தமிழ்நாடு அரசு

எட்டாம் வகுப்பு

கணக்கு

முதல் பருவம்

தொகுதி – 2

தமிழ்நாடு அரசு விலையில்லாப் பாடநூல் வழங்கும் திட்டத்தின்கீழ் வெளியிடப்பட்டது

பள்ளிக் கல்வித்துறை

தீண்டாமை மனிதநேயமற்ற செயலும் பெருங்குற்றமும் ஆகும்

தமிழ்நாடு அரசு

முதல் பதிப்பு – *2019*

*(புதிய பாடத்திட்டத்தின் கீழ்
வெளியிடப்பட்ட முப்பருவ நூல்)*

விற்பனைக்கு அன்று

பாடநூல் உருவாக்கமும்
தொகுப்பும்

*மாநிலக் கல்வியியல் ஆராய்ச்சி
மற்றும் பயிற்சி நிறுவனம்*

© SCERT 2019

நூல் அச்சாக்கம்

*தமிழ்நாடு பாடநூல் மற்றும்
கல்வியியல் பணிகள் கழகம்*

www.textbooksonline.tn.nic.in

உலகில் பல பேசும் மொழிகள் இருந்தாலும், உலகின் ஒரே பொது மொழி கணிதமாகும். இதனை எளிய முறையில் மாணவர்களுக்கு அளிப்பதே இப்பாடநூலின் அடிப்படை நோக்கமாகும்.

கணிதமானது எண்கள், சமன்பாடுகள், அடிப்படைச் செயலிகள் படிநிலைகள் என்பதைவிட புரிதலை அடிப்படையாகக் கொண்டது.

– வில்லியம் பவுல் தர்ஸ்டன்

அன்றாட வாழ்விலும், இயற்கையிலும் எல்லா இடங்களிலும் கணித அனுபவம் இயற்கையோடு இணைந்தே உள்ளது என்பதை உணர்ந்து கொள்ளுதல்

பொருளடக்கம்

அலகு	தலைப்பு	பக்க எண்
1	விகிதமுறு எண்கள்	1
2	அளவியல்	36
3	இயற்கணிதம்	69
4	வடிவியல்	101
5	தகவல் செயலாக்கம்	127
	விடைகள்	147
	கணிதக் கலைச் சொற்கள்	154

CWS6GV
மின் நூல்

IV3KTT
மதிப்பீடு

B355_8_MATHS_TM
இணைய வளங்கள்

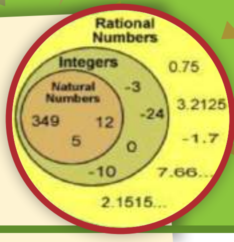
QR GUIDE

பாடநூலில் உள்ள விரைவுக் குறியீட்டைப் (QR Code) பயன்படுத்துவோம்! எப்படி?

- உங்கள் திறன் பேசியில் கூகுள் playstore கொண்டு DIKSHA செயலியை பதிவிறக்கம் செய்து நிறுவிக்கொள்க.
- செயலியை திறந்தவுடன், ஸ்கேன் செய்யும் பொத்தானை அழுத்தி பாடநூலில் உள்ள விரைவு குறியீடுகளை ஸ்கேன் செய்யவும்.
- திரையில் தோன்றும் கேமராவை பாடநூலின் QR Code அருகில் கொண்டு செல்லவும்.
- ஸ்கேன் செய்வதன் மூலம். அந்த QR Code உடன் இணைக்கப்பட்டுள்ள மின் பாட பகுதிகளை பயன்படுத்தலாம்.

குறிப்பு: இணையச்செயல்பாடுகள் மற்றும் இணைய வளங்களுக்கான QR code களை Scan செய்ய DIKSHA அல்லாத ஏதேனும் ஓர் QR code Scanner ஐ பயன்படுத்தவும்.

1 விகிதமுறு எண்கள்



கற்றல் விளைவுகள்

- பின்னங்களிலிருந்து விகிதமுறு எண்களுக்கான நீட்டிப்பின் தேவையைப் புரிந்துகொள்ளுதல்.
- எண்கோட்டின் மீது விகிதமுறு எண்களைக் குறித்தல்.
- கொடுக்கப்பட்ட இரு விகிதமுறு எண்களுக்கிடையே பல விகிதமுறு எண்கள் உள்ளன என புரிந்துகொள்ளுதல்.
- விகிதமுறு எண்களின் மீதான நான்கு அடிப்படைச் செயல்பாடுகளை செய்து கற்றல்.
- அனைத்து அடிப்படைச் செயல்பாடுகளைப் பயன்படுத்தி வார்த்தைக் கணக்குகளைத் தீர்த்தல்.
- விகிதமுறு எண்களின் மீதான பண்புகள், கூட்டல் சமனி, கூட்டல் நேர்மாறு, பெருக்கல் சமனி மற்றும் பெருக்கல் நேர்மாறு ஆகியவற்றைப் புரிந்துகொள்ளுதல்.
- அதிகபட்சம் மூன்று அடைப்புக்குறிகள் வரை கோவைகளைச் சுருக்க அறிதல்.

PTE16R

4.1 அறிமுகம்

இந்தச் சூழலைக் குறித்துச் சிந்திக்க

பின்வரும் உரையாடலைக் கவனிக்க:

பாரி : என் அன்பிற்கினிய சேது, எனக்கு எண்கோட்டில் பின்னங்கள் குறித்து ஒரு ஐயம் இருக்கிறது. நீ அந்த ஐயத்தைப் போக்குவாயா?

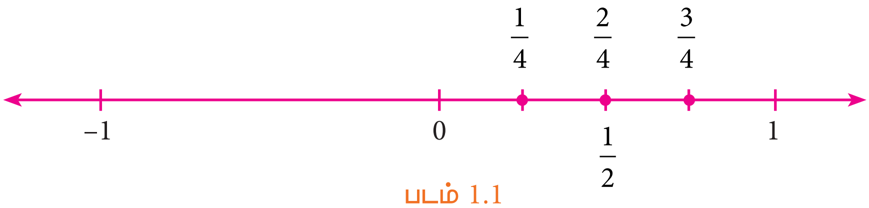
சேது : என்னிடம் கூறு பாரி, நான் உனக்கு உதவுவதில் மகிழ்ச்சி கொள்வேன்.

பாரி : நமக்கு பின்னங்களைப் பற்றித் தெரியும் தானே? $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$ போன்ற பின்னங்களைப் பற்றி நமக்குத் தெளிவாகத் தெரியும். $\frac{1}{4}$ என்பது நான்கில் ஒரு பகுதியையும், $\frac{1}{2}$ என்பது இரண்டில் ஒரு பகுதியையும் குறிக்கும். அவ்வாறே மற்ற பின்னங்களையும் அறியலாம். ஆனால், இவை எண்கோட்டின் மீது எங்கு அமைந்துள்ளன?

சேது : பாரி, அவை எண்கோட்டின் மீது எங்கு அமைந்துள்ளன என்பதை எளிதாக அறியலாம். இங்கு, நீ கூறிய பின்னங்கள் அனைத்தும் தகு பின்னங்கள் ஆகும் அல்லவா! தகு பின்னங்களின் மதிப்பானது பூச்சியத்திற்கு அதிகமாகவும் ஒன்றிற்குக் குறைவாகவும் இருக்கும் என்பது நமக்குத் தெரியும்.

பாரி : ஆம், நானும் அதை ஒப்புக் கொள்கிறேன், சேது.

சேது : இப்போது, அவை எண்கோட்டின் மீது எங்கு உள்ளன என்பதை நான் கூறுகிறேன். நான் உனக்காக வரைந்த எண்கோட்டினைப் பார்.



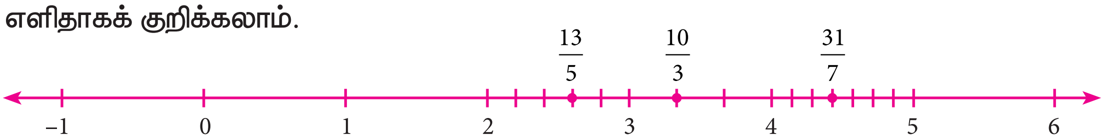
படம் 1.1

பாரி, இங்கு நீ பார்ப்பது போன்று, $\frac{1}{2}$ ஆனது சரியாக 0 மற்றும் 1 இக்கு இடையில் உள்ளது. மேலும் $\frac{1}{4}$ ஆனது சரியாக 0 மற்றும் $\frac{1}{2}$ இக்கு இடையில் உள்ளது. இவ்வாறே $\frac{3}{4}$ ஆனது சரியாக $\frac{1}{2}$ மற்றும் 1 இக்கு இடையில் உள்ளது. மேலும், 0 மற்றும் 1 இக்கு இடைப்பட்டத் தொலைவினை நாம் தோராயமாக 3 சம பகுதிகளாகப் பிரித்தால், அதன் இரண்டாவது பகுதி $\frac{2}{3}$ ஐக் குறிக்கும். இப்போது புரிகிறதா?

பாரி : அருமை, இப்போது மிகவும் தெளிவாகப் புரிகிறது. $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ மற்றும் $\frac{2}{3}$ ஆகிய இந்தப் பின்னங்கள் முறையே 0.25, 0.50, 0.75 மற்றும் 0.66 ஆகிய தசம எண்களையும் குறிக்கும் என நான் நினைக்கிறேன். நான் கூறுவது சரியா, சேது?

சேது : ஆம், நீ கூறுவது சரியே.

பாரி : மேலும், $\frac{13}{5}$, $\frac{10}{3}, \frac{31}{7}$ போன்ற தகா பின்னங்களை முறையே $2\frac{3}{5}, 3\frac{1}{3}, 4\frac{3}{7}$ எனக் கலப்பு பின்னங்களாக மாற்றினால், அவற்றைப் பின்வருமாறு எண்கோட்டின் மீது எளிதாகக் குறிக்கலாம்.



படம் 1.2

சேது : ஆம் பாரி, சரியாகக் கூறினாய். இங்கு, $\frac{13}{5}$ ஆனது 2 மற்றும் 3 இக்கு இடையிலும், $\frac{10}{3}$ ஆனது 3 மற்றும் 4 இக்கு இடையிலும், அவ்வாறே $\frac{31}{7}$ ஆனது 4 மற்றும் 5 இக்கு இடையிலும் அமைவது இப்போது தெளிவாகிறது.

பாரி : சேது, இப்போது உன்னிடம் மற்றொரு கேள்வியைக் கேட்கிறேன் ஒரு நிகழ்ச்சிக்காக வகுப்பில் உள்ள 50 மாணவர்களும் சேர்ந்து சம பங்களிப்பு அளித்து மொத்தமாக ₹ 35 ஐக் கொடுக்கிறார்கள் எனில், ஒவ்வொருவரின் பங்கு என்ன?

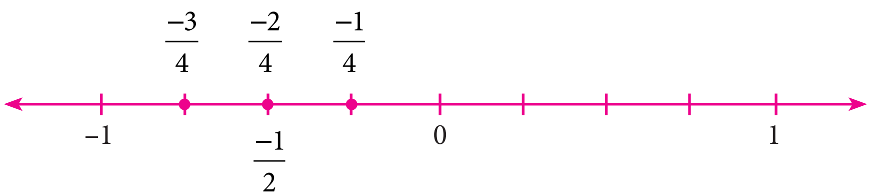
சேது : இது மிகவும் எளிதானது. ஒவ்வொருவரின் பங்கும் $\frac{35}{50}$ ஆகும். அதாவது சுருக்கிய பின் ஒரு ரூபாயில் $\frac{7}{10}$ பங்காகும். இது 70 பைசாக்களைக் குறிக்கும் அல்லது ₹ 0.70 ஐக் குறிக்கும். இங்கு, எதற்காக இந்தக் கேள்வியைக் கேட்கிறாய், பாரி?

பாரி : பொறு சேது, அவர்களுக்கு (50 மாணவர்களுக்கு) ₹ 35 ஆனது கடன்தொகையாக இருந்தால் அதை எவ்வாறு கூறவேண்டும்? என எனக்குக் கூறு. நான் அதைக் குறைக் குறியைக் கொண்டு $\frac{-7}{10}$ எனக் குறிக்கலாமா?

சேது : நானும் அவ்வாறே நினைக்கிறேன். நாம் முழு எண்களின் நீட்டிப்பாக முழுக்களைப் பார்த்திருக்கிறோம். அதேபோன்று, இந்தக் குறை பின்னங்களையும் எண்கோட்டில் ஏதேனும் ஓர் இடத்தில் சேர்த்துத்தான் ஆக வேண்டும்.

ஆசிரியர் : பாரி மற்றும் சேது, சிறிது நேரமாக, நானும் உங்கள் உரையாடலைக் கவனித்துக் கொண்டிருக்கின்றேன். நீங்கள் ஏறக்குறைய அனைத்தையும் சரியாகப் புரிந்து கொண்டுள்ளீர்கள். நமக்கு இயல் எண்களின் (பூச்சியத்திற்கு வலதுபுறம்) பிரதிபலிப்பாகக் குறை முழுக்களைத் (பூச்சியத்திற்கு இடதுபுறம்) தரும் கண்ணாடியாக 0 ஆனது அமைகிறது என்பது தெரியும். அதேபோன்று, பூச்சியத்தின் இடதுபுறத்தில் குறை பின்னங்களையும் நாம் குறிக்க இயலும்.

சேது : நன்றி ஆசிரியரே! இப்போது, நீங்கள் கூறியது எங்களுக்கு நன்றாகப் புரிகிறது மற்றும் பின்வரும் எண்கோட்டின் மீது குறை பின்னங்களை எவ்வாறு குறிப்பது என்பதையும் தெரிந்து கொண்டோம்.



படம் 1.3

மேற்காணும் உரையாடலிலிருந்து, நாம் ஏற்கனவே அறிந்த எண்களின் தொகுப்புகளில் கூடுதலாகக் குறை பின்னங்கள் இணைக்கப்படுவதன் அவசியத்தை உணரலாம்.

நினைவு கூர்தல்

இப்போது, நாம் பின்னங்களைக் குறித்து நினைவு கூர்வோம்.

1. பின்வரும் பின்னங்களைப் பொருத்தமான கட்டங்களில் எழுதுக.

$$\frac{-4}{5}, \frac{6}{7}, \frac{8}{3}, 4\frac{2}{3}, \frac{10}{7}, \frac{9}{12}, \frac{-12}{17}, 1\frac{4}{5}$$

தகு பின்னம்	தகா பின்னம்	கலப்பு பின்னம்	குறை பின்னம்

2. பின்வருவனவற்றுள் எது $\frac{8}{12}$ இன் சமான பின்னம் அல்ல ?

(அ) $\frac{2}{3}$ (ஆ) $\frac{16}{24}$ (இ) $\frac{32}{60}$ (ஈ) $\frac{24}{36}$

3. $\frac{125}{200}$ இன் எளிய வடிவம் ------------- ஆகும்.

4. எது பெரியது? $\frac{4}{5}$ அல்லது $\frac{8}{9}$

5. பின்னங்களைக் கூட்டுக: $\frac{3}{5}+\frac{5}{8}+\frac{7}{10}$

6. சுருக்குக : $\frac{1}{8}-\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{4}\right)$

7. பெருக்குக: $2\frac{3}{5}$ மற்றும் $1\frac{4}{7}$

8. $\frac{7}{36}$ ஐ $\frac{35}{81}$ ஆல் வகுக்குக.

9. கட்டங்களில் நிரப்புக : $\frac{\square}{66}=\frac{70}{\square}=\frac{28}{44}=\frac{\square}{121}=\frac{7}{\square}$

10. ஒரு நகரத்தில் உள்ள மொத்த மக்கள் தொகையில் $\frac{7}{20}$ பங்கு பெண்கள் மற்றும் $\frac{1}{4}$ பங்கு குழந்தைகள் எனில், மொத்த மக்கள் தொகையில் ஆண்களின் பங்கு (பின்னம்) என்ன?

1.1.1 பின்னங்களை விகிதமுறு எண்களுக்கு நீட்டிப்பு செய்வதற்கானத் தேவை

எளிதான புரிதலுக்காகவும், கணிதத் தெளிவிற்காகவும் நாம் சுருக்கமாக, இரண்டு பண்புகளை கவனத்தில் கொண்டு விகிதமுறு எண்களை அறிமுகப்படுத்துகிறோம். அவையாதெனில், ஒவ்வோர் எண்ணும் ஒரு நேர்மாறைப் பெற்றிருக்கும் மற்றும் ஒவ்வொரு பூச்சியமற்ற எண்ணும் ஒரு தலைகீழியைப் பெற்றிருக்கும்.

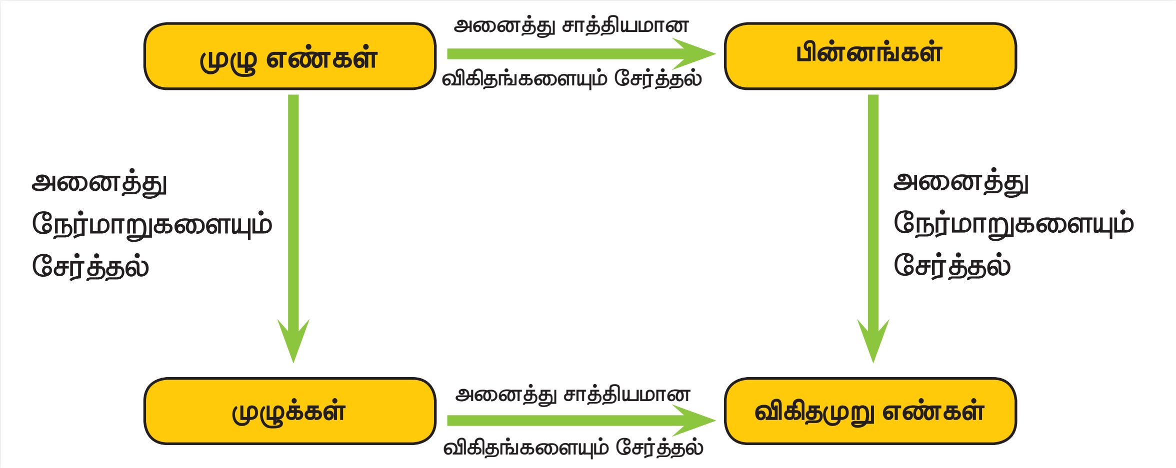
(i) முதலாவதாக, நாம் அனைத்து பின்னங்களையும் அதன் நேர்மாறுகளுடன் எடுத்துக்கொள்ளலாம். இது நமக்குப் பின்னங்கள் மற்றும் $\frac{-3}{4},\frac{5}{-9},\frac{-13}{2}$ போன்ற எண்களைக் கொண்ட ஒரு புதிய எண் தொகுப்பைத் தரும்.

(ii) இரண்டாவதாக, தொகுதியானது முழுக்களாகவும், பகுதியானது பூச்சியமற்ற முழுக்களாகவும் உள்ளவாறு அனைத்து எண்களையும் பின்ன வடிவில் அமைக்க வேண்டும். இந்த முறையில், ஒரு விகிதமுறு எண்ணானது முழுக்களின் விகிதம் என வரையறுக்கப்படுகிறது. இவ்வாறான விகிதமுறு எண்களின் தொகுப்பில் பின்னங்களின் நேர்மாறுகளும் இடம்பெறும்.

மேலும், $5x=4$ என்ற சமன்பாட்டை $\frac{4}{5}$ என்ற பின்னம் நிறைவு செய்கிறது. ஏனெனில், $5\times\frac{4}{5}=4$ மற்றும் $x+2=0$, என்ற சமன்பாட்டை -2 என்ற எண் நிறைவு செய்கிறது ஏனெனில், $-2+2=0.$. ஆனால், $5x+2=0.$ என்ற சமன்பாட்டை நிறைவு செய்ய ஒரு பின்னமோ அல்லது முழுக்களோ கிடையாது.

நாம் முழுக்களைப் பற்றிப் படித்திருக்கிறோம். இரண்டு அல்லது மூன்று முழுக்களைக் கூட்டினாலோ அல்லது கழித்தாலோ அல்லது பெருக்கினாலோ நமக்குக் கிடைப்பது முழுக்களே ஆகும். ஆனால், இரு முழுக்களை வகுக்கும் போது, நமக்கு எப்போதும் முழுக்களாகவே கிடைப்பதில்லை. எடுத்துக்காட்டாக, $\frac{-3}{5}$ மற்றும் $\frac{-4}{-8}$ போன்ற எண்கள் முழுக்கள் அல்ல. இவ்வாறான சூழல்களை, எண்களின் தொகுப்பில் கூடுதலாக விகிதமுறு எண்களையும் சேர்த்து விரிவுப்படுத்துவதன் மூலம் கையாளலாம்.

பின்வரும் படமானது, விகிதமுறு எண்கள் பின்னங்கள் மற்றும் முழுக்களின் நீட்டிப்பு என்பதைக் காட்டுகிறது.



படம் 1.4

எங்கும் கணிதம்	அன்றாட வாழ்வில் விகிதமுறு எண்கள்
ஓர் ஆரஞ்சு பழத்தினை உரிக்கும்போது அதனுள் 8 சுளைகள் இருக்கிறது எனில், ஒரு சுளையானது $\frac{1}{8}$ என்ற விகிதமுறு எண்ணைக் குறிக்கும்.	ஒரு வீட்டு உபயோக LPG உருளையின் எடை மற்றும் அதிலுள்ள எரிவாயுவின் எடை தசம வடிவில் குறிக்கப்பட்டிருக்கும்.

1.2 விகிதமுறு எண்கள் –வரையறை

a மற்றும் b ஆகியவை முழுக்கள் மற்றும் $b \neq 0$ எனில், $\frac{a}{b}$ என்ற வடிவில் எழுதக் கூடிய அனைத்து எண்களின் தொகுப்பானது விகிதமுறு எண்கள் எனப்படும். இந்தத் தொகுப்பினை Q என்ற எழுத்தால் குறிக்கலாம். இங்கு, மேலேயுள்ள எண் a ஆனது தொகுதி மற்றும் கீழேயுள்ள எண் b ஆனது பகுதி எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்:

$\frac{1}{3}, \frac{6}{11}, \frac{-3}{5}$ மற்றும் $\frac{-11}{-25}$ ஆகியவை விகிதமுறு எண்களுக்கான சில எடுத்துக்காட்டுகள் ஆகும். மேலும், 7, -4 மற்றும் 0 போன்ற முழுக்களும் விகிதமுறு எண்களாகும். ஏனெனில், அவற்றை $\frac{7}{1}, \frac{-4}{1}$ மற்றும் $\frac{0}{1}$ என எழுதலாம். கலப்பு எண்களான $-4\frac{2}{5} = \frac{-22}{5}$, $-5\frac{1}{3} = \frac{-16}{3}$, $3\frac{1}{2} = \frac{7}{2}$ போன்ற எண்களும் விகிதமுறு எண்களாகும். ஆகவே, எல்லா முழுக்களும், பின்னங்களும் விகிதமுறு எண்களாகும். தசம எண்களான 0.75, 1.3, 0.888 போன்ற எண்களும் விகிதமுறு எண்களாகும். ஏனெனில், அவற்றைப் பின்வருமாறு விகித வடிவில் எழுதலாம்.

$$0.75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

$$1.3 = \frac{13}{10} \quad \text{மற்றும்}$$

$$0.888 = \frac{888}{1000} = \frac{222}{250} = \frac{111}{125}$$

வட்டி விவரங்கள்

- எஸ்.பி.ஐ வங்கி வீட்டுக்கடன் ₹ 30 இலட்சங்கள் வரை மகளிருக்கு வட்டி வீதம் 8.4 % மற்றும் ஆண்களுக்கு வட்டி வீதம் 8.55% ஆகும்.
- ஐ.சி.ஐ.சி வங்கி வீட்டுக்கடன் ₹ 75 இலட்சங்கள் வரை வட்டி வீதம் 8.7 % ஆகும்.
- ஹெச்.டி.எப்.சி வங்கி வீட்டுக்கடன் ₹ 75 இலட்சங்கள் வரை வட்டிவீதம் 8.5% மற்றும் 9% ஆகும்.

வங்கிகளில், மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது போல் முன்பே தீர்மானிக்கப்பட்ட வட்டி வீதத்தில், வீட்டுக் கடன்கள் வழங்கப்படுகின்றன. தசம சதவீதத்தில் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் வட்டி வீதங்களை விகிதமுறு எண்களாக மாற்ற இயலும்.

குறிப்பு

கணிதத்தில் இரு வெவ்வேறு பொருள்களின் அளவுகளின் ஒப்பீட்டினை **விகிதம்** என்று கூறுகிறோம். எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு வகுப்பில் 20 மாணவர்களுக்கு 1 ஆசிரியர் வீதம் என இருந்தால், ஆசிரியர் மாணவர் விகிதத்தை 1:20 என எழுதலாம். விகிதங்களைப் பெரும்பாலும் பின்னங்களாக எழுதுகிறோம். ஆகவே 1:20 என்பது $\frac{1}{20}$ என எழுதலாம். இந்தக் காரணத்தினாலேயே, பின்ன வடிவில் உள்ள எண்கள் விகிதமுறு எண்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

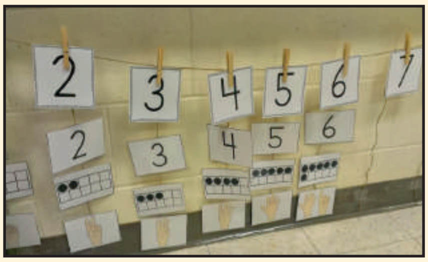
இவற்றை முயல்க

(i) $\frac{7}{-5}$ என்ற எண் பின்னமா அல்லது விகிதமுறு எண்ணா? ஏன்?

(ii) உன் விருப்பப்படி, ஏதேனும் 6 விகிதமுறு எண்களை எழுதுக.

செயல்பாடு–1

ஒரு கயிற்றினை எண் கோடாகப் பயன்படுத்தி, வகுப்பறையின் நீளம் முழுக்க அதனை சுவரில் கட்டவும். கயிற்றில் போதுமான இடம் விட்டு முழுக்களைப் பொருத்தவும். பிறகு, மாணவர்களிடம் ஒரு பெட்டியில் உள்ள விகிதமுறு எண் அட்டைகளை எடுக்கச் சொல்லி அவற்றை சரியான இடத்தில் கயிற்றில் பொருத்த சொல்ல வேண்டும். இவ்விளையாட்டை குழுக்களாக விளையாடச் செய்யலாம். எந்தக் குழு அதிக அட்டைகளை சரியாக கயிற்றின் மீது பொருத்துகிறதோ அந்தக் குழு வெற்றி பெறும்.

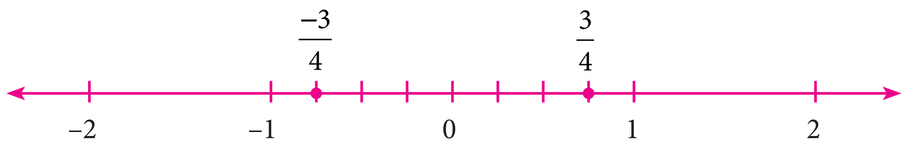


1.2.1 எண்கோட்டின் மீது விகிதமுறு எண்களைக் குறித்தல்

ஓர் எண்கோட்டில் முழுக்களை எவ்வாறு குறிக்கலாம் என்பது நமக்குத் தெரியும். அதே போல், விகிதமுறு எண்களையும் எண்கோட்டில் குறிக்கலாம்.

இப்போது, நாம் $\frac{-3}{4}$ என்ற எண்ணை, எண்கோட்டில் குறிப்போம். $\frac{-3}{4}$ என்பது குறை எண் ஆதலால், அதனை 0 இக்கு இடதுபுறமாக 0 மற்றும் -1 இக்கு இடையில் குறிக்கவேண்டும்.

நமக்கு, முழுக்களில் $+1$ மற்றும் -1 ஆகியவை பூச்சியத்திலிருந்து சம தொலைவில் இருக்கும் என்பது தெரியும். இவ்வாறே, 2, -2 மற்றும் 3, -3 ஆகியவை பூச்சியத்திலிருந்து சம தொலைவில் இருக்கும். இது விகிதமுறு எண்களுக்கும் பொருந்தும். இப்போது, பூச்சியத்திற்கு வலதுபுறமாக, 0 மற்றும் 1 இக்கு இடையில் 4 இல் 3 பகுதியை $\frac{3}{4}$ எனக் குறிப்பது போன்று, பூச்சியத்திற்கு இடதுபுறமாக, 0 மற்றும் -1 இக்கு இடையில் 4 இல் 3 பகுதியை $\frac{-3}{4}$ எனக் கீழே காட்டியுள்ளவாறு நாம் குறிக்க வேண்டும்.



படம் 1.5

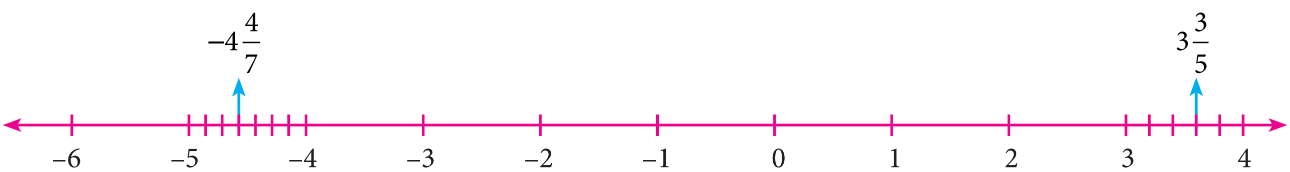
இதே போன்று $\frac{-5}{2}$ ஆனது -2 மற்றும் -3 க்கு இடையில் உள்ளது என எளிதில் கூற இயலும், ஏனெனில் $\frac{-5}{2} = -2\frac{1}{2}$ ஆகும்.

எல்லாத் தகு விகிதமுறு எண்களும் 0 மற்றும் 1 (அல்லது) 0 மற்றும் -1 ஆகியவற்றிற்கு இடையில் பின்னங்களைப் போன்று அமையும் என்பதை நினைவில் கொள்க.

இப்போது, $\frac{18}{5}$ மற்றும் $-\frac{32}{7}$ ஆகியவை ஓர் எண்கோட்டில் எங்கே அமையும் என்பதைக் காணலாம்.

$\frac{18}{5} = 3\frac{3}{5}$ மற்றும் $-\frac{32}{7} = -4\frac{4}{7}$ ஆகும்.

இங்கு, எண்கோட்டில் 3 மற்றும் 4 இக்கு இடையிலான பகுதியை 5 சம பாகங்களாகப் பிரித்து 3 ஆவது பாகத்தை $\frac{3}{5}$ எனக் குறித்தால், அம்புகுறியானது $3\frac{3}{5} = \frac{18}{5}$ ஐக் குறிக்கும். மேலும் $-\frac{32}{7}$ என்பது $-4\frac{4}{7}$ இக்குச் சமம் என்பதால், இது எண்கோட்டில் -4 மற்றும் -5 இக்கு இடையில் அமையும். -4 மற்றும் -5 இக்கு இடையிலானப் பகுதியை 7 சம பாகங்களாகப் பிரித்து 4 வது பாகத்தை $\frac{4}{7}$ எனக் குறித்தால், அம்புகுறியானது $-4\frac{4}{7} = -\frac{32}{7}$ ஐக் குறிக்கும். இந்த விகிதமுறு எண்கள், எண்கோட்டின் மீது கீழே காட்டியுள்ளவாறு குறிக்கப்படுகின்றன.



படம் 1.6

1.2.2 தசம எண்ணை விகிதமுறு எண்ணாக எழுதுதல்

பின்வரும் எடுத்துக்காட்டில் உள்ளபடி, ஒவ்வொரு முடிவுறு அல்லது முடிவுறா சுழல் தன்மைக் கொண்ட தசம எண்ணையும் விகிதமுறு எண்ணாக எழுத இயலும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.1

பின்வரும் தசம எண்களை விகிதமுறு எண்களாக எழுதுக.

(i) 3.0 (ii) 0.25 (iii) 0.666… (iv) −5.8 (v) 1.15

தீர்வு:

(i) $3.0 = \frac{30}{10} = \frac{3}{1}$ (ii) $0.25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

(iii) $0.666... = \frac{2}{3}$ (சரிபார்… இது எப்படி என ஒன்பதாம் வகுப்பில் அறிவாய்)

(iv) $-5.8 = \frac{-58}{10} = \frac{-29}{5} = -5\frac{4}{5}$

(v) $1.15 = \frac{115}{100} = \frac{23}{20} = 1\frac{3}{20}$

குறிப்பு

சில தசம எண்களான $\pi = 3.1415926535...$ மற்றும் 3.01002000400005 போன்றவை முடிவுறா மற்றும் சுழல் தன்மையற்றதாக இருக்கும். அவை விகிதமுறு எண்கள் அல்ல. ஏனெனில், அந்த எண்களை $\frac{a}{b}$ வடிவில் எழுத இயலாது.

இவற்றை முயல்க

பின்வரும் கூற்றுகள் உண்மையானவை. காரணம் கூறுக.

(i) $0.8 = \frac{4}{5}$ (ii) $1.4 > \frac{1}{4}$ (iii) $0.74 < \frac{3}{4}$

(iv) $0.4 > 0.386$ (v) $0.096 < 0.24$ (vi) $0.128 = 0.1280$

1.2.3 சமான விகிதமுறு எண்கள்

ஒரு விகிதமுறு எண்ணின் ($\frac{a}{b}$ என்க) தொகுதியையும் பகுதியையும் ஒரு பூச்சியமற்ற முழுவால் (c என்க) பெருக்கக் கிடைப்பது, அந்த எண்ணின் சமான விகிதமுறு எண்ணாகும். இது, சமான பின்னங்களைப் பெறுவதைப் போன்றே ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டாக, $\frac{a}{b} = \frac{-4}{7}$ மற்றும் $c = 5$ எனக் கொண்டால்,

இங்கு, $\frac{a}{b} \times \frac{c}{c} = \frac{a \times c}{b \times c} = \frac{-4 \times 5}{7 \times 5} = \frac{-20}{35}$ என்பது $\frac{-4}{7}$ இன் சமான விகிதமுறு எண்ணாகும். c இக்கு 2, 3, −4 என்ற மதிப்புகளை எடுத்துக்கொண்டால், சமான விகிதமுறு எண்கள் முறையே $\frac{-8}{14}, \frac{-12}{21}, \frac{16}{-28}$ ஆகியவை கிடைக்கும்.

1.2.4 விகிதமுறு எண்களின் திட்ட வடிவம்

$\frac{a}{b}$ என்ற ஒரு விகிதமுறு எண்ணில், a மற்றும் b இக்கு 1 மட்டுமே பொதுக்காரணியாகவும், b மிகை எண்ணாகவும் இருந்தால், அந்த விகிதமுறு எண் திட்ட வடிவில் உள்ளது.

$\frac{4}{5}, \frac{-3}{7}, \frac{1}{6}, \frac{-4}{13}, \frac{-50}{51}$ ஆகிய விகிதமுறு எண்கள் திட்ட வடிவில் உள்ளன.

குறிப்பு

வெவ்வேறு குறிகளைக் கொண்ட இரு எண்களின் விகிதமானது ஒரு குறை எண் ஆகும்.

அதாவது, $\frac{-4}{5} = -\frac{4}{5}$ மற்றும் $\frac{4}{-5} = -\frac{4}{5}$ ஆகவே $\frac{-4}{5} = \frac{4}{-5} = -\frac{4}{5}$

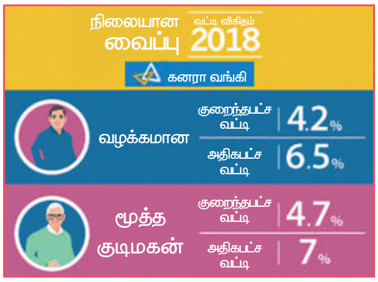
மேலும், இரு எண்கள் ஒரே குறியைப் பெற்றிருந்தால், அவற்றின் விகிதமானது ஒரு மிகை எண் ஆகும்.

அதாவது, $\frac{+3}{+4} = \frac{3}{4}$ மற்றும் $\frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$.

0 என்ற விகிதமுறு எண்ணானது மிகை எண்ணும் அல்ல, குறை எண்ணும் அல்ல.

உங்களுக்கு தெரியுமா?

பூச்சியத்தால் வகுப்பதைத் தவிர்த்து, விகிதமுறு எண்கள் அனைத்தும் விகிதங்களில் அமைவதால், அதன் தொகுப்பானது Q (Quotient–விகிதம்) என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது. தசம எண்களையும் விகித வடிவில் எழுதலாம் என்பதால், அவ்வெண்களும் விகிதமுறு எண்களாகும்.



எடுத்துக்காட்டு 1.2

திட்டவடிவில் எழுதுக. (i) $\frac{48}{-84}$ (ii) $\frac{-18}{-42}$

தீர்வு:

(i) **முறை** 1:

$$\frac{48}{-84} = \frac{48 \div (-2)}{-84 \div (-2)} = \frac{-24 \div 2}{42 \div 2} = \frac{-12 \div 3}{21 \div 3} = \frac{-4}{7}$$ (-2, 2 மற்றும் 3 ஆல் தொடர்ச்சியாக வகுத்தல்)

முறை 2:

48 மற்றும் 84 இன் மீ.பொ.வ 12 ஆகும் (கண்டுபிடிக்க). ஆகவே, இதன் திட்டவடிவத்தைப் பெற நாம் –12 ஆல் வகுக்க வேண்டும்.

$$= \frac{48 \div (-12)}{-84 \div (-12)} = \frac{-4}{7}$$

(ii) **முறை** 1:

$$\frac{-18}{-42} = \frac{-18 \div (-2)}{-42 \div (-2)} = \frac{9 \div 3}{21 \div 3} = \frac{3}{7}$$ (–2 மற்றும் 3 ஆல் தொடர்ச்சியாக வகுத்தல்)

முறை 2:

18 மற்றும் 42 இன் மீ.பொ.வ 6 ஆகும் (கண்டுபிடிக்க). ஆகவே, இதன் திட்டவடித்தைப் பெற, நாம் 6 ஆல் வகுக்க வேண்டும்.

$$\frac{-18}{-42}=\frac{-18\times(-1)}{-42\times(-1)}=\frac{18}{42}=\frac{18\div 6}{42\div 6}=\frac{3}{7}$$

இவற்றை முயல்க

1. பின்வருவனவற்றுள், எவை சமான விகிதமுறு எண் சோடிகளாகும்?

   (i) $\frac{-6}{4}, \frac{18}{-12}$ (ii) $\frac{-4}{-20}, \frac{1}{-5}$ (iii) $\frac{-12}{-17}, \frac{60}{85}$,

2. திட்ட வடிவம் காண்க.

   (i) $\frac{36}{-96}$ (ii) $\frac{-56}{-72}$ (iii) $\frac{27}{18}$

3. பின்வரும் விகிதமுறு எண்களை ஓர் எண்கோட்டின் மீது குறிக்கவும்.

   (i) $\frac{-2}{3}$ (ii) $\frac{-8}{-5}$ (iii) $\frac{5}{-4}$

1.2.5 விகிதமுறு எண்களை ஒப்பிடுதல்

இரண்டு முழுக்களையோ அல்லது பின்னங்களையோ ஒப்பீடு செய்து, அவற்றுள் எது பெரியது அல்லது சிறியது என்பதை அறிய உங்களுக்குத் தெரியும். இப்போது, நீங்கள் ஒரு சோடி விகிதமுறு எண்களை எவ்வாறு ஒப்பிடுவது என்பதைப் பற்றிக் கற்க உள்ளீர்கள்.

- $\frac{3}{5}$ மற்றும் $\frac{5}{6}$ போன்ற இரு மிகை விகிதமுறு எண்களை இரு பின்னங்களை ஒப்பிடுவதைப் போலவே ஒப்பிடலாம். இதை முந்தைய வகுப்புகளில் அறிந்திருக்கிறோம்.

- $\frac{-1}{2}$ மற்றும் $\frac{-4}{5}$ போன்ற இரு குறை விகிதமுறு எண்களைப் பின்வருமாறு ஒப்பிடலாம்.

முதலில், 2 மற்றும் 5 என்ற பகுதிகளின் மீ.சி.ம வைக் காண வேண்டும். ஒரே பகுதியைக் கொண்ட, அவற்றின் சமான விகிதமுறு எண்களை ஓர் எண்கோட்டின் மீது குறிக்கவும். இங்கு, மீ.சி.ம 10–ஐப் பொதுவான பகுதியாகக் கொண்ட சமான விகிதமுறு எண்களாகக் கிடைப்பது $\frac{-1}{2}\times\frac{5}{5}=\frac{-5}{10}$ மற்றும் $\frac{-4}{5}\times\frac{2}{2}=\frac{-8}{10}$ ஆகும்.

$8 > 5$ எனில் $-8 < -5$ என்பது நமக்குத் தெரியும். ஆகவே,

$\therefore \frac{-8}{10}<\frac{-5}{10}$. அதாவது, $\frac{-4}{5}<\frac{-1}{2}$.

- $\frac{3}{8}$ மற்றும் $\frac{-2}{3}$ போன்ற இரு விகிதமுறு எண்களில் ஒன்று குறை எண் எனில், எளிதாக $\frac{3}{8}>\frac{-2}{3}$ (அல்லது) $\frac{-2}{3}<\frac{3}{8}$ எனக் கூறலாம். ஏனெனில், மிகை எண்ணானது எப்போதும் குறை எண்ணை விடப் பெரியது என்பது நாம் அறிந்ததே.

எடுத்துக்காட்டு 1.3

பெரிய விகிதமுறு எண்ணைக் காண்க.

(i) $\frac{5}{-4}, \frac{-11}{-7}$ (ii) $\frac{-10}{3}, \frac{14}{-5}$

தீர்வு:

(i) இங்கு, $\frac{5}{-4} = \frac{5\times(-1)}{-4\times(-1)} = \frac{-5}{4}$

மேலும், $\frac{-11}{-7} = \frac{-11\times(-1)}{-7\times(-1)} = \frac{11}{7}$

இங்கு, $\frac{11}{7}$ என்பது மிகை விகிதமுறு எண் மற்றும் $\frac{-5}{4}$ என்பது குறை விகிதமுறு எண்ணாகும்.

$\therefore \frac{11}{7} > \frac{-5}{4}$, அதாவது $\frac{-11}{-7} > \frac{5}{-4}$

(ii) முதலில் $\frac{14}{-5}$ என்ற விகிதமுறு எண்ணின் பகுதியை மிகை எண்ணாக மாற்றி $\frac{-14}{5}$ என்று எழுத வேண்டும். பிறகு, பகுதிகளைச் சமமாக மாற்ற, அவற்றின் மீ.சி.ம- வைக் காண வேண்டும்.

அதாவது, $\frac{-10}{3} = \frac{-10}{3}\times\frac{5}{5} = \frac{-50}{15}$ மற்றும் $\frac{-14}{5} = \frac{-14}{5}\times\frac{3}{3} = \frac{-42}{15}$

$50 > 42$, என்பதால், நாம் பெறுவது $-50 < -42$.

ஆகவே, $\frac{-50}{15} < \frac{-42}{15}$ அல்லது $\frac{-42}{15} > \frac{-50}{15}$ ஆகும். எனவே, $\frac{14}{-5} > \frac{-10}{3}$.

எடுத்துக்காட்டு 1.4

பின்வரும் விகிதமுறு எண்களை இறங்கு வரிசை மற்றும் ஏறு வரிசையில் எழுதுக.

$$\frac{-3}{5}, \frac{7}{-10}, \frac{-15}{20}, \frac{14}{-30}, \frac{-8}{15}$$

தீர்வு:

முதலில் பகுதிகளை மிகை எண்களாக மாற்றி $\frac{-3}{5}, \frac{-7}{10}, \frac{-15}{20}, \frac{-14}{30}, \frac{-8}{15}$ என்று எழுதலாம். இங்கு, $5, 10, 15, 20$ மற்றும் 30 ஆகியவற்றின் மீ.சி.ம 60 ஆகும் (சரிபார்க்கவும்). எனவே, கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறு எண்கள் அனைத்தையும 60 ஐப் பகுதியாகக் கொண்ட சமான பின்னங்களாக மாற்ற வேண்டும்.

$$\frac{-3}{5} = \frac{-3}{5}\times\frac{12}{12} = \frac{-36}{60}$$

$$\frac{7}{-10} = \frac{-7}{10}\times\frac{6}{6} = \frac{-42}{60}$$

$$\frac{-15}{20} = \frac{-15}{20}\times\frac{3}{3} = \frac{-45}{60}$$

$$\frac{-14}{30} = \frac{-14}{30}\times\frac{2}{2}=\frac{-28}{60}$$

$$\frac{-8}{15} = \frac{-8}{15}\times\frac{4}{4}=\frac{-32}{60}$$

இப்போது $-36, -42, -45, -28$ மற்றும் -32 ஆகிய தொகுதி எண்களை ஒப்பிட நாம் பெறுவது,

$$-28 > -32 > -36 > -42 > -45$$

அதாவது, $\frac{-28}{60} > \frac{-32}{60} > \frac{-36}{60} > \frac{-42}{60} > \frac{-45}{60}$

எனவே, $\frac{14}{-30} > \frac{-8}{15} > \frac{-3}{5} > \frac{7}{-10} > \frac{-15}{20}$ ஆகும்.

கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறு எண்களின் இறங்கு வரிசையானது $\frac{14}{-30}, \frac{-8}{15}, \frac{-3}{5}, \frac{7}{-10}$ மற்றும் $\frac{-15}{20}$ ஆகும் மற்றும் அதன் எதிர் வரிசை ஏறு வரிசையைத் தரும். ஆகவே, கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறு எண்களின் ஏறுவரிசையானது, $\frac{-15}{20}, \frac{7}{-10}, \frac{-3}{5}, \frac{-8}{15}$ மற்றும் $\frac{14}{-30}$ ஆகும்.

1.2.6 கொடுக்கப்பட்ட இரு விகிதமுறு எண்களுக்கிடையே உள்ள விகிதமுறு எண்கள்

சேயோன், -10 முதல் 20 வரை எத்தனை முழுக்கள் இருக்கின்றன என அறிய எண்ணுகிறான். அவன் -10 மற்றும் 20 இக்கு இடையில் (-10 மற்றும் 20 ஐத் தவிர்த்து) 9 குறை முழுக்கள், பூச்சியம் மற்றும் 19 மிகை முழுக்கள் என மொத்தமாக 29 முழுக்கள் இருப்பதைக் காண்கிறான். மேலும், அடுத்தடுத்துள்ள இரண்டு முழுக்களுக்கு இடையில் வேறு எந்த முழுக்களும் இல்லை என்பதையும் தெரிந்துகொள்கிறான். இது விகிதமுறு எண்களுக்கும் பொருந்துமா?

சேயோன் $\frac{-3}{4}$ மற்றும் $\frac{-2}{5}$ என இரு விகிதமுறு எண்களை எடுத்துக் கொண்டான். அவற்றை ஒரே பகுதியைக் கொண்ட (பகுதிகளின் மீ.சி.ம-வைக் காண்க) விகிதமுறு எண்களாக மாற்றினான்.

எனவே, $\frac{-3}{4} = \frac{-3}{4}\times\frac{5}{5} = \frac{-15}{20}$

மற்றும் $\frac{-2}{5} = \frac{-2}{5}\times\frac{4}{4} = \frac{-8}{20}$

அவனால், $\frac{-8}{20}$ மற்றும் $\frac{-15}{20}$ இக்கு இடையில் $\frac{-9}{20}, \frac{-10}{20}, \frac{-11}{20}, \frac{-12}{20}, \frac{-13}{20}$ மற்றும் $\frac{-14}{20}$ என்ற விகிதமுறு எண்களைக் காண முடிந்தது. ஆனாலும், சேயோனுக்கு $\frac{-15}{20}$ மற்றும் $\frac{-8}{20}$ இக்கு இடையில், இந்த விகிதமுறு எண்கள் மட்டுமே உள்ளனவா? என ஐயம் ஏற்படுகிறது.

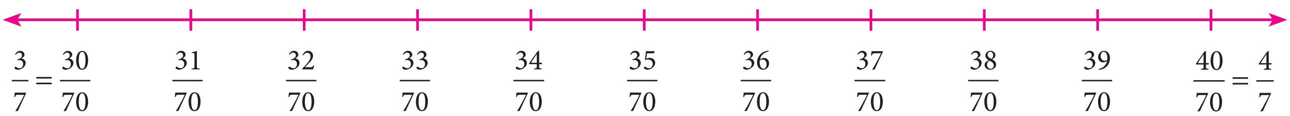
இல்லை, பகுதியின் மடங்குகளைக் காண்பதன் மூலம் கொடுக்கப்பட்ட இரு விகிதமுறு எண்களுக்கிடையே மேலும் பல விகிதமுறு எண்களை நம்மால் காண முடியும்.

எடுத்துக்காட்டாக, $\frac{-3}{4} = \frac{-15}{20} = \frac{-30}{40}$ மற்றும் $\frac{-2}{5} = \frac{-8}{20} = \frac{-16}{40}$

இங்கு $\frac{-30}{40}$ மற்றும் $\frac{-16}{40}$ இக்கு இடையில், $\frac{-29}{40}, \frac{-28}{40} ...... \frac{-17}{40}$ ஆகிய 13 விகிதமுறு எண்கள் இருப்பதை நாம் எளிதாகக் காணலாம்.

இப்போது, நாம் $\frac{3}{7}$ மற்றும் $\frac{4}{7}$ இக்கு இடையில் பல விகிதமுறு எண்கள் இருப்பதை, எண்கோட்டின் மூலம் தெளிவாகப் புரிந்துகொள்ளலாம்.

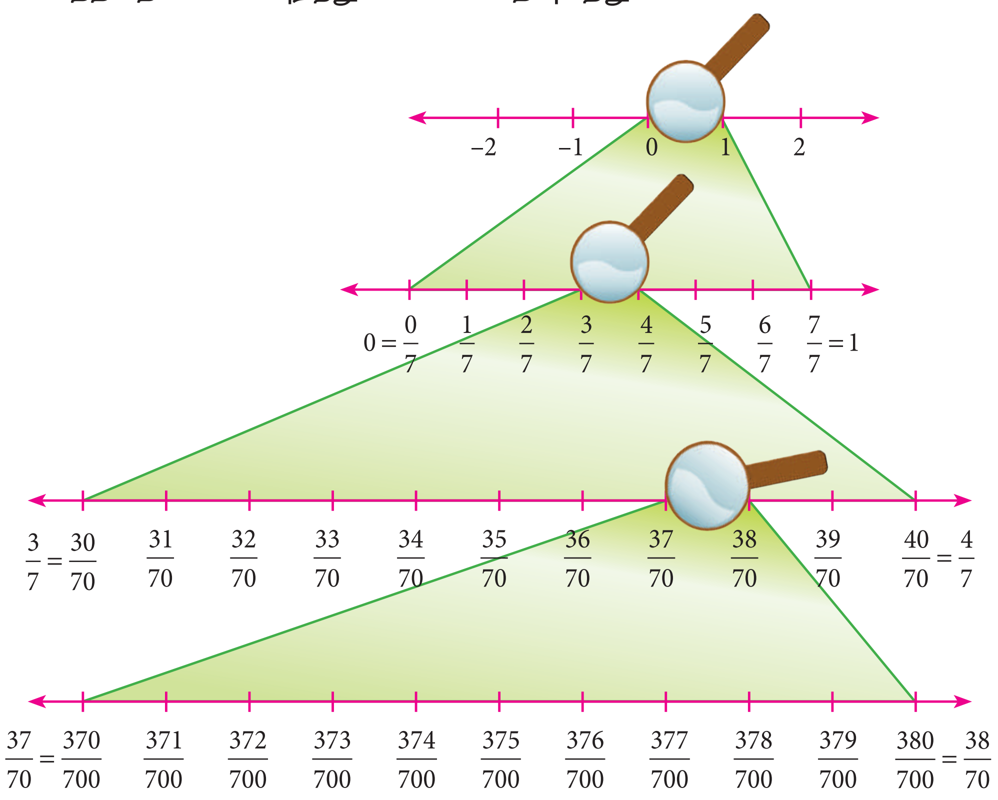
இங்கு நாம் $\frac{3}{7}$ ஐ $\frac{30}{70}$ எனவும் $\frac{4}{7}$ ஐ $\frac{40}{70}$ எனவும் எழுதலாம். இங்கு $\frac{3}{7}$ மற்றும் $\frac{4}{7}$ இக்கு இடையில் 9 விகிதமுறு எண்கள் இருப்பதைப் பின்வரும் எண்கோட்டில் காண்கிறோம். .



படம் 1.7

மேலும், நமக்கு $\frac{37}{70}$ மற்றும் $\frac{38}{70}$ இக்கு இடையில் பல விகிதமுறு எண்களை காண வேண்டும் எனில், $\frac{37}{70}$ ஐ $\frac{370}{700}$ எனவும் $\frac{38}{70}$ ஐ $\frac{380}{700}$ எனவும் எழுதினால், அவற்றிற்கிடையில் $\frac{371}{700}, \frac{372}{700}, \frac{373}{700}, \frac{374}{700}, \frac{375}{700}, \frac{376}{700}, \frac{377}{700}, \frac{378}{700}$ மற்றும் $\frac{379}{700}$ என 9 விகிதமுறு எண்களை காணலாம்.

பின்வரும் படமானது, ஒரு உருப்பெருக்கி கண்ணாடியின் மூலம், 0 மற்றும் 1 இக்கு இடையிலுள்ள பின்னப்பகுதிகளைப் பெரிதாக்கிப் பார்த்து, அவற்றிற்கு இடையில் பல விகிதமுறு எண்களைக் காண முடியும் என்பதைத் தெளிவாகப் புரிந்து கொள்ள உதவுகிறது.



படம் 1.8

இப்போது, சேயோன் கொடுக்கப்பட்ட இரு விகிதமுறு எண்களுக்கிடையே எண்ணற்ற விகிதமுறு எண்கள் இருக்கும் என்பதைப் புரிந்துக் கொள்கிறான்.

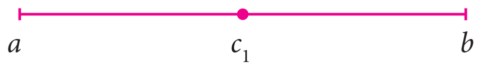
1.2.7 சராசரி முறையில் இரு விகிதமுறு எண்களுக்கிடையே உள்ள விகிதமுறு எண்களைக் காணுதல்

இந்த முறையில், நாம் சராசரி கருத்தைப் பயன்படுத்துவோம்.

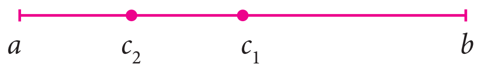
a மற்றும் b ஆகிய இரு எண்களின் சராசரி = $\frac{1}{2}(a+b)$ ஆகும்.

ஏதேனும் இரு விகிதமுறு எண்களை a மற்றும் b எனக் கொள்க. சராசரி முறையைப் பயன்படுத்தி a மற்றும் b இக்கு இடையில், c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 எனப் பல விகிதமுறு எண்களைப் பின்வருமாறு காணலாம்.

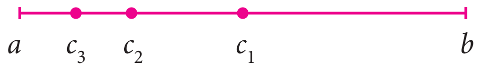
$c_1 = \frac{1}{2}(a+b)$



$c_2 = \frac{1}{2}(a+c_1)$

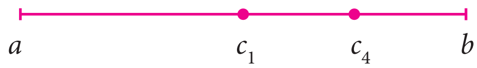


$c_3 = \frac{1}{2}(a+c_2)$

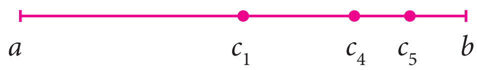


இங்கு, c_2, c_3 ஆகியன c_1 இக்கு இடதுபுறமாக உள்ளன. அதே போல் c_4, c_5 ஆகியவை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு c_1 இக்கு வலதுபுறமாக உள்ளன.

இங்கு, $c_4 = \frac{1}{2}(c_1+b)$



$c_5 = \frac{1}{2}(c_4+b)$



பொதுவாகவே, இரு எண்களின் சராசரியானது அவ்வெண்களுக்கு இடையில் அமையும் என்பதை இது தெளிவாகக் காட்டுகிறது.

எடுத்துக்காட்டாக,

$\frac{1}{4}$ மற்றும் $\frac{3}{8}$ இன் சராசரி = $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{8}\right)$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{5}{8}\right) = \frac{5}{16}$$

இங்கு, $\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times \frac{4}{4} = \frac{4}{16}$ மற்றும் $\frac{3}{8} = \frac{3}{8} \times \frac{2}{2} = \frac{6}{16}$

ஆகவே, $\frac{4}{16}$ இக்கும் $\frac{6}{16}$ இக்கும் இடையில் சராசரி $\frac{5}{16}$ ஆனது அமைகிறது.

அதாவது, $\frac{1}{4} < \frac{5}{16} < \frac{3}{8}$

எனவே, இரு எண்களின் சராசரியானது அந்த இரண்டு எண்களுக்கிடையில் அமையும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.5

$\frac{-7}{11}$ மற்றும் $\frac{5}{-9}$ ஆகியவற்றிற்கிடையே 6 விகிதமுறு எண்களைக் காண்க.

தீர்வு:

சிந்திக்க

$\frac{-7}{11}$ இக்கும் $\frac{6}{-11}$ இக்கும் இடையே ஏதேனும் விகிதமுறு எண்கள் உள்ளனவா ?

முறை 1:

11 மற்றும் 9 இன் மீ.சி.ம $= 11 \times 9 = 99$

$$\frac{-7}{11} = \frac{-7}{11} \times \frac{9}{9} = \frac{-63}{99}$$

$$\frac{5}{-9} = \frac{5 \times (-1)}{-9 \times (-1)} = \frac{-5}{9} \times \frac{11}{11} = \frac{-55}{99}$$

ஆகவே, $\frac{-7}{11}\left(=\frac{-63}{99}\right)$ மற்றும் $\frac{5}{-9}\left(=\frac{-55}{99}\right)$ ஆகியவற்றிற்கிடையே உள்ள 6 விகிதமுறு எண்கள் $\frac{-55}{99}$ $\frac{-56}{99}, \frac{-57}{99}, \frac{-58}{99}, \frac{-59}{99}, \frac{-60}{99}, \frac{-61}{99}, \frac{-62}{99}, \frac{-63}{99}$ ஆகும்.

முறை 2:

a மற்றும் b இன் சராசரி $\frac{1}{2}(a+b)$ ஆகும்.

$\frac{-7}{11}$ மற்றும் $\frac{5}{-9}$ இன் சராசரி $c_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{-7}{11} + \frac{-5}{9}\right)$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{-63-55}{99}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{-118}{99}\right)$$

$$c_1 = \frac{-59}{99}$$

$$\therefore \quad \frac{-7}{11} < \frac{-59}{99} < \frac{5}{-9} \qquad \ldots(1)$$

$\frac{-7}{11}$ மற்றும் $\frac{-59}{99}$ இன் சராசரி $c_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{-7}{11} + \frac{-59}{99}\right)$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{-63-59}{99}\right)$$

$$c_2 = \frac{1}{2} \times \frac{-122}{99} = \frac{-61}{99}$$

$$\therefore \quad \frac{-7}{11} < \frac{-61}{99} < \frac{-59}{99} \qquad \ldots(2)$$

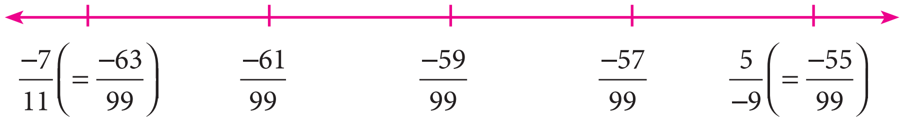
$\frac{-59}{99}$ மற்றும் $\frac{-5}{9}$ இன் சராசரி $c_3 = \frac{1}{2}\left(\frac{-5}{9} + \frac{-59}{99}\right)$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{-55-59}{99}\right)$$

$$c_3 = \frac{1}{2}\left(\frac{-114}{99}\right) = \frac{-57}{99}$$

$$\therefore \quad \frac{-59}{99} < \frac{-57}{99} < \frac{5}{-9} \qquad ...(3)$$

(1), (2) மற்றும் (3) ஐ சேர்த்தால் $\frac{-7}{11} < \frac{-61}{99} < \frac{-59}{99} < \frac{-57}{99} < \frac{5}{-9}$ எனப் பெறலாம். இதுவரை, நாம் $\frac{-7}{11}$ இக்கும் $\frac{5}{-9}$ இக்கும் இடையே 3 விகிதமுறு எண்களைக் கண்டுள்ளோம்.



படம் 1.9

எனவே, $\frac{-7}{11} < \frac{-61}{99} < \frac{-59}{99} < \frac{-57}{99} < \frac{5}{-9}$

இதேபோன்று, $\frac{-7}{11}$ மற்றும் $\frac{-5}{9}$ ஆகியவற்றிற்கிடையே மேலும் 3 விகிதமுறு எண்களைக் காண முயற்சி செய்யுங்கள்.

குறிப்பு

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு, $\frac{-7}{11}$ மற்றும் $\frac{5}{-9}$ ஆகிய விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையில் பல விகிதமுறு எண்களை நாம் விரைவாகக் காணலாம்:

திட்ட வடிவ விகிதமுறு எண்களின் வீச்சினை, பகுதிகளைத் தொகுதிகளோடு குறுக்குப் பெருக்கல் செய்து காணலாம். $\frac{-7}{11} \times \frac{-5}{9}$ என்ற குறுக்குப் பெருக்கலில் வீச்சானது -63 முதல் -55 வரையிலும் கிடைக்கும். இவற்றிற்குப் பகுதியானது 99 ஆகும்.

1.3 விகிதமுறு எண்களின் மீதான நான்கு அடிப்படைச் செயல்கள்

1.3.1 கூட்டல்

(i) ஒரே பகுதிகளைக் கொண்ட விகிதமுறு எண்களின் கூடுதல்

இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட விகிதமுறு எண்களின் தொகுதிகளை மட்டும் கூட்டி, பகுதிகளை அப்படியே எழுத வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.6

கூட்டுக: $\frac{-6}{11}, \frac{8}{11}, \frac{-12}{11}$

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறு எண்களைத் திட்டவடிவில் எழுதிய பிறகு கூட்ட வேண்டும்.

$$\frac{-6}{11} + \frac{8}{11} + \frac{-12}{11} = \frac{-6+8-12}{11} = \frac{-10}{11}$$

(ii) வெவ்வேறான பகுதிகளைக் கொண்ட விகிதமுறு எண்களின் கூடுதல்

கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறு எண்களைத் திட்டவடிவில் எழுதிய பின், பகுதிகளின் மீ.சி.ம–வைக் கொண்டு, அவற்றை ஒரே பகுதியைக் (மீ.சி.ம) கொண்ட சமான விகிதமுறு எண்களாக மாற்றிய பின்பு, தொகுதிகளைக் கூட்ட வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.7

கூட்டுக : $\frac{-5}{9}$, $\frac{-4}{3}$, $\frac{7}{12}$

தீர்வு:

$9, 3, 12$ இன் மீ.சி.ம = 36

$$\frac{-5}{9}+\frac{-4}{3}+\frac{6}{12}=\frac{-5}{9}\times\frac{4}{4}+\frac{-4}{3}\times\frac{12}{12}+\frac{7}{12}\times\frac{3}{3}$$

$$=\frac{-20}{36}+\frac{-48}{36}+\frac{21}{36}=\frac{-20-48+21}{36}$$

$$=\frac{-47}{36}$$

1.3.2 கூட்டல் நேர்மாறு

$\frac{-8}{11}+\frac{8}{11}$ இன் மதிப்பு என்ன?

இங்கு, $\frac{-8}{11}+\frac{8}{11}=\frac{-8+8}{11}=\frac{0}{11}=0$

மேலும், $\frac{8}{11}+\left(\frac{-8}{11}\right)=\frac{8-8}{11}=\frac{0}{11}=0$

முழுக்களைப் பொறுத்தவரை -5 ஆனது 5 இன் கூட்டல் நேர்மாறு எனவும், 5 ஆனது -5 இன் கூட்டல் நேர்மாறு எனவும் நாம் கூறுவோம். அதேபோன்று, விகிதமுறு எண்களில் $\frac{-8}{11}$ என்ற விகிதமுறு எண்ணின் கூட்டல் நேர்மாறு $\frac{8}{11}$ ஆகும். மேலும், $\frac{8}{11}$ இன் கூட்டல் நேர்மாறு $\frac{-8}{11}$ ஆகும்.

1.3.3 கழித்தல்

இரண்டு விகிதமுறு எண்களை கழிப்பது என்பது, இரண்டாவது விகிதமுறு எண்ணின் கூட்டல் நேர்மாறை முதல் விகிதமுறு எண்ணோடு கூட்டுவதற்கு சமமாகும்.

(i) ஒரே பகுதிகளைக் கொண்ட விகிதமுறு எண்களின் கழித்தல்

இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட விகிதமுறு எண்களின் தொகுதிகளை மட்டும் கழித்து, பகுதியை அப்படியே எழுத வேண்டும்.

(ii) வெவ்வேறான பகுதிகளைக் கொண்ட விகிதமுறு எண்களின் கழித்தல்

கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறு எண்களைத் திட்டவடிவில் எழுதிய பின், பகுதிகளின் மீ.சி.ம–ஐக் கொண்டு, அவற்றை ஒரே பகுதியைக் (மீ.சி.ம) கொண்ட சமான விகிதமுறு எண்களாக மாற்றிய பின்பு, தொகுதிகளைக் கழித்தல் வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.8

$\frac{-12}{17}$ இலிருந்து $\frac{9}{17}$ ஐக் கழிக்க.

தீர்வு:

இங்கு, $\frac{-12}{17}-\frac{9}{17}=\frac{-12-9}{17}=\frac{-21}{17}$

எடுத்துக்காட்டு 1.9

$\frac{200}{225}$ இலிருந்து $\frac{-100}{225}$ ஐக் கழிக்க.

தீர்வு:

இங்கு, $\frac{200}{225}-\left(\frac{-100}{225}\right)=\frac{200+100}{225}=\frac{300}{225}=\frac{4}{3}$

எடுத்துக்காட்டு 1.10

$\left(-4\frac{5}{22}\right)$ இலிருந்து $\left(-2\frac{6}{11}\right)$ ஐக் கழிக்க.

