೆ ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತದೆಯೇ? ಈ ಪ್ರಕರಣದಲ್ಲಿ ಅದು ಆಗುವುದಿಲ್ಲ. $\angle ABC$ ಮತ್ತು $\angle LMN$ ಪರಸ್ಪರ ಐಕ್ಯವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದುದರಿಂದ ಅವು ಸರ್ವಸಮವಲ್ಲ.

(ಈ ಪ್ರಕರಣದಲ್ಲಿ $\angle ABC$ ಮತ್ತು $\angle LMN$ ಅಳತೆಗಳು ಸಮವಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ)

$\angle XYZ$ ಮತ್ತು $\angle ABC$ ಬಗ್ಗೆ ನೀವೇನು ಹೇಳುವಿರಿ ? $\overline{YX}$ ಮತ್ತು $\overline{YZ}$ ಕಿರಣಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ $\overline{BA}$ ಮತ್ತು $\overline{BC}$ ಗಿಂತ ಉದ್ದವಾಗಿರುವಂತೆ ಕಾಣುತ್ತದೆ (ಚಿತ್ರ 7.5 ರಲ್ಲಿ). ಆದುದರಿಂದ $\angle ABC$ ಯು $\angle XYZ$ ಗಿಂತ ಚಿಕ್ಕದು ಎಂದು ನೀವು ಆಲೋಚಿಸಬಹುದು. ಆದರೆ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವ ಕಿರಣಗಳು ದಿಕ್ಕನ್ನು ಮಾತ್ರ ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ ಉದ್ದವನ್ನಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನೂ ಸ್ಮರಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದನ್ನು ಇರಿಸಿದಾಗ ಎರಡೂ ಕೋನಗಳು ಸಹ ಸರ್ವಸಮ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸುವಿರಿ.

$\angle ABC \cong \angle XYZ$ ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. (ii)

ಅಥವಾ $m\angle ABC = m\angle XYZ$

(i) ಮತ್ತು (ii) ರಿಂದ ಮುಂದಿನಂತೆ ಬರೆಯಬಹುದು.

$$\angle ABC \cong \angle PQR \cong \angle XYZ$$

ಎರಡು ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ ಒಂದೇ ಆಗಿದ್ದರೆ, ಅವು ಸರ್ವಸಮ. ಅಥವಾ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ, ಅವುಗಳ ಅಳತೆ ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

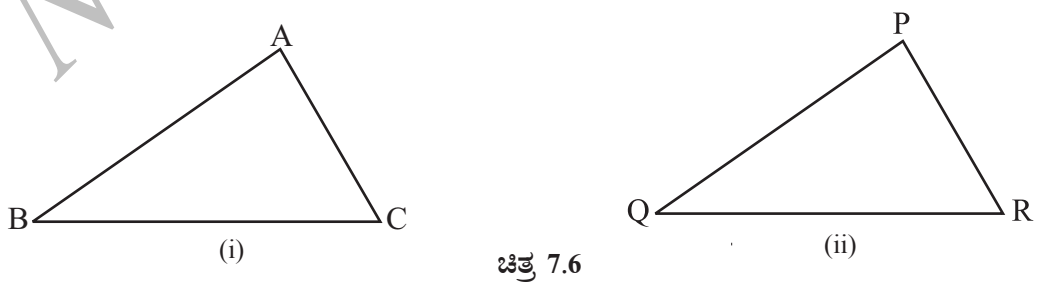
ರೇಖಾಖಂಡಗಳ ಪ್ರಕರಣದಂತೆ, ಕೋನಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆಯೂ ಸಹ ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಅವುಗಳ ಅಳತೆಯ ಮೇಲೆ ಅವಲಂಬಿತವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಸರ್ವಸಮ ಎಂದು ಹೇಳುವಾಗ ನಾವು ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಸಮ ಎಂದು ಮಾತ್ರ ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.

$\angle ABC = \angle PQR$ ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. (ಇದರ ಅರ್ಥ $\angle ABC \cong \angle PQR$)

7.5 ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆ

ಎರಡು ರೇಖಾಖಂಡಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದರ ಅಳತೆ ಮತ್ತೊಂದಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದೆ ಎಂದರೆ ಅವು ಸರ್ವಸಮ ಎಂದು ನಾವು ತಿಳಿದಿದ್ದೇವೆ. ಅದೇ ರೀತಿಯಾಗಿ, ಎರಡು ಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದರ ಅಳತೆ ಇನ್ನೊಂದಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದ್ದಾಗ ಅವು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಈ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ನಾವು ತ್ರಿಭುಜಗಳಿಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸೋಣ.

ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗಬೇಕಾದರೆ, ಅವು ಪರಸ್ಪರ ತದ್ರೂಪಿಗಳಾಗಿರಬೇಕು ಮತ್ತು ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದನ್ನು ಇರಿಸಿದಾಗ ಅವು ಪರಸ್ಪರ ಐಕ್ಯವಾಗಬೇಕು.



ಚಿತ್ರ 7.6

©KTBS Not to be republished

Δ ABC ಮತ್ತು Δ PQRಗಳು ಒಂದೇ ಆಕಾರ ಮತ್ತು ಒಂದೇ ಗಾತ್ರ ಹೊಂದಿವೆ. ಅವು ಸರ್ವಸಮ. ಆದುದರಿಂದ $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ ಎಂದು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು.

ಇದರ ಅರ್ಥ ΔABC ಯ ಮೇಲೆ ΔPQR ನ್ನು ಇರಿಸಿದಾಗ A ಯೊಂದಿಗೆ P, B ಯೊಂದಿಗೆ Q, C ಯೊಂದಿಗೆ R, $\overline{AB}$ ಯೊಂದಿಗೆ $\overline{PQ}$, $\overline{BC}$ ಯೊಂದಿಗೆ $\overline{QR}$ ಮತ್ತು $\overline{AC}$ ಯೊಂದಿಗೆ $\overline{PR}$ ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾದಾಗ, ಪರಸ್ಪರ ಹೊಂದಾಣಿಕೆಯಾಗುವ ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳು (ಅಂದರೆ ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಬಾಹುಗಳು) ಸಮವಿರುತ್ತವೆ. ಹೀಗಾಗಿ ಈ ಎರಡೂ ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ

ಅನುರೂಪ ಶೃಂಗಗಳು : A ಮತ್ತು P, B ಮತ್ತು Q, C ಮತ್ತು R

ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು : $\overline{AB}$ ಮತ್ತು $\overline{PQ}$, $\overline{BC}$ ಮತ್ತು $\overline{QR}$, $\overline{AC}$ ಮತ್ತು $\overline{PR}$

ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು : $\angle A$ ಮತ್ತು $\angle P$, $\angle B$ ಮತ್ತು $\angle Q$, $\angle C$ ಮತ್ತು $\angle R$

P ಯು B ಯೊಂದಿಗೆ ಐಕ್ಯವಾಗುವಂತೆ ನೀವು ΔABC ಯ ಮೇಲೆ ΔPQRನ್ನು ಇರಿಸಿದಾಗ, ಬೇರೆ ಶೃಂಗಗಳೂ ಸಹ ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತವೆಯೇ? ಇದು ಆಗಲೇ ಬೇಕೆಂದಿಲ್ಲ. ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಟ್ರೇಸ್ ಪ್ರತಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಇದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಹೇಳುವಾಗ, ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ ಮತ್ತು ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವನ್ನಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲದೇ ಶೃಂಗಗಳ ಹೊಂದಾಣಿಕೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಬೇಕು. ಮೇಲಿನ ಪ್ರಕರಣದಲ್ಲಿ ಅನುರೂಪತೆಯು ಮುಂದಿನಂತಿದೆ: $A \leftrightarrow P$, $B \leftrightarrow Q$, $C \leftrightarrow R$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಇದನ್ನು $ABC \leftrightarrow PQR$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

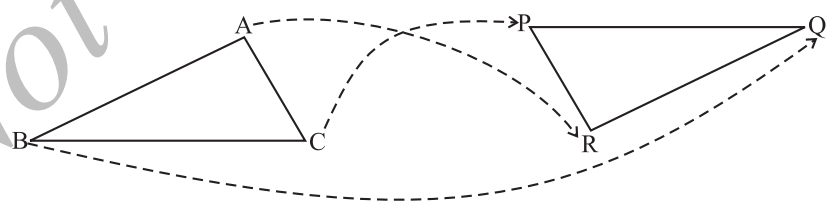
ಉದಾಹರಣೆ 1. $ABC \leftrightarrow RQP$ ಅನುರೂಪತೆಯಲ್ಲಿ Δ ABC ಮತ್ತು Δ PQR ಸರ್ವಸಮವಾಗಿವೆ.

ಅನುರೂಪವಾಗಿರುವ ΔABC ಯ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $\overline{PQ}$ (ii) $\angle Q$ (iii) $\overline{RP}$ ಗಳಿಗೆ

ಅನುರೂಪವಾಗಿರುವ ΔABC ಯ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: ಅನುರೂಪತೆಯನ್ನು ಉತ್ತಮ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಅರ್ಥೈಸಿಕೊಳ್ಳುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಮುಂದಿನ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಬಳಸೋಣ (ಚಿತ್ರ 7.7).



ಚಿತ್ರ 7.7

ಅನುರೂಪತೆಯು $ABC \leftrightarrow RQP$

ಇದರ ಅರ್ಥ $A \leftrightarrow R$, $B \leftrightarrow Q$; ಮತ್ತು $C \leftrightarrow P$

ಆದುದರಿಂದ, (i) $PQ \leftrightarrow CB$ (ii) $\angle Q \leftrightarrow \angle B$ ಮತ್ತು (iii) $RP \leftrightarrow AC$

©KTBS Not to be republished

ಆಲೋಚಿಸಿ, ಚರ್ಚಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ΔABC ಮತ್ತು ΔPQR ಗಳನ್ನು ನೀಡಿದೆ. ಒಟ್ಟು 6 ಹೊಂದಾಣಿಕೆಗಳು ಅಥವಾ ಅನುರೂಪತೆಗಳು ಸಾಧ್ಯ ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಈ ರೀತಿಯಾಗಿವೆ:

(i) $ABC \leftrightarrow PQR$ (ii) $ABC \leftrightarrow QRP$

ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಪ್ರತಿಗಳನ್ನು (ಮಾದರಿಗಳನ್ನು) ಬಳಸಿ ಬೇರೆ ನಾಲ್ಕು ಅನುರೂಪತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಈ ಎಲ್ಲಾ ಅನುರೂಪತೆಗಳು ಸರ್ವಸಮತೆಗೆ ಎಡೆ ಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತವೆಯೇ? ಇದರ ಬಗ್ಗೆ ಆಲೋಚಿಸಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ 7.1

1. ಮುಂದಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಸೂಕ್ತ ಪದಗಳಿಂದ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ.

   (a) ಎರಡು ರೇಖಾಖಂಡಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗಬೇಕಾದರೆ _____

   (b) ಎರಡು ಸರ್ವಸಮ ಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದರ ಅಳತೆ 70^0 ಆದರೆ, ಮತ್ತೊಂದರ ಅಳತೆ _____

   (c) $\angle A = \angle B$ ಎಂದು ಬರೆದಾಗ; ಇದರ ನಿಜವಾದ ಅರ್ಥ _____

2. ಸರ್ವಸಮ ಆಕೃತಿಗಳಿಗೆ ನೈಜ ಜೀವನದ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಕೊಡಿ.

3. $ABC \leftrightarrow FED$ ಅನುರೂಪತೆಯಲ್ಲಿ $\Delta ABC \cong \Delta FED$ ಆದರೆ ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

4. $\Delta DEF \cong \Delta BCA$ ಆದರೆ, ΔBCA ನಲ್ಲಿ ಮುಂದಿನ ಅಂಶಗಳಿಗೆ ಅನುರೂಪವಾಗಿರುವ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

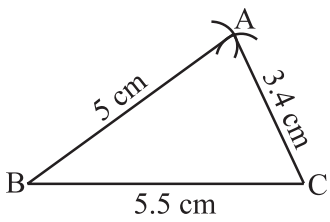
   i) $\angle E$ (ii) $\overline{EF}$ (iii) $\angle F$ (iv) $\overline{DF}$ ಗಳಿಗೆ

7.6 ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆಗೆ ನಿಬಂಧನೆಗಳು

ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರದ ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಆಗಾಗ್ಗೆ ನಾವು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಿರುತ್ತೇವೆ. ತ್ರಿಭುಜದ ಆಕೃತಿಗಳು ಯಾವಾಗ ಸರ್ವಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ. ನಿಮ್ಮ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಬರೆದಿರುವ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ನೀವು ಬಯಸಿದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಬಾರಿಯೂ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದು ಇರಿಸಿ ಪರಸ್ಪರ ಐಕ್ಯವಾಗುವುದೇ ಎಂದು ತಿಳಿಯಲು ಆಗುವುದಿಲ್ಲ. ಇದರ ಬದಲಾಗಿ ಕೆಲವು ಸೂಕ್ತ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ನಾವು ಸರ್ವಸಮತೆಯನ್ನು ತೀರ್ಮಾನಿಸಬಹುದು. ಇದು ಬಹಳ ಉಪಯುಕ್ತವಾದುದು. ಇದನ್ನು ಮಾಡಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ.

©KTBS Not to be republished

ಒಂದು ಆಟ



ಚಿತ್ರ 7.8

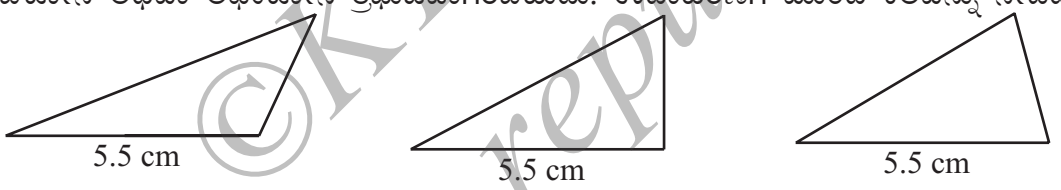
ಅಪ್ಪು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜ.

