ಕರ್ನಾಟಕ ಸರ್ಕಾರ

ಗಣಿತ

7

ಏಳನೇ ತರಗತಿ

ಭಾಗ – 2

ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಂಶೋಧನೆ ಮತ್ತು ತರಬೇತಿ ಸಂಸ್ಥೆ
ಶ್ರೀ ಅರಬಿಂದೋ ಮಾರ್ಗ ನವದೆಹಲಿ 110016

ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘ (ರಿ)
100 ಅಡಿ ವರ್ತುಲ ರಸ್ತೆ, ಬನಶಂಕರಿ 3ನೆಯ ಹಂತ,
ಬೆಂಗಳೂರು – 560085

ಪರಿವಿಡಿ

ಭಾಗ – 2

B6G57Q

ಅಧ್ಯಾಯ – 8

ಪರಿಮಾಣಗಳ ಹೋಲಿಕೆ

8.1 ಪೀಠಿಕೆ

ನಮ್ಮ ನಿತ್ಯ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಪರಿಮಾಣಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಬೇಕಾದ ಅನೇಕ ಸಂದರ್ಭಗಳು ಒದಗಿಬರುತ್ತವೆ. ಹೀನಾ ಮತ್ತು ಅಮೀರ್ ಇವರ ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುತ್ತಿದ್ದೇವೆ ಎಂದುಕೊಳ್ಳೋಣ.

1. ಹೀನಾಳು ಅಮೀರನಿಗಿಂತ ಎರಡು ಪಟ್ಟು ಎತ್ತರವಿದ್ದಾಳೆ.

ಅಥವಾ

2. ಅಮೀರನ ಎತ್ತರ ಹೀನಾಳ ಎತ್ತರದ $\frac{1}{2}$ ರಷ್ಟಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ.

ಇನ್ನೊಂದು ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಲಭ್ಯವಿರುವ 20 ಗೋಲಿಗಳಲ್ಲಿ ರೀಟಾಳಿಗೆ 12 ಗೋಲಿಗಳು ಹಾಗೂ ಅಮಿತ್‌ಗೆ 8 ಗೋಲಿಗಳು ದೊರೆಯುವಂತೆ ಹಂಚಲಾಗಿದೆ. ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ,

1. ಅಮಿತ್ ಹೊಂದಿರುವ ಗೋಲಿಗಳ $\frac{3}{2}$ ರಷ್ಟು ಗೋಲಿಗಳನ್ನು ರೀಟಾ ಹೊಂದಿದ್ದಾಳೆ.

ಅಥವಾ

2. ರೀಟಾಳು ಹೊಂದಿರುವ ಗೋಲಿಗಳ $\frac{2}{3}$ ರಷ್ಟು ಗೋಲಿಗಳನ್ನು ಅಮಿತ್ ಹೊಂದಿದ್ದಾನೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.

ಚಿರತೆಯ ವೇಗ ಪ್ರತಿ ಗಂಟೆಗೆ 120km

ಮನುಷ್ಯನ ವೇಗ ಪ್ರತಿ ಗಂಟೆಗೆ 20km

ಚಿರತೆ ಮತ್ತು ಮನುಷ್ಯನ ವೇಗವನ್ನು ಹೋಲಿಸುವ ಮತ್ತೊಂದು ಉದಾಹರಣೆ ಚಿರತೆಯ ವೇಗವು ಮನುಷ್ಯನ ವೇಗದ 6 ರಷ್ಟಿದೆ.

ಅಥವಾ

ಮನುಷ್ಯನ ವೇಗವು ಚಿರತೆಯ ವೇಗದ $\frac{1}{6}$ ರಷ್ಟಿದೆ.

ಈ ರೀತಿಯ ಹೋಲಿಕೆಗಳು ನೆನಪಿದೆಯೇ? ಒಂದು ಪರಿಮಾಣವು ಇನ್ನೊಂದು ಪರಿಮಾಣದ ಎಷ್ಟರಷ್ಟಿದೆ ಎಂದು ಹೋಲಿಸುವುದನ್ನು ನೀವು 6ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿದ್ದೀರಿ. ಇಲ್ಲಿ ಒಂದು ಹೋಲಿಕೆಯನ್ನು, ವಿಲೋಮವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು ಹಾಗೂ ಒಂದು ಪರಿಮಾಣವು ಇನ್ನೊಂದರ ಎಷ್ಟು ಭಾಗದಷ್ಟಿದೆ ಎಂದು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನೂ ಸಹ ನಾವು ಗಮನಿಸಿದ್ದೇವೆ.

ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪ್ರಕರಣಗಳಲ್ಲಿ, ಎತ್ತರಗಳ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಅನುಪಾತ 150:75 ಆಗಿದೆ. ಅಥವಾ 2:1.

ಇನ್ನುಳಿದ ಹೋಲಿಕೆಗಳ ಅನುಪಾತವನ್ನು ನೀವು ಬರೆಯಬಲ್ಲಿರಾ?

ಈ ರೀತಿಯ ಹೋಲಿಕೆಗಳು, ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲೂ ಒಂದೇ ಆಗಿರಬಹುದು.

ಹೀನಾಳ ಎತ್ತರ 150cm ಮತ್ತು ಅಮೀರ್‌ನ ಎತ್ತರ 100cm ಆಗಿದ್ದಾಗ, ಅವರಿಬ್ಬರ ಎತ್ತರಗಳ ಅನುಪಾತ

ಹೀನಾಳ ಎತ್ತರ : ಅಮೀರ್‌ನ ಎತ್ತರ $= 150 : 100 = \frac{150}{100} = \frac{3}{2}$ ಅಥವಾ 3:2.

ಇದು ರೀಟಾ ಮತ್ತು ಅಮಿತ್‌ನು ಹಂಚಿಕೊಂಡ ಗೋಲಿಗಳ ಅನುಪಾತವೂ ಇದೇ ಆಗಿದೆ.

ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಹೋಲಿಕೆಗಳ ಅನುಪಾತವು ಒಂದೇ ಆಗಿರಬಹುದೆಂಬುದನ್ನು ನಾವು ಗಮನಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಎರಡು ಪರಿಮಾಣಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವಾಗ ಅವುಗಳ ಮಾನಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿರಬೇಕು ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿನಲ್ಲಿ ಇಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ. ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಮಾನ ಇಲ್ಲ

ಉದಾಹರಣೆ 1. 3km ಗೂ 300m ಗೂ ಇರುವ ಅನುಪಾತ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ಮೊದಲು ಎರಡೂ ಪರಿಮಾಣಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಮಾನಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ.

3 km = 3 × 1000 km = 3000 m.

ಹೀಗಾಗಿ ಬೇಕಾದ ಅನುಪಾತ, 3 km : 300 m=3000 : 300 = 10 : 1.

8.2 ಸಮಾನುಪಾತ

ವಿವಿಧ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಿ ಅವುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿವೆಯೇ ಅಥವಾ ಇಲ್ಲವೇ ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿಯಬಹುದು. ಹೀಗೆ ಹೋಲಿಸಲು ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಮೊದಲು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆದು ನಂತರ ಅವುಗಳನ್ನು ಸಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಬೇಕು. ಈ ಸಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮಾನುಪಾತವಾಗಿವೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 2. 1 : 2 ಮತ್ತು 2 : 3 ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮನಾಗಿವೆಯೇ?

ಪರಿಹಾರ : ಇದನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಮೊದಲು $\frac{1}{2} = \frac{2}{3}$ ಆಗಿದೆಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು.

$$\frac{1}{2} = \frac{1\times3}{2\times3} = \frac{3}{6}, \frac{2}{3} = \frac{2\times2}{3\times2} = \frac{4}{6}$$

ಇಲ್ಲಿ $\frac{3}{6} < \frac{4}{6}$, ಅಂದರೆ $\frac{1}{2} < \frac{2}{3}$ ಎಂದು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ 1:2 ಮತ್ತು 2:3 ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮವಾಗಿಲ್ಲ.

ಈ ರೀತಿಯ ಹೋಲಿಕೆಗಳ ಉಪಯೋಗಗಳನ್ನು ಮುಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆಯ ಮೂಲಕ ತಿಳಿಯಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆ 3 : ಒಂದು ಕ್ರಿಕೆಟ್ ತಂಡವು ತಾನು ಆಡಿದ ಪಂದ್ಯಗಳ ನಿರ್ವಹಣೆ ಇಂತಿದೆ.

ವರ್ಷ	ಗೆಲುವು	ಸೋಲು
ಕಳೆದ ವರ್ಷ	8	2
ಪ್ರಸ್ತುತ ವರ್ಷ	4	2

ಯಾವ ವರ್ಷದಲ್ಲಿನ ಸಾಧನೆ ಉತ್ತಮವಾಗಿದೆ? ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ಹೇಳುವಿರಿ?

ಪರಿಹಾರ : ಕಳೆದ ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಗೆಲುವು : ಸೋಲು = 8:2 = 4:1

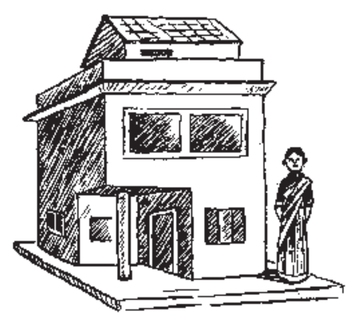
ಪ್ರಸ್ತುತ ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಗೆಲುವು : ಸೋಲು = 4:2 = 2:1

ನಿಸ್ಸಂಶಯವಾಗಿ 4:1 > 2:1 (ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಲ್ಲಿ, $\frac{4}{1} > \frac{2}{1}$)

ಆದ್ದರಿಂದ, ತಂಡದ ನಿರ್ವಹಣೆ ಕಳೆದ ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಉತ್ತಮವಾಗಿತ್ತೆಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಸಮಾನುಪಾತದ ಪ್ರಾಮುಖ್ಯತೆಯನ್ನು 6ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿಯೇ ತಿಳಿದಿದ್ದೇವೆ. ಸಮನಾಗಿರುವ ಎರಡು ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. ಸಮಾನುಪಾತಗಳ ಉಪಯೋಗಗಳನ್ನು ಸ್ಮರಿಸೋಣ.

ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರಿಸಿ ಪರಿಹಾರ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದು



ಅರುಣ ತಾನು ವಾಸಿಸುವ ಕಟ್ಟಡ ಹಾಗೂ ಅದರ ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ತನ್ನ ತಾಯಿ ನಿಂತಿರುವಂತೆ ಚಿತ್ರ ಬಿಡಿಸುತ್ತಾಳೆ. ಆ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿದ ತಾಯಿ ಮೋನಾ "ಈ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಏನೋ ತಪ್ಪಿರುವಂತಿದೆ" ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತಾಳೆ.

ಆ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವ ತಪ್ಪೇನೆಂದು ನೀವು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ? ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ಹೇಳುವಿರಿ? ಈ ಪ್ರಕರಣದಲ್ಲಿ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವ ಎತ್ತರಗಳ ಅನುಪಾತವು ನೈಜ ಎತ್ತರಗಳ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರಬೇಕು. ಅಂದರೆ,

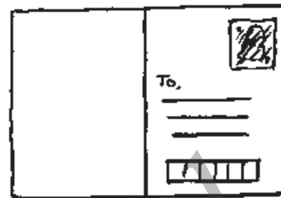
$$\frac{\text{ಕಟ್ಟಡಗಳ ನೈಜ ಎತ್ತರ}}{\text{ತಾಯಿಯ ನೈಜ ಎತ್ತರ}} = \frac{\text{ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವ ಕಟ್ಟಡದ ಎತ್ತರ}}{\text{ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವ ತಾಯಿಯ ಎತ್ತರ}}$$

ಆದಾಗ ಮಾತ್ರ ಇವುಗಳು ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ. ಸೂಕ್ತ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಬಳಸಿದಾಗ ಮಾತ್ರ ಚಿತ್ರಗಳು ಕಣ್ಸೆಳೆಯುತ್ತವೆ,

ಮತ್ತೊಂದು ಉದಾಹರಣೆ ಎಂದರೆ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಬಾವುಟಗಳ ತಯಾರಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯನ್ನು ಬಳಸುವುದು.

ಬಾವುಟಗಳನ್ನು ಒಂದು ನಿಗಧಿಪಡಿಸಿದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ತಯಾರಿಸುತ್ತಾರೆಂಬುದು ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆಯೇ? ಬೇರೆ ಬೇರೆ ದೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಈ ಅನುಪಾತ ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿದ್ದು ಬಾವುಟದ ಉದ್ದಕ್ಕೂ, ಅಗಲಕ್ಕೂ ಇರುವ ಅನುಪಾತ 1.5:1 ಅಥವಾ 1.7:1 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಈ ಅನುಪಾತದ ಅಂದಾಜು ಬೆಲೆಯನ್ನು 3:2 ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಪೋಸ್ಟ್ ಕಾರ್ಡ್‌ಗಳ ಅನುಪಾತವೂ ಕೂಡ ಇದೇ ಆಗಿದೆ.



ಉದ್ದ 4.5cm ಮತ್ತು ಅಗಲ 3cm ಇರುವ ಕಾರ್ಡ್ ಈ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮವಿದೆ ಎಂದು ನೀವು ಹೇಳಬಹುದಾ? ಅಂದರೆ 4.5 : 3.0 ಅನುಪಾತವು 3:2 ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದೆಯೇ?

ಈಗ, $4.5 : 3.0 = \frac{4.5}{3.0} = \frac{45}{30} = \frac{3}{2}$

ಆದ್ದರಿಂದ, 4.5 : 3.0 ಅನುಪಾತ 3:2 ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದೆ.

ನಿಜ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಇಂತಹ ಸಮಾನುಪಾತಗಳ ಅನೇಕ ಉಪಯೋಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿರುತ್ತೇವೆ. ಇಂತಹ ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚು ಸನ್ನಿವೇಶಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಆಲೋಚಿಸುವಿರಾ?

ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ "ಏಕಮಾನ ಪದ್ಧತಿ" ಯನ್ನು ಕಲಿತಿದ್ದು ಈ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಏಕಮಾನದ ಬೆಲೆ ತಿಳಿದು ಬೇಕಾಗಿರುವ ಏಕಮಾನಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತಿದ್ದೆವು.

ಈ ಎರಡೂ ವಿಧಾನಗಳು ಒಂದೇ ವಿಷಯವನ್ನು ಸಾಧಿಸಲು ನಮಗೆ ಹೇಗೆ ಸಹಾಯವಾಗಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡೋಣ..

ಉದಾಹರಣೆ 4. ಒಂದು ಭೂಪಟದಲ್ಲಿ 2cm = 1000km ಎಂದು ಪ್ರಮಾಣ ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಭೂಪಟದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸ್ಥಳಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ 2.5cm ಆದರೆ ಆ ಸ್ಥಳಗಳ ನಡುವಿನ ನಿಜವಾದ ದೂರವೆಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ:

ಅರುಣ್ ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಪರಿಹಾರ ಕಂಡು ಹಿಡಿದನು

ದೂರ = x km ಆಗಿರಲಿ

ಆಗ, $1000 : x = 2 : 2.5$

$$\frac{1000}{x} = \frac{2}{2.5}$$

$$\frac{1000 \times x \times 2.5}{x} = \frac{2}{2.5} \times x \times 2.5$$

$$1000 \times 2.5 = x \times 2$$

$$x = 1250$$

ಮೀರಾ ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಪರಿಹಾರ ಕಂಡುಹಿಡಿದಳು

2cm ಎಂದರೆ = 1000km

ಆದ್ದರಿಂದ, $1\text{cm} = \frac{1000}{2}$ km

ಹಾಗಾಗಿ, 2.5cm ಎಂದರೆ = $\frac{1000}{2} \times 2.5$km

$= 1250$km

ಅರುಣ್‌ನು ಎರಡು ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತವಾಗಿಸಿ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಪರಿಹಾರ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುತ್ತಾನೆ. ಮೀರಾಳು ಮೊದಲಿಗೆ 1cm ಗೆ ಆಗುವ ದೂರವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಿ, ನಂತರ 2.5cm ನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುತ್ತಾಳೆ. ಮೀರಾಳು ಪರಿಹಾರ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲು 'ಏಕಮಾನ ಪದ್ಧತಿ' ಯನ್ನು ಅನುಸರಿಸುತ್ತಾಳೆ. ಇನ್ನಷ್ಟು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪರಿಹಾರ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳೋಣ.

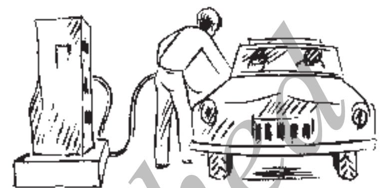
ಉದಾಹರಣೆ 5. 6 ಬಟ್ಟಲುಗಳ ಬೆಲೆ ₹ 90. ಅಂತಹ 10 ಬಟ್ಟಲುಗಳ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ: 6 ಬಟ್ಟಲುಗಳ ಬೆಲೆ ₹ 90.

1 ಬಟ್ಟಲಿನ ಬೆಲೆ ₹ $\frac{90}{6}$

10 ಬಟ್ಟಲುಗಳ ಬೆಲೆ = ₹ $\frac{90}{6} \times 10$ = ₹ 150.

ಉದಾಹರಣೆ 6. ನನ್ನ ಬಳಿಯಿರುವ ಕಾರು 25 ಲೀಟರ್ ಪೆಟ್ರೋಲ್‌ನಿಂದ 150 km ದೂರ ಚಲಿಸಬಲ್ಲದು. 30 ಲೀಟರ್ ಪೆಟ್ರೋಲಿನಲ್ಲಿ ಅದು ಎಷ್ಟು ದೂರ ಚಲಿಸುತ್ತದೆ?



ಪರಿಹಾರ: 25 ಲೀಟರ್ ಪೆಟ್ರೋಲ್ ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಕಾರು ಚಲಿಸುವ ದೂರ 150km

1 ಲೀಟರ್ ಪೆಟ್ರೋಲ್ ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಕಾರು ಚಲಿಸುವ ದೂರ $\frac{150}{25}$ km

ಹಾಗಾಗಿ 30 ಲೀಟರ್ ಪೆಟ್ರೋಲ್ ಬಳಸಿ ಕಾರು ಚಲಿಸುವ ದೂರ = $\frac{150}{25} \times 30$ = 180km

ಈ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ನಾವು ಮೊದಲು ಎರಡು ವಸ್ತುಗಳ/ವಿಷಯಗಳ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡಿ ಒಂದು ಏಕಮಾನದ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಅಥವಾ ಏಕಮಾನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುತ್ತೇವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ವಸ್ತುಗಳ ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆಯನ್ನು ವಸ್ತುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಹೋಲಿಸಿದಾಗ ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನ ಬೆಲೆಯು ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಹಾಗೆಯೇ ಚಲಿಸಿದ ದೂರ, ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಸಮಯ ಹೋಲಿಸಿದಾಗ ಏಕಮಾನ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಿದ ದೂರ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, ನಾವು 'ಪ್ರತೀ' **(per)** ಎಂದರೆ **'ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೂ'** ಎಂದು ಅರ್ಥೈಸಿ ವಿವರಿಸಿರುವುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಿರಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ km/hour, ಪ್ರತಿ ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಹಾಗೂ ಇತರೆ............. ಇವು ಏಕಮಾನ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ.

ಆಲೋಚಿಸಿ. ಚರ್ಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಬರೆಯಿರಿ.

ಒಂದು ಇರುವೆಯು ತನ್ನ ತೂಕದ 50 ಪಟ್ಟು ಭಾರವನ್ನು ಹೊರಬಲ್ಲದು. ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿ ಇಷ್ಟೆ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವಿದ್ದರೆ, ಅವನು ಹೊರಬಹುದಾದ ಭಾರವೆಷ್ಟು?

ಅಭ್ಯಾಸ 8.1

1. ಅನುಪಾತ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

(a) ₹5 ಕ್ಕೂ 50 ಪೈಸೆಗೂ (b) 150 ಕ್ಕೂ 210 ಕ್ಕೂ

(c) 9m ಗೂ 27cm ಗೂ (d) 30 ದಿನಗಳಿಗೂ 36 ಗಂಟೆಗಳಿಗೂ

2. ಒಂದು ಕಂಪ್ಯೂಟರ್ ಪ್ರಯೋಗಾಲಯದಲ್ಲಿ ಪ್ರತೀ 6 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ 3 ಕಂಪ್ಯೂಟರ್‌ಗಳಿವೆ. 24 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಬೇಕಾಗುವ ಕಂಪ್ಯೂಟರ್‌ಗಳೆಷ್ಟು?

3. ರಾಜಸ್ಥಾನದ ಜನಸಂಖ್ಯೆ = 570 ಲಕ್ಷ ಹಾಗೂ ಉತ್ತರ ಪ್ರದೇಶದ ಜನಸಂಖ್ಯೆ = 1660 ಲಕ್ಷಗಳು. ರಾಜಸ್ಥಾನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 3 ಲಕ್ಷ km^2 ಮತ್ತು ಉತ್ತರ ಪ್ರದೇಶದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 2ಲಕ್ಷ km^2

   (i) ಈ ರಾಜ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತೀ ಚದರ ಕಿಲೋಮೀಟರ್‌ಗೆ (km^2) ಇರುವ ಜನಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

   (ii) ಕಡಿಮೆ ಜನಸಂಖ್ಯೆ ಇರುವ ರಾಜ್ಯ ಯಾವುದು?

8.3 ಶೇಕಡಾ ಕ್ರಮದಿಂದ ಪರಿಮಾಣಗಳ ಹೋಲಿಕೆ

ಅನಿತಳ ವರದಿ

ಒಟ್ಟು 320/400

ಶೇಕಡಾ : 80

ರೀಟಾಳ ವರದಿ

ಒಟ್ಟು 300/360

ಶೇಕಡಾ : 83.3

ತನಗೆ 320 ಅಂಕಗಳು ಬಂದಿದ್ದು, ರೀಟಾಳಿಗೆ 300 ಅಂಕಗಳು ಬಂದಿರುವುದರಿಂದ ತನ್ನ ಫಲಿತಾಂಶವೇ ಹೆಚ್ಚು ಎಂದು ಅನಿತ ಹೇಳುತ್ತಾಳೆ. ಅವಳ ಮಾತನ್ನು ನೀವು ಒಪ್ಪುತ್ತೀರಾ? ಅವಳ ಫಲಿತಾಂಶವೇ ಹೆಚ್ಚು ಎಂದು ಭಾವಿಸುತ್ತೀರಾ?

ಅವರಿಬ್ಬರ ಪರೀಕ್ಷೆಯ ಗರಿಷ್ಠ ಅಂಕಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಅವರು ಪಡೆದಿರುವ ಅಂಕಗಳ ಮೇಲೆ ಯಾರ ಫಲಿತಾಂಶ ಉತ್ತಮವಾಗಿದೆಯೆಂದು ತೀರ್ಮಾನಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲವೆಂದು ಮಾನಸಿಯು ಅವರಿಗೆ ಹೇಳಿದಳು.

ಪ್ರಗತಿ ಪತ್ರದಲ್ಲಿರುವ ಶೇಕಡಾವಾರು ಅಂಕಗಳನ್ನು ನೀವೇಕೆ ಗಮನಿಸಬಾರದು ಎಂದು ಹೇಳಿದಳು.

ಅನಿತಾಳ ಶೇಕಡಾವಾರು ಅಂಕಗಳು 80 ಹಾಗೂ ರೀಟಾಳ ಶೇಕಡಾವಾರು ಅಂಕಗಳು 83.3 ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ರೀಟಾಳ ಸಾಧನೆಯೇ ಉತ್ತಮವಾಗಿದೆಯೆಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ನೀವು ಇದನ್ನು ಒಪ್ಪುತ್ತೀರಾ?

ಛೇದ 100 ಇರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅಂಶವು ಶೇಕಡಾ ಆಗಿದೆ.

(ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಲ್ಲಿ ಛೇದವು 100 ಆಗಿದ್ದಾಗ ಅಂಶವು ಶೇಕಡಾ ಬೆಲೆಯಾಗುವುದು) ಹಾಗೂ ಇದರಿಂದ ಫಲಿತಾಂಶಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಬಹುದು. ಈಗ ಇದರ ಬಗ್ಗೆ ವಿವರವಾಗಿ ಅರ್ಥೈಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ.

8.3.1 ಶೇಕಡಾವಾರು – ಅರ್ಥ

ಶೇಕಡಾ (percent) ಇದು ಲ್ಯಾಟಿನ್ನಿನ per centum (ಪ್ರತಿಶತದಿಂದ) ಪಡೆದದ್ದಾಗಿದ್ದು ಅರ್ಥ 'ಪ್ರತಿ ನೂರಕ್ಕೆ' ಎಂದಾಗಿದೆ.

ಶೇಕಡಾವನ್ನು % ಚಿಹ್ನೆಯಿಂದ ಸೂಚಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಇದರ ಅರ್ಥ ನೂರನೆಯ ಎಂದೂ ಕೂಡ ಆಗಿದೆ. 1% ಎಂದರೆ ನೂರಕ್ಕೆ ಒಂದು ಅಥವಾ ನೂರನೆಯ ಒಂದು ಎಂದರ್ಥ.

ಅದನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು : $1\% = \frac{1}{100} = 0.01$

ಇದನ್ನು ವಿವರವಾಗಿ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಮುಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ರೀನಾಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬಣ್ಣಗಳ 100 ಹಾಸುಗಳಿಂದ (ಟೈಲ್ಸ್) ಕೂಡಿದ ಒಂದು ಕೊಠಡಿಯನ್ನು ನೋಡಿದಳು. ಹಳದಿ, ಹಸಿರು, ಕೆಂಪು ಮತ್ತು ನೀಲಿ ನೆಲಹಾಸುಗಳನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಎಣಿಸಿ ಮುಂದಿನ ಕೋಷ್ಟಕದ ಕೆಲವು ಭಾಗವನ್ನು ಭರ್ತಿ ಮಾಡಿದಳು. ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಭರ್ತಿ ಮಾಡಲು ಅವಳಿಗೆ ಸಹಾಯ ಮಾಡುವಿರಾ?

ಬಣ್ಣ	ಟೈಲ್ಸ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಪ್ರತಿನೂರಕ್ಕೆ ಬೆಲೆ	ಭಿನ್ನರಾಶಿ	ಬರೆಯುವ ಕ್ರಮ	ಓದುವ ಬಗೆ
ಹಳದಿ	14	14	$\frac{14}{100}$	14%	ಶೇಕಡಾ 14
ಹಸಿರು	26	26	$\frac{26}{100}$	26%	ಶೇಕಡಾ 26
ಕೆಂಪು	35	35	------	------	------
ನೀಲಿ	25	------	------	------	------
ಒಟ್ಟು	**100**				

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಕ್ಕಳ ವಿಭಿನ್ನ ಎತ್ತರಗಳ ಶೇಕಡಾ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಎತ್ತರ	ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಭಿನ್ನರಾಶಿ	ಶೇಕಡಾವಾರು
110cm	22		
120cm	25		
128cm	32		
130cm	21		
ಒಟ್ಟು	100		

2. ಒಂದು ಷೂ ಅಂಗಡಿಯಲ್ಲಿರುವ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಅಳತೆಯ ಷೂಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮುಂದೆ ನೀಡಲಾಗಿದೆ.

ಅಳತೆ 2 : 20 ಅಳತೆ 3 : 30 ಅಳತೆ 4 : 28

ಅಳತೆ 5 : 14 ಅಳತೆ 6 : 18

ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಹಿಂದೆ ರಚಿಸಿರುವಂತೆ ಒಂದು ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಪ್ರತೀ ಅಳತೆಯ ಷೂಗಳ ಶೇಕಡಾವಾರು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಮೊತ್ತ 100 ಇಲ್ಲದಿದ್ದಾಗ ಶೇಕಡಾವಾರು:

ಇದುವರೆಗಿನ ಎಲ್ಲಾ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ ವಸ್ತುಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ 100 ಆಗಿತ್ತು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ರೀನಾ ನೋಡಿದ ಟೈಲ್ಸ್ ಗಳು 100, ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ 100 ಹಾಗೂ ಷೂ ಅಂಗಡಿಯಲ್ಲಿ 100 ಜೊತೆ ಷೂಗಳಿದ್ದವು. ವಸ್ತುಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ 100 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಿದ್ದಾಗ ಶೇಕಡಾವಾರು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡುವುದು ಹೇಗೆ? ಇಂತಹ ಪ್ರಕರಣಗಳಲ್ಲಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಛೇದ 100 ಆಗುವಂತೆ ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಬೇಕು. ಮುಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ಬಳಿ ಇರುವ ಒಂದು ಸರದಲ್ಲಿ (necklace) ಎರಡು ಬಣ್ಣದ 20 ಮಣಿಗಳಿವೆ.

ಬಣ್ಣ	ಮಣಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಭಿನ್ನರಾಶಿ	100 ರ ಛೇದ	ಶೇಕಡವಾರು
ಕೆಂಪು	8	$\frac{8}{20}$	$\frac{8}{20}\times\frac{100}{100}=\frac{40}{100}$	40%
ನೀಲಿ	12	$\frac{12}{20}$	$\frac{12}{20}\times\frac{100}{100}=\frac{60}{100}$	60%
ಒಟ್ಟು	**20**			

ಅನ್ವರನು ಕೆಂಪು ಮಣಿಗಳ ಶೇಕಡಾವಾರು ಕಂಡು ಹಿಡಿದ ರೀತಿ ಹೀಗಿದೆ. ಒಟ್ಟು 20 ಮಣಿಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಂಪು ಮಣಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 8. ಹಾಗಾಗಿ, 100 ಕ್ಕೆ ಕೆಂಪು ಮಣಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $\frac{8}{20}\times 100 = 40$ (ನೂರಕ್ಕೆ) $= 40\%$

ಆಶಾಳು ಕಂಡು ಹಿಡಿದ ರೀತಿ ಹೀಗಿದೆ.

$$\frac{8}{20}=\frac{8\times5}{20\times5}$$

$$=\frac{40}{100}=40\%$$

ವಸ್ತುಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ 100 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಿದ್ದಾಗ ಈ ಮೂರು ವಿಧಾನಗಳ ಮೂಲಕ ಶೇಕಡಾವಾರು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಮೇಲಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು $\frac{100}{100}$ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು. ಹಾಗಾಗಿ ಇದರಿಂದ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಬೆಲೆ ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ 100 ಮಾತ್ರ ಛೇದದಲ್ಲಿ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ.

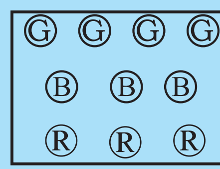
ಅನ್ವರನು ಏಕಮಾನ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಆಶಾಳು ಛೇದದಲ್ಲಿ 100 ನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗೆ $\frac{5}{5}$ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದ್ದಾಳೆ. ನೀವು ನಿಮಗೆ ಸೂಕ್ತವಾದ ಯಾವುದಾದರೂ ವಿಧಾನವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು. ಅಥವಾ ನಿಮ್ಮದೇ ಯಾವುದಾದರೂ ವಿಧಾನ ಅನುಸರಿಸಬಹುದು.

ಅನ್ವರನು ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ವಿಧಾನವನ್ನು ಎಲ್ಲಾ ಅನುಪಾತಗಳಿಗೂ ಅನ್ವಯಿಸಬಹುದು. ಆಶಾಳು ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ವಿಧಾನ ಎಲ್ಲಾ ಅನುಪಾತಗಳಿಗೂ ಅನ್ವಯವಾಗುತ್ತದೆಯೇ? ಛೇದವನ್ನು ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿ 100 ಬರುವಂತಿದ್ದಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಆಶಾಳ ವಿಧಾನವನ್ನು ಅನುಸರಿಸಬಹುದೆಂದು ಅನ್ವರನು ಹೇಳುತ್ತಾನೆ. ಛೇದ 20 ಆಗಿದ್ದರಿಂದ ಅದಕ್ಕೆ 5ನ್ನು ಗುಣಿಸಿ 100 ಆಶಾ ಪಡೆದಿದ್ದಾಳೆ. ಛೇದ 6 ಆಗಿದ್ದರೆ ಅವಳು ಆ ವಿಧಾನವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಲಾಗುತ್ತಿರಲಿಲ್ಲ. ಇದನ್ನು ನೀವು ಒಪ್ಪುವಿರಾ?

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬಣ್ಣದ 10 ಬಿಲ್ಲೆಗಳನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಲಾಗಿದೆ

ಬಣ್ಣ	ಸಂಖ್ಯೆ	ಭಿನ್ನರಾಶಿ	ನೂರರ ಛೇದ	ಶೇಕಡಾವಾರು
ಹಸಿರು				
ನೀಲಿ				
ಕೆಂಪು				
ಒಟ್ಟು				



ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಭರ್ತಿಮಾಡಿ ಪ್ರತೀ ಬಣ್ಣದ ಬಿಲ್ಲೆಯ ಶೇಕಡಾ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

2. ಮಾಲಾಳಾ ಬಳಿ 20 ಚಿನ್ನದ ಹಾಗೂ 10 ಬೆಳ್ಳಿಯ ಬಳೆಗಳ ಸಂಗ್ರಹವಿದೆ. ಪ್ರತೀ ವಿಧದ ಬಳೆಗಳ ಶೇಕಡಾವಾರು ಎಷ್ಟು? ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ರಚಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?

ಆಲೋಚಿಸಿ. ಚರ್ಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಬರೆಯಿರಿ.

1. ಮುಂದೆ ನೀಡಲಾಗಿರುವ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲೂ ಹೋಲಿಕೆಗೆ ಸೂಕ್ತವಾದುದು ಯಾವುದೆಂದು ಚರ್ಚಿಸಿ.

   ವಾತಾವರಣದಲ್ಲಿ, 1g ಗಾಳಿಯಲ್ಲಿನ ಅನಿಲಗಳ ಪ್ರಮಾಣಗಳು.

0.78 g ನೈಟ್ರೋಜನ್
0.21 g ಆಮ್ಲಜನಕ
0.01 g ಇತರೆ ಅನಿಲ

ಅಥವಾ

78% ನೈಟ್ರೋಜನ್
21 % ಆಮ್ಲಜನಕ
1% ಇತರೆ ಅನಿಲ

2. ಒಂದು ಅಂಗಿಯಲ್ಲಿ

$\frac{3}{5}$ ಭಾಗ ಹತ್ತಿಯಿದೆ

$\frac{2}{5}$ ಭಾಗ ಪಾಲಿಸ್ಟರ್ ಇದೆ.

ಅಥವಾ

60% ಹತ್ತಿಯಿದೆ.

40% ಪಾಲಿಸ್ಟರ್ ಇದೆ.

8.3.2 ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಶೇಕಡಾ ಕ್ರಮಕ್ಕೆ ಬದಲಾಯಿಸುವುದು

ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಲ್ಲಿ ಛೇದಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿರಬಹುದು. ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಬೇಕಾದರೆ ನಮಗೆ ಸಾಮಾನ್ಯ ಛೇದದ ಅವಶ್ಯಕತೆಯಿದೆ ಹಾಗೂ ಛೇದ 100 ಆಗಿದ್ದಾಗ ಹೋಲಿಕೆಯು ಇನ್ನೂ ಅನುಕೂಲಕರವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ಗಮನಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಇಲ್ಲಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಶೇಕಡಾ ಕ್ರಮಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸುತ್ತಿದ್ದೇವೆ. ವಿವಿಧ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಶೇಕಡಾ ಕ್ರಮಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸುವುದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ.

ಉದಾಹರಣೆ 7: $\frac{1}{3}$ನ್ನು ಶೇಕಡಾಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: $\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{100}{100} = \frac{1}{3} \times 100\%$

$$= \frac{100}{3}\% = 33\frac{1}{3}\%$$

ಉದಾಹರಣೆ 8: ಒಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿರುವ 25 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಬಾಲಕಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ 15. ಬಾಲಕಿಯರ ಶೇಕಡಾ ಪ್ರಮಾಣ ಎಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ: 25 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಬಾಲಕಿಯರು 15 ಆದ್ದರಿಂದ, ಶೇಕಡಾ ಬಾಲಕಿಯರು $= \frac{15}{25} \times 100 = 60$ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ 60% ಬಾಲಕಿಯರಿದ್ದಾರೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 9: $\frac{5}{4}$ನ್ನು ಶೇಕಡಾ ಕ್ರಮಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: $\frac{5}{4} = \frac{5}{4} \times 100\% = 125\%$

ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂದ ಸಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಿಗೆ ಶೇಕಡಾವಾರು ಬೆಲೆ 100ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯೆಂದೂ, ವಿಷಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಿಗೆ ಶೇಕಡಾವಾರು ಬೆಲೆ 100ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿರುತ್ತದೆಂದು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಆಲೋಚಿಸಿ. ಚರ್ಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಬರೆಯಿರಿ.

(i) ನೀನು ಒಂದು ಕೇಕ್‌ನ 50% ತಿನ್ನಬಲ್ಲೆಯಾ? ನೀನು ಒಂದು ಕೇಕ್‌ನ 100% ತಿನ್ನಬಲ್ಲೆಯಾ? ನೀನು ಒಂದು ಕೇಕ್‌ನ 150% ತಿನ್ನಬಲ್ಲೆಯಾ?

(ii) ವಸ್ತುವೊಂದರ ಬೆಲೆ 50% ರಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗಬಹುದೇ?

ವಸ್ತುವೊಂದರ ಬೆಲೆ 100% ರಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗಬಹುದೇ?

ವಸ್ತುವೊಂದರ ಬೆಲೆ 150% ರಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗಬಹುದೇ?

8.3.3 ದಶಮಾಂಶಗಳನ್ನು ಶೇಕಡಾಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸುವುದು.

ನಾವು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಶೇಕಡಾ ಕ್ರಮಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸುವುದನ್ನು ತಿಳಿದಿದ್ದೇವೆ. ಈಗ ನಾವು ದಶಮಾಂಶವನ್ನು ಶೇಕಡಾಕ್ರಮಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿಯೋಣ.

ಉದಾಹರಣೆ 10. ಮುಂದೆ ನೀಡಲಾಗಿರುವ ದಶಮಾಂಶಗಳನ್ನು ಶೇಕಡಾಕ್ರಮಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ.

(a) 0.75 (b) 0.09 (c) 0.2

ಪರಿಹಾರ: (a) $0.75 = 0.75 \times 100\%$ (b) $0.09 = \frac{9}{100} = 9\%$

$= \frac{75}{100} \times 100\% = 75\%$

(c) $0.2 = \frac{2}{10} \times 100\% = 20\%$

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. ಮುಂದಿನವುಗಳನ್ನು ಶೇಕಡಾಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ.

(a) $\frac{12}{16}$ (b) 3.5 (c) $\frac{49}{50}$ (d) $\frac{2}{2}$ (b) 0.05

2. (i) ಒಟ್ಟು 32 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ 8 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗೈರು ಹಾಜರಾದರೆ, ಗೈರುಹಾಜರಾದ ಶೇಕಡಾ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೆಷ್ಟು?

(ii) ಲಭ್ಯವಿರುವ 25 ರೇಡಿಯೋಗಳಲ್ಲಿ 16 ರೇಡಿಯೋಗಳು ಕೆಟ್ಟು ಹೋಗಿವೆ. ಕೆಟ್ಟು ಹೋಗಿರುವ ರೇಡಿಯೋಗಳ ಶೇಕಡಾ ಎಷ್ಟು ?

(iii) ಒಂದು ಅಂಗಡಿಯಲ್ಲಿರುವ 500 ಬಿಡಿಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ 5 ಬಿಡಿಭಾಗಗಳು ದೋಷಪೂರಿತವಾಗಿವೆ. ಶೇಕಡಾ ಎಷ್ಟು ಬಿಡಿಭಾಗಗಳು ದೋಷಪೂರಿತವಾಗಿವೆ?

(iv) 120 ಮತದಾರರಲ್ಲಿ 90 ಮತದಾರರು "ಹೌದು" ಎಂದು ಮತ ನೀಡಿದರೆ, "ಹೌದು" ಎಂದು ಮತ ನೀಡಿದ ಶೇಕಡಾ ಮತದಾರರೆಷ್ಟು?

8.3.4 ಶೇಕಡಾ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗೆ ಅಥವಾ ದಶಮಾಂಶಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸುವುದು

ಇದುವರೆಗೂ ನಾವು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಹಾಗೂ ದಶಮಾಂಶವನ್ನು ಶೇಕಡಾಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಇದರ ವಿಲೋಮ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನೂ ಸಹ ನಾವು ಮಾಡಬಹುದು. ಅಂದರೆ ದತ್ತ ಶೇಕಡಾ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗೆ ಹಾಗೂ ದಶಮಾಂಶಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಬಹುದು.

ಮುಂದಿನ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ, ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ.

ಇನ್ನಷ್ಟು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಪರಿಹಾರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಶೇಕಡಾ	1%	10%	25%	50%	90%	125%	250%
ಭಿನ್ನರಾಶಿ	$\frac{1}{100}$	$\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$					
ದಶಮಾಂಶ	0.01	0.10					

ಭಾಗಾಂಶಗಳ ಮೊತ್ತ ಯಾವಾಗಲೂ ಪೂರ್ಣವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ.

ಬಣ್ಣದ ನೆಲಹಾಸುಗಳು (ಟೈಲ್ಸ್), ಮಕ್ಕಳ ಎತ್ತರಗಳು ಹಾಗೂ ಗಾಳಿಯಲ್ಲಿನ ಅನಿಲಗಳ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿನ ಶೇಕಡಾ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಮೊತ್ತ 100 ಆಗುತ್ತದೆ. ಪೂರ್ಣಾಂಕದಲ್ಲಿನ ಭಾಗಾಂಶಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಮೊತ್ತವು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಅಥವಾ 100% ಆಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ನಮಗೆ ಒಂದು ಭಾಗಾಂಶವನ್ನು ನೀಡಿದಾಗ ಇನ್ನೊಂದು ಭಾಗಾಂಶವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬಹುದು. ತರಗತಿಯ 30% ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಬಾಲಕರು ಎಂದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ.

ಇದರ ಅರ್ಥ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿರುವ 100 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ 30 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಬಾಲಕರು ಉಳಿದವರು ಬಾಲಕಿಯರು.

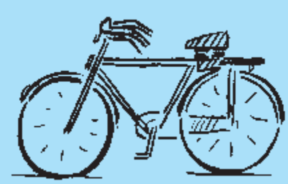
ಬಾಲಕಿಯರ ಪ್ರಮಾಣ ನಿಸ್ಸಂಶಯವಾಗಿ (100−30)% = 70%

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. 35% + ______ + = 100% 64% + 20% + ______ % = 100%

   45% = 100% ______ % 70% = ______ % −30%

2. ಒಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿನ 65% ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಬಳಿ ಬೈಸಿಕಲ್ ಇದ್ದರೆ, ಶೇಕಡಾ ಎಷ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಬಳಿ ಬೈಸಿಕಲ್ ಇಲ್ಲ ?



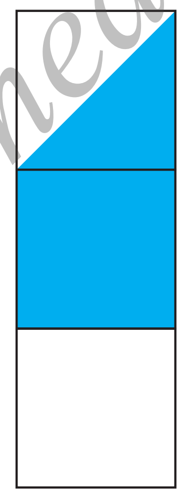
3. ಒಂದು ಬುಟ್ಟಿಯ ತುಂಬಾ ಸೇಬು, ಕಿತ್ತಳೆ ಹಾಗೂ ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ 50% ಸೇಬಿನ ಹಣ್ಣುಗಳು, 30% ಕಿತ್ತಳೆ ಹಣ್ಣುಗಳಿದ್ದರೆ ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳ ಶೇಕಡಾ ಪ್ರಮಾಣವೆಷ್ಟು?

ಆಲೋಚಿಸಿ. ಚರ್ಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಬರೆಯಿರಿ.

ಒಂದು ಉಡುಪಿನ ತಯಾರಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಆಗಿರುವ ಖರ್ಚು ಮುಂದಿನಂತಿದೆ. ಕಸೂತಿಗೆ 20%, ಬಟ್ಟೆಗೆ 50% ಹೊಲಿಗೆಗೆ 50%. ಈ ರೀತಿಯಾದ ಇನ್ನಷ್ಟು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೀವು ಆಲೋಚಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?

8.3.5 ಅಂದಾಜಿಸುವಲ್ಲಿನ ತಮಾಷೆ

ಒಂದು ಸ್ಥಳದ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಲು ಶೇಕಡಾ ನಮಗೆ ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತದೆ.



ಉದಾಹರಣೆ 11. ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಶೇಕಡಾ ಎಷ್ಟು ಭಾಗ ಛಾಯೀಕೃತವಾಗಿದೆ?

ಪರಿಹಾರ: ಮೊದಲು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಭಾಗ ಛಾಯೀಕೃತವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಕಂಡು ಹಿಡಿದು ಅದರಿಂದ ಛಾಯೀಕೃತ ಭಾಗದ ಶೇಕಡಾ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಅರ್ಧ ಭಾಗ ಛಾಯೀಕೃತವಾಗಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು

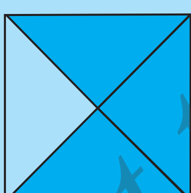
$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 100 = 50\%$$

ಆದ್ದರಿಂದ ಚಿತ್ರದ 50% ಭಾಗ ಛಾಯೀಕೃತವಾಗಿದೆ.

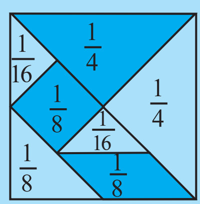
ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಛಾಯೀಕೃತವಾಗಿರುವ ಶೇಕಡಾ ಭಾಗವೆಷ್ಟು ?

(i)



(ii)



ಈ ರೀತಿಯ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ನೀವೇ ರಚಿಸಿ, ನಿಮ್ಮ ಸಹಪಾಠಿಗಳಿಗೆ ಛಾಯೀಕೃತ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಲು ಹೇಳಬಹುದು.

8.4 ಶೇಕಡಾ ಉಪಯೋಗಗಳು

8.4.1 ಶೇಕಡಾ ವಿವರಣೆ

ಶೇಕಡಾವು ಹೋಲಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ಉಪಕಾರಿಯಾಗಿದೆಯೆಂದು ನಾವು ತಿಳಿದೆವು. ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಹಾಗೂ ದಶಮಾಂಶಗಳನ್ನು ಶೇಕಡಾಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸುವುದನ್ನು ನಾವು ಕಲಿತೆವು. ಈಗ ಶೇಕಡಾವನ್ನು ನಿತ್ಯಜೀವನದಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದೆಂಬುದನ್ನು ಎಂದು ಕಲಿಯೋಣ. ಮೊದಲು ಮುಂದಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥೈಸುತ್ತಾ ಪ್ರಾರಂಭಿಸೋಣ.

– ರವಿಯು ತನ್ನ ಆದಾಯದ 5% ಉಳಿಸಿದನು.

– ಮೀರಾಳ ಉಡುಪುಗಳ 20% ಭಾಗವು ನೀಲಿಯ ಬಣ್ಣದ್ದಾಗಿದೆ.

– ರೇಖಾಳು ತಾನು ಮಾರುವ ಪ್ರತೀ ಪುಸ್ತಕದ 10% ಪಡೆಯುತ್ತಾಳೆ.

5% ಎಂದರೆ 100 ರಲ್ಲಿ 5 ಭಾಗಗಳು ಅಥವಾ ಇದನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು $\frac{5}{100}$. ಇದರರ್ಥ ರವಿಯು ಗಳಿಸಿದ ಪ್ರತೀ ₹100 ರಲ್ಲಿ ₹5 ನ್ನು ಉಳಿಸುತ್ತಾನೆ. ಇದೇ ರೀತಿ ಮೇಲಿನ ಇನ್ನುಳಿದ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥೈಸಿ.

8.4.2 ಶೇಕಡಾವಾರನ್ನು – 'ಎಷ್ಟು' ಎಂಬುದಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸುವುದು.

ಮುಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಉದಾಹರಣೆ 12 : ಒಂದು ಸಮೀಕ್ಷೆಯ ಪ್ರಕಾರ 40 ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ 25% ಮಕ್ಕಳು ಫುಟ್‌ಬಾಲ್ ಆಡುವುದನ್ನು ಇಷ್ಟಪಡುತ್ತಾರೆ. ಫುಟ್ ಬಾಲ್ ಆಡುವುದನ್ನು ಇಷ್ಟಪಡುವ ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು ?

ಪರಿಹಾರ : ಇಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ 40. ಇದರಲ್ಲಿ 25% ಮಕ್ಕಳು ಫುಟ್‌ಬಾಲ್ ಆಡುವುದನ್ನು ಇಷ್ಟಪಡುತ್ತಾರೆ. ಮೀನಾ ಮತ್ತು ಅರುಣ್ ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಮುಂದಿನ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಅನುಸರಿಸುತ್ತಾರೆ. ನೀವು ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ವಿಧಾನವನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಬಹುದು.

ಅರುಣ್ ಅನುಸರಿಸಿದ ವಿಧಾನ

100 ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ 25 ಮಕ್ಕಳು ಫುಟಬಾಲ್ ಇಷ್ಟಪಡುತ್ತಾರೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ 40 ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ ಫುಟ್‌ಬಾಲ್ ಇಷ್ಟಪಡುವವರ ಸಂಖ್ಯೆ

$\frac{25}{100} \times 40 = 10$

ಮೀನಾ ಅನುಸರಿಸಿದ ವಿಧಾನ

40 ರ 25% $= \frac{25}{100} \times 40$

$= 10$

ಆದ್ದರಿಂದ 40 ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ 10 ಮಕ್ಕಳು ಫುಟ್‌ಬಾಲ್ ಇಷ್ಟಪಡುತ್ತಾರೆ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. ಬೆಲೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

   (i) 164 ರ 50% (ii) 12 ರ 75% (iii) 64 ರ $12\frac{1}{2}\%$

2. ಒಂದು ತರಗತಿಯ 25 ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ 8% ಮಕ್ಕಳು ಮಳೆಯಲ್ಲಿ ನೆನೆಯಲು ಇಷ್ಟಪಡುತ್ತಾರೆ. ಮಳೆಯಲ್ಲಿ ನೆನೆಯಲು ಇಷ್ಟಪಡುವ ಮಕ್ಕಳೆಷ್ಟು?

ಉದಾಹರಣೆ 13. ರಾಹುಲ್ ಖರೀದಿಸಿದ ಸ್ವೆಟರ್ ಮೇಲೆ 25% ರಿಯಾಯಿತಿ ನೀಡಿದ್ದರಿಂದ ರಾಹುಲ್‌ಗೆ ₹ 200 ಉಳಿಯಿತು. ರಿಯಾಯಿತಿ ನೀಡುವ ಮೊದಲು ಸ್ವೆಟರಿನ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ : ಸ್ವೆಟರಿನ ಬೆಲೆಯ ಮೇಲೆ 25% ರಿಯಾಯಿತಿ ನೀಡಿದ್ದರಿಂದ ರಾಹುಲ್‌ಗೆ ₹ 200 ಉಳಿಯಿತು. ಅಂದರೆ ಸ್ವೆಟರಿನ ಮೂಲ ಬೆಲೆಯ 25% ರಾಹುಲ್‌ಗೆ ಉಳಿದ ಹಣವಾಗಿದೆ. ಮೋಹನ ಮತ್ತು ಅಬ್ದುಲ್ ಸ್ವೆಟರಿನ ಮೂಲ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿದರು ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡೋಣ.

ಮೋಹನ್‌ನ ಪರಿಹಾರ

ಮೂಲ ಬೆಲೆಯ 25% = ₹ 200

ಮೂಲ ಬೆಲೆಯು 'p' (₹ ಗಳಲ್ಲಿ) ಆಗಿರಲಿ.

ಆದ್ದರಿಂದ p ಯ 25% = 200

ಅಥವಾ $\frac{25}{100} \times p = 200$

ಅಥವಾ $\frac{p}{4} = 200$ ಅಥವಾ $p = 200 \times 4$

ಆದ್ದರಿಂದ, $p = 800$.

ಅಬ್ದುಲ್‌ನ ಪರಿಹಾರ

ಪ್ರತಿ ₹ 100 ಕ್ಕೆ ₹ 25 ಉಳಿತಾಯವಾಗಿದೆ.

₹ 200 ಉಳಿತಾಯವಾದರೆ

$= \frac{100}{25} \times 200 =$ ₹ 800

ಆದ್ದರಿಂದ ಸ್ವೆಟರಿನ ಮೂಲಬೆಲೆ ₹ 800 ಎಂದು ಇಬ್ಬರೂ ಕಂಡು ಹಿಡಿದರು.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. 9, ಇದು ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯ 25% ಆಗಿದೆ ?
2. ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯ 75%, 15 ಆಗುತ್ತದೆ ?

ಅಭ್ಯಾಸ 8.2

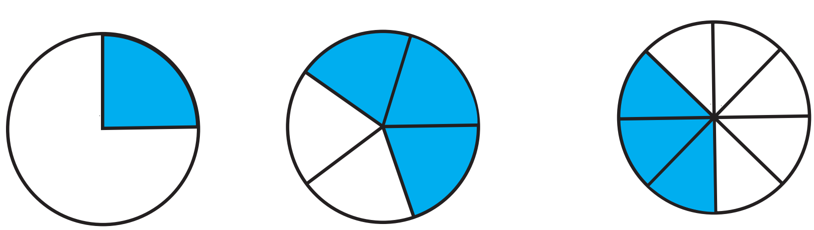
1. ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಶೇಕಡಾಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ.

   (a) $\frac{1}{8}$ (b) $\frac{5}{4}$ (c) $\frac{3}{40}$ (d) $\frac{2}{7}$

2. ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ದಶಮಾಂಶಗಳನ್ನು ಶೇಕಡಾಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ.

   (a) 0.65 (b) 2.1 (c) 0.02 (d) 12.35

3. ಮುಂದಿನ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಬಣ್ಣ ತುಂಬಿರುವ ಭಾಗವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಿ ಹಾಗೂ ಬಣ್ಣ ತುಂಬಿರುವ ಶೇಕಡಾ ಭಾಗ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.



(i) (ii) (iii)

4. ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(a) 250 ರ 15% (b) 1 ಗಂಟೆಯ 1%

(c) ₹ 2500 ರ 20% (d) 1kg ಯ 75%.

5. ಮುಂದಿನ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣಾಂಶವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(a) ಪೂರ್ಣಾಂಶದ 5%, 600 ಆಗಿದೆ.

(b) ಪೂರ್ಣಾಂಶದ 12%, ₹ 1080 ಆಗಿದೆ.

(c) ಪೂರ್ಣಾಂಶದ 40%, 500km ಆಗಿದೆ.

(d) ಪೂರ್ಣಾಂಶದ 70%, 14 ನಿಮಿಷ ಆಗಿದೆ.

(e) ಪೂರ್ಣಾಂಶದ 8%, 40 ಲೀಟರ್ ಆಗಿದೆ.

6. ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಶೇಕಡಾ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ರೂಪಕ್ಕೆ ಬರೆದು, ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಸರಳರೂಪಕ್ಕೆ ತನ್ನಿ.

(a) 25% (b) 150% (c) 20% (d) 5%

7. ಒಂದು ನಗರದಲ್ಲಿ 30% ಮಹಿಳೆಯರು, 40% ಪುರುಷರು ಮತ್ತು ಉಳಿದವರು ಮಕ್ಕಳು ಇದ್ದಾರೆ ಆ ನಗರದಲ್ಲಿ ಶೇಕಡಾ ಎಷ್ಟು ಮಕ್ಕಳಿದ್ದಾರೆ ?

8. 15,000 ಮತದಾರರಿರುವ ಒಂದು ಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿ 60% ಜನ ಮತ ಚಲಾಯಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಶೇಕಡಾ ಎಷ್ಟು ಜನರು ಮತ ಚಲಾಯಿಸಲಿಲ್ಲ ? ಮತ ಚಲಾಯಿಸದವರ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬಲ್ಲಿರಾ?

9. ಮೀರಾ ತನ್ನ ವೇತನದಲ್ಲಿ ₹ 400ನ್ನು ಉಳಿತಾಯ ಮಾಡುತ್ತಾಳೆ. ಈ ಮೊತ್ತ ಅವಳ ವೇತನದ 10% ಆದರೆ, ಆಕೆಯ ವೇತನವೆಷ್ಟು ?

10. ಒಂದು ಋತುಮಾನದಲ್ಲಿ ಸ್ಥಳೀಯ ಕ್ರಿಕೆಟ್ ತಂಡ ತಾನು ಆಡಿದ 20 ಪಂದ್ಯಗಳಲ್ಲಿ 25% ಪಂದ್ಯಗಳನ್ನು ಗೆಲ್ಲುತ್ತದೆ. ಆ ತಂಡ ಗೆದ್ದ ಪಂದ್ಯಗಳೆಷ್ಟು?

8.4.3 ಅನುಪಾತವನ್ನು ಶೇಕಡಾಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸುವುದು

ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಅನುಪಾತ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಭಾಗಾಂಶಗಳನ್ನು ಶೇಕಡಾಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಮುಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.

ಉದಾಹರಣೆ 14 : ರೀನಾಳ ತಾಯಿಯು ಇಡ್ಲಿಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು ಎರಡು ಭಾಗ ಅಕ್ಕಿ ಹಾಗೂ ಒಂದು ಭಾಗ ಉದ್ದಿನಬೇಳೆ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಅವಳಿಗೆ ಹೇಳುತ್ತಾಳೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಇಡ್ಲಿಯ ಮಿಶ್ರಣದಲ್ಲಿ ಶೇಕಡಾ ಎಷ್ಟು ಅಕ್ಕಿ ಮತ್ತು ಶೇಕಡಾ ಎಷ್ಟು ಉದ್ದಿನಬೇಳೆಯಿದೆ?

ಪರಿಹಾರ : ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಹೀಗೆ ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಅಕ್ಕಿ : ಉದ್ದಿನಬೇಳೆ = 2 : 1

ಈಗ, ಎಲ್ಲಾ ಭಾಗಗಳ ಒಟ್ಟು 2+1 = 3 ಎಂದರೆ $\frac{2}{3}$ ಭಾಗ ಅಕ್ಕಿ, ಹಾಗೂ $\frac{1}{3}$ ಭಾಗ ಉದ್ದಿನಬೇಳೆ.

ಅಕ್ಕಿಯ ಶೇಕಡಾ ಪ್ರಮಾಣ, $\frac{2}{3} \times 100\% = \frac{200}{3} = 66\frac{2}{3}\%$

ಉದ್ದಿನ ಬೇಳೆಯ ಶೇಕಡಾ ಪ್ರಮಾಣ, $\frac{1}{3} \times 100\% = \frac{100}{3} = 33\frac{1}{3}\%$

ಉದಾಹರಣೆ 15. ರವಿಗೆ ಎರಡು ಭಾಗ, ರಾಜುವಿಗೆ ಮೂರು ಭಾಗ ಹಾಗೂ ರಾಯ್‌ಗೆ ಐದು ಭಾಗ ದೊರೆಯುವಂತೆ ರವಿ, ರಾಜು, ರಾಯ್‌ರ ನಡುವೆ ₹ 250ನ್ನು ಹಂಚಬೇಕಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೂ ದೊರೆಯುವ ಹಣವೆಷ್ಟು? ಶೇಕಡಾ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ?

ಪರಿಹಾರ : ಮೂರು ಬಾಲಕರಿಗೆ ದೊರೆಯುವ ಹಣದ ಭಾಗವನ್ನು 2 : 3 : 5 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು. ಒಟ್ಟು ಭಾಗಗಳು 2 + 3 + 5 = 10

ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರೂ ಪಡೆಯುವ ಹಣ	ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರ ಹಣದ ಶೇಕಡಾ	
$\frac{2}{10} \times 250 = ₹\ 50$	ರವಿಗೆ	$\frac{2}{10} \times 100\% = 20\%$
$\frac{3}{10} \times 250 = ₹\ 75$	ರಾಜುವಿಗೆ	$\frac{3}{10} \times 100\% = 30\%$
$\frac{5}{10} \times 250 = ₹\ 125$	ರಾಯ್‌ಗೆ	$\frac{5}{10} \times 100\% = 50\%$

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. 15 ಸಿಹಿ ತಿಂಡಿಗಳನ್ನು ಮನು ಮತ್ತು ಸೋನುವಿಗೆ ಕ್ರಮವಾಗಿ 20% ಮತ್ತು 80% ರಷ್ಟು ದೊರೆಯುವಂತೆ ಹಂಚಿರಿ.
2. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರುಕೋನಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 2:3:4 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ. ಪ್ರತೀ ಕೋನದ ಅಳತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

8.4.4 ಪ್ರತಿ ಶತಕ್ಕೆ ಏರಿಕೆ ಅಥವಾ ಇಳಿಕೆ

ಒಂದು ಪರಿಮಾಣದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಶೇಕಡಾ ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯ ಬೇಕಾಗಿರುವ ಸಂದರ್ಭಗಳು ಇರುತ್ತವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಒಂದು ರಾಜ್ಯದ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯು 5,50,000 ರಿಂದ 6,05,000 ಕ್ಕೆ ಏರಿಕೆಯಾಗಿದ್ದರೆ, ಏರಿಕೆಯಾದ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಮಾಣ 10% ಎಂದರೆ ಸುಲಭವಾಗಿ ಅರ್ಥವಾಗುತ್ತದೆ.

ಪ್ರಾರಂಭಿಕ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಹೆಚ್ಚಾದ ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆಯಾದ ಪರಿಮಾಣವನ್ನು ಶೇಕಡಾಗೆ ಹೇಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಬಹುದು? ಮುಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಉದಾಹರಣೆ 16. ಒಂದು ಶಾಲಾ ತಂಡವು ಪ್ರಸ್ತುತ ವರ್ಷ 6 ಪಂದ್ಯಗಳನ್ನು ಗೆದ್ದಿದೆ. ಕಳೆದ ವರ್ಷ 4 ಪಂದ್ಯಗಳನ್ನು ಗೆದ್ದಿತ್ತು. ಏರಿಕೆಯ ಪ್ರಮಾಣ ಎಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ : ಏರಿಕೆಯಾದ ಗೆಲುವುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 6 – 4 = 2

$$\text{ಶೇಕಡಾ ಏರಿಕೆ} = \frac{\text{ಒಟ್ಟು ಬದಲಾವಣೆ}}{\text{ಮೂಲ ಮೊತ್ತ}} \times 100$$

$$= \frac{\text{ಏರಿಕೆಯಾದ ಗೆಲುವುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}}{\text{ಒಟ್ಟು ಮೂಲ ಗೆಲವುಗಳು}} \times 100 = \frac{2}{4} \times 100 = 50$$

ಉದಾಹರಣೆ 17. ಒಂದು ದೇಶದಲ್ಲಿ ಅನಕ್ಷರಸ್ಥರ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಟ್ಟು 10 ವರ್ಷಗಳ ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ 150 ಲಕ್ಷದಿಂದ 100 ಲಕ್ಷಕ್ಕೆ ಇಳಿದಿದೆ. ಶೇಕಡಾ ಇಳಿಕೆ ಎಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ : ಮೂಲ ಮೊತ್ತ = ಆರಂಭಿಕ ಅನಕ್ಷರಸ್ಥರ ಸಂಖ್ಯೆ = 150 ಲಕ್ಷಗಳು.

ಒಟ್ಟು ಬದಲಾವಣೆ = ಅನಕ್ಷರಸ್ಥರ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿನ ಇಳಿಕೆ = 150 – 100 = 50 ಲಕ್ಷಗಳು.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಶೇಕಡಾ ಇಳಿಕೆ

$$= \frac{\text{ಒಟ್ಟು ಬದಲಾವಣೆ}}{\text{ಮೂಲ ಮೊತ್ತ}} \times 100 = \frac{50}{150} \times 100 = 33\frac{1}{3}$$

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. ಶೇಕಡಾ ಏರಿಕೆ ಅಥವಾ ಇಳಿಕೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
   - ಒಂದು ಅಂಗಿಯ ಬೆಲೆ ₹ 280 ರಿಂದ ₹ 210 ಕ್ಕೆ ಇಳಿದಿದೆ.
   - ಒಂದು ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಅಂಕಗಳು 20 ರಿಂದ 30 ಕ್ಕೆ ಏರಿಕೆಯಾಗಿದೆ.

2. ನನ್ನ ತಾಯಿ ಹೇಳುತ್ತಾಳೆ, ಅವಳ ಬಾಲ್ಯದಲ್ಲಿ ಪೆಟ್ರೋಲ್‌ನ ಬೆಲೆ ಪ್ರತಿ ಲೀಟರ್‌ಗೆ ₹1 ಆಗಿತ್ತು. ಇಂದು ಅದು ₹ 52 ಆಗಿದೆ. ಬೆಲೆಯು ಶೇಕಡಾ ಎಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ?

8.5 ಒಂದು ವಸ್ತುವಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಬೆಲೆಗಳು ಅಥವಾ ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದು ಮತ್ತು ಮಾರುವುದು

ನಾನು ಅದನ್ನು ₹ 600 ಕ್ಕೆ ಕೊಂಡೆನು.

ಅದನ್ನು ₹ 610 ಕ್ಕೆ ಮಾರುವೆನು

ಒಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ಖರೀದಿಸಿದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಅದನ್ನು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ CP ಎಂದು ಬರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಒಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ನೀವು ಮಾರುವ ಬೆಲೆಗೆ ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಅಥವಾ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ SP ಎಂದು ಬರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಒಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಬೆಲೆಗೆ, ಅದೇ ಬೆಲೆಗೆ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚಿನ ಬೆಲೆಗೆ ನೀವು ಮಾರಬಹುದು. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಉತ್ತಮ? ಎಂದು ನೀವು ಹೇಳುವಿರಿ. ಮಾರಾಟವು ಲಾಭದಾಯಕವಾಗಿದೆಯೇ ಅಥವಾ ಇಲ್ಲವೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ ಮತ್ತು ಮಾರಿದ ಬೆಲೆಯ ಮೇಲೆ ನಿರ್ಧರಿಸಬಹುದು. ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಯು ಮಾರಿದ ಬೆಲೆಗಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಿದ್ದರೆ, ನೀವು ಲಾಭ ಗಳಿಸುತ್ತೀರಿ.

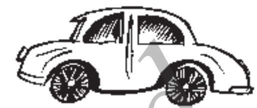
ಲಾಭ = ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ – ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ

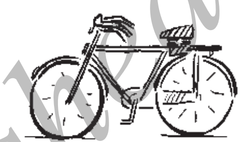
ಕೊಂಡಬೆಲೆ = ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ ಆಗಿದ್ದರೆ, ಲಾಭವೂ ಇಲ್ಲದ ನಷ್ಟವೂ ಇಲ್ಲದ ಸನ್ನಿವೇಶ.

ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಯು ಮಾರಿದ ಬೆಲೆಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿದ್ದರೆ ನಿಮಗೆ ನಷ್ಟವಾಗುತ್ತದೆ. ನಷ್ಟ = ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ – ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ.

ಮುಂದಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳಿಂದ ವಸ್ತುವಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಬೆಲೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ವಿವರವಾಗಿ ಅರ್ಥೈಸಬಹುದು.

- ಒಂದು ಆಟಿಕೆಯನ್ನು ₹ 72 ಕ್ಕೆ ಕೊಂಡು ₹ 80 ಕ್ಕೆ ಮಾರಲಾಯಿತು.
- ಒಂದು T – ಷರ್ಟನ್ನು ₹ 120 ಕ್ಕೆ ಕೊಂಡು ₹ 100 ಕ್ಕೆ ಮಾರಲಾಯಿತು.
- ಒಂದು ಸೈಕಲ್ಲನ್ನು ₹ 800 ಕ್ಕೆ ಕೊಂಡು ₹ 940 ಕ್ಕೆ ಮಾರಲಾಯಿತು





ಮೊದಲ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ.

ವಸ್ತುವಿನ ಖರೀದಿಸಿದ ಬೆಲೆಯು (ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ) ₹ 72 ಮತ್ತು ಮಾರಿದ ಬೆಲೆಯು ರೂ 80. ಅಂದರೆ ಮಾರಿದ ಬೆಲೆಯು ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು. ಹಾಗಾಗಿ ಗಳಿಸಿದ ಲಾಭ = ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ–ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ = ₹ 80 – ₹ 72 = ₹ 8.

ಇನ್ನುಳಿದ ಎರಡು ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಇದೇ ರೀತಿ ಅರ್ಥೈಸಿ.

8.5.1 ಶೇಕಡಾ ಲಾಭ ಅಥವಾ ಶೇಕಡಾ ನಷ್ಟ

ಲಾಭ ಮತ್ತು ನಷ್ಟವನ್ನು ಶೇಕಡಾಗೆ (ಪ್ರತಿಶತಕ್ಕೆ) ಪರಿವರ್ತಿಸಬಹುದು. ಇದನ್ನು ಯಾವಾಗಲೂ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಯ ಮೇಲೆ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಲಾಗುತ್ತದೆ. ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಗೆ ಶೇಕಡಾ ಲಾಭ ಅಥವಾ ಶೇಕಡಾ ನಷ್ಟ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ಆಟಿಕೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಇಲ್ಲಿ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ = ₹ 72, ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ = ₹ 80, ಲಾಭ = ₹ 8. ಶೇಕಡಾ ಲಾಭವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ನೇಹಾ ಮತ್ತು ಶೇಖರ್ ಅನುಸರಿಸಿದ ವಿಧಾನಗಳು ಮುಂದಿನಂತಿವೆ.

ನೇಹಾಳು ಅನುಸರಿಸಿದ ವಿಧಾನ

$$\text{ಶೇಕಡಾ ಲಾಭ} = \frac{\text{ಲಾಭ}}{\text{ಕೊಂಡಬೆಲೆ}} \times 100$$

$$= \frac{8}{72} \times 100$$

$$= \frac{1}{9} \times 100 = 11\frac{1}{9}$$

ಶೇಖರ್ ಅನುಸರಿಸಿದ ವಿಧಾನ

₹ 72 ಕ್ಕೆ ಲಾಭ ₹ 8 ಆದರೆ.

₹ 100 ಕ್ಕೆ ಲಾಭ, ಲಾಭ $= \frac{8}{72} \times 100$

$= 11\frac{1}{9}$ ಆದ್ದರಿಂದ ಶೇಕಡಾ ಲಾಭ $= 11\frac{1}{9}$

ಆದ್ದರಿಂದ ಲಾಭ ₹ 8 ಮತ್ತು

ಶೇಕಡಾ ಲಾಭ $11\frac{1}{9}$

ಇದೇ ರೀತಿ ಎರಡನೇ ಪ್ರಕರಣದಲ್ಲಿ ಶೇಕಡಾ ನಷ್ಟವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ

ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ = ₹ 120, ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ = ₹ 100.

ಆದ್ದರಿಂದ ನಷ್ಟ = ₹ 120 – ₹ 100 = ₹ 20

ಶೇಕಡಾ ನಷ್ಟ $= \frac{\text{ನಷ್ಟ}}{\text{ಕೊಂಡಬೆಲೆ}} \times 100$

$= \frac{20}{120} \times 100$

$= \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}$

₹ 120 ಕ್ಕೆ ₹ 20 ನಷ್ಟ ಆದರೆ,

₹ 100 ಕ್ಕೆ ನಷ್ಟ $= \frac{20}{120} \times 100$

$= \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}$

ಆದ್ದರಿಂದ, ಶೇಕಡಾ ನಷ್ಟ $16\frac{2}{3}$

ಅಂತಿಮ ಪ್ರಕರಣವನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

ಒಂದು ವಸ್ತುವಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ, ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ, ಲಾಭ ಅಥವಾ ನಷ್ಟ ಅಥವಾ ಶೇಕಡಾ ಲಾಭ ಅಥವಾ ನಷ್ಟದ ಮೂರು ಪರಿಮಾಣಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಪರಿಮಾಣಗಳನ್ನು ನೀಡಿದಾಗ ಇನ್ನೊಂದು ಪರಿಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆ 18 : ಒಂದು ಹೂದಾನಿಯ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ ₹ 120. ಅಂಗಡಿಯವನು ಅದನ್ನು 10% ನಷ್ಟಕ್ಕೆ ಮಾರಿದರೆ, ಮಾರಿದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ = ₹ 120 ಹಾಗೂ ಶೇಕಡಾ ನಷ್ಟ = 10 ಎಂದು ನೀಡಲಾಗಿದ್ದು ನಾವು ಮಾರಿದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಮೋಹನ್ ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಉತ್ತರಿಸುತ್ತಾನೆ.

10% ನಷ್ಟವೆಂದರೆ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ ₹ 100 ಇದ್ದಾಗ ನಷ್ಟ = ₹ 10

ಆದ್ದರಿಂದ ಮಾರಿದ ಬೆಲೆಯು

₹ (100–10) = ₹ 90

ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ ₹100 ಇದ್ದಾಗ ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ ₹90.

ಆದ್ದರಿಂದ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಯು ₹ 120 ಇದ್ದಾಗ,

ಮಾರಿದ ಬೆಲೆಯು $= \frac{90}{100} \times 120 =$ ₹ 108

ಆನಂದಿಯು ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಉತ್ತರಿಸುತ್ತಾಳೆ

ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಯಲ್ಲಿ 10% ನಷ್ಟವಾಗಿದೆ.

= 120 ರ 10%

$= \frac{10}{100} \times 120 =$ ₹ 12

ಆದ್ದರಿಂದ, ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ = ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ – ನಷ್ಟ

= ₹ 120 – ₹ 12 = ₹ 108.

ಹೀಗೆ ಎರಡೂ ವಿಧಾನಗಳಲ್ಲಿ ಮಾರಿದ ಬೆಲೆಯು ₹ 108 ಆಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 19. ಆಟಿಕೆ ಕಾರಿನ ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ ₹ 540 ಅಂಗಡಿಯವನು 20% ರಷ್ಟು ಲಾಭಗಳಿಸಿದರೆ, ಆಟಿಕೆಯ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು ?

