

050(G)

(March 2006)

[Maximum Marks : 100]

સૂચનાઓ :

1. બધા પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.
2. પ્રત્યેક પ્રશ્નના વિભાગીય સૂચના પ્રમાણે જ જવાબ લખો.
3. પ્રત્યેક વિભાગ ઉત્તરવહીમાં નવા પાના પર શરૂ કરો.

વિભાગ - A

નીચે આપેલ 15 હેતુલક્ષી પ્રશ્નોમાં દરેકનો એક ગુણ છે. તે પ્રત્યેકના ઉત્તરો માત્ર સાચા જવાબનો માત્ર અનુક્રમ (a) or (b) or (c) or (d) દ્વારા જ આપો. 15

1. ઉગમબિંદુનું સ્થાનાંતર કયા બિંદુ પર કરવાથી બિંદુ (6, -1) ના ચામો બદલાયને (8, -4) થાય.

- | | |
|------------|------------|
| a) (2, -3) | b) (-3, 2) |
| c) (3, -2) | d) (-2, 3) |

2. $x + y = 0$ અને $y = [\pi]$ રેખાઓ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ શોધો.

- | | |
|--------------------|--------------------|
| a) $\frac{\pi}{4}$ | b) $\frac{\pi}{3}$ |
| c) $\frac{\pi}{2}$ | d) 0 |

3. (5, 2) માંથી વર્તુળ $x^2 + y^2 = 29$ ને કેટલા સ્પર્શકો દોરી શકાય ?

- | | |
|------|---------------|
| a) 0 | b) 1 |
| c) 2 | d) એક પણ નહીં |

4. ઉગમબિંદુ શીર્ષ ધરાવતા તથા બિંદુ (-1, 1) માંથી પસાર થતા y- અક્ષને સંગીત પરવલય નું પ્રમાણિત સમીકરણ કયું છે ?

- | | |
|---------------|---------------|
| a) $y^2 = -x$ | b) $x^2 = y$ |
| c) $y^2 = x$ | d) $x^2 = -y$ |

5. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ ના સહાયકવૃત્તનું સમીકરણ લખો.

a) $x^2 + y^2 = -5$

b) $x^2 + y^2 = 5$

c) $x^2 + y^2 = 4$

d) $x^2 + y^2 = 9$

6. $\{(\cos \theta \cos \alpha, \cos \theta \sin \alpha, \sin \theta)\}$ મેળવો.

a) -1

b) 0

c) 1

d) એકપણ નહીં

7. બંને $(1, 2, -1)$ તથા $(1, -2, 1)$ નું પરિણામી બંને શોધો.

a) $(2, 0, 0)$

b) $(-1, 4, 2)$

c) $(2, 4, 2)$

d) $(-2, 0, 0)$

8. ગોળક $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$ નું કેંદ્ર શોધો.

a) $(-1, -2, -3)$

b) $(3, 2, 1)$

c) $(1, 2, 3)$

d) $(1, 2, -3)$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{x}$ શોધો.

a) 3

b) $\frac{1}{3}$

c) $\text{Log } e^e$

d) $\text{Log } e^3$

10. $\frac{d}{dx} [\sin^2 x]$ શોધો.

a) $-\sin 2x$

b) $\cos^2 x$

c) $\cos 2x$

d) $\sin 2x$

11. $f(x) = \text{Log } x$ ને $x \in [1, e]$ માટે મધ્યકમાન પ્રમેય લગાડી c મેળવો.

a) $e-1$

b) $1-e$

c) $1 - \frac{1}{e}$

d) $\frac{1}{e-1}$

12. $\int \sin^2(2x+3) dx$ મેળવો.

- a) $\frac{x}{2} - \frac{1}{8} \sin(4x+6) + C$ b) $\frac{x}{2} + \frac{1}{8} \sin(4x+6) + C$
 c) $\frac{x}{2} - \frac{1}{4} \sin(2x+3) + C$ d) કોઈ પણ નહીં

13. $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos x dx$ મેળવો.

- a) -2 b) 2
 c) 0 d) 1

14. વિકલ સમીકરણ $\frac{d^2 y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + xy = 0$ નું પરિમાણ લખો.

- a) 3 b) 2
 c) 1 d) એકપણ નહીં

15. t સમયે સમઘટિત રેખા પર ગતિ કરતાં કણનું નિશ્ચિત બિંદુથી અંતર x હોય, તો $x = 4t^2 + 2t$ છે. $t = 2$ સમયે પ્રવેગ શોધો.

- a) 2 b) 4
 c) 6 d) 8

વિભાગ - B

નીચેનાં 16 થી 30 પ્રશ્નો કે જે દરેકનાં 1 ગુણ છે. તેનાં ટૂંકમાં જવાબ આપો.

15

16. $(0, 0)$, $(3, 0)$ અને $(0, 4)$ થી બનતા ત્રિકોણનું પરિકેન્દ્ર શોધો.