ಅಪ್ಪು ಮತ್ತು ಟಿಪ್ಪು ಒಂದು ಆಟವನ್ನು ಆಡುತ್ತಾರೆ. ಅಪ್ಪು ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯನ್ನು ರಚಿಸಿ ಪ್ರತಿ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ಕೋನದ ಅಳತೆಯನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಟಿಪ್ಪು ಅದನ್ನು ನೋಡಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಅಪ್ಪು ನೀಡುವ ಕೆಲವು ಮಾಹಿತಿಗಳ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ತನ್ನ ΔABC ಗೆ ತದ್ರೂಪಿಯಾಗಿರುವ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಬರೆಯಬಲ್ಲೆಯಾ ಎಂದು ಟಿಪ್ಪುವಿಗೆ ಸವಾಲು ಹಾಕುತ್ತಾನೆ. ಅಪ್ಪು ನೀಡುವ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ΔABC ಗೆ ಸರ್ವಸಮವಿರುವ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಟಿಪ್ಪು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುತ್ತಾನೆ. ಆಟ ಶುರುವಾಗುತ್ತದೆ. ಎಚ್ಚರಿಕೆಯಿಂದ ಅವರ ಸಂಭಾಷಣೆ ಮತ್ತು ಆಟವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಬಾಬಾಬಾ ಆಟ

ಅಪ್ಪು : ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಬಾಹು 5.5 cm

ಟಿಪ್ಪು: ಈ ಮಾಹಿತಿಯಿಂದ, ನಾನು ಅನೇಕ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು (ಚಿತ್ರ 7.9) ಆದರೆ ಅವೆಲ್ಲವೂ ΔABC ಯ ತದ್ರೂಪಿಗಳಾಗಿರಲೇಬೇಕು ಎಂದೇನಿಲ್ಲ. ನಾನು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜವು ವಿಶಾಲಕೋನ ಅಥವಾ ಲಂಬಕೋನ ಅಥವಾ ಲಘುಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿರಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಮುಂದೆ ಕೆಲವನ್ನು ನೀಡಿದೆ:



(ವಿಶಾಲ ಕೋನೀಯ) (ಲಂಬ ಕೋನೀಯ) (ಲಘು ಕೋನೀಯ)

ಚಿತ್ರ 7.9

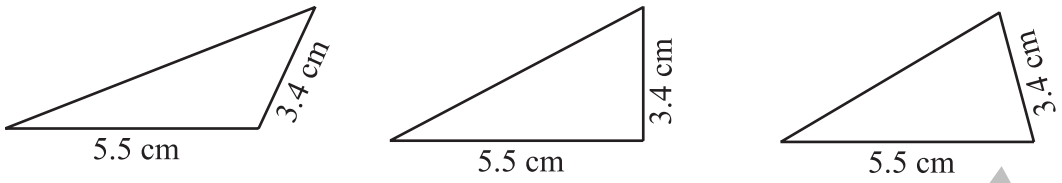
ಬೇರೆ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಯಾವುದೇ ನಿರ್ಬಂಧವಿಲ್ಲದ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿದ್ದೇವೆ. ಇದರಿಂದ ಪಾದದ ಉದ್ದ 5.5 cm ಇರುವ ಅನೇಕ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಉಂಟಾಗಿವೆ.

ಕೇವಲ ಒಂದೇ ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದವು, ΔABC ಗೆ ತದ್ರೂಪಿ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಲು ನನಗೆ ಸಹಾಯ ಮಾಡುವುದಿಲ್ಲ.

ಅಪ್ಪು : ಸರಿ ನಾನು ನಿನಗೆ ಇನ್ನೂ ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ ನೀಡುತ್ತೇನೆ. Δ ABC ಯ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು 5.5 cm. ಮತ್ತು 3.4 cm ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೋ.

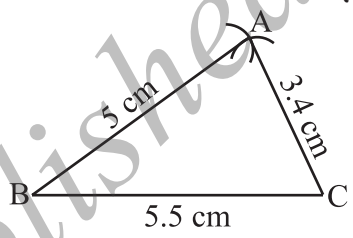
ಟಿಪ್ಪು : ರಚನೆಗೆ ಇದು ಸಹ ಸಾಕಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ನೀಡಿರುವ ಮಾಹಿತಿಯಿಂದ ನಾನು ಅನೇಕ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು (ಚಿತ್ರ 7.10). ಅವು ΔABC ಗೆ ತದ್ರೂಪಿಯಾಗದಿರಬಹುದು. ಮುಂದೆ ಕೆಲವು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ನೀಡಿದೆ. ಅವು ನನ್ನ ವಾದಕ್ಕೆ ಆಧಾರವಾಗಿವೆ.

©KTBS Not to be republished



ಚಿತ್ರ 7.10

ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಕೊಟ್ಟಿರುವಾಗ ನಿನ್ನ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ತದ್ರೂಪಿಯಾಗಿರುವ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಆಗುವುದಿಲ್ಲ.



ಚಿತ್ರ 7.11

ಅಪ್ಪು : ಸರಿ ಹಾಗಾದರೆ ತ್ರಿಭುಜದ ಎಲ್ಲ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವನ್ನೂ ನೀಡುತ್ತೇನೆ. ΔABC ಯಲ್ಲಿ AB = 5cm, BC = 5.5cm, ಮತ್ತು AC = 3.4cm.

ಟಿಪ್ಪು : ನನ್ನ ಆಲೋಚನೆಯ ಪ್ರಕಾರ ಇದು ಸಾಧ್ಯವಾಗಲೇ ಬೇಕು. ಈಗ ಪ್ರಯತ್ನಿಸುವೆ. ಮೊದಲು ಒಂದು ಕರಡು ಚಿತ್ರ ಬರೆಯುವೆ. ಇದರಿಂದ ನಾನು ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಬಹುದು.
$\overline{BC}$ ಯ ಉದ್ದ 5.5cm ಎಳೆಯುತ್ತೇನೆ.

B ಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು, 5cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಒಂದು ಕಂಸ ರಚಿಸುತ್ತೇನೆ. A ಬಿಂದುವು ಈ ಕಂಸದ ಮೇಲೆ ಇರಬೇಕು. C ಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು, 3.4cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಕಂಸ ರಚಿಸುತ್ತೇನೆ. A ಬಿಂದುವು ಈ ಕಂಸದ ಮೇಲೂ ಸಹ ಇರಬೇಕು.

ಆದುದರಿಂದ ರಚಿಸಿದ ಎರಡೂ ಕಂಸಗಳ ಮೇಲೆ A ಇರುತ್ತದೆ. ಇದರ ಅರ್ಥ ಕಂಸಗಳ ಛೇದನ ಬಿಂದು A ಆಗಿದೆ.

ಈಗ ನನಗೆ A, B ಮತ್ತು C ಬಿಂದುಗಳ ಸ್ಥಾನ ತಿಳಿದಿದೆ. ನಾನು ಅವುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ΔABC ಪಡೆಯುತ್ತೇನೆ (ಚಿತ್ರ 7.11).

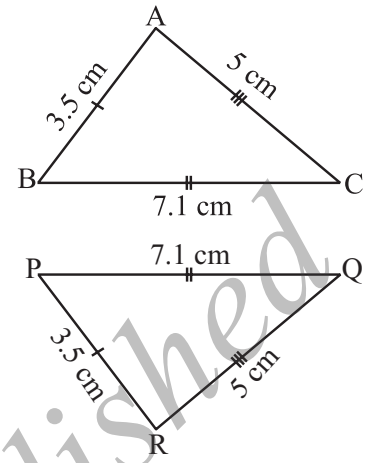
ಅಪ್ಪು : ಅತ್ಯುತ್ತಮ, ದತ್ತ ΔABCಯ ತದ್ರೂಪಿ ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಲು (ಅಂದರೆ ΔABC ಗೆ ಸರ್ವಸಮವಾಗಿರುವ ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಲು) ನಮಗೆ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದದ ಅವಶ್ಯಕತೆಯಿದೆ. ಈ ನಿಬಂಧನೆಯನ್ನು ಬಾಹು–ಬಾಹು–ಬಾಹು ನಿಬಂಧನೆ ಎಂದು ಕರೆಯೋಣವೇ?

ಟಿಪ್ಪು : ಸರಳವಾಗಿ ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ ನಿಬಂಧನೆ ಎಂದೇಕೆ ಕರೆಯಬಾರದು?

ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ. ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಬಂಧನೆ:
ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳು ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಸಮವಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ ಆ ಎರಡೂ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

©KTBS Not to be republished

ಉದಾಹರಣೆ 2. ΔABC ಮತ್ತು ΔPQR ಗಳಲ್ಲಿ $AB = 3.5cm$, $BC = 7.1cm$, $AC = 5cm$, $PQ = 7.1cm$, $QR = 5cm$ ಮತ್ತು $PR = 3.5cm$ ಎರಡೂ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವೇ ಅಥವಾ ಅಲ್ಲವೇ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ. ಸರ್ವಸಮವಾದಲ್ಲಿ, ಸಮರೂಪತೆಯ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಸಾಂಕೇತಿಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

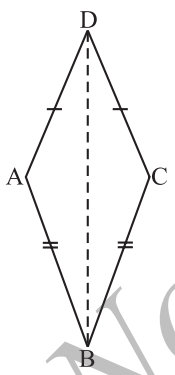


ಚಿತ್ರ 7.12

ಪರಿಹಾರ: ಇಲ್ಲಿ $AB = PR$ $(= 3.5cm)$,
$BC = PQ$ $(= 7.1cm)$
ಮತ್ತು $AC = QR$ $(= 5cm)$

ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳು ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಸಮವಾಗಿದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸುತ್ತಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ, ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ. ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮದಿಂದ ಎರಡೂ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮ. ಮೇಲಿನ ಮೂರು ಸಮಾನತೆಯ ಸಂಬಂಧಗಳಿಂದ ಬಹಳ ಸುಲಭವಾಗಿ $A \leftrightarrow R$, $B \leftrightarrow P$ ಮತ್ತು $C \leftrightarrow Q$ ಎಂದು ಕಾಣಬಹುದು. ಆದುದರಿಂದ $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$

ಮುಖ್ಯ ಸೂಚನೆ: ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಹೆಸರಿನಲ್ಲಿರುವ ಅಕ್ಷರಗಳ ಕ್ರಮವು ಅನುರೂಪತೆಯ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ. ಹೀಗಾಗಿ $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$ ಎಂದು ನೀವು ಬರೆದಾಗ A ಯು R ನೊಂದಿಗೆ, B ಯು P ಯೊಂದಿಗೆ, C ಯು Q ನೊಂದಿಗೆ, $\overline{AB}$ ಯು $\overline{RP}$ ಯೊಂದಿಗೆ, $\overline{BC}$ ಯು $\overline{PQ}$ ನೊಂದಿಗೆ ಮತ್ತು $\overline{AC}$ ಯು $\overline{RQ}$ ನೊಂದಿಗೆ ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತವೆ ಎಂದು ನಿಮಗೆ ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ.



ಚಿತ್ರ 7.13

ಉದಾಹರಣೆ 3: ಚಿತ್ರ 7.13 ರಲ್ಲಿ $AD = CD$ ಮತ್ತು $AB = CB$.
(i) ΔABD ಮತ್ತು ΔCBD ಗಳಲ್ಲಿ ಮೂರು ಜೊತೆ ಸಮಭಾಗಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
(ii) $\Delta ABD \cong \Delta CBD$ ಆಗುವುದೇ? ಏಕೆ ಅಥವಾ ಏಕೆ ಆಗುವುದಿಲ್ಲ?
(iii) $\angle ABC$ ಯನ್ನು BD ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆಯೇ? ಕಾರಣ ಕೊಡಿ.

ಪರಿಹಾರ: (i) ΔABD ಮತ್ತು ΔCBD ಗಳಲ್ಲಿ ಮೂರು ಜೊತೆ ಸಮಭಾಗಗಳು ಮುಂದಿನಂತಿವೆ:

$AB = CB$ (ದತ್ತ)
$AD = CD$ (ದತ್ತ)
ಮತ್ತು $BD = BD$ (ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ)

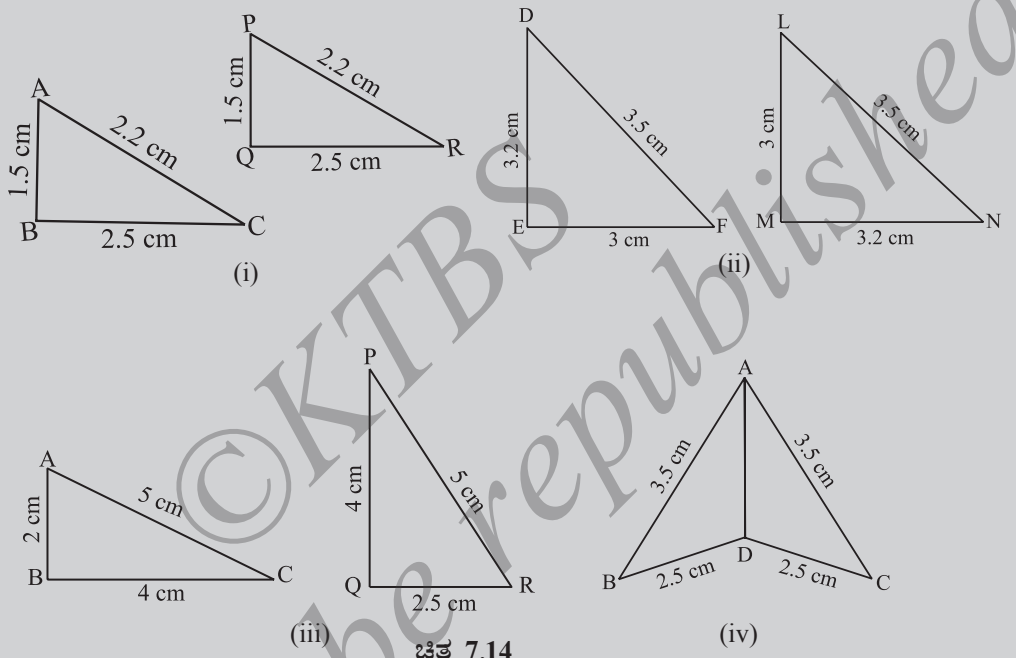
(ii) ಮೇಲಿನ (i) ರಿಂದ $\Delta ABD \cong \Delta CBD$ (ಬಾಬಾಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆ ನಿಯಮದಿಂದ)

(iii) $\angle ABD = \angle CBD$ (ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳು) ಆದುದರಿಂದ $\angle ABC$ ಯನ್ನು BD ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

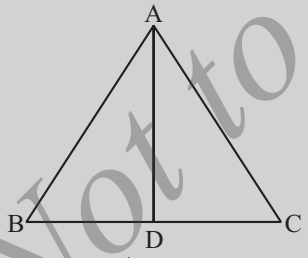
©KTBS Not to be republished

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ:

1. ಚಿತ್ರ 7.14 ರಲ್ಲಿ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಸೂಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಬಾಬಾಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆ ನಿಯಮ ಬಳಸಿ ಯಾವ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ. ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಸಾಂಕೇತಿಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.