தீர்வு:

இங்கு, $\left(-4\frac{5}{22}\right)-\left(-2\frac{6}{11}\right)$

$$=\frac{-93}{22}-\left(\frac{-28}{11}\right)$$

$$=\frac{-93}{22}+\frac{28}{11}$$

$$=\frac{-93+28\times 2}{22}$$

$$=\frac{-93+56}{22}=\frac{-37}{22}=-1\frac{15}{22}$$

1.3.4 பெருக்கல்

இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கலானது, தொகுதிகளின் பெருக்கல் பலனைத் தொகுதியாகவும், பகுதிகளின் பெருக்கல் பலனைப் பகுதியாகவும் எழுதக் கிடைக்கும் ஒரு விகிதமுறு எண்ணாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.11

மதிப்பு காண்க (i) $\frac{-5}{8}\times 7$ (ii) $\frac{-6}{-11}\times(-4)$

தீர்வு:

(i) $\frac{-5}{8}\times 7=\frac{-5}{8}\times\frac{7}{1}=\frac{-5\times 7}{8\times 1}=\frac{-35}{8}$

(ii) $\frac{-6}{-11}\times(-4)=\frac{6}{11}\times\frac{(-4)}{1}=\frac{6\times(-4)}{11\times 1}=\frac{-24}{11}$

1.3.5 தலைகீழிகளின் பெருக்கற்பலன் மற்றும் பெருக்கல் நேர்மாறு

இரு விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கற்பலன் 1 எனில், ஒரு விகிதமுறு எண்ணானது மற்றொரு விகிதமுறு எண்ணின் தலைகீழி அல்லது பெருக்கல் நேர்மாறு எனப்படும்.

a என்ற விகிதமுறு எண்ணின் தலைகீழி $\frac{1}{a}$ ஆகும். ஏனெனில் $a\times\frac{1}{a}=\frac{a}{a}\times1=1$ ஆகும்.

$\frac{a}{b}$ என்ற விகிதமுறு எண்ணின் பெருக்கல் நேர்மாறு $\frac{b}{a}$ ஆகும். ஏனெனில், $\frac{a}{b}\times\frac{b}{a}=\frac{b}{a}\times\frac{a}{b}=1$ ஆகும்.

1.3.6 வகுத்தல்

முந்தைய வகுப்புகளில் நாம் பின்னங்களின் தலைகீழிகளை அறிந்திருக்கிறோம். அந்தப் புரிதலைக் கொண்டு, விகிதமுறு எண்களுக்கும் விரிவுபடுத்த இருக்கிறோம்.

ஒரு விகிதமுறு எண்ணை மற்றொரு விகிதமுறு எண்ணால் வகுப்பது என்பது, ஒரு விகிதமுறு எண்ணை மற்றொரு விகிதமுறு எண்ணின் பெருக்கல் தலைகீழியால் பெருக்குவதற்கு சமமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.12

வகுக்க; $\frac{7}{-8}\div\frac{-3}{4}$

தீர்வு:

$$\frac{7}{-8}\div\frac{-3}{4}=\frac{-7}{8}\times\frac{-4}{3}=\frac{7}{6}$$

1.4 அடிப்படைச் செயல்களைப் பயன்படுத்தி வார்த்தைக் கணக்குகளைத் தீர்த்தல்

எடுத்துக்காட்டு 1.13

இரு விகிதமுறு எண்களின் கூடுதல் $\frac{4}{5}$ ஆகும். ஓர் எண் $\frac{2}{15}$ எனில், மற்றோர் எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு:

மற்றோர் எண்ணை 'x' என்க

$$\frac{2}{15}+x=\frac{4}{5}\ \text{(தரவு)}$$

$$\Rightarrow x=\frac{4}{5}-\frac{2}{15}=\frac{12-2}{15}=\frac{10}{15}$$

$$\Rightarrow x=\frac{2}{3}$$

இவற்றை முயல்க

(i) 5 ஐ $\frac{-7}{3}$ ஆல் வகுக்க.

(ii) $\frac{-7}{3}$ ஐ 5 ஆல் வகுக்க.

எடுத்துக்காட்டு 1.14

இரு விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கற்பலன் $\frac{-2}{3}$ ஆகும். ஓர் எண் $\frac{3}{7}$ எனில் மற்றோர் எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு:

மற்றோர் எண்ணை 'x' என்க

$$\frac{3}{7}\times x=\frac{-2}{3}\ \text{(தரவு)}$$

மாற்று முறை
$\frac{3}{7}\times x=\frac{-2}{3}$ $\Rightarrow x=\frac{-2}{3}\times\frac{7}{3}=\frac{-14}{9}$

$\frac{3}{7}$ இன் பெருக்கல் தலைகீழி $\frac{7}{3}$ ஆல் பெருக்க,

$$\Rightarrow \frac{7}{3} \times \frac{3}{7} \times x = \frac{7}{3} \times \frac{-2}{3} \qquad \Rightarrow x = \frac{-14}{9}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.15

ஒரு நாடாச் சுருளின் நீளம் $18\frac{3}{4}$ மீ ஆகும். சங்கரியிடம் 4 முழுச் சுருள்களும், ஒரு சுருளின் மூன்றில் ஒரு பகுதியும் உள்ளன எனில், சங்கரியிடம் மொத்தமாக எத்தனை மீட்டர் நாடா உள்ளது?

தீர்வு:

சங்கரியிடம் இருக்கும் நாடாவின் மொத்த நீளம்

$$= 18\frac{3}{4} \times 4\frac{1}{3}$$

$$= \frac{75}{4} \times \frac{13}{3} = \frac{325}{4} = 81\frac{1}{4} \text{ மீ}$$

படம் 1.10

சிறப்பு எடுத்துக்காட்டுகள்:

எடுத்துக்காட்டு 1.16

$3\frac{1}{2} + 1\frac{3}{4} + 2\frac{3}{8}$ உடன் எந்த விகிதமுறு எண்களைக் கூட்ட மற்றும் கழிக்க, முழு எண்ணாக மாறும் எனக் காண்க.

தீர்வு:

இங்கு, $3\frac{1}{2} + 1\frac{3}{4} + 2\frac{3}{8}$

$$= \frac{7}{2} + \frac{7}{4} + \frac{19}{8}$$

$$= \frac{7 \times 4 + 7 \times 2 + 19 \times 1}{8} = \frac{28 + 14 + 19}{8}$$

$= \frac{61}{8} = 7\frac{5}{8}$ இது, முழு எண்கள் 7 மற்றும் 8 இக்கு இடையில் அமைகிறது.

இங்கு, $\frac{64}{8} = 8$ மற்றும் $\frac{56}{8} = 7$.

ஆகவே, $\frac{64}{8}$ ஐப் பெறுவதற்கு $\frac{61}{8}$ உடன் கூட்டப்பட வேண்டிய எண் $\frac{64}{8} - \frac{61}{8} = \frac{3}{8}$ ஆகும்.

மேலும், $\frac{56}{8}$ ஐப் பெறுவதற்கு $\frac{61}{8}$ இலிருந்து கழிக்கப்பட வேண்டிய எண் $\frac{61}{8} - \frac{56}{8} = \frac{5}{8}$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.17

ஒரு மாணவர், ஓர் எண்ணை $\frac{8}{9}$ ஆல் பெருக்குவதற்குப் பதிலாக, தவறுதலாக $\frac{8}{9}$ ஆல் வகுத்து விட்டார். அவருக்குக் கிடைத்த விடைக்கும், சரியான விடைக்கும் உள்ள வித்தியாசம் 34 எனில், அந்த எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு:

அந்த எண்ணை x என்க. மாணவர் கண்டுபிடிக்க வேண்டியது $\frac{8x}{9}$. ஆனால், அவர் கண்டுபிடித்தது $\frac{x}{\left(\frac{8}{9}\right)}$ அதாவது, $\frac{9x}{8}$ ஆகும்.

$$\text{இங்கு,}\quad \frac{9x}{8}-\frac{8x}{9} = 34$$

$$\frac{81x-64x}{72} = 34 \Rightarrow \frac{17x}{72}=34$$

$$x = \frac{34\times 72}{17}=144$$

> **குறிப்பு**
>
> b, c மற்றும் d ஆகியவை பூச்சியமற்ற எண்கள் எனில்,
>
> (i) $\left(\frac{a}{b}\right)\div c=\frac{a}{bc}$
>
> (ii) $a\div\left(\frac{b}{c}\right)=\frac{ac}{b}$
>
> (iii) $\left(\frac{a}{b}\right)\div\left(\frac{c}{d}\right)=\frac{ad}{bc}$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.18

மதிப்பு காண்க: $\left(\frac{4}{3}-\left(\frac{-3}{2}\right)\right)+\left(\frac{-5}{3}\div\frac{30}{12}\right)+\left(\frac{-12}{9}\times\frac{-27}{16}\right)$

தீர்வு:

$$\left(\frac{4}{3}-\left(\frac{-3}{2}\right)\right)+\left(\frac{-5}{3}\div\frac{30}{12}\right)+\left(\frac{-12}{9}\times\frac{-27}{16}\right) = \left(\frac{4}{3}+\frac{3}{2}\right)+\left(\frac{-5}{3}\times\frac{12}{30}\right)+\left(\frac{-12}{9}\times\frac{-27}{16}\right)$$

$$=\left(\frac{8}{6}+\frac{9}{6}\right)+\left(\frac{-1}{1}\times\frac{4}{6}\right)+\left(\frac{-3}{1}\times\frac{-3}{4}\right)$$

$$=\left(\frac{17}{6}\right)+\left(\frac{-4}{6}\right)+\left(\frac{9}{4}\right)$$

$$=\left(\frac{17-4}{6}\right)+\frac{9}{4} = \frac{13}{6}+\frac{9}{4}$$

$$=\frac{26+27}{12}=\frac{53}{12}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.19

நீட் தேர்வில், மொத்தமுள்ள 180 வினாக்களில் ஜெயந்த், $\frac{19}{30}$ பகுதி வினாக்களுக்கு சரியாகவும், $\frac{5}{18}$ பகுதி வினாக்களுக்குத் தவறாகவும் பதிலளித்துள்ளார் எனில், ஜெயந்த் பதிலளிக்காத வினாக்கள் எத்தனை?

தீர்வு:

ஜெயந்த் சரியாக பதிலளித்த வினாக்களின் எண்ணிக்கை $=\frac{19}{30}\times 180=19\times 6 = 114$

ஜெயந்த் தவறாகப் பதிலளித்த வினாக்களின் எண்ணிக்கை $=\frac{5}{18}\times 180=50$

∴ ஜெயந்த் பதிலளிக்காத வினாக்களின் எண்ணிக்கை $=180-(114+50)$

$=180-164=16$

பயிற்சி 1.1

1. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:

(i) $\dfrac{-19}{5}$ ஆனது __________மற்றும்_________ என்ற முழுக்களுக்கிடையே இருக்கும்.

(ii) 0.44 ஆல் குறிக்கப்படும் விகிதமுறு எண்_________ ஆகும்.

(iii) $\dfrac{+58}{-78}$ இன் திட்ட வடிவம்_________ ஆகும்.

(iv) $\dfrac{-5}{12}+\dfrac{7}{15}$ இன் மதிப்பு_________ ஆகும்.

(v) $\left(\dfrac{-15}{23}\right)\div\left(\dfrac{+30}{-46}\right)$ இன் மதிப்பு_________ ஆகும்.

2. சரியா, தவறா எனக் கூறுக:

(i) மிகச் சிறிய விகிதமுறு எண் 0 ஆகும்.

(ii) 0 மற்றும் 1 இக்கு இடையில் எண்ணற்ற விகிதமுறு எண்கள் உண்டு.

(iii) தலைகீழி இல்லாத விகிதமுறு எண் 0 ஆகும்.

(iv) தன்னையே தலைகீழியாகக் கொண்ட ஒரே விகிதமுறு எண் −1 ஆகும்.

(v) 0 மற்றும் −1 ஆகியவை அவற்றையேக் கூட்டல் நேர்மாறுகளாகக் கொண்ட விகிதமுறு எண்கள் ஆகும்.

3. கொடுக்கப்பட்ட எண்களுக்கு இடையில் ஏதேனும் 5 விகிதமுறு எண்களைப் பட்டியலிடுக.

(i) −2 மற்றும் 0 (ii) $\dfrac{-1}{2}$ மற்றும் $\dfrac{3}{5}$

(iii) 0.25 மற்றும் 0.35 (iv) −1.2 மற்றும் −2.3

4. கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறு எண்கள் ஒவ்வொன்றிற்கும் நான்கு சமான விகிதமுறு எண்களை எழுதுக.

(i) $\dfrac{-3}{5}$ (ii) $\dfrac{7}{-6}$ (iii) $\dfrac{8}{9}$

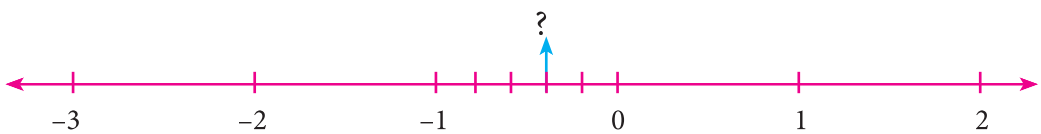
5. பின்வரும் விகிதமுறு எண்களை ஓர் எண்கோட்டின் மீது குறிக்கவும்.

(i) $\dfrac{9}{4}$ (ii) $\dfrac{-8}{3}$ (iii) $\dfrac{-17}{-5}$ (iv) $\dfrac{15}{-4}$

6. எண்கோட்டின் மீது கேள்விக்குறியிட்டுள்ள இடங்களில் அமைந்த விகிதமுறு எண்களைக் காண்க.

(i)

(ii)



(iii)

7. $\frac{14}{5}$ மற்றும் $\frac{16}{3}$ இக்கு இடையில் ஏதேனும் 3 விகிதமுறு எண்களை சராசரி முறையைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

8. பின்வருவனவற்றிற்கு $-(-x)$ என்பது x இக்குச் சமம் என்பதைச் சரிபார்:

(i) $x=\frac{11}{15}$ (ii) $x=\frac{-31}{45}$

9. பொருத்தமாக வரிசைப்படுத்திக் கூட்டுக : $\frac{-3}{7}+\frac{5}{6}+\frac{4}{7}+\frac{1}{3}+\frac{13}{-6}$

10. $\frac{-8}{9}$ உடன் எதைக் கூட்டினால் $\frac{2}{5}$ கிடைக்கும்?

11. $\frac{-17}{11}$ இலிருந்து $\frac{-8}{44}$ ஐக் கழிக்கவும்.

12. மதிப்பு காண்க: (i) $\frac{9}{2}\times\frac{-11}{3}$ (ii) $\frac{-7}{27}\times\frac{24}{-35}$

13. வகுக்க i) $\frac{-21}{5}$ ஐ $\frac{-7}{-10}$ ஆல் (ii) $\frac{-3}{13}$ ஐ -3 ஆல் (iii) -2 ஐ $\frac{-6}{15}$ ஆல்

14. $\left(\frac{2}{5}+\frac{3}{2}\right)\div\frac{3}{10}$ ஐ ஒரு விகிதமுறு எண்ணாகச் சுருக்குக மற்றும் அந்த எண் 6 மற்றும் 7 இக்கு இடையில் அமைந்துள்ளது என நிரூபி.

15. -2 ஐ விட குறைவாக உள்ள 5 விகிதமுறு எண்களை எழுதுக.

16. பின்வரும் விகிதமுறு எண்களை ஒப்பிடுக.

(i) $\frac{-11}{5},\frac{-21}{8}$ (ii) $\frac{3}{-4},\frac{-1}{2}$ (iii) $\frac{2}{3},\frac{4}{5}$

17. பின்வரும் விகிதமுறு எண்களை ஏறுவரிசை மற்றும் இறங்கு வரிசையில் எழுதுக.

(i) $\frac{-5}{12},\frac{-11}{8},\frac{-15}{24},\frac{-7}{-9},\frac{12}{36}$ (ii) $\frac{-17}{10},\frac{-7}{5},0,\frac{-2}{4},\frac{-19}{20}$

கொள்குறிவகை வினாக்கள்

18. $\frac{-6}{11}$ இலிருந்து எந்த எண்ணைக் கழித்தால் $\frac{8}{9}$ கிடைக்கும்?

(i) $\frac{34}{99}$ (ii) $\frac{-142}{99}$ (iii) $\frac{142}{99}$ (iv) $\frac{-34}{99}$

19. பின்வரும் விகிதமுறு எண்களில், எது மிகப் பெரியது?

(i) $\frac{-17}{24}$ (ii) $\frac{-13}{16}$ (iii) $\frac{7}{-8}$ (iv) $\frac{-31}{32}$

20. $\frac{-5}{4}$ என்ற விகிதமுறு எண்ணானது____________ஆகியவற்றின் இடையில் அமையும்.

(i) 0 மற்றும் $\frac{-5}{4}$ (ii) -1 மற்றும் 0 (iii) -1 மற்றும் -2 (iv) -4 மற்றும் -5

21. $\frac{3}{4}+\frac{5}{6}+\left(\frac{-7}{12}\right)$ இன் திட்ட வடிவம்

(i) $\frac{1}{22}$ (ii) $\frac{-1}{2}$ (iii) $\frac{1}{12}$ (iv) 1

VRPFIP

22. $\frac{112}{528}$ இன் எளிய வடிவில் உள்ள பகுதியின் இலக்கங்களின் கூடுதல்

(i) 4 (ii) 5 (iii) 6 (iv) 7

23. எந்த விகிதமுறு எண்ணுக்கு (எண்களுக்கு) கூட்டல் நேர்மாறு உள்ளது?

(i) 7 (ii) $\frac{-5}{7}$ (iii) 0 (iv) இவை அனைத்திற்கும்

24. பின்வரும் சோடிகளில் எது சமான எண்களின் சோடியாகும்?

(i) $\frac{-20}{12},\frac{5}{3}$ (ii) $\frac{16}{-30},\frac{-8}{15}$ (iii) $\frac{-18}{36},\frac{-20}{44}$ (iv) $\frac{7}{-5},\frac{-5}{7}$

25. $\frac{3}{4}\div\left(\frac{5}{8}+\frac{1}{2}\right)=$

(i) $\frac{13}{10}$ (B) $\frac{2}{3}$ (iii) $\frac{3}{2}$ (iv) $\frac{5}{8}$

1.5 விகிதமுறு எண்களுக்கான பண்புகள்

ஒரு விகிதமுறு எண்ணானது எப்போதும் $\frac{a}{b}$ வடிவில் இரு முழுக்களின் விகிதமாக எழுத இயலும் என்பது நாம் அறிந்ததே. முழுக்களின் பண்புகளை இங்கு நினைவு கூர்ந்து, அவற்றை விகிதமுறு எண்களுக்கும் காண இருக்கிறோம்.

1.5.1 அடைவுப் பண்பு

விகிதமுறு எண்களின் தொகுப்பானது (Q) கூட்டல் மற்றும் பெருக்கலின் கீழ் அடைவுப் பண்பைப் பெறுகிறது. அதாவது, a மற்றும் b ஏதேனும் இரு விகிதமுறு எண்கள் எனில் $a+b$ மற்றும் $a\times b$ யும் தனித்துவமான விகிதமுறு எண்களே ஆகும்.

விளக்கம்

$a=\frac{3}{4}$ மற்றும் $b=\frac{-1}{2}$ எனக் கொள்க

இங்கு, $a+b=\frac{3}{4}+\frac{-1}{2}=\frac{3}{4}+\frac{-2}{4}=\frac{3-2}{4}=\frac{1}{4}$ ஆனது Q இல் உள்ளது

மேலும், $a\times b=\frac{3}{4}\times\frac{-1}{2}=\frac{-3}{8}$ ஆனது Qஇல் உள்ளது.

இவற்றை முயல்க

முழுக்களின் மீதான அடைவுப்பண்பு கழித்தலுக்கு உண்மையாகும் ஆனால் வகுத்தலுக்கு உண்மையல்ல. விகிதமுறு எண்களுக்கு இதனைச் சரிபார்க்க.

செயல்கள்	முழுக்களின் பண்புகளை நினைவு கூர்தல் (a, b, c முழுக்கள் எனில் , $-a, -b, -c$ யும் முழுக்களே ஆகும்)					
	அடைவுப் பண்பு	பரிமாற்றுப் பண்பு	சேர்ப்புப் பண்பு	சமனிப் பண்பு	நேர்மாறு பண்பு	பங்கீட்டுப் பண்பு
கூட்டல்	$a+b$ யும் Z ஐச் சார்ந்தது. எ.கா $5+(-3)=2$ $\Rightarrow 2$ ஒரு முழுக்கள்	$a+b=b+a$ எ.கா $5+(-3)=(-3)+5$ $\Rightarrow 2=2$	$(a+b)+c$ $=a+(b+c)$ எ.கா $(2+3)+(-4)=1$ $2+\{3+(-4)\}=1$	$a+0$ $=0+a=a$ எ.கா $(-4)+0$ $=0+(-4)$ $=-4$	$a+(-a)$ $=(-a)+a=0$ எ.கா $5+(-5)$ $=(-5)+5=0$	$a\times(b+c)$ $=(a\times b)+(a\times c)$ எ.கா $2\times[3+(-5)]=-4$ $(2\times3)+[2\times(-5)]$ $=-4$
பெருக்கல்	ab யும் Z ஐச் சார்ந்தது. எ.கா________	$a\times b=b\times a$ எ.கா________	$(a\times b)\times c$ $=a\times(b\times c)$ எ.கா $(2\times3)\times(-6)=-36$ $2\times[3\times(-6)]=-36$	$a\times1=1\times a=a$ எ.கா________	சாத்தியமில்லை	பொருந்தாது
கழித்தல்	$a-b$ யும் Z ஐச் சார்ந்தது. எ.கா________	$a-b\neq b-a$ எ.கா________	$(a-b)-c$ $\neq a-(b-a)$ எ.கா________	$a-0\neq0-a$ எ.கா $5-0=5$ $0-5=-5$ $5\neq-5$	$a-(-a)$ $\neq(-a)-a$ எ.கா $2-(-2)=4$ $(-2)-2=-4$ $4\neq-4$	$a\times(b-c)$ $=(a\times b)-(a\times c)$ எ.கா________
வகுத்தல்	$a\div b$ ஆனது Z ஐச் சார்ந்தது அல்ல. எ.கா $3\div5=\frac{3}{5}$ ஐச் சார்ந்து அல்ல Z.	உண்மையல்ல	உண்மையல்ல	உண்மையல்ல	உண்மையல்ல	பொருந்தாது

1.5.2 பரிமாற்றுப் பண்பு

விகிதமுறு எண்களுக்கு, கூட்டல் மற்றும் பெருக்கலானது பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்கின்றன. அதாவது, ஏதேனும் இரு விகிதமுறு எண்கள் a மற்றும் b இக்கு,

(i) $a+b=b+a$ மற்றும் (ii) $a\times b=b\times a$

விளக்கம்

$a=\frac{-7}{8}$ மற்றும் $b=\frac{3}{5}$ எனக் கொள்க.

இங்கு, $a+b=\frac{-7}{8}+\frac{3}{5}=\frac{-7\times5+3\times8}{40}=\frac{-35+24}{40}=\frac{-11}{40}$

மேலும், $b+a=\frac{3}{5}+\frac{-7}{8}=\frac{3\times8+-7\times5}{40}=\frac{24-35}{40}=\frac{-11}{40}$

$a+b=b+a$ ஆகவே, கூட்டலானது பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்கிறது.

மேலும்,

$$a\times b=\frac{-7}{8}\times\frac{3}{5}=\frac{-7\times3}{8\times5}=\frac{-21}{40}$$

மற்றும், $b\times a=\frac{3}{5}\times\frac{-7}{8}=\frac{3\times-7}{5\times8}=\frac{-21}{40}$

$\therefore$ $a\times b=b\times a$ ஆகவே, பெருக்கலானது பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்கிறது.

இவற்றை முயல்க

(i) $\frac{3}{5}-\frac{7}{8}=\frac{7}{8}-\frac{3}{5}$ என்பது சரியாகுமா?

(ii) $\frac{3}{5}\div\frac{7}{8}=\frac{7}{8}\div\frac{5}{3}$? என்பது சரியாகுமா? உனது முடிவைக் கூறுக.

1.5.3 சேர்ப்புப் பண்பு

விகிதமுறு எண்களுக்கு, கூட்டல் மற்றும் பெருக்கலானது சேர்ப்புப் பண்பை நிறைவு செய்கின்றன.

அதாவது ஏதேனும் a,b மற்றும் c என்ற ஏதேனும் மூன்று எண்களுக்கு,

(i) $(a+b)+c=a+(b+c)$ மற்றும் (ii) $(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$

விளக்கம்

$a=\frac{-1}{2}$, $b=\frac{3}{5}$ மற்றும் $c=\frac{-7}{10}$ என மூன்று விகிதமுறு எண்களை எடுத்துக் கொள்க.

இங்கு, $a+b=\frac{-1}{2}+\frac{3}{5}=\frac{-5}{10}+\frac{6}{10}$ (ஒரே பகுதியைக் கொண்ட சமான விகிதமுறு எண்கள்)

$$a+b=\frac{-5+6}{10}=\frac{1}{10}$$

$$(a+b)+c=\frac{1}{10}+\left(\frac{-7}{10}\right)=\frac{1-7}{10}=\frac{-6}{10}=\frac{-3}{5} \quad \ldots(1)$$

மேலும், $b+c=\frac{3}{5}+\frac{-7}{10}=\frac{6}{10}+\frac{-7}{10}=\frac{6-7}{10}=\frac{-1}{10}$

$$a+(b+c) = \frac{-1}{2}+\frac{-1}{10}=\frac{-5}{10}+\frac{-1}{10}=\frac{-5-1}{10}=\frac{-6}{10}=\frac{-3}{5} \quad \ldots(2)$$

(1) மற்றும் (2) இலிருந்து, $(a+b)+c=a+(b+c)$ என்பது விகிதமுறு எண்களுக்கு உண்மையாகிறது.

இங்கு, $$a\times b = \frac{-1}{2}\times\frac{3}{5}=\frac{-1\times 3}{2\times 5}=\frac{-3}{10}$$

$$(a\times b)\times c = \frac{-3}{10}\times\frac{-7}{10}=\frac{(-3)\times(-7)}{10\times 10}=\frac{21}{100} \quad \ldots(3)$$

மேலும், $$b\times c = \frac{3}{5}\times\frac{-7}{10}=\frac{3\times(-7)}{5\times 10}=\frac{-21}{50}$$

$$a\times(b\times c) = \frac{-1}{2}\times\frac{-21}{50}=\frac{-1\times -21}{2\times 50}=\frac{21}{100} \quad \ldots(4)$$

(3) மற்றும் (4) இலிருந்து, $(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$ என்பது விகிதமுறு எண்களுக்கு உண்மையாகிறது. ஆகவே, விகிதமுறு எண்களுக்கு, கூட்டல் மற்றும் பெருக்கலானது சேர்ப்புப் பண்பை நிறைவு செய்கின்றன.

இவற்றை முயல்க

விகிதமுறு எண்களுக்கு, கழித்தல் மற்றும் வகுத்தலானது சேர்ப்புப் பண்பை நிறைவு செய்யுமா? என சரிபார்க்க.

சிந்திக்க

$$\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}+\frac{1}{4.5} = \frac{4}{5}$$

தர்க்க ரீதியாகச் சிந்தித்து, மேலே கொடுக்கப்பட்ட அமைப்பில் முதல் 7 எண்களின் கூடுதலைக் காண்க.

1.5.4 கூட்டல் மற்றும் பெருக்கல் சமனிப் பண்பு

கூட்டல் சமனி 0 எனவும் பெருக்கல் சமனி 1 எனவும் இருக்கும் எந்தவொரு விகிதமுறு எண் a இக்கும் தனித்துவமான சமனி உறுப்புகளாக 0 மற்றும் 1 இருக்கின்றன. ஏனெனில்,

(i) $0+a=a$ மற்றும் (ii) $1\times a=a$

விளக்கம்

$a=\frac{3}{-7}$ அதாவது $a=\frac{-3}{7}$ எனக் கொள்க. இங்கு, $\frac{-3}{7}+0=\frac{-3}{7}=0+\frac{-3}{7}$ (ஏன்?)

ஆகவே, 0 ஆனது $\frac{-3}{7}$ இன் கூட்டல் சமனி ஆகும்.

மேலும், $\frac{-3}{7}\times 1=\frac{-3}{7}=1\times\frac{-3}{7}$ (ஏன்?)

ஆகவே, 1 ஆனது $\frac{-3}{7}$ இன் பெருக்கல் சமனி ஆகும்.

1.5.5 கூட்டல் மற்றும் பெருக்கலின் நேர்மாறு பண்பு

எந்தவொரு விகிதமுறு எண் a இக்கும், தனித்துவமானக் கூட்டல் நேர்மாறு எண்ணாக $-a$ உள்ளது. ஏனெனில், $a+(-a)=0=(-a)+a$ (கூட்டல் நேர்மாறு பண்பு)

எந்தவொரு பூச்சியமற்ற விகிதமுறு எண் b இக்கும், தனித்துவமானப் பெருக்கல் நேர்மாறு எண்ணாக $\frac{1}{b}$ உள்ளது. ஏனெனில், $b\times\frac{1}{b}=1=\frac{1}{b}\times b$ (பெருக்கல் நேர்மாறு பண்பு)

விளக்கம்:

$a=\frac{-11}{23}$ என்க. எனவே, $-a=-\left(\frac{-11}{23}\right)=\frac{11}{23}$

இங்கு, $a+(-a) = \frac{-11}{23}+\frac{11}{23}=\frac{-11+11}{23}=\frac{0}{23}=0$

மேலும், $(-a)+a = \frac{11}{23}+\frac{-11}{23}=\frac{11-11}{23}=\frac{0}{23}=0$

$\therefore$ $a+(-a) = (-a)+a = 0$ என்பது உண்மையாகும்.

மேலும், $b=\frac{-17}{29}$ என்க. எனவே, $\frac{1}{b}=\frac{29}{-17}=\frac{-29}{17}$

$b\times\frac{1}{b} = \frac{-17}{29}\times\frac{-29}{17}=1$

மேலும், $\frac{1}{b}\times b = \frac{-29}{17}\times\frac{-17}{29}=1$

$\therefore$ $b\times\frac{1}{b}=\frac{1}{b}\times b=1$ என்பது உண்மையாகும்.

உங்களுக்கு தெரியுமா?

ஒரே விகிதமுறு எண்களுக்கு வெவ்வேறு அடிப்படைச் செயல்களைச் செய்தால் வழக்கமாக, நாம் வெவ்வேறான விடைகளைப் பெறுவோம். ஆனால், பின்வரும் விகிதமுறு எண்களின் கணக்கீடுகள் சில வியப்பூட்டும் விதிவிலக்குகள் ஆகும்.

(i) $\frac{13}{4}+\frac{13}{9}=\frac{13}{4}\times\frac{13}{9}$ (ii) $\frac{169}{30}+\frac{13}{15}=\frac{169}{30}\div\frac{13}{15}$

வியப்பூட்டுகிறதல்லவா! முடிந்தால், இதைப்போன்று மேலும் சில வியப்பூட்டும் எடுத்துக்காட்டுகளை முயற்சி செய்யலாமே!

1.5.6 பங்கீட்டுப் பண்பு

விகிதமுறு எண்களின் தொகுப்பிற்கு, பெருக்கலானது கூட்டலின் மீதான பங்கீட்டுப் பண்பை நிறைவு செய்யும்.

a, b மற்றும் c என்ற ஏதேனும் மூன்று விகிதமுறு எண்களுக்கு,

$$a\times(b+c)=(a\times b)+(a\times c)$$

விளக்கம்:

$a=\frac{-7}{9}$, $b=\frac{11}{18}$ மற்றும் $c=\frac{-14}{27}$ என மூன்று விகிதமுறு எண்களை எடுத்துக் கொள்க.

இங்கு, $$b+c = b+c=\frac{11}{18}+\frac{-14}{27}=\frac{33}{54}+\frac{-28}{54}=\frac{33-28}{54}=\frac{5}{54}$$

(ஒரே பகுதியைக் கொண்ட சமான விகிதமுறு எண்கள்)

$$\therefore\ a\times(b+c) = \frac{-7}{9}\times\frac{5}{54}=\frac{-7\times5}{9\times54}=\frac{-35}{486} \qquad ---(1)$$

மேலும், $$a\times b = \frac{-7}{9}\times\frac{11}{18}=\frac{-7\times11}{9\times18}=\frac{-77}{9\times9\times2}$$

$$a\times c = \frac{-7}{9}\times\frac{-14}{27}=\frac{7\times14}{9\times9\times3}=\frac{98}{9\times9\times3}$$

$$\therefore\ (a\times b)+(a\times c) = \frac{-77}{9\times9\times2}+\frac{98}{9\times9\times3}$$

$$=\frac{-77\times3+98\times2}{9\times9\times2\times3}$$

$$=\frac{-231+196}{486}=\frac{-35}{486} \qquad ---(2)$$

(1) மற்றும் (2) இலிருந்து $a\times(b+c)=(a\times b)+(a\times c)$ ஆனது உண்மையாகும்.

ஆகவே, Q என்ற விகிதமுறு எண் தொகுப்பிற்கு, பெருக்கலானது கூட்டலின் மீது பங்கீட்டுப் பண்பை நிறைவு செய்யும்.

பயிற்சி 1.2

1. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

   (i) $2\frac{3}{5}$ இன் பெருக்கல் நேர்மாறு ________ ஆகும்.

   (ii) $-3\times\frac{6}{-11}=\frac{6}{-11}\times x$, எனில் x ஆனது ________ ஆகும்.

   (iii) $\left(\frac{3}{5}\times\frac{-4}{9}\right)+\left(x\times\frac{15}{17}\right)=\frac{3}{5}\times(y+z)$ ஆனது பங்கீட்டுப் பண்பை நிறைவு செய்யும் எனில், x,y மற்றும் z ஆனது _______ , _______மற்றும் _____________ ஆகும்.

   (iv) $x\times\frac{-55}{63}=\frac{-55}{63}\times x=1$, எனில் x ஆனது, $\frac{-55}{63}$ இன் ________________ ஆகும்.

   (v) -1 இன் பெருக்கல் நேர்மாறு ________ ஆகும்.

2. சரியா? தவறா? எனக் கூறுக.

   (i) $\frac{-7}{8}\times\frac{-23}{27}=\frac{-23}{27}\times\frac{-7}{8}$ ஆனது, விகிதமுறு எண்களின் அடைவுப் பண்பினை விளக்குகிறது.

   (ii) விகிதமுறு எண்களுக்கு, சேர்ப்புப் பண்பானது கழித்தலுக்கு உண்மையாகாது.

   (iii) $\frac{-11}{-17}$ இன் கூட்டல் நேர்மாறு $\frac{11}{17}$ ஆகும்.

   (iv) இரு குறை விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கற்பலன் ஒரு மிகை விகிதமுறு எண்ணைத் தரும்.

   (v) அனைத்து விகிதமுறு எண்களுக்கும் பெருக்கல் நேர்மாறு உண்டு.

3. $\frac{-5}{7}$ மற்றும் $\frac{8}{9}$ ஆகிய விகிதமுறு எண்களுக்குக் கூட்டல் மற்றும் பெருக்கலுக்கான அடைவுப் பண்பினைச் சரிபார்.

4. $\frac{-10}{11},\frac{5}{6},\frac{-4}{3}$ ஆகிய விகிதமுறு எண்களுக்குக் கூட்டல் மற்றும் பெருக்கலுக்கானச் சேர்ப்புப் பண்பினைச் சரிபார்.

5. $\frac{-8}{33}$ மற்றும் $\frac{-10}{11}$ ஆகிய விகிதமுறு எண்களுக்குக் கூட்டல் மற்றும் பெருக்கலுக்கானப் பரிமாற்றுப் பண்பினைச் சரிபார்.

6. விகிதமுறு எண்களுக்கான பங்கீட்டுப்பண்பு $a\times\left(b+c\right)=\left(a\times b\right)+\left(a+c\right)$ என்பதை $a=\frac{-1}{2}$, $b=\frac{2}{3}$ மற்றும் $c=\frac{-5}{6}$ ஆகியவற்றிற்குச் சரிபார்.

7. மதிப்பு காண்க: $\left(\frac{13}{18}\times\frac{-12}{39}\right)-\left(\frac{8}{9}\times\frac{-3}{4}\right)+\left(\frac{-7}{-9}\div\frac{63}{-36}\right)$

8. பொருத்தமானப் பண்புகளைக் கொண்டு மதிப்பு காண்க.

(i) $\left\{\frac{2}{3}\times\frac{-5}{12}\right\}+\left\{\frac{-4}{6}\times\frac{-8}{12}\right\}+\left\{\frac{-1}{4}\times\frac{2}{3}\right\}$ (ii) $\left\{\frac{1}{2}\times\frac{-3}{4}\right\}-\left\{\frac{3}{8}\times\frac{-1}{4}\right\}+\left\{\frac{-3}{5}\times\frac{-1}{4}\right\}$

9. பரிமாற்று மற்றும் பங்கீட்டுப் பண்புகளைப் பயன்படுத்திச் சுருக்குக. $\frac{4}{5}\times\frac{-3}{8}-\frac{3}{8}\times\frac{1}{4}+\frac{19}{20}$.

கொள்குறிவகை வினாக்கள்

10. 0 இன் பெருக்கல் நேர்மாறு ____________

அ) 0 ஆ) 1 இ) -1 ஈ) கிடையாது

11. பின்வருவருனவற்றுள் எது கூட்டலின் நேர்மாறுப் பண்பினை விளக்குகிறது?

அ) $\frac{1}{8}-\frac{1}{8}=0$ ஆ) $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{4}$ இ) $\frac{1}{8}+0=\frac{1}{8}$ ஈ) $\frac{1}{8}-0=\frac{1}{8}$

12. விகிதமுறு எண்களுக்கு, ____________ என்ற எண்ணால் அடைவுப் பண்பானது வகுத்தலுக்கு உண்மையாகாது.

அ) 1 ஆ) -1 இ) 0 ஈ) $\frac{1}{2}$

13. $\frac{1}{2}-\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{6}\right)\neq\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right)-\frac{5}{6}$ என்ற விகிதமுறு எண்களானது கழித்தலுக்கு __________ பண்பினை நிறைவு செய்யாது.

அ) பரிமாற்று ஆ) அடைவு இ) பங்கீட்டு ஈ) சேர்ப்பு

14. $\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)\div\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)=$

அ) $\frac{1}{2}$ ஆ) $\frac{3}{4}$ இ) $\frac{1}{4}$ ஈ) $\frac{-1}{2}$

குறிப்பு

$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\neq\frac{a+c}{b+d}$? ஏன்?

ஒரு கணித கூற்றானது எந்த விதிவிலக்குமின்றி 100% உண்மை எனில் மட்டுமே, அக்கூற்று உண்மையாகும். இங்கு, $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3+1}{4+4}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$ எனக் கூட்டினால், அது தவறு. ஏனெனில், $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3+1}{4}=\frac{4}{4}=1$.

பயிற்சி 1.3

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சி கணக்குகள்

1. பின்வருவனவற்றைச் சரியாகப் பொருத்துக.

அ	ஆ
(i) $\left(\frac{5}{6}+-1\right)+\frac{-3}{4}=\frac{5}{6}+\left(-1+\frac{-3}{4}\right)$	ஒரு விகிதமுறு எண்
(ii) $\frac{-1}{3}\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{3}\right)=\left(\frac{-1}{3}\times\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{-1}{3}\times\frac{2}{3}\right)$	பெருக்கல் நேர்மாறு பண்பு
(iii) $\frac{-4}{9}\times\frac{9}{-4}=\frac{9}{-4}\times\frac{-4}{9}=1$	கிடையாது
(iv) $\frac{1}{0}$	கூட்டலின் மீதான பெருக்கலின் பங்கீட்டுப் பண்பு
(v) $\frac{22}{7}$	கூட்டலின் சேர்ப்பு பண்பு

2. பின்வரும் பண்புகளில், எவை விகிதமுறு எண்களின் கழித்தலுக்கு உண்மையாகும்? ஏன்?

அ) அடைவுப் பண்பு   ஆ) பரிமாற்றுப் பண்பு   இ) சேர்ப்புப் பண்பு

ஈ) சமனிப் பண்பு   உ) நேர்மாறு பண்பு

3. சுப்பு தனது மாத வருமானத்தில், $\frac{1}{3}$ பங்கு வீட்டு வாடகைக்காகவும், $\frac{2}{5}$ பங்கு உணவிற்காகவும் மற்றும் $\frac{1}{10}$ பங்கு வழக்கமான மாதத் தேவைகளுக்காகவும் செலவிடுகிறார் எனில், பிற செலவுகளுக்காக அவரிடம் மீதமுள்ள வருமானத்தின் பின்னப் பகுதி என்ன?

4. ஒரு தொகுதியில், $\frac{19}{25}$ பங்கு வாக்காளர்கள் A என்ற வேட்பாளருக்கும், $\frac{7}{50}$ பங்கு வாக்காளர்கள் B என்ற வேட்பாளருக்கும் வாக்களித்தனர் எனில், மற்றவர்களுக்கு வாக்களித்த வாக்காளர்களின் விகிதமுறு எண்ணைக் காண்க..

5. ஒரு பெட்டியிலுள்ள $\frac{3}{4}$ பங்கு ஆப்பிள்களின் எடையானது 3 கி.கி 225 கிராம் எனில், முழு பெட்டியிலும் ஆப்பிள்கள் இருப்பின், அதன் எடை என்ன?

6. மங்களம், $3\frac{4}{5}$ லிட்டர் கொள்ளளவு உள்ள ஒரு தண்ணீர்க் குடுவையையும், அதைப்போன்று $2\frac{2}{3}$ மடங்கு அதிகக் கொள்ளளவு கொண்ட மற்றொரு குடுவையையும் வாங்குகிறாள் எனில், பெரிய குடுவையின் கொள்ளளவு யாது?

7. ஒரு சமையல் குறிப்பில், ஒவ்வொரு $1\frac{1}{2}$ கோப்பை அரிசிக்கு, $2\frac{3}{4}$ கோப்பைகள் தண்ணீர் தேவைப்படுகிறது என கூறப்பட்டுள்ளது எனில், அரிசி மற்றும் தண்ணீருக்கு இடையேயான விகிதத்தை எழுதுக.

8. இரவி $\frac{25}{8}$ மற்றும் $\frac{16}{15}$ ஆகிய எண்களைப் பெருக்கி $\frac{400}{120}$ ஐப் பெறுகிறான். இதன் எளிய வடிவமானது, $\frac{10}{3}$ என்று இரவியும், $3\frac{1}{3}$ என்று சந்துருவும் கூறுகின்றனர். யார் கூறுவது சரி ? அல்லது இருவரும் சரியாகக் கூறுகிறார்களா? என விளக்குக.

9. ஒரு மின்கம்பியின் நீளமானது $\frac{4}{5}$ மீட்டராக உள்ளது. அதனை 8 சம பகுதிகளாக வெட்டினால், ஒவ்வொரு பகுதியும் எவ்வளவு நீளம் இருக்கும்?

10. ஒரு அறையின் பரப்பு $\frac{153}{10}$ ச.மீ மற்றும் அதன் அகலம் $2\frac{11}{20}$ மீ எனில், அதன் நீளம் என்ன?

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

1. $\left(\dfrac{\frac{7}{9}-5}{\frac{4}{3}}\right)\div\frac{3}{2}+\frac{4}{9}-\frac{1}{3}=-2$ எனக் காட்டுக.

2. A என்பவர் $\frac{7}{4}$ கி.மீ நடக்கிறார். பிறகு, $\frac{3}{5}$ கி.மீ மெதுவாக ஓடுகிறார் எனில், அவர் கடந்த மொத்தத் தூரத்தைக் காண்க. அவர், மெதுவாக ஓடியதை விடக் கூடுதலாக நடந்த தூரம் எவ்வளவு?

3. ஒரு வரைபடத்தில், ஒரு அங்குலமானது 120 கி.மீ ஐக் குறிக்கும். நகரம் A ஆனது, B மற்றும் C நகரங்களுக்கு இடையில் அமைந்துள்ளது. மேலும், நகரம் A இலிருந்து B மற்றும் C ஆகிய இரு நகரங்கள் முறையே, $4\frac{1}{6}$ அங்குலம் மற்றும் $3\frac{1}{3}$ அங்குலம் தொலைவுகளில் உள்ளன எனில், அவற்றுக்கிடையே உள்ள தொலைவினைக் காண்க.

4. பின்வரும் கூற்றுகள் ஒவ்வொன்றையும் ஓர் எடுத்துக்காட்டுடன் சரிபார்.

(i) பூச்சியமற்ற விகிதமுறு எண்களின் தொகுப்பிற்கு, வகுத்தலானது அடைவுப் பண்பை நிறைவு செய்யும்.

(ii) விகிதமுறு எண்களுக்கு, கழித்தலானது பரிமாற்றுப் பண்பினை நிறைவு செய்யாது.

(iii) விகிதமுறு எண்களுக்கு, வகுத்தலானது சேர்ப்புப் பண்பினை நிறைவு செய்யாது.

(iv) விகிதமுறு எண்களுக்கு, கழித்தலின் மீதான பெருக்கலின் பங்கீட்டு விதி உண்மையாகும். அதாவது, $a(b-c)=ab-ac$.

(v) இரு விகிதமுறு எண்களின் சராசரி ஒரு விகிதமுறு எண்ணாகும். மேலும், அது அவற்றிற்கிடையில் அமையும்.

5. $\frac{1}{4}$ பங்கு கேழ்வரகு அடையின் எடை 120 கிராம் எனில், அதன் $\frac{2}{3}$ பங்கின் எடை என்ன?

6. பின்வரும் விகிதமுறு எண்களில், மிகப்பெரிய மற்றும் மிகச்சிறிய எண்களின் வித்தியாசம் காண்க

$$\frac{-7}{12}, \frac{2}{-9}, \frac{-11}{36}, \frac{-5}{-6}$$

7. $p+2q=18$ மற்றும் $pq=40$ எனில், $\frac{2}{p}+\frac{1}{q}$ மதிப்பைக் காண்க.

8. $5\frac{x}{5}\times 3\frac{3}{4}=21$ எனில் 'x' ஐக் காண்க.

9. ஒரு எண்ணிற்கும், அதன் மூன்றில் இரண்டு மடங்கிற்கும் உள்ள வித்தியாசமானது, அதன் ஐந்தில் ஒரு மடங்கை விட 30 அதிகம் எனில், அந்த எண்ணைக் காண்க.

10. $\frac{1}{\left(\frac{10}{11}\right)}$ ஆனது $\frac{\left(\frac{1}{10}\right)}{11}$ ஐக் காட்டிலும் எவ்வளவு அதிகம்?

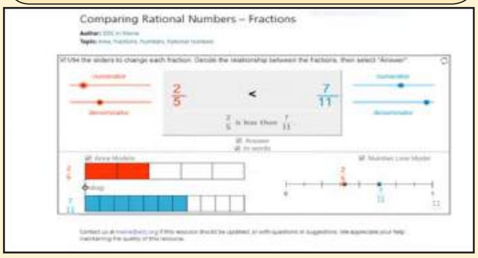
இணையச் செயல்பாடு விகிதமுறு எண்கள்

இந்த செயல்பாடுகள் மூலம் விகிதமுறு எண்கள் செயல்பாடுகள் மற்றும் அதன் அடிப்படைப் பண்புகளை நன்கு அறியலாம்.

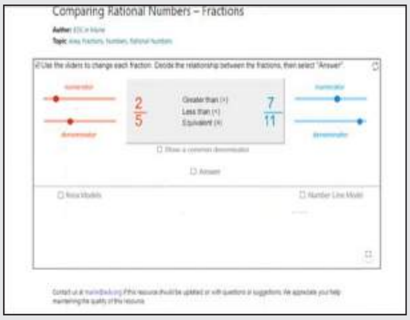
– 1 ெ
தட்டச்சு செய்யவும் (அ) விரைவுக் குறியீட்டினை (QR CODE) பயன்படுத்தவும்

படி - 2 தேடு பகுதியில் Rational Numbers எனத் தட்டச்சு செய்யவும்

படி - 3 எண்கோட்டில் வெவ்வேறு விகிதமுறு எண்களின் பகுதி மற்றும் தொகுதியை நகர்த்தி ஒருமாதிரி எண்கோட்டினைப் பார்க்கலாம்.



படி 1



படி 2

B355_8_MATHS_TM

பாடச்சுருக்கம்

- $\frac{a}{b}$ என்ற வடிவில் எழுதக்கூடிய ஒரு எண்ணானது விகிதமுறு எண் எனப்படும். இங்கு a மற்றும் b முழுக்களாகும் மற்றும் $b \neq 0$.
- அனைத்து இயல் எண்கள், முழு எண்கள், முழுக்கள் மற்றும் பின்னங்கள் ஆகியவை விகிதமுறு எண்களாகும்.
- அனைத்து முடிவுறு மற்றும் முடிவுறா சுழல் தன்மையுள்ள தசம எண்களையும் விகிதமுறு எண்களாக எழுத இயலும்.
- அனைத்து முடிவுறா மற்றும் சுழல் தன்மையற்ற தசம எண்களும் விகிதமுறு எண்கள் அல்ல.
- ஒவ்வொரு விகிதமுறு எண்ணையும் எண்கோட்டில் குறிக்கலாம்.
- ஒரு விகிதமுறு எண்ணின் தொகுதி மற்றும் பகுதியை ஒரே பூச்சியமற்ற எண்ணால் பெருக்க அல்லது வகுக்க, நாம் ஒரு சமான விகிதமுறு எண்ணைப் பெறலாம்.
- 0 ஆனது மிகை விகிதமுறு எண்ணுமல்ல குறை விகிதமுறு எண்ணுமல்ல.
- ஒரு விகிதமுறு எண் $\frac{a}{b}$ இல், பகுதி b ஆனது மிகை முழுவாகவும், மீ.பொ.வ $(a,b)=1$ எனவும் இருந்தால், அது திட்ட வடிவில் உள்ளது.
- இரு விகிதமுறு எண்களுக்கிடையில், எண்ணற்ற விகிதமுறு எண்கள் உள்ளன.
- வெவ்வேறு பகுதிகளைக் கொண்ட இரு விகிதமுறு எண்களைப் பொதுவான பகுதியைக் (மீ.சி.ம) கொண்ட சமான விகிதமுறு எண்களாக மாற்றிய பிறகு கூட்ட வேண்டும்.
- இரு விகிதமுறு எண்களின் கழித்தல் என்பது, முதல் விகிதமுறு எண்ணோடு, இரண்டவாது விகிதமுறு எண்ணின் கூட்டல் நேர்மாறுவைக் கூட்டுவதற்குச் சமமாகும்.
- இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கலானது, தொகுதிகளின் பெருக்கல் பலனைத் தொகுதியாகவும், பகுதிகளின் பெருக்கல் பலனைப் பகுதியாகவும் எழுதக் கிடைக்கும் ஒரு விகிதமுறு எண்ணாகும்.
- இரு விகிதமுறு எண்களின் வகுத்தல் என்பது, முதல் விகிதமுறு எண்ணோடு இரண்டாவது விகிதமுறு எண்ணின் தலைகீழியைப் பெருக்குவதாகும்.
- விகிதமுறு எண்களுக்கான பண்புகளின் அட்டவணை கீழே உள்ளது.

Q	அடைவுப் பண்பு	பரிமாற்றுப் பண்பு	சேர்ப்புப் பண்பு	+/− மீதான பெருக்கலின் பங்கீட்டுப் பண்பு
+	✓	✓	✓	✓
−	✓	×	×	✓
×	✓	✓	✓	−
÷	×	×	×	−

- விகிதமுறு எண்களுக்கு, 0 மற்றும் 1 ஆனது முறையே கூட்டல் மற்றும் பெருக்கல் சமனிகள் ஆகும்.
- $\frac{a}{b}$ இன் கூட்டல் நேர்மாறு $\frac{-a}{b}$. இதன் மறுதலையும் உண்மையாகும்.
- $\frac{a}{b}$ என்ற விகிதமுறு எண்ணின் பெருக்கல் தலைகீழி அல்லது பெருக்கல் நேர்மாறு $\frac{b}{a}$. மேலும் $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$ ஆகும்.

2 அளவியல்

கற்றல் விளைவுகள்

- வட்டத்தின் பகுதிகளை அறிதல்.
- வட்டவில்லின் நீளம், வட்டகோணப்பகுதியின் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவைக் கணக்கிடுதல்.
- கூட்டு வடிவங்களின் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவைக் கணக்கிடுதல்.
- இரு பரிமாண வடிவங்களின் மூலம் முப்பரிமாண வடிவங்களைக் குறிப்பிடுதலைப் புரிந்து கொள்ளுதல் .
- முப்பரிமாண பொருள்களை கனச்சதுரங்களின் மூலம் குறிப்பிடுதல்.

8NBA8K

2.1 அறிமுகம்

'அளவிடுதல்' என்பது ஒவ்வொருவரும் தன் அன்றாட வாழ்வில் பயன்படுத்தும் முக்கியப் பகுதியாகும். கயிற்றின் நீளத்தை அளத்தல், இரு இடங்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவினை அளத்தல், வீட்டு மனை மற்றும் நிலங்களின் சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவு ஆகியவற்றைக் கண்டறிதல், குறிப்பிட்ட அளவுகளின்படி கட்டடங்களைக் கட்டுதல் போன்ற எண்ணற்ற சூழல்களில் அளவியலின் கருத்து பயன்படுகிறது.

மனிதனின் முக்கியமான கண்டுபிடிப்பாகச் சக்கரத்தைக் கூறுகின்றனர். சக்கரத்திற்குக் 'கண்டுபிடிப்புகளின் தொட்டில்' என்றொரு பெயரும் உண்டு. சக்கரத்தின் வடிவம் என்ன? வட்டம் அல்லவா! வட்டம் மட்டுமின்றி முக்கோணம், சதுரம் மற்றும் செவ்வகம் எனப் பல்வேறு வடிவங்களை நாம் பயன்படுத்தும் பொருட்களில் காண முடிகிறது.

அளவியல் ஒவ்வொருவரின் வாழ்விலும் முக்கியப் பங்கினை வகிக்கிறது. பள்ளிக்குச் சென்று முறையாகக் கணிதம் கற்போர் மட்டுமல்லாது, பாமரர்களும் தர்க்க ரீதியாகச் சிந்தித்து அளவியல் சார்ந்த சில கருத்துக்களைத் தேவைக்கேற்ப பயன்படுத்துகின்றனர். உதாரணமாக, தேர்ச் சக்கரங்கள் செய்யும் பணியாளர் ஒருவர், மரத்தாலான சக்கரங்கள் தேயாமல் இருக்க அவற்றைச் சுற்றி இரும்புப்பட்டையைப் பொருத்தும்பொழுது, 7 அடி உயரம் (விட்டம்) கொண்ட சக்கரத்திற்கு 22 அடி நீளமுள்ள இரும்புப்பட்டை தேவைப்படுகிறது என்று தனது அனுபவத்திலேயே கூறுகிறார்.

எங்கும் கணிதம்	அன்றாட வாழ்வில் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவு
உணவு மேசை தயாரித்தலில் வட்டகோணப்பகுதியின் பயன்பாடு	கட்டடங்கள் கட்டுதலில் கூட்டு வடிவங்களின் பயன்பாடு

வட்டம், முக்கோணம், சதுரம், செவ்வகம், சரிவகம் மற்றும் இணைகரம் போன்ற சில வடிவங்களின் சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவைக் காணும் முறையை நாம் ஏற்கனவே அறிந்திருக்கிறோம். இந்த இயலில், வட்டத்தின் பகுதிகள், வட்டவில்லின் நீளம், வட்டகோணப்பகுதி மற்றும் சில கூட்டு வடிவங்களின் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவைக் கண்டறியும் முறையைக் காண்போம்.

மீள்பார்வை

ஆசிரியர் தனது மாணவர்களிடம் 7 செ.மீ. ஆரமுள்ள ஒரு வட்டத்தின் பரப்பளவைக் கணக்கிடுமாறு கூறுகிறார். பெரும்பாலான மாணவர்கள் வழிமுறை 1இல் உள்ளவாறு தீர்வு காண்கின்றனர், ஆனால், சில மாணவர்கள் வழிமுறை 2 இல் உள்ளவாறு தீர்வு காண்கின்றனர்.

வழிமுறை 1	**வழிமுறை 2**
வட்டத்தின் பரப்பளவு, A $=\pi r^2$ ச.அலகுகள் $=\frac{22}{7}\times 7\times 7$ $= 154$ ச.செ.மீ	வட்டத்தின் பரப்பளவு, A $=\pi r^2$ ச.அலகுகள் $= 3.14\times 7\times 7$ $= 153.86$ ச.செ.மீ

பிறகு, அவர்கள் பின்வருமாறு உரையாடினர்.

சுதா : இந்த இரண்டு விடைகளுள் எது சரியானது, ஆசிரியரே?

ஆசிரியர் : இரண்டு விடைகளும் தோராயமாகச் சரியானவை ஆகும்.

சுதா : ஒரே வினாவிற்கு இரண்டு விடைகளைப் பெறுவது எவ்வாறு சாத்தியமாகும், ஆசிரியரே?

ஆசிரியர் : உண்மையில் இதற்கு, $\pi\times 7\times 7= 49\pi$ ச.செ.மீ. எனத் துல்லியமாகவும் தீர்வு காணலாம்.

மீனா : சதுரம் மற்றும் செவ்வகம் போன்ற வடிவங்களின் பரப்பளவைக் காணும் போது நாம் அனைவரும் ஒரே மாதிரியான விடையைப் பெறுகிறோம். ஆனால், வட்டத்தின் பரப்பளவு மட்டும் ஏன் வெவ்வேறாக உள்ளன?

ஆசிரியர் : π இன் மதிப்பு என்ன?

மீனா : π இன் மதிப்பு $\frac{22}{7}$ அல்லது 3.14 ஆகும்.

ஆசிரியர் : உண்மையில் அதன் மதிப்பு $\frac{22}{7}$ உம் அல்ல, 3.14 உம் அல்ல. அவை π இன் தோராய மதிப்புகள் ஆகும்.

மீனா : பிறகு, π இன் சரியான மதிப்பு என்ன ஆசிரியரே?

> **சிந்திக்க**
>
> $\frac{22}{7}$ மற்றும் 3.14 ஆகியவை விகிதமுறு எண்களாகும். π ஆனது ஒரு விகிதமுறு எண்ணாகுமா? ஏன்?

ஆசிரியர் : π ஆனது ஒரு மாறிலியானாலும், அது ஒரு முடிவுறா சுழல்தன்மையற்ற தசம எண் ஆகும். ஆகவே அதன் சரியான மதிப்பைப் பயன்படுத்தாமல், எளிமையாகத் தீர்வு காண்பதற்காக $\frac{22}{7}$ அல்லது 3.14 ஐ, π இன் தோராய மதிப்பாகப் பயன்படுத்துகிறோம்.

மீனா : அப்படியெனில் வட்டத்தின் பரப்பளவானது எப்பொழுதும் தோராயமானதாகவே இருக்குமா, ஆசிரியரே?

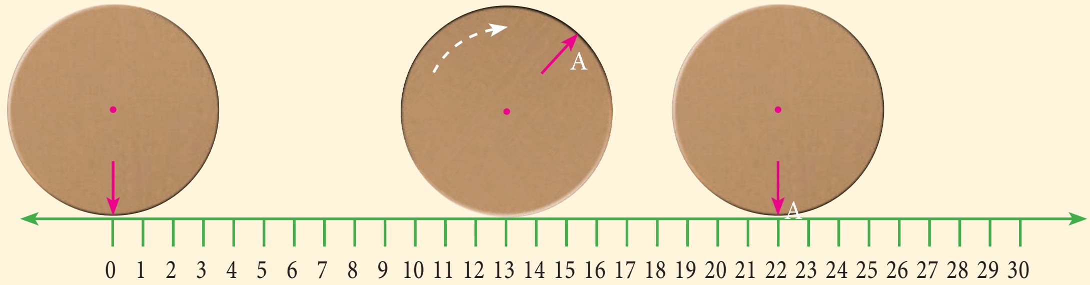
ஆசிரியர் : இல்லை. π இக்கு எந்த மதிப்பும் பிரதியிடாதவரை துல்லியமான தீர்வாகும். π இக்கு $\frac{22}{7}$ அல்லது 3.14 ஐப் பிரதியிட்டால் கிடைக்கும் தீர்வுகளே தோராயமானது.

மீனா : ஆகவே, மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கணக்கிற்கு 49π ச.செ.மீ. என்பதே சரியான விடையாகும். 154 ச.செ.மீ. மற்றும் 153.86 ச.செ.மீ. ஆகியவை தோராயமான விடைகள் ஆகும். நான் கூறுவது சரிதானே ஆசிரியரே?

ஆசிரியர் : ஆம், நீ கூறுவது சரிதான் மீனா.

செயல்பாடு –1

ஓர் அட்டையில் 7 அலகுகள் விட்டமுள்ள ஒரு வட்டம் வரைந்து, அதைத் தனியாக வெட்டி எடுத்துக்கொள்க. பின்பு, ஒரு காகிதத்தில் 0 முதல் 30 அலகுகள் வரையுள்ள எண்கோட்டினை வரைந்து, வட்டத்தைப் பூஜ்ஜியத்திலிருந்து ஆரம்பித்து ஒரு முழுச்சுற்று முடியும் வரை சுற்றுக. (ஒரு முழுச்சுற்றில் கடக்கும் தூரம் அதன் சுற்றளவாகும்)



படம் 2.1

(i) 7 அலகுகள் விட்டம் கொண்ட வட்டத்தின் சுற்றளவு என்ன?

(ii) $\pi = \dfrac{\text{பரிதி}}{\text{விட்டம்}} = ?$

2) உனது மிதிவண்டிச் சக்கரத்தின் சுற்றளவை அதன் விட்டத்தால் வகுத்து π ஐக் காண்க. நாணயங்கள், வட்ட வடிவப் பொத்தான்கள் மற்றும் சில வட்ட வடிவப் பொருட்களுக்கும் அவ்வாறே செய்து π இன் மதிப்பைக் காண்க. பிறகு, நண்பர்களுடன் சேர்ந்து π இன் மதிப்பைப் பற்றி விவாதிக்க.

3) " May I have a large container of coffee, cream and sugar" என்ற வாக்கியத்தில், ஒவ்வொரு வார்த்தையிலும் உள்ள எழுத்துக்களின் எண்ணிக்கையைக் கட்டத்தில் நிரப்புக. (முதல் 3 வார்த்தைகளில் உள்ள எழுத்துக்களின் எண்ணிக்கை உங்களுக்காகக் கட்டத்தில் நிரப்பப்பட்டுள்ளது.)

3	.	1	4								

3.1415926535 என்ற எண்ணானது 10 தசம எண்கள் வரைக் கொண்ட π இன் மதிப்பைக் குறிக்கும்.

4) π தினம் எப்பொழுது கொண்டாடப்படுகிறது? ஏன்?

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

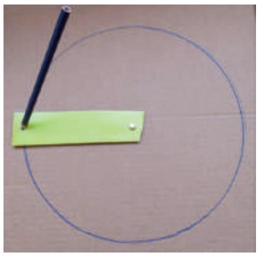
வட்டத்தின் சுற்றளவு $2\pi r$ அலகுகள், இதனை πd அலகுகள் என்றும் எழுதலாம். $\pi = 3.14$ (தோராயமாக) மற்றும் மூன்றை விடச் சற்று அதிகம் என்பதால், 'd' அலகு விட்டம் கொண்ட ஒரு வட்டத்தின் சுற்றளவானது விட்டத்தைப் போல் மூன்று மடங்குக்கும் சற்று அதிகமானதாக இருக்கும். இது சில சூழலில் வட்டத்தின் தோராயமான சுற்றளவை நாம் விரைவாகக் கணிக்க உதவும்.

உதாரணமாக,

(i) 3 மீ விட்டமுள்ள வட்டவடிவ மேசையினைப் பூச்சரத்தால் அலங்கரிக்க 9 மீட்டருக்கும் சற்று அதிக நீளமுள்ள பூச்சரம் தேவை..

(ii) 10 செ.மீ விட்டமுள்ள வட்டக் காற்றாடி செய்ய 30 செ.மீட்டருக்கும் சற்று அதிக நீளமுள்ள கம்பி தேவை. சற்று அதிகம் என்பது, விட்டத்தில் 0.14 பங்கு அல்லது $\frac{1}{7}$ பங்கு என்பதை நினைவில் வைத்துக்கொள்ளுங்கள்.

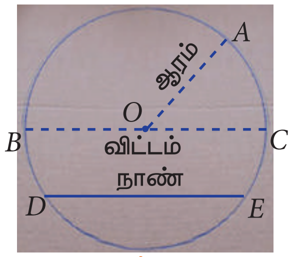
2.2. வட்டத்தின் பகுதிகள்



படம் 2.2

வட்டம் என்பது ஒரு தளத்திலுள்ள ஒரு நிலையான புள்ளியிலிருந்து சம தொலைவில் நகரும் புள்ளியின் நியமப்பாதை ஆகும். நிலையான புள்ளியானது **வட்ட மையம்** என்றும், சமதொலைவு ஆனது **ஆரம்** என்றும் அழைக்கப்படுகின்றன.

மேலும், வட்டத்தின் மீதுள்ள ஏதேனும் இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டு **நாண்** எனப்படும். ஒரு நாண், வட்டத்தை இரு பகுதிகளாகப் பிரிக்கிறது. வட்டத்தின் மையப்புள்ளி வழியே செல்லும் நாண் **விட்டம்** ஆகும். ஒரு வட்டத்தின் விட்டமானது, அந்த வட்டத்தை இரு சம அளவுள்ள வட்டத்துண்டுகளாகப் பிரிக்கிறது. மேலும், அது வட்டத்தின் மிகப்பெரிய நாண் ஆகும்.



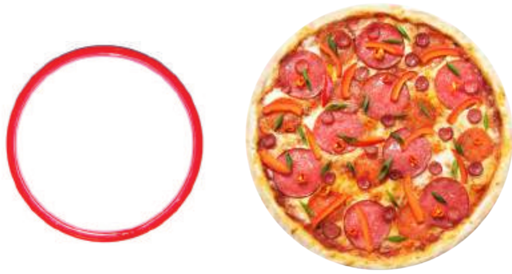
படம் 2.3

செயல்பாடு–2

1. ஒரு காகிதத்தில், வளையலைப் பயன்படுத்தி ஒரு வட்டம் வரைந்து அதைத் தனியாக வெட்டி எடுத்துக்கொள்க. வட்டத்தின் பரிதியில் ஏதேனும் இரு புள்ளிகளை A மற்றும் B எனக் குறிக்க. A மற்றும் B வழியே வட்டத்தை மடிக்க. இப்பொழுது கிடைக்கும் மடிப்புக் கோடு நாணைக் குறிக்கிறது.
2. காகிதமடிப்பு முறையில், ஒரு வட்டத்தின் இரண்டு விட்டங்கள் மற்றும் அதன் மையம் ஆகியவற்றைக் கண்டுபிடி.
3. ஒரு வட்டத்தின் விட்டமானது ஆரத்தைப் போல் இருமடங்கு ஆகும் என்பதைச் சரிபார்க்க.