17. વર્તુળ $x^2 + y^2 = 49$ ને $(6, -5)$ માંથી દોરેલા સ્પર્શકની લંબાઈ શોધો.

અથવા

જો $12x + 5y + 16 = 0$ અને $12x + 5y - 10 = 0$ વર્તુળના સ્પર્શકો હોય તો વર્તુળની ત્રિજ્યા શોધો.

18. જો $x + y + k = 0$ એ પરવલય $y^2 = 16x$ ની નાભીમાંથી પસાર થતી જીવાનું સમીકરણ હોય તો k ની કિંમત શોધો.

19. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1$ ના $(2\sqrt{2}, 2)$ ના ઉત્કેન્દ્રી કોણનું માપ લખો.

20. $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ નો દિક્કોસાઈન શોધો.

21. જો $\vec{a} = (1, -1)$ તથા $\vec{b} = (1, 0)$ હોય તો $\text{Com}_{\vec{a}} \vec{b}$ શોધો.

22. $\frac{x-1}{c} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{4}$ તથા $\frac{x-5}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{c}$ ની દિશા સમાન હોય તો, c શોધો.

23. $2x - 3y + 6z = 12$ નો x - અંતઃખંડ શોધો.

24. $\frac{d}{dx} \left[\frac{3^x}{x^3} \right]$ મેળવો.

અથવા

$\frac{d}{dx} [5 \text{Cos}^c x]$ મેળવો.

25. $\int e^x \left[\frac{1 + x \text{Log} x}{x} \right] dx$ મેળવો.

અથવા

$\int \text{Cos}(\text{Log} x) dx$ મેળવો.

26. રેખા $y = x$, x - અક્ષ અને રેખા $x = 0$ અને રેખા $x = 3$ વડે આવૃત્ત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ મેળવો.

27. કિંમત શોધો : $\int_{-1}^1 \text{Sin}^3 x \text{Cos}^4 x dx$.

28. વક્રોની સંલક્ષિત $y = a \sin(x + b)$ (a અને b સ્વૈર અચળો છે) દર્શાવતું વિકલ સમીકરણ મેળવો.
29. 19.6 મી./સે. ની ઝડપે શિરોલંબ દિશામાં દડો ફેંકવામાં આવે છે, ત્યારે પદાર્થની મહત્તમ ઊંચાઈ શોધો.
30. $x = 2 - 3t + 4t^3$ તો 2 સેકન્ડ પછી પ્રવેગ શોધો.

વિભાગ - C

નીચેનાં 31 થી 40 પ્રશ્નો કે જે દરેકનાં બે ગુણ છે, તેના માગ્યા મુજબ જવાબ આપો.

20

31. (2, 3) માંથી પસાર થતી અને y -અક્ષ સાથે $\frac{2\pi}{3}$ માપનો ખૂણો બનાવતી રેખાઓનાં સમીકરણ મેળવો.
32. પરવલયની અંદર એક ચતુષ્કોણ $ABCD$ અંતર્ગત કરવામાં આવેલ છે. આ ચતુષ્કોણની બાજુઓ $\leftrightarrow \leftrightarrow \leftrightarrow \leftrightarrow$ અને DA પરવલયના અક્ષ સાથે અનુક્રમે $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ અને θ_4 કોણ બનાવે છે. સાબિત કરો કે $Cot\theta_1 + Cot\theta_3 = Cot\theta_2 + Cot\theta_4$.
33. જોના નાભિલંબની લંબાઈ 4 અને બે નાભિઓ વચ્ચેનું અંતર $4\sqrt{2}$ હોય તેવા ઉપવલયનું સમીકરણ મેળવો.

અથવા

જો બિંદુઓ P અને Q ના ઉલ્લેન્દ્રીયકોણના માપનો તફાવત $\frac{\pi}{2}$ હોય અને PQ અક્ષો પર

અનુક્રમે c અને d અંતઃખંડ કાપે, તો સાબિત કરો કે $\frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{d^2} = 2$.

34. જો રેખા $lx + my + n = 0$ અતિવલય $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ને સ્પર્શે, તો બતાવો કે

$$a^2 l^2 - b^2 m^2 = n^2.$$

અથવા

$C(0,0)$ કેન્દ્રવાળા લંબાતિવલયની નાભિઓ S અને S' છે. લંબાતિવલય પરનાં કોઈપણ

બિંદુ P માટે સાબિત કરો કે $SP \cdot S'P = CP^2$.