ಪರಿಹಾರ : ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ = ₹ 540 ಹಾಗೂ ಲಾಭ = 20% ಆಗಿದ್ದು, ನಾವು ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಅಮೀನ ಅನುಸರಿಸಿದ ವಿಧಾನ

20% ಲಾಭವೆಂದರೆ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ

₹ 100 ಇದ್ದಾಗ ಲಾಭ ₹ 20

ಆದ್ದರಿಂದ, ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ

$= 100+20 = 120$

ಯಾವಾಗ ಮಾರಿದ ಬೆಲೆಯು ₹120 ಆಗಿರುತ್ತದೆಯೋ, ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಯು ₹ 100 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಮಾರಿದ ಬೆಲೆಯು ₹ 540 ಆಗಿದ್ದಾಗ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಯು

$= \frac{100}{120} \times 540 =$ ₹ 450

ಅರುಣ್ ಅನುಸರಿಸಿದ ವಿಧಾನ

ಲಾಭ = ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಯ 20% ಮತ್ತು

ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ = ಕೊಂಡಬೆಲೆ+ಲಾಭ

ಆದ್ದರಿಂದ,

540 = ಕೊಂಡಬೆಲೆ + ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಯ 20%

= ಕೊಂಡಬೆಲೆ + $\frac{20}{100}$ × ಕೊಂಡಬೆಲೆ

= $\left[1+\frac{1}{5}\right]$ ಕೊಂಡಬೆಲೆ

= $\frac{6}{5}$ × ಕೊಂಡಬೆಲೆ

ಆದ್ದರಿಂದ, ಕೊಂಡಬೆಲೆ = $540 \times \frac{5}{6}$

ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ = ₹ 450

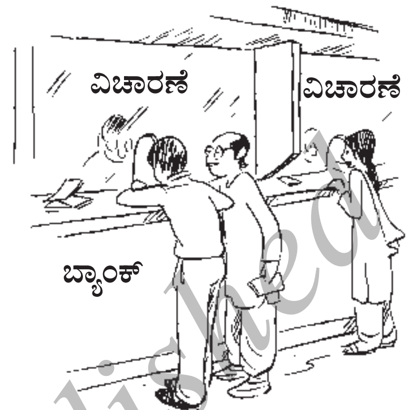
ಹೀಗೆ, ಎರಡೂ ವಿಧಾನಗಳಲ್ಲಿ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಯು ₹ 450 ಆಗಿದೆ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. ಅಂಗಡಿಯವನೊಬ್ಬ ಒಂದು ಕುರ್ಚಿಯನ್ನು ₹ 375 ಕ್ಕೆ ಕೊಂಡು ಅದನ್ನು ₹ 400 ಕ್ಕೆ ಮಾರಿದನು. ಶೇಕಡಾ ಲಾಭವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
2. ಒಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ₹ 50 ಕ್ಕೆ ಕೊಂಡು 12% ಲಾಭಕ್ಕೆ ಮಾರಲಾಯಿತು. ಮಾರಾಟ ಬೆಲೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
3. ಒಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ₹ 250 ಕ್ಕೆ ಮಾರಿದ್ದರಿಂದ 5% ಲಾಭ ದೊರೆಯಿತು. ಹಾಗಾದರೆ ವಸ್ತುವಿನ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು ?
4. ಒಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ₹ 540 ಕ್ಕೆ ಮಾರಿದ್ದರಿಂದ 5% ನಷ್ಟವುಂಟಾಯಿತು. ಹಾಗಾದರೆ ವಸ್ತುವಿನ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು ?

8.6 ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಹಣದ ಮೇಲಿನ ಶುಲ್ಕ ಅಥವಾ ಸರಳ ಬಡ್ಡಿ.

ಸೋಹಿನಿಯು ಒಂದು ಹೊಸ ಸ್ಕೂಟರನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದಾಗಿ ಹೇಳಿದಳು. ಮೋಹನನು ಸ್ಕೂಟರನ್ನು ಕೊಳ್ಳಲು ಹಣವಿದೆಯೇ ಎಂದು ಕೇಳಿದನು. ಆಗ ಸೋಹಿನಿಯು ನಮ್ಮ ತಂದೆ ಬ್ಯಾಂಕಿನಿಂದ ಸಾಲ ಪಡೆಯುವುದಾಗಿ ಹೇಳಿದಳು. ಹೀಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಹಣವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಮೊತ್ತ ಅಥವಾ **'ಅಸಲು'** ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.



ಹೀಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಹಣವನ್ನು ಸ್ವಲ್ಪ ಸಮಯದವರೆಗೆ ಬ್ಯಾಂಕಿಗೆ ಹಿಂದಿರುಗಿಸುವವರೆಗೆ ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು. ಹೀಗೆ ಸ್ವಲ್ಪ ಕಾಲ ಇಟ್ಟು ಕೊಂಡ ಹಣವನ್ನು ಬ್ಯಾಂಕಿಗೆ ಹಿಂದಿರುಗಿಸುವಾಗ ಸ್ವಲ್ಪ ಹೆಚ್ಚಿನ ಹಣವನ್ನು ನೀಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಕೊಟ್ಟ ಹಣವನ್ನು **'ಬಡ್ಡಿ'** ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಸಾಲ ಪಡೆದ ಹಣ ಮತ್ತು ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ವರ್ಷದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ನೀವು ಪಾವತಿಸಬೇಕಾಗಿರುವ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ಅಂದರೆ ಮೊತ್ತ = ಅಸಲು + ಬಡ್ಡಿ

ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಒಂದು ವರ್ಷದ ಅವಧಿಗೆ ಪ್ರತಿಶತಕ್ಕೆ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಲಾಗುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಬಡ್ಡಿ 10% ಇದ್ದರೆ, ಅದನ್ನು ಸಾಲಿಯಾನ 10% ಅಥವಾ ವಾರ್ಷಿಕ 10% ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಸಾಲಿಯಾನ 10% ಎಂದರೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಪ್ರತಿ ₹ 100 ಕ್ಕೆ ಒಂದು ವರ್ಷಕ್ಕೆ ₹ 10 ಬಡ್ಡಿಯಾಗುತ್ತದೆ. ಈಗ ಉದಾಹರಣೆಯ ಮೂಲಕ ವಿವರವಾಗಿ ತಿಳಿಯೋಣ.

ಉದಾಹರಣೆ 20. ಅನಿತಳು ₹ 5,000 ಗಳನ್ನು ಸಾಲಿಯಾನ 15% ಬಡ್ಡಿಯ ದರದಲ್ಲಿ ಸಾಲ ಪಡೆಯುತ್ತಾಳೆ. ವರ್ಷದ ಅಂತ್ಯದಲ್ಲಿ ಅವಳು ಪಾವತಿಸಬೇಕಾದ ಬಡ್ಡಿಯೆಷ್ಟು ?

ಪರಿಹಾರ : ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಹಣ = ₹ 5,000, ಬಡ್ಡಿಯ ದರ = ಸಾಲಿಯಾನ 15% ಎಂದರೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಪ್ರತಿ ₹ 100 ಕ್ಕೆ ಒಂದು ವರ್ಷದ ಅವಧಿಗೆ ₹ 15 ಬಡ್ಡಿ ಪಾವತಿಸಬೇಕು. ಅವಳು ₹ 5,000 ತೆಗೆದುಕೊಂಡಿರುವುದರಿಂದ ವರ್ಷದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಅವಳು

ಪಾವತಿಸಬೇಕಾದ ಒಟ್ಟು ಬಡ್ಡಿ $= ₹\,\frac{15}{100} \times 5000$

$= ₹\ 750$

ಆದ್ದರಿಂದ, ವರ್ಷದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಅವಳು ಪಾವತಿಸಬೇಕಾದ ಮೊತ್ತ

₹ 5,000+ ₹ 750 = ₹ 5,750

ವರ್ಷದ ಅವಧಿಗೆ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಮಾಡಬಹುದಾದ ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪವನ್ನು ಬರೆಯಬಹುದು.

ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಹಣ ಅಥವಾ ಅಸಲು 'P' ಹಾಗೂ ವಾರ್ಷಿಕ ಬಡ್ಡಿಯ ದರ ಪ್ರತಿ ನೂರಕ್ಕೆ 'R' ಆಗಿರಲಿ.

ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಪ್ರತಿ ₹ 100 ಕ್ಕೆ ಪಾವತಿಸಬೇಕಾದ ಬಡ್ಡಿ ₹ R

ಆದ್ದರಿಂದ ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ₹ P ಗೆ ಒಂದು ವರ್ಷದ ಅಂತ್ಯಕ್ಕೆ ಪಾವತಿಸಬೇಕಾದ ಬಡ್ಡಿಯು,

$$\frac{R\times P}{100} = \frac{P\times R}{100}$$

8.6.1. ಹೆಚ್ಚು ವರ್ಷಗಳಿಗೆ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸುವುದು.

ಹಣವನ್ನು ಒಂದು ವರ್ಷಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಅವಧಿಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಅಷ್ಟು ವರ್ಷಗಳಿಗೆ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ತೆರಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಅನಿತಳು ಅದೇ ಬಡ್ಡಿ ದರದಲ್ಲಿ ಸಾಲವನ್ನು ಎರಡು ವರ್ಷಗಳಿಗೆ ಪಡೆದಿದ್ದರೆ ತಾನು ಪಾವತಿಸಿದ ಬಡ್ಡಿಯ ಎರಡರಷ್ಟು ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ತೆರಬೇಕಾಗುತ್ತಿತ್ತು. ಅಂದರೆ, ಮೊದಲನೆ ವರ್ಷಕ್ಕೆ ₹ 750 ಹಾಗೂ ಎರಡನೇ ವರ್ಷಕ್ಕೆ ₹ 750 ಬಡ್ಡಿಯಾಗುತ್ತಿತ್ತು. ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ನಿಗಧಿತ ಅಸಲಿಗೆ ಲೆಕ್ಕಿಸುವ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು 'ಸರಳ ಬಡ್ಡಿ' ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಸಾಲ ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಅವಧಿಯು ಹೆಚ್ಚಿದಂತೆ ಬಡ್ಡಿಯು ಹೆಚ್ಚುತ್ತದೆ. ₹ 100 ನ್ನು ಮೂರು ವರ್ಷಗಳಿಗೆ 18% ಬಡ್ಡಿಯ ದರದಲ್ಲಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡಿದ್ದರೆ, ಮೂರು ವರ್ಷದ ಅಂತ್ಯದಲ್ಲಿ ಪಾವತಿಸಬೇಕಾದ ಬಡ್ಡಿ $18 + 18 + 18 = 3 \times 18 =$ ₹ 54.

ಒಂದು ವರ್ಷದ ಅವಧಿಗೆ ಸರಳ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪವನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು.

ಅಸಲು ₹ P ಗೆ R% ಬಡ್ಡಿಯ ದರದಲ್ಲಿ ಒಂದು ವರ್ಷದ ಅವಧಿಗೆ ಪಾವತಿಸಬೇಕಾದ ಬಡ್ಡಿಯು $\frac{R\times P}{100}$ ಎಂದು ತಿಳಿದಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, T ವರ್ಷಗಳಿಗೆ ಪಾವತಿಸಬೇಕಾದ ಬಡ್ಡಿಯು (I)

$$\frac{T\times R\times P}{100} = \frac{P\times R\times T}{100} \text{ ಅಥವಾ } \frac{PRT}{100}$$

T ವರ್ಷಗಳ ಅಂತ್ಯದಲ್ಲಿ ಪಾವತಿಸಬೇಕಾದ ಮೊತ್ತ $A = P + I$

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. ₹ 10,000ವನ್ನು ಸಾಲಿಯಾನ 5% ಬಡ್ಡಿಯ ದರದಲ್ಲಿ ಹೂಡಿಕೆ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಒಂದು ವರ್ಷದ ಅಂತ್ಯಕ್ಕೆ ದೊರೆಯುವ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಿ.
2. ₹ 3,500ನ್ನು ಸಾಲಿಯಾನ 7% ಬಡ್ಡಿಯ ದರದಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಎರಡು ವರ್ಷಗಳ ಅಂತ್ಯಕ್ಕೆ ದೊರೆಯುವ ಬಡ್ಡಿ ಎಷ್ಟು ?
3. ₹ 6,050ನ್ನು ವಾರ್ಷಿಕ 6.5% ರಂತೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ. ಮೂರು ವರ್ಷಗಳ ಅಂತ್ಯದಲ್ಲಿ ನೀಡಬೇಕಾದ ಬಡ್ಡಿ ಮತ್ತು ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
4. ₹ 7,000ವನ್ನು ಸಾಲಿಯಾನ 3.5% ಬಡ್ಡಿಯ ದರದಲ್ಲಿ 2 ವರ್ಷಗಳಿಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ. ಎರಡು ವರ್ಷಗಳ ಅಂತ್ಯದಲ್ಲಿ ಪಾವತಿಸಬೇಕಾದ ಮೊತ್ತವೆಷ್ಟು?

ಒಂದು ವಸ್ತುವಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಎರಡು ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿದಾಗ, ಹೇಗೆ ಮೂರನೇ ಪರಿಮಾಣ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುತ್ತಿದ್ದೇವೆಯೋ ಅದೇ ರೀತಿ, $I = \frac{P\times T\times R}{100}$ ಸಂಬಂಧದ ನಾಲ್ಕು ಅಂಶಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಮೂರು ಅಂಶಗಳನ್ನು ನೀಡಿದಾಗ, ಉಳಿದ ಅಂಶವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆ 21. ₹4,500 ಮೊಬಲಿಗಿಗೆ 2 ವರ್ಷಗಳ ಅವಧಿಗೆ ಮನೋಹರನು ₹750 ಬಡ್ಡಿ ಪಾವತಿಸಿದರೆ, ಬಡ್ಡಿಯ ದರವೆಷ್ಟು ?

ಪರಿಹಾರ - I

$$I = \frac{P \times T \times R}{100}$$

ಆದ್ದರಿಂದ, $750 = \dfrac{4500 \times 2 \times R}{100}$

ಅಥವಾ $\dfrac{750}{45 \times 2} = R$

ಆದ್ದರಿಂದ, ಬಡ್ಡಿಯ ದರ $= 8\frac{1}{3}\%$

ಪರಿಹಾರ – II

2 ವರ್ಷದ ಅವಧಿಗೆ ಪಾವತಿಸಿದ ಬಡ್ಡಿ ₹ 750

ಆದ್ದರಿಂದ, ಒಂದು ವರ್ಷಕ್ಕೆ ಪಾವತಿಸಿದ ಬಡ್ಡಿ ₹ $\dfrac{750}{2}$ = ₹ 375

₹ 4,500 ಕ್ಕೆ ಪಾವತಿಸಿದ ಬಡ್ಡಿ ₹ 375

ಆದ್ದರಿಂದ, ₹ 100 ಕ್ಕೆ ಪಾವತಿಸಿದ ಬಡ್ಡಿಯ ದರ

$$= \frac{375 \times 100}{4500} = 8\frac{1}{3}\%$$

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. ನಿಮ್ಮ ಖಾತೆಯಲ್ಲಿ ₹ 2,400 ಇದ್ದು, ಅದಕ್ಕೆ 5% ಬಡ್ಡಿ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಎಷ್ಟು ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ₹ 240 ಬಡ್ಡಿ ಪಡೆಯುವಿರಿ?
2. ಒಂದು ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ 3 ವರ್ಷಗಳಿಗೆ 5% ಬಡ್ಡಿಯ ದರದಲ್ಲಿ ₹ 450 ಬಡ್ಡಿ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ 8.3

1. ಮುಂದಿನ ವ್ಯವಹಾರಗಳಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗಿರುವ ಲಾಭ ಅಥವಾ ನಷ್ಟವೆಷ್ಟು ತಿಳಿಸಿ. ಹಾಗೂ ಪ್ರತಿಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಶೇಕಡಾ ಲಾಭ ಅಥವಾ ಶೇಕಡಾ ನಷ್ಟ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
   (a) ಒಂದು ಕೈತೋಟದ ಕತ್ತರಿಯನ್ನು ₹ 250 ಕ್ಕೆ ಕೊಂಡು ₹ 325 ಕ್ಕೆ ಮಾರಲಾಯಿತು.
   (b) ಒಂದು ರೆಫ್ರಿಜರೇಟರ್‌ನ್ನು ₹ 12,000 ಕ್ಕೆ ಕೊಂಡು ₹ 13,500 ಕ್ಕೆ ಮಾರಲಾಯಿತು.
   (c) ಒಂದು ಕಪಾಟನ್ನು ₹ 2,500 ಕ್ಕೆ ಕೊಂಡು ₹ 3,000 ಕ್ಕೆ ಮಾರಲಾಯಿತು.
   (d) ಒಂದು ಸ್ಕರ್ಟನ್ನು ₹ 250 ಕ್ಕೆ ಕೊಂಡು ₹ 150 ಕ್ಕೆ ಮಾರಲಾಗಿದೆ.
2. ಮುಂದಿನ ಅನುಪಾತದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಭಾಗವನ್ನು ಶೇಕಡಾಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ.
   (a) 3 : 1 (b) 2 : 3 : 5 (c) 1 : 4 (d) 1 : 2 : 5

3. ಒಂದು ಪಟ್ಟಣದ ಜನಸಂಖ್ಯೆ 25,000 ದಿಂದ 24,500 ಕ್ಕೆ ಇಳಿಕೆಯಾಗಿದೆ. ಶೇಕಡಾ ಇಳಿಕೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

4. ಅರುಣನು ₹ 3,50,000 ಕ್ಕೆ ಒಂದು ಕಾರನ್ನು ಕೊಂಡನು. ಮುಂದಿನ ವರ್ಷ ಕಾರಿನ ಬೆಲೆ ₹ 3,70,000 ಕ್ಕೆ ಏರಿದರೆ, ಶೇಕಡಾ ಏರಿಕೆಯೆಷ್ಟು?

5. ನಾನು ಒಂದು ಟಿವಿಯನ್ನು ₹ 10,000 ಕ್ಕೆ ಕೊಂಡು 20% ಲಾಭಕ್ಕೆ ಮಾರಿದರೆ ನನಗೆ ದೊರೆಯುವ ಹಣವೆಷ್ಟು?

6. ಜೂಹಿಯು ಒಂದು ವಾಷಿಂಗ್ ಮೆಷಿನ್‌ನ್ನು ₹ 13,500 ಕ್ಕೆ ಮಾರಿದಳು. ವ್ಯವಹಾರದ ಚೌಕಾಶಿಯಲ್ಲಿ ಅವಳು 20% ನಷ್ಟ ಅನುಭವಿಸಿದಳು. ಹಾಗಾದರೆ ಅವಳು ಅದನ್ನು ಎಷ್ಟು ಬೆಲೆಗೆ ಕೊಂಡಿದ್ದಳು?

7. (i) ಸೀಮೆ ಸುಣ್ಣದಲ್ಲಿ ಕ್ಯಾಲ್ಸಿಯಂ, ಇಂಗಾಲ ಹಾಗೂ ಆಮ್ಲಜನಕಗಳು 10:3:12 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ. ಇಂಗಾಲದ ಶೇಕಡಾ ಪ್ರಮಾಣವೆಷ್ಟು?

   (ii) ಸೀಮೆಸುಣ್ಣದ ಕಡ್ಡಿಯು 3g ಇಂಗಾಲವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ಸುಣ್ಣದ ಕಡ್ಡಿಯ ತೂಕವೆಷ್ಟು?

8. ಅಮೀನಾಳು ₹ 275 ಕ್ಕೆ ಒಂದು ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಕೊಂಡು 15% ನಷ್ಟಕ್ಕೆ ಮಾರುತ್ತಾಳೆ. ಪುಸ್ತಕದ ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?

9. ಮುಂದಿನ ಪ್ರಕರಣಗಳಲ್ಲಿ ಮೂರು ವರ್ಷಗಳ ಅಂತ್ಯದಲ್ಲಿ ಪಾವತಿಸಬೇಕಾದ ಮೊತ್ತವೆಷ್ಟು?

   (a) 12% ವಾರ್ಷಿಕ ಬಡ್ಡಿಯ ದರದಲ್ಲಿ ಅಸಲು = ₹ 1,200

   (b) 5% ವಾರ್ಷಿಕ ಬಡ್ಡಿಯ ದರದಲ್ಲಿ ಅಸಲು = ₹ 7,500

10. ₹ 56,000 ಕ್ಕೆ ಎರಡು ವರ್ಷಗಳಿಗೆ ₹ 280 ಬಡ್ಡಿ ದೊರೆತರೆ, ಬಡ್ಡಿಯ ದರವೆಷ್ಟು?

11. ಮೀನಾಳು ಸಾಲಿಯಾನ 9% ಬಡ್ಡಿಯ ದರದಲ್ಲಿ ₹ 45 ಬಡ್ಡಿ ಪಾವತಿಸಿದರೆ, ಅವಳು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಿದ್ದ ಮೊತ್ತವೆಷ್ಟು ?

ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿರುವ ಅಂಶಗಳು

1. ದಿನನಿತ್ಯದ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ನಾವು ಹಲವಾರು ಬಾರಿ ಎರಡು ಪ್ರಮಾಣಗಳ ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಅವುಗಳು ಎತ್ತರ; ತೂಕ, ವೇತನ, ಅಂಕಗಳು ಅಥವಾ ಇತ್ಯಾದಿ ಯಾವುದೇ ಆಗಿರಬಹುದು.

2. 150cm ಹಾಗೂ 75cm ಎತ್ತರವಿರುವ ಇಬ್ಬರು ವ್ಯಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡುವಾಗ, ಅನುಪಾತವನ್ನು 150 : 75 ಅಥವಾ 2 : 1 ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

3. ಎರಡು ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡಬಹುದು. ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ, ಅವುಗಳ ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮನಾಗಿವೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.

4. ಎರಡು ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ, ಆ ನಾಲ್ಕು ಪರಿಮಾಣಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ 8 : 2 ಮತ್ತು 16 : 4 ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮನಾಗಿರುವುದರಿಂದ 8, 2, 16 ಮತ್ತು 4 ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ.

5. ಶೇಕಡಾವು ಪರಿಮಾಣಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವ ಒಂದು ವಿಧವಾಗಿದೆ. ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಛೇದವು 100 ಇದ್ದಾಗ ಅಂಶವು ಶೇಕಡಾವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಶೇಕಡಾ ಎಂದರೆ ಪ್ರತಿ ನೂರಕ್ಕೆ ಎಂದರ್ಥ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ 82% ಎಂದರೆ ನೂರಕ್ಕೆ 82 ಅಂಕಗಳು.

6. ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಶೇಕಡಾಕ್ಕೆ ಹಾಗೂ ಶೇಕಡಾವನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times 100\%$ ಹಾಗೂ $75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$

7. ದಶಮಾಂಶಗಳನ್ನು ಶೇಕಡಾಕ್ಕೆ ಹಾಗೂ ಶೇಕಡಾವನ್ನು ದಶಮಾಂಶಗಳಿಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ , $0.25 = 0.25 \times 100\% = 25\%$

8. ದಿನನಿತ್ಯದ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಶೇಕಡಾದ ಬಳಕೆ ವ್ಯಾಪಕವಾಗಿದೆ.

   (a) ಒಟ್ಟು ಪ್ರಮಾಣಕ್ಕೆ ಶೇಕಡಾ ದರವನ್ನು ನೀಡಿದಾಗ ಸರಿಯಾದ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದನ್ನು ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ.

   (b) ಪರಿಮಾಣದ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಅನುಪಾತಗಳಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಾಗ, ಅವುಗಳನ್ನು ಶೇಕಡಾಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ.

   (c) ಪರಿಮಾಣದಲ್ಲಿನ ಏರಿಕೆ ಅಥವಾ ಇಳಿಕೆಯನ್ನು ಶೇಕಡಾದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು.

   (d) ಒಂದು ವ್ಯವಹಾರದಲ್ಲಿನ ಲಾಭ ಅಥವಾ ನಷ್ಟವನ್ನು ಶೇಕಡಾದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು.

   (e) ಸಾಲದ ಹಣಕ್ಕೆ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕುವಾಗ, ಬಡ್ಡಿಯ ದರ ಪ್ರತಿನೂರಕ್ಕೆ ನೀಡಲಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ₹ 800ನ್ನು ಮೂರು ವರ್ಷಗಳಿಗೆ 12% ಬಡ್ಡಿ ದರದಲ್ಲಿ ಪಡೆಯಲಾಗಿದೆ.

ಅಧ್ಯಾಯ – 9

ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

B6Y4B1

9.1 ಪೀಠಿಕೆ

ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಭ್ಯಾಸವನ್ನು ನಿಮ್ಮ ಸುತ್ತಲಿನ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಏಣಿಸುವುದರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿರುವಿರಿ. ಈ ಉದ್ದೇಶಕ್ಕಾಗಿ ಬಳಸಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಎಣಿಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅಥವಾ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಅವುಗಳು 1,2,3,4,... "0" ಯನ್ನು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಅವು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ಅಂದರೆ 0, 1, 2, 3, 4 ನಾವು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಋಣಾತ್ಮಕವು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಸೇರಿ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳೆಂದರೆ... –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3.... ಹೀಗೆ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಮತ್ತು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗಿ ವಿಸ್ತರಿಸಿದ್ದೇವೆ.

ಇವುಗಳೊಂದಿಗೆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನೂ ಸಹ ನಿಮಗೆ ಪರಿಚಯಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇವುಗಳು $\frac{\text{ಅಂಶ}}{\text{ಛೇದ}}$ ರೂಪದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದು ಅಂಶವು '0' ಅಥವಾ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಛೇದವು ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ನೀವು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡಿರುವಿರಿ, ಅವುಗಳ ಸಮಾನ ರೂಪಗಳನ್ನು ಕಂಡುಕೊಂಡಿರುವಿರಿ ಮತ್ತು ಇವುಗಳ ಮೇಲೆ ನಾಲ್ಕು ಗಣಿತದ ಮೂಲಕ್ರಿಯೆಗಳಾದ ಸಂಕಲನ, ವ್ಯವಕಲನ ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಕಾರಗಳನ್ನು ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಿರುವಿರಿ.

ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ವಿಸ್ತರಿಸೋಣ. ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಅವುಗಳ ಸಂಕಲನ, ವ್ಯವಕಲನ, ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಪರಿಚಯಿಸೋಣ.

9.2 ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಗತ್ಯತೆ

ಹಿಂದೆ, ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ವ್ಯತಿರಿಕ್ತ ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಬಳಸಿ ಹೇಗೆ ಸೂಚಿಸುತ್ತಿದ್ದರು ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿದಿರುವಿರಿ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಒಂದು ಜಾಗದಿಂದ ಬಲಕ್ಕೆ ಇರುವ 3km ದೂರವನ್ನು 3ರಿಂದ ಸೂಚಿಸಿದರೆ ಅದೇ ಜಾಗದಿಂದ ಎಡಭಾಗಕ್ಕಿರುವ 5km ದೂರವನ್ನು –5 ರಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ. ₹ 150 ಲಾಭವನ್ನು 150 ರಿಂದ ಸೂಚಿಸುವುದಾದರೆ 100ರ ನಷ್ಟವನ್ನು –100 ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಭಿನ್ನಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ಈ ರೀತಿಯ ಅನೇಕ ಸಂದರ್ಭಗಳಿವೆ.

ನೀವು ಸಮುದ್ರ ಮಟ್ಟದಿಂದ ಮೇಲಿನ 750m ದೂರವನ್ನು $\frac{3}{4}$ km ಎಂದು ಸೂಚಿಸಬಹುದು ಹಾಗೆಯೇ ಸಮುದ್ರಮಟ್ಟಕ್ಕಿಂತ 750m ಕೆಳಗಿನ ದೂರವನ್ನು km ಗಳಲ್ಲಿ ನಾವು ಸೂಚಿಸಬಹುದೇ? ಸಮುದ್ರ ಮಟ್ಟಕ್ಕಿಂತ ಕೆಳಗಿನ $\frac{3}{4}$ km ದೂರವನ್ನು $\frac{-3}{4}$ km ಎಂದು ಸೂಚಿಸಬಹುದೇ? ಇಲ್ಲಿ $\frac{-3}{4}$ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವೂ ಅಲ್ಲ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಅಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ. ಈ ರೀತಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಇನ್ನೂ ವಿಸ್ತರಿಸುವ ಅಗತ್ಯತೆ ಇದೆ.

9.3 ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂದರೇನು?

'ಭಾಗಲಬ್ಧ' ಪದವು (Rational) ಭಾಗ (Ratio) ಎಂಬ ಪದದಿಂದ ಆಗಿದೆ. ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ ಅನುಪಾತ 3:2 ಅನ್ನು $\frac{3}{2}$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ 3 ಮತ್ತು 2 ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.

ಅದೇ ರೀತಿ, ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕ p ಮತ್ತು q ಗಳ ಅನುಪಾತವನ್ನು $p : q$ $(q \neq 0)$ $\frac{p}{q}$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು. ಇದು ಎಲ್ಲಾ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವ ರೂಪವಾಗಿದೆ. ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು $\frac{p}{q}$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದಾದ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ನಿರೂಪಿಸಬಹುದು.

ಹೀಗೆ $\frac{4}{5}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ. ಇಲ್ಲಿ $p = 4$ ಮತ್ತು $q = 5$

$\frac{-3}{4}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ? ಹೌದು. ಏಕೆಂದರೆ $p = -3$ ಮತ್ತು $q = 4$ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು.

* ನೀವು $\frac{3}{8}, \frac{4}{8}, 1\frac{2}{3}$ ಮುಂತಾದ ಅನೇಕ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ನೋಡಿರುವಿರಿ. ಎಲ್ಲಾ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು. ಏಕೆ ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?

0.5, 2.3 ಮುಂತಾದ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಏನನ್ನು ಹೇಳುವಿರಿ? ಇಂತಹ ಪ್ರತಿಯೊಂದು

ದಶಮಾಂಶವನ್ನು ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು. ಹಾಗಾಗಿ ಈ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳೇ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ $0.5 = \frac{5}{10}$, $0.333 = \frac{333}{1000}$ ಇತ್ಯಾದಿ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. $\frac{2}{-3}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ? ಆಲೋಚಿಸಿ.
2. ಹತ್ತು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿಮಾಡಿ.

ಅಂಶ ಮತ್ತು ಛೇದ

$\frac{p}{q}$ ಯಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣಾಂಕ p ಅಂಶ ಮತ್ತು ಪೂರ್ಣಾಂಕ $q\ (\neq 0)$ ಛೇದವಾಗಿದೆ.

ಹೀಗೆ $\frac{-3}{7}$ ರಲ್ಲಿ -3 ಅಂಶ ಮತ್ತು 7 ಛೇದವಾಗಿದೆ.

ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೂ ಐದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(a) ಅಂಶ ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಮತ್ತು ಛೇದ ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ

(b) ಅಂಶ ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಮತ್ತು ಛೇದ ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ

(c) ಅಂಶ ಮತ್ತು ಛೇದಗಳೆರಡೂ ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು

(d) ಅಂಶ ಮತ್ತು ಛೇದಗಳೆರಡೂ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು

- ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳೂ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೇ?

ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಆಲೋಚಿಸಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕ -5 ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ. ಏಕೆಂದರೆ ಇದನ್ನು $\frac{-5}{1}$ ಎಂದು ನೀವು ಬರೆಯಬಹುದು. ಪೂರ್ಣಾಂಕ '0' ಯನ್ನು $0 = \frac{0}{2}$ (ಅಥವಾ) $\frac{0}{7}$ ಇತ್ಯಾದಿ ಎಂದೂ ಬರೆಯಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ ಇದೂ ಸಹ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ.

ಹೀಗಾಗಿ, ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಮತ್ತು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿವೆ.

ಸಮಾನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಅಂಶ ಮತ್ತು ಛೇದಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಬರೆಯಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ $\frac{-2}{3}$ ನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.

$\frac{-2}{3} = \frac{-2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{-4}{6}$ ಇಲ್ಲಿ $\frac{-2}{3}$ ಮತ್ತು $\frac{-4}{6}$ ಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಅಲ್ಲದೆ, $\frac{-2}{3} = \frac{(-2)\times(-5)}{3\times(-5)} = \frac{10}{-15}$ ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{-2}{3}$ ಮತ್ತು $\frac{10}{-15}$ ಸಹ ಒಂದೇ ಆಗಿವೆ.

ಹೀಗೆ $\frac{-2}{3} = \frac{-4}{6} = \frac{10}{-15}$ ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಸಮನಾಗಿರುವ, ಈ ರೀತಿಯ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಸಮ ಎನ್ನಬಹುದು.

ಪುನಃ $\frac{10}{-15} = \frac{-10}{15}$ (ಹೇಗೆ)?

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳ ತುಂಬಿರಿ

1. $\frac{5}{4} = \frac{\square}{16} = \frac{25}{\square} = \frac{-15}{\square}$

2. $\frac{-3}{7} = \frac{\square}{14} = \frac{9}{\square} = \frac{-6}{\square}$

ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಶ ಮತ್ತು ಛೇದಗಳೆರಡನ್ನೂ ಸೊನ್ನೆಯಲ್ಲದ ಒಂದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮನಾದ ಮತ್ತೊಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಾವು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. ಇದು ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಸರಿಯಾದ ಕ್ರಮವಾಗಿದೆ.

ಗುಣಾಕಾರ ರೀತಿಯಲ್ಲೇ ಅಂಶ ಮತ್ತು ಛೇದಗಳೆರಡನ್ನೂ ಸೊನ್ನೆಯಲ್ಲದ ಒಂದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗಲೂ ಸಮಾನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು

ಉದಾಹರಣೆಗೆ

$$\frac{10}{-15} = \frac{10\div(-5)}{-15\div(-5)} = \frac{-2}{3}, \quad \frac{-12}{24} = \frac{-12\div 12}{24\div 12} = \frac{-1}{2}$$

$\frac{-2}{3}$ನ್ನು $-\frac{2}{3}$ ಎಂದು, $\frac{-10}{15}$ನ್ನು $-\frac{10}{15}$ ಎಂದು ನಾವು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

9.4 ಧನ ಮತ್ತು ಋಣ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ $\frac{2}{3}$ ನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಶ ಮತ್ತು ಛೇದಗಳೆರಡೂ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಇಂತಹ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು **ಧನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ** ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{3}{8}, \frac{5}{7}, \frac{2}{9}$ ಮುಂತಾದವು ಧನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. 5 ಒಂದು ಧನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ?
2. ಇನ್ನೂ ಐದು ಧನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿಮಾಡಿ.

$\frac{-3}{5}$ ರ ಅಂಶ ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ, ಆದರೆ ಛೇದ ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ. ಇಂತಹ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಋಣ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{-5}{7}, \frac{-3}{8}, \frac{-9}{5}$ ಮುಂತಾದವು ಋಣ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.

- $\frac{-8}{3}$ ಒಂದು ಋಣ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ? ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ $\frac{8}{-3} = \frac{8 \times -1}{-3 \times -1} = \frac{-8}{3}$, ಮತ್ತು $\frac{-8}{3}$ ಒಂದು ಋಣ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{8}{-3}$ ಒಂದು ಋಣ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ.

  ಅದೇ ರೀತಿ, $\frac{5}{-7}, \frac{6}{-5}, \frac{2}{-9}$ ಮುಂತಾದವುಗಳೆಲ್ಲಾ ಋಣ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು. ಇವುಗಳ ಅಂಶಗಳೆಲ್ಲಾ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಮತ್ತು ಛೇದಗಳೆಲ್ಲಾ ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳೆಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.
- ಸಂಖ್ಯೆ 0 ಯು ಒಂದು ಧನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಅಲ್ಲ ಅಥವಾ ಋಣ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಅಲ್ಲ.
- $\frac{-3}{-5}$ ರ ಬಗ್ಗೆ ಏನನ್ನು ಹೇಳುವಿರಿ?

  $\frac{-3}{-5} = \frac{-3 \times (-1)}{-5 \times (-1)} = \frac{3}{5}$ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{-3}{-5}$ ಒಂದು ಧನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ. ಹೀಗಾಗಿ $\frac{-2}{-5}, \frac{-5}{-3}$ ಮುಂತಾದವು ಧನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. −8 ಒಂದು ಋಣ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ?
2. ಇನ್ನೂ ಐದು ಋಣ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿಮಾಡಿ

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

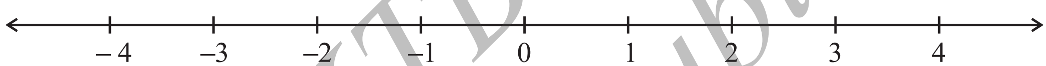
ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುವು ಋಣ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು?

(i) $\frac{-2}{3}$ (ii) $\frac{5}{7}$ (iii) $\frac{3}{-5}$ (iv) 0

(v) $\frac{6}{11}$ (vi) $\frac{-2}{-9}$

9.5 ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸುವುದು ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಅಂತಹ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯನ್ನು ರಚಿಸೋಣ.



0 ಯ ಬಲ ಭಾಗಕ್ಕಿರುವ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು + ಚಿಹ್ನೆಯಿಂದ ಸೂಚಿಲಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಅವು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು. 0 ಯ ಎಡಭಾಗಕ್ಕಿರುವ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು – ಚಿಹ್ನೆಯಿಂದ ಸೂಚಿಸಲಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಅವು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು.

ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸುವುದನ್ನೂ ನೀವು ತಿಳಿದಿರುವಿರಿ.

ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ತಿಳಿಯೋಣ.

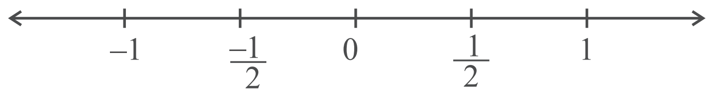
ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ $-\frac{1}{2}$ನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸೋಣ.

ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಮಾಡಿದ ಹಾಗೆ ಧನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 0 ಯ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲೂ ಮತ್ತು ಋಣ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 0 ಯ ಎಡಭಾಗದಲ್ಲೂ ಗುರುತಿಸಬೇಕು.

0 ಯ ಯಾವ ಭಾಗದಲ್ಲಿ $-\frac{1}{2}$ನ್ನು ಗುರುತಿಸುವಿರಿ? ಋಣ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಇದನ್ನು 0 ಯ ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಬೇಕು.

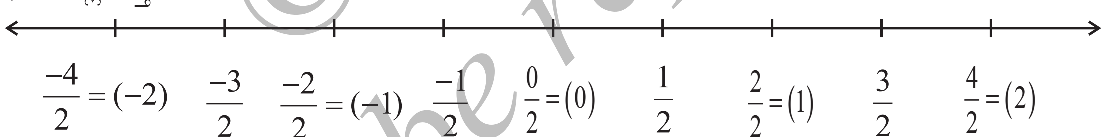
ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸುವಾಗ ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಮಾನ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಬೇಕು ಎಂಬುದು ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಹಾಗೂ 1 ಮತ್ತು –1 ರ ಜೋಡಿಗಳು 0 ಇಂದ ಸಮಾನ ಅಂತರದಲ್ಲಿರಬೇಕು. ಅದೇ ರೀತಿ 2 ಮತ್ತು –2, 3 ಮತ್ತು –3ರ ಜೋಡಿಗಳೂ ಸಮಾನ ಅಂತರದಲ್ಲಿರಬೇಕು. ಅದೇ ರೀತಿ ಸಮಾನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದ $\frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $-\frac{1}{2}$ ಕೂಡ 0 ಯಿಂದ ಸಮದೂರದಲ್ಲಿರಬೇಕು. ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ $\frac{1}{2}$ ನ್ನು ಹೇಗೆ ಗುರುತಿಸಬೇಕು ಎಂಬುದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ.

ಇದನ್ನು 0 ಮತ್ತು 1ರ ನಡುವಿನ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಬೇಕು. ಆದ್ದರಿಂದ $-\frac{1}{2}$ ನ್ನು 0 ಮತ್ತು –1ರ ನಡುವಿನ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಬೇಕು.



$\frac{3}{2}$ನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಇದನ್ನು 0 ಯ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಬೇಕು ಮತ್ತು ಇದು 1 ಮತ್ತು 2ರ ನಡುವೆ ಅರ್ಧದ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ. ಈಗ ನಾವು $\frac{-3}{2}$ ನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸೋಣ. ಇದು 0 ಯ ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು 0 ಯಿಂದ $\frac{3}{2}$ ಇರುವ ಅಂತರದಲ್ಲೇ ಇರುತ್ತದೆ.

ಇಳಿಕೆ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ $\frac{-1}{2}, \frac{-2}{2}(=-1), \frac{-3}{2}, \frac{-4}{2}(=-2)$ಇವೆ. ಇದು $\frac{-3}{2}$, –1 ಮತ್ತು –2 ರ ನಡುವೆ ಇರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಹೀಗೆ $\frac{-3}{2}$, –1 ಮತ್ತು –2ರ ನಡುವೆ ಸರಿಯಾಗಿ ಅರ್ಧದ ಭಾಗದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ.



$\frac{-5}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{-7}{2}$ನ್ನು ಅದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಿ.

ಅದೇ ರೀತಿ $-\frac{1}{3}$,0 ಯ ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿದೆ ಮತ್ತು 0 ಯಿಂದ ಅಷ್ಟೇ ದೂರದಲ್ಲಿ $\frac{1}{3}$ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಮೇಲೆ ಮಾಡಿರುವ ಹಾಗೆ $-\frac{1}{3}$ನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸಬಹುದು. ಒಮ್ಮೆ $-\frac{1}{3}$ ನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಹೇಗೆ ಗುರುತಿಸುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಂಡರೆ, $-\frac{2}{3}, -\frac{4}{3}, -\frac{5}{3}$ ಮುಂತಾದವುಗಳನ್ನು ನಾವು ಗುರುತಿಸಬಹುದು. ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಛೇದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಾವು ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಬಹುದು.

9.6 ಆದರ್ಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಈ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ: $\frac{3}{5}, \frac{-5}{8}, \frac{2}{7}, \frac{-7}{11}$

ಈ ಎಲ್ಲಾ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಛೇದಗಳು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಮತ್ತು ಅಂಶ ಹಾಗೂ ಛೇದಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನ 1 ಮಾತ್ರ. ಅಲ್ಲದೆ ಅಂಶದಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಋಣ ಚಿಹ್ನೆ ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ.

ಇಂತಹ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು **ಆದರ್ಶ ರೂಪದಲ್ಲಿವೆ** ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

"ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಆದರ್ಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇದೆ ಎಂದು ಹೇಳಬೇಕಾದರೆ ಅದರ ಛೇದ ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿರಬೇಕು ಮತ್ತು ಅಂಶ ಹಾಗೂ ಛೇದಗಳು 1 ನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಬೇರೆ ಯಾವ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ಹೊಂದಿರಬಾರದು."

ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲವಾದರೆ ಅದನ್ನು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತಗೊಳಿಸಿ ಆದರ್ಶ ರೂಪಕ್ಕೆ ತರಬಹುದು.

ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಕನಿಷ್ಠ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅಂಶ ಮತ್ತು ಛೇದಗಳೆರಡನ್ನು ನಾವು ಒಂದೇ ಸೊನ್ನೆಯಲ್ಲದ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಭಾಗಿಸುತ್ತೇವೆ. ಇದೇ ವಿಧಾನವನ್ನು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಆದರ್ಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ಬಳಸುತ್ತೇವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 1. $\frac{-45}{30}$ **ನ್ನು ಆದರ್ಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.**

ಪರಿಹಾರ: $\frac{-45}{30} = \frac{-45 \div 3}{30 \div 3} = \frac{-15}{10} = \frac{-15 \div 5}{10 \div 5} = \frac{-3}{2}$

ನಾವು ಎರಡು ಬಾರಿ ಭಾಗಿಸಬೇಕು. ಮೊದಲಿಗೆ 3ರಿಂದ ಮತ್ತು ನಂತರ 5ರಿಂದ. ಇದನ್ನು ಹೀಗೂ ಮಾಡಬಹುದು.

$$\frac{-45}{30} = \frac{-45 \div 15}{30 \div 15} = \frac{-3}{2}$$

ಈ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ, 45 ಮತ್ತು 30ರ ಮ.ಸಾ.ಅ 15 ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ.

ಹೀಗೆ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆದರ್ಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ಅದರ ಅಂಶ ಮತ್ತು ಛೇದವನ್ನು ಅವುಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ ದಿಂದ ಭಾಗಿಸಬೇಕು. ಒಂದು ವೇಳೆ ಋಣ ಚಿಹ್ನೆ ಇದ್ದರೆ ಅದನ್ನು ನಿರ್ಲಕ್ಷಿಸಿ ಭಾಗಿಸಬೇಕು. (ಋಣ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ನಿರ್ಲಕ್ಷಿಸಲು ಕಾರಣವನ್ನು ಮುಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ತಿಳಿಯುವಿರಿ)

ಛೇದ ಋಣ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ಅದನ್ನು '– ಮ.ಸಾ.ಅ' ದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ.

ಉದಾಹರಣೆ 2. ಆದರ್ಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $\frac{36}{-24}$ (ii) $\frac{-3}{-15}$

ಪರಿಹಾರ:

(i) 36 ಮತ್ತು 24 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ 12

ಹೀಗಾಗಿ, –12ರಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದರಿಂದ ಅದರ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ರೂಪ ಪಡೆಯಬಹುದು.

$$\frac{36}{-24} = \frac{36 \div (-12)}{-24 \div (-12)} = \frac{-3}{2}$$

(ii) 3 ಮತ್ತು 15ರ ಮ.ಸಾ.ಅ 3

ಹೀಗಾಗಿ $\frac{-3}{-15} = \frac{-3 \div (-3)}{-15 \div (-3)} = \frac{1}{5}$

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಇವುಗಳ ಆದರ್ಶ ರೂಪ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $\frac{-18}{45}$ (ii) $\frac{-12}{18}$

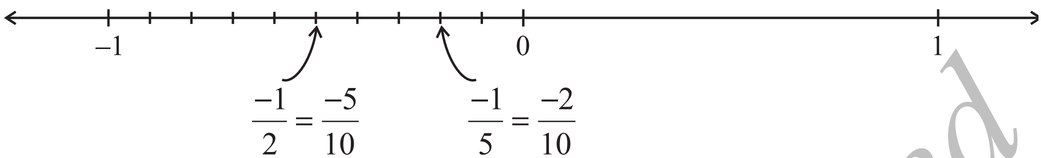
9.7 ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಹೋಲಿಕೆ

ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಅಥವಾ ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಹೋಲಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದು ಅಥವಾ ಚಿಕ್ಕದು ಎಂಬುದನ್ನು ಹೇಳುವುದು ತಿಳಿದಿದೆ. ಈಗ ನಾವು ಎರಡು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿಯೋಣ.

- $\frac{2}{3}$ ಮತ್ತು $\frac{5}{7}$, ಎರಡು ಧನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಲ್ಲಿ ಮುಂಚೆ ಕಲಿತಿರುವ ಹಾಗೆ ಹೋಲಿಸಬಹುದು.
- ಮೇರಿ ಎರಡು ಋಣ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದ $-\frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $-\frac{1}{5}$ನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆ ಬಳಸಿ ಹೋಲಿಸಿದಳು. ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಪೂರ್ಣಾಂಕವು ದೊಡ್ಡ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಅವಳು ತಿಳಿದಿದ್ದಾಳೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ: ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ 5, 2ರ ಬಲಭಾಗಕ್ಕಿದೆ ಮತ್ತು 5>2. ಪೂರ್ಣಾಂಕ –2 ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ –5ರ ಬಲಕ್ಕಿದೆ ಮತ್ತು –2 > –5.

ಅವಳು ಇದೇ ವಿಧಾನವನ್ನು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಅನ್ವಯಿಸಿದಳು. ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂಬುದು ಅವಳಿಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಅವಳು $-\frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $-\frac{1}{5}$ ನ್ನು ಮುಂದೆ ಸೂಚಿಸಿರುವಂತೆ ಗುರುತಿಸಿದಳು:



ಅವಳು ಎರಡೂ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಗುರುತಿಸಿರುವಳೇ? ಅವಳು $-\frac{1}{2}$ ನ್ನು $-\frac{5}{10}$ ಕ್ಕೆ ಮತ್ತು $-\frac{1}{5}$ ನ್ನು $-\frac{2}{10}$ ಕ್ಕೆ ಏಕೆ ಮತ್ತು ಹೇಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿದಳು? $-\frac{1}{5}$, $-\frac{1}{2}$ ರ ಬಲಕ್ಕಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಅವಳು ಕಂಡುಕೊಂಡಳು.

ಹೀಗೆ, $-\frac{1}{5} > -\frac{1}{2}$ ಅಥವಾ $-\frac{1}{2} < -\frac{1}{5}$

$-\frac{3}{4}$ ಮತ್ತು $-\frac{2}{3}$ ನ್ನು $-\frac{1}{3}$ ಮತ್ತು $-\frac{1}{5}$ ನ್ನು ನೀವು ಹೋಲಿಸಬಲ್ಲಿರಾ? ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಅಧ್ಯಯನದಿಂದ $\frac{1}{5} < \frac{1}{2}$ ಎಂಬುದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಆದರೆ $-\frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $-\frac{1}{5}$ ಕ್ಕೆ ಮೇರಿಗೆ ಏನು ದೊರೆತಿದೆ? ಇವೆರಡರು ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ವ್ಯತಿರಿಕ್ತವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ?

ನೀವು $\frac{1}{2} > \frac{1}{5}$ ಆದರೆ $-\frac{1}{2} < -\frac{1}{5}$ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

$-\frac{3}{4}, -\frac{2}{3}$ ಮತ್ತು $-\frac{1}{3}, -\frac{1}{5}$ ಗಳಲ್ಲೂ ಇದನ್ನೇ ಗಮನಿಸುವಿರಾ?

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಲ್ಲಿ $4>3$ ಆದರೆ $-4 < -3$, $5 > 2$ ಆದರೆ $-5 < -2$ ಇತ್ಯಾದಿ ಎಂಬುದಾಗಿ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಿದ್ದನ್ನು ಮೇರಿ ನೆನಪಿಸಿಕೊಂಡಳು.

- ಎರಡು ಋಣ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡುವಾಗಲೂ ಇದೇ ಕ್ರಮವನ್ನೇ ಅನುಸರಿಸುತ್ತೇವೆ. ಎರಡು ಋಣ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವಾಗ ಅವುಗಳ ಋಣ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ನಿರ್ಲಕ್ಷಿಸಿ ಹೋಲಿಸುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಕ್ರಮವನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡುತ್ತೇವೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ $-\frac{7}{5}$ ಮತ್ತು $-\frac{5}{3}$ನ್ನು ಹೋಲಿಸಲು ಮೊದಲಿಗೆ ನಾವು $\frac{7}{5}$ ಮತ್ತು $\frac{5}{3}$ನ್ನು ಹೋಲಿಸುತ್ತೇವೆ. ಇದರಿಂದ $\frac{7}{5} < \frac{5}{3}$ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ ಮತ್ತು $\frac{-7}{5} > \frac{-5}{3}$ ಎಂದು ತೀರ್ಮಾನಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಇಂತಹ ಇನ್ನೂ ಐದು ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅವುಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡಿರಿ.

ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದು $-\frac{3}{8}$ ಅಥವಾ $-\frac{2}{7}$? ; $-\frac{4}{3}$ ಅಥವಾ $-\frac{3}{2}$?

- ಒಂದು ಋಣ ಮತ್ತು ಧನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಹೋಲಿಕೆ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿದೆ. ಋಣ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸೊನ್ನೆಯ ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಧನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಸೊನ್ನೆಯ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಒಂದು ಋಣ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಯಾವಾಗಲೂ ಧನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ಚಿಕ್ಕದಾಗಿರುತ್ತದೆ.

  ಹೀಗೆ $-\frac{2}{7} < \frac{1}{2}$

- ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ $\frac{-3}{-5}$ ಮತ್ತು $\frac{-2}{-7}$ ನ್ನು ಹೋಲಿಸಬೇಕಾದರೆ, ಅವುಗಳನ್ನು ಆದರ್ಶ ರೂಪಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ ನಂತರ ಹೋಲಿಸಬೇಕು.

ಉದಾಹರಣೆ 3. $\frac{4}{-9}$ ಮತ್ತು $\frac{-16}{36}$ ಒಂದೇ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆಯೇ?

ಪರಿಹಾರ: ಹೌದು, ಏಕೆಂದರೆ $\frac{4}{-9} = \frac{4 \times (-4)}{-9 \times (-4)} = \frac{-16}{36}$ ಅಥವಾ $\frac{-16}{36} = \frac{-16 \div -4}{35 \div -4} = \frac{4}{-9}$

9.8 ಎರಡು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ರೇಷ್ಮಾ 3 ಮತ್ತು 10ರ ನಡುವಿನ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. 3 ಮತ್ತು 10ರ ನಡುವೆ ಸರಿಯಾಗಿ 6 ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಿಂದ ಅವಳು ತಿಳಿದಿದ್ದಳು. ಅದೇ ರೀತಿ –3 ಮತ್ತು 3ರ ನಡುವಿನ ಒಟ್ಟು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯ ಬಯಸಿದಳು. –3 ಮತ್ತು 3ರ ನಡುವಿನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು –2, –1, 0, 1, 2. ಹೀಗೆ –3 ಮತ್ತು 3ರ ನಡುವೆ ಸರಿಯಾಗಿ ಒಟ್ಟು 5 ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿವೆ.

–3 ಮತ್ತು –2ರ ನಡುವೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿವೆಯೇ? ಇಲ್ಲ. –3 ಮತ್ತು –2 ರ ನಡುವೆ ಯಾವ ಪೂರ್ಣಾಂಕವೂ ಇಲ್ಲ. ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 0.

ಹೀಗೆ ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ನಡುವಿನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ನಿಯಮಿತವಾಗಿದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ.

ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿಷಯದಲ್ಲೂ ಇದೇ ರೀತಿ ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆಯೇ?

ರೇಷ್ಮಾ ಎರಡು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ $\frac{-3}{5}$ ಮತ್ತು $\frac{-1}{3}$ನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಳು.

ಅವಳು ಅವುಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಛೇದವುಳ್ಳ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಿದಳು.

ಅಂದರೆ $\frac{-3}{5}=\frac{-9}{15}$ ಮತ್ತು $\frac{-1}{3}=\frac{-5}{15}$

ಇದರಿಂದ $\frac{-9}{15}<\frac{-8}{15}<\frac{-7}{15}<\frac{-6}{15}<\frac{-5}{15}$ ಅಥವಾ $\frac{-3}{5}<\frac{-8}{15}<\frac{-7}{15}<\frac{-6}{15}<\frac{-1}{3}$

ಅವಳು $\frac{-8}{15}<\frac{-7}{15}<\frac{-6}{15}$ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು $\frac{-3}{5}$ ಮತ್ತು $\frac{-1}{3}$ ರ ನಡುವೆ ಇವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಂಡಳು.

$-\frac{3}{5}$ ಮತ್ತು $-\frac{1}{3}$ ರ ನಡುವೆ ಕೇವಲ $\frac{-8}{15},\frac{-7}{15},\frac{-6}{15}$ ಗಳಷ್ಟೇ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆಯೇ?

ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ, $\frac{-3}{5}<\frac{-18}{30}$ ಮತ್ತು $\frac{-8}{15}<\frac{-16}{30}$

ಮತ್ತು $\frac{-18}{30}<\frac{-17}{30}<\frac{-16}{30}$ ಅಂದರೆ $\frac{-3}{5}<\frac{-17}{30}<\frac{-8}{15}$

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{-3}{5}<\frac{-17}{30}<\frac{-8}{15}<\frac{-7}{15}<\frac{-6}{15}<\frac{-1}{3}$

ಅಂದರೆ $\frac{-3}{5}$ ಮತ್ತು $\frac{-1}{3}$ ರ ನಡುವೆ ಮತ್ತೊಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು.

ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸಿ ನೀವು ಎರಡು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವೆ ಎಷ್ಟು ಬೇಕಾದರೂ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $\frac{-3}{5}=\frac{-3\times 30}{5\times 30}=\frac{-90}{150}$ ಮತ್ತು $\frac{-1}{3}=\frac{-1\times 50}{3\times 50}=\frac{-50}{150}$

$\frac{-90}{150}$ ಮತ್ತು $\frac{-50}{150}$ ಅಂದರೆ $\frac{-3}{5}$ ಮತ್ತು $\frac{-1}{3}$ ರ ನಡುವೆ 39 ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು $\left(\frac{-89}{150},\ldots\ldots,\frac{-51}{150}\right)$ ದೊರೆಯುತ್ತವೆ. ಈ ಪಟ್ಟಿಗೆ ಕೊನೆ ಇಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ತಿಳಿಯುವಿರಿ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

$\frac{-5}{7}$ ಮತ್ತು $\frac{-3}{8}$ ಮತ್ತು ರ ನಡುವೆ ಐದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$\frac{-5}{3}$ ಮತ್ತು $\frac{-8}{7}$ ರ ನಡುವೆ ಐದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಬಲ್ಲಿರಾ?

ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವೆ ಅಪರಿಮಿತ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆ 4. -2 ಮತ್ತು -1 ರ ನಡುವೆ ಮೂರು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿ.

ಪರಿಹಾರ: -1 ಮತ್ತು -2, ಇವು ಛೇದ 5ನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಬರೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ (ಏಕೆ?)

ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ, $-1 = \frac{-5}{5}$ ಮತ್ತು $-2 = \frac{-10}{5}$

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{-10}{5} < \frac{-9}{5} < \frac{-8}{5} < \frac{-7}{5} < \frac{-6}{5} < \frac{-5}{5}$ ಮತ್ತು $-2 < \frac{-9}{5} < \frac{-8}{5} < \frac{-7}{5} < \frac{-6}{5} < -1$

-2 ಮತ್ತು -1ರ ನಡುವಿನ ಮೂರು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು $\frac{-9}{5}, \frac{-8}{5}, \frac{-7}{5}$

$\left(\frac{-9}{5}, \frac{-8}{5}, \frac{-7}{5}, \frac{-6}{5} \right.$ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಮೂರನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು$\left.\right)$

ಉದಾಹರಣೆ 5: ಇಲ್ಲಿ ನೀಡಿರುವ ವಿನ್ಯಾಸದಲ್ಲಿ ಇನ್ನೂ 4 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. $\frac{-1}{3}, \frac{-2}{6}, \frac{-3}{9}, \frac{-4}{12}$............

ಪರಿಹಾರ: $\frac{-2}{6} = \frac{-1 \times 2}{3 \times 2}, \frac{-3}{9} = \frac{-1 \times 3}{3 \times 3}, \frac{-4}{12} = \frac{-1 \times 4}{3 \times 4}$

ಅಥವಾ $\frac{-1 \times 1}{3 \times 1} = \frac{-1}{3}, \frac{-1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{-2}{6}, \frac{-1 \times 3}{3 \times 3} = \frac{-3}{9},$

$\frac{-1 \times 4}{3 \times 4} = \frac{-4}{12}$

ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಈ ರೀತಿ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

ಇನ್ನುಳಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಈ ರೀತಿ ಇವೆ: $\frac{-1 \times 5}{3 \times 5} = \frac{-5}{15}, \frac{-1 \times 6}{3 \times 6} = \frac{-6}{18}, \frac{-1 \times 7}{3 \times 7} = \frac{-7}{21}.$

ಅಭ್ಯಾಸ 9.1

1. ಇವುಗಳ ನಡುವೆ ಐದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿಮಾಡಿ:

   (i) -1 ಮತ್ತು 0 (ii) -2 ಮತ್ತು -1

   (iii) $\frac{-4}{5}$ ಮತ್ತು $\frac{-2}{3}$ (iv) $-\frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{2}{3}$

2. ನೀಡಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಿನ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಇನ್ನೂ ನಾಲ್ಕು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ:

   (i) $\frac{-3}{5}, \frac{-6}{10}, \frac{-9}{15}, \frac{-12}{20}, \ldots\ldots$ (ii) $\frac{-1}{4}, \frac{-2}{8}, \frac{-3}{12}, \ldots\ldots$

   (iii) $\frac{-1}{6}, \frac{2}{-12}, \frac{3}{-18}, \frac{4}{-24}, \ldots\ldots$ (iv) $\frac{-2}{3}, \frac{2}{-3}, \frac{4}{-6}, \frac{6}{-9}, \ldots\ldots$

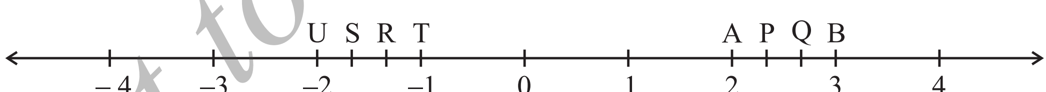
3. ಇವುಗಳಿಗೆ ಸಮಾನವಾದ ನಾಲ್ಕು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ:

   (i) $\frac{-2}{7}$ (ii) $\frac{5}{-3}$ (iii) $\frac{4}{9}$

4. ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿ ಮುಂದಿನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅದರ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸಿ.

   (i) $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{-5}{8}$ (iii) $\frac{-7}{4}$ (iv) $\frac{7}{8}$

5. P, Q, R, S, T, U, A ಮತ್ತು B ಬಿಂದುಗಳು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ TR = RS = SU ಮತ್ತು AP = PQ = QB ಆಗುವಂತೆ ಇವೆ. P, Q, R ಮತ್ತು S ಗಳು ಸೂಚಿಸುವ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ.



6. ಕೊಟ್ಟಿರುವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ಜೋಡಿಗಳು ಒಂದೇ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ?

   (i) $\frac{-7}{21}$ ಮತ್ತು $\frac{3}{9}$ (ii) $\frac{-16}{20}$ ಮತ್ತು $\frac{20}{-25}$ (iii) $\frac{-2}{-3}$ ಮತ್ತು $\frac{2}{3}$

   (iv) $\frac{-3}{5}$ ಮತ್ತು $\frac{-12}{20}$ (v) $\frac{8}{-5}$ ಮತ್ತು $\frac{-24}{15}$ (vi) $\frac{1}{3}$ ಮತ್ತು $\frac{-1}{9}$

   (vii) $\frac{-5}{-9}$ ಮತ್ತು $\frac{5}{-9}$

7. ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆದರ್ಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ:

(i) $\frac{-8}{6}$ (ii) $\frac{25}{45}$

(iii) $\frac{-44}{72}$ (iv) $\frac{-8}{10}$

8. ಖಾಲಿ ಜಾಗವನ್ನು ಸೂಕ್ತವಾದ ಸಂಕೇತ $>$, $<$ ಅಥವಾ $=$ ಬಳಸಿ ಭರ್ತಿ ಮಾಡಿ.

(i) $\frac{-5}{7} \square \frac{2}{3}$ (ii) $\frac{-4}{5} \square \frac{-5}{7}$ (iii) $\frac{-7}{8} \square \frac{14}{-16}$

(iv) $\frac{-8}{5} \square \frac{-7}{4}$ (v) $\frac{1}{-3} \square \frac{-1}{4}$ (vi) $\frac{5}{-11} \square \frac{-5}{11}$

(vii) $0 \square \frac{-7}{6}$

9. ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದು?

(i) $\frac{2}{3}, \frac{5}{2}$ (ii) $\frac{-5}{6}, \frac{-4}{3}$ (iii) $\frac{-3}{4}, \frac{2}{-3}$

(iv) $\frac{-1}{4}, \frac{1}{4}$ (v) $-3\frac{2}{7}, -3\frac{4}{5}$

10. ಮುಂದಿನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಏರಿಕೆ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $\frac{-3}{5}, \frac{-2}{5}, \frac{-1}{5}$ (ii) $\frac{-1}{3}, \frac{-2}{9}, \frac{-4}{3}$

(iii) $\frac{-3}{7}, \frac{-3}{2}, \frac{-3}{4}$

9.9 ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೇಲಿನ ಮೂಲಕ್ರಿಯೆಗಳು

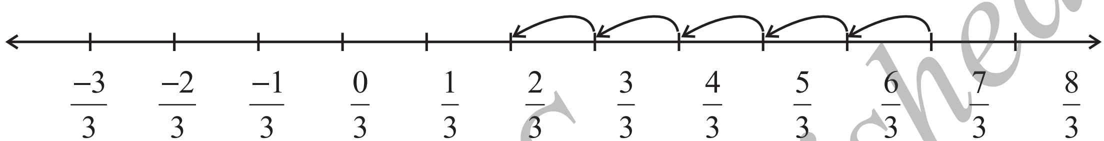
ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಸಂಕಲನ, ವ್ಯವಕಲನ, ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡುವ ಕ್ರಮ ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಈ ಎಲ್ಲಾ ಮೂಲ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯಿಸುವುದನ್ನು ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡೋಣ.

9.9.1 ಸಂಕಲನ

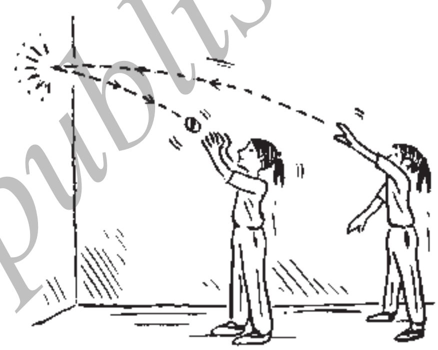
ಒಂದೇ ಛೇದ ಹೊಂದಿರುವ ಎರಡು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡೋಣ

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $\frac{7}{3}$ ಮತ್ತು $\frac{-5}{3}$

$\frac{7}{3}+\left(\frac{-5}{3}\right)$ನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಈ ರೀತಿ ಗುರುತಿಸೋಣ



ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ $\frac{1}{3}$. ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{-5}{3}$ನ್ನು $\frac{7}{3}$ಗೆ ಕೂಡುವುದು ಎಂದರೆ $\frac{7}{3}$ ರಿಂದ ಎಡಕ್ಕೆ 5 ಜಿಗಿತ ಜಿಗಿಯುವುದು. ನಾವು ಎಲ್ಲಿಗೆ ತಲುಪುತ್ತೇವೆ? ನಾವು $\frac{2}{3}$ನ್ನು ತಲುಪುತ್ತೇವೆ.



ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{7}{3}+\left(\frac{-5}{3}\right)=\frac{2}{3}$.

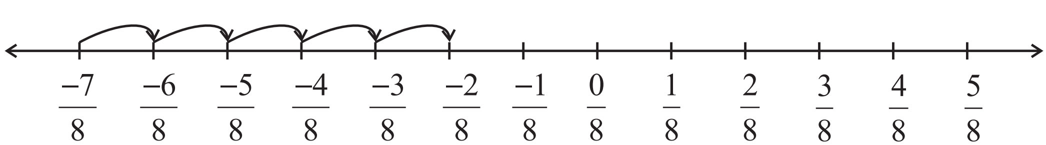
ಈಗ ನಾವು ಈ ರೀತಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ:

$$\frac{7}{3}+\frac{(-5)}{3}=\frac{7+(-5)}{3}=\frac{2}{3}$$

ಅದೇ ಉತ್ತರ ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

$\frac{6}{5}+\frac{(-2)}{5}$, $\frac{3}{7}+\frac{(-5)}{7}$ ಗಳನ್ನು ಎರಡೂ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಮತ್ತು ಒಂದೇ ಉತ್ತರ ಪಡೆಯುವಿರಾ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

ಅದೇ ರೀತಿ, $\frac{-7}{8}+\frac{5}{8}$ ನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿದಾಗ



ನಿಮಗೆ ಏನು ದೊರೆಯುತ್ತದೆ?

$\frac{-7}{8} + \frac{5}{8} = \frac{-7+5}{8} = ?$ ಎರಡರ ಉತ್ತರವು ಒಂದೇ ಆಗಿದೆಯೇ?

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ: $\frac{-13}{7} + \frac{6}{7}, \frac{19}{5} + \left(\frac{-7}{5}\right)$

ಆದ್ದರಿಂದ, ಒಂದೇ ಛೇದ ಹೊಂದಿರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಬೇಕಾದಾಗ. ಛೇದವನ್ನು ಹಾಗೆಯೇ ಇಟ್ಟುಕೊಂಡು ಅಂಶವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಕೂಡುತ್ತೇವೆ.

ಹೀಗಾಗಿ $\frac{-11}{5} + \frac{7}{5} = \frac{-11+7}{5} = \frac{-4}{5}$

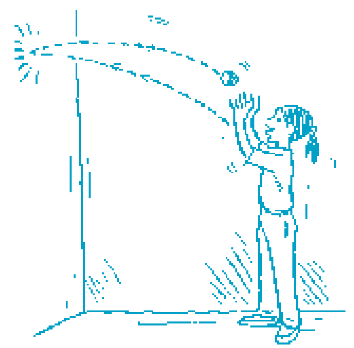
- ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಛೇದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಕೂಡುತ್ತೇವೆ? ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡುವ ಹಾಗೆಯೇ ಮೊದಲಿಗೆ ಎರಡು ಛೇದಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತೇವೆ. ನಂತರ ಲ.ಸಾ.ಅ ವನ್ನು ಛೇದವಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವಂತೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮಾನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು. ನಂತರ ಎರಡು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಬೇಕು

ಉದಾರಹಣೆಗೆ, $\frac{-7}{5}$ ಮತ್ತು $\frac{-2}{3}$ನ್ನು ಕೂಡಿ

5 ಮತ್ತು 3 ರ ಲ.ಸಾ.ಅ 15

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{-7}{5} = \frac{-21}{15}$ ಮತ್ತು $\frac{-2}{3} = \frac{-10}{15}$

ಹೀಗೆ $\frac{-7}{5} + \frac{(-2)}{3} = \frac{-21}{15} + \frac{(-10)}{15} = \frac{-31}{15}$



ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ

$\frac{-4}{7} + \frac{4}{7} = ?$

$\frac{-4}{7} + \frac{4}{7} = \frac{-4+4}{7} = 0$ ಮತ್ತು $\frac{4}{7} + \left(\frac{-4}{7}\right) = 0$

ಅದೇ ರೀತಿ, $\frac{-2}{3} + \frac{2}{3} = 0 = \frac{2}{3} + \left(\frac{-2}{3}\right)$.

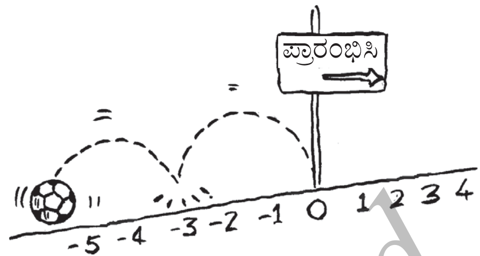
ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

(i) $\frac{-3}{7} + \frac{2}{3}$

(ii) $\frac{-5}{6} + \frac{-3}{11}$

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಲ್ಲಿ −2ನ್ನು 2 ರ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ ಎಂದು ಮತ್ತು 2ನ್ನು −2ರ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.



ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲೂ ಸಹ $\frac{-4}{7}$ನ್ನು $\frac{4}{7}$ರ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮವೆಂದು ಮತ್ತು $\frac{4}{7}$ನ್ನು $\frac{-4}{7}$ ರ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಅದೇ ರೀತಿ $\frac{-2}{3}$, $\frac{2}{3}$ ರ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ ಮತ್ತು $\frac{2}{3}$ರ ಸಂಕಲನ ವಿಲೋಮ $\frac{-2}{3}$

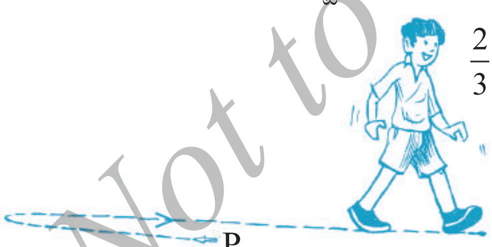
ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಇವುಗಳ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ ಏನು? $\frac{-3}{9}, \frac{-9}{11}, \frac{5}{7}$

ಉದಾಹರಣೆ 6. ಸತ್ಪಾಲ್ P ಸ್ಥಳದಿಂದ $\frac{2}{3}$ km ಪೂರ್ವದ ಕಡೆಗೆ ಚಲಿಸಿ ನಂತರ ಅಲ್ಲಿಂದ ಪಶ್ಚಿಮದ ಕಡೆಗೆ $1\frac{5}{7}$ km ಚಲಿಸಿದನು. ಈಗ ಅವನು P ಇಂದ ಎಲ್ಲಿರುವನು?

ಪರಿಹಾರ: ಪೂರ್ವದ ಕಡೆಗೆ ಚಲಿಸಿದ ದೂರವನ್ನು ಧನ ಚಿಹ್ನೆಯಿಂದ ಸೂಚಿಸೋಣ. ಆದ್ದರಿಂದ ಪಶ್ಚಿಮದ ಕಡೆಗಿನ ದೂರವನ್ನು ಋಣ ಚಿಹ್ನೆಯಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಹೀಗೆ P ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಸತ್ಪಾಲ್ ಇರುವ ದೂರ



$$\frac{2}{3}+\left(-1\frac{5}{7}\right)=\frac{2}{3}+\frac{(-12)}{7}=\frac{2\times7}{3\times7}+\frac{(-12)\times3}{7\times3}$$

$$=\frac{14-36}{21}=\frac{-22}{21}=-\left(1\frac{1}{21}\right)$$

ಇದು ಋಣ ಚಿಹ್ನೆಯಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಸತ್ಪಾಲ್ P ಯಿಂದ ಪಶ್ಚಿಮದ ಕಡೆಗೆ $1\frac{1}{21}$ km ದೂರದಲ್ಲಿದ್ದಾನೆ.

9.9.2 ವ್ಯವಕಲನ

ಸವಿತ ಎರಡು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದ $\frac{5}{7}$ ಮತ್ತು $\frac{3}{8}$ ರ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಈ ರೀತಿ ಕಂಡುಹಿಡಿದಳು:

$$\frac{5}{7}-\frac{3}{8}=\frac{40-21}{56}=\frac{19}{56}$$

ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕ a ಮತ್ತು b ಗಳಿಗೆ, $a - b = a + (-b)$ ಎಂಬುದಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಫರಿದಾ ತಿಳಿದಿದ್ದಳು.

ಅವಳು ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ $\frac{5}{7} - \frac{3}{8} = \frac{5}{7} + \frac{(-3)}{8} = \frac{19}{56}$ ಎಂಬದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಂಡಳು.

ಇಬ್ಬರೂ ಒಂದೇ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಪಡೆದರು.

$\frac{7}{8} - \frac{5}{9}$, $\frac{3}{11} - \frac{8}{7}$ನ್ನು ಎರಡು ವಿಧಾನಗಳಿಂದಲೂ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

ನೀವು ಒಂದೇ ಉತ್ತರ ಪಡೆದುಕೊಂಡಿರಾ?

ಆದ್ದರಿಂದ ಎರಡು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಳೆಯುವಾಗ, ಕಳೆಯಬೇಕಾಗಿರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವಿಲೋಮವನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಕೂಡಬೇಕು ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.

ಹೀಗೆ $1\frac{2}{3} - 2\frac{4}{5} = \frac{5}{3} - \frac{14}{5} = \frac{5}{3} + \frac{14}{5}$ರ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ $= \frac{5}{3} + \left(\frac{-14}{5}\right)$

$= \frac{-17}{15} = -1\frac{2}{15}$

$\frac{2}{7} - \left(\frac{-5}{6}\right)$? ಇದರ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ?

$\frac{2}{7} - \left(\frac{-5}{6}\right) = \frac{2}{7} + \left(\frac{-5}{6}\right)$ ರ ಸಂಕಲನ ವಿಲೋಮ

$= \frac{2}{7} + \frac{5}{6} = \frac{47}{42} = 1\frac{5}{42}$

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

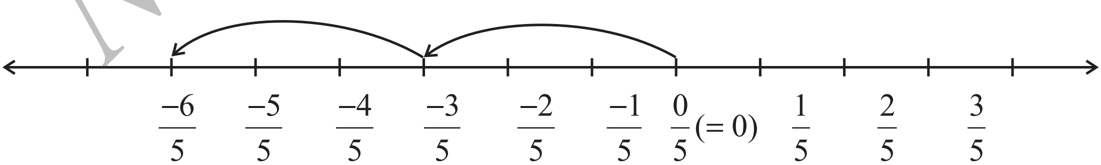
(i) $\frac{7}{9} - \frac{2}{5}$

(ii) $2\frac{1}{5} - \frac{(-1)}{3}$

9.9.3 ಗುಣಾಕಾರ

ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ $\frac{-3}{5}$ನ್ನು 2ರಿಂದ ಗುಣಿಸೋಣ. ಅಂದರೆ $\frac{-3}{5} \times 2$ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ.

ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ $\frac{3}{5}$ರ ಎಡಬದಿಗೆ ಎರಡು ಜಿಗಿತಗಳು ಎಂದರ್ಥ.



ಎಲ್ಲಿಗೆ ನಾವು ತಲುಪುತ್ತೇವೆ? ನಾವು $\frac{-6}{5}$ನ್ನು ತಲುಪುತ್ತೇವೆ. ಇದನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಲ್ಲಿ ಮಾಡಿದ ಹಾಗೆ ಮಾಡೋಣ.