ಚಿತ್ರ 7.14



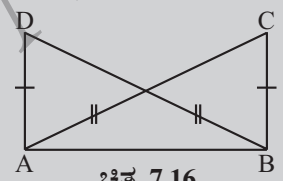
ಚಿತ್ರ 7.15

2. ಚಿತ್ರ 7.15 ರಲ್ಲಿ AB = AC ಮತ್ತು BC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು D.

   (i) ΔADB ಮತ್ತು ΔADC ಗಳಲ್ಲಿ ಮೂರು ಜೊತೆ ಸಮಭಾಗಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

   (ii) $\Delta ADB \cong \Delta ADC$ ಆಗುವುದೇ? ಕಾರಣ ಕೊಡಿ.

   (iii) $\angle B = \angle C$ ಆಗುವುದೇ? ಏಕೆ?



ಚಿತ್ರ 7.16

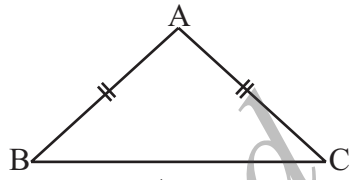
3. ಚಿತ್ರ 7.16 ರಲ್ಲಿ AC = BD ಮತ್ತು AD = BC ಮುಂದಿನ ಯಾವ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಬರೆದಿದೆ?

   (i) $\Delta ABC \cong \Delta ABD$ (ii) $\Delta ABC \cong \Delta BAD$

©KTBS Not to be republished

ಆಲೋಚಿಸಿ, ಚರ್ಚಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ABC ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ AB = AC (ಚಿತ್ರ 7.17). ΔABC ಯ ಟ್ರೇಸ್ ಪ್ರತಿ ಮಾಡಿ ಅದನ್ನೂ ಸಹ ΔABC ಎಂದು ಹೆಸರಿಸಿ.



ಚಿತ್ರ 7.17

(i) ΔABC ಮತ್ತು ΔACB ಗಳಲ್ಲಿ ಮೂರು ಜೊತೆ ಸಮಭಾಗಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(ii) $\Delta ABC \cong \Delta ACB$ ಆಗುವುದೇ? ಏಕೆ ಅಥವಾ ಏಕೆ ಆಗುವುದಿಲ್ಲ?

(iii) $\angle B = \angle C$ ಆಗುವುದೇ? ಏಕೆ ಅಥವಾ ಏಕೆ ಆಗುವುದಿಲ್ಲ?

ಅಪ್ಪು ಮತ್ತು ಟಿಪ್ಪು ಆಟದಲ್ಲಿ ಸ್ವಲ್ಪ ಬದಲಾವಣೆ ಮಾಡಿ ಈಗ ಆಟವನ್ನು ಆಡಲು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದ್ದಾರೆ.

ಬಾಕೋಬಾ ಆಟ

ಅಪ್ಪು : ತದ್ರೂಪಿ ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸುವ ಆಟದ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಈಗ ಸ್ವಲ್ಪ ಬದಲಾಯಿಸುವೆ.

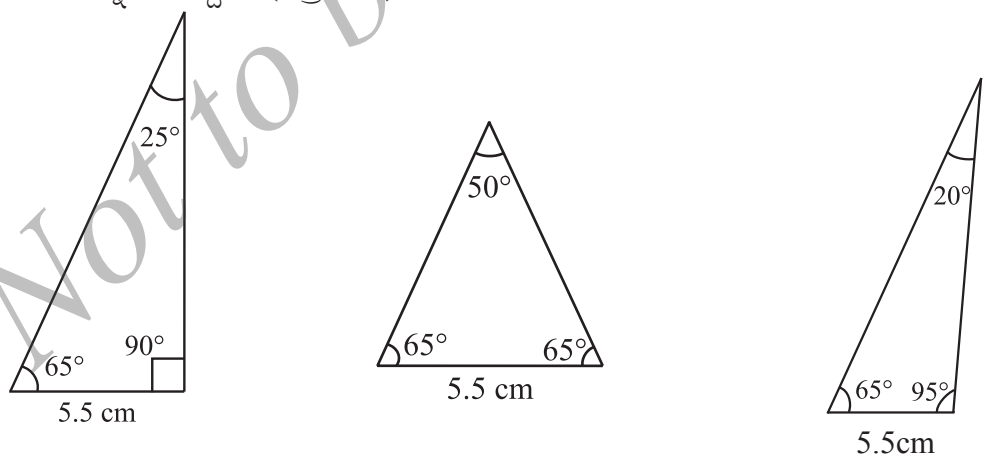
ಟಿಪ್ಪು : ಸರಿ ತಿಳಿಸು

ಅಪ್ಪು : ಒಂದೇ ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ ನೀಡಿದ್ದಾಗ ಅದು ಪ್ರಯೋಜನಕ್ಕೆ ಬರುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ನೀನು ಈಗಾಗಲೇ ಕಂಡುಹಿಡಿದಿರುವೆ.

ಟಿಪ್ಪು : ಹೌದು

ಅಪ್ಪು : ಆ ಪ್ರಕರಣದ ΔABC ಯಲ್ಲಿ, ಒಂದು ಬಾಹು 5.5 cm ಮತ್ತು ಒಂದು ಕೋನ 65° ಇದೆ.

ಟಿಪ್ಪು : ಈ ಮಾಹಿತಿಯಾ ಸಹ ತ್ರಿಭುಜದ ರಚನೆಗೆ ಸಾಕಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ನಿನ್ನ ಮಾಹಿತಿಗೆ ಸರಿಹೊಂದುವಂತೆ ನಾನು ಅನೇಕ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು. ಆದರೆ ಅವು ΔABC ಗೆ ತದ್ರೂಪಿಯಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಮುಂದೆ ಕೆಲವನ್ನು ನೀಡಿದ್ದೇನೆ (ಚಿತ್ರ 7.18).



ಚಿತ್ರ 7.18

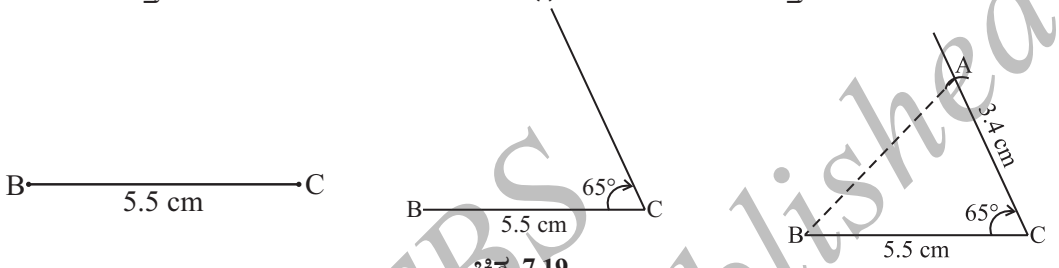
©KTBS Not to be republished

ಅಪ್ಪು : ಹಾಗಾದರೆ ಈಗ ಏನು ಮಾಡೋಣ?

ಟಿಪ್ಪು : ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ಮಾಹಿತಿಯು ಅವಶ್ಯಕತೆಯಿದೆ.

ಅಪ್ಪು : ಹಾಗಾದರೆ ನನ್ನ ಮೊದಲಿನ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಸ್ವಲ್ಪ ಬದಲಾಯಿಸುತ್ತೇನೆ. ΔABC ಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು 5.5cm ಮತ್ತು 3.4cm ಆಗಿವೆ. ಈ ಎರಡೂ ಬಾಹುಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ $65°$ ಇದೆ.

ಟಿಪ್ಪು : ಈ ಮಾಹಿತಿಯು ನನಗೆ ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಪ್ರಯತ್ನಿಸುತ್ತೇನೆ. ಮೊದಲು BC ಯ ಉದ್ದ 5.5cm ಎಳೆಯುತ್ತೇನೆ [(ಚಿತ್ರ 7.19(i)]. ಈಗ C ಯಲ್ಲಿ 65^0 ಕೋನ ರಚಿಸುತ್ತೇನೆ [ಚಿತ್ರ 7.19 (ii)].



ಚಿತ್ರ 7.19

ಹೌದು, ನನಗೆ ಸಿಕ್ಕಿತು. A ಯು C ಯಿಂದ ಎಳೆದ ಕೋನೀಯ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ 3.4cm ದೂರದಲ್ಲಿರಬೇಕು. C ಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ತ್ರಿಜ್ಯ 3.4cm ಇರುವ ಒಂದು ಕಂಸವನ್ನು ರಚಿಸುತ್ತೇನೆ. ಇದು 65^0 ಕೋನದ ರೇಖೆಯನ್ನು A ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ. ಈಗ AB ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ΔABC ಪಡೆಯುತ್ತೇನೆ. [ಚಿತ್ರ 7.19 (iii)]

ಅಪ್ಪು : ನೀನು ಬಾಹು ಕೋನ ಬಾಹು ಬಳಸಿದ್ದೀಯೆ. ಕೋನವು ಬಾಹುಗಳ ನಡುವೆ ಇದೆ.

ಟಿಪ್ಪು : ಹೌದು. ಈ ನಿಬಂಧನೆಯನ್ನು ನಾವು ಹೇಗೆ ಹೆಸರಿಸೋಣ?

ಅಪ್ಪು : ಅದು ಬಾಕೋಬಾ ನಿಬಂಧನೆ. ತಿಳಿಯಿತೇ?

ಟಿಪ್ಪು : ಹೌದು, ಗೊತ್ತಿದೆ.

ಬಾಕೋಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆ ನಿಬಂಧನೆ:
ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ಕೋನವು ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ಕೋನಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 4. ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಕೆಲವು ಭಾಗಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಮುಂದೆ ನೀಡಿದೆ. ಬಾಕೋಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆ ನಿಯಮ ಬಳಸಿ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವೇ ಅಥವಾ ಅಲ್ಲವೇ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ. ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ ಅವುಗಳನ್ನು ಸಾಂಕೇತಿಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

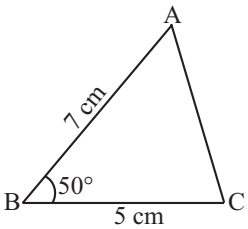
	ΔABC		ΔDEF	
(a)	AB = 7 cm,	BC = 5 cm, $\angle B = 50^0$	DE = 5 cm,	EF = 7Cm, $\angle E = 50^0$
(b)	AB = 4.5 cm,	AC = 4 cm, $\angle A = 60^0$	DE = 4 cm,	EF = 4.5Cm, $\angle D = 55^0$
(c)	BC = 6 cm,	AC = 4 cm, $\angle B = 35^0$	DF = 4 cm,	EF = 6 cm, $\angle E = 35^0$

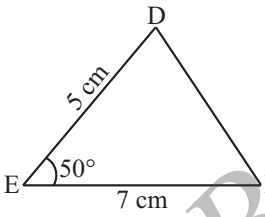
©KTBS Not to be republished

(ಯಾವಾಗಲೂ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಉತ್ತರಿಸುವ ಮೊದಲು ಕರಡು ಚಿತ್ರ ಬರೆದು ಅಳತೆಗಳನ್ನು ನಮೂದಿಸಿ. ಪ್ರಶ್ನೆ ಬಿಡಿಸಲು ಸಹಾಯವಾಗುತ್ತದೆ).

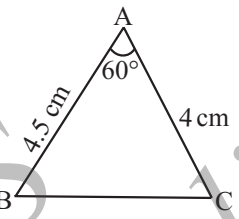
ಪರಿಹಾರ:

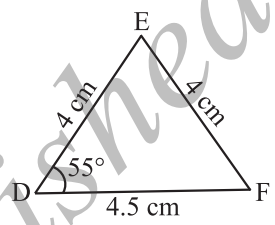
(a) ಇಲ್ಲಿ AB = EF (= 7 cm), BC = DE (= 5 Cm) ಮತ್ತು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ $\angle B$ = ಒಳಗೊಂಡಿರುವ $\angle E$ (= 50^0) ಹಾಗೂ $A \leftrightarrow F$, $B \leftrightarrow E$ ಮತ್ತು $C \leftrightarrow D$. ಆದುದರಿಂದ $\Delta ABC \cong \Delta FED$ (ಬಾಕೋಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆ ನಿಯಮದಿಂದ) (ಚಿತ್ರ 7.20).