2.2.1. வட்டவில் மற்றும் வட்டக்கோணப் பகுதி

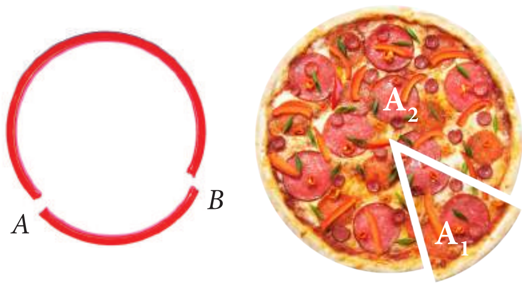
படம் 2.4 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள கண்ணாடி வளையலையும், வேகப்பத்தையும் (Pizza) உற்று நோக்குக.



படம் 2.4

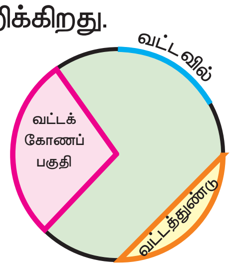
இரண்டும் வட்ட வடிவில் இருந்தாலும், வளையலானது வட்டத்தைச் சுற்றி அமைந்திருக்கும் எல்லையையும், வேகப்பமானது எல்லைக்குள் அடைபடும் சமதளப் பகுதியையும் குறிக்கிறது. அதாவது வளையல் வட்டத்தின் பரிதியையும், வேகப்பம் வட்டத்தின் பரப்பளவையும் குறிப்பதாக அமைகின்றது.

அவற்றிலிருந்து ஒரு பகுதியைப் படம் 2.5 இல் காட்டியுள்ளவாறு வெட்டியெடுப்பதாகக் கொள்வோம். வளையல் துண்டுகள் ஒவ்வொன்றும் வட்டவில்லைக் குறிக்கிறது. $\overset{\frown}{AB}$ என்பது சிறிய வட்டவில்லையும், $\overset{\frown}{BA}$ பெரிய வட்டவில்லையும் குறிக்கிறது. அதேபோன்று வேகப்பத்தின் பகுதிகள் ஒவ்வொன்றும் வட்டக்கோணப் பகுதியைக் குறிக்கிறது. A_1 என்பது சிறிய வட்டக்கோணப்பகுதியையும், A_2 என்பது பெரிய வட்டக்கோணப் பகுதியையும் குறிக்கிறது.



படம் 2.5

- ஒரு வட்டத்தின் வட்டப் பரிதியின் ஒரு பகுதியே **வட்டவில்** ஆகும்.
- ஒரு வட்டத்தின் இரண்டு ஆரங்களாலும், அந்த ஆரங்களால் வட்டப்பரிதியில் வெட்டப்படும் வில்லாலும் அடைபடும் சமதளப்பகுதி **வட்டக்கோணப்பகுதி** ஆகும்
- ஒரு நாண் வட்டத்தை இரு பகுதிகளாகப் பிரிக்கிறது. ஒவ்வொரு பகுதியும் **வட்டத்துண்டு** என அழைக்கப்படுகிறது.



படம் 2.6

குறிப்பு

சிறிய வட்டவில்லினைத் தாங்கும் வட்டப்பகுதி 'சிறிய வட்டத்துண்டு' என்றும், பெரிய வட்டவில்லினைத் தாங்கும் வட்டப்பகுதி 'பெரிய வட்டத்துண்டு' என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.

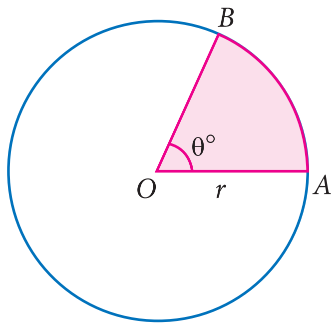
சிந்திக்க

படம் 2.7

படத்தில் உள்ள வட்டம் ஆறு சம பாகங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. அவற்றை வட்டக்கோணப் பகுதிகள் என்று கூறலாமா? ஏன்?

வட்டமையக்கோணம்

ஒரு வட்டக்கோணப் பகுதியானது, அவ்வட்டத்தின் மையத்தில் ஏற்படுத்தும் கோணம் வட்டமையக்கோணம் ஆகும். வட்டமையக்கோணத்தின் உச்சியானது வட்டத்தின் மையம் ஆகும். அதன் இரு கைகளாக ஆரங்கள் உள்ளன. படம் 2.8 இல், நிழலிடப்பட்ட வட்டக்கோணப் பகுதியின் வட்டமையக்கோணம் $\angle AOB = \theta^\circ$ (Theta என்று படிக்க) மற்றும் அதன் இரு கைகள் OA மற்றும் OB ஆகியவை ஆரங்கள் ஆகும்.



படம் 2.8

ஒரு வட்டத்தின் மையக்கோணம் 360° ஆகும். வட்டமானது 'n' சம அளவுள்ள வட்டக்கோணப் பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டால் கிடைக்கும்.

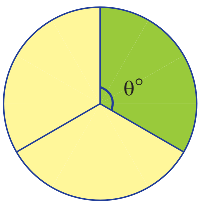
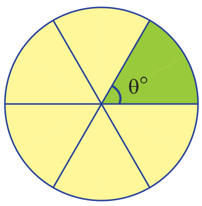
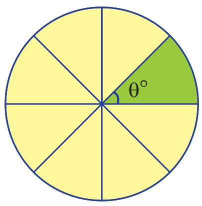
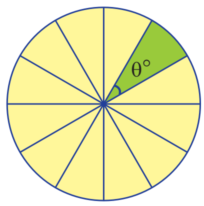
வட்டக்கோணப் பகுதியின் மையக்கோணம் $\theta^\circ = \dfrac{360^\circ}{n}$ ஆகும்.

உதாரணமாக, அரைவட்டத்தின் மையக்கோணம் $= \dfrac{360^\circ}{2} = 180^\circ$

மற்றும் கால்வட்டத்தின் மையக்கோணம் $= \dfrac{360^\circ}{4} = 90^\circ$ ஆகும்.

இவற்றை முயல்க

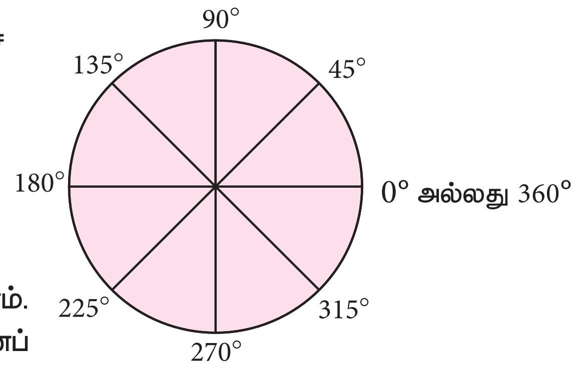
நிழலிடப்பட்ட வட்டக்கோணப்பகுதிகளின் மையக்கோணங்களைக் காண்க. (ஒவ்வொரு வட்டமும் சம அளவுள்ள வட்டக்கோணப்பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது)

வட்டக்கோணப் பகுதி				
வட்டமையக் கோணம் $\theta^\circ \left(= \dfrac{360^\circ}{n}\right)$	$\theta^\circ = 120^\circ$			

2.2.2 வட்டவில்லின் நீளம் மற்றும் வட்டக்கோணப்பகுதியின் பரப்பளவு

'r' அலகு ஆரமுள்ள ஒரு வட்டத்தின் மையத்தைச் சுற்றியுள்ள கோணம் $360°$ ஆகும்.

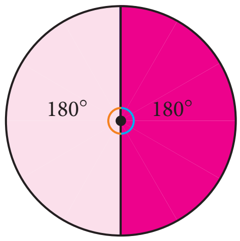
மேலும், வட்டத்தின் சுற்றளவு $=2\pi r$ அலகுகள் என்றும், அதன் பரப்பளவு $=\pi r^2$ சதுர அலகுகள் என்றும் நாம் முன்னரே அறிந்திருக்கிறோம்.



படம் 2.9

முதலில் ஓர் அரைவட்டத்தை எடுத்துக்கொள்வோம். ஒரு வட்டத்தை இரண்டு சம அளவுள்ள வட்டக்கோணப் பகுதிகளாகப் பிரித்தால், இரண்டு அரை வட்டங்களைப் பெறுகிறோம். அரைவட்டத்தின் வில்லின் நீளமானது, அவ்வட்டத்தின் சுற்றளவின் நீளத்தில் பாதியாகும்.

$\therefore$ அரைவட்டத்தின் வில்லின் நீளம் $(\overset{\frown}{AB}) = \frac{1}{2}\times 2\pi r$ அலகுகள் மற்றும் அரைவட்டத்தின் பரப்பளவானது, அந்த வட்டத்தின் பரப்பளவில் பாதியாகும்.



படம் 2.10

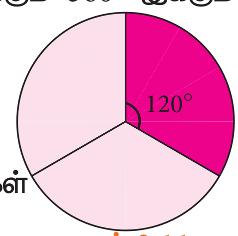
அதாவது, அரைவட்டத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2}\times \pi r^2$ சதுர அலகுகள் ஆகும்.

இங்கு, அரைவட்டமானது $180°\left(=\frac{360°}{2}\right)$ கோணத்தை மையத்தில் ஏற்படுத்துகிறது. அரைவட்டத்தின் மையக்கோணம் $180°$ இக்கும், வட்டத்தின் மையக்கோணம் $360°$ இக்கும் இடையேயுள்ள விகிதம் $\frac{1}{2}\left(=\frac{180°}{360°}\right)$ ஆகும். எனவே, அதன் வில்லின் நீளம் மற்றும் பரப்பளவு காண $\frac{1}{2}$ க்குப் பதிலாக $\frac{180°}{360°}$ ஆலும் பெருக்கலாம்.

$\therefore$அரைவட்டத்தின் வில்லின் நீளம் $= \frac{1}{2}\times 2\pi r = \frac{180°}{360°}\times 2\pi r$ அலகுகள்.

அரைவட்டத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2}\times \pi r^2 = \frac{180°}{360°}\times \pi r^2$ சதுர அலகுகள் ஆகும்.

இப்பொழுது, ஒரு வட்டத்தை மூன்று சம அளவுள்ள வட்டக்கோணப்பகுதிகளாகப் பிரித்தால், அவை ஒவ்வொன்றின் மையக்கோணமும் $120°\left(=\frac{360°}{3}\right)$ ஆகும். $120°$ இக்கும் $360°$ இக்கும் இடையேயுள்ள விகிதம் $\frac{1}{3}\left(=\frac{120°}{360°}\right)$.



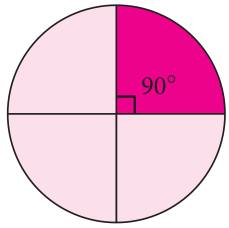
படம் 2.11

$\therefore$ இந்த வட்டக்கோணப் பகுதியின் வில்லின் நீளம் $= \frac{1}{3}\times 2\pi r = \frac{120°}{360°}\times 2\pi r$ அலகுகள்

மற்றும் வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு $= \frac{1}{3}\times \pi r^2 = \frac{120°}{360°}\times \pi r^2$ சதுர அலகுகள் ஆகும்.

இதேபோன்று, ஒரு வட்டத்தை நான்கு சம அளவுள்ள வட்டக்கோணப் பகுதிகளாகப் பிரித்தால், அவற்றை எவ்வாறு அழைப்பாய்? கால்வட்டங்கள். கால்வட்டத்தின் மையக்கோணம் எவ்வளவு? ஆம், $90°\left(=\frac{360°}{4}\right)$.

90° இக்கும் 360° இக்கும் இடையேயுள்ள விகிதம் $\frac{1}{4}\left(=\frac{90^\circ}{360^\circ}\right)$



படம் 2.12

∴ கால்வட்டத்தின் வில்லின் நீளம் $=\frac{1}{4}\times 2\pi r=\frac{90^\circ}{360^\circ}\times 2\pi r$ அலகுகள்

மற்றும் கால்வட்டத்தின் பரப்பளவு $=\frac{1}{4}\times \pi r^2=\frac{90^\circ}{360^\circ}\times \pi r^2$ சதுர அலகுகள் ஆகும்.

இதிலிருந்து நாம் அறிந்துகொள்வது என்ன?

ஒரு வட்டக்கோணப் பகுதியின் மையக்கோணத்திற்கும் அந்த வட்டத்தின் மையக்கோணத்திற்கும் இடையேயுள்ள விகிதத்தால் வட்டத்தின் சுற்றளவையும் பரப்பளவையும் பெருக்கினால், முறையே அந்த வட்டக்கோணப் பகுதியின் வில்லின் நீளத்தையும் பரப்பளவையும் நாம் கண்டறியலாம்.

அதாவது 'r' அலகு ஆரமுள்ள ஒரு வட்டக்கோணப்பகுதியின் மையக்கோணம் 'θ°' எனக் கொள்வோம். மையக்கோணம் θ° இக்கும் 360° இக்கும் இடையேயுள்ள விகிதம் $\frac{\theta^\circ}{360^\circ}$ ஆகும்.

∴ வட்டக்கோணப் பகுதியின் வில்லின் நீளம், $l=\frac{\theta^\circ}{360^\circ}\times 2\pi r$ அலகுகள் மற்றும்

வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு, $A=\frac{\theta^\circ}{360^\circ}\times \pi r^2$ சதுர அலகுகள் ஆகும்.

குறிப்பு

1. 'r' அலகு ஆரமுள்ள ஒரு வட்டமானது n சமபாகங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டால் கிடைக்கும்,

   வட்டக்கோணப் பகுதியின் வில்லின் நீளம், $l=\frac{1}{n}\times 2\pi r$ அலகுகள் மற்றும்

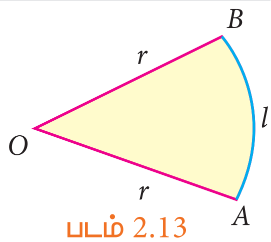
   வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு, $A=\frac{1}{n}\times \pi r^2$ ச.அலகுகள்.

2. மேலும், வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு, $A=\frac{\theta^\circ}{360^\circ}\times \pi r^2$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{\theta^\circ}{360^\circ}\times 2\pi r\right)\times r$$

$$=\left(\frac{1}{2}\times l\right)\times r=\frac{lr}{2}$$ ச.அலகுகள்.

2.2.3 வட்டக்கோணப் பகுதியின் சுற்றளவு



படம் 2.13

ஒரு மூடிய பகுதியின் எல்லையின் மொத்த நீளமே அதன் சுற்றளவாகும் என்பதை நாம் ஏற்கனவே அறிவோம் அல்லவா? வட்டக்கோணப்பகுதியின் எல்லையாக எவை அமைந்துள்ளன? **இரண்டு ஆரங்கள்** (OA மற்றும் OB) மற்றும் **ஒரு வட்டவில்** $(\overset{\frown}{AB})$.

எனவே, வட்டக்கோணப் பகுதியின் சுற்றளவு, P = வட்டவில்லின் நீளம் + இரு ஆரங்களின் நீளம்

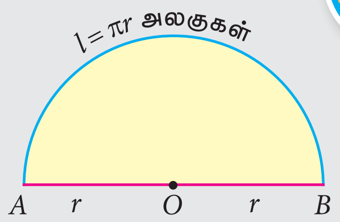
$P = l+2r$ அலகுகள்.

∴ வட்டக்கோணப் பகுதியின் சுற்றளவு, $P=l+2r$ அலகுகள் ஆகும்.

குறிப்பு

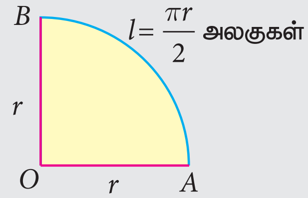
1. அரைவட்டத்தின் சுற்றளவு,

$$P = l + 2r \text{ அலகுகள்}$$
$$= \pi r + 2r$$
$$= (\pi + 2)r \text{ அலகுகள்.}$$



2. கால் வட்டத்தின் சுற்றளவு,

$$P = l + 2r = \frac{\pi r}{2} + 2r = \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) r \text{ அலகுகள்}$$



உங்களுக்குத் தெரியுமா?

கணித வரலாற்றில் தமிழருக்கு என்றென்றும் முதன்மையான இடம் உண்டு. வட்டத்திற்கான பரப்பளவைக் காணும் முறையைச் சில ஆயிரம் ஆண்டுகளுக்கு முன்பே, கணக்கதிகாரம் என்னும் நூலில் தமிழர்கள் பாடல் வடிவில் பதிவு செய்துள்ளனர்.

> **"வட்டத்தரை கொண்டு விட்டத்தரை தாக்கச்**
> **சட்டெனத் தோன்றும் குழி "**

பொருள்:

வட்டத்தரை என்பது சுற்றளவில் பாதியையும், விட்டத்தரை என்பது விட்டத்தில் பாதி ஆரத்தையும் மற்றும் குழி என்பது பரப்பளவையும் குறிக்கும். அதாவது சுற்றளவில் பாதியை, விட்டத்தில் பாதியான ஆரத்தால் பெருக்கினால் வட்டத்தின் பரப்பளவு கிடைக்கும்.

வட்டத்தின் பரப்பளவு = **வட்டத்தரை** × **விட்டத்தரை**

$$= \frac{1}{2} \times \text{வட்டத்தின் சுற்றளவு} \times \frac{1}{2} \times \text{வட்டத்தின் விட்டம்}$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 2\pi r\right) \times r$$

∴ வட்டத்தின் பரப்பளவு, $A = \pi r^2$ சதுர அலகுகள்.

எடுத்துக்காட்டு 2.1

ஒரு வட்டக்கோணப் பகுதியின் ஆரம் 21 செ.மீ மற்றும் அதன் மையக்கோணம் $120°$ எனில், அதன் (i) வில்லின் நீளம், (ii) பரப்பளவு (iii) சுற்றளவு காண்க. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

தீர்வு:

(i) வில்லின் நீளம், $l = \frac{\theta°}{360°} \times 2\pi r$ அலகுகள்

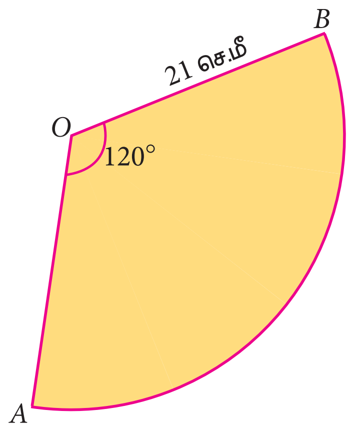
$$= \frac{120°}{360°} \times 2 \times \pi \times 21$$

$$= \frac{1}{3} \times 2 \times \pi \times 21$$

$l = 14\pi$ செ.மீ (அல்லது)

$$= 14 \times \frac{22}{7}$$

$l = 44$ செ.மீ (தோராயமாக)



படம் 2.14

(ii) வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு, $A = \frac{\theta°}{360°} \times \pi r^2$ ச.அ

$$= \frac{120°}{360°} \times \pi \times 21 \times 21$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times 21 \times 21$$

$A = 147\pi$ செ.மீ² (அல்லது)

$$= 147 \times \frac{22}{7}$$

$A = 462$ செ.மீ² (தோராயமாக).

மாற்றுமுறை:
வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு,

$A = \frac{lr}{2}$ சதுர அலகுகள்

$= \frac{44 \times 21}{2}$

$A = 462$ செ.மீ² (தோராயமாக).

(iii) வட்டக்கோணப்பகுதியின் சுற்றளவு, $P = l + 2r$ அலகுகள்

$= 44+2\times21$

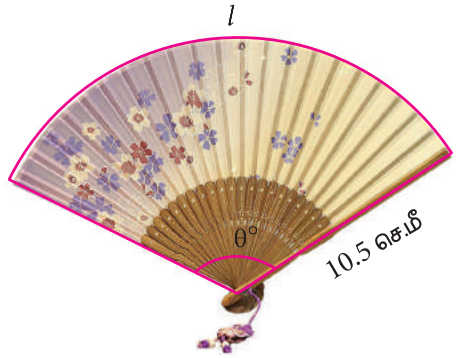
$= 44+42$

$P = 86$ செ.மீ. (தோராயமாக).

எடுத்துக்காட்டு 2.2

ஆரம் 10.5 செ.மீ. மற்றும் சுற்றளவு 43 செ.மீ அளவுகள் கொண்ட ஒரு பனையோலை விசிறியின் மையக்கோணம் மற்றும் பரப்பளவைக் காண்க. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

தீர்வு:



படம் 2.15

பனையோலை விசிறியின் சுற்றளவு = 43 செ.மீ

$$l + 2r = 43$$

$$l + 2 \times (10.5) = 43$$

$$l = 43 - 21$$

∴ வில்லின் நீளம், $l = 22$ செ.மீ.

வில்லின் நீளம், $l = \frac{\theta°}{360°} \times 2\pi r$ அலகுகள்

$$22 = \frac{\theta°}{360°} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 10.5$$

$$\theta° = \frac{360°}{3} = 120°$$

மேலும், விசிறியின் பரப்பளவு

$$A = \frac{lr}{2} \text{ ச.அலகுகள்}$$

$$= \frac{22 \times 10.5}{2}$$

$$A = 115.5 \text{ செ.மீ}^2 \text{ (தோராயமாக).}$$

மாற்று முறை:

வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு,

$$A = \frac{\theta^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2 \text{ சதுர அலகுகள்}$$

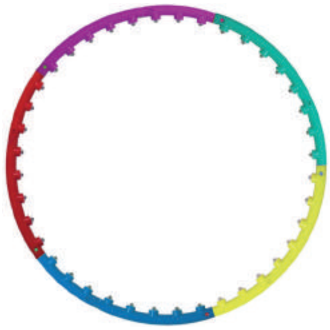
$$= \frac{120^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 10.5 \times 10.5$$

$$A = 115.5 \text{ செ.மீ}^2 \text{ (தோராயமாக).}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.3

35 செ.மீ. ஆரமுள்ள வட்ட வடிவிலான ஜிம்னாஸ்டிக் வளையமானது 5 சம அளவுள்ள விற்களாகப் பிரிக்கப்பட்டு வெவ்வேறு நிறங்களில் வண்ணமிடப்பட்டுள்ளது. எனில், ஒவ்வொரு வட்ட வில்லின் நீளத்தையும் காண்க.

தீர்வு:



படம் 2.16

$$\text{வட்ட வில்லின் நீளம், } l = \frac{1}{n} \times 2\pi r \text{ அலகுகள்}$$

$$= \frac{1}{5} \times 2 \times \pi \times 35$$

$$l = 14\pi \text{ செ.மீ}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.4

7.5 செ.மீ. ஆரமுள்ள ஒரு ஸ்பின்னரானது ஆறு சம அளவுள்ள வட்டக்கோணப் பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது எனில், ஒவ்வொரு வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவையும் காண்க.

தீர்வு:

படம் 2.17

$$\text{வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு, } A = \frac{1}{n} \times \pi r^2$$

$$= \frac{1}{6} \times \pi \times 7.5 \times 7.5$$

$$= 9.375\pi \text{ செ.மீ}^2 \text{ (அல்லது)}$$

$$= 9.375 \times \frac{22}{7}$$

$$A = 29.46 \text{ செ.மீ}^2 \text{ (தோராயமாக).}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.5

நிஷாந்த் என்பவர் 12 செ.மீ. பக்க அளவுள்ள ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தின் மூன்று உச்சிகளிலிருந்தும் வெட்டியெடுக்கப்பட்ட 5 செ.மீ. ஆரமுள்ள வட்டக்கோணப் பகுதிகளைக் கொண்டு பின்வரும் வடிவத்தை உருவாக்குகிறார். அதன் பரப்பளவைக் காண்க. $(\pi = 3.14)$

தீர்வு:

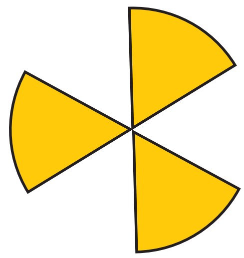
ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தின் மூன்று உச்சிகளிலிருந்தும் வட்டக்கோணப் பகுதிகள் வெட்டியெடுக்கப்படுவதால், அவற்றின் மையக்கோணம் 60° ஆகும்.

$\therefore$ உருவாக்கப்பட்ட வடிவத்தின் பரப்பளவு, $A = 3 \times \left(\frac{\theta^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2 \right)$

$= 3 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 5 \times 5$

$= 3 \times \frac{1}{6} \times \pi \times 5 \times 5$

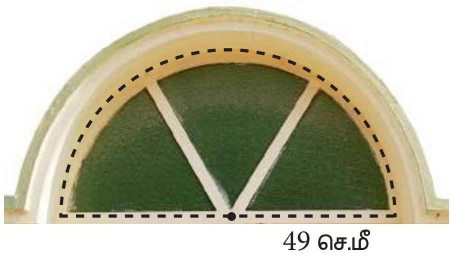
$= 12.5\pi$ செ.மீ^{2}



படம் 2.18

எடுத்தக்காட்டு 2.6

பிரதீப், தனது வீட்டின் நுழைவாயிலில், படம் 2.19 இல் உள்ளவாறு மூன்று சம அளவுள்ள வட்டக்கோணப் பகுதிகளைக் கொண்ட அரைவட்ட வடிவிலான வளைவினை, இரும்புச் சட்டத்தினைப் பயன்படுத்தி அமைக்க விரும்புகிறார். அதை உருவாக்கத் தேவைப்படும் இரும்புச் சட்டத்தின் நீளத்தையும், கண்ணாடி பொருத்துவதற்காகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு பகுதியின் பரப்பளவையும் காண்க.



படம் 2.19

தீர்வு:

இரும்பு வளைவானது ஓர் அரைவட்டவில் மற்றும் 4 ஆரங்களைக் கொண்டுள்ளது.

(i) இரும்புச் சட்டத்தின் நீளம் = அரைவட்ட வில்லின் நீளம் + 4r

$= \pi r + 4r$

$= \left(\frac{22}{7} \times 49 \right) + (4 \times 49)$

$= 154 + 196$

$= 350$ செ.மீ (தோராயமாக).

(ii) ஒவ்வொரு கண்ணாடிப் பகுதியின் பரப்பளவு

$= \frac{\theta^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2$

$= \frac{60^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 49 \times 49$

$= 1257.67$ செ.மீ^{2} (தோராயமாக).

எடுத்துக்காட்டு 2.7

கமலேஷ் என்பவர் 70 செ.மீ. ஆரமுள்ள வட்ட வடிவ உணவுமேசையும், தருண் என்பவர் 140 செ.மீ. ஆரமுள்ள கால்வட்ட வடிவ உணவுமேசையும் வைத்துள்ளனர் எனில், யாருடைய உணவுமேசை அதிகப் பரப்பளவைக் கொண்டுள்ளது?

தீர்வு:

கமலேஷ் என்பவரின் வட்டவடிவ உணவுமேசையின் பரப்பளவு $= \pi r^2$ ச.அ

$= \frac{22}{7} \times 70 \times 70$

$A = 15400$ செ.மீ^{2} (தோராயமாக).

படம் 2.20

தருண் என்பவரின் கால்வட்டவடிவ உணவுமேசையின் பரப்பளவு, A

$$= \frac{1}{4}\pi r^2 = \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 140 \times 140$$

$$A = 15400 \text{ செ.மீ}^2 \text{ (தோராயமாக).}$$

படம் 2.21

இருவரின் உணவுமேசைகளும் சம அளவு பரப்பளவைக் கொண்டுள்ளன.

சிந்திக்க

ஒரு வட்டத்தின் ஆரம் இருமடங்கு அதிகரித்தால், கிடைக்கும் புதிய வட்டத்தின் பரப்பளவு என்னவாக இருக்கும்?

எடுத்துக்காட்டு 2.8

7 செ.மீ விட்டமுள்ள நான்கு பதக்கங்களைப் படம் 2.22 இல் உள்ளவாறு வைக்கும் பொழுது, இடையில் அடைபடும் நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.

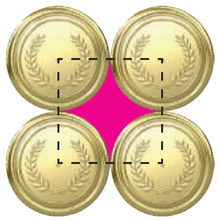
தீர்வு:

நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவு = சதுரத்தின் பரப்பளவு – 4 × கால்வட்டங்களின் பரப்பு

$$= a^2 - 4 \times \frac{1}{4}\pi r^2$$

$$= (7 \times 7) - \left(4 \times \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}\right)$$

$$= 49 - 38.5 = 10.5 \text{ செ.மீ}^2 \text{ (தோராயமாக).}$$



படம் 2.22

பயிற்சி 2.1

1. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:

   (i) வட்டத்தின் பரிதிக்கும் அதன் விட்டத்திற்கும் இடையேயான விகிதம் ________

   (ii) ஒரு வட்டத்தின் மீதுள்ள ஏதேனும் இரண்டு புள்ளிகளை இணைக்கும் கோடு ________

   (iii) ஒரு வட்டத்தின் மிகப்பெரிய நாண் ________ ஆகும்.

   (iv) 24 செ.மீ. விட்ட அளவுள்ள ஒரு வட்டத்தின் ஆரம் ________

   (v) வட்டப்பரிதியின் ஒரு பகுதியே ________ ஆகும்.

2. பின்வருவனவற்றைப் பொருத்துக:

   (i) வட்டத்தின் பரப்பளவு – (அ) $\frac{1}{4}\pi r^2$

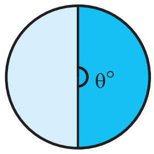
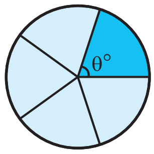
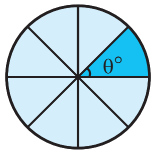
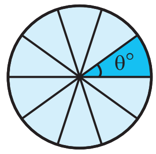
   (ii) வட்டத்தின் சுற்றளவு – (ஆ) $(\pi + 2)r$

   (iii) வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு – (இ) πr^2

   (iv) அரைவட்டத்தின் சுற்றளவு – (ஈ) $2\pi r$

   (v) கால்வட்டத்தின் பரப்பளவு – (உ) $\frac{\theta^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2$

3. நிழலிடப்பட்டுள்ள வட்டக்கோணப் பகுதிகளின் மையக்கோணங்களைக் காண்க. (ஒவ்வொரு வட்டமும் சம அளவு வட்டக்கோணப் பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளன)

வட்டக்கோணப் பகுதிகள்				
மையக்கோணம் (θ°)				

4. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைக் கொண்ட வட்டக்கோணப் பகுதிகளின் வில்லின் நீளம், பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவு ஆகியவற்றைக் காண்க.$(\pi=3.14)$

(i) மையக்கோணம் 45°, r = 16 செ.மீ.

(ii) மையக்கோணம் 120°, d = 12.6 செ.மீ.

(iii) மையக்கோணம் 60°, r = 36 செ.மீ.

(iv) மையக்கோணம் 72°, d = 10 செ.மீ.

5. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைக் கொண்ட வட்டக்கோணப் பகுதிகளின் பரப்பளவு காண்க.

வ.எண்	வட்ட வில்லின் நீளம்(l)	ஆரம் (r)
(i)	48 மீ	10 மீ
(ii)	12.5 செ.மீ.	6 செ.மீ.
(iii)	50 செ.மீ.	13.5 செ.மீ.

6. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைக் கொண்ட வட்டக்கோணப் பகுதிகளின் மையக்கோணம் காண்க. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

வ.எண்	பரப்பளவு (A)	வட்டவில்லின் நீளம் (l)	ஆரம் (r)
(i)	462 செ.மீ^{2}	–	21 செ.மீ.
(ii)	18.48 செ.மீ^{2}	–	8.4 செ.மீ.
(iii)	–	44 மீ	35 மீ.
(iv)	–	22 மி.மீ.	105 மி.மீ.

7. பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளி:

(i) 120 மீ ஆரமுள்ள வட்டமானது 8 சம அளவுள்ள வட்டக்கோணப் பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்படுகிறது. அவை ஒவ்வொன்றின் வில்லின் நீளத்தையும் காண்க.

(ii) 70 செ.மீ. ஆரமுள்ள வட்டமானது 5 சம அளவுள்ள வட்டக்கோணப் பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்படுகிறது. அவை ஒவ்வொன்றின் பரப்பளவைக் காண்க.

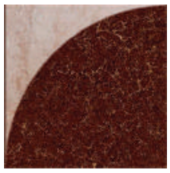
8. ஒரு வட்டக்கோணப் பகுதியின் வில்லின் நீளம் 50 மி.மீ. மற்றும் ஆரம் 14 மி.மீ. எனில், அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

9. ஒரு வட்டக்கோணப் பகுதியின் சுற்றளவு 64 செ.மீ. மற்றும் வில்லின் நீளம் 44 செ.மீ. எனில், அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

10. ஆரம் 4.2 செ.மீ. அளவுள்ள வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு 9.24 செ.மீ^{2} எனில், அதன் சுற்றளவைக் காண்க.

11. ஒரு வீட்டின் முன்புறம், ஆரம் 2 அடி உள்ள கால்வட்ட வடிவத் தொட்டியில் பூச்செடிகள் வளர்க்கப்படுகிறது. பூச்செடிகள் வளரும் பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க. $(\pi = 3.14)$

12. தாமு தனது வீட்டின் தரைப்பகுதியில் 30 செ.மீ பக்க அளவுள்ள சதுரவடிவ ஓட்டினைப் பதித்துள்ளார். அந்த ஓடானது படத்தில் உள்ளவாறு வடிவமைப்பைப் பெற்றுள்ளது எனில், அதிலுள்ள வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க. $(\pi = 3.14)$.



13. மையக் கோணம் 45° மற்றும் ஆரம் 56 செ.மீ உடைய 8 சம அளவுள்ள வட்டக்கோண வடிவ கிரானைட் கற்களைக் கொண்டு படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு வட்டத்தை உருவாக்குகின்றனர். எனில், அவை ஒவ்வொன்றின் பரப்பளவைக் காண்க. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

2.3 கூட்டு வடிவங்கள்

நாம் அன்றாட வாழ்வில் வட்டம், முக்கோணம், சதுரம், செவ்வகம், சாய்சதுரம் போன்ற வடிவங்களில் எண்ணற்ற பொருட்களைப் பயன்படுத்துகிறோம் அல்லவா! மேலும் அவற்றைத் தனித்தனியாகப் பயன்படுத்துவது மட்டுமல்லாமல் இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட வடிவங்களை ஒன்றாக இணைத்துப் புதிய வடிவங்களிலும் பயன்படுத்தி வருகிறோம்.

சன்னல் கண்ணாடி	மாதிரி வீடு	அழைப்பிதழ் அட்டை	பாதுகாப்புப் பெட்டகம்

மேற்காணும் படங்களிலிருந்து நாம் அறிந்துகொள்வது என்ன?

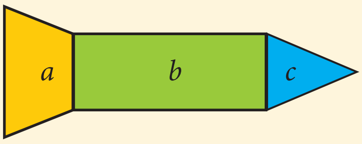
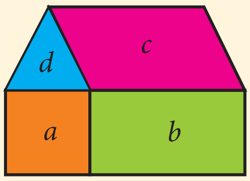
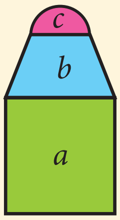
சன்னல் கண்ணாடியின் வடிவம் செவ்வகத்தின் மீது அரைவட்டத்தை இணைத்தும், மாதிரி வீட்டின் முகப்புச் சுவரின் வடிவம் சதுரத்தின் மீது முக்கோணத்தை இணைத்தும் உருவாக்கப்பட்டுள்ளது.

அழைப்பிதழ் அட்டை மற்றும் பாதுகாப்புப் பெட்டகத்தைச் செய்யப் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ள வடிவங்களைப் பட்டியலிடுக.

இவ்வாறு இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட தள வடிவங்களை, ஒரு வடிவத்தின் ஏதேனும் ஒரு பக்கத்தை அதற்கு ஒத்த நீளமுள்ள மற்றொன்றின் பக்கத்துடன் ஒன்றாக இணைத்துப் புதிய வடிவங்கள் உருவாக்கப்படுகின்றன. இவை **கூட்டு வடிவங்கள்** எனப்படும்.

செயல்பாடு –3

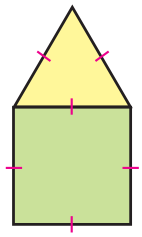
கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கூட்டு வடிவங்கள், எந்தெந்த எளிய வடிவங்களை ஒன்றாக இணைத்து உருவாக்கப்பட்டுள்ளன என்பதைக் கண்டறிக.

வ.எண்	கூட்டு வடிவங்கள்	ஒன்றாக இணைக்கப்பட்ட எளிய வடிவங்கள்
1		*a*. சரிவகம் *b*. செவ்வகம் *c*. முக்கோணம்
2		*a*. *b*. *c*. *d*.
3		*a*. *b*. *c*. *d*.

2.3.1 கூட்டு வடிவங்களின் சுற்றளவு

கூட்டு வடிவங்களின் சுற்றளவு என்பது அந்த மூடிய வடிவத்தினைச் சுற்றி எல்லையாக அமைந்துள்ள மொத்தப் பக்க அளவுகளின் கூடுதல் ஆகும்.

உதாரணமாக, 'a' அலகு பக்க அளவைக் கொண்ட ஒரு சதுரமும், அதே அலகு பக்க அளவுடைய ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தையும் படம் 2.23 இல் உள்ளவாறு இணைத்து உருவாக்கப்பட்டக் கூட்டுவடிவத்தினை உற்றுநோக்குக.

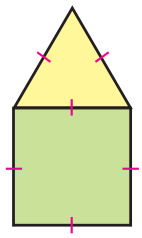


படம் 2.23

சதுரத்திற்கு 4 பக்கங்கள் மற்றும் முக்கோணத்திற்கு 3 பக்கங்கள் என மொத்தம் 7 பக்கங்கள் இருப்பினும், அவையிரண்டும் ஒன்றாக இணைத்து உருவாக்கப்பட்டக் கூட்டு வடிவத்தினைச் சுற்றி எல்லையாக அமைந்துள்ள பக்கங்களின் எண்ணிக்கை 5 மட்டுமே, 7 பக்கங்கள் அல்ல. எனவே, கொடுக்கப்பட்டுள்ள கூட்டு வடிவத்தின் சுற்றளவு $5a$ அலகுகள் ஆகும்.

2.3.2 கூட்டு வடிவங்களின் பரப்பளவு

கூட்டு வடிவத்தின் பரப்பளவைக் காண, அந்த வடிவத்தினை நாம் ஏற்கனவே அறிந்த எளிய வடிவங்களாகப் பிரித்து அவற்றின் பரப்பளவுகளைத் தனித்தனியாகக் கண்டறிந்து, அவற்றைக் கூட்டிக்கொள்ள வேண்டும். அதாவது, கூட்டு வடிவத்தினை உருவாக்கும் அனைத்து எளிய வடிவங்களின் பரப்பளவுகளின் கூடுதலாகும்.



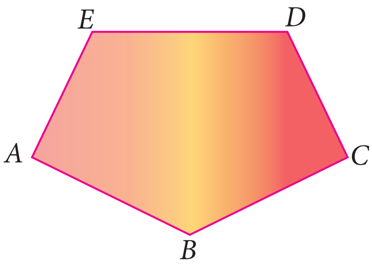
படம் 2.24

படம் 2.24 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளக் கூட்டு வடிவத்தின் பரப்பளவைக் காண, சதுரத்தின் பரப்பளவையும், முக்கோணத்தின் பரப்பளவையும் தனித்தனியாகக் கண்டறிந்து, அவற்றைக் கூட்ட வேண்டும்.

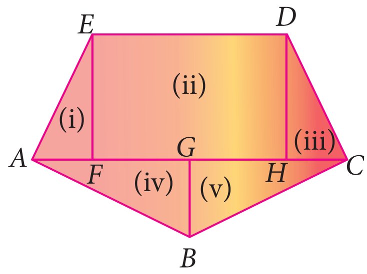
நம் அன்றாட வாழ்வில் பயன்படுத்தும் கூட்டு வடிவங்களில் பெரும்பாலானவை

ஒழுங்கற்ற பலகோணம் ஆகும். அவற்றின் பரப்பளவுகளைக் காண, அவற்றிலுள்ள எளிய வடிவங்களின் பரப்பளவுகளைத் தனித்தனியாகக் கண்டறிந்து அவற்றைக் கூட்ட வேண்டும்.

உதாரணமாக, ஒழுங்கற்ற பலகோண வடிவிலுள்ள ஒரு நிலத்தைக் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு எளிய வடிவங்களாகப் பிரித்து, அதன் பரப்பளவைக் கண்டறியலாம்.



படம் 2.25



படம் 2.26

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

மூன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட பக்கங்களைக் கொண்டு உருவாக்கப்பட்ட மூடிய தள வடிவம் பலகோணம் ஆகும். பக்கங்களின் எண்ணிக்கையைப் பொறுத்து அவற்றின் சில வகைகள் கீழே அட்டவணைப்படுத்தப்பட்டுள்ளன.

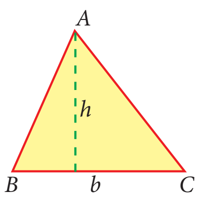
பக்கங்களின் எண்ணிக்கை	3	4	5	6	7	8	9	10
பலகோணத்தின் பெயர்	முக்கோணம்	நாற்கரம்	ஐங்கோணம்	அறுங்கோணம்	எழுகோணம்	எண்கோணம்	நவகோணம்	பதின்மக்கோணம்

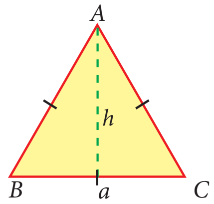
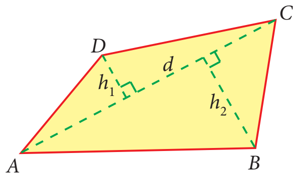
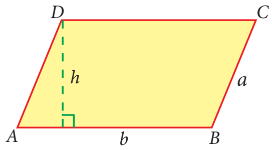
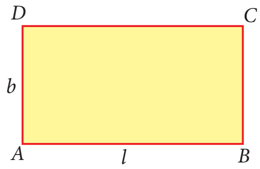
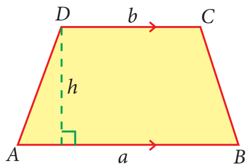
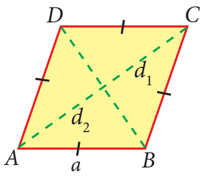
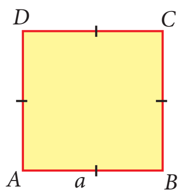
பலகோணத்தின் அனைத்துப் பக்கங்களும், அனைத்துக் கோணங்களும் சமமாக இருந்தால் அது **ஒழுங்கு பலகோணம்** ஆகும். எடுத்துக்காட்டு: சமபக்க முக்கோணம், சதுரம். மற்றவை **ஒழுங்கற்ற பலகோணங்கள்** ஆகும். எடுத்துக்காட்டு : அசமபக்க முக்கோணம், செவ்வகம்.

சிந்திக்க

சாய்சதுரத்தின் அனைத்துப் பக்கங்களும் சமம். அது ஓர் ஒழுங்குப் பலகோணமாகுமா?

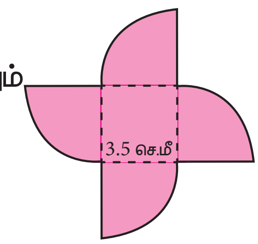
கூட்டுவடிவங்களின் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவைக் காண்பதற்கு உதவியாக, முந்தைய வகுப்புகளில் கற்றுக்கொண்ட சில தள உருவங்களின் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவைக் கண்டறியப் பயன்படும் சூத்திரங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

வ.எண்	வடிவம்	பெயர்	பரப்பளவு (சதுரஅலகுகள்)	சுற்றளவு (அலகுகள்)
1		முக்கோணம்	$\frac{1}{2} \times b \times h$	மூன்று பக்கங்களின் கூடுதல்

2		சமபக்க முக்கோணம்	$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \left(h = \frac{\sqrt{3}}{2}a\right)$	$3a$
3		நாற்கரம்	$\frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$	4 பக்கங்களின் கூடுதல்
4		இணைகரம்	$b \times h$	$2(a+b)$
5		செவ்வகம்	$l \times b$	$2(l+b)$
6		சரிவகம்	$\frac{1}{2} \times h \times (a+b)$	4 பக்கங்களின் கூடுதல்
7		சாய்சதுரம்	$\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$	$4a$
8		சதுரம்	a^2	$4a$

எடுத்துக்காட்டு 2.9

படம் 2.27 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளக் கூட்டு வடிவத்தின் சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவைக் காண்க. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$



படம் 2.27

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள கூட்டு வடிவமானது, ஒரு சதுரத்தின் ஒவ்வொரு பக்கத்துடனும் 4 கால்வட்டங்களை ஒன்றாக இணைத்து உருவாக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் எல்லையாக நான்கு ஆரங்களும், நான்கு கால் வட்டவிற்களும் உள்ளன.

(i) கூட்டு வடிவத்தின் சுற்றளவு

$= 4 \times$ கால்வட்ட விற்களின் நீளம் $+ 4 \times$ ஆரங்கள்

$$= \left(4 \times \frac{1}{4} \times 2\pi r\right) + 4r$$

$$= \left(4 \times \frac{1}{4} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5\right) + (4 \times 3.5)$$

= 22 + 14 = 36 செ.மீ. (தோராயமாக)

(ii) கூட்டு வடிவத்தின் பரப்பளவு

= சதுரத்தின் பரப்பளவு + 4 × கால்வட்டத்தின் பரப்பளவு

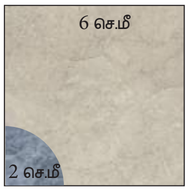
$$= a^2 + \left(4 \times \frac{1}{4}\pi r^2\right)$$

$$= (3.5 \times 3.5) + \left(\frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5\right)$$

A = 12.25+38.5 = 50.75 செ.மீ^{2} (தோராயமாக)

எடுத்துக்காட்டு 2.10

கொடுக்கப்பட்டுள்ள படம் 2.28 இல், நீல மற்றும் சாம்பல் வண்ணப் பகுதிகளின் பரப்பளவைக் காண்க. $(\pi = 3.14)$



படம் 2.28

தீர்வு:

(i) நீல வண்ணப் பகுதியின் பரப்பளவு = கால் வட்டத்தின் பரப்பளவு

$$= \frac{1}{4} \times \pi r^2$$

$$= \frac{1}{4} \times 3.14 \times 2 \times 2$$

= 3.14 செ.மீ^{2} (தோராயமாக)

(ii) சாம்பல் வண்ணப் பகுதியின் பரப்பளவு = சதுரத்தின் பரப்பளவு – நீல வண்ணப் பகுதியின் பரப்பளவு

$$= a^2 - \frac{1}{4}\pi r^2$$

$$= 6 \times 6 - 3.14$$

$$= 36 - 3.14$$

= 32.86 செ.மீ^{2} (தோராயமாக)

எடுத்துக்காட்டு 2.11

தியாகு, தனது வீட்டின் நுழைவாயிலில் செவ்வகத்தின் மீது அரைவட்டம் அமைந்தாற் போன்று கதவினை அமைத்துள்ளார். கதவின் மொத்த உயரம் மற்றும் அகலம் முறையே 9 அடி மற்றும் 3.5 அடி எனில், அக்கதவின் பரப்பளவைக் காண்க. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

படம் 2.29

தீர்வு:

கதவானது செவ்வகம் மற்றும் அரைவட்டம் ஆகிய வடிவங்களை ஒன்றாக இணைத்து உருவாக்கப்பட்டுள்ளது.

செவ்வகத்தின் நீளம் $= 9 - 3.5 = 5.5$ அடி

அகலம் $= 3.5$ அடி

அரைவட்டத்தின் விட்டம் $= 3.5$ அடி

$\therefore$ ஆரம் $= \frac{3.5}{2} = 1.75$ அடி

$\therefore$ கதவின் பரப்பளவு = செவ்வகத்தின் பரப்பளவு + அரைவட்டத்தின் பரப்பளவு

$$= (l \times b) + \left(\frac{1}{2}\pi r^2\right)$$

$$= (5.5 \times 3.5) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 1.75 \times 1.75\right)$$

$= 19.25 + 4.81 = 24.06$ ச.அடி (தோராயமாக)

எடுத்துக்காட்டு 2.12

ஒரு சாவிக்கொத்தானது 5 செ.மீ. பக்க அளவுள்ள சதுரத்துடன் ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தையும், ஓர் அரை வட்டத்தையும் படம் 2.30 இல் உள்ளவாறு இணைத்து உருவாக்கப்பட்டுள்ளது எனில் அதன் பரப்பளவைக் காண்க. $\left(\pi = 3.14, \sqrt{3} = 1.732\right)$

படம் 2.30

தீர்வு:

சதுரத்தின் பக்கம் $= 5$ செ.மீ

அரைவட்டத்தின் விட்டம் $= 5$ செ.மீ

$\therefore$ ஆரம் $= 2.5$ செ.மீ

சமபக்க முக்கோணத்தின் பக்கம் $= 5$ செ.மீ

$\therefore$ சாவிக்கொத்தின் பரப்பளவு = அரைவட்டத்தின் பரப்பளவு + சதுரத்தின் பரப்பளவு + சமபக்க முக்கோணத்தின் பரப்பளவு

$$= \frac{1}{2}\pi r^2 + a^2 + \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 3.14 \times 2.5 \times 2.5\right) + (5 \times 5) + \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \times 5 \times 5\right)$$

$$= 9.81 + 25 + 10.83$$

$= 45.64$ செ.மீ^{2} (தோராயமாக)

எடுத்துக்காட்டு 2.13

படம் 2.31 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு அளவுகளைக் கொண்ட கால் மிதியடியின் பரப்பளவைக் காண்க. $\left(\pi = 3.14\right)$

தீர்வு:

மிதியடியானது செவ்வகத்தின் இருபுறமும் அரைவட்டங்களைக் கொண்டுள்ளது.

செவ்வகத்தின் நீளம் $= 90 - 40 = 50$ செ.மீ.

அகலம் $= 40$ செ.மீ.

அரைவட்டத்தின் விட்டம் $= 40$ செ.மீ.

அதன் ஆரம் $= 20$ செ.மீ.

படம் 2.31

$\therefore$ மிதியடியின் பரப்பளவு = செவ்வகத்தின் பரப்பளவு + 2 × அரைவட்டத்தின் பரப்பளவு

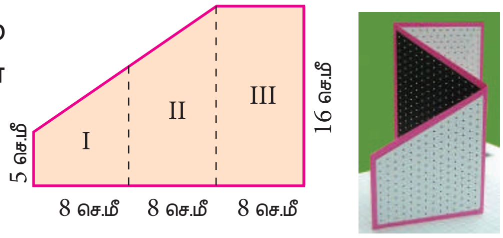
$$= (l \times b) + \left(2 \times \frac{1}{2}\pi r^2\right)$$

$$= (50 \times 40) + (3.14 \times 20 \times 20)$$

$= 2000 + 1256 = 3256$ ச. செ.மீ. (தோராயமாக)

எடுத்துக்காட்டு 2.14

ஒரு 3 மடிப்பு அழைப்பிதழ் அட்டையானது படம் 2.32 இல் உள்ளவாறு அளவுகளைக் கொண்டுள்ளது. அதன் பரப்பளவைக் காண்க.



படம் 2.32

தீர்வு:

பகுதி I மற்றும் II ஆகியவை சரிவகங்கள் ஆகும். அதேபோன்று அவற்றின் ஒருங்கிணைந்த வடிவமும் சரிவகமே ஆகும்.

ஒருங்கிணைந்த சரிவகத்தின் இணைப் பக்கங்கள் (I மற்றும் II) = 5 செ.மீ மற்றும் 16 செ.மீ.

அதன் உயரம், $h = 8 + 8 = 16$ செ.மீ

செவ்வகத்தின் நீளம் $= 16$ செ.மீ

செவ்வகத்தின் அகலம் $= 8$ செ.மீ

$\therefore$ அழைப்பிதழ் அட்டையின் பரப்பளவு

= ஒருங்கிணைந்த சரிவகத்தின் பரப்பளவு + செவ்வகத்தின் பரப்பளவு

$$= \left(\frac{1}{2} \times h \times (a+b)\right) + (l \times b)$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 16 \times (5+16)\right) + (16 \times 8)$$

$= 168 + 128 = 296$ செ.மீ^{2}

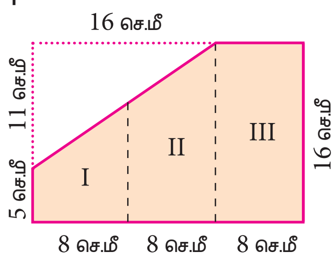
மாற்று முறை:

அழைப்பிதழ் அட்டையின் பரப்பளவு = வெளிச்செவ்வகத்தின் பரப்பளவு – செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவு

$$= (l \times b) - \left(\frac{1}{2} \times b \times h\right)$$

$$= (24 \times 16) - \left(\frac{1}{2} \times 11 \times 16\right)$$

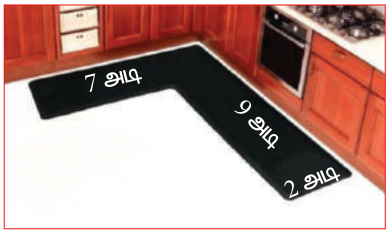
$= 384 - 88 = 296$ செ.மீ^{2}



படம் 2.33

எடுத்துக்காட்டு 2.15

சீனு என்பவர் தனது சமையலறையில் பயன்படுத்த படம் 2.34 இல் உள்ளவாறு ஒரு தரைவிரிப்பை வாங்கத் திட்டமிட்டுள்ளார். ஒரு சதுர அடிக்கு ரூ.20 வீதம் தரைவிரிப்பினை வாங்குவதற்கு ஆகும் மொத்தச் செலவினைக் கணக்கிடுக.



படம் 2.34

தீர்வு:

தரைவிரிப்பினைப் பின்வருமாறு இரு செவ்வகங்களாகப் பிரிக்கலாம்.

படம் 2.35

∴ தரைவிரிப்பின் பரப்பளவு

= செவ்வகம் I இன் பரப்பளவு + செவ்வகம் II இன் பரப்பளவு

$$=(l_1 \times b_1)+(l_2 \times b_2)$$

$$=(5\times 2)+(9\times 2)=10+18=28$$ சதுர அடி

ஒரு சதுர அடி தரைவிரிப்பின் விலை = ₹ 20

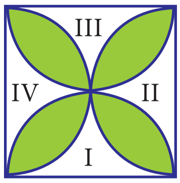
∴ தரைவிரிப்பு வாங்குவதற்கு ஆகும் மொத்தச் செலவு= 28 × ₹ 20 = ₹ 560.

இவற்றை முயல்க

மேலேயுள்ள எடுத்துக்காட்டில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள தரைவிரிப்பை இரண்டு சரிவகங்களாகப் பிரித்து உமது விடையைச் சரிபார்க்க.

எடுத்துக்காட்டு 2.16

10 செ.மீ பக்க அளவுடைய சதுரத்தில் படம் 2.36 இல் உள்ளவாறு நிழலிடப்பட்டுள்ள பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.



10 செ.மீ

படம் 2.36

தீர்வு:

நிழலிடப்படாத பகுதியினைப் படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு I, II, III மற்றும் IV என எடுத்துக்கொள்வோம்.

பகுதிகள் I மற்றும் III இன் பரப்பளவு = சதுரத்தின் பரப்பளவு – 2 அரைவட்டங்களின் பரப்பளவு

$$=a^2-\left(2\times\frac{1}{2}\pi r^2\right)$$

$$=(10\times 10)-\left(\frac{22}{7}\times 5\times 5\right)$$

$= 100 - 78.57 = 21.43$ செ.மீ^{2} (தோராயமாக)

இதேபோன்று, பகுதி II மற்றும் IV இன் பரப்பளவு = 21.43 செ.மீ^{2} (தோராயமாக)

நிழலிடப்படாத பகுதியின் பரப்பளவு (I, II, III மற்றும் IV)

$= 21.43 \times 2 = 42.86$ செ.மீ^{2} (தோராயமாக)

∴ நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவு = சதுரத்தின் பரப்பளவு – நிழலிடப்படாத பகுதியின் பரப்பளவு

$= 100 - 42.86 = 57.14$ செ.மீ^{2} (தோராயமாக)

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

$'a'$ அலகு பக்க அளவுள்ள ஒரு சதுரத்திலிருந்து மிகப்பெரிய வட்டத்தை வெட்டியெடுத்தால், மீதமுள்ள பகுதியின் பரப்பளவு $\frac{3}{14}a^2$ ச.அலகுகள் ஆகும். $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

நிரூபணம்:

மீதமுள்ள பகுதியின் பரப்பளவு= சதுரத்தின் பரப்பளவு – வட்டத்தின் பரப்பளவு

$$= a^2 - \pi r^2$$

$$= a^2 - \pi\left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$= a^2 - \frac{22}{7} \times \frac{a^2}{4}$$

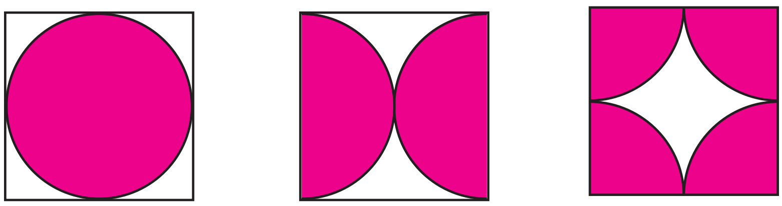
$$= \frac{14a^2 - 11a^2}{14}$$

$$= \frac{3}{14}a^2 \text{ ச. அலகுகள் (தோராயமாக)}$$

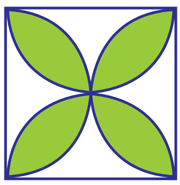
குறிப்பு: $'a'$ அலகு பக்க அளவுள்ள ஒரு சதுரத்திலிருந்து வெட்டியெடுக்கப்படும் மிகப்பெரிய வட்டத்தின் பரப்பளவு = $\frac{11}{14}a^2$ ச.அலகுகள். (தோராயமாக)

இவற்றை முயல்க

1. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள $'a'$ அலகு பக்க அளவுள்ள ஒவ்வொரு சதுரத்திலும் நிழலிடப்பட்டுள்ள பகுதியின் பரப்பளவானது, சமம் என நிரூபி.

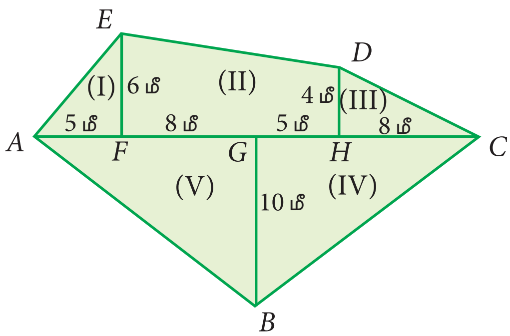


2. $\pi = \frac{22}{7}$ எனில்,படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள $'a'$ அலகு பக்க அளவுள்ள ஒரு சதுரத்தில் நிழலிடப்படாத பகுதியின் பரப்பளவு தோராயமாக $\frac{3}{7}a^2$ சதுர அலகுகள் மற்றும் நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவு $\frac{4}{7}a^2$ சதுர அலகுகள் என நிரூபிக்க.



எடுத்துக்காட்டு 2.17

படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு அளவுகளைக் கொண்டுள்ள ஒழுங்கற்ற பலகோண வடிவ நிலத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.



படம் 2.38

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள நிலத்தில், நான்கு முக்கோணங்கள் (I, III, IV மற்றும் V) மற்றும் ஒரு சரிவகம் (II) ஆகியவை உள்ளன.

முக்கோணத்தின் (I) பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15$ மீ²

சரிவகத்தின் (II) பரப்பளவு $= \frac{1}{2} h(a+b) = \frac{1}{2} \times 13 \times (6+4) = 65$ மீ²

முக்கோணத்தின் (III) பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = \frac{32}{2} = 16$ மீ²

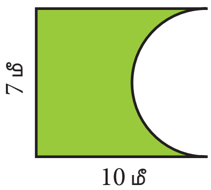
முக்கோணத்தின் (IV) பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times 13 \times 10 = 65$ மீ²

முக்கோணத்தின் (V) பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times 13 \times 10 = 65$ மீ²

∴ நிலத்தின் மொத்தப்பரப்பளவு $= 15 + 65 + 16 + 65 + 65 = 226$ மீ²

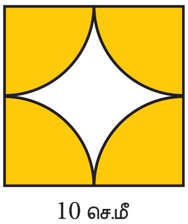
பயிற்சி 2.2

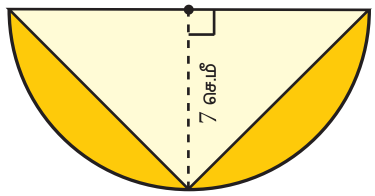
1. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கூட்டு வடிவங்களின் சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவு காண்க. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

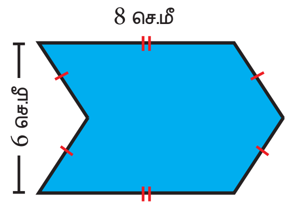
(i) 

(ii)

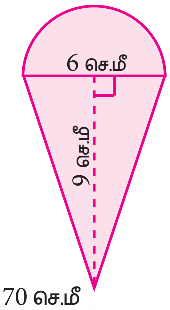
2. பின்வரும் படங்களில் நிழலிடப்பட்டுள்ள பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க. $(\pi = 3.14)$

(i) 

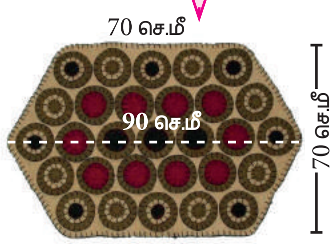
(ii) 



3. படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு, இரண்டு இணைகரங்களை ஒன்றாக இணைத்து உருவாக்கப்பட்டக் கூட்டு வடிவத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.



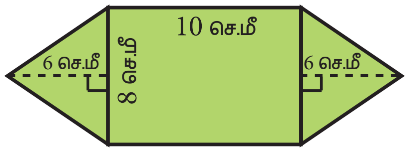
4. 6 செ.மீ விட்டமுள்ள அரைவட்டத்தையும், அடிப்பக்கம் 6 செ.மீ மற்றும் உயரம் 9 செ.மீ அளவுள்ள முக்கோணத்தையும் படத்தில் உள்ளவாறு இணைத்து உருவாக்கப்பட்டக் கூட்டு வடிவத்தின் பரப்பளவைக் காண்க. $(\pi = 3.14)$



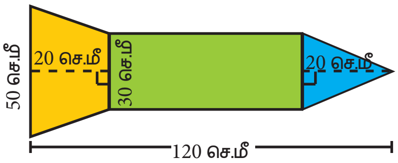
5. அறுங்கோண வடிவில் உள்ள ஒரு கால் மிதியடியானது படத்தில் உள்ளவாறு அளவுகளைக் கொண்டுள்ளது. அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

6. படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஓர் அழைப்பிதழ் அட்டையானது, செவ்வகத்தின் இருபுறமும் அரைவட்டங்களைக் கொண்டுள்ளது எனில், அதன் பரப்பளவைக் காண்க. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

7. ஒரு செவ்வகத்துடன் இரண்டு முக்கோணங்களை இணைத்து உருவாக்கப்பட்டுள்ளக் கூட்டு வடிவத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.



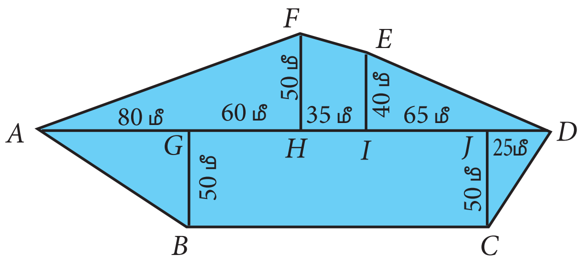
8. ஓர் ஏவுகணையின் படமானது, படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு அளவுகளைக் கொண்டுள்ளது. அதன் பரப்பளவைக் காண்க.



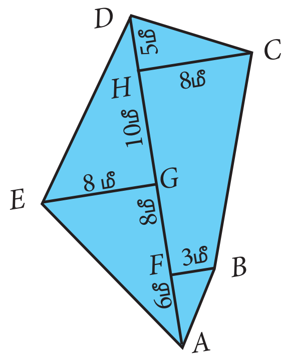
9. சதுரத்தின் மீது முக்கோணம் அமைந்தவாறு உள்ள கண்ணாடி ஓவியத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

10. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒழுங்கற்ற பலகோண வடிவ நிலங்களின் பரப்பளவைக் காண்க.

(i)



(ii)



2.4 முப்பரிமாண(3-D) வடிவங்கள்

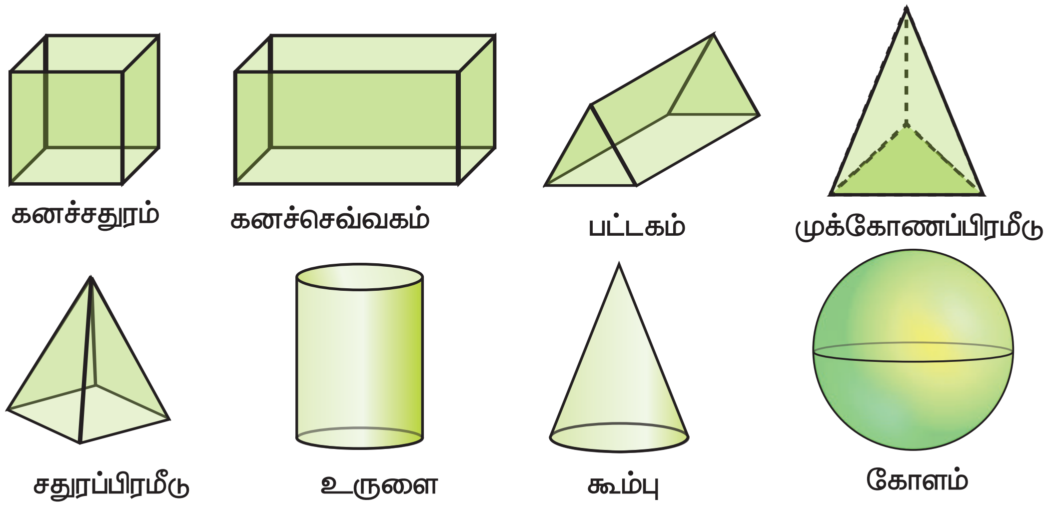
ஒரு காகிதத்தில் 2 ரூபாய் நாணயம், 10 ரூபாய் நோட்டு மற்றும் சதுர வடிவ பிஸ்கட்டு ஆகியவற்றை வைத்து, அவற்றைச் சுற்றி வரைக.