$\frac{-3}{5}\times 2=\frac{-3\times 2}{5}=\frac{-6}{5}$ ಅದೇ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ದೊರೆಯಿತು.

$\frac{-4}{7}\times 3,\ \frac{-6}{5}\times 4$ನ್ನು ಎರಡೂ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಏನನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸುವಿರಿ?

ಆದ್ದರಿಂದ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಗುಣಿಸುವಾಗ, ನಾವು ಅಂಶವನ್ನು ಆ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಛೇದವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸದೆ ಹಾಗೆಯೇ ಇಡಬೇಕು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಂಡೆವು. ಈಗ ನಾವು ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಗುಣಿಸೋಣ.

$$\frac{-2}{9}\times(-5)=\frac{-2\times(-5)}{9}=\frac{10}{9}$$

ನೆನಪಿಡಿ: -5 ನ್ನು $\frac{-5}{1}$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{-2}{9}\times\frac{-5}{1}=\frac{10}{9}=\frac{-2\times(-5)}{9\times 1}$

ಅದೇ ರೀತಿ $\frac{3}{11}\times(-2)=\frac{3\times(-2)}{11\times 1}=\frac{-6}{11}$

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

(i) $\frac{-3}{5}\times 7$?

(ii) $\frac{-6}{5}\times(-2)$?

ಈ ವೀಕ್ಷಣೆಯ ಪ್ರಕಾರ $\frac{-3}{8}\times\frac{5}{7}=\frac{-3\times 5}{8\times 7}=\frac{-15}{56}$ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಂಡೆವು.

ಆದ್ದರಿಂದ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡಿದ ಹಾಗೆಯೇ ನಾವು ಎರಡು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮುಂದಿನಂತೆ ಗುಣಿಸುತ್ತೇವೆ:

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

(i) $\frac{-3}{4}\times\frac{1}{7}$

(ii) $\frac{2}{3}\times\frac{-5}{9}$

ಹಂತ 1: ಎರಡೂ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಿ

ಹಂತ 2: ಎರಡೂ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಛೇದಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಿ

ಹಂತ 3:

ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು $\frac{\text{ಹಂತ 1ರ ಫಲಿತಾಂಶ}}{\text{ಹಂತ 2ರ ಫಲಿತಾಂಶ}}$ ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಹೀಗೆ $\frac{-3}{5}\times\frac{2}{7}=\frac{-3\times 2}{5\times 7}=\frac{-6}{35}$

ಮತ್ತು $\frac{-5}{8}\times\frac{-9}{7}=\frac{-5\times(-9)}{8\times 7}=\frac{45}{56}$

9.9.4 ಭಾಗಾಕಾರ

ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮವನ್ನು ಈಗಾಗಲೇ ತಿಳಿದಿದ್ದೇವೆ. $\frac{2}{7}$ ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಎಷ್ಟು? $\frac{2}{7}$ ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ $\frac{7}{2}$. ಇದೇ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಶೂನ್ಯವಲ್ಲದ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ವಿಸ್ತರಿಸೋಣ.

$\frac{-2}{7}$ ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ $\frac{7}{-2}$ ಅಂದರೆ $\frac{-7}{2}$. ಅದೇ ರೀತಿ $\frac{-3}{5}$ ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ $\frac{-5}{3}$.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ:

ಇವುಗಳ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಏನು? $\frac{-6}{11}$ ಮತ್ತು $\frac{-8}{5}$

ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳ ಗುಣಾಕಾರ

ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಅದರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಯಾವಾಗಲೂ 1

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $\frac{-4}{9} \times \left(\frac{-4}{9} \text{ ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ}\right)$

$$= \frac{-4}{9} \times \frac{-9}{4} = 1$$

ಅದೇ ರೀತಿ, $\frac{-6}{13} \times \frac{-13}{6} = 1$

ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು ಖಚಿತಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

ಸವಿತ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ $\frac{4}{9}$ ನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ $\frac{-5}{7}$ ರಿಂದ ಈ ರೀತಿ ಭಾಗಿಸಿದಳು.

$$\frac{4}{9} \div \frac{-5}{7} = \frac{4}{9} \times \frac{7}{-5} = \frac{-28}{45}.$$

ಅವಳು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಲ್ಲಿ ಬಳಸಿದ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಬಳಸಿದಳು.

ಅರ್ಪಿತ್ ಮೊದಲಿಗೆ $\frac{4}{9}$ ನ್ನು $\frac{5}{7}$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ $\frac{28}{45}$ ನ್ನು ಪಡೆದನು.

ಅಂತಿಮವಾಗಿ ಅವನು $\frac{4}{9} \div \frac{-5}{7} = \frac{-28}{45}$ ಎಂದು ಹೇಳಿದನು. ಅವನಿಗೆ ಈ ಉತ್ತರ ಹೇಗೆ ದೊರೆಯಿತು?

ಅವನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡುವಂತೆ ಋಣ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ನಿರ್ಲಕ್ಷಿಸಿ ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡಿದನು ಮತ್ತು ಋಣ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಪಡೆದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಇರಿಸಿದನು.

ಇಬ್ಬರಿಗೂ ಒಂದೇ ಉತ್ತರ $\frac{-28}{45}$ ದೊರೆಯಿತು. $\frac{2}{3}$ ನ್ನು $\frac{-5}{7}$ ರಿಂದ ಎರಡೂ ವಿಧಾನ ಬಳಸಿ ಭಾಗಿಸಿ ಮತ್ತು ಒಂದೇ ಉತ್ತರ ದೊರೆಯುವುದೇ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಬೇಕಾದರೆ ನಾವು ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮದಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು ಎಂಬುದನ್ನು ಇದು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.

ಹೀಗೆ $\frac{6}{-5} \div \frac{-2}{3} = \frac{6}{-5} \times \left(\frac{-2}{3} \text{ ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ}\right) = \frac{6}{-5} \times \frac{3}{-2} = \frac{18}{10}$

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ: (i) $\frac{2}{3} \times \frac{-7}{8}$ (ii) $\frac{-6}{7} \times \frac{5}{7}$

ಅಭ್ಯಾಸ 9.2

1. ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $\frac{5}{4} + \left(\frac{-11}{4}\right)$ (ii) $\frac{5}{3} + \frac{3}{5}$ (iii) $\frac{-9}{10} + \frac{22}{15}$

(iv) $\frac{-3}{-11} + \frac{5}{9}$ (v) $\frac{-8}{19} + \frac{(-2)}{57}$ (vi) $\frac{-2}{3} + 0$

(vii) $-2\frac{1}{3} + 4\frac{3}{5}$

2. ಇವುಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $\frac{7}{24} - \frac{17}{36}$ (ii) $\frac{5}{63} - \left(\frac{-6}{21}\right)$ (iii) $\frac{-6}{13} - \left(\frac{-7}{15}\right)$

(iv) $\frac{-3}{8} - \frac{7}{11}$ (v) $-2\frac{1}{9} - 6$

3. ಗುಣಲಬ್ಧ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $\frac{9}{2}\times\left(\frac{-7}{4}\right)$ (ii) $\frac{3}{10}\times(-9)$ (iii) $\frac{-6}{5}\times\frac{9}{11}$

(iv) $\frac{3}{7}\times\left(\frac{-2}{5}\right)$ (v) $\frac{3}{11}\times\frac{2}{5}$ (vi) $\frac{3}{-5}\times\frac{-5}{3}$

4. ಇವುಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $(-4)\div\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{-3}{5}\div 2$ (iii) $\frac{-4}{5}\div(-3)$

(iv) $\frac{-1}{8}\div\frac{3}{4}$ (v) $\frac{-2}{13}\div\frac{1}{7}$ (vi) $\frac{-7}{12}\div\left(\frac{-2}{13}\right)$

(vii) $\frac{3}{13}\div\left(\frac{-4}{65}\right)$

ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿರುವ ಅಂಶಗಳು

1. $\frac{p}{q}$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದಾದ p ಮತ್ತು q ಗಳು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಮತ್ತು $q \neq 0$ ಆಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. $\frac{-2}{7}, \frac{3}{8}, 3$ ಇತ್ಯಾದಿಗಳು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.
2. ಎಲ್ಲಾ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಮತ್ತು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.
3. ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಶ ಅಥವಾ ಛೇದವನ್ನು ಸೊನ್ನೆಯಲ್ಲದ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕದಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಅಥವಾ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ದತ್ತ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮಾನವಾದ ಇನ್ನೊಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $\frac{-3}{7}=\frac{-3\times 2}{7\times 2}=\frac{-6}{14}$. ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{-3}{7}$ ರ ಸಮಾನ ರೂಪ $\frac{-6}{14}$ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. $\frac{-6}{14}=\frac{-6\div 2}{14\div 2}=\frac{-3}{7}$ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.
4. ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಧನ ಮತ್ತು ಋಣ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಅಂಶ ಮತ್ತು ಛೇದಗಳೆರಡೂ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಅದು ಧನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಅಂಶ ಅಥವಾ ಛೇದ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾದರೆ ಅದು ಋಣ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ $\frac{3}{8}$ ಒಂದು ಧನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆದರೆ $\frac{-8}{9}$ ಒಂದು ಋಣ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ.
5. ಸಂಖ್ಯೆ 0 ಧನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಅಲ್ಲ ಅಥವಾ ಋಣ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಅಲ್ಲ.

6. ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಆದರ್ಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇದೆ ಎನ್ನುವುದಾದರೆ ಅದರ ಛೇದವು ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿರಬೇಕು ಮತ್ತು ಅಂಶ ಹಾಗೂ ಛೇದಗಳೆರಡೂ 1 ನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಯಾವುದೇ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ಹೊಂದಿರಬಾರದು.

   $\frac{-1}{3}, \frac{2}{7}$ ಮುಂತಾದವುಗಳು ಆದರ್ಶ ರೂಪದಲ್ಲಿವೆ.

7. ಎರಡು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವೆ ಅಪರಿಮಿತ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿರುತ್ತವೆ.

8. ಒಂದೇ ಛೇದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಎರಡು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಬೇಕಾದರೆ ಅವುಗಳ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ, ಛೇದವನ್ನು ಹಾಗೆಯೇ ಇಡಬೇಕು. ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಛೇದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಲು ಮೊದಲಿಗೆ ಎರಡೂ ಛೇದಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಮತ್ತು ಎರಡೂ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಲ.ಸಾ.ಅ.ವನ್ನೇ ಛೇದವಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವಂತೆ ಸಮಾನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಬೇಕು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ $\frac{-2}{3}+\frac{3}{8}=\frac{-16}{24}+\frac{9}{24}=\frac{-16+9}{24}=\frac{-7}{24}$ ಇಲ್ಲಿ 3 ಮತ್ತು 8ರ ಲ.ಸಾ.ಅ 24

9. ಎರಡು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವಾಗ ನಾವು ಕಳೆಯಬೇಕಾಗಿರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮವನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಕೂಡುತ್ತೇವೆ.

   ಹೀಗೆ $\frac{7}{8}-\frac{2}{3}=\frac{7}{8}+\frac{2}{3}$ ರ ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮ $=\frac{7}{8}+\frac{(-2)}{3}=\frac{21+(-16)}{24}=\frac{5}{24}$.

10. ಎರಡು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಲು ನಾವು ಅವುಗಳ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಛೇದಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಗುಣಿಸುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ: $\frac{\text{ಅಂಶಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ}}{\text{ಛೇದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ}}$.

11. ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ಸೊನ್ನೆಯಲ್ಲದ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಲು ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮತ್ತೊಂದರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮದಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು. ಹೀಗೆ

    ಹೀಗೆ $\frac{-7}{2}\div\frac{4}{3}=\frac{-7}{2}\times\left(\frac{4}{3}\text{ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ}\right)=\frac{-7}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{-21}{8}$.

ಅಧ್ಯಾಯ – 10

ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ರೇಖಾಗಣಿತ

B78SCN

10.1 ಪೀಠಿಕೆ

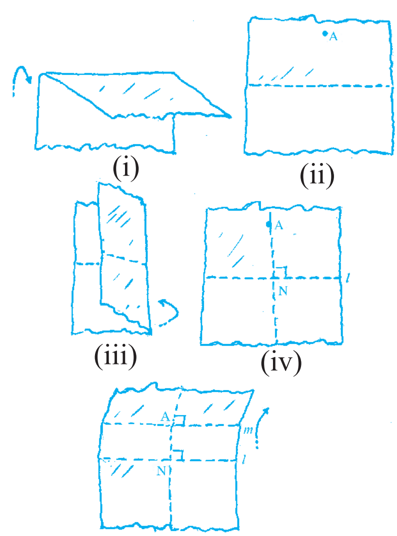
ನಿಮಗೆ ಹಲವಾರು ಆಕೃತಿಗಳ ಪರಿಚಯವಿದೆ. ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಅವುಗಳಲ್ಲಿನ ಕೆಲವು ಆಕೃತಿಗಳ ಚಿತ್ರ ಬರೆಯುವುದನ್ನು ನೀವು ಕಲಿತಿದ್ದೀರಿ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅಳತೆಯ ರೇಖಾಖಂಡ ಎಳೆಯುವುದು, ದತ್ತ ರೇಖಾಖಂಡಕ್ಕೆ ಲಂಬರೇಖೆ ಎಳೆಯುವುದು, ಕೋನ ರಚಿಸುವುದು, ಕೋನಾರ್ಧರೇಖೆ ಎಳೆಯುವುದು ಮುಂತಾದವನ್ನು ನೀವು ಮಾಡಬಲ್ಲಿರಿ.

ಈಗ ನೀವು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆ ಮತ್ತು ಕೆಲವು ವಿಧದ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಲಿಯುವಿರಿ.

10.2 ದತ್ತ ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿಲ್ಲದ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ದತ್ತ ರೇಖೆಗೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆ ರಚಿಸುವುದು.

ಒಂದು ಚಟುವಟಿಕೆಯೊಂದಿಗೆ ಪ್ರಾರಂಭಿಸೋಣ (ಚಿತ್ರ : 10.1).

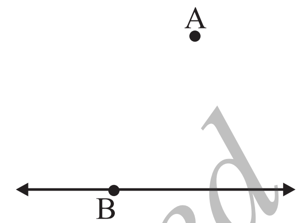
1) ಒಂದು ಹಾಳೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಮಧ್ಯಕ್ಕೆ ಮಡಚಿ. ಆ ಮಡಿಕೆಯು ರೇಖೆ '*l*' ನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.
2) ಮಡಚಿರುವ ಹಾಳೆಯನ್ನು ಹರಡಿ ರೇಖೆ '*l*' ನ ಹೊರಗೆ ಬಿಂದು 'A' ಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.
3) ರೇಖೆ '*l*' ಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವಂತೆ ಹಾಗೂ ಮಡಿಕೆಯು 'A' ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವಂತೆ ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಮಡಚಿ. ಲಂಬವನ್ನು AN ಎಂದು ಹೆಸರಿಸಿ.
4) ಈ ಲಂಬರೇಖೆಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವಂತೆ ಹಾಗೂ 'A' ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವಂತೆ ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಮಡಚಿ. ಈ ಹೊಸ ಲಂಬ ಮಡಿಕೆಯನ್ನು '*m*' ಎಂದು ಹೆಸರಿಸಿ ಈಗ $l \parallel m$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಏಕೆ ಗೊತ್ತೆ ?
   ಇಲ್ಲಿ 'm' ಮತ್ತು *l* ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆ ಎಂದು ಹೇಳಲು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ಯಾವ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತವೆ?



ಚಿತ್ರ 10.1

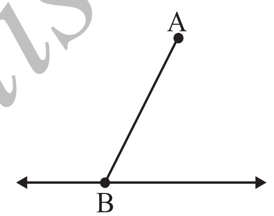
ಛೇದಕ ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಗುಣಲಕ್ಷಣವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿ ಮತ್ತು ಕೈವಾರ ಮಾತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಮುಂದಿನ ರಚನೆ ಮಾಡಿ.

ಹಂತ 1: ರೇಖೆ 'l' ನ್ನು ಎಳೆದು ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದು 'A' ಯನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ (ಚಿತ್ರ 10.2 (i)).



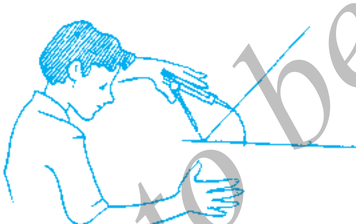
10.2 (i)

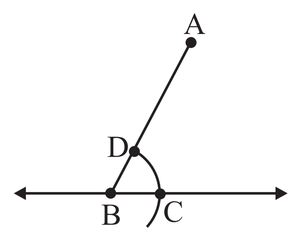
ಹಂತ 2: l ನ ಮೇಲೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಬಿಂದು B ಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. B ಮತ್ತು A ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿ (ಚಿತ್ರ 10.2 (ii)).



10.2 (ii)

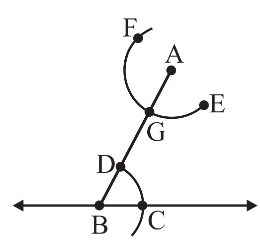
ಹಂತ 3: B ಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರಿಸಿ ಅನುಕೂಲಕರ ತ್ರಿಜ್ಯದೊಂದಿಗೆ l ನ್ನು C ಯಲ್ಲಿ ಮತ್ತು BA ಯನ್ನು D ಯಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸುವಂತೆ ಕಂಸ ರಚಿಸಿ (ಚಿತ್ರ 10.2 (iii)).





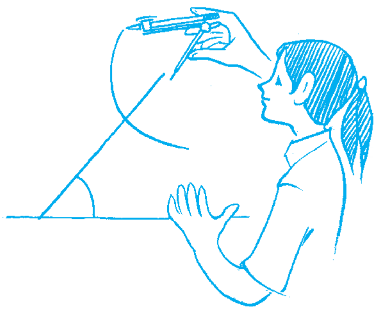
10.2 (iii)

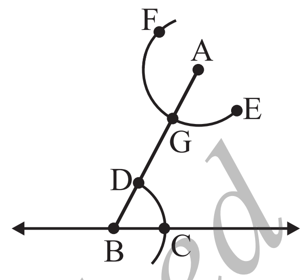
ಹಂತ 4: ಈಗ A ಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರಿಸಿ ಹಂತ (3)ರಲ್ಲಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಅಳತೆಯೊಂದಿಗೆ AB ಯನ್ನು G ಯಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸುವಂತೆ EF ಕಂಸ ರಚಿಸಿ (ಚಿತ್ರ 10.2 (iv)).



10.2 (iv)

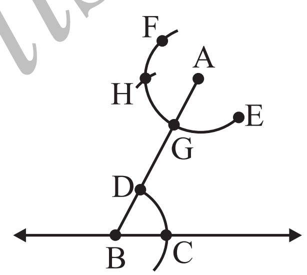
ಹಂತ 5: ಕೈವಾರವನ್ನು C ಯ ಮೇಲಿರಿಸಿ, ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ನ ತುದಿಯನ್ನು D ಗೆ ಸರಿಹೊಂದಿಸಿ (ಚಿತ್ರ 10.2 (v)).





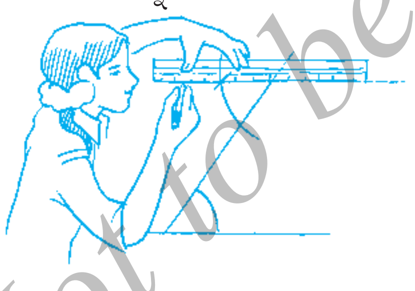
(v)

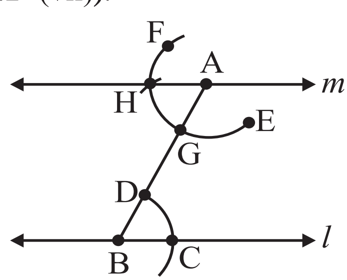
ಹಂತ 6: C ಮತ್ತು D ಗೆ ಸರಿಹೊಂದಿಸಿದ ಅಳತೆಯೊಂದಿಗೆ (ಹಂತ 5ರಲ್ಲಿದ್ದಂತೆ) G ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರಿಸಿ, EF ನ್ನು H ನಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸುವಂತೆ ಕಂಸ ರಚಿಸಿ (ಚಿತ್ರ 10.2 (vi)).



(vi)

ಹಂತ 7: ಈಗ AH ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ‘m’ ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ (ಚಿತ್ರ 10.2 (vii)).





(vii)

ಚಿತ್ರ 10.2 (i)–(vii)

$\angle ABC$ ಮತ್ತು $\angle BAH$ ಗಳು ಪರ್ಯಾಯ ಒಳಕೋನಗಳಾಗಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಆದ್ದರಿಂದ $m \parallel l$.

ಆಲೋಚಿಸಿ, ಚರ್ಚಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ

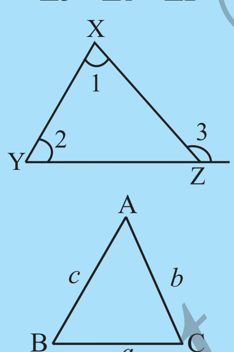
1. ಮೇಲಿನ ರಚನೆಯಲ್ಲಿ, A ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ l ರೇಖೆಗೆ ಇನ್ನೊಂದು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಯನ್ನು ನೀವು ಎಳೆಯಬಲ್ಲಿರಾ?
2 ಸಮ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳ ಬದಲಾಗಿ, ಸಮ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳ ಗುಣವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಮೇಲಿನ ರಚನೆಯನ್ನು ನೀವು ಮಾರ್ಪಡಿಸುವಿರಾ?

ಅಭ್ಯಾಸ 10.1

1. AB ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆದು, ಅದರ ಹೊರಗೆ C ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಸ್ಕೇಲ್ (ಅಳತೆಪಟ್ಟಿ) ಮತ್ತು ಕೈವಾರವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ C ಯ ಮೂಲಕ AB ಗೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.
2. l ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆದು, ಅದರ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ l ಗೆ ಲಂಬವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಲಂಬರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ, l ನಿಂದ 4 cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ X ನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ. X ನ ಮೂಲಕ l ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ m ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.
3. l ಒಂದು ರೇಖೆ ಮತ್ತು ಆ ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿಲ್ಲದ್ದ ಒಂದು ಬಿಂದು (ಬಾಹ್ಯಬಿಂದು) P ಆಗಿರಲಿ. P ಯ ಮೂಲಕ l ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ರೇಖೆ m ನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಈಗ P ಯನ್ನು l ಮೇಲಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಬಿಂದು Q ಗೆ ಸೇರಿಸಿ. m ನ ಮೇಲೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಬಿಂದು R ನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ. R ನ ಮೂಲಕ PQ ಗೆ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆ ಎಳೆಯಿರಿ. ಈ ರೇಖೆಯು l ನ್ನು S ನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಲಿ. ಈ ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಿಂದ ಆವೃತವಾದ ಆಕೃತಿ ಯಾವುದು?

10.3 ತ್ರಿಭುಜಗಳ ರಚನೆ

$\angle 3 = \angle 1 + \angle 2$

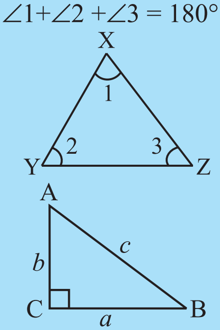


$a + b > c$

ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಪರಿಕಲ್ಪನೆ, ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು ಹಾಗೂ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸರ್ವ ಸಮತೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಒಮ್ಮೆ ಸ್ಮರಿಸೋಣ.

ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಬಾಹುಗಳ ಅಥವ ಕೋನಗಳ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ವಿಭಾಗಿಸಬಹುದೆಂದು ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ತ್ರಿಭುಜಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು ಮುಂದಿನಂತಿವೆ.

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$



$b^2 + a^2 = c^2$

(i) ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹ್ಯ ಕೋನವು ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.

(ii) ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವು 180° ಗೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

(iii) ತ್ರಿಭುಜದ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೊತ್ತವು ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿಗಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾಗಿರುತ್ತದೆ.

(iv) ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಬೇಕಾದ ಅಗತ್ಯ ಅಂಶಗಳು ಯಾವುದೆಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿದೆವು. ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಅಂಶಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದನ್ನು ನೀಡಿದಾಗ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು.

(i) ಮೂರು ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆ.

(ii) ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ.

(iii) ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಬಾಹು.

(iv) ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ವಿಕರ್ಣ ಮತ್ತು ಲಂಬಕೋನವನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಬಾಹು.

10.4 ಮೂರು ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆ ನೀಡಿದಾಗ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ರಚನೆ (ಬಾಬಾಬಾ ನಿಬಂಧನೆ)

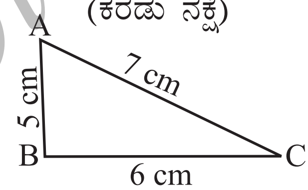
ಈ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ನಾವು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆ ನೀಡಿದಾಗ ತ್ರಿಭುಜದ ರಚನೆ ಮಾಡುತ್ತೇವೆ. ಮೊದಲು ನೀಡಿರುವ ಅಳತೆಗನುಸಾರವಾಗಿ ಕರಡು ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆಯೊಂದಿಗೆ ರಚನೆ ಪ್ರಾರಂಭಿಸುತ್ತೇವೆ. ಮುಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಉದಾಹರಣೆ 1. AB = 5 cm, BC = 6 cm ಮತ್ತು AC = 7 cm ಇರುವ ತ್ರಿಭುಜ ABC ರಚಿಸಿ

ಪರಿಹಾರ:

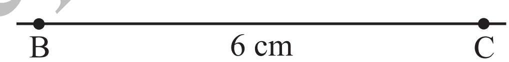
ಹಂತ 1 : ಮೊದಲು ಅಳತೆಗನುಸಾರವಾಗಿ ಕರಡು ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸುತ್ತೇವೆ. (ಇದರಿಂದ ನಾವು ಹೇಗೆ ಮುಂದುವರೆಯಬೇಕೆಂದು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ) (ಚಿತ್ರ: 10.3(i))

(ಕರಡು ನಕ್ಷೆ)



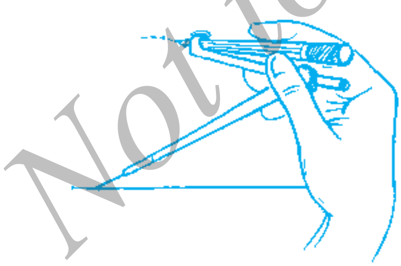
(i)

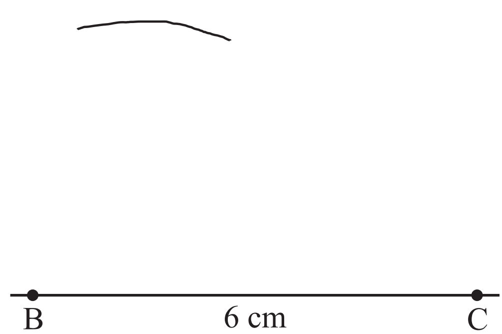
ಹಂತ 2: BC = 6 cm ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ,



(ii)

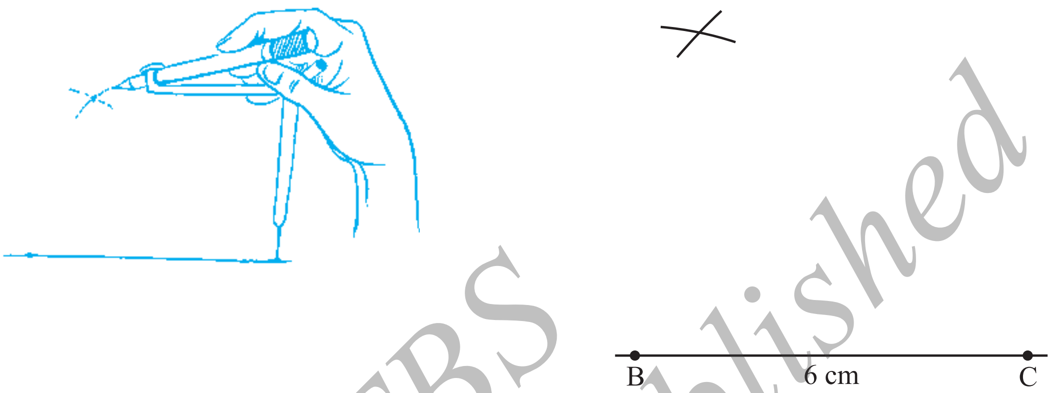
ಹಂತ 3: B ಯಿಂದ A ಗೆ ಇರುವ ದೂರ 5 cm. B ಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರಿಸಿ 5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಒಂದು ಕಂಸವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. (ಈಗ A ಬಿಂದುವು ಈ ಕಂಸದ ಮೇಲೆ ಇರುತ್ತದೆ. ಅದು ನಿಖರವಾಗಿ ಎಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾಗಿದೆ.) (ಚಿತ್ರ 10.3 (iii))





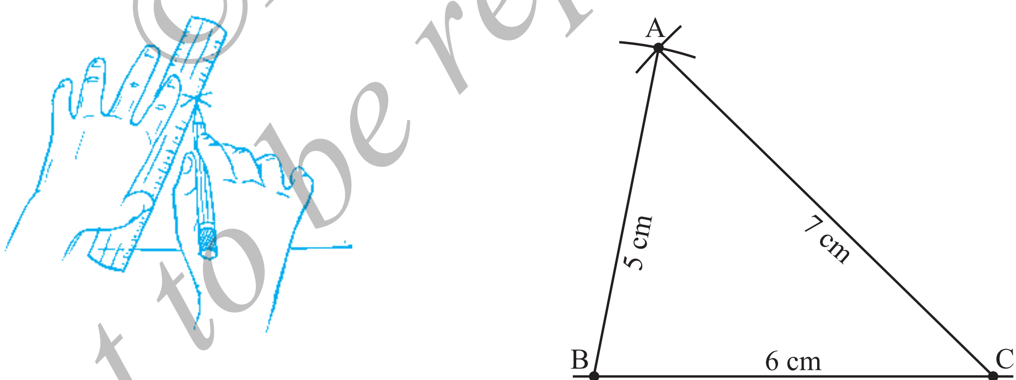
(iii)

ಹಂತ 4: C ಯಿಂದ A ಬಿಂದುವಿಗೆ ಇರುವ ದೂರ 7 cm ಆದ್ದರಿಂದ C ಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರಿಸಿ, 7 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಒಂದು ಕಂಸವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ (A ಬಿಂದುವು ಈ ಕಂಸದ ಎಲ್ಲೋ ಒಂದುಕಡೆ ಇದ್ದು ಅದನ್ನು ಗುರುತಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ) (ಚಿತ್ರ 10.3 (iv)).



(iv)

ಹಂತ 5: A ಬಿಂದುವು ಎರಡೂ ಕಂಸಗಳ ಮೇಲೆ ಇದ್ದು, ಎರಡೂ ಕಂಸಗಳು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುವೇ A ಆಗಿದೆ. ಕಂಸಗಳು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುವನ್ನು A ಎಂದು ಗುರುತಿಸಿ. AB ಮತ್ತು AC ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿ. ಈಗ ΔABC ಪೂರ್ಣವಾಗಿದೆ (ಚಿತ್ರ : 10.3 (v)).



(v)

ಚಿತ್ರ 10.3 (i) – (v)

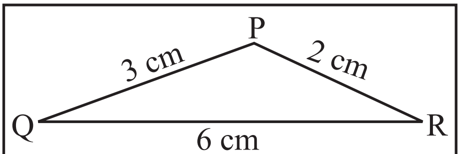
ಇದನ್ನು ಮಾಡಿ

ಈಗ DE = 5 cm, EF = 6 cm ಹಾಗೂ DF = 7 cm ಅಳತೆಯಿರುವ ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜ DEF ರಚಿಸಿ. ΔDEF ನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ, ΔABC ಯ ಮೇಲಿರಿಸಿ. ನೀವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುವಿರಿ?

ΔDEF ಹಾಗೂ ΔABC ಪರಸ್ಪರ ಐಕ್ಯವಾಗುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ. (ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆ ನೀಡಿದಾಗ ರಚನೆ ಮಾಡಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ) ಆದ್ದರಿಂದ

ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳು ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಇದು ಹಿಂದಿನ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ನೀವು ಕಲಿತ ಬಾಬಾಬಾ ಸರ್ವ ಸಮತೆಯಾಗಿದೆ.

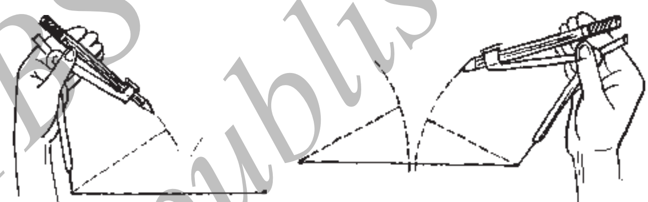
ಆಲೋಚಿಸಿ, ಚರ್ಚಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ



ಚಿತ್ರ 10.4 ಯೋಚಿಸಿ: ಈ ಚಿತ್ರ ಸರಿಯಾಗಿದೆಯೇ?

ಒಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಕರಡು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದನು. ಅವನು ಮೊದಲು QR ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆಯುತ್ತಾನೆ. ನಂತರ Q ನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರಿಸಿ 3 cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ಅಳತೆಯ ಕಂಸವನ್ನು ಹಾಗೂ R ನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರಿಸಿ 2 cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ಕಂಸವನ್ನು ಎಳೆದನು. ಆದರೂ ಅವನಿಗೆ P ಬಿಂದು ದೊರೆಯಲಿಲ್ಲ. ಕಾರಣವೇನು? ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಗುಣ ಯಾವುದು?

ಆ ಅಳತೆಯ ತ್ರಿಭುಜವಿರಲು ಸಾಧ್ಯವೇ? (ತ್ರಿಭುಜದ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೊತ್ತವು ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬ ತ್ರಿಭುಜದ ಗುಣವನ್ನು ಸ್ಮರಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ)



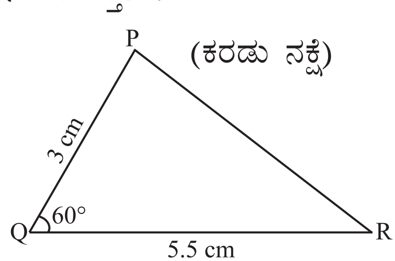
ಅಭ್ಯಾಸ 10.2

1. $XY = 4.5$ cm, $YZ = 5$cm ಮತ್ತು $ZX = 6$ cm ಅಳತೆಯಿರುವ ΔXYZ ರಚಿಸಿ.
2. ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆ 5.5 cm ಇರುವ ಒಂದು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿ.
3. $PQ = 4$ cm, $QR = 3.5$ cm ಮತ್ತು $PR = 4$ cm ಅಳತೆಯಿರುವ ΔPQR ರಚಿಸಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಧ ಯಾವುದು.?
4. $AB = 2.5$ cm, $BC = 6$ cm ಮತ್ತು $AC = 6.5$ cm ಅಳತೆಯಿರುವ ΔABC ರಚಿಸಿ. $\angle B$ ಅಳತೆ ಮಾಡಿ.

10.5 ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನದ ಅಳತೆ ನೀಡಿದಾಗ ತ್ರಿಭುಜದ ರಚನೆ (ಬಾಕೋಬಾ ನಿಬಂಧನೆ)

ಇಲ್ಲಿ ನಮಗೆ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಹಾಗೂ ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನದ ಅಳತೆ ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಮೊದಲು ಕರಡು ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸುತ್ತೇವೆ. ನಂತರ ನೀಡಲಾಗಿರುವ ಎರಡು ರೇಖಾಖಂಡಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು ಎಳೆಯುತ್ತೇವೆ. ಮುಂದಿನ ಹಂತಗಳನ್ನು ಉದಾಹರಣೆ 2 ರಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾಗಿರುವಂತೆ ಅನುಸರಿಸುತ್ತೇವೆ.

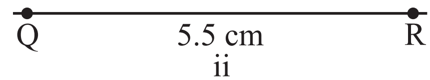
ಉದಾಹರಣೆ 2. $PQ = 3$ cm, $QR = 5.5$ cm ಮತ್ತು $\angle PQR = 60°$ ಇರುವ ತ್ರಿಭುಜ PQR ರಚಿಸಿ.



10.5 (i)

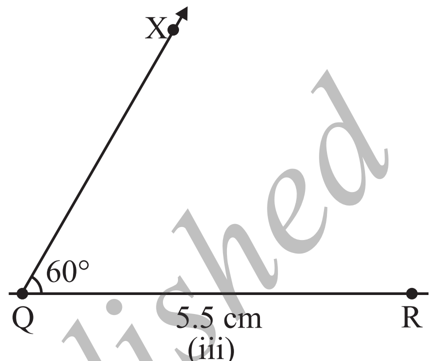
ಪರಿಹಾರ:

ಹಂತ 1 : ಮೊದಲು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅಳತೆಗನುಸಾರವಾಗಿ ನಾವು ಒಂದು ಕರಡು ಚಿತ್ರ ರಚಿಸುತ್ತೇವೆ. (ಇದರಿಂದ ಮುಂದಿನ ಹಂತಗಳನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ನಿರ್ಧರಿಸಬಹುದು) [ಚಿತ್ರ 10.5 (i)]

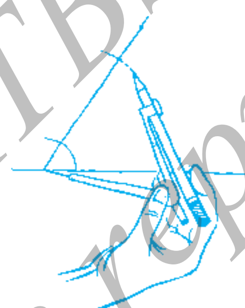


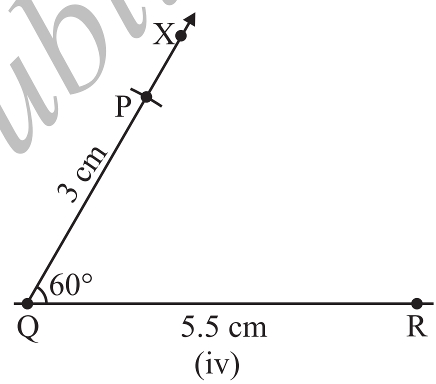
ಹಂತ 2 : QR = 5.5cm ಅಳತೆಯಿರುವ ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡ ಎಳೆಯಿರಿ. [ಚಿತ್ರ 10.5 (ii)]

ಹಂತ 3 : Q ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ QR ನೊಂದಿಗೆ 60° ಕೋನ ಉಂಟುಮಾಡುವಂತೆ QX ಎಳೆಯಿರಿ. [P ಬಿಂದುವು QX ಕಿರಣದ ಮೇಲೆ ಇರುತ್ತದೆ] [ಚಿತ್ರ 10.5 (iii)]

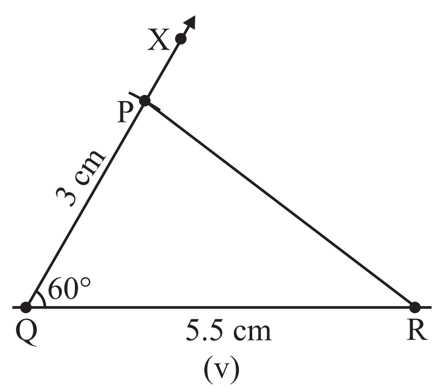


ಹಂತ 4 : (P ಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು QP ಯ ಅಳತೆ ನೀಡಲಾಗಿದೆ.) Q ಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರಿಸಿ 3 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಕಂಸವನ್ನು QX ನ ಮೇಲೆ P ಯಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸುವಂತೆ ಎಳೆಯಿರಿ. [ಚಿತ್ರ 10.5 (iv)]





ಹಂತ 5 : PR ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ΔPQR ಪೂರ್ಣವಾಗಿದೆ. [ಚಿತ್ರ 10.5 (v)]



ಚಿತ್ರ 10.5 (i) – (v)

ಇದನ್ನು ಮಾಡಿ

AB = 3 cm, BC = 5.5 cm ಮತ್ತು $m\angle ABC = 60°$ಇರುವ ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ABCಯನ್ನು ರಚಿಸೋಣ. ΔABC ಯನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ΔPQR ನ ಮೇಲಿರಿಸಿ. ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುವಿರಿ? ΔABC ಯು ΔPQR ನೊಂದಿಗೆ ನಿಖರವಾಗಿ ಐಕ್ಯವಾಗುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಹಾಗೂ ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಇದು ನಾವು ಹಿಂದಿನ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಕಲಿತ ಬಾಕೋಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆ ನಿಯಮವಾಗಿದೆ. (ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಹಾಗೂ ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನದ ಅಳತೆ ನೀಡಿದಾಗ ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ)

ಆಲೋಚಿಸಿ, ಚರ್ಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಬರೆಯಿರಿ

ಮೇಲಿನ ರಚನೆಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆ ಹಾಗೂ ಒಂದು ಕೋನದ ಅಳತೆ ನೀಡಲಾಗಿತ್ತು. ಈಗ ಮುಂದಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

AB = 3cm, AC = 5 cm ಮತ್ತು $m\angle C = 30°$ ಇರುವ ΔABC ಯನ್ನು ರಚಿಸಲು ನಮಗೆ ಸಾಧ್ಯವೇ? ನಾವು AC = 5 cm ಮತ್ತು 30° ಅಳತೆಯಿರುವ $\angle C$ ಯನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದುCA ಯು $\angle C$ ಯ ಒಂದು ಬಾಹುವಾಗಿದ್ದು, ಬಿಂದು B ಯು $\angle C$ ಯ ಇನ್ನೊಂದು ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿರುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಬಿಂದು B ಒಂದನ್ನೇ ಅನನ್ಯವಾಗಿ ಗುರ್ತಿಸಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳು ΔABC ಯನ್ನು ರಚಿಸಲು ಅಪೂರ್ಣವಾಗಿವೆ.

ಈಗ AB = 3cm, AC = 5 cm ಮತ್ತು $m\angle B = 30°$ ಇರುವ ಇನ್ನೊಂದು ΔABC ಯನ್ನು ರಚಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ. ನಾವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸಿದೆವು? ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ, ΔABC ಯನ್ನು ಅನನ್ಯವಾಗಿ ರಚಿಸಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ನೀಡಿದಾಗ ಮಾತ್ರ ಒಂದು ಅನನ್ಯ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೆಂದು ನಾವು ತೀರ್ಮಾನಿಸಬಹುದು.

ಅಭ್ಯಾಸ 10.3

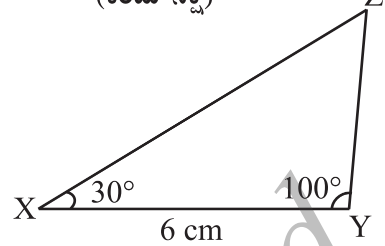
1. DE = 5 cm, DF = 3 cm ಮತ್ತು $m\angle EDF = 90°$ ಇರುವಂತೆ ΔDEF ರಚಿಸಿ.
2. ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಪ್ರತಿ ಸಮ ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆ 6.5 cm ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 110° ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿ.
3. BC = 7.5 cm, AC = 5 cm ಹಾಗೂ $m\angle C = 60°$ ಇರುವಂತೆ ΔABC ರಚಿಸಿ.

10.6 ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆ ಕೊಟ್ಟಾಗ ತ್ರಿಭುಜದ ರಚನೆ (ಕೋಬಾಕೋ ನಿಬಂಧನೆ)

ಮೊದಲಿನಂತೆ ಒಂದು ಕರಡು ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈಗ ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆದು ಅದರ ಅಂಚಿನಲ್ಲಿ ಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಉದಾಹರಣೆ 3ನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಉದಾಹರಣೆ 3. XY = 6 cm, m∠ZXY = 30° ಮತ್ತು m∠XYZ = 100° ಇರುವಂತೆ ΔXYZ ರಚಿಸಿ.

(ಕರಡು ನಕ್ಷೆ)

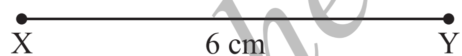


10.6 (i)

ಪರಿಹಾರ:

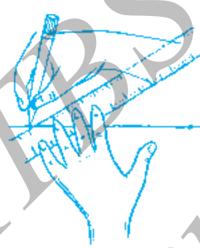
ಹಂತ 1: ನೈಜ ರಚನೆಗಿಂತ ಮೊದಲು ಕರಡು ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ರಚಿಸಿ. (ಮುಂದಿನ ಹಂತಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಇದು ಸಹಕಾರಿಯಾಗುತ್ತದೆ) [ಚಿತ್ರ (10.6 (i)].

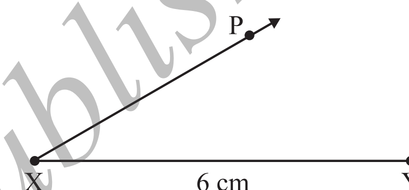
ಹಂತ 2: 6 cm ಅಳತೆಯಿರುವ XY ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ [ಚಿತ್ರ (10.6 (ii)].



10.6 (ii)

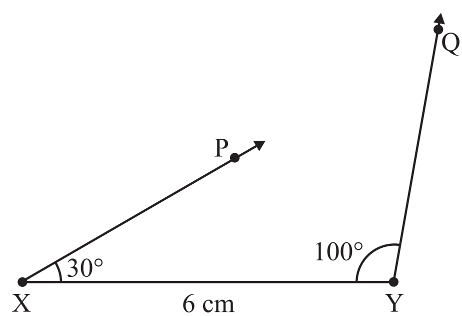
ಹಂತ 3: X ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ XY ನೊಂದಿಗೆ 30° ಕೋನ ಉಂಟುಮಾಡುವಂತೆ XP ಕಿರಣವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ನಿಬಂಧನೆಯಂತೆ Z ಬಿಂದುವು XP ಯ ಮೇಲಿರುತ್ತದೆ [ಚಿತ್ರ (10.6 (iii)].





10.6 (iii)

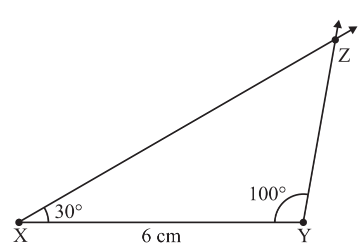
ಹಂತ 4: Y ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ YX ನೊಂದಿಗೆ 100° ಕೋನ ಉಂಟುಮಾಡುವಂತೆ YQ ಕಿರಣವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ನಿಬಂಧನೆಯಂತೆ Z ಬಿಂದುವು YQ ಮೇಲೂ ಸಹ ಇರಬೇಕು [ಚಿತ್ರ (10.6 (iv)].



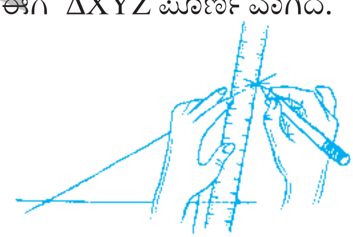
10.6 (iv)

ಹಂತ 5 : Z ಬಿಂದುವು XP ಹಾಗೂ YQ ಎರಡು ಕಿರಣಗಳ ಮೇಲೆ ಇರಬೇಕಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಈ ಕಿರಣಗಳು ಭೇದಿಸುವ ಬಿಂದುವೇ Z ಆಗಿದೆ [ಚಿತ್ರ (10.6 (v)].

ಈಗ ΔXYZ ಪೂರ್ಣವಾಗಿದೆ.



10.6 (v)



ಚಿತ್ರ 10.6 (i) – (v)

ಇದನ್ನು ಮಾಡಿ

ಈಗ $m\angle NLM = 30°$, $LM = 6$ cm ಮತ್ತು $m\angle NML = 100°$ ಅಳತೆಯಿರುವ ಇನ್ನೊಂದು ΔLMN ರಚಿಸಿ. ΔLMN ಅನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ΔXYZ ಮೇಲಿರಿಸಿ. ΔLMN ಮತ್ತು ΔXYZ ಪರಸ್ಪರ ಐಕ್ಯವಾಗಿರುವುದನ್ನು ನಾವು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಹಾಗೂ ಆ ಕೋನಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಬಾಹು ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಹಾಗೂ ಆ ಕೋನಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಬಾಹುನಿಗೆ ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ ಆ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಹಿಂದಿನ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ನೀವು ಕಲಿತ ಕೋಬಾಕೋ ಸರ್ವಸಮತೆ ನಿಯಮ ಇದೇ ಆಗಿದೆ. (ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಹಾಗೂ ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಬಾಹು ಕೊಟ್ಟಾಗ, ತ್ರಿಭುಜಗಳ ರಚನೆ ಮಾಡಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ)

ಆಲೋಚಿಸಿ, ಚರ್ಚಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ

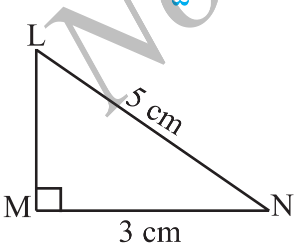
ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆ ಹಾಗೂ ಎರಡು ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ ನೀಡಲಾಗಿತ್ತು. ಈಗ ಮುಂದಿನ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

$AC = 7$ cm, $m\angle A = 60°$ ಮತ್ತು $m\angle B = 50°$ ಇರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜ ABCಯನ್ನು ನೀವು ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ.? (ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತದ ಗುಣವು ನಿಮಗೆ ಸಹಾಯಮಾಡಬಹುದು)

ಅಭ್ಯಾಸ 10.4

1. $m\angle A = 60°$, $m\angle B = 30°$ ಮತ್ತು $AB = 5.8$ cm ಇರುವಂತೆ ΔABC ರಚಿಸಿ.
2. $PQ = 5$ cm, $m\angle PQR = 105°$ ಮತ್ತು $m\angle QRP = 40°$ ಇರುವಂತೆ ΔPQR ರಚಿಸಿ (ಸುಳಿಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತದ ಗುಣವನ್ನು ಸ್ಮರಿಸಿ.)
3. $EF = 7.2$ cm, $m\angle E = 110°$ ಹಾಗೂ $m\angle F = 80°$ ಅಳತೆಯಿರುವ ΔDEF ರಚಿಸಬಹುದೇ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

10.7 ಲಂಬಕೋನವನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆ ಮತ್ತು ವಿಕರ್ಣದ ಅಳತೆ ಕೊಟ್ಟಾಗ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ರಚನೆ (ಲಂಕಾಬಾ ನಿಬಂಧನೆ)

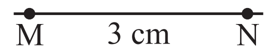


10.7 (i)

ಇಲ್ಲಿ ಕರಡು ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಬರೆಯುವುದು ಸುಲಭವಾಗಿದೆ. ಈಗ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅಳತೆಯ ಒಂದು ಬಾಹುವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ರೇಖೆಯ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಲಂಬ ಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಕೈವಾರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಇನ್ನೊಂದು ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ ಹಾಗೂ ವಿಕರ್ಣವನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ. ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ, ಮುಂದಿನ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಉದಾಹರಣೆ 4. M ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಲಂಬ ಕೋನವಿರುವಂತೆ LN = 5cm ಮತ್ತು MN = 3 cm ಇರುವ ΔLMN ರಚಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:



10.7(ii)

ಹಂತ 1: ಕರಡು ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಲಂಬಕೋನವನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದನ್ನು ಮರೆಯದಿರಿ [ಚಿತ್ರ 10.7(i)].

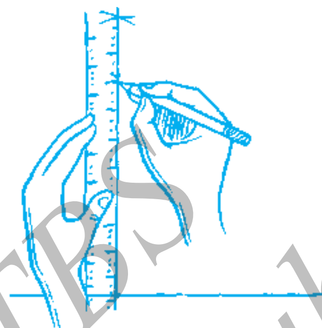
ಹಂತ 2: 3 cm ಅಳತೆಯಿರುವ MN ರೇಖಾಖಂಡ ಎಳೆಯಿರಿ. [ಚಿತ್ರ 10.7 (ii)].

ಹಂತ 3: M ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ MX ⊥ MN ಎಳೆಯಿರಿ (L ಬಿಂದುವು ಈ ಲಂಬ ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿರುತ್ತದೆ) [ಚಿತ್ರ (10.7 (iii)].

ಹಂತ 4: ಈಗ N ಅನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರಿಸಿ 5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಕಂಸವನ್ನು ರಚಿಸಿ (L ಬಿಂದುವು N ನಿಂದ 5 cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವುದರಿಂದ ಅದು ಕಂಸದ ಮೇಲಿರಬೇಕು) [ಚಿತ್ರ 10.7 (iv)].

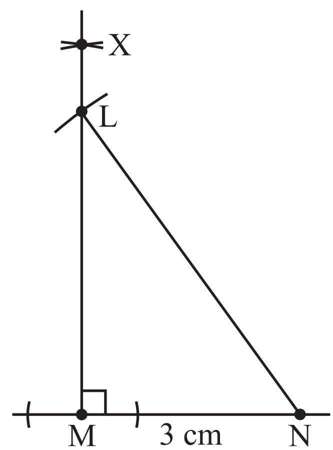
ಹಂತ 5: L ಬಿಂದುವು MX ಲಂಬ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಹಾಗೂ N ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ರಚಿಸಿದ ಕಂಸದ ಮೇಲೆ ಇರಬೇಕು. ಆದ್ದರಿಂದ ಇವೆರಡು ಸಂಧಿಸುವ ಬಿಂದುವೇ L ಆಗಿದೆ.

ಈಗ ΔLMN ಪೂರ್ಣವಾಗಿದೆ [ಚಿತ್ರ : 10.7 (v)].



(iii)

(iv)



(v)

ಚಿತ್ರ 10.7 (i) – (v)

ಅಭ್ಯಾಸ 10.5

1. $m\angle Q = 90°$, QR = 8cm ಮತ್ತು PR = 10 cm ಇರುವಂತೆ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ PQR ರಚಿಸಿ.
2. ವಿಕರ್ಣದ ಅಳತೆ 6 cm ಮತ್ತು ಲಂಬಕೋನವನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಒಂದು ಬಾಹು 4 cm ಇರುವಂತೆ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿ.
3. $m\angle ACB = 90°$ ಇರುವಂತೆ ಮತ್ತು AC = 6 cm ಇರುವಂತೆ ABC ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯನ್ನು ರಚಿಸಿ.

ಇತರೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಕೆಲವು ಬಾಹುಗಳು ಹಾಗೂ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಮುಂದೆ ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ನೀಡಿರುವ ಯಾವ ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಗುರ್ತಿಸಿ. ಏಕೆ? ಸಾಧ್ಯವಾದವುಗಳಿಗೆ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

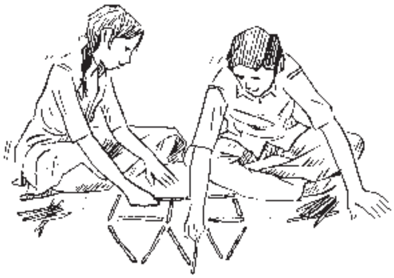
ತ್ರಿಭುಜ	ನೀಡಿರುವ ಅಳತೆ		
1. ΔABC	$m\angle A = 85°$;	$m\angle B = 115°$;	AB = 5 cm.
2. ΔPQR	$m\angle Q = 30°$;	$m\angle R = 60°$;	QR = 4.7 cm.
3. ΔABC	$m\angle A = 70°$;	$m\angle B = 50°$;	AC = 3 cm.
4. ΔLMN	$m\angle L = 60°$;	$m\angle N = 120°$;	LM = 5 cm.
5. ΔABC	BC = 2 cm;	AB = 4 cm;	AC = 2 cm.
6. ΔPQR	PQ = 3.5 cm.;	QR = 4 cm.;	PR = 3.5 cm.
7. ΔXYZ	XY = 3 cm;	YZ = 4 cm;	XZ = 5 cm
8. ΔDEF	DE = 4.5cm;	EF = 5.5cm;	DF = 4 cm.

ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿರುವ ಅಂಶಗಳು

ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ನಾವು ಅಳತೆಪಟ್ಟಿ ಮತ್ತು ಕೈವಾರ ಬಳಸಿ ಕೆಲವು ರಚನೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಿದೆವು.

1. ಛೇದಕ ರೇಖೆ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಒಂದು ದತ್ತ ರೇಖೆ "l" ಗೆ ಅದರ ಮೇಲಿಲ್ಲದ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯುವಾಗ ನಾವು "ಸಮ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು" ಗುಣವನ್ನು ಬಳಸಿದ್ದೆವು. ಈ ರಚನೆಯನ್ನು ಮಾಡಲು ನಾವು "ಸಮ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು" ಗುಣವನ್ನೂ ಸಹ ಬಳಸಬಹುದಾಗಿತ್ತು.
2. ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಪರೋಕ್ಷವಾಗಿ ಅನ್ವಯಿಸಿ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ರಚನೆ ಮಾಡುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಿದೆವು.

ಮುಂದಿನ ಪ್ರಕರಣಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಲಾಯಿತು.



(i) ಬಾಬಾಬಾ: ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಯನ್ನು ನೀಡಿದಾಗ.

(ii) ಬಾಕೋಬಾ: ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನದ ಅಳತೆ ನೀಡಿದಾಗ

(iii) ಕೋಬಾಕೋ: ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಆ ಕೋನಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆ ನೀಡಿದಾಗ

(iv) ಲಂಕೋಬಾ: ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಕರ್ಣ ಮತ್ತು ಲಂಬಕೋನವನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆ ನೀಡಿದಾಗ

ಅಧ್ಯಾಯ – 11

ಸುತ್ತಳತೆ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

B7HNEB

11.1 ಪೀಠಿಕೆ

ನೀವು 6ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಸಮತಲ ಆಕೃತಿಗಳ ಸುತ್ತಳತೆ, ವರ್ಗ ಮತ್ತು ಆಯತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಬಗ್ಗೆ ಕಲಿತಿರುವಿರಿ. ಆವೃತ ಚಿತ್ರವೊಂದರ ಸುತ್ತಲಿನ ದೂರವು ಪರಿಧಿಯಾದರೆ ಆವೃತ ಆಕೃತಿಯು ಆಕ್ರಮಿಸಿದ ವಲಯ ಅಥವಾ ಸಮತಲದ ಭಾಗವು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಾಗುತ್ತದೆ.

11.2 ವರ್ಗ ಮತ್ತು ಆಯತಗಳು

ಆಯುಷ್ ಮತ್ತು ದೀಕ್ಷಾ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿದರು. ಆಯುಷ್ 60cm ಉದ್ದ 20cm ಅಗಲದ ಆಯತಾಕಾರದ ಹಾಳೆಯಲ್ಲಿ ತನ್ನ ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಿದರೆ ದೀಕ್ಷಾ 40cm ಉದ್ದ ಮತ್ತು 35cm ಅಗಲದ ಆಯತಾಕಾರದ ಹಾಳೆಯಲ್ಲಿ ತನ್ನ ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಿದಳು. ಈ ಎರಡೂ ಚಿತ್ರಗಳಿಗೆ ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿ ಲ್ಯಾಮಿನೇಟ್ ಮಾಡಿ ಚೌಕಟ್ಟು ಹಾಕಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಚೌಕಟ್ಟಿನ ಖರ್ಚು ಪ್ರತಿ cm ಗೆ ₹3 ಆದರೆ, ಚೌಕಟ್ಟು ಹಾಕಿಸಲು ಯಾರು ಹೆಚ್ಚು ಹಣವನ್ನು ನೀಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ?

ಲ್ಯಾಮಿನೇಷನ್ ಶುಲ್ಕ ಪ್ರತಿ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್‌ಗೆ ₹2.00 ಆದರೆ ಲ್ಯಾಮಿನೇಷನ್‌ಗಾಗಿ ಯಾರು ಹೆಚ್ಚು ಹಣವನ್ನು ನೀಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ?

ಚೌಕಟ್ಟಿನ ಖರ್ಚನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸಲು, ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಅನಂತರ ಅದನ್ನು ಚೌಕಟ್ಟು ಹಾಕಿಸಲು ನೀಡಿರುವ ದರದಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು. ಲ್ಯಾಮಿನೇಷನ್ ಲೆಕ್ಕಿಸಲು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿದು, ಲ್ಯಾಮಿನೇಷನ್ ಶುಲ್ಕದ ದರದಿಂದ ಅದನ್ನು ಗುಣಿಸಬೇಕು.

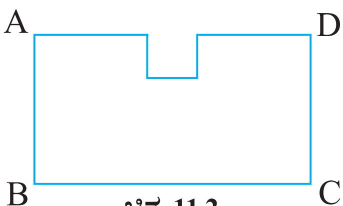
ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಮುಂದಿನವುಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಲು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಅಥವಾ ಸುತ್ತಳತೆ ಯಾವುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು?

1. ಕಪ್ಪು ಹಲಗೆ ಎಷ್ಟು ಸ್ಥಳವನ್ನು ಆಕ್ರಮಿಸುತ್ತದೆ?
2. ಆಯತಾಕಾರದ ಹೂವಿನ ತೋಟಕ್ಕೆ ಬೇಲಿ ಹಾಕಲು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ತಂತಿಯ ಉದ್ದವೇನು?
3. ತ್ರಿಕೋನಾಕಾರದ ತೋಟವನ್ನು ಎರಡು ಸುತ್ತು ಸುತ್ತುವುದರಿಂದ ನೀವು ಕ್ರಮಿಸುವ ದೂರವೆಷ್ಟು?
4. ಆಯತಾಕಾರದ ಈಜುಕೊಳವನ್ನು ಮುಚ್ಚಲು ಎಷ್ಟು ಪ್ಲಾಸ್ಟಿಕ್ ಹಾಳೆಯ ಅಗತ್ಯವಿದೆ?

ನಿಮಗಿದು ನೆನಪಿದೆಯೇ?

ಚಿತ್ರ 11.1



ಚಿತ್ರ 11.2

ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ಸುತ್ತಳತೆ = ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $\times$ ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ

(ಚೌಕದ ಸುತ್ತಳತೆ = 4 $\times$ ಬಾಹು)

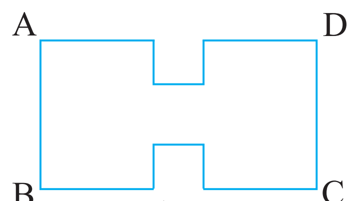
ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆ = $2 \times (l + b)$

ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $l \times b$

ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಬಾಹು $\times$ ಬಾಹು

ಕೊಲಾಜ್ (collage) ಒಂದನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು ತಾನ್ಯಳಿಗೆ 4cm ಉದ್ದದ ಬಾಹುವಿನ ವರ್ಗದ ಅಗತ್ಯವಿದೆ. ಅವಳ ಬಳಿ 28cm ಉದ್ದ ಮತ್ತು 21cm ಅಗಲದ ಆಯತಾಕಾರದ ಫಲಕ (ಚಿತ್ರ 11.1)ಇದೆ. 4cm ಬಾಹುವುಳ್ಳ ವರ್ಗವನ್ನು ಆ ಆಯತಾಕಾರದ ಫಲಕದಿಂದ ಆಕೆ ಕತ್ತರಿಸಿದ್ದಾಳೆ. ಅವಳ ಸ್ನೇಹಿತೆ ಉಳಿದ ಫಲಕವನ್ನು (ಚಿತ್ರ 11.12) ಗಮನಿಸಿ "ಈಗ ಫಲಕದ ಸುತ್ತಳತೆ ಹೆಚ್ಚಾಯಿತೇ ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆಯಾಯಿತೇ? ಎಂದು ತಾನ್ಯಳನ್ನು ಕೇಳಿದಳು.

ವರ್ಗವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿದ ನಂತರ AD ಬಾಹುವಿನ ಒಟ್ಟು ಉದ್ದ ಹೆಚ್ಚಾಯಿತೇ? ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹೆಚ್ಚಾಯಿತೇ ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆಯಾಯಿತೇ? ತಾನ್ಯ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುವಿನಿಂದ ಮತ್ತೊಂದು ಚೌಕವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸುತ್ತಾಳೆ. (ಚಿತ್ರ 11.3) ಉಳಿದ ಫಲಕದ ಸುತ್ತಳತೆಯು ಮತ್ತಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆಯೇ? ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆಯೇ ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆಯೇ? ಇದರಿಂದ ನಾವು ಏನನ್ನು ತೀರ್ಮಾನಿಸಬಹುದು?

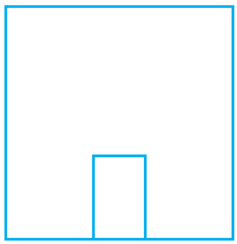


ಚಿತ್ರ 11.3

ಸುತ್ತಳತೆಯ ಹೆಚ್ಚಳವು ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಹೆಚ್ಚಳಕ್ಕೆ ಕಾರಣವಾಗಲೇಬೇಕೆಂದಿಲ್ಲ ಎಂಬುದು ಇದರಿಂದ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗುತ್ತದೆ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. ಪ್ರಾಯೋಗಿಕವಾಗಿ ಈ ರೀತಿಯ ಕೆಲವು ಆಕೃತಿಗಳಿಗೆ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ಈ ರೀತಿಯ ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ಚೌಕಾಕಾರದ ಹಾಳೆಗಳ ಮೇಲೆ ರಚಿಸಿದಾಗ ಅವುಗಳ ಸುತ್ತಳತೆ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಲೆಕ್ಕಿಸಲು ಸಹಕಾರಿಯಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸುವಿರಿ.
2. ಸುತ್ತಳತೆ ಹೆಚ್ಚಾದಂತೆ, ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಹೆಚ್ಚಾಗುವ ಎರಡು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿ.
3. ಸುತ್ತಳತೆ ಹೆಚ್ಚಾದಂತೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಹೆಚ್ಚಾಗದಿರುವ ಎರಡು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿ.



ಚಿತ್ರ 11.4

ಉದಾಹರಣೆ 1 $10\text{m} \times 10\text{m}$ ಆಯಾಮವಿರುವ ಗೋಡೆಗೆ $3\text{m} \times 2\text{m}$ ಆಯಾಮವಿರುವ ಬಾಗಿಲ ಚೌಕಟ್ಟಿದೆ. ಒಂದು ಚದರ ಮೀಟರ್‌ಗೆ ₹2.50ರಂತೆ ಗೋಡೆಗೆ ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಲು ತಗುಲುವ ಒಟ್ಟು ವೆಚ್ಚ ಎಷ್ಟು?.

ಪರಿಹಾರ ಬಾಗಿಲನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಗೋಡೆಗೆ ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಬಾಗಿಲ ಚೌಕಟ್ಟಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಉದ್ದ × ಅಗಲ

$= (3 \times 2)\ \text{m}^2 = 6\ \text{m}^2$

ಬಾಗಿಲನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಂತೆ ಗೋಡೆಯ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಬಾಹು × ಬಾಹು

$= 10\ \text{m} \times 10\ \text{m}$

$= 100\ \text{m}^2$

ಬಾಗಿಲನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಗೋಡೆಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= (100 - 6)\ \text{m}^2 = 94\ \text{m}^2$

ಗೋಡೆಗೆ ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಲು ತಗುಲುವ ಒಟ್ಟು ವೆಚ್ಚ = ₹ 2.50×94 = ₹ 235

ಉದಾಹರಣೆ 2 ಒಂದು ಆಯತಾಕಾರದ ಹಾಳೆಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $500\ \text{cm}^2$. ಹಾಳೆಯ ಉದ್ದ 25 cm ಆದರೆ ಅಗಲವೆಷ್ಟು? ಹಾಗೂ ಆಯತಾಕಾರದ ಹಾಳೆಯ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ ಆಯತಾಕಾರದ ಹಾಳೆಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 500\ \text{cm}^2$

ಉದ್ದ $(l) = 25$ cm

ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= l \times b$ (b = ಹಾಳೆಯ ಅಗಲ)

ಆದ್ದರಿಂದ, ಅಗಲ $(b) = \dfrac{\text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{(l)} = \dfrac{500}{25} = 20$ cm

ಹಾಳೆಯ ಸುತ್ತಳತೆ $= 2 \times (l + b) = 2 \times (25 + 20)$ cm = 90cm

ಆದ್ದರಿಂದ ಹಾಳೆಯ ಅಗಲ 20 cm ಮತ್ತು ಅದರ ಸುತ್ತಳತೆ 90cm

ಉದಾಹರಣೆ 3 ಅನು ತನ್ನ ಮನೆಯ ಮುಂದಿರುವ (ಚಿತ್ರ 11.5) ತೋಟದ ಮೂರು ಬದಿಗಳಿಗೆ ಬೇಲಿ ಹಾಕಲು ಇಚ್ಛಿಸುತ್ತಾಳೆ. ಮೂರು ಬದಿಗಳ ಉದ್ದ 20m, 12m ಮತ್ತು 12m ಇದೆ. ಪ್ರತಿ ಮೀಟರ್ ಗೆ ₹150ರಂತೆ ಬೇಲಿ ಹಾಕಲು ತಗುಲುವ ವೆಚ್ಚ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಬೇಲಿಯ ಉದ್ದವು ತೋಟದ ಸುತ್ತಳತೆಯಾಗಿದೆ (ಒಂದು ಬದಿಯನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ).

ಚಿತ್ರ 11.5

ಅದು 20 m + 12 m + 12 m ಗೆ ಸಮ. ಅಂದರೆ 44m

ಬೇಲಿ ಹಾಕಲು ತಗುಲುವ ವೆಚ್ಚ ₹ 150 × 44 = ₹ 6,600.

ಉದಾಹರಣೆ 4 ಒಂದು ತಂತಿಯು 10cm ಬಾಹುವುಳ್ಳ ಚೌಕದ ಆಕಾರದಲ್ಲಿದೆ. ಈ ತಂತಿಯನ್ನು 12cm ಉದ್ದವುಳ್ಳ ಆಯತಾಕಾರಕ್ಕೆ ಪುನಃ ಪರಿವರ್ತಿಸಿದರೆ, ಅದರ ಅಗಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಚೌಕ ಅಥವಾ ಆಯತ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಹೆಚ್ಚು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿದೆ?

ಪರಿಹಾರ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ = 10cm

ತಂತಿಯ ಉದ್ದ = ಚೌಕದ ಸುತ್ತಳತೆ = 4 × ಬಾಹು = 4 × 10 cm = 40cm

ಆಯತದ ಉದ್ದ = l = 12 cm ಆಯತದ ಅಗಲ 'b' ಆಗಿರಲಿ.

ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆ = ತಂತಿಯ ಉದ್ದ = 40 cm

ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆ = $2(l + b)$

$$40 = 2\,(12 + b)$$

$$\frac{40}{2} = 12 + b$$

ಆದ್ದರಿಂದ $b = 20 - 12 = 8$ cm

ಆಯತದ ಅಗಲವು 8 cm ಇದೆ.

ವರ್ಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = (ಬಾಹು)^2

= 10 cm × 10 cm = 100 cm^2

ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $l \times b$

= 12 cm × 8 cm = 96 cm^2

ಆದ್ದರಿಂದ ಚೌಕದ ಸುತ್ತಳತೆಯು ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆಯಷ್ಟೆ ಇದ್ದರೂ ಚೌಕವು ಹೆಚ್ಚು ಸ್ಥಳವನ್ನು ಆವರಿಸುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 5 ಒಂದು ಚೌಕ ಮತ್ತು ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಸಮವಾಗಿದೆ. ಚೌಕದ ಬಾಹು 40cm ಮತ್ತು ಆಯತದ ಅಗಲ 25cm ಆಗಿದ್ದರೆ, ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = (ಬಾಹು)^2

= 40 cm × 40 cm = 1600 cm^2

ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (ದತ್ತ)

ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 1600 cm^2, ಆಯತದ ಅಗಲ = 25cm

ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $l \times b$

$$1600 = l \times 25$$

$$\frac{1600}{25} = l$$ ಅಥವಾ $l = 64$ cm

ಆದ್ದರಿಂದ ಆಯತದ ಉದ್ದ 64 cm.

ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆ $= 2\,(l + b) = 2\,(64 + 25)$ cm

$= 2 \times 89$ cm $= 178$ cm

ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದ್ದರೂ ಸಹ ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆ 178 cm ಆಗಿದೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ 11.1

1. ಆಯತಾಕಾರದ ಭೂಮಿಯ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲ ಕ್ರಮವಾಗಿ 500m ಮತ್ತು 300m ಆದರೆ ಇವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (i) ಭೂಮಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (ii) 1m^2 ಭೂಮಿಯ ಬೆಲೆ ₹10,000 ಆದರೆ, ಭೂಮಿಯ ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆ.

2. ಸುತ್ತಳತೆ 320m ಇರುವ ಚೌಕಾಕಾರದ ಉದ್ಯಾನವನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3. ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 440m^2 ಮತ್ತು ಉದ್ದ 22m ಇರುವ ಆಯತಾಕಾರದ ಭೂಮಿಯ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4. ಆಯತಾಕಾರದ ಹಾಳೆಯ ಸುತ್ತಳತೆ 100cm ಇದೆ. ಉದ್ದ 35cm ಆದರೆ ಅದರ ಅಗಲ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

5. ಚೌಕಾಕಾರದ ತೋಟದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಆಯತಾಕಾರದ ತೋಟದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿದೆ. ಚೌಕಾಕಾರದ ತೋಟದ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ 60m ಮತ್ತು ಆಯತಾಕಾರದ ತೋಟದ ಉದ್ದ 90m ಆದರೆ ಆಯತಾಕಾರದ ತೋಟದ ಅಗಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

6. ಒಂದು ತಂತಿಯು ಆಯತಾಕಾರದಲ್ಲಿದೆ. ಅದರ ಉದ್ದ 40cm ಮತ್ತು ಅಗಲ 22 cm ಇದೆ. ಇದೇ ತಂತಿಯನ್ನು ಚೌಕಾಕಾರಕ್ಕೆ ಬಾಗಿಸಿದರೆ, ಅದರ ಪ್ರತೀ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ? ಹಾಗೂ ಯಾವ ಆಕೃತಿಯು ಹೆಚ್ಚು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಆವರಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

7. ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆ 130cm ಇದೆ. ಆಯತದ ಅಗಲ 30cm ಆಗಿದ್ದರೆ, ಅದರ ಉದ್ದವೆಷ್ಟು? ಹಾಗೂ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8. 2m ಉದ್ದ ಮತ್ತು 1m ಅಗಲದ ಬಾಗಿಲನ್ನು ಗೋಡೆಗೆ ಅಳವಡಿಸಿದೆ. ಗೋಡೆಯ ಉದ್ದ 4.5m ಮತ್ತು ಅಗಲವು 3.6m (ಚಿತ್ರ 11.6) ಇದೆ. ಪ್ರತಿ ಚದರ ಮೀಟರ್‌ಗೆ ₹ 20ರಂತೆ ಗೋಡೆಗೆ ಬಣ್ಣಹಚ್ಚಲು ತಗುಲುವ ವೆಚ್ಚ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

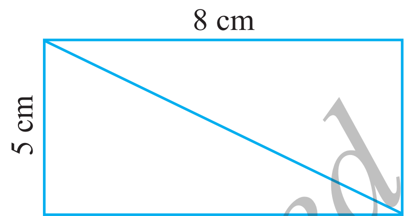
ಚಿತ್ರ 11.6

11.2.1 ಆಯತದ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ತ್ರಿಭುಜಗಳು

8cm ಮತ್ತು 5cm ಬಾಹುಗಳುಳ್ಳ ಆಯತವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳುಂಟಾಗುವಂತೆ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಅದನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ (ಚಿತ್ರ 11.7) ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಇನ್ನೊಂದರ ಮೇಲೆ ಐಕ್ಯವಾಗುವಂತೆ ಇಡಿ.

ಎರಡೂ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಒಂದೇ ಅಳತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿವೆಯೇ? ಎರಡೂ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮನಾದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ? ಹಾಗೂ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿವೆಯೇ?

ಈ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?