ಚಿತ್ರ 7.20

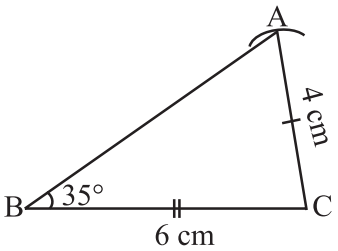


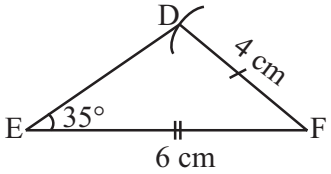


ಚಿತ್ರ 7.21

b) ಇಲ್ಲಿ AB = FD ಮತ್ತು AC = DE (ಚಿತ್ರ 7.21) ಆದರೆ ಒಳಗೊಂಡಿರುವ $\angle A \neq$ ಒಳಗೊಂಡಿರುವ $\angle D$ ಆದುದರಿಂದ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮ ಎಂದು ಹೇಳಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

c) ಇಲ್ಲಿ BC = EF, ಮತ್ತು AC = DF ಮತ್ತು $\angle B = \angle E$ ಆದರೆ $\angle B$, AC ಮತ್ತು BC ಬಾಹುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ಕೋನವಾಗಿಲ್ಲ. ಅದೇ ರೀತಿ $\angle E$ ಯು EF ಮತ್ತು DF ಬಾಹುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ಕೋನವಲ್ಲ. ಆದುದರಿಂದ ಬಾಕೋಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆ ನಿಯಮವನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಹಾಗಾಗಿ ಈ ಎರಡೂ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮ ಎಂದು ತೀರ್ಮಾನಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.





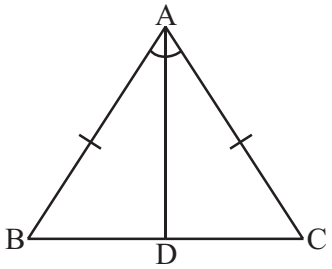
ಚಿತ್ರ 7.22

ಉದಾಹರಣೆ 5. ಚಿತ್ರ 7.23 ರಲ್ಲಿ. AB = AC ಮತ್ತು $\angle BAC$ ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕ AD ಆಗಿದೆ.

(i) ತ್ರಿಭುಜ ADB ಮತು ADC ಗಳಲ್ಲಿ ಮೂರು ಜೊತೆ ಸಮ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(ii) $\Delta ADB \cong \Delta ADC$ ಆಗುತ್ತದೆಯೇ? ಕಾರಣ ಕೊಡಿ. ಏಕೆ ಅಥವಾ ಏಕೆ ಆಗುವುದಿಲ್ಲ?

(iii) $\angle B = \angle C$ ಆಗುತ್ತದೆಯೇ? ಕಾರಣ ಕೊಡಿ.



ಚಿತ್ರ 7.23

ಪರಿಹಾರ:

(i) ಮೂರು ಜೊತೆ ಸಮಭಾಗಗಳು ಮುಂದಿನಂತಿವೆ.
AB = AC (ದತ್ತ)

©KTBS Not to be republished

$\angle BAD = \angle CAD$ ($\angle BAC$ ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕ AD)

ಮತ್ತು AD = AD (ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ)

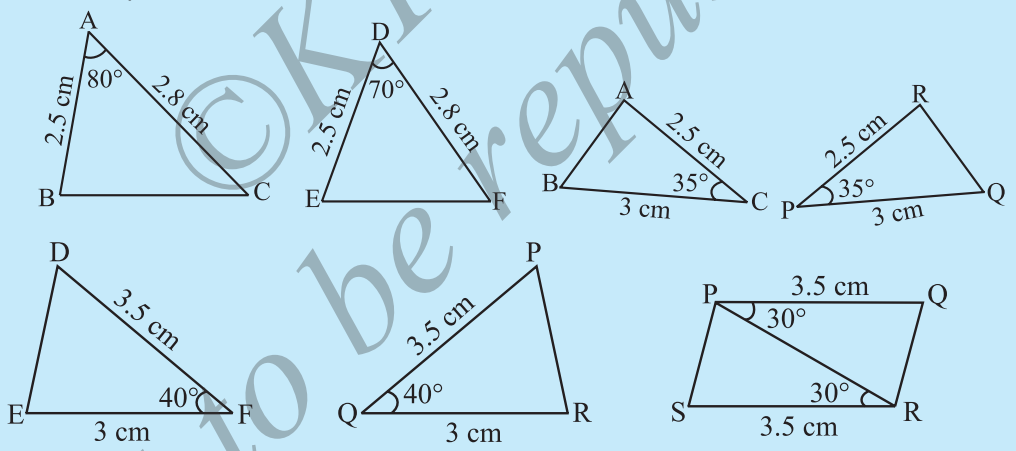
(ii) ಹೌದು $\Delta ADB \cong \Delta ADC$ (ಬಾಕೋಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆ ನಿಯಮ)

(iii) $\angle B = \angle C$ (ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳು)

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ:

1. Δ DEF ನಲ್ಲಿ ಯಾವ ಕೋನವು DE ಮತ್ತು EF ಗಳ ನಡುವೆ ಇದೆ ?
2. ಬಾಕೋಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆ ನಿಯಮ ಅನ್ವಯಿಸಿ $\Delta PQR \cong \Delta FED$ ಎಂದು ತೋರಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. PQ = FE ಮತ್ತು RP = DF ಎಂದು ನೀಡಿದೆ. ಸರ್ವಸಮತೆಯನ್ನು ತೋರಿಸಲು ಇನ್ನೂ ಯಾವ ಮಾಹಿತಿಯ ಅವಶ್ಯಕತೆಯಿದೆ?

3. ಚಿತ್ರ 7.24 ರಲ್ಲಿ ತ್ರಿಭುಜದ ಕೆಲವು ಭಾಗಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿದೆ. ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆ ನಿಯಮ ಬಳಸಿ ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳಿದ್ದಲ್ಲಿ ಅವುಗಳನ್ನು ಸಾಂಕೇತಿಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.



ಚಿತ್ರ 7.24

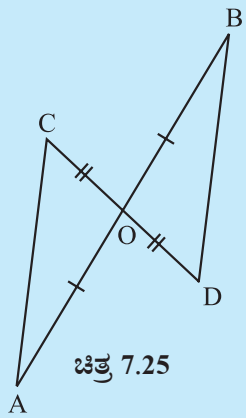
4. ಚಿತ್ರ 7.25 ರಲ್ಲಿ $\overline{AB}$ ಮತ್ತು $\overline{CD}$ 'O' ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

(i) AOC ಮತ್ತು BOD ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಮೂರು ಜೊತೆ ಸಮಭಾಗಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(ii) ಮುಂದಿನ ಯಾವ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಸರಿ?

(a) $\Delta AOC \cong \Delta DOB$

(b) $\Delta AOC \cong \Delta BOD$



ಚಿತ್ರ 7.25

©KTBS Not to be republished

ಕೋಬಾಕೋ ಆಟ

ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಮಾಹಿತಿ ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದಿದ್ದಲ್ಲಿ ಅಪ್ಪುವಿನ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸುವಿರಾ?

(i) ಅವುಗಳಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಕೋನ ಮಾತ್ರ
(ii) ಅವುಗಳಲ್ಲಿನ ಎರಡು ಕೋನ ಮಾತ್ರ
(iii) ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಬಾಹು
(iv) ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಬಾಹು

ಮೇಲೆ ನೀಡಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದಾಗ ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ನಿಬಂಧನೆ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

ಕೋಬಾಕೋ ಸರ್ವಸಮತೆ ನಿಬಂಧನೆ:
ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು, ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಅನುರೂಪವಾಗಿ ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

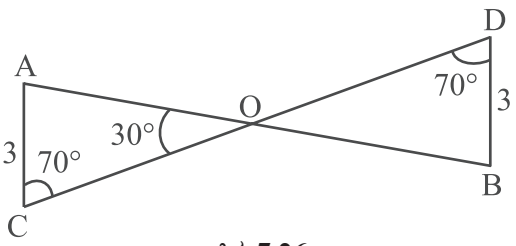
ಉದಾಹರಣೆ 6. ಕೋಬಾಕೋ ಸರ್ವಸಮತೆ ನಿಯಮ ಬಳಸಿ $\Delta ABC \cong \Delta QRP$ ಎಂದು ತೋರಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. $BC = RP$ ಎಂದು ನೀಡಿದೆ. ಸರ್ವಸಮ ಎಂದು ತೋರಿಸಲು ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ಯಾವ ಮಾಹಿತಿ ಬೇಕಾಗಿದೆ?

ಪರಿಹಾರ: ಕೋಬಾಕೋ ಸರ್ವಸಮತೆ ನಿಯಮ ಬಳಸಲು ಎರಡು ಬಾಹುಗಳಾದ BC ಮತ್ತು RP ಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಕೋನಗಳ ಅವಶ್ಯಕತೆಯಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಬೇಕಾಗಿರುವ ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಮಾಹಿತಿ ಮುಂದಿನಂತಿದೆ.

ಮತ್ತು $\angle B = \angle R$

$\angle C = \angle P$

ಉದಾಹರಣೆ 7. ಚಿತ್ರ 7.26ರಲ್ಲಿ ಕೋಬಾಕೋ ಸರ್ವಸಮತೆ ನಿಯಮ ಬಳಸಿ $\Delta AOC \cong \Delta BOD$ ಎಂದು ತೀರ್ಮಾನಿಸಬಹುದೇ?



ಚಿತ್ರ 7.26

ಪರಿಹಾರ: AOC ಮತ್ತು BOD ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ,

$\angle C = \angle D$ (ಪ್ರತಿಯೊಂದು 70^0)

$\angle AOC = \angle BOD = 30°$ (ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು)

ΔAOC ಯ $\angle A = 180° - (70^0 + 30^0) = 80^0$

(ತ್ರಿಭುಜದ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತದ ಗುಣ ಬಳಸಿದಾಗ)

ಅದೇ ರೀತಿ,

ΔBOD ಯ $\angle B = 180^0 - (70^0 + 30^0) = 80^0$

ಆದುದರಿಂದ, $\angle A = \angle B$, $AC = BD$ ಮತ್ತು $\angle C = \angle D$

©KTBS Not to be republished

ಈಗ AC ಬಾಹು, $\angle A$ ಮತ್ತು $\angle C$ ನಡುವೆ ಇದೆ.

BD ಬಾಹು $\angle B$ ಮತ್ತು $\angle D$ ನಡುವೆ ಇದೆ.

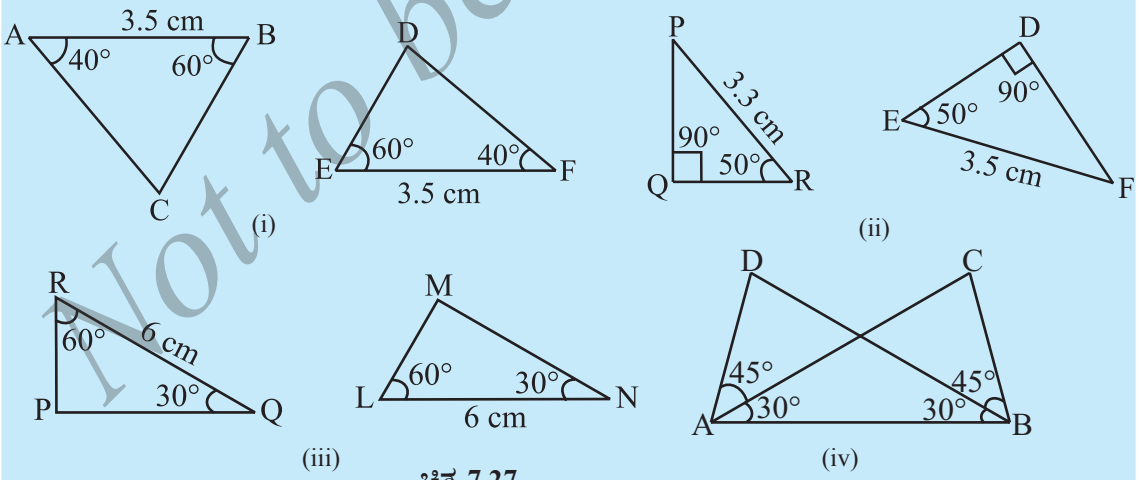
ಆದುದರಿಂದ ಕೋಬಾಕೋ ಸರ್ವಸಮತೆ ನಿಯಮದಿಂದ,

$$\Delta AOC \cong \Delta BOD.$$

ಗಮನಿಸಿ: ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿದ್ದಾಗ ನೀವು ಮೂರನೇ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಆದುದರಿಂದ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಒಂದು ಬಾಹು ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಅನುರೂಪವಾಗಿ ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ, ಅದನ್ನು ನೀವು ಸರ್ವಸಮತೆಯ ರೂಪವಾದ "ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಬಾಹು"ವಿಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ ನಂತರ ಕೋಬಾಕೋ ಸರ್ವಸಮತೆ ನಿಯಮ ಅನ್ವಯಿಸಬಹುದು.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ:

1. ΔMNP ಯಲ್ಲಿ M ಮತ್ತು N ಕೋನಗಳ ನಡುವಿನ ಬಾಹು ಯಾವುದು?
2. ಕೋಬಾಕೋ ಸರ್ವಸಮತೆ ನಿಯಮ ಬಳಸಿ $\Delta DEF \cong \Delta MNP$ ಎಂದು ನೀವು ತೋರಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ ಮತ್ತು $\angle F = \angle P$ ಎಂದು ನೀಡಿದೆ. ಸರ್ವಸಮ ಎಂದು ತೋರಿಸಲು ಯಾವ ಮಾಹಿತಿಯ ಅವಶ್ಯಕತೆಯಿದೆ? (ಕರಡು ಚಿತ್ರ ಬರೆದು ನಂತರ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ).
3. ಚಿತ್ರ 7.27 ರಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಭಾಗಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಿದೆ. ಕೋಬಾಕೋ ಸರ್ವಸಮತೆಯನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಿ ಯಾವ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಸರ್ವಸಮ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಸರ್ವಸಮತೆಯ ಪ್ರಕರಣದಲ್ಲಿ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು, ಸಾಂಕೇತಿಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.