படம் 2.39

நீங்கள் வரைந்த வடிவங்கள் யாவை? வட்டம், செவ்வகம் மற்றும் சதுரம். இந்த வடிவங்கள் தளவுருவங்களைக் குறிக்கின்றன. மேலும், இத்தளவுருவங்களுக்கு நீளம் மற்றும் அகலம் ஆகிய இரண்டு பரிமாணங்கள் உள்ளன.இப்பொழுது, நீங்கள் வரைந்த உருவங்களின் மீது முறையே சில இரண்டு ரூபாய் நாணயங்கள், பத்து ருபாய் நோட்டுகள் மற்றும் சதுர வடிவ பிஸ்கட்டுகள் ஆகியவற்றைப் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு ஒன்றன் மீது ஒன்றாக வைக்கவும்.

படம் 2.40

இப்பொழுது, நீங்கள் என்ன வடிவங்களைப் பெறுகிறீர்கள்? உருளை, கனச்செவ்வகம் மற்றும் கனச்சதுரம். இந்த வடிவங்கள் முழுவதுமாகத் தளத்தில் அமையாமல், வெற்றிடத்திலும் சிறிது இடத்தை அடைத்துக்கொள்கின்றன. அதாவது, அவைகளுக்கு நீளம் மற்றும் அகலம் ஆகியவற்றுடன் மூன்றாவது பரிமாணமாக உயரமும் காணப்படுகின்றன. இவ்வாறு நீளம், அகலம் மற்றும் உயரம் (ஆழம்) ஆகிய மூன்று பரிமாணங்களைக் கொண்டுள்ள வடிவங்கள் முப்பரிமாண வடிவங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. இதைச் சுருக்கமாக 3-D வடிவங்கள் என்றும் கூறலாம். 3-D வடிவங்களுக்குச் சில எடுத்துக்காட்டுகள்:



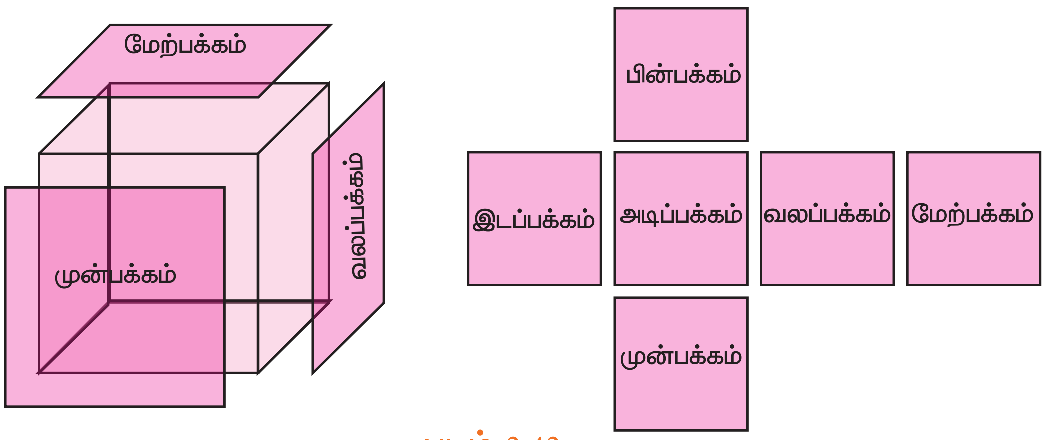
படம் 2.41

இவற்றை முயல்க

கனச்சதுரம், கனச்செவ்வகம், உருளை, கூம்பு மற்றும் கோளம் ஆகிய வடிவங்களில் உள்ள பொருட்களைக் குறைந்தபட்சம் ஒவ்வொன்றிற்கும் மூன்றினைப் பட்டியலிடுக.

2.4.1 முகங்கள், விளிம்புகள் மற்றும் உச்சிகள்

பின்வரும் வடிவத்தை உற்றுநோக்குக. அதன் பெயர் என்ன? கனச்சதுரம். கனச்சதுரமானது 6 சதுரவடிவ தளப்பகுதிகளால் உருவாக்கப்பட்டுள்ளது. இந்த 6 சதுரவடிவிலான தளப்பகுதிகளும் கனச்சதுரத்தின் **முகங்களாகும்**.

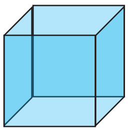
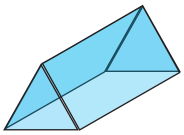
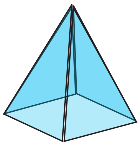
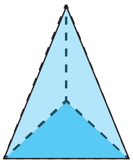


படம் 2.42

கனச்சதுரத்தின் ஏதேனும் இரண்டு முகங்களை இணைக்கும் கோடு **விளிம்பு** என்றும், அதன் மூன்று விளிம்புகளை இணைக்கும் ஒவ்வொரு மூலையும் **உச்சி (முனை)** என்றும் அழைக்கப்படுகிறது. எனவே, ஒரு கனச்சதுரத்தில் **6 முகங்கள், 12 விளிம்புகள் மற்றும் 8 உச்சிகள்** உள்ளன.

இவற்றை முயல்க

பின்வரும் பன்முக வடிவங்களின் முகங்கள், உச்சிகள் மற்றும் விளிம்புகளின் எண்ணிக்கையை அட்டவணைப்படுத்துக. மேலும் F+V−E ஐக் கண்டுபிடி.

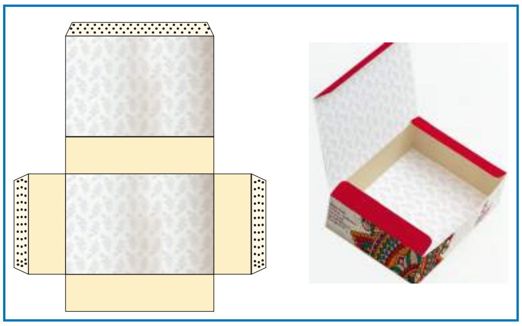
திண்மம்	பெயர்	F	V	E	F+V−E
	கனச்செவ்வகம்	6	8	12	
	கனச்சதுரம்				
	முக்கோணப் பட்டகம்				
	சதுரப்பிரமீடு				
	முக்கோணப்பிரமீடு				

மேலேயுள்ள அட்டவணையிலிருந்து என்ன காண்கிறீர்கள்? ஒவ்வொன்றிற்கும் F+V−E = 2 ஆக இருப்பதைக் காண்கிறோம். இது அனைத்துப் பன்முக வடிவங்களுக்கும் உண்மையாகும். மேலும் F+V−E = 2 என்ற உறவானது '**ஆய்லர் சூத்திரம்**' ஆகும்.

2.4.2 முப்பரிமாண வடிவங்களை (3-D) உருவாக்குவதற்கான வலைகள்

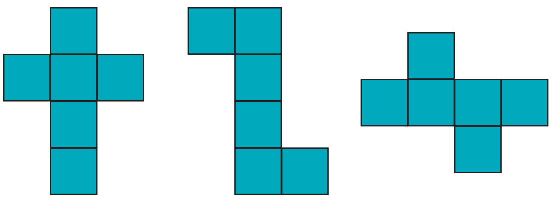
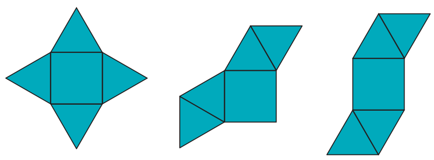
நாம் இனிப்பு வாங்கும் பொழுது, கடைக்காரர் சில மடிப்புகளுடன் தட்டையாக உள்ள அட்டையை எடுத்துப் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு மடித்து ஒரு செவ்வக வடிவப் பெட்டியை (கனச்செவ்வகம்) உருவாக்குகிறார். பிறகு, இனிப்புகளை அப்பெட்டிக்குள் அடுக்கி நம்மிடம் வழங்குகிறார்.

ஓரத்திலுள்ள மடிப்புகள் தவிர்த்து (புள்ளிக் கோடிட்ட பகுதி), அப்பெட்டியை உருவாக்குவதற்காக வடிவமைக்கப்பட்ட இந்தத் தட்டைவடிவ அட்டையே வலையாகும்.



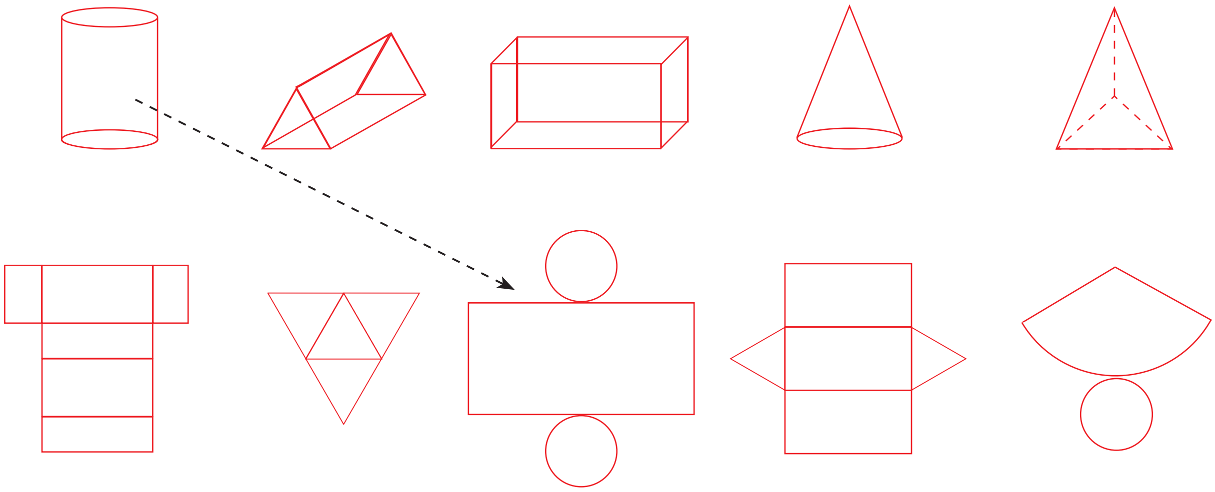
படம் 2.43

உதாரணமாக, பின்வரும் வலைகள் கனச்சதுரம் மற்றும் சதுரப் பிரமீடுகளை உருவாக்குகிறது.

	
கனச்சதுரத்திற்கான வலைகள்	சதுரப் பிரமீடுகளுக்கான வலைகள்

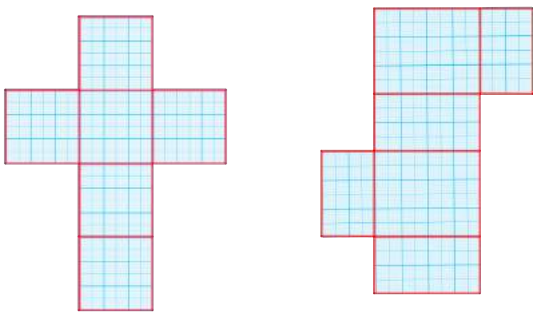
செயல்பாடு -4

பின்வரும் வடிவங்களுக்குப் பொருத்தமான வலைகளைக் கோட்டின் மூலம் இணைக்க.



இவற்றை முயல்க

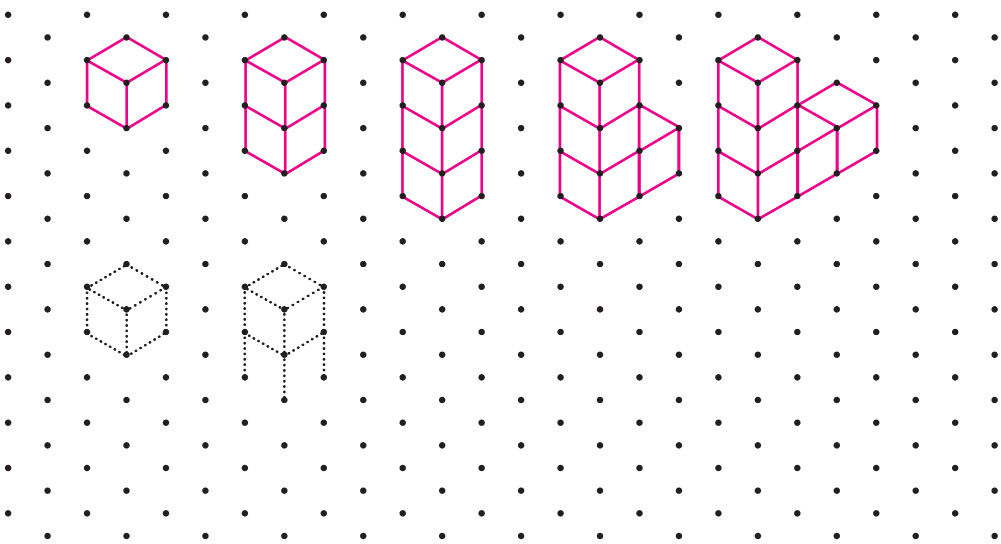
கொடுக்கப்பட்டுள்ள வலைகளின் பரப்பளவைக் காண்க



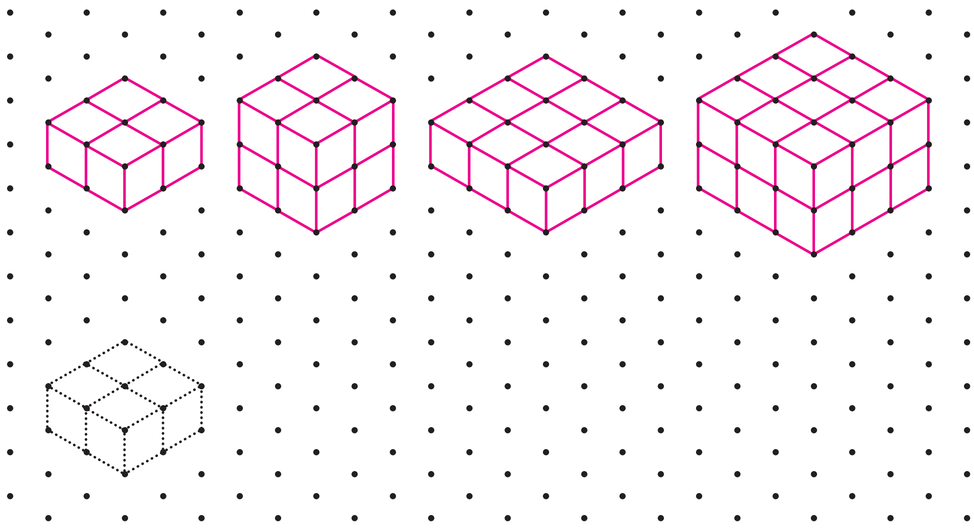
2.4.3 ஐசோமெட்ரிக் (Isometric) புள்ளித்தாள் மற்றும் கட்டகத்தாள் பயன்படுத்தி 3-D வடிவங்களை வரைதல்

செயல்பாடு –5

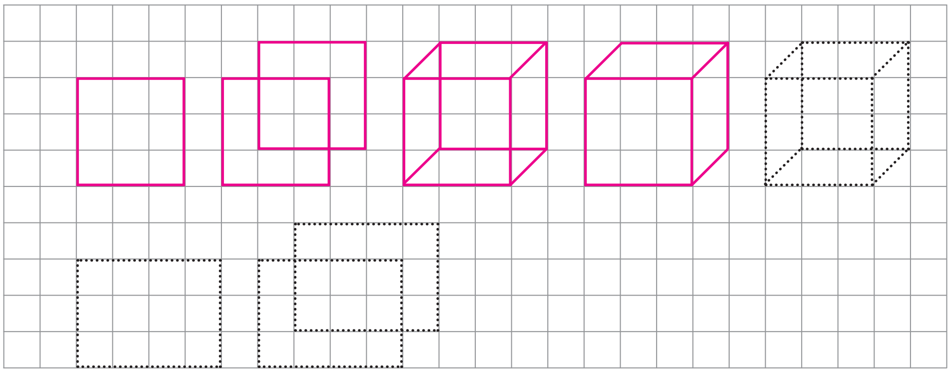
1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு திண்மவுருவங்களையும் ஐசோமெட்ரிக் புள்ளித்தாளில் வரைக.



2. கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு திண்மவுருவங்களையும் ஐசோமெட்ரிக் புள்ளித்தாளில் வரைக.

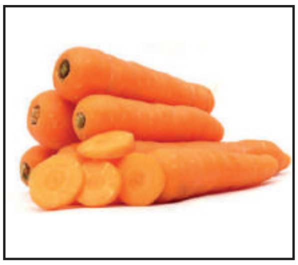


3. கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு திண்மவுருவங்களையும் கட்டகத்தாளில் வரைக.



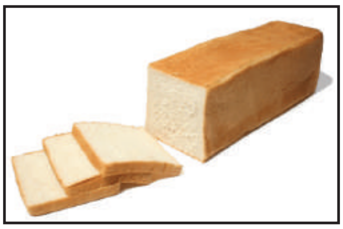
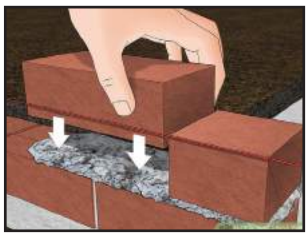
2.4.4 திண்ம வடிவங்களின் குறுக்கு வெட்டுத்தோற்றம்

சமையலுக்காகக் காய்கறிகளை வெட்டும்போது, அவற்றுள் சில தளவுருவங்களை நாம் காண்கிறோம். உதாரணமாக, கேரட் மற்றும் வாழைத்தண்டின் குறுக்குவெட்டுத் தோற்றமானது வட்டம் ஆகும்.



படம் 2.44

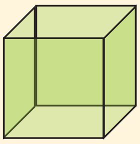
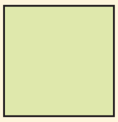
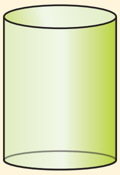
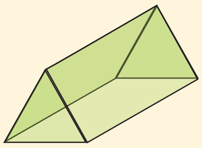
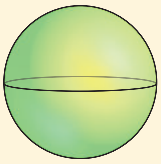
அதேபோன்று, பிரட் (Bread) மற்றும் செங்கல்லின் குறுக்குவெட்டுத் தோற்றத்தில் சதுரம் மற்றும் செவ்வகத்தை நாம் காண இயலும்.

படம் 2.45

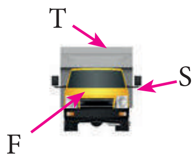
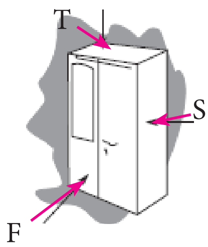
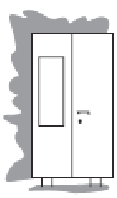
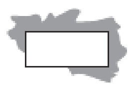
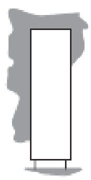
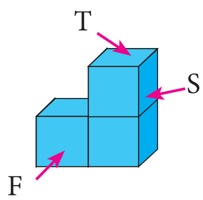
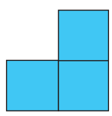
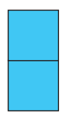
செயல்பாடு –6

பின்வரும் திண்ம வடிவங்களின் குறுக்கு வெட்டுத்தோற்றத்திலிருந்து பெறப்படும் இருபரிமாண வடிவங்களை (2-D) வரைந்து, அவற்றின் பெயர்களை எழுதுக.

திண்மங்கள்	2-D வடிவம்	பெயர்
		சதுரம்
		
		
		

2.4.5 3 –D வடிவங்களின் வெவ்வேறான தோற்றங்கள்

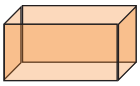
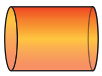
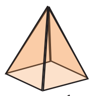
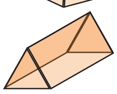
ஒரு 3-D வடிவமானது வெவ்வேறு நிலைகளிலிருந்து காணும் போது, மாறுபட்டுத் தோற்றமளிக்கிறது.வெவ்வேறு நிலைகளிலிருந்து 3-D வடிவத்தை உற்றுநோக்கும் பொழுது, நமது பார்வைக்குத் தெரிவதே, 3-D வடிவத்தின் தோற்றம் ஆகும். **முகப்புத்தோற்றம்**, **மேற்பக்கத்தோற்றம்** மற்றும் **பக்கவாட்டுத்தோற்றம்** ஆகியவை சில வகையான தோற்றங்கள் ஆகும். சில பொருட்களின் வெவ்வேறான தோற்றங்கள் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளன.

பொருள்கள்	முகப்புத்தோற்றம்	மேற்பக்கத் தோற்றம்	பக்கவாட்டுத் தோற்றம்
			
			
			

பயிற்சி 2.3

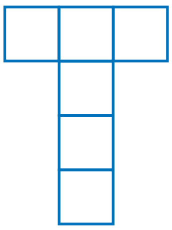
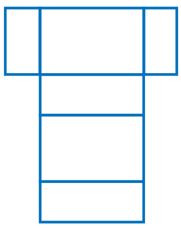
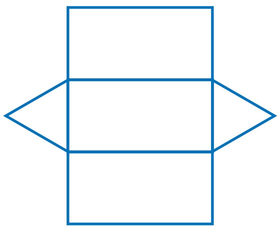
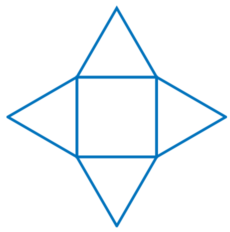
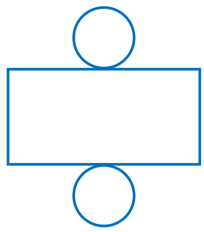
1. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக
   (i) ஒரு கனச்செவ்வகத்தின் மூன்று பரிமாணங்கள் __________, __________ மற்றும் __________.
   (ii) இரண்டுக்கு மேற்பட்ட விளிம்புகள் சந்திக்கும் புள்ளி__________ ஆகும்.
   (iii) ஒரு கனச்சதுரத்திற்கு __________ முகங்கள் உள்ளன.
   (iv) ஒரு திண்ம உருளையின் குறுக்கு வெட்டுத் தோற்றம் __________ ஆகும்.
   (v) ஒரு 3-D வடிவத்தின் வலையானது ஆறு சதுர வடிவத் தளங்களைப் பெற்றிருந்தால், அது __________ என்று அழைக்கப்படுகிறது.

2. பின்வருவனவற்றைப் பொருத்துக:

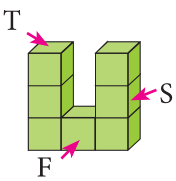
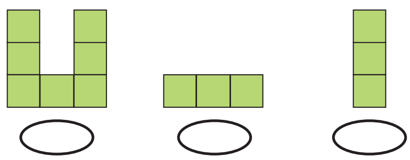
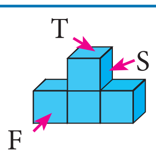
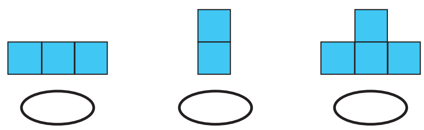
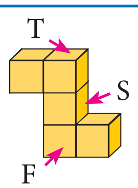
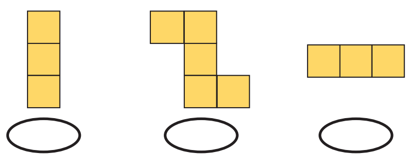
(i)		-	(அ) உருளை
(ii)		-	(ஆ) கனச்செவ்வகம்
(iii)		-	(இ) முக்கோணப் பட்டகம்
(iv)		-	(ஈ) சதுரப் பிரமீடு

ELLPKI

3. பின்வரும் வலைகள் எந்த 3–D வடிவங்களைக் குறிக்கின்றன? அவற்றினை வரைக.

(i) 
(ii) 
(iii) 
(iv) 
(v) 

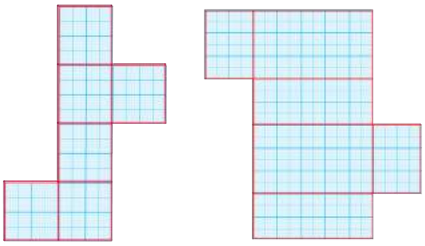
4. ஒவ்வொரு திண்மத்திற்கும் மூன்று தோற்றங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவை ஒவ்வொன்றிற்கும் தொடர்புடைய மேற்பக்க (T), முகப்பு (F) மற்றும் பக்கவாட்டுத் (S) தோற்றங்களை (T, F மற்றும் S) அடையாளம் காண்க.

திண்மம்	மூன்று வகையான தோற்றங்கள்
	
	
	

5. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையில் உள்ள விவரங்களுக்கு ஆய்லர் சூத்திரத்தைச் சரிபார்க்க.

வ.எண்	முகங்கள்	உச்சிகள்	விளிம்புகள்
(i)	4	4	6
(ii)	10	6	12
(iii)	12	20	30
(iv)	20	13	30
(v)	32	60	90

6. கொடுக்கப்பட்டுள்ள வலைகளின் பரப்பளவைக் காண்க.

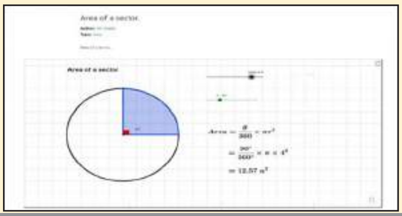


7. ஒரு பன்முக வடிவமானது 12 முகங்கள், 22 விளிம்புகள் மற்றும் 17 உச்சிகள் ஆகியவற்றைப் பெற்றிருக்க இயலுமா?

இணையச் செயல்பாடு **அளவியல்**

பட் 1 ே பா
செய்யவும் (அ) விரைவு க் குறியீட்டினை (QR CODE) பயன்படுத்தவும்.
படி – 2 தேடு பகுதியில் Area of sector எனத் தட்டச்சு செய்யவும்.
படி– 3 வ ட்ட ஆரஅளவை மாற்ற Radi us li̇̇S̈d e எனும் பகுதியையும் கோண அளவினை மாற்ற Degree slide எனும் பகுதியையும் நகர்த்தவும்.

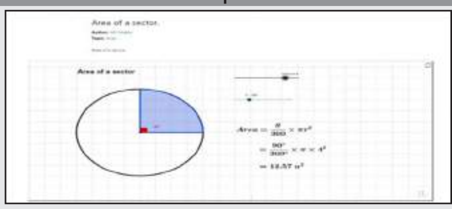
இந்த செயல்பாடு மூலம் வட்டக் கோணப்பகுதியின் பரப்பளவு காணும் முறையினை அறிந்து கொள்ளலாம்.



படி 1

படி 2

படி 3



ல் Flash Player அல்லது Java Script

B355_8_MATHS_TM

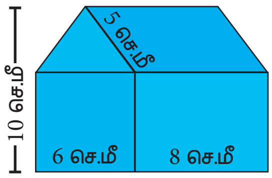
பயிற்சி 2.4

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்

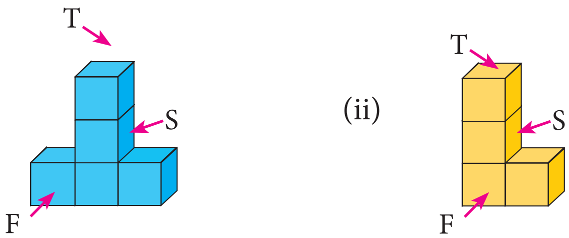
1. ஒரு நூலகத்தின் நுழைவாயிலில் இரண்டு கதவுகள் பொருத்தப்பட்டுள்ளன. கதவினை எளிதில் திறப்பதற்காக, அது பொருத்தப்பட்டுள்ள சுவற்றிலிருந்து 6 அடி தூரத்தில் கதவின் அடிப்பகுதியில் ஒரு சக்கரம் பொருத்தப்பட்டுள்ளது. ஒரு கதவினை 90° அளவிற்குத் திறக்கும்பொழுது சக்கரம் எவ்வளவு தூரத்தைக் கடக்கும். $(\pi = 3.14)$

2. சீரான வேகத்தில் நடக்கும் ஒருவர் 150 மீட்டர் ஆரமுள்ள வட்டப்பாதையை 9 நிமிடத்தில் சுற்றி வருகிறார் எனில், அவர் 3 நிமிடத்தில் கடக்கும் தொலைவைக் காண்க. $(\pi = 3.14)$

3. படத்தில் உள்ளவாறு வரையப்பட்டுள்ள வீட்டின் பரப்பளவைக் காண்க.



4. பின்வரும் திண்ம வடிவங்களின் மேற்பக்க, முகப்பு மற்றும் பக்கவாட்டுத் தோற்றங்களை வரைக.



5. வரைபடத்தாளில் 4 செ.மீ. பக்க அளவுள்ள கனச்சதுரத்தின் வலையினை வரைக.

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

6. குணா, தனது அறையில் 3 அடி அகலமுள்ள ஒற்றைக் கதவையும், நாதன், தனது அறையில் ஒவ்வொன்றும் $1\frac{1}{2}$ அடி அகலமுள்ள இரட்டைக் கதவுகளையும் பொருத்தியுள்ளார்கள். கதவுகள் அனைத்தும் மூடிய நிலையிலிருந்து 120° அளவு வரை திறக்க இயலும் எனில், யாருடைய கதவினைத் திறந்து மூடுவதற்குத் தரைப்பகுதியில் குறைவான பரப்பளவு தேவைப்படுகிறது?

7. 15 மீ x 8 மீ என்ற அளவுள்ள செவ்வக வடிவ நிலத்தின் 4 மூலைகளிலும் அதன் நடுவிலும் 3 மீ நீளமுள்ள கயிற்றால் பசுக்கள் கட்டப்பட்டுள்ளன எனில் எந்தப் பசுவாலும் புற்கள் மேயப்படாத பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க. $(\pi = 3.14)$

8. ஒவ்வொன்றும் 6 செ.மீ. விட்டமுள்ள மூன்று ஒத்த நாணயங்கள் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு வைக்கப்பட்டுள்ளன. நாணயங்களுக்கு இடையில் அடைபட்டுள்ள நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.
$(\pi = 3.14)$ $(\sqrt{3} = 1.732)$

9. வரைபடத்தாளில் நீளம் 5 செ.மீ. அகலம் 4 செ.மீ மற்றும் உயரம் 3 செ.மீ பக்க அளவுள்ள கனச்செவ்வகத்தின் வலையினை வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

10. ஆய்லர் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி, தெரியாதவற்றைக் காண்க.

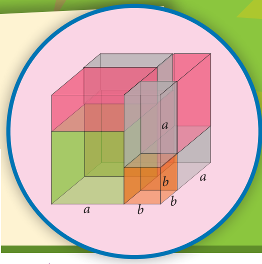
வ.எண்	முகங்கள்	உச்சிகள்	விளிம்புகள்
(i)	?	6	14
(ii)	8	?	10
(iii)	20	10	?

பாடச்சுருக்கம்

- வட்டத்தின் மீதுள்ள ஏதேனும் இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டு 'நாண்' எனப்படும்.
- ஒரு வட்டத்தின் விட்டமானது, அந்த வட்டத்தை இரு சம அளவுள்ள வட்டத்துண்டுகளாகப் பிரிக்கிறது. மேலும் அது வட்டத்தின் மிகப்பெரிய நாண் ஆகும்.
- வட்டப்பரிதியின் ஒரு பகுதி வட்டவில் ஆகும்.
- ஒரு வட்டத்தின் இரண்டு ஆரங்களாலும், அந்த ஆரங்களால் வட்டப்பரிதியில் வெட்டப்படும் வில்லாலும் அடைபடும் சமதளப்பகுதி வட்டக்கோணப்பகுதி ஆகும்.
- ஒரு வட்டக்கோணப் பகுதியானது, அவ்வட்டத்தின் மையத்தில் ஏற்படுத்தும் கோணம் வட்ட மையக்கோணம் ஆகும்.
- கூட்டு வடிவங்களின் சுற்றளவு என்பது, அந்த மூடிய வடிவத்தினைச் சுற்றி எல்லையாக அமைந்துள்ள மொத்தப் பக்க அளவுகளின் கூடுதல் ஆகும்.
- கூட்டு வடிவங்களின் பரப்பளவு என்பது, அக்கூட்டு வடிவத்தினை உருவாக்கும் அனைத்து எளிய வடிவங்களின் பரப்பளவுகளின் கூடுதலாகும்.
- நீளம், அகலம் மற்றும் உயரம் (ஆழம்) ஆகிய மூன்று பரிமாணங்களையும் கொண்டுள்ள வடிவங்கள் முப்பரிமாண வடிவங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. அதைச் சுருக்கமாக 3-D வடிவங்கள் என்றும் கூறலாம்.
- ஒரு கனச்சதுரத்தில் 6 முகங்கள், 12 விளிம்புகள் மற்றும் 8 உச்சிகள் உள்ளன.

3 இயற்கணிதம்

KJX4XG



கற்றல் விளைவுகள்

- கோவைகளின் கூட்டல் மற்றும் கழித்தல் செயல்பாடுகளை நினைவு கூர்தல்.
- ஓர் இயற்கணிதக் கோவையுடன் முழு எண் கெழுக்களைப் பெருக்குவது பற்றித் தெரிந்துகொள்ளுதல்.
- இயற்கணிதக் கோவைகளை ஒருறுப்புக் கோவையால் வகுப்பது பற்றித் தெரிந்துகொள்ளுதல்.
- $(a+b)^2, (a-b)^2, (a^2-b^2)$ மற்றும் $(x+a)(x+b)$ ஆகிய முற்றொருமைகளை நினைவு கூர்தல்.
- $(a+b)^3, (a-b)^3, (x+a)(x+b)(x+c)$ ஆகிய முற்றொருமைகளைப் புரிந்துகொண்டு, அவற்றைக் கணக்குகளில் பயன்படுத்துதல்.
- $(a+b)^3$, $(a-b)^3$ மற்றும் $(x+a)$ $(x+b)$ $(x+c)$ ஆகிய முற்றொருமைகளுக்கான வடிவியல் விளக்கங்களைப் புரிந்துகொள்ளுதல்.
- (a^3+b^3) மற்றும் (a^3-b^3) என்ற வடிவத்தில் அமைந்த கோவைகளின் காரணிப்படுத்துதலை அறிந்துகொள்ளுதல்.

மீள்பார்வை

நாம் சென்ற வகுப்பில் மாறி, மாறிலி, ஒத்த உறுப்புகள், மாறுபட்ட உறுப்புகள், கெழுக்கள், எண்கோவைகள் மற்றும் இயற்கணிதக் கோவைகளைப் பற்றி படித்துள்ளோம். பிறகு நாம் இயற்கணிதக் கோவையில் சில அடிப்படைச் செயல்களான கூட்டல், கழித்தல் செயல்களைச் செய்து பார்த்துள்ளோம். இப்போது நாம் அவைகளை நினைவுகூர்ந்து மேலும் கற்றலின் அடுத்த நிலைக்குச் செல்வோம்.

இதனுடன் இயற்கணிதக் கோவைகளின் பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் செயல்பாடுகள் மற்றும் இயற்கணித முற்றொருமைகளைப் பற்றித் தெரிந்துகொள்வோம்.

கீழ்க்காணும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.

1. பின்வரும் கோவைகளில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையை எழுதுக.

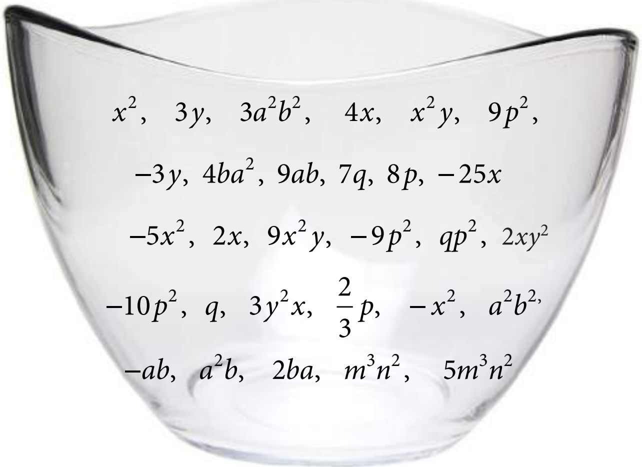
   (i) $x+y+z-xyz$ (ii) m^2n^2c

   (iii) $a^2b^2c-ab^2c^2+a^2bc^2+3abc$ (iv) $8x^2-4xy+7xy^2$

2. பின்வரும் கோவைகளில் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பின் எண் கெழுவைக் காண்க.

   (i) $2x^2-5xy+6y^2+7x-10y+9$ (ii) $\frac{x}{3}+\frac{2y}{5}-xy+7$

3. பின்வருவனவற்றுள் உள்ள ஒத்த உறுப்புகளை எடுத்து எழுதுக.



ஒத்த உறுப்புகள்

உறுப்புகளின் மாறியும் அதன் அடுக்குகளும் சமமாக இருக்கும்.

எ.கா $x^2, 4x^2$
$a^2b^2, -5a^2b^2$
$2m, -7m$

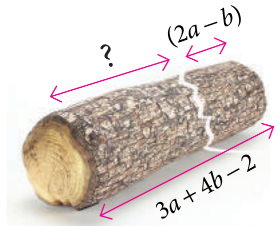
4. கூட்டுக: $2x, 6y, 9x-2y$

5. சுருக்குக : $(5x^3y^3 - 3x^2y^2 + xy + 7) + (2xy + x^3y^3 - 5 + 2x^2y^2)$

6. ஒரு முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் முறையே $2x-5y+9$, $3y+6x-7$ மற்றும் $-4x+y+10$ எனில், அம்முக்கோணத்தின் சுற்றளவைக் காண்க.

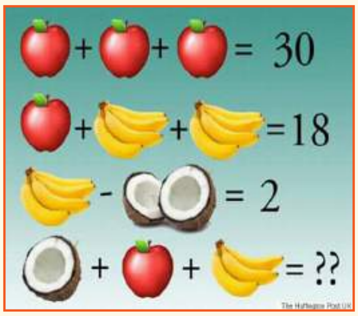
7. $6mn$ இலிருந்து $-2mn$ கழிக்க.

8. $4a^2 - 3ab + b^2$ இலிருந்து $6a^2 - 5ab + 3b^2$ ஐக் கழிக்க.



9. ஒரு மரக்கட்டையின் நீளம் $(3a+4b-2)$, அதிலிருந்து $(2a-b)$ நீளமுள்ள ஒரு மரத்துண்டு நீக்கப்படுகிறது எனில் மீதமுள்ள மரக்கட்டையின் நீளம் எவ்வளவு?

10. ஒரு தகரப் பாத்திரத்தில் 'x' லிட்டர் எண்ணெய் உள்ளது. மற்றொரு தகரப் பாத்திரத்தில் $(3x^2 + 6x - 5)$ லிட்டர் எண்ணெய் உள்ளது. கடைக்காரர் $(x+7)$ லிட்டர் எண்ணெயை கூடுதலாக இரண்டாவது பாத்திரத்தில் சேர்க்கிறார். பிறகு, இரண்டாவது தகரப் பாத்திரத்தில் இருந்து (x^2+6) லிட்டர் எண்ணெயை விற்றுவிடுகிறார் எனில், இரண்டாவது தகரப் பாத்திரத்தில் மீதமுள்ள எண்ணெய்யின் அளவு எவ்வளவு?

எங்கும் கணிதம்	அன்றாட வாழ்வில் இயற்கணிதம்
	
கனச் செவ்வக வடிவிலுள்ள தடுப்பூசிப் பெட்டி	தெரியாத மதிப்புகளைக் காணக் கோவைகள் பெரிதும் பயன்படுகிறது.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

அல்ஜீப்ரா என்ற சொல்லானது பெர்சிய கணிதவியலாளரும், வானிவியலளாரும் ஆன அல்–க்வாரிஸ்மி அவர்கள் எழுதிய அரேபிய புத்தகமான Ilm al-jabrwa'l-mukābala என்ற தலைப்பில் இருந்து எடுக்கப்பட்டது. இயற்கணிதம் என்பது கணித குறியீடுகளையும் அவற்றை கணக்கீடுவதற்கு தேவையான விதிகளை பற்றியும் படிப்பது ஆகும். எண் கணிதத்தில் எண்கள் மற்றும் அவற்றின் எண்ணியல் செயல்பாடுகள் $(+, -, \times, \div)$ மட்டுமே நடைபெறும். இயற்கணிதத்தில் பெரும்பாலும் எண்களை நாம் மாறிகள் என்ற குறியீடுகளாக குறிப்போம்.

3.1 அறிமுகம்

கொடுக்கப்பட்டுள்ள சூழலைக் கருதுவோம். கணேஷ் தன்னுடைய தோட்டத்தில் மரக்கன்றுகளை நட்டார். அவர் ஒவ்வொரு வரிசையிலும் 5 மரக்கன்றுகள் வீதம் 10 வரிசைகளில் நட்டார் எனில், கணேஷ் எத்தனை மரக்கன்றுகளை நட்டார் என உங்களால் கூற முடியுமா?

ஆம், மொத்த மரக்கன்றுகளின் எண்ணிக்கையானது வரிசைகளின் எண்ணிக்கை மற்றும் ஒவ்வொரு வரிசையிலும் உள்ள மரக்கன்றுகளின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றின் பெருக்கற் பலன் என்பது நமக்குத் தெரியும்.

எனவே, மொத்த மரக்கன்றுகளின் எண்ணிக்கை = 10 வரிசைகள் x 5 மரக்கன்றுகள் வீதம்

= 10 x 5

= 50 மரக்கன்றுகள்

இதே போன்று, டேவிட் சில மரக் கன்றுகளை நட்டார். அவர் நட்ட மொத்த வரிசைகளின் எண்ணிக்கையும் மற்றும் ஒவ்வொரு வரிசையிலுமுள்ள மரக்கன்றுகளின் எண்ணிக்கையும் தெரியவில்லை எனில் அவர் நட்ட மொத்த மரக்கன்றுகளின் எண்ணிக்கையை உங்களால் கூறமுடியுமா?

தெரியாத மதிப்புகளை நாம் 'x' மற்றும் 'y' என எடுத்துக்கொள்வோம். ஆகவே அவர் நட்ட மொத்த மரக் கன்றுகளின் எண்ணிக்கை = 'x' வரிசை $\times$ 'y' மரக்கன்றுகள் வீதம்

= '$x \times y$' = xy மரக்கன்றுகள்

இந்தச் சூழ்நிலையை மேலும் விரிவாக்குவோம், ரஹீம் என்பவர், தன்னுடைய தோட்டத்தில் ஒவ்வொரு வரிசையிலும் $3y^2$ மரக்கன்றுகள் உள்ளவாறு $(2x^2+5x-7)$ வரிசைகளில் மரக்கன்றுகளை நட்டார் எனில், இப்போது ரஹீம் நட்ட மொத்த மரக் கன்றுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண மேலே கூறிய வழிமுறைகள் நமக்கு உதவுகிறது.

மொத்த மரக் கன்றுகளின் எண்ணிக்கை

= $(2x^2+5x-7)$ வரிசைகளின் எண்ணிக்கை $\times\, 3y^2$ மரக்கன்றுகள் வீதம்

$$= 3y^2 \times (2x^2+5x-7)$$

மேற்காணும் இயற்கணிதக் கோவையை எவ்வாறு பெருக்குவீர்கள்?

இயற்கணிதக் கோவைகளின் பெருக்கலைக் காணும் முறையை நாம் இப்போது கற்போம். கோவைகளின் பெருக்கலைக் காண்பதற்கு நான்கு வழிகள் உள்ளன. அவையாவன

- ஒருறுப்புக் கோவையை மற்றொரு ஒருறுப்புக் கோவையுடன் பெருக்குதல்.
- பல்லுறுப்புக் கோவையை ஒருறுப்புக் கோவையுடன் பெருக்குதல்.
- ஈறுருப்புக் கோவையை மற்றொரு ஈருறுப்புக் கோவையுடன் பெருக்குதல்
- பல்லுறுப்புக் கோவையை மற்றொரு பல்லுறுப்புக் கோவையுடன் பெருக்குதல்.

இந்த வகுப்பில் முதல் மூன்று வழிகளில் பெருக்கலைச் செய்து கற்போம்.

குறிப்பு

பல்லுறுப்புக் கோவை	பல்லுறுப்புக் கோவை என்பது இயற்கணிதக் கோவையின் ஒரு சிறப்பு வகையாகும். பல்லுறுப்புக் கோவையின் அனைத்து மாறிகளின் அடுக்குகளும் ஒரு முழு எண்ணாக இருக்கும். எ.கா: $a^2+2ab+b^2$ $4x^2+3x-7$ $x+y+z$ mn
ஒருறுப்புக் கோவை	ஒரேயோர் உறுப்பு மட்டுமே உள்ள கோவை ஒருறுப்புக் கோவை எனப்படும். எ.கா: $4x,\ 3x^2y,\ -2y^2$.
ஈறுருப்புக் கோவை	இரண்டு உறுப்புகள் மட்டுமே உள்ள கோவை ஈறுருப்புக் கோவை எனப்படும். எ.கா: $2x+3,\ 5y^2+9y,\ a^2b^2+2b$.
மூவுறுப்புக் கோவை	மூன்று உறுப்புகள் மட்டுமே உள்ள கோவை மூவுறுப்புக் கோவை எனப்படும். எ.கா: $2a^2b-8ab+b^2,\ m^2-n^2+3$.
பல்லுறுப்புக் கோவை	மூன்றுக்கும் மேற்பட்ட உறுப்புகளைக் கொண்ட ஒரு கோவை பல்லுறுப்புக் கோவை எனப்படும்.எ.கா: $x^2+(a+b)x+ab+5,\quad a^3+b^3+c^3+abc$

3.2 இயற்கணிதக் கோவைகளின் பெருக்கல்

இயற்கணிதக் கோவைகளின் பெருக்கல் செய்யும் போது கீழ்காணும் வழிமுறைகளை நாம் பின்பற்ற வேண்டும்.

- உறுப்புகளின் குறிகளைப் பெருக்க வேண்டும். அதாவது ஒத்த குறிகளைப் பெருக்கும்போது மிகைக் குறியே வரும். மாறுபட்ட குறிகளைப் பெருக்கும்போது குறைக் குறியே வரும்.

ஒத்த குறிகள்	$(+)\times(+)=+$	$(-)\times(-)=+$
மாறுபட்ட குறிகள்	$(+)\times(-)=-$	$(-)\times(+)=-$

- உறுப்புகளின் கெழுக்களைப் பெருக்க வேண்டும்.
- அடுக்குக்குறி விதிகளைப் பயன்படுத்தி மாறிகளைப் பெருக்க வேண்டும்.

சிந்திக்க

ஒவ்வொரு இயற்கணிதக் கோவையும் பல்லுறுப்புக் கோவை ஆகும். இக்கூற்று சரியா? ஏன்?

இங்கு x என்பது மாறி மற்றும் m, n என்பது மிகை முழுக்கள் எனில்,

$$x^m \times x^n = x^{m+n}$$

எடுத்துக்காட்டு: $x^3 \times x^4 = x^{3+4} = x^7$

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

ஓர் இயற்கணிதக் கோவைக்கும், பல்லுறுப்புக் கோவைக்கும் இடையே உள்ள வேறுபாடு

இயற்கணிதக் கோவை	**பல்லுறுப்புக் கோவை.**
மாறிகளின் அடுக்கு முழு எண்ணாகவோ, பின்னமாகவோ, குறை குறி உடையதாகவோ இருக்கலாம். **எடுத்துக்காட்டு:** $4x^{3/2}-3x+9$, $2y^2+\frac{5}{y}-3$, $3x^2-4x+1$	மாறிகளின் அடுக்கு ஒரு முழு எண்ணாக மட்டுமே இருக்கும். **எடுத்துக்காட்டு:** $4x^2-3x+9$, $2y^6+5y^3-3$

குறிப்பு:

இரண்டு உறுப்புகளின் பெருக்கலை ( ) அல்லது புள்ளி (.) அல்லது $\times$ என்ற குறிகளால் குறிப்பிடுவோம்.

(எ.கா) $4x^2$ மற்றும் xy ன் பெருக்கலைக் கீழ்காணும் ஏதேனும் ஒரு வழியில் நாம் குறிப்பிடுவோம்.

$(4x^2)(xy)$	$4x^2\times xy$	$4x^2(xy)$	$(4x^2)\times xy$	$4x^2\cdot xy$

3.2.1 இரண்டு அல்லது அதற்கும் மேற்பட்ட ஒருறுப்புக் கோவைகளின் பெருக்கல்

கீதா 3 எழுதுகோல்களை ஒவ்வொன்றும் ₹.5 வீதம் வாங்கினாள் எனில், கடைக்காரருக்கு அவள் எவ்வளவு பணம் தரவேண்டும்?

கீதா கடைக்காரருக்குக் கொடுக்க வேண்டிய தொகை $= 3\times$ ₹ 5

$=$ ₹ 15

எழுதுகோல்களின் எண்ணிக்கை x மற்றும் ஒரு எழுதுகோலின் விலை ₹.y எனில், பிறகு ஒவ்வொறு எழுதுகோலும் ₹ 5y வீதம் கீதா வாங்கிய $(3x^2)$ எழுதுகோல்களின் மொத்த விலை

$=(3x^2)\times 5y$

$=(3\times 5)(x^2\times y)$

$=$ ₹ $15x^2y$

எடுத்துக்காட்டு 3.1

ஒரு சதுர வடிவத் தரை விரிப்பின் பக்க அளவு $3x^2$ மீ எனில் அதனுடைய பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:

சதுர வடிவத் தரை விரிப்பின் பரப்பளவு, A = (பக்கம் x பக்கம்) சதுர அலகுகள்

$=3x^2\times 3x^2$

$=3\times 3\times x^2\times x^2$

$A = 9x^4$ சதுர அலகுகள்

எடுத்துக்காட்டு 3.2

ஒரு செவ்வக வடிவ ஓவியத்தின் நீளம் மற்றும் அகலம் முறையே $4xy^3$ மற்றும் $3x^2y$ எனில், அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:

செவ்வக வடிவ ஓவியத்தின் பரப்பளவு,

$A =$ (நீளம் x அகலம்) சதுர அலகுகள்

$= (4xy^3) \times (3x^2y)$

$= (4 \times 3)(x \times x^2)(y^3 \times y)$

$A = 12x^3y^4$ சதுர அலகுகள்.

$3x^2y$

$4xy^3$

எடுத்துக்காட்டு 3.3

$3x^2$ மற்றும் $(-4x)$ இன் பெருக்கற்பலன் காண்க.

தீர்வு:

இங்கு, $(3x^2) \times (-4x)$

$= (+) \times (-)(3 \times 4)(x^2 \times x)$

$= -12x^3$.

எடுத்துக்காட்டு 3.4

$2x^2y^2$, $3y^2z$ மற்றும் $-z^2x^3$ ஆகியவற்றின் பெருக்கற்பலன் காண்க.

தீர்வு:

இங்கு, $(2x^2y^2) \times (3y^2z) \times (-z^2x^3)$

$= (+) \times (+) \times (-)(2 \times 3 \times 1)(x^2 \times x^3)(y^2 \times y^2)(z \times z^2)$

$= -6x^5y^4z^3$.

இவற்றை முயல்க

பெருக்கற்பலன் காண்க

(i) $3ab^2, -2a^2b^3$

(ii) $4xy, 5y^2x, (-x^2)$

(iii) $2m, -5n, -3p$

3.2.2 ஒரு பல்லுறுப்புக் கோவையை ஒருறுப்புக் கோவையுடன் பெருக்குதல்

ஒரு பள்ளியில் 8 வகுப்பறைகள் உள்ளன. அவை ஒவ்வொன்றிலும் 12 மேசைகள் மற்றும் அமரும் பலகைத் தொகுப்புகள் உள்ளன எனில் மொத்த மேசைகள் மற்றும் அமரும் பலகையின் எண்ணிக்கை

= வகுப்பறைகளின் எண்ணிக்கை x ஒவ்வொரு அறையிலும் உள்ள மேசைகள் மற்றும் அமரும் பலகையின் தொகுப்புகள்

$= 8 \times 12$

$= 96$ தொகுப்புகள்.

ஒரு வீதியில் 'a' எண்ணிக்கையில் கடைகள் உள்ளன. ஒவ்வொரு கடையிலும் 8 கூடைகளில் 'x' ஆப்பிள்கள் வீதமும், 3 கூடைகளில் 'y' ஆரஞ்சுககள் வீதமும் மற்றும் 5 கூடைகளில் 'z' வாழைப்பழங்ககள் வீதமும் உள்ளன எனில், கடைகளிலுள்ள ஆப்பிள், ஆரஞ்சு மற்றும் வாழைப்பழங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை:

$= a \times (8x + 3y + 5z)$

$= a(8x) + a(3y) + a(5z)$ (பங்கீட்டு பண்பு).

$= 8ax + 3ay + 5az$

குறிப்பு

பங்கீட்டுப் பண்பு	a என்பது ஒரு மாறிலி, x மற்றும் y ஆகியவை மாறிகள் எனில், பிறகு $a(x+y)=ax+ay$ எடுத்துக்காட்டு: $5(x+y)=5x+5y$

எடுத்துக்காட்டு 3.5

$(3xy+7)$ ஐ $(-4y)$ ஆல் பெருக்குக.

தீர்வு:

இங்கு, $-4y\times(3xy+7) = -4y(3xy)+(-4y)(7)$

$= (-4\times3)x\times y\times y+(-4\times7)y$

$= -12xy^2-28y$

சிந்திக்க

$-5y^2+2y-6$

$= -(5y^2+2y-6)$

இது சரியா?

தவறு எனில், சரி செய்க.

எடுத்துக்காட்டு 3.6

$3x^2y$ மற்றும் $(2x^3y^3-5x^2y+9xy)$ ஐப் பெருக்குக

தீர்வு::

இங்கு, $(3x^2y)\times(2x^3y^3-5x^2y+9xy)$

$= 3x^2y(2x^3y^3)-3x^2y(5x^2y)+3x^2y(9xy)$

பல்லுறுப்புக் கோவையின் ஒவ்வொரு உறுப்பையும் ஒருறுப்புக் கோவையால் பெருக்குக.

$= (3\times2)(x^2\times x^3)(y\times y^3)-(3\times5)(x^2\times x^2)(y\times y)+(3\times9)(x^2\times x)(y\times y)$

$= 6x^5y^4-15x^4y^2+27x^3y^2$

எடுத்துக்காட்டு 3.7

குரு என்பவர் $(2x+3y+50)$ மற்றும் $3xy$ என்ற கோவைகளைப் பெருக்க விரும்பினார் எனில் கோவைகளின் பெருக்குத் தொகை எவ்வளவு?

தீர்வு:

சிந்திக்க

$3+(4x-7y)\neq 12x-21y$ ஏன்?

கோவைகளின் பெருக்குத் தொகை

$= 3xy \times (2x+3y+50)$

$= 3xy(2x)+3xy(3y)+3xy(50)$

$= 6x^2y+9xy^2+150xy$

எடுத்துக்காட்டு 3.8

ஒரு வங்கியில் ராம் என்பவர் 'x' எண்ணிக்கையில் ₹2000 தாள்களும் 'y' எண்ணிக்கையில் ₹ 500 தாள்களும், z எண்ணிக்கையில் ₹100 தாள்களும் முதலீடு செய்தார். மேலும் வேலன் என்பவர் ராம் செய்த முதலீட்டைப் போன்று $3xy$ மடங்கு முதலீடு செய்தார் எனில், அவ்வங்கியில் வேலன் முதலீடு செய்த தொகை எவ்வளவு?

தீர்வு:

ராம் முதலீடு செய்த தொகை

$$= (x \times ₹2000 + y \times ₹500 + z \times ₹100)$$

$$= ₹(2000x + 500y + 100z)$$

வேலன் முதலீடு செய்த தொகை $= 3xy$ மடங்கு $\times$ ராம் முதலீடு செய்த தொகை

$$= 3xy \times (2000x + 500y + 100z)$$

$$= (3 \times 2000)(x \times x \times y) + (3 \times 500)(x \times y \times y) + (3 \times 100)(x \times y \times z)$$

$$= ₹(6000x^2y + 1500xy^2 + 300xyz)$$

இவற்றை முயல்க

(i) $(5x^2 + 7x - 3)$ ஐ $4x^2$ ஆல் பெருக்குக.

(ii) $(10x - 7y + 5z)$ ஐ $6xyz$ ஆல் பெருக்குக.

(iii) $(ab + 3bc - 5ca)$ ஐ $-3a^2bc$ ஆல் பெருக்குக.

3.2.3 ஈறுருப்புக் கோவைகளின் பெருக்கல்

நீளம் 4 அடியும் அகலம் 3 அடியும் உள்ள செவ்வக வடிவ மேசையின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு எவ்வளவு ?

செவ்வக வடிவ மேசையின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு $= l \times b$ சதுர அலகுகள்

$= 4 \times 3$

A $= 12$ சதுர அடிகள்

இதுவே ஒரு செவ்வக வடிவ மலர்ப்படுகையின் உண்மையான நீளத்திலிருந்து 5 அலகுகள் குறைத்தும், உண்மையான அகலத்திலிருந்து 3 அலகுகள் அதிகரித்தும் இருக்கும்போது, செவ்வக வடிவ மலர்ப்படுகையின் பரப்பளவு என்ன?

$b+3$

$l-5$

செவ்வக வடிவ மலர்ப்படுக்கையின் பரப்பளவு $= l \times b$

A $= (l-5) \times (b+3)$ சதுர அடிகள்

இங்கு, எவ்வாறு பெருக்குவது?

இப்போது இரண்டு ஈருறுப்புக் கோவைகளை எவ்வாறு பெருக்குவது எனக் கற்றுக் கொள்வோம்.

$(x+y)$ மற்றும் $(p+q)$ ஆகியவை இரண்டு ஈருறுப்புக் கோவைகள் ஆகும். கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு அவற்றின் பெருக்கற்பலனைக் காணலாம்.

$$(x+y)(p+q) = x(p+q) + y(p+q)$$

$$= xp + xq + yp + yq$$

மாற்று முறை

$\times$	x	y
p	xp	yp
q	xq	yq

$= xp + xq + yp + yq$

அல்லது $(x+y)(p+q) = x(p) + x(q) + y(p) + y(q)$ என நேரடியாகவும் பெருக்கலாம்.

இவ்வழிமுறையை இரண்டு பல்லுறுப்புக் கோவைகளின் பெருக்கலுக்கும் நீட்டிக்கலாம்.

எனவே, மேலே கூறிய செவ்வக வடிவ மலர்ப்படுக்கையின் பரப்பளவு

$$A = (l-5)\times(b+3)$$
$$= l(b+3) - 5(b+3)$$
$$A = (lb+3l-5b-15)$$ சதுர அலகுகள்

மாற்று முறை

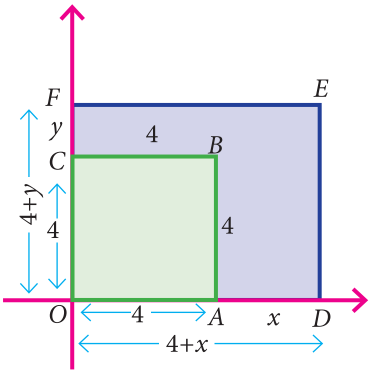
$\times$	l	-5
b	lb	$-5b$
3	$3l$	-15

$= (lb+3l-5b-15)$

நாம் மேலும் ஓர் எடுத்துக்காட்டைப் பார்ப்போம். கொடுக்கப்பட்டப் படத்தினைப் பார்க்க, சதுரம் OABC இல், $OA = 4$ அலகுகள் ; $OC = 4$ அலகுகள்

சதுரம் $OABC$ ன்பரப்பளவு $= 4 \times 4$

$A = 16$ சதுர அலகுகள்



சதுரத்தின் அடுத்தடுத்த பக்கங்களை முறையே 'x' அலகுகள் மற்றும் 'y' அலகுகள் நீட்டிக்க.

இப்போது $OD=(4+x)$ அலகுகள் மற்றும் $OF=(4+y)$ அலகுகள் பக்கங்களைக் கொண்ட $ODEF$ என்ற செவ்வகத்தை நாம் பெறுகிறோம்.

இங்கு, செவ்வகம் $ODEF$ ன் பரப்பளவு $A = (4+x)\,(4+y)$

$$= 4(4+y) + x(4+y)$$

$A = 16 + 4y + 4x + xy$ சதுர அலகுகள்

எடுத்துக்காட்டு 3.9

$(2x+5y)$ மற்றும் $(3x-4y)$ ஐப் பெருக்குக

தீர்வு:

$$(2x+5y)(3x-4y) = 2x(3x-4y) + 5y(3x-4y)$$
$$= 6x^2 - 8xy + 15xy - 20y^2$$
$$= 6x^2 + 7xy - 20y^2$$ (ஒத்த உறுப்புகளைச் சுருக்குக)

மாற்று முறை

$\times$	$2x$	$5y$
$3x$	$6x^2$	$15xy$
$-4y$	$-8xy$	$-20y^2$

$= 6x^2 - 8xy + 15xy - 20y^2$

$= 6x^2 + 7xy - 20y^2$

இவற்றை முயல்க

பெருக்குக

(i) $(a-5)$ மற்றும் $(a+4)$

(ii) $(a+b)$ மற்றும் $(a-b)$

(iii) (m^4+n^4) மற்றும் $(m-n)$

(iv) $(2x+3)$ மற்றும் $(x-4)$

(v) $(x-5)$ மற்றும் $(3x+7)$

(vi) $(x-2)$ மற்றும் $(6x-3)$

சிந்திக்க

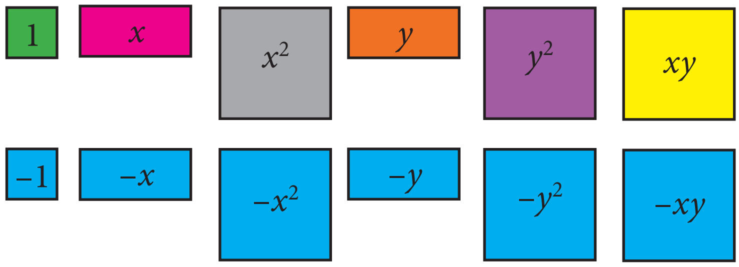
$3x^2(x^4-7x^3+2)$, என்ற கோவையின் உயர்ந்த அடுக்கு என்ன?

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

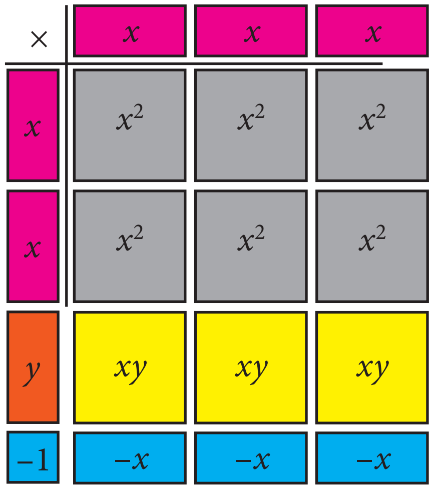
மாணவர்களுக்கு இயற்கணிதப் பாடப்பகுதியை பற்றி நன்கு புரிந்துகொள்வதற்கு, இந்த இயற்கணித ஓடு துணைபுரிகிறது. இயற்கணித ஓடு என்பது சிறிய சதுரம், செவ்வகம் மற்றும் பெரிய சதுரம் கொண்டு உருவாக்கப்பட்டது.

இயற்கணித ஓடுகளைப் பயன்படுத்தி பெருக்குதல்

குறிப்புகள்

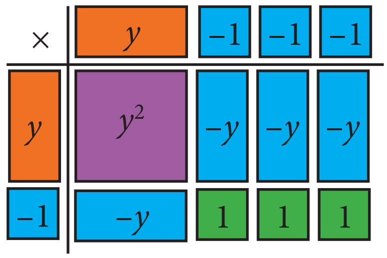


(i) $(2x+y-1)\times 3x$



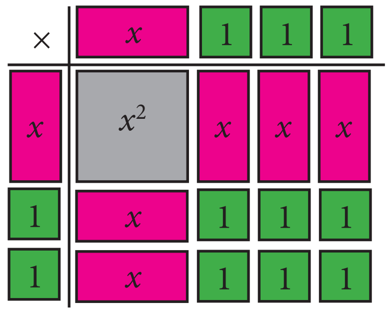
$= 6x^2+3xy-3x$

(ii) $(y-1)(y-3)$



$= y^2-4y+3$

(iii) $(x+2)(x+3)$



$= x^2+5x+6$

பயிற்சி 3.1

1. ஒருறுப்புக் கோவையை மற்றோர் ஒருறுப்புக் கோவையால் பெருக்குக

   (i) $6x, 4$ (ii) $-3x, 7y$ (iii) $-2m^2, (-5m)^3$

   (iv) $a^3, -4a^2b$ (v) $2p^2q^3, -9pq^2$

2. அட்டவணையை நிரப்புக.

$\times$	$2x^2$	$-2xy$	x^4y^3	$2xyz$	$(__)xz^2$
x^4					
$(___)$			$4x^5y^4$		
$-x^2y$					
$2y^2z$					$-10xy^2z^3$
$-3xyz$					
$(___)$				$-14xyz^2$	

3. உறுப்புகளின் பெருக்கற் பலனைக் காண்க.

   (i) $-2mn, (2m)^2, -3mn$ (ii) $3x^2y, -3xy^3, x^2y^2$

4. $l=4pq^2,\ b=-3p^2q,\ h=2p^3q^3$ எனில் $l\times b\times h$ இன் மதிப்பைக் காண்க

5. விரிவாக்குக

(i) $5x(2y-3)$ (ii) $-2p(5p^2-3p+7)$

(iii) $3mn(m^3n^3-5m^2n+7mn^2)$ (iv) $x^2(x+y+z)+y^2(x+y+z)+z^2(x-y-z)$

6. பெருக்கற் பலனைக் காண்க

(i) $(2x+3)(2x-4)$ (ii) $(y^2-4)(2y^2+3y)$

(iii) $(m^2-n)(5m^2n^2-n^2)$ (iv) $3(x-5)\times 2(x-1)$

7. விடுபட்ட மதிப்புகளைக் காண்க

(i) $6xy\times$ __________ $=-12x^3y$ (ii) __________ $\times(-15m^2n^3p)=45m^3n^3p^2$

(iii) $2y(5x^2y-$ ____ $+3$ ____ $)=10x^2y^2-2xy+6y^3$

8. பின்வருவனவற்றைப் பொருத்துக

a)	$4y^2\times(-3y)$	(i)	$20x^2y-20x$
b)	$-2xy(5x^2-3)$	(ii)	$5x^3-5xy^2+5x^2y$
c)	$5x(x^2-y^2+xy)$	(iii)	$4x^2-9$
d)	$(2x+3)(2x-3)$	(iv)	$-12y^3$
e)	$5x(4xy-4)$	(v)	$-10x^3y+6xy$

அ) iv, v, ii, i, iii ஆ) v, iv, iii, ii, i இ) iv, v, ii, iii, i ஈ) iv, v, iii, ii, i

9. ஒரு மகிழுந்து $(x+30)$ கி.மீ / மணி என்ற சீரான வேகத்தில் செல்கிறது. $(y+2)$ மணி நேரத்தில் அந்த மகிழுந்து கடந்த தூரத்தைக் காண்க. (குறிப்பு: தொலைவு = வேகம் x காலம்)

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

10. $7p^3$ மற்றும் $(2p^2)^2$ இன் பெருக்கற்பலன்

(அ) $14p^{12}$ (ஆ) $28p^7$ (இ) $9p^7$ (ஈ) $11p^{12}$

11. $-3m^3n\times 9($__$)=$ __________ m^4n^3 என்ற பெருக்கற்பலனில் விடுப்பட்ட மதிப்புகளைக் காண்க.