ಚಿತ್ರ 11.7

ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತವು ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುವುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸುತ್ತೀರಿ. ಎರಡೂ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ವಿಸ್ತೀರ್ಣದಲ್ಲಿ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

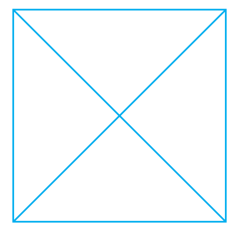
ಪ್ರತಿ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2}$ (ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)

$$= \frac{1}{2} \times (l \times b) = \frac{1}{2}(8 \times 5)$$

$$= \frac{40}{2} = 20 \text{ cm}^2$$

5cm ಬಾಹುವುಳ್ಳ ಚೌಕವೊಂದನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ ಮತ್ತು ಚಿತ್ರ 11.8 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ 4 ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ.

ನಾಲ್ಕೂ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ವಿಸ್ತೀರ್ಣದಲ್ಲಿ ಸಮವಾಗಿವೆಯೇ? (ಪರೀಕ್ಷಿಸಲು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದಿರಿಸಿ ಪರಸ್ಪರ ಐಕ್ಯವಾಗಿಸಿ)



ಚಿತ್ರ 11.8

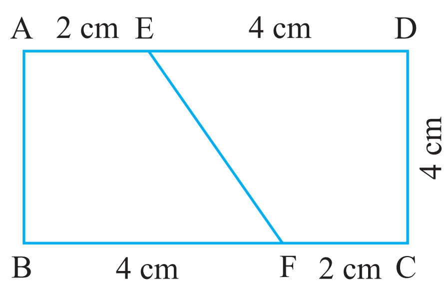
ಪ್ರತಿ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

ಪ್ರತಿ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{4}$ (ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)

$$= \frac{1}{4}(\text{ಬಾಹು})^2 = \frac{1}{4}(5)^2 \text{ cm}^2 = 6.25 \text{ cm}^2$$

11.2.2 ಆಯತದ ಇತರ ಸರ್ವಸಮಭಾಗಗಳಿಗೆ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣ

ಚಿತ್ರ 11.9ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ 6cm ಉದ್ದ ಮತ್ತು 4cm ಅಗಲದ ಆಯತವನ್ನು ಎರಡು ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿದೆ. ಆಯತವನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಅನುರೇಖಿಸಿ. EF ರೇಖೆಯ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಆಯತವನ್ನು ಎರಡು ಭಾಗಗಳಾಗುವಂತೆ ಕತ್ತರಿಸಿ.



ಚಿತ್ರ 11.9

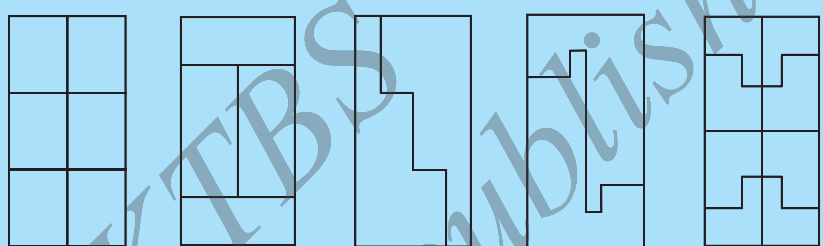
ಒಂದು ಭಾಗವನ್ನು ಇನ್ನೊಂದರ ಮೇಲೆ ಐಕ್ಯವಾಗುಂತೆ ಇಡಿ. ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತವೆಯೇ ಗಮನಿಸಿ. (ಅವುಗಳನ್ನು ತಿರುಗಿಸಬೇಕಾಗಬಹುದು) ಅವು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿವೆಯೇ? ಎರಡೂ ಭಾಗಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸರ್ವ ಸಮವಾಗಿವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಒಂದು ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಇನ್ನೊಂದು ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮ.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಪ್ರತಿ ಸರ್ವಸಮಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2}$ (ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)

$$= \frac{1}{2}\times(6\times4)\text{cm}^2 = 12\ \text{cm}^2$$

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

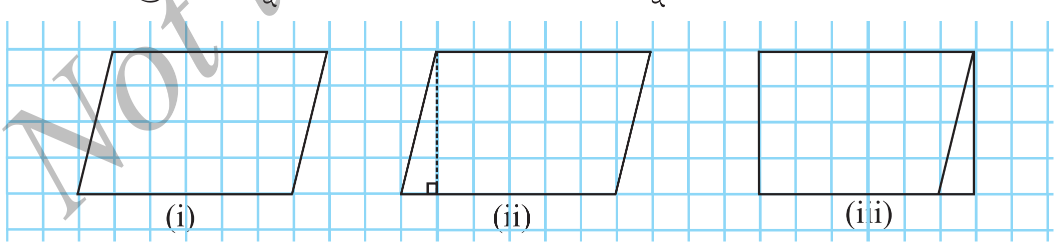
ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಆಯತವು 6cm ಉದ್ದ ಮತ್ತು 4cm ಅಗಲ ಹೊಂದಿದ್ದು ಸರ್ವಸಮ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿದೆ. ಪ್ರತೀ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



11.3 ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ಚೌಕ ಮತ್ತು ಆಯತಗಳಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲದೇ, ಇನ್ನೂ ಅನೇಕ ಬಗೆಯ ಆಕೃತಿಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನಾವು ತಿಳಿದಿದ್ದೇವೆ. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಆಕಾರದಲ್ಲಿರುವ ಭೂಮಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ನೀವು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಿರಿ? ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ನಾವು ಒಂದು ವಿಧಾನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಸಮವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಆಯತವಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಬಹುದೇ?

ಚಿತ್ರ 11.10(i)ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಒಂದು ಗ್ರಾಫ್ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ಹೊರತೆಗೆಯಿರಿ. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಒಂದು ಶೃಂಗದಿಂದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುವಿಗೆ ಲಂಬರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. [ಚಿತ್ರ 11.10(ii)] ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ಹೊರತೆಗೆಯಿರಿ. ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಇನ್ನೊಂದು ಬದಿಗೆ ಸೇರಿಸಿ.



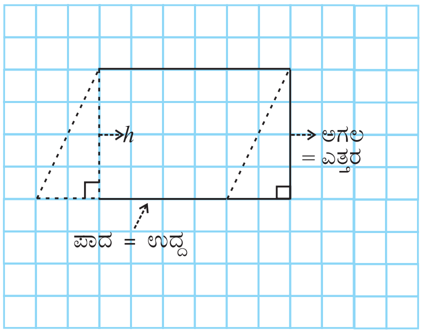
ಚಿತ್ರ 11.10

ಯಾವ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ನೀವು ಪಡೆದಿರಿ? ಆಯತವನ್ನು ಪಡೆದಿರುವಿರಿ.

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಹೀಗೆ ಉಂಟಾದ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದೆಯೇ?

ಹೌದು, ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಉಂಟಾದ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು?



ಚಿತ್ರ 11.11

ಆಯತದ ಉದ್ದವು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪಾದಕ್ಕೆ ಮತ್ತು ಆಯತದ ಅಗಲವು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎತ್ತರಕ್ಕೆ ಸಮವಿರುವುದನ್ನು ನಾವು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ. (ಚಿತ್ರ 11.11)

ಈಗ

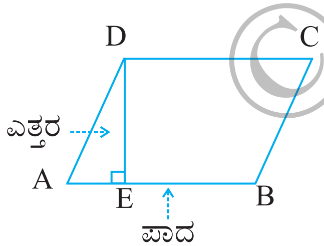
ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= ಉದ್ದ $\times$ ಅಗಲ = $l \times b$

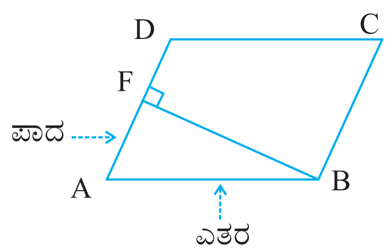
ಆದರೆ ಆಯತದ ಉದ್ದ l ಅಗಲ b ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪಾದ b ಮತ್ತು ಎತ್ತರ h ಗಳಾಗಿವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಪಾದ $\times$ ಎತ್ತರ = $b \times h$

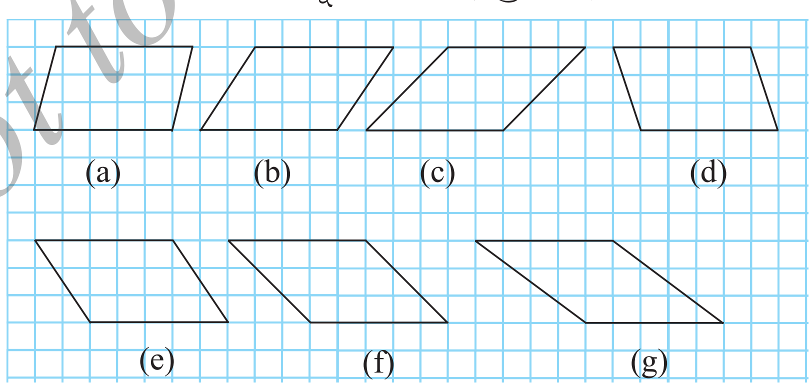
ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಯಾವುದೇ ಬಾಹುವನ್ನು ಅದರ ಪಾದವಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಬಹುದು. ಅಭಿಮುಖ ಶೃಂಗದಿಂದ ಆ ಬಾಹುವಿಗೆ ಎಳೆದ ಲಂಬರೇಖೆಯೇ ಎತ್ತರ(ಲಂಬ ಎತ್ತರ). ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ, DE ಯು AB ಗೆ ಲಂಬವಾಗಿದೆ. AB ಪಾದ ಮತ್ತು DE ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎತ್ತರವಾಗಿದೆ.



ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD, ಯಲ್ಲಿ BF, ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು AD ಗೆ ಎಳೆದ ಲಂಬವಾಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ AD ಪಾದವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು BF ಲಂಬರೇಖೆಯಾಗಿದೆ



ಮುಂದಿನ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ (ಚಿತ್ರ 11.12)

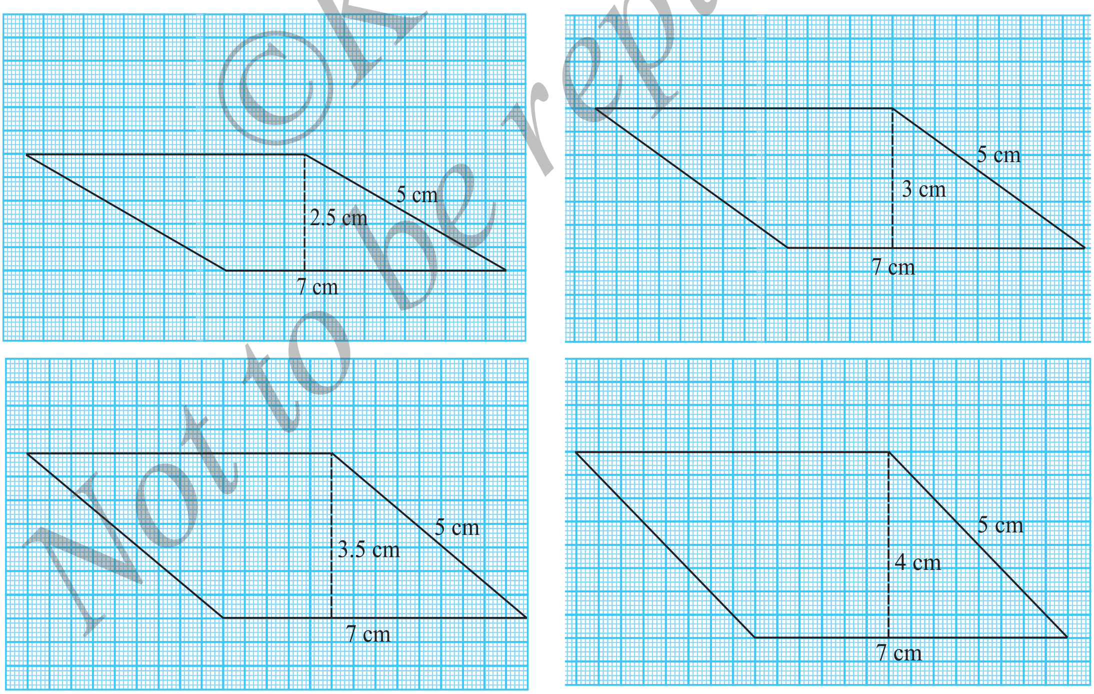


ಚಿತ್ರ 11.12

ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಆವೃತವಾಗಿರುವ ಚೌಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಎಣಿಸುವ ಮೂಲಕ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಅಳೆಯುವ ಮೂಲಕ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಮುಂದಿನ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ.

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ	ಪಾದ	ಎತ್ತರ	ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಸುತ್ತಳತೆ
(a)	5 ಮಾನ	3 ಮಾನ	$5 \times 3 = 15$ ಚ.ಮಾ	
(b)				
(c)				
(d)				
(e)				
(f)				
(g)				

ಎಲ್ಲಾ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಒಂದೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಆದರೆ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಸುತ್ತಳತೆ ಹೊಂದಿರುವುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸುವಿರಿ. ಈಗ ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ 7cm ಮತ್ತು 5cm ಬಾಹುಗಳುಳ್ಳ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ(ಚಿತ್ರ 11.13)



ಚಿತ್ರ 11.13

ಪ್ರತಿ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಸುತ್ತಳತೆ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ನಿಮ್ಮ ಫಲಿತಾಂಶಗಳನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಿ.

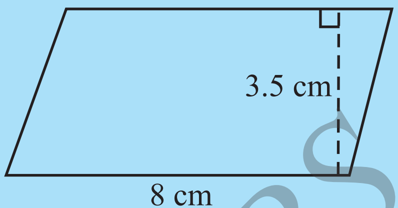
ಈ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಆದರೆ ಒಂದೇ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸುವಿರಿ.

ಸಮಾಂತರ ಚುತುರ್ಭುಜದ ಪಾದ ಮತ್ತು ಅನುರೂಪವಾದ ಎತ್ತರ ತಿಳಿದಿದ್ದರೆ, ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಇದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

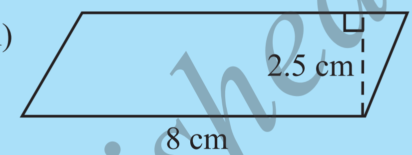
ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಮುಂದಿನ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.;

(i)

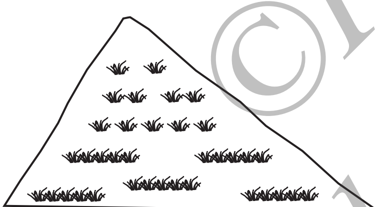


(ii)



(iii) ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ABCD, ಯಲ್ಲಿ, AB = 7.2 cm ಮತ್ತು C ನಿಂದ AB ಗೆ ಎಳೆದ ಲಂಬ (ಎತ್ತರ) 4.5cm

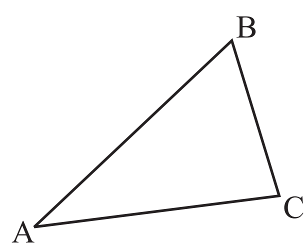
11.4 ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ



ಒಬ್ಬ ತೋಟಗಾರನು (ಮಾಲಿಯು) ತೋಟದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಕೋನಾಕಾರದ ಹುಲ್ಲನ್ನು ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಬೆಳೆಸಲು ತಗುಲುವ ವೆಚ್ಚವನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಇಚ್ಛಿಸುತ್ತಾನೆ.

ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ನಾವು ತ್ರಿಕೋನಾಕಾರದ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾಗಿದೆ.

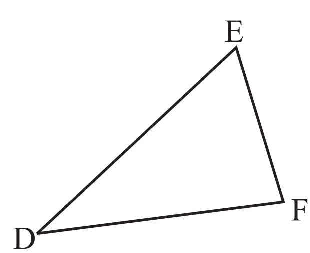
ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಒಂದು ವಿಧಾನವನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಅಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವೊಂದನ್ನು ರಚಿಸಿ. ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ಹೊರತೆಗೆಯಿರಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಹಾಳೆಯ ಮೇಲಿಡಿ ಮತ್ತು ಅದೇ ಅಳತೆಯ ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ಹೊರತೆಗೆಯಿರಿ. ಈಗ ಒಂದೇ ಅಳತೆಯ ಎರಡು ಅಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ನಿಮ್ಮಲ್ಲಿವೆ.



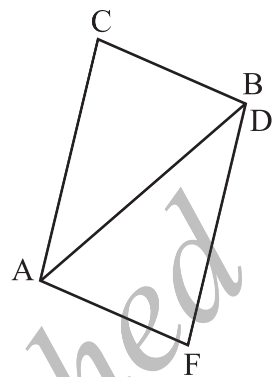
ಎರಡೂ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿವೆಯೇ?

ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರಿಹೊಂದುವಂತೆ ಒಂದನ್ನು ಇನ್ನೊಂದರ ಮೇಲಿಡಿ. ಯಾವುದಾದರೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ನೀವು ತಿರುಗಿಸಬೇಕಾಗಬಹುದು.

ಚಿತ್ರ 11.14ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಹೊಂದಿಕೊಳ್ಳುವಂತೆ ಎರಡೂ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನಿಡಿ.



ಈಗ ಉಂಟಾದ ಚಿತ್ರವು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವೇ?



ಚಿತ್ರ 11.14

ಪ್ರತೀ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿ.

ತ್ರಿಭುಜದ ಪಾದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪಾದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿ.

ಎರಡೂ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತವು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುವುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸುವಿರಿ. ತ್ರಿಭುಜದ ಪಾದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳು ಹಾಗೂ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪಾದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಪರಸ್ಪರ ಒಂದೇ ಆಗಿವೆ.

ಪ್ರತಿ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2}$ (ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)

$= \frac{1}{2}$ (ಪಾದ $\times$ ಎತ್ತರ)

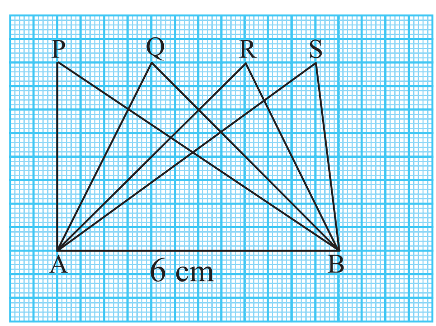
(ಏಕೆಂದರೆ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಪಾದ $\times$ ಎತ್ತರ)

$= \frac{1}{2}(b \times h)$ (ಅಥವಾ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ, $\frac{1}{2}bh$)

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. ಮೇಲಿನ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ವಿಭಿನ್ನ ತ್ರಿಭುಜಗಳೊಂದಿಗೆ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.
2. ವಿಭಿನ್ನ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಕರ್ಣದ ಮೂಲಕ ಕತ್ತರಿಸಿ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ. ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿವೆಯೇ?

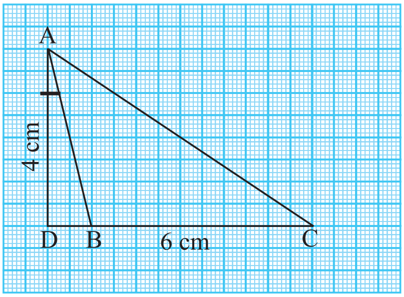
ಚಿತ್ರ 11.15ರಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಪಾದ AB = 6cm ನ ಮೇಲಿದೆ. ಪಾದ AB ಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಎತ್ತರಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನೀವು ಏನು ಹೇಳುತ್ತೀರಿ?



ಚಿತ್ರ 11.15

ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ವಿಸ್ತೀರ್ಣದಲ್ಲಿ ಸಮವಾಗಿವೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದೇ? ಹೌದು. ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವೂ ಆಗಿವೆಯೇ? ಇಲ್ಲ.

ಎಲ್ಲಾ ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ವಿಸ್ತೀರ್ಣದಲ್ಲಿ ಸಮವಾಗಿವೆ. ಆದರೆ ಸಮ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವುಳ್ಳ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿರಲೇಬೇಕೆಂದೇನಿಲ್ಲ ಎಂದು ನಾವು ತೀರ್ಮಾನಿಸಬಹುದು.



ಚಿತ್ರ 11.16

ಪಾದ 6cm ಇರುವ ವಿಶಾಲಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ (ಚಿತ್ರ 11.16) ಅದರ ಎತ್ತರ AD ಯು ತ್ರಿಭುಜದ ಹೊರಗೆ ಶೃಂಗ A ನಿಂದ ಎಳೆದ ಲಂಬವಾಗಿದೆ.

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಲ್ಲಿರಾ?

ಉದಾಹರಣೆ 6 ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಬಾಹು ಮತ್ತು ಅದಕ್ಕೆ ಅನುರೂಪವಾದ ಎತ್ತರ ಕ್ರಮವಾಗಿ 4 cm ಮತ್ತು 3 cm ಆಗಿದೆ. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ ಪಾದ (b) = 4 cm,

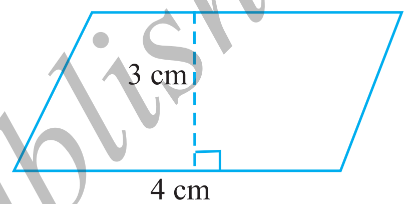
ಎತ್ತರ (h) = 3 cm

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= ಪಾದ × ಎತ್ತರ

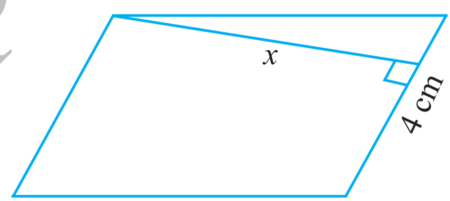
$= 4 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$

$= 12 \text{ cm}^2$



ಚಿತ್ರ 11.17

ಉದಾಹರಣೆ 7 ಪಾದ 4cm ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 24cm^2 ಹೊಂದಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎತ್ತರ 'x'ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಚಿತ್ರ 11.18

ಪರಿಹಾರ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= b \times h$

ಆದ್ದರಿಂದ, $24 = 4 \times x$ (ಚಿತ್ರ 11.18)

ಅಥವಾ $\frac{24}{4} = x$ ಅಥವಾ $x = 6$ cm

ಆದ್ದರಿಂದ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎತ್ತರವು 6 cm ಇದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 8 ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಯ ಬಾಹುಗಳು 6 cm ಮತ್ತು 4 cm ಆಗಿದೆ. ಪಾದ CD ಯ ಅನುರೂಪ ಎತ್ತರ 3cm (ಚಿತ್ರ 11.19)

(i) ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ, ಮತ್ತು

(ii) ಪಾದ AD ಗೆ ಅನುರೂಪವಾದ ಎತ್ತರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

(i) ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= b \times h$

$= 6 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} = 18 \text{ cm}^2$

(ii) ಪಾದ $(b) = 4$ cm, ಎತ್ತರ $= x$ (ಆಗಿರಲಿ)

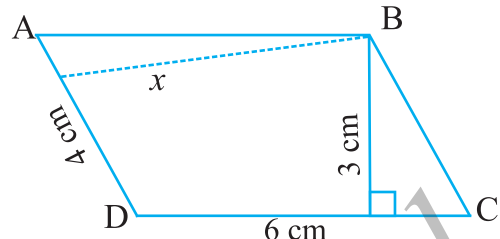
ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 18 \text{ cm}^2$

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= b \times x$

$$18 = 4 \times x$$

$$\frac{18}{4} = x$$

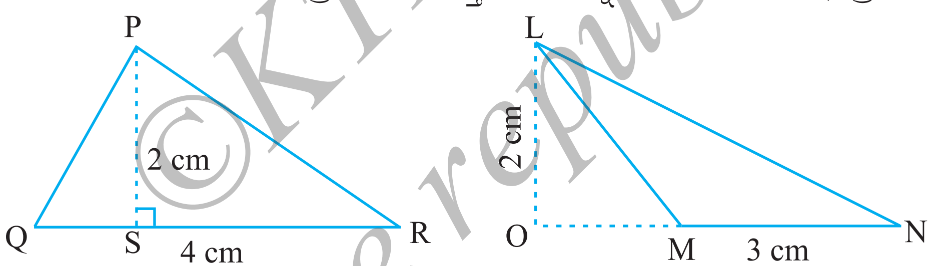
ಆದ್ದರಿಂದ, $x = 4.5$ cm



ಚಿತ್ರ 11.19

ಆದ್ದರಿಂದ, ಪಾದ AD ಗೆ ಅನುರೂಪವಾದ ಎತ್ತರವು 4.5 cm ಆಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 9 ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಚಿತ್ರ 11.20)



(i) **ಚಿತ್ರ 11.20** (ii)

ಪರಿಹಾರ

(i) ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} bh = \frac{1}{2} \times \text{QR} \times \text{PS}$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} = 4 \text{ cm}^2$$

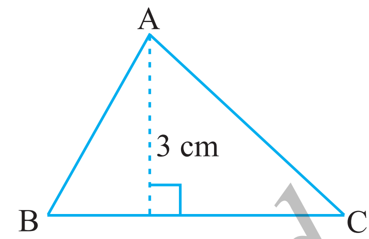
(ii) ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} bh = \frac{1}{2} \times \text{MN} \times \text{LO}$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} = 3 \text{ cm}^2$$

ಉದಾಹರಣೆ 10 ತ್ರಿಭುಜ ABCಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 36 cm^2 ಮತ್ತು ಎತ್ತರ AD = 3cm ಇದ್ದಾಗ BC ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಚಿತ್ರ 11.21)

ಪರಿಹಾರ ಎತ್ತರ $= 3$ cm, ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 36\ cm^2$

ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2}bh$



ಚಿತ್ರ 11.21

ಅಥವಾ $36 = \frac{1}{2} \times b \times 3$

ಅಂದರೆ $b = \frac{36 \times 2}{3} = 24$ cm

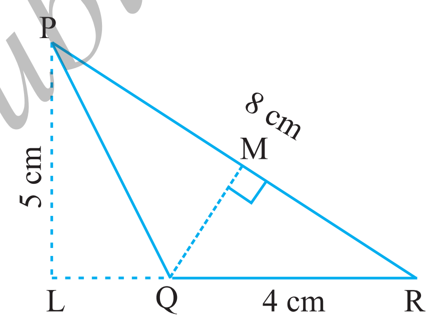
$\therefore$ BC = 24 cm

ಉದಾಹರಣೆ 11 ΔPQR ನಲ್ಲಿ, PR = 8cm, QR = 4cm ಮತ್ತು PL = 5cm ಆಗಿದೆ (ಚಿತ್ರ 11.22).

(i) ΔPQR ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

(ii) QM ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ



ಚಿತ್ರ 11.22

(i) QR = ಪಾದ = 4 cm, PL = ಎತ್ತರ = 5 cm

ΔPQR ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2}bh$

$= \frac{1}{2} \times 4\ cm \times 5\ cm = 10\ cm^2$

(ii) PR = ಪಾದ = 8 cm

QM = ಎತ್ತರ = ? ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $10\ cm^2$

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} \times b \times h$

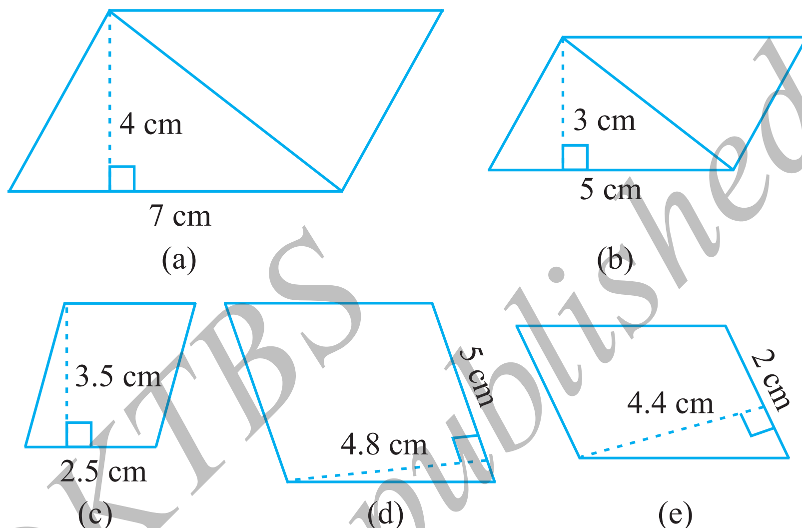
ಅಂದರೆ $10 = \frac{1}{2} \times 8 \times h$

$h = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2.5$

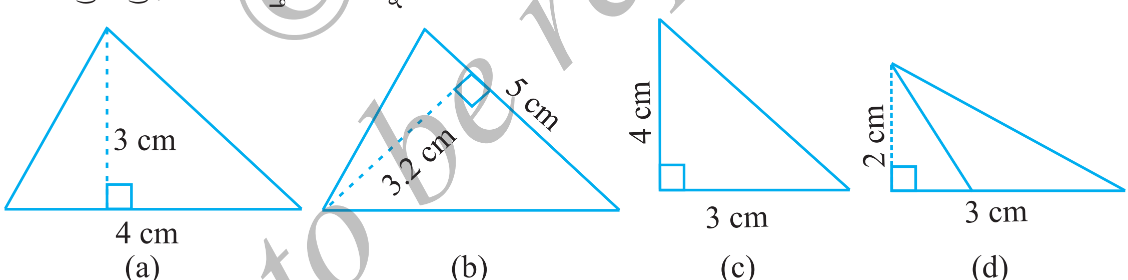
ಆದ್ದರಿಂದ, QM = 2.5 cm

ಅಭ್ಯಾಸ 11.2

1. ಮುಂದಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



2. ಪ್ರತಿ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



3. ಬಿಟ್ಟು ಹೋಗಿರುವ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಕ್ರ.ಸಂ.	ಪಾದ	ಎತ್ತರ	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ
a.	20 cm		246 cm^2
b.		15 cm	154.5 cm^2
c.		8.4 cm	48.72 cm^2
d.	15.6 cm		16.38 cm^2

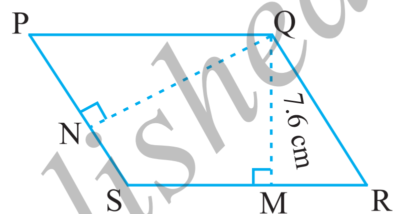
4. ಬಿಟ್ಟು ಹೋಗಿರುವ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಕ್ರ.ಸಂ.	ಪಾದ	ಎತ್ತರ	ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ
a.	15 cm	–	87 cm^2
b.	–	31.4 cm	1256 cm^2
c.	22 cm	–	170.5 cm^2

5. PQRS ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ. (ಚಿತ್ರ 11.23) Q ನಿಂದ SR ಗಿರುವ ಎತ್ತರ QM ಮತ್ತು Q ನಿಂದ PS ಗಿರುವ ಎತ್ತರ QN ಆಗಿದೆ. SR = 12 cm ಮತ್ತು QM = 7.6 cm ಆದರೆ

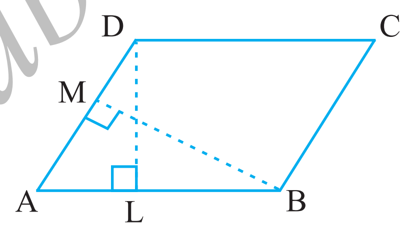
(a) ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ PQRS ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

(b) PS = 8 cm ಆದಾಗ QN ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



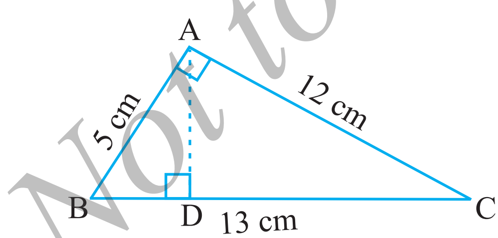
ಚಿತ್ರ 11.23

6. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ABCD ಯ ಎತ್ತರ DL ಮತ್ತು BM ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ AB ಮತ್ತು AD ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲಿವೆ. (ಚಿತ್ರ 11.24). AB = 35 cm, ಮತ್ತು AD = 49 cm ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 1470 cm^2 ಆದರೆ BM ಮತ್ತು DL ಗಳ ಉದ್ದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

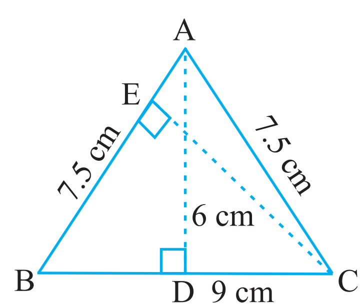


ಚಿತ್ರ 11.24

7. ΔABC ಯು A ಯಲ್ಲಿ ಲಂಬಕೋನವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ (ಚಿತ್ರ 11.25). AD ಯು BC ಗೆ ಲಂಬವಾಗಿದೆ. AB = 5 cm, BC = 13 cm ಮತ್ತು AC = 12 cm, ಆದರೆ ΔABC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಮತ್ತು AD ಯ ಉದ್ದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಚಿತ್ರ 11.25

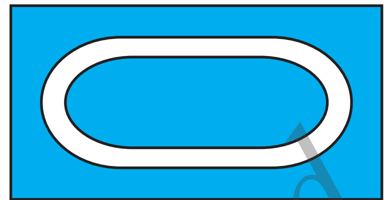


ಚಿತ್ರ 11.26

8. AB = AC = 7.5 cm ಮತ್ತು BC = 9cm ಇರುವಂತೆ ΔABC ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ (ಚಿತ್ರ 11.26) A ಯಿಂದ BC ಗೆ ಎಳೆದ ಎತ್ತರ AD ಯ ಉದ್ದ 6 cm ಆಗಿದೆ. ΔABC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. C ಯಿಂದ AB ಗಿರುವ ಎತ್ತರ ಅಂದರೆ CE ಎಷ್ಟಾಗಿರುತ್ತದೆ?

11.5 ವೃತ್ತಗಳು

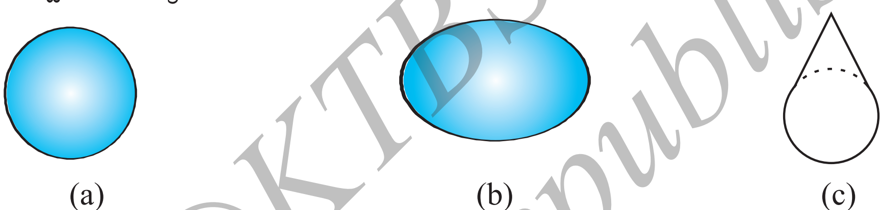
ಒಂದು ಓಟದ ಪಥವು ಎರಡೂ ಅಂತ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಅರ್ಧವೃತ್ತವಾಗಿರುತ್ತದೆ (ಚಿತ್ರ 11.27). ಒಂದು ಓಟದ ಪಥದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸುತ್ತು ಓಡಿದ ಓಟಗಾರನು ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಲ್ಲಿರಾ? ಆಕೃತಿಯು ವೃತ್ತಾಕಾರವಾಗಿದ್ದಾಗ ಅದರ ಸುತ್ತಲಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಒಂದು ವಿಧಾನದ ಅಗತ್ಯವಿದೆ.



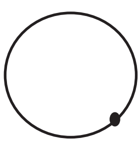
ಚಿತ್ರ 11.27

11.5.1 ವೃತ್ತದ ಪರಧಿ

ಒಂದು ರಟ್ಟಿನ ಹಾಳೆಯಿಂದ ವಕ್ರಾಕಾರದ ಕಾರ್ಡ್‌ಗಳನ್ನು ತಾನ್ಯ ಕತ್ತರಿಸಿದ್ದಾಳೆ. ಈ ಕಾರ್ಡುಗಳನ್ನು ಅಲಂಕರಿಸಿಲು ಅವುಗಳ ಸುತ್ತಲೂ ಕಸೂತಿ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಹಾಕಲು ಇಚ್ಛಿಸುತ್ತಾಳೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೂ ಅವಳಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಉದ್ದದ ಪಟ್ಟಿಯ ಅಗತ್ಯವಿದೆ?



ಚಿತ್ರ 11.28

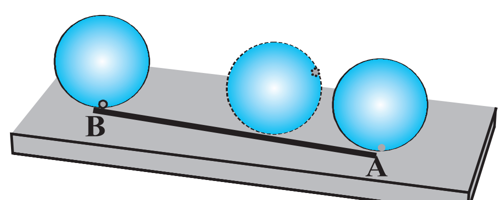


ಚಿತ್ರ 11.29

ವಕ್ರರೇಖೆಗಳನ್ನು ನೀವು ಅಳತೆಪಟ್ಟಿಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಅಳೆಯಲಾರಿರಿ, ಏಕೆಂದರೆ ಅವು "ನೇರ" ಆಗಿರುವುದಿಲ್ಲ. ನೀವೇನು ಮಾಡಬಲ್ಲಿರಿ?

ಚಿತ್ರ 11.28ರ ಆಕೃತಿಯ ಪಟ್ಟಿಯ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಒಂದು ವಿಧಾನವಿದೆ. ಕಾರ್ಡ್‌ನ ಅಂಚಿನಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ, ಕಾರ್ಡನ್ನು ಮೇಜಿನ ಮೇಲಿಡಿ. ಮೇಜಿನ ಮೇಲೆಯೂ ಸಹ ಬಿಂದುವಿನ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ. (ಚಿತ್ರ 11.29)

'ಗುರುತು' ಮಾಡಿದ ಬಿಂದು ಮೇಜನ್ನು ಪುನಃ ಸ್ಪರ್ಶಿಸುವಂತೆ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಕಾರ್ಡನ್ನು ಸರಳರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ಉರುಳಿಸಿ. ರೇಖೆಯ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ದೂರವನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ. ಇದು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಪಟ್ಟಿಯ ಉದ್ದವಾಗಿದೆ (ಚಿತ್ರ 11.30). ಅದು ಗುರುತು ಮಾಡಿದ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಪುನಃ ಗುರುತು ಮಾಡಿದ ಬಿಂದುವಿನವರೆಗೂ ಕಾರ್ಡಿನ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಇರುವ ದೂರವಾಗಿದೆ.



ಚಿತ್ರ 11.30

ವೃತ್ತಾಕಾರದ ವಸ್ತುವಿನ ಅಂಚಿನ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ದಾರವನ್ನು ಇಟ್ಟು ಅದನ್ನು ಸುತ್ತುವುದರ ಮೂಲಕ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ವೃತ್ತಾಕಾರದ ವಲಯದ ಸುತ್ತಲಿನ ದೂರವನ್ನು ಪರಿಧಿ (ಸುತ್ತಳತೆ) ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಇದನ್ನು ಮಾಡಿ

ಬಾಟಲ್‌ನ ಮುಚ್ಚಳ, ಬಳೆ ಅಥವಾ ಇನ್ನಾವುದೇ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ವಸ್ತುವೊಂದನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ ಮತ್ತು ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಓಟಗಾರ ಪಥದಲ್ಲಿ ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರವನ್ನು ನೀವು ಈ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

ಆದರೂ ದಾರವನ್ನು ಬಳಸಿ ಪಥ ಅಥವಾ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಸುತ್ತಲಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಕ್ಲಿಷ್ಟಕರ ಮತ್ತು ಅಳತೆಯೂ ನಿಖರವಾಗಿ ಇರುವುದಿಲ್ಲ. ಹಾಗಾಗಿ ಸರಳರೇಖಾಚಿತ್ರ ಅಥವಾ ಆಕೃತಿಗಳಿಗಿರುವಂತೆ ನಮಗೆ ಒಂದು ಸೂತ್ರದ ಅಗತ್ಯವಿದೆ.

ವೃತ್ತಗಳ ವ್ಯಾಸ ಮತ್ತು ಪರಿಧಿಗೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಸಂಬಂಧವಿದೆಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡೋಣ. ಮುಂದಿನ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ವಿಭಿನ್ನ ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಆರು ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ದಾರವನ್ನು ಬಳಸಿ ಅವುಗಳ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಸುತ್ತಳತೆಗೂ ಹಾಗೂ ವ್ಯಾಸಕ್ಕೂ ಇರುವ ಅನುಪಾತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವೃತ್ತ	ತ್ರಿಜ್ಯ	ವ್ಯಾಸ (d)	ಸುತ್ತಳತೆ ಪರಿದಿ (C)	ಪರಿಧಿಗೂ ವ್ಯಾಸಕ್ಕಿರುವ ಅನುಪಾತ
1	3.5 cm	7.0 cm	22.0 cm	$\frac{22}{7} = 3.14$
2	7.0 cm	14.0 cm	44.0 cm	$\frac{44}{14} = 3.14$
3	10.5 cm	21.0 cm	66.0 cm	$\frac{66}{21} = 3.14$
4	21.0 cm	42.0 cm	132.0 cm	$\frac{132}{42} = 3.14$
5	5.0 cm	10.0 cm	32.0 cm	$\frac{32}{10} = 3.2$
6	15.0 cm	30.0 cm	94.0 cm	$\frac{94}{30} = 3.13$

ಮೇಲಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಿಂದ ನೀವೇನು ತೀರ್ಮಾನಿಸುವಿರಿ? ಈ ಅನುಪಾತವು ಹೆಚ್ಚು ಕಡಿಮೆ ಒಂದೇ ಇದೆಯೇ? ಹೌದು

ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯು ಯಾವಾಗಲೂ ವ್ಯಾಸದ ಮೂರು ಪಟ್ಟಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದೇ? ಹೌದು.

ಈ ಅನುಪಾತವು ಸ್ಥಿರಾಂಕವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು π (ಪೈ)ನಿಂದ ಸಂಕೇತಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಇದರ ಹತ್ತಿರದ (ಅಂದಾಜು) ಬೆಲೆಯು $\frac{22}{7}$ ಅಥವಾ 3.14.

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{C}{d} = \pi$ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು, 'C' ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆಯಾಗಿದೆ. 'd' ವ್ಯಾಸವಾಗಿದೆ.

ಅಥವಾ $C = \pi d$

ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸ (d) ಯು ತ್ರಿಜ್ಯದ (r) ಎರಡರಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ.

ಅಂದರೆ $d = 2r$

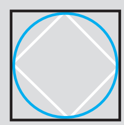
ಆದ್ದರಿಂದ $C = \pi d = \pi \times 2r$ ಅಥವಾ $C = 2\pi r$.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಚಿತ್ರ 11.31ರಲ್ಲಿ

(a) ಯಾವ ಚೌಕವು ಹೆಚ್ಚು ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ?

(b) ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದು? ಚಿಕ್ಕ ಚೌಕದ ಸುತ್ತಳತೆಯೋ ಅಥವಾ ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆಯೋ?



ಚಿತ್ರ 11.31

ಇದನ್ನು ಮಾಡಿ

ಚತುರ್ಥಾಂಶ ಮತ್ತು ಅರ್ಧಾಂಶದ ಎರಡು ತಟ್ಟೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನೂ ಮೇಜಿನ ಮೇಲೆ ಉರುಳಿಸಿ ಒಂದು ಸಂಪೂರ್ಣ ಸುತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಯಾವ ತಟ್ಟೆಯು ಹೆಚ್ಚು ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸುತ್ತದೆ? ಯಾವ ತಟ್ಟೆಯು ಮೇಜಿನ ಮೇಲ್ಮೆಯನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಸುತ್ತುಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ರಮಿಸುತ್ತದೆ?

ಉದಾಹರಣೆ 12 10cm ವ್ಯಾಸವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆ ಎಷ್ಟು? ($\pi = 3.14$ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿ)

ಪರಿಹಾರ ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸ $(d) = 10$ cm

ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ $= \pi d$

$= 3.14 \times 10 \text{ cm} = 31.4 \text{ cm}$

ಆದ್ದರಿಂದ 10cm ವ್ಯಾಸವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯು 31.4cm ಆಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 13 14 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಡಿಸ್ಕ್‌ನ (ಫಲಕ) ಸುತ್ತಳತೆ ಎಷ್ಟು?

$$\left(\pi = \frac{22}{7} \text{ ಬಳಸಿ}\right)$$

ಪರಿಹಾರ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಡಿಸ್ಕ್‌ನ ತ್ರಿಜ್ಯ $(r) = 14$ cm

ಡಿಸ್ಕ್‌ನ ಸುತ್ತಳತೆ $= 2\pi r$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \text{ cm} = 88 \text{ cm}$$

ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಡಿಸ್ಕ್‌ನ ಸುತ್ತಳತೆ 88 cm.

ಉದಾಹರಣೆ 14 ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಕೊಳವೆಯ ತ್ರಿಜ್ಯ 10cm. ಕೊಳವೆಯನ್ನು ಸುತ್ತಲು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಟೇಪ್‌ನ (ಪಟ್ಟಿಯ) ಉದ್ದವೆಷ್ಟು? $(\pi = 3.14)$

ಪರಿಹಾರ ಕೊಳವೆಯ ತ್ರಿಜ್ಯ $(r) = 10$ cm

ಕೊಳವೆಯ ಸುತ್ತಳತೆಯು ಅಗತ್ಯ ವಿರುವ ಟೇಪ್‌ನ ಉದ್ದಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದೆ.

ಕೊಳವೆ ಸುತ್ತಳತೆ $= 2\pi r$

$= 2 \times 3.14 \times 10$ cm

$= 62.8$ cm

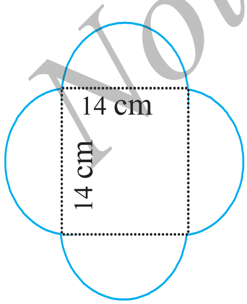
ಆದ್ದರಿಂದ ಕೊಳವೆಯನ್ನು ಸುತ್ತಲು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಟೇಪ್‌ನ ಉದ್ದ 62.8 cm.

ಉದಾಹರಣೆ 15 ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಆಕೃತಿಯ ಸುತ್ತಳತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಚಿತ್ರ 11.32)

$\left(\pi = \frac{22}{7}\right.$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ).

ಪರಿಹಾರ ಈ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಚೌಕದ ಪ್ರತೀ ಬದಿಯಲ್ಲಿರುವ ಅರ್ಧ ವೃತ್ತಗಳ ಸುತ್ತಳತೆಗಳನ್ನು ನಾವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾಗಿದೆ. ಚೌಕದ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನೂ ಸಹ ನೀವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾದ ಅಗತ್ಯವಿದೆಯೇ? ಇಲ್ಲ. ಈ ಚಿತ್ರದ ಬಾಹ್ಯವು ಅರ್ಧವೃತ್ತಗಳಿಂದ ಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಅರ್ಧವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸವು 14 cm ಆಗಿದೆ.

ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ



ಚಿತ್ರ 11.32

ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆ $= \pi d$

ಅರ್ಧವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆ $= \frac{1}{2} \pi d$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 14 \text{ cm} = 22 \text{ cm}$$

ಪ್ರತಿ ಅರ್ಧವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆಯು 22 cm ಆಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, ದತ್ತ ಚಿತ್ರದ ಸುತ್ತಳತೆ $= 4 \times 22$ cm $= 88$ cm

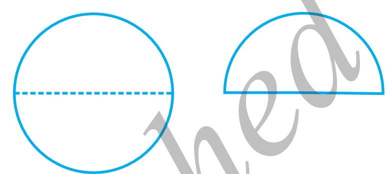
ಉದಾಹರಣೆ 16 ಸುಧಾಂಶು 7 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಡಿಸ್ಕ್ (ತಟ್ಟೆ)ನ್ನು / ಮುದ್ರಿಕೆಯನ್ನು ಎರಡು ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತಾಳೆ. ಪ್ರತೀ ಅರ್ಧವೃತ್ತಾಕಾರದ ಡಿಸ್ಕ್‌ನ ಸುತ್ತಳತೆ ಎಷ್ಟು? ($\pi = \frac{22}{7}$ ಎಂದು ಆದೇಶಿಸಿ).

ಪರಿಹಾರ ಅರ್ಧವೃತ್ತಾಕಾರದ ಡಿಸ್ಕ್‌ನ ಸುತ್ತಳತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು (ಚಿತ್ರ 11.33)

(i) ಅರ್ಧವೃತ್ತಾಕಾರದ ಸುತ್ತಳತೆ

(ii) ವ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ನಾವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಅಗತ್ಯವಿದೆ.

ತ್ರಿಜ್ಯ $(r) = 7$ cm (ದತ್ತ)



ಚಿತ್ರ 11.33

ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆ $= 2\pi r$

ಆದ್ದರಿಂದ ಅರ್ಧವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆ $= \frac{1}{2} \times 2\pi r = \pi r$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \text{ cm} = 22 \text{ cm}$$

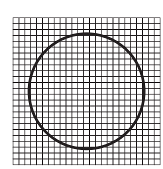
ಆದ್ದರಿಂದ, ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸ $= 2r = 2 \times 7$ cm $= 14$ cm

ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಪ್ರತೀ ಅರ್ಧ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಡಿಸ್ಕ್‌ನ ಸುತ್ತಳತೆ = 22 cm + 14 cm = 36 cm

11.5.2 ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ಮುಂದಿನವುಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ:

- ಒಬ್ಬ ರೈತನು ತನ್ನ ಜಮೀನಿನ ಮಧ್ಯಭಾಗದಲ್ಲಿ 7m ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಹೂವಿನ ಪಾತಿಯನ್ನು ತೋಡುತ್ತಾನೆ. ಗೊಬ್ಬರವನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳುವ ಅಗತ್ಯ ಅವನಿಗಿದೆ. 1 ಚದರ ಮೀಟರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ 1 kg ಗೊಬ್ಬರದ ಅವಶ್ಯಕತೆಯಿದ್ದರೆ, ಅವನು ಎಷ್ಟು ಪ್ರಮಾಣದ ಗೊಬ್ಬರವನ್ನು ಕೊಂಡು ಕೊಳ್ಳಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ?
- ತ್ರಿಜ್ಯ 2m ಇರುವ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಮೇಜಿನ ಮೇಲ್ಮೈಯನ್ನು ಹೊಳಪುಗೊಳಿಸಲು (ಪಾಲೀಶ್ ಮಾಡಲು) ಪ್ರತಿ ಚದರ ಮೀಟರ್‌ಗೆ ₹10 ರಂತೆ ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚವೆಷ್ಟು?



ಚಿತ್ರ 11.34

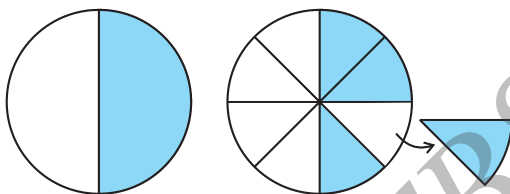
ಇಂತಹ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ನಾವು ಏನನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು ಎಂದು ನೀವು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ? ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೇ ಅಥವಾ ಸುತ್ತಳತೆಯೇ? ಅಂಥಹ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ನಾವು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾಗಿದೆ. ನಕ್ಷೆ ಹಾಳೆಯ ಮೂಲಕ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ

4 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತವನ್ನು ಗ್ರಾಫ್ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ರಚಿಸಿ. (ಚಿತ್ರ 11.34) ಆವೃತವಾಗಿರುವ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಎಣಿಸುವ ಮೂಲಕ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

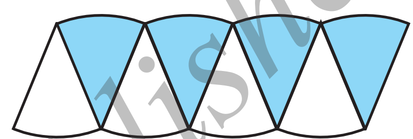
ಅಂಚುಗಳು ನೇರವಾಗಿ ಇಲ್ಲದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಈ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತದ ಅಂದಾಜು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಇನ್ನೂ ಒಂದು ಮಾರ್ಗವಿದೆ.

ವೃತ್ತವೊಂದನ್ನು ರಚಿಸಿ. ವೃತ್ತದ ಅರ್ಧ ಭಾಗವನ್ನು ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿ [ಚಿತ್ರ 11.35(i)]. ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಂಟು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಮಡಿಚಿ, ಮಡಿಕೆಯುದ್ದಕ್ಕೂ ಕತ್ತರಿಸಿ [ಚಿತ್ರ 11.35(ii)].



ಚಿತ್ರ 11.35

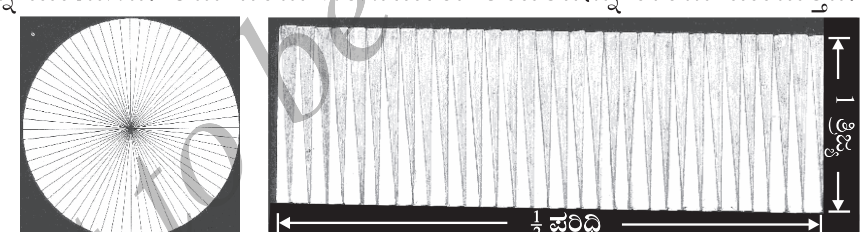


ಚಿತ್ರ 11.36

ಚಿತ್ರ 11.36ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಪ್ರತ್ಯೇಕಿಸಲ್ಪಟ್ಟ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ.

ಅದು ಬಹುತೇಕ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ. ಅನೇಕ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡಗಳಿದ್ದಷ್ಟು, ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಸನಿಹವನ್ನು ನಾವು ತಲುಪುತ್ತೇವೆ.

ಮೇಲೆ ಮಾಡಿದಂತೆ, ವೃತ್ತವೊಂದನ್ನು 64 ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ. ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದೆ. ಅದು ಒಂದು ಸರಿಸುಮಾರು ಆಯತವನ್ನು ಉಂಟು ಮಾಡುತ್ತದೆ. (ಚಿತ್ರ 11.37)



ಚಿತ್ರ 11.37

ಈ ಆಯತದ ಅಗಲವೆಷ್ಟು? ಈ ಆಯತದ ಅಗಲವು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ r ಆಗಿದೆ.

ಪೂರ್ಣ ವೃತ್ತವನ್ನು 64 ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರಖಂಡಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿರುವುದರಿಂದ ಮತ್ತು ಪ್ರತೀ ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲೆ 32 ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರಖಂಡಗಳಿರುವುದರಿಂದ ಆಯತದ ಉದ್ದವು, 32 ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರಖಂಡಗಳ ಉದ್ದವಾಗಿದೆ. ಅದು ಸುತ್ತಳತೆಯ ಅರ್ಧದಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ.

ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಉಂಟಾದ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= l \times b$

= (ಸುತ್ತಳತೆಯ ಅರ್ಧ) × ತ್ರಿಜ್ಯ $= \left(\frac{1}{2} \times 2\pi r\right) \times r = \pi r^2$

ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = πr^2

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಒಂದು ಗ್ರಾಫ್ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳುಳ್ಳ ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಚೌಕಗಳನ್ನು ಎಣಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಸೂತ್ರವನ್ನು ಬಳಸಿಯೂ ಸಹ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಎರಡೂ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಿ.

ಉದಾಹರಣೆ 17 30 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ($\pi = 3.14$).

ಪರಿಹಾರ ತ್ರಿಜ್ಯ (r) = 30 cm

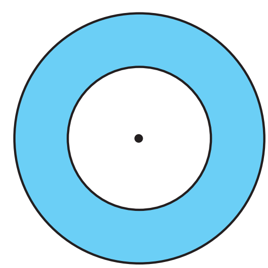
ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi r^2 = 3.14 \times 30^2 = 2{,}826\ \text{cm}^2$

ಉದಾಹರಣೆ 18 ವೃತ್ತಾಕಾರದ ತೋಟದ ವ್ಯಾಸ 9.8m ಆದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ ವ್ಯಾಸ $d = 9.8$m, ಆದ್ದರಿಂದ, ತ್ರಿಜ್ಯ $r = 9.8 \div 2 = 4.9$m

ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi r^2 = \dfrac{22}{7} \times (4.9)^2\ \text{m}^2 = \dfrac{22}{7} \times 4.9 \times 4.9\ \text{m}^2 = 75.46\ \text{m}^2$

ಉದಾಹರಣೆ 19 ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರವು ಒಂದೇ ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 10 cm ಮತ್ತು ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 4 cm ಆದರೆ



(a) ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

(b) ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

(c) ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳ ನಡುವಿನ ಛಾಯೀಕೃತ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (π = 3.14 ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ)

ಪರಿಹಾರ

(ಎ) ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ = 10 cm

ಆದ್ದರಿಂದ ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi r^2$

$= 3.14 \times 10 \times 10 = 314\ \text{cm}^2$

(ಬಿ) ಚಿಕ್ಕವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ = 4 cm

ಚಿಕ್ಕವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi r^2$

$= 3.14 \times 4 \times 4 = 50.24\ \text{cm}^2$

(ಸಿ) ಛಾಯೀಕೃತ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= (314 - 50.24)\ \text{cm}^2 = 263.76\ \text{cm}^2$

ಅಭ್ಯಾಸ 11.3

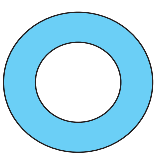
1. ಮುಂದೆ ನೀಡಿದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವೃತ್ತಗಳ ಸುತ್ತಳತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ($\pi = \frac{22}{7}$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ).

   (a) 14cm (b) 28mm (c) 21cm

2. ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಂದ ವೃತ್ತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

   (a) ತ್ರಿಜ್ಯ= 14mm ($\pi = \frac{22}{7}$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ)
   (b) ವ್ಯಾಸ = 49m
   (c) ತ್ರಿಜ್ಯ = 5cm

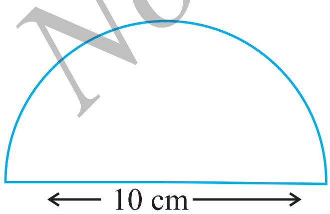
3. ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಹಾಳೆಯ ಸುತ್ತಳತೆಯು 154 m ಆದರೆ, ತ್ರಿಜ್ಯ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಹಾಗೂ ಹಾಳೆಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಸಹ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ($\pi = \frac{22}{7}$ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿ)



4. 21 m ವ್ಯಾಸವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಉದ್ಯಾನಕ್ಕೆ ಬೇಲಿ ಹಾಕಲು ತೋಟಗಾರನೊಬ್ಬ ಇಚ್ಛಿಸುತ್ತಾನೆ. ಅವನು ಎರಡು ಸುತ್ತು ಬೇಲಿ ನಿರ್ಮಿಸಲು ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳಬೇಕಾದ ಹಗ್ಗದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಪ್ರತೀ ಮೀಟರ್‌ಗೆ ₹4ರಂತೆ ಹಗ್ಗದ ಬೆಲೆಯನ್ನೂ ಸಹ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ($\pi = \frac{22}{7}$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ).

5. 4 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಹಾಳೆಯಿಂದ, 3 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತವನ್ನು ಹೊರತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ. ಉಳಿದ ಹಾಳೆಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ($\pi = 3.14$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ)

6. ಸಾಯಿಮಾ 1.5m ವ್ಯಾಸವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಮೇಜಿನ ಹೊದಿಕೆಯ ಅಂಚಿಗೆ ಪಟ್ಟಿ ಹಾಕಲು ಇಚ್ಛಿಸುತ್ತಾಳೆ. ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಪಟ್ಟಿಯ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಒಂದು ಮೀಟರ್ ಪಟ್ಟಿಯ ಬೆಲೆ ₹15 ಆದರೆ ಒಟ್ಟು ಪಟ್ಟಿಯ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ($\pi = 3.14$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ)

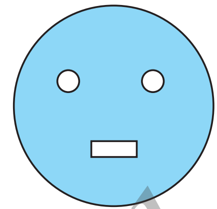


7. ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಂತೆ ಅರ್ಧವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8. ಪ್ರತಿ ಚದರ ಮೀಟರ್ ಗೆ ₹15ರಂತೆ 1.6m ವ್ಯಾಸವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಮೇಜಿನ ಮೇಲ್ಮೆಯನ್ನು ಹೊಳಪುಗೊಳಿಸಲು ತಗುಲುವ ವೆಚ್ಚ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

   ($\pi = 3.14$)

9. ಶಾಜ್ಲೆ 44cm ಉದ್ದದ ತಂತಿಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅದನ್ನು ವೃತ್ತಾಕಾರಕ್ಕೆ ಬಾಗಿಸಿದ್ದಾಳೆ. ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಇದೇ ತಂತಿಯನ್ನು ಚೌಕದ ಆಕಾರಕ್ಕೆ ಬಾಗಿಸಿದರೆ, ಪ್ರತಿ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು ಇರುತ್ತದೆ? ಯಾವ ಆಕೃತಿಯು ಹೆಚ್ಚು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಆವೃತಗೊಳಿಸುತ್ತದೆ ವೃತ್ತವೇ ಅಥವಾ ಚೌಕವೇ? ($\pi = \frac{22}{7}$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ)



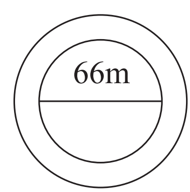
10. ತ್ರಿಜ್ಯ 14cm ಇರುವ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್ ಶೀಟ್‌ನಿಂದ 3.5cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳು ಮತ್ತು 3cm ಉದ್ದ ಮತ್ತು 1cm ಅಗಲವಿರುವ ಆಯತವನ್ನು ಹೊರತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ (ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸುವಂತೆ) ಶೀಟ್‌ನ ಉಳಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ($\pi = \frac{22}{7}$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ)

11. 6cm ಬಾಹುವಿರುವ ಚೌಕಾಕಾರದ ಅಲ್ಯುಮಿನಿಯಂ ಹಾಳೆಯಿಂದ 2cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ. ಉಳಿದ ಅಲ್ಯುಮಿನಿಯಂ ಹಾಳೆಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು? ($\pi = 3.14$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ)

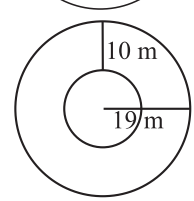
12. ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆಯು 31.4cm ಇದೆ. ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ($\pi = 3.14$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ).

13. ಒಂದು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಹೂವಿನ ತೋಟವು 4m ಅಗಲದ ಪಥದಿಂದ ಸುತ್ತುವರೆಯಲ್ಪಟ್ಟಿದೆ. ಹೂವಿನ ತೋಟದ ವ್ಯಾಸ 66m ಆದರೆ. ಈ ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು? ($\pi = 3.14$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ)

14. ಒಂದು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಹೂವಿನ ಉದ್ಯಾನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $314m^2$ ಇದೆ. ಉದ್ಯಾನವನದ ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿನ ಪ್ರೋಕ್ಷಕ 12m ತ್ರಿಜ್ಯದಷ್ಟು ಕಾರಂಜಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಆವರಿಸುತ್ತದೆ. ಪ್ರೋಕ್ಷಕ (ಕಾರಂಜಿ) ಸಂಪೂರ್ಣ ಉದ್ಯಾನವನ್ನು ತೋಯಿಸಬಲ್ಲದೇ? ($\pi = 3.14$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ)



15. ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವ ಒಳ ಮತ್ತು ಹೊರ ವೃತ್ತಗಳ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು (ಪರಿಧಿ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ..



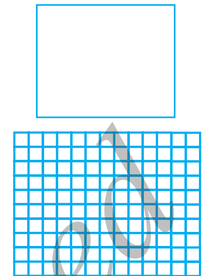
16. 352m ದೂರ ಚಲಿಸಲು 28cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ಚಕ್ರವು ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಸುತ್ತಬೇಕು? ($\pi = \frac{22}{7}$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ)

17. ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಗಡಿಯಾರದ ನಿಮಿಷದ ಮುಳ್ಳು 15cm ಉದ್ದವಿದೆ. ನಿಮಿಷದ ಮುಳ್ಳಿನ ತುದಿ (ಅಗ್ರವು) 1 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ದೂರ ಚಲಿಸಬಲ್ಲದು? ($\pi = 3.14$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ)

11.6 ಏಕಮಾನಗಳ ಪರಿವರ್ತನೆ

ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ 1cm = 10mm. $1cm^2$, ಎಷ್ಟು mm^2 ಗಳಿಗೆ ಸಮವೆಂದು ನೀವು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ? ಇದೇ ಬಗೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸೋಣ. ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಾಗ ಒಂದು ಮಾನದಿಂದ ಮತ್ತೊಂದು ಮಾನಕ್ಕೆ ಹೇಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ.

ಒಂದು ಗ್ರಾಫ್ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ 1cm ಬಾಹುವುಳ್ಳ ಚೌಕವನ್ನು (ಚಿತ್ರ 11.38) ರಚಿಸೋಣ.



ಚಿತ್ರ 11.38

1cm ಬಾಹುವುಳ್ಳ ಈ ಚೌಕವು 1 mm ಬಾಹುವುಳ್ಳ 100 ಚೌಕಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿತವಾಗಿರುವುದನ್ನು ನೀವು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವಿರಿ.

1 cm ಬಾಹುವುಳ್ಳ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಪ್ರತೀ ಬಾಹು 1 mm ಇರುವ 100 ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ಆದ್ದರಿಂದ $1\ cm^2 = 100 \times 1\ mm^2$

ಅಥವಾ $1\ cm^2 = 100\ mm^2$

ಅದೇ ರೀತಿ $1\ m^2 = 1\ m \times 1\ m$

$= 100\ cm \times 100\ cm$ (1m = 100 cm ಆಗಿರುವುದರಿಂದ)

$= 10000\ cm^2$

ಈಗ ನೀವು $1\ km^2$ ನ್ನು m^2 ಆಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?

ಮೆಟ್ರಿಕ್ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಭೂಮಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೆಕ್ಟೇರ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಅಳೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. (ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ 'ha' ಆಗಿ ಬರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ)

100 m ಬಾಹುವುಳ್ಳ ವರ್ಗವು 1 ಹೆಕ್ಟೇರ್ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ 1 ಹೆಕ್ಟೇರ್ = $100 \times 100\ m^2 = 10,000\ m^2$

ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಏಕಮಾನವನ್ನು ಚಿಕ್ಕಚಿಕ್ಕ ಏಕಮಾನಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿದಾಗ (ದೊರೆಯುವ) ಫಲಿತಾಂಶದ ಏಕಮಾನದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $1000\ cm^2 = 1000 \times 100\ mm^2 = 100000\ mm^2$

ಆದರೆ ನಾವು ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಏಕಮಾನವನ್ನು ದೊಡ್ಡ ಏಕಮಾನಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿದಾಗ, ದೊಡ್ಡ ಏಕಮಾನದ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಚಿಕ್ಕದಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $1000\ cm^2 = \frac{1000}{10000}\ m^2 = 0.1\ m^2$

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಮುಂದಿನವುಗಳನ್ನು ಪರಿವರ್ತಿಸಿ

(i) 50 cm^2 ನ್ನು mm^2 (ii) 2 ha ನ್ನು m^2

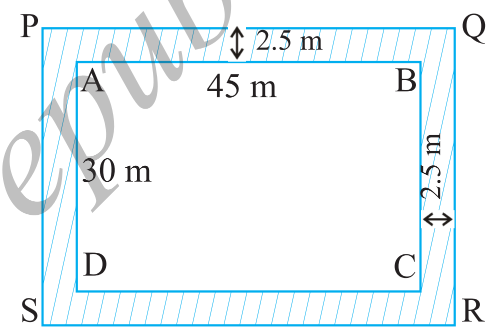
(iii) 10 m^2 ನ್ನು cm^2 (iv) 1000 cm^2 ನ್ನು m^2

11.7 ಅನ್ವಯಗಳು

ತೋಟಗಳಲ್ಲಿ ಅಥವಾ ಉದ್ಯಾನವನಗಳಲ್ಲಿ ಉದ್ಯಾನವನದ ಸುತ್ತಲೂ ನಡೆಯಲು ದಾರಿಗಾಗಿ ಅಥವಾ ತೋಟದ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಅಡ್ಡ ದಾರಿಗಾಗಿ ಸ್ವಲ್ಪ ಜಾಗ ಬಿಟ್ಟಿರುವುದನ್ನು ನೀವು ಆಗಾಗ ಗಮನಿಸಿರುತ್ತೀರಿ.

ಚೌಕಟ್ಟುಳ್ಳ ಚಿತ್ರದ ಸುತ್ತಲೂ ಸ್ವಲ್ಪ ಸ್ಥಳವನ್ನು ಬಿಟ್ಟಿರುತ್ತಾರೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸುವ ವೆಚ್ಚ ಲೆಕ್ಕಿಸಲು ಅಂಥಹ ಪಥಗಳ ಅಥವಾ ಅಂಚುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಅಗತ್ಯವಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 20 ಒಂದು ಆಯತಾಕಾರದ ಉದ್ಯಾನವು 45m ಉದ್ದ ಮತ್ತು 30 m ಅಗಲವಿದೆ. ಉದ್ಯಾನವನದ ಹೊರಗೆ 2.5 m ಅಗಲದ ಪಥವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲಾಗಿದೆ. ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪರಿಹಾರ ABCD ಆಯತಾಕಾರದ ಉದ್ಯಾನವನವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಿ ಮತ್ತು ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಿದ ಭಾಗವು 2.5 m ಅಗಲದ ಪಥವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಿ.

ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು

(PQRS ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ – ABCD ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)ವನ್ನು ನಾವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಈಗ PQ = (45 + 2.5 + 2.5) m = 50 m

PS = (30 + 2.5 + 2.5) m = 35 m

ಆಯತ ABCD ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಉದ್ದ × ಅಗಲ = 45×30 m^2 = 1350 m^2

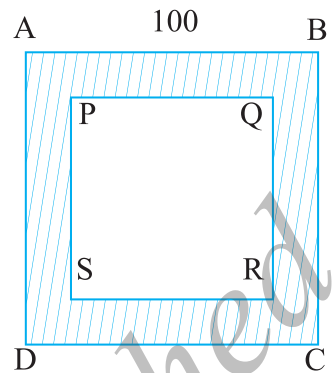
ಆಯತ PQRS ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $l \times b$ = 50×35 m^2 = 1750 m^2

ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಆಯತ PQRS ವಿಸ್ತೀರ್ಣ – ABCD ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= (1750 – 1350) m^2 = 400 m^2

ಉದಾಹರಣೆ 21 100 m ಬದಿಯುಳ್ಳ ಚೌಕಾಕಾರದ ಉದ್ಯಾನದ ಒಳಗೆ 5 m ಅಗಲದ ಒಂದು ಪಥವು ಹಾದುಹೋಗುತ್ತದೆ. ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಪ್ರತೀ 10 m^2 ಗೆ ₹250ರಂತೆ ಅದಕ್ಕೆ ಸಿಮೆಂಟ್ ಹಾಕಲು ತಗುಲುವ ವೆಚ್ಚವನ್ನೂ ಸಹ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ ABCD ಯು 100 m ಬಾಹುವುಳ್ಳ ಚೌಕಾಕಾರದ ಉದ್ಯಾನವಾಗಿರಲಿ. ಬಣ್ಣಹಚ್ಚಿದ ಭಾಗವು 5 m ಅಗಲದ ಪಥವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಿ.



$PQ = 100 - (5 + 5) = 90$ m

ABCD ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= (\text{ಬಾಹು})^2 = (100)^2\ m^2 = 10{,}000\ m^2$

PQRS ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= (\text{ಬಾಹು})^2 = (90)^2\ m^2 = 8{,}100\ m^2$

ಆದ್ದರಿಂದ ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= (10000 - 8100)\ m^2 = 1{,}900\ m^2$

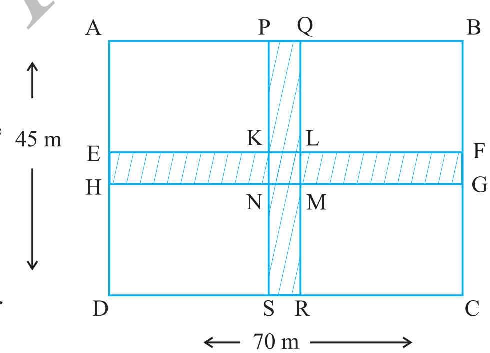
ಸಿಮೆಂಟ್ ಹಾಕಲು ತಗುಲುವ ವೆಚ್ಚ $10\ m^2$ ಗೆ ₹ 250

$\therefore$ $1\ m^2$ ನಷ್ಟು ಭಾಗಕ್ಕೆ ಸಿಮೆಂಟ್ ಹಾಕಲು ತಗುಲುವ ವೆಚ್ಚ $= ₹\ \dfrac{250}{10}$

ಆದ್ದರಿಂದ $1900\ m^2$ ನಷ್ಟು ಜಾಗಕ್ಕೆ ಸಿಮೆಂಟ್ ಹಾಕಲು ತಗುಲುವ ವೆಚ್ಚ $= ₹\ \dfrac{250}{10} \times 1{,}900 = ₹\ 47{,}500$

ಉದಾಹರಣೆ 22 5m ಅಗಲದ ಎರಡು ಅಡ್ಡರಸ್ತೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುವಂತೆ 70m ಉದ್ದ ಮತ್ತು 45m ಅಗಲದ ಆಯತಾಕಾರದ ಉದ್ಯಾನದ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಅದರ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವಂತೆ ಹಾದುಹೋಗುತ್ತವೆ. ರಸ್ತೆಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಪ್ರತೀ m^2 ಗೆ ₹105 ರಂತೆ ರಸ್ತೆ ನಿರ್ಮಿಸಲು ತಗುಲುವ ವೆಚ್ಚವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ ಅಡ್ಡರಸ್ತೆಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಛಾಯೀಕರಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಾಗಿದೆ. ಅಂದರೆ PQRS ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು EFGH ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಾಗಿದೆ ಆದರೆ ಇದನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸುವಾಗ ಚೌಕ KLMNನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಎರಡು ಬಾರಿ ಪರಿಗಣಿಸಿದೆ, ಹಾಗಾಗಿ ಅದನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕಾಗಿದೆ.



