తెలంగాణ ప్రభుత్వం

మహిళాభివృద్ధి మరియు శిశుసంక్షేమ శాఖ - చైల్డ్ లైన్ ఫౌండేషన్

బడిలోగానీ, బడి బయటగానీ వేధింపులకు గురవుతున్నా

ఆపదలో, కష్టాలలో ఉన్న పిల్లలను రక్షించడానికి

CHILD LINE 1098 NIGHT & DAY

24 HOUR NATIONAL HELPLINE

పిల్లలతో పనిచేయిస్తున్నా, వారిని బడికి పంపకుండా వేరే కార్యక్రమాలకు ఉపయోగిస్తున్నా

కుటుంబ సభ్యులు గానీ, బంధువులు గానీ ఇబ్బందికరంగా, అసభ్యంగా ప్రవర్తిస్తున్నా

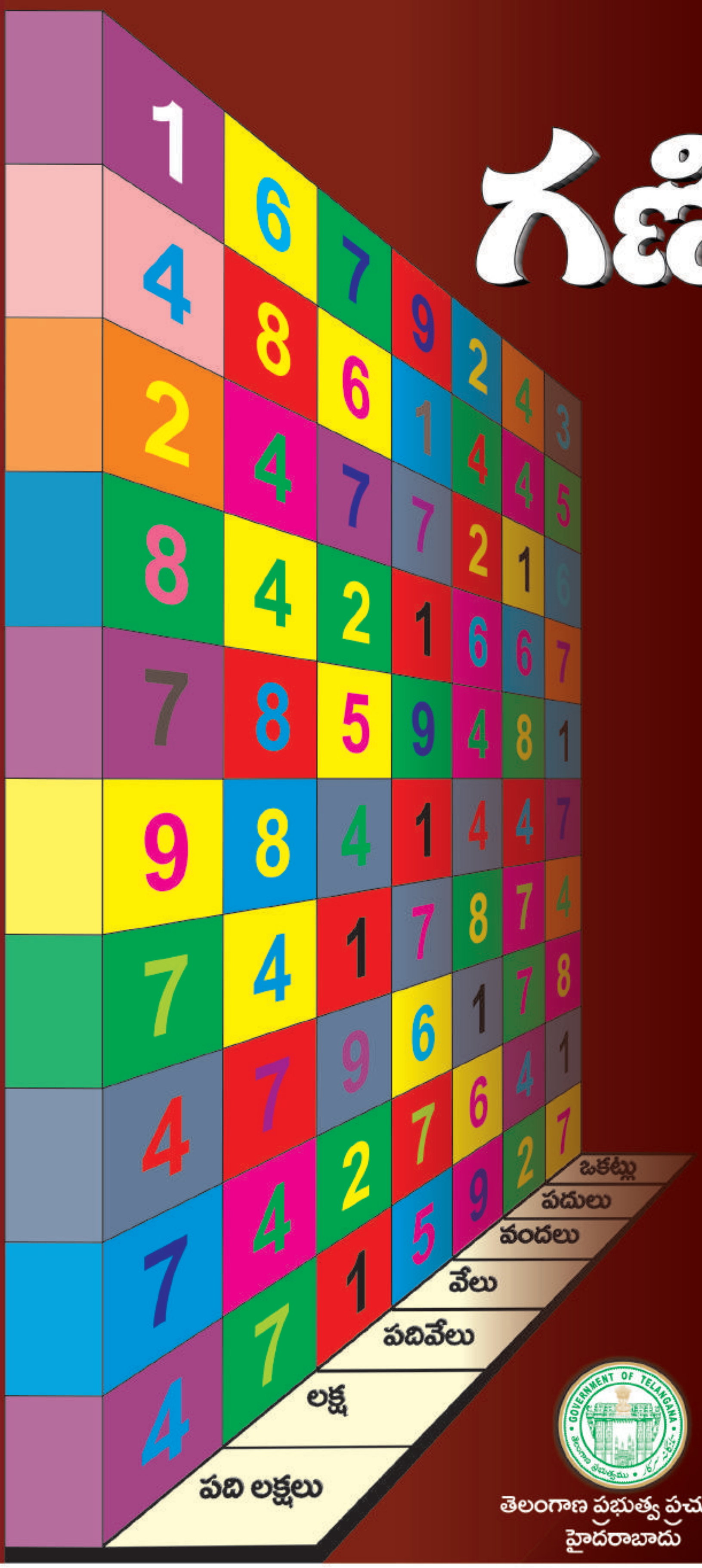
1098 (పది-తొమ్మిది-ఎనిమిది) ఉచిత టెలిఫోన్ సేవా సౌకర్యానికి ఫోన్ చేయండి

రాష్ట్ర విద్యా పరిశోధన శిక్షణా సంస్థ,
తెలంగాణ, హైదరాబాదు

తెలంగాణ రాష్ట్ర ప్రభుత్వం వారిచే ఉచిత పంపిణీ

గణితం

6వ తరగతి



FREE

గణితం

6వ తరగతి

తెలంగాణ ప్రభుత్వ ప్రచురణ,
హైదరాబాదు

తెలంగాణ రాష్ట్ర ప్రభుత్వం వారిచే ఉచిత పంపిణీ

Graph

Literacy Rate in India: Census 2011

State/UT Code	India/State/UT	Literate Persons (%)	Males (%)	Females (%)
01	Jammu & Kashmir	68.74	78.26	58.01
02	Himachal Pradesh	83.78	90.83	76.60
03	Punjab	76.68	81.48	71.34
04	Chandigarh	86.43	90.54	81.38
05	Uttarakhand	79.63	88.33	70.70
06	Haryana	76.64	85.38	66.77
07	NCT of Delhi	86.34	91.03	80.93
08	Rajasthan	67.06	80.51	52.66
09	Uttar Pradesh	69.72	79.24	59.26
10	Bihar	63.82	73.39	53.33
11	Sikkim	82.20	87.29	76.43
12	Arunachal Pradesh	66.95	73.69	59.57
13	Nagaland	80.11	83.29	76.69
14	Manipur	79.85	86.49	73.17
15	Mizoram	91.58	93.72	89.40
16	Tripura	87.75	92.18	83.15
17	Meghalaya	75.48	77.17	73.78
18	Assam	73.18	78.81	67.27
19	West Bengal	77.08	82.67	71.16
20	Jharkhand	67.63	78.45	56.21
21	Orissa	73.45	82.40	64.36
22	Chattisgarh	71.04	81.45	60.59
23	Madhya Pradesh	70.63	80.53	60.02
24	Gujarat	79.31	87.23	70.73
25	Daman & Diu	87.07	91.48	79.59
26	Dadra & Nagar Haveli	77.65	86.46	65.93
27	Maharashtra	82.91	89.82	75.48
28	Andhra Pradesh	67.66	75.56	59.74
29	Karnataka	75.60	82.85	68.13
30	Goa	87.40	92.81	81.84
31	Lakshadweep	92.28	96.11	88.25
32	Kerala	93.91	96.02	91.98
33	Tamil Nadu	80.33	86.81	73.86
34	Pondicherry	86.55	92.12	81.22
35	Andaman & Nicobar Islands	86.27	90.11	81.84
	INDIA	74.04	82.14	65.46

గణితం

6వ తరగతి

పాఠ్య పుస్తక అభివృద్ధి, ప్రచురణ కమిటి

ప్రధాన నిర్వహణాధికారి
శ్రీమతి బి. శేషు కుమారి
సంచాలకులు, రాష్ట్ర విద్య,పరిశోధన, శిక్షణ సంస్థ,
హైదరాబాదు.

ప్రధాన వ్యవహారనిర్వాహకులు
శ్రీ. బి. సుధాకర్
సంచాలకులు, ప్రభుత్వ పాఠ్యపుస్తక ముద్రణాలయం
హైదరాబాదు.

కార్యనిర్వాహకులు
డా నన్నూరు ఉపేందర్ రెడ్డి
ప్రొఫెసర్, కరికులం & పాఠ్యపుస్తక విభాగం
రాష్ట్ర విద్య, పరిశోధన, శిక్షణ సంస్థ,
హైదరాబాదు.

సహాయ కార్యనిర్వాహకులు
శ్రీ. కె.యాదగిరి
లెక్చరర్, రాష్ట్ర విద్య, పరిశోధన, శిక్షణ సంస్థ,
హైదరాబాదు.

కోఆర్డినేటర్లు

శ్రీ. కె.కె.వి. రాయలు, ఉపన్యాసకుడు,
రాష్ట్ర విద్య, పరిశోధన, శిక్షణ సంస్థ,
హైదరాబాద్

శ్రీ. కాకుళవరం రాజేందర్ రెడ్డి, కోఆర్డినేటర్
రాష్ట్ర విద్య, పరిశోధన, శిక్షణ సంస్థ,
హైదరాబాదు.

సంపాదకులు

శ్రీమతి బి. శేషు కుమారి, సంచాలకులు, రాష్ట్ర విద్య,పరిశోధన, శిక్షణ సంస్థ, హైదరాబాదు.
శ్రీ. కె. బ్రహ్మయ్య, ప్రొఫెసర్, రాష్ట్ర విద్య, పరిశోధన శిక్షణ సంస్థ, హైదరాబాదు.
శ్రీ. పి. ఆదినారాయణ, రిటైర్డ్ లెక్చరర్, న్యూ సైన్స్ కాలేజి, అమీర్‌పేట్, హైదరాబాద్.

ఛైర్మన్, గణిత ఆధార పత్రం, గణిత పాఠ్యప్రణాళిక, పాఠ్యపుస్తక అభివృద్ధి కమిటీ

ప్రొఫెసర్. వి. కన్నన్, గణితం – సాంఖ్యకశాస్త్రవిభాగం, హైదరాబాదు విశ్వవిద్యాలయం.

ముఖ్యసలహాదారు

డా హెచ్. కె. దివాన్, విద్యా సలహాదారు, విద్యాభవన్ సొసైటి, రిసోర్స్ సెంటర్, ఉదయపూర్, రాజస్తాన్.

తెలంగాణ ప్రభుత్వ ప్రచురణ, హైదరాబాదు

చట్టాలను గౌరవించండి
హక్కులను పొందండి

విద్యవల్ల ఎదగాలి
వినయంతో మెలగాలి

© Government of Telangana, Hyderabad.

First Published 2012
New Impressions 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019

All rights reserved.

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means without the prior permission in writing of the publisher, nor be otherwise circulated in any form of binding or cover other than that in which it is published and without a similar condition including this condition being imposed on the subsequent purchaser.

The copy right holder of this book is the Director of School Education, Hyderabad, Telangana.

This Book has been printed on 70 G.S.M. Maplitho
Title Page 200 G.S.M. White Art Card

తెలంగాణ ప్రభుత్వం వారిచే ఉచిత పంపిణీ 2019-20

Printed in India
at the Telangana Govt. Text Book Press,
Mint Compound, Hyderabad,
Telangana.

— o —

పాఠ్య పుస్తక అభివృద్ధి కమిటీ సభ్యులు

రచయితలు

డాక్టర్. పి.రమేష్, లెక్చరర్, ప్రభుత్వ ఐ.ఎ.ఎస్.ఇ, నెల్లూరు

శ్రీ. ఎమ్. రామాంజనేయులు, లెక్చరర్, డైట్, వికారాబాద్, రంగారెడ్డి

శ్రీ. కాకుళవరం రాజేందర్ రెడ్డి, కో-ఆర్డినేటర్, రాష్ట్ర విద్య, పరిశోధన, శిక్షణ సంస్థ, హైదరాబాద్

శ్రీ. టి.వి. రామకుమార్, హెడ్‌మాస్టర్, జి.ప.ఉ.పా., ములుమూడి, నెల్లూరు

శ్రీ. పి. ఆంథోనిరెడ్డి, హెడ్ మాస్టర్, సెయింట్ పీటర్స్ హైస్కూల్, రంగనాయకులపేట, నెల్లూరు

శ్రీ. ఎస్. ప్రసాదబాబు, పి.జి.టి, గిరిజన గురుకుల పాఠశాల, చంద్రశేఖరపురం నెల్లూరు

శ్రీ. జి.వి.బి.సూర్యనారాయణరాజు, స్కూల్ అసిస్టెంట్, మున్సిపల్ హైస్కూల్, కస్పా, విజయనగరం.

శ్రీ. పి. సురేష్‌కుమార్, స్కూల్ అసిస్టెంట్, ప్ర.ఉ.పా., విజయనగర్ కాలనీ, హైదరాబాద్.

శ్రీ. కె.వి. సుందర్ రెడ్డి, స్కూల్ అసిస్టెంట్, ప్ర.ఉ.పా., తక్కశిల, అలాంపూర్ మండల్, మహబూబ్‌నగర్..

శ్రీ. సి.హెచ్. రమేశ్, స్కూల్ అసిస్టెంట్, ఉ.ప్రా.పా., నాగారం మండల్, గుంటూరు.

శ్రీ. ఎస్. నరసింహమూర్తి, స్కూల్ అసిస్టెంట్, జి.ప.ఉ.పా ముదివర్తిపాలెం, నెల్లూరు.

శ్రీ. జి. వెంకటేశ్వర్లు, స్కూల్ అసిస్టెంట్, జి.పా.ఉ.పా., వేములకోట, ప్రకాశం.

శ్రీ. పి.డి.ఎల్. గణపతి శర్మ, స్కూల్ అసిస్టెంట్, ప్ర.ఉ.పా., జమిస్తాన్‌పూర్, మాణికేశ్వర్‌నగర్, హైదరాబాద్.

శ్రీ. పి. అశోక్, హెడ్‌మాస్టర్ జి.ప.ఉ.పా., కుమారి, ఆదిలాబాద్

విద్యావిషయక సహకారం అందించిన సభ్యులు

శ్రీమతి. నమ్రిత బాత్రా, విద్యాభవన్ సొసైటి, రిసోర్స్ సెంటర్, ఉదయపూర్, రాజస్తాన్.

శ్రీ. ఇందర్ మోహన్, విద్యాభవన్ సొసైటి, రిసోర్స్ సెంటర్, ఉదయపూర్, రాజస్తాన్.

శ్రీ. యశ్వంత్‌కుమార్ ధవే, విద్యాభవన్ సొసైటి, రిసోర్స్ సెంటర్, ఉదయపూర్, రాజస్తాన్.

శ్రీమతి. పద్మప్రియ శిరాలి, కమ్యూనిటి మేథమేటిక్స్ సెంటర్, రుషివ్యాలి స్కూల్, చిత్తూర్.

కుమారి. ఎమ్. అర్చన, డిపార్ట్‌మెంట్ ఆఫ్ మేథమేటిక్స్ & స్టాటిస్టిక్స్, యూనివర్శిటీ ఆఫ్ హైదరాబాద్

శ్రీ. శరన్ గోపాల్, డిపార్ట్‌మెంట్ ఆఫ్ మేథమేటిక్స్ & స్టాటిస్టిక్స్, యూనివర్శిటీ ఆఫ్ హైదరాబాద్

శ్రీ. పి. చిరంజీవి, డిపార్ట్‌మెంట్ ఆఫ్ మేథమేటిక్స్ & స్టాటిస్టిక్స్, యూనివర్శిటీ ఆఫ్ హైదరాబాద్

శ్రీ. అబ్బరాజు కిశోర్, ఎస్.జి.టి, ఎమ్.పి.యుపిఎస్, చమళ్ళమూడి, గుంటూరు.

కవర్‌పేజ్ డిజైనింగ్

శ్రీ కె.సుధాకరాచారి, హెడ్‌మాస్టర్, యు.పి.ఎస్.నీలికుర్తి, మం.మరిపెడ, జి.వరంగల్

ముందుమాట

పిల్లల పాఠశాల జీవితం వారిదైనందిన జీవితానికి ముడిపడి ఉండాలని రాష్ట్ర ప్రణాళిక పరిధి పత్రం – 2011 (SCF-2011) సూచిస్తున్నది. పాఠశాలలో చేరిన ప్రతీ విద్యార్థి ఆయా స్థాయిలలో ఆవశ్యక నైపుణ్యాలను సముపార్జించాలని విద్యాహక్కు చట్టం – 2009 నిర్దేశించింది. వీటి దృష్ట్యా, విద్యలో నాణ్యతను సాధించడం కోసం ప్రతి పాఠ్య విషయంలోను విద్యా ప్రమాణాలను రూపొందించారు. జాతీయవిద్యా ప్రణాళిక చట్రం 2005 మౌళిక ఉద్దేశ్యం అమలు యొక్క ప్రాధాన్యతను దృష్టిలో ఉంచుకుని, రాష్ట్ర విద్యా ప్రణాళిక పరిధి పత్రం 2011 ఆధారంగా గణిత పాఠ్య విషయ ప్రణాళిక మరియు పాఠ్యపుస్తకాలు రూపుదిద్దుకున్నాయి.

పిల్లలు ప్రాథమిక విద్యను పూర్తిచేసుకొని, ప్రాథమికోన్నత స్థాయిలోకి అడుగిడుతారు. ఈ స్థాయి సెకండరీ విద్యను కొనసాగించడానికి ప్రముఖమైన వారిధిగా ఉంటుంది. పిల్లలు స్వేచ్ఛగా పెద్దలతో, సామాగ్రితో, తోటివారితో ప్రతిచర్యలు జరపడం, వివిధ సన్నివేశాలల్లో ప్రక్రియల్లో పరస్పరం సహకరించుకుంటూ పాల్గొనే అవకాశం లభించడం మూలంగా, అన్వేషణతో నూతన జ్ఞానాన్ని నిర్మించుకోగలరని మనం గుర్తిస్తాం. పిల్లలు కేవలం నిష్క్రియాత్మక గ్రహీతలుగా కాకుండా, అభ్యసనంలో భాగస్వాములు అని భావించినపుడు వారిలో సృజనాత్మకత, చొరవలను పెంపొందించడం సాధ్యమవుతుంది. పిల్లలు ఈ దశలో ఉత్సుకత, ఆసక్తి, ప్రశ్నించేతత్వం, హేతుబద్ధత, ఋజువులను కోరడం, సవాళ్ళను అంగీకరించడం వంటి లక్షణాలను కలిగి ఉంటారు. అందుచేత ఆనందదాయకంగా పిల్లలు వివిధ భావనలను అన్వేషించడానికి తమ సొంత శైలిలో సమస్యా సాధనచేయడానికి వీలుగా గణితశాస్త్ర బోధనను అభివృద్ధి పరచాల్సిన ఆవశ్యకత ఉంది. అమూర్తస్వభావంతో ఉండే గణితంలోని భావనలను పిల్లలు అర్థం చేసికొని, సొంతంగా గణిత జ్ఞానాన్ని నిర్మించుకొనే సామర్థ్యానికి తోడ్పడే విధానాలను అభివృద్ధి పరచే కార్యక్రమానికి మనం శ్రీకారం చుట్టాం.

గణితంలోని ప్రధాన విషయాలైన సంఖ్యావ్యవస్థ, అంకగణితం, బీజగణితం, రేఖాగణితం, క్షేత్రమితి మరియు సాంఖ్యక శాస్త్రాలను ప్రాథమికోన్నత స్థాయిలో చేర్చారు.

ఈ విషయాలకు సంబంధించిన అంశాలను బోధించడం వల్ల సమస్యా పరిష్కారం, తార్కిక ఆలోచనలు, నిత్యసత్యాలను గణిత భాషలో వ్యక్తీకరించడం, సేకరించిన దత్తాంశాన్ని విశ్లేషించడం, వివిధ రూపాల్లో పొందుపరచడం, నిత్యజీవితంలో గణితాన్ని ఉపయోగించడం వంటి నిర్ణీత విద్యా ప్రమాణాలు, నైపుణ్యాలు అభివృద్ధి చెందుతాయి. పుస్తకంలో పొందుపరచిన **ఇవిచేయండి, ప్రయత్నించండి, ప్రకల్పనలు** వంటి అంశాలకు అధిక ప్రాధాన్యత ఇచ్చి పిల్లలు సొంతంగా నేర్చుకునేలా చేయడానికి, జట్లలో ప్రయత్నించడానికి ఈ పాఠ్యపుస్తకం అవకాశం కల్పిస్తోంది.

ఈ పుస్తకం సరళమైన భాష, పదజాలం కలిగి వుండి పిల్లల మేధస్సు, గణిత భావాలను ఉపయోగించుకోవడానికి తద్వారా తామే స్వయంగా గణిత స్వరూపాలను ఏర్పరచుకోవడానికి అవకాశాలను కల్పిస్తుంది. పుస్తకంలో గల వివిధ ఉదాహరణలు పిల్లలు తమకు తామే సొంతంగా సమస్యలను తయారుచేసుకోవడానికి దోహదపడతాయి. వీటన్నింటినీ సాకారం చేయడానికి తరగతి గదిలో ఉపాధ్యాయులు అవసరమైన సందర్భాలను ఏర్పరచడం, సహాయ సహకారాలు అందించడం అత్యంత అవసరం. మూల్యాంకనం కూడా నేర్చుకోవడంలో భాగంగా పరిగణిస్తూ ప్రతీ అభ్యసన అంశాన్ని నిరంతర సమగ్ర మూల్యాంకనం ద్వారా అంచనా వేసే విధంగా అధ్యాయాలను పొందుపరిచారు.

దీన్ని రూపొందించడంలో విషయనిష్ణాతులు, చాలాకాలంగా గణిత అభ్యసన, పరిశోధన, పుస్తక రచనలో అనుభవమున్న ఉపాధ్యాయులు పాల్గొన్నారు. వారంతా పిల్లల్లో గణితం పట్ల ఉన్న భయాలను తొలగించడానికి కృషి చేసారు. ఈ పుస్తకానికి తుదిరూపం ఇవ్వడానికి సహాయ సహకారాలందించిన జాతీయ స్థాయి విషయనిపుణులు, విశ్వవిద్యాలయాల ఆచార్యులు, పరిశోధక విద్యార్థులు, ప్రభుత్వేతర సంస్థలు, విద్యాధికులు, ప్రధానోపాధ్యాయులు, రచయితలు, విద్యార్థులు, ముద్రణసంస్థ వారికి పుస్తకరూపకల్పన నిపుణులకు ప్రత్యేక కృతజ్ఞతలు. ఉపాధ్యాయలోకం, పుస్తకంలో పొందుపరచిన అంశాల ద్వారా విద్యా ప్రమాణాలను సాధించే క్రమంలో మన:పూర్వక ప్రయత్నం చేస్తుందని ఆశిస్తున్నాను.

పుస్తకాభివృద్ధి నిరంతర ప్రకియ. అందరి కృషి ఫలితంగా ఈ పుస్తకం తయారైంది. **రాష్ట్ర విద్య, పరిశోధన, శిక్షణ సంస్థ** ఒక నిబద్ధతతో కూడిన సంస్థగా ప్రయత్నిస్తూ వ్యవస్థాగత సంస్కరణలతో నాణ్యమైన పాఠ్యపుస్తకాలను అందించడానికి కృషి చేస్తున్నది. ఇందులో భాగంగా గణితప్రియుల నుండి తగిన సలహాలు, సూచనలను ఆహ్వానిస్తున్నది. వీటిని పరిగణనలోకి తీసుకొని మరింత నాణ్యత కోసం కృషి చేస్తుంది.

తేది : 28-01-2012
హైదరాబాద్

శ్రీమతి బి. శేషుకుమారి
రాష్ట్ర విద్య, పరిశోధన, శిక్షణ సంస్థ
హైదరాబాద్

PREAMBLE

THE PEOPLE OF INDIA, having solemnly resolved to constitute India into a **SOVEREIGN SOCIALIST SECULAR DEMOCRATIC REPUBLIC** and to secure to all its citizens:

JUSTICE, social, economic and political;

LIBERTY of thought, expression, belief, faith and worship;

EQUALITY of status and of opportunity; and to promote among them all

FRATERNITY assuring the dignity of the individual and the unity and integrity of the Nation;

IN OUR CONSTITUENT ASSEMBLY this twenty-sixth day of November, 1949, do HEREBY ADOPT, ENACT AND GIVE TO OURSELVES THIS CONSTITUTION.

గణితం

6వ తరగతి

క్ర.సం.	విషయం	పూర్తిచేయాల్సిన కాలం	పుట సంఖ్య
1	మన సంఖ్యలను తెలుసుకుందాం !	జూన్	1-15
2	పూర్ణాంకాలు	జూన్, జూలై	16-28
3	సంఖ్యలతో ఆడుకొందాం	జూలై	29-48
4	ప్రాథమిక జ్యామితీయ భావనలు	ఆగష్టు	49-60
5	రేఖలు మరియు కోణముల కొలతలు	ఆగష్టు	61-72
6	పూర్ణ సంఖ్యలు	సెప్టెంబర్	73-84
7	భిన్నాలు - దశాంశ భిన్నాలు	సెప్టెంబర్, అక్టోబర్	85-106
8	దత్తాంశ నిర్వహణ	అక్టోబర్	107-118
9	బీజగణిత పరిచయం	నవంబర్	119-130
10	చుట్టుకొలతలు మరియు వైశాల్యాలు	నవంబర్, డిసెంబర్	131-144
11	నిష్పత్తి మరియు అనుపాతము	డిసెంబర్	145-157
12	సౌష్ఠవం	జనవరి	158-167
13	ప్రాయోగిక జ్యామితి	ఫిబ్రవరి	168-177
14	త్రిమితీయ - ద్విమితీయ ఆకారాల అవగాహన	ఫిబ్రవరి	178-185
	పునర్విమర్శ	మార్చి	

జాతీయ గీతం

– రవీంద్రనాథ్ ఠాగూర్

జనగణమన అధినాయక జయహే!
భారత భాగ్యవిధాతా!
పంజాబ, సింధ్, గుజరాత, మరాఠా,
ద్రావిడ, ఉత్కళ, వంగ!
వింధ్య, హిమాచల, యమునా, గంగ!
ఉచ్ఛల జలధి తరంగ!
తవ శుభనామే జాగే!
తవ శుభ ఆశిష మాఁగే
గాహే తవ జయగాథా!
జనగణ మంగళదాయక జయహే!
భారత భాగ్య విధాతా!
జయహే! జయహే! జయహే!
జయ జయ జయ జయహే!!

ప్రతిజ్ఞ

– పైడిమర్రి వెంకట సుబ్బారావు

భారతదేశం నా మాతృభూమి. భారతీయులందరూ నా సహోదరులు.

నేను నా దేశాన్ని ప్రేమిస్తున్నాను. సుసంపన్నమైన, బహువిధమైన నా దేశపు వారసత్వ సంపద నాకు గర్వకారణం. దీనికి అర్హత పొందడానికి సర్వదా నేను కృషి చేస్తాను.

నా తల్లిదండ్రుల్ని, ఉపాధ్యాయుల్ని, పెద్దలందర్ని గౌరవిస్తాను. ప్రతివారితోను మర్యాదగా నడుచుకొంటాను. జంతువులపట్ల దయతో ఉంటాను.

నా దేశంపట్ల, నా ప్రజలపట్ల సేవానిరతితో ఉంటానని ప్రతిజ్ఞ చేస్తున్నాను.

వారి శ్రేయోభివృద్ధులే నా ఆనందానికి మూలం.

మన సంఖ్యలను తెలుసుకుందాం !

1.1 పరిచయం

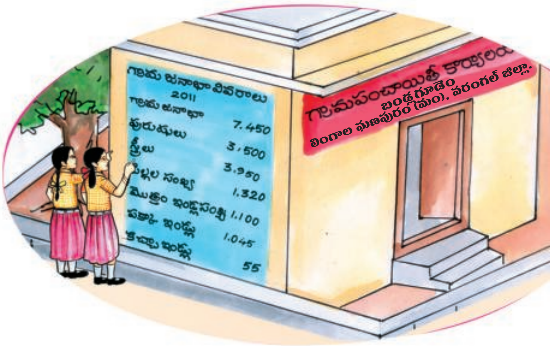
లత, ఉమ ఈమధ్యనే 6వ తరగతిలో చేరారు. పాఠశాల ఆరంభించిన రోజున తరగతిలో గణిత ఉపాధ్యాయుడు ఇటీవల జరిగిన జనాభాగణన వివరాలు, మనదేశ జనాభా, రాష్ట్ర జనాభా, జిల్లా జనాభా గురించి చర్చించారు. ఈ చర్చలో ఉపాధ్యాయుడు చెప్పిన కొన్ని సంఖ్యలు ఉమకు అర్థం కాలేదు. సాయంకాలం ఇంటికి తిరిగి వచ్చునపుడు స్నేహితురాలు లతను జనాభా వివరాల గురించి అడిగింది.

ఉమ : మన గ్రామ జనాభా నీకు తెలుసా?

లత : అవును, నాకు తెలుసు

ఉమ : ఎలా?

లత : మన పంచాయితీ ఆఫీసు గోడపై రాసి ఉన్నాయి కదా!



ఉమ : ఏఏ వివరాలు గోడపై రాసారు?

లత : మన గ్రామానికి చెందిన అనేక వివరాలు ఉన్నాయి. వాటిలో ప్రధానంగా మన గ్రామ జనాభా, పురుషుల సంఖ్య, స్త్రీల సంఖ్య, పిల్లల సంఖ్య, గ్రామంలో గల ఇండ్ల సంఖ్య, వాటిలో పక్కా ఇండ్లు, కచ్చా ఇండ్లు మొ॥నవి.

ఉమ : మరి, ఆ వివరాలు నాకు కూడా ఒకసారి చూపవూ?

లత : తప్పకుండా.

ఇద్దరూ కలిసి ఇంటికి వెళ్ళే దారిలో గల పంచాయితీ ఆఫీసుకు వెళ్ళి గోడపైగల వివరాలు చదివారు.

గ్రామ పంచాయితీ పేరు	:	బండ్లగూడెం
జిల్లా	:	వరంగల్
గ్రామ జనాభా	:	7,450
పురుషుల సంఖ్య	:	3,500
స్త్రీల సంఖ్య	:	3,950
పిల్లల సంఖ్య	:	1,320
గ్రామంలో ఇండ్ల సంఖ్య	:	1,100
పక్కా ఇండ్లు	:	1045
కచ్చా ఇండ్లు	:	55

ఉమ కార్యాలయం గోడపై గల వివరాలు అన్నీ చదివి అర్థంచేసుకున్నది. కాని తరగతిలో ఉపాధ్యాయుడు చెప్పిన లక్షలు, కోట్లు గురించి లతను అడిగింది. ఎందుకు? ఆలోచించండి మీ స్నేహితులతో చర్చించండి.

మనం కింది తరగతులలో వేల వరకు లెక్కించడం నేర్చుకున్నాం. మనం సంఖ్యలను అనేక విధాలుగా వాడుతూ ఉంటాం. సంఖ్యలలో ఏది పెద్దది? ఏది చిన్నది? ఇవ్వబడిన ఒక సంఖ్యకు ఏది అతిదగ్గర సంఖ్య, ఏది అత్యంత దూరంలో గల సంఖ్య అని పోల్చడం. అలాగే సంఖ్యలను ఆరోహణ, అవరోహణ క్రమాలలో అమర్చడం నేర్చుకున్నాం. అదేవిధంగా గుర్తులు ఉపయోగించి స్థానవిలువలు కనుక్కోవడం, సంకలనం, వ్యవకలనం వంటి ప్రక్రియలు అనేకం చేసాం.

మన నిజ జీవితంలో సంఖ్యలను వేలల్లో వాడిన ఏవైనా అయిదు సందర్భాలను చెప్పగలవా?

ఉదా : ఒక టెలివిజన్ ధర ₹. 12,500.

వీటికి సంబంధించి నేర్చుకున్న వాటిని మరల జ్ఞాపకం చేసుకొని, తదుపరి ఇంకా పెద్ద సంఖ్యల గురించి తెల్సుకొని ఆనందిద్దాం!

1.2 సంఖ్యలను అంచనా వేయడం, పోల్చడం

కింది సంఖ్యలలో పెద్దసంఖ్యను, చిన్న సంఖ్యను కనుగొనండి.

వ.సంఖ్య	సంఖ్యలు	పెద్దసంఖ్య	చిన్న సంఖ్య
1.	3845, 485, 34, 13845	13845	34
2.	856, 1459, 35851, 23	....	....
3.	585, 9535, 678, 44	....	....
4.	39, 748, 19651, 7850	....	....

సంఖ్యలలో గల అంకెల సంఖ్యను బట్టి సులభంగా అంచనావేసి పెద్ద సంఖ్యను, చిన్న సంఖ్యను కనుగొన్నాం. సాధారణంగా పరిశీలిస్తే 5 అంకెలతో కూడిన సంఖ్య ఎప్పుడూ రెండంకెలతో కూడిన సంఖ్య కన్నా పెద్దది కదా!

51845 మరియు 41964 సంఖ్యలను పోల్చమని నీ స్నేహితుడిని అడుగు. ఇందులో ఏది పెద్దది? వీటిని కూడా పోల్చడం తేలికైన పనేకదా! పదివేల స్థానంలో అంకెలను పోలిస్తే సరి. 51845 సంఖ్య యొక్క పదివేల స్థానంలో **5** ఉన్నది. అలాగే **41964** సంఖ్య యొక్క పదివేల స్థానంలో 4 ఉంది కదా! అందుచేత 51845 > 41964 అని చెప్పగలం.

మరి ఇప్పుడు చెప్పండి. 58672 మరియు 57875 లలో ఏది పెద్దది? ఇచ్చట రెండు సంఖ్యలలో అంకెల సంఖ్య సమానం మరియు పదివేల స్థానంలో రెండింటిలోనూ 5 కలదు.

మనం ఇప్పుడు దిగువ స్థానం అంటే వేలస్థానం చూసి సంఖ్యను పోలుస్తాం. వేల స్థానంలో గల అంకెలలో 8>7 కావున 58672 పెద్ద సంఖ్య అవుతుంది. అందుచేత 58672 > 57875.

ఒకవేళ వేల స్థానంలో గల అంకెలు కూడా సమానం అయితే ఏమిచేస్తావు? వందల స్థానంలో అంకెలను, తర్వాత పదుల స్థానంలో అంకెలు, చివరగా ఒకట్ల స్థానంలో అంకెలు పోల్చుతూ వెళ్ళాలి.

అభ్యాసం - 1.1

1. కింది సంఖ్యలలో పెద్దసంఖ్యను, చిన్నసంఖ్యను తెలపండి.

i) 15432 ; 15892 ; 15370 ; 15524   ii) 25073 ; 25289 ; 25800 ; 25623

iii) 44687 ; 44645 ; 44670 ; 44602   iv) 75671 ; 75635 ; 75641 ; 75610

v) 34895 ; 34891 ; 34899 ; 34893

2. కింది సంఖ్యలను ఆరోహణ క్రమంలో (పెరిగే క్రమం)లో రాయండి.

i) 375, 1475, 15951, 4713   ii) 9347, 19036, 22570, 12300

3. **కింది సంఖ్యలను అవరోహణ క్రమం (తగ్గే క్రమం) లో రాయండి.**

i) 1876, 89715, 45321, 89254 ii) 3000, 8700, 3900, 18500

4. **కింది సంఖ్యల మధ్య > లేదా < గుర్తులనుంచి పోల్చండి.**

i) 3854 .... 15200 ii) 4895 4864

iii) 99454 .... 99445 iv) 14500 14499

5. **కింది సంఖ్యలను అక్షరాలలో రాయండి.**

i) 72642 = ...

ii) 55345 = ...

iii) 66600 = ...

iv) 30301 = ...

6. **కింది సంఖ్యలను అంకెలలో రాయండి.**

i) నలభైవేల రెండువందల డెబ్బై = ...

ii) పద్నాలుగు వేల అరవై నాలుగు = ...

iii) తొమ్మిది వేల ఏడువందలు = ...

iv) అరవైవేలు = ...

7. **4, 0, 3, 7 అంకెలతో ఏర్పడే నాలుగంకెల సంఖ్యలను రాయండి. వాటిలో అతిపెద్ద సంఖ్య, అతిచిన్న సంఖ్యలను గుర్తించండి.**

8. **రాయండి.**

i) నాలుగు అంకెల అతిచిన్న సంఖ్య ఏది?

ii) నాలుగు అంకెల అతిపెద్ద సంఖ్య ఏది?

iii) అయిదు అంకెల అతిచిన్న సంఖ్య ఏది?

iv) అయిదు అంకెల అతిపెద్ద సంఖ్య ఏది?

1.3 అంచనావేయడం – సంఖ్యలను సమీప పదులు, వందలు, వేలస్థానాలకు సవరించి రాయడం

మనం నిత్యజీవితంలో కింద ఉదహరించిన కొన్ని సందర్భాలలో సంఖ్యలను ఎలా ఉపయోగిస్తామో గమనించండి.

- నవంబరు నెలలో 25,000 మంది (దాదాపుగా) ప్రజలు సాలార్‌జంగ్ మ్యూజియంను సందర్శించారు.
- మన రాష్ట్రంలో ఈ సంవత్సరం ఎస్.ఎస్.సి. పబ్లిక్ పరీక్షలకు (సుమారుగా) 9 లక్షల మంది విద్యార్థులు హాజరగుతున్నారు.
- విశాఖపట్నం పోర్టులో ఈమధ్యన ఒక నౌకలో (రమారమిగా)43,500 టన్నుల ఇనుప ఖనిజం నింపారు.

పై ఉదాహరణలలో వాడిన పదాలు 'దాదాపు', 'సుమారు' 'రమారమి' తో ప్రజలు, విద్యార్థులు లేదా సామగ్రిని ఒక అంచనా సంఖ్యగా తెలుపుట జరిగింది. కాని యదార్థంగా చూసినపుడు ప్రజల సంఖ్య కొంచెం తక్కువగా లేదా కొంచెం ఎక్కువగా ఉండవచ్చు. ఖచ్చితంగా 25,000 కానవసరంలేదు. ఈ విధంగా కొన్ని సంఖ్యలను వాటికి దగ్గరలోగల సంఖ్యలకు సవరించి రాయడం అనేది ఒక రకమైన అంచనాగా భావించవచ్చును.

అంచనా అనేది సమాధానాలను సులభంగా గుర్తించడానికి, సవరించడానికి సహాయ పడుతుంది.

మనం సాధారణంగా సంఖ్యలను దగ్గరగా గల 10,100,1000, 10000 .... మొ॥లగు స్థానాలకు సవరించి అంచనావేస్తాం.

కింది సంఖ్యలను సమీప పదుల స్థానాలకు సవరించే విధానాన్ని పరిశీలించండి.

80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90

పై సంఖ్యలలో గరిష్ఠ సంఖ్య 90, మధ్య సంఖ్య 85, కనిష్ఠ సంఖ్య 80

- 81 సంఖ్య 90 కన్నా 80 కు దగ్గరగా కలదు. అందుచే 81 కు పదులలో సవరించిన సంఖ్య 80 అవుతుంది.
- 87 సంఖ్య 80 కన్నా 90 కు దగ్గరగా కలదు. అందుచే 87 కు పదులలో సవరించిన సంఖ్య 90 అవుతుంది.
- 85 సంఖ్య 80 నకు, 90 నకు సమానదూరంలో ఉన్నది కదా! కాని సాంప్రదాయంగా మనం 85 ను 90 గా సవరించి రాస్తాం.

సంఖ్యలను సమీప వందలస్థానాలకు సవరించే విధానాన్ని పరిశీలించండి.

200 210 220 230 240 250 260 270 280 290 300

- ఇందులో కనిష్ఠ సంఖ్య 200, గరిష్ఠ సంఖ్య 300, మధ్య సంఖ్య 250
- 220 సంఖ్య వందలలో చూస్తే 300 కన్నా 200 సంఖ్యకు దగ్గరగా కలదు. అందుచే 220 కు సవరించే సంఖ్య 200 అవుతుంది.
- 280 సంఖ్య వందలలో చూస్తే 200 కన్నా 300 సంఖ్యకు దగ్గరగా కలదు. అందుచే 280 కు సవరించే సంఖ్య 300 అవుతుంది.
- మరి 250 కు సవరించబడే సంఖ్యను గుర్తించగలరా? ఎలా అయిందో తెలపండి.

మనం ఇదేవిధంగా వేలల్లో గల సంఖ్యలను కూడా సవరిస్తాం. మీరు వేలల్లో గల కొన్ని సంఖ్యలను తీసుకోండి. దగ్గర వేలకు సవరించి, మీ స్నేహితులతో ఎలా సవరించ గలిగారో చర్చించండి.

ఇవి చేయండి

కింది సంఖ్యలకు సవరింపబడిన సంఖ్యలు రాయండి.

1. 48, 62, 81, 94, 27 లను దగ్గరి పదులకు సవరించండి.
2. 128, 275, 312, 695, 199 లను దగ్గరి వందలకు సవరించండి.
3. 7452, 8115, 3066, 7119, 9600 లను దగ్గరి వేలకు సవరించండి.

ఆలోచించండి, చర్చించండి, రాయండి.

పదివేల స్థానానికి సవరించబడే కొన్ని సంఖ్యలను తీసుకోండి. మీ స్నేహితులతో చర్చించి, వాటిని సవరించండి.

1.4 స్థానవిలువలపై పునర్విమర్శ

ఒక సంఖ్యను స్థాన విలువల ప్రకారం ఏ విధంగా విస్తరించి రాయవచ్చో మీరు ఇదివరకే నేర్చుకొని యున్నారు. ఒక్కసారి మీరు రెండంకెల, మూడంకెల, నాల్గంకెల, అయిదు అంకెల సంఖ్యలను ఎలా విస్తరించారో గుర్తుకు తెచ్చుకోండి.

1. 64 విస్తరించండి

పదులు	ఒకట్లు
6	4

64 = (6×10) + (4×1)

= 60 + 4

2. 325 విస్తరించండి.

వందలు	పదులు	ఒకట్లు
3	2	5

325 = (3×100) + (2×10) + (5×1)

= 300 + 20 + 5

3. 5078 ను విస్తరించండి

వేలు	వందలు	పదులు	ఒకట్లు
5	0	7	8

5078 = (5×1000) + (0×100) + (7×10) + (8×1)

= 5000 + 0 + 70 + 8

= 5000 + 70 + 8

4. 29,500 విస్తరించండి

పదివేలు	వేలు	వందలు	పదులు	ఒకట్లు
2	9	5	0	0

29,500 = (2×10,000) + (9×1000) + (5×100) + (0×10) + (0×1)

= 20,000 + 9000 + 500 + 0 + 0

= 20,000 + 9000 + 500

ప్రయత్నించండి.

దిగువ పట్టికలో ఇవ్వబడిన సంఖ్యలను చదివి, స్థాన విలువలతో విస్తరించి రాయండి. ఉదాహరణ పరిశీలించండి.

సంఖ్య	విస్తరణ	విస్తరణ రూపం
21504	(2×10000) + (1×1000) + (5×100) + (0 × 10) + (4 × 1)	20000+1000+500+4
38400		
77888		
20050		
41501		

అభ్యాసం - 1.2

1. కింది సంఖ్యలను దగ్గర పదులకు సవరించి రాయండి.

   i) 89 ii) 415 iii) 3951 iv) 4409

2. కింది సంఖ్యలను దగ్గర వందలకు సవరించి రాయండి.

   i) 695 ii) 36,152 iii) 13,648 iv) 93,618

3. కింది సంఖ్యలను దగ్గర వేలకు సవరించి రాయండి.

   i) 3415 ii) 70124 iii) 8765 iv) 4001

4. కింది సంఖ్యలను సంక్షిప్త రూపంలో రాయండి.

   i) 3000 + 400 + 7 ii) 10,000 + 2000 + 300 + 50 + 1

   iii) 30,000 + 500 + 20 + 5 iv) 90,000 + 9000 + 900 + 90 + 9

5. కింది సంఖ్యలను విస్తరణ రూపంలో రాయండి.

   i) 4348 ii) 30214 iii) 22222 iv) 75025

1.5 అతిపెద్ద సంఖ్యల పరిచయం

అయిదు అంకెల సంఖ్యలన్నింటిలో పెద్ద సంఖ్యఏది?

అయిదు అంకెల పెద్దసంఖ్యకు 1 కలిపితే, ఏ సంఖ్య వస్తుంది?

అయిదు అంకెల పెద్ద సంఖ్య = 99,999

దీనికి 1 కలిపితే 99,999 + 1 = 1,00,000 వస్తుంది.

ఈ సంఖ్యను **ఒక లక్ష** అంటారు. అంటే 99,999 తర్వాత వెంటనే వచ్చే సంఖ్య **ఒక లక్ష** అన్నమాట అనగా 1,00,000. ఇప్పుడు చెప్పండి.

ఒక లక్షలో ఎన్ని పదులు ఉన్నాయి?

ఒక లక్షలో ఎన్ని వందలు ఉన్నాయి?

ఒక లక్షలో ఎన్ని వేలు ఉన్నాయి?

ఇప్పుడు ఆరు అంకెల సంఖ్యను విస్తరణ రూపంలో ఎలా రాస్తారో చూద్దాం.

ఉదాహరణకు 3,15,645 తీసుకోండి.

$$3,15,645 = 3\times1,00,000 + 1\times10,000 + 5\times1000 + 6\times100 + 4\times10 + 5\times1$$

$$= 3,00,000 + 10,000 + 5000 + 600 + 40 + 5$$

పట్టిక పరిశీలించండి.

లక్షలు	పదివేలు	వేలు	వందలు	పదులు	ఒకట్లు
3	1	5	6	4	5

ఈ సంఖ్యకు ఒకట్ల స్థానంలో '5', పదుల స్థానంలో '4', వందల స్థానంలో '6', వేలస్థానంలో '5', పదివేల స్థానంలో '1', లక్షల స్థానంలో '3' ఉన్నాయని గమనించవచ్చు. ఇప్పుడు మనం ఈ సంఖ్యను మూడులక్షల పదిహేను వేల ఆరువందల నలభై అయిదు అని రాస్తాం.

కింది పట్టికలో ఇచ్చిన సంఖ్యలను ఉదాహరణలో చూపిన విధంగా చదివి, విస్తరణ రూపంలో రాయండి.

సంఖ్య	విస్తరణ రూపం	చదివే విధానం
5,00,000	5×1,00,000	అయిదు లక్షలు
4,50,000	4×1,00,000 + 5×10,000	నాలుగు లక్షల యాభైవేలు
4,57,000		
3,05,400		
3,09,390		
2,00,035		

మరికొన్ని ఆరు అంకెల సంఖ్యలను రాయండి. మీ స్నేహితుడిని చదివి, విస్తరించమనండి. ఆరు అంకెల సంఖ్యలో అన్ని అంకెలు '9' లు అయితే ఎటువంటి సంఖ్య వస్తుంది? దీనిని ఆరు అంకెల సంఖ్యలలో అతిపెద్ద సంఖ్య అనవచ్చా? అతిపెద్ద ఆరు అంకెల సంఖ్యకు '1' కలపండి. ఏ సంఖ్య వస్తుందో చూడండి?

9,99,999 + 1 = 10,00,000 **దీనిని 'పదిలక్షలు' అంటారు.**

దీనిని 7 అంకెల సంఖ్యలలో అతిచిన్న సంఖ్య అనవచ్చా?

ఇప్పుడు క్రింది తెల్పిన సంఖ్యల అమరికను పరిశీలించి పూర్తి చేయండి

9	+	1	=	10
99	+	1	=	100
999	+	1	=	1000
9999	+	1	=	....
99999	+	1	=	....
999999	+	1	=	....
9999999	+	1	=	1,00,00,000

ఏడు అంకెల అతిపెద్ద సంఖ్యకు '1' కలిపితే ఎనిమిది అంకెల సంఖ్యలలో అతిచిన్న సంఖ్య ఏర్పడిందని గమనించవచ్చు. ఈ సంఖ్యనే **ఒక కోటి** అంటారు.

ఎనిమిది అంకెల అతి పెద్దసంఖ్యకు '1' కలిపితే ఏ సంఖ్య వస్తుందో చెప్పగలరా?

మనకు అనేక సందర్భాలలో అతిపెద్ద సంఖ్యల ప్రస్తావన వస్తుంది. ఉదాహరణకు మన దేశ విస్తీర్ణం 32,87,263 చదరపు కిలోమీటర్లు, మనరాష్ట్ర జనాభా 8,46,65,533. అదే విధంగా పాఠశాల భవన నిర్మాణంనకు అయ్యే వ్యయం, వ్యవసాయ ఉత్పాదన, గ్రహాల మధ్యదూరం, మూడంకెల సంఖ్యను మరొక మూడంకెలు లేదా ఏదైనా పెద్ద సంఖ్యతో గుణించినపుడు పెద్దసంఖ్యలు వస్తాయి.

ఇటువంటి పెద్దసంఖ్యల గురించి తెల్సుకున్నాక ఉమకు తరగతి గదిలో ఉపాధ్యాయుడు చెప్పిన జనాభా వివరాలు అర్థమైనాయని మీరు భావిస్తారా! తోటి విద్యార్థులతో చర్చించండి.

మీ గణిత ఉపాధ్యాయుడిని జనాభా గణన - 2001 మరియు జనాభా గణన - 2011 వివరాలు అడిగి తెలుసుకొని, వాటిని చదివి చర్చించండి. రాయండి. పాఠ్యపుస్తకం చివర పట్టికలు పరిశీలించండి.

మనదేశ ప్రస్తుత జనాభా ఎంత? గతంలో జనాభాకు (2001), ప్రస్తుత జనాభా (2011) కు ఎంత పెరుగుదల కనబడింది? ఏ రాష్ట్రంలో జనాభా అత్యధికంగా కలదు? జన సంఖ్యలో మన రాష్ట్రం ఏ స్థానంలో ఉన్నది?

ప్రయత్నించండి.

1. మీరు నిత్యజీవిత సమస్యలకు సంబంధించి ఆరు అంకెల సంఖ్యల కన్నా పెద్దవైన సంఖ్యలు వాడే ఏవైనా అయిదు సందర్భాలను పేర్కొనండి.
2. రెండు అంకెలు, మూడు అంకెలు, నాల్గు అంకెలు, అయిదు అంకెలు, ఆరు అంకెలు, ఏడు అంకెలు, మరియు ఎనిమిది అంకెలు గల సంఖ్యలలో అతిచిన్న, అతిపెద్ద సంఖ్యలు రాయండి.

1.5.1 పెద్దసంఖ్యల స్థాన విలువలు

క్రింది సంఖ్యలను చదవడానికి ప్రయత్నించండి.

ఎ) 25240 బి) 130407 సి) 4504155 డి) 12200320

అంకెలను స్థాన క్రమంలో చదవడం కష్టంగా ఉందా?

ఇపుడు క్రింది సంఖ్యలను చదవడానికి ప్రయత్నించండి.

ఎ) 25,240 బి) 1,30,407 సి) 45,04,155 డి) 1,22,00,320

కామా (,) లు పెట్టి వీటిని చదవడం సులభంగా ఉంది కదా!

కామాలతో పెద్ద సంఖ్యలను చదవడం, రాయడం సులభమౌతుంది.

అదే విధంగా కొన్ని సందర్భాలలో పెద్దసంఖ్యలను చదవడానికి కొన్ని సూచికలు వాడుతాం. ఉదాహరణకు రాధ ఇటువంటి 'సూచికలు' పెట్టుకొని పెద్ద సంఖ్యలను ఎలా చదివిందో చూద్దాం. ఈ సూచికలు పెద్ద సంఖ్యలను అక్షరాలలో రాయుటకు, విస్తరణ చేయుటకు ఎలా ఉపయోగపడతాయో పరిశీలిద్దాం.

ఉదాహరణకు 367 అనే సంఖ్యలో ఒకట్ల స్థానం, పదుల స్థానం, వందల స్థానాలలో గల అంకెలను గుర్తించి వాటికి O, T మరియు H అని సూచించి ఏ విధంగా రాసిందో పరిశీలించండి.

H	T	O
3	6	7

విస్తరణ

$3\times100 + 6\times10 + 7\times1$

అదే విధంగా మరొక సంఖ్య 1729 ను ఎలా చూపిందో పరిశీలించండి.

Th	H	T	O
1	7	2	9

విస్తరణ

$1\times1000 + 7\times100 + 2\times10 + 9\times1$

ఈ విధంగా ఈ సూచికలను పెద్దసంఖ్యలైన లక్షలు, కోట్లకు ఏ విధంగా ఉపయోగించవచ్చో పట్టిక చూస్తే తెలుస్తుంది.

స్థానాలు	కోట్లు		లక్షలు		వేలు		వందలు	పదులు	ఒకట్లు
	పదికోట్లు	కోట్లు	పది లక్షలు	లక్షలు	పదివేలు	వేలు			
సంఖ్య	10,00,00,000	1,00,00,000	10,00,000	1,00,000	10,000	1,000	100	10	1
అంకెల సంఖ్య	9	8	7	6	5	4	3	2	1

1 కోటి = 100 లక్షలు

= 10,000 వేలు

1 లక్ష = 100 వేలు

= 1000 వందలు

మనం ఇప్పుడు పెద్ద సంఖ్యలను స్థానవిలువల పట్టిక ప్రకారం ఎలా రాయాలో, చదవాలో ఉదాహరణలో చూపిన విధంగా రాయండి.

సంఖ్య	పది కోట్లు	కోట్లు	పది లక్షలు	లక్షలు	పది వేలు	వేలు	వందలు	పదులు	ఒకట్లు	చదివే విధానం
41430495	-	4	1	4	3	0	4	9	5	నాలుగు కోట్ల పద్నాలుగు లక్షల ముప్పై వేల నాలుగు వందల తొంభై అయిదు
304512031										
241800240										
69697100										
100091409										

నీకు తోచిన పెద్ద సంఖ్యలను రాసి, స్థాన విలువల సూచికలతో రాసి చదివే విధానం రాయండి.

ఇప్పుడు పెద్ద సంఖ్యల విస్తరణ రూపం రాయగలరా?

ఉదా : 12735045 సంఖ్యను విస్తరించండి.

$$1,27,35,045 = 1 \times 10000000 + 2 \times 1000000 + 7 \times 100000 + 3 \times 10000 + 5 \times 1000 + 0 \times 100 + 4 \times 10 + 5 \times 1$$

ఇవి చేయండి.

కింది సంఖ్యలను కామాలతో రాసి, విస్తరించండి.

ఎ) 999999999 బి) 34530678 సి) 510010051

1.5.2 విరామ చిహ్నాల (కామాల) వాడుక

పెద్ద సంఖ్యలు రాసే సందర్భంలో మీరు అప్పుడప్పుడు కామాలు వాడడం గమనించే ఉంటారు. హిందూ సంఖ్యామాన పద్ధతిలో మనం ఒకట్లు, పదులు, వందలు, వేలు, లక్షలు, కోట్లు వంటి స్థానాలను రాస్తాం. వేలను, లక్షలను, కోట్లను చదవడంలో కామాలు ఉపయోగిస్తాం. మొదటి కామాను వందల స్థానం తర్వాత (అంటే కుడివైపునుండి మూడంకెల తర్వాత) రాసి ముందుసంఖ్య అంతా'వేలు' అని గుర్తిస్తాం. రెండవ కామాను మరి రెండు అంకెల తర్వాత అంటే పదివేల స్థానం తర్వాత (అంటే కుడివైపు నుండి అయిదు అంకెల తర్వాత) రాసి ముందు సంఖ్య అంతా 'లక్షలు' అని గుర్తిస్తాం. మూడవ కామాను తిరిగి మరి రెండు అంకెల తర్వాత అంటే పదిలక్షల స్థానం తర్వాత (అంటే కుడివైపు నుండి ఏడు అంకెల తర్వాత) రాసి ముందు మిగిలిన సంఖ్య అంతా 'కోట్లు' అని గుర్తిస్తాం. కామాలు పెద్దసంఖ్యలను స్థానాల ప్రకారం చదవడానికి, రాయడానికి ఉపయోగపడతాయి.