ಚಿತ್ರ 7.27

©KTBS Not to be republished

4. ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಕೆಲವು ಭಾಗಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಮುಂದೆ ನೀಡಿದೆ. ಕೋಬಾಕೋ ಸರ್ವಸಮತೆ ನಿಯಮ ಬಳಸಿ ಎರಡೂ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವೇ ಅಥವಾ ಅಲ್ಲವೇ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ. ಸರ್ವಸಮವಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ ಸಾಂಕೇತಿಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

	ΔDEF	ΔPQR
(i)	$\angle D = 60^0, \angle F = 80^0, DF = 5$ cm	$\angle Q = 60^0, \angle R = 80^0, QR = 5$ cm
(ii)	$\angle D = 60^0, \angle F = 80^0, DF = 6$ cm	$\angle Q = 60^0, \angle R = 80^0, QP = 6$Cm
(iii)	$\angle E = 80^0, \angle F = 30°, EF = 5$ cm	$\angle P = 80^0, PQ = 5$Cm, $\angle R = 30^0$

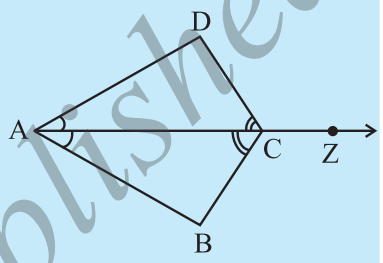
5. ಚಿತ್ರ 7.28 ರಲ್ಲಿ AZ ಕಿರಣವು $\angle DAB$ ಮತ್ತು $\angle DCB$ ಯನ್ನು ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

(i) ΔBAC ಮತ್ತು ΔDAC ಗಳಲ್ಲಿ ಮೂರು ಜೊತೆ ಸಮಭಾಗಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(ii) $\Delta BAC \cong \Delta DAC$ ಆಗುತ್ತದೆಯೇ? ಕಾರಣ ಕೊಡಿ.

(iii) AB = AD ಆಗುತ್ತದೆಯೇ? ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರ ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

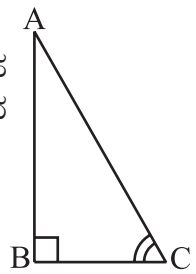
(iv) CD = CB ಆಗುತ್ತದೆಯೇ? ಕಾರಣ ಕೊಡಿ.



ಚಿತ್ರ 7.28

7.7 ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿನ ಸರ್ವಸಮತೆ

ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿನ ಸರ್ವಸಮತೆಗೆ ವಿಶೇಷ ಗಮನ ನೀಡಬೇಕಾಗಿದೆ. ಇಂತಹ ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ನಿಸ್ಸಂಶಯವಾಗಿ ಲಂಬಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಆದುದರಿಂದ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಬಂಧನೆ ಸುಲಭವಾಗುತ್ತದೆ.



ಚಿತ್ರ 7.29

ΔABC ಯಲ್ಲಿ (ಚಿತ್ರ 7.29 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ) $\angle B = 90^0$ ಮತ್ತು

(i) BC ಮಾತ್ರ ಗೊತ್ತಿದ್ದಾಗ

(ii) $\angle C$ ಮಾತ್ರ ಗೊತ್ತಿದ್ದಾಗ

(iii) $\angle A$ ಮತ್ತು $\angle C$ ಗೊತ್ತಿದ್ದಾಗ

(iv) AB ಮತ್ತು BC ಗೊತ್ತಿದ್ದಾಗ

(v) AC ಮತ್ತು AB ಅಥವಾ BC ಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಗೊತ್ತಿದ್ದಾಗ

ΔABCಯನ್ನು ನೀವು ರಚಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?

ಕರಡು ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಬರೆದು ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. (iv) ಮತ್ತು (v) ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಲು ನಿಮಗೆ ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಪ್ರಕರಣ (iv) ಸರಳವಾದ ಬಾಕೋಬಾ ನಿಬಂಧನೆ. ಪ್ರಕರಣ (v) ಸ್ವಲ್ಪ ಹೊಸದು. ಇದು ಮುಂದಿನ ನಿಬಂಧನೆಗೆ ಎಡೆ ಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತದೆ.

©KTBS Not to be republished

ಲಂಬಕೋನ ಕರ್ಣ ಬಾಹು (ಲಂಕಬಾ) ಸರ್ವಸಮತೆ ನಿಬಂಧನೆ.

ಎರಡು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದರ ಕರ್ಣ ಮತ್ತು ಒಂದು ಬಾಹು ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಕರ್ಣ ಮತ್ತು ಅನುರೂಪ ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮವಿದ್ದಾಗ ಆ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಇದನ್ನು ಲಂಕಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆ ಎಂದು ಏಕೆ ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ? ಇದರ ಬಗ್ಗೆ ಆಲೋಚಿಸಿ.

ಉದಾಹರಣೆ 8. ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಕೆಲವು ಭಾಗಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಮುಂದೆ ನೀಡಿದೆ. ಲಂ.ಕ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆ ನಿಯಮ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಎರಡೂ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವೇ ಅಥವಾ ಅಲ್ಲವೇ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ. ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಸಾಂಕೇತಿಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

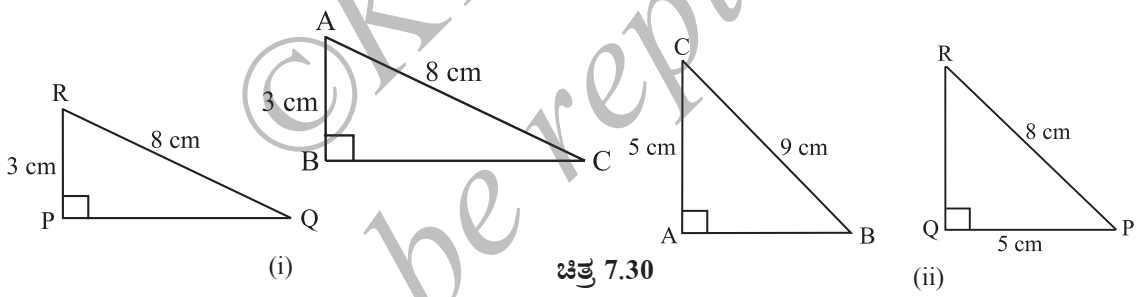
	ΔABC	ΔPQR
(i)	$\angle B = 90^0$, $AC = 8$ cm, $AB = 3$ cm	$\angle P = 90^0$, $PR = 3$ cm, $QR = 8$ cm
(ii)	$\angle A = 90^0$, $AC = 5$ cm, $BC = 9$ cm	$\angle Q = 90^0$, $PR = 8$ cm, $PQ = 5$ cm.

ಪರಿಹಾರ: ಇಲ್ಲಿ $\angle B = \angle P = 90^0$

ವಿಕರ್ಣ AC = ವಿಕರ್ಣ RQ (= 8 cm) ಮತ್ತು

ಬಾಹು, AB = ಬಾಹು RP (= 3cm)

ಆದುದರಿಂದ $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$ (ಲಂಕಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆ ನಿಯಮದಿಂದ)[ಚಿತ್ರ 7.30 (i)].



ಚಿತ್ರ 7.30

(ii) ಇಲ್ಲಿ $\angle A = \angle Q$ $(=90^0)$ ಮತ್ತು

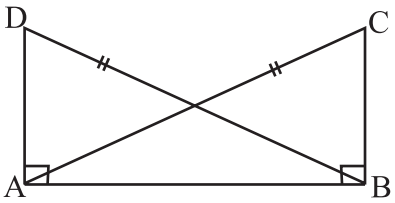
ಬಾಹು, AC = ಬಾಹು PQ (=5 cm)

ಆದರೆ, ವಿಕರ್ಣ BC $\neq$ ವಿಕರ್ಣ PQ [ಚಿತ್ರ 7.30 (ii)]

ಆದುದರಿಂದ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವಲ್ಲ.

ಉದಾಹರಣೆ 9.

ಚಿತ್ರ 7.31 ರಲ್ಲಿ $DA \perp AB$, $CB \perp AB$ ಮತ್ತು $AC = BD$. ΔABC ಮತು ΔDAB ಗಳಲ್ಲಿ ಮೂರು ಜೊತೆ ಸಮಭಾಗಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಹೇಳಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಅರ್ಥಪೂರ್ಣವಾಗಿದೆ?



ಚಿತ್ರ 7.31

(i) $\Delta ABC \cong \Delta BAD$ (ii) $\Delta ABC \cong \Delta ABD$

ಪರಿಹಾರ: ಮೂರು ಜೊತೆ ಸಮಭಾಗಗಳು

$\angle ABC = \angle BAD$ $(= 90^0)$

AC = BD (ದತ್ತ)

©KTBS Not to be republished

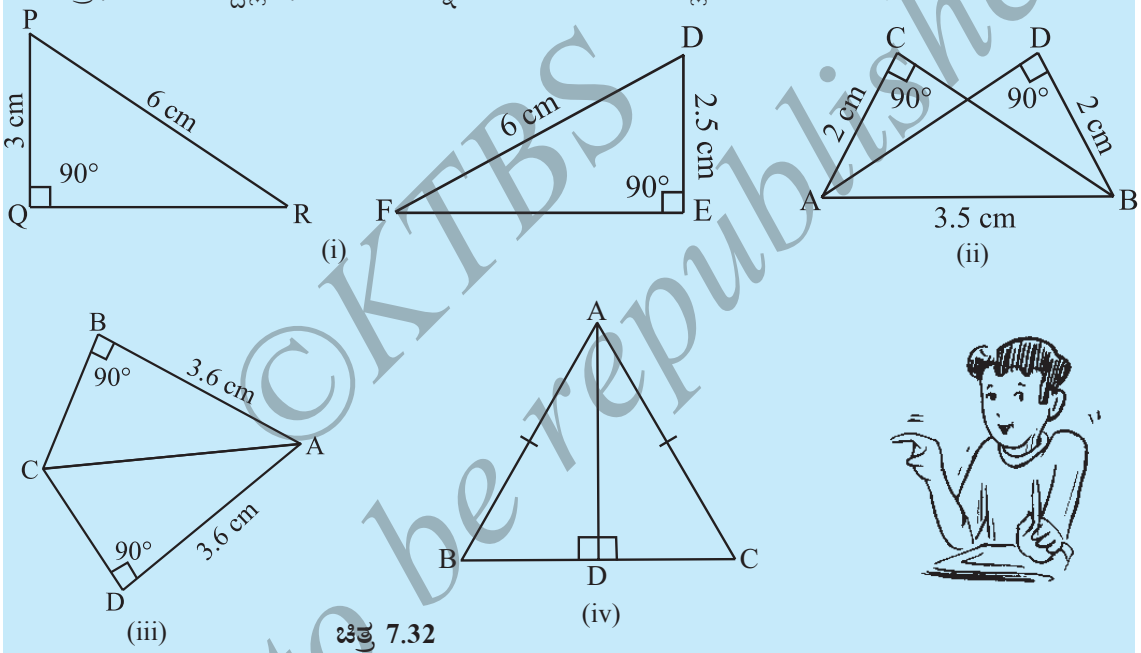
AB = BA (ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು)

$\Delta ABC \cong \Delta BAD$ (ಲಂಕಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆ ನಿಯಮದಿಂದ).

ಆದುದರಿಂದ ಹೇಳಿಕೆ (i) ಸರಿ, ಹೇಳಿಕೆ (ii) ಅರ್ಥಪೂರ್ಣವಾಗಿಲ್ಲ. ಏಕೆಂದರೆ ಶೃಂಗಗಳ ನಡುವಿನ ಅನುರೂಪತೆ ಸರಿಹೊಂದುವುದಿಲ್ಲ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ :

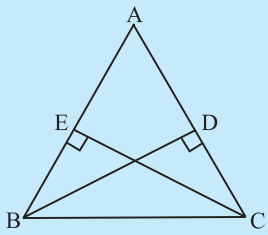
1. ಚಿತ್ರ : 7.32 ರಲ್ಲಿ ತ್ರಿಭುಗಳ ಕೆಲವು ಭಾಗಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿದೆ. ಲಂಕಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆ ನಿಯಮ ಅನ್ವಯಿಸಿ ಯಾವ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಸರ್ವಸಮ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಸಾಂಕೇತಿಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.



ಚಿತ್ರ 7.32

2. ಲಂಕಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆ ನಿಯಮ ಬಳಸಿ $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ ಎಂದು ತೋರಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. $\angle B = \angle P = 90^0$ ಮತ್ತು AB = RP ನೀಡಿದೆ. ಸರ್ವಸಮ ಎಂದು ತೋರಿಸಲು ಇನ್ನೂ ಯಾವ ಮಾಹಿತಿಯ ಅವಶ್ಯಕತೆಯಿದೆ?

3. ಚಿತ್ರ: 7.33 ರಲ್ಲಿ BD = CE ಆಗುವಂತೆ BD ಮತ್ತು CE ಗಳು ΔABC ಯ ಎತ್ತರಗಳಾಗಿವೆ.
   (i) ΔCBD ಮತ್ತು ΔBCE ಗಳಲ್ಲಿ ಮೂರು ಜೊತೆ ಸಮ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
   (ii) $\Delta CBD \cong \Delta BCE$ ಆಗುವುದೇ? ಏಕೆ ಅಥವಾ ಏಕೆ ಅಲ್ಲ?
   (iii) $\angle DCB = \angle EBC$ ಆಗುವುದೇ? ಏಕೆ ಅಥವಾ ಏಕೆ ಅಲ್ಲ?



ಚಿತ್ರ 7.33

©KTBS Not to be republished

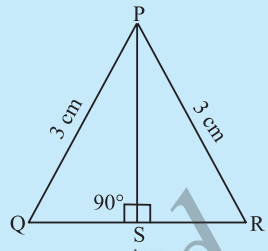
4. ABC ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ. AB = AC ಮತ್ತು AD ಅದರ ಎತ್ತರ (ಚಿತ್ರ 7.34).

(i) Δ ABD ಮತ್ತು Δ ADC ಗಳಲ್ಲಿ ಮೂರು ಜೊತೆ ಸಮ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(ii) $\Delta ADB \cong \Delta ADC$ ಆಗುವುದೇ? ಏಕೆ ಅಥವಾ ಏಕೆ ಅಲ್ಲ?