(அ) $mn^2, 27$ (ஆ) $m^2n, 27$ (இ) $m^2n^2, -27$ (ஈ) $mn^2, -27$

12. சதுரத்தின் பரப்பளவு $36x^4y^2$ எனில், அதன் பக்க அளவு ______________

(அ) $6x^4y^2$ (ஆ) $8x^2y^2$ (இ) $6x^2y$ (ஈ) $-6x^2y$

13. ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு $48m^2n^3$ ச.அ மற்றும் நீளம் $8mn^2$ அலகுகள் எனில் அதன் அகலம்__ அலகுகள்.

(அ) $6\ mn$ (ஆ) $8m^2n$ (இ) $7m^2n^2$ (ஈ) $6m^2n^2$

14. ஒரு செவ்வக வடிவ நிலத்தின் பரப்பளவு $(a^2 - b^2)$ சதுர அலகுகள் மற்றும் அகலம் $(a-b)$ அலகுகள் எனில் அதன் நீளம்___________ அலகுகள் ஆகும்.

(அ) $a-b$ (ஆ) $a+b$ (இ) $a^2 - b$ (ஈ) $(a+b)^2$

3.3 இயற்கணிதக் கோவைகளின் வகுத்தல்

சென்ற பாடவேளைகளில், நாம் இயற்கணிதக் கோவைகளின் கூட்டல், கழித்தல் மற்றும் பெருக்கல் செயல்பாடுகளைக் கற்றோம். இப்போது, நாம் மற்றொரு அடிப்படை செயல்பாடான இயற்கணிதக் கோவைகளின் வகுத்தல் பற்றி காண்போம். வகுத்தல் என்பது பெருக்கலின் தலைகீழ் வடிவம் என நமக்குத் தெரியும். அதாவது

ஒவ்வொரு பந்தும் ₹.5/– வீதம் 10 பந்துகளின் விலை $= 10 \times 5$

$= ₹\ 50$

இதுவே நம்மிடம் ₹.50 உள்ளது, நாம் 10 பந்துகளை வாங்க நினைத்தால் பிறகு

ஒரு பந்தின் விலை $= ₹\ \dfrac{50}{10}$

$= ₹\ 5$

நாம் மேலே காண்பது எண்களின் வகுத்தல் செயல்பாடு ஆகும். ஆனால் கொடுக்கப்பட்ட ஒரு கோவையை மற்றொரு கோவையால் நீங்கள் எப்படி வகுப்பீர்கள்?

நிச்சயமாக, இதே போன்று அடுக்குக்குறி விதியைப் பயன்படுத்தி இயற்கணிதக் கோவையை வகுக்கலாம்.

'x' என்பது மாறி மற்றும் m, n ஆகியவை மாறலி எனக் கொண்டால், $x^m \div x^n = x^{m-n}$ இங்கு $m > n$

இங்கு நான்கு வழிகளில் இயற்கணிதக் கோவைகளை வகுக்கலாம். அவை

- ஓருறுப்புக் கோவையை ஓருறுப்புக் கோவையால் வகுத்தல்
- பல்லுறுப்புக் கோவையை, ஓருறுப்புக் கோவையால் வகுத்தல்
- பல்லுறுப்புக் கோவையை, ஓர் ஈருறுப்புக் கோவையால் வகுத்தல்
- பல்லுறுப்புக் கோவையை, பல்லுறுப்புக் கோவையால் வகுத்தல்

இப்போது நாம் முதல் இரண்டு வழிகளில் வகுத்தல் செய்வது பற்றி மட்டும் படிப்போம். மீதமுள்ள கோவைகளின் வகுத்தல்களை நீங்கள் அடுத்த வகுப்புகளில் கற்றுக் கொள்ளலாம்.

3.3.1 ஓருறுப்புக் கோவையை மற்றோர் ஓருறுப்புக் கோவையால் வகுத்தல்

$10p^4$ என்ற ஓருறுப்புக் கோவையை, $2p^3$ என்ற மற்றொரு ஓருறுப்புக் கோவையால் வகுக்க, நமக்குக் கிடைப்பது

சிந்திக்க

பின்வரும் வகுத்தல் செயல்பாடுகள் சரியானவையா?

(i) $\dfrac{x^3}{x^8} = x^{8-3} = x^5$ (ii) $\dfrac{10m^4}{10m^4} = 0$

(iii) ஓர் ஓருறுப்புக் கோவையை அதேக் கோவையால் வகுக்க, நமக்கு 1 கிடைக்கும்.

$10p^4 \div 2p^3$

$$\frac{10p^4}{2p^3} = \frac{\overset{5}{\cancel{10}} \times \cancel{p} \times \cancel{p} \times \cancel{p} \times p}{\cancel{2} \times \cancel{p} \times \cancel{p} \times \cancel{p}}$$ (அடுக்குகளை விரிவாக்க)

$= 5p$

இருந்த போதும், இந்த வகுத்தலை அடுக்குக்குறி விதிகளைப் பின்பற்றியும் வகுக்கலாம்.

$$\frac{10p^4}{2p^3} = 5p^{4-3}$$
$$= 5p$$

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$$

எடுத்துக்காட்டு 3.10

வேலு தன்னுடைய படம் ஒட்டும் குறிப்பேட்டில் ஒரு பக்கத்திற்கு $4xy$ படங்களை ஒட்டினார். அதே போன்று $100x^2y^3$ படங்களை ஒட்டுவதற்கு எத்தனை பக்கங்கள் அவருக்குத் தேவை? (x மற்றும் y மிகை முழுக்கள் ஆகும்)

தீர்வு:

மொத்தப் படங்களின் எண்ணிக்கை $= 100x^2y^3$

ஒரு பக்கத்தில் உள்ள படங்களின் எண்ணிக்கை $= 4xy$

தேவையான மொத்த பக்கங்களின் எண்ணிக்கை $= \dfrac{\text{மொத்தப் படங்களின் எண்ணிக்கை}}{\text{ஒரு பக்கத்தில் உள்ள படங்களின் எண்ணிக்கை}}$

$$= \frac{\overset{25}{\cancel{100}}x^2y^3}{\cancel{4}xy} = 25x^{2-1}y^{3-1}$$

$$= 25xy^2$$

இவற்றை முயல்க

வகுக்க

(i) $12x^3y^2 \div x^2y$ (ii) $-20a^5b^2 \div 2a^3b^7$ (iii) $28a^4c^2 \div 21ca^2$

3.3.2 ஒரு பல்லுறுப்புக் கோவையை ஓருறுப்புக் கோவையால் வகுத்தல்

ஒரு பல்லுறுப்புக் கோவையை, ஓருறுப்புக் கோவையால் வகுக்க, பல்லுறுப்புக் கோவையின் ஒவ்வொரு உறுப்பையும் ஓருறுப்புக் கோவையால் வகுக்க வேண்டும்.

சிந்திக்க

பின்வரும் வகுத்தல் செயல்பாடுகள் சரியானவையா? தவறு எனில், சரி செய்க.

(i) $\dfrac{\cancel{4}y+3}{\cancel{4}} = y + 3$

(ii) $\dfrac{5m^2+\cancel{9}}{\cancel{9}} = 5m^2$

(iii) $\dfrac{2x^2+\overset{2}{\cancel{8}}}{\cancel{4}} = 2x^2 + 2$

எடுத்துக்காட்டு 3.11

$(5y^3 - 25y^2 + 8y)$ ஐ $5y$ ஆல் வகுக்க

தீர்வு:

இங்கு, $(5y^3 - 25y^2 + 8y) \div 5y$

$$= \frac{5y^3 - 25y^2 + 8y}{5y}$$

$$= \frac{5y^3}{5y} - \frac{25y^2}{5y} + \frac{8y}{5y}$$

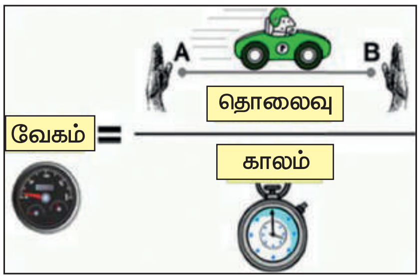
$$= y^{3-1} - 5y^{2-1} + \frac{8}{5}$$

$$= y^2 - 5y + \frac{8}{5}$$

எடுத்துக்காட்டு 3.12

சேது $2x$ மணிநேரத்தில் $(4x^2 + 3xy^2 + 5x)$ கி.மீ தூரம் பயணம் செய்தார் எனில், அவரின் பயண வேகத்தைக் காண்க.

தீர்வு:



$$\text{வேகம்} = \frac{\text{பயணம் செய்த தொலைவு}}{\text{காலம்}}$$

$$= \frac{4x^2 + 3xy^2 + 5x}{2x}$$

$$= \frac{4x^2}{2x} + \frac{3xy^2}{2x} + \frac{5x}{2x}$$

$$= 2x^{2-1} + \frac{3}{2}y^2 + \frac{5}{2}$$

$$\text{வேகம்} = \left(2x + \frac{3}{2}y^2 + \frac{5}{2}\right) \text{ கி.மீ./மணி}$$

எடுத்துக்காட்டு 3.13

$(10m^2 - 5m)$ ஐ $(2m - 1)$ ஆல் வகுக்க.

தீர்வு:

இங்கு, $\frac{10m^2 - 5m}{(2m-1)}$

$$= \frac{5m(2m-1)}{(2m-1)}$$ (தொகுதியில் இருந்து பொதுக் காரணியை எடுக்க)

$$= 5m$$

இவற்றை முயல்க

(i) $(16y^5 - 8y^2) \div 4y$

(ii) $(p^5q^2 + 24p^3q - 128q^3) \div 6q$

(iii) $(4m^2n + 9n^2m + 3mn) \div 4mn$

3.4 சில பொதுவான தவறுகளைத் தவிர்த்தல்

	தவறுகள்	சரியான முறை	காரணம்
1.	$2xx = 2x$	$2xx = 2 \times x^1 \times x^1 = 2x^2$	மாறிகளின் பெருக்கல்
2.	$7xxy = 7xy$	$7xxy = 7 \times x^1 \times x^1 \times y^1$ $= 7x^2y$	மாறிகளின் பெருக்கல்
3.	$-3x - 4x = -1x$	$-3x - 4x = -7x$	ஒத்த குறி உடைய உறுப்புகளைக் கூட்டி, அதே குறியை விடையில் இடவேண்டும்.

4.	$4y+3y+y=7y$	$4y+3y+y=8y$	y என்பது 1y, இதில் கெழு 1 ஐ பொதுவாக எழுதுவது இல்லை, ஆனால் 1 இருப்பதாக கொள்ள வேண்டும்.
5.	$5x+3x=8x^2$	$5x+3x=8x$	ஒத்த உறுப்புகளைக் கூட்டும்போது (அ) கழிக்கும்போது அவைகளின் கெழுக்களை மட்டுமே கூட்டவோ (அ) கழிக்கவோ வேண்டும். மாறிகளை அப்படியே வைத்திருக்க வேண்டும்.
6.	$9x+1=10x$	$9x+1=9x+1$	மாறுபட்ட உறுப்புகளைக் கூட்டவோ அல்லது கழிக்கவோ முடியாது.
7.	$3x+4y=7xy$	$3x+4y=3x+4y$	மாறுபட்ட உறுப்புகளைக் கூட்ட முடியாது.
8.	$x+2=2x$	$x+2=x+2$	மாறுபட்ட உறுப்புகளைக் கூட்ட முடியாது.
9.	$3(4x+9)$ $=12x+9$	$3(4x+9)=12x+27$	பொது காரணி 3 ஆல் கோவையின் அனைத்து உறுப்புகளையும் பெருக்க வேண்டும்.
10.	$5+(3y-4)$ $=15y-20$	$5+(3y-4)$ $=5+3y-4$	இரண்டு காரணிகளுக்கு இடையில் கூட்டல் குறி உள்ளது. பெருக்கல் செய்யக்கூடாது
11.	$-3x(2x^2y-5xy^2+9)$ $=-6x^3y-5xy^2+9)$	$-3x(2x^2y-5xy^2+9)$ $=-6x^3y+15x^2y^2-27x$	பல்லுறுப்புக் கோவையின் ஒவ்வொரு உறுப்பையும் பெருக்குக.
12.	$(-7x^2+2x+3)$ $=-(7x^2+2x+3)$	$-7x^2+2x+3$ $=-(7x^2-2x-3)$	(-1) ஐப் பொது காரணியாக எடுக்கக், கோவையின் அனைத்து உறுப்புகளின் குறிகளும் மாறுபடும்.
13.	$(2x)^2=2x^2$	$(2x)^2=2^2\times x^2=4x^2$	அடைப்புக் குறிகளுக்குள் உள்ள அடிமானத்தின் ஒவ்வொரு காரணிக்கும் அடுக்கு பொதுவானது.
14.	$(2x-5)(3x-4)$ $=6x^2+20$	$(2x-5)(3x-4)$ $=2x(3x-4)-5(3x-4)$ $=6x^2-8x-15x+20$ $=6x^2-23x+20$	பங்கீட்டு விதியைப் பின்பற்றிச் செய்யவேண்டும்.

15.	$(x-9)^2 = x^2 - 9^2$	$(x-9)^2 = (x-9)(x-9)$ $= x^2 - 2(x)(9) + 9^2$ $= x^2 - 18x + 81$	முற்றொருமைகள் $(a+b)^2$, $(a\text{-}b)^2$ ஐப் பயன்படுத்தி ஈருறுப்புக் கோவைகளைப் பெருக்குதல்
16.	$\frac{p^2}{p^5} = p^{5-2} = p^3$	$\frac{p^2}{p^5} = \frac{1}{p^{5-2}} = \frac{1}{p^3}$	அடுக்குக்குறி விதிகள் $x^m \div x^n = x^{m-n}$ இங்கு $m > n$
17.	$\frac{x^2 + \cancel{5}}{\cancel{5}} = x^2$	$\frac{x^2+5}{5} = \frac{x^2}{5} + \frac{5}{5}$ $= \frac{x^2}{5} + 1$	கோவையின் ஒவ்வொரு உறுப்பையும் பகுதியால் வகுக்கவேண்டும்.
18.	$\frac{5\cancel{m}^2}{5\cancel{m}^2} = 0$	$\frac{5\cancel{m}^2}{5\cancel{m}^2} = 1$	ஓர் உறுப்பை அதே உறுப்பால் வகுத்தால் விடை 1 வரும்.

பயிற்சி 3.2

1. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக

   (i) $\frac{18m^4(__)}{2m^3n^3} = ____ mn^5$ (ii) $\frac{l^4m^5n^{(__)}}{2lm^{(__)}n^6} = \frac{l^3m^2n}{2}$ (iii) $\frac{42a^4b^5(__)}{6a^4b^2} = (__)b^3c^2$

2. சரியா? அல்லது தவறா? எனக் கூறுக.

   (i) $8x^3y \div 4x^2 = 2xy$ (ii) $7ab^3 \div 14ab = 2b^2$

3. வகுக்க.

   (i) $27y^3 \div 3y$ (ii) $x^3y^2 \div x^2y$

   (iii) $45x^3y^2z^4 \div (-15xyz)$ (iv) $(3xy)^2 \div 9xy$

4. சுருக்குக.

   (i) $\frac{3m^2}{m} + \frac{2m^4}{m^3}$ (ii) $\frac{14p^5q^3}{2p^2q} - \frac{12p^3q^4}{3q^3}$

5. வகுக்க:

   (i) $(32y^2 - 8yz) \div 2y$ (ii) $(4m^2n^3 + 16m^4n^2 - mn) \div 2mn$

   (iii) $10(4x - 8y) \div 5(x - 2y)$ (iv) $81(p^4q^2r^3 + 2p^3q^3r^2 - 5p^2q^2r^2) \div (3pqr)^2$

6. ஆதிரை $100m^2np$ இக்கு $25m^3n^2p$ மதிப்பெண் எடுத்தால், எனில் அவளின் மதிப்பெண் சதவீதத்தைக் காண்க.

7. தவறுகளைக் கண்டறிந்துச் சரிசெய்க.

   (i) $7y^2 - y^2 + 3y^2 = 10y^2$ (ii) $6xy + 3xy = 9x^2y^2$

   (iii) $m(4m-3) = 4m^2 - 3$ (iv) $(4n)^2 - 2n + 3 = 4n^2 - 2n + 3$

   (v) $(x-2)(x+3) = x^2 - 6$

3.5 முற்றொருமைகள்

நாம் சென்ற வகுப்பில் அடிப்படை இயற்கணித முற்றொருமைகள் பற்றி படித்துள்ளோம். இயற்கணித முற்றொருமை என்பது ஒரு சமன்பாடு ஆகும். அதில் உள்ள மாறிகள் எந்த ஒரு மதிப்புக்கும் அச்சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும், இப்போது நாம் சென்ற வகுப்பில் படித்த நான்கு முற்றொருமைகளை நினைவு கூர்வோம். அவை

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $\quad$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a^2 - b^2) = (a+b)(a-b)$ $\quad$ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

இவற்றை முயல்க

பின்வருவனவற்றை விரிவாக்குக.

1. $(p+2)^2 =$ ....
2. $(3-a)^2 =$ ....
3. $(6^2 - x^2) =$ ....
4. $(a+b)^2 - (a-b)^2 =$ ....
5. $(a+b)^2 = (a+b)\times$ ....
6. $(m+n)(.....) = m^2 - n^2$
7. $(m+-)^2 = m^2 + 14m + 49$
8. $(k^2 - 49) = (k + ...)(k - ...)$
9. $m^2 - 6m + 9 =$ ....
10. $(m-10)(m+5) =$ ....

3.5.1 முற்றொருமைகளின் பயன்பாடு

இயற்கணிதக் கோவைகளின் பெருக்கல் மூலம் தீர்வு காணும் கணக்குகளை இயற்கணித முற்றொருமைகளைப் பயன்படுத்தி மாற்றுமுறையில் தீர்வு காணமுடியும்.

குறிப்பு

$(c+d)^2 = c^2+d^2$ என்பது தவறு. $(c+d)^2 = c^2+2cd+d^2$ என்பது சரியான விரிவு ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.14

$(3a+4c)^2$ இன் மதிப்பை $(a+b)^2$ என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

தீர்வு:

$(3a+4c)^2$ ஐ $(a+b)^2$ உடன் ஒப்பிட நமக்கு $a = 3a, b = 4c$ எனக் கிடைக்கிறது

இங்கு $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$\therefore \quad (3a+4c)^2 = (3a)^2 + 2(3a)(4c) + (4c)^2$ (a, b மதிப்புகளைப் பிரதியிட)

மேலும், $\quad = 3^2a^2 + (2\times3\times4)(a\times c) + 4^2c^2$

$(3a+4c)^2 = 9a^2 + 24ac + 16c^2$

எடுத்துக்காட்டு 3.15

998^2 ன் மதிப்பை $(a-b)^2$ என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

தீர்வு:

998 ஐ $(1000-2)$ என எழுத இயலும்.

$\therefore \quad (998)^2 = (1000-2)^2$

இது $(a-b)^2$, உடன் ஒப்பிட நமக்கு $a = 1000, \quad b = 2$ எனக் கிடைக்கிறது.

இங்கு $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$$(1000-2)^2 = (1000)^2 - 2(1000)(2) + (2)^2$$
$$= 1000000 - 4000 + 4$$
$$(998)^2 = 996004$$

சிந்திக்க

$(3a)^2$ க்கு சமமானது எது?

(i) $3a^2$ (ii) 3^2a

(iii) $6a^2$ (iv) $9a^2$

எடுத்துக்காட்டு 3.16

$(3x+5y)(3x-5y)$ ன் மதிப்பை $(a+b)\ (a-b)$ என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

தீர்வு:

இங்கு, $(3x+5y)(3x-5y)$

$(a+b)(a-b)$ உடன் ஒப்பிட நமக்கு $a = 3x$ $b = 5y$ எனக் கிடைக்கிறது.

இங்கு $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

$$(3x+5y)(3x-5y) = (3x)^2 - (5y)^2 \qquad (a,\ b \text{ மதிப்புகளை பிரதியிட})$$
$$= 3^2x^2 - 5^2y^2$$
$$(3x+5y)(3x-5y) = 9x^2 - 25y^2$$

எடுத்துக்காட்டு 3.17

$y^2 - 16$ ஐ $a^2 - b^2$ என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்தி விரிவாக்குக.

தீர்வு:

$y^2 - 16$ ஐ $y^2 - 4^2$ என எழுதலாம்.

$a^2 - b^2$ உடன் ஒப்பிட நமக்கு $a = y, b = 4$ எனக் கிடைக்கிறது.

இங்கு $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

$$y^2 - 4^2 = (y+4)(y-4)$$
$$y^2 - 16 = (y+4)(y-4)$$

எடுத்துக்காட்டு 3.18

$(5x+3)(5x+4)$ ஐ $(x+a)\ (x+b)$ என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திச் சுருக்குக.

தீர்வு:

$(5x+3)(5x+4)$ ஐ $(x+a)(x+b)$ உடன் ஒப்பிட, $x = 5x$ மற்றும் $a = 3,\ b = 4$ எனக் கிடைக்கிறது

$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ (x, a மற்றும் b ன் மதிப்புகளைப் பிரதியிட)

$$(5x+3)(5x+4) = (5x)^2 + (3+4)\ (5x) + (3)\ (4)$$
$$= 5^2x^2 + (7)(5x) + 12$$
$$(5x+3)(5x+4) = 25x^2 + 35x + 12$$

இவற்றை முயல்க

பொருத்தமான முற்றொருமையைப் பயன்படுத்தி விரிவாக்குக.

1) $(3p+2q)^2$ 2) $(105)^2$ 3) $(2x-5d)^2$

4) $(98)^2$ 5) $(y-5)(y+5)$ 6) $(3x)^2-5^2$

7) $(2m+n)(2m+p)$ 8) 203×197

9) $(x-2)$ பக்க அளவுள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவு காண்க.

10) நீளம் மற்றும் அகலம் முறையே $(y+4)$ மற்றும் $(y-3)$ என கொண்ட செவ்வகத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

3.6. கன முற்றொமைகள்:

I. $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

மாற்று முறை

$\times$	a^2	$2ab$	b^2
a	a^3	$2a^2b$	ab^2
b	a^2b	$2ab^2$	b^3

$=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

இந்தக் கன முற்றொருமையை நேரடிப் பெருக்கல் மூலம் சரிபார்க்கலாம்,

இங்கு LHS $=(a+b)^3$

$=[(a+b)(a+b)](a+b)$ (விரிவாக்க நிலை)

$=(a+b)^2(a+b)$

$=(a^2+2ab+b^2)(a+b)$ (முற்றொமையைப் பயன்படுத்துக)

$=a(a^2+2ab+b^2)+b(a^2+2ab+b^2)$ (பங்கீட்டு வீதியைப் பயன்படுத்துக)

$=a^3+2a^2b+ab^2+ba^2+2ab^2+b^3$

$=a^3+(2a^2b+ba^2)+(ab^2+2ab^2)+b^3$ (ஒத்த உறுப்புகளைச் சேர்க்க)

$=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$=RHS$

$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

இங்கு, நேரடிப் பெருக்கல் மூலம் கன முற்றொருமையை சரி பார்த்தோம்.

FVXDMU

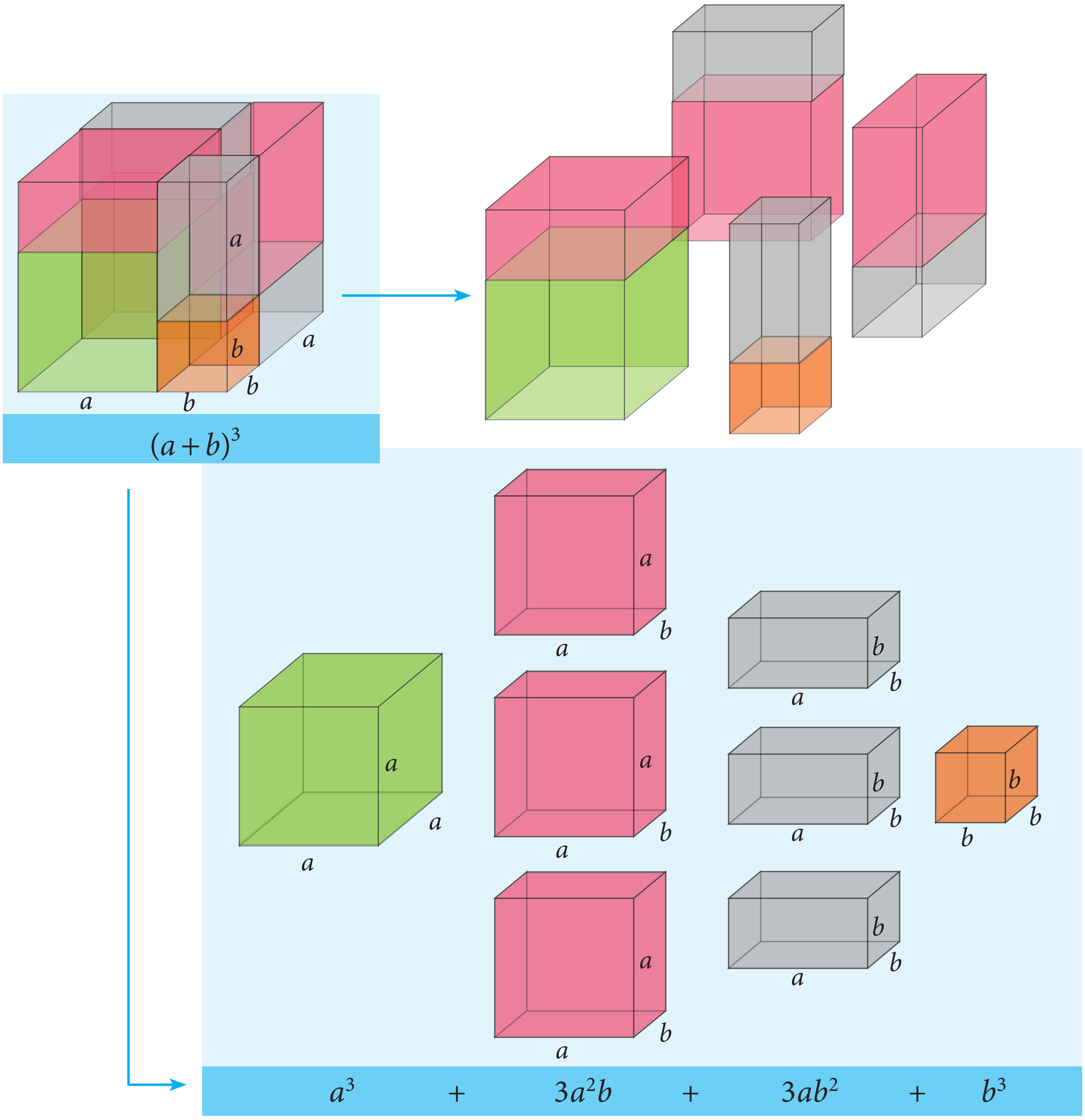
வடிவியல் விளக்கம்.

இங்கு $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

இங்கு இடக்கைப் பக்கத்தில் $(a+b)$ பக்க அளவுள்ள ஒரு கன சதுரம் உள்ளது. அதன் கன அளவானது, 'a' பக்க அளவுள்ள கனச்சதுரம், (a, a, b) அலகுகள் பக்க அளவுள்ள மூன்று கனச் செவ்வகம், (a, b, b) அலகுகள் கொண்ட மேலும் மூன்று கன செவ்வகம் மற்றும் 'b' அலகுகள் உள்ள கனச்சதுரம் இவற்றின் கன அளவுகளின் கூடுதலுக்குச் சமம்.

பக்க அளவு $(a+b)$ அலகுகள் கொண்ட கன சதுரத்தின் உள்ளே இந்த 8 உருவங்களைப், பொருத்திப் பார்க்கும் செயல்பாடுகள் மூலம் நாம் பார்க்க இயலும்.

எனவே $(a+b)$ பக்க அளவுள்ள கனச்சதுரத்தின் கன அளவு என்பது 2 கனச்சதுரம், 6 கனச் செவ்வகம், ஆக மொத்தம் 8 உருவங்களின் மொத்த கன அளவுக்குச் சமம் என முடிவு செய்யலாம்.



ஒரு தளத்தில் $(a+b)^2$ இன் வடிவியல் நிரூபணத்தை எளிதாக நிரூபிக்கலாம். ஏனெனில் தளத்தில் நீளம், அகலம் மட்டுமே உள்ளது. இதுவே $(a+b)^3$ இக்கு கன சதுரம் மற்றும் கன செவ்வகம் போன்ற முப்பரிமாண உருவங்கள் பயன்படுத்தியே நிரூபிக்க இயலும். இதற்கு வடிவியல் நிரூபணம் தளத்தில் செய்து பார்க்க முடியாது. ஏனெனில் தளத்திற்கு உயரம் கிடையாது.

II $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3a^2b - b^3$

இந்தக் கன முற்றொருமையை நேரடிப் பெருக்கல் மூலம் சரிபார்க்கலாம்.

L.H.S $(a-b)^3 = (a-b)(a-b)(a-b)$

$= (a-b)^2 \times (a-b)$

$= (a^2 - 2ab + b^2)(a-b)$

$= a(a^2 - 2ab + b^2) - b(a^2 - 2ab + b^2)$

$= a^3 - 2a^2b + ab^2 - ba^2 + 2ab^2 - b^3$

செயல்பாடு

$(a+b)^3$ இன் வடிவியல் நிரூபணத்தை உன்னுடைய ஆசிரியர் துணையுடன் செய்து காணலாம்.

$$= a^3 - 2a^2b + ba^2 + ab^2 + 2ab^2 - b^3$$
$$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$
$$= RHS$$
$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3a^2b - b^3$$

மாற்று முறை

$\times$	a^2	$-2ab$	b^2
a	a^3	$-2a^2b$	ab^2
$-b$	$-a^2b$	$2ab^2$	$-b^3$

$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

இங்கு, நேரடிப் பெருக்கல் மூலம் கன முற்றொருமையை சரி பார்த்தோம்

வடிவியல் விளக்கம்

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3a^2b - b^3$$

பக்க அளவு 'a' அலகுகள் உள்ள கனச்சதுரத்தை எடுத்துக்கொள்வோம். 'b' அலகு உள்ள மற்றொரு கனச்சதுரத்தை எடுத்து $(b<a)$ மேற்கண்ட கனச்சதுரத்தின் ஒரு மூலையில் பொருத்தவும்.படத்தை நிறைவு செய்யும் போது பக்கங்களைப் பொருத்துக் கனச்சதுரம், கனச்செவ்வகத்தினை பெறலாம்.

எனவே 'a' அலகு பக்க அளவுள்ள கனச்சதுரத்திலிருந்து பக்க அளவு (a, a ,b) அலகுகள் உள்ள மூன்று கனச்செவ்வகங்கள் மற்றும் பக்க அளவு 'b' அலகுகள் கொண்ட கனச் சதுரத்தை நீக்கியும், பக்க அளவுகள் (a, b, b) அலகுகள் கொண்ட மூன்று கனச்செவ்வகங்களை சேர்த்தும் பக்க அளவு $(a-b)$ உள்ள கனச்சதுரத்தின் கன அளவினைப் பெறலாம்.

III $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$

$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ என்ற முற்றொருமையை நமக்குத் தெரியும். அதனுடன் $(x+c)$ என்ற ஈருறுப்புக் கோவையைப் பெருக்க நமக்குக் கிடைப்பது.

$$(x+a)(x+b)(x+c) = [(x+a)(x+b)](x+c)$$
$$= (x^2 + (a+b)x + ab) \times (x+c)$$
$$= x\left[x^2 + (a+b)x + ab\right] + c\left[x^2 + (a+b)x + ab\right] \quad \text{(பங்கீட்டு விதி)}$$
$$= x^3 + (a+b)x^2 + abx + cx^2 + (a+b)xc + abc$$
$$= x^3 + ax^2 + bx^2 + abx + cx^2 + acx + bcx + abc$$
$$= x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc \quad (x^2, x \text{ உறுப்புக்களைச் சேர்க்க})$$
$$(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$$

வடிவியல் விளக்கம்:–

மேற்கூறிய முற்றொருமையின் வடிவியல் விளக்கம் என்பது, $(x+a)$, $(x+b)$, $(x+c)$ என்ற பக்க அளவுகளை நீளம், அகலம் மற்றும் உயரமாகக் கொண்ட கனச் செவ்வகம், அதனுடைய கன அளவு $(l \times b \times h)$ அதாவது $v=(x+a)(x+b)(x+c)$ ஆகும். இந்தக் கனச்செவ்வகமானது பக்க அளவு 'x' அலகுகள் கொண்ட கனச்சதுரம், பக்க அளவுகள் (a,x,x) (b,x,x) மற்றும் (c,x,x) அலகுகள் கொண்ட மூன்று கனச்செவ்வகங்கள், பக்க அளவுகள் (a,b,x) (b,c,x) மற்றும் (c,a,x) அலகுகள் கொண்ட மூன்று கனச் செவ்வகங்கள் மற்றும் பக்க அளவு (a,b,c) அலகுகள் கொண்ட கனச்செவ்வகம் ஆகியவற்றை உள்ளடக்கியது ஆகும்.

இவ்வாறு கன முற்றொருமைகளைத் தொகுக்கலாம்

- $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$

மாற்று வடிவங்கள்.

மேற்கண்ட முற்றொமையின் மாற்று வடிவங்கள்.

(i) $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$= a^3 + 3ab(a+b) + b^3$

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

மேலே இருந்து, $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$ (($(a+b)$ என்ற பொதுக் காரணியை வெளியே எடுக்க)

$= (a+b)\left((a+b)^2 - 3ab\right)$

$= (a+b)\left(a^2 + b^2 + 2ab - 3ab\right)$ (($(a+b)^2$ என்ற முற்றொமையைப் பயன்படுத்துக)

$= (a+b)\left(a^2 + b^2 - ab\right)$

$$a^3 + b^3 = (a+b)\left(a^2 - ab + b^2\right)$$

(ii) இங்கு $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$(a-b)^3 = a^3 - 3ab(a-b) - b^3$

$$(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$$

மேலே இருந்து, $a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$

$= (a-b)\left((a-b)^2 + 3ab\right)$ (($(a-b)$ என்ற பொதுக் காரணியை வெளியே எடுக்க)

$= (a-b)\left(a^2 + b^2 - 2ab + 3ab\right)$

$= (a-b)\left(a^2 + b^2 + ab\right)$

$$a^3 - b^3 = (a-b)\left(a^2 + ab + b^2\right)$$

3.6.1 கன முற்றொமைகளின் பயன்பாடு:–

$\mathbf{(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}$ என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்துதல்

எடுத்துக்காட்டு 3.19

விரிவாக்குக $(x+4)^3$

தீர்வு:

இங்கு $(x+4)^3$ ஐ $(a+b)^3$ என்ற முற்றொருமையுடன் ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது $a = x$, $b = 4$

எனவே $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(x+4)^3 = (x)^3 + 3(x)^2(4) + 3(x)(4)^2 + (4)^2$ (a, b மதிப்புகளைப் பிரதியிட)

$= (x)^3 + 3x^2(4) + 3(x)(16) + 16$

$(x+4)^3 = x^3 + 12x^2 + 48x + 16$

$(4)^2 = 4 \times 4 = 16$

$(4)^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

எடுத்துக்காட்டு 3.20

$(103)^3$ இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

இங்கு, $(103)^3 = (100+3)^3$ ஐ

$(a+b)^3$ என்ற முற்றொருமையுடன் ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது $a = 100, b = 3$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ (a, b மதிப்புகளைப் பிரதியிட)

$(100+3)^3 = (100)^3 + 3(100)^2(3) + 3(100)(3)^2 + (3)^3$

$= 1000000 + 3(10000)(3) + 3(100)(9) + 27$

$= 1000000 + 90000 + 2700 + 27$

$(103)^3 = 1092727$

II. $\mathbf{(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}$ என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்துதல்.

எடுத்துக்காட்டு 3.21

விரிவாக்குக: $(y-5)^3$

தீர்வு:

இங்கு $(y-5)^3$ ஐ $(a-b)^3$, என்ற முற்றொமையுடன் ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது $a = y, b = 5$

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$(y-5)^3 = (y)^3 + 3(y)^2(5) + 3(y)(5)^2 - (5)^3$

$= (y)^3 + 3y^2(5) + 3(y)(25) - 125$

$(y-5)^3 = y^3 - 15y^2 + 75y - 125$

எடுத்துக்காட்டு 3.22

$(98)^3$ ன் மதிப்பைக் காண்க

தீர்வு:

இங்கு, $(98)^3 = (100-2)^3$

$(a-b)^3$ என்ற முற்றொருமையுடன் ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது $a = 100, b = 2$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(100-2)^3 = (100)^3 - 3(100)^2(2) + 3(100)(2)^2 + (2)^2$$

$$= 1000000 - 3(10000)(2) + 3(100)(4) - 8$$

$$= 1000000 - 60000 + 1200 - 8$$

$$= 941192$$

III. $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$ என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்துதல்

எடுத்துக்காட்டு 3.23

விரிவாக்குக: $(x+3)(x+5)(x+2)$

தீர்வு:

$(x+a)(x+b)(x+c)$ என்ற முற்றொருமையுடன் ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது, $x = x$, $a = 3$, $b = 5$, $c = 2$

$$\boxed{(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc}$$

$$(x+3)(x+5)(x+2) = (x)^3 + (3+5+2)(x)^2 + (3\times5 + 5\times2 + 2\times3)x + (3)(5)(2)$$

$$= x^3 + 10x^2 + (15+10+6)x + 30$$

$$(x+3)(x+5)(x+2) = x^3 + 10x^2 + 31x + 30$$

இவற்றை முயல்க

விரிவாக்குக : (i) $(x+4)^3$ (ii) $(y-2)^3$ (iii) $(x+1)(x+3)(x+5)$

பயிற்சி 3.3

1. விரிவாக்குக
   (i) $(3m+5)^2$ (ii) $(5p-1)^2$ (iii) $(2n-1)(2n+3)$ (iv) $4p^2 - 25q^2$

2. விரிவாக்குக
   (i) $(3+m)^3$ (ii) $(2a+5)^3$ (iii) $(3p+4q)^3$
   (iv) $(52)^3$ (v) $(104)^3$

3. விரிவாக்குக
   (i) $(5-x)^3$ (ii) $(2x-4y)^3$ (iii) $(ab-c)^3$
   (iv) $(48)^3$ (v) $(97xy)^3$

4. சுருக்குக
   (i) $(5y+1)(5y+2)(5y+3)$ (ii) $(p-2)(p+1)(p-4)$

5. $(x+1)$ செ.மீ பக்க அளவுள்ள கனச்சதுரத்தின் கன அளவைக் காண்க.

6. $(x+2), (x-1)$ மற்றும் $(x-3)$ ஆகிய பக்க அளவுகள் கொண்ட கனச்செவ்வகத்தின் கன அளவைக் காண்க.

3.7 காரணிப்படுத்துதல்

ஆசிரியர் : 12 என்ற எண்ணை இரண்டு எண்களின் பெருக்கற்பலனாகப் பல வழிகளில் எழுத முடியுமா?

மாணவர்கள் : ஆம், ஐயா 12 ஐ

$$1\times 12 = 12,\quad 2\times 6 = 12,\quad 3\times 4 = 12$$

என எழுத முடியும் மேலும் அதே எண்களை மாற்றிப் பெருக்கினாலும் 12 கிடைக்கும்.

ஆசிரியர் : 1, 2, 3, 4, 6 மற்றும் 12 ஆகிய எண்களை எவ்வாறு அழைப்போம்?

மாணவர்கள் : அந்த எண்கள் 12 ன் காரணிகள் என்று அழைப்போம்?

ஆசிரியர் : ஆம், பெருக்கல் வாய்ப்பாட்டைப் பயன்படுத்தி எந்த எண்ணின் காரணிகளையும் நாம் காணமுடியும். எந்த ஒரு எண்ணையும், இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட எண்களின் பெருக்கற்பலனாக எழுதுவதைக் **காரணிப்படுத்துதல்** என்கிறோம். அதே எண் 12 ஐப் பகாக் காரணிகளின் பெருக்கற்பலனாகக் கூட எழுதலாம். $12 = 2\times 2\times 3$ இதனைப் **பகாக் காரணிபடுத்துதல்** என்கிறோம்.

ஆசிரியர் : இயற்கணிதக் கோவையை எவ்வாறு காரணிப்படுத்துவீர்கள்? ஆம். கொடுக்கப்பட்ட கோவையை இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட கோவைகளின் பெருக்கற்பலனாக எழுத முடிந்தால் அதனைக் கோவைகளின் காரணிப்படுத்துதல் என்கிறோம்.

எடுத்துக்காட்டாக (i) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ இங்கு $(a+b)$ மற்றும் $(a-b)$ ஆகியவை a^2-b^2 இன் இரண்டு காரணிகள் ஆகும்.

(ii) $5y+30=5(y+6)$ இங்கு 5 மற்றும் $(y+6)$ ஆகியவை $5y+30$ இன் இரண்டு காரணிகள் ஆகும்.

மேலும் எந்த ஒரு கோவையையும் நாம் (1) x (கோவை) எனக் காரணிப்படுத்தலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக a^2-b^2 என்பதனை $(1)\times(a^2-b^2)$ அல்லது $(-1)\times(b^2-a^2)$ என காரணிப்படுத்த முடியும். ஏனென்றால் எண் 1, அனைத்து எண்கள் மற்றும் கோவைகளின் காரணி ஆகும்.

குறிப்பு

பகா எண்கள்	ஒன்றாலும், தன்னாலும் வகுபடக் கூடிய எண்கள் அல்லது இரண்டு காரணிகளை மட்டுமே உடைய எண்கள். எடுத்துக்காட்டு: 2, 3, 5. 7. 11, ...
பகு எண்கள்	இரண்டுக்கும் மேற்பட்ட காரணிகளை உடைய எண்கள். எடுத்துக்காட்டு: 4, 6, 8, 9, 10, 12, ...

எண் 1 பகு எண்ணும் அல்ல பகா எண்ணும் அல்ல.

எண் 2 மட்டுமே ஓர் இரட்டைப் பகா எண் ஆகும்.

எண் 1 அனைத்து எண்களுக்கும் காரணியாகும்.

எனவே, நாம் கோவைகளைக் காரணிப்படுத்தும்போது, கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவற்றுள் பொருத்தமானக் காரணிப்படுத்துதல் முறையைப் பின்பற்றி இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட காரணிகளைப் பெறலாம் (1 ஐ தவிர).

வகை: 1 ஒவ்வொரு உறுப்பிலும் உள்ள பொதுக் காரணியை வெளியே எடுத்துக் காரணிப்படுத்துதல்

கோவையில் உள்ள அனைத்துப் பொதுக் காரணிகளையும் வெளியே எடுத்து காரணிகளை வரிசைப்படுத்த வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.24

காரணிப்படுத்துக: $2m^3 - 5m^2 + 9m$

தீர்வு:

இங்கு ($2m^3 - 5m^2 + 9m$) இல் பொதுக் காரணி m ஐ வெளியே எடுக்க நமக்குக் கிடைப்பது.

$$= m(2m^2 - 5m + 9)$$

எடுத்துக்காட்டு 3.25

காரணிப்படுத்துக: $4x^2y + 8xy$

தீர்வு:

இங்கு, $4x^2y + 8xy$ ஐ கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்

$$= (2\times 2\times x\times x\times y) + (2\times 2\times 2\times x\times y)$$

$2, 2, x, y$ என்ற பொதுக் காரணிகளை வெளியே எடுக்க, நமக்குக் கிடைப்பது,

$$= 2\times 2\times x\times y(x+2)$$

$$= 4xy(x+2)$$

வகை: 2 ஒவ்வொரு உறுப்பில் இருந்தும் பொதுவாக உள்ள ஈருறுப்புக் காரணியை வெளியே எடுத்து காரணிப்படுத்துதல்.

எடுத்துக்காட்டு 3.26

காரணிப்படுத்துக: $(2x+5)(x-y)+(4y)(x-y)$

தீர்வு:

இங்கு $(2x+5)(x-y)+(4y)(x-y)$

$(x-y)$ என்ற பொதுக் காரணியை வெளியே எடுக்க, நமக்கு கிடைப்பது,

$$= (x-y)(2x+5+4y)$$

வகை: 3 ஒன்றாகச் சேர்த்துக் காரணிப்படுத்துதல்.

சில நேரங்களில், கொடுக்கப்பட்ட கோவைகளில், பொதுக்காரணிகளைக் கொண்ட உறுப்புகளை மட்டும் ஒன்றாகச் சேர்த்து, அவ்வுறுப்புகளில் உள்ள பொதுக்காரணியை வெளியே எடுப்பதன் மூலம் எளிமையாகக் காரணிப்படுத்த இயலும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.27

காரணிப்படுத்துக : $x^2 + yz + xy + xz$

தீர்வு:

இங்கு, $x^2 + yz + xy + xz$

பொருத்தமான முறையில் உறுப்புகளைச் சேர்க்க. $=(x^2+xy)+(yz+xz)$

$$=x(x+y)+z(y+x)$$

$$=x(x+y)+z(x+y) \quad \text{(பரிமாற்றுப் பண்பு)}$$

$(x+y)$ என்ற பொதுக் காரணியை வெளியே எடுக்க, நமக்குக் கிடைப்பது

$$=(x+y)[x+z]$$

வகை: 4 முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திக் காரணிப்படுத்துதல்

(i) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

(ii) $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

(iii) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

எடுத்துக்காட்டு 3.28

காரணிப்படுத்துக: $x^2+8x+16$

தீர்வு:

இங்கு, $x^2+8x+16$

x^2+8x+4^2 என எழுதலாம்

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ உடன் ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது $a=x$; $b=4$

$$(x^2)+2(x)(4)+(4)^2=(x+4)^2$$

$$x^2+8x+16=(x+4)^2$$

எடுத்துக்காட்டு 3.29

காரணிப்படுத்துக: $49x^2-84xy+36y^2$

தீர்வு:

இங்கு, $49x^2-84xy+36y^2 = 7^2x^2-84xy+6^2y^2$

$$= (7x)^2-2(7x)(6y)+(6y)^2$$

$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ உடன் ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது $a=7x$, $b=6y$

$$(7x)^2-2(7x)(6y)+(6y)^2=(7x-6y)^2$$

$$\therefore \quad 49x^2-84xy+36y^2=(7x-6y)^2$$

எடுத்துக்காட்டு 3.30

காரணிப்படுத்துக: $49x^2-64y^2$

தீர்வு:

இங்கு, $49x^2-64y^2 = 7^2x^2-8^2y^2$

$$= (7x)^2-(8y)^2$$

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ உடன் ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது $a=7x$, $b=8y$

எனவே $(7x)^2-(8y)^2 = (7x+8y)(7x-8y)$

வகை: 5 (ax^2+bx+c) என்ற வடிவில் உள்ள கோவையைக் காரணிப்படுத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 3.31

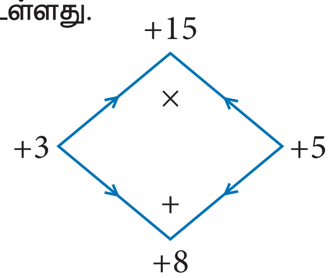
காரணிப்படுத்துக: $x^2+8x+15$

Product = 15	Sum = 8
1×15 = 15	1+15 = 16
3 × 5 = 15	3+5 = 8 ✓

தீர்வு:

$x^2+8x+15$ என்ற கோவை ax^2+bx+c என்ற வடிவத்தில் உள்ளது.

இங்கு $a=1, b=8, c=15$



பெருக்கு தொகை $= a\times c$ கூடுதல் $= b$

$= 1\times 15$ $b=8$

$= x^2+8x+15$

$= (x^2+3x)+(5x+15)$ (நடு உறுப்பு $8x$ ஐ $3x+5x$ என பிரித்து எழுத)

$= x(x+3)+5(x+3)$ (பொதுக் காரணி $x+3$ ஐ வெளியே எடுக்க)

$= (x+3)(x+5)$

$x^2+8x+15 = (x+5)(x+3)$

எடுத்துக்காட்டு 3.32

காரணிப்படுத்துக: $7c^2+2c-5$

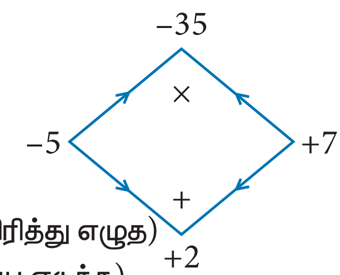
Product = −35	Sum = 2
1×(−35) = −35	1−35 = −34
−1 × 35 = −35	−1+35 = 34
5 × (−7) = −35	5−7 = −2
−5 × 7 = −35	−5+7 = 2 ✓

தீர்வு:

ax^2+bx+c என்ற வடிவத்தில் உள்ளது.

இங்கு $a=7,\ b=2,\ c=-5$

பெருக்கு தொகை $= a\times c = 7\times(-5) = -35$ கூடுதல் $b = 2$



$= 7c^2+2c-5$

$= (7c^2-5c)+(7c-5)$ (நடு உறுப்பு $2c$ ஐ $-5c+7c$ என பிரித்து எழுத)

$= c(7c-5)+1(7c-5)$ (பொதுக் காரணி $7c-5$ ஐ வெளியே எடுக்க)

$= (7c-5)(c+1)$

இவற்றை முயல்க

பின்வருவனவற்றைக் காரணிப்படுத்துக:

1) $3y+6$ 2) $10x^2+15y^2$ 3) $7m(m-5)+1(5-m)$ 4) $64-x^2$

3.7.1 கன முற்றொருமைகளைப் பயன்படுத்திக் காரணிப்படுத்துதல்

கன முற்றொருமைகள்

(i) $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

(ii) $(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

மேற்கண்ட முற்றொருமைகளின் காரணி வடிவம்

(i) $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

(ii) $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

I. $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$ என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திக் காரணிப்படுத்துக

குறிப்பு

(i) $8a^3=2\times2\times2\times a^3$

$=2^3a^3 \quad =(2a)^3$

(ii) $125 = 5\times5\times5 = 5^3$

எடுத்துக்காட்டு 3.33

காரணிப்படுத்துக: x^3+125

தீர்வு:

இங்கு x^3+125 ஐ x^3+5^3 என எழுதலாம்

x^3+5^3 ஐ a^3+b^3 உடன் ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது $a=x$, $b=5$

$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

$x^3+5^3=(x+5)(x^2-(x)(5)+5^2)$

$x^3+5^3=(x+5)(x^2-5x+25)$

குறிப்பு

முழுக்கண எண்கள்

எந்தவொரு எண்ணையும் $x\times x\times x$ என எழுத முடித்தால் அந்த எண் ஒரு முழு கன எண்ணாகும்.

எடுத்துக்காட்டு

$8=2\times2\times2=2^3$

$27=3\times3\times3=3^3$

$125=5\times5\times5=5^3$

8, 27, 125,.. முழுக்கண எண்கள்

எடுத்துக்காட்டு 3.34

காரணிப்படுத்துக: $8p^3+q^3$

தீர்வு:

இங்கு $8p^3+q^3$ ஐ

$=2^3p^3+q^3$

$=(2p)^3+q^3$ என எழுதலாம்

a^3+b^3 உடன் ஒப்பிட, நமக்குக் கிடைப்பது $a=2p, b=q$

இங்கு $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

$(2p)^3+q^3=(2p+q)[(2p)^2-(2p)(q)+q^2]$

$8p^3+q^3=(2p+q)[4p^2-2pq+q^2]$

II. $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$ என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திக் காரணிப்படுத்துதல்

எடுத்துக்காட்டு 3.35

காரணிப்படுத்துக: a^3-8

தீர்வு:

இங்கு a^3-8 ஐ a^3-2^3 என எழுதலாம்

a^3-b^3 உடன் ஒப்பிட, நமக்குக் கிடைப்பது $a=a, b=2$

$\therefore \quad a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

$a^3-2^3=(a-2)(a^2+a(2)+2^2)$

$a^3-8=(a-2)(a^2+2a+4)$

LU8SZS

எடுத்துக்காட்டு 3.36

காரணிப்படுத்துக: $81x^3 - 3y^3$

தீர்வு:

இங்கு $81x^3 - 3y^3 = 3(27x^3 - y^3)$

$= 3(3^3x^3 - y^3)$

$= 3[(3x)^3 - y^3]$

$a^3 - b^3$,உடன் ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது $a = 3x$, $b = y$

$= 3\left\{(3x - y)\left[(3x)^2 + (3x)(y) + y^2\right]\right\}$

எனவே, $81x^3 - 3y^3 = 3\left\{(3x - y)[9x^2 + 3xy + y^2]\right\}$

நாம் இதுவரை காரணிப்படுத்திய கோவைகள் அனைத்தும் காரணிபடுத்தும் வகையில் இருந்தது. இது தவிர பல கோவைகள் மேலே கூறிய வழிகளில் காரணிப்படுத்த முடியாத வகையில் இருக்கும். எடுத்துக்காட்டாக $x^2 + 3x + 13$, $2y^2 - 7x + 17$ மேற்கண்டவழிகளில் காரணிப்படுத்த முடியாது. இது போன்ற கோவைகளைக் காரணிப்படுத்த மேல் வகுப்பில் கற்றக்கொள்வீர்கள்.

இணையச்செயல்பாடு **இயற்கணிதம்**

படி – 1 கூகுள் தேடுபொறியில் தட்டச்சு செய்யவும் (அ) விரைவுக் குறியீட்டினை (QR CODE) பயன்படுத்தவும்

படி – 2 கொடுக்கப்பட்டதலைப்புகளுள்ஏதேனும்ஒன்றைதேர்வுசெய்யவும்

படி – 3 உதாரணமாக "Balance While adding and subtracting", என்பதின்மீதுசொடுக்கவும்.

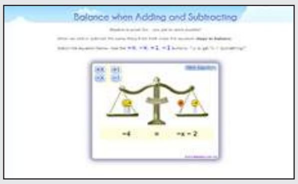
படி – 4 இதேபோன்றுபல்வேறுசெயல்பாடுகளைசெய்துபார்க்கவும்

இந்த செயல்பாடு மூலம் அடிப்படை இயற்கணிதம், பல்லுறுப்புக் கோவைகள், அடுக்குக்குறி விதிகள் போன்றவற்றை அறிய இயலும்.

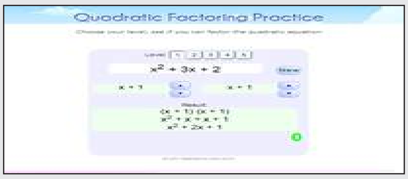
படி 1

படி 2

படி 3



படி 4



B355_8_MATHS_TM

பயிற்சி 3.4

1. பொதுக் காரணியை வெளியே எடுத்துக் காரணிப்படுத்துக.

(i) $18xy - 12yz$ (ii) $9x^5y^3 + 6x^3y^2 - 18x^2y$

(iii) $x(b-2c) + y(b-2c)$ (iv) $(ax+ay)+(bx+by)$

(v) $2x^2(4x-1) - 4x + 1$ (vi) $3y(x-2)^2 - 2(2-x)$

(vii) $6xy - 4y^2 + 12xy - 2yzx$ (viii) $a^3 - 3a^2 + a - 3$

(ix) $3y^3 - 48y$ (x) $ab^2 - bc^2 - ab + c^2$

2. பின்வரும் கோவைகளைக் காரணிப்படுத்துக.

(i) $x^2 + 14x + 49$ (ii) $y^2 - 10y + 25$

(iii) $c^2 - 4c - 12$ (iv) $m^2 + m - 72$

(v) $4x^2 - 8x + 3$

3. பின்வரும் கோவைகளை $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$ என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திக் காரணிப்படுத்துக.

(i) $h^3 + k^3$ (ii) $2a^3 + 16$ (iii) $x^3y^3 + 27$

(iv) $64m^3 + n^3$ (v) $r^4 + 27p^3r$

4. பின்வரும் கோவைகளை $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$ என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திக் காரணிப்படுத்துக.

(i) $y^3 - 27$ (ii) $3b^3 - 192c^3$ (iii) $-16y^3 + 2x^3$

(iv) $x^3y^3 - 7^3$ (v) $c^3 - 27b^3a^3$

பயிற்சி 3.5

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சி கணக்குகள்

1. $-2(xy)^2(y^3 + 7x^2y + 5)$ இலிருந்து $5y^2(x^2y^3 - 2x^4y + 10x^2)$ ஐக் கழிக்க.

2. பெருக்குக: $(4x^2 + 9)$ மற்றும் $(3x - 2)$

3. ₹ $5a^2b^2$ இக்கு $4ab$ வருடருத்திற்கு 7b% வீதம் தனிவட்டி காண்க.

4. ஒரு குறிப்பேட்டியின் விலை ₹. 10 ab, பாபு என்பவர் ₹ $(5a^2b + 20ab^2 + 40ab)$ வைத்துள்ளார் எனில், அவர் எத்தனைக் குறிப்பேடுகள் வாங்க முடியும்?

5. காரணிப்படுத்துக : $(7y^2 - 19y - 6)$

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

6. ஒரு வீட்டிற்கு மின்கம்பி இணைப்பு கொடுக்க எவ்வளவு நீள கம்பி தேவை என்பதை தீர்மானிக்க $4x^2+11x+6$ என்ற கோவையை ஒப்பந்ததாரர் பயன்படுத்துகிறார். இந்த கோவையானது அவ்வீட்டில் உள்ள அறைகளின் எண்ணிக்கை மற்றும் வீட்டில் உள்ள மின் பகிர்மான புள்ளிகள் (outlets) ஆகியவற்றின் பெருக்கு தொகையாகும். அவ்வீட்டில் $(x+2)$ எண்ணிக்கையில் அறைகள் உள்ளன என அவருக்கு தெரிந்தால், எத்தனை மின்பகிர்மான புள்ளிகள் (outlets) உள்ளன என்பதை 'x' என்ற மாறியைப் பொருத்துக் காண்க. (குறிப்பு: காரணிப்படுத்துக $4x^2+11x+6$)

7. ஒரு கொத்தனார் ஓர் அறையின் தரைதளப் பரப்பை குறிக்க x^2+6x+8 என்ற கோவையை பயன்படுத்துகிறார். அவர் அந்த அறையின் நீளமானது $(x+4)$ என்ற கோவையால் குறிக்க முடிவெடுத்தால், அந்த அறையின் அகலம் x என்ற மாறியைப் பொருத்து காண்க.

8. விடுபட்டதைக் காண்க: $y^2+(-)x+56=(y+7)(y+-)$

9. காரணிப்படுத்துக: $16p^4-1$

10. காரணிப்படுத்துக: $\left(x^{15}-64y^3\right)$

பாடச்சுருக்கம்

- இயற்கணிதக் கோவைகளின் பெருக்கல் செய்யும் போது கீழ்காணும் வழிமுறைகளை நாம் பின்பற்ற வேண்டும்.

  உறுப்புகளின் குறிகளை பெருக்க வேண்டும்.

  உறுப்புகளின் கெழுக்களை பெருக்க வேண்டும்.

  அடுக்கு குறி விதிகளை பயன்படுத்தி மாறிகளை பெருக்க வேண்டும்.
- ஒரு பல்லுறுப்பு கோவையை ஓருறுப்பு கோவையால் வகுக்க, பல்லுறுப்பு கோவையின் ஒவ்வொரு உறுப்பையும் ஓருறுப்பு கோவையால் வகுக்க வேண்டும்.
- **இயற்கணித முற்றொமை** என்பது ஒரு சமன்பாடு அதில் உள்ள மாறிகள் எந்த ஒரு மதிப்புக்கும் அச்சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும்.

  $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ $\quad$ $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

  $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ $\quad$ $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

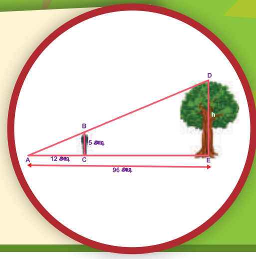
  $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ $\quad$ $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

  $(x+b)(x+b)(x+c)=x^3+(a+b+c)x^2+(ab+bc+ca)x+abc$
- இயற்கணித கோவைகளின் பெருக்கல் மூலம் தீர்வு காணும் கணக்குகளை இயற்கணித முற்றொமைகள் என்ற மாற்றுமுறையில் தீர்வு காணமுடியும்.
- கொடுக்கப்பட்ட கோவையை இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட கோவைகளின் பெருக்கற்பலனாக எழுத முடிந்தால் அதனை அக் கோவைகளின் காரணிபடுத்துதல் என்கிறோம்.
- a^3+b^3 மற்றும் a^3-b^3 என்ற கன முற்றொருமைகளின் காரணி வடிவம்

  $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

  $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

4 வடிவியல்



கற்றல் விளைவுகள்

- வடிவொத்த மற்றும் சர்வசம முக்கோணங்களின் அடிப்படைப் பண்புகளை நினைவு கூர்தல்.
- முக்கோணங்களில் வடிவொத்த மற்றும் சர்வசம முக்கோணங்களின் பண்புகளைக் கொண்ட தேற்றங்களைப் புரிந்துகொள்ளுதல் மற்றும் அவற்றைக் கணக்குகளில் பயன்படுத்துதல்.
- கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு நாற்கரங்களை வரைதல்.

SSJ8CQ

4.1. அறிமுகம்

வடிவியலானது, வடிவங்களின் பண்புகள் மட்டுமின்றி புள்ளிகள், வட்டங்கள், முக்கோணங்கள் மற்றும் திடப் பொருள்களுக்கிடையேயுள்ள உறவுகளைப் பற்றியும் அறிய உதவுவதாகும்.

முந்தைய வகுப்புகளில், நாம் முக்கோணங்களின் ஒரு சில அடிப்படைப் பண்புகள் குறித்துப் படித்திருக்கிறோம். இந்தப் பருவத்தில், நாம் அவற்றை நினைவு கூர்ந்து, வடிவொத்த முக்கோணங்கள் மற்றும் சர்வசம முக்கோணங்கள் குறித்தும் பார்க்க இருக்கிறோம். மேலும், கொடுக்கப்பட்ட பக்கங்கள் மற்றும் கோணங்களைக் கொண்டு, நாற்கரங்களை வரைய இருக்கிறோம்.

எங்கும் கணிதம்	அன்றாட வாழ்வில் வடிவியல்
விகிதங்களில் விரிவாக்கம் பெறுபவை வடிவொத்தவையாக அமையும். சிறிய ஒட்டகச் சிவிங்கியானது தன் தாயுடன் வடிவொத்துள்ளது.	நீடித்த மற்றும் வலிமையான கட்டடங்களைக் கட்டமைப்பதில் சர்வசம முக்கோணங்களைப் பயன்படுத்துதல்.

முக்கோணங்களின் பண்புகளை நினைவு கூர்தல்

பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க:

1. ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் ____________ஆகும்.
2. ஒரு முக்கோணத்தின் வெளிப்புறக்கோணமானது ____________ கோணங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம்.
3. ஒரு முக்கோணத்தில், ஏதேனும் இரு பக்கங்களின் கூடுதல் மூன்றாவது பக்கத்தை விட ____________ இருக்கும்.

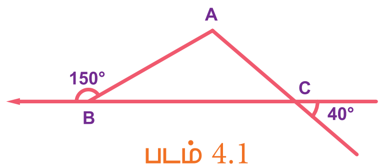
4. ஒரு முக்கோணத்தில், ஏதேனும் இரு பக்கங்களின் வித்தியாசம் மூன்றாவது பக்கத்தை விட ___________ இருக்கும்.

5. ஒரு முக்கோணத்தில் சமபக்கங்களுக்கு எதிரேயுள்ள கோணங்கள் ___________. அதன் மறுதலையும் உண்மையாகும்.

6. ஒரு முக்கோணத்தின் கோணங்களின் விகிதம் 4:5:6 ஆக உள்ளது எனில்,

(i) அது குறுங்கோண முக்கோணமாகுமா (அ) செங்கோண முக்கோணமாகுமா (அ) விரிகோண முக்கோணமாகுமா?

(ii) அசமபக்க (அ) இரு சமபக்க (அ) சமபக்க முக்கோணமாகுமா?



படம் 4.1

7. படம் 4.1 இல், முக்கோணம் ABC இல் $\angle A$ என்ன?

8. ஒரு முக்கோணமானது இரு மிகை நிரப்புக் கோணங்களைப் பெற்றிருக்குமா? ஏன்?

9. ___________ உருவங்கள் ஒத்த வடிவங்களையும், ஆனால் மாறுபட்ட அளவுகளையும் பெற்றிருக்கும்.

10. ___________ உருவங்கள் வடிவத்திலும் அளவிலும் சமமாக இருக்கும்.

இந்தச் சூழல் குறித்துச் சிந்திக்க

ஒரு கணித வகுப்பில், ஆசிரியர் ஒரு குறிப்பிட்ட வடிவியல் கருத்தைக் கற்பிக்க பின்வரும் வினாக்களை எழுப்பி, மாணவர்களிடமிருந்து பதில்களை வெளிக்கொணர முயற்சி செய்கிறார்.

ஆசிரியர் : மாணவர்களே, உங்களுக்கு வடிவொத்த உருவங்கள் அல்லது சர்வசம உருவங்களைப் பற்றி என்ன தெரியும் என்பதைக் கூறுங்கள்.

தெரசா : ஆசிரியரே, வடிவொத்த உருவங்கள், வடிவில் ஒரே மாதிரியாகவும், அளவில் வேறுபட்டும் இருக்கும். ஆனால், சர்வசம உருவங்கள் வடிவத்திலும் அளவிலும் சமமாக இருக்கும்.

ஆசிரியர் : சரியான பதிலைக் கூறினாய் தெரசா. அவற்றைப் பற்றித் தெளிவாக அறிந்துள்ளாய். ஒரு சோடி முக்கோணங்களை நான் உங்களுக்கு வழங்கினால், அவை வடிவொத்தவையா அல்லது சர்வசம முக்கோணங்களா என உங்களால் எளிதில் கூற இயலுமா?