ఉదా : ఏడు కోట్ల నలభై అయిదు లక్షల పదిహేడువేల అయిదు వందలు. సంఖ్యను కామాలతో ఎలా రాస్తామో గమనించండి.

7, 45, 17, 500

ఇదే విధంగా కామాలతో విభజింపబడిన పెద్దసంఖ్య 45,30,14,252 ను సులభంగా నలభై అయిదుకోట్ల ముప్పైలక్షల పద్నాలుగు వేల రెండువందల యాభై రెండు అని సులభంగా చదువవచ్చు.

ఇవి చేయండి.

కింది సంఖ్యలను చదివి అక్షరాలలో రాయండి.

ఎ) 5,06,45,075 బి) 12,36,99,140 సి) 2,50,00,350

అభ్యాసం - 1.3

1. కింది సంఖ్యలను కామాలతో విభజించి రాయండి

i) 11245670 ii) 22402151 iii) 30608712 iv) 190308020

2. కింది సంఖ్యలను అక్షరాలలో రాయండి.

i) 34,025 ii) 7,09,115 iii) 47,60,00,317 iv) 6,18,07,000

3. కింది వాటిని అంకెలలో రాయండి.

i) నాలుగు లక్షల యాభై ఏడు వేల నాలుగువందలు

ii) అరవై లక్షల రెండువేల ఏడువందల డెబ్బైఐదు

iii) రెండుకోట్ల యాభై లక్షల నలభైవేల మూడువందల మూడు

iv) అరవైకోట్ల అరవైలక్షల అరవైవేల ఆరువందలు

4. కింది సంఖ్యలను విస్తరణ రూపంలో రాయండి.

i) 6,40,156 ii) 63,20,500 iii) 1,25,30,275 iv) 75,80,19,202

5. కింది సంఖ్యల విస్తరణకు సంక్షిప్త రూపం రాయండి.

i) 50,00,000 + 4,00,000 + 20,000 + 8,000 + 500 + 20 + 4

ii) 6,00,00,000 + 40,00,000 + 3,00,000 + 20,000 + 500 + 1

iii) 3,00,00,000 + 3,00,000 + 7,000 + 800 + 80 + 1

iv) 7,00,00,000 + 70,00,000 + 7000 + 70

6. కింది సంఖ్యలలో ఏదిపెద్దది? '>' గుర్తునుపయోగించి రాయండి.

i) 4,67,612 లేదా 18,71.964 ii) 14,35,10,300 లేదా 14,25,10,300

7. కింది సంఖ్యలలో ఏది చిన్నది? '<' గుర్తును ఉపయోగించి రాయండి.

i) 2,00,015 లేదా 99,999 ii) 13,50,050 లేదా 13,49,785

8. కోట్ల స్థానంలో '5', లక్షల స్థానంలో '2', పదివేల స్థానంలో '1', పదుల స్థానంలో '6', ఒకట్ల స్థానంలో '3' అంకెలను ఉంచి ఏవైనా 10 సంఖ్యలను రాయండి. (మిగిలిన స్థానాల్లో ఏవైనా సంఖ్యలు ఉంచవచ్చు)

1.6 అంతర్జాతీయ సంఖ్యామానం (ఆంగ్ల సంఖ్యామానం)

మనం సంఖ్యలను చదివే విధానం, రాసే విధానం ప్రపంచ దేశాలకు భిన్నంగా ఉంది. మనం 6 అంకెలుగల సంఖ్యను 'లక్షలు' గానూ, 7 అంకెల సంఖ్యను 'పదిలక్షల'లోనూ అదే విధంగా కోట్లు, పదికోట్లు అని తర్వాత సంఖ్యలను చదువుతాం. కాని అంతర్జాతీయ సంఖ్యామాన పద్దతిలో ఒకట్లు, పదులు, వందలు, వేలు, పదివేలు తర్వాత వందవేలు,

‘మిలియన్లు’ అని చదువుతారు. ఒక మిలియన్ అంటే వేయి వేలు లేదా ‘పదిలక్షలకు’ సమానం. అదేవిధంగా పది మిలియన్లు, వందమిలియన్లు తర్వాత, ఒక బిలియన్ అంటారు. ఒక బిలియన్ అంటే వెయ్యి మిలియన్లకు సమానం. ఒకట్లస్థానంతో మొదలిడి ప్రతి మూడు స్థానాల తర్వాత కామాలు వస్తాయి.

ఉదాహరణకు ఒక సంఖ్యను పరిశీలిద్దాం. 45690255

హిందూ–అరబ్ సంఖ్యామానం	**అంతర్జాతీయ (ఆంగ్ల) సంఖ్యామానం**
4,56,90,255	45,690,255
నాలుగుకోట్ల యాభై ఆరు లక్షల తొంభై వేల రెండువందల యాభై అయిదు	నలభై ఐదు మిలియన్ల ఆరు వందల తొంభై వేల రెండువందల యాభై అయిదు

రెండు సంఖ్యామాన పద్ధతులలో వందల స్థానం వరకు ఎటువంటి తేడా లేదని మీరు గమనించే ఉంటారు. మీరు పరిశీలించిన ఇతర అంశాలు చెప్పండి.

మనం ఇప్పుడు ఒకసారి రెండు సంఖ్యామాన పద్ధతులలో స్థానాలను పోలుద్దాం.

హిందూ–అరబ్ సంఖ్యామానం	వంద కోట్లు	పది కోట్లు	కోట్లు	పది లక్షలు	లక్షలు	పది వేలు	వేలు	వందలు	పదులు	ఒకట్లు
అంతర్జాతీయ (ఆంగ్ల) సంఖ్యామానం	బిలియన్	వంద మిలియన్లు	పది మిలియన్లు	మిలియన్	వంద వేలు	పది వేలు	వేలు	వందలు	పదులు	ఒకట్లు

పైన స్థానాల పట్టిక ఆధారంగా మనం ఈ సంఖ్యామానాల మధ్య కొన్ని సంబంధాలను ఏర్పరచవచ్చు.

10 లక్షలు = 1 మిలియన్ , 1 కోటి = 10 మిలియన్లు , 10 కోట్లు = 100 మిలియన్లు , 100 కోట్లు = 1 బిలియన్

అభ్యాసం – 1.4

1. కింది సంఖ్యలను అంతర్జాతీయ సంఖ్యామాన పద్ధతిలో కామాలతో విభజించి (చదివేపద్ధతిలో) తిరిగి రాయండి.

i) 97645315 ii) 20048421 iii) 476356 iv) 9490026834

2. మీ స్నేహితుల, కుటుంబసభ్యుల మొబైల్ ఫోన్ నెంబర్లు సేకరించుము. వాటిని కామాలతో విభజించి ఆంగ్లసంఖ్యామానంలో చదవండి, రాయండి.

3. కింది సంఖ్యను హిందూ సంఖ్యామానంలోనూ, ఆంగ్ల సంఖ్యామానంలోనూ అక్షరాలలో రాయండి.

i) 123115027 ii) 89643092

4. కింది సంఖ్యను చదివి ప్రశ్నలకు జవాబివ్వండి.

302,179,468

i) ‘మిలియన్ల’ స్థానంలో గల అంకె ....

ii) ‘వందల స్థానం’లో గల అంకె ....

iii) ‘పది మిలియన్లు’ స్థానంలో అంకె ....

iv) సంఖ్యలో ఎన్ని మిలియన్లు ఉన్నాయి? ....

1.7 నిత్యజీవిత సమస్యలలో పెద్దసంఖ్యల వాడుక

పొడవుకు ప్రమాణంగా "మీటరు" (m), బరువుకు ప్రమాణం "కిలోగ్రాము" (kg), ద్రవాల పరిమాణానికి ప్రమాణం "లీటరు" (l) మరియు కాలానికి ప్రమాణంగా సెకండు (s) వాడుతున్నామనే విషయం మీకు తెలిసినదే.

ఉదాహరణకు మనం పెన్సిల్ పొడవును "సెంటీమీటర్ల" లోనూ, బట్టపొడవును మీటర్ల లోనూ కొలుస్తాం. అదేవిధంగా రెండు ప్రదేశాల మధ్యదూరాన్ని కిలోమీటర్లలో సూచిస్తాం. కాని కాగితం మందాన్ని కొలిచేటప్పుడు సెంటీమీటరు ప్రమాణం పెద్దదవుతుందని గమనించవచ్చు. ఈ సందర్భంలో మనం మిల్లీ మీటర్లు (mm) వాడతాం.

10 మిల్లీమీటర్లు	=	1 సెంటీ మీటరు
100 సెంటీమీటర్లు	=	1 మీటరు
1000 మీటర్లు	=	1 కిలోమీటరు

మరి 1 కిలోమీటరు అంటే ఎన్ని మిల్లీ మీటర్లో చెప్పగలరా?

1 కి.మీ. = 1000 మీ.

= 1000 × 100 సెం.మీ.

= 1000 × 100 × 10 మి.మీ

= 10,00,000 మి.మీ.

ఇదే విధంగా మనం బియ్యం లేదా గోధుమలను కిలోగ్రాములలో కొంటాం. కాని మసాలా దినుసులు, కారంపొడి వంటి వాటికి పెద్ద ప్రమాణాలు అవసరం లేదు. వీటిని గ్రాము (g) లలో కొలుస్తాం. 1000 గ్రాములు = 1 కిలోగ్రాము కదా! మరి 1 కి.గ్రా అంటే ఎన్ని మిల్లీగ్రాములో లెక్కించండి.

ఇలాగే ఒక బకెట్‌లో సాధారణంగా 20 లీటర్ల నీరు పడుతుంది. కాని కొబ్బరినూనె, బొమ్మల రంగులు మొదలగు వాటిని మిల్లీ లీటర్లలోనూ, చమురు ట్యాంకర్లలో గల చమురు, తటాకంలో (రిజర్వాయరు) నీటిని మనం కిలోలీటర్ల (kl) లోనూ తెలుపుతాం.

1000 లీటర్లు = 1 కిలో లీటరు

మరి 1 కిలోలీటరుకు ఎన్ని మిల్లీ లీటర్లు?

ప్రయత్నించండి.

1. మీ జిల్లాలో గల నాలుగు ప్రధాన పట్టణాలను తెల్పండి. ఈ పట్టణాల మధ్య దూరాన్ని కి.మీ.లలో తెలపండి. ఈ దూరాన్ని సెంటీమీటర్లలోనూ, మిల్లీ మీటర్లలోనూ వ్యక్తపరచండి.
2. మనం 'మిల్లీగ్రాము'ల ప్రమాణాలలో వినియోగించే కొన్ని వస్తువులు తెల్పండి.
3. ఒక మందుల పెట్టెలో 1,00,000 ట్యాబ్లెట్లు కలవు. ఒక్కొక్క ట్యాబ్లెట్ బరువు 20 మిల్లీగ్రాములు. అయితే ఆపెట్టెలో గల ట్యాబ్లెట్లు మొత్తం బరువును గ్రాములలోనూ, కిలో గ్రాము లలోనూ తెల్పండి.
4. ఒక ఆయిల్ ట్యాంకర్ 20,000 లీటర్లు పెట్రోల్‌తో నింపబడింది. దీనిని కిలోలీటర్ల లోనూ, మిల్లీలీటర్లలోనూ వ్యక్తపరచండి.

పెద్దసంఖ్యలను ఉపయోగించి సాధించే కొన్ని నిత్యజీవిత సమస్యలను పరిశీలిద్దాం.

ఉదా 1 : సచిన్ టెండూల్కర్ ప్రఖ్యాత క్రికెట్ క్రీడాకారుడు. అతను ఇప్పటివరకు టెస్ట్ మ్యాచ్‌లలో 15,030 పరుగులు, వన్డే మ్యాచ్‌లలో 18,111 పరుగులు చేసాడు. అతను రెండు రకాల మ్యాచ్‌లలో సాధించిన మొత్తం పరుగులు ఎన్ని?

సాధన : టెస్ట్ మ్యాచ్‌లలో టెండూల్కర్ సాధించిన పరుగులు = 15,030

వన్డే మ్యాచ్‌లలో టెండూల్కర్ సాధించిన పరుగులు = 18,111

రెండు రకాల మ్యాచ్‌లలోసాధించిన మొత్తం పరుగులు = 33,141

ఉదా 2 : ఒక దిన పత్రిక 16 పేజీలతో రోజూ ప్రచురితం అవుతుంది. ప్రతి రోజున 15,020 ప్రతులు ముద్రించిన ప్రతి రోజున ముద్రించబడిన మొత్తం పేజీలు ఎన్ని?

సాధన : ప్రతిదినం ముద్రితమయ్యే ప్రతుల సంఖ్య = 15,020

ఒక్కొక్క ప్రతిలోగల పేజీలు = 16

$\therefore$ 15,020 ప్రతులలో పేజీల సంఖ్య = 15,020 × 16 పేజీలు

మొత్తం పేజీలు ఎన్ని ఉంటాయో అంచనా వేయడానికి ప్రయత్నించండి. ఇది దాదాపుగా 2,00,000 పేజీలు కావచ్చు. మరి, గణనచేసి చూద్దాం. 15,020 × 16 = 2,40,320

$\therefore$ ప్రతిరోజు 2,40,320 పేజీలు ముద్రితమవుతాయి.

ఉదా 3 : ఒక హొటల్‌లో 15 లీటర్ల పాలు కలవు. ఒక కప్పు 'టీ' తయారుచేయడానికి 25 మి.లీ. పాలు అవసరం. అయిన 15 లీటర్ల పాలతో ఎన్ని కప్పుల 'టీ' తయారగునో కనుగొనండి.

సాధన : హొటల్‌లో గల పాలు = 15 లీటర్లు

= 15 × 1000 మి.లీ

హొటల్‌లో గల పాలు మి.లీ.లలో = 15000 మి.లీ.

1 కప్పు 'టీ' తయారీకి కావాల్సిన పాలు = 25 మి.లీ. కావున

మొత్తం పాలతో తయారు చేయగల టీ = 15000 ÷ 25 = 600

$\therefore$ 15 లీటర్ల పాలతో కప్పుకు 25 మి.లీ చొప్పున తయారుగా గల టీ = 600 కప్పులు

అభ్యాసం - 1.5

1. న్యూఢిల్లీలో జరిగిన కామన్‌వెల్త్ గేమ్స్‌కు మొదటి నాలుగు రోజులలో హాజరైన ప్రేక్షకుల సంఖ్య వరుసగా 15,290; 14,181, 14,235 మరియు 10,578 అని నమోదైంది. ఈ నాలుగు రోజులలో హాజరైన మొత్తం ప్రేక్షకులు ఎందరు?

2. లోక్‌సభకు జరిగిన ఒక ఎన్నికలో గెలుపొందిన అభ్యర్థికి 5,87,500 ఓట్లు, ఓడిన అభ్యర్థికి 3,52,768 ఓట్లు వచ్చాయి. గెలుపొందిన అభ్యర్థి ఎన్ని ఓట్లు ఆధిక్యతతో గెలుపొందాడో కనుగొనండి.

3. 5, 3, 4, 0 మరియు 7 లతో ఏర్పడే ఐదంకెల అతిపెద్ద సంఖ్యకు, ఐదంకెల అతి చిన్న సంఖ్యకు గల తేడాను తెల్పండి. (ఒక అంకెను ఒకసారి మాత్రమే వాడాలి)

4. ఒక సైకిలు తయారీ కంపెనీ ఒకరోజుకు 3,125 సైకిళ్లను తయారుచేయగల్గినచో, జూలై నెలలో కంపెనీ తయారు చేసే మొత్తం సైకిళ్లు ఎన్ని?

5. ఒక హెలికాప్టర్ 1 గంటకు 600 కి.మీ. దూరం ప్రయాణించగలదు. అయిన అది 4 గంటలలో ప్రయాణించే దూరం ఎంత? మీటర్లలో తెలపండి.

6. సమాన పరిమాణం గల అయిదు బిస్కెట్ ప్యాకెట్ పెట్టెల బరువు 8 కి.గ్రా. 400 గ్రా.॥ అయిన ప్రతి ప్యాకెట్ బరువు ఎంత?

7. ప్రతిరోజూ గాయత్రి ఇంటినుండి పాఠశాలకు నడిచివెళ్ళి తిరిగివస్తుంది. ఇంటినుండి పాఠశాలకు గల దూరం 1 కి.మీ. 875 మీ. అయిన 6 రోజులలో ఆమె నడిచే మొత్తం దూరం ఎంత?

8. ఒక విద్యార్థికి స్కూలు యూనిఫారం షర్టు తయారీకి 1 మీ. 80సెం.మీ. పొడవుగల బట్ట అవసరం. 40 మీ. పొడవుగల బట్టతో ఎన్ని యూనిఫారం షర్టులు తయారుచేయవచ్చును? ఇంకా ఎంత బట్ట మిగులుతుంది?

9. ఒక లీటరు పెట్రోలు ధర ₹ 60. ఒక పెట్రోలు బంకులో రోజుకు 750 లీటర్ల పెట్రోలు అమ్ముతారు. అయిన రోజుకు ఎంత సొమ్ము వస్తుంది?

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి.

1. అహ్మదాబాద్‌లో నివసించే నీవు 400 మీ. దూరంలో గల స్టేషన్‌కు బస్సులో చేరావు. రైలులో 15 కి.మీ. దూరంలో గల గాంధీనగర్‌కు వెళ్ళావు. అక్కడ నుండి 8 కి.మీ. దూరంలో గల పిన్ని ఇంటికి కారులో చేరావనుకొనుము.

   i) మీ పిన్నింటికి చేరడానికి నీవు మొత్తం ఎంత దూరం ప్రయాణించావు.

   ii) ఇదే విధంగా ఏడు రోజులు ప్రయాణిస్తే మొత్తం ఎంత దూరం ప్రయాణించినట్లో చెప్పండి.

2. మీ పాఠశాలలో మంచినీటిని నిల్వచేసే ట్యాంకు 2 కిలో లీటర్ల సామర్థ్యం కలదు. ఒకరోజు కొందరు విద్యార్థులు 2 లీటర్ల చొప్పున నీరు తెచ్చి నింపారు. ట్యాంకు నిండడానికి ఇంకా 600 లీటర్ల నీరు అవసరమైతే ఎంత మంది విద్యార్థులు ఆ రోజున నీటిని తీసుకొచ్చినట్లో చెప్పండి?

మనం నేర్చుకున్నది

1. ఇచ్చిన రెండు సంఖ్యలలో ఎక్కువ అంకెలు కలిగిన సంఖ్య పెద్దది. రెండింటిలో అంకెల సంఖ్య సమానము అయిన ఎడమవైపు చివర ఉన్న అంకెలలో పెద్ద అంకె ఉన్న సంఖ్య పెద్దది. ఎడమవైపు చివర ఉన్న అంకెలు సమానము అయిన దాని తరవాత అంకెలను పోలుస్తాం.

2. ఇచ్చిన అంకెలతో అతి పెద్ద లేదా అతి చిన్న సంఖ్యలను రాయుటకు అతి పెద్ద అంకె (అతి చిన్న అంకె) తో మొదలుపెట్టి అతి చిన్న అంకె (అతి పెద్ద అంకె) వరకు ఎడమ నుండి కుడికి రాయాలి.

3. నాలుగంకెల అతిచిన్న సంఖ్య 1000. ఇది మూడంకెల అతి పెద్ద సంఖ్యకు '1' కు కలిపిన వస్తుంది. అదే విధంగా నాలుగంకెల అతి పెద్ద సంఖ్య 9999 కు 1 కలిపిన ఐదంకెల అతి చిన్న సంఖ్య 10,000 వచ్చును. ఇదే విధంగా ఐదు, ఆరు, ఏడు, ... అంకెల సంఖ్యలకు కూడా వర్తిస్తుంది.

4. హిందూ సంఖ్యామానంలో కుడి నుండి ఎడమకు 3వ, 5వ, 7వ, ...స్థానాల తర్వాత కామాలుంచిన సంఖ్యలను సులభంగా చదవవచ్చు. ఆంగ్ల సంఖ్యామానంలో కుడి నుండి ఎడమకు ప్రతిమూడు స్థానాలకు కామాలుంచి చదువుతాము. ఈ కామాలను 3వ, 6వ, 9వ, ... స్థానాల తరువాత ఉంచాలి.

5. నిత్యజీవితంలో పెద్ద సంఖ్యలను అనేక సందర్భాలలో ఉపయోగిస్తాం. జిల్లాల్లో గల విద్యార్థుల సంఖ్య, పట్టణ జనాభా, ఆస్తుల కొనుగోలు, దేశంలో గల ప్రధాన నగరాల మధ్య దూరం మొదలగునవి.

6. ఒక సాధారణ ప్రమాణానికి 1000 రెట్లను కిలోతోను, వందవ వంతును సెంటీతోను, వెయ్యవ వంతును మిల్లీలలోను కొలుస్తారు.

1 కి.మీ = 1000 మీ., 1 మీ. = 100 సెం.మీ లేదా 1000 మిల్లీమీటర్లు.

7. కొన్ని ప్రత్యేక సందర్భాలలో ఖచ్చితమయిన సంఖ్యను చెప్పలేము. ఊహించి సంఖ్య చెప్పగలము. ఉదాహరణకు ఒక అంతర్జాతీయ హాకీ ఆటకు ఎంతమంది వీక్షకులు వచ్చారో ఊహించి సుమారు 51,000 అని చెప్పగలం.

8. నిత్యజీవితంలో రాశులు విలువలు తెలిపేటపుడు వాటిని సమీప సంఖ్యలకు సవరించి తెలుపుతాము. అందుచే 4, 117 అనే సంఖ్య సుమారుగా 4, 100 లేదా 4,000 కావచ్చు. దగ్గర వందలకు, వేలకు మన అవసరాలకు అనుగుణంగా సంఖ్యలను సవరిస్తాం.

9. సంఖ్యా ప్రక్రియలలో కొన్ని సందర్భాలలో సులభంగా అంచనా వేయడానికి సంఖ్యలను సవరిస్తాం.

10. సంఖ్యలను హిందూ - అరబిక్ పద్ధతిలోను, అంతర్జాతీయ పద్ధతిలోను చదవడం, రాయడం.

శ్రీనివాస రామానుజన్ (భారతదేశం)

1887 - 1920

సంఖ్యా సిద్ధాంతాలు రూపొందించిన గణిత మేధావి. ఫెలో ఆఫ్ రాయల్ సొసైటీ (ఇంగ్లాండ్)కు ఎంపికైన తొలి భారతీయుడు. 1729ను రామానుజన్ సంఖ్య అంటారు. ఆయన జన్మదినమైన డిసెంబర్ 22వ తేదీని గణిత దినోత్సవంగా, ప్రతి సంవత్సరం జరుపుకుంటాం.

భారతప్రభుత్వం రామానుజన్ జ్ఞాపకార్థం 2011లో పోస్టల్ స్టాంప్ విడుదల చేసింది.

భారత ప్రభుత్వం 2012 ను గణిత సంవత్సరంగా ప్రకటించింది.

పూర్ణాంకాలు

2.1 పరిచయం

మనం వస్తువులను లెక్కించడాన్ని ఇంతకు ముందు తరగతిలోనే నేర్చుకున్నాం. వస్తువులను లెక్కించేటపుడు 1, 2, 3, ... సంఖ్యలు అవసరమౌతాయి. ఆ సంఖ్యల సమితిని సహజ సంఖ్యలు అంటారు. సహజ సంఖ్యల సమితిని N = {1, 2, 3, 4, ...} అని సూచిస్తాం.

సహజ సంఖ్యల గురించి నేర్చుకునేటపుడు, ఏదైనా ఒక సహజ సంఖ్యకు '1' ని కలిపితే ఆ తర్వాతి సహజ సంఖ్య వస్తుందని తెల్సుకున్నాము. ఉదాహరణకు '16' కు '1' ని కలిపితే '17' వస్తుంది, కాని ఇది కూడా ఒక సహజసంఖ్యయే అదే విధంగా 1 తప్ప ఏదైనా ఒక సహజ సంఖ్య నుండి '1' ని తీసివేస్తే, సాధారణంగా సహజ సంఖ్యే వస్తుంది. ఉదాహరణకు 25 అనే సహజ సంఖ్య నుండి '1' ని తీసివేస్తే 24 వస్తుంది, ఇది కూడా ఒక సహజ సంఖ్యయే.

ఏదైనా ఒక సహజ సంఖ్యకు తర్వాత గల సంఖ్యను ఉత్తర సంఖ్య అనీ, అలాగే ఒక సంఖ్యకు గల ముందు సంఖ్యను పూర్వ సంఖ్య అనీ అంటారు.

ఉదాహరణకి, 9 యొక్క ఉత్తర సంఖ్య 10

9 యొక్క పూర్వ సంఖ్య 8

ఇపుడు, ఇచ్చిన సంఖ్యలకు పూర్వ సంఖ్య, ఉత్తర సంఖ్యలతో క్రింది పట్టికను పూరించండి.

క్ర.సం.	సహజ సంఖ్య	దాని ముందు సంఖ్య (పూర్వ సంఖ్య)	దాని తర్వాత సంఖ్య(ఉత్తర సంఖ్య)
1.	13		
2.	237		
3.	999		
4.	26		
5	9		
6	1		

మీ స్నేహితులతో చర్చించండి.

1. ఏ సహజ సంఖ్యకు ఉత్తర సంఖ్య లేదు?
2. ఏ సహజ సంఖ్యకు పూర్వ సంఖ్య లేదు?

2.2 పూర్ణాంకాలు

సహజసంఖ్యలలో '1'కి పూర్వ సంఖ్య లేదు అని మీరు తెల్సుకొనే ఉంటారు. '0' ను సహజ సంఖ్యల సమితికి చేర్చగా పూర్ణాంకాల సమితిగా ఏర్పడతాయి.

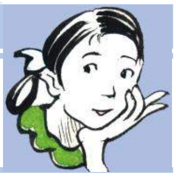
పూర్ణాంకాలను క్రింది విధంగా సూచిస్తాం.

W = {0, 1, 2, 3, ...}

ఇవి చేయండి

1. కనిష్ఠ పూర్ణాంకమేది?

ఆలోచించి, చర్చించి మరియు రాయండి

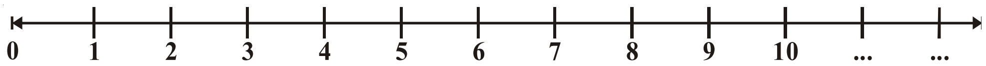


1. సహజ సంఖ్యలన్నీ పూర్ణాంకాలౌతాయా?
2. పూర్ణాంకాలన్నీ సహజ సంఖ్యలౌతాయా?

2.3 పూర్ణాంకాలను సంఖ్యా రేఖపై సూచించుట

ఒక సరళరేఖను గీయండి. దానిపై ఒక బిందువును గుర్తించి, దానిని '0' చే సూచించండి. '0' కు కుడివైపున వీలైనన్ని బిందువులను సమాన దూరాలలో గుర్తించి, వాటిని 1,2,3,4,... లుగా సూచించండి. ఏవైనా రెండు వరుస బిందువుల మధ్య దూరాన్ని ప్రమాణ దూరం అంటారు. సంఖ్యారేఖపై ఎన్ని పూర్ణాంకాలైనా కుడివైపున గుర్తిస్తూ పోవచ్చును.

పూర్ణాంకాల సంఖ్యా రేఖ :



పైన ఇవ్వబడిన సంఖ్యారేఖను గమనించండి. దానిపై గల ఏ సంఖ్యకైనా, ఉత్తర సంఖ్య దానికి ఏ వైపున ఉంటుందో చెప్పగలరా? 3 యొక్క ఉత్తర సంఖ్య 4, 3 కంటే 4 పెద్ద సంఖ్య ఇది 3కు కుడివైపున ఉంటుంది.

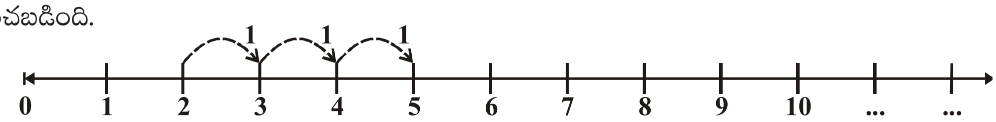
మరి, సంఖ్యారేఖ పై గల ఒక సంఖ్యకు కుడివైపున గల సంఖ్యలన్నియు ఎల్లప్పుడు ఆ సంఖ్య కంటే పెద్ద సంఖ్యలని చెప్పగలమా?

మీ స్నేహితులతో చర్చించి క్రింది పట్టికను పూరించండి.

క్ర.సం.	సంఖ్యలు	సంఖ్యారేఖ పై గల స్థానం	సంఖ్యల మధ్య సంబంధం
1.	12, 8	12,8 కి కుడివైపున ఉండును	$12 > 8$
2.	12, 16		
3.	236, 210		
4.	1182, 9521		
5.	10046, 10960		

సంఖ్యా రేఖపై సంకలనం

పూర్ణాంకాల సంకలనాన్ని సంఖ్యా రేఖపై సూచించవచ్చు. 2 మరియు 3 సంఖ్యల సంకలనం క్రింది రేఖపై సూచించబడింది.



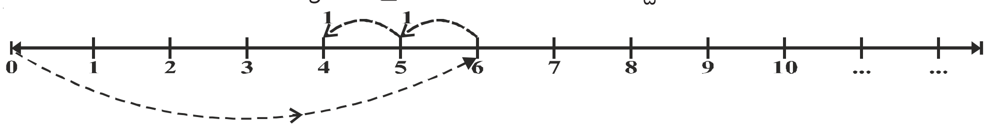
2కు 3ను కలుపాలి, కాబట్టి పైన చూపిన విధంగా సంఖ్యారేఖ పై 2తో ఆరంభించి, దానికి కుడివైపున ఒక ప్రమాణ దూరంతో 3 సార్లు కదిలితే 5ని చేరుకుంటాం.

కావున $2 + 3 = 5$

అందువల్ల ఏ సంఖ్యను కలుపాలన్నా, సంఖ్యా రేఖపై మనం కుడివైపుకు కదులుతాం.

సంఖ్యారేఖపై వ్యవకలనం

6 నుండి 2ను తీసివేయడం సంఖ్యా రేఖ పై ఎలా చూపాలో పరిశీలిద్దాం.



6 నుండి 2ను తీసివేయాలి, కాబట్టి పైన చూపిన విధంగా సంఖ్యారేఖపై 6తో ఆరంభించి, దానికి ఎడమ వైపున ఒక ప్రమాణదూరం రెండు సార్లు కదిలితే 4 ని చేరుకుంటాం. కావున 6−2 = 4

అనగా వ్యవకలనం చేయాలంటే సంఖ్యారేఖపై ఎడమ వైపుకు కదులుతాం.

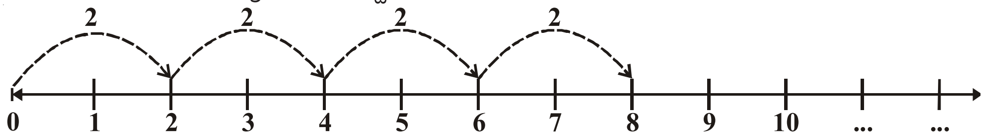
ఇవి చేయండి.

కింది వాటిని సంఖ్యారేఖపై సూచించండి.

1. 5 + 3   2. 5 - 3   3. 3 + 5   4. 10 + 1

సంఖ్యారేఖపై గుణకారం

ఇపుడు సంఖ్యారేఖపై పూర్ణాంకాల గుణకారాన్ని పరిశీలిద్దాం. 4 × 2 ని కనుగొందాం. 4 × 2 అనగా 2 ప్రమాణాలు 4మార్లు, దీనిని సంఖ్యారేఖపై చూద్దాం.



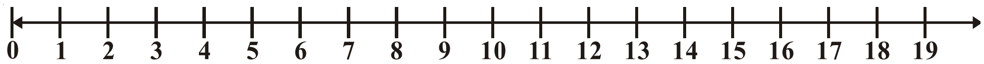
'0' వద్ద ఆరంభించి, ప్రతిసారి 2 ప్రమాణాలు, 4 సార్లు కుడివైపుకు కదలవలెను. అపుడు మీరు 8 ని చేరుకుంటారు. కావున $4 \times 2 = 8$

ప్రయత్నించండి

సంఖ్యా రేఖనుపయోగించి క్రింది వాటిని కనుగొనండి.

1. 5 రావాలంటే 8 నుండి ఏ సంఖ్యను తీసివేయాలి?
2. 1 రావాలంటే 6 నుండి ఏ సంఖ్యను తీసివేయాలి?
3. 8 రావాలంటే 6కి ఏ సంఖ్యను కలపాలి?
4. 30 రావాలంటే ఎన్ని 6లు అవసరం?

రాజు మరియు గాయత్రి కలిసి సంఖ్యారేఖను తయారుచేశారు.



రాజు మరియు గాయత్రి ఒక ఆట ఆడుతున్నారు. గాయత్రి సంఖ్యారేఖ పై సున్న వద్ద ప్రారంభించి మూడు సార్లు ముందుకు దూకాలి. మొదటిసారి 3 అడుగులు రెండవసారి 8 అడుగులు మరియు మూడవసారి 5 అడుగులు చొప్పున దూకితే చివరకు గాయత్రి సంఖ్యారేఖపై ఎక్కడికి చేరుతుంది? గాయత్రి 16 అడుగులని సమాధానం చెప్పింది.

గాయత్రి సమాధానం సరియైనదని నీవు భావిస్తున్నావా? గాయత్రి మార్గమును సంఖ్యా రేఖపై సూచించుము.

సంకలన, వ్యవకలనాల ఆధారంగా ఈ ఆటను నీ మిత్రునితో కలిసి ఆడుము.

అభ్యాసం - 2.1

1. **కింది వాక్యాలలో ఏవి సత్యం (T) ఏవి అసత్యం (F) అసత్య వాక్యాలను సరిగా రాయండి.**

   i) పూర్వ సంఖ్య లేని ఒక సహజ సంఖ్య కలదు.

   ii) '0' కనిష్ఠ పూర్ణాంకము.

   iii) పూర్ణాంకాలన్నీ సహజ సంఖ్యలు.

   iv) సంఖ్యారేఖపై కుడివైపున గల పూర్ణాంకము దానికి ఎడమవైపున గల పూర్ణాంకం కంటే పెద్దది.

   v) సంఖ్యారేఖపై ఎడమవైపున గల పూర్ణాంకము దానికి కుడివైపున గల సంఖ్య కంటే పెద్దది.

   vi) సంఖ్యారేఖపై కనిష్ఠ పూర్ణాంకాన్ని సూచించలేము.

   vii) సంఖ్యారేఖపై గరిష్ఠ పూర్ణాంకాన్ని చూపగలము.

2. **27 మరియు 46ల మధ్య ఎన్ని పూర్ణాంకాలుంటాయి?**

3. **సంఖ్యారేఖనుపయోగించి కింది వాటిని కనుగొనండి.**

   i) 6 + 7 + 7 ii) 18 - 9 iii) 5 × 3

4. **కింది జతలలో ఏ పూర్ణాంకం మరొక పూర్ణాంకానికి సంఖ్యారేఖ పై కుడివైపున ఉంటుంది?**

   i) 895; 239 ii) 1001; 10001 iii) 10015678; 284013

5. **కనిష్ఠ పూర్ణాంకాన్ని సంఖ్యారేఖపై చూపండి.**

6. **<, > లలో సరియైన గుర్తును ఖాళీలలో రాయండి.**

   i. 8 .... 7 ii. 5 2

   iii. 0 .... 1 iv. 10 5

7. **సంఖ్యారేఖపై 11 యొక్క ఉత్తర సంఖ్యను మరియు 5 యొక్క పూర్వ సంఖ్యను సూచించండి.**

2.4 పూర్ణాంకాల ధర్మాలు

పూర్ణాంకాల ధర్మాలు మనకు సంఖ్యలను ఇంకా బాగా అవగాహన చేసుకోవడానికి దోహదపడతాయి. పూర్ణాంకాల ధర్మాలను కొన్నింటిని పరిశీలిద్దాం.

ఏవైనా రెండు పూర్ణాంకాలను తీసుకొని వాటిని కలుపుదాం. మరి వాటి మొత్తం పూర్ణాంకమవుతుందా? మరి కొన్ని ఉదాహరణలు తీసుకొని సరిచూడండి.

మీరు చేసే కూడికలు ఇలా ఉండాలి :

$2 + 3 = 5$, ఒక పూర్ణాంకం

$0 + 7 = 7$, ఒక పూర్ణాంకం

$20 + 51 = 71$, ఒక పూర్ణాంకం

$0 + 1 = 1$, ఒక పూర్ణాంకం

$0 + 0 = 0$, ఒక పూర్ణాంకం

ఇక్కడ, ఏ రెండు పూర్ణాంకాల మొత్తమైనా ఎల్లప్పుడు ఒక పూర్ణాంకమని గమనిస్తాం.

ఏదైనా ఒక జత పూర్ణాంకాల మొత్తం ఒక పూర్ణాంకం కాని జత ఉంటుందా? అటువంటి పూర్ణాంకాల జతలు అసలు ఉండవు అని మనము గమనిస్తాం. కాబట్టి పూర్ణాంకాల సమితి సంకలనంతో సంవృత ధర్మాన్ని పాటిస్తుంది. దీనినే పూర్ణాంకాల సంకలనంలో సంవృత ధర్మం అంటారు.

మరి పూర్ణాంకాల సమితి గుణకారంలో కూడా సంవృత ధర్మాన్ని పాటిస్తుందేమో సరిచూద్దామా? పూర్ణాంకాల గుణకారాలకు ఐదు ఉదాహరణలు ఇవ్వండి.

మీరు చేసిన గుణకారాలు ఇలా ఉంటాయి.

5	×	6	=	30, ఒక పూర్ణాంకం
11	×	0	=	0, ఒక పూర్ణాంకం
16	×	5	=	80, ఒక పూర్ణాంకం
10	×	100	=	1000, ఒక పూర్ణాంకం
7	×	16	=	112, ఒక పూర్ణాంకం

ఏ రెండు పూర్ణాంకాల లబ్దమైనా ఒక పూర్ణాంకమేనని తెలుస్తుంది. కాబట్టి, పూర్ణాంకాల సమితి గుణకారంలో సంవృత ధర్మాన్ని కలిగి ఉంటుంది.

కాబట్టి పూర్ణాంకాల సమితి సంకలనం మరియు గుణాకారాలలో సంవృతం ధర్మాన్ని పాటిస్తుందని చెప్పవచ్చు.

ఆలోచించి, చర్చించి, రాయండి.

1. పూర్ణాంకాల సమితి వ్యవకలనంలో సంవృత ధర్మాన్ని పాటిస్తుందా? ఉదాహరణలను పరిశీలించి, ఖాళీలను పూరించండి.

7	-	5	=	2 ఒక పూర్ణాంకం
5	-	7	=	– 2 ఒక పూర్ణాంకం కాదు
.....	-	.....	=	.....
.....	-	.....	=	.....

వీలైనన్ని ఉదాహరణలు తీసుకొని సరి చూడండి.

2. పూర్ణాంకాల సమితి భాగహారంలో సంవృత ధర్మాన్ని పాటిస్తుందా? ఈ పట్టికను పరిశీలించండి.

6	÷	3	=	2, ఒక పూర్ణాంకం
5	÷	2	=	$\frac{5}{2}$ ఒక పూర్ణాంకం కాదు
.....	÷	.....	=	.....
.....	÷	.....	=	.....

మరి కొన్ని ఉదాహరణలు తీసుకొని నిర్ధారించండి.

సున్న తో భాగహారం

6÷2 ను కనుగొందాం.

6 ను 2 తో భాగించడం అనగా 6 నుండి 2 ను మళ్లీ, మళ్లీ తీసివేయడం.

$6 - 2 = 4$ 1వ సారి

$4 - 2 = 2$ 2వ సారి

$2 - 2 = 0$ 3వ సారి

కావున, $6 \div 2 = 3$

$3 \div 0$ పరిశీలిద్దాం.

ఇక్కడ మనం 0ను మళ్ళీ, మళ్ళీ 3లో నుంచి తీసివేయాలి.

$3 - 0 = 3$

$3 - 0 = 3$

$3 - 0 = 3$

ఈ విధంగా చేస్తూపోతే ఎప్పటికీ అంతం ఉండదు. కావున $3 \div 0$కి సరైన ఖచ్చితమైన ఫలితాన్ని మనం పొందలేము. కనుక సున్నచే భాగహారం నిర్వచింపబడదు.

ఇవి చేయండి.

1. $12 \div 3$ మరియు $42 \div 7$లను కనుగొనండి.
2. $6 \div 0$ మరియు $9 \div 0$ సమానాలు అవుతాయా?

పూర్ణాంకాల్లో స్థిత్యంతర (వినిమయ) ధర్మం

క్రింది వాటిని పరిశీలించండి.

$2 + 3 = 5 \quad ; \quad 3 + 2 = 5$

పై సందర్భాలలో 2+3 మరియు 3+2 సమానం.

రెండింటిలో ఒకే విలువ 5 వచ్చింది. అలాగే ఇది చూడండి.

$7 + 8 = 15 \quad ; \quad 8 + 7 = 15$

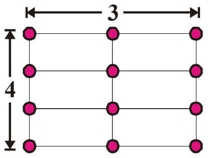
7+8 మరియు 8+7 సమానం. ఇక్కడ కూడా ఫలితం 15 వచ్చింది.

ఇక్కడ, ఒక జత పూర్ణాంకాలను కూడే క్రమం మార్చినప్పటికీ, వాటి మొత్తం ఒకే విధంగా ఉన్నది.

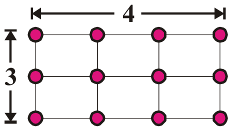
దీనిని మరికొన్ని ఉదాహరణలతో సరిచూడండి. 10+11, 25+10.

అనగా, రెండు పూర్ణాంకాలను ఏ క్రమంలోనైనా కూడ వచ్చును. కాబట్టి, పూర్ణాంకాల సమితి సంకలనంలో స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని కల్గి ఉంటుంది. దీనినే పూర్ణాంకాల సంకలనంలో స్థిత్యంతర ధర్మం అంటారు.

క్రింది పటాలను పరిశీలించండి.



4×3=12



3×4=12

ఒక జత పూర్ణాంకాలను క్రమం మార్చి గుణించినా ఒకే లబ్ధం వస్తుందని గమనించాం కదా.

దీనినే 6×5, 7×9 మొ॥న ఉదాహరణలతో ప్రయత్నించి చూడండి.

కాబట్టి, పూర్ణాంకాల సమితి సంకలన, గుణకారాలలో స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని కల్గి ఉంటుంది.

ప్రయత్నించండి.

1. పూర్ణాంకాలలో వ్యవకలనం స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని పాటిస్తుందా? కొన్ని ఉదాహరణలతో సరి చూడండి.
2. పూర్ణాంకాలలో భాగహారం స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని పాటిస్తుందా? కొన్ని ఉదాహరణలతో సరి చూడండి.

సంకలన, గుణకారాలలో సహచర ధర్మం

క్రింది వాటిని పరిశీలించండి.

i. $(3 + 4) + 5 = 7 + 5 = 12$

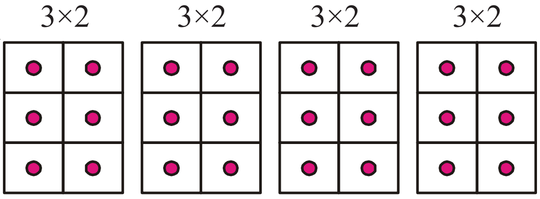
ii. $3 + (4 + 5) = 3 + 9 = 12$

కావున $(3 + 4) + 5 = 3 + (4 + 5)$

మనం (i) లో మొదట 3, 4లను కూడి, మొత్తానికి 5ని కలిపాం. (ii) లో మొదట 4,5లను కూడి, మొత్తానికి 3ని కలిపాం. కాని, రెండింటి మొత్తం ఒకే విధంగా సమానంగా వచ్చింది.

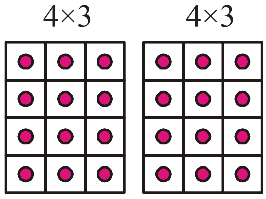
దీనినే పూర్ణాంకాల సంకలనంలో సహచర ధర్మం అని అంటాం. ఇలాంటివి 10 ఉదాహరణలను రాసుకొని పై ధర్మాన్ని సరిచూడండి. ఫలితాలు సమానంగా ఉన్నట్లు గమనించారా?

క్రింది వాటిని పరిశీలించండి.



$4×(3×2) = (3×2)$ కు నాలుగు రెట్లు

పటం (a)



$2 × (4×3) = (4×3)$ కు రెట్టింపు

పటం (b)

పటం (a) మరియు పటం (b)లలోని చుక్కల గదులను లెక్కించండి. ఎంత వచ్చింది. రెండు పటాలలో గదుల సంఖ్య సమానం. పటం (a) లో ప్రతి గదిలో 3×2 గదులున్నాయి. కాబట్టి మొత్తం గదుల సంఖ్య $4×(3×2) = 24$.

పటం (b) లో ప్రతి గదిలో 3×4 గదులున్నాయి. కావున మొత్తం గదుల సంఖ్య $2×(4×3) = 24$.

కావున, $4×(3×2) = 2×(4×3)$

గుణకారంలో కూడా ఫలితం ఒకటే అనే తెలుసుకొన్నాం.

దీనినే పూర్ణాంకాల గుణకారంలో సహచరధర్మం అని అంటాం.

కావున పూర్ణాంకాలు, సంకలనం మరియు గుణకారం ప్రక్రియల దృష్ట్యా సహచర ధర్మాన్ని పాటిస్తాయని చెప్పవచ్చు.

ఇవి చేయండి.

సరి చూడండి.

i. $(5 × 6) × 2 = 5 × (6 × 2)$

ii. $(3 × 7) × 5 = 3 × (7 × 5)$

ఉదాహరణ-1 196 + 57 + 4 కనుగొనండి.

సాధన : 196 + (57 + 4)

= 196 + (4 + 57) [స్థిత్యంతర ధర్మం]

= (196 + 4) + 57 [సహచర ధర్మం]

= 200 + 57 = 257

ఇక్కడ, స్థిత్యంతర, సహచర ధర్మాలను కలిపి సంకలనంలో ఉపయోగించాము.

మరి, ఇలా స్థిత్యంతర, సహచర ధర్మాలను ఉపయోగించడం వల్ల సమస్యల సాధన సులభమవుతుందని మీరు భావిస్తున్నారా?

ఉదాహరణ-2 $5 \times 9 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$ ని కనుగొనండి.

సాధన : $5 \times 9 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$

$= 5 \times 2 \times 9 \times 2 \times 5 \times 3$ [స్థిత్యంతర ధర్మం]

$= (5 \times 2) \times 9 \times (2 \times 5) \times 3$ [సహచర ధర్మం]

$= 10 \times 9 \times 10 \times 3$

$= 90 \times 30 = 2700$

ఇక్కడ స్థిత్యంతర సహచర ధర్మాలను కలిపి గుణకారంలో ఉపయోగించాం. మరి, ఇలా స్థిత్యంతర, సహచర ధర్మాలను ఉపయోగించడం వల్ల సమస్యా సాధన సులభమవుతుందని మీరు భావిస్తున్నారా?

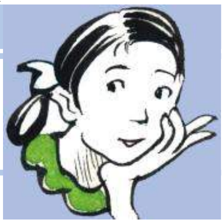
ఇవి చేయండి

స్థిత్యంతర, సహచరధర్మాలనుపయోగించి క్రింది వానిని సూక్ష్మీకరించండి.

i) 319+69+81 ii) 431+37+69+63

iii) 2×(71×5) iv) 50×17×2

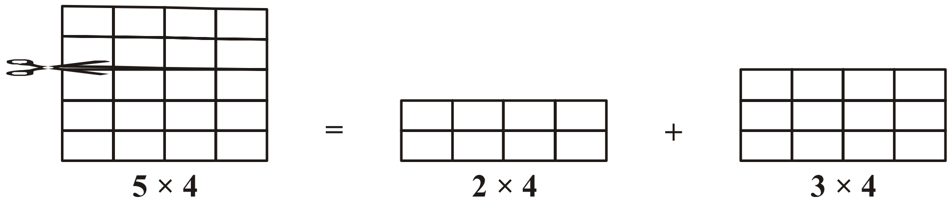
ఆలోచించి, చర్చించి, రాయండి.



(16÷4)÷2 = 16÷(4÷2) అవుతుందా?

భాగహారానికి, వ్యవకలనానికి సహచరధర్మం వర్తిస్తుందేమో సరిచూడండి.

క్రింది వాటిని పరిశీలించండి.



గళ్ళ కాగితాన్ని కత్తిరించండి. ఇక్కడ, 5×4 గళ్లకాగితాన్ని 2×4 మరియు 3×4 అనే రెండు ముక్కలుగా విభజించడం జరిగింది.

కావున 5 × 4 = (2 × 4) + (3 × 4)

= 8 + 12 = 20 మరియు 5 = 2+3 కావున

∴ 5 × 4 = (2+3) × 4 అని చెప్పగలం.

అదే విధంగా, (5 + 6) × 7 = (5 × 7) + (6 × 7)

11 × 7 = 35 + 42 = 77

రెండు సమానమని మనం చూడవచ్చు. దీనినే విభాగ న్యాయము అంటారు.

ఉదాహరణ 3 :

12×75 విభాగ న్యాయాన్ని ఉపయోగించి కనుగొనండి.

సాధన : 12 × 75 = 12 × (70 + 5) = 12 × (80 - 5)

= (12 × 70) + (12 × 5) (లేదా) = (12 × 80) - (12 × 5)

= 840 + 60 = 900 = 960 - 60 = 900

ఇవి చేయండి.

25 × 78; 17 × 26; 49 × 68 + 32 × 49 విభాగ న్యాయాన్ని ఉపయోగించి కనుగొనండి.

తత్సమాంశం (సంకలనం, గుణకారం)

సహజ సంఖ్యల సమితిలో '0' లేదు, కాని పూర్ణాంకాల సమితిలో '0' ఒక ప్రత్యేకమైన సంఖ్య. సంకలనంలో '0'కు ఒక ప్రత్యేకత ఉంది. 7,5లను కూడితే మనకు 12 అనే సంఖ్య వస్తుంది. రెండు పూర్ణాంకాలను కూడిన ఫలితం కూడా పూర్ణాంకం అవుతుంది. అన్ని సందర్భాలలో ఇది సమ్మతమా? చూద్దాం.

2	+	0	=	2
9	+	0	=	9
0	+	11	=	11
.....	+	25	=	25

ఒక పూర్ణాంకానికి సున్నాను కలిపితే, అదే పూర్ణాంకం వస్తుంది.

సున్నాను పూర్ణాంకాల సంకలనానికి తత్సమాంశం లేదా సంకలన తత్సమాంశం అంటారు.

గుణకారంలో 1 యొక్క ప్రత్యేకతను క్రింది అమరికలో పరిశీలించండి.

కింది పట్టికను పరిశీలించండి.

1	×	9	=	9
6	×	5	=	30
6	×	4	=	24
5	×	1	=	5
11	×	1	=	11
2	×	3	=	6

పై పట్టికలో ఒక పూర్ణాంకాన్ని 1 చే గుణిస్తే వచ్చే ఫలితం అదే పూర్ణాంకం అవుతుందని గమనించవచ్చు. 1ని పూర్ణాంకాల గుణకారానికి తత్సమాంశం అంటారు. దీనినే గుణకార తత్సమాంశం అని కూడా అంటారు.

అభ్యాసం - 2.2

1. ఇచ్చిన సమాచారం ఆధారంగా ఫలితాలను గణించకుండా చెప్పండి.

i. $28 \times 19 = 532$ అయితే $19 \times 28 =$

ii. $1 \times 47 = 47$ అయితే $47 \times 1 =$

iii. $a \times b = c$ అయితే $b \times a =$

iv. $58 + 42 = 100$ అయితే $42 + 58 =$

v. $85 + 0 = 85$ అయితే $0 + 85 =$

vi. $a + b = d$ అయితే $b + a =$

2. తగిన విధంగా తిరిగి మార్చుకొని మొత్తాన్ని కనుగొనండి.

i. $238 + 695 + 162$ ii. $154 + 197 + 46 + 203$

3. తగిన విధంగా తిరిగి మార్చుకొని లబ్ధాన్ని కనుగొనండి.

i. $25 \times 1963 \times 4$ ii. $20 \times 255 \times 50 \times 6$

4. కింది వాటి విలువను కనుగొనండి.

i. $(368 \times 12) + (18 \times 368)$ ii. $(79 \times 4319) + (4319 \times 11)$

5. తగిన ధర్మాలనుపయోగించి కింది వాటి లబ్ధాలను కనుగొనండి.

i. 205×1989 ii. 1991×1005

6. ఒక పాల వ్యాపారి ఉదయం 56 లీటర్ల పాలను, సాయంత్రం 44 లీటర్ల పాలను ఒక వసతి గృహానికి సరఫరా చేస్తాడు. ఒక లీటరు పాల ధర ₹. 30 అయితే, అతనికి ఒక రోజుకు ఎంత డబ్బు వస్తుంది?

7. చందన 12 నోటు పుస్తకాలను, వేణు 10 నోటు పుస్తకాలను కొన్నారు. ఒక నోటు పుస్తకం ధర ₹. 15 అయితే, దుకాణదారునికి వారు ఎంత డబ్బు ఇవ్వాలి?

8. జత పర్చుము.

i. $1991+7 = 7+1991$	[ ]	a. సంకలన తత్సమాంశము
ii. $68\times50 = 50\times68$	[ ]	b. గుణకార తత్సమాంశము
iii. 1	[ ]	c. సంకలనంలో స్థిత్యంతర ధర్మం
iv. 0	[ ]	d. సంకలనంపై గుణకారం విభాగ న్యాయము
v. $879\times(100+30) = 879\times100+879\times30$	[ ]	e. గుణకారంలో స్థిత్యంతర ధర్మం

2.4 పూర్ణాంకాలలో అమరికలు

చుక్కలతో సంఖ్యలను ప్రాథమిక జ్యామితీయ ఆకారాలుగా అమర్చడానికి ప్రయత్నిద్దాం. చుక్కలను గళ్ళ కాగితం పై రెండు అక్షాలపై సమానదూరంలో ఉంచాలి. (i) రేఖ (ii) దీర్ఘ చతురస్రం (iii) చతురస్రం (iv) త్రిభుజం అనే ఆకారాలను తీసుకొందాం. ప్రతి సంఖ్యను ఈ ఆకారాలలో ఏదో ఒక ఆకారంగా అమర్చుదాం. (ఇవి కాకుండా, వేరే ఆకారాన్ని తీసుకోరాదు.)

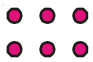
పూర్ణాంకాలను ప్రాథమిక జ్యామితీయ ఆకారాలుగా చుక్కలతో అమర్చవచ్చు. క్రింది వాటిని పరిశీలించండి.

- ప్రతి సంఖ్యను చుక్కల రేఖగా చూపవచ్చు.