(iii) $\angle B = \angle C$ ಆಗುವುದೇ? ಏಕೆ ಅಥವಾ ಏಕೆ ಅಲ್ಲ?

(iv) BD = CD ಆಗುತ್ತದೆಯೇ? ಏಕೆ ಅಥವಾ ಏಕೆ ಅಲ್ಲ?



ಚಿತ್ರ 7.34

ಈಗ ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೆ ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಿರುವ ನಿಬಂಧನೆಗಳ ಮೇಲೆ ಉದಾಹರಣೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸೋಣ.

ಅಭ್ಯಾಸ 7.2

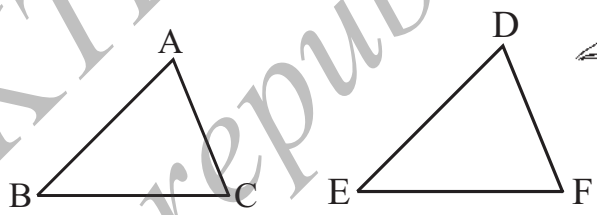
1. ಮುಂದಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ಸರ್ವಸಮತೆ ನಿಬಂಧನೆಯನ್ನು ನೀವು ಬಳಸುತ್ತೀರಿ?

(a) ದತ್ತ: AC = DF

AB = DE

BC = EF

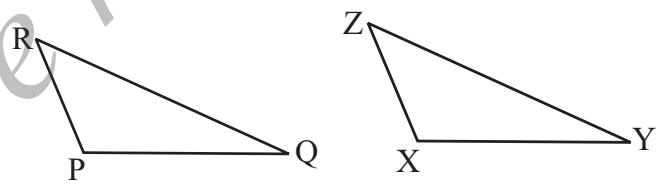
ಆದುದರಿಂದ, $\Delta ABC \cong \Delta DEF$



(b) ದತ್ತ: ZX = RP

RQ = ZY

$\angle PRQ = \angle XZY$

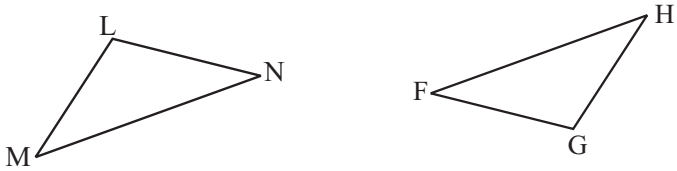


ಆದುದರಿಂದ, $\Delta PQR \cong \Delta XYZ$

(c) ದತ್ತ: $\angle MLN = \angle FGH$

$\angle NML = \angle GFH$

ML = FG



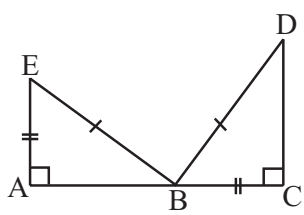
ಆದುದರಿಂದ, $\Delta LMN \cong \Delta GFH$

(d) ದತ್ತ: EB = DB

AE = BC

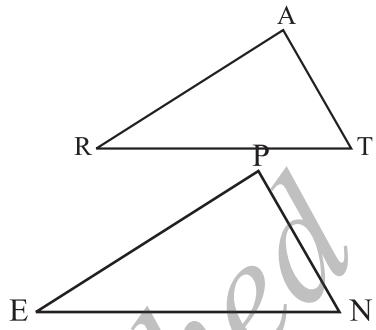
$\angle A = \angle C = 90^0$

ಆದುದರಿಂದ, $\Delta ABE \cong \Delta CDB$.



©KTBS Not to be republished

2. $\Delta ART \cong \Delta PEN$ ಎಂದು ನೀವು ತೋರಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.



(a) ಬಾಬಾಬಾ ನಿಬಂಧನೆ ಬಳಸಿದರೆ, ನೀವು ತೋರಿಸಬೇಕಾದುದು.

(i) AR = (ii) RT = ii) AT =

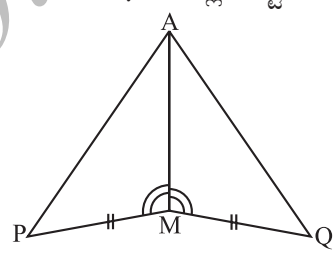
(b) $\angle T = \angle N$ ಎಂದು ನೀಡಿದೆ. ನೀವು ಬಾಕೋಬಾ ನಿಬಂಧನೆ ಬಳಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಆಗ ನಿಮಗೆ ಬೇಕಾದುದು.

(i) RT = ಮತ್ತು (ii) PN =

(c) AT = PN ಎಂದು ನೀಡಿದೆ. ನೀವು ಕೋಬಾಕೋ ನಿಬಂಧನೆ ಬಳಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಆಗ ನಿಮಗೆ ಬೇಕಾದುದು.

(i) ? (ii) ?

3. $\Delta AMP \cong \Delta AMQ$ ಎಂದು ನೀವು ತೋರಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಸಾಧನೆಯಲ್ಲಿ ಬಿಟ್ಟಿರುವ ಕಾರಣಗಳನ್ನು ತುಂಬಿ.

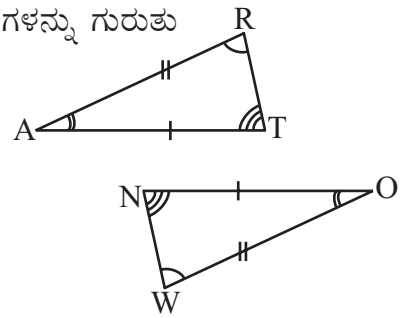


ಹಂತಗಳು	ಕಾರಣಗಳು
(i) PM = QM	(i) . . . . .
(ii) $\angle PMA = \angle QMA$	(ii) . . . .
(iii) AM = AM	(iii) . . . . .
(iv) $\Delta AMP \cong \Delta AMQ$	(iv) . . . . .

4. ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 40^0$ ಮತ್ತು $\angle C = 110^0$.

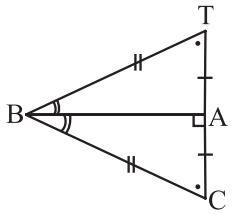
ΔPQR ನಲ್ಲಿ $\angle P = 30^0$, $\angle Q = 40^0$ ಮತ್ತು $\angle R = 110^0$. ಕೋ ಕೋ ಕೋ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಬಂಧನೆಯಿಂದ $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ ಎಂದು ಒಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಹೇಳುತ್ತಾನೆ. ಅವನು ಅದನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸುತ್ತಾನೆಯೇ? ಏಕೆ ಅಥವಾ ಏಕೆ ಅಲ್ಲ?

5. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಎರಡೂ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮ. ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಗುರುತು ಮಾಡಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ $\Delta RAT \cong$?

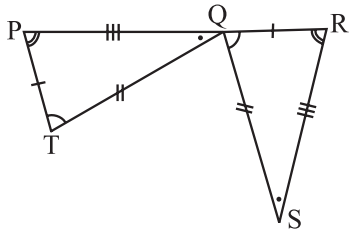


©KTBS Not to be republished

6. ಸರ್ವಸಮತೆಯ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ.

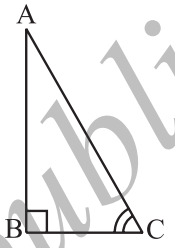


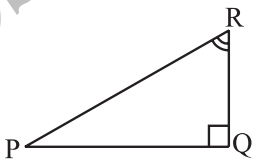
$\Delta BCA \cong ?$



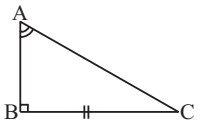
$\Delta QRS \cong ?$

7. ಚೌಕಗಳಿರುವ ಒಂದು ಹಾಳೆಯಲ್ಲಿ, ಸಮ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ
   (i) ಎರಡು ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು,
   (ii) ಸರ್ವ ಸಮವಲ್ಲದ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.
   ಅವುಗಳ ಸುತ್ತಳತೆಯ ಬಗ್ಗೆ ನೀವೇನು ಹೇಳುವಿರಿ?

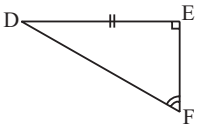




8. ಐದು ಜೊತೆ ಸರ್ವಸಮವಿರುವ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೂ ಸಹ ಸರ್ವಸಮವಲ್ಲದ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಕರಡು ಚಿತ್ರ ರಚಿಸಿ.



9. ΔABC ಮತ್ತು ΔPRQ ಸರ್ವಸಮವಾಗಬೇಕಾದರೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಅನುರೂಪ ಭಾಗವನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ ಯಾವ ನಿಬಂಧನೆಯನ್ನು ನೀವು ಬಳಸುವಿರಿ?



10. $\Delta ABC \cong \Delta FED$ ಏಕೆ? ವಿವರಿಸಿ.

ಪುಷ್ಟೀಕರಣ ಚಟುವಟಿಕೆ:

ಸಮತಲಾಕೃತಿಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಲು ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ವಿಧಾನ ಉಪಯುಕ್ತವಾಗಿದೆ ಎಂದು ನಾವು ತಿಳಿದಿದ್ದೇವೆ. ರೇಖಾಖಂಡಗಳ, ಕೋನಗಳ ಮತ್ತು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆಗೆ ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ನಾವು ಚರ್ಚಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಈ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಬೇರೆ ಸಮತಲಾಕೃತಿಗಳಿಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸಲು ನೀವು ಈಗ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಬಹುದು.

1. ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಗಾತ್ರಗಳುಳ್ಳ ವರ್ಗಗಳ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. ವರ್ಗಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆಗೆ ನಿಬಂಧನೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದು ಜೋಡಿಸುವ ವಿಧಾನ ಅನುಸರಿಸಿ. ಸರ್ವಸಮತೆಯಲ್ಲಿನ 'ಅನುರೂಪ ಭಾಗ' ಗಳ ಕಲ್ಪನೆ ಹೇಗೆ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆ? ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿವೆಯೇ? ಅನುರೂಪ ಕರ್ಣಗಳಿವೆಯೇ?
2. ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಏನಾಗುತ್ತದೆ? ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆಗೆ ನಿಬಂಧನೆ ಏನು? ಪುನಃ ನೀವು ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದು ಜೋಡಿಸುವ ವಿಧಾನ ಬಳಸಬಹುದು. ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.
3. ಈ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಬೇರೆ ಸಮತಲಾಕೃತಿಗಳಾದ ನಿಯಮಿತ ಷಡ್ಭುಜಾಕೃತಿ ಮುಂತಾದವುಗಳಿಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

©KTBS Not to be republished

4. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಸರ್ವಸಮ ಪ್ರತಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಹಾಳೆ ಮಡಚುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಅವು ಸಮ ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆಯೇ? ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ. ಅವು ಸಮ ಮಧ್ಯರೇಖೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆಯೇ? ಅವುಗಳ ಸುತ್ತಳತೆ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನೀವೇನು ಹೇಳುವಿರಿ?

ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿರುವ ಅಂಶಗಳು

1. ಸರ್ವಸಮ ಆಕೃತಿಗಳು ಒಂದು ಇನ್ನೊಂದರ ತದ್ರೂಪಿಯಾಗಿರುತ್ತವೆ.
2. ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದು ಜೋಡಿಸುವ ವಿಧಾನವು ಸಮತಲಾಕೃತಿಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸುತ್ತವೆ.
3. F_1 ಮತ್ತು F_2 ಎರಡು ಸಮತಲಾಕೃತಿಗಳಲ್ಲಿ, F_1 ಟ್ರೇಸ್ ಪ್ರತಿಯು F_2 ನೊಂದಿಗೆ ಐಕ್ಯವಾದಾಗ ಅವು ಸರ್ವಸಮ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಇದನ್ನು $F_1 \cong F_2$ ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.
4. ಎರಡು ರೇಖಾಖಂಡಗಳು $\overline{AB}$ ಮತ್ತು $\overline{CD}$ ಸಮ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ಅವುಗಳನ್ನು ಸರ್ವಸಮ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಇದನ್ನು $AB \cong CD$ ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ $\overline{AB} = \overline{CD}$ ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.
5. ಎರಡು ಕೋನಗಳು $\angle ABC$ ಮತ್ತು $\angle PQR$ ಸಮ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ಅವು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಇದನ್ನು $\angle ABC \cong \angle PQR$ ಅಥವಾ $m\angle ABC = m\angle PQR$ ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ $\angle ABC = \angle PRQ$ ಎಂದು ಬರೆಯುವುದು ರೂಢಿಯಲ್ಲಿದೆ.
6. ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಬಾಬಾಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆ ನಿಯಮ: ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳು ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಸಮವಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.
7. ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಬಾಕೋಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆ ನಿಯಮ: ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ಕೋನವು ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ಕೋನಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.
8. ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಕೋಬಾಕೋ ಸರ್ವಸಮತೆ ನಿಯಮ: ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು, ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಅನುರೂಪವಾಗಿ ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.
9. ಎರಡು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಲಂಕಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆ ನಿಯಮ: ಎರಡು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದರ ವಿಕರ್ಣ ಮತ್ತು ಒಂದು ಬಾಹು ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಕರ್ಣ ಮತ್ತು ಅನುರೂಪ ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮವಿದ್ದಾಗ ಆ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.
10. ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆಗೆ ಕೋ ಕೋ ಕೋ ನಿಬಂಧನೆ ಇಲ್ಲ. ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಿರುವ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮ ಆಗಿರಲೇಬೇಕು ಎಂದೇನಿಲ್ಲ. ಇಂತಹ ಪ್ರಕರಣಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಇನ್ನೊಂದರ ವಿಸ್ತೃತ ಪ್ರತಿಯಾಗಿರಬಹುದು. (ಒಂದು ಇನ್ನೊಂದರ ತದ್ರೂಪಿಯಾಗಿದ್ದಾಗ ಮಾತ್ರ ಅವು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ)