ಈಗ $PQ = 5$ m ಮತ್ತು $PS = 45$ m

$EH = 5$ m ಮತ್ತು $EF = 70$ m

$KL = 5$ m ಮತ್ತು $KN = 5$ m

ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಆಯತ PQRS ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಆಯತ EFGH ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ – ಚೌಕ KLMN ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= PS \times PQ + EF \times EH - KL \times KN$

$= (45 \times 5 + 70 \times 5 - 5 \times 5)\ m^2$

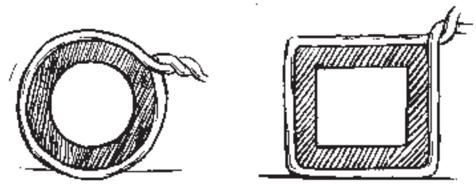
$= (225 + 350 - 25)\ m^2 = 550\ m^2$

ರಸ್ತೆ ನಿರ್ಮಿಸಲು ತಗುಲುವ ವೆಚ್ಚ $= ₹\ 105 \times 550 = ₹\ 57{,}750$

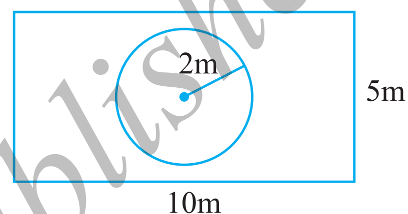
ಅಭ್ಯಾಸ 11.4

1. ಒಂದು ಉದ್ಯಾನವು 90m ಉದ್ದ ಮತ್ತು 75m ಅಗಲವಿದೆ. 5m ಅಗಲದ ಪಥವನ್ನು ಅದರ ಸುತ್ತಲೂ ಹೊರಗೆ ನಿರ್ಮಿಸಬೇಕಿದೆ. ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಉದ್ಯಾನವನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನೂ ಸಹ ಹೆಕ್ಟೇರ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2. 125m ಉದ್ದ ಮತ್ತು 65m ಅಗಲದ ಆಯತಾಕಾರದ ಉದ್ಯಾನವನದ ಹೊರಗೆ, ಅದರ ಸುತ್ತಲೂ ಒಂದು 3m ಅಗಲದ ಪಥ ಇದೆ. ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
3. 8 cm ಉದ್ದ ಮತ್ತು 5 cm ಅಗಲದ ರಟ್ಟಿನ ಹಲಗೆಯ ಮೇಲೆ ಪ್ರತೀ ಬದಿಯಲ್ಲಿ 1.5 cm ಅಗಲದ ಅಂಚು ಇರುವಂತೆ ಚಿತ್ರವೊಂದನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಅಂಚಿನ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
4. 5.5m ಉದ್ದ ಮತ್ತು 4m ಅಗಲದ ಕೋಣೆಯ ಹೊರಭಾಗದುದ್ದಕ್ಕೂ 2.25m ಅಗಲದ ವರಾಂಡವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲಾಗಿದೆ.
   (1) ವರಾಂಡಾದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ
   (2) ಪ್ರತೀ m^2 ಗೆ ₹200 ರಂತೆ ವರಾಂಡಾದ ನೆಲಕ್ಕೆ ಸಿಮೆಂಟ್ ಹಾಕಲು ಅಗತ್ಯವಾದ ವೆಚ್ಚ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
5. 30m ಬಾಹುವುಳ್ಳ ಚೌಕಾಕಾರದ ಉದ್ಯಾನದ ಒಳಗೆ ಅಂಚಿನುದ್ದಕ್ಕೂ 1m ಅಗಲದ ಪಥವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
   (i) ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ
   (ii) ಪ್ರತಿ ಚದರ ಮೀಟರ್‌ಗೆ ₹ 40ರಂತೆ ಉದ್ಯಾನದ ಉಳಿದ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಹುಲ್ಲು ಬೆಳೆಸಲು ಅಗತ್ಯವಾದ ವೆಚ್ಚ.
6. ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುವ, 10m ಅಗಲದ ಎರಡು ಅಡ್ಡರಸ್ತೆಗಳು 300m ಅಗಲ ಮತ್ತು 700m ಉದ್ದವಿರುವ ಆಯತಾಕಾರದ ಉದ್ಯಾನದ ಕೇಂದ್ರದ ಮೂಲಕ, ಅದರ ಬದಿಗಳಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವಂತೆ ಹಾದುಹೋಗುತ್ತವೆ. ರಸ್ತೆಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಅಡ್ಡರಸ್ತೆಗಳನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ, ಉದ್ಯಾನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನೂ ಸಹ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಉತ್ತರವನ್ನು ಹೆಕ್ಟೇರ್‌ನಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.
7. 90m ಉದ್ದ ಮತ್ತು 60m ಅಗಲದ ಆಯತಾಕಾರದ ಮೈದಾನದಲ್ಲಿ ಮೈದಾನದ ಬದಿಗಳಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವಂತೆ ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬಕೋನದಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸುವಂತೆ ಹಾಗೂ ಮೈದಾನದ ಕೇಂದ್ರದ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವಂತೆ ಎರಡು ರಸ್ತೆಗಳನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲಾಗಿದೆ.
   (1) ರಸ್ತೆಗಳಿಂದಾವೃತ್ತವಾದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು
   (2) ಪ್ರತಿ ಚದರ ಮೀಟರ್‌ಗೆ ₹ 110ರಂತೆ ರಸ್ತೆಗಳನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ಅಗತ್ಯವಾದ ವೆಚ್ಚ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8. ಪ್ರಾಗ್ಯ 4 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಕೊಳವೆಯ ಸುತ್ತಲೂ ಹಗ್ಗವನ್ನು ಸುತ್ತಿದ್ದಾಳೆ. (ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ) ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಹಗ್ಗದಷ್ಟು ಉದ್ದವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿದ್ದಾಳೆ. ನಂತರ ಅದನ್ನು 4 cm ಬಾಹುವಿರುವ ಚೌಕಾಕಾರದ ಡಬ್ಬದ ಸುತ್ತಲೂ ಸುತ್ತಿದ್ದಾಳೆ. ಅವಳ ಬಳಿ ಸ್ವಲ್ಪವಾದರೂ ಹಗ್ಗ ಉಳಿದಿದೆಯೇ? ($\pi = 3.14$)



9. ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಹೂವಿನ ಪಾತಿಯನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಹುಲ್ಲುಗಾವಲನ್ನು ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರವು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ.



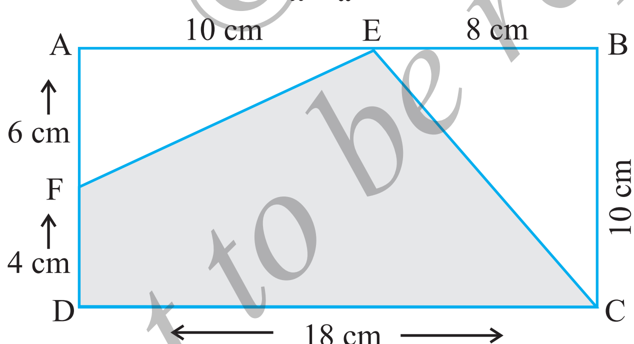
(1) ಪೂರ್ಣ ಹುಲ್ಲುಗಾವಲಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

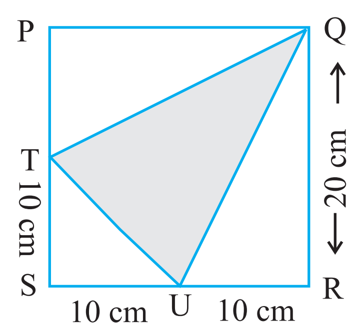
(2) ಹೂವಿನ ಪಾತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

(3) ಹೂ ಪಾತಿಯನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಉಳಿದ ಹುಲ್ಲುಗಾವಲಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

(4) ಹೂ ಪಾತಿಯ ಸುತ್ತಳತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

10. ಮುಂದಿನ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಬಣ್ಣಹಚ್ಚಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



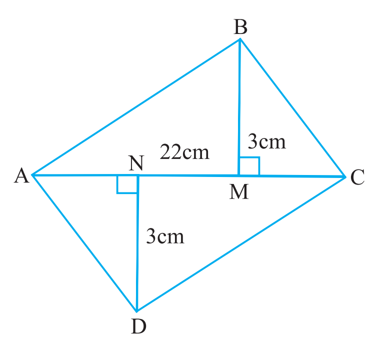


11. ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

AC = 22 cm, BM = 3 cm,

DN = 3 cm, ಮತ್ತು

$BM \perp AC$, $DN \perp AC$ ಆಗಿದೆ.



ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿರುವ ಅಂಶಗಳು

1. ಸುತ್ತಳತೆಯು ಒಂದು ಆವೃತ ಚಿತ್ರದ ಸುತ್ತಲಿನ ದೂರವಾಗಿದೆ. ಆವೃತ ಚಿತ್ರವು ಆಕ್ರಮಿಸಿದ ಸಮತಲದ ಭಾಗವು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಾಗಿದೆ.
2. ನಾವು ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಚೌಕ ಮತ್ತು ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂದು ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ.
   (a) ಚೌಕದ ಸುತ್ತಳತೆ = 4 × ಬಾಹು
   (b) ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆ = 2 × (ಉದ್ದ +ಅಗಲ)
   (c) ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಬಾಹು × ಬಾಹು
   (d) ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಉದ್ದ × ಅಗಲ
3. ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಪಾದ × ಎತ್ತರ
4. ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2}$ (ಅದರಿಂದ ರಚಿತವಾದ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)
   = $\frac{1}{2}$ (ಪಾದ × ಎತ್ತರ)
5. ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಸುತ್ತಲಿನ ದೂರವನ್ನು ಪರಿಧಿ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ = πd, d ಯು ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು $\pi = \frac{22}{7}$ ಅಥವಾ 3.14(ಅಂದಾಜು)
6. ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = πr^2, 'r' ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿದೆ.
7. ಹಿಂದೆ ಅಭ್ಯಸಿಸಿದ ಉದ್ದಗಳ ಏಕಮಾನಗಳ ಪರಿವರ್ತನೆಯನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿ, ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಏಕಮಾನಗಳನ್ನೂ ಸಹ ಪರಿವರ್ತಿಸಬಹುದು.
   $1\ cm^2 = 100\ mm^2$, $1\ m^2 = 10{,}000\ cm^2$, 1 hectare $= 10{,}000\ m^2$.

ಅಧ್ಯಾಯ – 12

ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು

B7RJFY

12.1 ಪೀಠಿಕೆ

ನಾವು ಈಗಾಗಲೇ ಸರಳ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಾದ $x + 3$, $y - 5$, $4x + 5$, $10y - 5$ ಇತ್ಯಾದಿಗಳ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿದುಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ. 6ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ, ಈ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಒಗಟು ಮತ್ತು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಲು ಸಹಾಯಕ ಎಂಬುದನ್ನೂ ಗಮನಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಘಟಕದಲ್ಲಿ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಿಗೆ ಹಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ.

ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಬೀಜಗಣಿತದ ಪ್ರಮುಖ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳಾಗಿವೆ. ಈ ಅಧ್ಯಾಯವನ್ನು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಿಗೆ ಮೀಸಲಿರಿಸಿದೆ. ಈ ಅಧ್ಯಾಯವನ್ನು ಅಭ್ಯಸಿಸಿದ ನಂತರ ನೀವು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಹೇಗೆ ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ, ಅವುಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಸಂಯೋಜಿಸುವುದು, ಅವುಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಬಳಸಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿಯುವಿರಿ.

12.2 ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಹೇಗೆ ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ?

ಚರಾಕ್ಷರ ಎಂದರೆ ಏನು ಎಂಬುದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಚರಾಕ್ಷರಗಳನ್ನು $x, y, l, m, \ldots$ ಮುಂತಾದ ಅಕ್ಷರಗಳಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ. ಚರಾಕ್ಷರವು ಅನೇಕ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು. ಅದರ ಬೆಲೆ ಸ್ಥಿರವಾಗಿಲ್ಲ. ಇನ್ನೊಂದೆಡೆ, **ಸ್ಥಿರಾಂಕ** ಒಂದು ಸ್ಥಿರ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. 4, 100, –17 ಮುಂತಾದವು ಸ್ಥಿರಾಂಕಕ್ಕೆ ಉದಾಹರಣೆಗಳು.

ಚರಾಕ್ಷರಗಳು ಮತ್ತು ಸ್ಥಿರಾಂಕಗಳನ್ನು ಸಂಯೋಜಿಸಿ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. ಸಂಕಲನ, ವ್ಯವಕಲನ, ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತೇವೆ. ಈಗಾಗಲೇ ಇದಕ್ಕಾಗಿ ನಾವು $4x + 5$, $10y - 20$ ಗಳಂತಹ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿದಿದ್ದೇವೆ. ಬೀಜೋಕ್ತಿ $4x + 5$ ನ್ನು, x ಚರಾಕ್ಷರದಿಂದ ಪಡೆದಿದ್ದೇವೆ. ಮೊದಲಿಗೆ x ನ್ನು ಸ್ಥಿರಾಂಕ 4 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು ಮತ್ತು ಅದರ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ 5ನ್ನು ಕೂಡಬೇಕು. ಅದೇ ರೀತಿ, $10y - 20$ ನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಮೊದಲಿಗೆ y ನ್ನು 10 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು ಮತ್ತು ಅದರ ಗುಣಲಬ್ಧದಿಂದ 20ನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕು.

ಮೇಲಿನ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು, ಚರಾಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಸ್ಥಿರಾಂಕಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂಯೋಜಿಸುವುದರಿಂದ ಪಡೆದಿದ್ದೇವೆ. ಚರಾಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಅವುಗಳೊಂದಿಗೆ ಅಥವಾ ಬೇರೆ ಚರಾಕ್ಷರಗಳೊಂದಿಗೆ ಸೇರಿಸುವುದರಿಂದಲೂ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು.

ಮುಂದಿನ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಪಡೆದಿದ್ದೇವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ:

x^2, $2y^2$, $3x^2 - 5$, xy, $4xy + 7$

(i) ಚರಾಕ್ಷರ x ನ್ನು x ನಿಂದಲೇ ಗುಣಿಸುವುದರಿಂದ ಬೀಜೋಕ್ತಿ x^2ನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು.

$x \times x = x^2$

4×4 ನ್ನು 4^2 ಎಂದು ಬರೆಯುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ $x \times x = x^2$ ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಇದನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ x ನ ವರ್ಗ ಎಂದು ಓದುತ್ತೇವೆ.

[ಮುಂದೆ ನೀವು ಘಾತ ಮತ್ತು ಘಾತಾಂಕಗಳ ಅಧ್ಯಾಯವನ್ನು ಅಭ್ಯಸಿಸಿದ ನಂತರ x^2 ನ್ನು x ನ ಘಾತ 2 ಎಂದೂ ಓದಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವಿರಿ]

ಅದೇ ರೀತಿ $x \times x \times x = x^3$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು, x^3 ನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ 'x ನ ಘನ' ಎಂದು ಓದುತ್ತೇವೆ. ನಂತರ x^3 ನ್ನು x ನ ಘಾತ 3 ಎಂದೂ ಓದಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಅರಿಯುವಿರಿ.

x, x^2, x^3, ... ಗಳೆಲ್ಲಾ x ನಿಂದ ಪಡೆದಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು.

(ii) ಬೀಜೋಕ್ತಿ $2y^2$ ನ್ನು y ನಿಂದ ಪಡೆದಿದೆ: $2y^2 = 2 \times y \times y$. ಇಲ್ಲಿ y ಯನ್ನು y ಯಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದರಿಂದ y^2 ಪಡೆದಿದೆ. ನಂತರ y^2 ನ್ನು ಸ್ಥಿರಾಂಕ 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದೆ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಪಡೆಯಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.

$7xy + 5$, x^2y, $4x^2 - 5x$

(iii) $(3x^2 - 5)$ ರಲ್ಲಿ ಮೊದಲಿಗೆ x^2 ಪಡೆದು, ಅದನ್ನು 3 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ $3x^2$ ಪಡೆದಿದೆ.

$3x^2$ ನಿಂದ 5ನ್ನು ಕಳೆದು ಅಂತಿಮವಾಗಿ $3x^2 - 5$ ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

(iv) xy ಯಲ್ಲಿ ಚರಾಕ್ಷರ x ನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ಚರಾಕ್ಷರ y ನಿಂದ ಗುಣಿಸುತ್ತೇವೆ. ಹೀಗೆ $x \times y = xy$.

(v) $4xy + 7$ ರಲ್ಲಿ ಮೊದಲಿಗೆ ನಾವು xy ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. $4xy$ ಪಡೆಯಲು ಇದನ್ನು 4 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು ಮತ್ತು ದತ್ತ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಪಡೆಯಲು $4xy$ ಗೆ 7ನ್ನು ಕೂಡಬೇಕು.

12.3 ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಪದಗಳು

ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಹೇಗೆ ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ ಎಂಬುದರ ಬಗ್ಗೆ ಮೇಲೆ ತಿಳಿದಿರುವುದನ್ನು ಒಂದು ವ್ಯವಸ್ಥಿತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸೋಣ. ಇದಕ್ಕಾಗಿ ನಾವು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಪದಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವ ಅಗತ್ಯತೆ ಇದೆ.

ಬೀಜೋಕ್ತಿ $(4x + 5)$ನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಇದನ್ನು ರೂಪಿಸಲು, ಮೊದಲಿಗೆ ನಾವು $4x$ ನ್ನು 4 ಮತ್ತು x ನ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ರೂಪಿಸಿದ್ದೇವೆ. ನಂತರ ಅದಕ್ಕೆ 5ನ್ನು ಕೂಡಿದೆ. ಅದೇ ರೀತಿ ಬೀಜೋಕ್ತಿ $(3x^2 + 7y)$ನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ ಮೊದಲಿಗೆ $3x^2$ ನ್ನು 3, x ಮತ್ತು x ನ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ರೂಪಿಸಿದೆ. ನಂತರ $7y$ ನ್ನು 7 ಮತ್ತು y ನ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಪಡೆಯಬೇಕು. $3x^2$ ಮತ್ತು $7y$ ನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಪಡೆದ ನಂತರ ಈ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಅವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಬೇಕು.

ನಾವು ಅಭ್ಯಸಿಸುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಮೇಲಿನಂತೆಯೇ ಪಡೆದಿದ್ದೇವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸುವಿರಿ. ಅವುಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿ ಪಡೆದಿರುವ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದು, ನಂತರ ಅವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದೆ.

ಈ ಮೊದಲೇ ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ರೂಪಿಸಿರುವ ಮತ್ತು ನಂತರ ಕೂಡಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಇಂತಹ ಭಾಗಗಳನ್ನು **ಬೀಜಪದಗಳು** ಎನ್ನುವರು. ಬೀಜೋಕ್ತಿ $(4x^2 - 3xy)$ನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಇದರಲ್ಲಿ ಎರಡು ಪದಗಳು $-4x^2$ ಮತ್ತು $-3xy$ ಇವೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. $4x^2$ ಬೀಜಪದವು 4, x ಮತ್ತು x ಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು (–3), x ಮತ್ತು y ಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ $(-3xy)$ ಆಗಿದೆ.

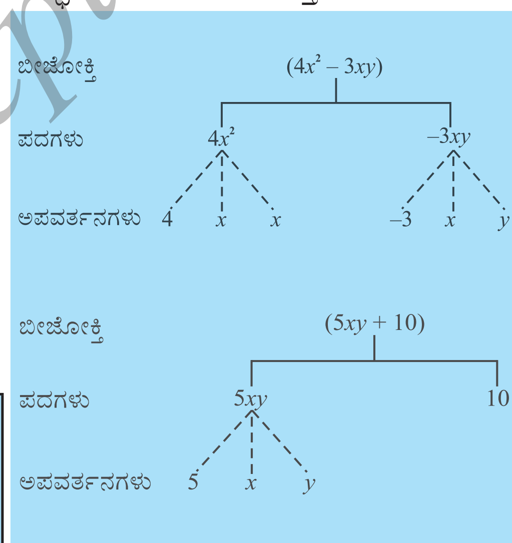
ಬೀಜಪದಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ. ಬೀಜಪದ $4x$ ಮತ್ತು 5 ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಬೀಜೋಕ್ತಿ $(4x + 5)$ ಉಂಟಾಗುವ ರೀತಿಯಲ್ಲೇ ಬೀಜಪದ $4x^2$ ಮತ್ತು $(-3xy)$ ಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಬೀಜೋಕ್ತಿ $(4x^2 - 3xy)$ ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆ. ಇದು ಏಕೆಂದರೆ $4x^2 + (-3xy) = 4x^2 - 3xy$.

> ಗಮನಿಸಿ, ಋಣಚಿಹ್ನೆ (–) ಬೀಜಪದದಲ್ಲಿ ಸೇರಿರುತ್ತದೆ. ಬೀಜೋಕ್ತಿ $4x^2 -3xy$ ನಲ್ಲಿ, ನಾವು ಬೀಜಪದವನ್ನು $(-3xy)$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆಯೇ ಹೊರತು $(3xy)$ ಎಂದಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಉಂಟಾಗಲು ಪದಗಳನ್ನು "ಕೂಡಬೇಕು ಅಥವಾ ಕಳೆಯಬೇಕು" ಎಂದು ಹೇಳುವ ಅಗತ್ಯತೆ ಇಲ್ಲ. 'ಕೂಡಬೇಕು' ಎಂದರಷ್ಟೇ ಸಾಕು.

ಬೀಜಪದದ ಅಪವರ್ತನಗಳು

ಮೇಲಿನ ಬೀಜೋಕ್ತಿ $(4x^2 - 3xy)$ ಎರಡು ಪದ $4x^2$ ಮತ್ತು $-3xy$ ಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. $4x^2$ ಪದ 4, x ಮತ್ತು x ಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿದೆ; 4, x ಮತ್ತು x ಗಳು $4x^2$ ನ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. ಒಂದು ಬೀಜಪದವು ಅದರ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿದೆ. $-3xy$ ಬೀಜಪದ ಅಪವರ್ತನ –3, x ಮತ್ತು y ಗಳ ಗುಣಲಬ್ದವಾಗಿದೆ.

ಒಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಪದಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಅದರ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಅನುಕೂಲಕರವಾಗಿ ಮತ್ತು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ವೃಕ್ಷ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು. ಬೀಜೋಕ್ತಿ $(4x^2 - 3xy)$ ನ ವೃಕ್ಷವನ್ನು ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ.



> ಗಮನಿಸಿ: ವೃಕ್ಷ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಚುಕ್ಕಿ ಗೆರೆಗಳಿಂದ ಮತ್ತು ಪದಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಗೆರೆಗಳಿಂದ ಸೂಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಅಪವರ್ತನ ಮತ್ತು ಪದಗಳ ಗೊಂದಲ ನಿವಾರಣೆಗೆ ಹೀಗೆ ಸೂಚಿಸಿದೆ.

ಬೀಜೋಕ್ತಿ $5xy + 10$ ಕ್ಕೆ ವೃಕ್ಷ ಚಿತ್ರ ರಚಿಸೋಣ.

ಅಪವರ್ತನಗಳು ಪುನಃ ಅಪವರ್ತಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲದಂತೆ ಇರುತ್ತವೆ. ಹೀಗಾಗಿ $5xy$ ನ್ನು $5 \times xy$ ಎಂದು ಬರೆಯುವುದಿಲ್ಲ. ಏಕೆಂದರೆ xy ಯನ್ನು ಮತ್ತೆ ಅಪವರ್ತಿಸಬಹುದು. ಅದೇ ರೀತಿ x^3 ಒಂದು ಪದವಾದರೆ, ಅದನ್ನು $x \times x \times x$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದೇ ಹೊರತು $x^2 \times x$ ಎಂದು ಅಲ್ಲ 1 ನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಡಿ.

ಸಹ ಗುಣಕಗಳು

ಬೀಜಪದವನ್ನು ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಹೇಗೆ ಬರೆಯುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಂಡೆವು. ಈ ಅಪವರ್ತನಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯಾಕ್ಷರ ಹಾಗೂ ಮತ್ತೊಂದು ಬೀಜಾಕ್ಷರವಾಗಿರಬಹುದು. (ಅಂದರೆ ಅವು ಚರಾಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ.) ಸಂಖ್ಯಾ ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ ಅಥವಾ ಬೀಜಪದದ **ಸಹಗುಣಕ** ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಇದನ್ನು ಉಳಿದ ಪದಗಳ ಸಹಗುಣಕ ಎಂದೂ ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. (ನಿಸ್ಸಂಶಯವಾಗಿ ಅವು ಆ ಪದದ ಬೀಜಾಕ್ಷರಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ) ಹೀಗೆ $5xy$ ನಲ್ಲಿ, 5 ಬೀಜಪದದ ಸಹಗುಣಕ. ಇದು xy ನ ಸಹಗುಣಕವೂ ಹೌದು. $10xyz$ ಬೀಜ ಪದದಲ್ಲಿ xyz ನ ಸಹಗುಣಕ 10, $-7x^2y^2$ ಪದದಲ್ಲಿ x^2y^2 ನ ಸಹಗುಣಕ -7.

ಒಂದು ಬೀಜಪದದ ಸಹಗುಣಕ $+1$ ಆಗಿದ್ದಾಗ ಅದನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಅಲಕ್ಷಿಸುತ್ತೇವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $1x$ ನ್ನು x ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ; $1x^2y^2$ ನ್ನು x^2y^2 ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ ಇತ್ಯಾದಿ. ಸಹಗುಣಕ (-1)ನ್ನು ಋಣ ಚಿನ್ಹೆಯಿಂದ ಮಾತ್ರ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ. ಹೀಗಾಗಿ $(-1)x$ ನ್ನು $-x$ ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. $(-1)\,x^2y^2$ ನ್ನು $-x^2y^2$ ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. ಮುಂದಿನ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಪದಗಳು ಯಾವುವು? ಪದಗಳು ಹೇಗೆ ಉಂಟಾಗಿವೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗೆ ವೃಕ್ಷ ಚಿತ್ರ ರಚಿಸಿ:

   $8y + 3x^2$, $7mn - 4$, $2x^2y$.

2. ನಾಲ್ಕು ಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಮೂರು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ "ಸಹಗುಣಕ" ಪದವನ್ನು ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬಳಸುತ್ತೇವೆ. ಹೀಗೆ ಬೀಜಪದ $5xy$ ನಲ್ಲಿ xy ನ ಸಹಗುಣಕ 5, $5y$ ನ ಸಹಗುಣಕ x ಮತ್ತು $5x$ ನ ಸಹಗುಣಕ y ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. $10xy^2$ ನಲ್ಲಿ $10x$ ನ ಸಹಗುಣಕ y^2. ಹೀಗಾಗಿ, ಸಾಮಾನ್ಯ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಹಗುಣವು ಸಂಖ್ಯಾಕ್ಷರವಾಗಿರಬಹುದು, ಬೀಜಾಕ್ಷರವಾಗಿರಬಹುದು ಅಥವಾ ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚಿನ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿರಬಹುದು. ಅದನ್ನು ಉಳಿದ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಹಗುಣಕ ಎಂದು ಹೇಳಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಮುಂದಿನ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಲ್ಲಿನ ಪದಗಳ ಸಹಗುಣಕವನ್ನು ಗಮನಿಸಿರಿ.

$4x - 3y$, $a + b + 5$, $2y + 5$, $2xy$

ಉದಾಹರಣೆ 1. ಮುಂದಿನ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಥಿರವಲ್ಲದ ಪದಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಅವುಗಳ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

$xy + 4$, $13 - y^2$, $13 - y + 5y^2$, $4p^2q - 3pq^2 + 5$

ಪರಿಹಾರ:

ಕ್ರ.ಸಂ	ಬೀಜೋಕ್ತಿ	ಸ್ಥಿರವಲ್ಲದ ಪದ	ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ
(i)	$xy + 4$	xy	1
(ii)	$13 - y^2$	$-y^2$	-1
(iii)	$13 - y + 5y^2$	$-y$ $5y^2$	-1 5
(iv)	$4p^2q - 3pq^2 + 5$	$4p^2q$ $-3pq^2$	4 -3

ಉದಾಹರಣೆ 2. (a) ಮುಂದಿನ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಲ್ಲಿ x ನ ಸಹಗುಣಕಗಳು ಯಾವುವು?

$$4x - 3y,\ 8 - x + y,\ y^2x - y,\ 2z - 5xz$$

(b) ಮುಂದಿನ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಲ್ಲಿ y ನ ಸಹಗುಣಕಗಳು ಯಾವುವು?

$$4x - 3y,\ 8 + yz,\ yz^2 + 5,\ my + m$$

ಪರಿಹಾರ:

(a) ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಲ್ಲಿ x ನ್ನು ಅಪವರ್ತನವನ್ನಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಆ ಪದದ ಉಳಿದ ಭಾಗವು x ನ ಸಹಗುಣಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಕ್ರ.ಸ	ಬೀಜೋಕ್ತಿ	x ನ್ನು ಅಪವರ್ತನವಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ಪದ	x ನ ಸಹಗುಣಕ
(i)	$4x - 3y$	$4x$	4
(ii)	$8 - x + y$	$-x$	-1
(iii)	$y^2x - y$	y^2x	y^2
(iv)	$2z - 5xz$	$-5xz$	$-5z$

(b) (a) ಯಲ್ಲಿ ಬಳಸಿದ ವಿಧಾನದಂತೆ

ಕ್ರ.ಸ	ಬೀಜೋಕ್ತಿ	y ನ್ನು ಅಪವರ್ತನವಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ಪದ	y ನ ಸಹಗುಣಕ
(i)	$4x - 3y$	$-3y$	-3
(ii)	$8 + yz$	yz	z
(iii)	$yz^2 + 5$	yz^2	z^2
(iv)	$my + m$	my	m

12.4 ಸಜಾತಿ ಮತ್ತು ವಿಜಾತಿ ಪದಗಳು

ಒಂದೇ ಬೀಜಪದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಪದಗಳನ್ನು **ಸಜಾತಿ** ಪದಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬೀಜಪದಗಳನ್ನು **ವಿಜಾತಿ** ಪದಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಬೀಜೋಕ್ತಿ $2xy - 3x + 5xy - 4$ ರಲ್ಲಿ $2xy$ ಮತ್ತು $5xy$ ಪದಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. 2, x ಮತ್ತು y ಗಳು $2xy$ ನ ಅಪವರ್ತನಗಳಾಗಿವೆ. 5, x ಮತ್ತು y ಗಳು $5xy$ ನ ಅಪವರ್ತನಗಳಾಗಿವೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಅವುಗಳ ಬೀಜಪದಗಳು (ಅಂದರೆ ಚರಾಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವಂತಹ) ಒಂದೇ ಆಗಿವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಅವು ಸಜಾತಿ ಪದಗಳು. ಮತ್ತೊಂದೆಡೆ $2xy$ ಮತ್ತು $-3x$, ಪದಗಳು ಬೇರೆಬೇರೆ ಬೀಜಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಅವು ವಿಜಾತಿ ಪದಗಳು. ಅದೇ ರೀತಿ, $2xy$ ಮತ್ತು 4 ವಿಜಾತಿ ಪದಗಳು. $-3x$ ಮತ್ತು 4 ಕೂಡ ವಿಜಾತಿ ಪದಗಳು.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಮುಂದಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಸಜಾತಿ ಪದಗಳನ್ನು ಗುಂಪು ಮಾಡಿ:

$12x,\ 12,\ -25x,\ -25,\ -25y,\ 1,\ x,\ 12y,\ y$

12.5 ಏಕ ಪದೋಕ್ತಿಗಳು, ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿಗಳು, ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿಗಳು ಮತ್ತು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು

ಒಂದೇ ಒಂದು ಪದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಏಕ ಪದೋಕ್ತಿ ಎನ್ನುವರು. ಉದಾಹರಣೆ : $7xy$, $-5m$, $3z^2$, 4 ಇತ್ಯಾದಿ.

ಎರಡು ವಿಜಾತಿ ಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು **ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿ** ಎನ್ನುವರು. ಉದಾಹರಣೆ: $x + y$, $m - 5$, $mn + 4m$, $a^2 - b^2$ ಗಳು ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿಗಳು. ಬೀಜೋಕ್ತಿ $10pq$ ದ್ವಿಪದವಲ್ಲ, ಅದು ಏಕ ಪದೋಕ್ತಿ. ಬೀಜೋಕ್ತಿ $(a + b + 5)$ ದ್ವಿಪದವಲ್ಲ ಇದು ಮೂರು ಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ.

ಮೂರು ವಿಜಾತಿ ಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು **ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿ** ಎನ್ನುವರು.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಮುಂದಿನವುಗಳನ್ನು ಏಕ ಪದೋಕ್ತಿ, ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿ ಮತ್ತು ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿಗಳನ್ನಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಿ:
a, $a + b$, $ab + a + b$, $ab + a + b - 5$, xy, $xy + 5$, $5x^2 - x + 2$, $4pq - 3q + 5p$, 7, $4m - 7n + 10$, $4mn + 7$.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $x + y + 7$, $ab + a + b$, $3x^2 - 5x + 2$, $m + n + 10$ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿಗಳು. ಬೀಜೋಕ್ತಿ $ab + a + b + 5$ ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿಯಲ್ಲ. ಇದು ಮೂರಲ್ಲ, ನಾಲ್ಕು ಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಬೀಜೋಕ್ತಿ $x + y + 5x$ ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿಯಲ್ಲ ಏಕೆಂದರೆ x ಮತ್ತು $5x$ ಪದಗಳು ಸಜಾತಿ ಪದಗಳು.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಒಂದು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚಿನ ಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು **ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ** ಎನ್ನುವರು. ಹೀಗೆ, ಏಕಪದೋಕ್ತಿ, ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿ ಮತ್ತು ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿಗಳೆಲ್ಲಾ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು.

ಉದಾಹರಣೆ 3. ಮುಂದಿನ ಜೋಡಿಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುವು ಸಜಾತಿ ಪದಗಳು ಮತ್ತು ಯಾವುವು ವಿಜಾತಿ ಪದಗಳು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಾರಣದೊಂದಿಗೆ ತಿಳಿಸಿ.

(i) $7x$, $12y$ (ii) $15x$, $-21x$ (iii) $-4ab$, $7ba$

(iv) $3xy$, $3x$ (v) $6xy^2$, $9x^2y$ (vi) pq^2, $-4pq^2$

(vii) mn^2, $10mn$

ಪರಿಹಾರ.

ಕ್ರ.ಸ	ಜೋಡಿ	ಅಪವರ್ತನಗಳು	ಒಂದೇ ಅಥವಾ ಬೇರೆ ಬೀಜ ಪದಗಳು	ಸಜಾತಿ/ವಿಜಾತಿ ಪದಗಳು	ಕ್ಷರ
(i)	$7x$ $12y$	$7, x$ $12, y$	ಬೇರೆ	ವಿಜಾತಿ	ಪದದಲ್ಲಿನ ಚರಾಕ್ಷರಗಳು ಬೇರೆಯಾಗಿವೆ.
(ii)	$15x$ $-21x$	$15, x$ $-21, x$	ಒಂದೇ	ಸಜಾತಿ	
(iii)	$-4ab$ $7ba$	$-4, a, b$ $7, a, b$	ಒಂದೇ	ಸಜಾತಿ	ಸ್ಮರಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ : $ab = ba$

(iv)	$3xy$ $3x$	$\left.\begin{matrix} 3, x, y \\ 3, x \end{matrix}\right\}$	ಬೇರೆ	ವಿಜಾತಿ	ಚರಾಕ್ಷರ y ಒಂದೇ ಒಂದು ಪದದಲ್ಲಿದೆ.
(v)	$6xy^2$ $9x^2y$	$\left.\begin{matrix} 6, x, y, y \\ 9, x, x, y \end{matrix}\right\}$	ಬೇರೆ	ವಿಜಾತಿ	ಎರಡು ಪದಗಳಲ್ಲಿನ ಚರಾಕ್ಷರಗಳು ಹೊಂದಾಣಿಕೆ ಆಗುತ್ತವೆ ಆದರೆ ಅವುಗಳ ಘಾತಗಳು ಹೊಂದಾಣಿಕೆ ಆಗುವುದಿಲ್ಲ.
(vi)	pq^2 $-4pq^2$	$\left.\begin{matrix} 1, p, q, q \\ -4, p, q, q \end{matrix}\right\}$	ಒಂದೇ	ಸಜಾತಿ	ಗಮನಿಸಿ: ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಪವರ್ತನ 1ನ್ನು ತೋರಿಸಿಲ್ಲ.

ಮುಂದಿನ ಸರಳ ಹಂತಗಳು ನಿಮಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪದಗಳು **ಸಜಾತಿ** ಅಥವಾ **ವಿಜಾತಿ** ಪದಗಳೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುವಲ್ಲಿ ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತವೆ:

(i) ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕವನ್ನು ಕಡೆಗಣಿಸಿ ಪದದ ಬೀಜಾಕ್ಷರ ಭಾಗವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

(ii) ಪದದಲ್ಲಿನ ಚರಾಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ, ಅವುಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿರಬೇಕು.

(iii) ನಂತರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚರಾಕ್ಷರದ ಘಾತವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ, ಅವುಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿರಬೇಕು.

ಸಜಾತಿ ಪದಗಳನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುವಲ್ಲಿ ಎರಡು ವಿಷಯಗಳು ಮುಖ್ಯವಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. (1) ಪದದ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ (2) ಪದದಲ್ಲಿನ ಚರಾಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಯಾವ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಗುಣಿಸಿದೆ ಎಂಬುದು.

ಅಭ್ಯಾಸ 12.1

1. ಮುಂದಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಚರಾಕ್ಷರ, ಸ್ಥಿರಾಂಕ ಮತ್ತು ಗಣಿತದ ಮೂಲ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) y ಯಿಂದ z ನ್ನು ಕಳೆದಿದೆ.

(ii) x ಮತ್ತು y ಗಳ ಮೊತ್ತದ ಅರ್ಧದಷ್ಟು.

(iii) ಸಂಖ್ಯೆ z ನ್ನು ಅದರಿಂದಲೇ ಗುಣಿಸಿದೆ.

(iv) p ಮತ್ತು q ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ನಾಲ್ಕನೇ ಒಂದರಷ್ಟು.

(v) x ಮತ್ತು y ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ವರ್ಗ ಮಾಡಿ ಕೂಡಿದೆ.

(vi) ಸಂಖ್ಯೆ 5ನ್ನು m ಮತ್ತು n ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಮೂರರಷ್ಟಕ್ಕೆ ಕೂಡಿದೆ.

(vii) y ಮತ್ತು z ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು 10 ರಿಂದ ಕಳೆದಿದೆ.

(viii) a ಮತ್ತು b ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಅವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದಿಂದ ಕಳೆದಿದೆ.

2. (i) ಮುಂದಿನ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಲ್ಲಿ ಬೀಜಪದಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಬೀಜಪದಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ವೃಕ್ಷ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿ.

(a) $x - 3$ (b) $1 + x + x^2$ (c) $y - y^3$

(d) $5xy^2 + 7x^2y$ (e) $-ab + 2b^2 - 3a^2$

(ii) ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಲ್ಲಿನ ಪದಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ:

(a) $-4x+5$ (b) $-4x+5y$ (c) $5y+3y^2$

(d) $xy+2x^2y^2$ (e) $pq+q$ (f) $1.2\,ab-2.4\,b+3.6\,a$

(g) $\frac{3}{4}x+\frac{1}{4}$ (h) $0.1\,p^2+0.2\,q^2$

3. ಮುಂದಿನ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳಲ್ಲಿ ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕ (ಸ್ಥಿರಾಂಕವನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ)ವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.

(i) $5-3t^2$ (ii) $1+t+t^2+t^3$ (iii) $x+2xy+3y$

(iv) $100m+1000n$ (v) $-p^2q^2+7pq$ (vi) $1.2\,a+0.8\,b$

(vii) $3.14\,r^2$ (viii) $2\,(l+b)$ (ix) $0.1\,y+0.01\,y^2$

4. (a) x ನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಪದಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಮತ್ತು x ನ ಸಹಗುಣಕವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(i) y^2x+y (ii) $13y^2-8yx$ (iii) $x+y+2$

(iv) $5+z+zx$ (v) $1+x+xy$ (vi) $12xy^2+25$

(vii) $7x+xy^2$

(b) y^2 ನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಪದಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಮತ್ತು y^2 ನ ಸಹಗುಣಕವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $8-xy^2$ (ii) $5y^2+7x$ (iii) $2x^2y-15xy^2+7y^2$

5. ಏಕ ಪದೋಕ್ತಿ, ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿ ಮತ್ತು ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಿ.

(i) $4y-7z$ (ii) y^2 (iii) $x+y-xy$ (iv) 100

(v) $ab-a-b$ (vi) $5-3t$ (vii) $4p^2q-4pq^2$ (viii) $7mn$

(ix) z^2-3z+8 (x) a^2+b^2 (xi) z^2+z

(xii) $1+x+x^2$

6. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪದಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಸಜಾತಿ ಅಥವಾ ವಿಜಾತಿ ಪದಗಳೇ ಗುರುತಿಸಿ.

(i) 1, 100 (ii) $-7x, \frac{5}{2}x$ (iii) $-29x, -29y$

(iv) $14xy, 42yx$ (v) $4m^2p, 4mp^2$ (vi) $12xz, 12x^2z^2$

7. ಮುಂದಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಸಜಾತಿ ಪದಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.

(a) $-xy^2, -4yx^2, 8x^2, 2xy^2, 7y, -11x^2, -100x, -11yx, 20x^2y, -6x^2, y, 2xy, 3x$

(b) $10pq, 7p, 8q, -p^2q^2, -7qp, -100q, -23, 12q^2p^2, -5p^2, 41, 2405p, 78qp, 13p^2q, qp^2, 701p^2$

12.6 ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನ

ಮುಂದಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ

1. ಸರಿತಾ ಬಳಿ ಕೆಲವು ಗೋಲಿಗಳಿವೆ. ಅಮಿನಾ ಬಳಿ 10 ಜಾಸ್ತಿ ಇವೆ. ತನ್ನ ಬಳಿ ಸರಿತಾ ಮತ್ತು ಅಮೀನಾ ಇಬ್ಬರ ಬಳಿ ಇರುವ ಒಟ್ಟು ಗೋಲಿಗಳಿಗಿಂತ 3 ಜಾಸ್ತಿ ಇದೆ ಎಂದು ಅಪ್ಪು ಹೇಳುತ್ತಾನೆ. ಅಪ್ಪು ಬಳಿ ಎಷ್ಟು ಗೋಲಿಗಳಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಿರಿ?

   ಸರಿತಾ ಬಳಿ ಎಷ್ಟು ಗೋಲಿಗಳಿವೆ ಎಂದು ಗೊತ್ತಿಲ್ಲದೆ ಇರುವುದರಿಂದ, ನಾವು ಅದನ್ನು x ಎಂದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಅಮೀನಾ ಬಳಿ 10 ಹೆಚ್ಚಿದೆ. ಅದು $x + 10$. ಅಪ್ಪು ತನ್ನ ಬಳಿ ಅವರಿಬ್ಬರ ಬಳಿಯಿರುವ ಒಟ್ಟು ಗೋಲಿಗಳಿಗಿಂತ 3 ಜಾಸ್ತಿ ಇದೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತಾನೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಸರಿತಾ ಮತ್ತು ಅಮೀನಾ ಬಳಿಯಿರುವ ಗೋಲಿಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅದಕ್ಕೆ 3ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ. ಅಂದರೆ x, ಮತ್ತು $x + 10$ ಮತ್ತು 3ರ ಮೊತ್ತ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ.

2. ರಾಮುವಿನ ತಂದೆಯ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸು ರಾಮು ವಯಸ್ಸಿನ ಮೂರರಷ್ಟು ಇದೆ. ರಾಮುವಿನ ಅಜ್ಜನ ವಯಸ್ಸು ರಾಮು ಮತ್ತು ರಾಮುವಿನ ತಂದೆಯ ಒಟ್ಟು ವಯಸ್ಸಿಗಿಂತ 13 ವರ್ಷ ಜಾಸ್ತಿ ಇದೆ. ರಾಮುವಿನ ಅಜ್ಜನ ವಯಸ್ಸನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಿರಿ?

   ರಾಮುವಿನ ವಯಸ್ಸನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿಲ್ಲದಿರುವುದರಿಂದ, ಅದನ್ನು y ವರ್ಷಗಳು ಎಂದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಆಗ ಅವನ ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸು $3y$ ವರ್ಷಗಳು. ರಾಮುವಿನ ಅಜ್ಜನ ವಯಸ್ಸನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ರಾಮುವಿನ ವಯಸ್ಸು (y), ರಾಮುವಿನ ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸು ($3y$) ನ್ನು ಕೂಡಬೇಕು ಮತ್ತು ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ 13ನ್ನು ಸೇರಿಸಬೇಕು. ಅಂದರೆ y, $3y$ ಮತ್ತು 13ರ ಮೊತ್ತವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು.

3. ಒಂದು ತೋಟದ ಚೌಕಾಕಾರದ ಜಾಗದಲ್ಲಿ ಗುಲಾಬಿ ಮತ್ತು ಚೆಂಡು ಹೂವುಗಳನ್ನು ಬೆಳೆಸಿದ್ದಾರೆ. ಚೆಂಡುಹೂವು ಬೆಳೆಸಿರುವ ಚೌಕಾಕಾರದ ಜಾಗದ ಉದ್ದವು, ಗುಲಾಬಿ ಬೆಳೆಸಿರುವ ಚೌಕಾಕಾರ ಜಾಗದ ಉದ್ದಕ್ಕಿಂತ $3m$ ಜಾಸ್ತಿ ಇದೆ. ಚೆಂಡುಹೂವಿನ ತೋಟವು ಗುಲಾಬಿ ತೋಟಕ್ಕಿಂತ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ದೊಡ್ಡದು?

   ಗುಲಾಬಿ ತೋಟದ ಉದ್ದ $l\ m$ ಎಂದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಆಗ ಚೆಂಡುಹೂವಿನ ನೆಲದ ಉದ್ದ $(l + 3m)m$ ಆಗುತ್ತದೆ. ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ l^2 ಮತ್ತು $(l + 3m)^2$ ಗಳಾಗುತ್ತವೆ. $(l^2 + 3m)^2$ ಮತ್ತು l^2 ಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ಚೆಂಡು ಹೂವಿನ ತೋಟ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ದೊಡ್ಡದು ಎಂಬುದನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುತ್ತದೆ.

   ಈ ಎಲ್ಲಾ ಮೂರು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ನಾವು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಸಂಕಲನ ಅಥವಾ ವ್ಯವಕಲನ ಮಾಡಬೇಕು. ನಮ್ಮ ದಿನನಿತ್ಯ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಈ ರೀತಿಯ ಅನೇಕ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿದ್ದು, ಅವುಗಳ ಪರಿಹಾರಕ್ಕಾಗಿ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ, ಗಣಿತದ ಮೂಲ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಮಾಡುತ್ತೇವೆ. ಈ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಕೂಡುವುದು ಮತ್ತು ಕಳೆಯುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡೋಣ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲೂ ಎರಡು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುವ ಅಗತ್ಯತೆ ಇರುವಂತೆ ಕನಿಷ್ಠ ಎರಡು ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ಯೋಚಿಸಿ, ಅವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ ಅಥವಾ ಕಳೆಯಿರಿ.

ಸಜಾತಿ ಪದಗಳ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನ.

ಸರಳ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳೆಂದರೆ ಏಕಪದೋಕ್ತಿಗಳು. ಅವು ಒಂದೇ ಒಂದು ಪದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ. ಆರಂಭಿಕವಾಗಿ ಸಜಾತಿ ಪದಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಕೂಡುವುದು ಅಥವಾ ಕಳೆಯುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಲಿಯೋಣ.

- $3x$ ಮತ್ತು $4x$ ನ್ನು ಕೂಡೋಣ. x ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ತಿಳಿದಿದೆ, ಅದೇ ರೀತಿ x, $3x$ ಮತ್ತು $4x$ ಗಳೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.

ಈಗ, $3x + 4x = (3 \times x) + (4 \times x)$

$= (3 + 4) \times x$ (ವಿತರಣಾ ನಿಯಮ ಬಳಸಿ)

$= 7 \times x = 7x$

ಅಥವಾ $3x + 4x = 7x$

(ಚರಾಕ್ಷರಗಳು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳಿಗೆ ವಿತರಣಾ ನಿಯಮವನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.)

- ನಂತರ $8xy$, $4xy$ ಮತ್ತು $2xy$ ನ್ನು ಕೂಡೋಣ.

$$8xy + 4xy + 2xy = (8 \times xy) + (4 \times xy) + (2 \times xy)$$
$$= (8 + 4 + 2) \times xy$$
$$= 14 \times xy = 14xy$$

ಅಥವಾ $8xy + 4xy + 2xy = 14\,xy$

- $7n$ ಯಿಂದ $4n$ ನ್ನು ಕಳೆಯೋಣ.

$$7n - 4n = (7 \times n) - (4 \times n)$$
$$= (7 - 4) \times n = 3 \times n = 3n$$

ಅಥವಾ $7n - 4n = 3n$

- ಅದೇ ರೀತಿ $11ab$ ಯಿಂದ $5ab$ ಕಳೆಯಿರಿ.

$$11ab - 5ab = (11 - 5)\,ab = 6ab$$

ಹೀಗೆ, ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಜಾತಿ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು ಸಜಾತಿ ಪದವೇ ಆಗಿದೆ. ಇದರ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹ ಅಪವರ್ತನವು ಆ ಎಲ್ಲಾ ಸಜಾತಿ ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಅದೇ ರೀತಿ, ಎರಡು ಸಜಾತಿ ಪದಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ಸಜಾತಿ ಪದವೇ ಆಗಿದೆ. ಇದರ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹ ಅಪವರ್ತನವು ಎರಡು ಸಜಾತೀಯ ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯಾ ಅಪವರ್ತನಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಸಜಾತಿ ಪದಗಳನ್ನು ಕೂಡುವ ಅಥವಾ ಕಳೆಯುವ ಹಾಗೆ ವಿಜಾತಿ ಪದಗಳನ್ನು ಕೂಡಲು ಅಥವಾ ಕಳೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ನಾವು ಈಗಾಗಲೇ ಇದರ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ.

x ಗೆ 5ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು $(x + 5)$ ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. $(x + 5)$ ರಲ್ಲಿ 5 ಮತ್ತು x ಗಳನ್ನು ಹಾಗೇ ಉಳಿಸಿಕೊಂಡಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಅದೇ ರೀತಿ, ವಿಜಾತಿ ಪದಗಳಾದ $3xy$ ಮತ್ತು 7 ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ, ಮೊತ್ತ $3xy + 7$ ಆಗುತ್ತದೆ.

$3xy$ ನಿಂದ 7 ನ್ನು ಕಳೆದರೆ, ಫಲಿತಾಂಶವು $3xy - 7$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಸಾಮಾನ್ಯ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನ

ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ:

- $3x + 11$ ಮತ್ತು $7x - 5$ ನ್ನು ಕೂಡಿ

  ಮೊತ್ತ $= 3x + 11 + 7x - 5$

  ಈಗ $3x$ ಮತ್ತು $7x$ ಸಜಾತಿ ಪದಗಳು ಮತ್ತು ಅದೇ ರೀತಿ 11 ಮತ್ತು -5 ಸಜಾತಿ ಪದಗಳು ಮುಂದುವರೆದು, $3x + 7x = 10x$ ಮತ್ತು $11 + (-5) = 6$. ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಹೀಗೆ ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಬಹುದು.

  ಮೊತ್ತ $= 3x + 11 + 7x - 5$

  $= 3x + 7x + 11 - 5 = 10x + 6$ (ಪದಗಳ ಪುನರ್ ಜೋಡಣೆಯಿಂದ)

  ಆದ್ದರಿಂದ, $3x + 11 + 7x - 5 = 10x + 6$

- $3x + 11 + 8z$ ಮತ್ತು $7x - 5$ ನ್ನು ಕೂಡಿರಿ

  ಮೊತ್ತ $= 3x + 11 + 8z + 7x - 5$

  $= 3x + 7x + 11 - 5 + 8z$ (ಪದಗಳ ಪುನರ್ ಜೋಡಣೆಯಿಂದ)

  ಸಜಾತಿ ಪದಗಳನ್ನು ಒಂದೆಡೆ ಬರೆದಿದ್ದೇವೆ; ಒಂದು ವಿಜಾತಿ ಪದ $8z$ ಹಾಗೇ ಉಳಿದಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

  ಆದ್ದರಿಂದ, ಮೊತ್ತ $= 10x + 6 + 8z$

- $3a - b + 4$ ರಿಂದ $a - b$ ನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ

  ವ್ಯತ್ಯಾಸ $= 3a - b + 4 - (a - b)$

  $= 3a - b + 4 - a + b$

  $(a-b)$ನ್ನು ಆವರಣದಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ ಮತ್ತು ಆವರಣ ಬಿಡಿಸಲು ಚಿಹ್ನೆ ಬಗ್ಗೆ ವಹಿಸಿರುವ ಎಚ್ಚರಿಕೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಸಜಾತಿ ಪದಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಬರೆಯಲು ಪದಗಳನ್ನು ಮರು ಜೋಡಿಸಿದಾಗ,

  ವ್ಯತ್ಯಾಸ $= 3a - a + b - b + 4$

  $= (3 - 1)\ a + (1 - 1)\ b + 4$

  ವ್ಯತ್ಯಾಸ $= 2a + (0)\ b + 4 = 2a + 4$

  ಅಥವಾ $3a - b + 4 - (a - b) = 2a + 4$

> ಗಮನಿಸಿ,
>
> $-(5 - 3) = -5 + 3,$
>
> $-(a - b) = -a + b.$
>
> ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ವಿಭಾಗಿಸುವ ರೀತಿಯಲ್ಲೇ ಬೀಜಾಕ್ಷಗಳ ಚಿಹ್ನೆ ಬಳಸಬೇಕು.

ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನಗಳ ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ಪರಿಹರಿಸೋಣ.

ಉದಾಹರಣೆ 4. ಸಜಾತಿ ಪದಗಳನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಿ ಮತ್ತು ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ.

$12m^2 - 9m + 5m - 4m^2 - 7m + 10$

ಪರಿಹಾರ: ಪದಗಳನ್ನು ಗುಂಪುಗೊಳಿಸಿದಾಗ,

$12m^2 - 4m^2 + 5m - 9m - 7m + 10$

$= (12 - 4)\ m^2 + (5 - 9 - 7)\ m + 10$

$= 8m^2 + (-4 - 7)\ m + 10$

$= 8m^2 + (-11)\ m + 10$

$= 8m^2 - 11m + 10$

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಕೂಡಿ ಮತ್ತು ಕಳೆಯಿರಿ

(i) $m - n, m + n$

(ii) $mn + 5 - 2, mn + 3$

ಗಮನಿಸಿ: ಪದವನ್ನು ಕಳೆಯುವುದು ಎಂದರೆ ಪದದ ವಿಲೋಮವನ್ನು ಕೂಡುವುದು ಎಂದರ್ಥ. $-10b$ ನ್ನು ಕಳೆಯುವುದು; ಎಂದರೆ $+10b$ ಯನ್ನು ಕೂಡುವುದು; $-18a$ ಯನ್ನು ಕಳೆಯುವುದು ಎಂದರೆ $18a$ ನ್ನು ಕೂಡುವುದು. ಮತ್ತು $24ab$ ಯನ್ನು ಕಳೆಯುವುದು ಎಂದರೆ $-24ab$, ನ್ನು ಕೂಡುವುದು. ಕಳೆಯಬೇಕಾಗಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಕೆಳಗೆ ಬರೆದಿರುವ ಚಿಹ್ನೆಗಳು, ವ್ಯವಕಲನ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಮಾಡುವಲ್ಲಿ ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 5. $30ab + 12b + 14a$ ಯಿಂದ $24ab - 10b - 18a$ ನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : $30ab + 12b + 14a - (24ab - 10b - 18a)$

$= 30ab + 12b + 14a - 24ab + 10b + 18a$

$= 30ab - 24ab + 12b + 10b + 14a + 18a$

$= 6ab + 22b + 32a$

ಪರ್ಯಾಯವಾಗಿ, ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಸಜಾತಿ ಪದಗಳನ್ನು ಒಂದರ ಕೆಳಗೆ ಇನ್ನೊಂದು ಬರುವಂತೆ ಬರೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ.

$$\begin{array}{rrr} 30ab & +\ 12b & +\ 14a \\ 24ab & -\ 10b & -\ 18a \\ - & + & + \\ \hline 6ab & +\ 22b & +\ 32a \\ \hline \end{array}$$

ಉದಾಹರಣೆ 6. $2y^2 + 3yz, -y^2 - yz - z^2$ ಮತ್ತು $yz + 2z^2$ ಗಳ ಮೊತ್ತದಿಂದ $3y^2 - z^2$ ಮತ್ತು $-y^2 + yz + z^2$ ಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: ಮೊದಲಿಗೆ $2y^2 + 3yz, -y^2 - yz - z^2$ ಮತ್ತು $yz + 2z^2$ ಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ.

$$\begin{array}{rrr} 2y^2 & +\ 3yz & \\ -\ y^2 & -\ yz & -\ z^2 \\ & +\ yz & +\ 2z^2 \\ \hline y^2 & +\ 3yz & +\ z^2 \\ \hline \end{array} \qquad (1)$$

ನಂತರ $3y^2 - z^2$ ಮತ್ತು $-y^2 + yz + z^2$ ಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ

$$\begin{array}{rrr} 3y^2 & & -\ z^2 \\ -\ y^2 & +\ yz & +\ z^2 \\ \hline 2y^2 & +\ yz & \\ \hline \end{array} \qquad (2)$$

ಈಗ (1)ರ ಮೊತ್ತದಿಂದ (2)ರ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ:

$$\begin{array}{rrr} y^2 & +\ 3yz & +\ z^2 \\ 2y^2 & +\ yz & \\ (-) & (-) & \\ \hline -\ y^2 & +\ 2yz & +\ z^2 \\ \hline \end{array}$$

ಅಭ್ಯಾಸ 12.2

1. ಸಜಾತಿ ಪದಗಳನ್ನು ಒಗ್ಗೂಡಿಸಿ ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ:
   (i) $21b - 32 + 7b - 20b$
   (ii) $-z^2 + 13z^2 - 5z + 7z^3 - 15z$
   (iii) $p - (p - q) - q - (q - p)$
   (iv) $3a - 2b - ab - (a - b + ab) + 3ab + b - a$
   (v) $5x^2y - 5x^2 + 3yx^2 - 3y^2 + x^2 - y^2 + 8xy^2 - 3y^2$
   (vi) $(3y^2 + 5y - 4) - (8y - y^2 - 4)$
2. ಕೂಡಿ:
   (i) $3mn, -5mn, 8mn, -4mn$
   (ii) $t - 8tz, 3tz - z, z - t$
   (iii) $-7mn + 5, 12mn + 2, 9mn - 8, -2mn - 3$
   (iv) $a + b - 3, b - a + 3, a - b + 3$
   (v) $14x + 10y - 12xy - 13, 18 - 7x - 10y + 8xy, 4xy$
   (vi) $5m - 7n, 3n - 4m + 2, 2m - 3mn - 5$
   (vii) $4x^2y, -3xy^2, -5xy^2, 5x^2y$
   (viii) $3p^2q^2 - 4pq + 5, -10p^2q^2, 15 + 9pq + 7p^2q^2$
   (ix) $ab - 4a, 4b - ab, 4a - 4b$
   (x) $x^2 - y^2 - 1, y^2 - 1 - x^2, 1 - x^2 - y^2$

3. ಕಳೆಯಿರಿ:
   (i) y^2 ನಿಂದ $-5y^2$ ನ್ನು
   (ii) $-12xy$ ನಿಂದ $6xy$ ನ್ನು

(iii) $(a + b)$ ಯಿಂದ $(a - b)$ ನ್ನು

(iv) $b(5 - a)$ ಯಿಂದ $a(b - 5)$ ನ್ನು

(v) $4m^2 - 3mn + 8$ ನಿಂದ $-m^2 + 5mn$ ನ್ನು

(vi) $5x - 10$ ನಿಂದ $-x^2 + 10x - 5$ ನ್ನು

(vii) $3ab - 2a^2 - 2b^2$ ನಿಂದ $5a^2 - 7ab + 5b^2$ ನ್ನು

(viii) $5p^2 + 3q^2 - pq$ ನಿಂದ $4pq - 5q^2 - 3p^2$ ನ್ನು

4. (a) $2x^2 + 3xy$ ನ್ನು ಪಡೆಯಲು $x^2 + xy + y^2$ ಗೆ ಏನನ್ನು ಕೂಡಬೇಕು?

(b) $-3a + 7b + 16$ ನ್ನು ಪಡೆಯಲು $2a + 8b + 10$ ರಿಂದ ಏನನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕು?

5. $-x^2 - y^2 + 6xy + 20$ ನ್ನು ಪಡೆಯಲು $3x^2 - 4y^2 + 5xy + 20$ ರಿಂದ ಏನನ್ನು ತೆಗೆಯಬೇಕು?

6. (a) $3x - y + 11$ ಮತ್ತು $-y - 11$ ರ ಮೊತ್ತದಿಂದ $3x - y - 11$ ನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ.

(b) $4 + 3x$ ಮತ್ತು $5 - 4x + 2x^2$ ಗಳ ಮೊತ್ತದಿಂದ $3x^2 - 5x$ ಮತ್ತು $-x^2 + 2x + 5$ ಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ.

12.7 ಒಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು

ಒಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಬೆಲೆಯು ಆ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ರೂಪಿಸಿರುವ ಚರಾಕ್ಷರಗಳ ಮೇಲೆ ಅವಲಂಬಿತವಾಗಿದೆ ಎಂಬುದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಅನೇಕ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಅಗತ್ಯತೆ ಇರುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರದ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಬೆಲೆಯು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಸರಿ ಹೊಂದುವುದೇ ಅಥವಾ ಇಲ್ಲವೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಲು.

ರೇಖಾಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಅಥವಾ ದಿನನಿತ್ಯ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಬಳಸುವಾಗಲೂ ನಾವು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತೇವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಒಂದು ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ l^2, ಇಲ್ಲಿ l ಚೌಕದ ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ. $l = 5$cm ಆದರೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 5^2 cm^2 ಅಥವಾ 25 cm^2 ಆಗುತ್ತದೆ; ಬಾಹು 10 cm, ಆದರೆ, ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 10^2 cm^2 ಅಥವಾ 100 cm^2 ಆಗುತ್ತದೆ. ಇನ್ನೂ ಮುಂತಾದವು. ಈ ರೀತಿಯ ಹೆಚ್ಚಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಮುಂದಿನ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ನೋಡೋಣ.

ಉದಾಹರಣೆ 7. $x = 2$ ಆದರೆ ಮುಂದಿನ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $x + 4$ (ii) $4x - 3$ (iii) $19 - 5x^2$ (iv) $100 - 10x^3$

ಪರಿಹಾರ: $x = 2$ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

(i) $x + 4$ ರಲ್ಲಿ $x + 4$ ರ ಬೆಲೆ ಸಿಗುತ್ತದೆ, ಅದು;

$x + 4 = 2 + 4 = 6$

(ii) $4x - 3$ ರಲ್ಲಿ

$4x - 3 = (4 \times 2) - 3 = 8 - 3 = 5$

(iii) $19 - 5x^2$ ರಲ್ಲಿ

$19 - 5x^2 = 19 - (5 \times 2^2) = 19 - (5 \times 4) = 19 - 20 = -1$

(iv) $100 - 10x^3$ ರಲ್ಲಿ

$100 - 10x^3 = 100 - (10 \times 2^3) = 100 - (10 \times 8)$ (ಗಮನಿಸಿ, $2^3 = 8$)

$= 100 - 80 = 20$

ಉದಾಹರಣೆ 8. $n = -2$ ಆದಾಗ ಮುಂದಿನ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $5n - 2$ (ii) $5n^2 + 5n - 2$ (iii) $n^3 + 5n^2 + 5n - 2$

ಪರಿಹಾರ: (i) $5n - 2$ ರಲ್ಲಿ $n = -2$ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$5(-2) - 2 = -10 - 2 = -12$

(ii) $5n^2 + 5n - 2$ ರಲ್ಲಿ

$n = -2$, ಆದೇಶಿಸಿ $5n - 2 = -12$

ಮತ್ತು $5n^2 = 5 \times (-2)^2 = 5 \times 4 = 20$ $[\because (-2)^2 = 4]$

ಸೇರಿಸಿದಾಗ

$5n^2 + 5n - 2 = 20 - 12 = 8$

(iii) ಈಗ $n = -2$ ಆದಾಗ

$5n^2 + 5n - 2 = 8$ ಮತ್ತು

$n^3 = (-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$

ಸೇರಿಸಿದಾಗ

$n^3 + 5n^2 + 5n - 2 = -8 + 8 = 0$

ಈಗ ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರವುಳ್ಳ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ, ಉದಾಹರಣೆಗೆ $x + y$, xy ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರವುಳ್ಳ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಸಂಖ್ಯಾ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ಎರಡೂ ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿಗೆ ಬೆಲೆಯನ್ನು ನೀಡುವ ಅಗತ್ಯವಿದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ $(x + y)$ ನ ಬೆಲೆ $x = 3$ ಮತ್ತು $y = 5$, ಆದಾಗ $3 + 5 = 8$.

ಉದಾಹರಣೆ 9. $a = 3$ ಮತ್ತು $b = 2$ ಆದರೆ ಮುಂದಿನ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

(i) $a + b$ (ii) $7a - 4b$ (iii) $a^2 + 2ab + b^2$ (iv) $a^3 - b^3$

ಪರಿಹಾರ: $a = 3$ ಮತ್ತು $b = 2$ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

(i) $a + b$,

$a + b = 3 + 2 = 5$ನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.

(ii) $7a - 4b$,

$7a - 4b = 7 \times 3 - 4 \times 2 = 21 - 8 = 13$.

(iii) $a^2 + 2ab + b^2$,

$a^2 + 2ab + b^2 = 3^2 + 2 \times 3 \times 2 + 2^2 = 9 + 2 \times 6 + 4 = 9 + 12 + 4 = 25$

(iv) $a^3 - b^3$

$$a^3 - b^3 = 3^3 - 2^3 = 3 \times 3 \times 3 - 2 \times 2 \times 2 = 9 \times 3 - 4 \times 2 = 27 - 8 = 19$$

ಅಭ್ಯಾಸ 12.3

1. $m = 2$, ಆದರೆ, ಇವುಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

   (i) $m - 2$ (ii) $3m - 5$ (iii) $9 - 5m$

   (iv) $3m^2 - 2m - 7$ (v) $\frac{5m}{2} - 4$

2. $p = -2$ ಆದರೆ, ಇವುಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

   (i) $4p + 7$ (ii) $-3p^2 + 4p + 7$ (iii) $-2p^3 - 3p^2 + 4p + 7$

3. $x = -1$ ಆದಾಗ ಮುಂದಿನ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

   (i) $2x - 7$ (ii) $-x + 2$ (iii) $x^2 + 2x + 1$ (iv) $2x^2 - x - 2$

4. $a = 2, b = -2$ ಆದರೆ, ಇವುಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

   (i) $a^2 + b^2$ (ii) $a^2 + ab + b^2$ (iii) $a^2 - b^2$

5. $a = 0, b = -1$ ಆದಾಗ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

   (i) $2a + 2b$ (ii) $2a^2 + b^2 + 1$ (iii) $2a^2b + 2ab^2 + ab$

   (iv) $a^2 + ab + 2$

6. ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ ಮತ್ತು x ನ ಬೆಲೆ 2 ಆದಾಗ ಅವುಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

   (i) $x + 7 + 4(x - 5)$ (ii) $3(x + 2) + 5x - 7$

   (iii) $6x + 5(x - 2)$ (iv) $4(2x - 1) + 3x + 11$

7. ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಸುಲಭೀಕರಿಸಿ ಮತ್ತು $x = 3, a = -1, b = -2$ ಆದರೆ ಅವುಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

   (i) $3x - 5 - x + 9$ (ii) $2 - 8x + 4x + 4$ (iii) $3a + 5 - 8a + 1$

   (iv) $10 - 3b - 4 - 5b$ (v) $2a - 2b - 4 - 5 + a$

8. (i) $z = 10$, ಆದರೆ $z^3 - 3(z - 10)$ ರ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

   (ii) $p = -10$, ಆದರೆ $p^2 - 2p - 100$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಯಿರಿ.

9. $x = 0$ ಆದಾಗ $2x^2 + x - a$ ನ ಬೆಲೆ 5 ಕ್ಕೆ ಸಮವಾದರೆ 'a' ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು ಇರಬೇಕು?

10. ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ ಮತ್ತು $a = 5$ ಮತ್ತು $b = -3$ ಆದಾಗ $2(a^2 + ab) + 3 - ab$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

12.8 ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಬಳಕೆ – ಸೂತ್ರಗಳು ಮತ್ತು ನಿಯಮಗಳು

ಈ ಹಿಂದೆ ಕೂಡ ನಾವು ಗಣಿತದ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆದಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಇದಕ್ಕೆ ಮುಂದೆ ಅನೇಕ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿದೆ.

- **ಸುತ್ತಳತೆ ಸೂತ್ರಗಳು**

1. ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಸುತ್ತಳತೆ = 3x ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ. ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದವನ್ನು l ನಿಂದ ಸೂಚಿಸಿದರೆ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಸುತ್ತಳತೆ = $3l$
2. ಅದೇ ರೀತಿ, ಚೌಕದ ಸುತ್ತಳತೆ = $4l$
   l = ಚೌಕದ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ
3. ನಿಯಮಿತ ಪಂಚಭುಜಾಕೃತಿಯ ಸುತ್ತಳತೆ = $5l$
   l = ಪಂಚಭುಜಾಕೃತಿಯ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಮುಂತಾದವು.

- **ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಸೂತ್ರಗಳು**

1. ಚೌಕದ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದವನ್ನು l ಎಂದು ಸೂಚಿಸಿದಾಗ, ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = l^2
2. ಆಯತದ ಉದ್ದವನ್ನು l ನಿಂದ ಮತ್ತು ಅಗಲವನ್ನು b ಯಿಂದ ಸೂಚಿಸಿದಾಗ, ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= $l \times b = lb$.
3. ಅದೇ ರೀತಿ, ತ್ರಿಭುಜದ ಪಾದವನ್ನು b ಯಿಂದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರವನ್ನು h ನಿಂದ ಸೂಚಿಸಿದರೆ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{b \times h}{2} = \frac{bh}{2}$.

ಸೂತ್ರ ಅಂದರೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪರಿಮಾಣದ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ತಿಳಿದರೆ ಸಾಕು. ಆ ಪರಿಮಾಣದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಬೇಕಾದಂತೆ ಲೆಕ್ಕಹಾಕಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಒಂದು ಚೌಕದ ಉದ್ದ 3cm ಇದ್ದರೆ, ಅದರ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು l = 3cm ಬೆಲೆಯನ್ನು ಚೌಕದ ಸುತ್ತಳತೆಯ ಬೀಜೋಕ್ತಿ ಅಂದರೆ $4l$ ನಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸುವುದರಿಂದ ಪಡೆಯುಬಹುದು.

ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚೌಕದ ಸುತ್ತಳತೆ = (4×3) cm = 12 cm.

ಅದೇ ರೀತಿ, ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಸೂತ್ರ l^2 ನಲ್ಲಿ l ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು (= 3 cm) ಆದೇಶಿಸುವುದರಿಂದ ಪಡೆಯಬಹುದು.

ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= (3)^2$ cm^2 = 9 cm^2.

- **ಸಂಖ್ಯಾ ವಿನ್ಯಾಸಗಳ ನಿಯಮಗಳು**

ಮುಂದಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಅಭ್ಯಸಿಸಿ:

1. ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು n ನಿಂದ ಸೂಚಿಸಿದರೆ ಅದರ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯು $(n + 1)$ ಆಗುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಯಾವುದೇ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಾಗಲಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, n = 10 ಆದರೆ ಅದರ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ $n + 1$ = 11 ಆಗುತ್ತದೆ. ಅದು ಗೊತ್ತಿರುವುದೇ.

2. ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು n ನಿಂದ ಸೂಚಿಸಿದರೆ, $2n$ ಒಂದು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು $(2n + 1)$ ಒಂದು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ. 15 ಎಂದುಕೊಂಡರೆ; $2n = 2 \times n = 2 \times 15 = 30$ ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ಅದು ಸಮಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು $2n + 1 = 2 \times 15 + 1 = 30 + 1 = 31$ ವಾಸ್ತವಾಗಿ ಅದು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ.

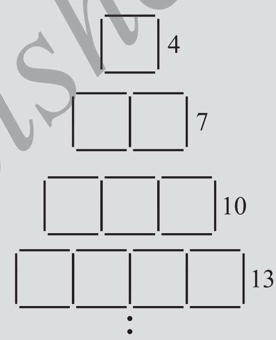
ಇದನ್ನು ಮಾಡಿ

ಸಮ ಉದ್ದವಿರುವ (ಚಿಕ್ಕ) ರೇಖಾಖಂಡಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ, ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಬೆಂಕಿಕಡ್ಡಿ, ಹಲ್ಲಿಗೆ ಚುಚ್ಚುವ ಕಡ್ಡಿ ಅಥವಾ ಸಮ ಉದ್ದಕ್ಕೆ ಕತ್ತರಿಸಿರುವ ಸ್ಟ್ರಾನ ಸಣ್ಣ ತುಂಡುಗಳು. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ ವಿನ್ಯಾಸದ ಹಾಗೆ ಜೋಡಿಸಿ.

1. ಚಿತ್ರ: 12.1 ರಲ್ಲಿರುವ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

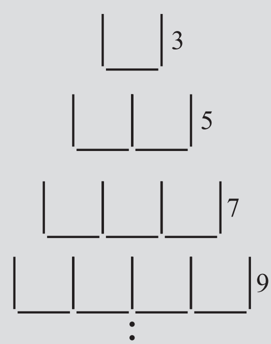
ಇಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ರೇಖೆಗಳಿಂದಾದ □ ಆಕೃತಿ ಪುನರಾವರ್ತನೆಗೊಂಡಿದೆ. ನೀವು ನೋಡಿರುವ ಹಾಗೆ ಒಂದು ಆಕೃತಿಗೆ 4 ರೇಖೆಗಳು ಬೇಕು ಎರಡು ಆಕೃತಿಗಳಿಗೆ 7, ಮೂರು ಆಕೃತಿಗಳಿಗೆ 10 ಮತ್ತು ಮುಂತಾದವು. ಆಕೃತಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ n ಆದರೆ n ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಲು ಬೇಕಾಗಿರುವ ರೇಖಾಖಂಡಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು $(3n + 1)$ ನೀಡುತ್ತದೆ.

$n = 1, 2, 3, 4, ..., 10, ...$ ಇತ್ಯಾದಿಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ನೀವು ಪರಿಶೀಲಿಸಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ರೂಪಿಸಿದ ಆಕೃತಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 3 ಆದರೆ, ಬೇಕಾಗಿರುವ ರೇಖಾಖಂಡಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $3 \times 3 + 1 = 9 + 1 = 10$, (ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ನೋಡಿರುವಂತೆ).



ಚಿತ್ರ 12.1

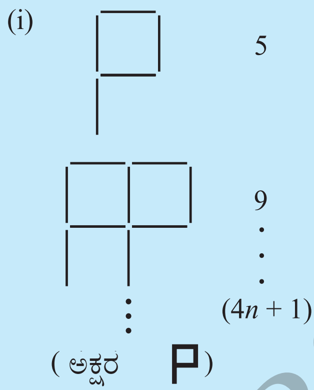
2. ಚಿತ್ರ 12.2 ರಲ್ಲಿರುವ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ ⊔ ಆಕಾರ ಪುನರಾವರ್ತನೆಯಾಗಿದೆ. 1, 2, 3, 4 ಆಕಾರ ರೂಪಿಸಲು ಕ್ರಮವಾಗಿ 3,5,7,9......... ರೇಖೆಗಳು ಬೇಕು. n ರೂಪಿಸಿರುವ ಆಕಾರಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಿದರೆ ಬೇಕಾಗಿರುವ ರೇಖೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು $(2n + 1)$. ಬೀಜೋಕ್ತಿ ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ನೀವು n ಗೆ ಯಾವುದೇ ಬೆಲೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಈ ಬೀಜೋಕ್ತಿ ಸರಿಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಬಹುದು. $n = 4$ ಆದರೆ $(2n + 1) = (2 \times 4) + 1 = 9$ ವಾಸ್ತವವಾಗಿ 4⊔ ಗಳಿಗೆ ಬೇಕಾಗಿರುವ ರೇಖೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ.

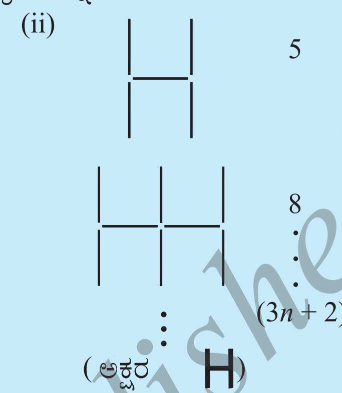


ಚಿತ್ರ 12.2

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಇಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ ಮೂಲ ಚಿತ್ರಗಳ ರೀತಿಯಲ್ಲೇ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಮಾಡಿರಿ.





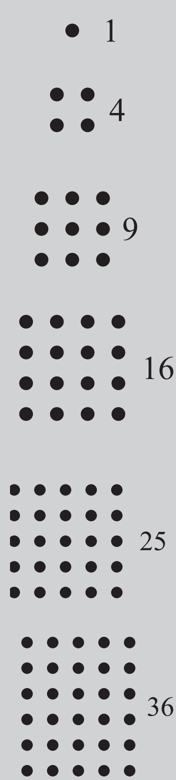
[ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಬೇಕಾಗಿರುವ ರೇಖಾಖಂಡಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿ ನೀಡಿದೆ. ಮತ್ತು n ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲು ಬೇಕಾಗಿರುವ ಗೆರೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ನೀಡಿದೆ.]