  2 ను ఇలా చూపవచ్చు

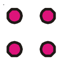
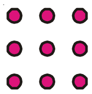
  3 ను ఇలా చూపవచ్చు మొ॥నవి.

- కొన్ని సంఖ్యలను దీర్ఘచతురస్రాలుగా చూపవచ్చు.

  6 సంఖ్యను ఇలా చూపవచ్చు. 

  ఈ దీర్ఘ చతురస్రంలో రెండు అడ్డ వరుసలు, మూడు నిలువు వరుసలు ఉన్నాయని గమనించండి.

- 4 లేదా 9 వంటి కొన్ని చతురస్రాలుగా అమర్చవచ్చు.

4    9 

ఈ విధంగా, ఇంకా ఏ సంఖ్యలను చతురస్రాలుగా అమర్చవచ్చు? ఇక్కడ ఒక అమరికను గమనించవచ్చు.

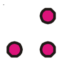
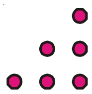
$4 = 2 \times 2$ ఇది ఒక వర్గ సంఖ్య.

$9 = 3 \times 3$ ఇది కూడా ఒక వర్గ సంఖ్య.

దీని తర్వాత చతురస్రంగా అమర్చ గలిగే సంఖ్య ఏది?

మనం 16 అని సులభంగా చెప్పవచ్చు. 16 = 4×4. ఇది కూడా ఒక వర్గ సంఖ్య. తర్వాతి 3 సంఖ్యలు చతురస్రంగా అమర్చగలిగే వాటిని సూచించండి. చతురస్రాలుగా కానటువంటి దీర్ఘ చతురస్రాలుగా అమర్చగలిగే 5 సంఖ్యలను సూచించండి.

- కొన్ని సంఖ్యలను త్రిభుజాలుగా అమర్చవచ్చు.

3    6 

త్రిభుజంలోని రెండు భుజాలు సమానంగా ఉండాలని గమనించండి. క్రింది నుండి ప్రతి వరుసలో చుక్కల సంఖ్య 4,3,2,1గా ఉండాలి. ఎల్లప్పుడూ, పై వరుసలో మాత్రం ఒకటి ఉంటుంది. (ఒకే శీర్షం ఉంది కాబట్టి)

తర్వాత అమర్చగలిగే త్రిభుజం ఏది? ఆ తర్వాత ఏది? చెప్పండి.

ఇక్కడ ఏదైనా అమరికను గమనించారా? ప్రతి వరుసలోని చుక్కల సంఖ్యను పరిశీలించండి, అమరిక గురించి ఆలోచించండి.

ఇపుడు, క్రింది పట్టిను పూరించండి.

సంఖ్య	రేఖ	దీర్ఘ చతురస్రం	చతురస్రం	త్రిభుజం
2	అవును	కాదు	కాదు	కాదు
3	అవును	కాదు	కాదు	కాదు
4	అవును	కాదు	అవును	కాదు
5				
.....				
25				

1 వర్గసంఖ్య అవుతుందా? కాదా? ఎందుకు?

ప్రయత్నించండి.

1. ఏ సంఖ్యలను రేఖగా మాత్రమే చూపవచ్చు?
2. ఏఏ సంఖ్యలను దీర్ఘ చతురస్రాలుగా చూపవచ్చు?
3. ఏఏ సంఖ్యలను చతురస్రాలుగా చూపవచ్చు?
4. ఏఏ సంఖ్యలను త్రిభుజాలుగా చూపవచ్చు?

సంఖ్యల అమరిక

అమరికలు, సమస్యల పరిష్కారానికి సులభతర మార్గాలను సూచిస్తాయి. క్రింది వాటిని పరిశీలించండి.

1. $296 + 9 = 296 + 10 - 1 = 306 - 1 = 305$
2. $296 - 9 = 296 - 10 + 1 = 286 + 1 = 287$
3. $296 + 99 = 296 + 100 - 1 = 396 - 1 = 395$
4. $296 - 99 = 296 - 100 + 1 = 196 + 1 = 197$

మరొక అమరికను చూద్దాం.

1. $65 \times 99 = 65\ (100 - 1) = 6500 - 65 = 6435$
2. $65 \times 999 = 65\ (1000 - 1) = 65000 - 65 = 64935$
3. $65 \times 9999 = 65\ (10000 - 1) = 650000 - 65 = 649935$
4. $65 \times 99999 = 65\ (100000 - 1) = 6500000 - 65 = 6499935$ మొ॥ నవి.

ఇక్కడ, ఒక సంఖ్యను 9, 99, 999, ... రూపంలో నున్న సంఖ్యతో సులభ విధానంలో గుణించడాన్ని గమనించవచ్చు. ఇలాంటి సులభ మార్గాలు మనోగణిత సమస్యలను సాధించే సామర్థ్యాన్ని పెంచుతాయి.

కింది అమరికను పరిశీలించండి. ఇది ఒక సంఖ్యను 5, 15, 25 ... లతో గుణించే మార్గాన్ని సూచిస్తుంది. (దీనిని ఇంకా ముందుకు విస్తరించడానికి ఆలోచించండి).

a. $46 \times 5 = 46 \times \frac{10}{2} = \frac{460}{2} = 230 = 230 \times 1$

b. $46 \times 15 = 46 \times (10 + 5)$
$= 46 \times 10 + 46 \times 5 = 460 + 230 = 690 = 230 \times 3$

c. $46 \times 25 = 46 \times (20 + 5)$
$= 46 \times 20 + 46 \times 5 = 920 + 230 = 1150 = 230 \times 5$ .....

అభ్యాసము - 2.3

1. కింది అమరికను పరిశీలించండి.

$1 \times 8 + 1 = 9$
$12 \times 8 + 2 = 98$
$123 \times 8 + 3 = 987$
$1234 \times 8 + 4 = 9876$
$12345 \times 8 + 5 = 98765$

తర్వాత వచ్చే నాలుగు సోపానాలు రాయండి. ఈ అమరిక తర్వాత సంఖ్యలకు ఎలా వస్తుందో చెప్పగలరా?

2. క్రింది అమరికను పరిశీలించండి.

$$91 \times 11 \times 1 = 1001$$

$$91 \times 11 \times 2 = 2002$$

$$91 \times 11 \times 3 = 3003$$

తర్వాత వచ్చే ఏడు సోపానాలు రాయండి. ఫలితం సరియైనదేనేమో సరి చూడండి.

$143 \times 7 \times 1$, $143 \times 7 \times 2$ ... వంటి అమరికల ఫలితాలకు ప్రయత్నించండి.

3. 13680347, 35702369, 25692359 సంఖ్యలను 9 తో గుణించి, ఎటువంటి అమరిక వస్తుందో పరిశీలించండి.

మనం నేర్చుకున్నది.

1. లెక్కించడానికి ఉపయోగించే సంఖ్యలైన 1, 2, 3 ... సంఖ్యలను సహజ సంఖ్యలు అంటారు.
2. ప్రతి సహజ సంఖ్యకు ఉత్తర సంఖ్య ఉంది. కాని 1 తప్ప మిగిలిన సహజ సంఖ్యలకు పూర్వ సంఖ్యలుంటాయి.
3. సహజ సంఖ్యల సమితికి సున్నాను చేర్చితే, పూర్ణాంకాల సమితి $W = \{0, 1, 2, ...\}$
4. ప్రతి పూర్ణాంకానికి ఉత్తర సంఖ్య ఉంది. కాని 0 కి తప్ప మిగిలిన పూర్ణాంకాలన్నిటికీ పూర్వ సంఖ్యలుంటాయి.
5. సహజ సంఖ్యలన్నీ పూర్ణాంకాలవుతాయి కాని పూర్ణాంకాలలో సున్న తప్ప మిగిలినవన్నీ సహజ సంఖ్యలే.
6. సంఖ్యారేఖపై పూర్ణాంకాలను సూచించవచ్చు. సంకలనం, వ్యవకలనం, గుణకార ప్రక్రియలను సంఖ్యారేఖపై సులభంగా చేయవచ్చు.
7. సంఖ్యారేఖపై సంకలనం చేయడానికి కుడి వైపుకు కదిలితే, వ్యవకలనం చేయడానికి ఎడమవైపుకు కదులుతాం. గుణకారం చేయడానికి సున్నా నుండి సమాన దూరాలలో కుడివైపుకు కదులుతాం.
8. పూర్ణాంకాలు సంకలన, గుణకారాలలో సంవృత ధర్మాన్ని పాటిస్తాయి. కాని వ్యవలకన, భాగహారాలలో సంవృత ధర్మాన్ని పాటించవు.
9. సున్నాతో భాగహారం నిర్వచింపబడదు.
10. పూర్ణాంకాలలో సంకలన తత్సమాంశం సున్న మరియు గుణకార తత్సమాంశం ఒకటి.
11. పూర్ణాంకాలు సంకలన, గుణకారాలలో స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని పాటిస్తాయి.
12. పూర్ణాంకాలు సంకలన, గుణకారాలలో సహచర ధర్మాన్ని పాటిస్తాయి.
13. పూర్ణాంకాలలో సంకలనం మీద గుణకారం విభాగ న్యాయాన్ని కల్గి ఉంటుంది.
14. పూర్ణాంకాల స్థిత్యంతర, సహచర, విభాగ న్యాయాలు సంఖ్యలను సులభంగా గణించడానికి ఉపయోగపడతాయి. మనకు తెలియకుండానే గణనలో వాటిని ఉపయోగిస్తాం.
15. సంఖ్యల అమరికలు ఆసక్తికరంగా ఉండడమే కాకుండా, రాత సమస్యలకు ఉపయోగపడ్తాయి. అలాగే సంఖ్యా ధర్మాలను ఇంకా బాగా అర్థం చేసుకోవడానికి దోహదపడ్తాయి.

సంఖ్యలతో ఆడుకొందాం

3.1 పరిచయం

హాసిని తన పుట్టినరోజు సందర్భంగా తన తోటి విద్యార్థులకు చాక్లెట్లును పంచాలని అనుకొన్నది. ఆమె తండ్రి 125 చాక్లెట్లు ఉన్న బాక్సును తీసుకొని వచ్చారు. ఆమె తరగతిలో 25 మంది విద్యార్థులున్నారు.

హాసిని తన సహచర విద్యార్థులందరికి సమాన సంఖ్యలో చాక్లెట్లు వచ్చే విధంగా పంపిణీ చేయాలని అనుకొన్నది. మొదటగా ప్రతీ విద్యార్థికి రెండేసి చొప్పున చాక్లెట్లును పంచుదామని అనుకొన్నది. కాని రెండేసి చాక్లెట్లు చొప్పున పంచితే కొన్ని చాక్లెట్లు మిగిలినవి. అందుచే ఈసారి ప్రతీ విద్యార్థికి మూడేసి చాక్లెట్ చొప్పున పంచితే ఈ సందర్భంలో కూడా కొన్ని చాక్లెట్లు మిగలడం గమనించింది. చివరగా ప్రతి విద్యార్థికి 5 చాక్లెట్లు చొప్పున పంచిన సందర్భంలో చాక్లెట్లు మిగలలేదు.

అయితే హాసిని ఒక్కొక్క విద్యార్థికి ఎన్ని సమాన చాక్లెట్లు ఇవ్వాలో ముందుగానే నేరుగా సమాధానం కనుగొనే అవకాశం ఉందా? ఆలోచించండి. 125÷25 చేస్తే మనకు కావలసిన సరియైన సమాధానం లభిస్తుంది. కాని ఒక సంఖ్యను ఇచ్చిన సంఖ్యతో భాగించుటకు సమస్యను చేయకుండానే నిశ్శేషంగా భాగింప బడిందా, లేదా అని తెలుసుకొనడానికి కింది తరగతులలో ఒక సంఖ్య భాగింపబడడానికి కావలసిన నియమాలను 'భాజనీయతా సూత్రాలు' గా నేర్చుకొన్నారు. ఈ పాఠ్యాంశములో 2,3,5,6,9 మరియు 10 యొక్క భాజనీయతా సూత్రాలను జ్ఞప్తికి తెచ్చుకొందాం. మరియు ఈ తరగతిలో 4,8 మరియు 11 యొక్క భాజనీయతా సూత్రాలను అమరికలను ఉపయోగించి నేర్చుకొంటాం.

3.2 భాజనీయతా సూత్రం

29 సంఖ్యను తీసుకొందాం. 29 ను 4 చే భాగిస్తే మనకు 7 భాగఫలంగా, 1 శేషంగా వస్తుంది. 29, 4 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందని మీరు చెప్పగలరా? ఎందువలన?

24 ను 4 చే భాగించి భాగఫలం మరియు శేషంను తెల్పండి.

24, 4 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడినదా? ఎందుచేత?

ఒక సంఖ్య, మరో సంఖ్యచే భాగింపబడినప్పుడు శేషం '0' అయితే ఆ సంఖ్య నిశ్శేషంగా భాగింపబడిందని అంటాం.

ఒక సంఖ్య మరో సంఖ్యచే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా? లేదా? అని పరిశీలించడానికి మనము ఉపయోగించే విధానంను "భాజనీయతా సూత్రం" అంటాం.

కింది తరగతులలో మనము నేర్చుకొన్న భాజనీయతా సూత్రాలను పునఃశ్చరణ చేసుకొందాం.

3.2.1 2 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం :

ఇచ్చట ఇవ్వబడిన సంఖ్యా పట్టికను చూడండి

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

2 యొక్క గుణిజములన్నింటినీ కొట్టివేయండి. మీరు కొట్టివేసిన సంఖ్యలలో ఏదైనా ఒక అమరికను గమనించారా? మీరు జాగ్రత్తగా పరిశీలిస్తే 2 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడే సంఖ్యలలో ఒకట్ల స్థానములోని అంకె 0,2,4,6 లేదా 8 గా ఉంటుంది.

ఒక సంఖ్య ఒకట్ల స్థానంలోని అంకె 0,2,4,6 లేదా 8 అయినచో ఆ సంఖ్య "2" చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

ఇవి చేయండి.

953,9534, 900, 452 సంఖ్యలు 2 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయా? మీ సమాధానంను భాగహార పద్ధతి ద్వారా సరిచూడండి.

3.2.2 3 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

ఇప్పుడు 3 యొక్క గుణిజాలను వృత్తాలతో చూపండి. మీరు 21,27,36,54 మొదలగు సంఖ్యలను వృత్తాలతో చూపుతారు. ఈ విధంగా చూపబడిన సంఖ్యలలో మీరు ఏదైనా ప్రత్యేక అమరికను ఒకట్ల స్థానములోని అంకెలు కలిగి ఉండటము గమనించారా? లేదు! ఒకట్లస్థానంలో (ఒకే అంకె) గల సంఖ్యలన్నీయూ 3 చే భాగింపబడవచ్చు, లేకపోవచ్చు. ఉదాహరణకు 27 మరియు 37 సంఖ్యలలో ఒకట్లస్థానములో ఒకే అంకె 7 ను కల్గియున్నాయి. 27, 3 చే భాగింపబడుతుంది. 37,3 చే భాగింపబడదు.

21, 36, 54, 63, 72, 117 సంఖ్యలలోని అంకెల మొత్తంను కూడండి.

$2 + 1 = 3$ $5 + 4 =$ ______ $7 + 2 =$ ______

$3 + 6 =$ ______ $6 + 3 =$ ______ $1 + 1 + 7 =$ ______

పై మొత్తాలన్నీయూ 3చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుచున్నవి.

అందుచే ఒక సంఖ్యలోని అంకెల మొత్తం, 3చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడితే ఆ సంఖ్య 3 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడును. మీరు వృత్తాలలో చూపిన సంఖ్యలను ఈ నియమంతో సరిచూడండి

ఇవి చేయండి

1. ఈ క్రింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యలు 3చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయా? భాగింపకుండానే పరిశీలించి తెలపండి.

   i) 45986 ii) 36129 iii) 7874

3.2.3 6 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

సంఖ్యా పట్టికలో 6 యొక్క గుణిజాలను (×) గుర్తుతో చూపండి.

ఆ సంఖ్యలలో ఏదైనా ప్రత్యేకతను గమనించారా?

అవును, అన్ని సంఖ్యలూ 2 మరియు 3 లచే నిశ్శేషంగా భాగింపబడ్డాయి.

“2, 3లచే నిశ్శేషంగా భాగింపబడే సంఖ్యలన్నీ 6 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయి”.

ప్రయత్నించండి

1. 7224, 6చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా? ఎలా?
2. 6 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడే ఏవేని నాల్గంకెల సంఖ్యలకు రెండు ఉదాహరణలివ్వండి.
3. 6 చే భాగింపబడి, 2 మరియు 3లచే భాగింపబడని ఏదైనా సంఖ్య కలదా? ఎందుకు?

3.2.4 9 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

సంఖ్యా పట్టికలో 9 యొక్క గుణిజాలను (□) గుర్తుతో చూపండి. ఈ సంఖ్యలలో ఏదైనా ప్రత్యేక అమరికను గమనించారా! (సూచన : అంకెల మొత్తం)

9 యొక్క గుణిజాలలోని అంకెల మొత్తం 9 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది. ఉదాహరణకు 81 ను పరిశీలిస్తే 81 లో అంకెల మొత్తం 8+1 = 9, అదే విధంగా 99లో 9+9 = 18, 9 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

“ఒక సంఖ్యలోని అంకెల మొత్తం 9 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడితే ఆ సంఖ్య 9 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.”

ఇవి చేయండి.

1. 9846, 9 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా? పరీక్షించండి.
2. భాగహారం చేయకుండానే 8998794, 9 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా?
3. 786, 3 మరియు 9ల చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా? పరీక్షించండి.

3.2.5 5 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

20,25,30,35,40,45,50 సంఖ్యలన్నియూ 5 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయా?

53, 5 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా? ఎందుచేత?

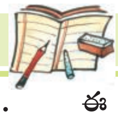
ఒకట్ల స్థానములో 0 లేదా 5 గల సంఖ్యలన్నీయూ 5 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయని మీరు చెప్పగలరా? 5785, 6021, 1000, 101010, 9005 సంఖ్యలను తీసుకొని 5 చే భాగింపబడే సంఖ్యలను ఊహించండి. అలాగే భాగహార పద్ధతి ద్వారా మీ సమాధానంను సరిచూడండి.

3.2.6 10 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

10 యొక్క గుణిజాలన్నింటిని సంఖ్యా పట్టికలో '✓' గుర్తుతో సూచించండి.

మీరు ఏమి గమనించారు?

1. సంఖ్యలన్నియూ ఒకట్లస్థానంలో '0' ను కల్గియున్నవి.
2. సంఖ్యలన్నియూ 2 మరియు 5చే నిశ్శేషంగా భాగించబడినవి.



అభ్యాసం 3.1

1. **ఈ క్రింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యలలో 2,3 మరియు 6 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడే సంఖ్యలేవి?**

(i) 321729 (ii) 197232 (iii) 972132 (iv) 1790184

(v) 312792 (vi) 800552 (vii) 4335 (viii) 726352

2. **ఈ క్రింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యలలో 5 మరియు 10 లచే నిశ్శేషంగా భాగింపబడే సంఖ్యలను గుర్తించండి.**

25, 125, 250, 1250, 10205, 70985, 45880

10 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడే సంఖ్యలన్నీయూ 2 మరియు 5 లచే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయో, లేదో పరీక్షించండి.

3. **ఈ క్రింద ఇవ్వబడిన పట్టికను 3 మరియు 9 యొక్క భాజనీయతా సూత్రాలనుపయోగించి పూరించండి.**

సంఖ్య	సంఖ్యలలోని అంకెల మొత్తం	భాగించే సంఖ్య	
		3	9
72	....		
197	....		
4689	....		
79875	....		
988974	9 + 8 + 8 + 9 + 7 + 4 = 45	అవును	అవును

4. **1,9, 8 అంకెలను ఒకసారి మాత్రమే ఉపయోగిస్తూ రాయగల మూడంకెల సంఖ్యలను రాయండి, ఈ సంఖ్యలు 9 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయో లేదో పరిశీలించండి.**

5. **2,3,5,6,9 అంకెలలో 12345ను నిశ్శేషంగా భాగించే వాటిని రాయండి?**

12345 ను వెనుక నుండి వరుస క్రమంలో రాయగా ఏర్పడిన సంఖ్యను 2,3,5,6,9 లలో ఏవి నిశ్శేషంగా భాగిస్తాయో తెలుపండి.

6. **3,4,5 అంకెలనుపయోగించి రాయవీలగు రెండంకెల సంఖ్యలను రాయండి, ఆ సంఖ్యలు 2,3,5,6 మరియు 9 లచే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయో, లేదో పరిశీలించండి.**

7. ఈ కింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యలలో ఖాళీ స్థలంలో నింపబడే అంకెతో ఏర్పడిన సంఖ్య 3 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడేటట్లు గరిష్ట లేదా కనిష్ట విలువ కల్గిన అంకెలతో పూరించండి.

(i) __ 6724 (ii) 4765__ 2 (iii) 7221__ 5

8. **123 నకు ఏ కనిష్ట సంఖ్యను కూడితే ఏర్పడిన సంఖ్య 5 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది?**

9. **256 నుండి ఏ కనిష్ట సంఖ్యను తీసివేస్తే వచ్చిన సంఖ్య 10చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది?**

3.3 కారణాంకాలు

ప్రస్తుత పాఠ్యాంశంలో 2,3,5,6,9, 10 సంఖ్యల భాజనీయత సూత్రాలను నేర్చుకొన్నాం. ఇప్పుడు 'కారణాంక భావన'ను నేర్చుకొందాం.

దేవి వద్ద 6 నాణాలున్నవి. వాటిని వరుసలలో, ప్రతీ వరుసలోను సమాన సంఖ్యలో నాణాలు ఉండే విధంగా అమర్చాలని అనుకొంది. 6 నాణాలను దేవి అనేక విధాలుగా అమర్చింది. వాటిని పరిశీలిద్దాం.

సందర్భం 1 : ప్రతి నిలువు వరుసలో ఒక నాణెము ఉండే విధంగా అమరిస్తే

నిలువు వరుసల సంఖ్య = 6

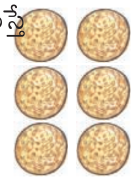
మొత్తం నాణాలు = 1×6 = 6

సందర్భం 2 : ప్రతీ నిలువు వరుసలో రెండేసి నాణాలుండే విధంగా అమరిస్తే

నిలువు వరుసల సంఖ్య = 3

మొత్తం నాణాలు = 2 × 3 = 6

సందర్భం 3 : ప్రతీ నిలువు వరుసలో మూడేసి నాణెములుండే విధంగా అమరిస్తే



నిలువు వరుసల సంఖ్య = 2

మొత్తం నాణాలు = 3×2 = 6

సందర్భం 4 : ప్రతీ నిలువు వరుసలో 6 నాణెములుండే విధంగా అమరిస్తే

నిలువు వరుసల సంఖ్య = 1

మొత్తం నాణాలు = 6 × 1 =6

పైన పేర్కొన్న సందర్భాలలో మాత్రమే 6 నాణాలను అమర్చగలం.

ఈ అమరికల వలన 6ను రెండు సంఖ్యల లబ్ధంగా 6 = 1 × 6, 6 = 2 × 3, 6 = 6 × 1 గా వ్రాయవచ్చని దేవి గమనించింది.

6 = 2 × 3 నుండి 2 మరియు 3 లు 6 ను నిశ్శేషంగా భాగిస్తాయని చెప్పగలం. అందుచే 2, 3లను 6కు కారణాంకాలుగా చెప్పవచ్చు. 6 = 1 × 6 నుండి 6 మరియు 1లను 6 యొక్క కారణంకాలుగా చెప్పవచ్చు.

1, 2, 3, 6 మాత్రమే 6 యొక్క కారణాంకాలు.

"ఒక సంఖ్యను నిశ్శేషంగా భాగించే మరో సంఖ్యను ఆ సంఖ్య యొక్క కారణాంకం" అంటారు.

మరో విధంగా చెప్పాలి అంటే ఒక సంఖ్యను నిశ్శేషంగా భాగించే సంఖ్యలను ఆ సంఖ్య కారణాంకాలుగా చెప్పవచ్చు. ఇచ్చట, 1,2,3, 6, లు 6 యొక్క కారణాంకాలు. అదే విధంగా 1, 19లు 19 యొక్క కారణంకాలు. 5, 16 యొక్క కారణాంకం కాదు. ఎందుచేత ? ఈ కింది పట్టికను పరిశీలించండి.

సంఖ్య	కారణాంకాలు
12	1, 2, 3, 4, 6, 12
18	1, 2, 3, 6, 9, 18
20	1, 2, 4, 5, 10, 20
24	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

పై పట్టికను గమనిస్తే మనం ఈ కింది అంశాలను గమనించవచ్చు.

(i) ప్రతీ సంఖ్యకు '1' కారణాంకం ఇది సంఖ్య యొక్క కారణాంకంలన్నింటిలోనూ చిన్నది.

(ii) ప్రతీ సంఖ్య దానికదే కారణాంకం ఇది ఆ సంఖ్య యొక్క కారణాంకములన్నింటిలో పెద్దది.

(iii) ప్రతీ కారణాంకం ఆ సంఖ్యకు సమానం లేదా ఆ సంఖ్య కంటే చిన్నది.

(iv) ప్రతీ సంఖ్యకు గల కారణాంకాలు పరిమితం. (లెక్కించదగ్గవి).

ఇవి చేయండి.

(i) 80 యొక్క కారణాంకాలు రాయండి?

(ii) ఒక సంఖ్య యొక్క కారణాంకాలన్నీ ఆ సంఖ్యను నిశ్శేషంగా భాగిస్తాయా? 28 యొక్క కారణాంకాలను కనుగొనండి? భాగాహార పద్ధతి ద్వారా సరి చూడండి.

(iii) 15, 24 యొక్క కారణాంకం 3. ఈ సంఖ్యల భేదానికి కూడా 3 కారణాంకం అవుతుందా?

3.4 ప్రధాన సంఖ్యలు, సంయుక్త సంఖ్యలు

కింది పట్టికలో సంఖ్యలు, వాటి కారణాంకాలు ఇవ్వబడ్డాయి. అలాగే ఒక సంఖ్యకు ఎన్ని కారణాంకాలున్నాయో తెలిపే సంఖ్య కూడా ఇవ్వబడింది. పరిశీలించండి.

సంఖ్య	కారణాంకం	కారణాంకాల సంఖ్య
1	1	1
2	1, 2	2*
3	1, 3	2*
4	1, 2, 4	3
5	1, 5	2*
6	1, 2, 3, 6	4
7	1, 7	2*

పై పట్టికలో ఏయే సంఖ్యలు కేవలం రెండు కారణాంకాలను మాత్రమే కల్గియున్నాయి.

2, 3, 5, 7 సంఖ్యలు కేవలం రెండు కారణాంకాలను మాత్రమే కల్గియున్నాయి. (* గుర్తుతో చూపబడినవి).

1 మరియు అదే సంఖ్య వీటికి కారణాంకాలు.

1 మరియు అదే సంఖ్య కారణాంకాలుగా గల్గిన సంఖ్యలను "ప్రధాన సంఖ్యలు" అంటారు.

ఏ సంఖ్యలు రెండు కంటే ఎక్కువ కారణాంకాలు కల్గియున్నవి? 4,6 ... మొదలగు సంఖ్యలు రెండు కంటే ఎక్కువ కారణాంకాలు కల్గియున్నవి. వీటిని **'సంయుక్త సంఖ్యలు'** అంటారు.

10 కంటే పెద్దవైన 5 సంయుక్త సంఖ్యలను తెల్పండి?

ఒకే ఒక కారణాంకం కల్గిన సంఖ్య ఏది?

'1' కేవలము ఒకే ఒక కారణాంకం కల్గియుంది. 1 ప్రధాన సంఖ్య కాదు మరియు సంయుక్త సంఖ్య కాదు.

ప్రయత్నించండి.

1. కనిష్ట ప్రధాన సంఖ్య ఏది?
2. కనిష్ట సంయుక్త సంఖ్య ఏది?
3. కనిష్ట బేసి సంయుక్త సంఖ్య ఏది?
4. సరిసంయుక్త సంఖ్యలు, బేసి సంయుక్త సంఖ్యలను అయిదేసి చొప్పున రాయండి.
5. 1 ప్రధాన సంఖ్య కాదు, సంయుక్త సంఖ్య కాదు. కారణాలు తెలుపండి?

కారణాంకాలను కనుగొనకుండా 1 నుండి 100 వరకు గల ప్రధాన సంఖ్యలను కనుగొనేందుకు ఒక సులభమైన విధానం ఉంది. దీనిని "ఎరటోస్తనీస్" అను గణిత శాస్త్రవేత్త, క్రీస్తు పూర్వం 3వ శతాబ్దంలో కనుగొన్నారు.

ఈ పద్ధతిని పరిశీలిద్దాం. 1 నుండి 100 వరకు గల సంఖ్యలను రాయండి.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

సోపానం 1 : 1 ప్రధాన సంఖ్య మరియు సంయుక్త సంఖ్య కాదు కనుక 1 ను × గుర్తుతో సూచించండి.

సోపానం 2 : 2ను వృత్తంతో సూచించి, 2 యొక్క గుణిజములను (×) గుర్తుతో సూచించండి.

సోపానం 3 : 3ను వృత్తంలో సూచించి, 3 యొక్క గుణిజాలను (×) గుర్తుతో సూచించండి.

సోపానం 4 : 5ను వృత్తంతో సూచించి, 5 యొక్క గుణిజాలను (×) గుర్తుతో సూచించండి. ఒకవేళ ఇప్పటికే (×)తో సూచించి ఉంటే ఆ సంఖ్యను వదిలివేయండి.

సోపానం 5 : ఈ విధానంను అన్ని సంఖ్యలకూ వర్తింపజేస్తూ పూర్తి చేయండి.

వృత్తంలో ఉన్న సంఖ్యలన్నీ ప్రధాన సంఖ్యలు '1' కాకుండా (×) గుర్తుతో చూపబడిన సంఖ్యలు సంయుక్త సంఖ్యలు.

ప్రయత్నించండి.

1. రెండంకెల ఒక ప్రధాన సంఖ్యను తిప్పి రాయగా వచ్చిన సంఖ్య కూడా ప్రధాన సంఖ్యే అవుతుందా! ఊహించండి. (గమనిక : 2 అంకెల సంఖ్యలను తీసుకొని పరిశీలించండి, కారణాలను చర్చించండి).
2. 311 ప్రధాన సంఖ్య. దీనిలో అంకెలను తారు మారు చేసి మరో రెండు ప్రధాన సంఖ్యలను కనుగొనండి.

3.4.1 పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు లేదా సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు

3 మరియు 8 లను పరిశీలించండి.

3 యొక్క కారణాంకాలు 1 మరియు 3

8 యొక్క కారణాంకాలు 1, 2, 4 మరియు 8

3 మరియు 8 యొక్క ఉమ్మడి కారణాంకం '1' మాత్రమే.

'1' మాత్రమే ఉమ్మడి కారణాంకంగా గల సంఖ్యలను పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు లేదా సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు. రెండు జతల సాపేక్ష లేదా పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలను రాయండి. వాటి యొక్క ఉమ్మడి కారణాంకం తెలుపండి.

ఉదాహరణ 1: రెండు సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు 4 మరియు 5లను తీసుకోండి.

ఈ రెండు సంఖ్యలు ప్రధాన సంఖ్యలేనా?

సాధన : లేదు, 4 ప్రధాన సంఖ్య కాదు. 5 మాత్రమే ప్రధాన సంఖ్య.

అందుచే **"అన్ని ప్రధాన సంఖ్యలు సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు. కాని సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలలోని అన్ని సంఖ్యలు ప్రధాన సంఖ్యలు కావు"**

కవల ప్రధాన సంఖ్యలు

2 భేదంగా గల ప్రధాన సంఖ్యలను కవల ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు. ఉదాహరణకు : (3,5) ; (5,7) ; (11,13) ; (41,43) మొదలగునవి.

కవల ప్రధాన సంఖ్యలన్నీ సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలవుతాయా. ఇవి మీ మిత్రులతో చర్చించండి.

ఇవి చేయండి.

ఈ క్రింద ఇయ్యబడిన సంఖ్యలలో వివిధ సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యల జతలను గుర్తించండి.

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 మరియు 10

అభ్యాసము 3.2

1. **ఈ కింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యలకు కారణాంకాలన్నింటిని రాయండి.**

   i) 36 ii) 23 iii) 96 iv) 115

2. **ఈ కింది వాటిలో సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలేవి?**

   i) 18 మరియు 35 ii) 216 మరియు 215

   iii) 30 మరియు 415 iv) 17 మరియు 68

3. 1 మరియు 20 మధ్యలోనున్న గరిష్ట ప్రధాన సంఖ్య ఏది?
4. 10 మరియు 30 మధ్యలో నున్న ప్రధాన మరియు సంయుక్త సంఖ్యలను తెల్పండి.
5. 17 మరియు 71 ప్రధాన సంఖ్యలు. రెండు సంఖ్యలు ఒకే అంకెలైన 1 మరియు 7లను కల్గియున్నవి. 1 మరియు 100ల మధ్య నున్న ఈ విధమైన మరో రెండు జతల ప్రధాన సంఖ్యలను తెల్పండి.
6. 20 కంటే తక్కువగా ఉన్న మూడు జతల కవల ప్రధాన సంఖ్యలను రాయండి.
7. రెండు ప్రధాన సంఖ్యల లబ్ధము 35 అయిన ఆ సంఖ్యలేవి?
8. 36ను రెండు ప్రధాన సంఖ్యల మొత్తంగా తెల్పండి.
9. 100 లోపుగల 7 వరుస సంయుక్త సంఖ్యలను రాయండి.
10. 53ను మూడు బేసి ప్రధాన సంఖ్యల మొత్తంగా రాయండి.
11. వ్యత్యాసం 10గా గల రెండు ప్రధాన సంఖ్యలను తెల్పండి?
12. 20 కంటే తక్కువగా ఉండి వాటి మొత్తం 5 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడే విధంగా ఉన్న మూడు జతల ప్రధాన సంఖ్యలను రాయండి?

3.5 ప్రధాన కారణాంక విభజన

ఏ సంఖ్యనైనా అయిన దాని కారణాంకాల లబ్ధంగా రాస్తే ఆ 'సంఖ్య యొక్క కారణాంక విభజన జరిగింది' అని అంటారు. సంఖ్య యొక్క కారణాంకాలు కనుగొనే ప్రక్రియను "కారణాంక విభజన" అంటారు.

ఒక సంఖ్య యొక్క కారణాంక విభజన అనేక విధాలుగా చేయవచ్చు. ఉదాహరణకు 24ను ఈ కింది విధంగా కారణాంకాల లబ్ధంగా రాయవచ్చు.

(i) $24 = 1 \times 24$ (ii) $24 = 2 \times 12$ (iii) $24 = 3 \times 8$

(iv) $24 = 4 \times 6$ (v) $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

(ii), (iii) లబ్ధములలో ఒక కారణాంకం ప్రధాన సంఖ్య, మరొకటి సంయుక్త సంఖ్య. (iv) కారణాంకాల లబ్ధంలో రెండు కారణాంకాలు సంయుక్త సంఖ్యలు అదే విధంగా (v) కారణాంకాల లబ్ధంలో అన్ని కారణాంకాలు ప్రధాన సంఖ్యలు. (i) కారణాంకాల లబ్ధంలో ఒకటి సంయుక్త సంఖ్య.

(v) కారణాంకాల లబ్ధంలో అన్ని కారణాంకాలు ప్రధాన సంఖ్యలు కనుక ఈ పద్ధతిని **"ప్రధాన కారణాంక విభజన"** అంటారు.

ప్రధాన కారణాంక విభజనలోని కారణాంకాలను మరలా కారణాంక లబ్ధంగా విభజనను చేయలేము.

3.5.1 ప్రధాన కారణాంక విభజన పద్ధతి

1. ***భాగహార పద్ధతి :*** 42 యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజన పద్ధతిలో సోపానాలు ఈ కింది విధంగా ఉన్నాయి.

2	42
3	21
7	7
	1

కారణాంక విభజన చేయాల్సిన సంఖ్యను కనిష్ఠ ప్రధాన కారణాంకంచే భాగహారము చేయాలి.

ఫలితము 1 వచ్చేంత వరకు వివిధ ప్రధాన సంఖ్యలతో వరుసగా భాగహారములను కొనసాగించాలి.

$42 = 2 \times 3 \times 7$

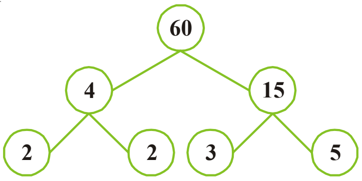
2. ***వృక్ష పద్ధతి :*** 60 యొక్క కారణాంకాలను ప్రధాన కారణాంక విభజన పద్ధతిలో 'కారణాంక వృక్షము'ను గీయడం ద్వారా చేయవచ్చు.

ఈ పద్ధతిలో సోపానములు :

సోపానం 1 : 60ను రెండు సంఖ్యల లబ్ధంగా రాయండి.

సోపానం 2 : 4 మరియు 15 ల యొక్క కారణాంక విభజన చేయాలి. ఎందుకంటే 4 మరియు 15లు సంయుక్త సంఖ్యలు.

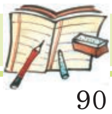
సోపానం 3 : అన్ని కారణాంకాలు కూడా ప్రధాన సంఖ్యలే వచ్చేంత వరకు ఈ పద్ధతిని కొనసాగించాలి.



60 యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజన $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$

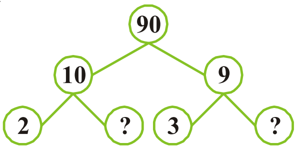
ఇవి చేయండి.

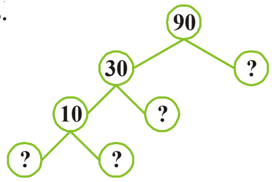
1. భాగహార పద్ధతినుపయోగించి 28 మరియు 36 యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలను కనుగొనండి.
2. కారణాంక వృక్షము ద్వారా 42 యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలను కనుగొనండి.



అభ్యాసం 3.3

1. 90 యొక్క కారణాంక వృక్షంలో లోపించిన సంఖ్యలను రాయండి.





2. భాగహార పద్ధతిలో 84ను ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధంగా తెల్పండి?

3. నాలుగు అంకెల గరిష్ట సంఖ్యను రాసి, దానిని ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధంగా వ్రాయండి.

4. నేను నాలుగు విభిన్న ప్రధాన సంఖ్యలను గుణిస్తే వచ్చే కనిష్ఠ సంఖ్యను. నేనెవరిని? ఎలాగో తెల్పండి?

3.6 సామాన్య కారణాంకాలు

ఈ కింది పట్టికను పరిశీలించండి.

సంఖ్య	12	18
కారణాంకాలు	1, 2, 3, 4, 6, 12	1, 2, 3, 6, 9, 18

12, 18 యొక్క సామాన్య కారణాంకాలు 1,2,3, 6 (ఇవి కాకుండా రెండింటికి ఇతర కారణాంకాలు ఏవైనా ఉన్నాయా? పట్టికలో పరిశీలించండి).

ఇచ్చిన సంఖ్యల కారణాంకాలలో ఉమ్మడిగా ఉన్న కారణాంకాలను ఆ రెండు సంఖ్యల "సామాన్య కారణాంకాలు" అంటారు.

20 మరియు 24 యొక్క సామాన్య కారణాంకాలను తెలుపండి.

3.6.1 గరిష్ట సామాన్య కారణాంకం : (గ.సా.కా)

పై పట్టిక నుండి 12 మరియు 18 యొక్క సామాన్య కారణాంకాలు 1,2,3, 6, మరియు ఈ కారణాంకాలలో గరిష్ట కారణాంకం ఏది? 6 కదా! అందుచే 12, 18 యొక్క గరిష్ట సామాన్య కారణాంకం 6.

రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యల యొక్క సామాన్య కారణాంకాలలో గరిష్ట సంఖ్యను గరిష్ట సామాన్య కారణాంకం (గ.సా.కా) లేదా గరిష్ట సామాన్య భాజకము (గ.సా.భా) అంటారు.

3.6.2 గ.సా.కాను కనుగొనే పద్ధతి

1. ప్రధాన కారణాంక విభజన పద్ధతి

12, 30, 36 సంఖ్యల యొక్క గ.సా.కా ను ప్రధాన కారణాంక విభజన పద్ధతి ద్వారా కనుగొనవచ్చు.

2	12
2	6
3	3
	1

2	30
3	15
5	5
	1

3	36
3	12
2	4
2	2
	1

కనుక $12 = \boxed{2} \times \boxed{3} \times 2$

$30 = \boxed{2} \times \boxed{3} \times 5$

$36 = \boxed{2} \times \boxed{3} \times 2 \times 3$

12, 30, 36 ల యొక్క సామాన్య కారణాంకం = 2×3=6

అందుచే 12, 30, 36 ల యొక్క గరిష్ట సామాన్య కారణాంకం (గ.సా.కా) = 6

ఇవి చేయండి

12,16 మరియు 28 యొక్క గ.సా.కా ను కనుగొనండి.

2. **భాగహార పద్ధతి ద్వారా గ.సా.కా ను కనుగొనుట.**

ఈ పద్ధతిని గ్రీకు గణిత శాస్త్రవేత్త 'యూక్లిడ్' కనుగొన్నారు. ఇచ్చిన సంఖ్యలలోని పెద్ద సంఖ్యను, చిన్న సంఖ్యచే భాగించాలి. వచ్చిన శేషంతో మొదటి విభాజకంను భాగించాలి. రెండవ శేషంతో రెండవ విభాజకాన్ని భాగించాలి. ఈ విధంగా శేషం 0 వచ్చేంత వరకు భాగాహారం చేయాలి. చివరి విభాజకంను గరిష్ఠ సామాన్య కారణాంకంగా పరిగణిస్తారు.

ఉదాహరణ 2 : 56 మరియు 64 యొక్క గ.సా.కాను కనుగొనుము.

సాధన :

56) 64 (1
-56
8

చివరి విభాజకం 8) 56 (7
-56
శేషం 0

చివరి విభాజకం 8, శేషం 0

అందుచే 56 మరియు 64 యొక్క గ.సా.కా 8

ఉదాహరణ3 : 40,56 మరియు 60 యొక్క గ.సా.కాను కనుగొనుము.

సమస్య సాధన :

సోపానము 1 : మొదటగా ఏవైనా రెండు సంఖ్యల గ.సా.కాను కనుగొనాలి.

40, 56 ల యొక్క గ.సా.కా ను కనుగొందాం.

40) 56 (1
-40
శేషం 16) 40 (2
-32
చివరి విభాజకం 8)16 (2
16
శేషం 0

40,56 ల యొక్క గ.సా.కా 8

సోపానం 2 : ఇప్పుడు మూడవ సంఖ్యతో మొదటి రెండు సంఖ్యల యొక్క గ.సా.కా, తో తిరిగి గ.సా.కా ను కనుగొనాలి అంటే 60 మరియు 8 ల యొక్క గ.సా.కాను కనుగొనాలి. 8 < 60 కాబట్టి

8) 60 (7
-56
చివరి విభాజకం 4) 8 (2
-8
శేషం 0

8 మరియు 60 ల యొక్క గ.సా.కా 4

సోపానం 3 : ఇచ్చిన మూడు సంఖ్యల యొక్క గ.సా.కా 4

అనగా 40,56 మరియు 60 ల యొక్క గ.సా.కా 4

ఇవి చేయండి

28,35 మరియు 49 ల యొక్క గ.సా.కాను కనుక్కోండి.

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

(i) రెండు వరుస సంఖ్యలు (ii) రెండు వరుస సరిసంఖ్యలు

(iii) రెండు వరుస బేసి సంఖ్యలు ఎన్నుకొని వాటి గ.సా.కాను కనుక్కొండి.

మీరు ఏమి గమనించారు? మీ స్నేహితులతో చర్చించండి.

ఉదాహరణ 4 : రెండు ట్యాంకర్లలో వరుసగా 850 లీటర్లు, మరియు 680 లీటర్ల కిరోసిన్ ఉన్నది. రెండు ట్యాంకర్లలో ఉన్న కిరోసిన్‌ను కొలవగలిగే గరిష్ట సామర్థ్యం గల కొల పాత్ర యొక్క సామర్థ్యం ఎంత?

సాధన : రెండు ట్యాంకర్లలో ఉన్న కిరోసిన్‌ను కొలవగలిగే పాత్ర సామర్థ్యం ట్యాంకర్ల సామర్థ్యమును ఖచ్చితంగా భాగించే విభాజకము కావాలి. ఈ సామర్థ్యం (విభాజకం) గరిష్టంగా ఉండాలి. అనగా కొలత పాత్ర యొక్క గరిష్ట సామర్థ్యం 850, 680 ల యొక్క గ.సా.కా కావాలి. 850, 680 ల యొక్క గ.సా.కా170.

అందుచే రెండు ట్యాంకర్లలోని కిరోసిన్‌ను కొలవగలిగే పాత్ర యొక్క గరిష్ట సామర్థ్యం 170 లీటర్లు. మొదటి ట్యాంకర్‌లోని కిరోసిన్‌ను 5 సార్లు రెండవ ట్యాంకర్‌లోని కిరోసిన్ 4 సార్లు కొలవ గల్గుతుంది.

అభ్యాసం 3.4

1. ఈ కింది సంఖ్యల యొక్క గ.సా.కా ప్రధాన కారణాంక విభజన పద్ధతి మరియు భాగహార పద్ధతి ద్వారా కనుగొనుము.

i) 18, 27, 36 ii) 106, 159, 265

iii) 10, 35, 40 iv) 32, 64, 96, 128

2. 504, 792 మరియు 1080 ల యొక్క ఉమ్మడి కారణాంకాలలో గరిష్ట సంఖ్యను కనుక్కోండి.

3. ఒక గది యొక్క కొలతలు వరుసగా పొడవు 12 మీ., వెడల్పు 15 మీ. మరియు ఎత్తు 18మీ. గది యొక్క కొలతలన్నింటిని ఖచ్చితంగా కొలవగలిగే టేపు యొక్క గరిష్ట పొడవును కనుక్కోండి.

4. పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు 4 మరియు 15 యొక్క గ.సా.కాను ఈ కింది విధంగా కనుగొనవచ్చు.

$4 = 2 \times 2$ మరియు $15 = 3 \times 5$

రెండింటికి సామాన్య ప్రధాన కారణాంకంలు లేవు. అందుచే 4 మరియు 15 ల యొక్క గ.సా.కా '0'. ఈ సమాధానం సరియైనదేనా? సరైనది కానిచో, సరైన గ.సా.కాను తెల్పండి?

5. మూడు రకాల నూనెలు 32 లీటర్లు, 24 లీటర్లు, 48 లీటర్లు యున్నాయి. మూడింటిని ఖచ్చితంగా కొలవడానికి కావలసిన కొలత పాత్ర యొక్క గరిష్ట ఘన పరిమాణం ఎంత?

3.7 సామాన్య గుణిజాలు

4 మరియు 6 యొక్క గుణిజాలు

4 యొక్క గుణిజాలు = 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, ..., ..., ...

6 యొక్క గుణిజాలు = 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, ..., ..., ...

4 మరియు 6 యొక్క సామాన్య గుణిజాలు = 12, 24, 36, ..., ..., ...

3.7.1 కనిష్ట సామాన్య గుణిజం : (క.సా.గు)

4 మరియు 6 యొక్క సామాన్య గుణిజాలు = 12, 24, 36, ..., ..., ...

కనిష్ట సామాన్య గుణిజం = 12

అనగా సామాన్య గుణిజాలలో కనిష్ట సంఖ్య = 12

$\therefore$ 4 మరియు 6 యొక్క కనిష్ట సామాన్య గుణిజం (క.సా.గు) = 12

ఉదాహరణ 5 : రెండు గంటలు మ్రోగుతున్నాయి. మొదటి గంట ప్రతీ 3 నిమిషాలకు రెండవ గంట ప్రతీ 4 నిమిషాలకు మ్రోగుతున్నాయి. ఎప్పుడు రెండు గంటలు కలసి ఒకేసారి మ్రోగుతాయి?

సాధన : మొదటి గంట ప్రతీ 3 నిమిషాల కొకసారి మ్రోగుతుంది.

అనగా మొదటి గంట 3 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, ..., ... (3యొక్క గుణిజాలు) నిమిషాల కొకసారి మ్రోగుతుంది. రెండవ గంట ప్రతీ 4 నిమిషాల కొకసారి మ్రోగుతుంది.

అనగా రెండవ గంట 4 8, 12, 16, 20, 24, ... (4 యొక్క గుణిజాలు) నిమిషాల కొకసారి మ్రోగుతుంది.

రెండు గంటలు కలిసి 12 నిమిషాలు, 24 నిమిషాలు,............... (3 మరియు 4 యొక్క ఉమ్మడి గుణిజాలు)కు మ్రోగుతాయి. పై రెండింటిలో కనిష్ట విలువ (క.సా.గు) = 12 నిమిషాలు

కాబట్టి రెండు గంటలు మరలా 12 నిమిషాల తర్వాత ఒకేసారి మ్రోగుతాయి.

అందుచే కసాగు ను ఈ కింది విధంగా చెప్పవచ్చు.

రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యల గుణిజాలలో కనిష్ట ఉమ్మడి గుణిజమును ఆ సంఖ్యల "కనిష్ట సామాన్య గుణిజము" అంటారు.

ప్రతీసారి అన్ని సంఖ్యల గుణిజాలు రాయడానికి బదులుగా కనిష్ట ఉమ్మడి గుణిజంను గుర్తించి క.సా.గు గా రాయాలి.

3.7.2 క.సా.గు ను కనుగొనే విధానం

1. ప్రధాన కారణాంకాల పద్ధతిలో క.సా.గు

36 మరియు 60 సంఖ్యల యొక్క క.సా.గును ప్రధాన కారణాంక లబ్ధం పద్ధతిలో సాధించే విధానంను పరిశీలిద్దాం.

సోపానం 1 : ఇచ్చిన సంఖ్యలు 36 మరియు 60 లను ప్రధాన సంఖ్యల లబ్ధముగా రాయాలి.

36 యొక్క కారణాంకంలు $= \boxed{2} \times \boxed{2} \times \boxed{3} \times 3$

60 యొక్క కారణాంకంలు $= \boxed{2} \times \boxed{2} \times \boxed{3} \times 5$

సోపానం 2 : రెండింటి యొక్క ఉమ్మడి కారణాంకాలను తీసుకోవాలి 2×2×3

సోపానం 3 : రెండింటిలో మిగిలిన కారణాంకాలను తీసుకోవాలి 3 మరియు 5

సోపానం 4 : రెండు సంఖ్యల యొక్క ఉమ్మడి కారణాంకాలు, మిగిలిన కారణాంకాల లబ్దంను క.సా.గు గా తీసుకోవాలి.

అనగా 36 మరియు 60 యొక్క క.సా.గు $= (2 \times 2 \times 3) \times 3 \times 5 = 180$

ప్రయత్నించండి

1. ఈ కింది వాటి క.సా.గు కనుక్కోండి.

i) 3, 4 ii) 10, 11 iii) 5, 6, 7 iv) 10, 30 v) 4, 12, 24 vi) 3, 12

పై ఫలితాల నుండి మీరు ఏమి గమనించారు?

"ఇచ్చిన రెండు సంఖ్యలలో మొదటి సంఖ్య రెండవ దాని గుణిజమైతే ఆ సంఖ్యల క.సా.గు మొదటి సంఖ్య అవుతుంది."

2. భాగహార పద్ధతిలో క.సా.గు

24 మరియు 90 ల క.సా.గు ను కనుక్కోండి.

సోపానం 1 : ఇచ్చిన సంఖ్యలను ఒక అడ్డు వరుసలో అమర్చండి.

సోపానం 2 : కనీసం రెండు సంఖ్యలను భాగించ గల ప్రధాన సంఖ్యతో భాగించాలి. భాగింపబడని సంఖ్యను కిందికి అలాగే తీసుకోవాలి.

2	24, 90
3	12, 45
	4, 15

సోపానం 3 : అలాగే ప్రధాన సంఖ్యలతో భాగిస్తూ, చివరి వరకు 1 మాత్రమే సామాన్య కారణాంకంగా ఉండే వరకు భాగహారం కొనసాగించాలి.

సోపానం 4 : భాజకములు మరియు చివరగా మిగిలిన సంఖ్యల లబ్ధం ఇచ్చిన సంఖ్యల క.సా.గు

కావున క.సాగు = $2 \times 3 \times 4 \times 15 = 360$

ఉదాహరణ 6 : 21,35, 42 ల క.సా.గు కనుక్కోండి.

సాధన :

7	21, 35, 42
3	3, 5, 6
	1, 5, 2

21,35, 42 ల క.సా.గు = $7 \times 3 \times 5 \times 2 = 210$

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి.

ఏ సందర్భంలో రెండు లేదా అంత కంటే ఎక్కువ సంఖ్యల క.సా.గు ఆ సంఖ్యల లబ్ధము అవుతుంది.

అభ్యాసం 3.5

1. ఈ కింది సంఖ్యల క.సా.గు ప్రధాన కారణాంక లబ్ధం పద్ధతి ఉపయోగించి కనుగొనండి?

   i) 12, 15   ii) 15, 25   iii) 14, 21

   iv) 18, 27   v) 48, 56, 72   vi) 26, 14, 91.

2. ఈ కింది సంఖ్యల క.సా.గు ను భాగహార పద్ధతిలో కనుగొనండి.

   i) 84, 112, 196   ii) 102, 119, 153   iii) 45, 99, 132, 165

3. ఏ కనిష్ట సంఖ్యకు 5ను కూడిన ఆ సంఖ్య 12, 14 మరియు 18ల చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది?

4. ఏ గరిష్ట మూడంకెల సంఖ్యను 75,45 మరియు 60 లచే భాగిస్తే

   i) శేషం సున్న వస్తుంది?   ii) శేషం ప్రతి సందర్భంలో 4 వచ్చును?

5. మూడు టేపులు 64 సెం.మీ, 72 సెం.మీ, 96 సెం.మీ కొలతలు కల్గియున్నాయి. ఏ కనిష్ట కొలతను మూడు టేపులు ఖచ్చితంగా కొలవగలవు.

6. ప్రసాదు, రాజు మార్కెట్‌లో ఈ నెల మొదటి తారీఖున కలిశారు. ప్రసాదు మూడు రోజులకొకసారి, రాజు నాలుగు రోజుల కొకసారి మార్కెట్‌కు వెళ్తారు. ఏ రోజున మరల ప్రసాదు, రాజు మార్కెట్‌లో కలుసుకొంటారు?

3.8 క.సా.గు మరియు గ.సా.భా. ల మధ్య సంబంధం

18 మరియు 27లను తీసుకొందాం.

18 ని ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధంగా వ్రాయగా = $2 \times 3 \times 3$

27 = $3 \times 3 \times 3$

18 మరియు 27ల క.సా.గు = $3 \times 3 \times 3 \times 2 = 54$

18 మరియు 27 ల గ.సా.భా = $3 \times 3 = 9$

క.సా.గు × గ.సా.భా = $54 \times 9 = 486$

18, 27 ల లబ్ధం = $18 \times 27 = 486$

మీరు ఏమి గమనించారు?