©KTBS Not to be republished

ಉತ್ತರಗಳು

ಅಭ್ಯಾಸ 1.1

1. (a) ಲಾಹುಲ್ ಸ್ಪಿಟಿ: – 8°C, ಶ್ರೀನಗರ: –2°C, ಶಿಮ್ಲ: 5°C, ಊಟಿ: 14°C, ಬೆಂಗಳೂರು: 22°C

(b) 30°C (c) 6°C (d) ಸರಿ; ತಪ್ಪು **2.** 35

3. –7°C; –3°C **4.** 6200 m **5.** ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ; Rs 358

6. ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಖದಿಂದ; – 10. **7.** (ii) ಮಾಯಾ ಚೌಕವಾಗಿದೆ

9. (a) < (b) < (c) >

(d) s< (e) >

10. (i) 11 ನೆಗೆತಗಳು (ii) 5 ನೆಗೆತಗಳು

(iii) (a) –3 + 2 –3 + 2 – 3 + 2 – 3 + 2 –3 + 2 –3 = – 8

(b) 4 – 2 + 4 – 2 + 4 = 8

(b) ನಲ್ಲಿ 8 ಎಂಬುದು 8 ಹಂತಗಳನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ 1.2

1. ಅಂತಹ ಒಂದು ಜೊತೆಯು :

(a) –10, 3 (b) – 6, 4; (– 6 – 4 = –10) (c) –3, 3

2. ಅಂತಹ ಒಂದು ಜೊತೆಯು:

(a) –2, –10; [–2 – (–10) = 8] (b) – 6, 1

(c) –1, 2; (–1 – 2 = –3)

3. ಎರಡೂ ತಂಡಗಳ ಅಂಕಗಳು ಸಮ, i.e., –30; ಸರಿಯಾಗಿದೆ

4. (i) –5 (ii) 0 (iii) –17 (iv) –7

(v) –3

ಅಭ್ಯಾಸ 1.3

1. (a) –3 (b) –225 (c) 630 (d) 316 (e) 0

(f) 1320 (g) 162 (h) –360 (i) –24 (j) 36

3. (i) – *a* (ii) (a) 22 (b) –37 (c) 0

Not to be republished ©KTBS

4. $-1 \times 5 = -5, -1 \times 4 = -4 = -5 + 1, -1 \times 3 = -3 = -4 + 1,$
$-1 \times 2 = -2 = -3 + 1, -1 \times 1 = -1 = -2 + 1, -1 \times 0 = 0 = -1 + 1$ so, $-1 \times (-1) = 0 + 1 = 1$.

5. (a) 480 (b) – 53000 (c) – 15000 (d) – 4182
(e) – 62500 (f) 336 (g) 493 (h) 1140

6. – 10°C

7. (i) 8 (ii) 15 (iii) 0

8. (a) ₹1000 ನಷ್ಟು (b) 4000 ಚೀಲಗಳು

9. (a) – 9 (b) – 7 (c) 7 (d) – 11

ಅಭ್ಯಾಸ 1.4

1. (a) –3 (b) –10 (c) 4 (d) –1
(e) –13 (f) 0 (g) 1 (h) –1
(i) 1

3. (a) 1 (b) 75 (c) – 206 (d) –1
(e) – 87 (f) – 48 (g) –10 (h) –12

4. (–6, 2), (–12, 4), (12, – 4), (9, –3), (–9, 3) (ಅಂತಹ ಅನೇಕ ಜೊತೆಗಳು)

5. 9 p.m.; – 14°C **6.** (i) 8 (ii) 13 **7.** 1 ಗಂಟೆ

ಅಭ್ಯಾಸ 2.1

1. (i) $\frac{7}{5}$ (ii) $\frac{39}{8}\left(=4\frac{7}{8}\right)$ (iii) $\frac{31}{35}$ (iv) $\frac{91}{165}$

(v) $\frac{13}{5}\left(=2\frac{3}{5}\right)$ (vi) $\frac{37}{6}\left(=6\frac{1}{6}\right)$ (vii) $\frac{39}{8}\left(=4\frac{7}{8}\right)$

2. (i) $\frac{2}{3}, \frac{8}{21}, \frac{2}{9}$ (ii) $\frac{7}{10}, \frac{3}{7}, \frac{1}{5}$ **3.** Yes **4.** $\frac{139}{3}\left(=46\frac{1}{3}\right)$cm

5. (i) $8\frac{17}{20}$cm (ii) $7\frac{5}{6}$cm; ΔABE ನ ಸುತ್ತಳತೆ ದೊಡ್ಡದು.

6. $\frac{3}{10}$cm **7.** $\frac{2}{5}$; ರೀತು; $\frac{1}{5}$ **8.** ವೈಭವ್; $\frac{1}{6}$ ಗಂಟೆಯಷ್ಟು.

©KTBS Not to be republished

ಅಭ್ಯಾಸ 2.2

1. (i) (d) (ii) (b) (iii) (a) (iv) (c)

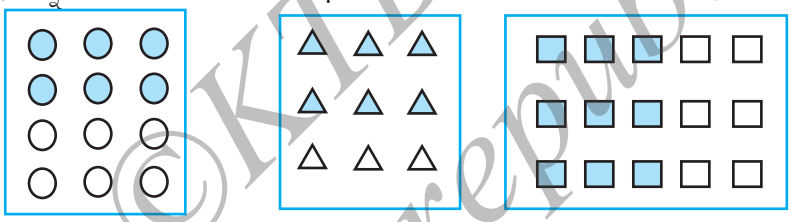
2. (i) (c) (ii) (a) (iii) (b)

3. (i) $4\frac{1}{5}$ (ii) $1\frac{1}{3}$ (iii) $1\frac{5}{7}$

(iv) $1\frac{1}{9}$ (v) $2\frac{2}{3}$

(vi) 15 (vii) $6\frac{2}{7}$ (viii) 16 (ix) $4\frac{1}{3}$
(x) 9

4. ಇದನ್ನು ನಿರ್ವಹಿಸುವ ಒಂದು ವಿಧಾನ:



(i) (ii) (iii)

5. (a) (i) 12 (ii) 23 (b) (i) 12 (ii) 18 (c) (i) 12 (ii) 27
(d) (i) 16 (ii) 28

6. (a) $15\frac{3}{5}$ (b) $33\frac{3}{4}$ (c) $15\frac{3}{4}$ (d) $25\frac{1}{3}$

(e) $19\frac{1}{2}$ (f) $27\frac{1}{5}$

7. (a) (i) $1\frac{3}{8}$ (ii) $2\frac{1}{9}$ (b) (i) $2\frac{19}{48}$ (ii) $6\frac{1}{24}$ **8.**(i) 2 litres (ii) $\frac{3}{5}$

ಅಭ್ಯಾಸ 2.3

1. (i) (a) $\frac{1}{16}$ (b) $\frac{3}{20}$ (c) $\frac{1}{3}$ (ii) (a) $\frac{2}{63}$ (b) $\frac{6}{35}$ (c) $\frac{3}{70}$

2. (i) $1\frac{7}{9}$ (ii) $\frac{2}{9}$ (iii) $\frac{9}{16}$ (iv) $1\frac{2}{25}$

©KTBS Not to be republished

(v) $\frac{5}{8}$ (vi) $1\frac{13}{20}$ (vii) $1\frac{13}{35}$

3. (i) $2\frac{1}{10}$ (ii) $4\frac{44}{45}$ (iii) 8 (iv) $2\frac{1}{42}$ (v) $1\frac{33}{35}$

(vi) $7\frac{4}{5}$ (vii) $2\frac{1}{7}$

4. (i) $\frac{3}{5}$ of $\frac{5}{8}$ (ii) $\frac{1}{2}$ of $\frac{6}{7}$ **5.** $2\frac{1}{4}$ m **6.** $10\frac{1}{2}$ hours **7.** 44 km

8. (a) (i) $\frac{5}{10}$ (ii) $\frac{1}{2}$ (b) (i) $\frac{8}{15}$ (ii) $\frac{8}{15}$

ಅಭ್ಯಾಸ 2.4

1. (i) 16 (ii) $\frac{84}{5}$ (iii) $\frac{24}{7}$ (iv) $\frac{3}{2}$ (v) $\frac{9}{7}$

(vi) $\frac{7}{5}$

2. (i) $\frac{7}{3}$ (ಅಸಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿ) (ii) $\frac{8}{5}$ (ಅಸಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿ)

(iii) $\frac{7}{9}$ (ಸಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿ) (iv) $\frac{5}{6}$ (ಸಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿ)

(v) $\frac{7}{12}$ (ಸಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿ) (vi) 8(ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ)

(vii)11 (ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆ)

3. (i) $\frac{7}{6}$ (ii) $\frac{4}{45}$ (iii) $\frac{6}{91}$ (iv) $\frac{13}{9}$ (v) $\frac{7}{8}$ (vi) $\frac{31}{49}$

4. (i) $\frac{4}{5}$ (ii) $\frac{2}{3}$ (iii) $\frac{3}{8}$ (iv) $\frac{35}{9}$ (v) $\frac{21}{16}$

(vi) $\frac{4}{15}$ (vii) $\frac{48}{25}$ (viii) $\frac{11}{6}$

©KTBS Not to be republished

ಅಭ್ಯಾಸ 2.5

1. (i) 0.5 (ii) 0.7 (iii) 7 (iv) 1.49 (v) 2.30 (vi) 0.88

2. (i) ₹ 0.07 (ii) ₹ 7.07 (iii) ₹ 77.77 (iv) ₹ 0.50 (v) ₹ 2.35

3. (i) 0.05m, 0.00005 km (ii) 3.5 cm, 0.035m, 0.000035 km

4. (i) 0.2 kg (ii) 3.470 kg (iii) 4.008 kg

5. (i) $2 \times 10 + 0 \times 1 + 0 \times \frac{1}{10} + 3 \times \frac{1}{100}$

(ii) $2 \times 1 + 0 \times \frac{1}{10} + 3 \times \frac{1}{100}$

(iii) $2 \times 100 + 0 \times 10 + 0 \times 1 + 0 \times \frac{1}{10} + 3 \times \frac{1}{100}$

(iv) $2 \times 1 + 0 \times \frac{1}{10} + 3 \times \frac{1}{100} + 4 \times \frac{1}{1000}$

6. (i) ಬಿಡಿಗಳು (ii) ಹತ್ತು (iii) ದಶಾಂಶ (iv) ಶತಾಂಶ (v) ಸಹಸ್ರಾಂಶ

7. 900 m 0.9 km ನಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚು ಆಯುಬ್ ಚಲಿಸಿದ್ದಾನೆ

8. ಸರಳ ಹೆಚ್ಚು ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಕೊಂಡಿದ್ದಾಳೆ **9.** 14.6 km

ಅಭ್ಯಾಸ 2.6

1. (i) 1.2 (ii) 36.8 (iii) 13.55 (iv) 80.4
(v) 0.35 (vi) 844.08 (vii) 1.72

2. 17.1 cm^2

3. (i) 13 (ii) 368 (iii) 1537 (iv) 1680.7 (v) 3110
(vi) 15610 (vii) 362 (viii) 4307 (ix) 5 (x) 0.8
(xi) 90 (xii) 30

4. 553 km **5.** (i) 0.75 (ii) 5.17 (iii) 63.36 (iv) 4.03
(v) 0.025 (vi) 1.68 (vii) 0.0214 (viii) 10.5525
(ix) 1.0101 (x) 110.011

©KTBS Not to be republished

ಅಭ್ಯಾಸ 2.7

1. (i) 0.2 (ii) 0.07 (iii) 0.62 (iv) 10.9

(v) 162.8 (vi) 2.07 (vii) 0.99 (viii) 0.16

2. (i) 0.48 (ii) 5.25 (iii) 0.07 (iv) 3.31

(v) 27.223 (vi) 0.056 (vii) 0.397

3. (i) 0.027 (ii) 0.003 (iii) 0.0078 (iv) 4.326

(v) 0.236 (vi) 0.9853

4. (i) 0.0079 (ii) 0.0263 (iii) 0.03853 (iv) 0.1289 (v) 0.0005

5. (i) 2 (ii) 180 (iii) 6.5 (iv) 44.2 (v) 2

(vi) 31 (vii) 510 (viii) 27 (ix) 2.1

6. 18 km

ಅಭ್ಯಾಸ 3.1

2.

ಅಂಕಗಳು	ಟ್ಯಾಲಿಗಳು	ಆವೃತ್ತಿ
1	|	1
2	||	2
3	|	1
4	||||	3
5	~~||||~~	5
6	||||	4
7	||	2
8	|	1
9	|	1

(i) 9 (ii) 1 (iii) 8 (iv) 5

3. 2 **4.** 50 **5.** (i) 12.5 (ii) 3

(iii) $\frac{0+8+6+4}{4} = \frac{18}{4}$ or $\frac{9}{2}$ (iv) A

6. (i) ಹೆಚ್ಚಿನ ಅಂಕಗಳು=95, ಅತ್ಯಂತ ಕಡಿಮೆ ಅಂಕಗಳು = 39 (ii) 56 (iii) 73

©KTBS Not to be republished

7. 2058 **8.** (i) 20.5 (ii) 5.9 (iii) 5

9. (i) 151 cm (ii) 128 cm (iii) 23 cm (iv) 141.4 cm (v) 5

ಅಭ್ಯಾಸ 3.2

1. ಬಹುಲಕ = 20, ಮಧ್ಯಾಂಕ = 20, ಹೌದು.

2. ಸರಾಸರಿ = 39, ಬಹುಲಕ = 15, ಮಧ್ಯಾಂಕ = 15, No.

3. (i) ಬಹುಲಕ = 38, 43; ಮಧ್ಯಾಂಕ = 40 (ii) ಸರಿ, there are 2 modes.