ಹೀಗೆಯೇ ಮುಂದುವರೆಸಿ ಮತ್ತು ಈ ರೀತಿಯ ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಿ.

ಇದನ್ನು ಮಾಡಿ

ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಚುಕ್ಕಿಗಳ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಮಾಡಿರಿ. ಗ್ರಾಫ್ ಕಾಗದ ಅಥವಾ ಡಾಟ್ ಪೇಪರ್ (dot paper) ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, ವಿನ್ಯಾಸ ಮಾಡುವುದು ಸುಲಭವಾಗುತ್ತದೆ.

ಚುಕ್ಕಿಗಳನ್ನು ಚೌಕಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ಜೋಡಿಸಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ, ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಅಡ್ಡಸಾಲು ಮತ್ತು ಕಂಬ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಚುಕ್ಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಚರಾಕ್ಷರ n ಎಂದು ಸೂಚಿಸಿದರೆ ಆ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವ ಚುಕ್ಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬೀಜೋಕ್ತಿ $n \times n = n$ ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ $n = 4$. ಆದರೆ, 4 ಅಡ್ಡಸಾಲು (ಅಥವಾ ಕಂಬಸಾಲು) ಹೊಂದಿದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವ ಚುಕ್ಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $4 \times 4 = 16$. ಇದು ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕಾಣಿಸಿರುವಂತಿದೆ. ಇದನ್ನು ನೀವು n ನ ಬೇರೆ ಬೆಲೆಗೂ ಸಹ ಪರಿಶೀಲಿಸಬಹುದು. ಗ್ರೀಕ್‌ನ ಪುರಾತನ ಗಣಿತ ತಜ್ಞರು 1, 4, 9, 16, 25 ...... ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆಂದು ಕರೆದರು.



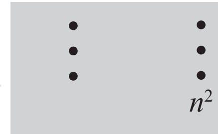
• ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯಾ ವಿನ್ಯಾಸಗಳು

ಈಗ ನಾವು ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ನೋಡೋಣ, ಇಲ್ಲಿ ಸಹಾಯಕ್ಕೆ ಯಾವ ಚಿತ್ರಗಳೂ ಇರುವುದಿಲ್ಲ.

$$3, 6, 9, 12, ..., 3n, ...$$

ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ 3ರ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು 3ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ ಏರಿಕೆ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿದೆ. nನ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಇರಬೇಕಾದ ಪದವನ್ನು ಬೀಜೋಕ್ತಿ $3n$ ನೀಡುತ್ತದೆ.

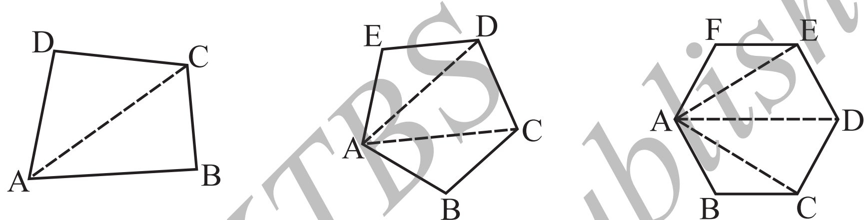
10ನೇ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರಬೇಕಾದ ಪದವನ್ನು ನೀವು ಸುಲಭವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. (ಅದು $3 \times 10 = 30$); 100ನೇ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ (ಅದು $3 \times 100 = 300$) ಮತ್ತು ಮುಂತಾದವು.



- **ರೇಖಾಗಣಿತದಲ್ಲಿನ ವಿನ್ಯಾಸಗಳು**

ಚತುರ್ಭುಜದ ಒಂದು ಶೃಂಗಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಷ್ಟು ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದು? ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಒಂದು ಕರ್ಣವನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದು.

ಪಂಚಭುಜಾಕೃತಿಯ ಒಂದು ಶೃಂಗದಿಂದ ಎಷ್ಟು ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದು? ಇದನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. 2 ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದು.

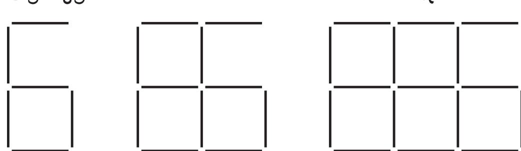


ಷಡ್ಭುಜಾಕೃತಿಯ ಒಂದು ಶೃಂಗದಿಂದ? 3 ಕರ್ಣಗಳು.

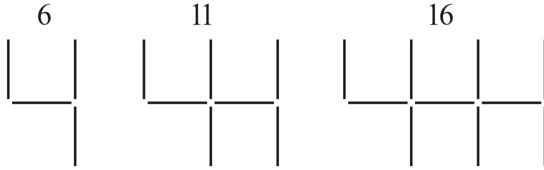
n ಬಾಹುವುಳ್ಳ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ಒಂದು ಶೃಂಗದಿಂದ ನಾವು ಎಳೆಯಬಹುದಾದ ಕರ್ಣಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $(n - 3)$. ಸಪ್ತಭುಜಾಕೃತಿ (7 ಬಾಹು) ಮತ್ತು ಅಷ್ಟಭುಜಾಕೃತಿ (8 ಬಾಹು) ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ ಇದನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ (3 ಬಾಹುಗಳು) ಎಷ್ಟಿರಬಹುದು? ಗಮನಿಸಿ. ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಶೃಂಗ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆದ ಕರ್ಣಗಳು, ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯನ್ನು ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದು ಸೇರದ ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತವೆ. ಹೀಗೆ ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಕರ್ಣಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ಒಂದು ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ 12.4

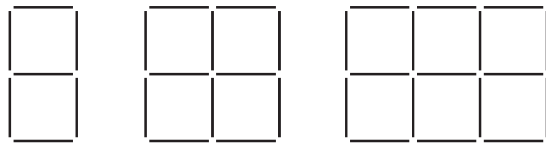
1. ಸಮ ಉದ್ದದ ರೇಖಾಖಂಡಗಳಿಂದ ಮಾಡಿರುವ ಅಂಕಿಗಳ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಈ ರೀತಿಯ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಎಲೆಕ್ಟ್ರಾನಿಕ್ ವಾಚ್‌ಗಳು ಮತ್ತು ಕ್ಯಾಲ್ಕುಲೇಟರ್‌ಗಳು ಪ್ರದರ್ಶಿಸುವುದನ್ನು ನೀವು ಕಾಣಬಹುದು.

(a)  ... ...

6   11   16   21 ... $(5n + 1)$ ...

(b)  ... ...

4   7   10   13 ... $(3n + 1)$ ...

(c)  ... ...

7 12 17 22 ... $(5n+2)$ ...

ಇಲ್ಲಿ ರೂಪಿಸಿರುವ ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು n ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ n ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಲು ಬೇಕಾಗಿರುವ ರೇಖೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಬಿಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಿನ್ಯಾಸದ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿ ಕಾಣಬಹುದು.

6, 4, 8. ರ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ 5, 10, 100ರ ಅಂಕಿಯನ್ನು ರೂಪಿಸಲು ಎಷ್ಟು ರೇಖಾಖಂಡಗಳ ಅಗತ್ಯತೆ ಇದೆ?

2. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಬಳಸಿ ಸಂಖ್ಯಾ ವಿನ್ಯಾಸದ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಪೂರ್ತಿಮಾಡಿ.

ಕ್ರ. ಸಂ.	ಬೀಜೋಕ್ತಿ	ಪದಗಳು									
		1st	2nd	3rd	4th	5th	...	10th	...	100th	...
(i)	$2n-1$	1	3	5	7	9	-	19	-	-	-
(ii)	$3n+2$	5	8	11	14	-	-	-	-	-	-
(iii)	$4n+1$	5	9	13	17	-	-	-	-	-	-
(iv)	$7n+20$	27	34	41	48	-	-	-	-	-	-
(v)	n^2+1	2	5	10	17	-	-	-	-	10,001	-

ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿರುವ ಅಂಶಗಳು

1. ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಚರಾಕ್ಷರ ಮತ್ತು ಸ್ಥಿರಾಂಕಗಳಿಂದ ರೂಪಿಸಲಾಗಿದೆ. ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಲು ಚರಾಕ್ಷರ ಮತ್ತು ಸ್ಥಿರಾಂಕಗಳ ಮೇಲೆ ಗಣಿತದ ಮೂಲ ಕ್ರಿಯೆಗಳಾದ ಸಂಕಲನ, ವ್ಯವಕಲನ, ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತೇವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಬೀಜೋಕ್ತಿ $4xy+7$, ಚರಾಕ್ಷರ x ಮತ್ತು y ಮತ್ತು ಸ್ಥಿರಾಂಕ 4 ಮತ್ತು 7 ರಿಂದ ರೂಪಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿದೆ. ಸ್ಥಿರಾಂಕ 4ನ್ನು ಚರಾಕ್ಷರ x ಮತ್ತು y ಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಿದಾಗ, ಗುಣಲಬ್ಧ $4xy$ ನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತವೆ. ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ 7ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಈ ಬೀಜೋಕ್ತಿ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

2. ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳು ಪದಗಳಿಂದಾಗಿವೆ. ಪದಗಳನ್ನು **ಕೂಡಿದಾಗ** ಬೀಜೋಕ್ತಿ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಪದಗಳು $4xy$ ಮತ್ತು 7ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ $4xy+7$ ಬೀಜೋಕ್ತಿ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

3. ಒಂದು ಪದವು **ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿದೆ.** ಬೀಜೋಕ್ತಿ $4xy$ ರಲ್ಲಿ ಅಪವರ್ತನ x, y ಮತ್ತು 4ರ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿದೆ. ಚರಾಕ್ಷರವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಬೀಜ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

4. **ಸಹಗುಣಕ** ಎಂದರೆ ಪದದಲ್ಲಿನ ಸಂಖ್ಯಾ ಅಪವರ್ತನ, ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಒಂದು ಪದದ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ಆ ಪದದ ಉಳಿದ ಭಾಗಗಳ ಸಹಗುಣಕ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

5. ಒಂದು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚಿನ ಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಯಾವುದೇ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು **ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ** ಎನ್ನುವರು. ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ಒಂದು ಪದದ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು **ಏಕಪದೋಕ್ತಿ** ಎನ್ನುವರು. ಎರಡು ಪದದ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು **ದ್ವಿಪದೋಕ್ತಿ** ಎನ್ನುವರು ಮತ್ತು ಮೂರು ಪದವುಳ್ಳ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯನ್ನು **ತ್ರಿಪದೋಕ್ತಿ** ಎನ್ನುವರು.

6. ಒಂದೇ ಬೀಜಪದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಪದಗಳೆಲ್ಲಾ ಸಜಾತಿ ಪದಗಳು. ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬೀಜ ಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಪದಗಳೆಲ್ಲಾ ವಿಜಾತಿ ಪದಗಳು ಹೀಗಾಗಿ $4xy$ ಮತ್ತು $-3xy$ ಪದಗಳು ಸಜಾತಿ ಆದರೆ, $4xy$ ಮತ್ತು $-3x$ ಸಜಾತಿ ಪದಗಳಲ್ಲ.

7. ಎರಡು ಸಜಾತಿ ಪದಗಳ **ಮೊತ್ತ** (ಅಥವಾ **ವ್ಯತ್ಯಾಸ**)ವು ಒಂದು **ಸಜಾತಿ** ಪದವಾಗಿದೆ. ಇದರ ಸಹಗುಣಕವು ಎರಡು ಸಜಾತಿ ಪದಗಳ ಸಹಗುಣಕಗಳ ಮೊತ್ತ ಅಥವಾ ವ್ಯತ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದೆ. ಹೀಗಾಗಿ $8xy - 3xy = (8-3)xy$, ಅಂದರೆ $5xy$.

8. ಎರಡು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಸಜಾತಿ ಪದಗಳನ್ನು ಈ ಮೇಲಿನಂತೆ ಕೂಡಲಾಗುತ್ತದೆ. ವಿಜಾತಿ ಪದಗಳನ್ನು ಹೇಗಿವೆಯೋ ಹಾಗೆಯೇ ಬರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಹೀಗೆ $4x^2 + 5x$ ಮತ್ತು $2x + 3$ರ ಮೊತ್ತ $4x^2 + 7x + 3$; ಸಜಾತಿ ಪದಗಳಾದ $5x$ ಮತ್ತು $2x$ ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ $7x$; ಆಗುತ್ತದೆ. ವಿಜಾತಿ ಪದಗಳಾದ $4x^2$ ಮತ್ತು 3ನ್ನು ಹೇಗಿವೆಯೋ ಹಾಗೆಯೇ ಬರೆದಿದೆ.

9. ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸುವ ಮತ್ತು ಸೂತ್ರವನ್ನು ಬಳಸುವಂತಹ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಒಂದು ಬೀಜೋಕ್ತಿಯ ಬೆಲೆಯು ಆ ಬೀಜೋಕ್ತಿ ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಚರಾಕ್ಷರದ ಬೆಲೆಯ ಮೇಲೆ ಅವಲಂಬಿತವಾಗಿದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, $7x - 3$ ರ ಬೆಲೆ $x = 5$ ಆದಾಗ 32 ಆಗುವುದು, ಯಾಕೆಂದರೆ $7(5) - 3 = 35 - 3 = 32$.

10. ಗಣಿತದಲ್ಲಿ **ನಿಯಮಗಳನ್ನು** ಮತ್ತು **ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು**, ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

    ಹೀಗೆ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= lb$, ಇಲ್ಲಿ l ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು b ಅಗಲವಾಗಿದೆ.

    ಒಂದು ಸಂಖ್ಯಾ ವಿನ್ಯಾಸ (ಅಥವಾ ಸರಣಿಯ)ದ ಸಾಮಾನ್ಯ (nನೇ) ಪದವು n ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಯಾಗಿದೆ.

    ಹೀಗಾಗಿ ಸಂಖ್ಯಾವಿನ್ಯಾಸ 11, 21, 31,41 ...., ದ nನೇ ಪದ $(10n + 1)$ ಆಗಿದೆ.

ಅಧ್ಯಾಯ – 13

ಘಾತಾಂಕಗಳು ಮತ್ತು ಘಾತಗಳು

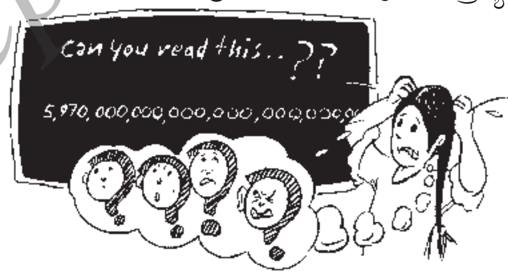
B81FHL

13.1 ಪೀಠಿಕೆ

ಭೂಮಿಯ ದ್ರವ್ಯ ರಾಶಿ ಎಷ್ಟು ಎಂದು ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆಯೇ?

ಇದು 5,970,000,000,000,000,000,000,000 kg !. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೀವು ಓದಬಲ್ಲಿರಾ?

ಯುರೇನಸ್‌ನ ದ್ರವ್ಯ ರಾಶಿ 86,8000,000,000,000,000,000,000,000 kg ಇದೆ. ಯಾವುದರ ದ್ರವ್ಯ ರಾಶಿ ದೊಡ್ಡದು, ಭೂಮಿ ಅಥವಾ ಯುರೇನಸ್?



ಸೂರ್ಯ ಮತ್ತು ಶನಿ ಗ್ರಹದ ನಡುವಿನ ಅಂತರ 1,433, 500,000,000m ಮತ್ತು ಶನಿ ಮತ್ತು ಯುರೇನಸ್ ನಡುವಿನ ಅಂತರ 1,439,000,000,000m ರಷ್ಟಿದೆ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀವು ಓದಬಲ್ಲಿರಾ? ಯಾವ ದೂರ ಕಡಿಮೆಯಿದೆ?

ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಓದಲು, ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಮತ್ತು ಹೋಲಿಸಲು ನಾವು ಘಾತಾಂಕಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತೇವೆ. ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ನಾವು ಘಾತಾಂಕಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಬಳಕೆಯ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿಯೋಣ.

13.2 ಘಾತಾಂಕಗಳು

ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಘಾತಾಂಕಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಸರಳವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

ಗಮನಿಸಿ, $10,000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$

10^4 ಈ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಕೇತವು $10 \times 10 \times 10 \times 10$ ರ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ 10ನ್ನು **ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯೆ** ಮತ್ತು '4' ನ್ನು **ಘಾತಸೂಚಿ** ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಸಂಖ್ಯೆ **10^4 ನ್ನು 10ರ ಘಾತ 4 ಎಂದು ಓದುತ್ತೇವೆ.** 10^4 ನ್ನು 10,000ದ **ಘಾತಾಂಕ ರೂಪ** ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಅದೇ ರೀತಿ 1000 ವನ್ನು 10ರ ಘಾತದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು.

$1000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಇಲ್ಲಿ ಪುನಃ 1000ದ ಘಾತಾಂಕ ರೂಪ 10^3.

ಅದೇ ರೀತಿ $1,00.000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5$

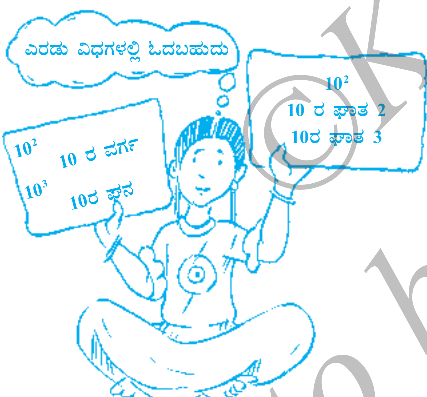
1,00,000ದ ದ ಘಾತಾಂಕ ರೂಪ 10^5,

ಈ ಎರಡೂ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ 10 ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ; 10^3 ರಲ್ಲಿ ಘಾತಸೂಚಿ 3 ಮತ್ತು 10^5 ರಲ್ಲಿ ಘಾತಸೂಚಿ 5.

ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿದ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ನಾವು 10, 100, 1000 ಇತ್ಯಾದಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿದ್ದೇವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $47561 = 4 \times 10000 + 7 \times 1000 + 5 \times 100 + 6 \times 10 + 1$

ಇದನ್ನು $4 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 1$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

172, 5642, 6374 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅದೇ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.



ಮೇಲೆ ನೀಡಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ 10 ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಆದಾಗ್ಯೂ ಬೇರೆ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಬಹುದು

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, $81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$ ಇದನ್ನು $81 = 3^4$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯೆ 3 ಮತ್ತು ಘಾತಸೂಚಿ 4.

ಕೆಲವು ಘಾತಗಳಿಗೆ ವಿಶೇಷ ಹೆಸರುಗಳಿವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ,

10^2, 10ರ ಘಾತ 2, ಇದನ್ನು '10ರ ವರ್ಗ' ಎಂದು ಓದಬಹುದು ಮತ್ತು 10^3, 10ರ ಘಾತ 3, ಇದನ್ನು '10ರ ಘನ' ಎಂದು ಓದಬಹುದು.

5^3 (5ರ ಘನ) ಎಂದರೆ ಏನು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?

$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$

ಆದ್ದರಿಂದ, 125ನ್ನು 5ರ ಘಾತ 3 ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

5^3 ರಲ್ಲಿ ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಘಾತಸೂಚಿ ಯಾವುದು?

ಅದೇ ರೀತಿ $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$, ಇದು 2ರ ಘಾತ 5 ಆಗಿದೆ.

2^5 ರಲ್ಲಿ ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯೆ 2 ಮತ್ತು ಘಾತಸೂಚಿ 5.

ಅದೇ ರೀತಿ,

$$243 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$$

$$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$$

$$625 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$$

ಇದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿರುವ ಇನ್ನೂ ಐದು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ, ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲಿ ಆಧಾರಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಘಾತಸೂಚಿಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ.

ಆಧಾರಸಂಖ್ಯೆ ಋಣ ಹಾಗೂ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿದ್ದರೂ, ಈ ರೀತಿ ಬರೆಯುವುದನ್ನು ನಾವು ವಿಸ್ತರಿಸಬಹುದು.

$(-2)^3$ ರ ಅರ್ಥ ಏನು?

ಅದು, $(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$

$(-2)^4 = 16$ ಆಗುವುದೇ? ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

ಒಂದು ಸ್ಥಿರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವುದರ ಬದಲು, ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕ a ನ್ನು ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ.

$a \times a = a^2$ (a ಯ ವರ್ಗ ಅಥವಾ a ಘಾತ 2 ಎಂದು ಓದುತ್ತೇವೆ.)

$a \times a \times a = a^3$ (a ಯ ಘನ ಅಥವಾ a ಘಾತ 3 ಎಂದು ಓದುತ್ತೇವೆ.)

$a \times a \times a \times a = a^4$ (a ಯ 4 ರ ಘಾತ ಅಥವಾ a ಘಾತ 4 ಎಂದು ಓದುತ್ತೇವೆ.)

....

$a \times a \times a \times a \times a \times a \times a = a^7$ (a ಯ ಘಾತ 7 ಎಂದು ಓದುತ್ತೇವೆ. ಮುಂತಾದವು $a \times a \times a \times b \times b$ ಯನ್ನು a^3b^2 ಎಂದು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು (a ಯ ಘನ b ಯ ವರ್ಗ ಎಂದು ಓದುತ್ತೇವೆ.)

$a \times a \times b \times b \times b \times b$ ನ್ನು a^2b^4 ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. a ಘಾತ 2 ಗುಣಿಸು b ಘಾತ 4 ಎಂದು ಓದುತ್ತೇವೆ).

ಉದಾಹರಣೆ 1 256ನ್ನು 2 ರ ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: $256 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$.
ಆದ್ದರಿಂದ, $256 = 2^8$ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆ 2 ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದು 2^3 ಅಥವಾ 3^2?

ಪರಿಹಾರ: $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ ಮತ್ತು $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

$9 > 8$, ಆದ್ದರಿಂದ 2^3 ಕ್ಕಿಂತ 3^2 ದೊಡ್ಡದು.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ:

(i) 729 ನ್ನು 3ರ ಘಾತದಲ್ಲಿ

(ii) 128 ನ್ನು 2 ರ ಘಾತದಲ್ಲಿ

(iii) 343 ನ್ನು 7 ರ ಘಾತದಲ್ಲಿ

ಉದಾಹರಣೆ 3 ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದು 8^2 ಅಥವಾ 2^8?

ಪರಿಹಾರ: $8^2 = 8 \times 8 = 64$

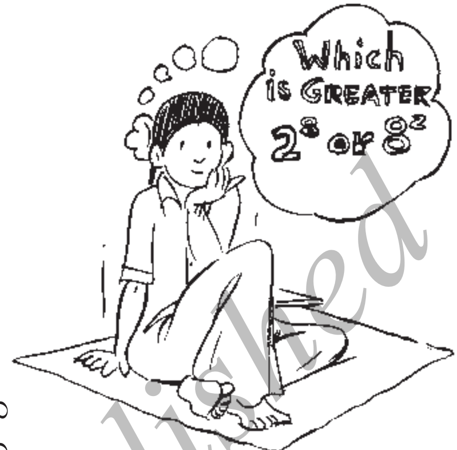
$2^8 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 256$

ಆದ್ದರಿಂದ, $2^8 > 8^2$

ಉದಾಹರಣೆ 4 $a^3 b^2, a^2 b^3, b^2 a^3, b^3 a^2$ ಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿ, ಇವುಗಳೆಲ್ಲಾ ಒಂದೇ ಆಗಿವೆಯೇ?

ಪರಿಹಾರ:

$$a^3 b^2 = a^3 \times b^2$$
$$= (a \times a \times a) \times (b \times b)$$
$$= a \times a \times a \times b \times b$$
$$a^2 b^3 = a^2 \times b^3$$
$$= a \times a \times b \times b \times b$$
$$b^2 a^3 = b^2 \times a^3 = b \times b \times a \times a \times a$$
$$b^3 a^2 = b^3 \times a^2 = b \times b \times b \times a \times a$$



$a^3 b^2$ ಮತ್ತು $a^2 b^3$ ಗಳಲ್ಲಿ a ಮತ್ತು b ಗಳ ಘಾತಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಆದ್ದರಿಂದ, $a^3 b^2$ ಮತ್ತು $a^2 b^3$ ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿವೆ.

ಮತ್ತೊಂದೆಡೆ, $a^3 b^2$ ಮತ್ತು $b^2 a^3$ ಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿವೆ, ಏಕೆಂದರೆ ಈ ಎರಡೂ ಪದಗಳಲ್ಲಿ a ಮತ್ತು b ಗಳ ಘಾತಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿವೆ ಘಾತಗಳ ಕ್ರಮವು ಗಣನೆಗೆ ಬರುವುದಿಲ್ಲ.

ಹೀಗೆ, $a^3 b^2 = a^3 \times b^2 = b^2 \times a^3 = b^2 a^3$, ಆದ್ದರಿಂದ, $a^2 b^3$ ಮತ್ತು $b^3 a^2$ ಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 5 ಮುಂದಿನವುಗಳನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಘಾತಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

(i) 72 (ii) 432 (iii) 1000 (iv) 16000

2	72
2	36
2	18
3	9
	3

ಪರಿಹಾರ:

(i) $72 = 2 \times 36 = 2 \times 2 \times 18$
$$= 2 \times 2 \times 2 \times 9$$
$$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$$

ಹೀಗೆ, $72 = 2^3 \times 3^2$ (ಬೇಕಾಗಿರುವ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ರೂಪ)

(ii) $432 = 2 \times 216 = 2 \times 2 \times 108 = 2 \times 2 \times 2 \times 54$
$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 27 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 9$$
$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$432 = 2^4 \times 3^3$ (ಬೇಕಾಗಿರುವ ರೂಪ)

(iii) $1000 = 2 \times 500 = 2 \times 2 \times 250 = 2 \times 2 \times 2 \times 125$
$$= 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 25 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$$

$1000 = 2^3 \times 5^3$

ಅತುಲ್ ಈ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಬೇರೆ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಪರಿಹರಿಸಬೇಕೆಂದಿದ್ದಾನೆ.

$$1000 = 10 \times 100 = 10 \times 10 \times 10$$
$$= (2 \times 5) \times (2 \times 5) \times (2 \times 5) \quad (\text{ಏಕೆಂದರೆ } 10 = 2 \times 5)$$
$$= 2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$$
$$1000 = 2^3 \times 5^3$$

ಅತುಲ್‌ನ ಮಾಡಿರುವ ವಿಧಾನ ಸರಿಯೇ?

(iv) $16{,}000 = 16 \times 1000 = (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times 1000 = 2^4 \times 10^3$ (ಏಕೆಂದರೆ $16 = 2\times2\times2\times2$)

$= (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5) = 2^4 \times 2^3 \times 5^3$

(ಏಕೆಂದರೆ $1000 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$)

$= (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (5 \times 5 \times 5)$

$16{,}000 = 2^7 \times 5^3$

ಉದಾಹರಣೆ 6. ಬಿಡಿಸಿ: $(1)^5, (-1)^3, (-1)^4, (-10)^3, (-5)^4$.

$(-1)^{\text{ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ}} = -1$

$(-1)^{\text{ಸರಿ ಸಂಖ್ಯೆ}} = +1$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $(1)^5 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

1ರ ಘಾತ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದರೂ ಅದು 1 ಎಂಬುದನ್ನು ಮನಗಾಣುವಿರಿ.

(ii) $(-1)^3 = (-1) \times (-1) \times (-1) = 1 \times (-1) = -1$

(iii) $(-1)^4 = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = 1 \times 1 = 1$

(-1) ರ ಘಾತ ಸೂಚಿಯು ಯಾವುದೇ **ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ**ಯಾದರೆ, ಅದರ ಬೆಲೆ (-1) ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು (-1)ರ ಘಾತ ಸೂಚಿಯು ಯಾವುದೇ **ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆ**ಯಾದರೆ ಅದರ ಬೆಲೆ $(+1)$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಬಹುದು.

(iv) $(-10)^3 = (-10) \times (-10) \times (-10) = 100 \times (-10) = -1000$

(v) $(-5)^4 = (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) = 25 \times 25 = 625$

ಅಭ್ಯಾಸ 13.1

1. ಇವುಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

(i) 2^6 (ii) 9^3 (iii) 11^2 (iv) 5^4

2. ಮುಂದಿನವುಗಳನ್ನು ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ:

(i) $6 \times 6 \times 6 \times 6$ (ii) $t \times t$ (iii) $b \times b \times b \times b$

(iv) $5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7$ (v) $2 \times 2 \times a \times a$ (vi) $a \times a \times a \times c \times c \times c \times c \times d$

3. ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಪ್ರತಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ:

(i) 512 (ii) 343 (iii) 729 (iv) 3125

4. ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲೂ, ಎಲ್ಲಿ ಸಾಧ್ಯವೊ ಅಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.

(i) 4^3 or 3^4 (ii) 5^3 or 3^5 (iii) 2^8 or 8^2

(iv) 100^2 or 2^{100} (v) 2^{10} or 10^2

5. ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಘಾತಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ:

(i) 648 (ii) 405

(iii) 540 (iv) 3,600

6. ಸುಲಭ ರೂಪಕ್ಕೆ ತನ್ನಿ:

(i) 2×10^3 (ii) $7^2 \times 2^2$ (iii) $2^3 \times 5$

(iv) 3×4^4 (v) 0×10^2 (vi) $5^2 \times 3^3$

(vii) $2^4 \times 3^2$ (viii) $3^2 \times 10^4$

7. ಸುಲಭ ರೂಪಕ್ಕೆ ತನ್ನಿ:

(i) $(-4)^3$ (ii) $(-3) \times (-2)^3$ (iii) $(-3)^2 \times (-5)^2$

(iv) $(-2)^3 \times (-10)^3$

8. ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಿ:

(i) 2.7×10^{12} ; 1.5×10^8 (ii) 4×10^{14} ; 3×10^{17}

13.3 ಘಾತಾಂಕಗಳ ನಿಯಮಗಳು

13.3.1 ಒಂದೇ ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಘಾತಾಂಕಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸುವುದು

(i) $2^2 \times 2^3$ನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಮಾಡೋಣ.

$$2^2 \times 2^3 = (2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2)$$
$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 2^{2+3}$$

ಇಲ್ಲಿ 2^2 ಮತ್ತು 2^3ಗಳ ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದೇ ಆಗಿದೆ ಮತ್ತು ಘಾತಗಳು ಅಂದರೆ 2 ಮತ್ತು 3ರ ಮೊತ್ತ 5 ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

(ii) $$(-3)^4 \times (-3)^3 = [(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)] \times [(-3) \times (-3) \times (-3)]$$
$$= (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$$
$$= (-3)^7$$
$$= (-3)^{4+3}$$

ಇಲ್ಲಿ ಪುನಃ ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದೇ ಆಗಿದೆ ಮತ್ತು ಘಾತಗಳ ಅಂದರೆ 4 ಮತ್ತು 3 ರ ಮೊತ್ತ 7 ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

(iii) $a^2 \times a^4 = (a \times a) \times (a \times a \times a \times a)$

$= a \times a \times a \times a \times a \times a = a^6$

(ಗಮನಿಸಿ ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದೇ ಆಗಿದೆ ಮತ್ತು ಘಾತಗಳ ಮೊತ್ತ 2+4 = 6 ಆಗಿದೆ)

ಅದೇ ರೀತಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ:

$4^2 \times 4^2 = 4^{2+2}$

$3^2 \times 3^3 = 3^{2+3}$

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಸುಲಭೀಕರಿಸಿ ಮತ್ತು ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $2^5 \times 2^3$

(ii) $p^3 \times p^2$

(iii) $4^3 \times 4^2$

(iv) $a^3 \times a^2 \times a^7$

(v) $5^3 \times 5^7 \times 5^{12}$

(vi) $(-4)^{100} \times (-4)^{20}$

ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅಂಕಣದಲ್ಲಿ ಸೂಕ್ತವಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬರೆಯಬಲ್ಲಿರಾ?

$(-11)^2 \times (-11)^6 = (-11)^{\square}$

$b^2 \times b^3 = b^{\square}$ (ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದೇ; b ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ)

$c^3 \times c^4 = c^{\square}$ (c ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕ)

$d^{10} \times d^{20} = d^{\square}$

ಇದರಿಂದ ನಾವು ಸೊನ್ನೆಯಲ್ಲದ ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕ a, ಮತ್ತು m,n ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ $a^m \times a^n = a^{m+n}$ ಎಂಬುದಾಗಿ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಬಹುದು.

ಎಚ್ಚರಿಕೆ!

$2^3 \times 3^2$ ನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.

ಇಲ್ಲಿ ಘಾತವನ್ನು ಕೂಡಬಲ್ಲಿರಾ? ಇಲ್ಲ! 2^3ರ ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯೆ 2 ಮತ್ತು 3^2ರ ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯೆ 3. ಇಲ್ಲಿ ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿಲ್ಲ.

13.3.2 ಒಂದೇ ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘಾತಾಂಕಗಳನ್ನು ಭಾಗಿಸುವುದು

$3^7 \div 3^4$ ನ್ನು ಸುಲಭೀಕರಿಸೋಣ

$$3^7 \div 3^4 = \frac{3^7}{3^4} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3 \times 3}$$

$$= 3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 3^{7-4}$$

ಹೀಗೆ $3^7 \div 3^4 = 3^{7-4}$

(3^7 ಮತ್ತು 3^4 ರಲ್ಲಿ ಆಧಾರಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದೇ ಇದೆ ಮತ್ತು $3^7 \div 3^4 = 3^{7-4}$, ಆಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ).

ಅದೇ ರೀತಿ $5^6 \div 5^2 = \dfrac{5^6}{5^2} = \dfrac{5\times5\times5\times5\times5\times5}{5\times5}$

$= 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4 = 5^{6-2}$

ಅಥವಾ $5^6 \div 5^2 = 5^{6-2}$

'a' ಒಂದು ಸೊನ್ನೆಯಲ್ಲದ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾದರೆ

$$a^4 \div a^2 = \frac{a^4}{a^2} = \frac{a\times a\times a\times a}{a\times a} = a\times a = a^2 = a^{4-2}$$

ಅಥವಾ $a^4 \div a^2 = a^{4-2}$

ಈಗ ನೀವು ಕೂಡಲೇ ಉತ್ತರಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?

$10^8 \div 10^3 = 10^{8-3} = 10^5$

$7^9 \div 7^6 = 7^{\square}$

$a^8 \div a^5 = a^{\square}$

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

'b' ಮತ್ತು 'c' ಗಳು ಸೊನ್ನೆಯಲ್ಲದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾದರೆ,

$b^{10} \div b^5 = b^{\square}$

$c^{100} \div c^{90} = c^{\square}$

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ಇಲ್ಲಿ 'm' ಮತ್ತು 'n' ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು $m>n$

ಸುಲಭೀಕರಿಸಿ ಮತ್ತು ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(ಉದಾಹರಣೆಗೆ: $11^6 \div 11^2 = 11^4$)

(i) $2^9 \div 2^3$

(ii) $10^8 \div 10^4$

(iii) $9^{11} \div 9^7$

(iv) $20^{15} \div 20^{13}$

(v) $7^{13} \div 7^{10}$

13.3.3 ಒಂದು ಘಾತಾಂಕಕ್ಕೆ ಘಾತವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವುದು.

ಮುಂದಿನವುಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ

ಸುಲಭೀಕರಿಸಿ $(2^3)^2$; $(3^2)^4$

ಇಲ್ಲಿ $(2^3)^2$ ಅಂದರೆ 2^3 ನ್ನು 2 ಭಾರಿ ಅದರಿಂದಲೇ ಗುಣಿಸಿದೆ ಎಂದರ್ಥ.

$(2^3)^2 = 2^3 \times 2^3$

$= 2^{3+3}$ (ಏಕೆಂದರೆ $a^m \times a^n = a^{m+n}$)

$= 2^6 = 2^{3\times 2}$

ಹೀಗಾಗಿ, $(2^3)^2 = 2^{3\times2}$

ಅದೇ ರೀತಿ, $\left(3^2\right)^4 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2$

$= 3^{2+2+2+2}$

$= 3^8$

(8, 2 ಮತ್ತು 4 ರ ಗುಣಲಬ್ದ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ).

$= 3^{2 \times 4}$

$\left(7^2\right)^{10}$ ಎಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?

$\left(2^3\right)^2 = 2^{3 \times 2} = 2^6$

$\left(3^2\right)^4 = 3^{2 \times 4} = 3^8$

$\left(7^2\right)^{10} = 7^{2 \times 10} = 7^{20}$

$\left(a^2\right)^3 = a^{2 \times 3} = a^6$

$\left(a^m\right)^3 = a^{m \times 3} = a^{3m}$

ಆದ್ದರಿಂದ,

ಇದರಿಂದ, ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಸೊನ್ನೆಯಲ್ಲದ ಪೂರ್ಣಾಂಕ 'a' ಹಾಗೂ m ಮತ್ತು n ಗಳಿಗೆ,

$$\left(a^m\right)^n = a^{mn}$$

ಎಂದು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಬಹುದು.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಸುಲಭೀಕರಿಸಿ ಮತ್ತು ಉತ್ತರವನ್ನು ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ:

(i) $\left(6^2\right)^4$ (ii) $\left(2^2\right)^{100}$

(iii) $\left(7^{50}\right)^2$ (iv) $\left(5^3\right)^7$

ಉದಾಹರಣೆ 7. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದು ಎಂದು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ? $(5^2) \times 3$ or $\left(5^2\right)^3$?

ಪರಿಹಾರ: $(5^2) \times 3$ ಎಂದರೆ 5^2 ನ್ನು 3 ರಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದು ಎಂದರ್ಥ ಅಂದರೆ $5 \times 5 \times 3 = 75$

ಆದರೆ $\left(5^2\right)^3$ ಎಂದರೆ 5^2 ನ್ನು ಅದರಿಂದಲೇ ಮೂರು ಬಾರಿ ಗುಣಿಸುವುದು ಎಂದರ್ಥ

ಅಂದರೆ., $5^2 \times 5^2 \times 5^2 = 5^6 = 15{,}625$

ಆದ್ದರಿಂದ $(5^2)^3 > (5^2) \times 3$

13.3.4 ಒಂದೇ ಘಾತ ಹೊಂದಿರುವ ಘಾತಾಂಕಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸುವುದು

$2^3 \times 3^3$ ನ್ನು ಸುಲಭೀಕರಿಸಬಲ್ಲಿರಾ? ಇಲ್ಲಿ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಒಂದೇ ಘಾತವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಎರಡು ಪದ 2^3 ಮತ್ತು 3^3 ಗಳಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಈಗ, $2^3 \times 3^3 = (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3 \times 3)$

$= (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3) = 6 \times 6 \times 6$

$= 6^3$ (2 ಮತ್ತು 3ರ ಗುಣಲಬ್ಧ 6 ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ)

ಪರಿಗಣಿಸಿ $4^4 \times 3^4 = (4 \times 4 \times 4 \times 4) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3)$

$= (4 \times 3) \times (4 \times 3) \times (4 \times 3) \times (4 \times 3)$

$= 12 \times 12 \times 12 \times 12 = 12^4$

$3^2 \times a^2$ ನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ

$3^2 \times a^2 = (3 \times 3) \times (a \times a)$

$= (3 \times a) \times (3 \times a)$

$= (3 \times a)^2$

$= (3a)^2$ ($3 \times a = 3a$ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ)

ಅದೇ ರೀತಿ, $a^4 \times b^4 = (a \times a \times a \times a) \times (b \times b \times b \times b)$

$= (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b)$

$= (a \times b)^4$

$= (ab)^4$ ($a \times b = ab$ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ)

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ಸೊನ್ನೆಯಲ್ಲದ ಪೂರ್ಣಾಂಕ 'a' ಮತ್ತು 'b' ಗಳಿಗೆ, $a^m \times b^m = (ab)^m$ ('m' ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆ).

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

$a^m \times b^m = (ab)^m$ನ್ನು ಬಳಸಿ ಇವುಗಳನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ.

(i) $4^3 \times 2^3$ (ii) $2^5 \times b^5$

(iii) $a^2 \times t^2$ (iv) $5^6 \times (-2)^6$

(v) $(-2)^4 \times (-3)^4$

ಉದಾಹರಣೆ 8. ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಪದಗಳನ್ನು ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

(i) $(2 \times 3)^5$ (ii) $(2a)^4$ (iii) $(-4m)^3$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $(2 \times 3)^5 = (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3)$

$= (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3) = 2^5 \times 3^5$

(ii) $(2a)^4 = 2a \times 2a \times 2a \times 2a$

$= (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (a \times a \times a \times a) = 2^4 \times a^4$

(iii) $(-4m)^3 = (-4 \times m)^3$

$= (-4 \times m) \times (-4 \times m) \times (-4 \times m)$

$= (-4) \times (-4) \times (-4) \times (m \times m \times m) = (-4)^3 \times (m)^3$

13.3.5 ಒಂದೇ ಘಾತ ಹೊಂದಿರುವ ಘಾತಾಂಕಗಳನ್ನು ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡುವುದು

ಮುಂದಿನವುಗಳನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ:

(i) $\frac{2^4}{3^4} = \frac{2\times2\times2\times2}{3\times3\times3\times3} = \frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^4$

(ii) $\frac{a^3}{b^3} = \frac{a\times a\times a}{b\times b\times b} = \frac{a}{b}\times\frac{a}{b}\times\frac{a}{b} = \left(\frac{a}{b}\right)^3$

ಈ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂದ ನಾವು

$a^m \div b^m = \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$ ಎಂದು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಬಹುದು.

ಇಲ್ಲಿ a ಮತ್ತು b ಸೊನ್ನೆಯಲ್ಲದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಮತ್ತು m ಒಂದು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

$a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$ ಬಳಸಿ ಬೇರೆ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $4^5 \div 3^5$
(ii) $2^5 \div b^5$
(iii) $(-2)^3 \div b^3$
(iv) $p^4 \div q^4$
(v) $5^6 \div (-2)^6$

ಉದಾಹರಣೆ 9. ವಿಸ್ತರಿಸಿ: (i) $\left(\frac{3}{5}\right)^4$ (ii) $\left(\frac{-4}{7}\right)^5$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $\left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{3^4}{5^4} = \frac{3\times3\times3\times3}{5\times5\times5\times5}$

(ii) $\left(\frac{-4}{7}\right)^5 = \frac{(-4)^5}{7^5} = \frac{(-4)\times(-4)\times(-4)\times(-4)\times(-4)}{7\times7\times7\times7\times7}$

- **ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಘಾತಾಂಕವನ್ನಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.**

$\frac{3^5}{3^5}$ ಯಾವುದಕ್ಕೆ ಸಮ ಎಂದು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?

$\frac{3^5}{3^5} = \frac{3\times3\times3\times3\times3}{3\times3\times3\times3\times3} = 1$

a^0 ಎಂದರೆ ಏನು?

ಮುಂದಿನವುಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

$2^6 = 64$
$2^5 = 32$
$2^4 = 16$
$2^3 = 8$
$2^2 = ?$
$2^1 = ?$
$2^0 = ?$

2^0 ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಈ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಅಭ್ಯಾಸಿಸುವ ಮೂಲಕ ಊಹೆ ಮಾಡಬಹುದು.

ಇಲ್ಲಿ $2^0 = 1$ ಎಂದು ಕಾಣಬಹುದು.

ನೀವು $3^6 = 729$ ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ.

ಮೇಲೆ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ 3^5, 3^4, 3^3,.... ಇತ್ಯಾದಿಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿ, $3^0 = ?$

ಘಾತಾಂಕಗಳ ನಿಯಮ ಬಳಸಿ,

$$3^5 \div 3^5 = 3^{5-5} = 3^0$$

ಆದ್ದರಿಂದ, $3^0 = 1$

7^0 ಯಾವುದಕ್ಕೆ ಸಮ ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?

$$7^3 \div 7^3 = 7^{3-3} = 7^0$$

ಮತ್ತು $\dfrac{7^3}{7^3} = \dfrac{7 \times 7 \times 7}{7 \times 7 \times 7} = 1$

ಆದ್ದರಿಂದ, $7^0 = 1$

ಅದೇ ರೀತಿ $a^3 \div a^3 = a^{3-3} = a^0$

ಮತ್ತು $a^3 \div a^3 = \dfrac{a^3}{a^3} = \dfrac{a \times a \times a}{a \times a \times a} = 1$

ಹೀಗಾಗಿ, $a^0 = 1$ (a ಸೊನ್ನೆಯಲ್ಲದ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ)

ಆದ್ದರಿಂದ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆ (0 ಯನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ)ಯ ಘಾತಸೂಚಿ '0' ಯಾಗಿದ್ದರೆ, ಅದರ ಬೆಲೆ 1 ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

13.4 ಘಾತಾಂಕಗಳ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಬಳಸಿರುವ ಇತರೆ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

ಘಾತಾಂಕಗಳ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸೋಣ.

ಉದಾಹರಣೆ 10. $8 \times 8 \times 8 \times 8$ ನ್ನು ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯೆ 2 ಇರುವಂತೆ ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: $8 \times 8 \times 8 \times 8 = 8^4$

ಆದರೆ $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

ಆದ್ದರಿಂದ $8^4 = (2^3)^4 = 2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3$

$= 2^{3 \times 4}$ [$(a^m)^n = a^{mn}$ ನ್ನೂ ಬಳಸಬಹುದು]

$= 2^{12}$

ಉದಾಹರಣೆ 11. ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ ಮತ್ತು ಉತ್ತರವನ್ನು ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $\left(\dfrac{3^7}{3^2}\right) \times 3^5$ (ii) $2^3 \times 2^2 \times 5^5$ (iii) $(6^2 \times 6^4) \div 6^3$

(iv) $[(2^2)^3 \times 3^6] \times 5^6$ (v) $8^2 \div 2^3$.

ಪರಿಹಾರ:

(i) $\left(\dfrac{3^7}{3^2}\right)\times 3^5 = (3^{7-2}) \times 3^5$

$= 3^5 \times 3^5 = 3^{5+5} = 3^{10}$

(ii) $2^3 \times 2^2 \times 5^5 = 2^{3+2} \times 5^5$

$= 2^5 \times 5^5 = (2 \times 5)^5 = 10^5$

(iii) $\left(6^2 \times 6^4\right) \div 6^3 = 6^{2+4} \div 6^3$

$= \dfrac{6^6}{6^3} = 6^{6-3} = 6^3$

(iv) $\left[\left(2^2\right)^3 \times 3^6\right] \times 5^6 = [2^6 \times 3^6] \times 5^6$

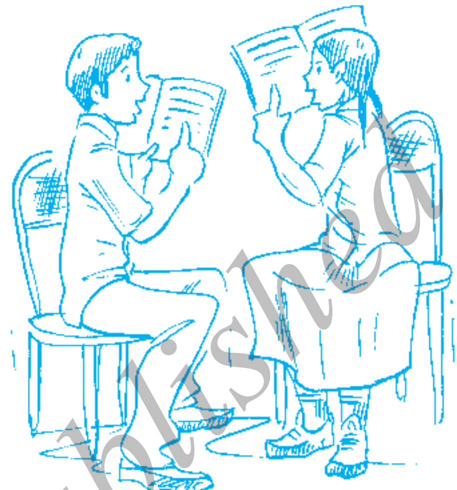
$= (2^6 \times 3^6) \times 5^6$

$= (2 \times 3 \times 5)^6 = 30^6$

(v) $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

ಆದ್ದರಿಂದ $8^2 \div 2^3 = (2^3)^2 \div 2^3$

$= 2^6 \div 2^3 = 2^{6-3} = 2^3$



ಉದಾಹರಣೆ 12. ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ:

(i) $\dfrac{12^4 \times 9^3 \times 4}{6^3 \times 8^2 \times 27}$ (ii) $2^3 \times a^3 \times 5a^4$ (iii) $\dfrac{2 \times 3^4 \times 2^5}{9 \times 4^2}$

ಪರಿಹಾರ:

(i) $\dfrac{12^4 \times 9^3 \times 4}{6^3 \times 8^2 \times 27} = \dfrac{(2^2\times 3)^4 \times (3^2)^3 \times 2^2}{(2\times 3)^3 \times (2^3)^2 \times 3^3}$

$= \dfrac{\left(2^2\right)^4 \times (3)^4 \times 3^{2\times 3} \times 2^2}{2^3 \times 3^3 \times 2^{2\times 3} \times 3^3} = \dfrac{2^8 \times 2^2 \times 3^4 \times 3^6}{2^3 \times 2^6 \times 3^3 \times 3^3}$

$= \dfrac{2^{8+2} \times 3^{4+6}}{2^{3+6} \times 3^{3+3}} = \dfrac{2^{10} \times 3^{10}}{2^9 \times 3^6}$

$= 2^{10-9} \times 3^{10-6} = 2^1 \times 3^4 = 2 \times 81 = 162$

(ii) $2^3 \times a^3 \times 5a^4 = 2^3 \times a^3 \times 5 \times a^4$

$= 2^3 \times 5 \times a^3 \times a^4 = 8 \times 5 \times a^{3+4} = 40\, a^7$

(iii) $\dfrac{2 \times 3^4 \times 2^5}{9 \times 4^2} = \dfrac{2 \times 3^4 \times 2^5}{3^2 \times \left(2^2\right)^2} = \dfrac{2 \times 2^5 \times 3^4}{3^2 \times 2^{2\times 2}}$

$$= \frac{2^{1+5} \times 3^4}{2^4 \times 3^2} = \frac{2^6 \times 3^4}{2^4 \times 3^2} = 2^{6-4} \times 3^{4-2}$$

$$= 2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$$

ಗಮನಿಸಿ: ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡಿರುವ ಬಹುತೇಕ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ, ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಘಾತಾಂಕದ ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಲಾಗಿದೆ. ಆದರೆ, ಈ ಅಧ್ಯಾಯದ ಎಲ್ಲಾ ಫಲಿತಾಂಶಗಳು ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೂ ಸಮಾನವಾಗಿ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ 13.2

1. ಘಾತಾಂಕಗಳ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಸುಲಭೀಕರಿಸಿ ಮತ್ತು ಉತ್ತರವನ್ನು ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ:

(i) $3^2 \times 3^4 \times 3^8$ (ii) $6^{15} \div 6^{10}$ (iii) $a^3 \times a^2$

(iv) $7^x \times 7^2$ (v) $\left(5^2\right)^3 \div 5^3$ (vi) $2^5 \times 5^5$

(vii) $a^4 \times b^4$ (viii) $\left(3^4\right)^3$ (ix) $\left(2^{20} \div 2^{15}\right) \times 2^3$

(x) $8^t \div 8^2$

2. ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನು ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ:

(i) $\dfrac{2^3 \times 3^4 \times 4}{3 \times 32}$ (ii) $\left(\left(5^2\right)^3 \times 5^4\right) \div 5^7$ (iii) $25^4 \div 5^3$

(iv) $\dfrac{3 \times 7^2 \times 11^8}{21 \times 11^3}$ (v) $\dfrac{3^7}{3^4 \times 3^3}$ (vi) $2^0 + 3^0 + 4^0$

(vii) $2^0 \times 3^0 \times 4^0$ (viii) $(3^0 + 2^0) \times 5^0$ (ix) $\dfrac{2^8 \times a^5}{4^3 \times a^3}$

(x) $\left(\dfrac{a^5}{a^3}\right) \times a^8$ (xi) $\dfrac{4^5 \times a^8 b^3}{4^5 \times a^5 b^2}$ (xii) $\left(2^3 \times 2\right)^2$

3. ಸರಿ ಅಥವಾ ತಪ್ಪು ತಿಳಿಸಿ ಮತ್ತು ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ:

(i) $10 \times 10^{11} = 100^{11}$ (ii) $2^3 > 5^2$

(iii) $2^3 \times 3^2 = 6^5$ (iv) $3^0 = (1000)^0$

4. ಮುಂದಿನವುಗಳನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಘಾತಾಂಕಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ:

(i) 108×192 (ii) 270 (iii) 729×64 (iv) 768

5. ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ:

(i) $\dfrac{\left(2^5\right)^2 \times 7^3}{8^3 \times 7}$ (ii) $\dfrac{25 \times 5^2 \times t^8}{10^3 \times t^4}$ (iii) $\dfrac{3^5 \times 10^5 \times 25}{5^7 \times 6^5}$

13.5 ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ

ನಮಗೆ ಈಗಾಗಲೇ ತಿಳಿದಿರುವ 47561ರ ವಿಸ್ತರಣಾ ರೂಪವನ್ನು ಗಮನಿಸೋಣ.

$$47561 = 4 \times 10000 + 7 \times 1000 + 5 \times 100 + 6 \times 10 + 1$$

ಇದನ್ನು ನಾವು 10ರ ಘಾತವನ್ನು ಬಳಸಿ ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು.

ಆದ್ದರಿಂದ, $47561 = 4 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 1 \times 10^0$

($10{,}000 = 10^4$, $1000 = 10^3$, $100 = 10^2$, $10 = 10^1$ ಮತ್ತು $1 = 10^0$ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ)

ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸೋಣ,

$104278 = 1 \times 100{,}000 + 0 \times 10{,}000 + 4 \times 1000 + 2 \times 100 + 7 \times 10 + 8 \times 1$

$= 1 \times 10^5 + 0 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 8 \times 10^0$

$= 1 \times 10^5 + 4 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 8 \times 10^0$

ಇಲ್ಲಿ 10ರ ಘಾತ ಎಡದಿಂದ ಬಲಕ್ಕೆ ಗರಿಷ್ಠ 5 ರಿಂದ ಪ್ರತಿ ಹಂತದಲ್ಲೂ ಒಂದೊಂದು ಘಾತ ಹೇಗೆ ಸೊನ್ನೆಯವರೆಗೂ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

10ರ ಘಾತ ಬಳಸಿ ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವಿಸ್ತರಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) 172
(ii) 5,643
(iii) 56,439
(iv) 1,76,428

13.6 ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆದರ್ಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವುದು

ಈ ಅಧ್ಯಾಯದ ಪ್ರಾರಂಭದಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಿದ ವಿಷಯವನ್ನು ಯೋಚಿಸೋಣ. ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಮಗೆ ಅನುಕೂಲವಾಗುವಂತೆ ಘಾತಾಂಕಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು ಎಂದು ಹೇಳಿದ್ದೇವೆ. ಈವರೆಗೂ ಅದನ್ನು ನಾವು ತೋರಿಸಿಲ್ಲ. ಈಗ ಅದನ್ನು ಮಾಡೋಣ.

1. ನಮ್ಮ ಗ್ಯಾಲಾಕ್ಸಿ ಆಕಾಶಗಂಗೆಯ ಕೇಂದ್ರ ಸ್ಥಾನದಿಂದ ಸೂರ್ಯನು 300,000,000,000,000,000,000 m ದೂರದಲ್ಲಿದ್ದಾನೆ.
2. ನಮ್ಮ ಗ್ಯಾಲಾಕ್ಸಿಯಲ್ಲಿ 100,000,000,000 ನಕ್ಷತ್ರಗಳಿವೆ.
3. ಭೂಮಿಯ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ 5,976,000,000,000,000,000,000,000 kg ಇದೆ.

ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಓದಲು ಮತ್ತು ಬರೆಯಲು ಅನುಕೂಲವಾಗಿಲ್ಲ ಅಥವಾ ಸರಳವಾಗಿಲ್ಲ. ಇದನ್ನು ಸರಳಗೊಳಿಸಲು ಘಾತಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತೇವೆ.

ಮುಂದಿನವುಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ:

$59 = 5.9 \times 10 = 5.9 \times 10^1$

$590 = 5.9 \times 100 = 5.9 \times 10^2$

$5900 = 5.9 \times 1000 = 5.9 \times 10^3$

$5900 = 5.9 \times 10000 = 5.9 \times 10^4$ ಮುಂತಾದವು.

ಈ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಾವು **ಆದರ್ಶ ರೂಪ**ದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿರುತ್ತೇವೆ. ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 1.0 ಮತ್ತು 10.0ಯ ನಡುವಿನ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಇದು 10 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದ 1.0ನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುತ್ತದೆ ಹೀಗೆ ಬರೆಯುವ ಕ್ರಮವನ್ನು ಅದರ **ಆದರ್ಶ ರೂಪ** ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಹೀಗೆ, $5{,}985 = 5.985 \times 1{,}000 =$ 5,985ರ ಆದರ್ಶ ರೂಪ 5.985×10^3.

ಗಮನಿಸಿ, 5,985 ಅನ್ನು 59.85×100 ಅಥವಾ 59.85×10^2 ಎಂದು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು. ಆದರೆ, ಇದು ಆದರ್ಶ ರೂಪವಲ್ಲ. ಅದೇ ರೀತಿ $5{,}985 = 0.5985 \times 10{,}000 = 0.5985 \times 10^4$ ಸಹ 5985ರ ಆದರ್ಶ ರೂಪವಲ್ಲ.

ಈಗ ನಾವು ಈ ಅಧ್ಯಾಯದ ಪ್ರಾರಂಭದಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಿದ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಈ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲು ಸಿದ್ಧರಿದ್ದೇವೆ.

ನಮ್ಮ ಗ್ಯಾಲಾಕ್ಸಿಯ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಸೂರ್ಯನಿಗಿರುವ ದೂರ ಅಂದರೆ,

300,000,000,000,000,000,000 m ನ್ನು

$3.0 \times 100{,}000{,}000{,}000{,}000{,}000{,}000 = 3.0 \times 10^{20}$ m ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಈಗ ನೀವು 40,000,000,000 ನ್ನು ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಲ್ಲಿರಾ?

ಇದರಲ್ಲಿರುವ ಸೊನ್ನೆಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಿ. 10 ಸೊನ್ನೆಗಳಿವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $40{,}000{,}000{,}000 = 4.0 \times 10^{10}$

ಭೂಮಿಯ ದ್ರವ್ಯ ರಾಶಿ $= 5{,}976{,}000{,}000{,}000{,}000{,}000{,}000{,}000$ kg

$= 5.976 \times 10^{24}$ kg

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 25 ಅಂಕಿಗಳಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವ ಬದಲು ಆದರ್ಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆದರೆ, ಅದನ್ನು ಓದುವುದು, ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಮತ್ತು ಹೋಲಿಸುವುದು ತುಂಬಾ ಸುಲಭವಾಗುವುದು ಎಂಬ ಸಂಗತಿಯನ್ನು ನೀವು ಒಪ್ಪಿಕೊಳ್ಳುವಿರಾ?

ಈಗ ಯುರೇನಸ್‌ನ ದ್ರವ್ಯ ರಾಶಿ $= 86{,}800{,}000{,}000{,}000{,}000{,}000{,}000{,}000$ kg

$= 8.68 \times 10^{25}$ kg

ಮೇಲಿನ ಎರಡರಲ್ಲೂ ಕೇವಲ 10ರ ಘಾತವನ್ನು ಹೋಲಿಸುವುದರಿಂದ, ಯುರೇನಸ್‌ನ ದ್ರವ್ಯ ರಾಶಿ ಭೂಮಿಯ ದ್ರವ್ಯ ರಾಶಿಗಿಂತ ದೊಡ್ಡದು ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಸೂರ್ಯ ಮತ್ತು ಶನಿ ಗ್ರಹದ ನಡುವಿನ ಅಂತರ 1,433,500,000,000 m ಅಥವಾ 1.4335×10^{12} m.

ಶನಿ ಮತ್ತು ಯುರೇನಸ್ ನಡುವಿನ ಅಂತರ 1,439,000,000,000 m ಅಥವಾ 1.439×10^{12} m.

ಸೂರ್ಯ ಮತ್ತು ಭೂಮಿಯ ನಡುವಿನ ಅಂತರ 149, 600,000,000 m ಅಥವಾ 1.496×10^{11} m.

ಈ ಮೂರರಲ್ಲಿ ಯಾವ ದೂರ ಚಿಕ್ಕದು ಎಂದು ನೀವು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?

ಉದಾಹರಣೆ 13: ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆದರ್ಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ:

(i) 5985.3 (ii) 65,950

(iii) 3,430,000 (iv) 70,040,000,000

ಪರಿಹಾರ:

(i) $5985.3 = 5.9853 \times 1000 = 5.9853 \times 10^3$

(ii) $65,950 = 6.595 \times 10,000 = 6.595 \times 10^4$

(iii) $3,430,000 = 3.43 \times 1,000,000 = 3.43 \times 10^6$

(iv) $70,040,000,000 = 7.004 \times 10,000,000,000 = 7.004 \times 10^{10}$

ಇಲ್ಲಿ ನೆನಪಿಡಬೇಕಾದ ಒಂದು ಅಂಶವೇನೆಂದರೆ, ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವಿನ ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಅಂಕಿ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿದೆ ಎಂದರೆ ಅದು ಆದರ್ಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ 10ರ ಘಾತವಾಗುತ್ತದೆ. ಹೀಗೆ 70,040,000,000ರಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವನ್ನು ತೋರಿಸಿಲ್ಲ; ಆದರೆ ಅದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿದೆ (ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿ) ಎಂದು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ. ಅಲ್ಲಿಂದ ಎಡಭಾಗಕ್ಕೆ ಒಟ್ಟು 11 ಅಂಕಿಗಳಿವೆ. ಆದರ್ಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ 10ರ ಘಾತವು $11 - 1 = 10$ ಆಗುತ್ತದೆ. 5985.3ರಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವಿನ ಎಡಕ್ಕೆ 4 ಅಂಕಿಗಳಿವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಆದರ್ಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ 10ರ ಘಾತವು $4 - 1 = 3$ ಆಗುತ್ತದೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ 13.3

1. ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿದ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

279404, 3006194, 2806196, 120719, 20068

2. ಮುಂದಿನ ವಿಸ್ತರಣಾ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(a) $8 \times 10^4 + 6 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 5 \times 10^0$

(b) $4 \times 10^5 + 5 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 2 \times 10^0$

(c) $3 \times 10^4 + 7 \times 10^2 + 5 \times 10^0$

(d) $9 \times 10^5 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10^1$

3. ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆದರ್ಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ:

(i) 5,00,00,000 (ii) 70,00,000 (iii) 3,18,65,00,000

(iv) 3,90,878 (v) 39087.8 (vi) 3908.78

4. ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಹೇಳಿಕೆಗಳಲ್ಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆದರ್ಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ:

(a) ಭೂಮಿ ಮತ್ತು ಚಂದ್ರನ ನಡುವಿನ ಅಂತರ 384,000,000 m.

(b) ನಿರ್ವಾತದಲ್ಲಿ ಬೆಳಕಿನ ವೇಗ 300,000,000 m/s.

(c) ಭೂಮಿಯ ವ್ಯಾಸ 1,27,56,000 m .

(d) ಸೂರ್ಯನ ವ್ಯಾಸ 1,400,000,000 m .

(e) ಒಂದು ಗ್ಯಾಲಾಕ್ಸಿಯಲ್ಲಿ ಸರಿಸುಮಾರು 100,000,000,000 ನಕ್ಷತ್ರಗಳಿವೆ.

(f) ನಮ್ಮ ವಿಶ್ವವು ಸುಮಾರು 12,000,000,000 ವರ್ಷ ಹಳೆಯದು ಎಂದು ಅಂದಾಜಿಸಲಾಗಿದೆ.

(g) ಆಕಾಶಗಂಗೆ ಗ್ಯಾಲಾಕ್ಸಿಯ ಕೇಂದ್ರ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಸೂರ್ಯನಿಗಿರುವ ಅಂತರ 300,000,000,000,000,000,000 m ಎಂದು ಅಂದಾಜಿಸಲಾಗಿದೆ.

(h) 1.8 g ತೂಕವಿರುವ ಒಂದು ಹನಿ ನೀರಿನಲ್ಲಿ 60,230,000,000,000,000,000,000 ಕಣಗಳಿರುತ್ತವೆ.

(i) ಭೂಮಿಯು 1,353,000,000 ಘನ ಕಿಲೋಮೀಟರ್ ಸಮುದ್ರದ ನೀರನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

(j) ಮಾರ್ಚ್ 2001ರ ಪ್ರಕಾರ ಭಾರತದ ಜನಸಂಖ್ಯೆ 1,027,000,000.

ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿರುವ ಅಂಶಗಳು

1. ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಓದುವುದು, ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಮತ್ತು ಹೋಲಿಸುವುದು ಅವುಗಳ ಮೇಲೆ ಗಣಿತದ ಕ್ರಿಯೆ ಮಾಡುವುದು ಕಷ್ಟಕರ. ಇವುಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಸುಲಭಗೊಳಿಸಲು, ಘಾತಾಂಕಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸರಳ ರೂಪಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಬಹುದು.

2. ಮುಂದಿನವುಗಳು ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘಾತಾಂಕ ರೂಪಗಳು.

$10,000 = 10^4$ (10ರ ಘಾತ 4 ಎಂದು ಓದುತ್ತೇವೆ.)

$243 = 3^5, \quad 128 = 2^7.$

ಇಲ್ಲಿ 10,3 ಮತ್ತು 2 ಆಧಾರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು 4, 5 ಮತ್ತು 7ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಘಾತಗಳು. ನಾವು 10,000ನ್ನು 10ರ ಘಾತ 4, 243ನ್ನು 3ರ ಘಾತ 5 ಎಂದೂ ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.

3. ಘಾತಾಂಕ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಕೆಲವು ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪಾಲಿಸುತ್ತವೆ. ಅವುಗಳೆಂದರೆ:

ಯಾವುದೇ ಸೊನ್ನೆಯಲ್ಲದ ಪೂರ್ಣಾಂಕ a ಮತ್ತು b ಹಾಗೂ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ m ಮತ್ತು n ಗಳಿಗೆ,

(a) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

(b) $a^m \div a^n = a^{m-n}, m > n$

(c) $(a^m)^n = a^{mn}$

(d) $a^m \times b^m = (ab)^m$

(e) $a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

(f) $a^0 = 1$

(g) $(-1)^{\text{ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆ}} = 1$

$(-1)^{\text{ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ}} = -1$

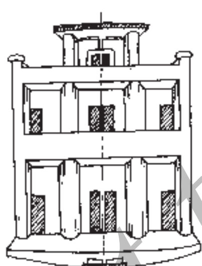
ಅಧ್ಯಾಯ – 14

ಸಮಮಿತಿ

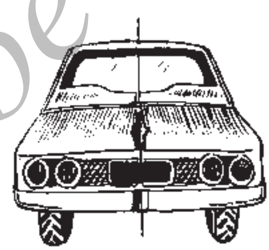
BJENY6

14.1 ಪೀಠಿಕೆ

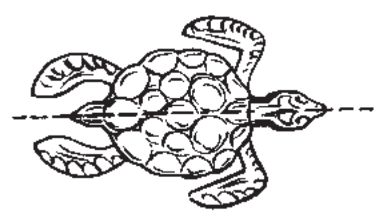
ಸಮಮಿತಿಯು ನಿಸರ್ಗದಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಕಂಡುಬರುವ ಬಹುಮುಖ್ಯವಾದ ರೇಖಾಗಣಿತೀಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಅದು ಪ್ರತಿಯೊಂದೂ ಚಟುವಟಿಕಾ ಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲೂ ಬಹಳಷ್ಟು ಬಳಕೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಕಲಾವಿದರು, ವೃತ್ತಿದಾರರು, ವಸ್ತ್ರಾಭರಣ ಅಥವಾ ಒಡವೆಗಳ ವಿನ್ಯಾಸಕಾರರು, ಕಾರು ಉತ್ಪಾದಕರು, ವಾಸ್ತುಶಿಲ್ಪಿಗಳು ಮತ್ತು ಅನೇಕರು ಸಮಮಿತಿಯ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಬಳಸುತ್ತಾರೆ. ಜೇನುಗೂಡುಗಳು, ಹೂಗಳು, ಮರದ ಎಲೆಗಳು, ಧಾರ್ಮಿಕ ಸಂಕೇತಗಳು, ಕಂಬಳಿ, ಕರವಸ್ತ್ರಗಳು ಹೀಗೆ ಎಲ್ಲೆಡೆಯೂ, ನೀವು ಸಮಮಿತಿಯ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಕಾಣುತ್ತೀರಿ.



ವಾಸ್ತುಶಿಲ್ಪ



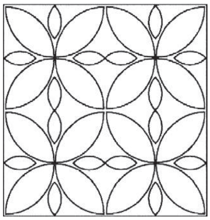
ತಂತ್ರಜ್ಞಾನ

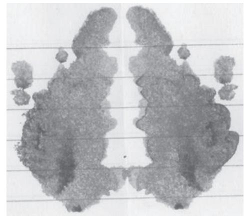


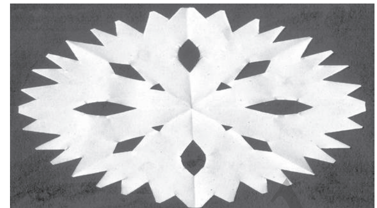
ನಿಸರ್ಗ

ನಿಮಗೆ ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ 'ರೇಖಾ ಸಮಮಿತಿ' ಯ ಒಂದು ಅನುಭವವಿದೆ. ಒಂದು ರೇಖೆಯ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಮಡಚಿದಾಗ, ಚಿತ್ರದ ಎರಡೂ ಭಾಗಗಳು ಸಮ್ಮಿಳಿತವಾದರೆ, ಆ ಚಿತ್ರವು ರೇಖಾ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

ಈ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಸ್ಮರಿಸಲು ನೀವು ಇಷ್ಟಪಡಬಹುದು. ನಿಮಗೆ ಸಹಾಯವಾಗಲೆಂದು ಕೆಲವು ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿದೆ.





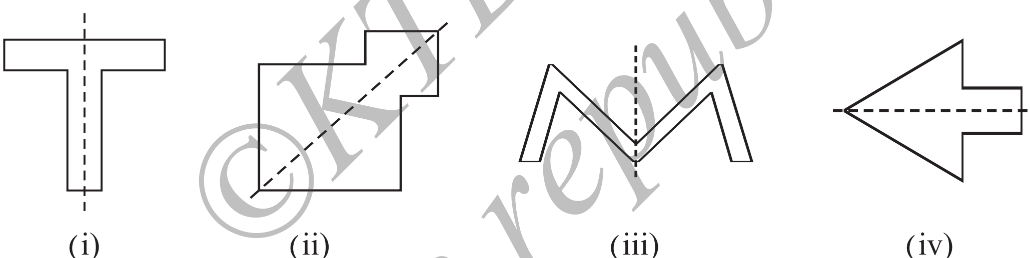


ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ತೋರಿಸುವ ವರ್ಣೀಕೃತ ಶಾಹಿ–ಚುಕ್ಕೆಯ ಕಾಗದಗಳ ಸಮಮಿತಿಯ ಕೆಲವು ಚಿತ್ರ ಸಂಗ್ರಹವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಿ ಕೆಲವು ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ).

ನೀವು ಸಂಗ್ರಹಿಸಿದ ರೇಖಾಸಮಮಿತಿಗಳ ರಚನೆಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ ಆನಂದಿಸಿ.

ಈಗ ಸಮಮತಿಗಳ ಮೇಲಿನ ನಮ್ಮ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ಗಟ್ಟಿಗೊಳಿಸೋಣ. ರೇಖೆಗಳ ಮೂಲಕ ಗುರ್ತಿಸಿರುವ ಸಮಮಿತಿ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಮುಂದಿನ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಅಭ್ಯಸಿಸಿ.

ನೀವು ಸಂಗ್ರಹಿಸಿದ ರಚನೆಗಳಲ್ಲಿ ರೇಖಾ ಸಮಮಿತಿಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸು.



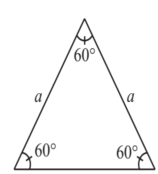
ಚಿತ್ರ 14.1

14.2 ನಿಯತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳ ಸಮಮಿತಿ ರೇಖೆಗಳು

ನಿಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ, ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯು ಅನೇಕ ರೇಖಾಖಂಡಗಳಿಂದ ಆವೃತವಾದ ಆಕೃತಿವಾಗಿದೆ. ತ್ರಿಭುಜವು ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆಯ ರೇಖಾಖಂಡಗಳಿಂದ ರಚಿತವಾದ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯಾಗಿದೆ. (ಇನ್ನೂ ಕಡಿಮೆ ರೇಖಾಖಂಡಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯು ಇರಲು ಸಾಧ್ಯವೇ? ಆಲೋಚಿಸಿ.)

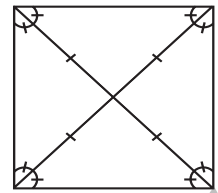
ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವ ಮತ್ತು ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯನ್ನು ನಿಯತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವು ಮೂರು ಬಾಹುಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ನಿಯತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯಾಗಿದೆ. ನಾಲ್ಕು ಬಾಹುಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ನಿಯತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯನ್ನು ಹೆಸರಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?

ಒಂದು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವು ನಿಯತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿ ಏಕೆಂದರೆ ಪ್ರತೀ ಬಾಹುವು ಸಮನಾದ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಮತ್ತು ಪ್ರತೀ ಕೋನದ ಅಳತೆ $60°$ ಆಗಿದೆ. (ಚಿತ್ರ 14.2)



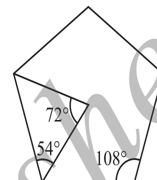
ಚಿತ್ರ 14.2

ಪ್ರತೀ ಕೋನವು ಲಂಬಕೋನ (90°) ಆಗಿದ್ದು ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮನಾದ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದರಿಂದ ಚೌಕವು ಸಹ ನಿಯತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯಾಗಿದೆ. ಅದರ ಕರ್ಣಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಲಂಬವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು. (ಚಿತ್ರ 14.3)



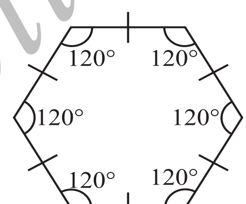
ಚಿತ್ರ 14.3

ಪಂಚಭುಜಾಕೃತಿಯು ನಿಯತವಾಗಿದ್ದರೆ, ಸಹಜವಾಗಿ ಅದರ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರಬೇಕು. ನೀವು, ಆನಂತರ ಅದರ ಪ್ರತೀ ಕೋನದ ಅಳತೆ 108° ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಲಿಯುವಿರಿ. (ಚಿತ್ರ 14.4)



ಚಿತ್ರ 14.4

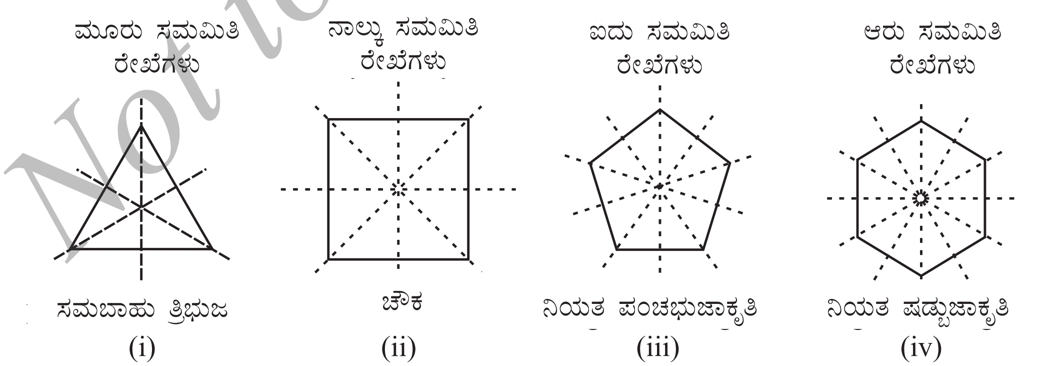
ಒಂದು ನಿಯುತ ಷಡ್ಭುಜಾಕೃತಿಯು ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದು, ಪ್ರತಿ ಕೋನದ ಅಳತೆ 120° ಆಗಿರುತ್ತದೆ. (ಚಿತ್ರ 14.5) ಈ ಚಿತ್ರಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನೀವು ಆನಂತರ ಕಲಿಯುವಿರಿ.