35. સાબિત કરો : $[\bar{x} + \bar{y} \quad \bar{y} + \bar{z} \quad \bar{z} + \bar{x}] = 2[\bar{x} \quad \bar{y} \quad \bar{z}]$
36. $(1, -1, 0)$ તથા $(0, 1, 1)$ સાથે $\frac{\pi}{3}$ માપનો ખૂણો બનાવતો એકમ સદિશ શોધો.
37. ગોલક $|r|^2 - r \cdot (6, 12, 14) + 30 = 0$ નાં કેંદ્ર તથા ત્રિજ્યા શોધો. તથા આ ગોલકનું કોર્ટેલીય સમીકરણ સ્વરૂપ લખો.
38. જો $x = a (\cos \theta + \theta \sin \theta)$, $y = a (\sin \theta - \theta \cos \theta)$ હોય તો y_2 શોધો.
39. $f(x) = \cos^{-1} x$, $x \in [-1, 0]$ ને મધ્યકમાન પ્રમેય લગાડી e મેળવો.

અથવા

64 ના એવા બે ભાગ પાડો કે જેથી તેમના ઘનનો સરવાળો ન્યૂનતમ થાય.

40. $\int \frac{x}{(1+x^2)(x^2-2)} dx$ મેળવો.

અથવા

$$\int \frac{\log x - 1}{(\log x)^2} dx \text{ મેળવો.}$$

વિભાગ - D

નીચેના 41 થી 50 પ્રશ્નો કે જે દરેકનાં ત્રણ ગુણ છે, તેના માઝ્યા મુજબ જવાબ આપો.

30

41. $A(1, -2)$, $B(-7, 1)$ માંથી પસાર થતી \overleftrightarrow{AB} પર બિંદુ P મેળવો કે જેથી $3AP = 5PB$ થાય.
42. વર્તુળો $x^2 + y^2 + 6x + 2y - 90 = 0$ અને $x^2 + y^2 - 34x - 28y + 260 = 0$ પરસ્પર બહારથી સ્પર્શે છે તેમ બતાવો, તથા બંને વર્તુળોના એક-એક વ્યાસને સમાવતી સામાન્ય રેખાનું સમીકરણ મેળવો.

અથવા

વર્તુળ $x^2 + y^2 + 2x + fy + k = 0$ બંને અક્ષોને સ્પર્શે, તો f અને k શોધો.

43. સંદેશના ઉપયોગથી ત્રિકોણ માટે $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ સાબિત કરો.

અથવા

સંદેશની રીતે સાબિત કરો કે અર્ધવર્તુળમાં અંતર્ગત ખૂણો કાટખૂણો હોય છે.

44. $l + m + n = 0$, $l^2 + m^2 - n^2 = 0$ તથા l, m, n બે રેખાઓની દિક્કોસાઈન હોય, તો તેમની વચ્ચેના ખૂણાનું માપ શોધો.

45. $A(2, 3, 2)$ નું $\vec{r} \cdot (1, -2, 1) = -5$ ને સાપેક્ષ પ્રતિબિંબ શોધો.

અથવા

$A(2, -1, 2)$ માંથી $2x - 3y + 4z = 44$ પરના લંબપાદના ચામ, લંબરેખાનું સમીકરણ તથા લંબઅંતર શોધો.

46. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + mx)^n - (1 + nx)^m}{x^2}$ મેળવો. $m, n \in \mathbb{N}$

47. $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$, $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ માટે રોલનું પ્રમેય લાગુ પડે તો c શોધો.

48. $\int_0^1 \frac{\log(1+t)}{(1+t)^2} dt$ મેળવો.

49. રેખા $y = c$, પરવલય $x^2 = 4y$ અને રેખા $y = 16$ વડે આવૃત્ત પ્રદેશના સમાન ક્ષેત્રફળ ધરાવતા બે ભાગ કરે, તો c શોધો.

50. $\frac{dy}{dx} = \sin(x + y)$ ઉકેલો.

વિભાગ - E

નીચેના 51 થી 54 પ્રશ્નો કે જે દરેકના પાચ ગુણ છે. તેના માગ્યા મુજબ જવાબ આપો.

20

51. ઊગમબિંદુમાંથી પસાર થતી અને $2x - y + 1 = 0$ અને $2x - y + 6 = 0$ વચ્ચે $\sqrt{10}$ લંબાઈનો રેખાખંડ કાપતી રેખાનું સમીકરણ મેળવો.

અથવા

ΔABC ના શિરોબિંદુ A ના યામ $(1, -2)$ છે તથા \overline{AB} અને \overline{AC} ના લંબદ્વિભાજકોના સમીકરણો અનુક્રમે $x - y + 5 = 0$ તથા $x + 2y = 0$ હોય, તો B અને C ના યામ શોધો.

52. સાબિત કરો $\left\{ \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n \right\}$ સીમિત શ્રેણી છે, (જ્યાં $n \in N - \{1\}$)

53. જો $y = x \cdot \text{Log} \left[\frac{x}{a+bx} \right]$ હોય તો સાબિત કરો કે $x^3 y_2 = (x y_1 - y)^2$

54. $\int \frac{x^2}{x^4+1} dx$ મેળવો.

અથવા

$$\int \frac{2x+3}{\sqrt{x^2+x+1}} dx \text{ મેળવો.}$$