4. ಬಹುಲಕ = 14, ಮಧ್ಯಾಂಕ = 14

5. (i) T (ii) F (iii) T (iv) F

ಅಭ್ಯಾಸ 3.3

1. (a) ಬೆಕ್ಕು (b) 8

4. (i) ಗಣಿತ (ii) ಸ. ವಿಜ್ಞಾನ (iii) ಹಿಂದಿ

5. (ii) ಕ್ರಿಕೆಟ್ (iii) ಕ್ರೀಡೆಯನ್ನು ವೀಕ್ಷಿವುವಿಕೆ

6. (i) ಜಮ್ಮು (ii) ಜಮ್ಮು, ಬೆಂಗಳೂರು

(iii) ಬೆಂಗಳೂರು ಮತ್ತು ಜೈಪುರ ಅಥವಾ ಬೆಂಗಳೂರು ಮತ್ತು ಅಹಮದಾಬಾದ್

(iv) ಮುಂಬೈ

ಅಭ್ಯಾಸ 3.4

1. (i) ಖಚಿತ ಘಟನೆ

(ii) ಸಂಭವನೀಯ ಆದರೆ ಖಚಿತವಲ್ಲ

(iii) ಅಸಾಧ್ಯವಾದ

(iv) ಸಂಭವನೀಯ ಆದರೆ ಖಚಿತವಲ್ಲ

(v) ಸಂಭವನೀಯ ಆದರೆ ಖಚಿತವಲ್ಲ,

2. (i) $\frac{1}{6}$ (ii) $\frac{1}{6}$ **3.** $\frac{1}{2}$

ಅಭ್ಯಾಸ 4.1

1. (i) ತಪ್ಪು (ii) ತಪ್ಪು (iii) ಸರಿ (iv) ತಪ್ಪು (v) ಸರಿ

(vi) ತಪ್ಪು (vii) ಸರಿ (viii) ತಪ್ಪು (ix) ತಪ್ಪು (x) ತಪ್ಪು

(xi) ಸರಿ

2. (a) ತಪ್ಪು (b) ತಪ್ಪು (c) ಸರಿ (d) ತಪ್ಪು (e) ತಪ್ಪು (f) ತಪ್ಪು

3. (i) $p = 3$ (ii) $m = 6$

©KTBS Not to be republished

4. (i) $x + 4 = 9$ (ii) $y - 2 = 8$ (iii) $10a = 70$ (iv) $\frac{b}{5} = 6$

(v) $\frac{3t}{4} = 15$ (vi) $7m + 7 = 77$ (vii) $\frac{x}{4} - 4 = 4$ (viii) $6y - 6 = 60$

(ix) $\frac{z}{3} + 3 = 30$

5. (i) p 4ರ ಮೊತ್ತ15

(ii) m ನಿಂದ 7ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ 3 ದೊರೆಯುತ್ತದೆ

(iii) m ನ ಎರಡು ಪಟ್ಟು 7 ಆಗಿದೆ

(iv) m ನ ಐದನೇ ಒಂದು 3 ಆಗಿದೆ

(v) m ಮೂರನೇ ಐದರಷ್ಟು 6 ಆಗಿದೆ

(vi) p ಯ ಮೂರರಷ್ಟು 4ಕ್ಕೆ ಸೇರಿಸಿದರೆ 25 ದೊರೆಯುವುದು

(vii) p ಯ ನಾಲ್ಕರಷ್ಟರಿಂದ 2ನ್ನು ಕಳೆದರೆ 18 ದೊರೆಯುವುದು

(viii) 8 ನ್ನು ಪಡೆಯಲು p ನ ಅರ್ಧದಷ್ಟಕ್ಕೆ 2ನ್ನು ಸೇರಿಸಬೇಕು

6. (i) $5m + 7 = 37$ (ii) $3y + 4 = 49$

(iii) $2l + 7 = 87$ (iv) $4b = 180°$

ಅಭ್ಯಾಸ 4.2

1. (a) ಎರಡು ಬದಿಗೆ 1ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ; $x = 1$ (b) ಎರಡು ಬದಿಯಿಂದ 1ನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ; $x = -1$

(c) ಎರಡು ಬದಿಗೆ 1ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ; $x = 6$ (d) ಎರಡು ಬದಿಯಿಂದ 6ನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ; $x = -4$

(e) ಎರಡು ಬದಿಗೆ 4ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ; $y = -3$ (f) ಎರಡು ಬದಿಗೆ 1ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ; $y = 8$

(g) ಎರಡು ಬದಿಯಿಂದ 4ನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ; $y = 0$

(h) ಎರಡು ಬದಿಯಿಂದ 4ನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ; $y = -8$

2. (a) ಎರಡು ಬದಿಯನ್ನು 3ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ; $l = 14$

(b) ಎರಡು ಬದಿಗಳನ್ನು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ; $b = 12$

(c) ಎರಡು ಬದಿಗಳನ್ನು7 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ; $p = 28$ (d) ಎರಡು ಬದಿಗಳನ್ನು 4 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ; $x = \frac{25}{4}$

©KTBS Not to be republished

(e) ಎರಡು ಬದಿಯನ್ನು 8ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ; $y = \frac{36}{8}$

(f) ಎರಡು ಬದಿಗಳನ್ನು 3 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ; $z = \frac{15}{4}$

(g) ಎರಡು ಬದಿಗಳನ್ನು 5 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ; $a = \frac{7}{3}$

(h) ಎರಡು ಬದಿಗಳನ್ನು20 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ; $t = \frac{1}{2}$

3. (a) ಹಂತ1 : ಎರಡು ಬದಿಗೆ 2ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ

(b) ಹಂತ1 : ಎರಡು ಬದಿಗಳಿU 7ನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ

ಹಂತ2 : ಎರಡು ಬದಿಗಳನ್ನು 3ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ; $n = 16$

ಹಂತ2 : ಎರಡು ಬದಿಗಳನ್ನು 5ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ; $m = 2$

(c) ಹಂತ1 : ಎರಡು ಬದಿಗಳನ್ನು 3ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ

(d) ಹಂತ1 : 10ರಿಂದ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಿ

ಹಂತ2 : ಎರಡು ಬದಿಗಳನ್ನು 20ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ; $p = 6$

ಹಂತ2 : ಎರಡು ಬದಿಗೆ 2ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ3; $p = 20$

4. (a) $p = 10$ (b) $p = 9$ (c) $p = 20$ (d) $p = -15$ (e) $p = 8$ (f) $s = -3$

(g) $s = -4$ (h) $s = 0$ (i) $q = 3$ (j) $q = 3$ (k) $q = -3$ (l) $q = 3$

ಅಭ್ಯಾಸ 4.3

1. (a) $y = 8$ (b) $t = \frac{-18}{5}$ (c) $a = -5$ (d) $q = -8$ (e) $x = -4$

(f) $x = \frac{5}{2}$ (g) $m = \frac{1}{2}$ (h) $z = -2$ (i) $l = \frac{4}{9}$ (j) $b = 12$

2. (a) $x = 2$ (b) $n = 12$ (c) $n = -2$ (d) $x = -4$ (e) $x = 0$

3. (a) $p = \frac{12}{5}$ (b) $p = \frac{6}{5}$ (c) $t = 2$ (d) $p = 7$ (e) $m = 2$

4. (a) ಸಾಧ್ಯವಾಗುವ ಸಮೀಕರಣಗಳು: $10x + 2 = 22$; $\frac{x}{5} = \frac{2}{5}$; $5x - 3 = 7$

(b) ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಸಮೀಕರಣಗಳು: $3x = -6$; $3x + 7 = 1$; $3x + 10 = 4$

©KTBS Not to be republished

ಅಭ್ಯಾಸ 4.4

1. (a) $8x + 4 = 60; x = 7$ (b) $\frac{x}{5} - 4 = 3; x = 35$

(c) $\frac{3}{4} y + 3 = 21; y = 24$ (d) $2m - 11 = 15; m = 13$

(e) $50 - 3x = 8; x = 14$ (f) $\frac{x+19}{5} = 8; x = 21$

(g) $\frac{5n}{2} - 7 = 23; n = 12$

2. (a) ಕನಿಷ್ಠ ಅಂಕ = 40 (b) 70° ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರು

(c) ಸಚಿನ್: 132 ರನ್‌ಗಳು, ರಾಹುಲ್: 66 ರನ್‌ಗಳು

3. (i) 6 (ii) 15 ವರ್ಷಗಳು (iii) 25 **4.** 30

ಅಭ್ಯಾಸ 5.1

1. (i) 70° (ii) 27° (iii) 33°

2. (i) 75° (ii) 93° (iii) 26°

3. (i) ಪೂರಕ (ii) ಪರಿಪೂರಕ (iii) ಪೂರಕ

(iv) ಪೂರಕ (v) ಪರಿಪೂರಕ (vi) ಪರಿಪೂರಕ

4. 45° **5.** 90°

6. ∠1 ರ ಅಳತೆ ಕಡಿಮೆಯಾದಂತೆ ∠2 ರ ಬೆಲೆ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ.

7. (i) ತಪ್ಪು (ii) ತಪ್ಪು (iii) ಸರಿ **8.** 45° VAv Pr ªÄ

9. (i) ಸರಿ (ii) ತಪ್ಪು (iii) ಸರಿ (iv) ಸರಿ (v) ಸರಿ (vi) COB

10. (i) ∠1, ∠4; ∠5, ∠2 + ∠3 (ii) ∠1, ∠5; ∠4, ∠5

11. ∠1 ಮತ್ತು ∠2 ಪಾಶ್ವ ಕೋನಗಳ® ಏಕೆಂದರೆ ಅವುಗಳ ಶೃಂಗಗಳು ಒಂದೇ ಅಲ್ಲ.

12. (i) $x = 55°, y = 125°, z = 125°$ (ii) $x = 115°, y = 140°, z = 40°$

13. (i) 90° (ii) 180° (iii) ಪೂರಕ

(iv) ರೇಖಾತ್ಮಕ ಜೋಡಿ (v) ಸಮ (vi) ಅಧಿಕ ಕೋನಗಳು

14. (i) ∠AOD, ∠BOC (ii) ∠EOA, ∠AOB

(iii) ∠EOB, ∠EOD (iv) ∠EOA, ∠EOC

(v) ∠AOB, ∠AOE; ∠AOE, ∠EOD; ∠EOD, ∠COD

©KTBS Not to be republished

ಅಭ್ಯಾಸ 5.2

1. (i) ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣ (ii) ಪರ್ಯಾಯ ಒಳಕೋನಗಳ ಲಕ್ಷಣ
(iii) ಛೇದಕದ ಒಂದೇ ಬದಿಯ ಕೋನಗಳು ಪೂರಕ

2. (i) $\angle 1, \angle 5; \angle 2, \angle 6; \angle 3, \angle 7; \angle 4, \angle 8$ (ii) $\angle 2, \angle 8; \angle 3, \angle 5$
(iii) $\angle 2, \angle 5; \angle 3, \angle 8$ (iv) $\angle 1, \angle 3; \angle 2, \angle 4; \angle 5, \angle 7; \angle 6, \angle 8$

3. $a = 55°; b = 125°; c = 55°; d = 125°; e = 55°; f = 55°$

4. (i) $x = 70°$ (ii) $x = 100°$

5. (i) $\angle DGC = 70°$ (ii) $\angle DEF = 70°$

6. (i) l ವು m ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿಲ್ಲ (ii) l ವು m ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿಲ್ಲ
(iii) l ವು m ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿದೆ (iv) l ವು m ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿಲ್ಲ

ಅಭ್ಯಾಸ 6.1

1. ಎತ್ತರ, ಮಧ್ಯರೇಖೆ, ಇಲ್ಲ.

ಅಭ್ಯಾಸ 6.2

1. (i) 120° (ii) 110° (iii) 70° (iv) 120° (v) 100° (vi) 90°

2. (i) 65° (ii) 30° (iii) 35° (iv) 60° (v) 50° (vi) 40°

ಅಭ್ಯಾಸ 6.3

1. (i) 70° (ii) 60° (iii) 40°
(iv) 65° (v) 60° (vi) 30°

2. (i) $x = 70°, y = 60°$ (ii) $x = 50°, y = 80°$
(iii) $x = 110°, y = 70°$ (iv) $x = 60°, y = 90°$
(v) $x = 45°, y = 90°$ (vi) $x = 60°, y = 60°$

ಅಭ್ಯಾಸ 6.4

1. (i) ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ (ii) ಸಾಧ್ಯವಿದೆ (iii) ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ

2. (i) ಸರಿ (ii) ಸರಿ (iii) ಸರಿ **3.** ಸರಿ **4.** ಸರಿ **5.** ತಪ್ಪು

6. 3 ಮತ್ತು 27ರ ನಡುವಿನ ಸಂಖ್ಯೆ

ಅಭ್ಯಾಸ 6.5

1. 26 cm **2.** 24 cm **3.** 9 m **4.** (i) and (iii)

5. 18m **6.** (ii) **7.** 98 cm **8.** 68 cm

©KTBS Not to be republished

ಅಭ್ಯಾಸ 7.1

1. (a) ಅವುಗಳು ಒಂದೇ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ. (b) $70°$ (c) $m\angle A = m\angle B$

3. $\angle A \leftrightarrow \angle F$, $\angle B \leftrightarrow \angle E$, $\angle C \leftrightarrow \angle D$, $\overline{AB} \leftrightarrow \overline{FE}$, $\overline{BC} \leftrightarrow \overline{ED}$, $\overline{AC} \leftrightarrow \overline{FD}$

4. (i) $\angle C$ (ii) $\overline{CA}$ (iii) $\angle A$ (iv) $\overline{BA}$

ಅಭ್ಯಾಸ 7.2

1. (a) ಬಾಬಾಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ (b) ಬಾಕೋಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆ

(c) ಕೋ ಬಾಕೋ ಸರ್ವಸಮತೆ ¤zÁðgP UÄt (d) ಲಂಕವಾ ಸರ್ವಸಮತೆ ¤zÁðgP UÄt

2. (a) (i) PE (ii) EN (iii) PN (b) (i) EN (ii) AT

(c) (i) $\angle RAT = \angle EPN$ (ii) $\angle ATR = \angle PNE$

3. (i) ದತ್ತ (ii) ದತ್ತ (iii) ಉಭಯಸಾಮನ್ಯ (iv) ಬಾಕೋಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆ

4. ಇಲ್ಲ

5. ΔWON **6.** ΔBTA, ΔTPQ **9.** $BC = QR$, ಕೋಬಾಕೊ ನಿರ್ಧಾರಕಗುಣ

©KTBS Not to be republished