రెండు సంఖ్యల లబ్ధం, వాటి క.సా.గు, గ.సా.భా. ల లబ్ధంనకు సమానం.

ఉదాహరణ 7 : 8 మరియు 12 ల యొక్క క.సా.గు కనుగొనండి. క.సాగు, గ.సా.భాల మధ్య గల సంబంధం ఉపయోగించి గ.సా.భా కనుక్కోండి.

సాధన : 8, 12 యొక్క క.సాగు = $2 \times 3 \times 4$ = 24

4	8, 12
	2, 3

క.సా.గు. × గ.సా.భా. = ఆ రెండు సంఖ్యల లబ్ధం అని మనకు తెలుసు

$$\text{గ.సా.భా.} = \frac{\text{రెండు సంఖ్యల లబ్ధం}}{\text{క.సా.గు.}}$$

$$= \frac{8 \times 12}{24} = 4$$

కావున, 8 మరియు 12 ల గ.సా.భా = 4

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

1. రెండు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యల క.సా.గు, మరియు గ.సా.భాలను కనుగొనండి
2. ఏవేని రెండు సంఖ్యల యొక్క క.సా.గు మరియు గ.సా.భాల మధ్య సంబంధాన్ని వ్యాఖ్యానించండి.

అభ్యాసం 3.6

1. **ఈ కింది సంఖ్యల క.సాగు, గ.సా.భాలను కనుక్కోండి?**

   i) 15, 24 ii) 8, 25 iii) 12, 48

   వాటి మధ్య సంబంధంను సరిచూడండి.

2. రెండు సంఖ్యల యొక్క క.సా.గు 216 మరియు వాటి లబ్ధం 7776 అయిన వాటి గ.సా.భా ఎంత?

3. రెండు సంఖ్యల లబ్ధం 3276. వాటి గ.సా.భా 6 అయిన క.సా.గు ఎంత?

4. రెండు సంఖ్యల గ.సా.భా 6 మరియు క.సా.గు 36. ఆ సంఖ్యలలో ఒక సంఖ్య 12 అయిన రెండవ సంఖ్య ఎంత?

3.9 4,8 మరియు 11 యొక్క భాజనీయతా సూత్రాలు

మనము 2,3,5,6,9, 10 యొక్క భాజనీయతా సూత్రాలను నేర్చుకొన్నాం. ఇప్పుడు 4,8, మరియు 11 ల యొక్క భాజనీయతా సూత్రాలను కనుగొందాం.

3.9.1 4 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

ఈ కింది అమరికను గమనించండి.

సంఖ్య	ఇలా రాస్తే	4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా?
100	100	అవును
600	6×100	అవును
1000	10×100	అవును
10000	100×100	అవును
100000	1000×100	అవును

పై పట్టికను గమనిస్తే, 100, 4చే భాగింపబడుతుంది ($100= 25\times4$) మరియు 600,1000,10000,100000 సంఖ్యలు 100 యొక్క గుణిజాలుగా వ్యక్తపరచబడినవి. అందుచే ఈ సంఖ్యలన్నియూ 4చే భాగింపబడతాయి.

సరిసంఖ్యలన్నియూ 2చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయని మనకు తెలుసు.

సరి సంఖ్యలన్నియూ 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయా?

ఈ కింది వాటిని గమనించండి.

126 సరిసంఖ్య, 2చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

126ను $126 = 100+26$ గా రాయవచ్చు.

మీకు తెలుసు 100, 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందని, కాని 26, 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడదు.

అందుచే సరిసంఖ్యలన్నియూ 4చే భాగింపబడునని చెప్పలేము.

అదే విధంగా బేసిసంఖ్యలన్ని 4చే భాగింపబడవు.

కనుక మనం అన్ని సంఖ్యలకు వర్తించే విధంగా 4 యొక్క భాజనీయతా సూత్రాన్ని కింద ఇవ్వబడిన ఉదాహరణలను పరిశీలించి తెలుసుకుందాం.

ఉదాహరణ గా 76532ను పరిశీలిద్దాం!

$76532 = 70000 + 6000 + 500 + 30 + 2$ గా రాయవచ్చు.

100 యొక్క గుణిజాలు 100, 1000, 10000 లు 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయి. అందుచే వాటిని ప్రతీసారి 4చే భాగింపబడునా?లేదా? అని పరిశీలించవలసిన అవసరము లేదు. అందుచే సంఖ్య యొక్క చివరి రెండు అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్య అనగా 32 ను పరిశీలిస్తే సరిపోతుంది. 32, 4 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా? మనకు తెలుసు 32, 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది. ($32 = 4\times8$)

అందుచే 76532, 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

ఉదాహరణ 8 : 56496, 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా? పరిశీలించండి.

సాధన : 56496 = 50000 + 6000 + 400 + 96

50000,6000,400 సంఖ్యలు 100 యొక్క గుణిజాలు. ఈ సంఖ్యలు 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయి.

మనం 96, (చివరి రెండు అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్య) 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా? లేదా? అన్నదానిని పరిశీలించాలి.

96 = 4×24 కనుక 96, 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

"ఒక సంఖ్య యొక్క చివరి రెండు అంకెలతో (ఒకట్ల,పదుల స్థానములోని) ఏర్పడిన సంఖ్య 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడితే ఆ సంఖ్య 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది."

గమనిక : పై నియమం 100 కంటే పెద్దసంఖ్యలకు వర్తిస్తుంది, చిన్నసంఖ్యలకు భాగాహార పద్ధతిలో భాజనీయతను పరిశీలించవచ్చు.

ఇవి చేయండి

1. 100000, 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా? ఎందుచేత?
2. 2చే భాగింపబడి, 4చే భాగింపబడని రెండంకెల సంఖ్యలకు ఉదాహరణలిమ్ము.

3.9.2 8 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

4 యొక్క భాజనీయతా సూత్రాలను నేర్చుకొన్నాం. సంఖ్యను విస్తరించి దాని ఆధారంగా పరిశీలించాము. 10, 4యొక్క గుణిజం కాదు. అందుచే 100ను తీసుకొని 100 కంటే పెద్దవైన సంఖ్యలను 100 యొక్క గుణిజాలుగా వ్యక్తపరిచాం. అందుచే చివరి రెండంకెల సంఖ్య 4చే భాగింపబడితే ఆ సంఖ్య 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది. అదే విధంగా 10, 8 యొక్క గుణిజం కాదు. 100ను గూర్చి ఆలోచిద్దాం.

8చే 100, నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా? భాగించబడదు.

1000, 8చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా? అవును.

మనకు తెలుసు 1000 కంటే పెద్ద సంఖ్యను 1000 యొక్క గుణిజం గాను లేదా 1000 గుణిజంనకు కొంత మొత్తం ఎక్కువగాను చూప గల్గుతాం.

ఉదాహరణకు 4825 = 4×1000+825

అందుచే చివరి మూడు అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్య 8 చే భాగింపబడితే, ఆ సంఖ్య 8చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

ఉదాహరణ 9 : 93624, 8 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా? పరిశీలించండి.

సాధన : 93624 = 90000 + 3000 + 600 + 20 + 4

1000, 8 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందని మనకు తెలుసు. కదా!

అదే విధంగా 90000 మరియు 3000, 1000 యొక్క గుణిజాలు కాబట్టి

ఈ రెండు సంఖ్యలు కూడ 8చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయి.

అందుచే 8 యొక్క భాజనీయతను పరిశీలించాలంటే ఒక సంఖ్య యొక్క చివరి మూడు అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్యను పరిశీలిస్తే సరిపోతుంది.

"4 లేదా అంతకంటే ఎక్కువ అంకెలు గల సంఖ్య యొక్క వందలు, పదులు, ఒకట్లస్థానములోని అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్య 8 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడినచో ఇచ్చిన సంఖ్య 4 చే కూడా నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది."

ఇవి చేయండి.

1. 76104, 8 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా?
2. 100 మరియు 200 ల మధ్య గల సంఖ్యలలో 8చే భాగింపబడే సంఖ్యలను రాయండి.

3.9.3 11 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

ఈ కింది పట్టికలోని ఖాళీలను పూరించండి

సంఖ్య	బేసి స్థానాలలోని అంకెల మొత్తం (కుడివైపు నుండి)	సరిస్థానాలలోని అంకెల మొత్తం (కుడివైపు నుండి)	తేడా	ఇచ్చిన సంఖ్య 11 చే భాగింపబడుతుందా?
29843				
90002				
80927				
19091908	8+9+9+9=35	0+1+0+1=2	35-2=33	అవును
83568				

పై పట్టిక నుండి ఏమి గమనించారు?

ప్రతి సందర్భంలో ఈ తేడా '0' లేదా 11 యొక్క గుణిజము. అందుచే ఈ సంఖ్యలన్నియూ 11 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయి.

కాని 83568 లో తేడా 12 అందుచే 83568, 11 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడదు.

ఒక సహజసంఖ్యలో కుడి నుండి ఎడమవైపుకుపోతూ అంకె వదిలి అంకెను తీసుకొని ఆ అంకెల మొత్తం కనుగొనాలి. తర్వాత వదిలి వేసిన అంకెల మొత్తంను కనుగొనాలి. ఈ మొత్తాల భేదం 11 చే భాగించబడితే ఆ సంఖ్య 11 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

ఉదాహరణ 10 : 11 చే 6535, నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా?

సాధన : 6535 లో బేసి స్థానాలలోని అంకెల మొత్తం = 5+5 = 10

సరిస్థానములలోని అంకెల మొత్తం = 3+6 = 9

రెండు మొత్తాల మధ్య తేడా = 10−9 = 1

1, 11 చే భాగింపబడుతుందా? లేదు

అందుచేత 6535, 11 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడదు.

ఉదాహరణ 11 : 1221, 11 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుందా?

సాధన : 1221 లో బేసిస్థానంలోని అంకెల మొత్తం = 1+2 = 3

సరిస్థానంలోని అంకెల మొత్తం = 2+1 = 3

రెండు మొత్తంల మధ్య తేడా = 3−3 = 0

అందుచే 1221, 11 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

ప్రయత్నించండి.

1221 అనునది "ద్విముఖ సంఖ్య" (పాలిన్ డ్రోమ్ సంఖ్యలు) ద్విముఖ సంఖ్య అనగా ఏ వైపు నుండి అనగా కుడి నుండి ఎడమ వైపు లేదా ఎడమ నుండి కుడివైపు మార్చి వ్రాయగ సంఖ్య మారదు.

అందుచే ప్రతీ సరి అంకెలు గల్గిన ద్విముఖ సంఖ్య, 11చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది.

6 అంకెల ద్విముఖ సంఖ్యను రాయండి.

అభ్యాసం 3.7

1. ఈ కింది వానిలో 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడే సంఖ్యలేవి?

i) 572 ii) 21,084 iii) 14,560

iv) 1,700 v) 2,150

2. ఈ కింది సంఖ్యలు 8 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయా? పరీక్షించండి.

i) 9774 ii) 5,31,048 iii) 5500

iv) 6136 v) 4152

3. ఈ కింది సంఖ్యలు 11 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడతాయా? సరిచూడుము?

i) 859484 ii) 10824 iii) 20801

4. ఈ కింది సంఖ్యలలో ఏ సంఖ్యలు 4 మరియు 8ల చే భాగింపబడతాయి?

i) 2104 ii) 726352 iii) 1800

5. 289279 సంఖ్యకు ఏ కనిష్ట సంఖ్యను కూడిన 8చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది?

6. 1965 సంఖ్య నుండి ఏ కనిష్ట సంఖ్యను తీసివేస్తే 4 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది?

7. 1000, 1100 ల మధ్య గల సంఖ్యలలో 11 చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడే సంఖ్యలను రాయండి.

8. 1240 నకు సమీపంలో గల 11 యొక్క గుణిజంను రాయండి?

9. 105 నకు దగ్గరగా ఉన్న సంఖ్యలలో ఏ సంఖ్య 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడుతుంది?

మనం నేర్చుకొన్నవి

1. గుణిజాలు, కారణాంకాలు, భాజకాలను గూర్చి నేర్చుకొన్నాం. ఇచ్చిన సంఖ్యలలో కారణాంకాలు, గుణిజాలను ఎంపిక చేయడం నేర్చుకొన్నాం.

2. ఈ కింది అంశాలను కనుగొని, నేర్చుకొన్నాం.

   i) ప్రతి సంఖ్య దానికదే కారణాంకం మరియు 1 ప్రతి సంఖ్యకు కారణాంకం.

   ii) ఒక సంఖ్యను నిశ్శేషంగా భాగించే సంఖ్య ఆ సంఖ్యకు కారణాంకం.

   iii) ఒక సంఖ్య యొక్క ప్రతి కారణాంకం ఆ సంఖ్యకు సమానంగా గాని లేదా తక్కువగా గాని ఉంటుంది.

   iv) ప్రతి సంఖ్య దాని కారణాంకానికి గుణిజం.

   v) సంఖ్య యొక్క ప్రతి గుణిజం ఆ సంఖ్యకు సమానంగా గాని లేదా అంతకంటే ఎక్కువగా గాని ఉంటుంది.

   vi) ప్రతి సంఖ్య దానికదే ఒక గుణిజం.

3. i) 1 తప్ప, మిగిలిన సంఖ్యలలో 1 మరియు అదే సంఖ్య కారణాంకంగా గల సంఖ్యలను ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు. రెండు కంటే ఎక్కువ కారణాంకాలను కల్గిన సంఖ్యలను సంయుక్త సంఖ్యలు అంటారు. 1 ప్రధాన సంఖ్య కాదు, సంయుక్త సంఖ్య కాదు.

ii) 2 కనిష్ట ప్రధానసంఖ్య 2 సరి ప్రధాన సంఖ్య. 2 మినహా మిగిలిన అన్ని ప్రధాన సంఖ్యలు బేసిసంఖ్యలే.

iii) '1' మాత్రమే ఉమ్మడి కారణాంకంగా గల్గిన సంఖ్యలను పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు లేదా సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు.

iv) ఒక సంఖ్యను మరో సంఖ్య నిశ్శేషంగా భాగిస్తే రెండోసంఖ్య కారణాంకాలన్నీ మొదటి సంఖ్యకు కూడా కారణంకాలు.

v) ఒక సంఖ్య రెండు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలచే భాగింపబడితే, వాటి లబ్దంతో కూడా ఆ సంఖ్య భాగింపబడుతుంది.

4. 2,3,4,5,8,9,11 ల యొక్క భాజనీయతా సూత్రాలను గూర్చి నేర్చుకొన్నాము.

i) సంఖ్య చివరి అంకె అనగా ఒకట్ల స్థానములోని అంకెను పరిశీలించి 2,5,10 యొక్క భాజనీయతను చెప్పవచ్చు.

ii) సంఖ్యలోని అంకెల మొత్తంను కనుగొని 3,9 యొక్క భాజనీయతను చెప్పవచ్చు.

iii) సంఖ్యలోని చివరి రెండంకెలు, మూడంకెలు పరిశీలించి 4,8 యొక్క భాజనీయతను చెప్పవచ్చు.

iv) ఒక సంఖ్యలో, బేసిస్థానంలో ఉన్న అంకెల మొత్తం, సరి స్థానంలో ఉన్న అంకెల మొత్తంల తేడాను కనుగొని 11 యొక్క భాజనీయతను చెప్పవచ్చు.

5. రెండు సంఖ్యలు ఒక సంఖ్యచే భాగింపబడితే, ఆ సంఖ్యల మొత్తం, భేదం కూడా ఆ సంఖ్యచే భాగింపబడుతుంది.

6. i) రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యల యొక్క కారణాంకాలలో గరిష్టంగా ఉన్న విలువను గరిష్ట సామాన్య భాజకం అంటారు.

ii) రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యల యొక్క గుణిజాలలో కనిష్టంగా ఉన్న విలువను "కనిష్ట సామాన్య గుణిజం" అంటారు.

7. రెండు సంఖ్యలలో ఒకటి మరొకదాని గుణిజం అయిన, పెద్ద సంఖ్య ఆ సంఖ్యల క.సా.గు. అవుతుంది.

8. క.సా.గు., గ.సా.కాల మధ్య సంబంధాన్ని క.సా.గు. × గ.సా.కా = రెండు సంఖ్యల లబ్దంగా రాయవచ్చు.

దత్తాత్రేయ రామచంద్ర కాప్రేకర్ (భారతదేశం)

క్రీ.శ. 1905 – 1986

సంఖ్యలతో అనేక ప్రయోగాలు చేసిన ఉపాధ్యాయుడు.

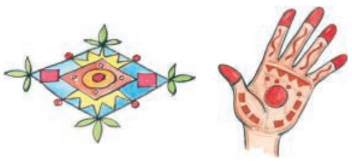
6174 ను 'కాప్రేకర్ స్థిరాంకం' అందురు.

ఈయన డెమ్లో సంఖ్యలు మరియు సెల్ఫ్ సంఖ్యలను రూపొందించారు.

అధ్యాయము - 4

ప్రాథమిక జ్యామితీయ భావనలు

4.1 పరిచయం



నిత్య జీవితంలో మనం అనేక రకాలయిన వస్తువులను చూస్తూ ఉంటాము. మన ఇంట్లో ఉండే రకరకాల వస్తువులు, వంట సామానులు, విభిన్న ఆకృతులలో ఉండే భవనాలు, చిత్రాలు, బొమ్మలు - - - ఇలా ప్రతీది మనకు సుపరిచితమే. ఇంటిముందు వేసే ముగ్గులను మీరెప్పుడయినా క్షుణ్ణంగా గమనించారా? చేతులపై మనం వేసుకునే గోరింటాకు ఆకృతులను జాగ్రత్తగా గమనించారా? ఈ ఆకృతులు ఎలా వేస్తారు?

ఈ అన్ని వస్తువులు ఆకృతులు వివిధ రకాలయిన జ్యామితీయ ఆకారాలతో తయారు చేయబడి వుంటాయి.

మీ ఇంట్లోని టెలివిజన్‌ను గమనించండి. దాని తెర అంచు దీర్ఘచతురస్రాకారంలో ఉంటుంది. ఇదే విధంగా ఫ్రిజ్, పెన్సిల్‌డబ్బా, అగ్గిపెట్టె, ఇటుక మొదలగు వాటి ముఖలన్ని దీర్ఘచతురస్రాకృతిలో ఉండటాన్ని మనం గమనించవచ్చు. మరి మనం నీరుత్రాగే గ్లాసు, బొట్టుబిళ్ళ, పువ్వు, బంతి మొదలయినవన్నీ కూడా గమనించి ఉంటారు. అవి ఏయే ఆకారం కలిగి వున్నాయి? ఈ అధ్యాయంలో మనం వివిధరకాలయిన జ్యామితీయ ఆకారాల భావనలను నేర్చుకుందాం.

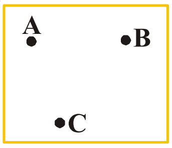
4.2. బిందువు

ఒక పెన్సిల్‌తో కాగితంపై ఒక చుక్కను పెట్టండి. పెన్సిల్‌ను మరింత పదునుగా చెక్కి కాగితంపై చుక్కనుంచితే అది మునపటిదానికంటే మరింత చిన్నదిగా వుంటుంది. దాదాపు కంటికి కనబడనంత చిన్నచుక్కను పరిశీలించండి. అలాంటి చిన్నచుక్క బిందువును సూచిస్తుంది. బిందువులకు కొన్ని ఉదాహరణలను ఆలోచించుము బిందువు అనునది ఒక స్థానాన్ని సూచిస్తుంది.

దూరంగా ఉండే ఆకాశంలోని నక్షత్రాలు మనకు బిందువులవలే అనిపిస్తాయి. తెలంగాణ రాష్ట్రపటంలో హైదరాబాద్ స్థానాన్ని మనం ఒక బిందువుతో సూచిస్తాము. ఒక పటంలో లేదా చిత్రంలో బిందువుల ద్వారా స్థానాన్ని సూచించే మరికొన్ని ఉదాహరణలు ఆలోచించండి.

హైదరాబాద్

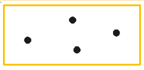
బిందువును ఆంగ్ల పెద్ద అక్షరంతో సూచిస్తారు.



ప్రక్క చిత్రంలో A, B మరియు C మూడు బిందువులు. వాటిని బిందువు 'A', బిందువు 'B' మరియు బిందువు 'C' అని చదువుతాము.

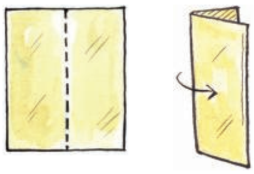
ఇవి చేయండి

ప్రక్కనున్న దీర్ఘచతురస్రంలో నాలుగు బిందువులున్నవి. వాటిని పేర్లతో సూచించండి.



4.3 రేఖాఖండము

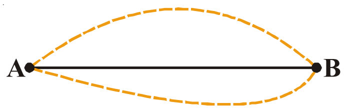
ఒక కాగితమును తీసుకొని ప్రక్కపటంలో చూపిన విధంగా మడవండి. కాగితపు మడతను



గమనించు. ఈ మడత ఒక రేఖాఖండ భావన తెలుపుతుంది ఇప్పుడు కాగితాన్ని తెరవండి. కాగితము మధ్యలో మడవడం వల్ల ఏర్పడిన మడత కూడా ఒక రేఖాఖండాన్ని సూచిస్తుంది అని చెప్పవచ్చు. రేఖాఖండము పరిగణనలోకి తీసుకోనంత మందాన్ని కలిగి వుంటుంది.

ఒక కాగితముపై మీ నోటుపుస్తకాన్ని లేదా పెన్సిల్‌బాక్స్ ఉంచి దాని అంచు వెంబడి పెన్సిల్‌తో ఒక గీతను గీయండి. మీరుగీసిన ఈ గీత ఒక రేఖాఖండాన్ని సూచిస్తుంది. ఈ రేఖాఖండం రెండు చివరి బిందువులు కలిగివుంటుంది. వాటిని పేరుతో సూచించండి.

ఒక దారం తీసుకొండి. తిన్నగా లాగండి. దీనిని రేఖాఖండం భావనతో పోల్చండి. దీని చివరలను గుర్తించండి.



ఒక కాగితంపై ఏవయినా రెండు బిందువులు A మరియు B లను ఉంచండి. మీకు వీలయిన అన్ని విధాలుగా A,B లను కలపండి. వీటిలో A నుంచి B కు కనిష్టదూరం ఏది? ఈ కనిష్ఠ దూరాన్నే రేఖాఖండము AB అని అంటారు. దీనిని $\overline{AB}$ లేదా $\overline{BA}$.తో సూచిస్తారు.

4.4. సరళరేఖ

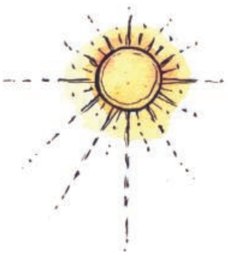
AB రేఖాఖండాన్ని తీసుకోండి. ఈ రేఖాఖండపు రెండు చివరి బిందువుల గుండా A వైపు మరియు B వైపు అనంతంగా అదే దిశలో పొడిగించండి. ఇది ఒక సరళరేఖను సూచిస్తుంది.

అనంతంగా రేఖాఖండాన్ని ఇరువైపులా పొడిగించటాన్ని మనం కాగితంపై గీయలేము. కాబట్టి రేఖాఖండానికి ఇరువైపులా రెండు బాణం గుర్తులను ఉంచుతాం. ఒక సరళరేఖ $\overleftrightarrow{AB}$ ని ($\overleftrightarrow{AB}$) గా వ్రాయవచ్చు.అదే విధంగా సరళరేఖలను l, m, n మొదలగు ఆంగ్ల చిన్న అక్షరాలతో కూడా సూచించవచ్చు. సరళరేఖను సాధారణంగా రేఖ అని కూడా అంటారు.

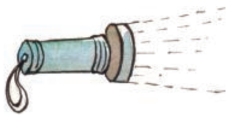
ఇవి చేయండి.

ఒక జియోబోర్డును తీసుకోండి. రెండుమేకులను ఎన్నుకొని వాటికి ఒక దారాన్ని గట్టిగా కట్టండి. మీరు ఇప్పుడు ఒక రేఖాఖండాన్ని ఏర్పరిచారు. ముడి వేయబడిన రెండు మేకులు రేఖాఖండానికి రెండు చివరి బిందువులు అవుతాయి. ఇప్పుడు ఈ మొత్తం దారం ఒక సరళరేఖను సూచిస్తుంది. ఎందుకంటే దారాన్ని రెండు మేకుల చివరల నుండి అదే దిశలో రెండు వైపులా పొడిగించవచ్చు.

4.5. కిరణము



ఒక టార్చినుండి వెలువడే కాంతి కిరణాలు, సూర్యకిరణాలు మరియు కాంతికిరణాలు అన్నీ 'కిరణము' అనే జ్యామితీయ భావనను సూచిస్తాయి. కిరణము అనునది రేఖలోని ఒక

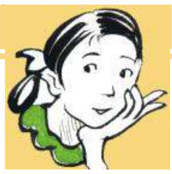


భాగమును సూచిస్తుంది. కిరణము ఒక (తొలి) బిందువు నుండి బయలుదేరి నిర్దేశిత దిశలో అనంతంగా సాగుతూ పోతుంది.

కాబట్టి కిరణానికి ఒకే ఒక చివరి బిందువు ఉంటుంది.

ఏదయినా ఒక రేఖపై A అనునది బిందువు అనుకుందాం. A కు ఇరువైపులా B,C లు ఉంటే $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ లు రెండు కిరణాలు అవుతాయి.

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి.



ప్రక్కపటంలో $\overrightarrow{OA}$ కిరణము O వద్ద ప్రారంభమై A మరియు B బిందువుల గుండా పోయింది.

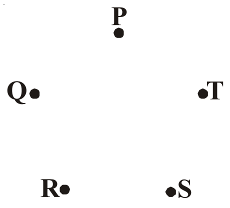
ఈ $\overrightarrow{OA}$ కిరణాన్ని $\overrightarrow{OB}$ అని వ్రాయవచ్చా?

కిరణం $\overrightarrow{OA}$ ను $\overrightarrow{AO}$ అనవచ్చా? ఎందుకు? కారణాలు రాయండి.

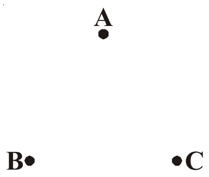
అభ్యాసము - 4.1

1. క్రింది బిందువులను కలపండి. పటంలో ఏర్పడిన రేఖాఖండాలను పేర్లతో సూచించండి.

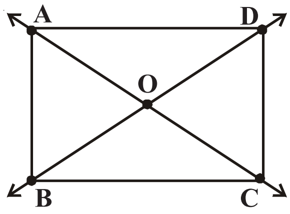
i.



ii.



2. ప్రక్క చిత్రాన్ని చూసి క్రిందివాటిని వ్రాయండి.



i) ఏవైని ఐదు బిందువులు

ii) ఏవైనా ఐదు రేఖాఖండాలు

iii) ఏవైనా మూడు కిరణాలు

iv) ఏవైనా రెండు రేఖలు.

3. కింద ఇచ్చిన బిందువుల గుండా ఎన్ని రేఖలను గీయవచ్చో తెలిపి దానికి సరిపోయే చిత్తుపటము గీయండి.

i) ఒక బిందువు ii) రెండు విభిన్న బిందువులు

4. కిందివాటిలో ఏవి నిర్ధిష్టమయిన పొడవును కలిగి ఉంటాయి?

i) రేఖ ii) బిందువు iii) రేఖాఖండము iv) కిరణము

5. కింద ఇవ్వబడిన వాటికి చివరి బిందువులు ఎన్ని ఉంటాయి?

i) రేఖాఖండము ii) కిరణము iii) రేఖ

6. సత్యము లేక అసత్యము అని గుర్తించి వ్రాయండి.

i) ఒక సరళరేఖకు తుది బిందువులుండవు ( )

ii) రేఖలో కిరణము ఒక భాగము ( )

iii) రేఖాఖండము నిరిష్ఠమయిన పొడవును కలిగి వుండదు ( )

iv) రేఖాఖండానికి ఒకే చివరి బిందువు వుంటుంది ( )

v) ఒక బిందువు నుంచి మనం ఎన్ని రేఖలయినా గీయవచ్చు ( )

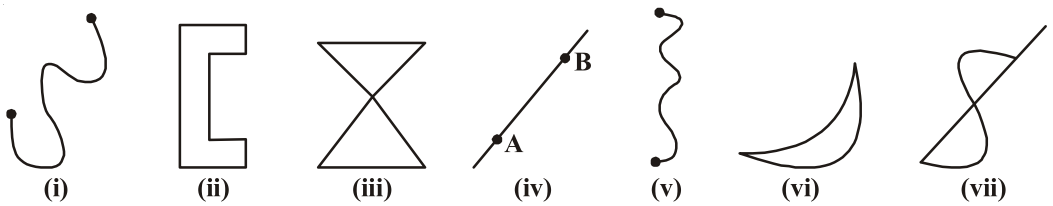
7. పటాన్ని గీసి పేరుతో సూచించండి.

i) P బిందువును కలిగి ఉన్న రేఖ

ii) R బిందువు గుండా పోయే రేఖ.

4.6 వక్రము

చిన్న పిల్లలు గీసిన క్రింది చిత్రాలను గమనించారా? కింది వాటిని చూడండి.



ఇవి అన్నియు వక్రరేఖలకు, వక్రాలకు ఉదాహరణలు.

(i) మరియు (ii) పటాలను పరిశీలించండి. ఈ రెండింటిలో భేదాన్ని గుర్తించండి. రెండవ పటాన్ని సంవృత వక్రము అని మొదటి పటాన్ని వివృత వక్రము అని అంటాము.

(iii) మరియు (vii) వ పటాలు పరిశీలించండి. ఈ పటాలలోని వక్రాలు వాటినవే ఖండించుకుంటూ దాటి వెళ్ళాయి. కాని (i), (ii), (iv), (vi) పటాల వక్రాలు వాటినవే ఖండించుకొని దాటి వెళ్ళటం లేదు. ఏదయినా వక్రము దానినదే ఖండించి దాటి వెళ్ళనిచో ఆ వక్రాన్ని సరళ వక్రము అని అంటారు.

నిత్యజీవిత పరిభాషలో వక్రము అనునది సరళరేఖను సూచించదు. కాని గణితంలో సరళరేఖ కూడా వక్రమే.

ఆలోచించి చర్చించి రాయండి.

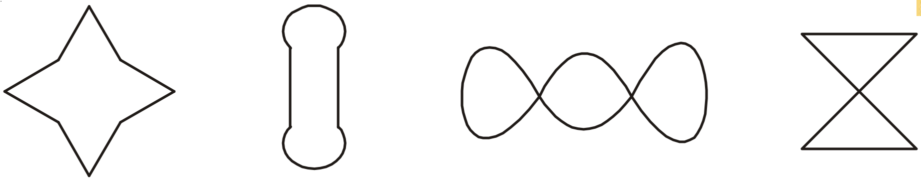
1. కిందనివ్వబడిన ఆంగ్ల అక్షరాలలో సంవృతవక్రము, వివృతవక్రాలను గుర్తించి వ్రాయండి.

D G O L M

2. పైన ఇవ్వబడిన ఆంగ్ల అక్షరాలలో ఏది సరళ వక్రము?

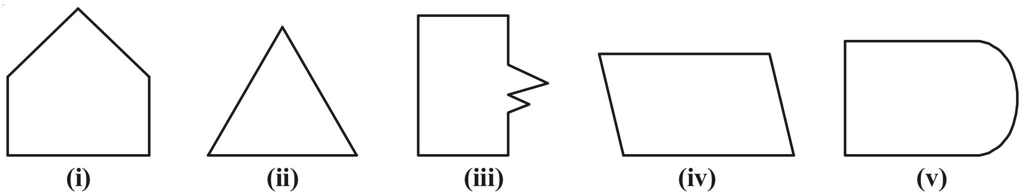
ప్రయత్నించండి.

వీటిలో ఏవి సరళ వక్రాలు? ఏవి కావు?



బహుభుజులు

ఈ పటాలను గమనించండి.

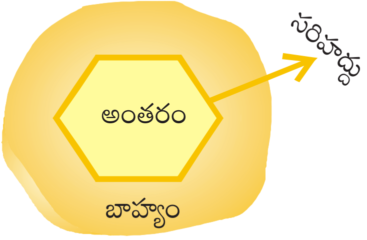


మీరు ఏమి గమనించారు? అవి సంవృత పటాలా? అన్ని పటాలను ఒకదానితో ఒకటి పోల్చి చూడండి. (i), (ii), (iii) మరియు (iv) పటాలు (v) వ పటంతో విభేదిస్తున్నాయి. మొదటి నాలుగు పటాలు పరిమితమయిన రేఖాఖండాలచే ఏర్పడ్డాయి. ఈ పటాలను **బహుభుజులు** అని అంటాము.

పరిమితమయిన రేఖాఖండాలచే ఏర్పడిన సరళసంవృత పటాలను బహుభుజులు అని అంటారు.

ఏవయినా పది విభిన్న ఆకారాలు గల బహుభుజులు గీయండి.

ఒక పార్కు యొక్క సరిహద్దు గోడ పార్కుని మూడు భాగాలుగా విభజిస్తుంది. అవి i) పార్కు అంతర (లోపలి) భాగము, ii)పార్కు సరిహద్దుగోడ మరియు iii)పార్కు బాహ్య (బయటి) భాగము. సరిహద్దు దాటనిదే పార్కులోనికి పోలేరు.



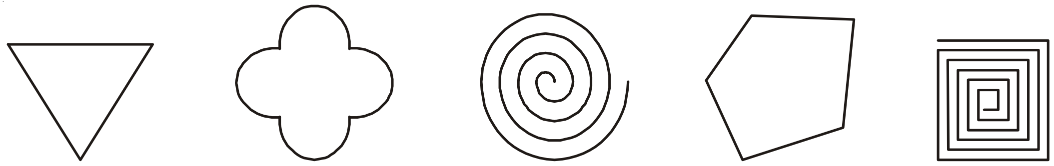
అదే విధంగా ఒక సంవృతపటము తలాన్ని మూడుభాగాలుగా విభజిస్తుంది.

i) పటం లోపలి (అంతర) భాగం   ii) పటం సరిహద్దు   iii) పటం బయటి (బాహ్య) భాగం

ఒక పటం యొక్క సరిహద్దుతో కూడిన లోపలి భాగాన్ని **ప్రాంతము** అని అంటారు.

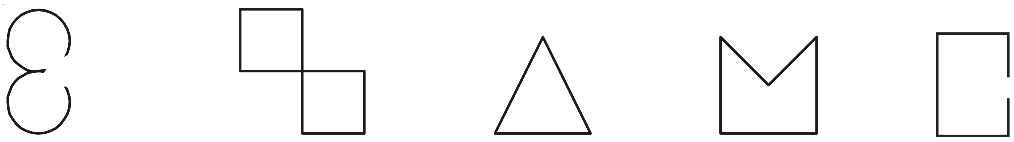
అభ్యాసము - 4.2

1. సరళ వక్రాలకు ఎదురుగా (✓) టిక్ చేయండి.



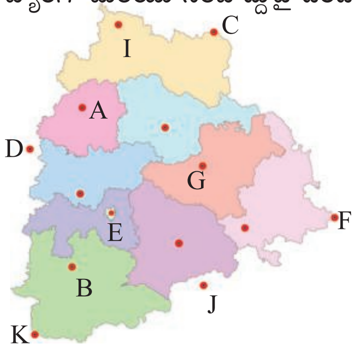
(i) (ii) (iii) (iv) (v)

2. కిందివానిలో సంవృత మరియు వివృత పటాలు ఏవి?



(i) (ii) (iii) (iv) (v)

3. కింది పటంలో అంతరంగా, బాహ్యంగా మరియు సరిహద్దుపై ఉండే బిందువులను గుర్తించండి.

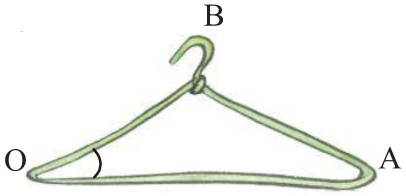


4. కిందివానిని ఉపయోగించి మూడు సరళసంవృత పటాలను గీయండి.

i) సరళరేఖలు మాత్రమే   ii) రేఖలు మరియు వక్రరేఖలు రెండింటిని ఉపయోగించి.

4.7. కోణము

ఈ చిత్రాలను పరిశీలించండి.



చిత్రం 1

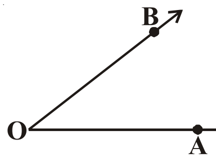
చిత్రం 2

చిత్రం 3

మూలలు ఉన్న ప్రతిచోట కోణాలు ఏర్పడతాయి. ఒకటవ చిత్రంలో OA,OB లను కిరణాలుగా ఊహించుకోండి. ఈ రెండు కిరణాలు ఒక ఉమ్మడి బిందువు O ను కలిగి ఉన్నాయి. అప్పుడు ఈ రెండు కిరణాలు ఒక కోణాన్ని ఏర్పరుస్తున్నాయి అని అంటాం. మూడవ చిత్రంలోని తలుపును గమనించండి. తలుపును పూర్తిగా మూసినప్పుడు అది గడపతోఎలాంటి కోణంను ఏర్పరుచుట లేదు. తలుపును తెరిచినప్పుడు అది గడపతో కోణం చేయటం మనం గమనించవచ్చు. తలుపు స్థానం మారుతున్న కొద్ది కోణం మారటాన్ని మనం గమనించవచ్చు.

ఒక గోడ గడియారాన్ని తీసుకొని సమయం మారుతున్నప్పుడు దానిలోని ముల్లుల మధ్య కోణం మారుతూ ఉండటాన్ని మనం గమనించవచ్చు.

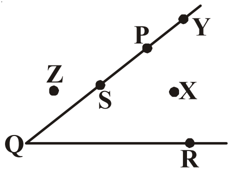
కోణాన్ని ఏర్పరుస్తున్న రెండు కిరణాలను ఆ కోణము యొక్క భుజాలు అని అంటారు.



పక్క పటములో $\overrightarrow{OA}$ మరియు $\overrightarrow{OB}$ కిరణాలను కోణము యొక్క **భుజాలు** అని O ను **శీర్షము** అని అంటారు. 'O' వద్ద కోణము ఏర్పడింది. కాబట్టి దానిని కోణం AOB లేదా కోణం BOA తో సూచిస్తారు.కొన్నిసార్లు ఈ కోణాన్ని $\angle AOB$ లేదా $\angle BOA$ ($A\hat{O}B$ లేదా $B\hat{O}A$)తో కూడా సూచిస్తారు. లేదా $\angle O$ అంటారు.

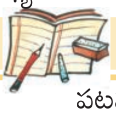
ప్రక్క పటంలో X బిందువు కోణం యొక్క అంతరంలోనూ, Z బిందువు కోణం యొక్క బాహ్యంలోనూ మరియు S బిందువు $\angle PQR$ కోణం పైన ఉంది అని అంటాము.

కావున కోణము తలాన్ని మూడు భాగాలు విభజిస్తుందని చెప్పవచ్చు. అవి కోణము యొక్క అంతరము, కోణము యొక్క భుజములు, కోణం యొక్క బాహ్యము.



Y బిందువును గమనించండి. ఈ బిందువు ఎక్కడ వుంది?

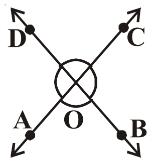
$\overrightarrow{QP}$ మరియు $\overrightarrow{QR}$ కిరణాలను పొడిగించి చూస్తే Y బిందువు కోణము యొక్క అంతరంలో వస్తుందా? అదే విధంగా కోణభుజాలను పొడగించి దాని అంతరంలో M ను గుర్తించడం సాధ్యమేనా ?



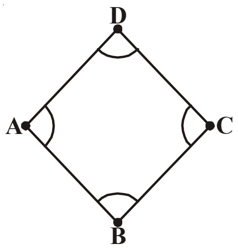
అభ్యాసం - 4.3

1. పటమును చూసి కోణాలు, శీర్షాలు, మరియు భుజాలను గడులలో నింపండి.

	i	ii	iii	iv
కోణము	$\angle AOB$			
శీర్షము	O			
భుజాలు	$\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$			



2. పటంలోని కోణాలను పేర్లతో సూచించండి.

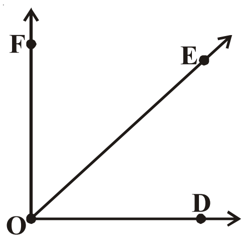


3. పటంలో క్రింది ఇవ్వబడిన అన్ని నిబంధనలను తృప్తిపరిచే బిందువులను గుర్తించండి.

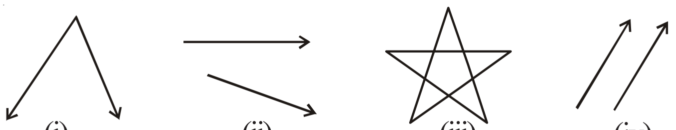
i) ∠DOF కోణము అంతరంలో A మరియు B బిందువులు

ii) ∠EOF కోణము యొక్క బాహ్యములో A మరియు C బిందువులు

iii) ∠DOE కోణముపై బిందువు B



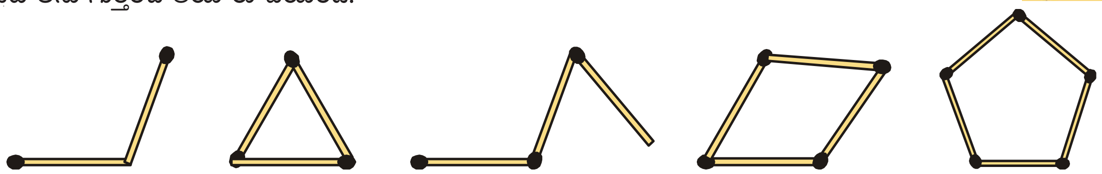
4. కింది వాటిలో కోణాలు ఏర్పడిన పటాలను గుర్తించండి.



4.8. త్రిభుజము

ఇవి చేయండి.

కొన్ని అగ్గిపుల్లలను తీసుకొని వాటి సహాయంతో క్రింద చూపిన విధంగా సరళ సంవృత పటాలను గుర్తించి తయారు చేయండి.

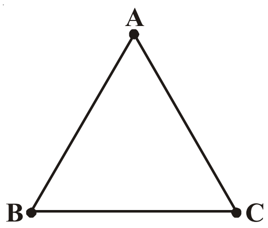


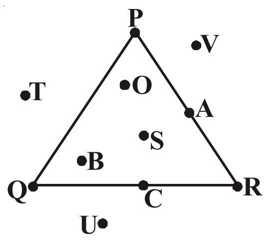
ఒక సంవృతపటం తయారుచేయటానికి కనీసం ఎన్ని అగ్గిపుల్లలు కావాలి? కనీసం 3 కావాలి కదా!

మరి, రెండు అగ్గిపుల్లలతో మనం సంవృతపటం ఎందుకు తయారు చేయలేము?

మూడు రేఖాఖండాలచే ఏర్పడే సరళసంవృతపటాన్ని త్రిభుజము అని అంటారు. మరియు ఆరేఖా ఖండాలను భుజాలు అంటారు.

AB, BC మరియు CA రేఖాఖండాలచే ఏర్పడిన ఈ త్రిభుజాన్ని గమనించండి. ఇక్కడ A, B,మరియు C లను త్రిభుజం ABC యొక్క శీర్షాలు అని అంటారు. A,B మరియు C శీర్షాల వద్ద ∠BAC, ∠ABC, ∠ACB లు ఏర్పడ్డాయి. త్రిభుజము ABC ను ΔABC అని సాధారణంగా సూచిస్తాం.





బహుభుజి అయిన త్రిభుజానికి కూడా అంతరం, బాహ్యం ప్రాంతాలుంటాయి.

ప్రక్క త్రిభుజంలోని బిందువులను పరిశీలించండి.

O అనే బిందువు త్రిభుజం అంతరంలో ఉంది. త్రిభుజము అంతరంలో ఉన్న మిగిలిన బిందువులు ఏవి? P బిందువు త్రిభుజం పై కలదు. త్రిభుజంపైన అంటే దాని రేఖాఖండాలపైన ఏయే బిందువులున్నాయి?

T అనే బిందువు త్రిభుజం యొక్క బాహ్యంలో ఉంది. అదేవిధంగా త్రిభుజము బయట ఉన్న ఇతరబిందువులు ఏవి?

కాబట్టి ఒక తలంలోని త్రిభుజము ఆ తలాన్ని మూడు భాగాలుగా విభజిస్తుంది. అవి

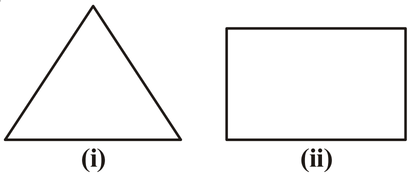
(i) త్రిభుజం యొక్క అంతరం (ii) త్రిభుజం (iii) త్రిభుజం యొక్క బాహ్యం

త్రిభుజం మరియు దాని అంతరాన్ని కలిపి త్రిభుజాకార ప్రాంతం అని అంటారు.

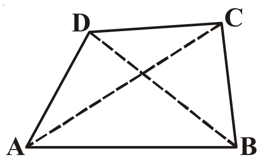
ఇవి చేయండి

వేరువేరు కొలతలు గల కొన్ని స్ట్రాముక్కలను తీసుకోండి. మూడు స్ట్రాల మధ్య దారాన్ని పంపి వివిధరకాల త్రిభుజాలను తయారు చేయండి. ఆ త్రిభుజాల పటాలను నోట్‌పుస్తకంలో వేయండి.

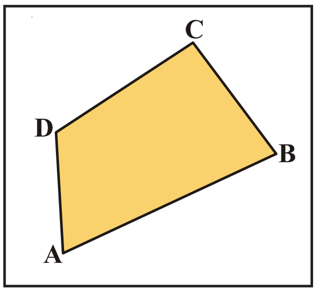
4.9. చతుర్భుజము



ప్రక్కన ఉన్న సరళసంవృత పటాలను పరిశీలిద్దాం. మూడు రేఖాఖండాలచే ఏర్పడిన సరళసంవృత పటాన్ని త్రిభుజము అని అంటామని మనకు తెలుసు. నాలుగు రేఖాఖండాలచే ఏర్పడే సరళసంవృత బహుభుజిని, చతుర్భుజము అని అంటాము. పటము (i) త్రిభుజానికి, పటము (ii) చతుర్భుజానికి ఉదాహరణలు.



ఇక్కడ ABCD ఒక చతుర్భుజము మరియు $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ $\overline{AD}$ లను చతుర్భుజం యొక్క నాలుగు భుజాలు అని అంటాము. ∠A, ∠B, ∠C మరియు ∠D లు చతుర్భుజంలోని నాలుగు కోణాలు. ఎదుటి శీర్షాలయిన A, C మరియు B, D లను కలిపే రేఖా ఖండాలు $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ లను రెండు కర్ణాలు అంటారు.



ప్రక్కపటములోని చతుర్భుజములో షేడ్ చేయబడిన ప్రాంతము చతుర్భుజము యొక్క అంతరాన్ని, షేడ్ చేయని ప్రాంతం చతుర్భుజం బాహ్యాన్ని సూచిస్తుంది.

$\overline{AB}$ భుజం యొక్క అభిముఖ (ఎదుటి) భుజము $\overline{DC}$.

$\overline{BC}$, $\overline{CD}$ మరియు $\overline{AD}$ భుజాల అభిముఖ భుజాలు ఏవి?

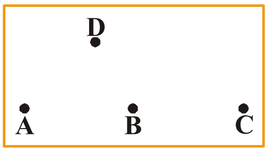
$\overline{AB}$ భుజం యొక్క ఆసన్న భుజములు $\overline{BC}$ మరియు $\overline{AD}$

$\overline{BC}$, $\overline{CD}$ మరియు $\overline{AD}$ భుజాల ఆసన్న భుజాలు ఏవి?

∠A యొక్క అభిముఖ కోణము ∠C అదేవిధంగా ఇతర అభిముఖ కోణాల జతలు ఏవి?

∠A యొక్క ఆసన్న కోణాలు ∠B మరియు ∠D. అదే విధంగా ఇతర ఆసన్న కోణాల జతలు ఏవి?

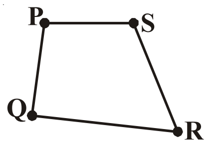
ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి



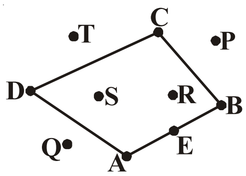
A, B, C మరియు D లు ఏవైనా నాలుగు బిందువులు. A, B, C లు మూడు ఒకే రేఖపై ఉన్నాయి. నాలుగు రేఖా ఖండాలు $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ మరియు $\overline{AD}$ లచే బిందువులను కలిపితే ఒక చతుర్భుజము ఏర్పడుతుందా? కారణాలు తెలుపండి.

అభ్యాసం 4.4

1. A, B, C, D అనే నాలుగు బిందువులతో ఒక చతుర్భుజాన్ని గీయండి. పేరుతో సూచించండి.
2. PQRSఒక చతుర్భుజము అయితే
   i) $\overline{QR}$ భుజమునకు అభిముఖభుజము ______________.
   ii) $\angle P$ యొక్క అభిముఖ కోణము______________.
   iii) $\overline{PQ}$ యొక్క ఆసన్న భుజాలు ______________.
   iv) $\angle S$ యొక్క ఆసన్న కోణాలు ______________.



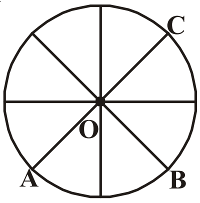
3. పటంలో సూచించిన బిందువులు క్రింద తెలిపిన విధంగా గుర్తించండి.
   i. చతుర్భుజం అంతరంలోని బిందువులు
   ii. చతుర్భుజంపై బిందువులు
   iii. చతుర్భుజం యొక్క బాహ్యబిందువులు



4.10 వృత్తము

ఈ చిత్రాలను చూడండి.

ఒక కాగితంపై చేతిగాజు సహాయంతో పెన్సిల్‌నుపయోగించి గాజు వెంబడి గీత గీయండి. మనకు ఒక గుండ్రని ఆకారము లభిస్తుంది. ఈ ఆకారము వృత్త భావనను సూచిస్తుంది. ఈ రూపంలో ఉన్న ఆకారాన్ని వృత్తము అని అంటారు. ఈ ఆకారం కలిగిన మరికొన్ని వస్తువులను గుర్తుకు తెచ్చుకోండి.

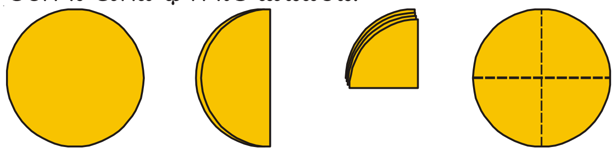


ఒక సైకిల్ చక్రాన్ని తీసుకొని దానిలోని చువ్వల పొడవులను కొలవండి. అన్ని చువ్వల పొడవులు సమానంగా ఉన్నాయి అని మనం గమనించవచ్చు. మధ్యలో ఉండే బిందువును **కేంద్రము** అని మరియు వక్రపు అంచు పొడవును **వృత్త పరిధి** అని, కేంద్రము నుంచి వృత్తానికి గల దూరాన్ని **వ్యాసార్ధము** అని అంటాము.

ప్రక్క వృత్తంలోని కేంద్రాన్ని, వ్యాసార్ధాలను పరిశీలించండి. అన్ని వ్యాసార్ధాలు సమానముగా ఉంటాయా? ఈ పటంలో O ను కేంద్రము అని, $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ మరియు $\overline{OC}$ లను వృత్తం యొక్క వ్యాసార్ధములు అని అంటారు.

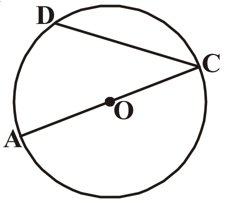
ఇవి చేయండి

కాగితంపై ఒక వృత్తాన్ని గీసి దాని అంచు వెంట కత్తిరించండి. దానిని పటంలో చూపిన విధంగా సగానికి మడచి తిరిగి నాలుగవ భాగానికి మడవండి.



కాగితాన్ని తిరిగి తెరవండి. వృత్తం మధ్యలోని బిందువును గుర్తించండి. దానిని O తో సూచించండి. ఈ బిందువును వృత్తం యొక్క కేంద్రం అని అంటారు. ఇదే విధంగా వృత్తంలోని వ్యాసార్ధాలను గుర్తించండి. ఒక వృత్తములో ఎన్ని వ్యాసార్ధాలను మనం గీయగలం?

$\overline{AC}$ అనునది వృత్తంపైన రెండు బిందువులను కలిపే ఏదయినా రేఖాఖండము.



ప్రక్క పటములో వృత్తంపై ఉండే రెండు బిందువులను కలిపే రేఖాఖండము మరొకదానిని గుర్తించండి. $\overline{CD}$ కూడా అలాంటి రేఖాఖండము. ఒక వృత్తంపై ఉండే రెండు బిందువులను కలిపే రేఖాఖండాన్ని **జ్యా** అని అంటారు. కాబట్టి ఈ వృత్తంలో $\overline{AC}$ మరియు $\overline{CD}$ లు 'జ్యా' లు అవుతాయి. కాని $\overline{AC}$ జ్యా కు ఒక ప్రత్యేకత ఉంది. ఈ జ్యా వృత్త కేంద్రం 'O' గుండా పోతుంది. వృత్త కేంద్రం గుండా పోయే జ్యాను **వ్యాసము** అని అంటారు.

ఇవి చేయండి.

ఒక వృత్తాన్ని గీసి అందులో కనీసం 5 జ్యాలు గీయండి. వీటిలో కనీసం ఒకటయినా వృత్త కేంద్రము నుండి పోవునట్లుగా గీయండి. ఆ జ్యాలను పేర్లతో సూచించి క్రింది పట్టికను పూరించండి.

క్ర. సంఖ్య	జ్యా	పొడవు	కేంద్రము నుంచి పోతుంది (అవును/ కాదు)
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			

మీరు ఏమి గమనించారు?

వృత్త కేంద్రము నుంచి పోయే జ్యా అంటే వ్యాసం మిగిలిన జ్యాల కంటే ఎక్కువ పొడవు ఉండటాన్ని మనం గమనించవచ్చు.

తిరిగి మనం వృత్తాన్ని గమనిద్దాం. $\overline{AC}$ అను రేఖాఖండము మధ్య బిందువు O.

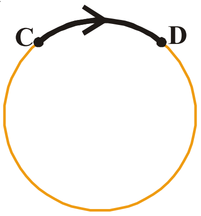
కాని ఇందులోని $\overline{OA}$ మరియు $\overline{OC}$ లు రెండు వృత్త వ్యాసార్థాలు అని మనకు తెలుసు.

కాబట్టి $\overline{OA}$ పొడవు + $\overline{OC}$ పొడవు = $\overline{AC}$ పొడవు అని మనం చెప్పవచ్చు.

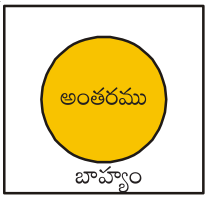
ఒక వృత్త వ్యాసము దాని వ్యాసార్థానికి రెండురెట్లు.