ಚಿತ್ರ 14.5

ನಿಯತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು ಸಮಮಿತಿ ಆಕೃತಿಗಳಾಗಿದ್ದು ಅವುಗಳ ಸಮಮಿತಿ ರೇಖೆಗಳು ಬಹಳಷ್ಟು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕವಾಗಿವೆ.

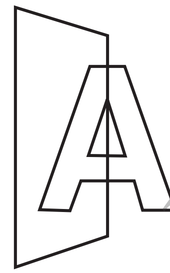
ಪ್ರತೀ ನಿಯತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯು ಎಷ್ಟು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆಯೋ, ಅಷ್ಟೇ ಸಮಮಿತಿ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. [ಚಿತ್ರ 14.6 (i) - (iv)]. ಅವು ಬಹು ಸಮಮಿತಿ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.



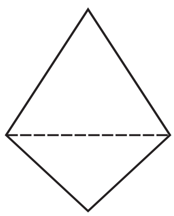
ಚಿತ್ರ 14.6

ಬಹುಶಃ, ಇದನ್ನು ನೀವು ಹಾಳೆ ಮಡಚುವುದರ ಮೂಲಕ ಪರೀಕ್ಷಿಸಲು ಇಚ್ಛಿಸಿರಬಹುದು. ಮುಂದುವರೆಯಿರಿ!

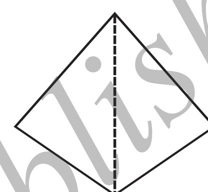
ರೇಖಾ ಸಮಮಿತಿಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯ ದರ್ಪಣದ ಪ್ರತಿಫಲನಕ್ಕೆ ಬಹುಮಟ್ಟಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದೆ. ಅರ್ಧವು ಇನ್ನೊಂದು ಅರ್ಧದ ಪ್ರತಿಬಿಂಬವಾಗಿದ್ದರೆ, ಅಂತಹ ಆಕೃತಿಯು ರೇಖಾ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ (ಚಿತ್ರ 14.7). ಆದ್ದರಿಂದ ದರ್ಪಣದ ರೇಖೆಯು, ರೇಖಾ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ವೀಕ್ಷಿಸಲು ಸಹಾಯಕವಾಗುತ್ತದೆ.



ಚಿತ್ರ 14.7



ಬಿಂದು ರೇಖೆಯು ದರ್ಪಣ ರೇಖೆಯೇ? ಇಲ್ಲ.

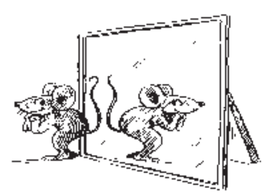


ಬಿಂದು ರೇಖೆಯು ದರ್ಪಣ ರೇಖೆಯೇ? ಹೌದು.

ಚಿತ್ರ 14.8

ಚಿತ್ರ 14.9 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, ದರ್ಪಣದ ಪ್ರತಿಫಲನವನ್ನು ಅಭ್ಯಸಿಸುವಾಗ, ನಿಲುವಿನ ಎಡ–ಬಲಗಳ ಬದಲಾವಣೆಗಳನ್ನು ಜಾಗರೂಕತೆಯಿಂದ ಗುರ್ತಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

(i)



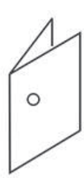
(ii)

ಚಿತ್ರ 14.9

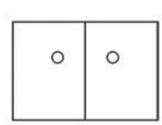
ಆಕಾರವು ಒಂದೇ ಆಗಿದ್ದರೂ, ಇನ್ನೊಂದು ಬದಿಯಲ್ಲಿ ತಿರುಗಿರುತ್ತದೆ!

ಈ ರಂಧ್ರಕ ಆಟವನ್ನು ಆಡಿ.

ಹಾಳೆಯನ್ನು ಎರಡು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಮಡಚಿ



ಒಂದು ರಂಧ್ರವನ್ನು ಮಾಡಿ



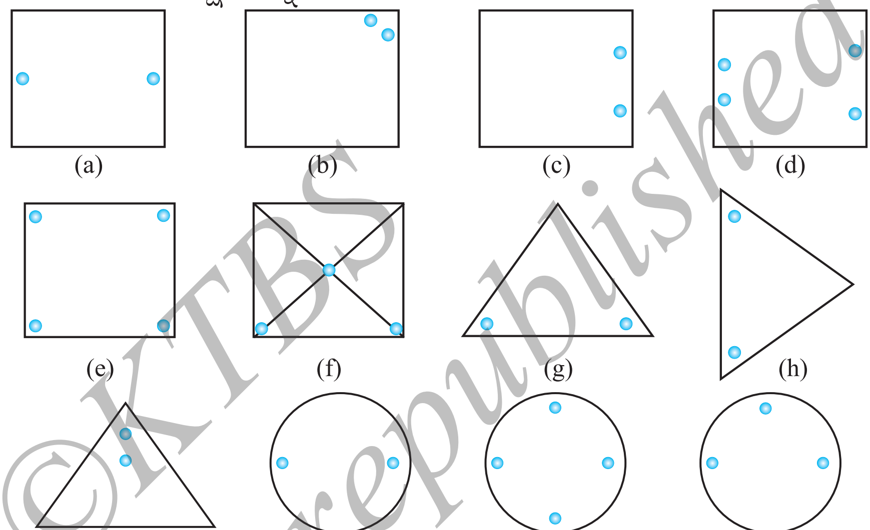
ಸಮಮಿತಿ ಮಡಿಕೆಯ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ರಂಧ್ರಗಳು

ಚಿತ್ರ 14.10

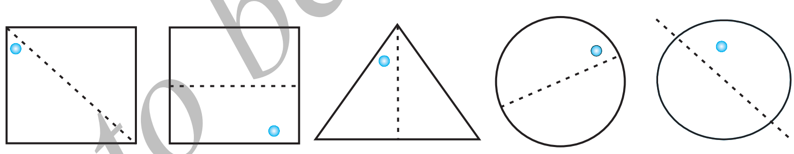
ಮಡಿಕೆಯು ಸಮಮಿತಿಯ ರೇಖೆ (ಅಥವಾ ಅಕ್ಷ)ವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಮಡಚಿದ ಹಾಳೆಯ ವಿಭಿನ್ನ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿನ ರಂಧ್ರಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಮತ್ತು ಸಂಬಂಧಿತ ರೇಖಾ ಸಮಮಿತಿಯ ಬಗ್ಗೆ ಅಭ್ಯಸಿಸಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ 14.1

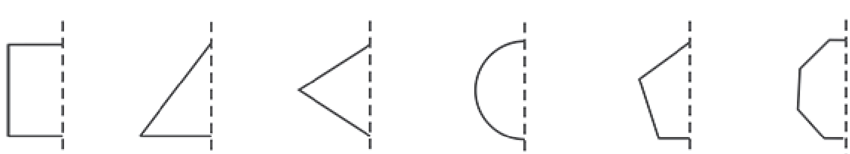
1. ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ರಂಧ್ರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ನಕಲು ಮಾಡಿ, ಸಮಮಿತಿ ಅಕ್ಷಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



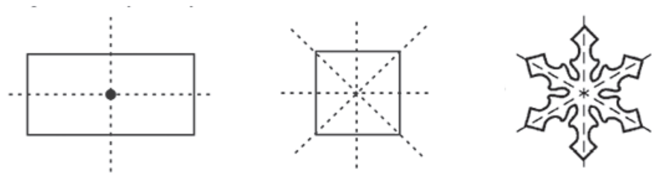
2. ಸಮಮಿತಿ ರೇಖೆಯನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿದೆ, ಇನ್ನೊಂದು ರಂಧ್ರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



3. ಮುಂದಿನ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ದರ್ಪಣ ರೇಖೆ (ಅಂದರೆ ಸಮಮಿತಿ ರೇಖೆ) ಯನ್ನು ಬಿಂದುಗಳ ರೇಖೆಯಾಗಿ ನೀಡಿದೆ. ಬಿಂದುಗಳ ರೇಖೆಯ ಮೂಲಕ ಪ್ರತೀ ಚಿತ್ರದ ಪ್ರತಿಫಲನ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ (ಬಹುಶಃ ಬಿಂದುಗಳ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ದರ್ಪಣವನ್ನು ಇರಿಸಿ ಆಕೃತಿಯ ಬಿಂಬವನ್ನು ದರ್ಪಣದಲ್ಲಿ ವೀಕ್ಷಿಸಬೇಕಾಗಬಹುದು) ನೀವು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿದ ಆಕೃತಿಯ ಹೆಸರನ್ನು ಸ್ಮರಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?

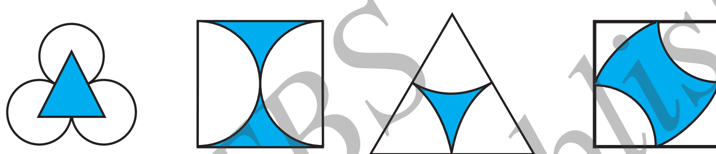


4. ಮುಂದಿನ ಚಿತ್ರಗಳಿಗೆ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸಮಮಿತಿ ರೇಖೆಗಳಿವೆ. ಅಂತಹ ಚಿತ್ರಗಳಿಗೆ ಬಹುರೇಖಾ ಸಮಮಿತಿ ಚಿತ್ರಗಳು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

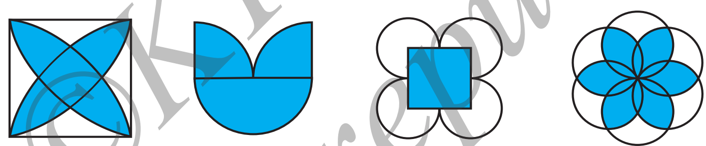


(a) (b) (c)

ಮುಂದಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಬಹುರೇಖಾ ಸಮಮಿತಿಗಳಿದ್ದರೆ, ಗುರ್ತಿಸಿ.

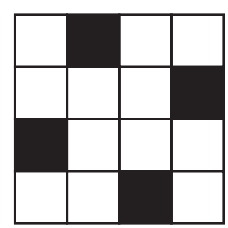


(a) (b) (c) (d)

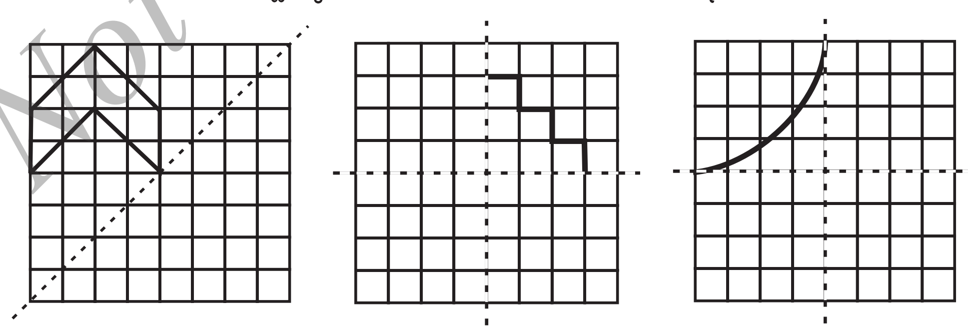


(e) (f) (g) (h)

5. ಇಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನಕಲು ಮಾಡಿ. ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಕರ್ಣವನ್ನು ಸಮಮಿತಿ ರೇಖೆಯಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಕರ್ಣದುದ್ದಕ್ಕೂ ಸಮಮಿತಿ ಹೊಂದಿರುವಂತೆ, ಇನ್ನಷ್ಟು ಚೌಕಗಳನ್ನು ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿ. ಇದನ್ನು ಮಾಡಲು ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ವಿಧಾನಗಳಿವೆಯೇ? ಎರಡೂ ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಚಿತ್ರವು ಸಮಮಿತಿ ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆಯೇ?



6. ದರ್ಪಣ ರೇಖೆ(ಗಳ) ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಸಮಮಿತಿ ಇರುವಂತೆ ಪ್ರತಿ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನಕಲು ಮಾಡಿ, ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ.



(a) (b) (c)

7. ಮುಂದಿನ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿನ ಸಮಮಿತಿ ರೇಖೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತಿಳಿಸಿ.

(a) ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ
(b) ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ
(c) ಅಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ
(d) ಚೌಕ
(e) ಆಯತ
(f) ವಜ್ರಾಕೃತಿ
(g) ಸಮನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ
(h) ಚುತುರ್ಭುಜ
(i) ನಿಯತ ಷಡ್ಭುಜಾಕೃತಿ
(j) ವೃತ್ತ

8. ಇಂಗ್ಲೀಷ್ ವರ್ಣಮಾಲೆಯ ಯಾವ ಅಕ್ಷರಗಳಿಗೆ ಪ್ರತಿಫಲನ ಸಮಮಿತಿ ಇದೆ? (ದರ್ಪಣ ಪ್ರತಿಫಲನಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಪ್ರತಿಫಲನ)

(a) ಲಂಬ ದರ್ಪಣ (b) ಅಡ್ಡ ದರ್ಪಣ (c) ಅಡ್ಡ ಮತ್ತು ಲಂಬ ದರ್ಪಣ

9. ಸಮಮಿತಿ ರೇಖೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿಲ್ಲದ ಆಕೃತಿಗಳಿಗೆ ಮೂರು ಉದಾಹರಣೆ ನೀಡಿ.

10. ಮುಂದಿನವುಗಳ ಸಮಮಿತಿ ರೇಖೆಯನ್ನು ಬೇರೆ ಯಾವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೆಸರಿಸಬಹುದು?

(a) ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ (b) ವೃತ್ತ

14.3 ಆವರ್ತ ಸಮಮಿತಿ/ಪರಿಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ

ಗಡಿಯಾರದ ಮುಳ್ಳುಗಳು ಸುತ್ತುವುದರ ಬಗ್ಗೆ ನೀವೇನು ಹೇಳುವಿರಿ ?

ಅವು ಪರಿಭ್ರಮಿಸುತ್ತವೆ ಎಂದು ನೀವು ಹೇಳುತ್ತೀರಿ. ಗಡಿಯಾರದ ಮುಳ್ಳುಗಳು ಗಡಿಯಾರದ ಮುಖದ ಕೇಂದ್ರದ ನಿಶ್ಚಿತ ಬಿಂದುವಿನ ಸುತ್ತ ಒಂದೇ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಪರಿಭ್ರಮಿಸುತ್ತವೆ.

ಗಡಿಯಾರದ ಮುಳ್ಳುಗಳ ಚಲನೆಯನ್ನು ಬಲಸುತ್ತುವಿಕೆ (ಪ್ರದಕ್ಷಿಣಾಕಾರ) ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೆ, ಅದು ಎಡಸುತ್ತುವಿಕೆ (ಅಪ್ರದಕ್ಷಿಣಾಕಾರ) ಎನಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ.

ಛಾವಣಿಗೆ ಅಳವಡಿಸಿರುವ ಪಂಕದ ರೆಕ್ಕೆಗಳ ಪರಿಭ್ರಮಣೆಯ ಬಗ್ಗೆ ನೀವೇನು ಹೇಳುವಿರಿ? ಅವು ಪ್ರದಕ್ಷಿಣವಾಗಿ ಅಥವಾ ಅಪ್ರದಕ್ಷಿಣವಾಗಿ ಸುತ್ತುತ್ತವೆಯೋ? ಅಥವಾ ಎರಡೂ ರೀತಿ ಸುತ್ತುತ್ತವೆಯೇ?

ಬೈಸಿಕಲ್‌ನ ಚಕ್ರವನ್ನು ತಿರುಗಿಸಿದಾಗ ಅದು ಪರಿಭ್ರಮಿಸುತ್ತದೆ. ಅದು ಪ್ರದಕ್ಷಿಣಾಕಾರವಾಗಿ ಮತ್ತು ಅಪ್ರದಕ್ಷಿಣಾಕಾರವಾಗಿ ಎರಡೂ ಬಗೆಗಳಲ್ಲಿ ಪರಿಭ್ರಮಿಸಬಲ್ಲದು. ಪ್ರದಕ್ಷಿಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಅಪ್ರದಕ್ಷಿಣಾಕಾರದ ಪರಿಭ್ರಮಣೆಗೆ ಮೂರು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿ.

ಚಿತ್ರ 14.11

ವಸ್ತುವೊಂದು ಪರಿಭ್ರಮಿಸಿದರೆ ಅದರ ಆಕಾರವಾಗಲೀ, ಗಾತ್ರವಾಗಲೀ ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಪರಿಭ್ರಮಣೆಯು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಬಿಂದುವಿನ ಸುತ್ತ ವಸ್ತುವನ್ನು ತಿರುಗಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಬಿಂದುವು ಪರಿಭ್ರಮಣೆಯ ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಗಡಿಯಾರದ ಮುಳ್ಳುಗಳ ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಕೇಂದ್ರ ಯಾವುದು? ಯೋಚಿಸಿ.

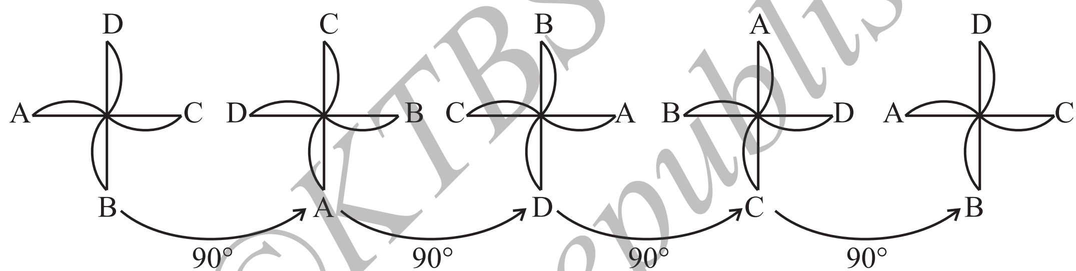
ಪರಿಭ್ರಮಣೆಯಲ್ಲಿ ತಿರುಗುವಿಕೆಯ ಕೋನವನ್ನು 'ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಕೋನ' ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ನಿಮಗೆ ಗೊತ್ತಿರುವಂತೆ, ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸುತ್ತು 360° ಕೋನದ ಪರಿಭ್ರಮಣೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.

(i) ಅರ್ಧ ಸುತ್ತು   (ii) ಕಾಲುಸುತ್ತು ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಪರಿಭ್ರಮಣೆಯ ಕೋನದ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು ?

ಅರ್ಧಸುತ್ತು ಎಂದರೆ 180° ಪರಿಭ್ರಮಣೆ, ಕಾಲು ಸುತ್ತು ಎಂದರೆ 90° ಪರಿಭ್ರಮಣೆ.

12 ಗಂಟೆಯಾದಾಗ ಗಡಿಯಾರದ ಮುಳ್ಳುಗಳು ಒಟ್ಟಿಗಿರುತ್ತವೆ. 3 ಗಂಟೆಯ ವೇಳೆಗೆ ನಿಮಿಷದ ಮುಳ್ಳು ಮೂರು ಪೂರ್ಣ ಸುತ್ತುಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿರುತ್ತದೆ; ಆದರೆ ಗಂಟೆಯ ಮುಳ್ಳು ಕಾಲು ಸುತ್ತು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿರುತ್ತದೆ. 6 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಅವುಗಳ ಸ್ಥಾನದ ಬಗ್ಗೆ ನೀವೇನು ಹೇಳುವಿರಿ?

ನೀವು ಎಂದಾದರೂ ಹಾಳೆಯ ಗಾಳಿಯಂತ್ರವನ್ನು ಮಾಡಿದ್ದೀರಾ? ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವ ಗಾಳಿಯಂತ್ರವು ಸಮಮಿತಿ ಹೊಂದಿರುವಂತೆ ಕಾಣುತ್ತದೆ; ಆದರೆ ನಿಮಗೆ ಸಮಮಿತಿ ರೇಖೆಗಳು ಕಂಡುಬರುವುದಿಲ್ಲ. ಸಮ್ಮಿಳನದ ಅರ್ಧಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಯಾವುದೇ ಬಗೆಯ ಮಡಚುವಿಕೆ ಸಹಕಾರಿಯಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ 90° ಕೋನದಲ್ಲಿ ಅದನ್ನು ತಿರುಗಿಸಿದರೆ ಗಾಳಿಯಂತ್ರ ಒಂದೇ ಆಗಿ ಕಾಣಿಸುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಗಾಳಿಯಂತ್ರಕ್ಕೆ ಪರಿಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಇದೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

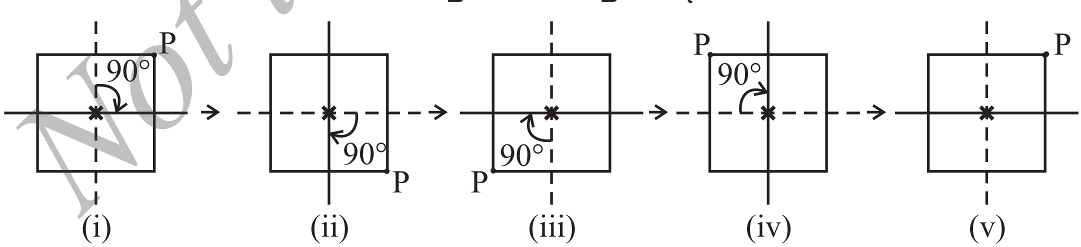


ಚಿತ್ರ 14.12

ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸುತ್ತಿನಲ್ಲಿ ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ನಾಲ್ಕು ಸುತ್ತುಗಳಿದ್ದು (90°, 180°, 270° ಮತ್ತು 360°) ಕೋನಗಳ ಪರಿಭ್ರಮಣೆಯ ಮೂಲಕ ಗಾಳಿಯಂತ್ರವು ಒಂದೇ ಆಗಿ ಕಾಣಿಸುತ್ತದೆ. ಇದರಿಂದಾಗಿ ಗಾಳಿಯಂತ್ರಕ್ಕೆ 4 ರ ಕ್ರಮದ ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿ ಇದೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿಗೆ ಇನ್ನೊಂದು ಉದಾಹರಣೆ ಇಲ್ಲಿದೆ.

ಚಿತ್ರ:14.13 ರಲ್ಲಿರುವಂತೆ, P ಯನ್ನು ಒಂದು ಮೂಲೆಯಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. X ಎಂದು ಗುರ್ತಿಸಿರುವ ಚೌಕದ ಕೇಂದ್ರದ ಸುತ್ತ ಕಾಲು–ಸುತ್ತುಗಳನ್ನು ನಿರ್ವಹಿಸೋಣ.



ಚಿತ್ರ 14.13

ಚಿತ್ರ 14.13 (i) ಆರಂಭಿಕ ಸ್ಥಾನವಾಗಿದೆ. ಕೇಂದ್ರದ ಸುತ್ತಲಿನ 90° ಪರಿಭ್ರಮಣೆಯು ಚಿತ್ರ 14.13 (ii) ಕ್ಕೆ ಕರೆದೊಯ್ಯುತ್ತದೆ. P ನ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಈಗ ಗುರ್ತಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ಪುನಃ 90°ಯಲ್ಲಿ ಪರಿಭ್ರಮಿಸಿ, ಚಿತ್ರ 14.13

(iii) ನ್ನು ಪಡೆಯುವಿರಿ. ಈ ಬಗೆಯಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಕಾಲು ಸುತ್ತುಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿದಾಗ, ಚೌಕವು ತನ್ನ ಆರಂಭಿಕ ಸ್ಥಿತಿಯನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತದೆ. ಅದು ಚಿತ್ರ 14.13 (i) ರಲ್ಲಿ ಇರುವಂತೆ ಕಾಣುತ್ತದೆ. P ನ ಸ್ಥಾನದ ಮೂಲಕ ಇದನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

ಆದ್ದರಿಂದ ಚೌಕವು ತನ್ನ ಕೇಂದ್ರದ ಸುತ್ತ 4ರ ಕ್ರಮದ **ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು** ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ

(i) ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಕೇಂದ್ರವು ಚೌಕದ ಕೇಂದ್ರವಾಗಿದೆ.

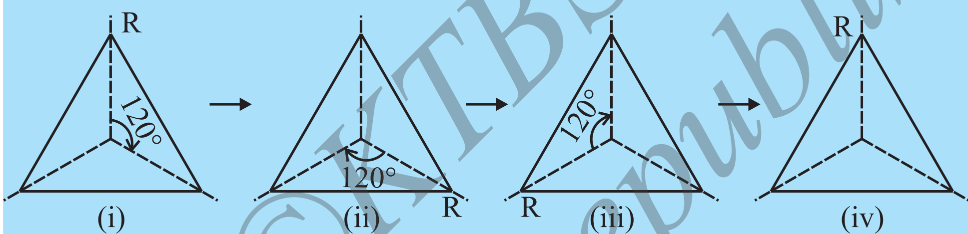
(ii) ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಕೋನವು 90°

(iii) ಪರಿಭ್ರಮಣೆಯ ದಿಕ್ಕು ಪ್ರದಕ್ಷಿಣಾಕಾರ

(iv) ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿಯ ಕ್ರಮ 4 ಎಂಬುವುಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

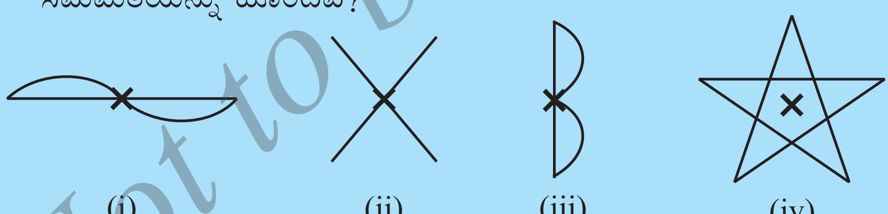
1. (a) ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಪ್ರರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿ ಕ್ರಮವನ್ನು ಈಗ ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?



ಚಿತ್ರ 14.14

(b) ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಅದರ ಕೇಂದ್ರದ ಸುತ್ತ 120°ಯಲ್ಲಿ ತಿರುಗಿಸಿದಾಗ ಎಷ್ಟು ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿ ಅದು ನಿಖರವಾಗಿ ಮೊದಲಿನಂತೆಯೇ ಕಾಣಿಸುತ್ತದೆ?

2. ಮುಂದಿನ ಆಕೃತಿಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ಆಕೃತಿಗಳು ಗುರುತಿಸಿರುವ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ?



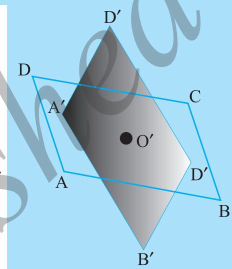
ಚಿತ್ರ 14.15

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಒಂದೇ ಬಗೆಯ ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಮತ್ತು A'B'C'D' ಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಒಂದು ಹಾಳೆ ಮತ್ತು ಪಾರದರ್ಶಕ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ರಚಿಸಿ. ಅವುಗಳ ಕರ್ಣಗಳ ಛೇದಿತ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ O ಮತ್ತು O' ಎಂದು ಗುರ್ತಿಸಿ. (ಚಿತ್ರ : 14.16).

A' ಯು A ಮೇಲೆ ಇರುವಂತೆ, B' ಯು B ಯ ಮೇಲೆ ಇರುವಂತೆ ಹೀಗೆಯೇ ಮುಂದುವರೆಸಿ, ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನಿಡಿ. O, O' ನ ಮೇಲಿರುತ್ತದೆ.

ಗುಂಡುಪಿನ್ನು ಇರುವ (ಸ್ಥಾನ) ಬಿಂದುವನ್ನು ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಕೇಂದ್ರ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಈ ಪ್ರಕರಣದಲ್ಲಿ ಇದು ಕರ್ಣಗಳ ಛೇದಿತ ಬಿಂದು.



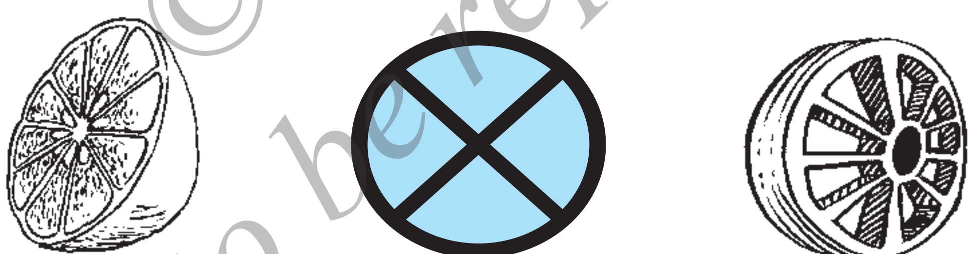
ಚಿತ್ರ 14.16

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಸ್ತುವಿನ ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿ ಕ್ರಮ 1 ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಏಕೆಂದರೆ 360° (ಅಂದರೆ ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸುತ್ತು) ಪರಿಭ್ರಮಣೆಯ ನಂತರ ಆ ವಸ್ತುವು ಅದೇ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಆಕ್ರಮಿಸುತ್ತದೆ. ಇಂತಹ ಪ್ರಕರಣಗಳಲ್ಲಿ ನಮಗೆ ಯಾವ ಆಸಕ್ತಿಯಿರುವುದಿಲ್ಲ. ನಿಮ್ಮ ಸುತ್ತಲೂ ಅನೇಕ ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿ ಹೊಂದಿರುವ ಆಕೃತಿಗಳು ಇವೆ.

ಆಕೃತಿಗಳ O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಗುಂಡುಪಿನ್ನನ್ನು ಚುಚ್ಚಿ. ಈಗ ಪಾರದರ್ಶಕ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಪ್ರದಕ್ಷಿಣಾಕಾರವಾಗಿ ತಿರುಗಿಸಿ.

ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಆಕೃತಿಗಳು ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸುತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಸಮ್ಮಿಳನಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ?

ಪ್ರದಕ್ಷಿಣ ಸಮಮಿತಿಯ ಕ್ರಮ ಎಷ್ಟು?



ಹಣ್ಣು
(i)

ರಸ್ತೆ ಸಂಕೇತ
(ii)

ಚಕ್ರ
(iii)

ಚಿತ್ರ 14.17

ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಕೆಲವು ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿದಾಗ, ಅವುಗಳು ಸೀಳು–ನೋಟ ಪರಿಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಆಕೃತಿಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಚಿತ್ರ 14.17 (i) ರಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಾಗ ನಿಮಗೆ ಆಶ್ಚರ್ಯವಾಗಬಹುದು.

ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಅನೇಕ ರಸ್ತೆ ಸಂಕೇತಗಳಿವೆ. ಮುಂದಿನ ಬಾರಿ ಅಂತಹ ಸಂದಣಿಯುಕ್ತ ರಸ್ತೆಯಲ್ಲಿ ನಡೆಯುವಾಗ ಆ ರಸ್ತೆ ಸಂಕೇತಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ ಮತ್ತು ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿಯ ಕ್ರಮವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿಯ ಇನ್ನಷ್ಟು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಆಲೋಚಿಸಿ.

i) ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಕೇಂದ್ರ.

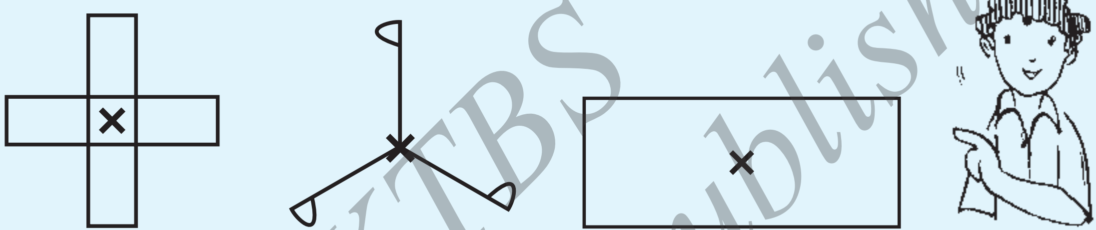
ii) ಪರಿಭ್ರಮಣೆಯ ಕೋನ

iii) ಪರಿಭ್ರಮಣೆಗೆ ಪ್ರತಿಕೂಲವಾಗುವ ದಿಕ್ಕು

iv) ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿಯ ಕ್ರಮ – ಇವುಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

ದತ್ತ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಿದ X ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿಯ ಕ್ರಮವನ್ನು ತಿಳಿಸಿ.

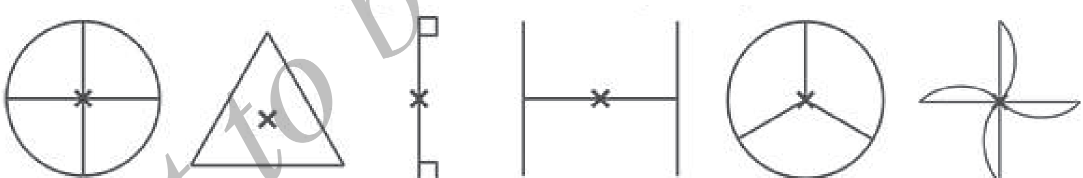


(i) (ii) (iii) (iv)

ಚಿತ್ರ 14.18

ಅಭ್ಯಾಸ 14.2

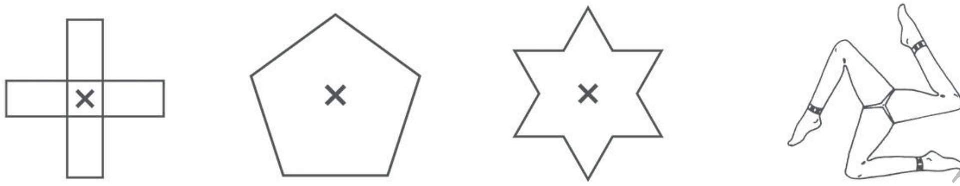
1. ಮುಂದಿನ ಯಾವ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿಯ ಕ್ರಮ 1 (ಒಂದು) ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ?



(a) (b) (c) (d) (e) (f)

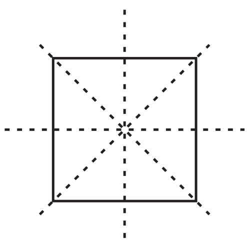
2. ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿಯ ಕ್ರಮವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(a) (b) (c) (d)



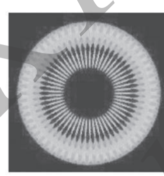
(e) (f) (g) (h)

14.4 ರೇಖಾ ಸಮಮಿತಿ ಮತ್ತು ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿ



ನೀವು ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೂ ಅನೇಕ ಆಕೃತಿಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಸಮಮಿತಿಗಳನ್ನು ವೀಕ್ಷಿಸುತ್ತಿದ್ದೀರಿ. ಈಗಾಗಲೇ ಕೆಲವು ಆಕೃತಿಗಳು ರೇಖಾ ಸಮಮಿತಿ, ಕೆಲವು ಆಕೃತಿಗಳು ಪರಿಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿ ಮತ್ತು ಕೆಲವು ಆಕೃತಿಗಳು ಎರಡೂ ಬಗೆಯ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದನ್ನು ನೀವು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಂಡಿರುವಿರಿ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಚಿತ್ರ 14.19 ರ ಚೌಕಾಕಾರವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.



ಈ ಚಿತ್ರಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ರೇಖಾ ಸಮಮಿತಿಗಳಿವೆ? ಅದಕ್ಕೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿ ಇದೆಯೇ? ಹೌದಾದರೆ, ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿಯ ಕ್ರಮ ಎಷ್ಟು? ಅದರ ಬಗ್ಗೆ ಆಲೋಚಿಸಿ.

ವೃತ್ತವು ಪರಿಪೂರ್ಣ ಸಮಮಿತಿಯ ಚಿತ್ರವಾಗಿದೆ. ಏಕೆಂದರೆ ಅದನ್ನು ಅದರ ಕೇಂದ್ರದ ಸುತ್ತಾ ತಿರುಗಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು ಅದಕ್ಕೆ ಅಪರಿಮಿತ ರೇಖಾ ಸಮಮಿತಿಗಳಿವೆ. ಯಾವುದೇ ವೃತ್ತ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ವೀಕ್ಷಿಸಿ. ಕೇಂದ್ರದ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ಯಾವುದೇ ರೇಖೆ (ಅಂದರೆ ಪ್ರತೀ ವ್ಯಾಸ) ಯು ರೇಖಾ ಸಮಮಿತಿ (ಪ್ರತಿಫಲನಾ)ಯನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅದಕ್ಕೆ ಪ್ರತೀ ಕೋನದಲ್ಲಿ ಕೇಂದ್ರದ ಸುತ್ತ ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿ ಇರುತ್ತದೆ.

ಇದನ್ನು ಮಾಡಿ.

ಕೆಲವು ಇಂಗ್ಲೀಷ್ ಅಕ್ಷರಗಳಿಗೆ ಆಕರ್ಷಕ ಸಮಮಿತಿ ರಚನೆಗಳಿವೆ. ಯಾವ ದೊಡ್ಡ ಅಕ್ಷರಗಳಿಗೆ Capital Letters (E ನಂತೆ) ಕೇವಲ ಒಂದೇ ಒಂದು ರೇಖಾ ಸಮಮಿತಿ ಇದೆ? ಯಾವ ದೊಡ್ಡ ಅಕ್ಷರಗಳಿಗೆ (I ರಂತೆ) ಕ್ರಮ 2 ರ ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿ ಇದೆ?

ಅಂತಹ ರೇಖೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಆಲೋಚಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದಂತೆ, ಮುಂದಿನ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ತುಂಬಲು ನಿಮಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.

ವರ್ಣಮಾಲೆಯ ಅಕ್ಷರಗಳು	ರೇಖಾ ಸಮಮಿತಿ	ಸಮಮಿತಿಯ ರೇಖೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿ	ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿಯ ಕ್ರಮ
Z	ಇಲ್ಲ	0	ಇದೆ	2
S				
H	ಹೌದು		ಇದೆ	
O	ಹೌದು		ಇದೆ	
E	ಹೌದು			
N			ಇದೆ	
C				

ಅಭ್ಯಾಸ 14.3

1. ರೇಖಾ ಸಮಮಿತಿ ಮತ್ತು ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿ ಹೊಂದಿರುವ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ.

2. ಮುಂದಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಸಾಧ್ಯವಾದೆಡೆ ಕರಡು ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

(i) ಕ್ರಮ 1 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿರುವ ರೇಖಾ ಮತ್ತು ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿ ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜ.

(ii) ಕೇವಲ ರೇಖಾ ಸಮಮಿತಿ ಹೊಂದಿರುವ ಮತ್ತು 1 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಕ್ರಮದ ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿಲ್ಲದ ತ್ರಿಭುಜ.

(iii) ರೇಖಾ ಸಮಮಿತಿ ಇಲ್ಲದ ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿ ಕ್ರಮ 1 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಇರುವ ಚತುರ್ಭುಜ.

(iv) ರೇಖಾ ಸಮಮಿತಿ ಹೊಂದಿರುವ ಆದರೆ ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿ ಕ್ರಮ 1 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಇಲ್ಲದ ಚತುರ್ಭುಜ.

3. ಚಿತ್ರವೊಂದಕ್ಕೆ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ರೇಖಾ ಸಮಮಿತಿಗಳಿದ್ದರೆ, ಅದಕ್ಕೆ 1 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಕ್ರಮದ ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿ ಇರಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

4. ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳ ತುಂಬಿರಿ :

ಆಕೃತಿ	ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಕೇಂದ್ರ	ಪರಿಭ್ರಮಣೆಯ ಕ್ರಮ	ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಕೋನ
ಚೌಕ			
ಆಯತ			
ವಜ್ರಾಕೃತಿ			
ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ			
ನಿಯತ ಷಡ್ಭುಜಾಕೃತಿ			
ವೃತ್ತ			
ಅರ್ಧವೃತ್ತ			

5. ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಕ್ರಮ (order) ದ ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿ ಮತ್ತು ರೇಖಾ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ.

6. ಕೇಂದ್ರದ ಸುತ್ತ 60° ಕೋನದಲ್ಲಿ ತಿರುಗಿಸಿದಾಗ, ಚಿತ್ರವೊಂದು ಮೂಲ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿದ್ದಂತೆಯೇ ಕಾಣುತ್ತದೆ. ಇನ್ನುಳಿದ ಯಾವ ಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಚಿತ್ರವು ಹೀಗೆಯೇ ಕಾಣುತ್ತದೆ?

7. ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಕೋನವು (i) 45° (ii) 17° ಇದ್ದಾಗ ಕ್ರಮ 1 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಇರುವ ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ನಾವು ಪಡೆಯಬಹುದೇ?

ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿರುವ ಅಂಶಗಳು

1. ಚಿತ್ರದ ಎರಡು ಭಾಗಗಳು ಸಮ್ಮಿಳಿತವಾಗುವಂತೆ, ಚಿತ್ರವನ್ನು ಮಡಚುವ ರೇಖೆಯಿದ್ದರೆ, ಆ ಚಿತ್ರಕ್ಕೆ ರೇಖಾ ಸಮಮಿತಿ ಇರುತ್ತದೆ.
2. ನಿಯತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳಿಗೆ ಸಮಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಸಮಕೋನಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಅವುಗಳಿಗೆ ಬಹು (ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು) ಸಮಮಿತಿ ರೇಖೆಗಳಿರುತ್ತವೆ.
3. ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯಷ್ಟೇ ಸಮಮಿತಿಯ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ನಿಯತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

ನಿಯತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿ	ನಿಯತ ಷಡ್ಭುಜಾಕೃತಿ	ನಿಯತ ಪಂಚಭುಜಾಕೃತಿ	ಚೌಕ	ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ
ಸಮಮಿತಿ ರೇಖೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ.	6	5	4	3

4. ದರ್ಪಣ ಪ್ರತಿಫಲನವು ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. ಇಲ್ಲಿ ಎಡ–ಬಲ ತಿರುಗುವಿಕೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

5. ಪರಿಭ್ರಮಣೆಯು ವಸ್ತುವನ್ನು ಸ್ಥಿರಬಿಂದುವಿನ ಸುತ್ತಾ ತಿರುಗಿಸುತ್ತದೆ.

ಈ ಸ್ಥಿರ ಬಿಂದುವೇ **ಪರಿಭ್ರಮಣೆಯ ಕೇಂದ್ರ.**

ವಸ್ತುವು ಪರಿಭ್ರಮಿಸುವ ಕೋನವನ್ನು **ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಕೋನ** ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಅರ್ಧ ತಿರುಗುವಿಕೆ ಎಂದರೆ 180° ಕೋನದ ಪರಿಭ್ರಮಣೆ; 90° ಕೋನದ ಪರಿಭ್ರಮಣೆಗೆ ಕಾಲು ಸುತ್ತು. ಪರಿಭ್ರಮಣೆಯು ಪ್ರದಕ್ಷಿಣೆ/ಅಪ್ರದಕ್ಷಿಣವಾಗಿ ಉಂಟಾಗಬಹುದು.

6. ವಸ್ತುವೊಂದು ಪರಿಭ್ರಮಣೆಯ ನಂತರ ಮೊದಲಿದ್ದಂತೆಯೇ ಗೋಚರಿಸಿದರೆ ಅದು ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿ ಹೊಂದಿದೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.

7. ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸುತ್ತಿನಲ್ಲಿ (360°) ವಸ್ತುವೊಂದು ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಮೊದಲಿನಂತೆಯೇ ಕಾಣಿಸುತ್ತದೆಯೋ ಅದನ್ನು ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿಯ ಕ್ರಮ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಚೌಕದ ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿಯ ಕ್ರಮ 4, ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿಯ ಕ್ರಮ 3.

8. ಕೆಲವು ಆಕೃತಿಗಳಿಗೆ ಒಂದೇ ಒಂದು ರೇಖಾ ಸಮಮಿತಿ (E ನಂತೆ) ಇರುತ್ತದೆ; ಕೆಲವು ಆಕೃತಿಗಳಿಗೆ ಕೇವಲ ಪರಿಭ್ರಮಣಾ ಸಮಮಿತಿ (S ನಂತೆ) ಇರುತ್ತದೆ; ಕೆಲವು ಆಕೃತಿಗಳಿಗೆ ಎರಡೂ ಬಗೆಯ ಸಮಮಿತಿ (H ನಂತೆ) ಇರುತ್ತದೆ.

ಸಮಮಿತಿಯ ಅಧ್ಯಯನವು ಮುಖ್ಯವಾದದ್ದು. ಏಕೆಂದರೆ, ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಅದರ ಆವರ್ತಿತ ಬಳಕೆಯ ನಿಮಿತ್ತ ಮತ್ತು ಅದು ಒದಗಿಸುವ ಸುಂದರವಾದ ರಚನೆಗಳಿಂದಾಗಿ. ಅವುಗಳನ್ನು ಆಗಾಗ್ಗೆ ಬಳಸುವುದರಿಂದ, ಸಮಮಿತಿಯ ಅಧ್ಯಯನವು ಮುಖ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಇದು ಆಕರ್ಷಕ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ.

ಅಧ್ಯಾಯ – 15

ಘನಾಕೃತಿಗಳು

BJNJZT

15.1 ಸಮತಲ ಚಿತ್ರಗಳು ಮತ್ತು ಘನಾಕೃತಿಗಳು

ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ನೀವು ನೋಡಿರುವ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಆಯಾಮದ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ವರ್ಗೀಕರಿಸುವಿರಿ.

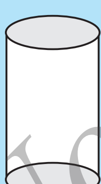
ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ನಮ್ಮ ಸುತ್ತಲೂ ವಿಭಿನ್ನ ಆಕಾರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ ಅನೇಕ ವಸ್ತುಗಳಾದ ಪುಸ್ತಕಗಳು, ಚೆಂಡುಗಳು, ಐಸ್-ಕ್ರೀಮ್ ಕೋನ್ ಇತ್ಯಾದಿಗಳನ್ನು ನಾವು ನೋಡುತ್ತಿರುತ್ತೇವೆ. ಈ ವಸ್ತುಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಂಶವೆಂದರೆ ಅವುಗಳಿಗೆ ಸ್ವಲ್ಪ ಉದ್ದ, ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರ ಅಥವಾ ಆಳ ಇರುತ್ತದೆ.

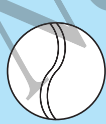
ಅಂದರೆ ಅವೆಲ್ಲವೂ ಸ್ಥಳವನ್ನು ಆಕ್ರಮಿಸುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಮೂರು ಆಯಾಮಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಅವುಗಳನ್ನು ಮೂರು ಆಯಾಮದ ಆಕೃತಿಗಳು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ನೀವು ನೋಡಿರುವ ಕೆಲವು ಮೂರು ಆಯಾಮದ ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು (ಘನಾಕೃತಿಗಳು) ನೀವು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಿರಾ?

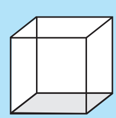
ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

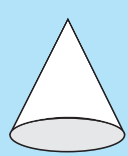
ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಹೆಸರಿನೊಂದಿಗೆ ಹೊಂದಿಸಿ

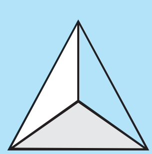
(i)  (a) ಆಯತಘನ

(ii)  (b) ಸ್ತಂಭಾಕೃತಿ

(iii)  (c) ಘನ

(iv)  (d) ಗೋಳ

(v)  (e) ಗೋಪುರ

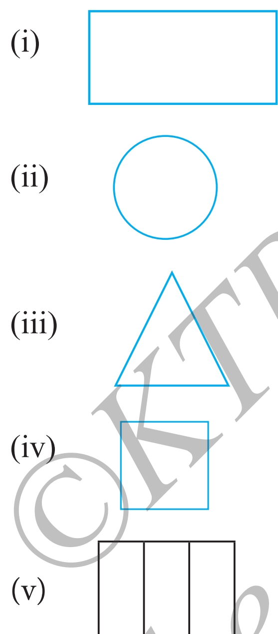
(vi)  (f) ಶಂಕು

ಚಿತ್ರ 15.1

ಇವುಗಳಂತೆ ಆಕಾರವಿರುವ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

ಹಾಗೆಯೇ, ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ರಚಿಸಿದ ಕೇವಲ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚಿತ್ರಗಳಿಗೆ ಎರಡು ಆಯಾಮದ (ಅಂದರೆ ಸಮತಲ) ಚಿತ್ರಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ನಾವು ಕೆಲವು ಎರಡು ಆಯಾಮದ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನೂ ಸಹ ನೋಡಿದ್ದೇವೆ.

ಎರಡು ಆಯಾಮದ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಹೆಸರಿನೊಂದಿಗೆ ಹೊಂದಿಸಿ. (ಚಿತ್ರ 15.2)



(a) ವೃತ್ತ

(b) ಆಯತ

(c) ಚೌಕ

(d) ಚತುರ್ಭುಜ

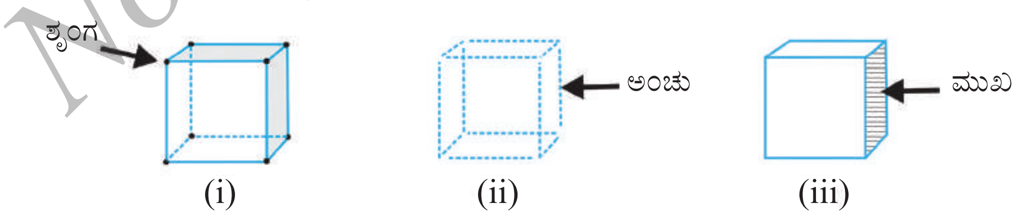
(e) ತ್ರಿಭುಜ

ಚಿತ್ರ 15.2

ಗಮನಿಸಿ: 2–ಆಯಾಮಕ್ಕೆ 2–D ಎಂದೂ ಮತ್ತು 3–ಆಯಾಮಕ್ಕೆ 3–D ಎಂದೂ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ನಾವು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

15.2 ಮುಖಗಳು, ಅಂಚುಗಳು ಮತ್ತು ಶೃಂಗಗಳು

ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಮುಖಗಳು, ಶೃಂಗಗಳು ಮತ್ತು ಅಂಚುಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಿರುವುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಿರಾ? ಘನವೊಂದರಲ್ಲಿ ಅವುಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.



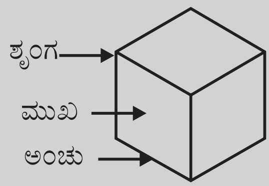
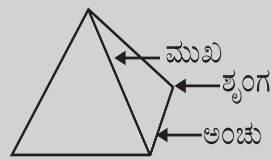
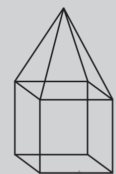
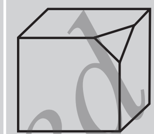
ಚಿತ್ರ 15.3

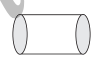
ಘನದ 8 ಮೂಲೆಗಳು ಅದರ ಶೃಂಗಗಳಾಗಿವೆ. ಘನದ ಚೌಕಟ್ಟನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವ 12 ರೇಖಾಖಂಡಗಳು ಅದರ ಅಂಚುಗಳಾಗಿವೆ. ಸಮತಟ್ಟಾದ 6 ವರ್ಗಾಕೃತಿಯ ಮೇಲ್ಮೈಗಳು ಘನದ ಮುಖಗಳಾಗಿವೆ.

ಇದನ್ನು ಮಾಡಿ

ಮುಂದಿನ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ.

ಕೋಷ್ಟಕ 15.1

				
ಮುಖಗಳು (F)	**6**	**4**		
ಅಂಚುಗಳು (E)	**12**			
ಶೃಂಗಗಳು (V)	**8**	**4**		

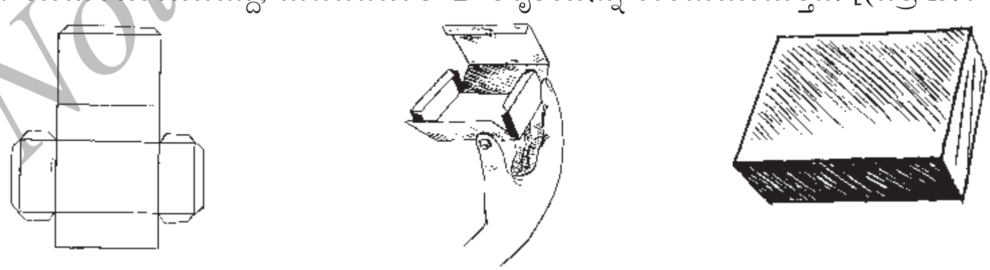
ಎರಡು ಆಯಾಮದ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು, ಮೂರು ಆಯಾಮದ ಆಕೃತಿಗಳ ಮುಖಗಳನ್ನಾಗಿ ಗುರ್ತಿಸಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಾ? ಸ್ತಂಭಾಕೃತಿಗೆ  ಎರಡು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಮುಖಗಳಿವೆ. ಗೋಪುರಕ್ಕೆ ತ್ರಿಭುಜಗಳು  ಮುಖಗಳಾಗಿವೆ.

ಈಗ ನಾವು ಕೆಲವು 3–ಆಯಾಮದ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು 2–ಆಯಾಮದ ಸಮತಲದ ಮೇಲೆ ಅಂದರೆ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಹೇಗೆ ಕಾಣಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿಯೋಣ.

ಇದನ್ನು ಮಾಡಲು ನಮಗೆ ಮೂರು ಆಯಾಮದ ವಸ್ತುಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಅರಿವಿರಬೇಕು. ಜಾಲಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ.

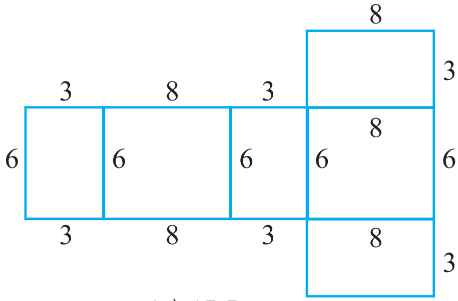
15.3 3–D ಆಕೃತಿಗಳ ನಿರ್ಮಾಣದಲ್ಲಿ ಜಾಲಗಳು

ರಟ್ಟಿನ ಡಬ್ಬವೊಂದನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಡಬ್ಬವನ್ನು ಸಮತಟ್ಟಾಗಿ ಇಡಲು ಅಂಚುಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ. ಈಗ ಆ ಡಬ್ಬದ ಜಾಲವನ್ನು ನೀವು ಕಾಣುವಿರಿ. ಚಿತ್ರ 15.4 (i) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಜಾಲವೆಂಬುದು 2–D ಯಲ್ಲಿನ ಚೌಕಟ್ಟಿನ ರೂಪುರೇಖೆಯಾಗಿದ್ದು, ಮಡಚಿದಾಗ 3–D ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. [(ಚಿತ್ರ 15.4 (iii)].



(i) (ii) (iii)

ಚಿತ್ರ 15.4



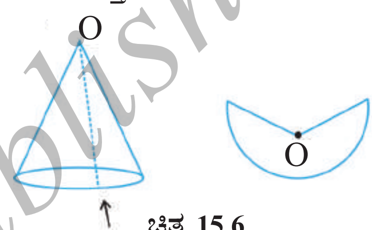
ಚಿತ್ರ 15.5

ಇಲ್ಲಿ ಅಂಚುಗಳನ್ನು ಸೂಕ್ತವಾಗಿ ಬೇರ್ಪಡಿಸುವ ಮೂಲಕ ನಿಮಗೆ ಜಾಲ ದೊರೆಯಿತೇ? ಪಡೆದಿದ್ದೀರಿ. ಇದರ ವಿಲೋಮ ಕ್ರಿಯೆ ಸಾಧ್ಯವೇ?

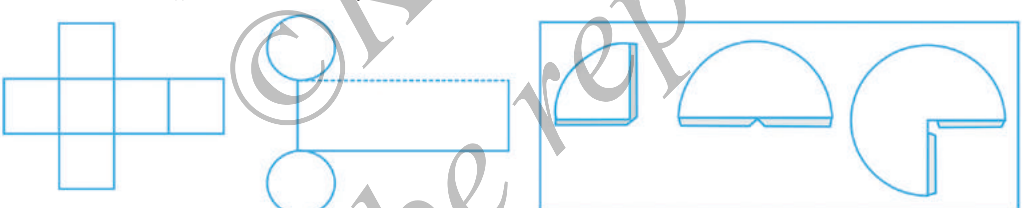
ಒಂದು ಡಬ್ಬದ ಜಾಲದ ವಿನ್ಯಾಸ ಇಲ್ಲಿದೆ. (ಚಿತ್ರ 15.5). ಜಾಲದ ವಿಸ್ತೃತ ರೂಪವನ್ನು ನಕಲು ಮಾಡಿ. ಅಂಚುಗಳನ್ನು ಮಡಚಿ ಅಂಟಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ ಡಬ್ಬವನ್ನು ರಚಿಸಿ. (ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಮಾನಗಳನ್ನು ನೀವು ಬಳಸಬಹುದು). ಡಬ್ಬವು ಒಂದು ಘನ ವಸ್ತುವಾಗಿದ್ದು ಅದೊಂದು ಆಯತಘನ ರೂಪದ 3–D ವಸ್ತುವಾಗಿದೆ.

ಓರೆ ಸಮತಲದ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಕತ್ತರಿಸುವ ಮೂಲಕ ಶಂಕುವಿನ ಜಾಲವನ್ನು ನೀವು ಪಡೆಯಬಹುದು (ಚಿತ್ರ 15.6).

ವಿಭಿನ್ನ ಆಕೃತಿಗಳಿಗೆ ವಿಭಿನ್ನ ಜಾಲಗಳಿವೆ. ದತ್ತ ಜಾಲಗಳ ವಿಸ್ತೃತ ರೂಪಗಳನ್ನು (ಚಿತ್ರ 15.7) ನಕಲಿಸಿ, ತೋರಿಸಿದಂತೆ 3–D ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ. (ರಟ್ಟಿನ ಹಲಗೆಗಳ ಚೂರುಗಳನ್ನು, ಪೇಪರ್ ಕ್ಲಿಪ್‌ಗಳಿಂದ ಅಂಟಿಸಿ ಚೌಕಟ್ಟು/ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು.)



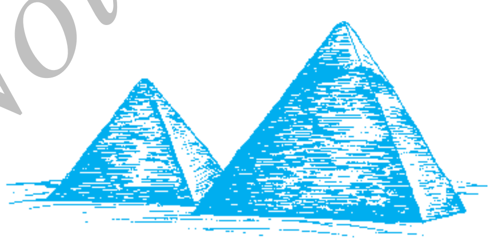
ಚಿತ್ರ 15.6



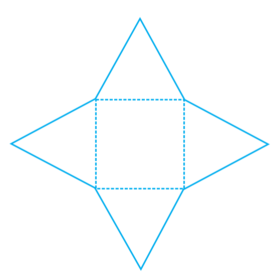
(i) ಘನ (ii) ಸ್ತಂಭಾಕೃತಿ (iii) ಶಂಕು

ಚಿತ್ರ 15.7

ಈಜಿಪ್ಟಿನ ಗೀಜಾನಲ್ಲಿರುವ ದೊಡ್ಡ ಪಿರಮಿಡ್‌ನಂತಹ ಗೋಪುರಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಜಾಲಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲು ನಾವು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಬಹುದು (ಚಿತ್ರ 15.8). ಆ ಗೋಪುರವು ಚೌಕ ಪಾದವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದು ನಾಲ್ಕು ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.



ಚಿತ್ರ 15.8

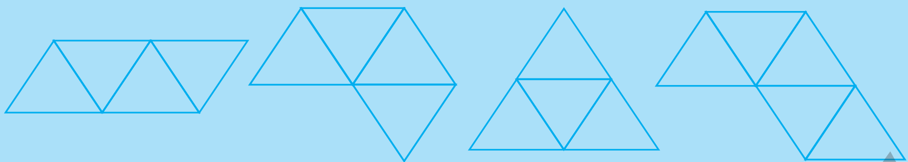


ಚಿತ್ರ 15.9

ಚಿತ್ರ 15.9 ರಲ್ಲಿರುವಂತೆ ದತ್ತ ಜಾಲದಿಂದ ನೀವು ಅದನ್ನು ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

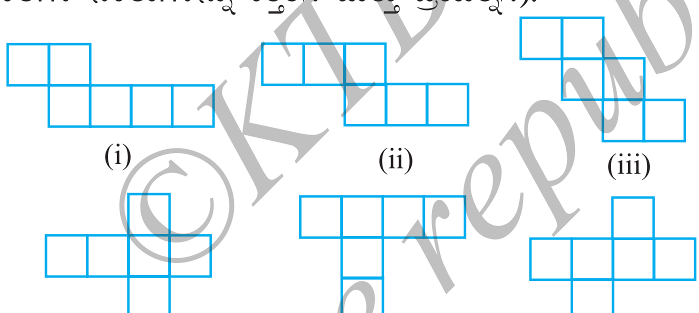
ಚಿತ್ರ 15.10ಯಲ್ಲಿ ನೀವು ನಾಲ್ಕು ಜಾಲಗಳನ್ನು ಕಾಣುವಿರಿ. ಚತುರ್ಮುಖ ಘನವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸರಿಯಾದ ಜಾಲಗಳಿವೆ. ಚತುರ್ಮುಖ ಘನವನ್ನು ಯಾವ ಜಾಲದಿಂದ ಪಡೆಯಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಆಗುತ್ತದೆಯೇ?



ಚಿತ್ರ 15.10

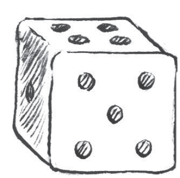
ಅಭ್ಯಾಸ 15.1

1. ಯಾವ ಜಾಲಗಳು ಘನಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ. (ಜಾಲಗಳ ನಕಲುಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ಮತ್ತು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ).

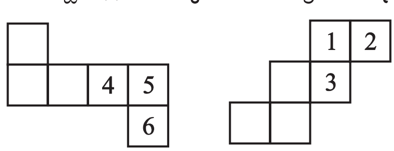


(i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi)

2. ಪ್ರತೀ ಮುಖದ ಮೇಲೆ ಚುಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಘನಗಳೇ ದಾಳಗಳು. ದಾಳದ ಅಭಿಮುಖ ಮುಖಗಳ ಮೇಲಿನ ಒಟ್ಟು ಚುಕ್ಕೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 7 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

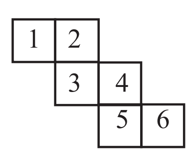


ಇಲ್ಲಿ ದಾಳಗಳನ್ನು (ಘನಗಳು) ರಚಿಸಲು ಎರಡು ಜಾಲಗಳಿವೆ; ಪ್ರತೀ ಚೌಕದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಆ ಡಬ್ಬದಲ್ಲಿನ ಚುಕ್ಕೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

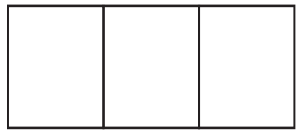


ಅಭಿಮುಖ ಮುಖಗಳ ಮೊತ್ತ 7 ಆಗುವಂತೆ ಸ್ಮರಿಸಿಕೊಂಡು ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ಸೂಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ತುಂಬಿ.

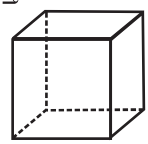
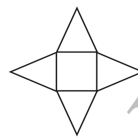
3. ಇದು ದಾಳಕ್ಕೆ ಜಾಲವಾಗಬಹುದೇ?
ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.

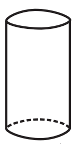
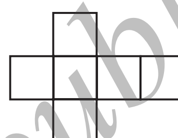


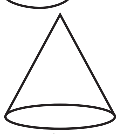
4. ಘನವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಒಂದು ಅಪೂರ್ಣ ಜಾಲವು ಇಲ್ಲಿದೆ. ಇದನ್ನು ಕನಿಷ್ಠ ಎರಡು ವಿಧಾನಗಳಿಂದ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ. ಘನಕ್ಕೆ 6 ಮುಖಗಳಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ಈ ಜಾಲದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಮುಖಗಳು ಇವೆ ? (ಎರಡು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ನೀಡಿ. ನೀವು ಸುಲಭ ನಿರ್ವಹಣೆಗಾಗಿ ಚೌಕಾಕಾರದ ಹಾಳೆಯನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.)

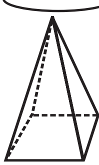
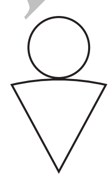


5. ಸೂಕ್ತ ಘನಗಳೊಂದಿಗೆ ಜಾಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿಸಿ.

(a)

(i)


(b)

(ii)


(c)

(iii)


(d)

(iv)


ಈ ಆಟವನ್ನು ಆಡಿ

ನೀವು ಮತ್ತು ನಿಮ್ಮ ಸಹಪಾಠಿ ಬೆನ್ನಿಗೆ ಬೆನ್ನು ಕೊಟ್ಟು ಕುಳಿತುಕೊಳ್ಳಿ. ಒಬ್ಬರು 3D–ಆಕೃತಿಯ ಜಾಲವನ್ನು ಮಾಡುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಓದಿದರೆ, ಇನ್ನೊಬ್ಬರು ಅದನ್ನು ನಕಲು ಮಾಡಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ ಮತ್ತು ವಿವರಿಸಿದ 3D– ವಸ್ತುವನ್ನು ಚಿತ್ರಿಸಿ ಅಥವಾ ರಚಿಸಿ.

15.4 ಸಮತಲದ ಮೇಲೆ ಘನಾಕೃತಿಗಳ ರಚನೆ

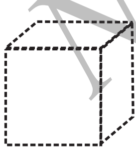


Fig 15.11

ನೀವು ರಚಿಸುವ ಮೇಲ್ಮೈ ಒಂದು ಹಾಳೆಯಾಗಿದ್ದು ಅದು ಸಮತಟ್ಟಾಗಿದೆ. ಒಂದು ಘನ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ರಚಿಸಿದಾಗ ಬಿಂಬಚಿತ್ರಗಳು ಮೂರು ಆಯಾಮದಲ್ಲಿ ಕಾಣಿಸುವ ಸಲುವಾಗಿ ಸ್ವಲ್ಪ ವಿರೂಪಗೊಂಡಿರುತ್ತವೆ. ಅದೊಂದು ದೃಷ್ಟಿಗೋಚರ ಕಲ್ಪನೆ. ನಿಮಗೆ ಸಹಾಯವಾಗಲೆಂದು ಎರಡು ತಂತ್ರಗಳನ್ನು ನೀಡಿದೆ.

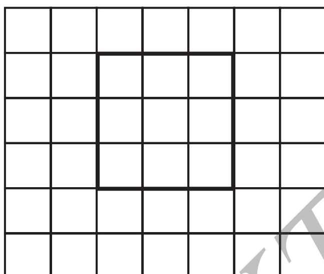
15.4.1 ಓರೆ ರೇಖಾಚಿತ್ರಗಳು

ಇಲ್ಲಿ ಒಂದು ಘನದ ಚಿತ್ರವಿದೆ. (ಚಿತ್ರ 15.11) ಮುಂದಿನಿಂದ ನೋಡಿದಾಗ ಘನ ಹೇಗೆ ಕಾಣಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬುದರ ಸ್ಪಷ್ಟ ಚಿತ್ರಣವನ್ನು ಇದು ನೀಡುತ್ತದೆ. ನಿಮಗೆ ಕೆಲವು ಮುಖಗಳನ್ನು ಕಾಣಿಸುವುದಿಲ್ಲ.ರಚಿಸಿದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ,

ಉದ್ದಗಳು ಘನದಲ್ಲಿ ಸಮವಿರುವಂತೆ ಸಮವಿಲ್ಲ. ಆದರೂ ಅದನ್ನು ಘನವಾಗಿ ನೀವು ಗುರ್ತಿಸಬಲ್ಲಿರಿ. ಅಂತಹ ಘನಗಳ ರೇಖಾಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಓರೆ ಚಿತ್ರಗಳು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

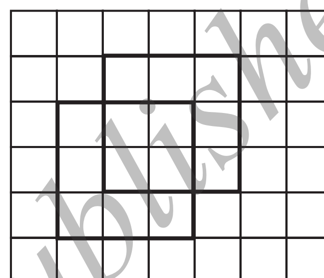
ಅಂತಹ ರೇಖಾಚಿತ್ರವನ್ನು ನೀವು ಹೇಗೆ ರಚಿಸುವಿರಿ? ರಚಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಕಲಿಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ.

ಚೌಕ (ರೇಖೆ ಅಥವಾ ಚುಕ್ಕೆ) ಹಾಳೆಯು ನಿಮಗೆ ಅಗತ್ಯವಿದೆ. ಆರಂಭದಲ್ಲಿ ಈ ಹಾಳೆಗಳ ಮೇಲೆ ರಚಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದರೆ, ನಂತರ ಖಾಲಿ ಹಾಳೆಗಳ ಮೇಲೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ರಚಿಸಬಹುದು. (ಚೌಕಗಳ ಅಥವಾ ಚುಕ್ಕೆಗಳ ಸಹಾಯವಿಲ್ಲದೇ) $3 \times 3 \times 3$ (ಪ್ರತೀ ಅಂಚು 3 ಮಾನಗಳಿರುವ) ಘನ (ಚಿತ್ರ 15.12)ದ ರೇಖಾಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ (ಚಿತ್ರ 5.12).



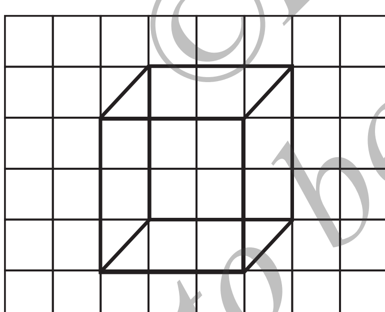
ಹಂತ 1

ಮುಮ್ಮುಖವನ್ನು ರಚಿಸಿ



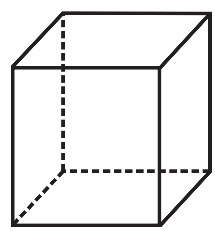
ಹಂತ 2

ಅಭಿಮುಖ ಮುಖವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಮುಖಗಳ ಗಾತ್ರಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿರಬೇಕು ಆದರೆ ಹಂತ 1 ರಿಂದ ಸ್ವಲ್ಪ ದೂರದಲ್ಲಿ ಚಿತ್ರ ರಚಿತವಾಗಿದೆ.



ಹಂತ 3

ಅನುರೂಪ ಮೂಲೆಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ



ಹಂತ 4

ಹಿಂಬದಿಯ/ಮರೆಯಾದ ಅಂಚುಗಳಿಗಾಗಿ ಬಿಂದುರೇಖೆ ಬಳಸಿ. ಪುನಃ ಚಿತ್ರಿಸಿ. (ಅದೊಂದು ರೂಢಿ) ಚಿತ್ರಯು ಈಗ ಸಿದ್ಧ.

ಚಿತ್ರ 15.2

ಮೇಲಿನ ಓರೆ ರೇಖಾ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಮುಂದಿನವುಗಳನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಾ ?

(i) ಮುಂದಿನ ಮತ್ತು ಅದರ ಅಭಿಮುಖ ಮುಖಗಳ ಗಾತ್ರಗಳ ಒಂದೇ; ಮತ್ತು

(ii) ಘನದಲ್ಲಿ ಅಂಚುಗಳು ಸಮವಿರುವಂತೆ ಅಂಚುಗಳ ನೈಜ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳದಿದ್ದರೂ ಸಹ, ನಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಸಮವಿರುವಂತೆ ಕಾಣುತ್ತವೆ.

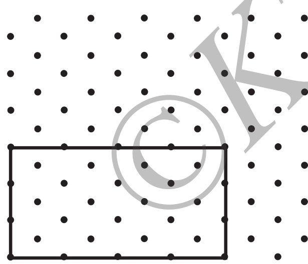
ಆಯುತಘನದ ರೇಖಾಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಲು ನೀವೀಗ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಬಹುದು. (ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಮುಖಗಳು ಆಯತಾಕಾರದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ ಎಂಬುದು ನೆನಪಿರಲಿ).

ಸೂಚನೆ : ದತ್ತ ಘನಕ್ಕೆ ಒಪ್ಪುವ ಅಳತೆಗಳ ರೇಖಾಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ನೀವು ರಚಿಸಬಲ್ಲಿರಿ. ಇದನ್ನು ಮಾಡಲು **'ಐಸೋಮೆಟ್ರಿಕ್ ಹಾಳೆ'** ಯ ಅಗತ್ಯವಿದೆ. (ಸಮಮಿತಿ ಹಾಳೆ) ಸಮಮಿತಿ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ 4cm ಉದ್ದ, 3cm ಅಗಲ, 3cm ಎತ್ತರದ ಆಯತಘನವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ.

15.4.2 ಸಮಮಿತಿ ರೇಖಾಚಿತ್ರಗಳು

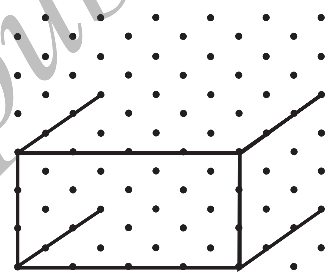
ಸಮಮಿತಿ ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಳೆಯನ್ನು ನೀವು ನೋಡಿದ್ದೀರಾ? (ಪುಸ್ತಕದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಮಾದರಿಯನ್ನು ನೀಡಿದೆ) ಅಂಥಹ ಹಾಳೆಯು, ಹಾಳೆಯನ್ನು ಚುಕ್ಕೆ ಅಥವಾ ರೇಖೆಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ಘನಗಳ ಅಳತೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಒಪ್ಪುವ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲು ನಾವು ಸಮಮಿತಿ ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಳೆಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತೇವೆ.

$4 \times 3 \times 3$ ಆಯಾಮದ ಸಮಮಿತಿ ಆಯತಘನದ ರೇಖಾಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಲು ನಾವು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ. (ಅಂದರೆ ಅಂಚುಗಳ ಉದ್ದ ಅಗಲ, ಎತ್ತರಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 4,3,3 ಮಾನಗಳಾಗಿವೆ) (ಚಿತ್ರ 15.13).



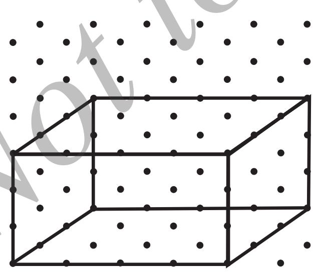
ಹಂತ 1

ಮುಂದಿನ ಮುಖವನ್ನು ತೋರಿಸಲು ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಿ.



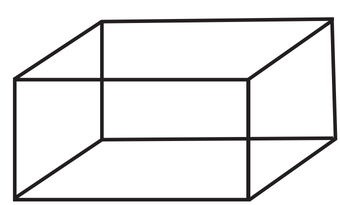
ಹಂತ 2

ಆಯತದ ನಾಲ್ಕು ಮೂಲೆಗಳಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ ಉದ್ದ 3 ಇರುವ ನಾಲ್ಕು ಸಮಾಂತರ ರೇಖಾಖಂಡಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.



ಹಂತ 3

ರೇಖಾಖಂಡಗಳಿಂದ ಸರಿಹೊಂದುವ ಮೂಲೆಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

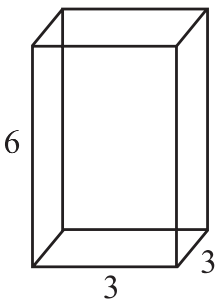


ಹಂತ 4

ಇದೊಂದು ಆಯತ ಘನದ ಸಮಮಿತಿ ರೇಖಾಚಿತ್ರ

ಚಿತ್ರ 15.3

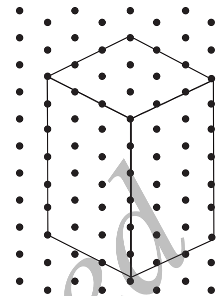
ಸಮಮಿತಿ ರೇಖಾಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಅಳತೆಗಳು ನಿಖರ ಪ್ರಮಾಣದವುಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ; ಆದರೆ ಓರೆ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಹೀಗಿರುವುದಿಲ್ಲ.