பரணி : முடியாது ஆசிரியரே! அது அவ்வளவு எளிதல்ல. கொடுக்கப்பட்ட ஒரு சோடி முக்கோணங்களில், சில பண்புகளைக் கொண்டு ஒப்பிட்ட பிறகே அவை வடிவொத்தவையா அல்லது சர்வசமமா எனக் கூற இயலும்!.

ஆசிரியர் : நன்றாகக் கூறினாய் பரணி. முக்கோணங்களின் கூறுகளைக் (3 பக்கங்கள் மற்றும் 3 கோணங்கள்) கொண்டு, அவை வடிவொத்தவையா அல்லது சர்வசம முக்கோணங்களா என நிறுவ, அனைத்துச் சாத்தியமான பண்புகளையும் உங்களில் யாரேனும் ஒருவர் பட்டியலிட முடியுமா?

சலீம் : ஆம் ஆசிரியரே, ஏழாம் வகுப்பில் படித்ததில் சிலவற்றை என்னால் கூற இயலும். முக்கோணங்கள் வடிவொத்தவை என நிறுவ ப–ப–ப, ப–கோ–ப, கோ–கோ–கோ மற்றும் செ–க–ப பண்புகள் உண்டு. முக்கோணங்கள் சர்வசமம் என நிறுவ ப–ப–ப, ப–கோ–ப, கோ–ப–கோ, செ–க–ப போன்ற பண்புகள் உண்டு. நான் கூறியவை அனைத்தும் சரியா, ஆசிரியரே?

ஆசிரியர் : ஆம் சலீம், நீ கூறியவற்றுள் பெரும்பாலும் சரியே. நான் இன்னும் சிறிது விளக்கமாகக் கூறுகிறேன். பக்கங்கள் மற்றும் கோணங்களைக் கொண்டு நாம் பண்புகளை எழுதினால், ப–ப–ப, ப–கோ–ப, கோ–ப–கோ, கோ–கோ–ப, ப–கோ–கோ, ப–ப–கோ, கோ–ப–ப மற்றும் கோ–கோ–கோ என்ற வரிசைப்படி 8 சாத்தியங்கள் மட்டுமே உண்டு.

தெரசா : ஆசிரியரே, அவை அனைத்தும் முக்கோணங்களை, வடிவொத்தவையா அல்லது சர்வசமமா என நிறுவ, தனித்துவம் பெற்ற பண்புகளா?

ஆசிரியர் : இல்லை தெரசா, கோ–கோ–ப மற்றும் ப–கோ–கோ போன்ற சில பண்புகளில் மூன்றாவது கோணத்தை அறிந்து அவற்றை கோ–ப–கோ என்ற பண்புடன் இணைக்கலாம்.

பரணி : சர்வசமம் என நிறுவ கோ–கோ–கோ பண்பைப் பயன்படுத்தலாமா, ஆசிரியரே?

ஆசிரியர் : இயலாது பரணி. அந்தப் பண்பைப் பயன்படுத்தி முக்கோணங்கள் வடிவொத்தவையா என்பதை மட்டுமே நிறுவ இயலும்.

சலீம் : ஆசிரியரே, தயவு செய்து ப–ப–கோ மற்றும் கோ–ப–ப பண்புகளைப் பற்றிக் கூறுங்கள்.

ஆசிரியர் : சலீம், இவை புதிரான பண்புகளாகும். இவை, முக்கோணங்கள் வடிவொத்தவையா அல்லது சர்வசமமா என்பதைத் தெளிவாகத் தெரியப்படுத்துவதில்லை. இவற்றைப் பற்றி விரிவாகப் பிறகு பார்க்கலாம்.

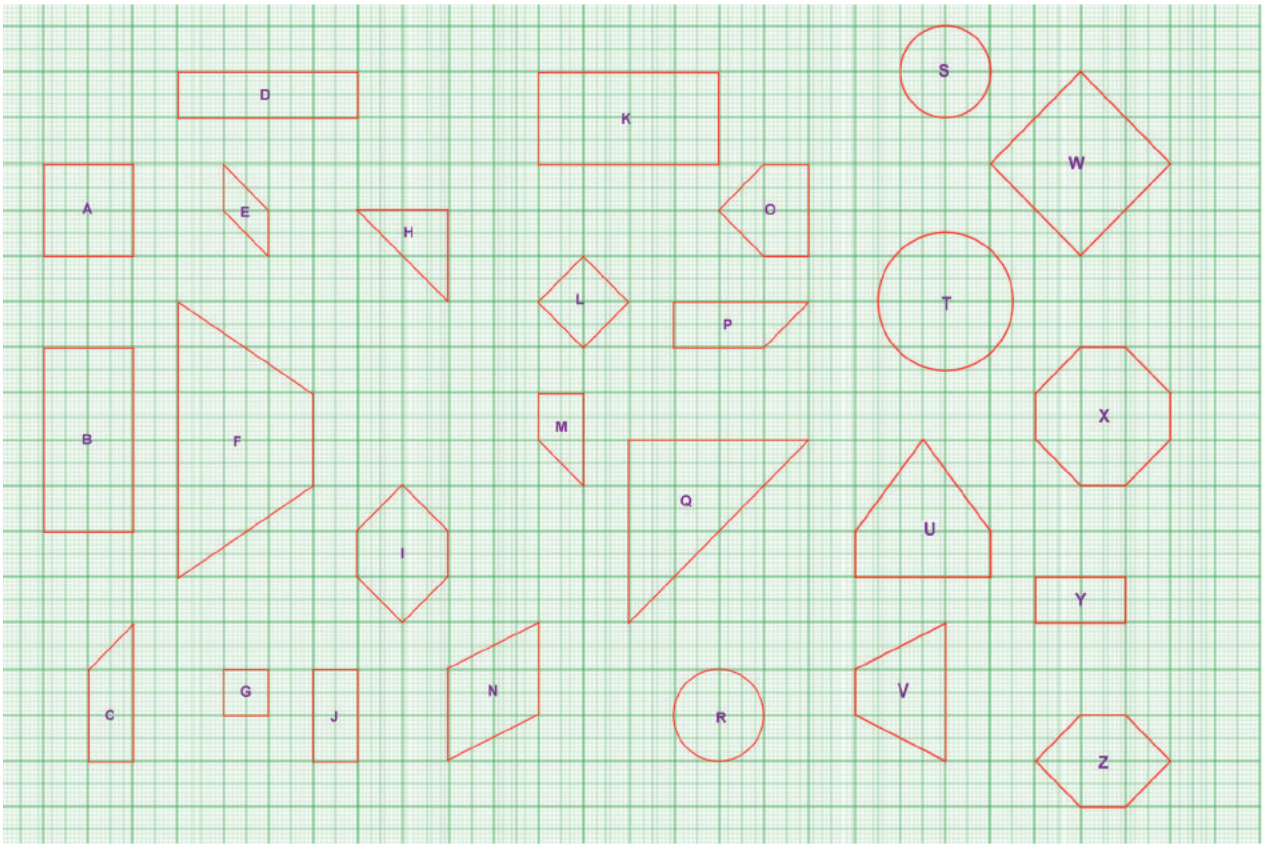
மேற்காணும் உரையாடல், முக்கோணங்கள் வடிவொத்தவையா அல்லது சர்வசமமா என நிறுவவும், அவற்றின் பண்புகளைப் பற்றி விரிவாக அறிந்து பயன்படுத்தவும் நமக்கு உதவுகிறது.

செயல்பாடு–1

ஒரு நாற்கரம், ஓர் ஐங்கோணம் மற்றும் ஓர் அறுங்கோணம் ஆகியவற்றை வரைந்து, முக்கோணத்தின் கோணங்களின் கூடுதல் பண்பினைப் பயன்படுத்தி, அவற்றின் உட்புறக் கோணங்களின் கூடுதலைக் காண்க.

இவற்றை முயல்க

வடிவொத்த மற்றும் சர்வசம உருவங்களின் சோடிகளை அடையாளம் கண்டு, அவற்றின் எழுத்துச் சோடிகளை எழுதுக.



4.2. வடிவொத்த முக்கோணங்கள்

வடிவொத்த உருவங்கள் கணித ரீதியாக ஒரே வடிவங்களையும், ஆனால் மாறுபட்ட அளவுகளையும் பெற்றிருக்கும். இரு வடிவியல் உருவங்கள் வடிவொத்தவை $(\sim)$ எனில், ஒரு உருவத்தின் அளவுகள் மற்றொரு உருவத்தின் ஒத்த அளவுகளுடன் ஏற்படுத்தும் விகிதம் மாறாது. உதாரணமாக, புகைப்பட விரிவாக்கத்தின் ஒவ்வொரு பகுதியும் அசலின் ஒத்தப் பகுதிக்கு வடிவொத்தவையாக இருக்கும்.

அன்றாட வாழ்வில், வடிவொத்த முக்கோணங்கள் இடம் பெற்றுள்ள இடங்கள் மற்றும் அதன் பயன்பாடு குறித்த சில எடுத்துக்காட்டுகள்:

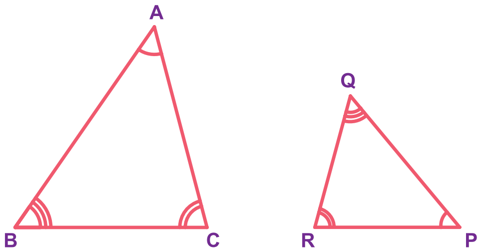
(i) ஒளிக்கதிர்களில், ஒளி மற்றும் இலக்கு ஆகியவற்றிற்கிடையேயுள்ள தொலைவைக் காணவும், கட்டடங்கள், பொருள்கள் மற்றும் மக்களின் நிழல்களின் நீளங்களைக் கொண்டு, அளவுகோல் மாதிரியின் அடிப்படையில், அவற்றின்/அவர்களின் உயரங்களைக் காணவும் பயன்படுகின்றன.

(ii) பாலங்களின் திடத்தன்மையை ஆய்வு செய்யப் பயன்படுகின்றன.

(iii) கட்டட வடிவமைப்பாளர்களுக்கு, கட்டடங்களை வடிவமைக்கப் பயன்படுகின்றன.

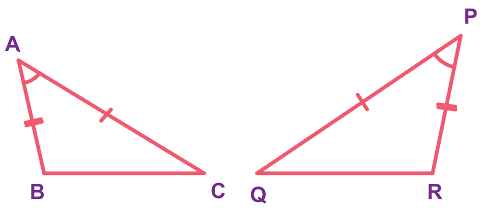
வடிவொத்த முக்கோணங்களின் பண்புகள்:

1. ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு கோணங்கள், மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரண்டு கோணங்களுக்குச் சமம் எனில், அவ்விரு முக்கோணங்களும் வடிவொத்தவை ஆகும். படம் 4.2 இல் $\angle A = \angle P, \angle B = \angle Q$. ஆகவே, $\Delta ABC \sim \Delta PQR$. இது, கோ–கோ வடிவொத்தப் பண்பாகும். மேலும், இதனை கோ–கோ–கோ வடிவொத்தப் பண்பு எனவும் கூறலாம்.



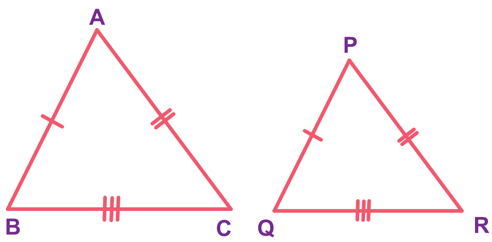
படம் 4.2

2. ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்கள் மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்களுக்கு விகிதசமத்திலும் அவ்விரண்டு பக்கங்கள் உள்ளடக்கிய கோணங்கள் சமமாகவும் இருந்தால், அவ்விரு முக்கோணங்கள் வடிவொத்தவை ஆகும். படம் 4.3 இல் $\frac{AC}{PQ} = \frac{AB}{PR}$ மற்றும் $\angle A = \angle P$. ஆகவே, $\Delta ACB \sim \Delta PQR$. இது ப–கோ–ப வடிவொத்தப் பண்பாகும்.



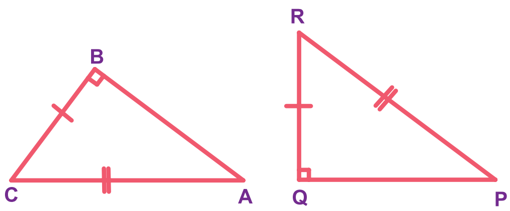
படம் 4.3

3. இரண்டு முக்கோணங்களின் ஒத்த பக்கங்கள் சமவிகிதத்தில் அமையும் எனில், அவை வடிவொத்தவை ஆகும். அதாவது, $\frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR} = \frac{BC}{QR}$ எனில், $\Delta ABC \sim \Delta PQR$. இது ப–ப–ப வடிவொத்தப் பண்பாகும்.



படம் 4.4

4. ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் மற்றும் ஒரு பக்கம், மற்றொரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் மற்றும் ஒரு பக்கத்திற்குச் சமவிகிதத்தில் அமையும் எனில், அவை வடிவொத்தவை ஆகும். இது செ–க–ப வடிவொத்தப் பண்பாகும்.



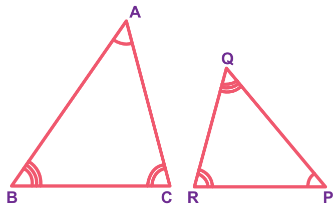
படம் 4.5

செயல்பாடு –2

ஓர் அட்டையிலிருந்து ஒரு சதுரத்தை வெட்டியெடுத்து அதன் பக்கங்களையும், மூலைவிட்டங்களையும் குறிக்கவும். மேலும், அதிலுள்ள அனைத்து வடிவொத்த முக்கோணங்களையும் பட்டியலிடுக.

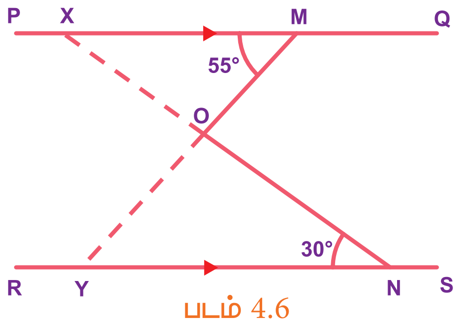
உங்களுக்குத் தெரியுமா?

$\Delta ABC \sim \Delta PQR$ எனில் ΔABC – இன் பக்கங்கள் AB, BC மற்றும் AC ஆகியவை, ΔPQR – இன் பக்கங்களான PQ, QR மற்றும் PR ஆகியவற்றிற்கு ஒத்த பக்கங்கள் ஆகும். மேலும் கோணங்கள் A, B மற்றும் C இக்கு ஒத்தக் கோணங்கள் முறையே P,Q மற்றும் R ஆகும். வடிவொத்த முக்கோணங்களுக்கு வரிசை மாறாமல் பெயரிடுதல் முக்கியமாகும். எடுத்துக்காட்டாக, $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ எனில், ΔBAC ஆனது ΔPQR இக்கு வடிவொத்தவையாக இருக்காது. இரு முக்கோணங்கள் வடிவொத்தவை எனில், அவற்றின் கோணங்கள் சமமாகவும், ஒத்த பக்கங்கள் விகிதசமத்திலும் அமைந்திருக்கும்.



எடுத்துக்காட்டு 4.1

$PQ \parallel RS$ மற்றும் $\angle ONR = 30^\circ$ எனில் $\angle MON$ ஐக் காண்க. அதனைக் கொண்டு $\angle MOX$ ஐக் காண்க.



படம் 4.6

தீர்வு:

MO ஆனது RS ஐ Y இல் சந்திக்குமாறு நீட்டிப்பு செய்க.

NO ஆனது PQ ஐ X இல் சந்திக்குமாறு நீட்டிப்பு செய்க.

$PQ \parallel RS$ ஆதலால்,

$\angle OYN = \angle OMX = 55^\circ$ (ஒன்றுவிட்டக் கோணங்கள் சமம்)

(ΔOYN இல் வெளிப்புறக்கோணம் = உள்ளெதிர்க்கோணங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம்)

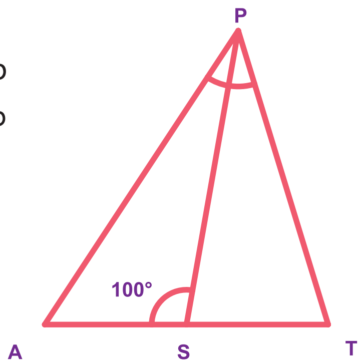
$\angle MON = \angle OYN + \angle ONY$

$= 55^\circ + 30^\circ = 85^\circ$

$\Rightarrow \angle MOX = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$ ($\angle MON, \angle MOX$ ஆகியவை நேரியகோண இணைகள்)

எடுத்துக்காட்டு 4.2

ΔPAT இல், $\angle P$ இன் கோண இருசமவெட்டி, ATஐ Sஇல் சந்திக்கிறது. $\angle APT = 70^\circ$ மற்றும் $\angle ASP = 100^\circ$ எனில், $\angle A$ மற்றும் $\angle T$ ஐக் காண்க.



படம் 4.7

தீர்வு:

இங்கு PS ஆனது $\angle P$ இன் கோண இருசமவெட்டி ஆகும்.

$\therefore \angle APS = \angle TPS = 35^\circ$

ΔAPS இலிருந்து,

$$\angle A+\angle APS+\angle ASP=180^{\circ}$$ (ΔAPS இல் கோணங்களின் கூடுதல் பண்பு)

$$\angle A+35^{\circ}+100^{\circ}=180^{\circ}$$

$$\Rightarrow \angle A=180^{\circ}-135^{\circ}=45^{\circ}$$

ΔTPS இலிருந்து,

$$\angle T+\angle TPS+\angle TSP=180^{\circ}$$ (ΔTPS இல் கோணங்களின் கூடுதல் பண்பு)

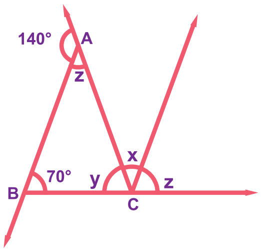
$$\Rightarrow \angle T+35^{\circ}+80^{\circ}=180^{\circ}$$

$$\Rightarrow \angle T=180^{\circ}-115=65^{\circ}$$

எடுத்துக்காட்டு 4.3

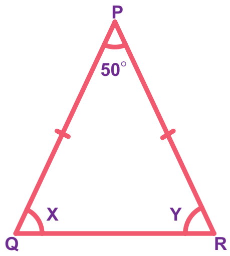
பின்வரும் படங்களில் உள்ள தெரியாத மதிப்புகளைக் காண்க.

(i)



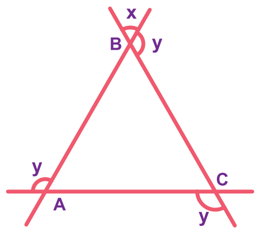
படம் 4.8 (i)

(ii)



படம் 4.8 (ii)

(iii)



படம் 4.8 (iii)

தீர்வு:

(i) படம் 4.8 (i) இலிருந்து, $\angle 140^{\circ}+\angle z=180^{\circ}$ (நேரியகோண இணைகள்)

$$\Rightarrow \angle z=180^{\circ}-140^{\circ}=40^{\circ}$$

மேலும், $\angle x+\angle z=\angle 70+\angle z$ (வெளிப்புறக்கோணப் பண்பு)

$$\Rightarrow \angle x=70^{\circ}$$

மேலும், $\angle z+\angle y+70^{\circ}=180^{\circ}$ (Δ ABC இல், கோணங்களின் கூடுதல் பண்பு)

$$\Rightarrow 40^{\circ}+\angle y+70^{\circ}=180^{\circ}$$

$$\Rightarrow \angle y=180^{\circ}-110^{\circ}=70^{\circ}$$

(ii) படம் 4.8 (ii) இலிருந்து $PQ=PR$

$$\Rightarrow \angle Q=\angle R$$ (சம பக்கங்களின் எதிர்க்கோணங்கள் சமம்)

$$\Rightarrow \angle x=\angle y$$

$$\Rightarrow \angle x+\angle y+50^{\circ}=180^{\circ}$$ (ΔPQR இல், கோணங்களின் கூடுதல் பண்பு)

$$\Rightarrow 2\angle x=130^{\circ}$$

$$\Rightarrow \angle x=65^{\circ}$$

$$\Rightarrow \angle y=65^{\circ}$$

(iii) படம் 4.8 (iii) இலிருந்து ΔABC இல், $\angle A = x$ (குத்தெதிர்க் கோணங்கள் சமம்)

இதேபோன்று, $\angle B = \angle C = x$ (ஏன்?)

$\Rightarrow \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (ΔABC இல் கோணங்களின் கூடுதல் பண்பு)

$\Rightarrow 3x = 180^\circ$

$\Rightarrow x = 60^\circ$

$\Rightarrow y = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

குறிப்பு

- அனைத்து வட்டங்களும், சதுரங்களும் எப்போதும் வடிவொத்தவையாக இருக்கும்.
- அனைத்துச் செவ்வகங்களும் எப்போதும் வடிவொத்தவையாக இருக்க வேண்டியதில்லை.

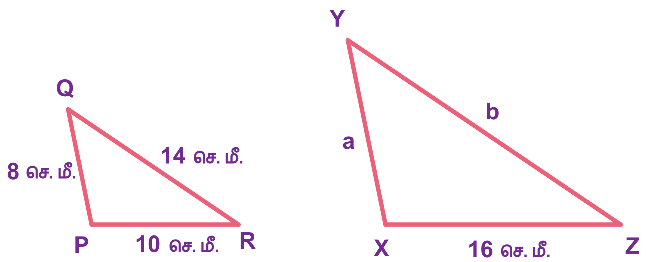
எடுத்துக்காட்டு 4.4

படம் 4.9 இல், $\Delta PQR \sim \Delta XYZ$, எனில் a மற்றும் b ஐக் காண்க.

தீர்வு:

இங்கு, $\Delta PQR \sim \Delta XYZ$

$\therefore$ அவற்றின் ஒத்த பக்கங்கள் விகிதசமத்தில் இருக்கும்.



படம் 4.9

$$\Rightarrow \frac{PQ}{XY} = \frac{QR}{YZ} = \frac{PR}{XZ}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{a} = \frac{14}{b} = \frac{10}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{a} = \frac{10}{16}$$

$$\Rightarrow a = \frac{8 \times 16}{10} = \frac{128}{10}$$

$a = 12.8$ செ.மீ.

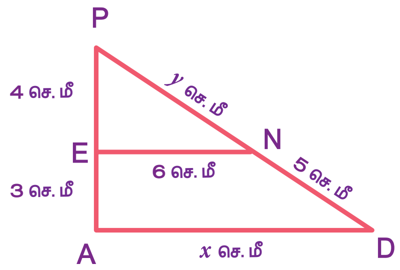
மேலும், $\frac{14}{b} = \frac{10}{16}$

$$\Rightarrow b = \frac{14 \times 16}{10} = \frac{224}{10}$$

$\therefore \quad b = 22.4$ செ.மீ.

எடுத்துக்காட்டு 4.5

படம் 4.10 இல், $\Delta PEN \sim \Delta PAD$ எனில், x மற்றும் y ஐக் காண்க.



படம் 4.10

தீர்வு:

இங்கு, $\Delta PEN \sim \Delta PAD$.

$$\therefore \quad \frac{PE}{PA} = \frac{EN}{AD} \Rightarrow \frac{4}{7} = \frac{6}{x} \Rightarrow x = \frac{42}{4} = 10.5 \text{ செ.மீ.}$$

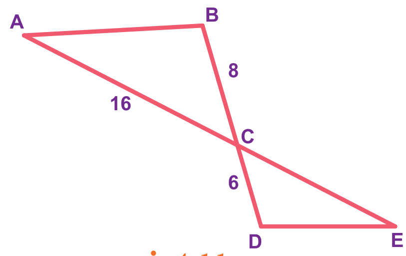
மேலும், $\frac{PE}{PA} = \frac{PN}{PD} = \frac{y}{y+5}$

அதாவது, $\frac{4}{7} = \frac{y}{y+5} \Rightarrow 4y + 20 = 7y \Rightarrow 7y - 4y = 20$

$3y = 20 \Rightarrow y = \frac{20}{3}$, செ.மீ.

எடுத்துக்காட்டு 4.6 (கோ–கோ வடிவொத்தப் பண்பை விளக்குகிறது)

படம் 4.11 இல், $\angle ABC \equiv \angle EDC$ மற்றும் ΔCDE இன் சுற்றளவு 27 அலகுகள் எனில் $AB \equiv EC$ என நிறுவுக.



படம் 4.11

நிரூபணம்:

வ. எண்	கூற்றுகள்	காரணங்கள்
1	$\angle ABC \equiv \angle EDC$	கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.
2	$\angle BCA \equiv \angle DCE$	குத்தெதிர் கோணங்கள் சமமாகும்.
3	$\Delta ABC \sim \Delta EDC$	கோ-கோ பண்பின் படி(1, 2).
4	$\frac{AB}{ED} = \frac{BC}{DC} = \frac{AC}{EC}$	3 இன் படி ஒத்த பக்கங்கள் விகிதச்சமத்தில் இருக்கும்.

$\Rightarrow \frac{8}{6} = \frac{16}{EC} \Rightarrow EC = 12$ அலகுகள்

ΔCDE இன் சுற்றளவு 27 அலகுகள் எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$\therefore \; ED + DC + EC = 27$

$ED + 6 + 12 = 27$

$ED = 27 - 18 = 9$ அலகுகள்

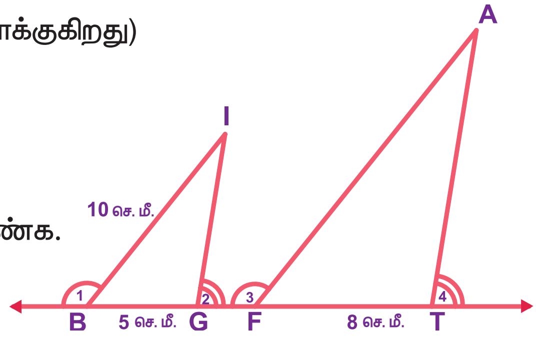
$\therefore \quad \frac{AB}{9} = \frac{8}{6} \Rightarrow AB = 12$ அலகுகள். ஆகவே $AB = EC$.

எடுத்துக்காட்டு 4.7 (கோ – கோ வடிவொத்தப் பண்பை விளக்குகிறது)

கொடுக்கப்பட்டுள்ள படம் 4.12 இல்

$\angle 1 \equiv \angle 3$ மற்றும் $\angle 2 \equiv \angle 4$ எனில்,

$\Delta BIG \sim \Delta FAT$ என நிறுவுக. மேலும் FA ஐக் காண்க.



படம் 4.12

நிரூபணம்:

வ. எண்	கூற்றுகள்	காரணங்கள்
1	$\angle 1 \equiv \angle 3$	கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.
2	$\angle IBG \equiv \angle AFT$	சர்வ சமக் கோணங்களின் மிகை நிரப்பிகள் சர்வ சமமாகும்.
3	$\angle 2 \equiv \angle 4$	கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.
4	$\angle IGB \equiv \angle ATF$	சர்வசமக் கோணங்களின் மிகை நிரப்பிகள் சர்வ சமமாகும்.
5	$\Delta BIG \sim \Delta FAT$	கோ-கோ பண்பின் படி (2, 4).

மேலும், அவற்றின் ஒத்த பக்கங்கள் விகிதச்சமத்தில் இருக்கும்.

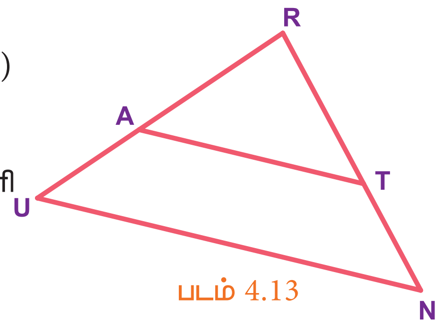
$$\Rightarrow \frac{BI}{FA} = \frac{BG}{FT} \Rightarrow \frac{10}{FA} = \frac{5}{8}$$

$$\Rightarrow FA = \frac{10 \times 8}{5} = \frac{80}{5} = 16 \text{ செ.மீ.}$$

எடுத்துக்காட்டு 4.8 (ப–கோ–ப வடிவொத்தப்பண்பை விளக்குகிறது)

கொடுக்கப்பட்டுள்ள படம் 4.13 இல்

RU இன் மையப்புள்ளி A மற்றும் RN இன் மையப்புள்ளி T எனில் $\Delta RAT \sim \Delta RUN$ என நிறுவுக .



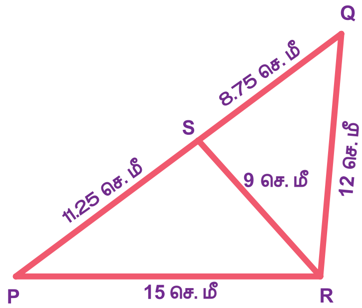
படம் 4.13

நிரூபணம்:

வ. எண்	கூற்றுகள்	காரணங்கள்
1	$\angle ART = \angle URN$	ΔRAT மற்றும் ΔRUN இன் பொதுக்கோணம் $\angle R$ ஆகும்.
2	$RA = AU = \frac{1}{2} RU$	RU இன் மையப்புள்ளி A ஆகும்.
3	$RT = TN = \frac{1}{2} RN$	RU இன் மையப்புள்ளி T ஆகும்.
4	$\frac{RA}{RU} = \frac{RT}{TN} = \frac{1}{2}$	3 மற்றும் 4 இலிருந்து, பக்கங்கள் விகிதச்சமத்தில் இருக்கும்.
5	$\Delta RAT \sim \Delta RUN$	ப-கோ-ப பண்பின் படி (2, 1, 3)

எடுத்துக்காட்டு 4.9 (ப–ப–ப வடிவொத்தப் பண்பை விளக்குகிறது)

படம் 4.14 இல் $\Delta PQR \sim \Delta PRS$ என நிறுவுக.



படம் 4.14

தீர்வு:

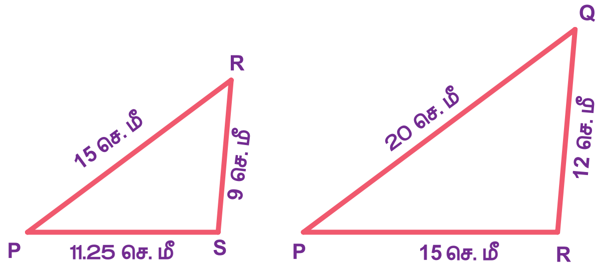
இங்கு, $\frac{PQ}{PR} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$

$\frac{PR}{PS} = \frac{15}{11.25} = \frac{4}{3}$

மேலும், $\frac{QR}{RS} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$

இங்கு, $\frac{PQ}{PR} = \frac{PR}{PS} = \frac{QR}{RS}$

ஆக இருப்பதைக் காணலாம்.

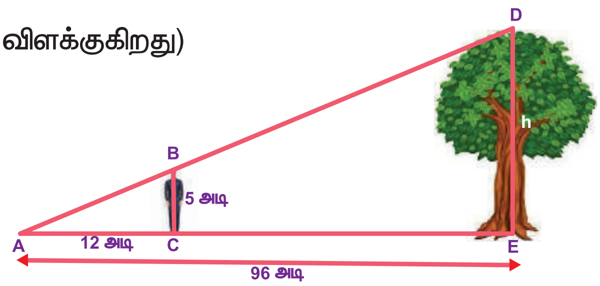


அதாவது, அவற்றின் ஒத்த பக்கங்கள் விகிதசமத்தில் இருக்கின்றன.

$\therefore$ ப-ப-ப பண்பின் படி, $\Delta PQR \sim \Delta PRS$.

எடுத்துக்காட்டு 4.10 (செ–க–ப வடிவொத்தப் பண்பை விளக்குகிறது)

ஒரு மனிதனின் உயரத்தாலும் நிழலாலும் அமையும் முக்கோணமானது, அருகிலுள்ள மரத்தின் உயரத்தாலும் அதன் நிழலாலும் அமையும் முக்கோணத்திற்கு வடிவொத்தவையாக உள்ளது எனில், மரத்தின் உயரம் என்ன?



படம் 4.15

தீர்வு:

இங்கு, $\Delta ABC \sim \Delta ADE$ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

$\therefore$ அவற்றின் ஒத்த பக்கங்கள் விகிதசமத்தில் இருக்கும். (செ–க–ப பண்பின் படி).

$$\therefore \quad \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$$

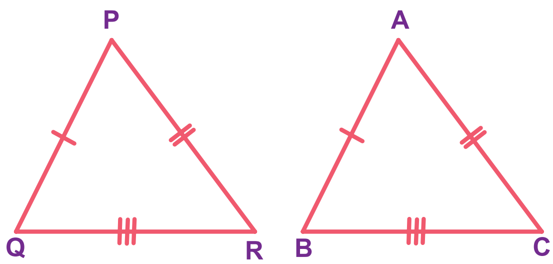
$$\Rightarrow \frac{12}{96} = \frac{5}{h}$$

$$\Rightarrow h = \frac{5 \times 96}{12} = 40 \text{ அடி}$$

$\therefore$ மரத்தின் உயரம் 40 அடியாகும்.

4.3 சர்வசம முக்கோணங்கள்

சர்வசம உருவங்கள் என்பன வடிவிலும் அளவிலும் மிகச் சரியாக அமையும் உருவங்கள் ஆகும். மாறாக, இரு வடிவங்கள் ஒன்றின் மீது ஒன்று மிகச் சரியாகப் பொருந்தினால், அவை சர்வசமம் எனப்படும்.



படம் 4.16

இங்கு, கொடுக்கப்பட்டுள்ள இரு முக்கோணங்கள் PQR மற்றும் ABC ஆகியவை சர்வசமம் ($\equiv$) ஆகும். ஏனெனில், $PQ=AB$, $QR=BC$ மற்றும் $PR=AC$. இந்த இரு முக்கோணங்களும் ஒன்றின் மீது ஒன்று மிகச்சரியாகப் பொருந்தும். இதனை நாம் $\Delta PQR \equiv \Delta ABC$ எனக் குறிக்கலாம்.

அன்றாட வாழ்வில், சர்வசம முக்கோணங்கள் இடம்பெறும் மற்றும் பயன்படும் இடங்களுக்கான சில எடுத்துக்காட்டுகள்:

(i) இருப்புப்பாதை மேம்பாலங்கள் போன்ற கட்டமைப்புக்கள் அதிக எடை மற்றும் சூறைக் காற்றிலிருந்து வலிமையாகவும், நிலைத்தன்மையுடனும் இருக்கப் பயன்படுகின்றன.

(ii) கட்டடங்களில், எதிரெதிரே சர்வசம முக்கோணக் கண்ணாடி முகங்களைக் கொண்டு, சூரிய ஒளிக் கதிர்களை பிரதிபலித்துக் காத்துக்கொள்ளப் பயன்படுகின்றன.

(iii) குழந்தைகள் காற்றாடிகளைச் செய்யப் பயன்படுத்துகின்றனர். மேலும், விளையாட்டு உபகரணமான கவிகை மாடத்தில் (*Geodesic*) பயன்படுகின்றன.

இரண்டு முக்கோணங்கள் சர்வசமம் என நிரூபிக்க 4 வழிகள் உண்டு. அவையாவன:

(i) ப-ப-ப (பக்கம் –பக்கம்-பக்கம்)

(ii) ப-கோ-ப (பக்கம் – கோணம்-பக்கம்)

(iii) கோ-ப-கோ (கோணம் –பக்கம் – கோணம்)

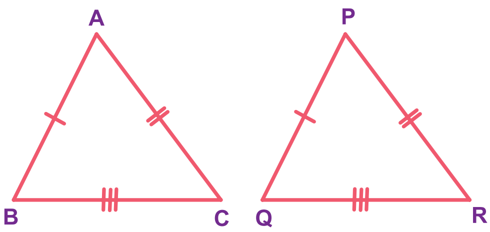
(iv) செ – க– ப (செங்கோணம் – கர்ணம் –பக்கம்)

(i) ப–ப–ப (பக்கம் –பக்கம் –பக்கம்) பண்பு

ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்கள் மற்றொரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களுக்குச் சமம் எனில், அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வ சமம் ஆகும்.

அதாவது, $AB = PQ$, $BC = QR$, மற்றும் $AC = PR$ எனில்,

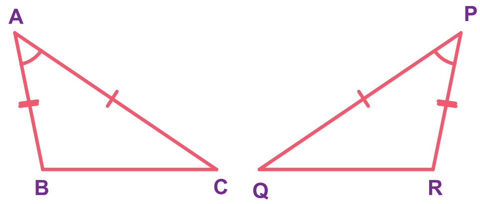
$\Rightarrow \Delta ABC \equiv \Delta PQR$.



படம் 4.17

(ii) ப– கோ–ப (பக்கம் – கோணம் –பக்கம்) பண்பு

ஒரு முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்களும் அவை உள்ளடக்கிய கோணமும், மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்களுக்கும் அவை உள்ளடக்கிய கோணத்திற்கும் சமமானால், அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வ சமமாகும். இங்கு $AC = PQ$, $\angle A = \angle P$ மற்றும் $AB = PR$ ஆகவே, $\Delta ACB \equiv \Delta PQR$.



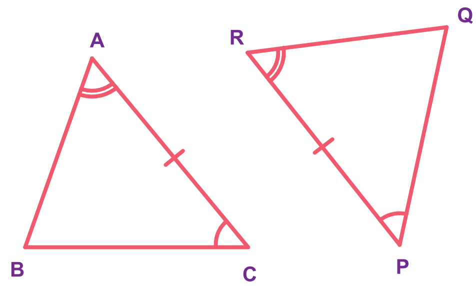
படம் 4.18

(iii) கோ–ப–கோ (கோணம் –பக்கம் –கோணம்) பண்பு

ஒரு முக்கோணத்தின் இரு கோணங்களும் அவற்றை உள்ளடக்கிய பக்கமும், மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரு கோணங்களுக்கும் அவற்றை உள்ளடக்கிய பக்கத்திற்குச் சமமானால், அந்த இரு முக்கோணங்களும் சர்வசம முக்கோணங்களாகும்.

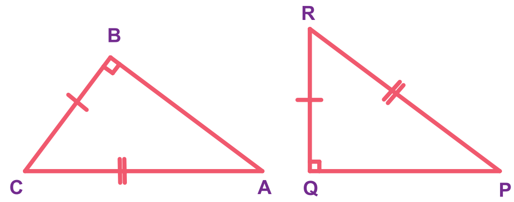
இங்கு $\angle A = \angle R$, CA=PR மற்றும் $\angle C = \angle P$.

ஆகவே, $\Delta ABC \equiv \Delta RQP$



படம் 4.19

(iv) செ–க–ப (செங்கோணம் –கர்ணம் –பக்கம்) பண்பு



படம் 4.20

ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் மற்றும் செங்கோணத்தை அடக்கிய பக்கங்களில் ஒன்று ஆகியவை, மற்றொரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் மற்றும் செங்கோணத்தை அடக்கிய பக்கங்களில் ஒன்றுக்குச் சமமாக இருந்தால், அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வசமம் ஆகும். இங்கு $BC = QR$, $AB = PQ$ மற்றும் $AC = PR$. ஆகவே, $\Delta\, ABC \equiv \Delta\, PQR$.

பக்கம் பக்கம் கர்ணம்

குறிப்பு

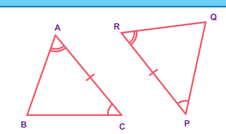
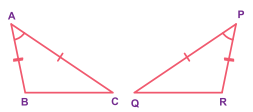
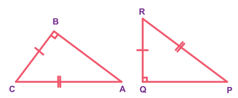
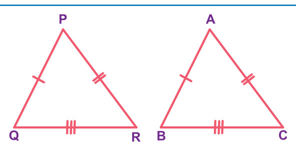
- எந்தவொரு கோட்டுத்துண்டும், கோணமும் அதற்கதுவே சர்வசமமாகும். இது, பிரதிபலிப்புப் பண்பு எனப்படும்.
- இரு முக்கோணங்கள் சர்வசமம் எனில், அவற்றின் ஒத்த பாகங்கள் சர்வசமமாகும். இது CPCTC பண்பு எனப்படும்.
- "கோணங்கள் எனில், பக்கங்கள்" என்பது ஒரு முக்கோணத்தில் இரு கோணங்கள் சமம் எனில், அதன் எதிர்ப்பக்கங்கள் சமம் எனப் பொருள்படும்.
- "பக்கங்கள் எனில், கோணங்கள்" என்பது ஒரு முக்கோணத்தில் இரு பக்கங்கள் சமம் எனில், அதன் எதிர்க்கோணங்கள் சமம் எனப் பொருள்படும்.

செயல்பாடு –3

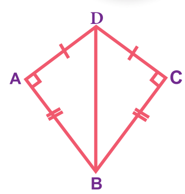
ஆசிரியர் ஓர் அட்டை அல்லது படத்தாளிலிருந்து, பல்வேறு வடிவொத்த மற்றும் சர்வசம முக்கோணங்களை வெட்டியெடுத்து, மாணவர்களிடம், முக்கோணங்களின் மீதுள்ள அளவுகளைக் கொண்டு, எந்தச் சோடி முக்கோணங்கள் வடிவொத்தவை மற்றும் சர்வசமமானவை என்பதைக் காணச் செய்தல் வேண்டும்.

இவற்றை முயல்க

1. பின்வருவனவற்றை அவற்றின் சர்வசமப் பண்புகளைக் கொண்டு பொருத்துக.

வ.எண்	(அ)	(ஆ)
1		செ-க-ப
2		ப-ப-ப
3		ப-கோ-ப
4		கோ-ப-கோ

சிந்திக்க

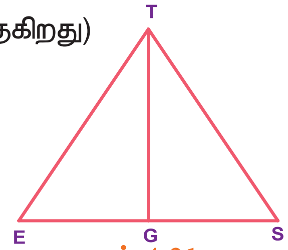


படத்தில் $DA = DC$ மற்றும் $BA = BC$. முக்கோணங்கள் DBA மற்றும் DBC ஆகியவை சர்வ சமமா? ஏன்?

எடுத்துக்காட்டு 4.11 (ப–ப–ப மற்றும் ப–கோ–ப சர்வசமப் பண்புகளை விளக்குகிறது)

படம் 4.21 இல், $\angle E = \angle S$ மற்றும் ES இன் மையப்புள்ளி G எனில்,

$\Delta\ GET \equiv \Delta GST$ என நிறுவுக.



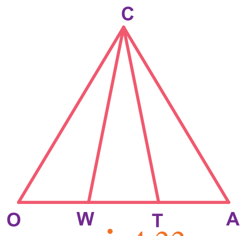
படம் 4.21

நிரூபணம்:

வ.எண்	கூற்றுகள்	காரணங்கள்
1	$\angle E \equiv \angle S$	கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.
2	$ET \equiv ST$	கோணங்கள் எனில் பக்கங்கள்.
3	G ஆனது ES இன் மையப்புள்ளி	கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.
4	$EG \equiv SG$	3 ஐப் பின்பற்றி.
5	$TG \equiv TG$	பிரதிபலிப்புப் பண்பு.
6	$\Delta GET \equiv \Delta GST$	ப-ப-ப (2,4,5) மற்றும் ப-கோ-ப (2,1,4) பண்புகளின் படி.

எடுத்துக்காட்டு 4.12 (ப–கோ–ப சர்வசமப் பண்பை விளக்குகிறது)

CW மற்றும் CT ஆனது, OA வை மூன்று சமபகுதிகளாகப் பிரிக்கும். மேலும் $CO \equiv CA$ எனில், $\Delta\ COW \equiv \Delta\ CAT$ என நிரூபி.



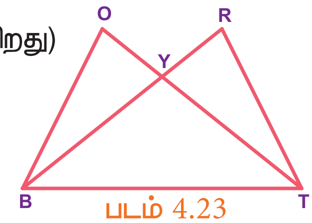
படம் 4.22

நிரூபணம்:

வ.எண்	கூற்றுகள்	காரணங்கள்
1	$CO \equiv CA$	கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.
2	$\angle A \equiv \angle O$	பக்கங்கள் எனில் கோணங்கள்.
3	CW மற்றும் CT ஆனது, OA ஐ மூன்று சமபகுதிகளாகப் பிரிக்கும்.	கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.
4	$OW \equiv AT \equiv WT$	மூன்று சமபகுதிகளாக பிரித்தலின் வரையறை.
5	$\Delta COW \equiv \Delta CAT$	ப-கோ-ப (1, 2, 4) பண்பின் படி

எடுத்துக்காட்டு 4.13 (கோ–கோ–ப மற்றும் கோ–ப–கோ பண்புகளை விளக்குகிறது)

படம் 4.23 இல், $\angle YTB \equiv \angle YBT$ மற்றும் $\angle BOY \equiv \angle TRY$ எனில்,
$\Delta BOY \equiv \Delta TRY$ என நிரூபி.

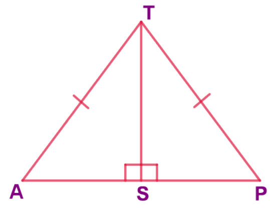


படம் 4.23

நிரூபணம்:

வ.எண்	கூற்றுகள்	காரணங்கள்
1	$\angle YTB \equiv \angle YBT$	கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.
2	$BY \equiv TY$	கோணங்களில் எனில் பக்கங்கள்.
3	$\angle BYO \equiv \angle TYR$	குத்தெதிர் கோணங்கள் சர்வசமமாகும்.
4	$\angle BOY \equiv \angle TRY$	கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.
5	$\Delta BOY \equiv \Delta TRY$	கோ–கோ–ப (4,3,2) பண்பின் படி.
6	$\angle OBY \equiv \angle RTY$	3 மற்றும் 4ஐப் பின்பற்றி.
7	$\Delta\ BOY \equiv \Delta\ TRY$	கோ-ப-கோ (6,2,3) பண்பின் படி.

எடுத்துக்காட்டு 4.14: (செ–க–ப சர்வசமப் பண்பை விளக்குகிறது)



படம் 4.24

தீர்வு:

TAP என்ற ஓர் இருசமபக்க முக்கோணத்தில், $TA = TP$ மற்றும் $\angle TSA = 90^\circ$ எனில்,

(i) $\triangle TAS \equiv \triangle TPS$ ஆகுமா? ஏன்?

(ii) $\angle P = \angle A$ ஆகுமா? ஏன்?

(iii) $AS = PS$ ஆகுமா? ஏன்?

நிரூபணம்:

(i) TA=TP கர்ணம் மற்றும் $\angle TSA = 90^\circ$

TS பொதுவான பக்கம்

ஆகவே, செ-க-ப சர்வசமப் பண்பின் படி, $\triangle TAS \equiv \triangle TPS$.

(ii) TA=TP கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

எனவே, $\angle P = \angle A$ (பக்கங்கள் எனில், கோணங்கள்)

(iii) $\angle TSA = 90^\circ$

TA=TP என்பதால் $\angle P = \angle A$

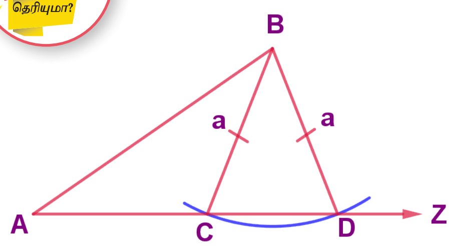
$\therefore \angle ATS = \angle PTS$

$AS = PS$ (கோணங்கள் எனில், பக்கங்கள்)

குறிப்பு

- இரு கோணங்கள் சர்வசமமாகவும், மிகை நிரப்பிகளாகவும் இருக்குமாயின், அவை செங்கோணங்கள் ஆகும்.
- அனைத்து சர்வசம முக்கோணங்களும் வடிவொத்த முக்கோணங்கள் ஆகும்.

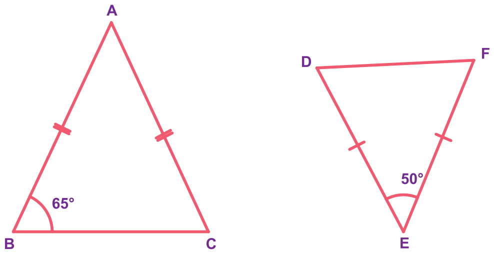
உங்களுக்குத் தெரியுமா?



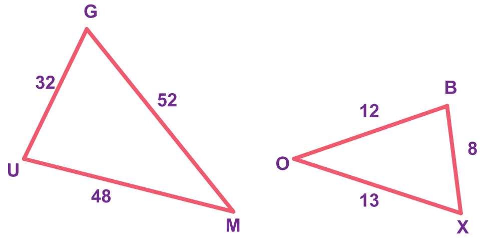
இரு முக்கோணங்கள் சர்வ சமம் என நிருபிக்க ப-ப-கோ மற்றும் கோ-ப-ப ஆகிய பண்புகள் போதுமானவையாக அமைவதில்லை. இது கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தின் மூலம் விளக்கப்பட்டுள்ளது. இங்கு, வரையப்பட்ட முக்கோணங்கள் ABD மற்றும் ABC இல், $BC = BD = a$ ஆகும். மேலும், பக்கம் AB மற்றும் $\angle BAZ$ ஆகியவை பொதுவானவை. ஆனால், $AC \neq AD$. ஆகவே, ΔABD ஆனது ΔABC இக்குச் சர்வசமம் அல்ல. எனவே, ப-ப-கோ பண்பு போதுமானதாக அமைவதில்லை.

பயிற்சி 4.1

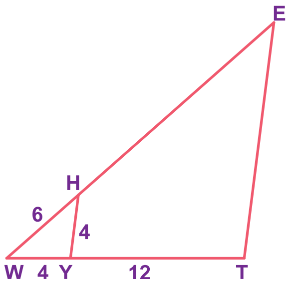
1. கொடுக்கப்பட்ட படத்திலிருந்து $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ என நிரூபி.



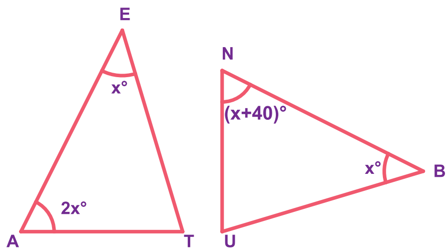
2. கொடுக்கப்பட்ட படத்திலிருந்து $\Delta GUM \sim \Delta BOX$ என நிரூபி



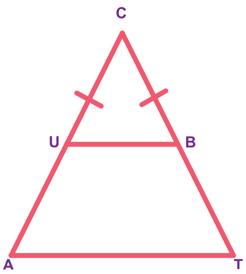
3. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் $YH \parallel TE$ $\Delta WHY \sim \Delta WET$ என நிரூபி. மேலும் HE மற்றும் TE ஐக் காண்க.



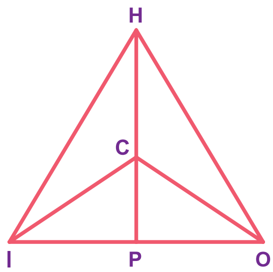
4. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில், $\Delta EAT \sim \Delta BUN$ எனில், அனைத்துக் கோண அளவுகளையும் காண்க.



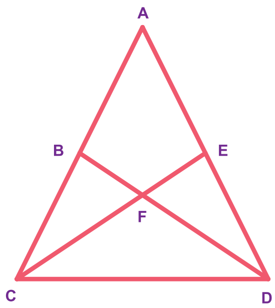
5. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில், $UB \parallel AT$ மற்றும் $CU \equiv CB$ எனில், $\Delta CUB \sim \Delta CAT$ மற்றும் ΔCAT ஆனது ஓர் இருசமபக்க முக்கோணம் என நிரூபி.



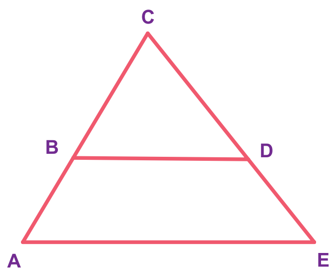
6. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில், $\angle CIP \equiv \angle COP$ மற்றும் $\angle HIP \equiv \angle HOP$ எனில், $IP \equiv OP$ என நிரூபி.



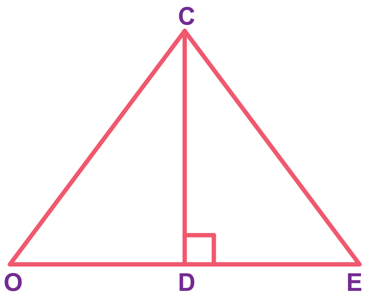
7. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில், $AC \equiv AD$ மற்றும் $\angle CBD \equiv \angle DEC$ எனில், $\Delta BCF \equiv \Delta EDF$ என நிரூபி.



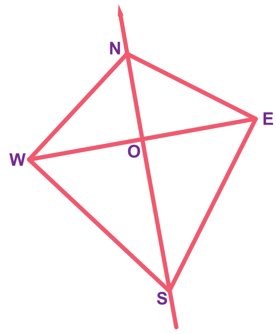
8. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில், அடிப்பக்கம் BD மற்றும் $\angle BAE \equiv \angle DEA$ ஆகக் கொண்ட ஓர் இருசமபக்க முக்கோணம், ΔBCD எனில் $BA \equiv ED$ என நிரூபி.



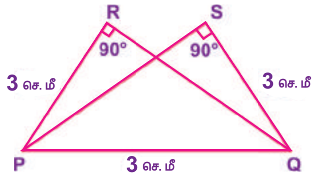
9. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் D ஆனது, OE இன் மையப்புள்ளி மற்றும் $\angle CDE = 90^\circ$. எனில் $\Delta ODC \equiv \Delta EDC$ என நிரூபி.



10. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில், $SW \equiv SE$ மற்றும் $\angle NWO \equiv \angle NEO$ எனில் NS ஆனது WS ஐ இரண்டாகப் பிரிக்கும் மற்றும் $\angle NWO = 90^\circ$ என நிரூபி.



11. $\triangle PRQ \equiv \triangle QSP$ ஆகுமா? ஏன்?



12. கொடுக்கப்பட்டுள்ள சொல் பட்டியலிலிருந்து சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக. (விகிதசமத்தில், வடிவொத்த, ஒத்த, சர்வசம, வடிவம்,பரப்பு, சமமான)

(i) வடிவொத்த முக்கோணங்களின் ஒத்த பக்கங்கள் ____________ இருக்கும்.

(ii) வடிவொத்த முக்கோணங்கள் ஒரே ____________ பெற்றிருக்கும். ஆனால் ஒரே அளவைப் பெற்றிருக்க வேண்டியதில்லை.

(iii) வடிவொத்த முக்கோணங்களில் ____________ பக்கங்கள், சமமான கோணங்களுக்கு எதிரே அமையும்.

(iv) $\equiv$ குறியானது ____________ முக்கோணங்களைக் குறிக்கப் பயன்படும்.

(v) $\sim$ குறியானது ____________ முக்கோணங்களைக் குறிக்கப் பயன்படும்.

கொள்குறிவகை வினாக்கள்

13. இரு வடிவொத்த முக்கோணங்கள் எப்போதும் ________ பெற்றிருக்கும்.

அ) குறுங்கோணங்களைப் ஆ) விரிகோணங்களைப்

இ)செங்கோணங்களைப் ஈ) பொருத்தமானக் கோணங்களைப்

14. முக்கோணங்கள் PQR மற்றும் XYZ இல் $\dfrac{PQ}{XY} = \dfrac{QR}{ZX}$ எனில் அவை வடிவொத்த முக்கோணங்களாக இருக்க________ஆகும்.

அ) $\angle Q = \angle Y$ ஆ) $\angle P = \angle X$ இ) $\angle Q = \angle X$ ஈ) $\angle P = \angle Z$

15. 15 மீ உயரமுள்ள ஒரு கொடிக் கம்பமானது காலை 10 மணிக்கு, 3 மீ நீளமுள்ள நிழலை ஏற்படுத்துகிறது. அதே நேரத்தில் ஒரு கட்டடத்தின் நிழலின் நீளமானது 18.6 மீ எனில், கட்டடத்தின் உயரமானது ________ ஆகும்.

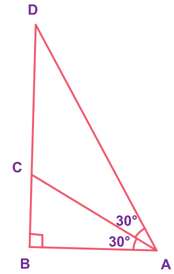
அ) 90 மீ ஆ) 91 மீ இ) 92 மீ ஈ) 93 மீ

16. $\Delta ABC \sim \Delta PQR$. $\angle A = 53^\circ$ மற்றும் $\angle Q = 77^\circ$ எனில், $\angle R$ ஆனது ------------- ஆகும்.

அ) 50° ஆ) 60° இ) 70° ஈ) 80°

17. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில், பின்வரும் கூற்றுகளில் எது சரி?

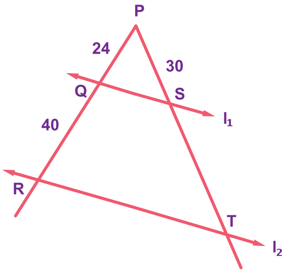
அ) $AB = BD$ ஆ) $BD < CD$ இ) $AC = CD$ ஈ) $BC = CD$



பயிற்சி 4.2

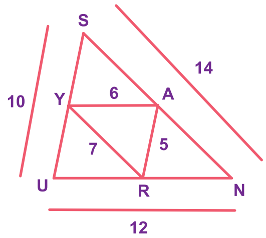
பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சி கணக்குகள்

1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் $l_1 \| l_2$ எனில் PTஐக் காண்க

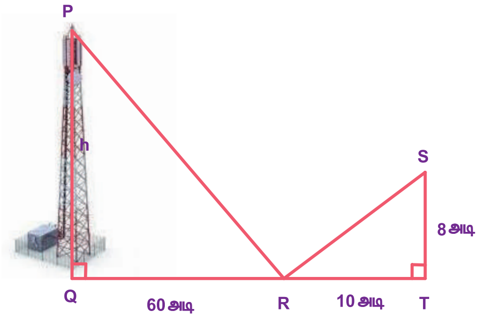


5P632L

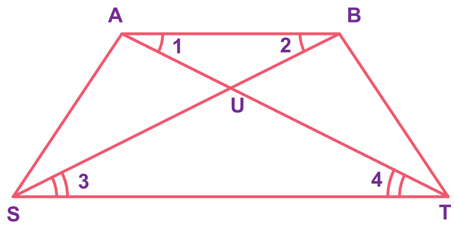
2. படத்திலிருந்து, $\Delta\, SUN \sim \Delta\, RAY$ என நிரூபி.



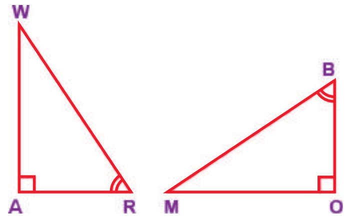
3. ஒரு கோபுரத்தின் உச்சியானது தரையில் R என்ற இடத்தில் உள்ள ஒரு கண்ணாடியின் மூலம் பிரதிபலித்து பார்க்கப்படுகிறது எனில், கோபுரத்தின் உயரத்தைக் காண்க.



4. படத்தில் $\angle 1 \equiv \angle 2$ மற்றும் $\angle 3 \equiv \angle 4$ ஆகும் எனில், $\Delta\, MUG \equiv \Delta\, TUB$ என நிரூபி.

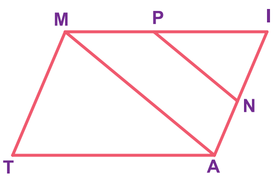


5. $\Delta WAR \equiv \Delta MOB$ எனில், ஒத்த பாக்கங்களின் சோடிகளைப் பெயரிடுக. மேலும் உன்னால் பயன்படுத்தப்பட்ட நிபந்தனை என்ன?

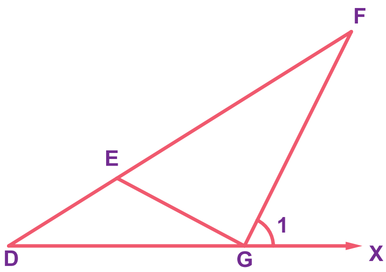


மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

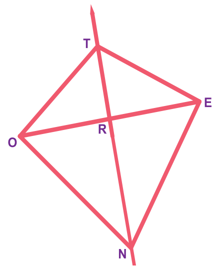
6. படத்தில், $\angle TMA \equiv \angle IAM$ மற்றும் $\angle TAM \equiv \angle IMA$. P ஆனது MI இன் மையப்புள்ளிமற்றும் N ஆனது AI இன் மையப்புள்ளி எனில், $\Delta\, PIN \sim \Delta\, ATM$. என நிரூபி.



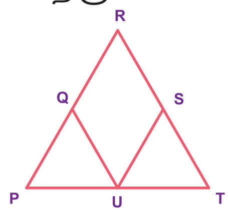
7. படத்தில் $\angle FEG \equiv \angle 1$ எனில், $DG^2 = DE.DF$ என நிரூபி.



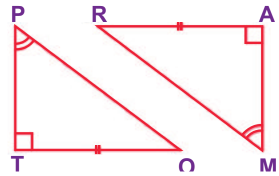
8. படத்தில், $\angle TEN \equiv \angle TON = 90^{\circ}$ மற்றும் $TO \equiv TE$ எனில், $\angle ORN \equiv \angle ERN$ என நிரூபி.



9. படத்தில், $PQ \equiv TS$, Q ஆனது PR இன் மையப்புள்ளி, S ஆனது TR இன் மையப்புள்ளி மற்றும் $\angle PQU \equiv \angle TSU$ எனில், $QU \equiv SU$ என நிரூபி.

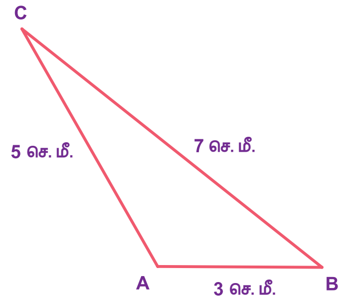


10. படத்தில், $\angle TOP \equiv \angle ARM$ ஏன் என விவரி.



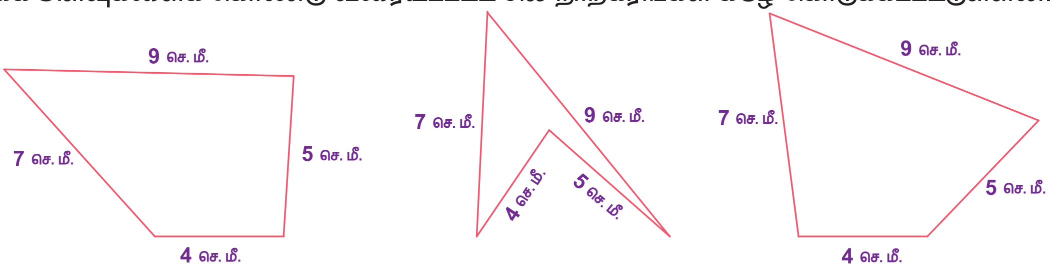
4.4 நாற்கரங்கள் வரைதல்

முக்கோணங்கள் வரையும் முறையை நாம் ஏற்கனவே கற்றிருக்கிறோம். மூன்று பக்கங்கள் கொண்டு உருவாக்கப்படும் பலகோணம் முக்கோணம் ஆகும். ஒரு முக்கோணம் வரைவதற்கு ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பற்ற மூன்று அளவுகள் தேவை. மேலும், மூன்று பக்கங்கள் கொண்டு ஒரு முக்கோணம் வரையும் போது, ஒரேயொரு வாய்ப்பு மட்டும் உள்ளது. உதாரணமாக, 3 செ.மீ, 5 செ.மீ. மற்றும் 7 செ.மீ. ஆகிய பக்கங்களைக் கொண்டு ஒரு முக்கோணத்தை வரைவதற்கு ஒரேயொரு வாய்ப்பு மட்டுமே உள்ளது.



படம் 4.25

இப்போது, நாற்கரங்களை எடுத்துக்கொள்வோம். நாற்கரமானது நான்கு பக்கங்களால் உருவாக்கப்படும் ஒரு பலகோணம் அல்லவா! ஆனால், நான்கு பக்கங்களைக் கொண்டு நாற்கரம் வரைந்தால் அவை ஒன்றாக இல்லாமல், வெவ்வேறான வடிவில் இருக்கலாம். உதாரணமாக 4 செ.மீ, 5 செ.மீ, 7 செ.மீ. மற்றும் 9 செ.மீ. ஆகிய பக்க அளவுகளைக் கொண்டு வரையப்பட்ட சில நாற்கரங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.



படம் 4.26

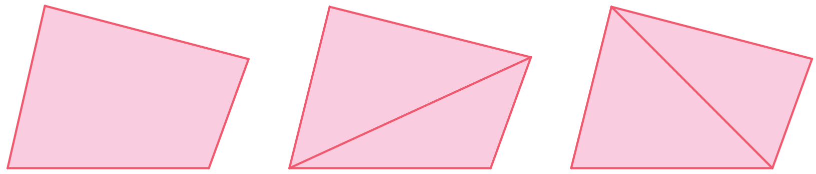
எனவே, ஒரு குறிப்பிட்ட நாற்கரம் வரைவதற்கு, 5–ஆவதாக மற்றொரு அளவு தேவைப்படுகிறது. அது மூலைவிட்டமாகவோ அல்லது கோணமாகவோ இருக்கலாம். அது மட்டுமின்றி நான்கு பக்கங்களில் 2 அல்லது 3 பக்கங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருந்தாலும், மூலைவிட்டங்கள் மற்றும் கோணங்களைப் பயன்படுத்தி நாற்கரங்களை வரைய இயலும்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைப் பயன்படுத்திப் பின்வரும் வழிகளில் நாற்கரங்களை வரையும் முறைகளை இப்பகுதியில் காண்போம்.

1. நான்கு பக்கங்கள் மற்றும் ஒரு மூலைவிட்டம் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால்
2. மூன்று பக்கங்கள் மற்றும் இரு மூலைவிட்டங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால்
3. நான்கு பக்கங்கள் மற்றும் ஒரு கோணம் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால்
4. மூன்று பக்கங்கள் மற்றும் இரண்டு கோணங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால்
5. இரண்டு பக்கங்கள் மற்றும் மூன்று கோணங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால்

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

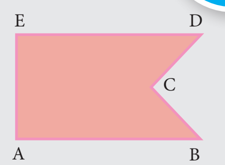
ஒரு மூலைவிட்டத்தை வரைவதன் மூலம் எந்தவொரு நாற்கரத்தையும் இரண்டு முக்கோணங்களாக நம்மால் பிரிக்க இயலும்.