ఆలోచించండి మరియు చర్చించండి

ఒక వృత్తములో మనం ఎన్ని వ్యాసాలు గీయగలం? అన్ని వ్యాసాలు సమానమయిన పొడవును కలిగివున్నాయా? మీ ఉపాధ్యాయుడి మరియు స్నేహితులతో చర్చించి ఫలితం చెప్పండి.



ప్రక్క పటాన్ని గమనించండి. ఒక వృత్తంపై ఉండే రెండు బిందువులు C మరియు D ల మధ్య ఉండే వృత్తభాగాన్ని **చాపము** అని అంటారు. మరియు ఈ చాపాన్ని $\overset{\frown}{CD}$ చే సూచిస్తారు. ఇంకొక చాపాన్ని గుర్తించండి.



వృత్తంపై మరికొన్ని చాపాలు గీసి పేరుతో సూచించండి.

వృత్తం ఒక సరళ సంవృతపటం కాబట్టి అది తలాన్ని తన సరిహద్దు (పరిధి) తో కలిసి వృత్త అంతరము మరియు వృత్త బాహ్యముగా విభజిస్తుంది.

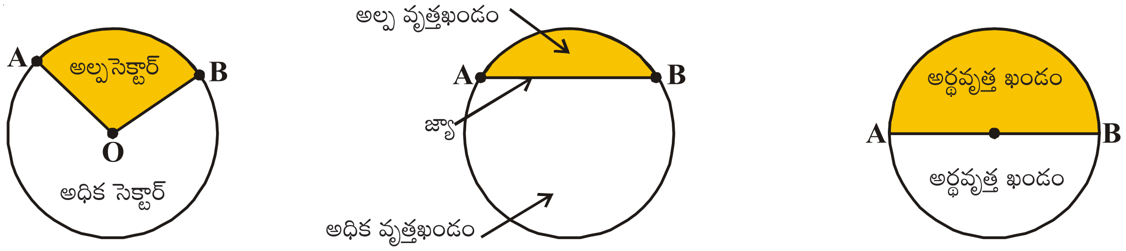
వృత్తంతో కూడిన వృత్తం యొక్క అంతరాన్ని **వృత్తాకార ప్రాంతము** అంటారు.

వృత్తం యొక్క ఇతర భాగాలు

ఒక చాపము చేత మరియు రెండు వ్యాసార్ధాల చేత చుట్టబడిన ప్రాంతాన్ని వృత్తము యొక్క సెక్టర్ (త్రిజ్యాంతరము) అని అంటారు.

ఒక జ్యా మరియు చాపము చేత చుట్టబడిన వృత్తప్రాంతాన్ని వృత్తము యొక్క **వృత్త ఖండము** అని అంటారు. వృత్తం యొక్క జ్యా వృత్తాన్ని రెండు ఖండాలుగా విభజిస్తుంది.

ఒక వ్యాసము మరియు చాపము చేత చుట్టబడిన వృత్త ప్రాంతాన్ని **అర్ధవృత్త ఖండము** అని అంటారు.



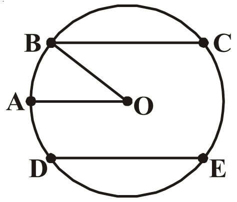
అభ్యాసము 4.5

1. ఒక వృత్తాన్ని గీసి అందులో కేంద్రము, వ్యాసార్ధము, వ్యాసము మరియు చాపాన్ని గుర్తించుము

2. వృత్తప్రాంతాన్ని రంగులతో షేడ్ చేయండి

   i) సెక్టర్‌ను ఎరుపురంగుతో

   ii) అల్పవృత్త ఖండాన్ని పసుపురంగుతో



3. 'సత్యము' లేదా 'అసత్యము' తెల్పండి.

   i) ఒక వృత్తంలో ఒకే కేంద్రము గుర్తించగలము ( )

   ii) వృత్తవ్యాసము వ్యాసార్ధానికి రెండురెట్లు ( )

   iii) చాపము అనునది వృత్తంలో ఒక భాగం ( )

   iv) అన్ని జ్యాలు ఒకే పొడవును కలిగి వుంటాయి ( )

   v) వ్యాసార్ధాలు అన్నీ సమానమయిన పొడవు కలిగి వుండవు ( )

4. ఒక వృత్తాకార కాగితాన్ని తీసుకోండి. దానిని రెండు సమాన భాగాలకు మడవండి. మడత వెంట గోటితో గీసి తిరిగి కాగితాన్ని తెరవండి. మీకు వృత్తవ్యాసము మడత కనిపించిందా? ఇదే కృత్యాన్ని వేరు వేరు రకాలుగా వృత్తాన్ని సగానికి మడవటం ద్వారా చేయండి. ఎన్ని వ్యాసాలను మీరు గమనించారు?

మనం నేర్చుకున్నది.

1. బిందువు ఒక స్థానాన్ని సూచిస్తుంది. సాధారణంగా దానిని ఆంగ్ల భాషలోని పెద్ద అక్షరంతో సూచిస్తారు.

2. రెండు బిందువులను కలపడం వల్ల రేఖాఖండము ఏర్పడుతుంది. అది ఒక నిర్ధిష్ఠమయిన పొడవును కలిగి వుంటుంది.

3. ఒక రేఖాఖండం యొక్క రెండు చివరి బిందువుల వైపు అనంతంగా పొడగించడం ద్వారా రేఖ ఏర్పడుతుంది. దీనిని సరళరేఖ అని కూడా అంటారు.

4. ఒక బిందువు నుండి ప్రారంభమయి ఒక దిశలో వెళ్లే రేఖలోని భాగాన్నే కిరణము అని అంటారు.

5. పెన్సిల్ కొనను ఎత్తకుండా గీసిన ఏదయినా పటాన్ని సాధారణంగా వక్రము అని అంటారు. ఈ విధంగా సరళరేఖ కూడా ఒక వక్రమే.

6. ఒక వక్రము దానినదే దాటనిచో అది సరళ వక్రం.

7. వక్రాలు సంవృత, వివృత అని రెండు రకాలు.

8. ఒకే ఉమ్మడి బిందువు నుండి ప్రారంభమయిన రెండు విభిన్న కిరణాలు కోణాన్ని ఏర్పరుస్తాయి. ఉమ్మడి బిందువును శీర్షము అని అంటారు. రెండు కిరణాలను భుజాలు అని అంటారు.

9. ప్రతీ కోణం తలాన్ని అంతరము, సరిహద్దు మరియు బాహ్యం అని మూడు భాగాలుగా విభజిస్తుంది.

10. మూడు రేఖాఖండాలచే ఏర్పడిన సరళ సంవృత పటాన్ని త్రిభుజము అని అంటారు.

11. త్రిభుజానికి మూడు భుజాలు, మూడు శీర్షాలు, మూడు కోణాలు ఉంటాయి.

12. సరిహద్దుతో కూడిన త్రిభుజం, దాని అంతరాన్ని త్రిభుజాకార ప్రాంతము అని అంటారు.

13. చతుర్భుజము నాలుగు రేఖాఖండాలచే ఏర్పడు సరళసంవృత పటము.

14. ఒక స్థిరబిందువుకు సమాన దూరంలో ఉండే అన్ని బిందువులచే ఏర్పడిన సరళ సంవృత వక్రాన్ని వృత్తము అని అంటారు.

15. వృత్తము యొక్క మొత్తం పొడవును వృత్త పరిధి అని అంటారు. వృత్త పరిధిపై కొంతభాగాన్ని చాపము అని అంటారు.

16. వృత్తం పైన ఉన్న ఏవైనా రెండు బిందువులను కలుపగా ఏర్పడిన రేఖాఖండాన్ని జ్యా అని అంటారు. వ్యాసము కూడా ఒక జ్యా అవుతుంది.

17. వృత్త వ్యాసము వ్యాసార్ధానికి రెండు రెట్లు.

18. వృత్త చాపము మరియు రెండు వ్యాసార్ధాలచే చుట్టబడిన ప్రాంతాన్ని త్రిజ్యాంతరము లేక సెక్టర్ అని అంటారు.

19. వృత్తం జ్యా మరియు చాపముచే చుట్టబడిన ప్రాంతాన్ని వృత్త ఖండము అని అంటారు.

20. ప్రతి వ్యాసము వృత్తాన్ని రెండు అర్ధవృత్తాలుగా విభజిస్తుంది.

యూక్లిడ్ (గ్రీసు)

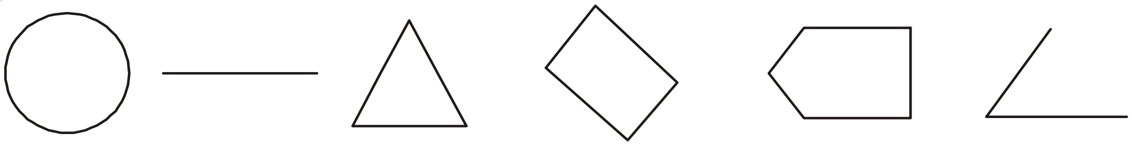
365 BC

గ్రీకు తత్వవేత్త మరియు గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు. జ్యామితిని క్రమ పద్ధతిలో తార్కికముగా రూపొందించి "ది ఎలిమెంట్స్" అనే పుస్తకాన్ని రాశాడు. ఈయన రూపొందించిన జ్యామితిని "యూక్లీడియన్" జ్యామితి అంటారు.

రేఖలు మరియు కోణముల కొలతలు

5.1 పరిచయం

"ప్రాథమిక జ్యామితీయ భావనలు" అనే అధ్యాయంలో మనం రేఖలు, కోణములు, త్రిభుజాలు, చతుర్భుజాలు మరియు వృత్తాలు లాంటి భావనలు నేర్చుకున్నాం. ఈ జ్యామితీయ పటాలు అనేక రేఖాఖండాలు మరియు కోణములచే ఏర్పడ్డాయి. ఈ పటాలు, వాటిలోని రేఖాఖండాలు, కోణాలు వేరు వేరు పరిమాణాలలో ఉన్నాయి. సాధారణంగా మనం రేఖాఖండాల పొడవులను బట్టి మరియు కోణముల కొలతలను బట్టి పోల్చుతాం.



పటం 5.1

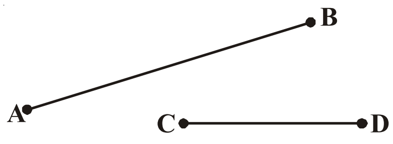
అయితే అన్ని సమయాల్లో ఇది సాధ్యం కాకపోవచ్చు. కొన్ని రేఖాఖండాలు మరియు కోణాల కొలతలు కంటితో చూసి పోల్చలేనంత దగ్గర దగ్గరగా ఉన్నప్పుడు వాటిని ఖచ్చితంగా కొలవడానికి మనకు ప్రత్యేకమయిన పరికరాలు కావాలి. ఈ అధ్యాయంలో మనం రేఖాఖండాలను మరియు కోణాలను ఎలా కొలవాలో నేర్చుకుందాం.

5.2 రేఖాఖండం యొక్క కొలత

పుస్తకం, టెలివిజన్ తెర, ఇటుక మొదలగు వాటి అంచులు ఆ వస్తువుల యొక్క అంచుల వెంట గీసిన రేఖాఖండాల వలే ఉంటాయి. మనం అనేక పటాలలో రేఖా ఖండాలు చూసాము మరియు గీచాము కూడ.

త్రిభుజము మూడు రేఖాఖండాలచే, చతుర్భుజం నాలుగు రేఖాఖండాలచే ఏర్పడుతుందని మనకు తెలుసు.

రేఖాఖండము అనేది రెండు చివరి బిందువులు కలిగిన రేఖలోని ఒక భాగం. రేఖాఖండానికి చివరి బిందువులు ఉన్నందువలన దానిని మనం కొలవవచ్చు. ఆ కొలతనే దాని 'పొడవు' అని అంటాము. మనం 'పొడవు' ను రెండు రేఖాఖండాలను పోల్చుటకు ఉపయోగిస్తాము.



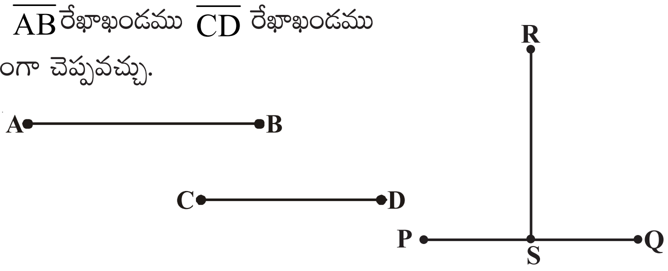
పటం 5.2

రెండు రేఖాఖండాల 'పొడవు'ను మూడు రకాలుగా పోల్చవచ్చు.

ఎ) పరిశీలన బి) కాగితంపై ట్రేసింగ్ పద్ధతి సి) జ్యామితి పరికరం ఉపయోగించి **పటం 5.2** లోని $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ రేఖాఖండాలను పరిశీలించండి. ఏ రేఖాఖండం ఎక్కువ పొడవును కలిగి ఉందో చెప్పగలరా?

$\overline{AB}$ రేఖాఖండము $\overline{CD}$ రేఖాఖండము కంటే ఎక్కువ పొడవును కలిగి వుంది అని సులభంగా చెప్పవచ్చు.

కాని పటం 5.3 లోని $\overline{AB}, \overline{CD}$ మరియు $\overline{PQ}$, $\overline{RS}$ రేఖాఖండాల జతలను సులభంగా పోల్చలేము. ఎందువల్ల?



పటం 5.3

ఈ రెండు రేఖాఖండాలను ఎలా పోల్చవచ్చు? ఆలోచించండి మరియు చర్చించండి.

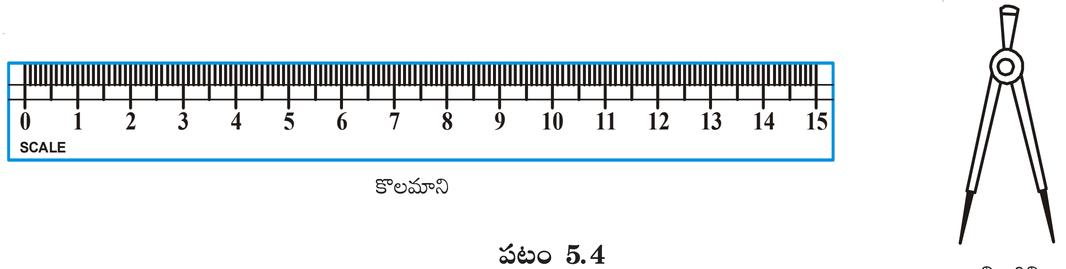
$\overline{AB}$, $\overline{CD}$ రేఖాఖండాలను ట్రేసింగ్ పేపర్ లేదా ఉల్లి పొర కాగితంపై గీసి, ఒకదానిపై ఒకటి ఉంచండి. వాటి చివరి బిందువులు ఏకీభవించాయా? - - -

ఇదే విధంగా $\overline{PQ}, \overline{RS}$ లను పోల్చి రెండింటి పొడవులు సమానమని చెప్పవచ్చు

5.2.1 జ్యామితి పరికరాలనుపయోగించి పోల్చుట

రెండు రేఖాఖండాల పొడవులను ఖచ్చితంగా పోల్చడానికి మనకు సరి అయిన సాధనాలు అవసరం. మీ జామెట్రీ బాక్స్‌లోని కొలమాని (స్కేలు) మరియు విభాగినిని ఉపయోగించి పొడవును ఎలా కొలవాలో ఇప్పుడు తెలుసుకుందాం.

ఈ పరికరాలను మీరు ఎప్పుడయినా చూశారా? వాటిని ఉపయోగించారా? వీటిని జాగ్రత్తగా పరిశీలించండి.



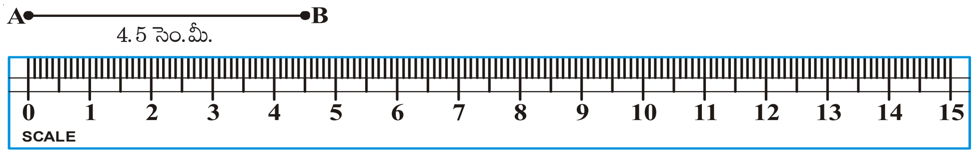
కొలమాని

పటం 5.4

విభాగిని

స్కేలు (కొలమాని) యొక్క ఒక అంచు 15 సమాన పెద్ద విభాగాలుగా విభజించబడి ఉంటుంది. ఇందులోని ప్రతీ విభాగము 1 సెంటీమీటరు (1 cm) ను సూచిస్తుంది. ప్రతీ సెం.మీ తిరిగి 10 సమాన చిన్న విభాగాలుగా విభజించబడి ఉంటుంది. ప్రతీ చిన్న విభాగాన్ని 1 మిల్లీమీటరు (1 mm) అని అంటారు.

స్కేలు నుపయోగించి ఒక రేఖాఖండము పొడవును ఎలా కొలుస్తారో ఇప్పుడు నేర్చుకుందాము.

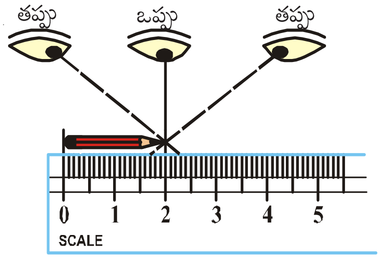


స్కేలు లోని సున్నా విభాగాన్ని A వద్ద ఉంచండి. ఇప్పుడు B వద్ద గల స్కేలు విభాగాన్ని గుర్తించండి. ఈ కొలతనే రేఖాఖండము పొడవుగా చెప్పవచ్చు.

ఇక్కడ $\overline{AB}$ పొడవు = 4.5 సెం.మీ.

గమనిక : ఒకవేళ A బిందువును స్కేలుపై 1సెం.మీ వద్ద ఉంచితే B బిందువు 5.5 సెం.మీ వద్ద ఏకీభవిస్తుంది. అప్పుడు AB పొడవు = 5.5−1 = 4.5 సెం.మీ అవుతుంది.

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

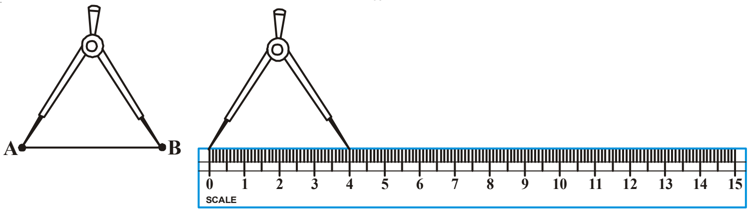


స్కేలునుపయోగించి రేఖాఖండము యొక్క పొడవు కనుగొనేటప్పుడు ఏ ఏ దోషాలు మీరు కనుగొంటారు?

ఒక పెన్సిల్ యొక్క పొడవును మనం కనుగొనాలి అని అనుకుందాం ! అప్పుడు పటంలో చూపిన విధంగా మన కంటి దృష్టి సరియయిన

స్థితిలో ఉండాలి. అంటే పెన్సిల్ చివరి బిందువు మధ్య లంబంగా ఉండే స్థితిలో మన కన్ను ఉండాలి. కోణీయంగా ఒక వస్తువును చూడటం వల్ల ఏర్పడే కొలతలోని దోషాన్ని నివారించడానికి మనం ఈ జాగ్రత్తను తీసుకుంటాం.

ఈ దోషాన్ని నివారించడానికి మనం విభాగినిని ఉపయోగిస్తాము. విభాగినిని ఉపయోగించి ఖచ్చితమయిన కొలతను ఎలా తెలుసుకుంటారో ఇప్పుడు మనం నేర్చుకుందాం.



పటం 5.5

విభాగినిని తెరవండి. విభాగిని యొక్క ఒక భుజము చివర కొనను A వద్ద ఉంచి దానిని రెండవ భుజం యొక్క చివరి కొనను B వద్దకు వచ్చే వరకు తెరవండి. విభాగినిని జాగ్రత్తగా పైకి లేపి దాని భుజాల స్థితిని మార్చకుండా స్కేలుపై ఒక కొన '0' వద్ద ఉండునట్లు. రెండవ కొన స్కేలుపై మరొక విభాగంపై ఉండే విధంగా ఉంచాలి. రెండు చివరి కొనల మధ్య దూరాన్ని గుర్తించండి. AB యొక్క పొడవు ఎంత?

వేరు వేరు రేఖాఖండాలను తీసుకొని వాటి పొడవులను కొలవండి

ప్రయత్నించండి.

1. ఒక పోస్టుకార్డును తీసుకొని దాని పొడవు వెడల్పులను స్కేలు మరియు విభాగినిని ఉపయోగించి కొలవండి. అన్ని పోస్ట్‌కార్డులు ఒకే కొలతల కలిగి వుంటాయా?
2. చిన్న పెన్సిల్, రబ్బర్ లాంటి ఏవయినా మూడు వస్తువులు తీసుకోండి. వాటి పొడవులను కొలవండి.

అభ్యాసం 5.1

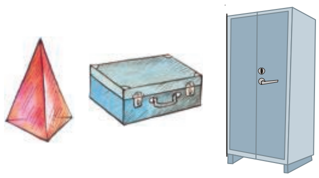
1. మీ తరగతి గదిలోని రేఖాఖండాలను కలిగి వున్న ఏవైనా అయిదు వస్తువులను ఉదాహరణలుగా ఇవ్వండి.

   ఉదా ॥ నల్లబల్ల అంచు.
2. రెండు రేఖాఖండాలను పోల్చునప్పుడు స్కేలు కంటే విభాగినిని ఉపయోగించడం మేలు. ఎందుకు?
3. కిందిపటంలో ఇవ్వబడిన సరళరేఖలోని రేఖాఖండాలను కొలవండి. కొలతలను బట్టి ఆరోహణ క్రమంలో రాయండి.

   రేఖాఖండము **AB, AC, AD, AE, BC, BD, BE, CD, CE, DE**
4. శ్వేత మరియు రేష్మాలు $\overline{AB}$ రేఖాఖండం మధ్యబిందువును ఈ క్రింది విధంగా సూచించారు.

ఇద్దరిలో ఎవరు సరిగా గుర్తించారు? $\overline{AC}$, $\overline{CB}$ పొడవులను కొలిచి సరిచూడండి.

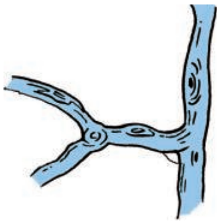
5. ఈ క్రింది పటములు కొన్ని భుజాలుగా గల కొన్ని రేఖాఖండములు ఇవ్వబడినవి. అల్మారా ఒక రేఖాఖండములో పొడవైన అంచును కలిగి ఉన్నవి. అయితే మిగతా పటముల రేఖాఖండములు కనుగొనుము.

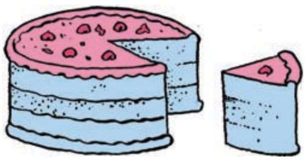


5.3 కోణం యొక్క కొలత

నిత్యజీవితంలో మనం కోణాలు కలిగి ఉన్న అనేక వస్తువులను చూస్తూ ఉంటాం.

కత్తెరలోని బ్లేడులు దూరంగా జరిగే కొద్ది వాటి మధ్య కోణం పెరగటం మనం గమనించవచ్చు. రెండు రేఖాఖండాల మధ్య లేదా రెండు కిరణాల మధ్య కోణం ఏర్పడుతుంది. వేరువేరు రకాలయిన కోణాలను కలిగి ఉన్న వివిధ వస్తువులకు కొన్ని ఉదాహరణలు ఇవ్వండి.

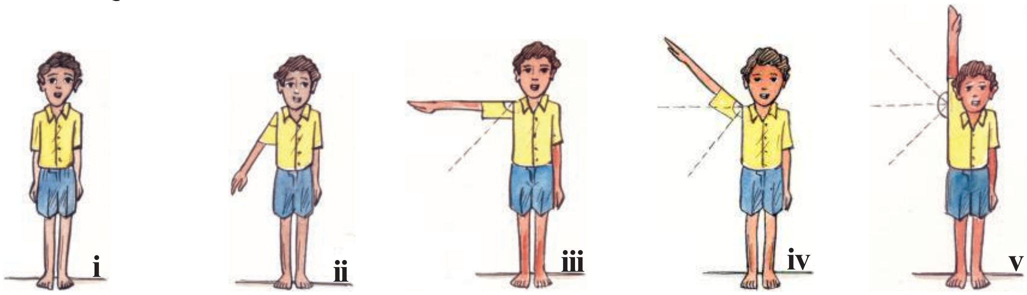




కింది పటం (1) లో చూపిన విధంగా నిలబడండి. మీ ఎడమ చేయిని కదల్చకుండా అదే స్థితిలో ఉంచి రెండవ చేతిని అంటే కుడిచేతిని నెమ్మదిగా పైకి లేపండి. మీ కుడిచేతిని మార్చుతూ ఉన్నప్పుడు మీ శరీరానికి, మీ కుడిచేతికి మధ్యగల కోణం మారుతూ ఉండటాన్ని మీరు గమనించవచ్చు. ఈ కోణాలను ఏయే పేర్లతో పిలుస్తారో ఇప్పుడు తెలుసుకుందాం.

కృత్యము

కింది చిత్రాలను గమనించండి.



పటం (i) లో శరీరానికి, చేతికి మధ్య కోణం ఏర్పడలేదు ఈ కోణంను శూన్యకోణం అంటారు.

పటం (iii) లో మీ చేయి శరీరానికి లంబంగా వుంది. శరీరానికి, చేతికి మధ్య కోణం 90^0. ఈ కోణాన్ని లంబకోణం అని అంటారు.

పటం (ii) లో మీ శరీరానికి, చేతికి మధ్యకోణం లంబకోణం కంటే తక్కువ . ఇలాంటి కోణాలను అల్పకోణాలు అని అంటారు.

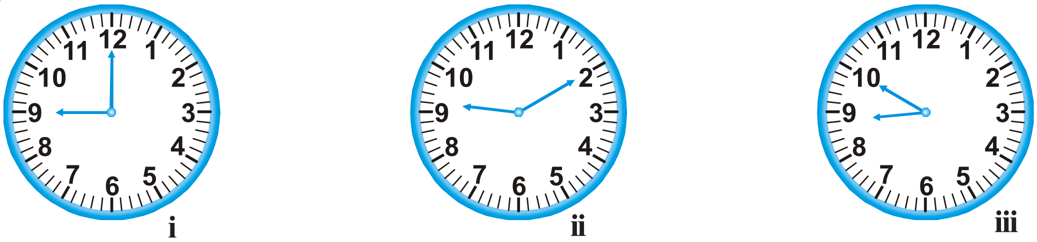
పటం (iv) లో శరీరానికి, కుడిచేతికి మధ్యకోణం లంబకోణం కంటే ఎక్కువ. ఈ కోణాన్ని అధికకోణం అని అంటారు.

పటం (v) లో శరీరానికి, కుడిచేతికి మధ్య కోణం రెండు లంబకోణాల మొత్తం అంటే 180^0. ఈ కోణాన్ని సరళకోణం అని అంటారు.

ఇప్పుడు మనం ఒక గడియారంలోని ముళ్ళ మధ్య ఏర్పడే కోణాలను పరిశీలిద్దాం. గంటల ముల్లును ఆధారంగా చేసుకొని సవ్యదిశలో ముళ్ళ మధ్య కోణాన్ని కొలుద్దాము.

12 గంటల సమయాన గంటల ముల్లు, నిముషాల ముల్లుతో ఏకీభవిస్తుంది.

అందుచేత వాటిమధ్య కోణం సున్నా 0^0 గా తీసుకుందాం.



i ii iii

1. ఏ గడియారంలోని ముల్లుల మధ్య అల్పకోణం ఉంది?

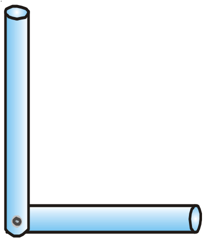
2. ఏ గడియారంలోని ముల్లులు అధికకోణాన్ని సూచిస్తున్నాయి?

(ఇచ్చట చిన్నముల్లును ఆధారంగా చేసుకొని, పెద్దముళ్ళు భ్రమణాన్ని చేస్తున్నదని భావించాలి)

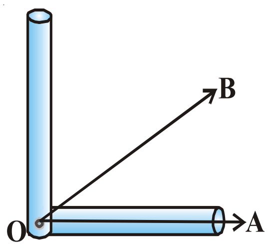
కృత్యము

రెండు స్ట్రాలను తీసుకొండి.

ఒక స్ట్రా యొక్క ఒక చివరను మరొక స్ట్రా యొక్క చివరపై L ఆకారంలో ఉంచి ఒక గుండుసూదిని గుచ్చాలి. ఇది లంబకోణాన్ని పరీక్షించే సాధనంగా ఉపయోగపడుతుంది. ఈ సాధనాన్ని $\overrightarrow{OA}$ కిరణం వెంబడి పటంలో సూచించిన విధంగా శీర్షాలు ఏకీభవించేటట్లుగా ఉంచాలి. $\angle AOB$ కోణము లంబకోణం కంటె తక్కువగా ఉంది. కావున అది అల్పకోణము అని చెప్పవచ్చు.

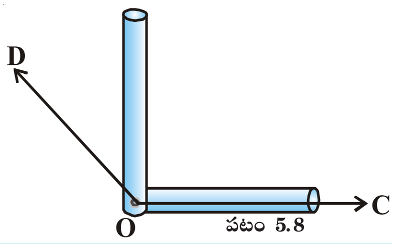


పటం 5.6



పటం 5.7

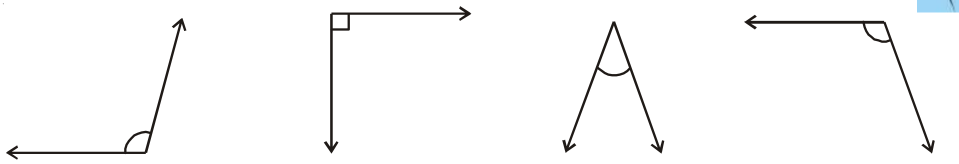
ఈ సాధనాన్ని $\overrightarrow{OC}$ పై శీర్షాలు ఏకీభవించేటట్లు పటంలో చూపించిన విధంగా ఉంచండి. ఇప్పుడు $\angle COD$ గమనించండి. $\angle COD$ లంబకోణం కంటే ఎక్కువగా ఉంది. కావున ఇది అధిక కోణము.



పటం 5.8

ప్రయత్నించండి.

1. స్ట్రాలతో తయారుచేసిన లంబకోణ పరీక్షా సాధనము నుపయోగించి క్రింది కోణాలను పోల్చి అల్ప, అధిక, లంబకోణాలను గుర్తించండి.

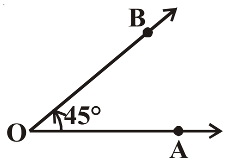


(i) (ii) (iii) (iv)

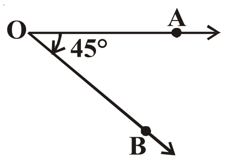
2. అల్పకోణాలను, అధికకోణాలను కలిగివున్న ఏవయినా ఐదు నిత్యజీవిత సందర్భాలను / వస్తువులను ఉదాహరణలుగా వ్రాయండి.

3. రెండు రేఖలచే ఏర్పడే మీకు తోచిన ఏవయినా కొన్ని కోణాలను గీయండి. స్ట్రా లంబకోణ పరీక్షాసాధనంతో ఏవి లంబకోణాలో, ఏవి అల్ప కోణాలో, ఏవి అధిక కోణాలో గుర్తించండి.

సత్య మరియు శ్వేతలకు $\overrightarrow{OA}$ ను ఇచ్చి 45^0 కోణమును గీయమని చెప్పిరి. వారు ఆ కోణాన్ని ఈ క్రింది విధంగా వేరువేరుగా గీశారు.



సత్య ($\angle AOB = 45^0$)



శ్వేత ($\angle AOB = 45^0$)

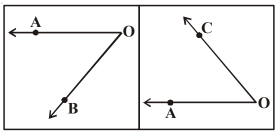
సత్య మరియు శ్వేతలు గీసిన పై కోణాలు రెండూ సరియయినవా? వాటిమధ్య తేడాలేమిటి?

సత్య గీసిన కోణంలో $\overrightarrow{OA}$ అపసవ్యదిశలో కదిలి $\overrightarrow{OB}$ ని 45^0 కోణంతో చేరింది. ఇలాంటి కోణాలను అపసవ్యదిశకోణాలు అని అంటారు. వీటిని ధనకోణాలు అని ధన గుర్తుతో సూచిస్తారు. సత్య గీసిన కోణం $+45^0$.

శ్వేత గీసిన కోణంలో $\overrightarrow{OA}$ సవ్యదిశలో (గడియారపు ముళ్ళు కదిలే దిశలో కదిలి 45^0 కోణంతో $\overrightarrow{OB}$ ని చేరింది. ఇలాంటి కోణాలను సవ్యదిశ కోణాలు అని అంటారు. వీటిని ఋణకోణాలు అని ఋణగుర్తుతో సూచిస్తారు. శ్వేత గీసిన కోణం -45^0.

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

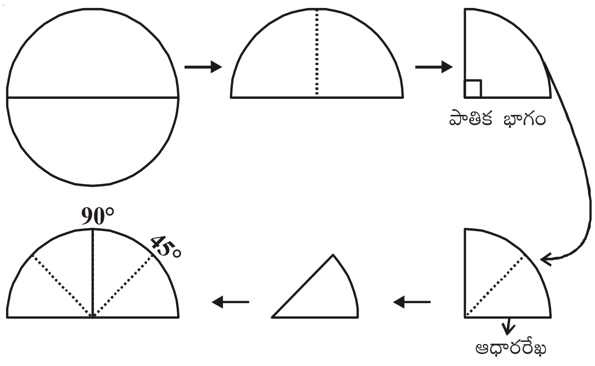
ప్రక్క చిత్రంలో $\overrightarrow{OA}$ ఇవ్వబడినది. $\angle AOB$, మరియు $\angle AOC$ లు రెండు కోణాలు అయిన వీటిలో ఏది సవ్యదిశకోణం? మరియు ఏది అపసవ్యదిశకోణం? ఆలోచించి మీ స్నేహితులతో చర్చించండి.



కృత్యం

1. గాజునుపయోగించి ఒక వృత్తాన్ని పేపర్‌పై గీసి దానిని అంచువెంబడి కత్తిరించండి.

2. వృత్తాన్ని రెండు సమాన భాగాలుగా మడిచి కత్తిరించండి. మీకు అర్ధవృత్త భాగం వస్తుంది. పటంలో చూపిన విధంగా అర్ధ వృత్తాన్ని మరొకసారి (పాతిక భాగానికి) మడవండి. దీనిని వృత్తపాదం అంటారు.



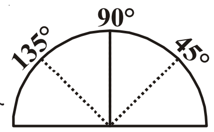
3. కాగితాన్ని అర్ధవృత్తానికి తెరవండి. అర్ధవృత్తంలో పటంలో చూపిన విధంగా ఒక మడతను గమనించవచ్చు. ఈ మడత వ్యాసానికి లంబంగా 90^0 కోణంతో ఉంటుంది. మడతపై 90^0 అని వ్రాయండి.

4. తిరిగి అర్ధవృత్తాన్ని పాతిక భాగానికి మడవండి. ఈ పాతిక భాగాన్ని ఇంకొకసారి పటంలో చూపిన విధంగా మడవండి.

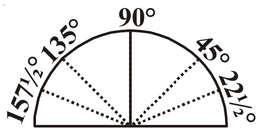
45^0ల కోణంతో మరొక మడతను గమనిస్తారు. $90^0 + 45^0 = 135^0$ కోణంతో మరొక మడతను గమనిస్తారు.

5. కాగితాన్ని అర్ధవృత్తానికి తిరిగి తెరవండి. 45^0 లను గుర్తించండి.

6. 90^0 లకు మరొక వైపు అపసవ్యదిశలో ఉన్న మడతను 135^0 లుగా గుర్తించండి.



7. అర్ధవృత్తాన్ని తిరిగి పాతిక భాగానికి, పాతికభాగాన్ని తిరిగి రెండుసార్లు మడవండి. కాగితాన్ని తెరిచి చూడండి.



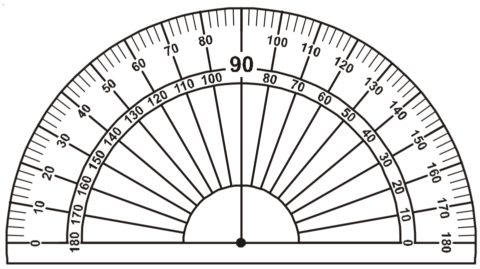
8. 45^0 కోణానికి, భూమికి మధ్యలో ఒక మడత ఏర్పడుతుంది. దీనిని $22½^0$ గా గుర్తించండి. అదే విధంగా 135^0 ల కోణానికి భూమికి మధ్య ఒక మడత ఏర్పడుతుంది. దీనిని $157\frac{1}{2}^0$ గా గుర్తించండి.

ఇప్పుడు మనం ఒక కోణమానిని తయారు చేశాం. దీని సహాయంతో దాదాపుగా కొన్ని కోణాలను కొలవగలం.

5.3.1 కోణమాని

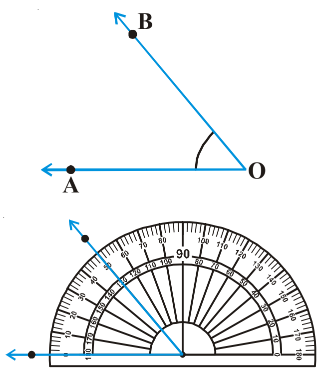
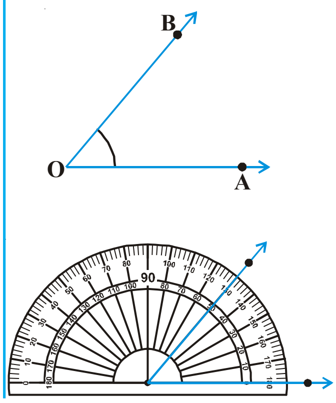
మనం స్ట్రాలతోనూ, కాగితాలతోనూ తయారుచేసే కోణమాని, కోణాలను లంబకోణం ఆధారంగా పోల్చడానికి, కొన్ని రకాల కోణాలను కొలవడానికి మాత్రమే ఉపయోగపడాయి.

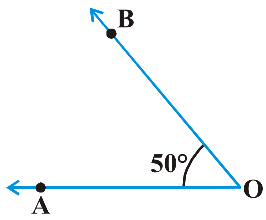
అందుచే కోణాలను మరింత ఖచ్చితంగా సులభంగా కొలవటానికి మనకు ఒక సాధనం అవసరం. ఈ కోణాలను కొలిచే సాధనాన్ని **కోణమాని** అని అంటారు.



కోణమానిని ఒకసారి జాగ్రత్తగా గమనించండి. ఇది అర్ధవృత్తాకారంగా వుంటుంది. క్రింది భాగంలో వ్యాసం వెంట ఒకే రేఖ గీయబడి వుంటుంది. దానిని ఆధారము అని అంటారు. ఆధారరేఖకు లంబంగా ఉన్న రేఖ వద్ద 90^0 గుర్తించబడి వుంటుంది. ఆధారరేఖ, లంబరేఖ కలుసుకునే చోటును కేంద్రబిందువు అని అంటారు. కోణమాని చాపము వెంట 0^0 ల నుంచి 180^0 ల వరకు కోణాలు సవ్యదిశలో మరియు అపసవ్యదిశలలో గుర్తించబడి ఉంటాయి. సవ్యదిశలో కోణాలు గుర్తించబడి ఉన్న స్కేలును బయటి స్కేలు అని, అపసవ్యదిశలో కోణాలు గుర్తించబడి ఉన్న స్కేలును లోపలి స్కేలు అని అంటారు. బయటి స్కేలుపై 0^0 నుంచి 180^0ల వరకు 180 సమభాగాలుగా గుర్తించబడి వుంటుంది. ఒక్కొక్క సమభాగాన్ని 1^0 (డిగ్రీ) అని అంటారు. బయటి స్కేలుపై 10^0 కోణమును పెంచుతూ విలువలు 180^0 దాకా గుర్తించబడి వుంటాయి. 0^0 ల కోణంను ఆధారరేఖ ఇరువైపులా సూచిస్తుంది.

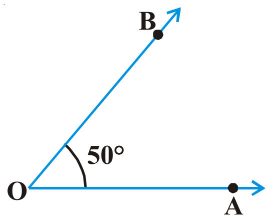
ఇప్పుడు మనం కోణమానిని ఉపయోగించి కోణాలను ఎలా కొలవాలో నేర్చుకుందాం.

సవ్యదిశ కోణము	సోపానము	అపసవ్యదిశకోణము
	1. ఇచ్చిన కోణము అల్పకోణమా? అధిక కోణమా? గుర్తించండి. 2. కోణమాని కేంద్రబిందువును కోణము యొక్క శీర్షము వద్ద ఉంచాలి. 3. కోణమాని కేంద్రబిందువు కోణం యొక్క శీర్షముపై నుంచి ప్రక్కకు జరగకుండునట్లుగా, కోణమాని, ఆధారరేఖ, ఇచ్చిన కోణం యొక్క ఒక కిరణము ఏకీభవించునట్లుగా కోణమానిని సరిచేయాలి.	



4. కోణమాని యొక్క స్కేలును 0^0 నుంచి చూస్తూ పైకి రావాలి.

5. కోణము యొక్క రెండవ కిరణము కోణమాని యొక్క స్కేల్‌ను ఎక్కడ కలుసుకుంటుందో, ఆ కోణము విలువను గుర్తించాలి. అందుచే $\angle AOB = 50^0$.

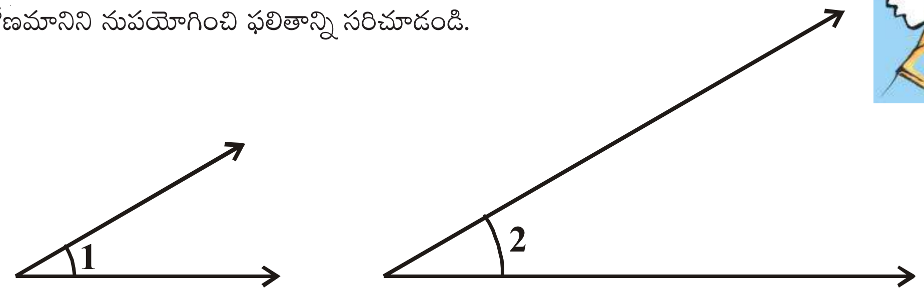


కింది పట్టిక చదవండి.

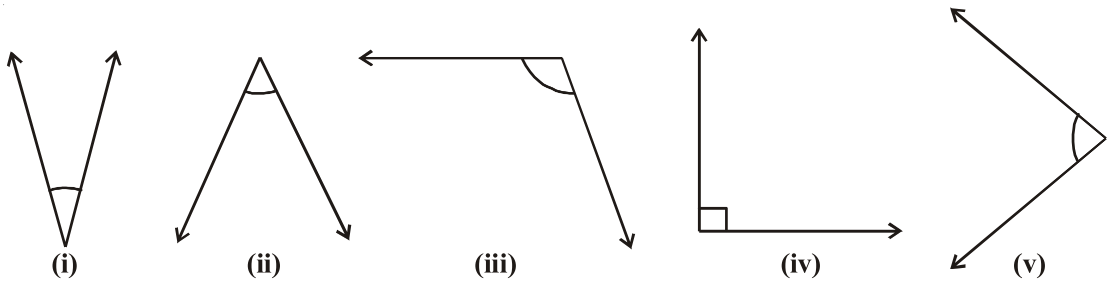
కోణము	కోణం కొలత
శూన్య కోణము	0^0
లంబకోణము	90^0
సరళకోణము	180^0
సంపూర్ణకోణము	360^0
అల్పకోణము	0^0 మరియు 90^0 ల మధ్య
అధికకోణము	90^0 మరియు 180^0 ల మధ్య
పరావర్తన కోణము	180^0 మరియు 360^0 ల మధ్య

ప్రయత్నించండి

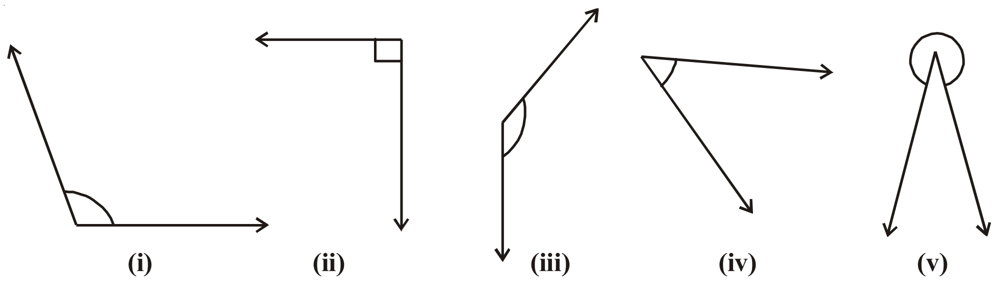
1. కింది వానిలో ఏది పెద్దకోణమవుతుందో ఊహించండి? మీ స్నేహితులతో చర్చించండి. కోణమానిని నుపయోగించి ఫలితాన్ని సరిచూడండి.



2. కిందివానిలో ఏవి అల్పకోణాలు? వాటి విలువలు వ్రాయండి.



3. కిందివానిలో ఏవి అధికకోణాలు? కోణమానిని ఉపయోగించకుండా గుర్తించండి.



4. ఏవైనా రెండు అల్పకోణాలను, రెండు అధికకోణాలను గీయండి.

5. కింది కోణాలలో అల్పకోణాలు, అధికకోణాలు, లంబకోణాలు, సరళకోణాలు, మరియు పరావర్తన కోణాలను వేరు చేసి వ్రాయండి.

40^0, 140^0, 90^0, 210^0, 44^0, 215^0, 345^0, 125^0, 10^0, 120^0,

89^0, 270^0, 30^0, 115^0, 180^0

అభ్యాసము 5.2

1. సత్యము లేదా అసత్యము అయినవాటిని గుర్తించండి. అసత్యము అయిన వాటిని సరిచేసి సత్యము అయ్యేటట్లుగావ్రాయండి.

i) లంబకోణము కంటే తక్కువయిన కోణము అల్పకోణము ( )

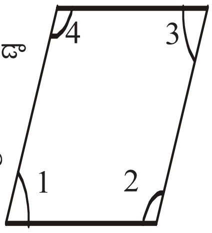
ii) 180^0 ల కోణము ఒక లంబకోణము ( )

iii) 90^0 ల కోణము ఒక సరళకోణము ( )

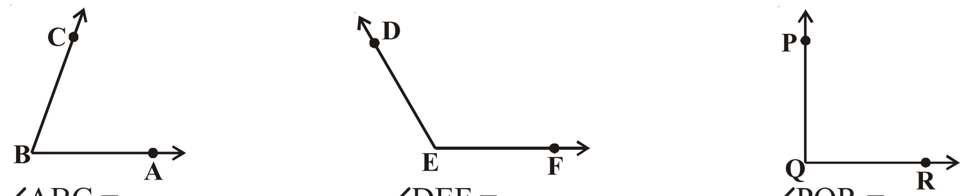
iv) 180^0 ల కంటే పెద్దది మరియు 360^0 కన్నా చిన్నదైన కోణము పరావర్తన కోణము. ( )

v) సంపూర్ణ కోణము అంటే 360^0. ( )

2. ప్రక్కపటములో ఏవి అల్పకోణాలు? ఏవి అధికకోణాలు? కోణమానిని ఉపయోగించకుండా చెప్పండి. తరువాత కోణాలను కొలిచి వాటి విలువలు రాసి సరిచూడండి.



3. కింది కోణాలను కొలవండి. వీటిలో మిక్కిలి పెద్ద కోణం ఏది? వాటి విలువలు రాసి మిక్కిలి పెద్ద కోణం కంటే పెద్దదయిన ఒక కోణాన్ని గీయండి.



$\angle ABC$ = ... $\angle DEF$ = ... $\angle PQR$ = ...

4. కింది ఇచ్చిన సమయాలలో గడియారంలోని ముళ్ళ మధ్యకోణ, ఏ రకపు కోణమవుతుందో నిర్ధారించండి. (చిన్నముల్లును ఆధారంగా తీసుకోండి).

i) ఉదయం 9 గంటలు ii) సాయంత్రం 6 గంటలు iii) మధ్యాహ్నం 12 గంటలు

iv) మధ్యాహ్నం 4 గంటలు v) రాత్రి 8 గంటలు

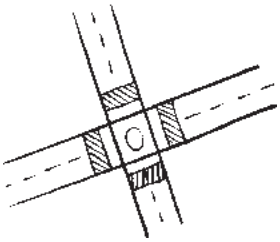
5. కింద ఇచ్చిన వాటిని జతపరచండి. ఆ కోణాలకు సరియగు బొమ్మలను గీయండి.

గ్రూప్ ఎ	గ్రూప్ బి
అల్పకోణము	90^0
లంబకోణము	270^0
అధికకోణము	45^0
పరావర్తనకోణము	180^0
సరళకోణము	150^0

5.4 ఖండన రేఖలు, లంబరేఖలు మరియు సమాంతర రేఖలు

5.4.1 ఖండన రేఖలు

కింది చిత్రాలను గమనించండి.

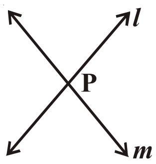


ఈ చిత్రాలలోని కర్రలను, రోడ్లను మనము సరళరేఖలుగా భావిస్తే, పై చిత్రాలలోని రేఖలు ఖండనరేఖలు అని అంటారు.

రెండు విభిన్నరేఖలు ఎన్ని ఉమ్మడి బిందువులను కలిగివుంటాయి?

ప్రయత్నించండి

1. ఏదయినా ఒక తలంలో రెండు వేరువేరు రేఖలను గీయండి. అవి ఒకటి కంటే ఎక్కువ బిందువుల వద్ద ఖండించు కుంటాయా?
2. రెండు విభిన్నరేఖలకు రెండు లేదా మూడు ఉమ్మడి బిందువులుంటాయా?



రెండు వేరువేరు రేఖలు l, m అనునవి P అను బిందువు వద్ద కలుసుకుంటే P వద్ద l, m రేఖలు ఖండించుకున్నాయి అని అంటాము. రెండు ఖండన రేఖలకు ఒకే ఉమ్మడి బిందువు వుంటుంది.

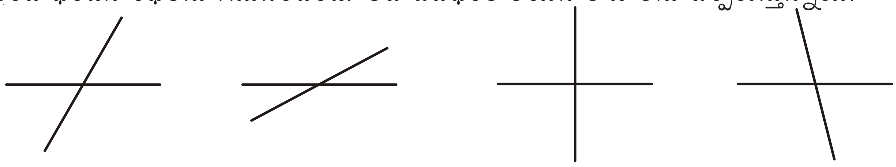
ఆ రేఖలను ఖండన రేఖలు అంటారు.

రెండు రేఖలు ఒక ఉమ్మడి బిందువును కూడా కలిగిలేవు అని అనుకోండి. ఆ రేఖలు ఎలా ఉంటాయి? ఆలోచించండి.

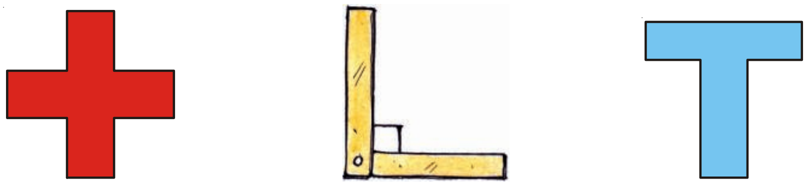
రెండు రేఖలు ఒక బిందువు వద్ద ఖండించుకున్నప్పుడు అవి కోణాలను ఏర్పరుస్తాయి.

5.4.2 లంబరేఖలు

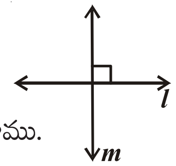
కింది ఖండన రేఖలను గమనించండి. అవి వివిధరకాలయిన కోణాలను ఏర్పరుస్తున్నాయి.



ఈ ఖండన రేఖలు ఏర్పరచే కోణాలలో కొన్ని అల్పకోణాలు, కొన్ని అధికకోణాలు. ఖండన రేఖలు లంబకోణాలను ఏర్పరిస్తే వాటిని లంబరేఖలు అని అంటాము.



పై చిత్రాలలో అంచుల వెంట ఉన్న రేఖాఖండాలను గమనించండి.



అవి లంబకోణాలను ఏర్పరుస్తున్నాయా? అవి ఒకదానికొకటి ఖండించుకుంటున్నాయా?

రెండు రేఖలు 90^0 ల కోణంతో ఖండించుకుంటే వాటిని పరస్పరం లంబరేఖలు అని అంటాము.

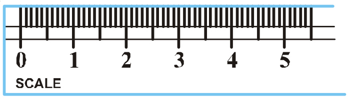
ఇక్కడ l అనునది 'm' రేఖకు లంబంగా వుంది. దీనిని $l \perp \mathrm{m}$ అని సూచిస్తాము.

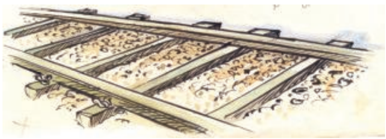
ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

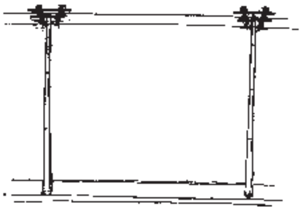
1. ఒకవేళ $l \perp \mathrm{m}$ అయితే మనం $\mathrm{m} \perp l$ అని చెప్పవచ్చునా?
2. ఒక రేఖకు ఎన్ని లంబరేఖలు గీయవచ్చు?
3. ఆంగ్ల అక్షరాలలో ఏయే అక్షరాలు లంబరేఖల రూపం కలిగివున్నాయి?

5.4.3 సమాంతర రేఖలు

కింది చిత్రాలను పరిశీలించండి.





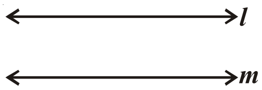


రైలుపట్టాలు, స్కేలు యొక్క అంచులు, విద్యుత్‌వైర్లు గమనించండి. ఈ జతలలో ఉన్న ప్రత్యేకత ఏమిటి? వాటి యొక్క దిశమార్చకుండా వాటిని పొడిగిస్తే అవి ఎక్కడయినా కలుసుకుంటాయా?

ఒకే తలానికి చెందిన రెండు పరస్పరం ఖండించుకొనని రేఖలను సమాంతర రేఖలు అంటారు.

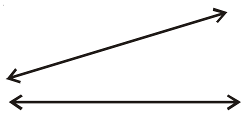
ఈ చిత్రంలోని l మరియు m రేఖలు సమాంతర రేఖలు

వీటిని $l||m$ గా వ్రాసి l, m కు సమాంతరము అని చదువుతాము. మీ తరగతి గదిలో సమాంతర రేఖలను సూచించే కొన్ని ఉదాహరణలను ఇవ్వండి.

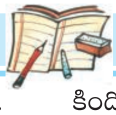


ప్రయత్నించండి.

ఒక కాగితంపై క్రింద సూచించిన విధంగా రెండు రేఖలను గీయండి. అవి ఒకదానికొకటి ఖండించుకుంటాయా? వాటిని సమాంతర రేఖలు అని అనవచ్చా? కారణాలు తెలపండి.



రెండు సమాంతర రేఖలను గీయండి. వాటిమధ్య కోణం ఎంత? మీ ఉపాధ్యాయుడు, స్నేహితులతో చర్చించండి.