ಚಿತ್ರ 15.14 (i)

ಉದಾಹರಣೆ 1. ಚಿತ್ರ 15.14 (i) ರಲ್ಲಿ ಆಯತಘನದ ಓರೆರೇಖಾ ಚಿತ್ರವಿದೆ. ಈ ರಚನೆಗೆ ಸರಿಹೊಂದುವ ಸಮಮಿತಿ ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: ಚಿತ್ರ 15.14 (ii) ರಲ್ಲಿ ಪರಿಹಾರವಿದೆ. ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಪರಿಗಣಿಸಲಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

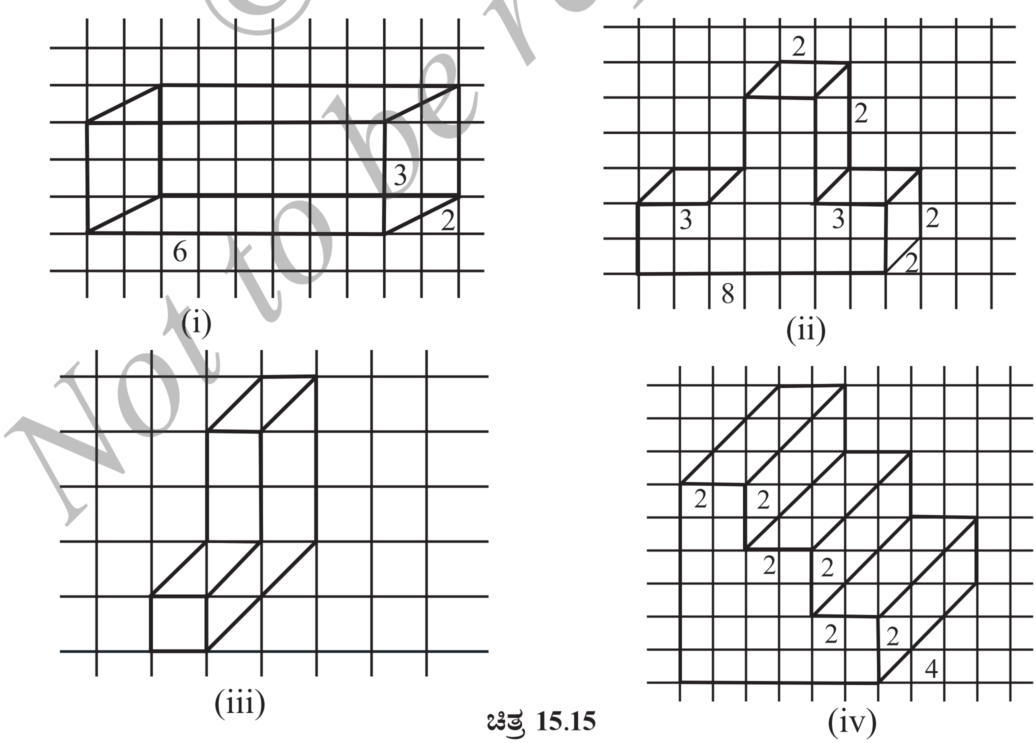


ಚಿತ್ರ 15.14 (ii)

(i) ಉದ್ದ (ii) ಅಗಲ (iii) ಎತ್ತರಗಳಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಮಾನಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಿದ್ದೀರಿ? ಅವು ಓರೆ ರೇಖಾಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ನಮೂದಿಸಿದ ಅಳತೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಸರಿ ಹೊಂದುತ್ತವೆಯೇ?

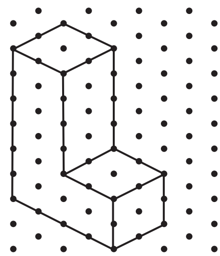
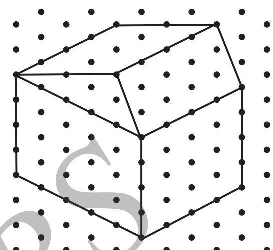
ಅಭ್ಯಾಸ 15.2

1. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಆಕೃತಿಗೆ ಸಮಮಿತಿ ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಳೆಯನ್ನು ಬಳಸಿ ಸಮಮಿತಿ ರೇಖಾಚಿತ್ರ ರಚಿಸಿ.



ಚಿತ್ರ 15.15

2. ಆಯತ ಘನದ ಆಯಾಮಗಳು 5cm, 3cm ಮತ್ತು 2cm ಆಗಿವೆ. ಈ ಆಯತಘನದ ಮೂರು ವಿಭಿನ್ನ ಸಮಮಿತಿ ರೇಖಾಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.
3. 2 cm ಅಂಚಿರುವ ಮೂರು ಘನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲು ಅಕ್ಕಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಒಂದರ ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಇನ್ನೊಂದನ್ನು ಇಟ್ಟು ಆಯತಘನ ರಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ಆಯತಘನದ ಓರೆರೇಖಾ ಅಥವಾ ಸಮಮಿತಿ ರೇಖಾಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಿ.
4. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಮಮಿತಿ ರೇಖಾಕೃತಿಗಳ ಓರೆ ರೇಖಾಚಿತ್ರ ರಚಿಸಿ.

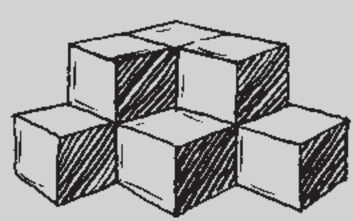




5. ಮುಂದಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೂ: (i) ಒಂದು ಓರೆ ರೇಖಾ ಚಿತ್ರ ಮತ್ತು (ii) ಸಮಮಿತಿ ರೇಖಾಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.
   (a) 5cm ಮತ್ತು 2cm ಆಯಾಮಗಳ ಆಯತಘನ. (ನಿಮ್ಮ ಚಿತ್ರ ಅನನ್ಯವಾಗಿದೆಯೇ?)
   (b) 4cm ಉದ್ದದ ಅಂಚಿರುವ ಘನ.

   ಪುಸ್ತಕದ ಕೊನೆಯ ಪುಟಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಮಿತಿ ರೇಖಾ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತರು ನೀಡುವ ವಿವಿಧ ಆಯಾಮಗಳ ಘನ ಅಥವಾ ಆಯತಘನಗಳನ್ನು ಅದರ ಮೇಲೆ ರಚಿಸಿ.

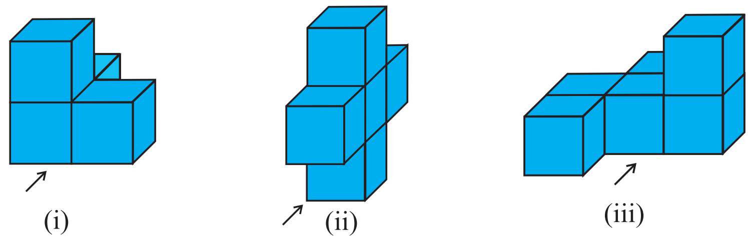
15.4.3 ಘನವಸ್ತುಗಳ ಪರಿಕಲ್ಪನೆ

ಇದನ್ನು ಮಾಡಿ

ಕೆಲವು ಬಾರಿ ಸಂಯುಕ್ತ ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ, ಕೆಲವು ಆಕೃತಿಗಳು ನಿಮ್ಮ ದೃಷ್ಟಿಯಿಂದ ಮರೆಮಾಚಿರಬಹುದು.

ಕೆಲವು ಘನಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಾಣಲ್ಪಡುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಬಿಡುವಿನ ವೇಳೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಲು ಕೆಲವು ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು ಇಲ್ಲಿವೆ. ಚಿತ್ರ 15.16 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಕೆಲವು ಘನಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಜೋಡಿಸಿ.

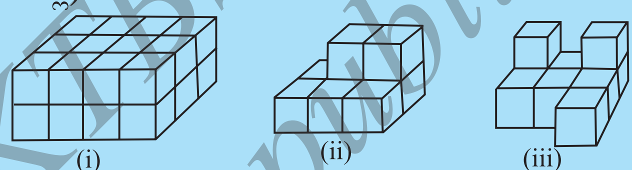


ಚಿತ್ರ 15.16

ಬಾಣದ ಗುರ್ತಿನಿಂದ ತೋರಿಸಿದ ನೋಟದಿಂದ ಎಷ್ಟು ಘನಗಳನ್ನು ವೀಕ್ಷಿಸಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಊಹಿಸಲು ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತನಿಗೆ ಕೇಳಿ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

ಮುಂದಿನ ಜೋಡಣೆಗಳಲ್ಲಿ ಇರುವ ಘನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಊಹಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ (ಚಿತ್ರ 15.17 ರಲ್ಲಿ).

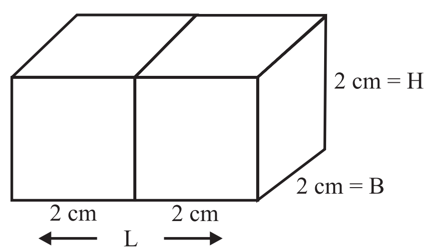


ಚಿತ್ರ 15.17

ಅಂಥಹ ವೀಕ್ಷಣೆಯು ಸಾಕಷ್ಟು ಸಹಾಯಕವಾಗುತ್ತದೆ. ಅಂತಹ ಘನಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಒಂದು ಆಯತಘನವನ್ನು ನೀವು ರಚಿಸಿದರೆ, 'ಆಯತಘನದ ಉದ್ದ, ಅಗಲ, ಎತ್ತರಗಳು ಎಷ್ಟು ಎಂಬುದನ್ನು ಊಹಿಸಲು ನಿಮಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 2 2cm × 2cm, × 2cm ಆಯಾಮದ 2 ಘನಗಳನ್ನು ಪಕ್ಕಪಕ್ಕದಲ್ಲಿಟ್ಟಾಗ, ಉಂಟಾಗುವ ಆಯತಘನದ ಪ್ರಮಾಣಗಳು ಎಷ್ಟು?

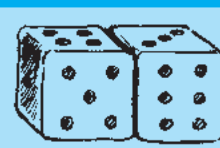
ಪರಿಹಾರ: ಚಿತ್ರ 15.18ರಲ್ಲಿ ನೀವು ನೋಡಿದಂತೆ ಘನಗಳನ್ನು ಪಕ್ಕಪಕ್ಕದಲ್ಲಿಟ್ಟಾಗ ಉದ್ದದ ಅಳತೆಯು ಮಾತ್ರ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ. ಅದು 2 + 2 = 4 cm ಅಗಲ = 2 cm ಮತ್ತು ಎತ್ತರ = 2 cm



ಚಿತ್ರ 15.18

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ದಾಳಗಳನ್ನು ಪಕ್ಕಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ
   (a) 5+6 (b) 4+3 ಗಳಿಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಮುಖದ ಮೊತ್ತವು ಎಷ್ಟು ಎಂದು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ ?
   (ದಾಳದ ಅಭಿಮುಖ ಮುಖಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು 7 ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ)



ಚಿತ್ರ 15.19

2. 2 cm ಘನಗಳನ್ನು ಪಕ್ಕಪಕ್ಕದಲ್ಲಿಟ್ಟು ಆಯತಘನವನ್ನು ರೂಪಸಿಲಾಗಿದೆ. ಓರೆ ರೇಖಾಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಉದ್ದ, ಅಗಲ ಎತ್ತರಗಳು ಎಷ್ಟಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?

15.5 ಘನದ ವಿಭಿನ್ನ ಭಾಗಗಳ ವೀಕ್ಷಣೆ.

3 ಆಯಾಮದಲ್ಲಿರುವ ವಸ್ತುವೊಂದನ್ನು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ಕಾಣಬಹುದೆಂಬುದನ್ನು ನೋಡೋಣ.

15.5.1 ಕತ್ತರಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ ವಸ್ತುವಿನ ಒಂದು ಬಗೆಯ ವೀಕ್ಷಣೆ.

ಕತ್ತರಿಸುವ ಆಟ.

ಚಿತ್ರ 15.20

ಚಿತ್ರ 15.20ಯಲ್ಲಿ ಬ್ರೆಡ್ಡಿನ ತುಂಡಿದೆ. ಅದು ಚೌಕಾಕಾರದ ಮುಖ ಇರುವ ಆಯತಘನವಿದ್ದಂತೆ. ಅದನ್ನು ಚಾಕುವಿನಿಂದ ಚಿತ್ರ 15.20 ಯಲ್ಲಿ ತೋರಿಸುವಂತೆ ಕತ್ತರಿಸಿ. ಲಂಬವಾಗಿ ಕತ್ತರಿಸಿದಾಗ ಅನೇಕ ಭಾಗಗಳನ್ನು ನೀವು ಪಡೆಯುತ್ತೀರಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದೂ ತುಂಡಿನ ಮುಖವು ಚೌಕವಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ಇಡೀ ಬ್ರೆಡ್ಡಿನ **ಅಡ್ಡ–ಛೇದ** ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಅಡ್ಡ–ಛೇದವು ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಬಹುಶಃ ಒಂದು ಚೌಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಎಚ್ಚರ! ನಿಮ್ಮ ಕತ್ತರಿಸುವಿಕೆಯು ಲಂಬವಾಗಿರದಿದ್ದರೆ, ನೀವು ಬೇರೊಂದು ಅಡ್ಡ–ಛೇದವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೀರಿ! ಅದರ ಬಗ್ಗೆ ಆಲೋಚಿಸಿ. ನೀವು ಪಡೆಯುವ ಅಡ್ಡ–ಛೇದದ ಸೀಮಾರೇಖೆಯು ಒಂದು ವಕ್ರ ಸಮತಲವಾಗಿದೆ. ನೀವಿದನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಾ?

ಒಂದು ಅಡುಗೆಮನೆ ಆಟ

ಅಡುಗೆ ಮನೆಯಲ್ಲಿ ಅಡುಗೆ ಮಾಡಲು ಕತ್ತರಿಸಿರುವ ತರಕಾರಿಗಳ ಅಡ್ಡ–ಛೇದವನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಾ? ವಿಭಿನ್ನ ಹೋಳುಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಅಡ್ಡ–ಛೇದವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವ ಆಕಾರಗಳ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಿ.

ಇದನ್ನು ಮಾಡಿ

ಜೇಡಿ ಮಣ್ಣಿನಿಂದ ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ. ನೀಳ/ಅಡ್ಡವಾಗಿ ಕತ್ತರಿಸಿ. ನೀವು ಪಡೆಯುವ ಅಡ್ಡ–ಛೇದಗಳ ಕರಡುಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಸಾಧ್ಯವಿದ್ದಲ್ಲಿ ಅವುಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ.

ಚಿತ್ರ 15.21

ಅಭ್ಯಾಸ 15.3

1. ಮುಂದಿನ ಘನಗಳ

   (i) ಲಂಬ/ನೀಳ (ii) ಅಡ್ಡ

   ಕತ್ತರಿಸುವಿಕೆಯಿಂದ ನೀವು ಪಡೆಯುವ ಅಡ್ಡ-ಛೇದವು ಯಾವುದು?

   (a) ಒಂದು ಇಟ್ಟಿಗೆ (b) ಒಂದು ದುಂಡಾಗಿರುವ ಸೇಬು

   (c) ಒಂದು ದಾಳ (d) ಒಂದು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಕೊಳವೆ

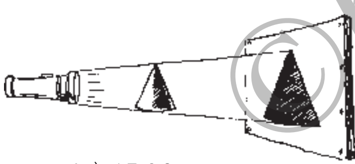
   (e) ಒಂದು ಶಂಕುವಿನಾಕೃತಿಯ ಐಸ್‌ಕ್ರೀಂ

ಚಿತ್ರ 15.22

15.5.2 ಇನ್ನೊಂದು ವಿಧಾನ – ನೆರಳಿನ ಆಟ

ನೆರಳಿನ ಆಟ

ಮೂರು ಆಯಾಮದ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಎರಡು ಆಯಾಮದಲ್ಲಿ ನೋಡಬಹುದೆಂಬುದನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ನೆರಳಿನ ಒಳ್ಳೆಯ ವಿಧಾನಗಳಿವೆ. ನೀವು **ನೆರಳಿನ ಆಟವನ್ನು** ನೋಡಿದ್ದೀರಾ?



ಚಿತ್ರ 15.23

ಅದೊಂದು ರೀತಿಯ ಮನೋರಂಜನೆಯಾಗಿದ್ದು ಘನಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ಬೆಳಕಿನ ಆಕರವೊಂದರ ಮುಂದೆ ಇರಿಸಿ ಚಲಿಸುವ ಬಿಂಬಗಳ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವುದಾಗಿದೆ. ಇದು ಗಣಿತದ ಕಲ್ಪನೆಗಳ ಪರೋಕ್ಷ ಬಳಕೆ ಮಾಡುವುದಾಗಿದೆ.

ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಗಾಗಿ ನಿಮಗೆ ಒಂದು ಬೆಳಕಿನ ಆಕರ ಮತ್ತು ಕೆಲವು ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಅಗತ್ಯವಿದೆ. (ನಿಮ್ಮ ಬಳಿಯಲ್ಲಿ ಓವರ್ ಹೆಡ್ ಪ್ರೊಜೆಕ್ಟರ್ ಇದ್ದರೆ ಘನವನ್ನು ದೀಪದ ಕೆಳಗೆ ಇಟ್ಟು ಈ ಪರೀಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ).

ಶಂಕುವಿಗೆ ನೇರವಾಗಿ ಮುಂಭಾಗದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಟಾರ್ಚ್‌ನ್ನು ಇಡಿ. ಯಾವ ಬಗೆಯ ನೆರಳನ್ನು ಪರದೆಯ ಮೇಲೆ ಅದು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ? (ಚಿತ್ರ 15.23)

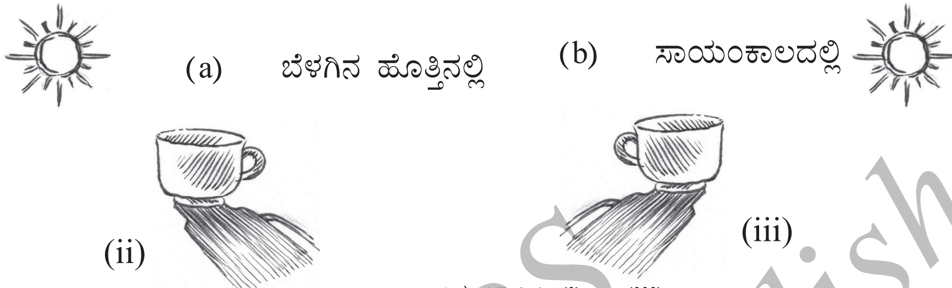
ಘನವು 3 ಆಯಾಮದ್ದಾಗಿದೆ. ನೆರಳಿನ ಆಯಾಮ ಯಾವುದು?

ಮೇಲಿನ ಆಟದಲ್ಲಿ ಶಂಕುವಿನ ಬದಲಾಗಿ ಘನವನ್ನಿಟ್ಟರೆ, ನೀವು ಯಾವ ಬಗೆಯ ನೆರಳನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೀರಿ?

(i)

ಬೆಳಕಿನ ಆಕರವನ್ನು ವಿಭಿನ್ನ ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ಘನವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿಟ್ಟು ಪ್ರಯೋಗ ಮಾಡಿ. ನೀವು ಪಡೆಯುವ ನೆರಳಿನ ಆಕಾರ ಮತ್ತು ಗಾತ್ರಗಳ ಮೇಲಿನ ಪರಿಣಾಮಗಳನ್ನು ಅಭ್ಯಸಿಸಿ.

ನೀವಿಗಾಗಲೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿರಬಹುದಾದ ಮತ್ತೊಂದು ವಿನೋದದ ಆಟ ಇಲ್ಲಿದೆ. ಚಿತ್ರ 15.24 (i) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, ವೃತ್ತಾಕಾರದ ತಟ್ಟೆಯೊಂದನ್ನು ಮಧ್ಯಾಹ್ನ ಸೂರ್ಯನ ಬೆಳಕು ಅದರ ಮೇಲೆ ನೇರವಾಗಿ ಬೀಳುವಂತೆ ಇಡಿ. ಯಾವ ನೆರಳನ್ನು ನೀವು ಪಡೆಯುತ್ತೀರಿ? ಅದು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಹೀಗೆಯೇ ಇರುತ್ತದೆಯೇ?

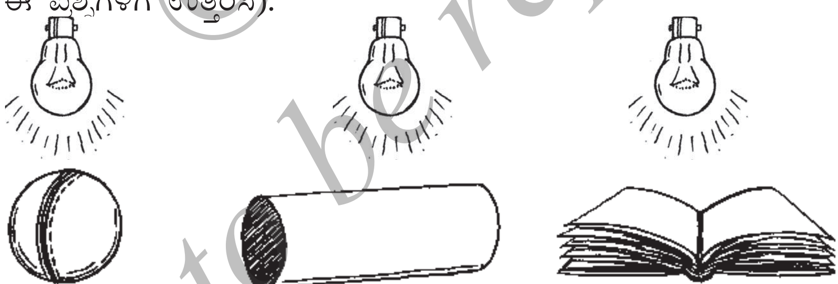


ಚಿತ್ರ 15.24 (i) – (iii)

ಸೂರ್ಯನ ಸ್ಥಾನ ಮತ್ತು ವೀಕ್ಷಿಸಿದ ಸಮಯ ಇವುಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ನೆರಳಿನ ಬಗ್ಗೆ ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಿ.

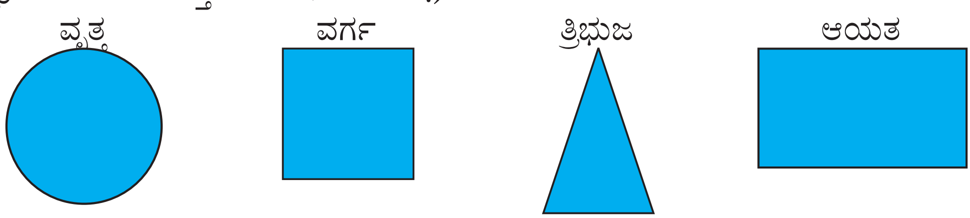
ಅಭ್ಯಾಸ 15.4

1. ಮುಂದಿನ ಘನಗಳ ಮೇಲೆ ಬಲ್ಬೊಂದನ್ನು ಉರಿಯುವಂತೆ ಇಡಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರತೀ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗುವ ನೆರಳಿನ ಆಕಾರವನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ. ನೆರಳಿನ ಕರಡು ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. (ಮೊದಲು ಪ್ರಯೋಗ ಮಾಡಿ ಆ ನಂತರ ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ).



(i) ಒಂದು ಚೆಂಡು   (ii) ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕಾರದ ನಳಿಕೆ   (iii) ಒಂದು ಪುಸ್ತಕ

2. ಮೇಲ್ಮಟ್ಟದ ಪ್ರಕ್ಷೇಪಕದ (ಓವರ್ ಹೆಡ್ ಪ್ರೊಜೆಕ್ಟರ್) ದೀಪದ ಬೆಳಕಿನಲ್ಲಿ ನೋಡಿದಾಗ ಉಂಟಾದ 3D–ವಸ್ತುಗಳ ನೆರಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿದೆ. ಪ್ರತೀ ನೆರಳಿಗೆ ಸರಿಹೊಂದುವ ಘನವನ್ನು (ಗಳನ್ನು) ಗುರ್ತಿಸಿ. (ಇವುಗಳಿಗೆ ಬಹು ಉತ್ತರಗಳು ಇರಬಹುದು!)



(i)   (ii)   (iii)   (iv)

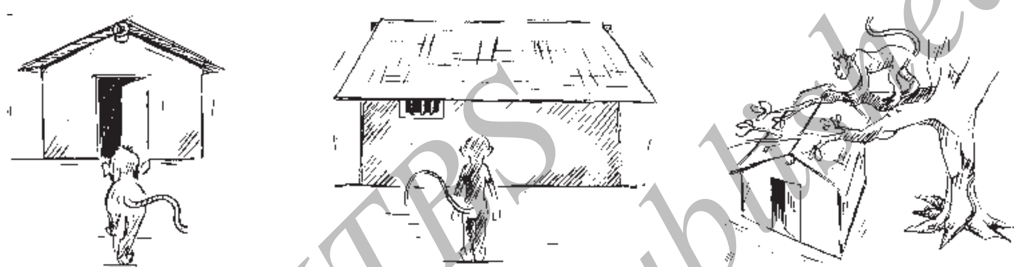
3. ಮುಂದಿನವುಗಳು ಸರಿಯಾದ ಹೇಳಿಕೆಗಳೇ? ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

(i) ಘನವು ಆಯತಾಕಾರದಲ್ಲಿ ನೆರಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಬಲ್ಲದು.

(ii) ಘನವು ಷಡ್ಭುಜಾಕೃತಿಯ ಆಕಾರದಲ್ಲಿ ನೆರಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಬಲ್ಲದು.

15.5.3 ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕೋನದಲ್ಲಿ ನೋಡುವ ಮೂಲಕ ವಿಭಿನ್ನ ದೃಶ್ಯ ಪಡೆಯುವ ಮೂರನೇ ವಿಧಾನ

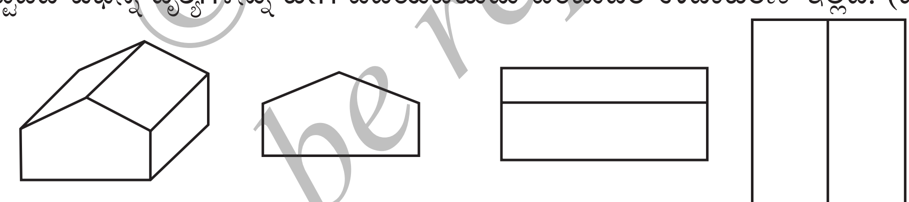
ವಸ್ತುವೊಂದನ್ನು ಮುಂದಿನಿಂದ ಅಥವಾ ಬದಿಯಿಂದ ಅಥವಾ ಮೇಲಿನಿಂದ ನೋಡಬಹುದು. ಪ್ರತೀ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲೂ ನಾವು ವಿಭಿನ್ನ ನೋಟವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. (ಚಿತ್ರ 15.25)



ಮುಂದಿನ ದೃಶ್ಯ ಪಕ್ಕ ದೃಶ್ಯ ಮೇಲಿನ ದೃಶ್ಯ

ಚಿತ್ರ 15.25

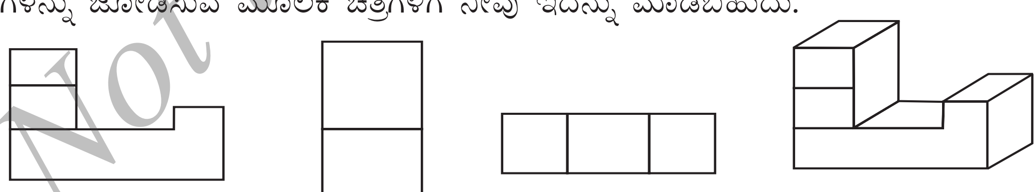
ಒಂದು ಕಟ್ಟಡದ ವಿಭಿನ್ನ ದೃಶ್ಯಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಪಡೆಯಬಹುದು ಎಂಬುದರ ಉದಾಹರಣೆ ಇಲ್ಲಿದೆ. (ಚಿತ್ರ 15.26)



ಕಟ್ಟಡ ಮುಂದಿನ ದೃಶ್ಯ ಪಕ್ಕದ ದೃಶ್ಯ ಮೇಲಿನ ದೃಶ್ಯ

ಚಿತ್ರ 15.26

ಘನಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಮೂಲಕ ಚಿತ್ರಗಳಿಗೆ ನೀವು ಇದನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು.

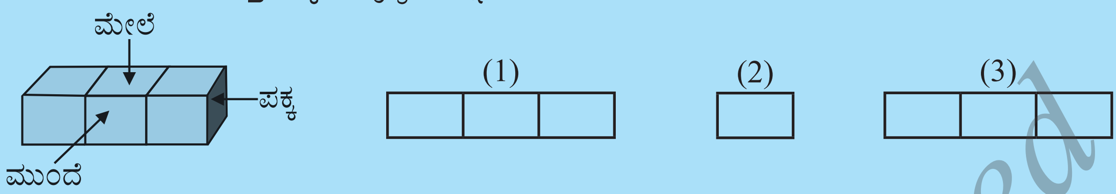


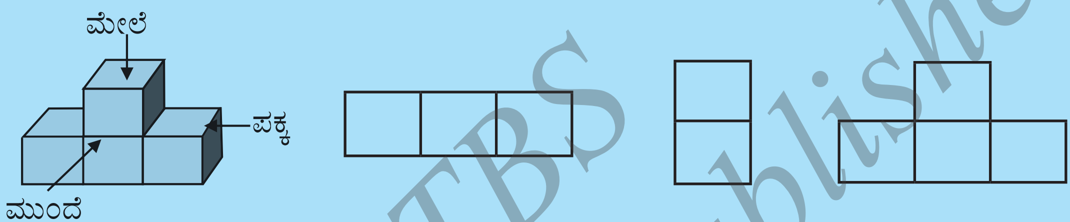
ಚಿತ್ರ 15.27

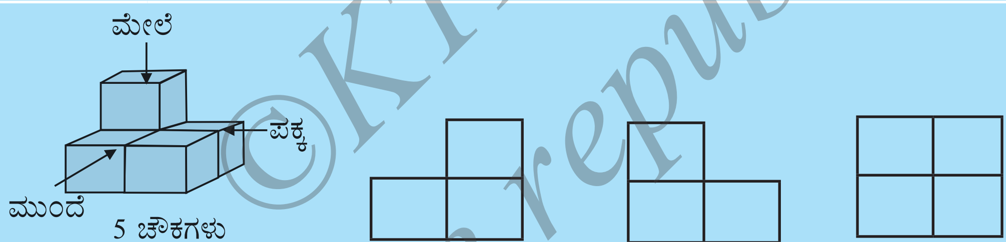
ಘನಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಇಟ್ಟು ವಿಭಿನ್ನ ಬದಿಗಳಿಂದ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

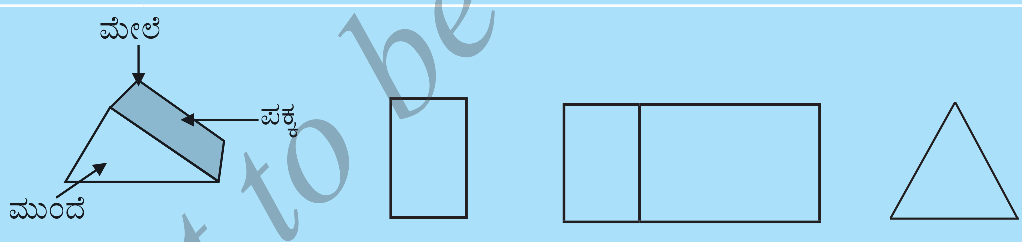
ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ

1. ಪ್ರತೀ ಘನಕ್ಕೂ 3 ದೃಶ್ಯಗಳು (1), (2), (3)ನ್ನು ನೀಡಿದೆ. ಪ್ರತೀ ಘನಕ್ಕೂ ಅನುರೂಪವಾದ ಮೇಲಿನ, ಮುಂದಿನ ಮತ್ತು ಪಕ್ಕದ ದೃಶ್ಯಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ.

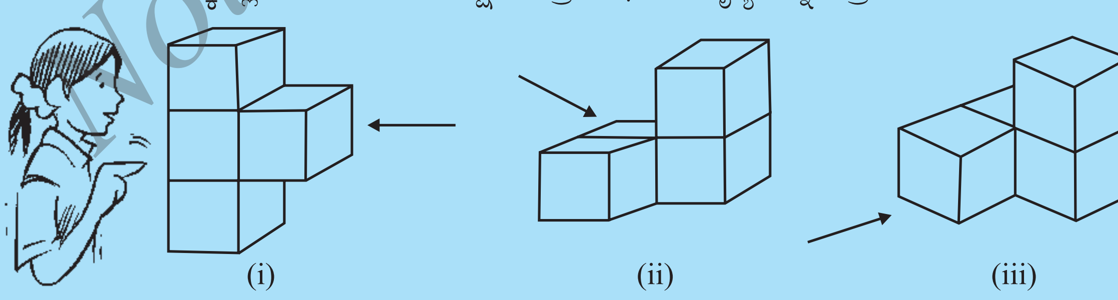








2. ಬಾಣದ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ವೀಕ್ಷಿಸಿದ ಪ್ರತೀ ಘನದ ದೃಶ್ಯವನ್ನು ಚಿತ್ರಿಸಿ.



ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿರುವ ಅಂಶಗಳು

1. ವೃತ್ತ, ಚೌಕ, ಆಯತ, ಚತುರ್ಭುಜ ಮತ್ತು ತ್ರಿಭುಜಗಳು **ಸಮತಲಾಕೃತಿಗಳಿಗೆ** ಉದಾಹರಣೆಗಳಾಗಿವೆ. ಘನ, ಆಯತಘನ, ಗೋಳ, ಸ್ಥಂಭಾಕೃತಿ, ಶಂಕುಗಳು ಘನ ಆಕೃತಿಗಳಿಗೆ ಉದಾಹರಣೆಗಳಾಗಿವೆ.
2. ಸಮತಲಾಕೃತಿಗಳು **ಎರಡು ಆಯಾಮ** (2–D) ಮತ್ತು ಘನ ಆಕೃತಿಗಳು ಮೂರು ಆಯಾಮ (3–D) ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ.
3. ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಮೂಲೆಗಳನ್ನು **ಶೃಂಗಗಳೆಂದು** ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ; ಈ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿನ ರೇಖಾಖಂಡಗಳನ್ನು ಅಂಚುಗಳೆಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ; ಸಮತಟ್ಟಾದ ಸಮತಲಗಳನ್ನು **ಮುಖಗಳೆಂದು** ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.
4. ಜಾಲವು ಮಡಚಬಹುದಾದ ಘನದ ಹೊರಚಿತ್ರಯಾಗಿದೆ. ಒಂದೇ ಘನವು ಅನೇಕ ಬಗೆಯ ಜಾಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರಬಹುದು.
5. ಘನಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ಸಮತಟ್ಟಾದ ಮೇಲ್ಮೈ (ಹಾಳೆ) ಮೇಲೆ ನೈಜವಾಗಿ ರಚಿಸಬಹುದು. ಇದನ್ನು ನಾವು 3–D ಘನವನ್ನು 2–D ಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.
6. ಒಂದು ಘನ ಎರಡು ಬಗೆಯ ನಕ್ಷೆಗಳು (Sketches) ಸಾಧ್ಯವಿದೆ.
   (a) **ಓರೆ ಚಿತ್ರಗಳಿಗೆ** ಅನುಪಾತೀಯ ಉದ್ದಗಳು ಇರುವುದಿಲ್ಲ. ಆದರೂ ಅದು ತೋರಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಘನದ ಎಲ್ಲಾ ಮುಖ್ಯ ಅಂಶಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸುತ್ತದೆ.
   (b) ಒಂದು **ಸಮಮಿತಿ ಚಿತ್ರವನ್ನು** ಸಮಮಿತಿ ಚುಕ್ಕೆ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ರಚಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಅದರ ಒಂದು ಮಾದರಿಯನ್ನು ಪುಸ್ತಕದ ಕೊನೆಯ ಪುಟಗಳಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಒಂದು ಘನದ ಸಮಮಿತಿ ಚಿತ್ರಯಲ್ಲಿ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಪ್ರಮಾಣಬದ್ಧವಾಗಿ ಇಡಲಾಗುತ್ತದೆ.
7. ಘನಾಕೃತಿಗಳ ವೀಕ್ಷಣೆಯು ಬಹಳ ಉಪಯುಕ್ತವಾದ ಕೌಶಲವಾಗಿದೆ. ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಮರೆಯಾದ ಭಾಗಗಳನ್ನು ನೀವು ನೋಡಲು ಸಮರ್ಥರಿರಬೇಕು.
8. ಘನದ ಭಾಗಗಳನ್ನು ವಿಭಿನ್ನ ವಿಧಾನಗಳಿಂದ ವೀಕ್ಷಿಸಬಹುದು.
   (a) ಒಂದು ವಿಧಾನವು ಕತ್ತರಿಸುವುದು ಅಥವಾ ಹೋಳುಮಾಡುವುದು, ಇದು ಘನದ ಅಡ್ಡ/ಛೇದ ನೋಟವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ.
   (b) ಇನ್ನೊಂದು ವಿಧಾನವು 3–D ಆಕೃತಿಯ 2–D ನೆರಳನ್ನು ವೀಕ್ಷಿಸುವುದು.
   (c) ಮೂರನೇ ವಿಧಾನವು ಆಕೃತಿಯನ್ನು ವಿಭಿನ್ನ ಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ನೋಡುವುದಾಗಿದೆ. ಮುಮ್ಮುಖ ನೋಟ ಬದಿ–ನೋಟ ಮತ್ತು ಮೇಲ್ನೋಟಗಳು ವೀಕ್ಷಿಸಿದ ಆಕೃತಿಯ ಬಗ್ಗೆ ಬಹಳಷ್ಟು ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಒದಗಿಸುತ್ತವೆ.

ಉತ್ತರಗಳು

ಅಭ್ಯಾಸ 8.1

1. (a) 10:1 (b) 500:7 (c) 100:3 (d) 20:1

2. 12 ಗಣಕಯಂತ್ರಗಳು

3. (i) ರಾಜಸ್ಥಾನ : 190 ಜನ ; ಯುಪಿ : 830 ಜನ (ii) ರಾಜಸ್ಥಾನ

ಅಭ್ಯಾಸ 8.2

1. (a) 12.5% (b) 125% (c) 7.5% (d) $28\frac{4}{7}\%$

2. (a) 65% (b) 210% (c) 2% (d) 1235%

3. (i) $\frac{1}{4}$, 25% (ii) $\frac{3}{5}$; 60% (iii) $\frac{3}{8}$; 37.5%

4. (a) 37.5 (b) $\frac{3}{5}$ ನಿಮಿಷ/36 ಸೆಕೆಂಡ್‌ಗಳು (c) ₹ 500

(d) 0.75 kg or 750 g

5. (a) 12000 (b) ₹ 9,000 (c) 1250 km (d) 20 ನಿಮಿಷಗಳು (e) 500 ಲೀ

6. (a) 0.25; $\frac{1}{4}$ (b) 1.5; $\frac{3}{2}$ (c) 0.2; $\frac{1}{5}$ (d) 0.05; $\frac{1}{20}$ **7.** 30%

8. 40%; 6000 **9.** ₹ 40,000 **10.** 5 ಹೊಂದಾಣಿಕೆಗಳು

ಅಭ್ಯಾಸ 8.3

1. (a) ಲಾಭ = ₹ 75; ಲಾಭ % = 30 (b) ಲಾಭ = ₹ 1500; ಲಾಭ % = 12.5

(c) ಲಾಭ = ₹ 500; ಲಾಭ % = 20 (d) ನಷ್ಟ = ₹ 100; ನಷ್ಟ % = 40

2. (a) 75%; 25% (b) 20%, 30%, 50% (c) 20%; 80%

(d) 12.5%; 25%; 62.5%

3. 2% **4.** $5\frac{5}{7}\%$ **5.** ₹ 12,000 **6.** ₹ 16,875

7. (i) 12% (ii) 25 g **8.** ₹ 233.75

9. (a) ₹ 1,632 (b) ₹ 8,625 **10.** 0.25% **11.** ₹ 500

ಅಭ್ಯಾಸ 9.1

1. (i) $\frac{-2}{3},\frac{-1}{2},\frac{-2}{5},\frac{-1}{3},\frac{-2}{7}$ (ii) $\frac{-3}{2},\frac{-5}{3},\frac{-8}{5},\frac{-10}{7},\frac{-9}{5}$

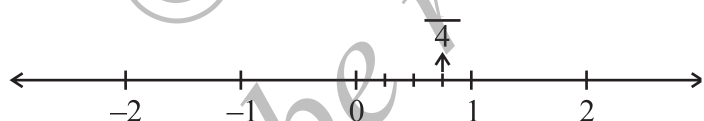
(iii) $\frac{-35}{45}\left(=\frac{-7}{9}\right),\frac{-34}{45},\frac{-33}{45}\left(=\frac{-11}{15}\right),\frac{-32}{45},\frac{-31}{45}$ (iv) $\frac{-1}{3},\frac{-1}{4},0,\frac{1}{3},\frac{1}{2}$

2. (i) $\frac{-15}{25},\frac{-18}{30},\frac{-21}{35},\frac{-24}{40}$ (ii) $\frac{-4}{16},\frac{-5}{20},\frac{-6}{24},\frac{-7}{28}$

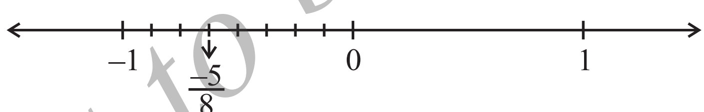
(iii) $\frac{5}{-30},\frac{6}{-36},\frac{7}{-42},\frac{8}{-48}$ (iv) $\frac{8}{-12},\frac{10}{-15},\frac{12}{-18},\frac{14}{-21}$

3. (i) $\frac{-4}{14},\frac{-6}{21},\frac{-8}{28},\frac{-10}{35}$ (ii) $\frac{10}{-6},\frac{15}{-9},\frac{20}{-12},\frac{25}{-15}$ (iii) $\frac{8}{18},\frac{12}{27},\frac{16}{36},\frac{28}{63}$

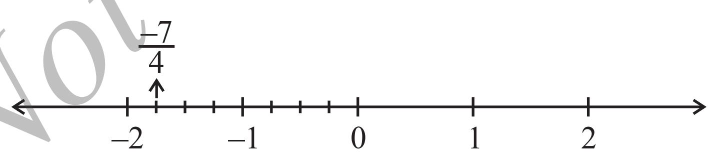
4. (i)



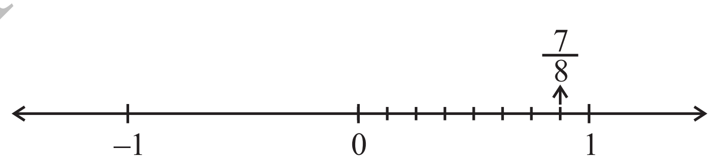
(ii)



(iii)



(iv)



5. P ಯು $\frac{7}{3}$ ನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ, Q ಯು $\frac{8}{3}$ ನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ, R ವು $\frac{-4}{3}$ ರ ಸೂಚಕ S ವು $\frac{-5}{3}$ ರ ಸೂಚಕ

6. (ii), (iii), (iv), (v)

7. (i) $\frac{-4}{3}$ (ii) $\frac{5}{9}$ (iii) $\frac{-11}{18}$ (iv) $\frac{-4}{5}$

8. (i) $<$ (ii) $<$ (iii) $=$ (iv) $>$

(v) $<$ (vi) $=$ (vii) $>$

9. (i) $\frac{5}{2}$ (ii) $\frac{-5}{6}$ (iii) $\frac{2}{-3}$ (iv) $\frac{1}{4}$ (v) $-3\frac{2}{7}$

10. (i) $\frac{-3}{5}, \frac{-2}{5}, \frac{-1}{5}$ (ii) $\frac{-4}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{-2}{9}$ (iii) $\frac{-3}{2}, \frac{-3}{4}, \frac{-3}{7}$

ಅಭ್ಯಾಸ 9.2

1. (i) $\frac{-3}{2}$ (ii) $\frac{34}{15}$ (iii) $\frac{17}{30}$ (iv) $\frac{82}{99}$

(v) $\frac{-26}{57}$ (vi) $\frac{-2}{3}$ (vii) $\frac{34}{15}$

2. (i) $\frac{-13}{72}$ (ii) $\frac{23}{63}$ (iii) $\frac{1}{195}$

(iv) $\frac{-89}{88}$ (v) $\frac{-73}{9}$

3. (i) $\frac{-63}{8}$ (ii) $\frac{-27}{10}$ (iii) $\frac{-54}{55}$

(iv) $\frac{-6}{35}$ (v) $\frac{6}{55}$ (vi) 1

4. (i) -6 (ii) $\frac{-3}{10}$ (iii) $\frac{4}{15}$

(iv) $\frac{-1}{6}$ (v) $\frac{-14}{13}$ (vi) $\frac{91}{24}$ (vii) $\frac{-15}{4}$

ಅಭ್ಯಾಸ 11.1

1. (i) 150000 m^2 (ii) ₹ 1,500,000,000
2. 6400 m^2 3. 20 m 4. 15 cm; 525 cm^2 5. 40 m
6. 31cm; Square 7. 35cm; 1050 cm^2 8. ₹ 284

ಅಭ್ಯಾಸ 11.2

1. (a) 28 cm^2 (b) 15 cm^2 (c) 8.75 cm^2
(d) 24 cm^2 (e) 8.8 cm^2
2. (a) 6 cm^2 (b) 8 cm^2 (c) 6 cm^2 (d) 3 cm^2
3. (a) 12.3 cm (b) 10.3 cm (c) 5.8 cm (d) 1.05 cm
4. (a) 11.6 cm (b) 80 cm (c) 15.5 cm
5. (a 91.2 cm^2 (b) 11.4 cm
6. BM ನ ಉದ್ದ = 30cm; DL ನ ಉದ್ದ = 42 cm
7. ΔABC ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 30 cm^2; AD ನ ಉದ್ದ = $\frac{60}{13}$ cm
8. ΔABC ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 27 cm^2; CE ನ ಉದ್ದ = 7.2 cm

ಅಭ್ಯಾಸ 11.3

1. (a) 88 cm (b) 176 mm (c) 132 cm
2. (a) 616 mm^2 (b) 1886.5 m^2 (c) $\frac{550}{7}$ cm^2

3. 24.5 m; 1886.5 m^2 **4.** 132 m; ₹ 528 **5.** 21.98 cm^2

6. 4.71 m; ₹ 70.65 **7.** 25.7 cm **8.** ₹ 30.14 (ಅಂದಾಜು)

9. 7 cm; 154 cm^2; 11cm; ವೃತ್ತ.

10. 536 cm^2 **11.** 23.44 cm^2 **12.** 5 cm; 78.5 cm^2

13. 879.20 m^2 **14.** Yes **15.** 119.32 m; 56.52m

16. 200 ಬಾರಿ **17.** 94.2 cm

ಅಭ್ಯಾಸ 11.4

1. 1750 m^2 ; 0.675 ha **2.** 1176 m^2 **3.** 30 cm^2

4. (i) 63 m^2 (ii) ₹ 12,600 **5.** (i) 116 m^2 (ii) ₹ 31,360

6. 0.99 ha; 20.01 ha **7.** (i) 441 m^2 (ii) ₹ 48,510

8. ಸರಿಯಾಗಿದೆ, 9.12 cm ನಷ್ಟು ಉಳಿದಿದೆ

9. (i) 50m^2 (ii) 12.56 m^2 (iii) 37.44m^2 (iv) 12.56m

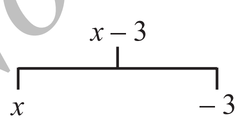
10. (i) 110 cm^2 (ii) 150 cm^2; **11.** 66 cm^2

ಅಭ್ಯಾಸ 12.1

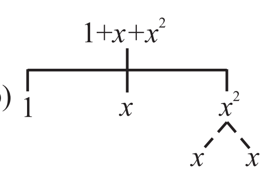
1. (i) $y - z$ (ii) $\frac{1}{2}(x + y)$ (iii) z^2 (iv) $\frac{1}{4}pq$ (v) $x^2 + y^2$

(vi) 5 + 3mn (vii) 10 – yz (viii) ab – (a + b)

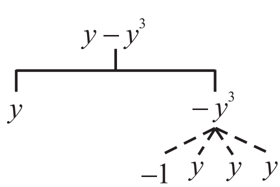
2. (i) (a)



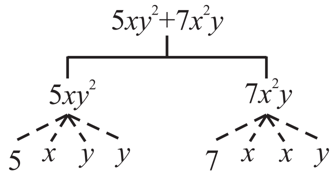
(b)



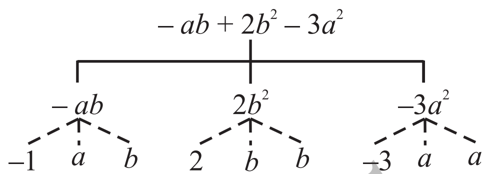
(c)



(d)



(e)



(ii)

	ಬೀಜೋಕ್ತಿ	ಪದಗಳು	ಅಪವರ್ತನಗಳು
(a)	$-4x+5$	$-4x$ 5	$-4, x$ 5
(b)	$-4x+5y$	$-4x$ $5y$	$-4,x$ $5,y$
(c)	$5y+3y^2$	$5y$ $3y^2$	$5,y$ $3,y,y$
(d)	$xy+2x^2y^2$	xy $2x^2y^2$	x, y $2, x, x, y, y$
(e)	$pq+q$	pq q	p, q q
(f)	$1.2ab-2.4b+3.6a$	$1.2ab$ $-2.4b$ $3.6a$	$1.2,a,b$ $-2.4, b$ $3.6a$
(g)	$\frac{3}{4}x+\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}x$ $\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}, x$ $\frac{1}{4}$
(h)	$0.1p^2+0.2q^2$	$0.1p^2$ $0.2q^2$	$0.1, p, p$ $0.2, q, q$

3.

	ಬೀಜೋಕ್ತಿ	ಪದಗಳು	ಅಪವರ್ತನಗಳು
(i)	$5 - 3t^2$	$-3t^2$	-3
(ii)	$1 + t + t^2 + t^3$	t t^2 t^3	1 1 1
(iii)	$x + 2xy + 3y$	x $2xy$ $3y$	1 2 3
(iv)	100m +1000n	100m 1000n	100 1000
(v)	$-p^2q^2 + 7pq$	$-p^2q^2$ $7pq$	-1 7
(vi)	$1.2a + 0.8b$	$1.2\ a$ $0.8\ b$	1.2 0.8
(vii)	$3.14r^2$	$3.14r^2$	3.14
(viii)	$2(l + b)$	$2l$ $2b$	2 2
(ix)	$0.1y + 0.01y^2$	$0.1y$ $0.01y^2$	0.1 0.01

4. (a)

	ಬೀಜೋಕ್ತಿ	x ನೊಂದಿಗಿನಪದಗಳು	x ನ ಸಹಾಪವರ್ತನಗಳು
(i)	$y^2x + y$	y^2x	y^2
(ii)	$13y^2 - 8yx$	$-8yx$	$-8y$
(iii)	$x + y + 2$	x	1
(iv)	$5 + z + zx$	zx	z
(v)	$1 + x + xy$	x xy	1 y
(vi)	$12xy^2 + 25$	$12xy^2$	$12y^2$
(vii)	$7 + xy^2$	xy^2	y^2

(b)

	ಬೀಜೋಕ್ತಿ	y^2 ನೊಂದಿಗಿನಪದಗಳು	y^2 ನ ಸಹಾಪವರ್ತನಗಳ
(i)	$8 - xy^2$	$-xy^2$	$-x$
(ii)	$5y^2 + 7x$	$5y^2$	5
(iii)	$2x^2y - 15xy^2 + 7y^2$	$-15xy^2$ $7y^2$	$-15x$ 7

5. (i) ದ್ವಿಪದ (ii) ಏಕಪದ (iii) ತ್ರಿಪದ (iv) ಏಕಪದ
(v) ತ್ರಿಪದ (vi) ದ್ವಿಪದ (vii) ದ್ವಿಪದ (viii) ಏಕಪದ
(ix) ತ್ರಿಪದ (x) ದ್ವಿಪದ (xi) ದ್ವಿಪದ (xii) ತ್ರಿಪದ

6. (i) ಸಜಾತೀಯ (ii) ಸಜಾತೀಯ (iii) ವಿಜಾತೀಯ (iv) ಸಜಾತೀಯ
(v) ವಿಜಾತೀಯ (vi) ವಿಜಾತೀಯ

7. (a) $-xy^2, 2xy^2; -4yx^2, 20x^2y; 8x^2, -11x^2, -6x^2; 7y, y; -100x, 3x; -11yx, 2xy.$
(b) $10pq, -7qp, 78qp; 7p, 2405p; 8q, -100q; -p^2q^2, 12q^2p^2; -23, 41; -5p^2, 701p^2; 13p^2q, qp^2$

ಅಭ್ಯಾಸ 12.2

1. (i) $8b - 32$ (ii) $7z^3 + 12z^2 - 20z$ (iii) $p - q$ (iv) $a + ab$
(v) $8x^2y + 8xy^2 - 4x^2 - 7y^2$ (vi) $4y^2 - 3y$

2. (i) $2mn$ (ii) $-5tz$ (iii) $12mn - 4$ (iv) $a + b + 3$
(v) $7x + 5$ (vi) $3m - 4n - 3mn - 3$ (vii) $9x^2y - 8xy^2$
(viii) $5pq + 20$ (ix) 0 (x) $-x^2 - y^2 - 1$

3. (i) $6y^2$ (ii) $-18xy$ (iii) $2b$
(iv) $5a + 5b - 2ab$ (v) $5m^2 - 8mn + 8$ (vi) $x^2 - 5x - 5$
(vii) $10ab - 7a^2 - 7b^2$ (viii) $8p^2 + 8q^2 - 5pq$

4. (a) $x^2 + 2xy - y^2$ (b) $5a + b - 6$

5. $4x^2 - 3y^2 - xy$ **6.** (a) $-y + 11$ (b) $2x + 4$

ಅಭ್ಯಾಸ 12.3

1. (i) 0 (ii) 1 (iii) –1 (iv) 1 (v) 1

2. (i) –1 (ii) –13 (iii) 3

3. (i) –9 (ii) 3 (iii) 0 (iv) 1

4. (i) 8 (ii) 4 (iii) 0

5. (i) –2 (ii) 2 (iii) 0 (iv) 2

6. (i) $5x - 13; -3$ (ii) $8x - 1; 15$
(iii) $11x - 10; 12$ (iv) $11x + 7; 29$

7. (i) $2x+4; 10$ (ii) $-4x + 6; -6$ (iii) $-5a + 6; 11$
(iv) $-8b + 6; 22$ (v) $3a - 2b - 9; -8$

8. (i) 1000 (ii) 20 **9.** –5 **10.** $2a^2 + ab + 3; 38$

ಅಭ್ಯಾಸ 12.4

1.

ಸಂಕೇತ	ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಭಾಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
6	5 10 100	26 51 501
4	5 10 100	16 31 301
8	5 10 100	27 52 502

2. (i) $2n - 1 \rightarrow$ 100^{th} : 199
(ii) $3n + 2 \rightarrow$ 5^{th} : 17; 10^{th} : 32; 100^{th} : 302
(iii) $4n + 1 \rightarrow$ 5^{th} : 21; 10^{th} : 41; 100^{th} : 401
(iv) $7n + 20 \rightarrow$ 5^{th} : 55; 10^{th} : 90; 100^{th} : 720
(v) $n^2 + 1 \rightarrow$ 5^{th} : 26; 10^{th} : 101

ಅಭ್ಯಾಸ 13.1

1. (i) 64 (ii) 729 (iii) 121 (iv) 625

2. (i) 6^4 (ii) t^2 (iii) b^4 (iv) $5^2 \times 7^3$
(v) $2^2 \times a^2$ (vi) $a^3 \times c^4 \times d$

3. (i) 2^9 (ii) 7^3 (iii) 3^6 (iv) 5^5

4. (i) 3^4 (ii) 3^5 (iii) 2^8 (iv) 2^{100} (v) 2^{10}

5. (i) $2^3 \times 3^4$ (ii) 5×3^4 (iii) $2^2 \times 3^3 \times 5$ (iv) $2^4 \times 3^2 \times 5^2$

6. (i) 2000 (ii) 196 (iii) 40 (iv) 768
(v) 0 (vi) 675 (vii) 144 (viii) 90000

7. (i) – 64 (ii) 24 (iii) 225 (iv) 8000

8. (i) $2.7 \times 10^{12} > 1.5 \times 10^8$ (ii) $4 \times 10^{14} < 3 \times 10^{17}$

ಅಭ್ಯಾಸ 13.2

1. (i) 3^{14} (ii) 6^5 (iii) a^5 (iv) 7^{x+2}

(v) 5^3 (vi) $(10)^5$ (vii) $(ab)^4$ (viii) 3^{12}

(ix) 2^8 (x) 8^{t-2}

2. (i) 3^3 (ii) 5^3 (iii) 5^5 (iv) 7×11^5

(v) 3^0 or 1 (vi) 3 (vii) 1 (viii) 2

(ix) $(2a)^2$ (x) a^{10} (xi) a^3b (xii) 2^8

3. (i) ತಪ್ಪು ; $10 \times 10^{11} = 10^{12}$ ಮತ್ತು $(100)^{11} = 10^{22}$ (ii) ತಪ್ಪು ; $2^3 = 8$, $5^2 = 25$

(iii) ತಪ್ಪು; $6^5 = 2^5 \times 3^5$ (iv) ಸರಿ ; $3^0 = 1$, $(1000)^0 = 1$

4. (i) $2^8 \times 3^4$ (ii) $2 \times 3^3 \times 5$ (iii) $3^6 \times 2^6$ (iv) $2^8 \times 3$

5. (i) 98 (ii) $\frac{5t^4}{8}$ (iii) 1

ಅಭ್ಯಾಸ 13.3

1. $279404 = 2 \times 10^5 + 7 \times 10^4 + 9 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 4 \times 10^0$

$3006194 = 3 \times 10^6 + 0 \times 10^5 + 0 \times 10^4 + 6 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 4 \times 10^0$

$2806196 = 2 \times 10^6 + 8 \times 10^5 + 0 \times 10^4 + 6 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 6 \times 10^0$

$120719 = 1 \times 10^5 + 2 \times 10^4 + 0 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 9 \times 10^0$

$20068 = 2 \times 10^4 + 0 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 8 \times 10^0$

2. (a) 86045 (b) 405302

(c) 30705 (d) 900230

3. (i) 5×10^7 (ii) 7×10^6

(iii) 3.1865×10^9 (iv) 3.90878×10^5

(v) 3.90878×10^4 (vi) 3.90878×10^3

4. (a) 3.84×10^8m (b) 3×10^8 m/s (c) 1.2756×10^7m

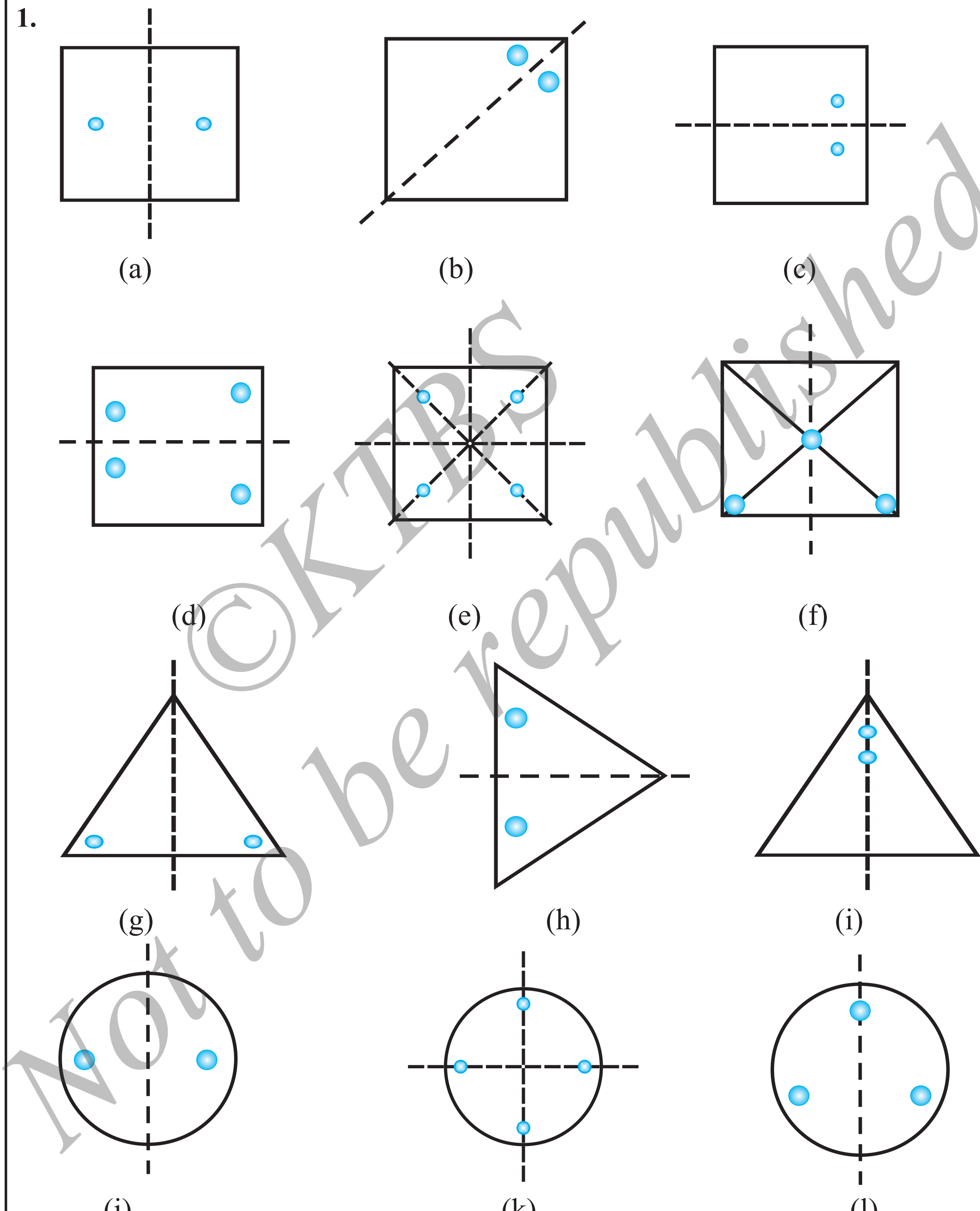
(d) 1.4×10^9 m (e) 1×10^{11} (f) 1.2×10^{10} years

(g) 3×10^{20} m (h) 6.023×10^{22} (i) 1.353×10^9 km^3

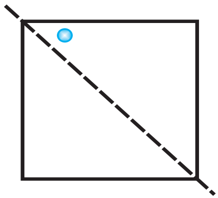
(j) 1.027×10^9

ಅಭ್ಯಾಸ 14.1

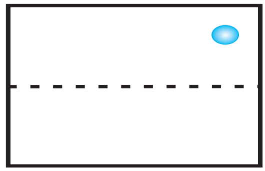
1.



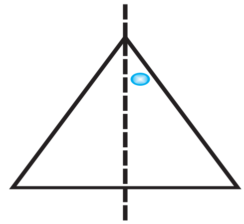
2.



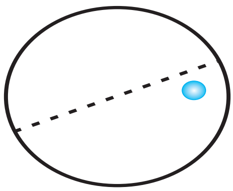
(a)



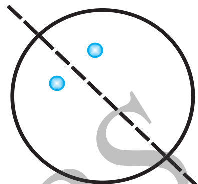
(b)



(c)

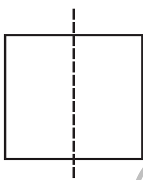


(d)

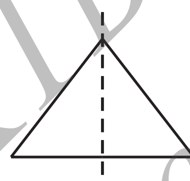


(e)

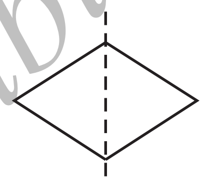
3.



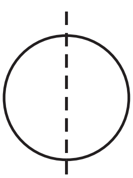
(a) ವರ್ಗ



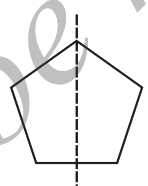
(b) ತ್ರಿಭುಜ



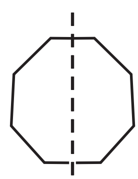
(c) ವಜ್ರಾಕೃತಿ



(d) ವೃತ್ತ

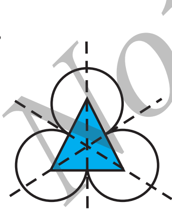


(e) ಪಂಚಭುಜ

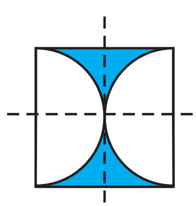


(f) ಅಷ್ಟಭುಜ

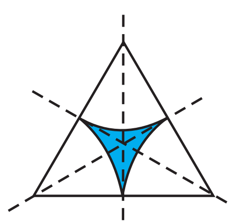
4.



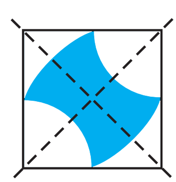
(a)



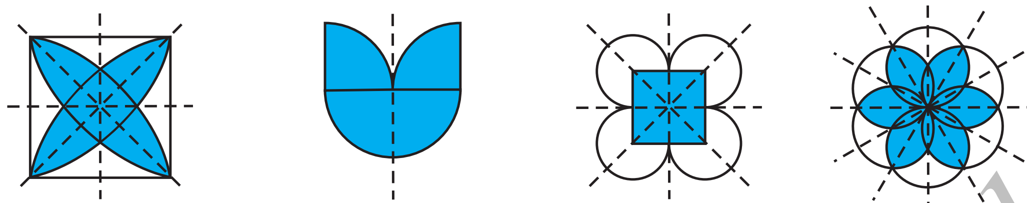
(b)



(c)



(d)



(e) (f) (g) (h)

7. (a) 3 (b) 1 (c) 0 (d) 4 (e) 2
(f) 2

(g) 0 (h) 0 (i) 6 (j) ಅನಂತ

8. (a) A, H, I, M, O, T, U, V, W, X, Y (b) B, C, D, E, H, I, O, X

(c) O, X, I, H

10. (a) ಮಧ್ಯರೇಖೆ (b) ವ್ಯಾಸ

ಅಭ್ಯಾಸ 14.2

1. (a), (b), (d), (e), (f)

2. (a) 2 (b) 2 (c) 3 (d) 4

(e) 4 (f) 5 (g) 6 (h) 3

ಅಭ್ಯಾಸ 14.3

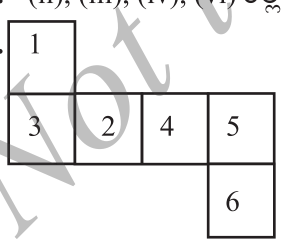
3. ಸರಿ **5.** ವರ್ಗ **6.** 120°, 180°, 240°, 300°, 360°

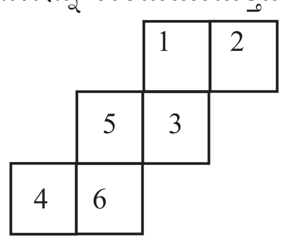
7. (i) ಸರಿ (ii) ತಪ್ಪು

ಅಭ್ಯಾಸ 15.1

1. (ii), (iii), (iv), (vi) ರಲ್ಲಿ ಜಾಲಗಳು ಘನಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತವೆ..

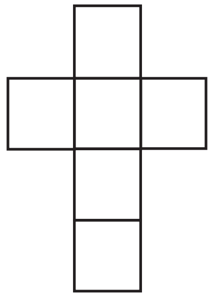
2.

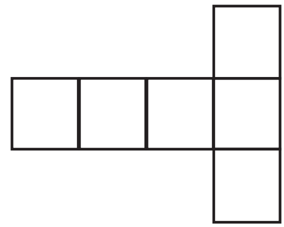




3. ತಪ್ಪು ಏಕೆಂದರೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹಗಳ ಮೇಲಿರುವ ಒಂದು ಜೊತೆ 1 ಮತ್ತು 4, ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತ 7 ಆಗಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲೆ 3 ಮತ್ತು 6 ಇದೆ, ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತವೂ ಸಹ 7 ಆಗಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

4. ಮೂರು ಮುಖಗಳು





5. (a) (ii) (b) (iii) (c) (iv) (d) (i)

ಮೆದುಳು–ಹುರುಪುಗಳು

1. ಸಂಖ್ಯಾ ಒಗಟುಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ:

(i) ನಾನು! ನಾನು ಯಾರೆಂದು ಹೇಳಿ!

ನನ್ನಿಂದ 8ನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ,

ಡಜನ್‌ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ, ಕ್ರಿಕೆಟ್ ತಂಡವೊಂದನ್ನು ಪಡೆಯಿರಿ.

(ii) ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದರ ಆರು ಪಟ್ಟಿಗೆ 4ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ, 64ನ್ನು ಪಡೆಯಿರಿ,

ತಕ್ಷಣವೇ ಉತ್ತರಿಸಿದಲ್ಲಿ, ಸೂಕ್ತ ಬಹುಮಾನವನ್ನು ನೀವು ನಿರೀಕ್ಷಿಸಬಹುದು!

2. ಕೆಣಕುಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ:

(i) ಕಾಡೊಂದರಲ್ಲಿ ಹಳೆಯ ಆಲದ ಮರವೊಂದು ಇತ್ತು

ದೊಡ್ಡ ಮರಕ್ಕೆ ಇದ್ದ ಕೊಂಬೆಗಳು ಹತ್ತು ಮತ್ತು ಮೂರು

ಪ್ರತಿ ಕೊಂಬೆಯ ಮೇಲೆ ಜೀವಿಸಿದ್ದ ಪಕ್ಷಿಗಳು ಹದಿನಾಲ್ಕು,

ಗುಬ್ಬಿಗಳು ಕಂದು, ಕಾಗೆಗಳು ಕಪ್ಪು ಮತ್ತು ಗಿಣಿಗಳು ಹಸಿರು !

ಕಾಗೆಗಳ ಎರಡರಷ್ಟು ಗಿಣಿಗಳು

ಮತ್ತು ಗುಬ್ಬಿಗಳ ಎರಡರಷ್ಟು ಕಾಗೆಗಳು

ಪ್ರತಿ ಬಗೆಯ ಪಕ್ಷಿಗಳೆಷ್ಟಿವೆ ಎಂಬುದು ನಮಗೆ ಆಶ್ಚರ್ಯ ತರುವಂಥದ್ದು

ಇದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನಮಗೆ ನೀವು ಸಹಾಯಮಾಡುವುದಿಲ್ಲವೇ?

(ii) ನನ್ನ ಬಳಿ ಕೆಲವು 5 ರೂಪಾಯಿ ಮತ್ತು ಕೆಲವು 2 ರೂಪಾಯಿಯ ನಾಣ್ಯಗಳಿವೆ. ಎರಡು ರೂಪಾಯಿಯ ನಾಣ್ಯಗಳು ಐದು ರೂಪಾಯಿ ನಾಣ್ಯಗಳ ಎರಡು ಪಟ್ಟಿವೆ. ನನ್ನ ಬಳಿ ಇರುವ ಒಟ್ಟು ಹಣ 108 ರೂಪಾಯಿಗಳು. ಹಾಗಾದರೆ ನನ್ನ ಬಳಿ ಇರುವ ಐದು ರೂಪಾಯಿಯ ನಾಣ್ಯಗಳೆಷ್ಟು? ಎರಡು ರೂಪಾಯಿಯ ನಾಣ್ಯಗಳೆಷ್ಟು?

3. ನನ್ನ ಬಳಿ 2 ಚಾಪೆಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ 2 ಕೊಪ್ಪರಿಗೆಗಳಿವೆ. ಪ್ರತಿ ಚಾಪೆಯ ಮೇಲೆ 2 ಬೆಕ್ಕುಗಳು ಕುಳಿತಿವೆ. ಪ್ರತಿ ಬೆಕ್ಕು 2 ಹಳೆಯ ಹಾಸ್ಯದ ಟೋಪಿಗಳನ್ನು ಧರಿಸಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಟೋಪಿಯು 2 ಇಲಿಗಳಿಗೆ ಆಧಾರವಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಇಲಿಯ ಮೇಲೆ ಎರಡು ಬಾವುಲಿಗಳು ಕುಳಿತಿವೆ. ನನ್ನ ಕೊಪ್ಪರಿಗೆಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ವಸ್ತುಗಳಿವೆ?

4. 27 ಚಿಕ್ಕ ಘನಗಳನ್ನು ಅಂಟಿಸಿ ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಘನವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಿದೆ. ದೊಡ್ಡ ಘನದ ಹೊರಭಾಗವನ್ನು ಹಳದಿ ಬಣ್ಣದಿಂದ ಅಲಂಕರಿಸಿದೆ. 27 ಚಿಕ್ಕ ಘನಗಳಲ್ಲಿ,

(i) ಒಂದು ಮುಖದ ಮೇಲೆ ಮಾತ್ರ (ii) ಎರಡು ಮುಖಗಳ ಮೇಲೆ

(iii) ಮೂರು ಮುಖಗಳ ಮೇಲೆ – ಹಳದಿ ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಿರುವವು ಎಷ್ಟು?

5. ತನ್ನ ತೋಟದಲ್ಲಿ ಮರವೊಂದರ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ರಾಹುಲ್ ಇಚ್ಛೆ ಪಟ್ಟಿದ್ದಾನೆ. ತನ್ನ ಎತ್ತರವನ್ನು ತನ್ನ ನೆರಳಿನ ಉದ್ದದೊಂದಿಗಿನ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಅದು 4:1 ಆಗಿತ್ತು. ಅನಂತರ ಅವನು ಮರದ ನೆರಳನ್ನು ಅಳೆದಿದ್ದಾನೆ. ಅದು 15 ಅಡಿ ಆಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಮರದ ಎತ್ತರ ಎಷ್ಟು?

6. ಮೂರು ಮರದ ದಿಮ್ಮಿಗಳ ತುಣುಕುಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಮರಕಡಿಯುವವನು 12 ನಿಮಿಷಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾನೆ. ಅಂತಹ 5 ತುಣುಕುಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಅವನು ಎಷ್ಟು ಸಮಯ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾನೆ?

7. ಒಂದು ಬಟ್ಟೆಯು ಸ್ವಚ್ಛಗೊಳಿಸಿದಾಗ 0.5% ರಷ್ಟು ಸಂಕುಚಿಸುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

8. ಸ್ಮಿತಾಳ ತಾಯಿಯು 34 ವರ್ಷ ವಯಸ್ಸಿನವಳಾಗಿದ್ದಾಳೆ, ಎರಡು ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ತಾಯಿಯ ವಯಸ್ಸು ಸ್ಮಿತಾಳ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸಿನ 4 ಪಟ್ಟು ಇರುತ್ತದೆ. ಸ್ಮಿತಾಳ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸೆಷ್ಟು?

9. ಮಾಯಾ, ಮಧುರಾ ಮತ್ತು ಮೊಸಿನಾ ಒಂದೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಓದುತ್ತಿರುವ ಸ್ನೇಹಿತರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಭೂಗೋಳಶಾಸ್ತ್ರದ ಒಂದು ಕಿರು ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ 25ಕ್ಕೆ ಮಾಯಾಳು 16, ಮಧುರಾ 20, ಅಂಕಗಳನ್ನು ಪಡೆದಿದ್ದಾರೆ. ಅವರ ಸರಾಸರಿ ಅಂಕ 19 ಆಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಮೊಸಿನಾ ಎಷ್ಟು ಅಂಕಗಳನ್ನು ಪಡೆದಿದ್ದಾಳೆ?

ಉತ್ತರಗಳು

1. (i) 140 (ii) 10

2. (i) ಗುಬ್ಬಿಗಳು: 104, ಕಾಗೆಗಳು : 52, ಗಿಣಿಗಳು : 26

(ii) ₹ 5 ನಾಣ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ= 12, ₹ 2 ನಾಣ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 24

3. 124 **4.** (i) 6 (ii) 10 (iii) 8 **5.** 60 feet

6. 24 ನಿಮಿಷಗಳು **7.** $\frac{1}{200}$ **8.** 7 ವರ್ಷಗಳು **9.** 21