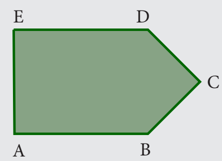
மேலேயுள்ள படங்களில், ஒரு நாற்கரமானது அதன் மூலைவிட்டங்களால் இரண்டு வழிகளில் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. எனவே, ஒரு மூலைவிட்டம் கொடுக்கப்பட்டால், இரண்டு பக்கங்கள் மற்றும் அந்த மூலைவிட்டம் ஆகிய அளவுகளைக் கொண்டு கீழ்ப்புறத்தில் உள்ள முக்கோணத்தை முதலில் வரைய வேண்டும். பிறகு, மற்ற இரண்டு அளவுகளைக் கொண்டு மேற்புற முக்கோணத்தை வரைவதன் மூலம் தேவையான நாற்கரத்தைப் பெறலாம்.

குறிப்பு

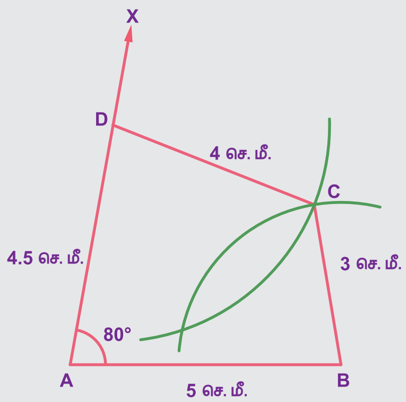
(i) • ஒரு பலகோணத்தின் ஏதேனும் ஒரு உட்கோணம் $180°$இக்கு அதிகமாக இருந்தால்,அது குழிவுப்பலகோணம் ஆகும். கொடுக்கப்பட்ட பலகோணத்தில், உட்கோணம் C ஆனது $180°$ஐ விட அதிகமாக உள்ளது.



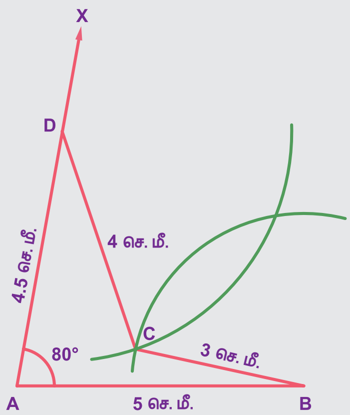
• ஒரு பலகோணத்தின் அனைத்து உட்கோணங்களும் $180°$ஐ விடக் குறைவாக இருந்தால், அது குவிவுப் பலகோணம் ஆகும். கொடுக்கப்பட்ட பலகோணத்தில், அனைத்து உட்கோணங்களும் $180°$ஐ விடக் குறைவாக உள்ளன.



(ii) பின்வரும் நாற்கரங்களை கவனிக்க.



குவிவு நாற்கரம்



குழிவு நாற்கரம்

படத்தில் உள்ளவாறு, ஒத்த அளவுகளைக் கொண்டு இரண்டு வகையான நாற்கரங்களை வரைய முடிந்தாலும், இந்த இயலில் குழிவு நாற்கரங்கள் கணக்கில் எடுத்துக் கொள்ளப்படவில்லை. எனவே, குவிவு நாற்கரங்கள் மட்டுமே இங்கு கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

சிந்திக்க

PQ = 5 செ.மீ, QR = 3 செ.மீ, RS = 6 செ.மீ, PS = 7 செ.மீ. மற்றும் PR = 10 செ.மீ. ஆகிய அளவுகளைக் கொண்டு நாற்கரம் அமைக்க இயலுமா? ஏன்?

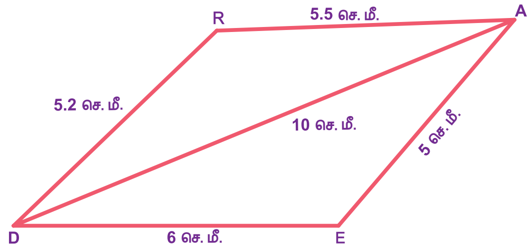
4.4.1 நான்கு பக்கங்கள் மற்றும் ஒரு மூலைவிட்டம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது நாற்கரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 4.15

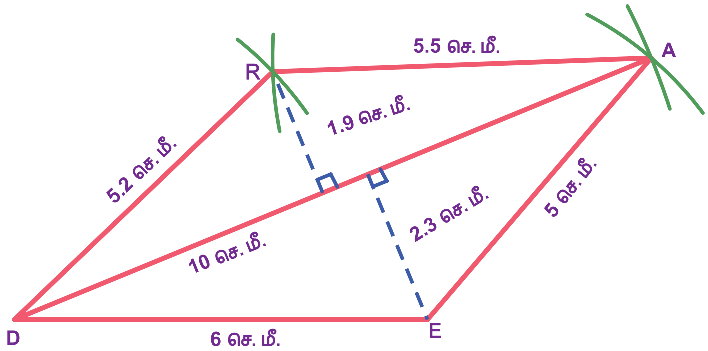
DE = 6 செ.மீ, EA = 5 செ.மீ, AR = 5.5 செ.மீ, RD = 5.2 செ.மீ. மற்றும் DA = 10 செ.மீ. ஆகிய அளவுகளைக் கொண்ட DEAR என்ற நாற்கரம் வரைந்து, அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு :

தரவு :
DE = 6 செ.மீ, EA = 5 செ.மீ, AR = 5.5 செ.மீ,
RD = 5.2 செ.மீ மற்றும் ஒரு மூலைவிட்டம்
DA = 10 செ.மீ



உதவிப்படம்



படம் 4.27

படிகள் :

1. DE = 6 செ.மீ. அளவுள்ள ஒரு கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. D மற்றும் E ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 10 செ.மீ. மற்றும் 5 செ.மீ. ஆரமுள்ள இரண்டு விற்கள் வரைக. அவை C இல் வெட்டட்டும்.
3. DA மற்றும் EA ஐ இணைக்க.
4. D மற்றும் A ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 5.2 செ.மீ. மற்றும் 5.5 செ.மீ. ஆரமுள்ள இரண்டு விற்கள் வரைக. அவை R இல் வெட்டட்டும்.
5. DR மற்றும் AR ஐ இணைக்க.
6. $DEAR$ என்பது தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல் :

DEAR என்ற நாற்கரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ ச.அலகுகள்.

$= \frac{1}{2} \times 10 \times (1.9 + 2.3)$

$= 5 \times 4.2 = 21$ செ.மீ^{2}

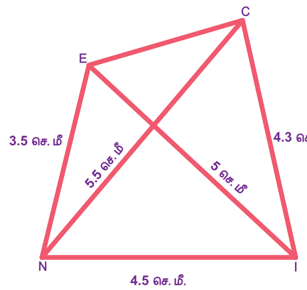
4.4.2 மூன்று பக்கங்கள் மற்றும் இரண்டு மூலைவிட்டங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது நாற்கரம் வரைதல்.

எடுத்துக்காட்டு 4.16

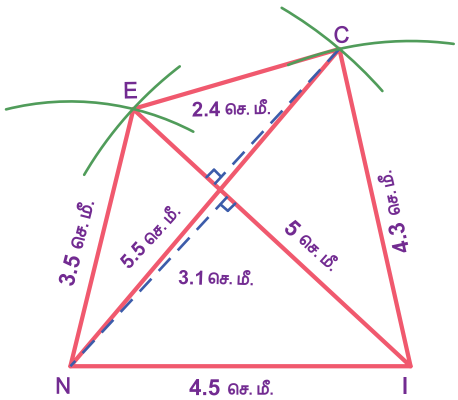
NI = 4.5 செ.மீ, IC = 4.3 செ.மீ, NE = 3.5 செ.மீ, NC = 5.5 செ.மீ. மற்றும் IE = 5 செ.மீ. ஆகிய அளவுகளைக் கொண்ட NICE என்ற நாற்கரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவு : NI = 4.5 செ.மீ, IC = 4.3 செ.மீ,
NE = 3.5 செ.மீ. மற்றும் இரண்டு மூலைவிட்டங்கள்,
NC = 5.5 செ.மீ. மற்றும் IE = 5 செ.மீ.



உதவிப்படம்



படம் 4.28

படிகள் :

1. NI = 4.5 செ.மீ. அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. N மற்றும் I ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 5.5 செ.மீ. மற்றும் 4.3 செ.மீ. ஆரமுள்ள இரண்டு விற்கள் வரைக. அவை C இல் வெட்டட்டும்.
3. NC மற்றும் IC ஐ இணைக்க.
4. N மற்றும் I ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 3.5 செ.மீ. மற்றும் 5 செ.மீ. ஆரமுள்ள இரண்டு விற்கள் வரைக. அவை E இல் வெட்டட்டும்.
5. NE, IE மற்றும் CE ஐ இணைக்க.
6. NICE என்பது தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல் :

NICE என்ற நாற்கரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ ச. அலகுகள்.

$= \frac{1}{2} \times 5 \times (2.4 + 3.1)$

$= 2.5 \times 5.5 = 13.75$ செ.மீ^{2}

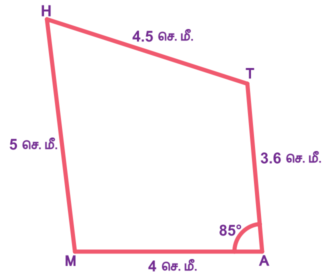
4.4.3 நான்கு பக்கங்கள் மற்றும் ஒரு கோணம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது நாற்கரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 4.17

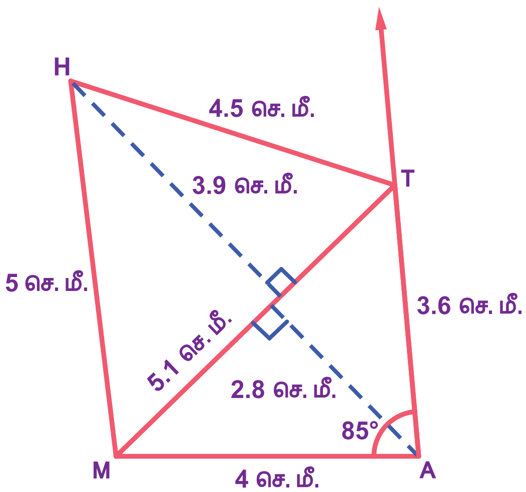
MA = 4 செ.மீ, AT = 3.6 செ.மீ, TH = 4.5 செ.மீ, MH = 5 செ.மீ மற்றும் $\angle A = 85°$ ஆகிய அளவுகளைக் கொண்ட MATH என்ற நாற்கரம் வரைந்து, அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு :

தரவு :
MA = 4 செ.மீ, AT = 3.6 செ.மீ,
TH = 4.5 செ.மீ, MH = 5 செ.மீ. மற்றும் $\angle A = 85°$.



உதவிப்படம்



படம் 4.29

படிகள் :

1. MA= 4 செ.மீ. அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. $\angle A = 85°$ ஐ வரைக.
3. A ஐ மையமாகக் கொண்டு, 3.6 செ.மீ. ஆரமுள்ள வில் வரைக. அது கதிர் AX ஐ T இல் வெட்டட்டும்.
4. M மற்றும் T ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 5 செ.மீ. மற்றும் 4.5 செ.மீ. ஆரமுள்ள இரண்டு விற்கள் வரைக. அவை H இல் வெட்டட்டும்.
5. MH மற்றும் TH ஐ இணைக்க.
6. MATH என்பது தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல் :

MATH என்ற நாற்கரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ ச.அலகுகள்

$= \frac{1}{2} \times 5.1 \times (3.9 + 2.8)$

$= 2.55 \times 6.7 = 17.09$ செ.மீ^{2}

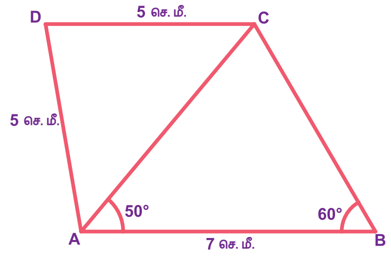
4.4.4 மூன்று பக்கங்கள் மற்றும் இரண்டு கோணங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது நாற்கரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 4.18

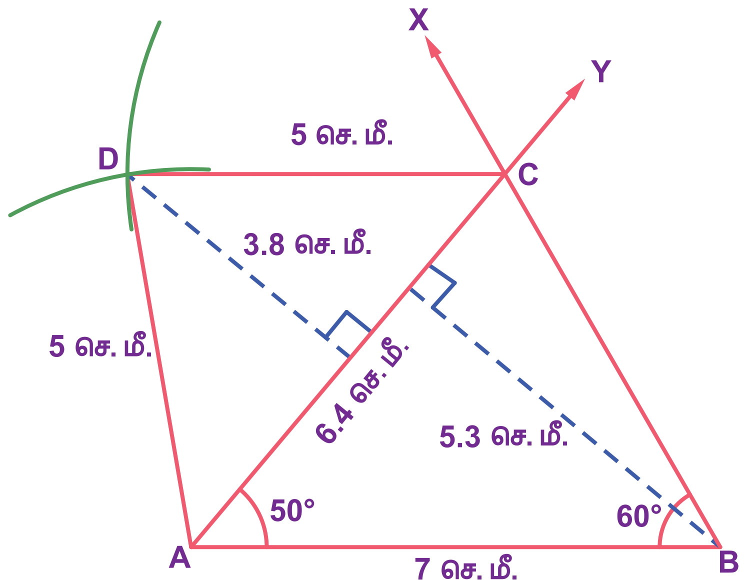
AB = 7 செ.மீ, AD = 5 செ.மீ, CD = 5 செ.மீ, $\angle BAC = 50°$ மற்றும் $\angle ABC = 60°$ ஆகிய அளவுகளைக் கொண்ட ABCD என்ற நாற்கரம் வரைந்து, அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு :

தரவு :
AB = 7 செ.மீ, AD = 5 செ.மீ,
CD = 5 செ.மீ. மற்றும் இரண்டு கோணங்கள் $\angle BAC = 50°$ மற்றும் $\angle ABC = 60°$



உதவிப்படம்



படம் 4.30

படிகள்:

1. AB = 7 செ.மீ. அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. AB ன் மேல் A ல் $\angle BAY = 50°$ ஐயும் மற்றும் B இல் $\angle ABX = 60°$ ஐயும் உருவாக்குக. அவை C இல் வெட்டட்டும்.
3. A மற்றும் C ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, 5 செ.மீ ஆரமுள்ள விற்கள் வரைக. அவை D இல் வெட்டட்டும்.
4. AD மற்றும் CD ஐ இணைக்க.
5. ABCD என்பது தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல் :

$ABCD$ என்ற நாற்கரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ ச. அலகுகள்.

$= \frac{1}{2} \times 6.4 \times (3.8 + 5.3)$

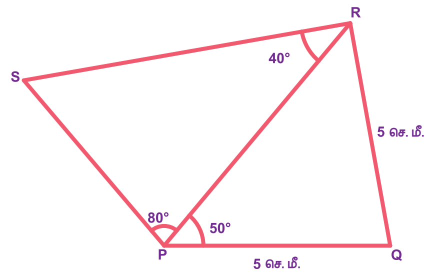
$= 3.2 \times 9.1 = 29.12$ செ.மீ^{2}

4.4.5 இரண்டு பக்கங்கள் மற்றும் மூன்று கோணங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது நாற்கரம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 4.19

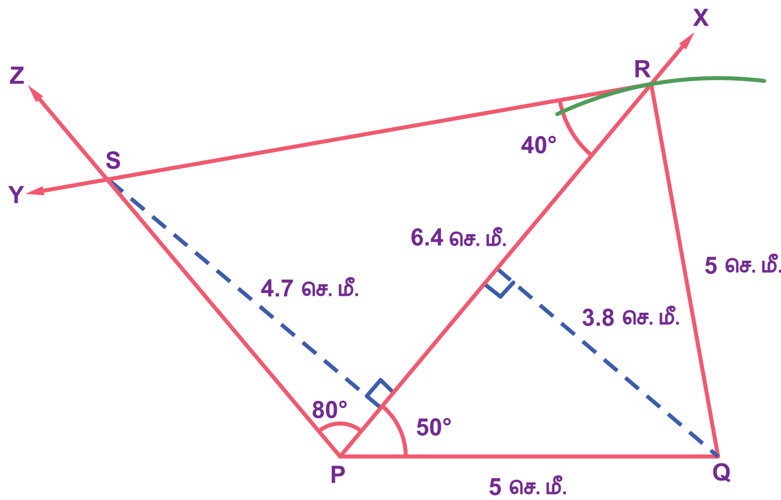
$PQ=QR=$ 5 செ.மீ, $\angle QPR=50^\circ$, $\angle PRS=40^\circ$ மற்றும் $\angle RPS=80^\circ$ ஆகிய அளவுகளைக் கொண்ட PQRS என்ற நாற்கரம் வரைந்து, அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு :



உதவிப்படம்

தரவு :
PQ = 5 செ.மீ, QR = 5 செ.மீ. $\angle QPR=50^\circ$, $\angle PRS=40^\circ$ மற்றும் $\angle RPS=80^\circ$



படம் 4.31

படிகள் :

1. PQ = 5 செ.மீ. அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. PQ ன் மேல் P இல் $\angle QPX=50^\circ$ ஐ உருவாக்குக.
3. Q ஐ மையமாகக் கொண்டு, 5 செ.மீ ஆரமுள்ள வில் வரைக. அது PX ஐ R இல் வெட்டட்டும். QR ஐ இணைக்க.
4. PR ன் மேல் R இல் $\angle PRS=40^\circ$ ஐயும் மற்றும் P இல் $\angle RPS=80^\circ$ ஐயும் உருவாக்குக. அவை S இல் வெட்டட்டும்.
5. PQRS என்பது தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல் :

$PQRS$ என்ற நாற்கரத்தின் பரப்பளவு $=\frac{1}{2}\times d\times(h_1+h_2)$ ச. அலகுகள்

$=\frac{1}{2}\times 6.4\times(4.7+3.8)$

$= 3.2 \times 8.5 = 27.2$ செ.மீ^{2}

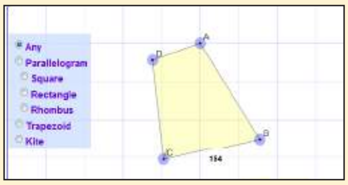
பயிற்சி 4.3

கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைக் கொண்ட நாற்கரங்கள் வரைந்து, அவற்றின் பரப்பளவைக் காண்க.

1. நாற்கரம் ABCD, AB = 5 செ.மீ, BC = 4.5 செ.மீ, CD = 3.8 செ.மீ, DA = 4.4 செ.மீ மற்றும் AC = 6.2 செ.மீ
2. நாற்கரம் KITE, KI = 5.4 செ.மீ, IT = 4.6 செ.மீ, TE = 4.5 செ.மீ, KE = 4.8 செ.மீ மற்றும் IE = 6 செ.மீ
3. நாற்கரம் PLAY, PL = 7 செ.மீ, LA = 6 செ.மீ, AY = 6 செ.மீ, PA = 8 செ.மீ மற்றும் LY = 7 செ.மீ
4. நாற்கரம் LIKE, LI = 4.2 செ.மீ, IK = 7 செ.மீ, KE = 5 செ.மீ, LK = 6 செ.மீ மற்றும் IE = 8 செ.மீ
5. நாற்கரம் PQRS, PQ=QR= 3.5 செ.மீ, RS = 5.2 செ.மீ, SP = 5.3 செ.மீ மற்றும் $\angle Q = 120^\circ$.
6. நாற்கரம் EASY, EA = 6 செ.மீ, AS = 4 செ.மீ, SY = 5 செ.மீ, EY = 4.5 செ.மீ மற்றும் $\angle E = 90^\circ$
7. நாற்கரம் MIND, MI = 3.6 செ.மீ, ND = 4 செ.மீ, MD= 4 செ.மீ, $\angle M = 50^\circ$ மற்றும் $\angle D = 100^\circ$.
8. நாற்கரம் WORK, WO = 9 செ.மீ, OR = 6 செ.மீ, RK = 5 செ.மீ, $\angle O = 100^\circ$ மற்றும் $\angle R = 60^\circ$.
9. நாற்கரம் AGRI, AG = 4.5 செ.மீ, GR = 3.8 செ.மீ, $\angle A = 60^\circ$, $\angle G = 110^\circ$ மற்றும் $\angle R = 90^\circ$.
10. நாற்கரம் YOGA, YO = 6 செ.மீ, OG = 6 செ.மீ, $\angle O = 55^\circ$, $\angle G = 35^\circ$ மற்றும் $\angle A = 100^\circ$.

இணையச்செயல்பாடு **செய்முறை வடிவியல்**

இந்த செயல்பாடு மூலம் நாற்கர உருவங்களின் செயல்பாடுகளைப் பற்றி அறிந்து கொள்ளலாம்



பேப்ை 1 க் ப்ா

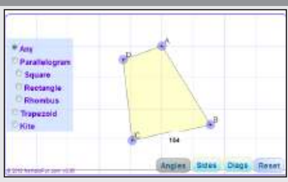
செய்யவும் (அ) இணைய உரலியை சொடுக்கவும்.

படி – 2 நாற்கர உருவங்களின் இணையச் செயல்பாடுகளைக் காணலாம்.

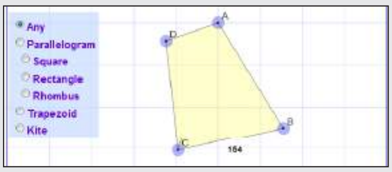
படி– 3 நாற்கர உருவங்களான இணைக ரம், சதுரம், செவ்வகம் இவற்றின் செயல்பாடுகள் தேர்வு செய்யவும்,. (Parallelogram, square, Rectangle etc...) கோணங்கள். பக்கங்கள், மூலைவிட்டங்கள், இவற்றுக்கான விருப்பத் தேர்வுகள் கிடைக்கும். (Angles, Sides and Diags.)

படி – 4 உதாரணமாக, நாற்கரம் என்பதை தேர்வு செய்யவும். இதில் நாற்கர உருவங்கள் காணலாம். இதே போன்று பிற உருவங்களின் செயல்பாடுகளையும் காண இயலும்.

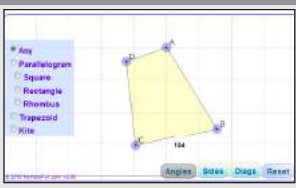
படி 1



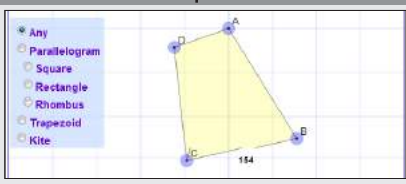
படி 2



படி 3



படி 4



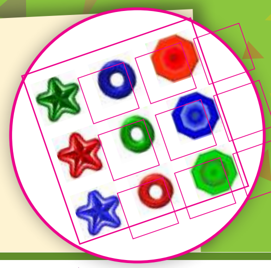
B355_8_MATHS_TM

இணையஉரல நா

படங்கள் அடையாளங்களை மட்டுமே குறிக்கும்
இந்த பக்கத்தை பார்க்க தேடுபொறி தேவையென்றால் Flash Player அல்லது Java Script அனுமதிக்கவும்

பாடச்சுருக்கம்

- வடிவொத்த உருவங்கள் ஒத்த வடிவங்களையும், ஆனால் மாறுபட்ட அளவுகளையும் பெற்றிருக்கும்.
- ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு கோணங்கள், மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரண்டு கோணங்களுக்குச் சமம் எனில், அவ்விரு முக்கோணங்களும் வடிவொத்தவை ஆகும். இது, கோ–கோ வடிவொத்தப் பண்பாகும்.
- ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்கள் மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்களுக்கு விகிதசமத்திலும் அவ்விரண்டு பக்கங்கள் உள்ளடக்கிய கோணங்கள் சமமாகவும் இருந்தால், அவ்விரு முக்கோணங்கள் வடிவொத்தவை ஆகும். இது ப–கோ–ப வடிவொத்தப் பண்பாகும்.
- இரண்டு முக்கோணங்களின் ஒத்த பக்கங்கள் சமவிகிதத்தில் அமையும் எனில், அவை வடிவொத்தவை ஆகும். இது ப–ப–ப வடிவொத்தப் பண்பாகும்.
- ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணமும், ஒரு பக்கமும் மற்றொரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் மற்றும் ஒரு பக்கத்திற்கு சமவிகிதத்தில் அமையும் எனில், அவை வடிவொத்தவை ஆகும். இது செ–க–ப வடிவொத்தப் பண்பாகும்.
- இரு முக்கோணங்கள் வடிவொத்தவை எனில், அவற்றின் கோணங்கள் சமமாகவும், ஒத்த பக்கங்கள் விகிதசமத்திலும் அமைந்திருக்கும்.
- சர்வசம உருவங்கள் வடிவத்திலும் அளவிலும் சமமாக இருக்கும்.
- இரண்டு முக்கோணங்கள் சர்வசமம் என நிரூபிக்க 4 வழிகள் உண்டு அவையாவன ப–ப–ப, ப–கோ–ப, கோ–ப–கோ மற்றும் செ–க–ப ஆகும்.
- ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்கள் மற்றொரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களுக்குச் சமம் எனில், அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வசமம் ஆகும். இது ப–ப–ப சர்வசமப் பண்பாகும்.
- ஒரு முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்களும் அவை உள்ளடக்கிய கோணமும் மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்களுக்கும் அவை உள்ளடக்கிய கோணத்திற்கும் சமமானால் அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வசமமாகும். இது ப–கோ–ப சர்வசமப் பண்பாகும்.
- ஒரு முக்கோணத்தின் இரு கோணங்களை உள்ளடக்கிய பக்கமும் மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரு கோணங்களுக்கும் அவற்றை உள்ளடக்கிய பக்கத்திற்குச் சமமானால், அந்த இரு முக்கோணங்களும் சர்வசம முக்கோணங்களாகும். இது கோ–ப–கோ சர்வசமப் பண்பாகும்.
- ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் மற்றும் செங்கோணத்தை அடக்கிய பக்கங்களில் ஒன்று ஆகியவை மற்றொரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் மற்றும் செங்கோணத்தை அடக்கிய பக்கங்களில் ஒன்றுக்குச் சமமாக இருந்தால், அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வசமம் ஆகும். இது செ–க–ப சர்வசமப் பண்பாகும்.
- இரு முக்கோணங்கள் சர்வசமம் எனில், அவற்றின் ஒத்த பாகங்கள் சர்வசமமாகும். இது CPCTC பண்பு எனப்படும்.
- ஒரு நாற்கரம் வரைய ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத 5 அளவுகள் தேவை.
- ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத 5 அளவுகள் என்பன ஒரு நாற்கரத்தின் பக்கங்கள், மூலைவிட்டங்கள் மற்றும் கோணங்களின் கலவையாக இருக்கலாம்.
- நாற்கரத்தின் பரப்பளவு $\frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ ச. அலகுகள்.



5 தகவல்செயலாக்கம்

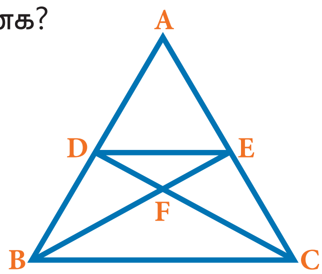
கற்றல்நோக்கங்கள்

- வெவ்வேறு எண்ணிக்கையிலான பொருட்களின் அனைத்து சாத்தியமான வரிசைகளைத் தீர்மானித்து, அவ்வரிசைகளின் பட்டியல் மற்றும் எண்ணல் கொள்கைகளை விவரித்தல்.
- சேர்ப்பு(SET) விளையாட்டின் ஒத்தத் தன்மை மற்றும் மாறுபட்டத் தன்மை கருத்துகளுக்கு வலு சேர்த்தல்.
- கணிதக் கருத்துகளைக் குறித்துக்காட்டவும் மற்றும் உருவகப்படுத்தவும் நிலவரைபட வண்ணமிடுதலின் பங்கை ஆராய்தல், மேலும் வரைபட வண்ணமிடுதல் மூலம் கணிதத் தீர்வுகளை அறிதல்.

மீள்பார்வை

சென்ற வகுப்புகளில் கற்றவற்றை நினைவுகூர்ந்து அனைத்து சாத்தியக்கூறுகளையும் அறிந்து, எவ்வாறு வரிசைபடுத்தி எழுதுவது மற்றும் எண்ணுவது என்பதனைக் கீழ்க்காணும் வினாக்களுக்கு விடையளித்து தெரிந்துக் கொள்ளலாம்.

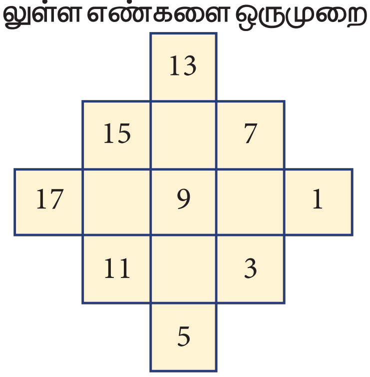
1. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணத்திலிருந்து எத்தனை முக்கோணங்களை உருவாக்க முடியும் எனக் காண்க?



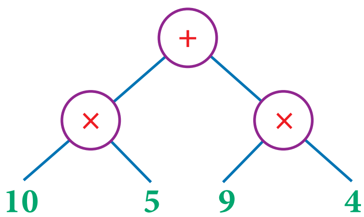
விடை:_______________

BMGHEJ

2. பின்வரும் படத்திலுள்ள எண்களை ஒருமுறை மட்டுமே பயன்படுத்தி 3 x 3 என்ற மாயச்சதுரத்தை அமைக்க.



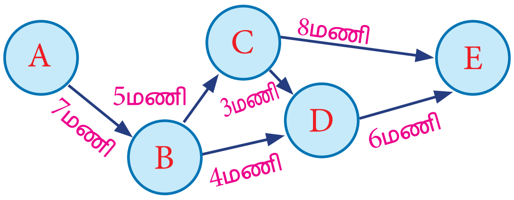
3. கீழ்கண்ட மரவுரு வரைபடத்தை எண் கோவையாக மாற்றுக..



விடை:_______________

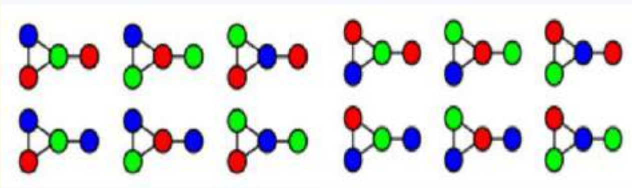
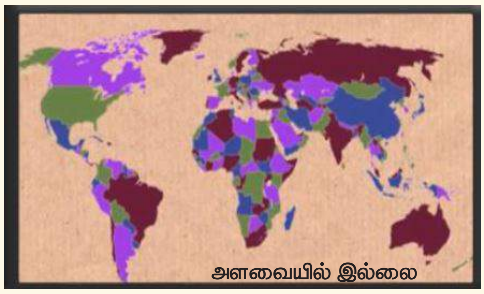
4. (i) A இலிருந்து E இக்கு B, C மற்றும் D வழியாகச் செல்வதற்காகும் மொத்த நேரத்தைக் காண்க.

(ii) A இலிருந்து E இக்கு செல்லக் குறைந்த அளவு நேரத்தை எடுத்துக் கொள்ளும் வழித்தடம் எது ?.



(i) ....மணிகள்.

(ii) A → ... → ... → E

எங்கும் கணிதம்	அன்றாட வாழ்வில் தகவல் செயலாக்கம்
 மூன்று வண்ணங்களை மட்டுமே பயன்படுத்தி 12 வெவ்வேறு வழிகளில் வண்ணமிடப்பட்டுள்ள ஒரு அமைப்பு	 குறைந்தபட்ச எண்ணிக்கையிலான வண்ணங்களைக் கொண்டு வண்ணமிடப்பட்ட உலக நிலவரைபடம்

5.1 அறிமுகம்

கணிதத்தில் வெற்றி என்பது எண்ணுதல் மற்றும் அளவு மூலம் எண்ணறிவை விரிவடைய செய்வதுடன் தொடங்குகிறது.

சில அடிப்படை எண்ணுதல் உத்திகள் உள்ளன. அந்த உத்திகள் பொருட்களை வரிசைப்படுத்துதல் அல்லது தெரிவு செய்தல் போன்ற பல்வேறு வழிகளின் மூலமாக எண்களைத் தீர்மானிக்க உதவுகிறது. இதன் அடிப்படையில் அமைந்த சில அடிப்படை எண்ணுதல் கொள்கைகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

5.2 எண்ணுதலில் அடிப்படைக் கொள்கைகள்

5.2.1 எண்ணுதலில் கூட்டல் கொள்கை

ஒன்றையொன்று சார்ந்திராத இரண்டு செயல்பாடுகள் முறையே m வழிகளில் அல்லது n வழிகளில் செயல்படமுடியும் எனில், பிறகு அந்த இரண்டு செயல்பாடுகளும் $(m + n)$ வழிகளில் செயல்பட முடியும்.

பின்வரும் சூழ்நிலைகள் எண்ணுவதில் கூட்டல் கொள்கையினைப் பற்றிப் புரிந்துகொள்ள உதவுகிறது.

சூழ்நிலை 1

எட்டாம் வகுப்பில் 11 மாணவர்கள் மற்றும் 9 மாணவிகள் பயில்கின்றனர். அவர்களில் ஒரு மாணவரையோ அல்லது ஒரு மாணவியையோ வகுப்புத் தலைவராகத் தேர்ந்தெடுக்க ஆசிரியர் விரும்புகிறார் எனில், ஆசிரியர் எத்தனை வழிகளில் வகுப்புத் தலைவரைத் தேர்ந்தெடுக்க முடியும் என்பதைப் பார்ப்போம்?

ஆசிரியர் கீழ்க்கண்ட வழிகளில் ஏதேனும் ஒரு வழியில் வகுப்புத் தலைவரைத் தேர்ந்தெடுக்க முடியும்.

படம் 5.1

(i) முதல் வாய்ப்பில், 11 மாணவர்களிலிருந்து 1 மாணவரைத் தேர்ந்தெடுக்க 11 வழிகள் உள்ளன.

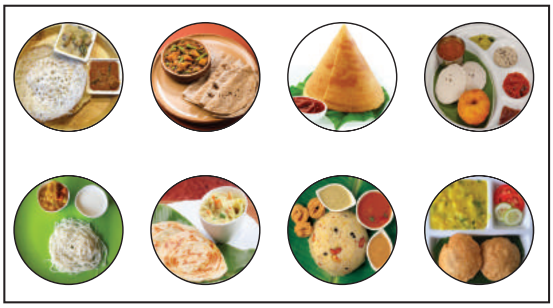
(ii) இரண்டாவது வாய்ப்பில், 9 மாணவிகளிலிருந்து 1 மாணவியைத் தேர்ந்தெடுக்க 9 வழிகள் உள்ளன.

ஆகவே, வகுப்பிலுள்ள **20** மாணவர்களில் (11 **மாணவர்கள்** + 9 **மாணவிகள்**) 1 **மாணவரையோ அல்லது 1 மாணவியையோ வகுப்புத் தலைவராகத்** தேர்ந்தெடுக்க ஆசிரியருக்கு **20 வெவ்வேறு விதமான வழிகள்** உள்ளன.

சூழ்நிலை 2

நீங்கள் ஒரு உணவு விடுதியில் சாப்பிடுவதற்கு செல்வதாகக் கொள்வோம். அந்த உணவு விடுதியில் கீழே உள்ள படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது போன்று பல்வேறு விதமான உணவு வகைகள் உள்ளன.

உங்களுக்குத் தேவையான சிற்றுண்டி அல்லது மதிய உணவை எடுத்துக்கொள்ள எத்தனை விதமான வழிகள் உள்ளது என நாம் காண்போம்.



படம் 5.2 (8 வகையான சிற்றுண்டிகள்)

படம் 5.3 (9 வகையான மதிய உணவுகள்)

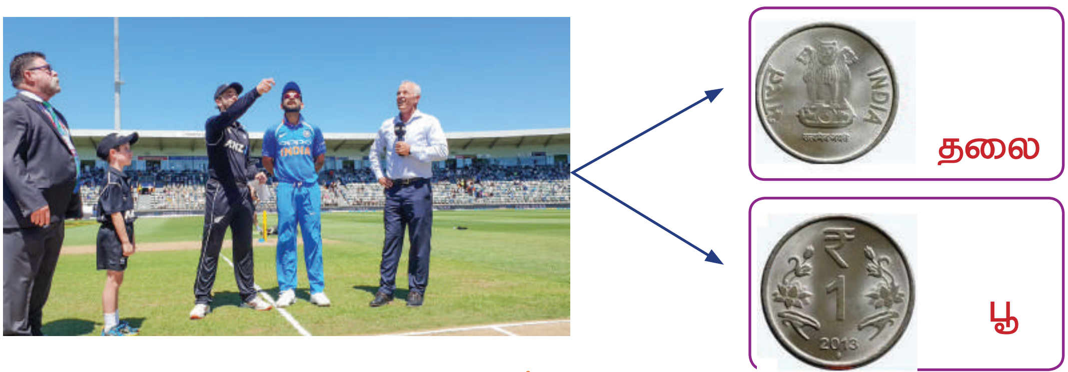
மேலே உள்ள படத்தின் மூலம் நாம் அறிவது,
உங்களுக்கு 1 சிற்றுண்டியைத் தேர்ந்தெடுக்க 8 வழிகளும் அல்லது 1 மதிய உணவு வகையினைத் தேர்ந்தெடுக்க 9 வழிகளும் உள்ளது.
ஆகவே, உணவகத்தில் உள்ள 17 உணவு வகைகளிலிருந்து **(8 சிற்றுண்டிகள் + 9 மதிய உணவு வகைகள்)** 1 சிற்றுண்டியினையோ அல்லது 1 மதிய உணவு வகையினையோத் தேர்ந்தெடுக்க **17 வெவ்வேறு வழிகள்** உள்ளன.
இதிலிருந்து நாம் அறிந்து கொள்வது, A எனும் ஒரு செயல் m வழிகளிலும், B எனும் மற்றொரு செயல் n வழிகளிலும் செயல்படுகிறது, மேலும் இந்த இரண்டு செயல்களும் ஒரே சமயத்தில் செயல்பட முடியாது எனில் **செயல் A அல்லது செயல் B ஆனது** $(m + n)$ வழிகளில் செயல்படும்.

பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுகள் மூலம் இதனை மேலும் நன்கு புரிந்துகொள்ளலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 5.1

ஒரு நாணயத்தை ஒருமுறை சுண்டும்பொழுது எத்தனை விதமான விளைவுகள் ஏற்பட வாய்ப்புகள் உள்ளன ?

தீர்வு:



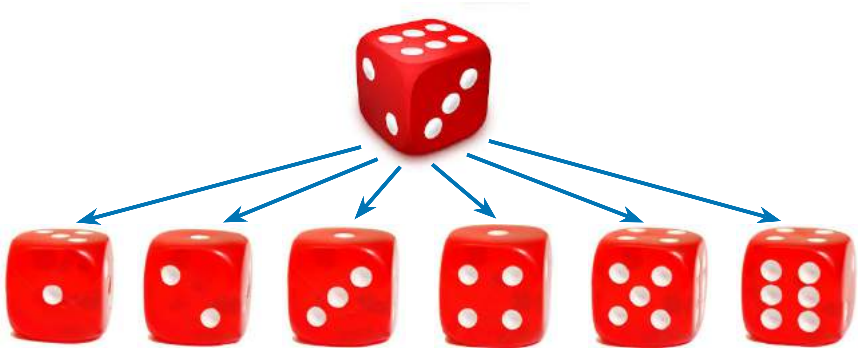
படம் 5.4

ஒரு நாணயத்தை ஒரு முறை சுண்டும்பொழுது **தலை** அல்லது **பூ** என 2 மாறுபட்ட விளைவுகளில் ஏதேனும் ஒன்று கிடைக்கும். ஒரே நேரத்தில் இரண்டு விளைவுகளும் ஏற்படாது.

எடுத்துக்காட்டு 5.2

ஒரு பகடையை ஒரு முறை உருட்டும் போது எத்தனை **விதமான** விளைவுகள் உண்டாக வாய்ப்புகள் உள்ளன?

தீர்வு:



படம் 5.5

ஒரு பகடையை ஒரு முறை உருட்டும் போது 1 , 2 , 3 , 4 , 5 மற்றும் 6 என **ஆறு** வெவ்வேறு வாய்ப்புகளில் ஏதேனும் ஒரு எண் கிடைக்க வாய்ப்பு உள்ளது.

எனவே, ஒரு பகடையை ஒரு முறை உருட்டும் போது 6 வெவ்வேறு விதமான விளைவுகள் உண்டாக வாய்ப்புகள் உள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 5.3

பள்ளிகளுக்கிடையிலான வினாடிவினா போட்டிக்கு, பள்ளியின் சார்பாக ஒருவரைத் தேர்ந்தெடுக்க 11 மாணவர்கள் மற்றும் 6 மாணவிகளுக்கு ஆசிரியர் பயிற்சியளிக்கிறார். எனில், இவர்களிலிருந்து ஒருவரை ஆசிரியருக்குத் தேர்ந்தெடுக்க எத்தனை விதமான வாய்ப்புகள் உள்ளது ?

படம் 5.6

தீர்வு:

ஆசிரியர் பின்வரும் வாய்ப்புகளிலிருந்து ஒருவரைத் தேர்வு செய்ய இயலும்.

(i). முதலாவது வாய்ப்பில் , 11 மாணவர்களிலிருந்து 1 மாணவரையும்,

(ii). இரண்டாவது வாய்ப்பில் , 6 மாணவிகளிலிருந்து 1 மாணவியையும் தேர்ந்தெடுக்கலாம்.

ஆகவே, பயிற்சியளிக்கும் 17 மாணவர்களில் **(11 மாணவர்கள் + 6 மாணவிகள்) 1 மாணவரையோ அல்லது 1 மாணவியையோ** வினாடிவினா போட்டிக்குத் தேர்ந்தெடுக்க ஆசிரியருக்கு 17 வெவ்வேறு விதமான வழிகள் உள்ளன.

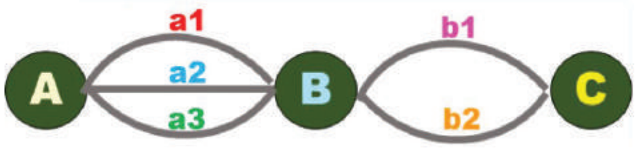
5.2.2 எண்ணுதலில் பெருக்கல் கொள்கை

ஒன்றையொன்று சார்ந்து அமையும் இரண்டு செயல்பாடுகள் முறையே m வழிகளில் மற்றும் n வழிகளில் செயல்பட முடியும் எனில், பிறகு அந்த இரண்டு செயல்பாடுகளும் $(m \times n)$ வழிகளில் செயல்பட முடியும்.

பின்வரும் சூழ்நிலைகள் எண்ணுவதில் பெருக்கல் கொள்கையினைப் பற்றிப் புரிந்துகொள்ள உதவுகிறது.

சூழ்நிலை 1

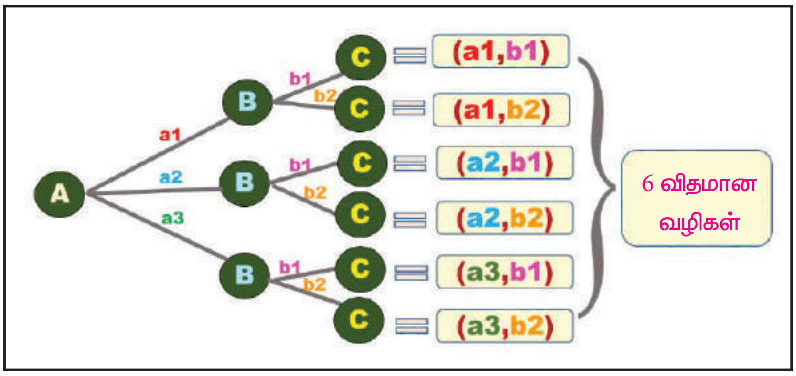
கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் உள்ளவாறு, ஒரு நகரில் A, B மற்றும் C என்ற மூன்று இடங்கள் உள்ளன. A இலிருந்து B இக்கு a1, a2 மற்றும் a3 ஆகிய மூன்று பாதைகளும், B இலிருந்து C இக்கு b1 மற்றும் b2 என இரண்டு பாதைகளும் உள்ளன எனில், ஒருவர் A இலிருந்து C இக்கு B வழியாகச் செல்ல விரும்பினால், அவர் A இலிருந்து C இக்கு B வழியே எத்தனை வழிகளில் சென்றடைய இயலும் என்பதைக் காணலாம்.



(i) முதலில் A இலிருந்து B இக்கு **3 வெவ்வேறு** வழிகளில் சென்றடைய முடியும்.

(ii) இரண்டாவதாக B இலிருந்து C இக்கு 2 வெவ்வேறு வழிகளில் சென்றடைய முடியும்.

எனவே, படம் 5.7 இல் விளக்கிக் காட்டப்பட்டுள்ளதுப் போல் மொத்தம் **3 × 2 = 6 வெவ்வேறு** வழிகளில் செல்ல முடியும்.



படம் 5.7

சூழ்நிலை 2

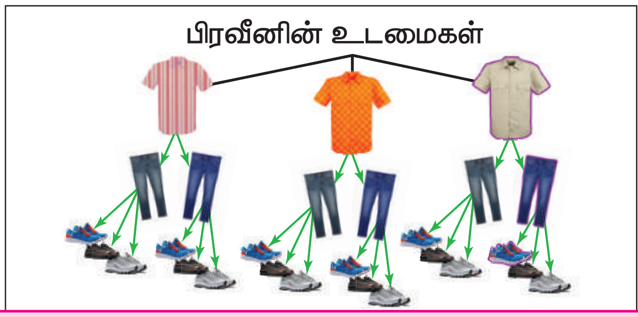
பிரவீன் தனது பிறந்த நாளுக்காக 3 மேல்சட்டைகள், 2 முழுக்கால் சட்டைகள் மற்றும் 3 ஜோடி காலணிகள் வாங்கினான். அவன் தன்னுடைய பிறந்த நாளன்று எத்தனை விதமான வழிகளில் தான் வாங்கிய புதிய உடைமைகளை அணிந்துக் கொள்வதற்கு வாய்ப்புகள் உள்ளது என்று படம் 5.8 – இல் காட்டப்பட்டுள்ளதைக் கொண்டுக் கணக்கிடலாம்.

படம் 5.8

பிரவீனிடத்தில் 3 மேல்சட்டைகள் 2 முழுக்கால் சட்டைகள் மற்றும் 3 ஜோடி காலணிகள் உள்ளன

பிரவீன் பிறந்த நாளன்று, என்றவாறும் ஆடை அணியலாம் அல்லது படம் 5.9 – இல் காட்டியுள்ளதுப் போலவும் ஆடை அணியலாம்.

ஆக, பிரவீனுக்கு **3 × 2 × 3 = 18 வெவ்வேறு விதங்களில்** பிறந்தநாள் உடைமைகளை உடுத்துவதற்கான வாய்ப்புகள் உள்ளது.



3 மேல்சட்டைகள் × 2 முழுக்கால் சட்டைகள் × 3 ஜோடி காலணிகள் = 18 வழிகள்

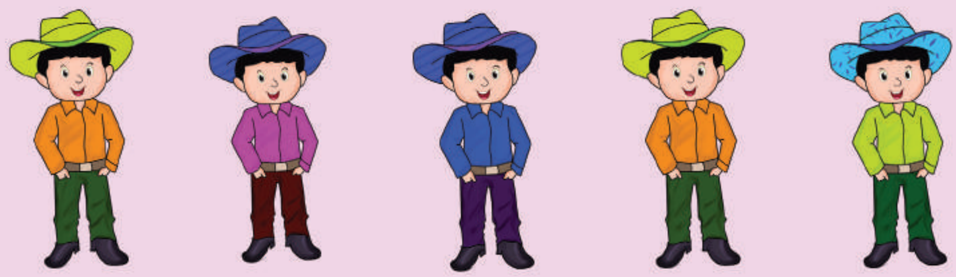
படம் 5.9

இதிலிருந்து நாம் அறிந்து கொள்வது, A எனும் ஒரு செயல் m வழிகளிலும், B எனும் மற்றொரு செயல் n வழிகளிலும் செயல்படுகிறது, மேலும் இந்த இரண்டு செயல்களும் ஒன்றையொன்று சார்ந்துள்ளது, எனில் , **செயல் A மற்றும் செயல் B ஆனது** $(m \times n)$ வழிகளில் செயல்படும்..

பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுகள் மூலம் இதனை மேலும் நன்கு புரிந்துகொள்ளலாம்.

இதனை முயல்க

குமாரிடம் மேலே காணும் படத்தில் உள்ளவாறு நான்கு விதமான தொப்பிகள் உள்ளன. வாரநாட்கள் முழுவதும் தொப்பி அணியும் பழக்கம் குமாரிடம் உள்ளது. சில சமயங்களில் ஒரே விதமான தொப்பியைக் கூட கீழே படத்தில் காட்டியுள்ளதுப் போல் வாரத்திற்கு ஒருமுறை குமார் அணிவதற்கான வாய்ப்புகள் உள்ளது எனில் ஒரு வாரத்தில் குமார் எத்தனை விதமான வழிகளில் தொப்பிகளை அணியக்கூடும்.?



எடுத்துக்காட்டு 5. 4

சரியா , தவறா என விடையளிக்கும் 3 வினாக்கள் அடங்கிய சிறுத்தேர்வில் ஒரு மாணவர் எத்தனை வழிகளில் விடையளிக்க முடியும் ?

தீர்வு

படம் 5.10 இல் காட்டியுள்ளது போல் மாணவர்கள் முதல் வினாவிற்கு சரி என்று விடையளிக்கிறார்கள் என்று எடுத்துக் கொண்டால், இரண்டாவது மற்றும் மூன்றாவது வினாக்களுக்கு **(சரி , சரி) , (சரி , தவறு) , (தவறு , சரி) மற்றும் (தவறு ,தவறு)** போன்ற 4 விதங்களில் விடையளிக்க வாய்ப்புகள் உள்ளது.

அதே போல் மாணவர்கள் முதல் வினாவிற்கு தவறு என்று விடையளிக்கிறார்கள் என்று எடுத்துக் கொண்டால், இரண்டாவது மற்றும் மூன்றாவது வினாக்களுக்கு **(சரி , சரி) , (சரி , தவறு) , (தவறு , சரி) மற்றும் (தவறு , தவறு)** போன்ற 4 விதங்களில் விடையளிக்க வாய்ப்பு உள்ளது.

வினாக்களுக்கு விடையளிக்கும் வழிகளின் எண்ணிக்கை

	வினாக்கள்		
	வினா 1	வினா 2	வினா 3
விடை 1	சரி	சரி	சரி
விடை 2	சரி	சரி	தவறு
விடை 3	சரி	தவறு	சரி
விடை 4	சரி	தவறு	தவறு
விடை 5	தவறு	சரி	சரி
விடை 6	தவறு	சரி	தவறு
விடை 7	தவறு	தவறு	சரி
விடை 8	தவறு	தவறு	தவறு

படம் 5.10

ஆக, ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் **சரி அல்லது தவறு** என்ற இரு வாய்ப்புகள் உள்ளதால் 3 சரியா தவறா வினாக்களுக்கு மாணவர்கள் **$2 \times 2 \times 2 = 8$ வெவ்வேறு வழிகளில்** விடையளிக்க முடியும்.

எடுத்துக்காட்டு 5. 5

எட்டாம் வகுப்பில் உள்ள ஒரு கணித மன்றத்தில் M , A , T மற்றும் H என்ற 4 உறுப்பினர்கள் உள்ளனர் எனில், கீழ்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.

(i) கணித மன்றத் தலைவரைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கான வாய்ப்புகள் யாவை?

(ii) கணித மன்றத் தலைவர் மற்றும் உபதலைவரைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கான வாய்ப்புகள் யாவை?

தீர்வு:

(i) கணித மன்றத் தலைவரைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கான வாய்ப்புகள்.

எட்டாம் வகுப்பில் உள்ள ஒரு கணித மன்றத்தில் **M , A , T மற்றும் H** என்ற 4 உறுப்பினர்கள் உள்ளனர் என்பதால் அவர்களில் ஒருவர் குழுத்தலைவராகத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கு **4 வாய்ப்புகள்** உள்ளது.

(ii) கணித மன்றத் தலைவர் மற்றும் உபதலைவரைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கான வாய்ப்புகள்

குழுத்தலைவர் மற்றும் உபதலைவரைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கான வாய்ப்புகளை நாம் படம் 5.11–இல் குறித்துள்ளவாறு அட்டவணைப்படுத்த வேண்டும். இவ்அட்டவணையில் **இளஞ்சிவப்பு** வண்ணத்தில் வண்ணமிடப்பட்டுள்ள கட்டங்களை கவனித்தால் ஒருவரேத் தலைவர் மற்றும் உபதலைவர் என இரு பதவிகளையும் வகிக்க இயலாது. எனவே, இளஞ்சிவப்பு வண்ணமிடப்பட்டுள்ள கட்டங்களைத் தவிர்த்துக் கணக்கிட்டால், **பச்சை** வண்ணமிட்ட கட்டங்களின்படியோ அல்லது **மஞ்சள்** வண்ணமிட்ட கட்டங்களின்படியோ குழுத்தலைவர் மற்றும் உபதலைவரைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கு **12 வெவ்வேறு விதமான வாய்ப்புகள்** உள்ளன.

		உபதலைவர்			
		M	A	T	H
தலைவர்	M	MM	MA	MT	MH
	A	AM	A A	AT	AH
	T	TM	T A	TT	T H
	H	HM	H A	HT	HH

படம் 5.11

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

6 உருக்கள் கொண்ட ஒரு கடவுச்சொல்லில் (password) முதல் இரு உருக்கள் ஒவ்வொன்றும் 26 ஆங்கில எழுத்துக்களில் ஏதேனும் ஒரு எழுத்தாகவும், மூன்றாவது உரு @, #, $, %, &, _,+,~, * மற்றும் – என்ற 10 சிறப்பு உருக்களில் ஏதேனும் ஒன்றாகவும் மற்றும் அடுத்து வரும் 3 உருக்கள் ஒவ்வொன்றும் 0 முதல் 9 வரையிலான எண்களாகவும் அமைந்துள்ளது எனில் அத் தனித்துவமான ஒரு கடவுச்சொல்லை உருவாக்க மொத்தம் 26 x 26 x 10 x 10 x 10 x 10 = 67,60,000 விதமான வெவ்வேறு வாய்ப்புகள் உள்ளன.

செயல்பாடு–1

(I). 1. 3 மற்றும் 5 என்ற எண்களைப் பயன்படுத்தி அமையக்கூடிய ஈரிலக்க எண்களை எழுதுக. (இலக்கங்களை மறுமுறையும் பயன்படுத்தலாம்).

செயல்பாடு இரண்டு பகுதிகளைக் கொண்டது.

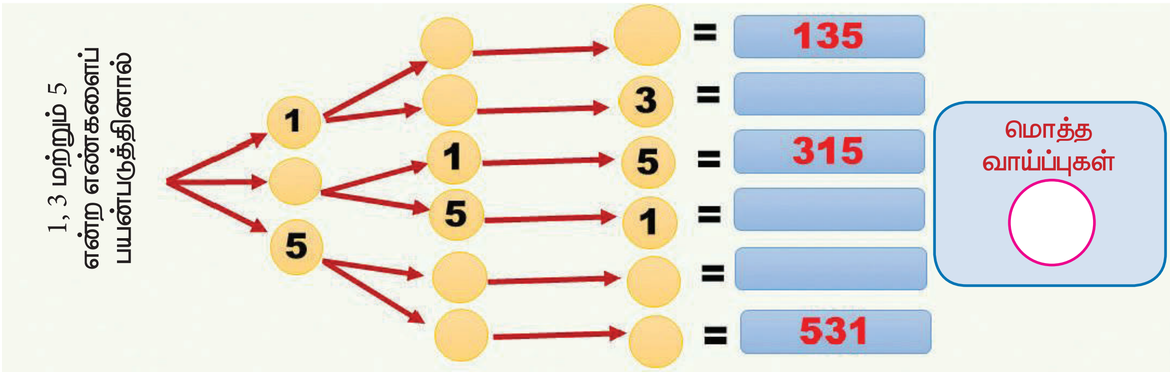
(i) ஒன்றாம் இலக்கத்தைத் தெரிவுச் செய்தல்

(ii) பத்தாம் இலக்கத்தைத் தெரிவுச் செய்தல்

கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையினை நிரப்புக.

		ஒன்றாம் இடமதிப்பு		
		1	3	5
பத்தாம் இடமதிப்பு	1			15
	3		33	
	5	51		

(II). 1, 3 மற்றும் 5 என்ற எண்களைப் பயன்படுத்தி அமைக்கக் கூடிய மூவிலக்க எண்களைக் கண்டுபிடிக்கக் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள மரவுரு வரைப்படத்தைப் பூர்த்திச் செய்க. (இலக்கங்களை மறுமுறைப் பயன்படுத்தக் கூடாது)



எடுத்துக்காட்டு 5. 6

மதன் ஒரு புதிய மகிழுந்து (car) வாங்க விரும்புகிறார். அவருக்குக் கீழ்க்கண்டத் தெரிவுகள் (choice) உள்ளன. படம் 5.12–இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது போன்று

படம் 5.12

- **இரண்டு வகையான** மகிழுந்துகள் இருப்பில் உள்ளது.
- ஒவ்வொரு வகையிலும் **5 வண்ணங்கள் கொண்ட மகிழுந்துகள்** இருப்பில் உள்ளது.

- ஒவ்வொரு வகையிலும்
    - (i) GL (நிலையான ரகம்)
    - (ii) SS (விளையாட்டு ரகம்)
    - (iii) SL (சொகுசு ரகம்) என **3 விதமான ரகத்தில்** மகிழுந்துகள் இருப்பில் உள்ளது.

(i) கொடுக்கப்பட்டுள்ள வாய்ப்புகளிலிருந்து ஏதேனும் ஒரு மகிழுந்தினை மதன் வாங்குவதற்கு எத்தனை விதமான வழிகள் உள்ளது?

(ii) இரண்டாவது வகை மகிழுந்தில் வெள்ளை வண்ண மகிழுந்து இல்லையென்ற நிலையில், பிறவாய்ப்புகளிலிருந்து ஏதேனும் ஒரு மகிழுந்தினை மதன் வாங்குவதற்கு எத்தனை விதமான வழிகள் உள்ளது?

தீர்வு:

(i) கொடுக்கப்பட்டுள்ள வாய்ப்புகளிலிருந்து ஏதேனும் ஒரு மகிழுந்தினை மதன் வாங்குவதற்கான வழிகள்.

படம் 5.13

ஒரு மகிழுந்து வாங்குவதற்கு 2 **வகையான** மகிழுந்துகள், ஒவ்வொரு வகையிலும் 5 **வண்ணங்கள்** மற்றும் ஒவ்வொரு வகையிலும் 3 **ரகங்கள்** என மொத்தமாக மதனுக்கு $2 \times 5 \times 3 = 30$ **வெவ்வேறு விதமான வழிகள்** உள்ளன.

(ii) இரண்டாவது வகை மகிழுந்தில் வெள்ளை வண்ண மகிழுந்து இல்லையென்ற நிலையில்.

படம் 5.14

முதல் வகையில், 5 **வண்ணங்களும்**, 3 **ரகங்களும்** வாங்குவதற்கு வாய்ப்புகள் உள்ளபடியால் மொத்தமாக $5 \times 3 = 15$ வெவ்வேறு விதமான வழிகளும்,

இரண்டாவது வகையில் 4 வண்ணங்களும், 3 ரகங்களும் வாங்குவதற்கு வாய்ப்புகள் உள்ளபடியால் மொத்தமாக $4 \times 3 = 12$ வெவ்வேறு விதமான வழிகளும் உள்ளன.

ஆக, மொத்தமாக $15 + 12 = 27$ **வெவ்வேறு விதமான வழிகள்** உள்ளன.

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டு எண்ணுதலில் கூட்டல் மற்றும் பெருக்கல் விதிகளை விளக்குவதாக உள்ளது.

பயிற்சி 5.1

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

(i) மூன்று நாணயங்களை ஒரே சமயத்தில் சுண்டும்போது எத்தனை விதமான விளைவுகள் கிடைக்கும்?

(i) 6 (ii) 8 (iii) 3 (iv) 2

(ii) மூன்று பலவுள் தெரிவு (multiple choice questions) வினாக்களில் A, B, C மற்றும் D தெரிவுகளிலிருந்து சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்க எத்தனை விதமான வழிகள் உள்ளன ?

(i) 4 (ii) 3 (iii) 12 (iv) 64

(iii) 7 ஐ ஓர் இலக்கமாகக் கொண்ட ஈரிலக்க எண்கள் எத்தனை உள்ளன ?

(i) 10 (ii) 18 (iii) 19 (iv) 20

2. நீங்கள் பனிக்கூழ்(ice cream) அல்லது இனிப்புரொட்டி(cake) வாங்க கடைக்குச் செல்கிறீர்கள். கடையில் பனிக்கூழில்(ice cream), சாக்லேட், ஸ்டாபெர்ரி மற்றும் வெண்ணிலா என **3** வகைகளும், இனிப்புரொட்டியில்(cake) ஆரஞ்சு மற்றும் வெல்வெட் என **2** வகைகளும் விற்கப்படுகிறது. எனில், நீங்கள் **1** பனிக்கூழோ(ice cream) அல்லது **1** இனிப்புரொட்டியோ(cake) வாங்குவதற்கு எத்தனை விதமான வாய்ப்புகள் உள்ளது?

3. மாணவர்களை கல்விச் சுற்றுலாவிற்கு அழைத்துச் செல்ல 6 ஆம் வகுப்பிலுள்ள 10 மாணவர்களில் ஒருவர், 7 ஆம் வகுப்பிலுள்ள 15 மாணவர்களில் ஒருவர் மற்றும் 8 ஆம் வகுப்பிலுள்ள 20 மாணவர்களில் ஒருவர் என மூன்று மாணவர்களைத் தேர்ந்தெடுக்க ஆசிரியருக்கு எத்தனை வழிகள் உள்ளது?

4. உங்களிடத்தில் பள்ளிக்கு கொண்டு செல்வதற்காக 2 வகையான கைப்பைகளும் 3 வெவ்வேறு வண்ண நீர்குவளைகளும்(water bottle) உள்ளது எனில், நீங்கள் பள்ளிக்குச் செல்லும்போது **1** கைப்பையை மற்றும் **1** வண்ண நீர்க்குவளையும்(water bottle) கொண்டுச் செல்வதற்கு எத்தனை விதமான வாய்ப்புகள் உள்ளது ?

5. பள்ளி மாணவர்களுக்கான நான்கு இலக்க வரிசை எண்ணில், முதல் இலக்கம் A, B, C, D மற்றும் E என்ற ஐந்து எழுத்துக்களில் ஏதாவது ஒரு ஆங்கில எழுத்தினைக் கொண்டும், அதனைத் தொடர்ந்து வரும் மூன்று இலக்கங்கள் ஒவ்வொன்றும் 0 முதல் 9 வரையிலான 10 எண்களைக் கொண்டும் அமைந்துள்ளது எனில் வரிசை எண் அமைப்பதற்கு எத்தனை விதமான வழிகள் உள்ளது?

6. ஒரு நகைக் கடையில் உள்ள பாதுகாப்பு பெட்டகத்திற்கான திறவுக்கோல் எண் 4 இலக்கங்களைக் கொண்ட தனித்துவமான எண்ணாக அமைப்பதற்கு, ஒவ்வொரு இடமதிப்பிலும் 0 முதல் 9 வரையிலான 10 எண்களை கொண்டு உருவாக்க வேண்டுமெனில், ஒரு தனித்துவமானத் திறவுக்கோல் எண் அமைப்பதற்கு எத்தனை விதமான வழிகள் உள்ளது?

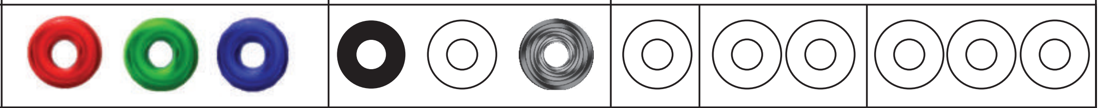
5.3 சேர்ப்பு விளையாட்டு (SET Game)

எந்த ஒரு விளையாட்டின் கூறுகளும் கணிதத்தின் தனித்துவமான எண்ணங்களை வெளிக் கொண்டு வருவதற்கும், விவாதிக்கும் சிந்தனையை துண்டுவதற்கும், ஆர்வம் மற்றும் சவாலானச் சூழல்களை எதிர்கொள்ளுவதற்கும் வாய்ப்புகளை வழங்குகிறது.

சேர்ப்பு(SET) விளையாட்டுப் பொருட்களின் பண்புகள் அடிப்படையில் ஒருங்கிணைக்கும் செயல்பாடுகளுக்கு ஒரு சிறந்த எடுக்காட்டாகும். **சேர்ப்பு(SET)** விளையாட்டு அறிவுச்சார்ந்த, விவாதம் மற்றும் வெளிச்சார்ந்த பகுத்தறியும் திறன்களையும், காட்சி மூலம் உள்வாங்கும் திறனையும் வளர்க்க உதவுகிறது.

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள **சேர்ப்பு(SET)** விளையாட்டு என்பது ஒரு புதிர், அதில் நான்கு வெவ்வேறு அடையாளங்களைக் கொண்ட அட்டைகளைப் பயன்படுத்துகிறோம். அவைகள் வடிவங்கள், வண்ணங்கள், நிழல்கள் மற்றும் கீழே கொடுக்கப்பட்டது போன்று வடிவங்களின் எண்ணிக்கை ஆகும்.

இனி **சேர்ப்பு(SET)** விளையாட்டுப் பற்றி அறிந்து கொள்ளலாம்.

வடிவம்	வண்ணம்	நிழல் உருவம்	எண்ணிக்கை
வட்டம் (◎)			
நட்சத்திரம் (☆)			
அறுங்கோணம் (○)			

3 அட்டைகளைக் கொண்ட ஒரு தொகுப்பானது கீழ்வரும் **நான்கு நிபந்தனைகளை** நிறைவு செய்ய வேண்டும்.

(i) 3 அட்டைகளும் **ஒரே விதமான வடிவத்தைக்** கொண்டவையாக இருக்க வேண்டும் அல்லது அனைத்தும் **வெவ்வேறு வடிவங்களைக்** கொண்டவையாக இருக்க வேண்டும்.

(ii) 3 அட்டைகளும் **ஒரே விதமான வண்ணங்களைக்** கொண்டவையாக இருக்க வேண்டும் அல்லது அனைத்தும் **வெவ்வேறு வண்ணங்களைக்** கொண்டவையாக இருக்க வேண்டும்.