అభ్యాసం 5.3

1. కిందివానిలో ఏవి లంబరేఖలను, సమాంతర రేఖలను సూచిస్తాయో తెలపండి. ఏవి రెండింటినీ సూచించవో రాయండి.

   i) కిటికీ యొక్క నిలువు కడ్డీలు ii) రైలు పట్టాలు

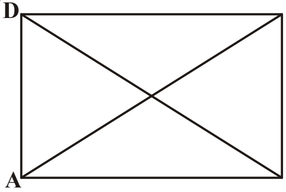
   iii) ఆంగ్లంలోని V అక్షరం iv) నల్లబల్ల యొక్క ఎదురెదురు అంచులు

   v) తలుపు యొక్క ప్రక్కప్రక్క అంచులు

2. మీ యొక్క జామెట్రీ బాక్స్‌లోని మూలమట్టాన్ని తీసుకొని కాగితంపై దాని అంచుల వెంబడి గీయండి. లంబంగా ఉన్న అంచులను గుర్తించండి.

3. ABCD ఒక దీర్ఘచతురస్రం. $\overline{AC}$ మరియు $\overline{BD}$ లు కర్ణాలు అయితే ఈ పటంలోని సమాంతర రేఖలు, లంబరేఖలు, మరియు ఖండనరేఖల జతలను గుర్తించి వాటిని వీలయితే గుర్తులనుపయోగించి వ్రాయండి.

   i) సమాంతర రేఖలు ii) లంబరేఖలు iii) ఖండనరేఖల జతలు



మనం నేర్చుకున్నవి

1. రెండు రేఖాఖండాలను పరిశీలన, ట్రేసింగ్ చేయటం మరియు జ్యామితి పరికరాలనుపయోగించటం ద్వారా పోల్చవచ్చు.
2. రెండు రేఖాఖండాలను స్కేలు మరియు విభాగినిని ఉపయోగించి పోల్చవచ్చు.
3. రేఖాఖండాల పొడవులను సెం.మీ. మరియు మి.మీ లలో కొలుస్తారు. 1 cm = 10 mm
4. కోణమానిని కోణాలు కొలవడానికి ఉపయోగిస్తాము. కోణమాని ఒక అర్ధవృత్తాకారపు పరికరం. దీని చాపం 180^0 సమాన భాగాలుగా గుర్తించబడి ఉంటుంది. ఒక్కొక్క భాగాన్ని ఒక డిగ్రీ (1^0) అంటారు.
5. కోణాన్ని కొలిచే ప్రమాణం డిగ్రీ (1^0). ఇది ఒక భ్రమణములో $\frac{1}{360}$ వ భాగం.
6. 90^0 లను లంబకోణము అని, 180^0 లను సరళకోణము అని అంటారు.
7. 90^0 ల కంటే తక్కువైన కోణాన్ని అల్పకోణము అని అంటారు.
8. 90^0 ల కంటే ఎక్కువ 180^0 ల కంటే తక్కువైన కోణాన్ని అధికకోణము అని అంటారు.
9. సరళకోణము కంటే ఎక్కువైన మరియు సంపూర్ణ కోణంకంటే తక్కువైన కోణాన్ని పరావర్తన కోణము అంటారు.
10. ఒక ఉమ్మడి బిందువును కలిగిన ఒకే తలానికి చెందిన రెండు రేఖలను ఖండన రేఖలు అని అంటారు.
11. లంబకోణముతో ఖండించుకునే ఖండన రేఖలను లంబరేఖలు అంటారు.
12. ఒకే తలానికి చెంది, ఖండించుకోని రేఖలను సమాంతరరేఖలు అంటారు.
13. రెండు సమాంతర రేఖలకు ఉమ్మడి బిందువు ఉండదు.

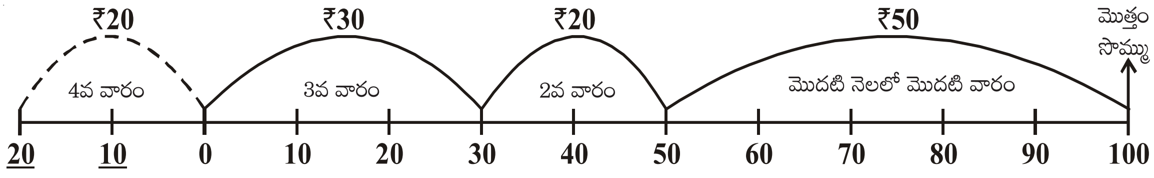
అధ్యాయము - 6

పూర్ణ సంఖ్యలు

6.1 పరిచయం

రఫీకి వాళ్ళ నాన్నగారు ప్రతినెల ₹ 100 ప్యాకెట్‌మనీగా ఇస్తారు. అతడు ఆ డబ్బును అతని అమ్మకు ఇచ్చి ప్రతీవారం ఖర్చులకు తీసుకుంటూ ఉంటాడు. తన దగ్గర తీసుకుంటున్న, ఇస్తున్న డబ్బు వివరాలను ఎప్పటికప్పుడు ఒక క్రమపద్ధతిలో రఫీ తల్లి ఒక పుస్తకంలో నమోదు చేస్తూ వుంటుంది.

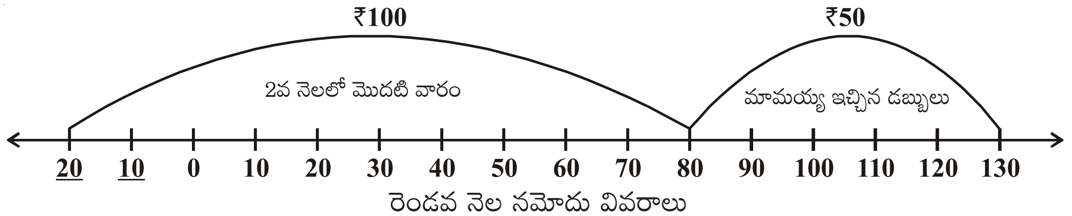
ఒక నెలలో రఫీ మొదటి వారంలో ₹ 50, రెండవ వారంలో ₹ 20 మూడవ వారంలో ₹ 30 తీసుకున్నాడు. అతనికి నాల్గవ వారంలో ₹ 20 అవసరమయ్యాయి. కాని అప్పటికే రఫీ ఇచ్చిన డబ్బు అంతా ఖర్చు అయిందని తల్లి చెప్పింది. రికార్డు చూపించింది. తనకు ఈ సారికి డబ్బు ఇస్తే తర్వాత నెల ఇచ్చే ప్యాకెట్‌మనీ నుండి తగ్గించుకోవచ్చని రఫీ తల్లికి చెప్పి ₹ 20 తీసుకున్నాడు. తల్లి అందుకు అంగీకరించి డబ్బు ఇచ్చి, తిరిగి ఆ వివరాలను రికార్డులో నమోదు చేసింది.



మొదటి నెల నమోదు వివరాలు

మరుసటినెల మొదటి తేదీన, రఫీ తండ్రి అతనికి ₹ 100 యధావిధిగా ప్యాకెట్‌మనీ ఇచ్చాడు. దానిని రఫీ తల్లికి ఇచ్చాడు. రఫీ తల్లి దగ్గర అతని డబ్బు ఎంత ఉంటుందో చెప్పండి? అది ₹ 80 కదా! ఎందుకంటే గతనెలలో అదనంగా ఇచ్చిన ₹ 20 ను ₹ 100 నుండి తగ్గిస్తే అదే వస్తుంది కదా !

అదేరోజు సాయంకాలం రఫీ మామయ్య వచ్చి తిరిగి వెళ్తూ అతనికి ₹ 50 దాచుకొమ్మని ఇచ్చాడు. రఫీ చాలా సంతోషించి, దానిని కూడా తల్లి వద్దనే ఉంచమని చెప్పి వివరాలు నమోదు చేయమన్నాడు. తల్లి దగ్గర, రఫీ డబ్బు ఎంత ఉన్నదో ఇప్పుడు ఊహించి చెప్పండి. అది ₹ 130 అయింది కదా! ఎలా? ఆలోచించండి. తిరిగి మరలా ఒక్కసారి నమోదు వివరాలు పరిశీలించండి.



రెండవ నెల నమోదు వివరాలు

పైన పేర్కొన్న నమోదు వివరాలు పరిశీలించి, క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు చెప్పండి.

1. రఫీకి అతని తండ్రి ప్రతినెలా ఎంత ప్యాకెట్‌మనీ ఇస్తాడు?
2. రఫీ గతనెల నాలుగు వారాలలో మొత్తం ఎంతఖర్చు పెట్టాడు?
3. రఫీ తల్లి నాల్గవ వారంలో ఎంతడబ్బు అప్పుగా ఇచ్చింది?

4. నెల నాల్గవ వారంలో అప్పుగా ఇచ్చిన డబ్బును రఫీ తల్లి ఏవిధంగా నమోదు చేసింది?

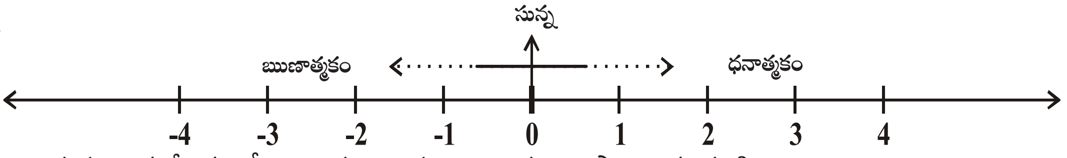
5. సంఖ్యారేఖపై సున్నకు కుడివైపున గుర్తించిన ₹20 లకు, ఎడమ వైపున గుర్తించిన ₹20 లకు తేడా ఏమిటి?

6. రఫీ ఈనెలలో ఇచ్చిన ₹100లను, అదేవిధంగా ₹50 లను సంఖ్యారేఖపై అతని తల్లి ఏవిధంగా నమోదు చేసింది?

6.2 ఋణసంఖ్యలు ఎప్పుడు ఏవిధంగా అవసరమౌతాయి

సంఖ్యారేఖపై ఇరువైపులా తల్లి నమోదు చేసిన ₹20 ఒకే విలువను తెలియజేయడంలేదని తెలుసుకున్నారు కదూ! సున్న కన్నా తక్కువ విలువ గల సంఖ్యలు, ఎక్కువ విలువ గల సంఖ్యలు ఒకటే కాదని మనం డబ్బు ఇచ్చునపుడు, అప్పుగా తీసుకున్నప్పుడు గమనించాం.

ఈ విధంగా మన నిత్యజీవిత పరిస్థితులలో లాభ నష్టాలలోనూ, భూత, భవిష్యత్ కాలాలలోనూ, గరిష్ఠ, కనిష్ఠ ఉష్ణోగ్రతల నమోదులోనూ ఇటువంటి సంఖ్యల అవసరాన్ని గుర్తించవచ్చు. అందుచే రఫీ తల్లి సున్నకు ఎడమవైపున నమోదు చేసిన సంఖ్యలను (అంటే సున్నా కన్నా తక్కువైన సంఖ్యలు) మనం రుణసంఖ్యలు అంటాం. వీటిని −1, −2, −3, −4, ... (−10, −20, −30) అనే గుర్తులతో సూచిస్తాం.



మనం నిత్యజీవితంలో ఋణ సంఖ్యలను ఎలా ఉపయోగిస్తామో చూడండి.

ఉదా 1 : ఒక వ్యాపారంలో ₹ 200 నష్టంను (−200) అనీ, ₹ 200 లాభాన్ని (+200) అనీ సూచిస్తారు.

ఉదా 2 : 0^0 C ఉష్ణోగ్రత కన్నా అధికంగా ఉన్నదానిని 'ధనాత్మకం' గానూ, 0^0 C ఉష్ణోగ్రత కన్నా తక్కువైన దానిని 'రుణాత్మకం'గా గుర్తిస్తే

0^0 C ఉష్ణోగ్రత కన్నా 3^0C తక్కువను -3^0 C గానూ,

0^0 C ఉష్ణోగ్రత కన్నా 3^0 C ఎక్కువను $+3^0$ C గానూ తెలుపుతారు.

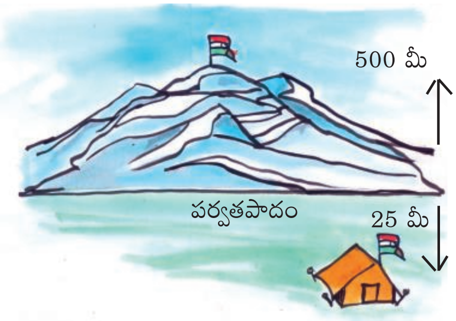
ఇవి చేయండి.

మానస, శ్వేత వారి అమ్మవద్ద ₹ 50 మరియు ₹ 20 చొప్పున అప్పుగా తీసుకున్నారు. ఈ విషయాన్ని సంఖ్యారేఖ పై ఎలా సూచిస్తారు? ఒకవేళ వాళ్ల నాన్న గారు ₹ 100 ప్యాకెట్‌మనీ ఇస్తే అప్పు తీర్చగా ఎవరివద్ద అధికంగా డబ్బు ఉంటుంది?

6.3 ఋణసంఖ్యలను తెలిపే మరిన్ని ఉదాహరణలు

1. ఒక పక్షి ఆకాశంలో సముద్ర తలం కన్నా 25మీ. ఎత్తులో ఎగురుతుండగా ఒకచేప సముద్రంలో 2మీ. లోతులో ఈదుతున్నది.

2. ఒక పర్వతంపైన 500 మీ. ఎత్తులో ఒకజెండా ఎగురవేయబడినది. ఆపర్వత పాదానికి దిగువన 25మీ. ఒక గుడారం వేయబడి ఉన్నది.



3. శీతాకాలంలో ఒక రాత్రి ఢిల్లీలో 5^0C ఉష్ణోగ్రత నమోదు కాగా హిమాచల్ ప్రదేశ్ లో గల కుఫ్రీ నందు సున్నా కన్నా 6^0 డిగ్రీలు తక్కువ నమోదు అయింది.

ఆలోచించండి - చర్చించండి.

ధన, రుణ సంఖ్యలను తెలిపే మరిన్ని నిత్యజీవిత సమస్యలను తెలిపి చర్చించండి.

మనం ఈ విధంగా ధన సంఖ్యలు, ఋణ సంఖ్యలు, మరియు సున్నలను కలిపి 'పూర్ణసంఖ్యలు' అని తెలుపుతాం. ఈసంఖ్యల సమితిని 'Z' అనే అక్షరంతో సూచిస్తాం. (కొన్ని సందర్భాలలో 'I' తో సూచిస్తారు)

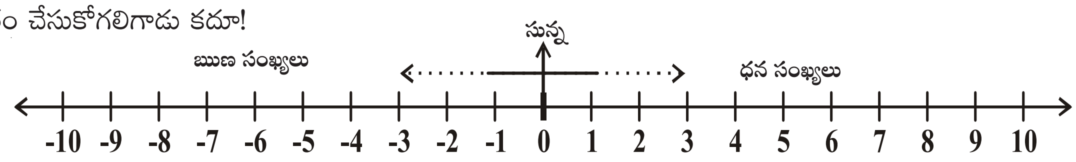
$$Z = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$$

ప్రయత్నించండి

భారతదేశంలో జనవరి నెలలో వివిధ ప్రాంతాలలో నమోదయ్యే ఉష్ణోగ్రతా వివరాలు సేకరించి, వాటిని పూర్ణసంఖ్యలతో సూచించండి.

6.4 పూర్ణసంఖ్యలను సంఖ్యా రేఖపై సూచించుట

ఇప్పుడు, రఫీ తాను దాచుకున్న డబ్బును, తిరిగి తీసుకున్నప్పుడు తన తల్లి ఏవిధంగా వివరాలు నమోదు చేసినదీ అర్థం చేసుకోగలిగాడు కదా!



సున్నకు కుడివైపున గల సంఖ్యలన్నీ ధన పూర్ణసంఖ్యలు (సహజ సంఖ్యలు) అనీ, ఎడమవైపున గల సంఖ్యలన్నీ ఋణ సంఖ్యలని అంటారు. 'సున్న' అనేది ధనాత్మకం కాదు, ఋణాత్మకం కాదు. మీరు కూడా అంగీకరిస్తారా? ఎందుకు?

పైన చూపిన సంఖ్యారేఖనుబట్టి జవాబివ్వండి.

1. సున్నకు అతిదగ్గరలో గల ధనపూర్ణసంఖ్యఏది?
2. సున్నకు ఎడమవైపున ఎన్ని ఋణ సంఖ్యలుంటాయి?
3. (−2), (−1) లలో ఏది పెద్దది?
4. 3, (−5) లలో ఏది చిన్నది?
5. ధనాత్మకం, ఋణాత్మకం కాని పూర్ణసంఖ్య ఏది?

ఇవి చేయండి.

ఒక నిలువు రేఖను గీచి, దానిపై క్రింది పూర్ణసంఖ్యలను గుర్తించండి.

$-5, 4, -7, -8, -2, 9, 5, -6, 2$

అభ్యాసం - 6.1

1. కింది వాక్యాలను గుర్తులతో పూర్ణసంఖ్యలుగా తెలపండి.

i) 3000 మీ. ఎత్తులో విమానం ఎగురుతున్నది ( )

ii) ఒక చేప నీటి మట్టానికి 10 మీటర్ల దిగువన కలదు. ( )

iii) హైదరాబాదులో ఉష్ణోగ్రత 0^0C కన్నా 35^0 ఎక్కువ ఉన్నది. ( )

iv) 0^0 సెంటీగ్రేడ్ ఉష్ణోగ్రత వద్ద నీరు ఘనీభవిస్తుంది. ( )

v) ఎవరెస్టు శిఖరంపై జనవరి నెలలో సగటు ఉష్ణోగ్రత 0^0C కన్నా 36 డిగ్రీలు తక్కువ ( )

vi) జలాంతర్గామి సముద్రమట్టానికి 500 మీ. దిగువన కలదు ( )

vii) డార్జిలింగ్ లో జూలై నెలలో సగటు ఉష్ణోగ్రత 0^0C కన్నా 19^0C తక్కువ ( )

viii) జనవరి నెలలో విశాఖపట్నంలో సగటు అత్యల్ప ఉష్ణోగ్రత 18^0C ( )

2. ఏవైనా ఐదు ఋణపూర్ణసంఖ్యలను రాయండి.

3. ఏవైనా ఐదు ధనపూర్ణసంఖ్యలను రాయండి.

4. ప్రక్కన ఇవ్వబడిన దిగువ పూర్ణసంఖ్యలను సంఖ్యారేఖపై గుర్తించండి. -4, 3, 2, 0, -1, 5

5. సత్యమో, అసత్యమో తెల్పండి. అసత్య వాక్యాన్ని సత్య వాక్యంగా రాయండి.

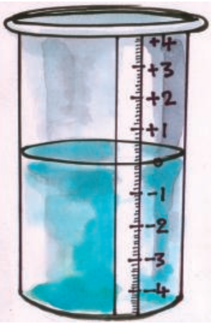
i) సంఖ్యారేఖపై (−7) సంఖ్య (−6) సంఖ్యకు కుడివైపున ఉంటుంది. ( )

ii) 'సున్న' అనేది ధనపూర్ణసంఖ్య ( )

iii) 9 అనేది సంఖ్యారేఖపై సున్నకు కుడివైపున గల సంఖ్య ( )

iv) −1 అనేపూర్ణ సంఖ్య −2 నకూ, '0' కు మధ్య ఉంటుంది. ( )

6.5 పూర్ణసంఖ్యల క్రమం

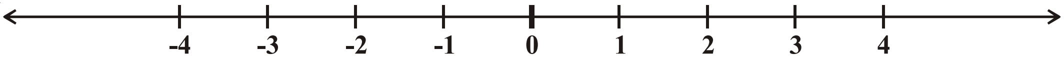


పవన్, హరీష్ అనే స్నేహితులు ఇద్దరు వారి గ్రామంలో గల బావిలో నీటిని పరిశీలిస్తూ ఉంటారు. ఆ బావిలో ఉన్న మెట్లు ఆధారంగా వేసవి కాలంలో నీటిమట్టం ఎలాతగ్గుతున్నది? వర్షాకాలంలో ఎలా పెరుగుతున్నదో పరిశీలించారు. ఈ నీటి స్థాయిలను ఏవిధంగా గుర్తిస్తే బాగుంటుందో అని చర్చించగా వారికి చక్కని ఆలోచన వచ్చింది. నేలబావిని పోలియుండే ఒక బీకరును తీసుకొని దానితో బావినమూనా తయారుచేసారు. ఎక్కువగా స్థిరంగా ఉండే నీటి స్థాయిని 'సున్న'తో గుర్తించి, తర్వాత మెట్ల సంఖ్యను బట్టి క్రిందకు −1, −2, −3, ... ఈ విధంగానూ, పైకి +1, +2, +3, ... అనీ గుర్తించి ఒక కాగితాన్ని బీకరుకు అంటించారు. ఈ బీకరులో నీటిస్థాయిని పెంచడానికి, తగ్గించడానికి ఇంకు పిల్లరు ఉపయోగించారు. ఇప్పుడు చెప్పండి.

1. బీకరులో నీటిని వేస్తే ఏమౌతున్నది?

2. '0' స్థాయివద్ద నుండి నీటిని తొలగిస్తే నీటిస్థాయి ఎలా మారుతున్నది?

మరొకసారి సంఖ్యారేఖపై పూర్ణసంఖ్యలను ఎలా గుర్తిస్తారో పరిశీలిద్దాం.



సంఖ్యారేఖను బట్టి 4 > 2 అంటే 4 సంఖ్య 2 కు కుడివైపున కలదు. 2 > 0 అంటే 2 సంఖ్య, సున్నకు కుడివైపున ఉన్నట్లు. అలాగే 0 అనేది −3కు కుడి ప్రక్కన కలదు. అందుచే 0> −3. దీనిని బట్టి సంఖ్యారేఖపై కుడివైపుకు పోవుకొలదీ సంఖ్యవిలువ పెరుగుతూ ఉన్నది కదూ! అదేవిధంగా ఎడమవైపుకు పోవు కొలదీ తగ్గుతున్నదని భావించవచ్చు.

అందుచే $-3 < -2, -2 < -1, -1 < 0$ మరియు $0 < 1, 1 < 2, 2 < 3$ ఇలా వ్రాయవచ్చు.

ఇవి చేయండి

పై అవగాహన ఆధారంగా క్రింది ఖాళీలను '<' లేదా '>' గుర్తులతో ఖాళీలు పూరించండి.

0.........−1;   −3...........−2;   5........6;   −4..........0

అభ్యాసం – 6.2

1. కిందనివ్వబడిన పూర్ణసంఖ్యల మధ్య '>' లేదా '<' సరియైన గుర్తుల నుంచి పోల్చండి.

   i) −1 0   ii) −3 .... −7   iii) −10 ...... +10

   iv) 0 .... −5   iv) −100 99   vi) 0 100

2. కింద పూర్ణసంఖ్యలను ఆరోహణ, అవరోహణ క్రమాలలో రాయండి.

   i) −7, 5, −3   ii) −1, 3, 0   iii) 1, 3, −6   iv) −5, −3, −1

3. సత్యమో, అసత్యమో తెలపండి. అసత్య వాక్యాలను సత్య వాక్యాలుగా మార్చండి.

   i) సంఖ్యారేఖపై 'సున్న' సంఖ్య (−3) నకు కుడివైపున ఉంటుంది   (   )

   ii) (−12) మరియు (+12) అనేవి సంఖ్యా రేఖపై ఒకే బిందువును సూచిస్తాయి.   (   )

   iii) ప్రతి ధన పూర్ణసంఖ్య 'సున్న' కంటే పెద్దది.   (   )

   iv) −5 < 8   (   )

   v) (−100) > (+100)   (   )

   vi) −1 < −8   (   )

4. దిగువనివ్వబడిన సంఖ్యల మధ్యనగల పూర్ణసంఖ్యలను తెలపండి. సంఖ్యా రేఖపై గుర్తించండి.

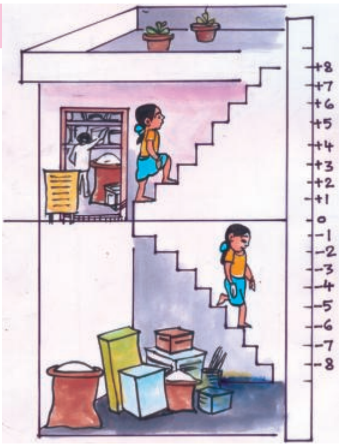
   i) −1 మరియు 1   ii) −5 మరియు 0

   iii) −6 మరియు −8   iv) 0 మరియు −3

5. ఒకరోజు సిమ్లాలో ఉష్ణోగ్రత -4^0 C మరియు అదేరోజున కుఫ్రీ -6^0C గా నమోదు అయినది. అయిన ఆరోజు ఏనగరంలో అత్యంత చలిగా ఉన్నది? ఎలా?

ఇవి చేయండి.

రాజేష్‌కుగల కిరాణా దుకాణం యొక్క భవనం పై భాగంనకు వెళ్ళి ఆడుకోవడానికి లేదా చుట్టుప్రక్కల ప్రాంతాలు చూడడానికి మెట్లు ఉన్నాయి. అదే విధంగా కిరాణా సామాన్లు నిల్వచేయడానికి క్రిందభాగంలో గొడౌన్‌కు పోవడానికి కూడా మెట్లు ఉన్నాయి. ప్రతిరోజు రాజేష్ కూతురు హాసిని, స్కూలునుండి వచ్చాక, మెట్లు ఎక్కి మేడమీద ఆడుకుంటుంది. అదే విధంగా రాత్రివేళల్లో సామాన్లు గొడౌన్‌లో సర్దడానికి తనతండ్రికి సహాయపడుతుంది. ప్రక్కపటంలో పైకి, క్రిందకు గల మెట్లను పూర్ణసంఖ్యలచే గుర్తించిన విధం గమనించండి. క్రింది వాక్యాలకు సరియగు పూర్ణసంఖ్యలతో గుర్తించండి.



i) భవనం తలం నుండి 7 మెట్లు పైకి వెళ్ళింది.

ii) భవనం తలం నుండి 3 మెట్లు క్రిందకు దిగింది.

iii) పైకి 5 మెట్లు ఎక్కి, మరలా ఇంకా 3మెట్లు పైకి ఎక్కింది.

iv) క్రిందకు గొడౌన్‌కు 4 మెట్లు దిగి, మరలా మరొక 3 మెట్లు క్రిందకు దిగింది.

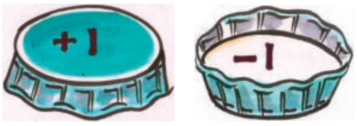
v) క్రిందకు 5 మెట్లుదిగి, అక్కడ నుండి 10 మెట్లుపైకి ఎక్కింది.

vi) పైకి 8 మెట్లు ఎక్కి, అక్కడ నుండి 9 మెట్లు క్రిందకు దిగింది.

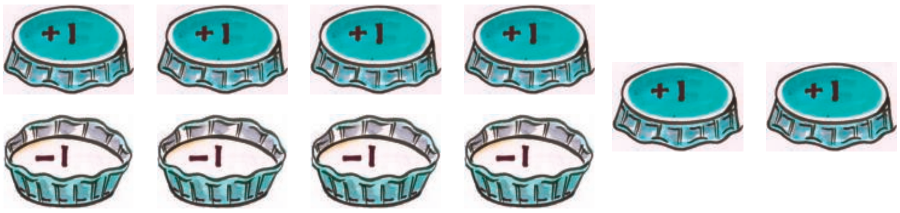
మీరు వ్రాసిన జవాబులను మీస్నేహితులతో పరిశీలింపచేసుకొని, చర్చించండి.

6.6 పూర్ణ సంఖ్యల సంకలనం మరియు వ్యవకలనం

ఆట ఆడుకుందాం

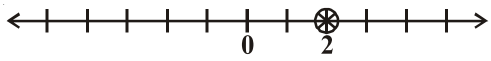


పటంలో చూపిన విధంగా 10 కూల్ డ్రింక్ మూతలను సేకరించండి. ఈ మూతలను పైవైపు, క్రిందవైపులుగా రంగువేసి పై వైపు మూతకు (+1) గానూ క్రింది వైపుమూతకు (–1) గానూ గుర్తించండి. ఈ పది మూతలను కలిపి ఒకేసారి వేయమని నీ స్నేహితునితో చెప్పు. మూతలు క్రిందకు పడగానే, (+1) మరియు (–1) లుగా ఉండే జతలను తొలగించమనండి. మిగిలిన మూతలను లెక్కించండి. ఉదాహరణకు 4 జతలు ఏర్పడగా, మిగిలిన మూతలను లెక్కించండి. ఉదాహరణకు 4 జతలు ఏర్పడగా, మిగిలిన రెండు మూతలు "పైవైపు" ఉంటే నీ స్నేహితునికి (+2) పాయింట్లు వచ్చినట్లు లెక్క.

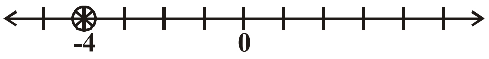


ఒక వేళ 3జతలు ఏర్పడగా 4 మూతలు "క్రిందవైపు" ఉంటే ఆమెకు (–4) పాయింట్లు వచ్చినట్లు

నీకు, నీ స్నేహితునికి వచ్చిన పాయింట్లను సంఖ్యారేఖపై నమోదు చేయండి. ఈ విధంగా ఎవరికి మొదటిగా 10 పాయింట్లు వస్తాయో వారు గెలిచినట్లు లెక్క.



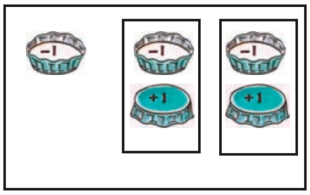
మీ రికార్డు



మీ స్నేహితుని రికార్డు

సంఖ్యారేఖలను పరిశీలించారా?

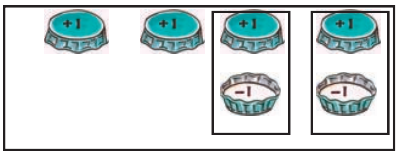
రెండు ధనపూర్ణసంఖ్యలు వచ్చినపుడు (+3) + (+1) = 4. లాగ, రెండు రుణపూర్ణసంఖ్యలు వచ్చినప్పుడు (−3) + (−2) = −5 లాగ కలిపారు కదా! ఇప్పుడు ఒకధనపూర్ణసంఖ్య, ఒక ఋణపూర్ణసంఖ్యను ఎలా కలుపుతారో మూతల ఆటతో చూద్దాం. (+1) + (−1) = 0 కావున (+1), (−1) వచ్చే జతలను తొలగించి తర్వాత మిగిలిన కప్పులను పరిశీలించండి.



ఉదా : i) (-3) + (+2) = (-1) + [(-2) + (+2)]

= -1 + 0

= -1



ii) (+4) + (-2) = (+2) + [(+2) + (-2)]

= (+2) + 0

= +2

ఈ విధంగా చేయడం వలన సంఖ్యారేఖ అవసరం లేకుండానే ఆటద్వారా సులభంగా సంకలనం చేయగలరు.

ఇవి చేయండి.

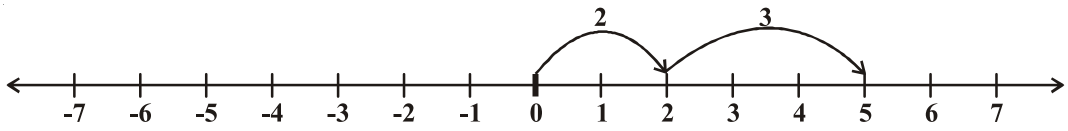
కింది వాని విలువలు కనుగొనండి

i) −7 + 8 ii) −3 + 5 iii) −3−2 iv) +7−10

6.6.1 సంఖ్యారేఖపై పూర్ణసంఖ్యలను సంకలనం చేయుట

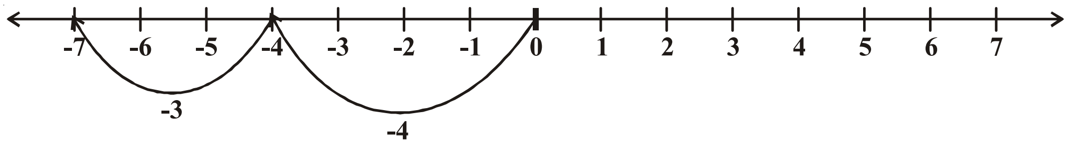
సంఖ్యారేఖపై పూర్ణసంఖ్యలను ఏవిధంగా సంకలనం చేస్తారో తెలుసుకుందాం.

1. 2 మరియు 3 లను సంఖ్యారేఖపై కలుపుదాం.



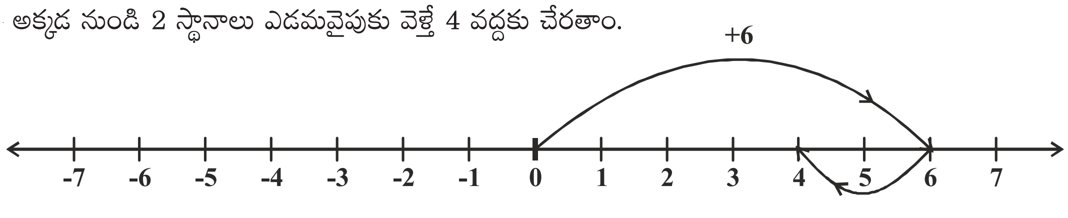
సంఖ్యారేఖపై 'సున్న' నుండి 2 స్థానాలు కుడివైపుకు వెళ్తే 2కు చేరతాం. అక్కడనుండి 3స్థానాలు కుడివైపుకు వెళ్తే 5కు చేరతాం. అందుచే 2+3 = 5 అగును.

2. (−4) మరియు (−3) కలుపుదాం.



సంఖ్యారేఖపై మొదట మనం 'సున్న' నుండి 4 స్థానాలు ఎడమకు వెళ్తే (−4), అక్కడ నుండి 3 స్థానాలు మరలా ఎడమవైపుకు వెళ్తే (−7) చేరతాం. అందుచే (−4) + (−3) = (−7) అగును.

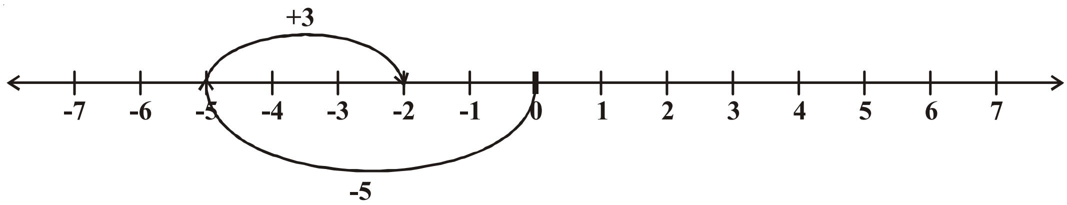
3. (+6) మరియు (−2) లను కలుపుదాం. సంఖ్యారేఖపై మొదట మనం 'సున్న' నుండి కుడివైపుకు 6స్థానాలు వెళ్ళి, అక్కడ నుండి 2 స్థానాలు ఎడమవైపుకు వెళ్తే 4 వద్దకు చేరతాం.



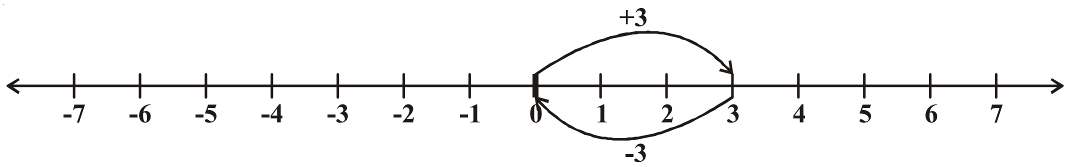
అందుచే (+6) + (−2) = (+4) అగును.

4. (−5) మరియ (+3) ను కలుపుదాం. సంఖ్యారేఖపై మొదట '0' నుండి 5స్థానాలు ఎడమవైపుకు వెళ్తే (−5) కు చేరతాం. అక్కడనుండి 3స్థానాలు కుడివైపుకు వెళ్తే (+3) మనం −2 కు చేరతాం.

అందుచే (−5) + (+3) = −2



5. సునీత 3కు −3ను కలిపింది. మొదట 'సున్న' నుండి కుడివైపుకు 3 స్థానాలు (+3) వెళ్ళింది. అక్కడ నుండి ఎడమవైపుకు 3స్థానాలు (−3) వెళ్ళింది. ఆమె ఎక్కడికి చేరినట్లు భావించాలి?



సంఖ్యారేఖను బట్టి 3+(−3)=0 అని తెలుస్తుంది.

ఇదేవిధంగా మనం 5కు −5 ను కలిపిన మొత్తం 'సున్న' అవుతుంది. అందుచే 1 మరియు −1 ; 2 మరియు −2 వంటి సంఖ్యలను పరస్పరం కలిపితే 'సున్న' వస్తుంది. వీటిని ఒకదానికొకటి సంకలన విలోమాలు అంటారు. అందుచే ఏవేని రెండు వేర్వేరు సంఖ్యల మొత్తం 'సున్న' అయిన వాటిలో ఒక దానిని, మరొక దానికి సంకలన విలోమం అందురు.

7 యొక్క సంకలన విలోమం ఏది?

−8 యొక్క సంకలన విలోమం ఏది?

ప్రయత్నించండి.

1. సంఖ్యారేఖనుపయోగించి క్రింది వాటికి సాధన కనుగొనండి.

   i) (−3) + 5 ii) (−5) + 3

   మీరు ఇటువంటి మరి రెండు ప్రశ్నలు తయారు చేసి, సంఖ్యారేఖతో సాధించండి.

2. క్రింది వాటికి సాధనను సంఖ్యారేఖనుపయోగించకుండా సాధించండి.

   i) (+5) + (−5) ii) (+6) + (−7) iii) (−8) + (+2)

   ఇటువంటి మరి అయిదు ప్రశ్నలు తయారుచేసి సాధించండి.

కిందివాటిని పరిశీలించండి.

i) 3+2=5 20+6=26 30+22=52

8+16=24 9+10=19 20+14=34

ఏమి పరిశీలించారు? రెండు ధనపూర్ణసంఖ్యల మొత్తం మరొక ధనపూర్ణసంఖ్య అగును.

ii) −4−6 = (−4) + (−6) = −10 ; −8−12 = (−8) + (−12) = −20 ; −3−9 = (−3) + (−9) = −12

ఏమి గమనించారు? రెండు ఋణపూర్ణసంఖ్యల మొత్తం మరొక ఋణపూర్ణసంఖ్య అగును.

iii) 15+(−17) = −2 ; −23+4 = −19 ; −11+16 = 5 ; −12+12 = 0

పై సమస్యలు పరిశీలిస్తే ఒక ధనపూర్ణసంఖ్య మరియు ఒకఋణపూర్ణసంఖ్యల మొత్తం ఒక ధనపూర్ణసంఖ్య లేదా ఒక ఋణపూర్ణసంఖ్య లేదా 'సున్న' కావచ్చు.

కొన్ని ఉదాహరణలు చూద్దాం.

ఉదా 1 : (−10) + (+14) + (−5) + (+8) మొత్తం ఎంత?

సాధన : ధనపూర్ణసంఖ్యలను, ఋణపూర్ణసంఖ్యలను సమూహాలుగా చేసి సాధిద్దాం.

(−10) + (+14) + (−5) + (+8) = ((−10) + (−5)) + ((+14) + (+8))

= (−15) + (+22) = +7

ఉదా 2 : (−20), (−82), (−28) మరియు (−14) ల మొత్తం ఎంత?

సాధన : (−20) + (−82) + (−28) + (−14) = −144

ఉదా 3 : 25 + (−21) + (−20) + (+17) + (−1) ల మొత్తం ఎంత?

సాధన : 25 + (−21) + (−20) + (+17) + (−1) = (25+(+17)) + ((−21)+(−20)+(−1))

= (+42) + (−42) = 0

అభ్యాసం - 6.3

1. కింది పూర్ణసంఖ్యలను సంఖ్యారేఖ సహాయంతో కలపండి.

i) 7+(−6) ii) (−8)+(−2) iii) (−6) + (−5) + (+2)

iv) (−8) + (−9) + (+17) v) (−3) + (−8) + (−5) vi) (−1) + 7 + (−3)

2. కింది పూర్ణసంఖ్యలను సంఖ్యారేఖ లేకుండా కలపండి.

i) 10+(−3) ii) (−10) + (+16) iii) (−8) + (+8)

iv) −215 + (+100) v) (−110) + (−22) vi) 17 + (−11)

3. సంకలనం చేయండి

i) 120 మరియు −274 ii) −68 మరియు 28

iii) −29, 38 మరియు 190 iv) −60, −100 మరియు 300

4. సూక్ష్మీకరించండి.

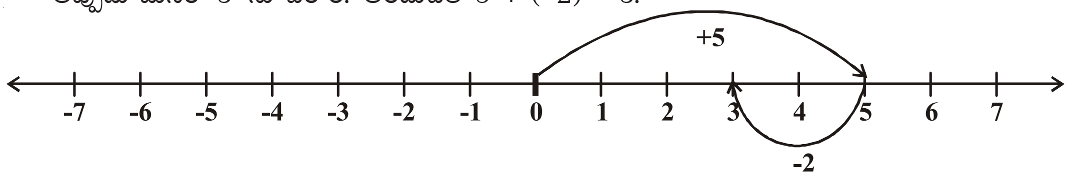
i) (−6) + (−10) + 5 + 17 ii) 30 + (−30) + (−60) + (−18)

iii) (−80) + (+40) + (−30) + (+6) iv) 70 + (−18) + (−10) + (−17)

6.6.2 పూర్ణసంఖ్యల వ్యవకలనం

మనం రెండు పూర్ణసంఖ్యలు 5 మరియు (−2) లను సంఖ్యారేఖపై కలిపినప్పుడు 5 నుండి 2 స్థానాలు ఎడమవైపుకు వెళ్ళాం.

అప్పుడు మనం '3' ను చేరాం. అందుచేత 5 + (−2) = 3.

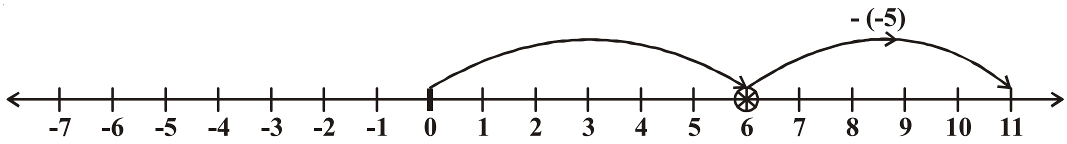


అంటే ధనపూర్ణసంఖ్యను కలుపునప్పుడు 'కుడివైపుకు', రుణపూర్ణసంఖ్యను కలుపునపుడు 'ఎడమవైపుకు' మనం సంఖ్యారేఖపై సంఖ్యలు మార్పిడి చేస్తున్నాం. ఇదేవిధంగా పూర్ణాంకాల వ్యవకలనంలో కూడా 5 నుండి 2 తీసివేసినపుడు మనం ఎడమవైపుకు మార్చాం. అందుచే 5−2=3 అయింది. మనం ఇప్పుడు క్రింది ఉదాహరణ పరిశీలిద్దాం.

ఉదా 4 : 6 నుండి −5 ను తీసివేయండి.

సాధన : 6 నుండి −5 ను తీసివేయడమంటే (−5)కు ఎంతకలిపితే 6వస్తుందో తెలుసుకోవడమే.

క్రింది సంఖ్యారేఖను పరిశీలించండి.



−5 అనేది 6 నుండి 11 యూనిట్ల దూరంలో ఉన్నది. అనగా (−5) కు 11 కలిపితే మొత్తం '6' అవుతుంది.

అందుచే 6−(−5) = 11

6 నుండి −5నుతీసివేయడమంటే, 6కు 5ను (−5యొక్క సంకలన విలోమం) కలపడమే అవుతుంది.

అనగా 6−(−5) = 6+5 = 11

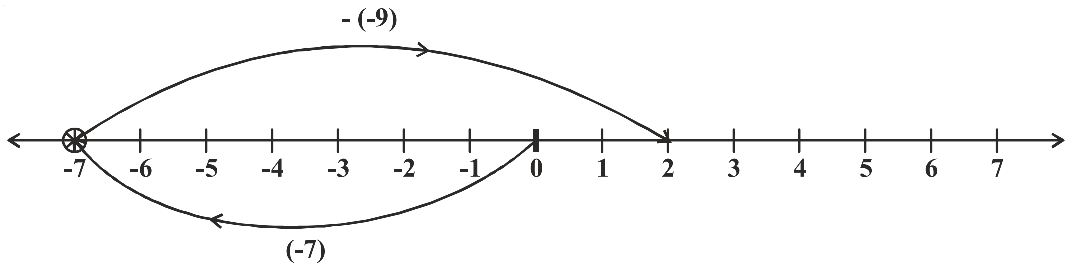
అందువలన ఒకపూర్ణసంఖ్య తీసివేయడమంటే, దాని సంకలనవిలోమాన్ని కలపడమే అవుతుంది.

3−(−3) = 6

ఇదేవిధంగా 4−(−2) ఎంత అవుతుంది? సంఖ్యారేఖపై మీరు ఎడమవైపుకు సూచిస్తారా? కుడివైపుకు సూచిస్తారా? మీరు ఎడమవైపుకు 2 స్థానాలువెళ్తే '2'కు చేరుతారు. అప్పుడమనం 4−(−2)=2 అని చెప్పాలి. కాని ఇది సత్యంకాదు. ఎందువలన అంటే 4−2=2 మరియు 4−(−2) $\neq$ 4−2 అగును. అందుచే 4−(−2) కొరకు 4 నుండి కుడివైపుకు రెండు స్థానాలు వెళ్తాం. ఇది 4−(2) నకు వ్యతిరేకం. ఒక సందర్భంలో 6ను చేరితే మరొక సందర్భంలో 2కు చేరతాం.

ఉదా 5 : (−7) − (−9) విలువను సంఖ్యారేఖ ద్వారా కనుగొనండి.

సాధన : (−7) − (−9) అనగా (−7) + 9 (−9 యొక్క సంకలన విలోమం 9 కావున)



అందుచే సంఖ్యారేఖపై (−7) నుండి 9 యూనిట్లు కుడివైపుకు వెళ్తే మనం '2' కు చేరతాం.

అందుచే (−7) − (−9) = −7+9=2 అగును.

ఇవి చేయండి

i) −5−(−3) ii) −7−(+2) iii) −7−(−5)

iv) 3−(−4) v) 5−(+7) vi) 4−(−2)

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి.

3−3 = 0

3−2=1

3−1=2

3−0=3

3−(−1) = 4

3−(−2) = 5

3−(−3) = 6

> ఇక్కడ 3 నుండి తీసివేసేసంఖ్యను గమనించండి. ఈ విలువ తగ్గుతూవుంటే, ఫలితంలో పెరుగుదల కనిపిస్తుంది కదా!
>
> ఇటువంటి ఫలితం అన్ని పూర్ణసంఖ్యలకూ సత్యమేనా?

ఉదా6 : (−13) నుండి (−6) ను తీసివేయండి.

సాధన : (−13) − (−6) = (−13) + ((−6) యొక్క సంకలన విలోమం)

= −13 + 6 = −7

ఉదా 7 : (−8) నుండి (+8) ను తీసివేయండి.

సాధన : (−8) − (+8) = (−8) + ((+8) యొక్క సంకలన విలోమం)

= −8+(−8) = −16

ఉదా 8 : (−6) − (+7) − (−24) సూక్ష్మీకరించండి.

సాధన : (−6) − (+7) − (−24)

= (−6) + ((+7) యొక్క సంకలన విలోమం) + ((−24) యొక్క సంకలన విలోమం)

= (−6) + (−7) + (+24) = −13+24 = 11

అభ్యాసం - 6.4

1. కనుగొనండి

   i) 40–(22) ii) 84–98 iii) (–16)+(–17)

   iv) (–20) – (13) v) 38 – (–6) vi) (–17) – (–36)

2. కింది ఖాళీలను >, < లేదా = లలో సరియైన గుర్తులతో నింపండి.

   i) (–4) + (–5) .... (–5)–(–4) ii) (–16) – (–23) .... (–6) + (–12)

   iii) 44 – (–10) .... 47 + (–3) iv) (–21) + (–22) .... (–22) + (–21)

3. కింది ఖాళీలను పూరించండి.

   i) (–13) + ... = 0 ii) (–16) + 16 = ...

   iii) (–5) + ... = –14 iv) .... –16 = –22

4. సూక్ష్మీకరించండి.

   i) (–6) – (5) – (+2) ii) (–12) + 42 – 7 – 2

   iii) (–3) + (–6) + (–24) iv) 40 – (–50) – 2

మనం నేర్చుకున్నవి

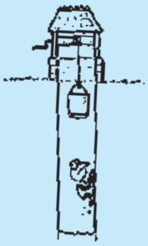
1. వ్యాపారంలో నష్టం, సున్న డిగ్రీల కన్నా తక్కువ ఉష్ణోగ్రత, పూర్వకాలాలు, సముద్ర మట్టంనకు దిగువన వంటి అంశాలకు సంఖ్యలుగా తెలుపునప్పుడు ఋణపూర్ణసంఖ్యలు వాడుదాం.
2. ధనపూర్ణసంఖ్యలు {1, 2, 3,..} ఋణపూర్ణసంఖ్యలు {–1, –2, –3,...} మరియు సున్నను పూర్ణసంఖ్యలు అందురు. పూర్ణసంఖ్యల సమితిని 'I' లేదా 'Z' అక్షరంతో సూచిస్తారు.

   $$Z = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$$

3. పూర్ణసంఖ్యల సంకలనం, వ్యవకలనంలను సంఖ్యారేఖపై సూచించవచ్చును.
4. రెండు ధనపూర్ణసంఖ్యల మొత్తం మరొక ధనపూర్ణసంఖ్య అగును.
5. రెండు ఋణపూర్ణసంఖ్యల మొత్తం మరొక ఋణపూర్ణసంఖ్యఅగును.
6. ఒకధన, ఒకఋణ పూర్ణసంఖ్యలను కలుపునపుడు పెద్దసంఖ్య నుండి చిన్న సంఖ్యను తీసివేసి, పెద్దసంఖ్య యొక్క గుర్తు పెడతాం.
7. రెండు పూర్ణసంఖ్యల తీసివేత అనగా తీసివేయవల్సిన సంఖ్య యొక్క సంకలన విలోమం కలపడమే.

పూర్ణ సంఖ్యలతో తమాషా!

నీటి కోసం వెదుకుతున్న ఒక కప్ప 30 మీ లోతున గల నూతిలో పడింది. అది పైకి రావటానికి ప్రయత్నించింది. ప్రతిరోజు 3 మీ చొప్పున పైకి చేరితే ఆ రాత్రికి 2 మీ కిందకు జారేది. ఈ విధంగా ప్రయత్నిస్తే ఎన్ని రోజులలో కప్ప నూతి బైటికి రాగలదు.

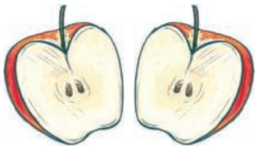


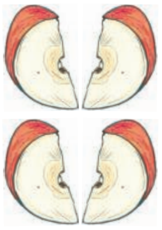
అధ్యాయము - 7

భిన్నాలు - దశాంశ భిన్నాలు

7.1 పరిచయం

రాము ఒక ఆపిల్‌పండు కొని తన మిత్రుడితో సమానంగా పంచుకోవాలనుకున్నాడు. అంటే ఆ ఆపిల్‌ను రెండు సమాన భాగాలు చేసి రాము ఒక భాగం తీసుకొని తన మిత్రునికి ఇంకొక భాగం ఇవ్వాలనుకొంటున్నాడు. "మీరు నలుగురు స్నేహితులైతే అప్పుడు ఏంచేస్తావు? అని రేష్మా అతన్ని ప్రశ్నించింది. అప్పుడు రాము మరలా ప్రతీ సగభాగాన్ని రెండు సమాన భాగాలుగా చేసి పంచుకుంటామని చెప్పి "ఒక్కొక్క ముక్క మొత్తం ఆపిల్‌లో ఎన్నవ భాగం" అని రేష్మాను అడిగాడు.

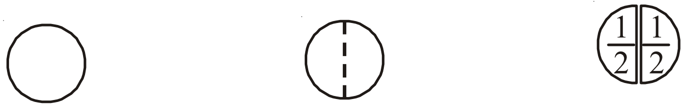




అప్పుడు రేష్మా ఈ నాలుగు సమాన భాగాలను కలిపితే మొత్తం ఆపిల్ ఏర్పడుతుంది కాబట్టి ప్రతీ ముక్క మొత్తంఆపిల్ లో 1/4 వ భాగం అని చెప్పింది.

కాబట్టి దేనినైనా రెండు సమాన భాగాలు చేస్తే ప్రతీ భాగము మొత్తములో సగమును సూచిస్తుంది అని చెబుతాము. (క్రింద యిచ్చిన పటాలు చూడండి)

మొత్తం భాగము   చుక్కల గీత వెంబడి కత్తిరించుము.



7.2 భిన్నము

భిన్నము అనగా ఒక మొత్తములో కొంతభాగం లేక ఒక సమూహంలో కొన్ని.

$\frac{5}{12}$ ఒక భిన్నము. దీనిని మనం "5 బై 12" అని చదువుతాము.

దీనిలో 12 దేనిని సూచిస్తుంది? మొత్తం లేదా ఒక వస్తువు ఎన్ని సమాన భాగాలుగా విభజింపబడిందో తెలిపే సంఖ్య. మరి 5 దేనిని సూచిస్తుంది? మనము తీసుకున్న లేదా ఎంచుకోబడిన సమాన భాగాల సంఖ్యను ఇది సూచిస్తుంది. దీనిలో 5ను లవము అని, 12 ను హారము అని అంటారు.

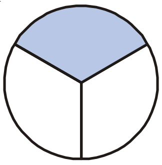
$\frac{3}{7}$ లో లవాన్ని మరియు $\frac{4}{15}$ లో హారాన్ని తెలపండి.

ప్రయత్నించండి.

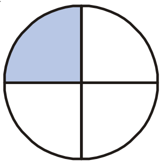
1. కింది వాటిని పటరూపంలో సూచించండి.

i. $\frac{3}{4}$ ii. $\frac{2}{8}$ iii. $\frac{1}{3}$ iv. $\frac{5}{8}$

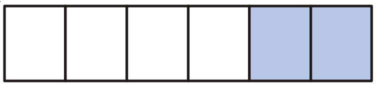
2. కింది పటాలలో షేడ్ చేయబడిన భాగాన్ని సూచించే భిన్నాలు రాయండి.



(i)



(ii)



(iii)

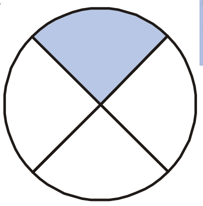
ఈ భిన్నాలన్నీ ఒకటికన్నా తక్కువ మరియు మొత్తంలో భాగాలు. వీటిని **క్రమభిన్నాలు** అంటారు.

భిన్నంలో లవం కన్నా హారం ఎక్కువ అయితే దానిని క్రమభిన్నం అంటాము.

ఇవి చేయండి.

1. ఏవైనా ఐదు క్రమ భిన్నాలను వ్రాసి, వాటిని చిత్రరూపంలో చూపండి.

2. ప్రక్కన యిచ్చిన పటాన్ని చూసి రాణి దీనిలో ఛాయావృత ప్రాంతం $\frac{1}{4}$ అని చెప్పింది. యిది సరియైనదేనా? మీ సమాధానానికి కారణాన్ని వివరించండి.



అపక్రమ భిన్నాలు :

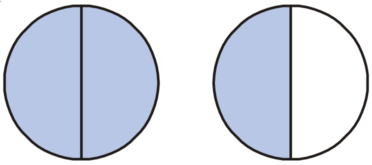
భిన్నంలో హారం కన్నా లవం ఎక్కువగా ఉంటే దానిని అపక్రమ భిన్నం అంటారు. $\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{3}, \frac{8}{2}$ మొదలగునవి దీనికి ఉదాహరణలు.

ఈ భిన్నాలలో హారము, లవము కన్నా ఎక్కువో, కాదో సరిచూడండి. ఏవైనా ఐదు అపక్రమ భిన్నాలను వ్రాయండి.

యీ అపక్రమ భిన్నాలను పటరూపంలో ఎలా సూచిస్తారు?

ఒక ఉదాహరణ చూద్దాం.

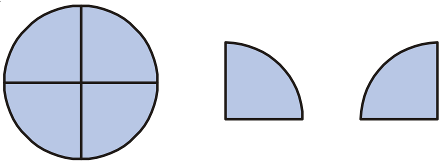
దీనిలో ప్రతీ వృత్తము ఒక మొత్తాన్ని సూచిస్తుంది. మనకున్న రెండు మొత్తాలలో ప్రతీ మొత్తము రెండు సమాన భాగాలు చేయబడ్డాయి. ఇలా ఏర్పడిన 4 సమాన భాగాలలో మొత్తం మూడు సమాన భాగాలు షేడ్ చేయబడినాయి. కావున దీనిని $\frac{3}{2}$ అని సూచిస్తాము. కాబట్టి అపక్రమ భిన్నాలను సూచించాలంటే మనకు ఒకటి కన్నా ఎక్కువ మొత్తాలు కావాలని గమనించవచ్చును.

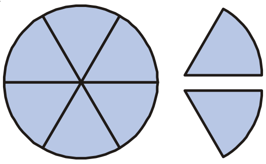


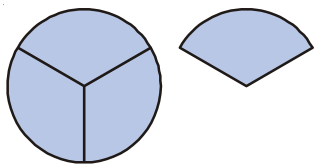
ఇవి చేయండి

1. కింద ఇవ్వబడిన వాటిని అపక్రమభిన్నాలుగా సూచించండి.

(i)



(ii) 

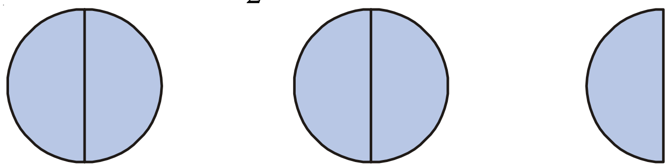
(iii) 

2. కింది భిన్నాలను పటరూపంలో సూచించండి.

$\frac{7}{4}, \frac{5}{3}, \frac{7}{6}$

7.2.2 మిశ్రమ భిన్నాలు

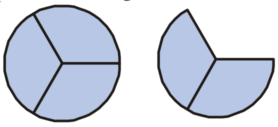
అపక్రమ భిన్నాల విలువ ఒకటి కన్నా ఎక్కువ ఉంటుంది. ఉదాహరణకు $\frac{5}{2}$ ను తీసుకొంటే దానిలో ఐదు సగభాగాలు ఉన్నాయి. దానిని మనం ఇలా సూచిస్తాము. $(5 \times \frac{1}{2})$



పై పటాలన్నిటిని కలిపితే రెండు మొత్తాలు మరియు ఒక సగం.

అనగా $2 + \frac{1}{2}$. దీన్ని $2\frac{1}{2}$ అని వ్రాస్తాము. అదే విధంగా $\frac{5}{3}$ లో ప్రతి మొత్తాన్ని 3 సమాన భాగాలు చేస్తే ఒక్కొక్క భాగము $\frac{1}{3}$ కు సమానము. $\frac{5}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = (5 \times \frac{1}{3})$

మూడు $\frac{1}{3}$ లు ఒక మొత్తము అవుతుంది. $(3 \times \frac{1}{3}) = 1$. మిగిలిన రెండు $\frac{1}{3}$ లు కలిపితే $\frac{2}{3}$ అగును.



కావున $\frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}$ అగును.

ఈ విధంగా ప్రతీ అపక్రమ భిన్నాన్ని మిశ్రమ భిన్నంగా చూపవచ్చును.

ఇవి చేయండి.

కింది వాటిని మిశ్రమ భిన్నరూపంలో వ్రాయండి.

$\frac{7}{2}, \frac{8}{5}, \frac{9}{4}, \frac{13}{5}, \frac{17}{3}$

7.3. లవము మరియు హారము

ఏవైనా రెండు పూర్ణాంకాలను $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{5}{4}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}$ ల వంటి రూపంలో చూపితే అవి భిన్నాలను సూచిస్తాయి. ఈ సందర్భంలో హారంలో 'సున్న' ఉండరాదు. (ఎందుకు?)

ప్రయత్నించండి.

1. కింది భిన్నాలలోని లవము, హారాలను వ్రాయండి.

$\frac{1}{3}, \quad \frac{2}{5}, \quad \frac{7}{2}, \quad \frac{19}{3}, \quad \frac{7}{29}, \quad \frac{11}{13}, \quad \frac{1}{7}, \quad \frac{8}{3}$

2. కింది భిన్నాలను క్రమ మరియు అపక్రమ భిన్నాలుగా విడగొట్టి వ్రాయండి. అపక్రమ భిన్నాలను మిశ్రమ భిన్నాలుగా వ్రాయండి.

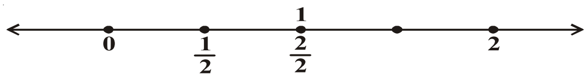
$\frac{1}{3}, \quad \frac{2}{7}, \quad \frac{8}{3}, \quad \frac{3}{5}, \quad \frac{5}{3}, \quad \frac{1}{9}, \quad \frac{9}{5}, \quad \frac{8}{7}$

7.4 సంఖ్యారేఖపై భిన్నాలు

మనము భిన్నాలను కూడా సంఖ్యారేఖపై చూపవచ్చును.

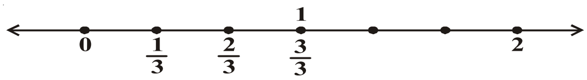
ఒక సంఖ్యారేఖను గీసి దానిపై $\frac{1}{2}$ ను గుర్తించుదాము.

$\frac{1}{2}$ అనేది '0' కన్నా ఎక్కువ మరియు '1' కన్నా తక్కువ అని మనకు తెలుసు. కావున అది '0' మరియు '1' ల మధ్య వుంటుంది.



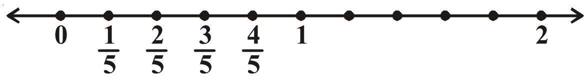
(0, 1 ల మధ్యనున్న ఖాళీని రెండు సమాన భాగాలు చేయండి. ఒక భాగాన్ని $\frac{1}{2}$ అని, రెండవ భాగాన్ని $\frac{2}{2}$ అని చూపండి.

అదే విధంగా $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ మరియు $\frac{3}{3}$ = 1 లను క్రింది విధంగా సంఖ్యారేఖపై సూచించవచ్చును.



[ఒక యూనిట్‌ను మూడు సమాన భాగాలు చేయాలి. మొదటి భాగాన్ని $\frac{1}{3}$ అని చూపండి. రెండవ భాగం $\frac{2}{3}$, మూడవ భాగం $\frac{3}{3}$ = 1 అవుతుంది.

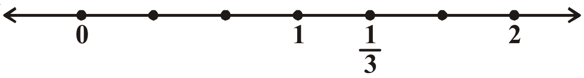
$\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{2}{2}$ మరియు $\frac{5}{5}$ లను క్రింది విధంగా సంఖ్యారేఖపై సూచించవచ్చును.



[ఒక యూనిట్ ఐదు సమాన భాగాలుగా చేయబడింది.]

$\frac{4}{3}$ ను సంఖ్యారేఖపై ఎలా సూచిస్తాము? $\frac{4}{3}$ లో నాలుగు $\frac{1}{3}$ వ భాగాలు వున్నాయి. ఇది ఒకటి కంటే ఎక్కువ.

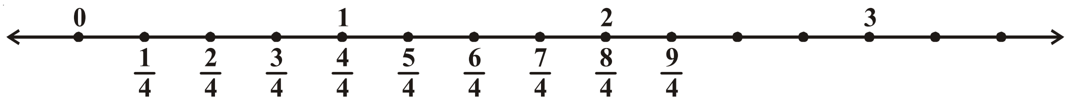
$\frac{4}{3}$ ను సంఖ్యారేఖపై చూపడానికి 1 తరువాత మరొక $\frac{1}{3}$ వభాగం కావాలి.



$$\frac{4}{3} = \frac{3}{3} + \frac{1}{3} = 1 + \frac{1}{3}$$

1 తరువాత, 1, 2 ల మధ్య ఖాళీని 3 సమాన భాగాలు చేయాలి. (హారం 3 కాబట్టి)

మనము $\frac{9}{4}$ ను పరిగణనలోకి తీసుకుంటే దీనిలో తొమ్మిది 1/4 వ భాగాలు వున్నాయి. అప్పుడు యీ సంఖ్యను సంఖ్యారేఖపై యిలా సూచిస్తాము.



కనుక యీ సంఖ్య, సంఖ్యారేఖపై 2 తరువాత వుంటుంది. మరియు దీనిని $2\frac{1}{4}$ అని వ్రాస్తాము.

ఇవి చేయండి.

1. కింది వానిని సంఖ్యారేఖపై చూపండి.

   (i) $\frac{7}{6}$ (ii) $\frac{5}{2}$ (iii) $\frac{7}{5}$ (iv) $\frac{9}{6}$

2. కింది సంఖ్యలలో సంఖ్యారేఖపై ఏవి

   (i) 1 కన్నా ముందు వుంటాయి? (ii) 1, 2ల మధ్య వుంటాయి?

   $\frac{17}{8}$, $\frac{11}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{6}{11}$, $\frac{9}{2}$, $\frac{9}{5}$

అభ్యాసం - 7.1

1. కింది వానిలో ఏవి క్రమభిన్నాలు?

   (i) $\frac{3}{2}$ (ii) $\frac{2}{5}$ (iii) $\frac{1}{7}$ (iv) $\frac{8}{3}$

2. కింది వానిలో ఏవి అపక్రమ భిన్నాలు?

   (i) $\frac{2}{7}$ (ii) $\frac{7}{11}$ (iii) $\frac{9}{11}$ (iv) $\frac{13}{2}$ (v) $\frac{7}{3}$

   పైవానిలో అపక్రమ భిన్నాలు సంఖ్యారేఖపై ఎక్కడ వుంటాయో రాయండి.

3. కింది వానినుండి మిశ్రమ భిన్నాలను వేరుచేసి రాయండి.

(i) $\frac{3}{5}$ (ii) $1\frac{2}{7}$ (iii) $\frac{7}{2}$ (iv) $2\frac{3}{5}$

4. కింది అపక్రమ భిన్నాలను మిశ్రమ భిన్నాలుగా మార్చి రాయండి.

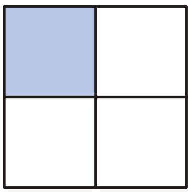
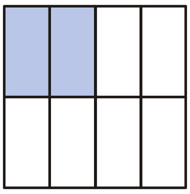
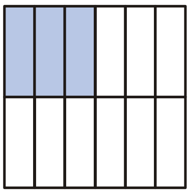
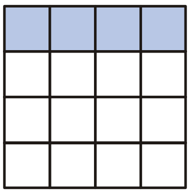
(i) $\frac{7}{3}$ (ii) $\frac{11}{2}$ (iii) $\frac{9}{4}$ (iv) $\frac{27}{4}$

5. కింది మిశ్రమ భిన్నాలను అపక్రమ భిన్నాలుగా మార్చి రాయండి.

(i) $1\frac{2}{7}$ (ii) $3\frac{2}{8}$ (iii) $10\frac{2}{9}$ (iv) $8\frac{7}{9}$

7.5 సమాన భిన్నాలు

కింద నాలుగు భిన్నాలు సూచించబడిన విధానాన్ని చూడండి.

$\frac{1}{4}$  $\frac{2}{8}$  $\frac{3}{12}$  $\frac{4}{16}$ 

మనము జాగ్రత్తగా పరిశీలిస్తే $\frac{2}{8}$ లోని లవహారాలు $\frac{1}{4}$ లోని లవహారాలకు రెట్టింపు వున్నాయని గమనించవచ్చును.

అదేవిధంగా $\frac{3}{12}$ లోని లవహారాలు 1/4 లోని లవహారాలకు 3 రెట్లు.

$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16}$ అని మనం గమనించవచ్చును. యివన్నీ $\frac{1}{4}$ కు సమానం.

అనగా ఇవన్నీ $\frac{1}{4}$ కు సమాన భిన్నాలు.

అనగా ఇచ్చిన భిన్నములోని లవహారాలను ఒకేసంఖ్యచే గుణించగా మనకు యీ సమాన భిన్నాలు ఏర్పడతాయి.

$\frac{1}{3}$ నకు సమాన భిన్నాలు $\frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \frac{5}{15}$.

7.6 భిన్నాల కనిష్ఠ రూపం

$\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, ...$ మొదలగు సమాన భిన్నాలలో $\frac{1}{3}$ అనేది కనిష్ఠ రూపం. 1/3 కనిష్ఠ రూపం ఎందుకంటే దీని లవహారాలు కనిష్ఠ పదాలలో వున్నాయి. అనగా వాటికి సామాన్య కారణాంకాలు లేవు.

ఉదాహరణకు $\frac{2}{3}, \frac{7}{3}, \frac{17}{7}, \frac{1}{5}, \frac{3}{11}$ మొదలైనవన్నీ కనిష్ఠ రూపాలు.

కానీ $\frac{5}{10}, \frac{2}{4}, \frac{16}{36}, \frac{3}{9}$ మొదలైనవన్నీ వాటి కనిష్ఠ రూపంలో లేవు.

ప్రయత్నించండి.

1. కనిష్ఠ రూపంలోనున్న ఏవైనా 5 భిన్నాలను వ్రాయండి.
2. కనిష్ఠ రూపంలోలేని ఏవైనా 5 భిన్నాలను వ్రాయండి.
3. క్రింది భిన్నాలను వాటి కనిష్ఠ రూపంలోనికి మార్చండి.

(i) $\frac{7}{28}$ (ii) $\frac{15}{90}$ (iii) $\frac{11}{33}$ (iv) $\frac{7}{22}$

7.7 సజాతి, విజాతి భిన్నాలు

ఒక గణిత పరీక్షలో గరిష్ఠ మార్కులు 25. రాముకు 5 మార్కులు వచ్చాయి. దీనిని మనం $\frac{5}{25}$ గా వ్రాస్తాము. అలాగే రాజుకు $\frac{10}{25}$ మరియు రవికి $\frac{21}{25}$ వచ్చాయి.

ముగ్గురిలోను రవికి ఎక్కువ మార్కులు వచ్చాయి.

ఒకే హారము కలిగిన భిన్నాలను సజాతి భిన్నాలు అంటారు. వీటిని పోల్చడం చాలాతేలిక.

హారాలు సమానంగా లేని భిన్నాలను విజాతి భిన్నాలు అంటారు.

ఉదాహరణకు $\frac{1}{3}, \frac{1}{7}$ లు విజాతి భిన్నాలు. మరియు $\frac{2}{4}, \frac{6}{12}$ లు విజాతి భిన్నాలు.

నిజానికి $\frac{2}{4}, \frac{6}{12}$ లు సమాన భిన్నాలే కాని విజాతిభిన్నాలు.

అభ్యాసం - 7.2

1. కింది సమూహాలలో సజాతి భిన్నాలు ఏవి?

(i) $\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}$ (ii) $\frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{4}{9}$ (iii) $\frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \frac{7}{11}$

2. సజాతి భిన్నాల సమూహాలను ఐదింటిని వ్రాయండి.
3. కింది వాటిలో సజాతి భిన్నాలను గుర్తించండి.

(i) $\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{1}{3}, \frac{4}{6}$ (ii) $\frac{1}{7}, \frac{3}{5}, \frac{2}{5}, \frac{1}{9}$ (iii) $\frac{7}{8}, \frac{8}{7}, \frac{2}{8}, \frac{7}{5}$

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

సమాన భిన్నాలవుతూ, సజాతి భిన్నాలు కూడా అయ్యే భిన్నాలు వుండవు అని రఫీ అన్నాడు. మీరు అతనితో ఏకీభవిస్తారా? మీ సమాధానానికి వివరణ యివ్వండి.

7.8 భిన్నాల ఆరోహణ మరియు అవరోహణ క్రమం

సంఖ్యా సమితులలోని సంఖ్యలను పోల్చినపుడు కొన్ని పెద్దవి, మిగతా సంఖ్యల కంటె మరికొన్ని చిన్నవి ఉంటాయి. 7 అనే సంఖ్య 19 కన్నా చిన్నది మరియు 3 కన్నా పెద్దది. అలాగే 3 అనేది −5 కన్నా పెద్దది. భిన్నాలను కూడా మనం ఇలా సులభంగా పోల్చవచ్చును. కొన్ని ఉదాహరణల సహాయంతో దీనిని అర్థం చేసుకుందాం.

పాఠశాలలో నిర్వహించిన ఒక పరీక్షలో సురేష్‌కు $\frac{7}{10}$, సీతకు $\frac{9}{10}$, రాకేష్‌కు $\frac{5}{10}$ మార్కులు వచ్చాయి. ముగ్గురిలోను సీతకు ఎక్కువ మార్కులు వచ్చాయి. కావున $\frac{9}{10}$ అనేది $\frac{7}{10}$ కన్నా పెద్దది. $\frac{9}{10}$ అంటే 10 సమాన భాగాలలో 9 సమాన భాగాలు తీసుకోవడం. ఇది 10 సమాన భాగాలలో 7 సమాన భాగాలు తీసుకోవడం కన్నా ఎక్కువ. ఇక్కడ హారాలు సమానం కావున సులభంగా చెప్పగలిగాము.

ఉదాహరణకు $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}$ లలో $\frac{3}{2}$ పెద్దది. మనము $\frac{7}{10}, \frac{9}{10}, \frac{5}{10}$ లను ఆరోహణ క్రమంలో చూపడానికి $\frac{5}{10}, \frac{7}{10}, \frac{9}{10}$ అని రాస్తాం. వీటిని అవరోహణ క్రమంలో చూపగలరా?

ఇవి చేయండి.

క్రింది భిన్నాలలో గరిష్ఠ మరియు కనిష్ఠ భిన్నాలను గుర్తించండి.

(i) $\frac{1}{7}, \frac{3}{7}, \frac{2}{7}, \frac{5}{7}$ (ii) $\frac{1}{9}, \frac{13}{9}, \frac{11}{9}, \frac{5}{9}$

(iii) $\frac{1}{3}, \frac{5}{3}, \frac{17}{3}, \frac{9}{3}$

7.8.1 విజాతి భిన్నాలను పోల్చుట

ఇప్పుడు $\frac{2}{3}$ మరియు $\frac{3}{5}$ లను పోల్చండి. ఏది పెద్దదో చెప్పగలరా? సంఖ్యలను చూడగానే మనం చెప్పలేము. మొదటిదానిలో 2 భాగాలు, రెండవ దానిలో 3 భాగాలు వున్నాయి. ఒక భిన్నంలోని సమాన భాగాలు ఒకేలా వుంటాయి కాని వేరువేరు భిన్నాలలోని సమాన భాగాలు వేరు వేరుగా వుంటాయి.

ఇటువంటి విజాతి భిన్నాలను పోల్చడానికి మొదట వాటిని సజాతి భిన్నాలుగా మార్చాలి. కాబట్టి $\frac{2}{3}$ మరియు $\frac{3}{5}$ లను మనం యీ క్రింది విధంగా మారుస్తాము.

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{5} = \frac{10}{15}$$ (సజాతి భిన్నంగా మార్చడం)

$$\frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{3} = \frac{9}{15}$$

కావున $\frac{9}{15} < \frac{10}{15}$ అందువలన $\frac{3}{5} < \frac{2}{3}$

మరియొక ఉదాహరణ చూడండి. $\frac{7}{9}, \frac{3}{11}$ లలో ఏది పెద్దది?

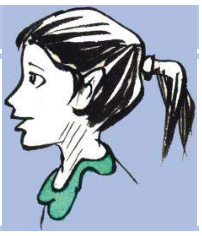
మొదట వాటిని సజాతి భిన్నాలుగా మార్చివ్రాయగా

$$\frac{7}{9} \times \frac{11}{11} = \frac{77}{99} \qquad \frac{3}{11} \times \frac{9}{9} = \frac{27}{99}$$

$\frac{77}{99}$ పెద్దది అంటే $\frac{7}{9}$ పెద్దది. $\frac{7}{9} > \frac{3}{11}$.

వీటన్నింటిలో మనము రెండు భిన్నాల హారాలు సమానం చేసాము. హారాలు సమానమైనపుడు, భాగాల పరిమాణాలు కూడా సమానమవుతాయి. అప్పుడు మనం సమాన భాగాలను పోల్చవచ్చును. ఏ భిన్నంలో లవంలోని సమాన భాగాలు ఎక్కువ వుంటాయో అదేపెద్ద భిన్నం అని తెలుస్తుంది.

ఇవి చేయండి.



కింది వానిలో ఏది చిన్న భిన్నము?

(i) $\frac{2}{5}, \frac{3}{7}$ (ii) $\frac{7}{8}, \frac{5}{4}$ (iii) $\frac{3}{11}, \frac{1}{2}$ (iv) $\frac{5}{6}, \frac{2}{3}$

7.8.2 ఆరోహణ మరియు అవరోహణ క్రమం

మనం సంఖ్యలను ఎడమనుండి కుడికి క్రమంగా విలువ పెరుగుతూ వుండేటట్లు వ్రాస్తాము. దీనినే మనం ఆరోహణ క్రమం అంటారు.

ఉదాహరణకు 1, 3, 7, 8, 12 లు ఆరోహణ క్రమంలో వున్నాయి.

అదేవిధంగా

$\frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{7}{5}, \frac{16}{5}$ లు కూడా ఆరోహణ క్రమంలో వున్నాయి. అంటే $\frac{2}{5} < \frac{3}{5} < \frac{7}{5} < \frac{16}{5}$

అలాగే $\frac{1}{7}, \frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}$ లు కూడా ఆరోహణ క్రమంలో వున్నాయి.

ఇవి చేయండి.

కింది భిన్నాంకాలను ఆరోహణ క్రమంలో రాయండి.

(i) $\frac{1}{7}, \frac{13}{7}, \frac{11}{7}, \frac{5}{7}, \frac{15}{7}$ (ii) $\frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{3}{9}, \frac{24}{18}$

(iii) $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{5}{6}, \frac{7}{12}$ (iv) $\frac{1}{5}, \frac{1}{2}, \frac{1}{8}, \frac{1}{3}, \frac{1}{12}$

మనము యీ సంఖ్యలను ఎడమనుండి కుడికి క్రమంగా విలువ తగ్గుతూ వుండేటట్లు వ్రాస్తే దానిని అవరోహణ క్రమం అంటారు. ఉదాహరణకు 100, 85, 83, 74, 61 లు అవరోహణ క్రమంలో వున్నాయి.

అలాగే $\frac{11}{2}, \quad \frac{7}{2}, \quad \frac{5}{2}, \quad \frac{3}{2}, \quad \frac{1}{2}$ లు అవరోహణ క్రమంలో ఉన్నాయి.

ఇంకా $\frac{1}{4}, \quad \frac{1}{5}, \quad \frac{1}{6}, \quad \frac{1}{7}$ లు కూడా అవరోహణ క్రమంలో వున్నాయి. ఎందుకో కారణం చెప్పగలరా? మీ స్నేహితులతో చర్చించండి.

ఇవి చేయండి.

కింది వానిని అవరోహణ క్రమంలో వ్రాయండి.

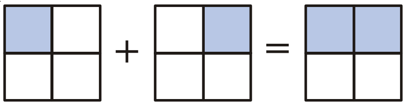
(i) $\frac{1}{9}, \quad \frac{13}{9}, \quad \frac{11}{9}, \quad \frac{15}{9}, \quad \frac{3}{9}$ (ii) $\frac{1}{6}, \quad \frac{2}{3}, \quad \frac{3}{9}, \quad \frac{5}{6}$

(iii) $\frac{1}{5}, \quad \frac{9}{5}, \quad \frac{3}{5}, \quad \frac{9}{5}$

7.9 భిన్నాల సంకలనము (కూడిక)

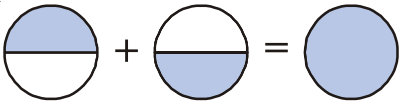
కింది వానిని కూడండి.

ఉదాహరణ 1.



$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

2.



$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$

ఇవి చేయండి.

కింది వాటిని సూక్ష్మీకరించండి.

i. $\frac{1}{4}+\frac{5}{4}$ ii. $\frac{1}{3}+\frac{2}{3}$ iii. $\frac{1}{7}+\frac{2}{7}+\frac{3}{7}$ iv. $\frac{13}{6}+\frac{5}{6}$

7.9.1 విజాతి భిన్నాల సంకలనము

కింది దానిని చూడండి.

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = ?$

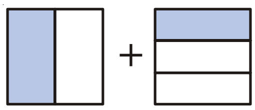
యిక్కడ మనం లవాలను కలపలేము. ఎందువలన? మరి మనం ఏం చేయాలి? యిటువంటి భిన్నాలను కలపడానికి మొదట వాటిని ఒకే హారము కలిగిన సమాన భిన్నాలుగా మార్చాలి.

$$\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\times\frac{3}{3}=\frac{3}{6} \qquad \frac{1}{3}=\frac{1}{3}\times\frac{2}{2}=\frac{2}{6}$$

కావున $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}$

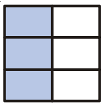
వీటిని పటరూపంలో ఎలా సూచించవచ్చునో చూద్దాం.

$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$

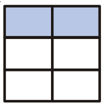


రెండు పటాలలోని భాగాలు సమానం కాదు. కాని సంకలనం చేయాలంటే మనకు సమాన భాగాలు కావాలి. కావున మొదటి దానిని మరిమూడు అడ్డు భాగాలుగా విభజిస్తాము.

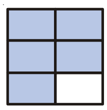
అప్పుడు మనకు $\frac{3}{6}$ వస్తుంది.



మరియు రెండవ పటానికి అదేవిధంగా మనకు $\frac{2}{6}$ వ వస్తుంది.



ఈ రెండూ ఇప్పుడు కలపడానికి వీలుగా ఉన్నాయి కలుపగా మొత్తం $\frac{5}{6}$ వస్తుంది.



$\frac{1}{6}+\frac{5}{3}$ ను పరిగణించండి.

$\frac{5}{3}=\frac{10}{6}$ అని వ్రాస్తాము. కావున $\frac{1}{6}+\frac{5}{3}=\frac{1}{6}+\frac{10}{6}=\frac{11}{6}$

ఇవి చేయండి

ఈ కింది భిన్నాలను కూడండి.

(i) $\frac{1}{2}+\frac{1}{5}$ (ii) $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}+\frac{7}{2}$ (iii) $\frac{1}{3}+\frac{2}{6}+\frac{5}{6}$ (iv) $\frac{1}{3}+\frac{7}{5}$

7.9.2 మిశ్రమ భిన్నాల సంకలనము

$2\frac{1}{3}$ మరియు $1\frac{2}{3}$ లను మనం ఎలా సంకలనం చేస్తాము?

వాటిని అపక్రమ భిన్నాలు $\frac{8}{3}$ మరియు $\frac{5}{3}$ లుగా మార్చి కలపడం ఒక పద్ధతి.

వాటిని మనం ఈ కింది పద్ధతిలో కూడా సంకలనం చేయవచ్చును.

$$2\frac{1}{3}+1\frac{2}{3} = 2+1+\frac{1}{3}+\frac{2}{3} = 3 + \frac{3}{3}$$

ఇక్కడ మనం పూర్ణాంక భాగాలను, భిన్న భాగాలను విడివిడిగా సంకలనం చేసాము. మరల ఆ రెండింటిని సంకలనం చేయగా మనకు $3 + \frac{3}{3} = 3+1 = 4$ వస్తుంది

ఇప్పుడు మనం $2\frac{1}{8}$, $3\frac{1}{6}$ లను రెండు పద్ధతులలో సంకలనం చేద్దాం.

1వ పద్ధతి : $2\frac{1}{8}+3\frac{1}{6}$

$$= 2+3+\frac{1}{8}+\frac{1}{6}$$

$$= 5+\frac{1\times 6}{8\times 6}+\frac{1\times 8}{6\times 8}$$

$$= 5+\frac{6}{48}+\frac{8}{48}$$

$$= 5+\frac{14}{48} = 5+\frac{7}{24}=5\frac{7}{24}$$

2వ పద్ధతి : రెండింటినీ అపక్రమ భిన్నాలుగా మార్చగా, మనకు $\frac{17}{8}+\frac{19}{6}$ వస్తుంది.

సమాన సజాతి భిన్నాలుగా మార్చి వ్రాయగా $\frac{17}{8} = \frac{17}{8}\times\frac{6}{6}=\frac{102}{48}$

$$\frac{19}{6} = \frac{19}{6}\times\frac{8}{8}=\frac{152}{48}$$

$$\therefore \frac{102}{48}+\frac{152}{48}=\frac{254}{48} = \frac{127}{24} = 5\frac{7}{24}$$

7.10 వ్యవకలనము (తీసివేత)

$\frac{4}{7}$ నుండి $\frac{3}{7}$ ను తీసి వేయండి. ఈ రెండు సంఖ్యల హారాలు సమానం కావున అవి సజాతి భిన్నాలు. మనము మూడు $\frac{1}{7}$ వ భాగాలను, నాలుగు $\frac{1}{7}$ వ భాగాలనుండి తీసివేయగా ఒక $\frac{1}{7}$ వ భాగం మిగులుతుంది.

$$\therefore \frac{4}{7}-\frac{3}{7} = \frac{4-3}{7} = \frac{1}{7}$$

ఇప్పుడు హారాలు వేరువేరుగా వున్న భిన్నాలను ఉదాహరణగా తీసుకోండి.

$\frac{3}{10}$ నుండి $\frac{2}{9}$ ని తీసివేయండి.

$$\frac{3}{10}-\frac{2}{9}$$

మనము పైన చెప్పిన పద్ధతిలో దీనిని చేయలేము.

మొదట వీటిని సజాతి భిన్నాలుగా చేయాలి.

$$\frac{3}{10}=\frac{3\times 9}{10\times 9}=\frac{27}{90}; \qquad \frac{2}{9}=\frac{2\times 10}{9\times 10}=\frac{20}{90}$$

అప్పుడు $\frac{27}{90}-\frac{20}{90}=\frac{27-20}{90}=\frac{7}{90}$ వస్తుంది.

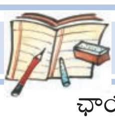
ఇవి చేయండి.

1. కింది భిన్నాలను సంకలనం చేయండి.

(i) $\frac{2}{5}+\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{7}{10}+\frac{2}{10}$ (iii) $\frac{3}{4}+\frac{2}{6}$

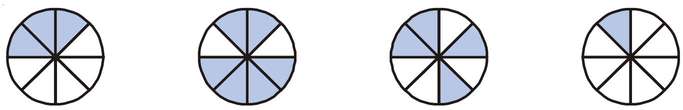
2.. కింది భిన్నాలను వ్యవకలనం చేయండి.

(i) $\frac{3}{5}$ నుంచి $\frac{2}{7}$ (ii) $\frac{2}{5}$ నుంచి $\frac{1}{9}$



అభ్యాసం - 7. 3

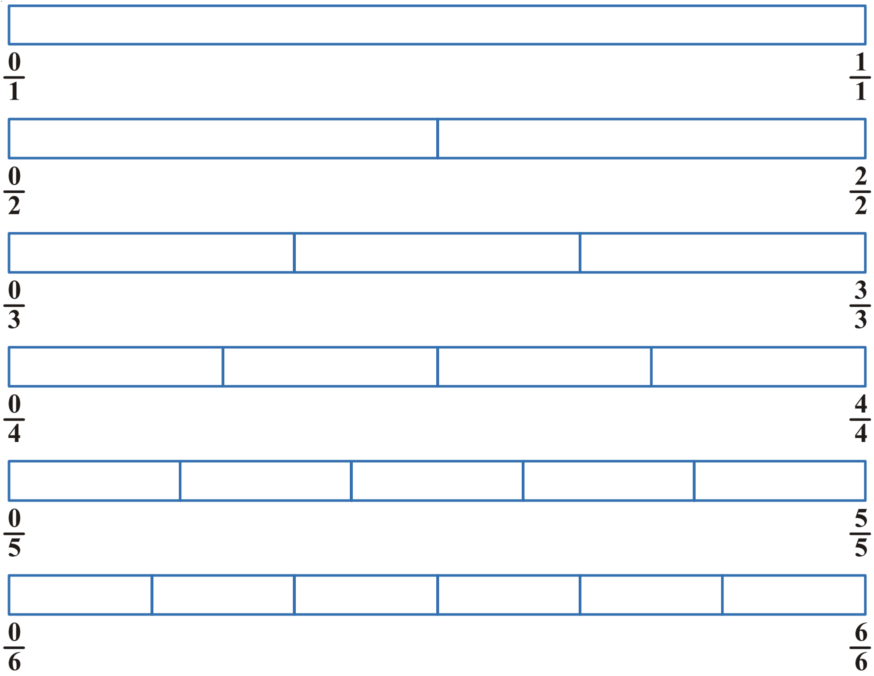
1. ఛాయావృత ప్రాంతాలను భిన్నాలుగా సూచించండి. ఆ భిన్నాల మధ్య '<', '=', '>' లలో సరియైన గుర్తులను ఉపయోగిస్తూ వాటిని ఆరోహణ లేదా అవరోహణ క్రమంలో రాయండి.

i) 

ii)

2. $\frac{2}{6}, \frac{4}{6}, \frac{8}{6}$ మరియు $\frac{6}{6}$ లను సంఖ్యారేఖపై గుర్తించండి. వాటిని ఆరోహణ క్రమంలో రాయండి.

3. కింద ఇచ్చిన పటాలను పరిశీలించి కింద నివ్వబడిన సమస్యలలోని ప్రతీ జత భిన్నాల మధ్య '<' లేదా '>', '=' గుర్తులలో సరియైన దానిని వుంచండి.



i) $\frac{1}{6} \square \frac{1}{3}$ ii) $\frac{3}{4} \square \frac{2}{6}$ iii) $\frac{2}{3} \square \frac{2}{4}$

iv) $\frac{6}{6} \square \frac{3}{3}$ v) $\frac{5}{6} \square \frac{5}{5}$

ఇటువంటి మరొక 5 సమస్యలను తయారు చేసి మీ మిత్రులను సాధించమని చెప్పండి.

4. సరియైన గుర్తులతో నింపగలరు. ('<', '=', '>')

i) $\frac{1}{2} \square \frac{1}{5}$ ii) $\frac{2}{4} \square \frac{3}{6}$ iii) $\frac{3}{5} \square \frac{2}{3}$

iv) $\frac{3}{4} \square \frac{2}{8}$ v) $\frac{3}{5} \square \frac{6}{5}$ vi) $\frac{7}{9} \square \frac{3}{9}$

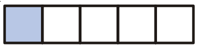
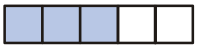
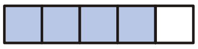
5. కిందివాటికి జవాబులు వ్రాయండి. వాటిని ఎలా సాధించారో సోపానాలను మీ నోట్ పుస్తకంలో రాయండి.

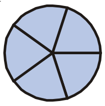
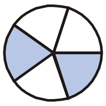
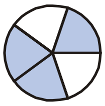
i) $\frac{5}{9}$ అనేది $\frac{4}{5}$ కు సమానమా? ii) $\frac{9}{16}$ అనేది $\frac{5}{9}$ కు సమానమా?

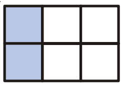
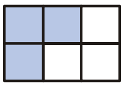
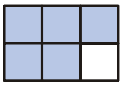
iii) $\frac{4}{5}$ అనేది $\frac{16}{20}$ కు సమానమా? iv) $\frac{1}{15}$ అనేది $\frac{4}{30}$ కు సమానమా?

6. 100 పేజీలున్న ఒక కథల పుస్తకంలో వర్షిత 25 పేజీలు చదివింది. లలిత అదే కథల పుస్తకంలో $\frac{2}{5}$ వంతు చదివింది. ఎవరు ఆ పుస్తకాన్ని తక్కువ చదివారు?కారణం తెలపండి.

7. ఈ కింది భిన్నాలను సరియైన సంకలనము లేదా వ్యవకలనముగా రాయండి.

i)  .....  = 

ii)  .....  = 

iii)  .....  = 

8. సూక్ష్మీకరించండి.

i) $\frac{1}{18} + \frac{1}{18}$ ii) $\frac{8}{15} + \frac{3}{15}$ iii) $\frac{7}{7} - \frac{5}{7}$

iv) $\frac{1}{22} + \frac{21}{22}$ v) $\frac{12}{15} - \frac{7}{15}$ vi) $\frac{5}{8} + \frac{3}{8}$

vii) $1-\frac{2}{3}\left(1=\frac{3}{3}\right)$ viii) $\frac{1}{4} + \frac{0}{4}$ ix) $3 - \frac{12}{5}$

9. ఖాళీలలో సరియైన భిన్నాలను పూరించుము.

i) $\frac{7}{10} - \square = \frac{3}{10}$ ii) $\square - \frac{3}{21} = \frac{5}{21}$

iii) $\square - \frac{3}{3} = \frac{3}{6}$ iv) $\square + \frac{5}{27} = \frac{12}{27}$

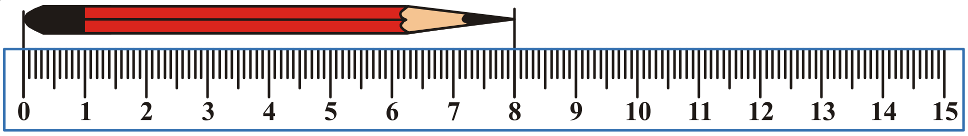
10. నరేంద్ర ఇంటి లోని తన గది గోడకు $\frac{2}{3}$ వంతు పెయింట్ వేసాడు. అతని తమ్ముడు రితేష్ $\frac{1}{3}$ వంతు గోడకు పెయింట్‌వేసి అతనికి సహాయం చేసాడు. ఇద్దరూ కలిపి ఎంత భాగానికి రంగు వేసారు?

11. నీహాకు ఒక బుట్టలోని $\frac{5}{7}$ వంతు అరటిపండ్లు ఇవ్వబడ్డాయి. అయిన బుట్టలో మిగిలిన అరటిపళ్ళను సూచించు భిన్నాన్ని వ్రాయండి.

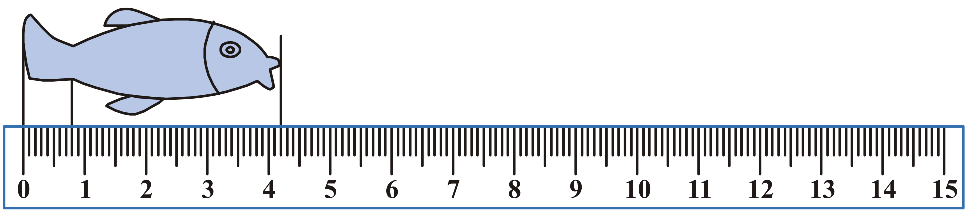
12. $\frac{7}{8}$ మీటర్లు పొడవు కలిగిన ఒక కడ్డీ రెండు ముక్కలుగా విరిగి పోయినది. ఒక ముక్క $\frac{1}{4}$ మీటర్ల పొడవు వున్న, రెండవ ముక్క పొడవును కనుగొనుము.

13. పాఠశాల ఆవరణ చుట్టూ నడిచి రావడానికి రేణుకు $2\frac{1}{5}$ నిమిషాల కాలం పడుతుంది. అదేపని చేయడానికి స్నిగ్ధకు $\frac{7}{4}$ నిమిషాల కాలం పడుతుంది. ఇద్దరిలో ఎవరు తక్కువ కాలంలో ప్రయాణించారు? ఎంత తక్కువ? ఆ తక్కువను భిన్న రూపంలో వ్రాయండి.

7.11 దశాంశాలు



ఈ పెన్సిల్ పొడవు ఎంత? .... సెం.మీ.



ఈ చేప పొడవు 4 సెం.మీ. కన్నా ఎక్కువ మరియు 5 సెం.మీ. కన్నా తక్కువ. మరి ఈ చేప పొడవు ఎలా కనుగొంటావు?

ఇది కనుగొనడానికి మనం 4, 5 ల మధ్యదూరాన్ని 10 సమాన భాగాలు చేయాలి.

ఇప్పుడు మీరు యీ చేప పొడవును చెప్పగలరా? దీని పొడవు .... సెం.మీ. మరియు .... చిన్న భాగము. ఈ చిన్న భాగాన్నే మనం మిల్లీ మీటర్ అంటాము. అనగా చేప పొడవు 4 సెం.మీ. మరియు 2 మి.మీ. ప్రతి ఒక సెం.మీ.లో 10 సమాన భాగాలలో ప్రతీ భాగము ఒక మిల్లీ మీటరు. మనము స్కేలును ఉపయోగించేటపుడు సమాన భాగాలు చేసిన చిన్న భాగాలను కూడా లెక్కిస్తాము.

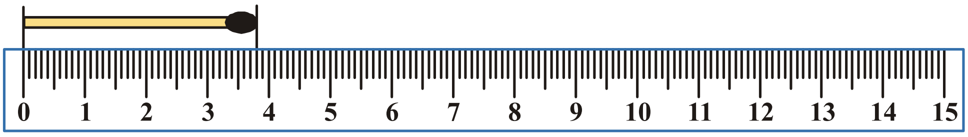
పై ఉదాహరణలో, చేప పొడవు

4 మరియు $\frac{2}{10}$ భాగము = $4\frac{2}{10}$ సెం.మీ.

మరి ఈ చేప తోక పొడవు ఎంత?

దీని పొడవు 1 సెంటీమీటర్ కన్నా తక్కువ. ఇంకాయిది 10 చిన్న భాగాలలో 8 చిన్న భాగాలకు సమానము.

అపుడు అది $\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}=\frac{8}{10}$ సెం.మీ.



పటంలో అగ్గిపుల్లను చూసి, దానిపొడవును కొలిచి, సెం.మీ.లలో మరియు మి.మీ.లలో తెలపండి.

1 సెం.మీ.లో ప్రతీ భాగం $= 1$ మి.మీ. $= \frac{1}{10}$ సెం.మీ. $= .1$ సెం.మీ. = 0.1 సెం.మీ

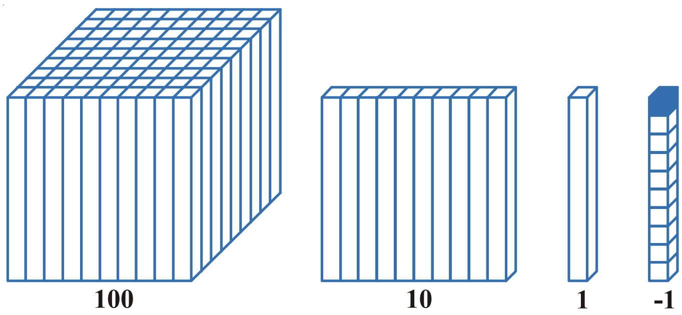
దశాంశ సంఖ్యల స్థాన విలువలు

మనం ఒక మూడంకెల సంఖ్యను చదివితే, దానిలోని అంకెల స్థానవిలువలను నిర్ణయించి ఆ సంఖ్యను కనుగొనవచ్చును. ఉదాహరణకు 1, 2, 5 అనే మూడు అంకెలను తీసుకోండి.

512 అనే సంఖ్యలో 5 వందల స్థానంలో వున్నపుడు దాని స్థానవిలువ 500. అందుకే ఆసంఖ్య ఐదువందల పన్నెండు.

152 అనే సంఖ్యలో 5 పదుల స్థానంలో వుంది. కనుక దాని స్థాన విలువ 50. అందుకే ఆ సంఖ్య నూటయాభై రెండు.

125 లో ఒకట్ల స్థానంలో వుంది కనుక ఆసంఖ్య నూటిరవై ఐదు. మనము వందల స్థానం నుండి కుడి ప్రక్కకు వెళ్ళినపుడు పదుల స్థానం దాని కుడి ప్రక్కకు ఒకట్ల స్థానము వున్నాయి. అనగా మనము కుడి ప్రక్కకు జరుగుతున్నపుడు దాని స్థానవిలువ 1/10 వంతు అవుతుంది.



పై చిత్రంలో మనం ఎడమ నుండి కుడికి వెళ్ళినపుడు విలువలు ఎలా మారుతాయో చూడవచ్చును. మొదటి చిత్రంలో 100 దీర్ఘఘనాకార కడ్డీలతో ఏర్పరచిన ఘనాన్ని వందల స్థానంలో తీసుకొని ప్రారంభించాము. దీనిని 10 సమానభాగాలు చేయగా 10 దీర్ఘ ఘనాకార కడ్డీలతో దీర్ఘఘనం ఏర్పడింది.

దీనిని మరల 10 సమాన భాగాలు చేయగా 1 దీర్ఘఘనాకార కడ్డీ వస్తుంది. అనగా వందలో పదవ వంతు పది మరియు పదిలో పదవవంతు ఒకటి.

ఇంకా మనం కుడి ప్రక్కకు వెళితే ఏమి జరుగుతుంది?

మనము పైన చెప్పుకొన్న చేప పొడవును కొలిచే పటమున్న ఉదాహరణలో మనము 1సెం.మీ. కన్నా తక్కువ పొడవును కొలిచాము. అక్కడ 1సెం.మీ.ను 10 చిన్న సమాన భాగాలు చేసి ప్రతీ భాగాన్ని 1మి.మీ. అన్నాము. అనగా ప్రతిభాగము $\frac{1}{10}$ సెం.మీ. (మి.మీ. ను సెం.మీ.లలో వ్రాయగా) దీనిని మనం దశాంశ బిందువుకు కుడిచేతివైపు వ్రాస్తాము.

కనుక దశాంశ బిందువుకు కుడి చేతివైపు మొదటి స్థానం విలువ $\frac{1}{10}$

$$100 \rightarrow \frac{100}{10} = 10 \rightarrow \frac{10}{10} = 1 \rightarrow \frac{1}{10}$$

మనకు 10వ భాగాలు 5 వుంటే $\frac{5}{10}$ దీనిని మనం 0.5 అని వ్రాస్తాము. అనగా మొత్తం 10 భాగాలలో 5 భాగాలు అని అర్థము $= \frac{5}{10} = 0.5$.

ప్రయత్నించండి.

i) కింది దశాంశాలను భిన్నాలుగా రాయండి మరియు ఎన్ని 10 వ భాగాలు వున్నాయో గుర్తించండి.

0.4, 0.2, 0.8, 1.6, 5.4, 555.3, 0.9

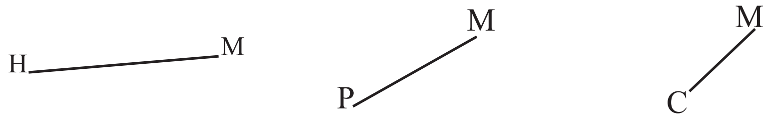
ii) కింది పట్టికను నింపండి.

పదులు (10)	ఒకట్లు (1)	పదవ వంతు **(1/10)**	దశాంశ సంఖ్య.
3	5	7	
6	9	4	
7	6	3	

iii) కింది పట్టికను నింపండి.

దశాంశ సంఖ్య	పూర్ణాంక భాగము	దశాంశ భాగం	దశాంశ భాగం విలువ	పదాలలో వ్రాయగా
8.5				
14.7				
23.0				
5.4				

vi) కింది రేఖాఖండాల పొడవులను కొలిచి కింది పట్టికలో నింపండి.



మీరు కొలిచినది	సెం.మీ మరియు మి.మీ	పొడవు సెం.మీలలో	పొడవు దశాంశాలలో
రేఖాఖండము $\overline{HM}$			
రేఖాఖండము $\overline{PM}$			
రేఖాఖండము $\overline{CM}$			
మీ. రబ్బరు			
సుద్దముక్క			
మీ చేతి చూపుడు వేలు			

100 లో భాగాన్ని సూచించాలంటే మనము దశాంశ బిందువుకు కుడి చేతివైపు రెండు స్థానాల వరకు రాయాలి. ఉదాహరణకు $\frac{5}{100}$ = .05 అనగా 10వభాగం $\frac{1}{10}$ నుండి కుడిచేతివైపుకు వెళ్ళగా వందవ భాగం $\frac{1}{100}$ స్థానవిలువ వస్తుంది.

1 మీటరులో 100 సెం.మీ ఉంటాయి. మనము 5 సెం.మీ లను మీటర్లలో వ్రాయాలంటే 0.05 మీ అని వ్రాస్తాము. అలాగే 25 సెం.మీ లను వ్రాయాలంటే లేదా మీటర్‌యొక్క 100 వ భాగాలలో వ్రాయాలంటే అది 0.25

అనగా $\frac{20}{100} + \frac{5}{100} = \frac{25}{100} = 0.25$

క్రింది దశాంశాలకు భిన్నాలను వ్రాసి దానిలో ఎన్ని వందవ భాగాలు వున్నాయో కనుగొనండి.

0.35, 0.08, 6.70, 23.53, 756.01

అదేవిధంగా 100పైసలు = 1రూపాయి అని మనకు తెలుసు. మరి 10 పైసలు అంటే రూపాయిలో ఎన్నోవంతు? 1పైసా అంటే రూపాయలో ఎన్నవ వంతు?

475 పైసలు అంటే ఎన్ని రూపాయలు?

అది 400 + 75 పైసలు అనగా $4 + \frac{75}{100}$ రూపాయలు. = ₹ 4.75.

4 రూపాయల 75 పైసలు లేదా ₹ 4.75 అనివ్రాస్తాము.

అదేవిధంగా 5 రూపాయల 30 పైసలను $5\frac{30}{100}$ రూపాయలు అనగా ₹ 5.30 అని వ్రాస్తాము.

ఇవి చేయండి.

ఖాళీలను పూరించండి.

1. 325 పైసలు = ... రూపాయలు .... పైసలు = ₹ ....
2. 570 పైసలు = ... రూపాయలు .... పైసలు = ₹ ....
3. 2050 పైసలు = ... రూపాయలు .... పైసలు = ₹ ....

అభ్యాసము - 7. 4

1. ఖాళీలను పూరించండి.

   i) 0.8 యొక్క భిన్న రూపము ....

   ii) 15.9 లో పూర్ణాంక భాగము ....

   iii) 171.9 లో 10వ భాగం స్థానంలోని అంకె ....

   iv) 9.8 లో 8 స్థాన విలువ ....

   v) ఒక దశాంశ సంఖ్యలో పూర్ణాంక భాగాన్ని మరియు దశాంశ భాగాన్ని వేరు చేసే బిందువును .... అంటారు.

2. ఈ కింది వాటికి దశాంశ రూపం రాయండి.

   i) నూట ఇరవై అయిదు మరియు 4 పదవ భాగాలు

   ii) ఇరవై మరియు రెండు పదవ భాగాలు

   iii) ఎనిమిది మరియు 6 పదవ భాగాలు

3. కింది భిన్నాలను దశాంశ బిందువు నుపయోగించి దశాంశ రూపములో రాయండి.

   i) 16/100 ii) 278/1000 iii) 6/100
   iv) 369/100 v) 16/1000 vi) 345/10
   vii) 907/100

4. కింద గీయబడిన అంకెల స్థాన విలువలను కనుగొనండి.

   i) $3\underline{4}.26$ ii) $8.8\underline{8}$ iii) 0.91
   iv) $0.\underline{5}0$ v) $3.0\underline{3}$ vi) $6.\underline{7}4$

5. కింది వానిలో ఏది పెద్దదో కనుగొనండి.

   i) 0.2 మరియు 0.4 ii) 70.08 మరియు 70.7
   iii) 6.6 మరియు 6.58 iv) 7.4 మరియు 7.35 v) 0.76 మరియు 0.8

6. కింది వానిని ఆరోహణ క్రమంలోనికి మార్చి రాయండి.

   i) 0.04, 1.04, 0.14, 1.14 ii) 9.09, 0.99, 1.1, 7

7. కింది వానిని అవరోహణ క్రమంలోనికి మార్చి రాయండి.

   i) 8.6, 8.59, 8.09, 8.8 ii) 6.8, 8.66, 8.06, 8.68

7.12 దశాంశ భిన్నాల సంకలనము మరియు వ్యవకలనము

0.3 మరియు 0.4లను సంకలనము చేయండి.

ఒక వృత్తాన్ని తీసుకొని దానిని 10 సమాన భాగాలు చేయండి.

0.3ను సూచించడానికి 3 సమాన భాగాలను ఛాయావృతం చేయండి.

0.4ను సూచించడానికి 4 సమాన భాగాలను వేరే విధంగా ఛాయావృతం చేయండి.

ఇప్పుడు వృత్తంలో ఛాయా వృతం చేయబడిన మొత్తం పదవ భాగాలను లెక్కపెట్టండి.

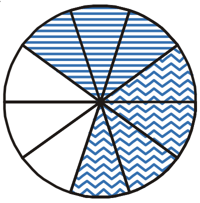
	ఒకట్లు		పదో వంతు
	0	.	3
+	0	.	4
	0	.	7

కావున 0.3 + 0.4 = 0.7

మనము దశాంశ సంఖ్యలను సంకలనం చేసినపుడు మొదటి సంఖ్యలోని 10వ భాగాన్ని, రెండవ సంఖ్యలో 10వ భాగాన్ని కూడాలి. అలాగే 100వ భాగాలను కూడాలి.

ఇప్పుడు మీరు 0.63, 0.54లను కూడగలరా?

	ఒకట్లు		పదో వంతు	వందో వంతు
	0	.	6	3
+	0	.	5	4
	1	.	1	7



కావున 0.63 + 0.54 = 1.17

ఇవి చేయండి.

కనుగొనండి.

i) 0.39 + 0.26 ii) 0.8 + 0.07

iii) 1.45 + 1.90 iv) 3.44 + 1.58

ఉదాహరణ 1 : 3.64 మరియు 5.4లను కూడండి.

1వ పద్ధతి : 3.64 + 5.4 మొదటి సంఖ్య రెండు దశాంశ స్థానాలు గల భిన్నం
రెండవ సంఖ్య ఒక దశాంశ స్థానం గల భిన్నం.

= 364/100 + 54/10 వాటిని భిన్న రూపంలో వ్రాయండి.

= 364/100 + 540/100 రెండవ భిన్నంలో హారాన్ని 100కి సమానం చేయండి.

= 904/100 హారాలను సమానం చేశాక, లవాలను కూడండి.