(iii) 3 அட்டைகளும் **ஒரே விதமான நிழல் உருவங்களைக்** கொண்டவையாக இருக்கவேண்டும் அல்லது அனைத்தும் **வெவ்வேறு நிழல் உருவங்களைக்** கொண்டவையாக இருக்க வேண்டும்.

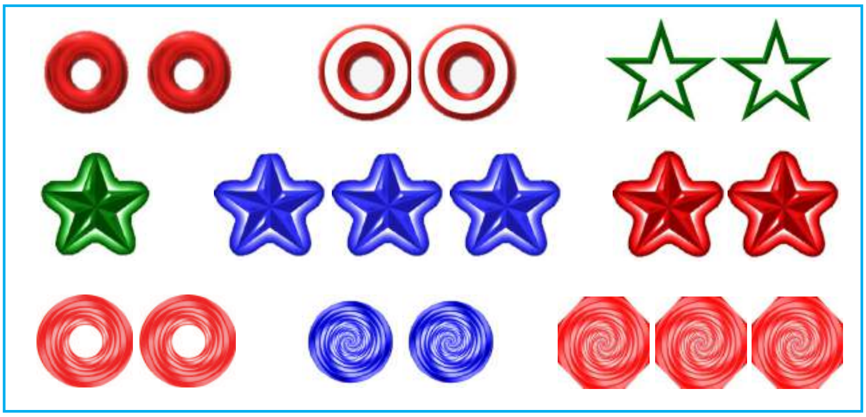
(iv) 3 அட்டைகளும் **ஒரே எண்களாக** இருக்க வேண்டும் அல்லது **மூன்று எண்களும் வெவ்வேறு எண்களாக இருக்க** வேண்டும்.

இங்கு நாம், **3 வெவ்வேறு வண்ண அட்டைகளிலிருந்து** ஒரு அட்டையினை 3 முறைகளில் தேர்ந்தெடுக்க முடியும். அதன் பிறகு, ஒவ்வொரு வண்ணத்திலும் **3 வடிவங்கள்** என மொத்தமாக, 9 அட்டைகளைத் தெரிவுச் செய்ய முடியும். மேலும், இந்த 9 அட்டைகளில் ஒவ்வொன்றிற்குமான **3 நிழல் உருவங்கள்** என $9 \times 3 = 27$ அட்டைகள் கொண்டவையாக உள்ளன. இவை ஒவ்வொன்றும் **ஒன்று, இரண்டு மற்றும் மூன்று என எண்ணிக்கைகள்** கொண்டவையாக இணைக்கப்பட்டுள்ளது. ஆக மொத்தமாக $27 \times 3 = 81$ அட்டைகள் நம்மிடம் உள்ளது.

சூழ்நிலை 1

ஆசிரியர், படம் 5.15 – இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளதுப் போன்று 9 அட்டைகளை மேசை மீது பரப்பி 30 வினாடிகள் அவற்றை உற்றுநோக்கி அவற்றிலிருந்து ஒரு முழுமையான **சேர்ப்பினை (SET)** மாணவர்களை உருவாக்கச் சொல்கிறார்.

இப்பொழுது, மற்றும் என்ற இந்த இரு அட்டைகளை எடுத்துக்கொண்டு இவற்றுடன் எந்த அட்டையினை சேர்க்கும் போது ஒரு முழுமையான **சேர்ப்பாகிறது(SET)** என்பதை ஒவ்வொரு செயல்பாடுகளின் மூலம் காணலாம்.



படம் 5.15

மூன்று அட்டைகள் அவற்றிற்கான 4 **பண்புகளையும்** பெற்றிருந்தால் மட்டுமே **சேர்ப்பு(SET)** என்பதை நாம் நினைவில் கொள்ள வேண்டும். அதனடிப்படையில்.

வடிவத்தின் அடிப்படையில் பார்க்கும் போது, முதல் அட்டையும், இரண்டாவது அட்டையும் **நட்சத்திரமாக** உள்ளதால் நிபந்தனையின்படி மூன்றாவது அட்டையும் **நட்சத்திரமாகவே** இருக்க வேண்டும். [ ]

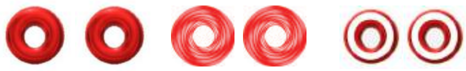
வண்ணத்தின் அடிப்படையில் பார்க்கும் போது , முதல் அட்டை **பச்சை வண்ண** நட்சத்திரமாகவும் இரண்டாவது அட்டை **சிவப்பு வண்ண** நட்சத்திரங்களாகவும் உள்ளதால் நிபந்தனையின் படி அடுத்தது மூன்றாவது வண்ணமான **நீல வண்ண** நட்சத்திரங்களாகவே இருக்க வேண்டும்.

நிழல் உருக்களின் அடிப்படையில் பார்க்கும் போது, முதல் அட்டையும், இரண்டாவது அட்டையும் **தின்மமாக(solid)** உள்ளதால் நிபந்தனையின் படி மூன்றாவது அட்டையும் **தின்மமாகவே(solid)** இருக்க வேண்டும் [ ]

எண்ணிக்கையின் அடிப்படையில் பார்க்கும் போது , முதல் அட்டையில் **ஒரு** பச்சை வண்ண நட்சத்திரமும், இரண்டாவது அட்டையில் **இரண்டு** சிவப்பு வண்ண நட்சத்திரங்களும் உள்ளதால் நிபந்தனையின் படி அடுத்து மூன்றாவது அட்டை **மூன்று** நீல வண்ண நட்சத்திரங்களாக இருக்க வேண்டும். [ ]

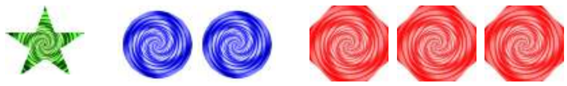
ஆக, இம் மூன்று அட்டைகளும் இணைந்து அனைத்து நிபந்தனைகளின் படி ஒரு முழுமையான **சேர்ப்பை (SET)** உருவாக்குகிறது.

ஆசிரியர், படம் 5.15 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டைகளிலிருந்து மேலும் இரு **சேர்ப்புகளை (SETs)** அமைத்து மாணவர்களைச் சரிபார்க்கச் சொல்கிறார்.

1. 

வடிவம் : அனைத்தும் ஒரே மாதிரியானவை ✓	வண்ணம் : அனைத்தும் ஒரே மாதிரியானவை ✓
நிழல் உருவம் : அனைத்தும் வெவ்வேறானவை ✓	எண்ணிக்கை : அனைத்தும் ஒரே மாதிரியானவை ✓

எனவே, இது ஒரு முழுமையான **சேர்ப்பு (SET)** ஆகும்.

2. 

வடிவம் : அனைத்தும் வெவ்வேறானவை ✓	வண்ணம் : அனைத்தும் வெவ்வேறானவை ✓
நிழல் உருவம் : அனைத்தும் ஒரே மாதிரியானவை ✓	எண்ணிக்கை : அனைத்தும் வெவ்வேறானவை ✓

எனவே இதுவும், ஒரு முழுமையான **சேர்ப்பு (SET)** ஆகும்.

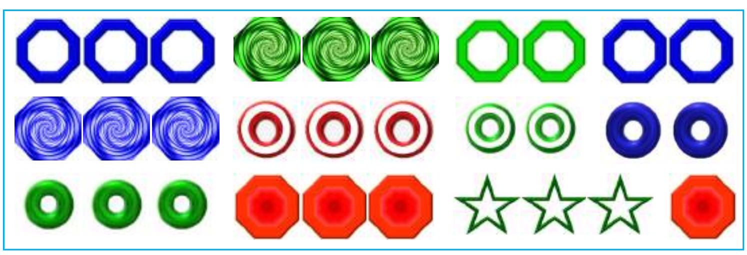
மறுபடியும் ஆசிரியர், கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள மற்றுமொரு **சேர்ப்பை (SET)** உருவாக்கி, அது சரியான **சேர்ப்பு (SET)** தானா என சோதிக்க கூறுகிறார்

வடிவம் : அனைத்தும் ஒரே மாதிரியானவை அல்லது அனைத்தும் வெவ்வேறானவை ×	வண்ணம் : அனைத்தும் ஒரே மாதிரியானவை அல்லது அனைத்தும் வெவ்வேறானவை ×
நிழல் உருவம் : அனைத்தும் ஒரே மாதிரியானவை அல்லது அனைத்தும் வெவ்வேறானவை ×	எண்ணிக்கை : அனைத்தும் ஒரே மாதிரியானவை அல்லது அனைத்தும் வெவ்வேறானவை ✓

மேற்காணும் **சேர்ப்பு(SET)** நிபந்தனைகளின் படி அமையாததால் இது ஒரு முழுமையான **சேர்ப்பு(SET)** அல்ல.

இதிலிருந்து, ஒரு முழுமையான **சேர்ப்பு(SET)**, அனைத்து பண்புகளும் ஒரே மாதிரியானவையோகவோ அல்லது அனைத்து பண்புகளும் வெவ்வேறானவையாகவோ அமைந்துள்ள 3 அட்டைகளைப் பெற்றிருக்கும்

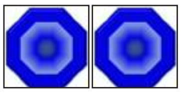
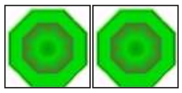
பின்வரும் நிரல்கள் A மற்றும் B என இரு பகுதிகளுக்குள் கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டைகளைக் கொண்டு ஒரு முழுமையான **சேர்ப்பினை(SET)** அமைக்க முடியாது.

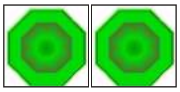
A	B
	

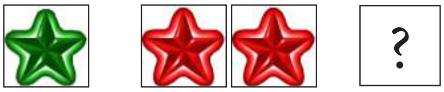
செயல்பாடு-2

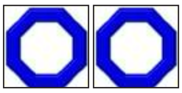
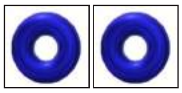
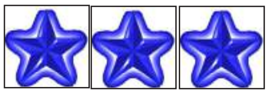
கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள தொகுப்பிலிருந்து சரியான அட்டையினைத் தேர்ந்தெடுத்து ஒரு முழுமையானச் **சேர்ப்பினை(SET)** உருவாக்கவும்.

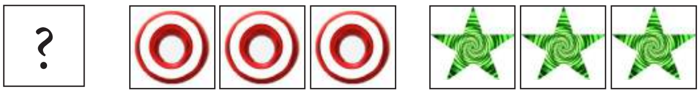
1.

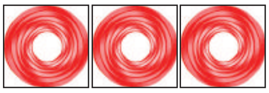
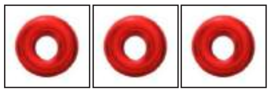
(i) (ii)  (iii) 

விடை : 

2. 

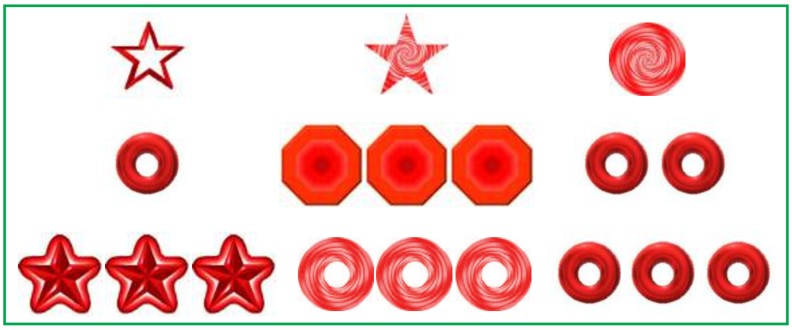
(i)  (ii)  (iii) 

3. 

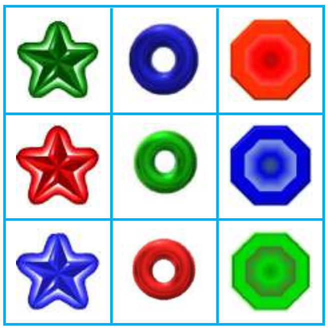
(i)  (ii)  (iii)

இவற்றை முயல்க

I. இந்த அட்டை தொகுப்பிலிருந்து ஏதேனும் 3 **சேர்ப்புகளை (SETs)** அமைக்க..



II. இது ஒரு **சேர்ப்பில்(SET)** உள்ள மாயச் சதுரத்திற்கான எடுத்துக்காட்டாகும். இதே போன்று, மற்றொரு மாயச் சதுரத்தை உருவாக்க முயல்க.



5.4 நிலவரைபடத்தில் வண்ணமிடல்

நிலவரைபடத்தில் வண்ணமிடல் என்பது நிலவரைபடத்தின் வெவ்வேறு சிறப்பிற்கேற்ப வண்ணங்களைக் குறித்துக்காட்டும் செயலாகும்.

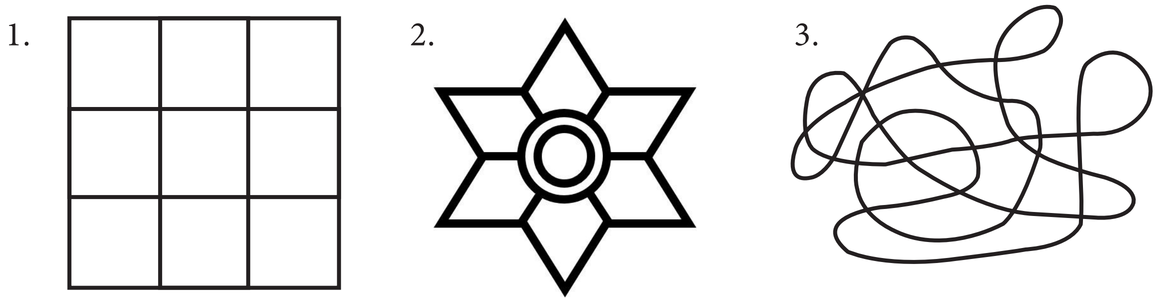
கணிதத்தில் நிலவரைபடத்தை வண்ணமிடல் என்பது பல்வேறு வகையான நில வரைபடங்களின் அடிப்படைக் கூறுகளை வகைப்படுத்தி அடுத்தடுத்த இரு பரப்புகள் (regions) ஒரே வண்ணத்தில் நிரப்பப்படாமல் மிகக் குறைந்த வண்ணங்களைப் பயன்படுத்தி வண்ணமிடுவதாகும்.

பின்வரும் சூழ்நிலையிலிருந்து நிலவரைப்படத்தில் வண்ணமிடுதலைப் பற்றி அறிந்துகொள்ளலாம்.

சூழ்நிலை 1

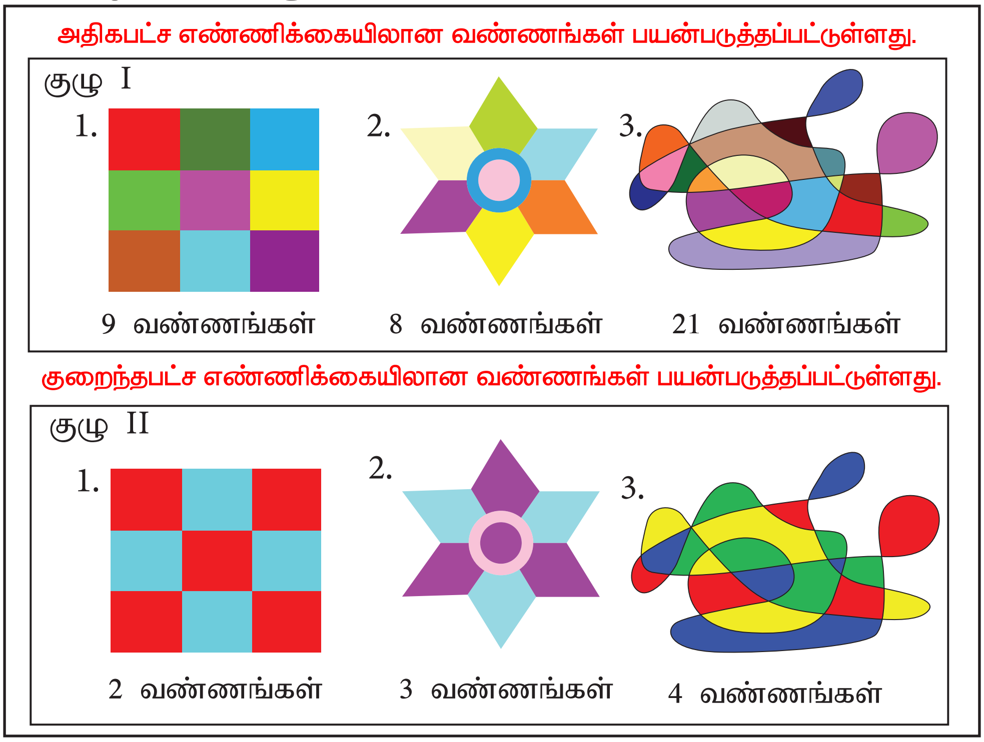
ஆசிரியர், வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களை இரண்டு குழுக்களாகப் பிரித்துக் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வடிவங்களுக்கு , ஒரு குழுவை அதிகமான வண்ணங்களைப் பயன்படுத்தியும், மற்றொரு குழுவை மிகக்குறைந்த வண்ணங்களைப் பயன்படுத்தியும் வண்ணமிட அறிவுறுத்துகிறார்.

இங்கு ஒரே ஒரு நிபந்தனை, அடுத்தடுத்த இரண்டு பரப்புகள்(regions) ஒரே வண்ணத்தில் நிரப்பப்படக்கூடாது. தேவைப்படின் இரண்டு பகுதிகளின் முனைகள் ஒரே வண்ணம் கொண்டவைகளாக அமையலாம்.



படம் 5.16

படம் 5.17 இல் ஒவ்வொரு குழுவும் எவ்வாறு வண்ணமிட்டுள்ளனர் என்பதைக் காணலாம்



படம் 5.17

நாம் மேற்கண்ட கணிதக் கருத்தைப் புரிந்துக் கொண்ட பின் மேலும் சில ஆர்வமூட்டும் செய்திகளைப் பார்க்கலாம். இவற்றின் மூலம் நிலவரைபடங்களை வண்ணமிடுதல் என்பது மிக ஆர்வமுள்ளதாகவும் எளிதாகவும் அமைகிறது.

பல்வேறு முடிவெடுக்கும் சூழ்நிலைகளில் ஒரு குறிப்பிட்ட நிகழ்வு அனைவருக்கும் ஒரே நேரத்தில் நடைபெறாது.

- வாகன நிறுத்துமிடங்களில் , வாகனங்களை ஒழுங்கமைத்தல் (விமானத்தளத்தில் சரியான நிறுத்துமிடத்தில் விமானங்களை நிறுத்த வேண்டிய சூழ்நிலையில் , தொடர்வண்டி நிலையத்தில் சரியான நடைமேடையில் தொடர்வண்டிகளை நிறுத்த வேண்டிய சூழ்நிலையில், பேருந்து நிலையத்தில் சரியான நடைமேடையில் பேருந்துகளை நிறுத்த வேண்டிய சூழ்நிலையில், மகிழுந்துங்களை நிறுத்த வேண்டிய சூழ்நிலையில் மற்றும் பல நாம் ஒரே நேரத்தில் இரு வாகனங்களை ஓரிடத்தில் நிறுத்த முடியாது).
- விளையாட்டுப் போட்டிகள் நடத்தும் அமைப்பு , அவர்கள் நடத்தும் உள் மற்றும் வெளி விளையாட்டு அரங்கப் போட்டிகளுக்கான கால அட்டவணைகளைத் தயாரித்து ஒருங்கிணைக்கும் போது அணிகளுக்கு இடையிலோ அல்லது தனி வீரருக்கோ ஒருங்கிணைப்பில் இடையூறு இல்லாமல் தவிர்க்க இயலும்.
- அனைத்து விதமான கால அட்டவணைகளையும் தயாரிக்கப் பயன்படுகிறது.

நிலவரைபடத்தில் உள்ள அடுத்தடுத்த இருப் பரப்புகளை(regions) வெவ்வேறு வண்ணங்களைக் கொண்டு வண்ணமிடுவதுப் பற்றி நாம் கீழ்காணும் எடுத்துக்காட்டுகள் மூலம் காணலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 5.7

உங்களிடத்தில், 3 நீலவண்ணச் சதுர வில்லைகளும் 3 பச்சை வண்ணச் சதுரவில்லைகளும் மற்றும் 3 சிவப்பு வண்ணச் சதுரவில்லைகளும் உள்ளன எனில் , இவற்றைக் கொண்டு அடுத்தடுத்த இருச் சதுரவில்லைகள் ஒரே வண்ணத்தில் அமையாதவாறு அனைத்து விலைகளையும் ஒரு முறைப் பயன்படுத்திச் சதுரவடிவில் பொருத்தவும்.

தீர்வு:

இவ்வாறு அனைத்துச் சதுரவில்லைகளையும் ஒருமுறைப் பயன்படுத்தி பொருத்துவது ஒரு தீர்வு ஆகும். . மேலும் பல தீர்வுகளுக்கு முயற்சிக்கவும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.8

படம் 5.18 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள தென்னிந்திய மாதிரி வரைபடத்தில் மிக குறைந்த அளவு எண்ணிக்கையில் வண்ணங்களைப் பயன்படுத்தி வண்ணமிடவும்.

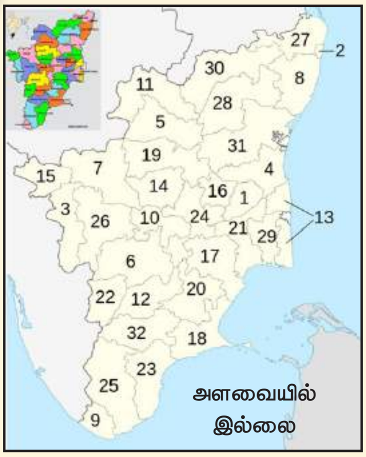
படம் 5.18

தீர்வு:

படம் 5.19

இவ்வாறு வண்ணமிடுவது ஒரு தீர்வு ஆகும் . இதுபோல மேலும் பல வழிகளில் வண்ணமிட முயற்சிக்கவும்.

செயல்பாடு 3

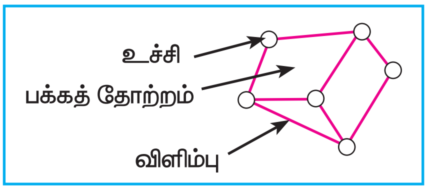


கொடுக்கப்பட்டுள்ள தமிழ்நாடு (மாவட்டங்கள்) மாதிரி வரைபடத்தில் மிக குறைந்த அளவு எண்ணிக்கையில் வண்ணங்களைப் பயன்படுத்தி மாவட்டங்களுக்கு வண்ணமிடவும்.

5.5 வரைபடங்களில் வண்ணமிடுதல்

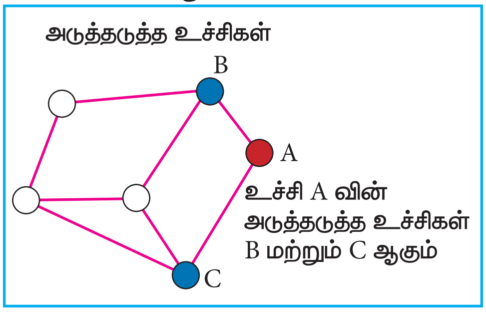
வரலாற்றோடு தொடர்புடைய புவியியல் மற்றும் அரசியல் சார்ந்த நிலவரைபடங்களுக்கு வண்ணமிடுதலில் உள்ளச் சிக்கல்களை, பொதுவானச் சிக்கல்களோடு தொடர்புபடுத்துவது கணித்தில் '**வரைபட வண்ணமிடல்**' என்கிறோம்.

வரைபடங்களில் வண்ணமிடுவதன் முக்கியக் குறிக்கோள், அவ்வரைபடங்களின் உச்சிகளில் மிகக் குறைந்த எண்ணிக்கையில் வண்ணங்களைப் பயன்படுத்துவதுடன் அடுத்தடுத்த உச்சிகள் ஒரே வண்ணம் கொண்டவையாக அமையக் கூடாது என்பதாகும்.

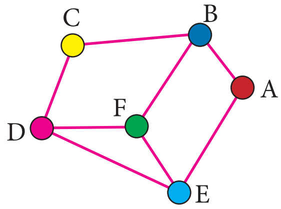


அருகில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள வரைபடத்தில் 6 உச்சிகள் 8 விளிம்புகள் 3 பக்கத்தோற்றங்கள் குறித்துக் காட்டப்பட்டுள்ளன.

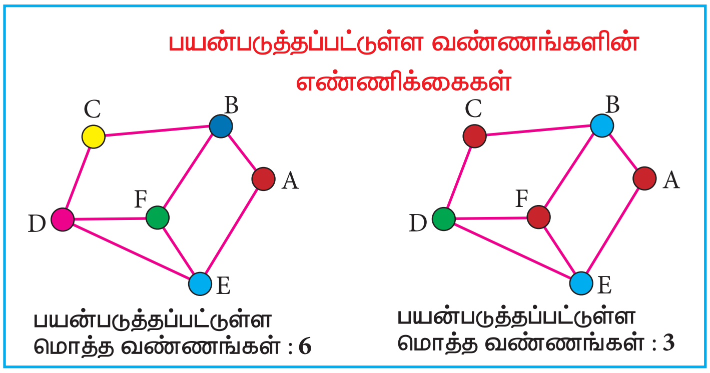
இரண்டு உச்சிகள் ஒரு பக்கக் கோட்டினால் இணைக்கப்பட்டால் அவைகள் ஒன்றுக்கொன்று அடுத்தடுத்த உச்சிகள் என்று குறிப்பிடுவோம்.



இங்கு படத்தில் உச்சி A உடன் இணைக்கப்பட்ட அடுத்தடுத்த உச்சிகள் B மற்றும் C ஆகும். இவை தவிர, உச்சி A விற்கு அடுத்தடுத்த உச்சிகள் வேறு ஏதேனும் உள்ளதா ? இல்லை.



சரியான வரைபட வண்ணமிடுதலின் குறிக்கோளான அடுத்தடுத்த உச்சிகள்ஒரே வண்ணம் கொண்டவையாக அமையக்கூடாது என்பதை அருகில் உள்ள படத்தைப் பார்த்து அறிந்து கொள்ள முடிகிறது. ஒவ்வொரு உச்சியும் வெவ்வேறு வண்ணம் கொண்டவையாக உள்ளது.



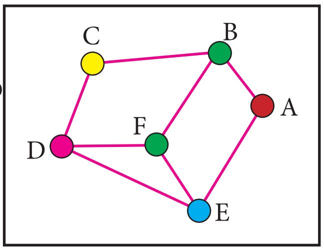
இங்கு நமது குறிக்கோள் வரைபடங்களில் வண்ணமிடும் போது மிகக் குறைந்த எண்ணிக்கையில் வண்ணங்களைப் பயன்படுத்துவதுடன். அடுத்தடுத்த உச்சிகள் ஒரே வண்ணம் கொண்டவையாக அமையக்கூடாது என்பதாகும். எடுத்துக்காட்டாகக் கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் 6 வண்ணங்கள்

பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது. இதைக் காட்டிலும் சிறந்த முறையில் குறைந்த எண்ணிக்கையில் வண்ணமிட நம்மால் முடியுமா? முடியும். மற்றொரு படத்தில் 3 வண்ணங்கள் மட்டுமே பயன்படுத்தி வண்ணமிடப்பட்டுள்ளது.

மேலும், இதை விட சிறந்த முறையில் குறைந்த எண்ணிக்கையில் வண்ணங்களைப் பயன்படுத்தி வண்ணமிட முடியுமா? முடியவே முடியாது.

சிந்திக்க

படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள வரைபட வண்ணமிடல் தவறு – ஏன் ?



மேற்கண்ட இக்கருத்தின் அடிப்படையில் நிலவரைபடங்களை, வரைபடங்களாக மாற்றி வண்ணமிடும் போது ஒவ்வொரு நிலப்பகுதியும் ஓர் உச்சியாகவும், இரண்டு நிலப்பரப்புகள் அடுத்தடுத்து இருந்தால், அவற்றினை இரண்டு உச்சிகளாகளில் இணைக்கலாம். மேலும், அருகில் படத்தில் குறித்துக் காட்டப்பட்டுள்ளதைப் போல் ஒரு நிலப்பகுதி ஒன்று அல்லது இரண்டு அல்லது மூன்று அல்லது நான்கு என அடுத்தடுத்த நிலப்பகுதிகள் பலவற்றுடன் இணைத்துக் குறிக்கப்படலாம்.

நிலவரைப்படங்களில் வரைபடங்களின் வண்ணமிடுதலைப் பயன்படுத்துவதை கீழ்காணும் எடுத்துக்காட்டிகளின் மூலம் காண்போம்.

எடுத்துக்காட்டு 5.9

கொடுக்கப்பட்டுள்ள நிலவரைபடத்தினை வரைபட வண்ணமிடுதல் அடிப்படையில் மிகக் குறைந்த அளவு எண்ணிக்கையிலான வண்ணங்களைப் பயன்படுத்தி அடுத்தடுத்த இரு மாநிலங்கள் ஒரே வண்ணத்தால் நிரப்பப்படாமல் கீழே கொடுக்கப்பட்ட விதிகளைப் பின்பற்றி மாற்றி வண்ணமிடுக.

அளவையில் இல்லை

படம் 5.21

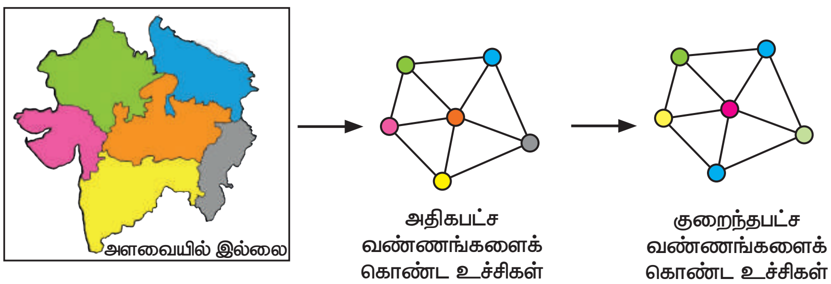
i. ஒவ்வொரு மாநிலத்தையும் வரைபடத்தில் உச்சிகளாக வண்ணமிட்டுக் காட்டவும்.

ii. அடுத்தடுத்த நிலப்பகுதிகளின் உச்சிகளை விளிம்புகள் கொண்டு இணைக்கவும்

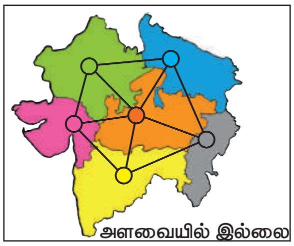
தீர்வு

கொடுக்கப்பட்ட வரைபடம்

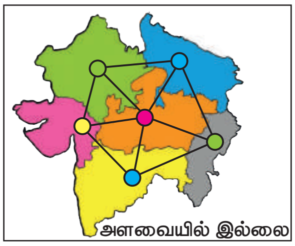
(i)



(ii)



அதிகமான
வண்ணங்களால்
நிரப்பப்பட்ட நிலவரைபடம்



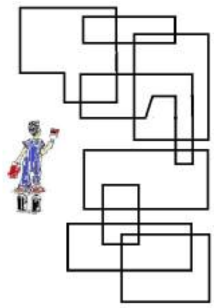
குறைவான
வண்ணங்கள்
மூலம்குறித்தல்

குறைவான
வண்ணங்களால்
நிரப்பப்பட்ட நிலவரைபடம்

இதனை முயல்க

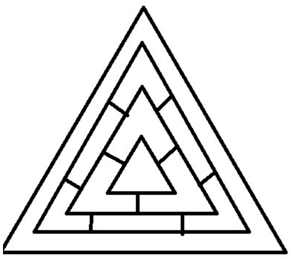
தலைமையாசிரியர் அறை, ஆசிரியர் அறை, வகுப்பறைகள், உடற்கல்விக் கூடம், சத்துணவுக் கூடம், அறிவியல் ஆய்வகம், நூலகம், அலுவலகம் என உங்கள் பள்ளிச் சூழலுக்கேற்ப வரைப்படம் வரைக. வரைப்பட வண்ணமிடல் மூலம் மிகக் குறைந்த எண்ணிக்கையில் வண்ணங்களைப் பயன்படுத்தி பள்ளி நிலவரைபடம் வரைந்து வண்ணமிடுக.

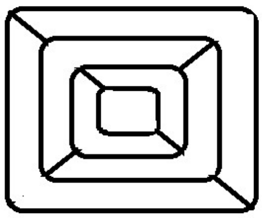
பயிற்சி 5.2



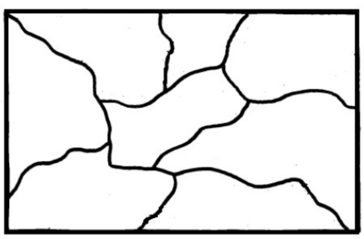
1. ரம்யா தனது வீட்டின் முகப்பறை சுவற்றில் உள்ள அமைப்பில் மிகக் குறைந்த செலவில் வண்ணமிட விரும்புகிறாள். அவள் இரண்டு வண்ணங்களை மட்டுமே பயன்படுத்தி அடுத்தடுத்த இரண்டு பகுதிகள் ஒரே வண்ணத்தில் அமையாதவாறு அந்த அமைப்பை வண்ணமிட உதவுங்கள்.

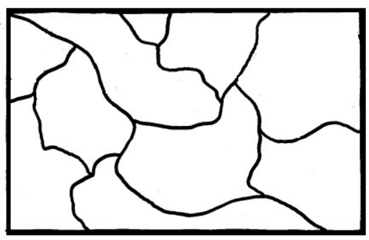
2. கொடுக்கப்பட்டுள்ள அமைப்பினை மிகக் குறைந்த எண்ணிக்கையிலான வண்ணங்களைக் கொண்டு அடுத்தடுத்த இரண்டு பகுதிகள் ஒரே வண்ணத்தில் அமையாதவாறு வண்ணமிடுக





3. கொடுக்கப்பட்டுள்ள நில வரைபடத்தில் மிகக் குறைந்த அளவு எண்ணிக்கையிலான வண்ணங்களைக் கொண்டு அடுத்தடுத்த இரண்டு பகுதிகள் ஒரே வண்ணத்தில் அமையாதவாறு வண்ணமிடுக





பயிற்சி 5.3

(பல்வகை திறனறுப் பயிற்சிக் கணக்குகள்)

1. சாந்தியிடம் 5 சுடிதார்களும் 4 கவுன்களும் உள்ளன எனில், எத்தனை விதமான வழிகளில் சாந்தி ஒரு சுடிதாரையோ அல்லது ஒரு கவுனையோ அணிவதற்கு வாய்ப்புகள் உள்ளது?
2. ஒரு மேல்நிலைப் பள்ளியில் பதினோறாம் வகுப்பில் கீழ்வரும் 3 பிரிவுகள் உள்ளன.

   I. அறிவியல் பிரிவு

      I. இயற்பியல், வேதியியல், உயிரியல் மற்றும் கணிதம்
      II. இயற்பியல், வேதியியல் , கணிதம் மற்றும் கணிணி அறிவியல்
      III. இயற்பியல், வேதியியல், உயிரியல் மற்றும் மனையியல்

   II. கலைப் பிரிவு

      I. கணக்கு பதிவியல், வணிகவியல், பொருளாதாரம் மற்றும் வணிக கணிதம்
      II. கணக்கு பதிவியல், வணிகவியல், பொருளாதாரம் மற்றும் கணிணி அறிவியல்
      III. வரலாறு, புவியியல், பொருளாதாரம் மற்றும் வணிகவியல்

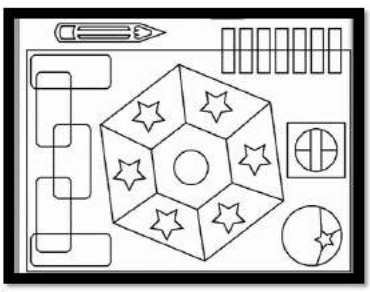
   III. தொழில்கல்வி பிரிவு

      I. உயிரியல், கருத்தியல் செய்முறை I மற்றும் செய்முறை II
      II. மனையியல், ஆடை அலங்காரம், கருத்தியல் செய்முறை I மற்றும் செய்முறை II

உள்ளது எனில், ஒரு மாணவர் தனக்கு வேண்டியப் பாடப் பிரிவைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கு எத்தனை விதமான வாய்ப்புகள் உள்ளது?

3. ஒரு தேர்வில் வழங்கப்பட்ட வினாத்தாளில் ஒவ்வொரு பிரிவிலும் 5 வினாக்கள் வீதம் 3 பிரிவுகள் உள்ளது. மாணவர்கள் ஒவ்வொரு பிரிவிலும் ஒரு வினாவிற்கு பதிலளிக்க வேண்டுமெனில், அவர்களுக்கு எத்தனை விதமான வழிகள் உள்ளது?
4. 100மீ ஓட்டம் மற்றும் 4×100மீ தொடர் ஓட்டம் போன்ற தடகளப் போட்டிகளில் ஏதேனும் ஒரு போட்டியிலும், நீளம் தாண்டுதல், உயரம் தாண்டுதல் மற்றும் ஈட்டி எறிதல் போன்ற கள விளையாட்டிகளில் ஏதேனும் ஒரு போட்டியிலும் மாணவர்கள் கட்டாயம் கலந்துக் கொள்ள வேண்டுமெனில் விளையாட்டு நாளன்று நடைபெறும் இப் போட்டிகளில் கலந்து கொள்ள ஒரு மாணவருக்கு எத்தனை விதமான வழிகள் உள்ளது?
5. கொடுக்கப்பட்டுள்ள சுழல் சக்கரத்தினை இருமுறை சுழற்றும் போது கிடைக்கும் எண்களைக் கொண்டு இரண்டிலக்க எண்களை அமைத்தால் எத்தனை விதமான இரண்டிலக்க எண்களை அமைக்க முடியும்?

6. கொடுக்கப்பட்டுள்ள வடிவத்தினை மிகக் குறைந்த அளவு எண்ணிக்கையிலான வண்ணங்களைக் கொண்டு அடுத்தடுத்த இரு பகுதிகள் ஒரே வண்ணத்தில் அமையாதவாறு வண்ணமிடுக.



விடைகள்

1. விகிதமுறு எண்கள்

பயிற்சி -1.1

1. (i) –4 மற்றும் –3 (*ii*) $\frac{11}{25}$ (*iii*) $\frac{-29}{39}$ (*iv*) $\frac{1}{20}$ (*v*) 1

2.(i) தவறு (ii) சரி (iii) சரி (iv) தவறு (v) தவறு

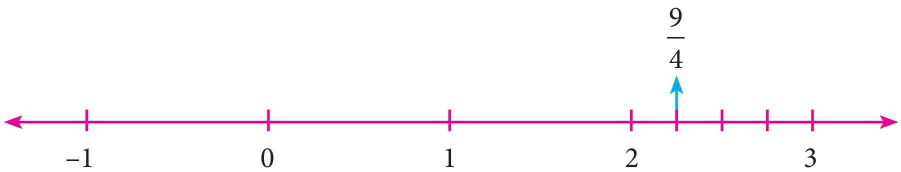
3. (*i*) $-2,\ 0 \rightarrow \frac{-19}{10}, \frac{-18}{10}, \frac{-7}{10}, \frac{-6}{10}, \frac{-5}{10}$ (*ii*) $\frac{-1}{2}, \frac{3}{5} \rightarrow \frac{-3}{10}, \frac{-1}{10}, 0, \frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \frac{5}{10}$

(*iii*) $0.25,\ 0.35 \rightarrow \frac{26}{100}, \frac{27}{100}, \frac{30}{100}, \frac{32}{100}, \frac{33}{100}$ (*iv*) $-1.2,\ -2.3 \rightarrow \frac{-21}{10}, \frac{-20}{10}, \frac{-15}{10}, \frac{-14}{10}, \frac{-13}{10}$

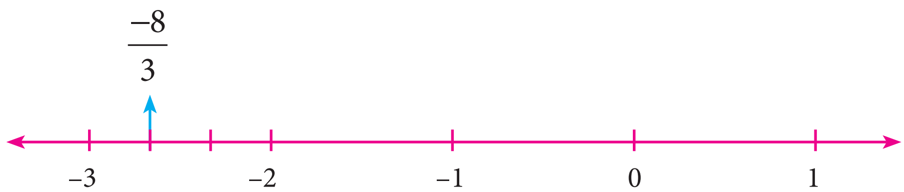
4.(*i*) $\frac{-3}{5} \rightarrow \frac{-6}{10}, \frac{-9}{15}, \frac{-12}{20}, \frac{-15}{25}$ (*ii*) $\frac{7}{-6} \rightarrow \frac{14}{-12}, \frac{21}{-18}, \frac{28}{-24}, \frac{35}{-30}$ (*iii*) $\frac{8}{9} \rightarrow \frac{16}{18}, \frac{24}{27}, \frac{32}{36}, \frac{40}{45}$

5.

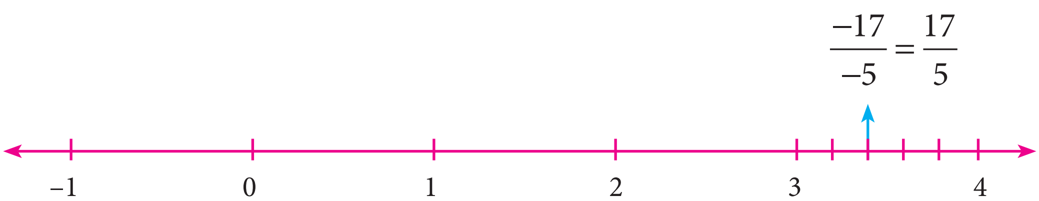
(i)



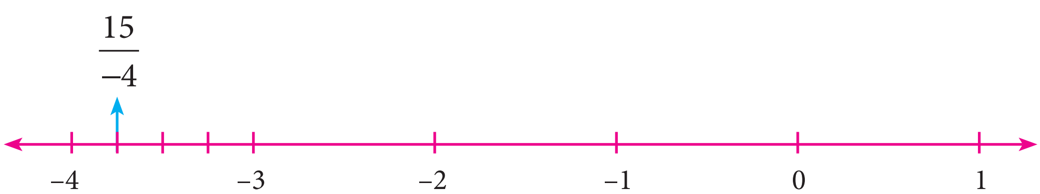
(ii)



(iii)



(iv)



6. (*i*) $-\frac{11}{3}$ (*ii*) $\frac{-2}{5}$ (*iii*) $\frac{7}{4}$ 7. $\frac{61}{15}, \frac{103}{30}, \frac{141}{30}$ அல்லது ஏதேனும் 3 தெரிவுகள் 9. $\frac{-6}{7}$

10. $\frac{58}{45}$ 11. $\frac{-15}{11}$ 12. (*i*) $\frac{-33}{2}$ (*ii*) $\frac{8}{45}$ 13. (*i*) -6 (*ii*) $\frac{1}{13}$ (*iii*) 5

14. $6\frac{1}{3}$ மேலும் 6 மற்றும் 7க்கு இடையில் அமைகிறது.

15. அனைத்து முழுக்களும் விகிதமுறு எண்கள் எனவே, −7, −6, −5, −4, −3 என்ற முழுக்கள் அனைத்தும் −2ஐ விட குறைவான விகிதமுறு எண்கள் ஆகும். (அல்லது) உங்கள் தெரிவுகளில் ஏதேனும் விடையளி.

16. (*i*) $\frac{-11}{5} > \frac{-21}{8}$ (*ii*) $\frac{3}{-4} < \frac{-1}{2}$ (*iii*) $\frac{2}{3} < \frac{4}{5}$

17. (i) ஏறுவரிசை: $\frac{-11}{8}, \frac{-15}{24}, \frac{-5}{12}, \frac{12}{36}, \frac{-7}{-9}$ இறங்குவரிசை: $\frac{-7}{-9}, \frac{12}{36}, \frac{-5}{12}, \frac{-15}{24}, \frac{-11}{8}$

(ii) ஏறுவரிசை: $\frac{-17}{10}, \frac{-7}{5}, \frac{-19}{20}, \frac{-2}{4}, 0$ இறங்குவரிசை: $0, \frac{-2}{4}, \frac{-19}{20}, \frac{-7}{5}, \frac{-17}{10}$

18. (ஆ) $\frac{-142}{99}$ 19. (அ) $\frac{-17}{24}$ 20. (இ) −1 மற்றும் −2 21. (ஈ) 1 22. (இ) 6

23. (ஈ) இவை அனைத்தும் 24. (ஆ) $\frac{16}{-30}, \frac{-8}{15}$ 25. (ஆ) $\frac{2}{3}$

பயிற்சி 1.2

1. (i) $\frac{5}{13}$ (ii) −3 (iii) $\frac{3}{5}, \frac{-4}{9}$ மற்றும் $\frac{15}{17}$ (iv) பெருக்கல் நேர் மாறு (v) −1

2. (i) தவறு (ii) சரி (iii) தவறு (iv) சரி (v) தவறு

7. 0 8. (i) 0 (ii) $\frac{-51}{160}$ 10. (ஈ) கிடையாது 11.(அ) $\frac{1}{8} - \frac{1}{8} = 0$

12. (இ) 0 13. (ஈ) சேர்ப்பு 14. (ஆ) $\frac{3}{4}$

பல்வகை திறனறிப் பயிற்சி கணக்குகள்

பயிற்சி 1.3

1. (i) கூட்டலில் சேர்ப்புப் பண்பு

(ii) கூட்டலின் மீது பெருக்கலின் பங்கீட்டுபண்பு

(iii) பெருக்கல் நேர்மாறு பண்பு (iv) கிடையாது (v) விகிதமுறு எண்கள்

2. (i) அடைவு, இங்கு $\frac{-1}{4} + \frac{3}{2} = \frac{-1+6}{4} = \frac{5}{4}$, விகிதமுறு எண்கள்.

(ii) பரிமாற்றுப்பண்பு நிறைவு செய்யாது $\frac{1}{3} - \frac{2}{4} \neq \frac{2}{4} - \frac{1}{3}$

(iii) சேர்ப்புப் பண்பு நிறைவு செய்யாது $= \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) \neq \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{4}$

(iv) சமனிப் பண்பு நிறைவு செய்யாது $5-0 \neq 0-5$ (v) நேர்மாறு நிறைவு செய்யாது.

3. $\frac{1}{6}$ 4. $\frac{1}{10}$ 5. 4 கி.கி 300 கி 6. $10\frac{2}{5}$ லிட்டர் 7. 6 : 11

8. இரண்டு விடையும் சரி 9. 10 செ.மீ 10. 16 மீ

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

2. $\frac{47}{20}$ கி.மீ, $\frac{23}{20}$ கி.மீ 3. 900 கி.மீ 5. 320 கி 6. $\frac{17}{12}$ 7. $\frac{9}{20}$ 8. $x=3$ 9. 225 10. $\frac{12}{11}$

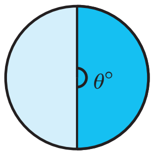
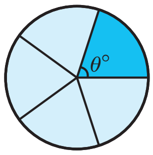
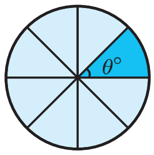
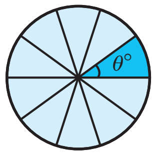
2. அளவியல்

பயிற்சி 2.1

1. (*i*) π (ii) நாண் (iii) விட்டம் (iv) 12 செ.மீ (v) ஒரு வில்

2. (i) 3 (ii) 4 (iii) 5 (iv) 2 (v) 1

3.

வட்டக்கோணப்பகுதி				
வட்டக்கோண பகுதியின் மையக் கோணம் ($\theta°$)	180°	72°	45°	36°

4.

	வட்டவில்லின் நீளம் (தோராயமாக)	வட்டக்கோணப்பகுதியின் பரப்பளவு (தோராயமாக)	வட்டக்கோணப்பகுதியின் சுற்றளவு (தோராயமாக)
i	12.56 செ.மீ	100.48 செ.மீ^{2}	44.56 செ.மீ
ii	13.19 செ.மீ	41.54 செ.மீ^{2}	25.79 செ.மீ
iii	37.68 செ.மீ	678.24 செ.மீ^{2}	109.68 செ.மீ
iv	6.28 செ.மீ	15.70 செ.மீ^{2}	16.28 செ.மீ

5. (i) 240 மீ^{2} (ii) 37.5 செ.மீ^{2} (iii) 337.5 செ.மீ^{2}

6. (*i*) $\theta=120°$ (*ii*) $\theta=30°$ (*iii*) $\theta=72°$ (*iv*) $\theta=12°$

7. (*i*) 30π மீ (*ii*) 980π செ.மீ^{2} 8. 350 மீ.மீ^{2} 9. 220 செ.மீ^{2} 10. 12.8 செ.மீ

11. 3.14 ச.அடி (தோராயமாக) 12. 706.5 செ.மீ^{2} (தோராயமாக)

13. 1232 செ.மீ^{2} (தோராயமாக)

பயிற்சி 2.2

1. (i) 38 செ.மீ, 50.75 செ.மீ^{2} (தோராயமாக) (ii) 30 செ.மீ,40.25 செ.மீ^{2} (தோராயமாக)

2. (i) 21.5 செ.மீ^{2} (தோராயமாக) (ii) 27.93 செ.மீ^{2} (தோராயமாக)

3. 48 செ.மீ^{2} 4. 41.13 செ.மீ^{2} (தோராயமாக) 5. 5600 செ.மீ^{2} 6. 976.5 செ.மீ^{2} (தோராயமாக)

7. 128 செ.மீ^{2} 8. 3500 செ.மீ^{2} 9. 1020 செ.மீ^{2} 10. (i) 17500 மீ^{2} (ii) 244 மீ^{2}

பயிற்சி-2.3

1. (i) நீளம், அகலம் மற்றும் உயரம் (ii) உச்சி (iii) ஆறு (iv) வட்டம்
(v) கனச்சதுரம்

2. (i) (ஆ) (ii) (அ) (iii) (ஈ) (iv) (இ)

3. (i) கனச்சதுரம் (ii) கனச்செவ்வகம் (iii) முக்கோணப்பட்டகம்
(iv) சதுரப்பிரமிடு (v) உருளை

4. (i) F, T, S (ii) T, S, F (iii) S, F, T

5. (i) ஆம் (ii) இல்லை (iii) ஆம் (iv) இல்லை (v) ஆம் 6. (i) 24 ச.அலகுகள்
(ii) 62 ச.அலகுகள்

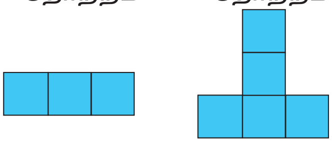
7. இல்லை

பல்வகை திறனறிப் பயிற்சி கணக்குகள்

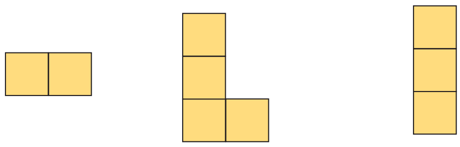
பயிற்சி-2.4

1. 9.42 அடி 2. 314 மீ 3. 128 செ.மீ^{2}

4. (i) மேற்பக்கத் தோற்றம் முகப்புத் தோற்றம் பக்கவாட்டுத் தோற்றம்



(ii) மேற்பக்கத் தோற்றம் முகப்புத் தோற்றம் பக்கவாட்டுத் தோற்றம்



மேற்சிந்தனை கணக்குகள்

6. நாதனின் இரட்டை கதவு 7. 63.48 மீ^{2} (தோரயமாக)

8. 1.46 செ.மீ^{2} (தோரயமாக) 9. 94 செ.மீ^{2} 10. (i) F = 10 (ii) V = 4 (iii) E= 28

3. இயற்கணிதம்

பயிற்சி 3.1

1.(*i*) $24x$ (*ii*) $-21xy$ (*iii*) $250m^5$ (*iv*) $-4a^5b$ (*v*) $-18p^3q^5$

4.

x	$2x^2$	$-2xy$	x^4y^3	$2xyz$	$-5xz^2$
x^4	$2x^6$	$-2x^5y$	x^8y^3	$2x^5yz$	$-5x^5z^2$
$4xy$	$8x^3y$	$-8x^2y^2$	$4x^5y^4$	$8x^2y^2z$	$-20x^2yz^2$
$-x^2y$	$-2x^4y$	$2x^3y^2$	$-x^6y^3$	$-2x^3y^2z$	$5x^3yz^2$
$2y^2z$	$4x^2y^2z$	$-4xy^3z$	$2x^4y^5z$	$4xy^3z^2$	$-10xy^2z^3$
$-3xyz$	$-6x^3yz$	$6x^2y^2z$	$-3x^5y^4z$	$-6x^2y^2z^2$	$15x^2yz^3$
$-7z$	$-14x^2z$	$14xyz$	$-7x^4y^3z$	$-14xyz^2$	$35xz^3$

3. (*i*) $24m^4n^2$ (*ii*) $-9x^5y^6$ 4. $-24p^6q^6$

5. (*i*) $10xy-15x$ (*ii*) $-10p^3+6p^2-14p$ (*iii*) $3m^4n^4-15m^3n^2+21m^2n^3$

(*iv*) $x^3+y^3-z^3+x^2y+x^2z+xy^2+zy^2+xz^2-yz^2$ 6. (*i*) $4x^2-2x-12$

(*ii*) $2y^4+3y^3-8y^2-12y$ *iii*) $5m^4n^2-m^2n^2-5m^2n^3+n^3$ *iv*) $6x^2-36x+30$

7. (*i*) $-2x^2$ *ii*) $-3mp$ *iii*) $2y(5x^2y-x+3y^2)$

8. (இ) iv, v, ii, iii, i 9. $xy+2x+30y+60$

10. (ஆ) $28p^7$ 11. (அ) mn^2, 27 12. (*c*) $6x^2y$ 13.(அ) 6 mn 14. (ஆ) $(a+b)$

பயிற்சி 3.2

1. (*i*) $\frac{18m^4(n^8)}{2m^{(3)}n^3}=9mn^5$ (*ii*) $\frac{l^4m^5n^{(7)}}{2lm^{(3)}n^6}=\frac{l^3m^2n}{2}$ (*iii*) $\frac{42a^4 6^5(c^2)}{6(a)^4(b)^2}=(7)b^3c^2$

2. (i) சரி (ii) தவறு 3. (*i*) $9y^2$ (*ii*) xy (*iii*) $-3x^2yz^3$ (*iv*) xy

4. (*i*) $5m$ (*ii*) $7p^3q^2-4p^3q$ 5. (*i*) $16y-4z$ (*ii*) $2mn^2+8m^3n-\frac{1}{2}$ (*iii*) 8

(*iv*) $=9p^2r+18pq-45$ 6. $25mn$

7. (*i*) $9y^2$ (*ii*) $9xy$ (*iii*) $4m^2-3m$ (*iv*) $16n^2-2n+3$ (*v*) x^2+1x-6

பயிற்சி 3.3

1. (*i*) $9m^2+30m+25$ (*ii*) $25p^2-10p+1$ (*iii*) $4n^2+4n-3$

(*iv*) $(2p+5q)(2p-5q)$

2. (*i*) $m^3+9m^2+27m+27$ (*ii*) $8a^3+60a^2+150a+125$ (*iii*) $27p^3+108p^2q+144pq^2+64q^3$

(iv) 14,0608 (v) 1124864

3. (*i*) $125-75x+15x^2-x^3$ (*ii*) $8x^3-48x^2y+96xy^2-64y^3$ (*iii*) $a^3b^3-3a^2b^2c+3abc^3-c^3$

(iv) 110, 592 (*v*) $912673x^3y^3$

4. (*i*) $125y^3+150y^2+55y+6$ (*ii*) p^3-5p^2+2p+8

5. x^3+3x^2+3x+1 6. x^3-2x^2-5x+6

பயிற்சி 3.4

1. (*i*) $6y(3x-2z)$ (*ii*) $3x^2y(3x^3y^2+2xy-6)$ (*iii*) $(b-2c)(x+y)$

(*iv*) $(x+y)(a+b)$ (*v*) $(4x-1)(2x^2-1)$ (*vi*) $(x-2)[3y(x-2)+2]$

(*vii*) $2y(9x-2y-zx)$ (*viii*) $(a-3)(a^2+1)$ (ix) $3y(y+4)(y-4)$ (x) $(b-1)(ab-c^2)$

2. (*i*) $(x+7)^2$ (*ii*) $(y-5)^2$ (*iii*) $(c+2)(c-6)$

(*iv*) $(m+9)(m-8)$ (*v*) $(2x-3)(2x-1)$

3. (i) $(h+k)(h^2-hk+k^2)$ (ii) $2[(a+2)(a^2-2a+4)]$ (iii) $(xy+3)[(x^2y^2-3xy+9)]$

(iv) $(4m+n)(16m^2-4mn+n^2)$ (v) $r[(r+3p)(r^2-3rp+9p^2)]$

4. (i) $(y-3)[(y^2+3y+9)]$ (ii) $3[(b-4c)(b^2+4bc+16c^2)]$ (iii) $-2[(2y-x)(4y^2-2yx+x^2)]$

(v) $(xy-7)(x^2y^2+7xy+49)$ (v) $(c-3ab)[(c^2+3abc+9a^2b^2)$

பல்வகை திறனறிப் பயிற்சி கணக்குகள்

பயிற்சி 3.5

1. $7x^2y^5+4x^4y^3+60x^2y^2$ 2. $12x^3-8x^2+27x-18$ 3. $S.I=\frac{7}{5}a^3b^4$

4. $\frac{1}{2}a+2b+4$ 5. $(y-3)(7y+2)$

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

1. $4x+3$ 2. $x+2$ 3. $(y+7)(y+8)$ 4. $(4p^2+1)(2p+1)(2p-1)$

5. $(x^2-4y)(x^4+4x^2y+16y^2)$

4. வடிவியல்

பயிற்சி 4.1

3. $HE=18, TE=16$ 4. $\angle T=\angle N=75°, \angle E=\angle B=35°, \angle A=\angle U=70°$

11. ஆம், RHS சர்வசமம்

12. (i) விகித சமத்தில் உள்ளது (ii) வடிவம் (iii) சமம் (iv) சர்வசமம்
(v) வடிவொத்த

13. (ஈ) பொருந்தும் 14. (இ) $\angle Q=\angle X$ 15. (ஈ) 93 மீ

16. (அ) 50° 17. (இ) AC = CD

பயிற்சி 4.2

1. PT = 80 3. 48 அடி

5. தகவல் செயலாக்கம்

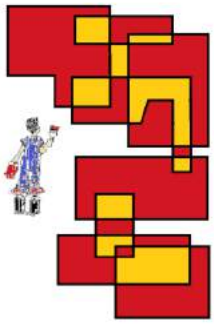
பயிற்சி 5.1

1. (i) (ஆ) 8 (ii) (ஈ) 64 (iii) (ஆ) 18

2. 5 3. 3000 4. 6 5. 5000 6. 10000

பயிற்சி 5.2

1.



சாத்தியமான வழிகள் அதிகம் உள்ளன

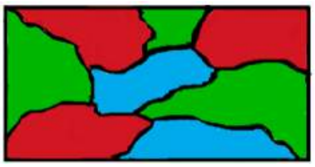
2. (i)

சாத்தியமான வழிகள் அதிகம் உள்ளன

(ii)

சாத்தியமான வழிகள் அதிகம் உள்ளன

3. (i)



சாத்தியமான வழிகள் அதிகம் உள்ளன

(ii)

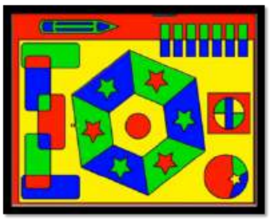
சாத்தியமான வழிகள் அதிகம் உள்ளன

பல்வகை திறனறிப் பயிற்சி கணக்குகள்

பயிற்சி 5.3

1. 9   2. 8   3. 15   4. 6   5. 20

6.



சாத்தியமான வழிகள் அதிகம் உள்ளன

கணிதக் கலைச் சொற்கள்

அடைவுப் பண்பு	Closure property
அளவு	Measure
அறிவாற்றல்	Cognitive
ஆரம்	Radius
இடம் சார்ந்த	Spatial
இயற்கணிதக் கோவை	Algebraic expression
இயற்கணிதம்	Algebra
இரு சமவெட்டி	Bisector
ஈருறுப்புக் கோவை	Binomial
உச்சிகள்	Vertices
உள்புற / உட்புற	Interior
ஒத்த	Corresponding /Similar
ஒரேநேரத்தில்	Simultaneously
ஒழுங்கற்ற பலகோணம்	Irregular polygon
ஒழுங்குப் பலகோணம்	Regular polygon
ஓருறுப்புக் கோவை	Monomial
கணம்	Set
கர்ணம்	Hypotenuse
கன முற்றொருமைகள்	Cubic identities
கனச்சதுரம்	Cube
கனச்செவ்வகம்	Cuboid
காரணிப்படுத்துதல்	Factorization
குத்துக்கோடு	Altitude
குத்தெதிர்	Vertically opposite
கூட்டு வடிவங்கள்	Combined shapes
கோணம்	Angle
சமனி	Identity
சமன்பாடு	Equation
சமான	Equivalent
சராசரி	Average
சர்வ சமம்	Congruent
செயல்பாடு	Operation
சேர்ப்புப் பண்பு	Associative property
தசம / பதின்மான	Decimal
தருக்கரீதியான	Logical
தலைகீழி/பெருக்கல் நேர்மாறு	Reciprocal
தன்னிச்சையான	Arbitrary
திண்ம வடிவங்கள்	Solid shapes
தூண்டுதல்	Stimulate
தொகுதி	Numerator
தோராயமாக	Approximately
நடுக்கோடு	Median
நாண்	Chord
நிரப்புக் கோணங்கள்	Complementary angles
நிலையான வடிவு	Standard form
நிழலிட்ட பகுதி	Shaded region
நேர்மாறு	Inverse
பகுதி	Denominator
பக்கவாட்டுத்தோற்றம்	Side view
பங்கீட்டுப் பண்பு	Distributive property
பட்டகம்	Prism
பரிதி	Circumference
பரிமாற்றுப் பண்பு	Commutative property
பல்லுறுப்புக் கோவை	Polynomial
பன்முக வடிவம்	Polyhedron
பொதுக்காரணி	Common factor
பொதுவான தவறுகள்	Common errors
மறுதலை	Converse
மிகை நிரப்புக் கோணங்கள்	Supplementary angles
மீண்டும் / திரும்ப	Repeating
முகங்கள்	Faces
முகப்புத்தோற்றம்	Front view
முடிவுறு / முற்றுபெற்ற	Terminating
முப்பரிமாண வடிவங்கள்	Three dimensional shapes
முழு கன எண்கள்	Perfect cube numbers
முழுக்கள்	Integers
மூவுறுப்புக் கோவை	Trinomial
மெய்யெண் கோடு	Real number line
மேற்பக்கத் தோற்றம்	Top view
மையக்கோணம்	Central angle
மையப்புள்ளி/ நடுப்புள்ளி	Midpoint
வடிவியல் நிரூபணம்	Geometrical proof
வட்ட வில்	Circular arc
வட்டக் கோணப் பகுதி	Circular sector
வட்டத்துண்டு	Circular Segment
வலை	Net
விகித முறு	Rational
விட்டம்	Diameter
விளிம்புகள்	Edges
வெளிப்புற	Exterior

8 ஆம் வகுப்பு கணக்கு – பருவம் 1
பாடநூல் உருவாக்கக் குழு

மேலாய்வாளர்

- முனைவர். இரா. இராமானுஜம்
  பேராசிரியர், கணித அறிவியல் நிறுவனம்,
  தரமணி,சென்னை

பாடநூல் உருவாக்கக் குழு

- ஜி. கமலநாதன்,
  பட்டதாரி ஆசிரியர்,
  அரசினர் மேல்நிலைப் பள்ளி,
  ஆரப்பாக்கம், காஞ்சிபுரம்.

- கி. குணசேகர்,
  பட்டதாரி ஆசிரியர்,
  ஊராட்சி ஒன்றிய நடுநிலைப்பள்ளி,
  வளவனூர் மேற்கு, விழுப்புரம்.

- கு. பழனி,
  பட்டதாரி ஆசிரியர்,
  அரசு உயர்நிலைப்பள்ளி,
  ஜெகதாப் கிருஷ்ணகிரி.

- பா. மலர்விழி,
  பட்டதாரி ஆசிரியை,
  சென்னை உயர்நிலைப்பள்ளி,
  ஸ்ட்ரஹான்ஸ் சாலை, பட்டாளம்,
  சென்னை.

தட்டச்சர்

- கே. புனிதா
  திருவல்லிக்கேனி, சென்னை

இணையச் செயல்பாடு

- கே. சங்கர்,
  பட்டதாரி ஆசிரியர்,
  அரசினர் மேல்நிலைப் பள்ளி, வேலூர்.
- ச. சைமன் பீட்டர் பால்,
  அரசினர் தொடக்கப்பள்ளி,
  புதுச்சேரி.

விரைவுக்குறியீடு மேலாண்மைக் குழு

- இரா. ஜெகநாதன், இடைநிலை ஆசிரியர்,
  ஊ.ஒ.ந.நி.பள்ளி, திருவண்ணாமலை.
- ஆ.தேவி ஜெஸிந்தா, பட்டதாரி ஆசிரியர்,
  அ.உ.நி.பள்ளி, வேலூர்
- வ.பத்மாவதி, பட்டதாரி ஆசிரியர்,
  அ.உ.நி. பள்ளி, அரியலூர்.

கல்வி ஆலோசகர்

- டாக்டர். பொன். குமார்
  இணை இயக்குநர் (பாடத்திட்டம்)
  மாநிலக் கல்வியியல் ஆராய்ச்சி மற்றும் பயிற்சி நிறுவனம்
  சென்னை.

கல்வி ஒருங்கிணைப்பாளர்

- வே. இளையராணி மோகன்
  உதவி பேராசிரியர்
  மாநிலக் கல்வியியல் ஆராய்ச்சி மற்றும் பயிற்சி நிறுவனம்,
  சென்னை

கலை மற்றும் வடிவமைப்புக் குழு

பக்க வடிவமைப்பாளர்கள்

- ர. மதன் ராஜ்
- சி. பிரசாந்த்
- ம. இயேசு இரத்தினம்
- பி. பிரசாந்த்
- ப. அருண் காமராஜ்
- ப. யோகேஷ்
- அ. பக்கிரிசாமி

In-House QC

- ராஜேஷ் தங்கப்பன்
- கி. ஜெரால்டு வில்சன்

அட்டை வடிவமைப்பு

- கதிர் ஆறுமுகம்

ஒருங்கிணைப்பாளர்

- ரமேஷ் முனுசாமி

இந்நூல் 80 ஜி.எஸ்.எம் எலிகண்ட் மேப்லித்தோதாளில்
அச்சிடப்பட்டுள்ளதுஆப்செட் முறையில் அச்சிட்டோர்:

குறிப்பு