= 9.04 వచ్చిన సమాధానాన్ని దశాంశ బిందువు నుపయోగించి వ్రాయండి.

2వ పద్ధతి : 3.64 + 5.4

	ఒకట్లు		పదో వంతు	వందో వంతు
	3	.	6	4
+	5	.	4	
	9	.	0	4

3.64 మొదటి భిన్నంలో రెండు దశాంశాలున్నాయి.

\+ 5.40 రెండవ భిన్నాన్ని రెండు దశాంశాలలోనికి మార్చి కూడండి.

9.04

ఉదాహరణ 2 : సల్మా తన పాఠశాలలోని ఆటల పోటీలకు సాధన చేస్తోంది. ఆమె ఉదయం 3.27 కి.మీ. సాయంత్రం 2.8 కి.మీ. పరుగెత్తితే, ఒక రోజులో మొత్తము ఎన్ని కి.మీ. పరుగెడుతున్నది?

సాధన : 3.27 + 2.8 = ?

ఉదయం పరుగెత్తిన దూరం	=	3.27 కి.మీ.
సాయంత్రం పరుగెత్తిన దూరం	=	2.80 కి.మీ.
మొత్తం పరుగెట్టిన దూరం	=	6.07 కి.మీ.

ఉదాహరణ 3 : 1.23ను 2.85 నుండి తీసివేయండి.

సాధన : దీనిని పట్టిక రూపంలో రాయగా

	ఒకట్లు		పదో వంతు	వందో వంతు
	2	.	8	5
-	1	.	2	3
	1	.	6	2

కావున 2.85 - 1.23 = 1.62

దీని నుండి మనం దశాంశాల తీసివేత అంటే వందవ భాగం నుండి వందవ భాగాలను, పదవ భాగాల నుండి పదవ భాగాలను, ఒకట్ల నుండి ఒకట్లను యీ విధంగా తీసివేయాలి. ఇది మనం సంకలనంలో కలిపిన విధంగా వుంటుంది.

ఉదాహరణ 4 : 2.89 ని 4.5 నుండి వ్యవకలనం చేయండి.

సాధన :

	ఒకట్లు		పదో వంతు	వందో వంతు
	4	.	5	0
-	2	.	8	9
	1	.	6	1

కావున 4.5 −2.89 = 1.61

అభ్యాసము – 7.5

1. సోను ఒక దుకాణానికి వెళ్ళి ఒక పల్లిబెల్లం పట్టీ (చిక్కీ), ఒక చాక్లెట్ కొనుక్కొన్నాడు. పల్లి బెల్లంపట్టీ (చిక్కీ) ₹ 0.75 మరియు చాక్లెట్ ₹ 0.50. అతను ఆ రెండూ ఒక్కొక్కటి కొనుక్కొన్న దుకాణదారునికి మొత్తం ఎంత చెల్లించాలి? సోను వాళ్ళ అమ్మ అతనికిచ్చిన ₹ 2 దుకాణ దారునికి ఇచ్చిన అతనికి ఎంత పైకము తిరిగి వస్తుంది. అదే వాళ్ళ అమ్మ అతనికి ₹ 5 ఇచ్చినచో దుకాణదారుడు ఎంత సొమ్మును తిరిగి ఇస్తాడు.

2. కింద ఇచ్చిన దశాంశ భిన్నాలను కలపండి.

   (i) 25.11 + 3.80 (ii) 14.01 + 1.1 + 1.98 (iii) 9.85 + 0.61

   (iv) 2.3 + 18.94 (v) 2.57 + 3.75

3. అభిషేక్ 5 కి.మీ. 28 మీ. బస్సులోను, 2 కి.మీ. 265 మీ. కారులోను, మిగిలిన 1 కి.మీ. 30 మీ. దూరాన్ని నడిచి ప్రయాణం చేసాడు. అయిన అతను ప్రయాణం చేసిన మొత్తం దూరమెంత?

4. శ్రీమతి వైకుంఠం తన పెద్దమ్మాయి కొరకు 6.25 మీటర్ల బట్టను, చిన్నమ్మాయి కొరకు 5.75 మీటర్ల బట్టను కొన్నది. అయిన శ్రీమతి వైకుంఠం తన పిల్లల కొరకు మొత్తం ఎంత పొడవు గల బట్టను కొన్నది?

మనం నేర్చుకున్నవి

1. i) భిన్నం అంటే మొత్తంలో కొంత భాగాన్ని సూచించడం. మొత్తం అనేది ఒక వస్తువు లేదా కొన్ని అలాంటి వస్తువుల సమూహం కావచ్చును.

   ii) కొన్ని లెక్కించిన భాగాలను భిన్న రూపంలో రాసే సందర్భంలో మొదట అన్ని భాగాలు సమానమని నిర్ధారించుకోవాలి.

2. $\frac{5}{7}$ లో 5ను లవము అని, 7ను హారము అని అంటారు.

3. భిన్నాలను సంఖ్యారేఖపై సూచించవచ్చును. ప్రతీ భిన్నానికి అనుగుణంగా సంఖ్యారేఖపై ఒక బిందువు వుంటుంది.

4. ఒక క్రమ భిన్నంలో లవము, హారము కన్నా తక్కువ. లవము, హారము కన్నా ఎక్కువ వున్న భిన్నాలను అపక్రమ భిన్నాలు అంటారు. ఒక అపక్రమ భిన్నాన్ని పూర్ణాంకము మరియు భాగాల మొత్తంగా రాయవచ్చు. అటువంటి భిన్నాలను మిశ్రమ భిన్నాలు అంటారు.

5. ప్రతీ క్రమ మరియు అపక్రమ భిన్నాలు అనేక సమాన భిన్నాలను కలిగి వుంటాయి. యీ సమాన భిన్నాలను కనుగొనడానికి, యిచ్చిన భిన్నములోని లవ, హారాలను ఒకే సంఖ్యచే గుణించాలి లేదా భాగించాలి.

6. ఒక భిన్నంలో లవ, హారాలకు 1 తప్ప యితర ఉమ్మడి కారణాంకాలు లేకుంటే ఆ భిన్నం కనిష్ఠ పదాలలో వుందంటాము.

7. మొత్తంలో (ఒకటిలో) భాగాలను అర్థం చేసుకోవడానికి మనము ఒక యూనిట్‌ను దీర్ఘ ఘన కడ్డీతో సూచిస్తాము. ఒక దీర్ఘ ఘన కడ్డీ 10 సమాన భాగాలు చేయబడుతుంది. కనుక ప్రతీ భాగము మొత్తంలో $\frac{1}{10}$ వ భాగము. దీనిని మనం దశాంశ రూపంలో 0.1 రాస్తాము. బిందువు దశాంశ స్థానాన్ని సూచిస్తుంది. మరియు ఇది ఒకట్లు మరియు పదవ భాగాల మధ్యలో వుంటుంది.

8. హారము 10 గల ప్రతీ భిన్నాన్ని దశాంశ రూపంలో రాయవచ్చును. అలాగే ప్రతీ దశాంశ సంఖ్యను హారము 10 గల భిన్నంగా రాయవచ్చును.

9. ఒక దిమ్మను 100 సమాన భాగాలు చేస్తే ప్రతీ భాగము మొత్తములో వందవ వంతు అనగా $\left(\frac{1}{100}\right)$ గా వుంటుంది. దీనిని మనం దశాంశ రూపంలో 0.01 అని రాస్తాము.

10. స్థాన విలువల పట్టికలో ఎడమ నుండి కుడికి వెళ్ళినపుడు, కుడి వైపు నున్న స్థానము దాని ఎడమ వైపు నున్న స్థానంలో $\frac{1}{10}$ భాగం వుంటుంది. అలాగే 100వ భాగం నుండి యింకా కుడి వైపుకు వెళ్ళినపుడు, 100వ భాగంలో $\frac{1}{10}$ వ వంతు $\left(\frac{1}{100}\right)$ వ భాగం అవుతుంది. దీనిని దశాంశ రూపంలో 0.001 అని రాస్తాము.

11. అన్ని దశాంశాలను రేఖపై చూపవచ్చును.

12. ప్రతీ రెండు దశాంశ సంఖ్యలను ఒక దానితో ఒకటి పోల్చవచ్చును. యీ పోలిక అనేది పూర్ణాంక భాగాలతో ప్రారంభిస్తాము. యీ పూర్ణాంక భాగాలు సమానమైపుడు 10వ వంతులను పోలుస్తాము. యివి కూడా సమానమైనపుడు 100వ వంతులను యిలా పోల్చుకుంటూ పోతాము.

13. యీ దశాంశాలు అనేవి మన జీవితాలలో అనేక రకాలుగా ఉపయోగపడతాయి. ఉదాహరణకు ధనము, పొడవు మరియు బరువుల యొక్క ప్రమాణాలు మొదలైన వాటిని సూచించడానికి యివి ఉపయోగపడతాయి.

దత్తాంశ నిర్వహణ

8.1 పరిచయం

సిరి వాళ్ళ నాన్నగారు ఒక మొబైల్‌ఫోన్ కొనాలని అనుకొన్నారు. దానికొరకు ఆయన మిత్రుల నుండి రకరకాల మొబైల్ ఫోన్‌లకు సంబంధించిన వివరాలను సేకరించి క్రింది విధంగా పట్టిక రూపంలో రాసారు.

లక్షణాలు	మొదటి రకము	రెండవ రకము	మూడవ రకము
ధర	₹1500	₹ 1200	₹ 2000
MP3	✓	✓	✓
కెమెరా	×	×	✓
బ్లూటూత్	×	×	✓
అలారమ్	✓	✓	✓
FM రేడియో	✓	×	✓
గ్యారెంటీ కాలము	1 సంవత్సరము	3 నెలలు	6 నెలలు

ఇలా పట్టిక ఎందుకు తయారు చేయాలని సిరి ఆమె నాన్నగారిని ప్రశ్నించింది. దానికి ఆయన "నేను ఒక మొబైల్ ఫోన్ కొనాలనుకున్నాను కదా! నా అవసరాలకు ఏ ఫోన్ సరిపోతుందో, ఏయే ఫోన్‌లలో ఏయే సౌకర్యాలు ఉన్నాయో పోల్చుకోవాలంటే ఇలా పట్టిక రూపంలో వివరాలు రాసుకొంటే సరిగ్గా నిర్ణయించుకోగలము" అని సమాధాన మిచ్చాడు. సిరికి ఈ ఉపాయం ఎంతోనచ్చింది.

కొన్ని సందర్భములలో సరియైన నిర్ణయం తీసుకొనుటకు వివరాలను సేకరించడం, ఆ వివరాలను క్రమపరచడం ఎంతో అవసరం.

ఒక నిర్ణయం తీసుకొనుటకు సహాయపడు సంఖ్యాత్మక లేక వివరణాత్మక సమాచారమును 'దత్తాంశం' అంటాము.

పై ఉదాహరణలలోని రకరకాల మొబైల్ ఫోనుల యొక్క ధరలు, మరియు ఇతర లక్షణాలయొక్క వివరాలను అన్నింటిని కలిపి దత్తాంశం అంటాం. ఇదే విధమైన రకరకాల దత్తాంశాలను మీరు నిత్యజీవితంలో గమనించగలరు.

దత్తాంశము వివిధ సందర్భములలో ఎట్లు ఉపయోగపడుతుందో మరొక ఉదాహరణ ద్వారా గమనిద్దాం.

పాదరక్షలు తయారుచేసే ఒక కర్మాగారము యొక్క యజమాని తమ ఉత్పత్తుల అమ్మకాలను పెంచుటకు ఏ కొలత పాదరక్షలు ఎన్ని అవసరమౌతున్నవో తెలుసుకొనుటకు ఒక సర్వే నిర్వహించాడు. 500 మంది అవసరములను సేకరించి ఈ విధంగా పట్టిక తయారు చేసాడు.

పాదరక్ష కొలత	7	8	9	10	11	మొత్తం
కావలసిన సంఖ్య	42	126	278	44	10	**500**

పై దత్తాంశాన్ని చూసి మేనేజర్ ఏయే కొలతలు గల పాదరక్షలు ఎక్కువ, ఏ కొలతలు గల పాదరక్షలు తక్కువగా తయారుచేయాలనే నిర్ణయం చేయగలడు.

8.2 దత్తాంశ సేకరణ, నమోదు

లక్ష్మి తన స్నేహితురాళ్ళతో విహార యాత్రకు వెళ్ళాలని తలచింది. విహార యాత్రలో స్నేహితురాళ్ళందరికి పండ్లు ఇవ్వాలని అనుకొన్నది. తల్లి సలహాపై ఎవరెవరికి ఏయే పండ్లు ఇష్టమైనవో సేకరించింది.

వ్యక్తి	ఇష్టపడే పండు
లక్ష్మి	కమలాపండు
ప్రీతి	జామ పండు
రాధ	కమలాపండు
ఉమ	సీతాఫలం
రేష్మ	జామపండు
మేరీ	కమలాపండు
లత	కమలాపండు
గౌరి	అరటిపండు
సల్మా	సీతాఫలము
రీటా	జామపండు

ప్రయత్నించండి.

- సంఖ్యాత్మక విలువలు గల దత్తాంశమునకు రెండు ఉదాహరణలనివ్వండి.
- వివరణాత్మక విలువలు గల దత్తాంశము నకు రెండు ఉదాహరణలనివ్వండి.

పై జాబితాను లక్ష్మి వాళ్ళమ్మకు ఇచ్చింది. పై దత్తాంశమును లక్ష్మి వాళ్ళ అమ్మ పరిశీలించి, అందరు స్నేహితురాళ్లలో ఎంతెంత మందికి ఏయే పండ్లు ఇష్టమో లెక్కించింది. వివరాలను చివరకు ఈ విధంగా రాసింది.

కమలాపండు – 4, జామపండు –3, అరటిపండు –1, సీతాఫలము – 2.

పై దత్తాంశపు వరుసలో కమలాపండు 4 సార్లు వచ్చినది. ఈ 4 ను కమలాపండు యొక్క 'పౌనఃపున్యము' అంటారు. అట్లే జామపండు పౌనఃపున్యము 3............

లక్ష్మి స్నేహితురాళ్ళ సంఖ్య 50 అయి ఉంటే ఆమె తల్లి ఇంత సులభంగా లెక్కించగలిగేదా? ఆలోచించండి.

అటువంటి సందర్భంలో సులభంగా లెక్కించుటకు, నిర్ణయం తీసుకొనుటకు మరొక పద్ధతి గురించి చర్చిద్దాం.

8.3 దత్తాంశ వ్యవస్థీకరణ

2001 జనాభా గణన యందు ఒక గణకుడు తన ఆవాస ప్రాంతంలోని 55 కుటుంబములనుండి కుటుంబ సభ్యుల సంఖ్యలను సేకరించాడు. తన తదుపరి గణనల కొరకు దత్తాంశమును కుదింపు చేసి రాయవలెనని తలచాడు. కొందరు విద్యార్థులు వివిధ పద్ధతులలో కుదింపు చేసి చూపారు. పూర్ణ ఈ విధంగా రాసినది.

కుటుంబ పరిమాణం	గణన చిహ్నాలు	కుటుంబాల సంఖ్య
2	||||||	6
3	|||||||||||||||||||	19
4	|||||||||||||||||||||||	23
5	|||||	5
6	||	2

రహీమ్ ప్రతి 10 గణన చిహ్నాలకు చుట్టు గీత గీస్తూ ఈ విధంగా రాసాడు.

కుటుంబ పరిమాణం	గణన చిహ్నాలు	కుటుంబాల సంఖ్య.
2	||||||	6
3	[||||||||||] |||||||||	19
4	[||||||||||] [||||||||||] |||	23
5	|||||	5
6	||	2

దినేష్ ప్రతి 5 గణన చిహ్నాలకు చుట్టు గీత గీస్తే ఈ విధంగా రాసాడు.

కుటుంబ పరిమాణం	గణన చిహ్నాలు	కుటుంబాల సంఖ్య.
2	[|||||] |	6
3	[|||||] [|||||] [|||||] ||||	19
4	[|||||] [|||||] [|||||] [|||||] |||	23
5	[|||||]	5
6	||	2

చేతన్ ప్రతి నాలుగు గణన చిహ్నాలతో ఒక చతురస్రముతో సూచిస్తూ, ఐదవ గణ చిహ్నాన్ని కర్ణంగా సూచించి దత్తాంశమును కుదింపు చేసాడు.

కుటుంబ పరిమాణం	గణన చిహ్నాలు	కుటుంబాల సంఖ్య.
2	⧅ |	6
3	⧅ ⧅ ⧅ □	19
4	⧅ ⧅ ⧅ ⧅ ⊔	23
5	⧅	5
6	∟	2

సరళ ప్రతి నాలుగు గణన చిహ్నాలను ఐదవ గణన చిహ్నంతో కట్టకట్టుతూ దత్తాంశమును కుదింపు చేసింది.

కుటుంబ పరిమాణం	గణన చిహ్నాలు	కుటుంబాల సంఖ్య.
2	𝍸 |	6
3	𝍸 𝍸 𝍸 ||||	19
4	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 |||	23
5	𝍸	5
6	||	2

సాధారణంగా, సరళ చూపిన విధంగా, గణన చిహ్నాలను సూచిస్తూ ఒక్కొక్క అంశమునకు తగిన పౌనఃపున్యములను సూచిస్తాము. ఈ విధంగా దత్తాంశములోని వివిధ (అంశములు) రాశులను వాటి పౌనఃపున్యములతో సూచించుటను 'పౌనఃపున్య విభాజన పట్టిక' అంటారు.

ఉదాహరణ 1 : 10 మార్కులకు ఇవ్వబడిన పరీక్షలో ఒక తరగతిలోని 25మంది విద్యార్థులు పొందిన మార్కులు ఈ విధంగా ఉన్నవి. 5, 6, 7, 5, 4, 2, 2, 9, 10, 2, 4, 7, 4, 6, 9, 5, 5, 4, 7, 9,5,2,4,5, 7.

i) పై దత్తాంశమును కుదింపు చేసి పౌనఃపున్య విభాజన పట్టికలో చూపండి.

ii) తరగతిలో ఎక్కువ మంది పొందిన మార్కులెన్ని?

iii) ఎంత మంది కనిష్ఠ మార్కులను పొందారు?

iv) 8 మార్కులు పొందిన విద్యార్థులెంత మంది?

సాధన :

i)

పొందిన మార్కులు	గణన చిహ్నాలు	విద్యార్థుల సంఖ్య
2	IIII	4
4	𝍸	5
5	𝍸 I	6
6	II	2
7	IIII	4
9	III	3
10	I	1

ii) తరగతిలో ఎక్కువ మంది (6మంది) పొందిన మార్కులు = 5

iii) కనిష్ఠ మార్కులు (2మార్కులు) పొందిన విద్యార్థులు = 4

iv) 8 మార్కులు పొందిన విద్యార్థుల సంఖ్య = 0

అభ్యాసము 8.1

1. ఒక పిల్లవాని యొక్క కిడ్డీ బాంక్‌ని తెరచి, నాణెములు అన్నిటిని లెక్కించగా కింది విధముగా నున్నవి.

నాణెము రకము **నాణెల సంఖ్య**

యాభై పైసలు

ఒక రూపాయి

రెండు రూపాయలు

ఐదు రూపాయలు

గణన చిహ్నాలు ఉపయోగించి దత్తాంశాన్ని పౌనఃపున్య విభాజన పట్టికలో రాయండి.

2. 25 మంది విద్యార్థులకు ఇష్టమయిన రంగులు వరుసగా ఇట్లున్నవి; నీలం, ఎరుపు, ఆకుపచ్చ, తెలుపు, నీలం, ఆకుపచ్చ, తెలుపు, ఎరుపు, నారింజ, ఆకుపచ్చ, నీలం, తెలుపు, నీలము, నారింజ, నీలం, నీలం, తెలుపు, ఎరుపు, తెలుపు, తెలుపు, ఎరుపు, ఆకుపచ్చ, నీలం, నీలం, తెలుపు. గణన చిహ్నాలను ఉపయోగించి పౌనఃపున్య విభాజనమును తయారుచేయండి. అతి తక్కువ మందికి ఇష్టమయిన రంగుఏది?

3. సారానిషేధం పై ఒక TV ఛానెల్ వారు SMS పోల్ నిర్వహిస్తూ క్రింది వానిలో ఒకదానికి ఓటు వేయమని కోరింది. A పూర్తి నిషేధము B పాక్షిక నిషేధము C అమ్మకాలు కొనసాగించాలి.

ఛానెల్ వారు మొదటి గంటలో అందుకొన్న SMS లు ఈ విధంగా ఉన్నవి.

A	A	B	C	A	B	B	C	A	A
A	A	C	C	B	A	A	C	B	A
A	A	A	B	B	C	C	A	A	C
C	B	B	B	A	A	A	A	A	C

పై దత్తాంశమును గణన చిహ్నాలను ఉపయోగించి పౌనఃపున్య విభాజనము పట్టికలో చూపండి.

4. రహదారిపై ఒక తనిఖీ కేంద్రము వద్ద ఉదయం 10 గం॥లు నుండి 11గం॥ల మధ్య ప్రయాణించిన వాహనములు.

కారు, లారీ, బస్సు, లారీ, ఆటో, లారీ, లారీ, బస్సు, ఆటో, బైకు, బస్సు, లారీ, లారీ, జీపు, లారీ, బస్సు, జీపు, కారు, బైకు, బస్సు, కారు, లారీ బస్సు, లారీ, బస్సు, బైకు, కారు, జీపు, బస్సు, లారీ, లారీ, బస్సు, కారు, కారు, బైకు, ఆటో. దత్తాంశమును గణన చిహ్నాలను ఉపయోగించి, పౌనఃపున్య విభాజన పట్టికలో చూపండి.

ఆటాడుదాం :

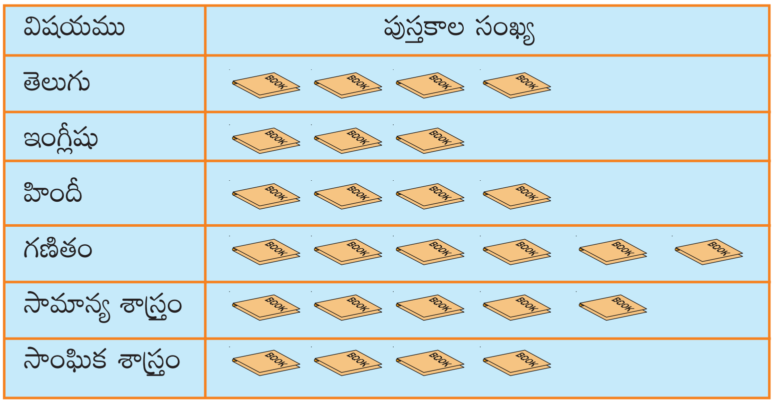
ఒక పాచికను తీసుకొని, దొర్లించి, సంఖ్యను రాసుకోండి. ఇలా 40 సార్లు పాచికను దొర్లించి సంఖ్యలను రాసుకోండి. ఆసంఖ్యలను పౌనఃపున్య విభాజన పట్టికను తయారు చేయండి.

8.4 దత్తాంశమును సూచించుట

పౌనఃపున్య విభాజన పట్టిక రూపంలోని దత్తాంశమును దృశ్యరూపములో కూడా చూపవచ్చు. పట చిత్రాలు, కమ్మీరేఖాచిత్రాలు, మొదలగునవి దత్తాంశమును సూచించు విధానాలే.

8.4.1 పట చిత్రాలు - పరిశీలన - నిర్మాణము

ఒక పుస్తకాల అలమర నందు గల వివిధ పుస్తకములు, వాని సంఖ్యల సమీకరణమును కింది పట చిత్రములో చూపబడినది. పరిశీలించండి.



i) ఏ పుస్తకాలు ఎక్కువ సంఖ్యలో కలవు?

ii) ఏ పుస్తకాలు తక్కువ సంఖ్యలో కలవు?

iii) అలమరలోని మొత్తం పుస్తకాల సంఖ్య ఎంత?

మరొక పటచిత్రాన్ని పరిశీలిద్దాం. ఒక పాఠశాలలో వివిధ తరగతులలోని విద్యార్థుల సంఖ్యలు క్రింది విధంగా వున్నవి.

తరగతి	VI	VII	VIII	IX	X
విద్యార్థుల సంఖ్య	28	30	35	25	22

ఈ దత్తాంశము యొక్క పటచిత్రంలో 8వ తరగతి విద్యార్థులు 35 మందిని సూచించుటకు 35 బొమ్మలు వేయగలమా? అది అన్ని సందర్భములలో సాధ్యమేనా? కావున ప్రతి 5 మంది విద్యార్థులకు 1 బొమ్మను సూచించవలెను అనుకుంటే, పట చిత్రం ద్వారా సులభంగా సూచించవచ్చు. ఇట్లు '5 మంది విద్యార్థులు = 1 బొమ్మ అను సూచనను పటచిత్రం యొక్క స్కేలు అంటాము. సామాన్యంగా దత్తాంశములోని పౌనఃపున్యములన్నింటి యొక్క గ.సా.భా. ను స్కేలుగా తీసుకుంటాము. కానీ కొన్ని సందర్భములలో అనువైన సంఖ్యను తీసుకొని, స్కేలు కన్నా తక్కువ విలువలను సూచించుటకు కొన్ని ఊహనలు చేసుకొనవలెను. ఉదాహరణకు,

5 మంది విద్యార్థులను

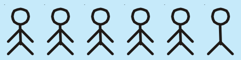
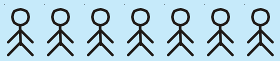
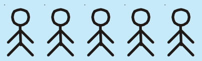
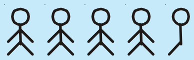
నలుగురు విద్యార్థులను

ముగ్గురు విద్యార్థులను

ఇద్దరు విద్యార్థులను

ఒక్క విద్యార్థిని సూచిస్తుందని అనుకుంటే

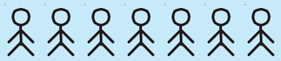
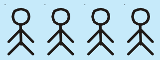
పై దత్తాంశము యొక్క పట చిత్రము క్రింది విధంగా ఉంటుంది.

తరగతి	**విద్యార్థుల సంఖ్య**
VI	
VII	
VIII	
IX	
X	

ఉదాహరణ 1 : 25 మంది గల తరగతిలోని విద్యార్థులు వివిధ ఆటలాడుతారు. ఆటగాళ్ళ సంఖ్యాత్మక వివరాలను పట చిత్రముగా చూపబడింది. (ఒక్కొక్క విద్యార్థి ఒక్కొక్క ఆటను మాత్రమే ఆడుతాడు)

i) ఎంత మంది విద్యార్థులు బ్యాడ్మింటన్ ఆడుతారు?

ii) ఏ ఆటను ఎక్కువ మంది విద్యార్థులు ఆడుతారు?

ఆట	**ఆటగాళ్ళ సంఖ్య**
కబడ్డీ	
టెన్నికాయిట్	
బ్యాడ్మింటన్	
క్రికెట్	

iii) ఏ ఆటను అతితక్కువ మంది విద్యార్థులు ఆడుతారు?

iv) ఏ ఆటను ఆడని వారు ఎందరు?

సాధన : i) 5 మంది విద్యార్థులు బ్యాడ్మింటన్ ఆడుతారు.

ii) ఎక్కువ మంది విద్యార్థులు (7మంది) కబడ్డీ ఆడుతారు.

iii) టెన్నికాయిట్‌ను అతితక్కువ మంది (4 మంది) ఆడుతారు.

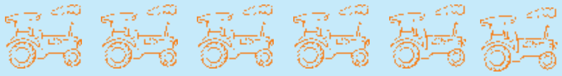
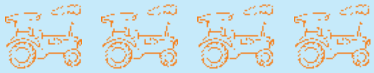
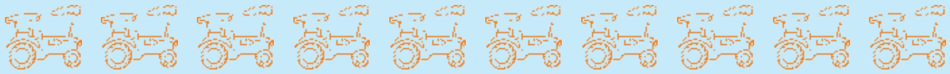
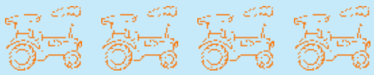
iv) మొత్తం ఆటగాళ్ళ సంఖ్య = 7 + 4 + 5 + 6 = 22

మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్య = 25

ఏ ఆటను ఆడని విద్యార్థులసంఖ్య = 25 – 22 = 3

ఉదాహరణ 2 :కింది పట చిత్రము ఐదు గ్రామములలోని ట్రాక్టర్ల సంఖ్యను చూపుతున్నది.

స్కేలు : = **2** ట్రాక్టర్లు

గ్రామము	ట్రాక్టర్ల సంఖ్య
A	
B	
C	
D	
E	

i) ఏ గ్రామములో తక్కువ ట్రాక్టర్లు కలవు?

ii) ఏ గ్రామములో గరిష్ఠ సంఖ్యలో ట్రాక్టర్లు కలవు?

iii) గ్రామము B కన్నా గ్రామము C నందు ఎన్ని ఎక్కువ ట్రాక్టర్లు కలవు?

iv) ఐదు గ్రామములలోని మొత్తం ట్రాక్టర్లు ఎన్ని?

సాధన : i) B, E గ్రామములలో కనిష్ఠ సంఖ్యలో (ఒక్కొక్క దానిలో 8) ట్రాక్టర్లు కలవు.

ii) గ్రామము D నందు గరిష్ఠ సంఖ్యలో (20) ట్రాక్టర్లు కలవు.

iii) గ్రామము B కన్నా గ్రామము C లో గల అధిక ట్రాక్టర్లు 10.

iv) ఐదు గ్రామములలోని మొత్తం ట్రాక్టర్ల సంఖ్య 66.

అభ్యాసము - 8.2

1. ఒక చేతి గడియారముల కర్మాగారము ఒక వారములో తయారుచేయు గడియారముల సంఖ్య కింది విధంగా ఇవ్వబడింది.

వారం	సోమవారం	మంగళవారం	బుధవారం	గురువారం	శుక్రవారం	శనివారం
సంఖ్య	300	350	250	400	300	275

పైదత్తాంశమును పట చిత్రంగా చూపండి.

2. ఒకపండ్ల దుకాణాదారుడు అహ్మద్ ఒక వారంపాటు అమ్మిన పండ్ల సంఖ్య కింది విధంగా ఇవ్వబడ్డాయి. (సూచన : 5 పండ్లు = 1 బొమ్మ)

వారం	ఆదివారం	సోమవారం	మంగళవారం	బుధవారం	గురువారం	శుక్రవారం	శనివారం
సంఖ్య	100	85	90	80	60	95	70

కింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు కనుగొనండి.

i) మంగళవారం అమ్మిన పండ్లను ఎన్ని బొమ్మలు సూచిస్తాయి?

ii) శుక్రవారం అమ్మిన పండ్లను ఎన్ని బొమ్మలు సూచిస్తాయి?

3. ఒకగ్రామములో సర్పంచి ఎన్నికలలో నలుగురు అభ్యర్థులు పొందిన ఓట్ల సంఖ్యలను కింది పట్టికలో వారి వారి గుర్తుల క్రింద ఇవ్వబడినవి.

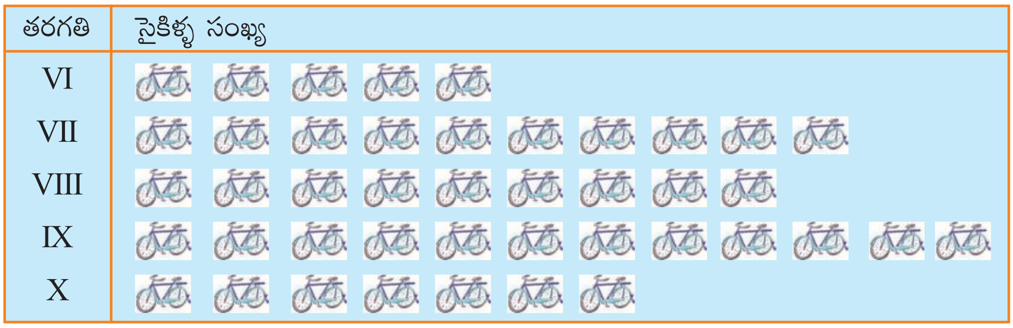
గుర్తు	సూర్యుడు	కుండ	చెట్టు	గడియారం
ఓట్లసంఖ్య	400	550	350	200

పై దత్తాంశమునకు సరియైన సూచికను ఎన్నుకొని పటచిత్రం గీయండి.

కింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు తెల్పండి

i) ఏ గుర్తునకు అతితక్కువ ఓట్లు లభించాయి? ii) ఏ గుర్తు గల అభ్యర్థి ఎన్నికలలో గెలిచాడు?

4. ఒక పాఠశాలలోని వివిధ తరగతులలోని విద్యార్థులకు గల సైకిళ్ళ సంఖ్యను కింది పట చిత్రంలో చూపబడినది.



పై పటచిత్రమును పరిశీలించి క్రింది ప్రశ్నలకు జవాబులివ్వండి.

i) ఏ తరగతి విద్యార్థులకు గరిష్ఠ సంఖ్యలో సైకిళ్ళు కలవు?

ii) ఏ తరగతి విద్యార్థులకు కనిష్ఠ సంఖ్యలో సైకిళ్ళు కలవు?

iii) ఏ తరగతి విద్యార్థుల వద్ద 9 సైకిళ్ళు కలవు?

iv) అన్ని తరగతులలోని విద్యార్థులకు గల మొత్తం సైకిళ్ళు ఎన్ని?

5. ఒక దుకాణంలో ఒక రోజులో అమ్ముడయిన వివిధ రకాల TV ల వివరాలు కింది పటచిత్రంలో ఇవ్వబడ్డాయి.

స్కేలు : = **5** టి.వి.

కింది ప్రశ్నలకు జవాబులివ్వండి.

i) కంపెనీ A యొక్క TV లు ఎన్ని అమ్ముడు పోయినవి?

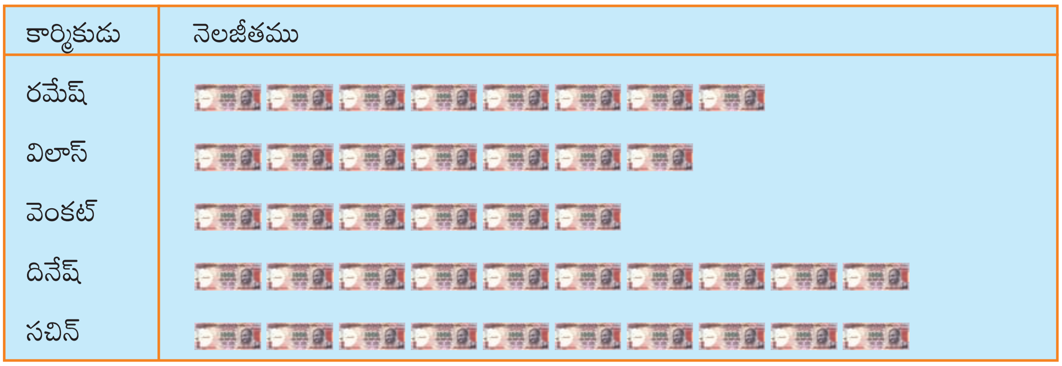
ii) ఏ కంపెనీ TV లపై ప్రజలకు ఎక్కువ మోజు కలదు?

iii) ఏ కంపెనీ TV లు 15 అమ్ముడు పోయినవి?

iv) ఏ కంపెనీ TV ల అమ్మకాలు కనిష్ఠముగా ఉన్నవి?

6. కింది పటచిత్రం ద్వారా ఐదుమంది కార్మికుల నెల జీతములు ఇవ్వబడ్డాయి.

స్కేలు : = **1000** రూపాయలు



పై పట చిత్రము నుండి కింది ప్రశ్నలకు జవాబులివ్వండి.

i) పై పట చిత్రంలో ఉపయోగించిన స్కేలు (సూచన) ఏది?

ii) సచిన్ యొక్క నెల జీతము ఎంత?

iii) అందరిలో ఎక్కువ జీతము సంపాదించు వారు ఎవరు?

iv) విలాస్ జీతం కన్నా రమేష్ జీతము ఎంత ఎక్కువ?

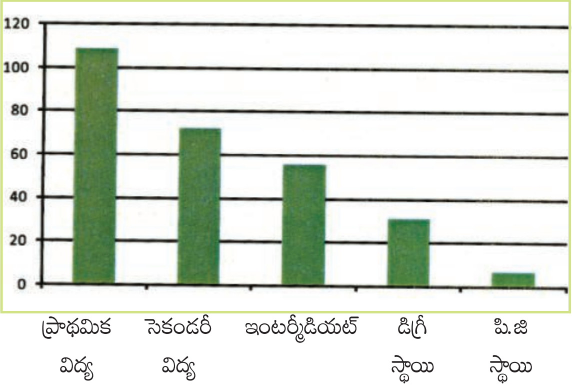
ప్రాజెక్టు పని

వివిధ దిన పత్రికలు, పుస్తకాలలోని వివిధ పట చిత్రాలను సేకరించండి. వాటిని చదివి, మీ మిత్రులతో చర్చించి, మీ అభిప్రాయములను తెలపండి.

8.4.2 కమ్మీ రేఖా చిత్రము

ఆకాష్ తన ఆవాస ప్రాంతములోని 275 మంది వ్యక్తుల యొక్క విద్యార్హతల వివరాలు సేకరించి పౌనఃపున్య విభాజన పట్టిక తయారు చేసాడు.

విద్యాస్థాయి	వ్యక్తుల సంఖ్య
ప్రాథమిక విద్య	109
సెకండరీ విద్య	72
ఇంటర్మీడియట్	56
డిగ్రీ స్థాయి	31
పి.జి స్థాయి	7



ఆకాష్ తనుసేకరించిన దత్తాంశమును పటచిత్రంగా చూపాలని మొదట ప్రయత్నించాడు. కానీ అది ఎక్కువ సమయం పడుతుందని, ఇంకను ఎక్కువ తేడాలు గల పౌనఃపున్యములను సూచించుటకు అనువుగా లేదని భావించాడు. కనుక పై పటంలో వలె కమ్మీరేఖాచిత్రముగా చూపించాడు.

సాధారణంగా దత్తాంశములోని విభక్త రాశులను వాటి పౌనఃపున్యములతో పోల్చవలసిన సందర్భములలో కమ్మీరేఖాచిత్రమును ఉపయోగిస్తాము.

ఒక కమ్మీరేఖా చిత్రంలో, సమాన వెడల్పుగల కమ్మీలను నిలువుగా లేక అడ్డముగా నిర్మిస్తూ వాటిమధ్య సమాన ఖాళీలు ఉండునట్లుగా చేస్తాము. కమ్మీల పొడవులు అవి సూచించే రాశుల పౌనఃపున్యములకు అనుపాతములో ఉండునట్లుగా నిర్మిస్తాము.

ఆలోచించి చర్చించి, రాయండి.

పట చిత్రం కన్నా కమ్మీ రేఖా చిత్రము ఏ విధంగా మెరుగైనదో చర్చించండి.

ఈ కమ్మీ రేఖాచిత్రము నుండి "చాలా ఎక్కువ మంది ప్రాథమిక విద్యను మాత్రమే కలిగి ఉన్నారని, యూనివర్సిటీ స్థాయి విద్య చాలా తక్కువ మంది పొందారని" సులభముగా అర్థం చేసుకొనవచ్చును.

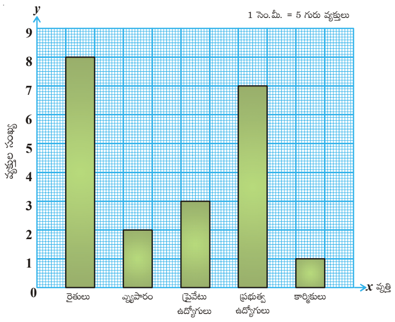
కమ్మీరేఖాచిత్ర నిర్మాణము

మనమిప్పుడు ఒక కమ్మీరేఖాచిత్రము ఎట్లు నిర్మించగలమో తెలుసుకొందాం.

ఉదాహరణకు ఒక కాలనీలోని వ్యక్తుల యొక్క వృత్తులను తెలుపు దత్తాంశమును పరిశీలిద్దాం.

వృత్తి	రైతులు	వ్యాపారులు	ప్రైవేటు ఉద్యోగులు	ప్రభుత్వ ఉద్యోగులు	కార్మికులు
వ్యక్తులు	40	10	15	35	5

నిర్మాణ సోపానములు



i) ఒక గ్రాఫు కాగితముపై పటంలో చూపినట్లుగా ఒక క్షితిజసమాంతర రేఖ (X- అక్షము) ఒక లంబరేఖ (Y-అక్షము) లను గీయండి.

ii) Y-అక్షము వెంబడి వ్యక్తుల సంఖ్యను, X-అక్షమువెంబడి వృత్తులను గుర్తించండి.

iii) అన్ని పౌనఃపున్యములను సూచించుటకు అనువుగా Y-అక్షముపై 1సెం.మీ. = 5 మంది వ్యక్తులు అను సూచికను తీసుకొనండి.

iv) సూచిక భిన్నముచే ప్రతి పౌనఃపున్యమును భాగిస్తూ కమ్మీల పొడవులను లెక్కకట్టండి.

రైతులు	$40 \div 5 = 8$	వ్యాపారులు	$10 \div 5 = 2$
ప్రైవేటు ఉద్యోగులు	$15 \div 5 = 3$	ప్రభుత్వ ఉద్యోగులు	$35 \div 5 = 7$
కార్మికులు	$5 \div 5 = 1$		

v) అనువైన వెడల్పు (ఉదా : 1సెం.మీ), లెక్కించిన పొడవులు గల నిలువు కమ్మీలను x-అక్షముపై నిర్మించండి.

ఇదే విధంగా ఈ దత్తాంశమునకు అడ్డుకమ్మీ రేఖా చిత్రమును గీయవచ్చును.

నిర్మాణ సోపానములు

i) క్రింది పటములో చూపిన విధంగా ఒక గ్రాఫు కాగితముపై ఒక క్షితిజ సమాంతర రేఖ (X-అక్షము), ఒక లంబరేఖ (Y-అక్షము) లను గీయండి.

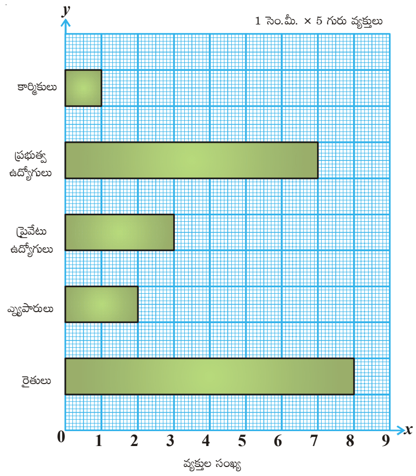
ii) X-అక్షము వెంబడి వ్యక్తుల సంఖ్యను, Y-అక్షము వెంబడి వృత్తులను గుర్తించండి.

iii) అన్ని పౌనఃపున్యములను సూచించుటకు అనువుగా X-అక్షముపై 1సెం.మీ. = 5 మంది వ్యక్తులు అను సూచికను తీసుకోండి.

iv) సూచిక భిన్నంచే ప్రతి పౌనఃపున్యమును భాగిస్తూ కమ్మీల పొడవులను లెక్కించండి.

రైతులు	$40 \div 5 = 8$	వ్యాపారులు	$10 \div 5 = 2$
ప్రైవేటు ఉద్యోగులు	$15 \div 5 = 3$	ప్రభుత్వ ఉద్యోగులు	$35 \div 5 = 7$
కార్మికులు	$5 \div 5 = 1$		

v) అనువైన వెడల్పు (ఉదా : 1సెం.మీ) లెక్కించిన పొడవులు గల అడ్డు కమ్మీలను Y-అక్షం వద్దనుండి ప్రారంభించి నిర్మించండి.



అభ్యాసము - 8.3

1. కొన్ని జంతువుల యొక్క జీవిత కాలాలు ఈ విధంగా ఇవ్వబడ్డాయి. ఎలుగుబంటి - 40సం॥లు, ఎద్దు - 28 సం॥లు, ఒంటె - 50సం॥లు, కుక్క - 22 సం॥లు, పిల్లి - 25 సం॥లు, గాడిద - 45 సం॥లు, మేక 15సం॥లు, గుఱ్ఱము - 10 సం॥లు, ఆవు - 22సం॥లు, ఏనుగు - 70 సం॥లు. ఈ దత్తాంశమును అడ్డుకమ్మీ రేఖాచిత్రంగా చూపండి.

2. ఇమ్రాన్ యొక్క నెలసరి కుటుంబ ఖర్చు క్రింది విధంగా ఇవ్వబడినది.

పద్దు	ఇంటిఅద్దె	ఆహారము	చదువులు	విద్యుత్	రవాణా	ఇతర ఖర్చులు
ఖర్చు (₹)	3000	3400	800	400	600	1200

పై దత్తాంశమును నిలువు కమ్మీ రేఖాచిత్రముగా చూపండి.

3. వివిధ రవాణా సౌకర్యముల ద్వారా హైదరాబాదునుండి తిరుపతికి ప్రయాణ కాలములు, కారు – 8 గంటలు, బస్సు – 15 గంటలు, రైలు – 12 గంటలు, విమానం – 1గంట అని ఇవ్వబడింది. ఈ దత్తాంశమును కమ్మీ రేఖాచిత్రముగా చూపండి.

4. విద్యార్థులు తమ తీరిక సమయాన్ని ఎలా గడుపుతారు? అనే సర్వే 120 మంది విద్యార్థులపై జరుపగా క్రింది వివరాలు లభించబడతాయి.

ఇష్టపడు పని	ఆటలాడటం	పుస్తకాలు చదవడం	TV చూడడం	సంగీతం వినడం	చిత్రలేఖనం
విద్యార్థుల సంఖ్య	45	30	20	10	15

ఈ దత్తాంశమును సూచించునట్లుగా కమ్మీరేఖా చిత్రము నిర్మించండి.

ప్రాజెక్టు పని

1. దిన పత్రికలు, వారపత్రికలు, వ్యాపార ప్రకటనల కరపత్రములనుండి వీలయినన్ని కమ్మీరేఖా చిత్రములను సేకరించి, మీ మిత్రులతో చర్చించి, మీ అభిప్రాయములను తెలపండి.
2. మీ ఆవాస ప్రాంతములో వివిధ రకాల ఇండ్లను (పూరిళ్ళు, పెంకుటిళ్ళు, RCC స్లాబు గల ఇళ్లు .... మొదలగునవి) లెక్కించి, ఆ దత్తాంశమును కమ్మీరేఖా చిత్రముగా చూపండి.

మనం నేర్చుకున్నవి

1. ఒక నిర్ణయం తీసుకొనుటకు సహాయపడు సంఖ్యాత్మక లేక వివరణాత్మక సమాచారాన్ని 'దత్తాంశము' అంటాం.
2. ఒక దత్తాంశము నుండి అవసరమగు విషయమును త్వరగా అర్థంచేసుకొనుటకు ఆ దత్తాంశమును గణన చిహ్నాలు ఉపయోగించి పౌనఃపున్య విభజన పట్టిక రూపంలో రాస్తాం.
3. పట చిత్రముల ద్వారా దత్తాంశ వివరాలను ఎలా సూచించవచ్చో నేర్చుకున్నాం. పట చిత్రంలో రాశులను చిన్న బొమ్మలతో గాని లేక పాక్షిక బొమ్మలతో గాని సూచిస్తాం. ఎక్కువ పౌనఃపున్యములను సూచించుటకు అనువుగా సూచిక (స్కేలు)ను నిర్ణయించుకొంటాం. ఉదా : = 100 పుస్తకాలు.
4. కమ్మీరేఖ చిత్రాల ఉపయోగాల గురించి తెలుసుకొన్నాం. కమ్మీరేఖా చిత్రంలోని కమ్మీలన్నీ ఒకే వెడల్పును కలిగియుండి వాటి పొడవులు అవి సూచించే రాశుల యొక్క పౌనఃపున్యములకు అనుపాతములో ఉంటాయి.

పి.సి. మహలనోబిస్ (భారతదేశం)

1893 – 1972

భారత సాంఖ్యకశాస్త్ర పితామహుడు.

కలకత్తాలో భారత సాంఖ్యక శాస్త్ర పరిశోధన సంస్థను స్థాపించారు. ఈయన రూపొందించిన 'జాతీయ శాంపిల్ సర్వేలు' ప్రపంచ ప్రఖ్యాతి పొందాయి.

అధ్యాయము - 9

బీజగణిత పరిచయం

9.1 పరిచయం

మనం ఇంతవరకు సంఖ్యలను గురించి, జ్యామితీయ ఆకారాలను గూర్చి నేర్చుకున్నాం. సంఖ్యలనూ, వాటి ధర్మాలను గురించి తెలిపే గణిత శాఖను అంకగణితము అని, జ్యామితి ఆకారాలను వాటి ధర్మాలను గురించి తెలిపే గణితవిభాగాన్ని రేఖాగణితం అని తెలుసుకున్నాం. ఇప్పుడు గణితంలో బీజగణితం అనే మరొక గణిత విభాగాన్ని గురించి తెలుసుకుందాం.

బీజగణితంలో మనం ప్రధానంగా 'తెలియని రాశులను' బీజీయ అక్షరాలచే సూచిస్తాం. కొన్ని గణిత సమస్యలలో తెలియని రాశులను బీజీయ అక్షరాలతో సూచించి ఆ సమస్యలను వివిధ పద్ధతులలో సాధిస్తాము. ఈ పద్ధతులను తెలుసుకుంటే మనం నిత్యజీవితంలోని అనేక గణిత సమస్యలను మరియు పజిల్స్‌ను సులభంగా సాధించవచ్చు.

కింది సంభాషణ పరిశీలించండి.

దామిని, కౌశిక్‌లు ఒకఆట ఆడుతున్నారు.

కౌశిక్ : నా సూచనలు పాటించి, చివరి ఫలితం చెబితే, నీ వయస్సు ఎంతో చెబుతాను.

దామిని : నా వయస్సు నీకు తెలుసుకదా! దీనిలో కొత్తేముంది?

కౌశిక్ : సరే. నీ స్నేహితుని వయస్సు తీసుకో. నేను ఆ వయస్సు చెబుతా.

దామిని : అలాగే. నీ సూచనలు చెప్పు

కౌశిక్ : మొదట, నీవు తీసుకున్న వయస్సును రెట్టింపు చేయు.

దామిని : సరే. చేశాను.

కౌశిక్ : దానికి 5 కలుపు. ఎంత ఫలితం వచ్చిందో చెప్పు

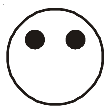
దామిని : బాగుంది. ఫలితం '27'

కౌశిక్ : ఇదిగో, నీ స్నేహితుని వయస్సు 11 సంవత్సరాలు.

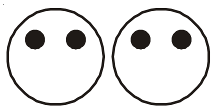
దామిని ఆశ్చర్యపోయింది. ఆమె కొంచెం ఆలోచించి వెంటనే అంది. "నాకు వయస్సు ఎలా కనుక్కోవాలో తెలిసిపోయింది".

మరినీకు కూడా ఆలోచన వచ్చిందా? మీరూ ప్రయత్నించండి.

9.2 అమరికలు - సూత్రాలు రూపకల్పన

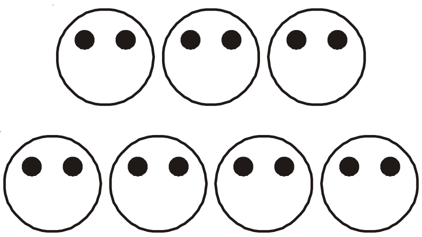


9.2.1 అమరిక - 1



ప్రవీణ్ మరియు మౌళిక మనిషి ఆకారంలో గల ముఖాలను ఈ పటాలలో చూపినట్లుగా తయారుచేస్తున్నారు. వారు కళ్ళు చూపించడానికి నల్లబొట్టు బిళ్ళలు వాడారు. మౌళిక 2 బొట్టు బిళ్ళలు తీసుకొని ముఖాన్ని తయారుచేసింది. ప్రవీణ్ కూడా 2 బొట్టు బిళ్ళలు తీసుకొని ముఖాన్ని

తయారుచేసి, మౌళిక ముఖాన్ని తయారుచేసిన దానికి ప్రవీణ్ మరొకటి జతచేశాడు. వారికి తోడుగా వారి స్నేహితుడు రహీం తోడయ్యాడు.



ఇలా 8 ముఖాలను తయారుచేయడానికి ఎన్ని నల్లబొట్టు బిళ్ళలు అవసరం అవుతాయి? అని రహీం అడిగాడు. మౌళిక వెంటనే 4 ముఖాలలో గల నల్లబొట్టు బిళ్ళలు లెక్కించి, దానిని రెట్టింపు చేసి వెంటనే '16' అని చెప్పింది. బాగుంది. అయితే 69 ముఖాలను తయారుచేయడానికి ఎన్నిబొట్లు అవసరమౌతాయని రహీం ప్రశ్నించాడు. దీనిని లెక్కించడం కష్టంగా మౌళిక, ప్రవీణ్ భావించారు. ముఖాల సంఖ్య పెరిగే కొలదీ, ఇది గణించడం కాలం వృథా అనిపించింది. దానికోసం వారు ఒక పద్ధతి ఎంచుకొన్నారు. క్రింది విధంగా పట్టిక రూపొందించుకున్నారు.

ముఖాల సంఖ్య	1	2	3	....
కావాల్సిన బొట్టు బిళ్ళలు	2	4	6	....
అమరిక ఎలా ఏర్పడింది!	2×1	2×2	2×3	....

ముఖాలసంఖ్యకు, కావల్సిన నల్లబొట్టు బిళ్ళల సంఖ్యకు ఏమైనా సంబంధం మీరు గుర్తించారా? వీటి సంబంధాన్ని మౌళిక గుర్తించింది. ఉదాహరణకు 1 ముఖం తయారీకి కావల్సిన బొట్టు బిళ్ళలు = 2

అంటే 2×1 అనగా 2 × ముఖాల సంఖ్య

2 ముఖాల తయారీకి కావాల్సిన బొట్టు బిళ్ళలు = 4

అంటే 2×2 అనగా 2× ముఖాల సంఖ్య

3 ముఖాల తయారీకి కావాల్సిన బొట్టు బిళ్ళలు = 6

అంటే 2×3 అనగా 2× ముఖాలసంఖ్య

దీనినుండి ముఖాల సంఖ్యను రెట్టింపు చేస్తే కావాల్సిన నల్లబొట్టు బిళ్ళల సంఖ్య వస్తుందని గమనించారు.

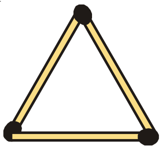
అందుచే కావాల్సిన నల్ల బొట్టు బిళ్ళల సంఖ్య = ముఖాల సంఖ్య కు రెట్టింపు

దీనినాధారంగా రహీం 69 ముఖాలకు కావాల్సిన బొట్టు బిళ్ళల సంఖ్యను తెలుసుకున్నాడు.

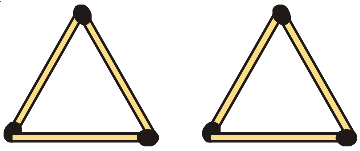
కావున 69 ముఖాలకు కావాల్సిన నల్ల బొట్టు బిళ్ళల సంఖ్య = 2 × 69 = 138.

9.2.2 అమరిక - 2

త్రిభుజం ఏర్పరుచుటకు 3 అగ్గిపుల్లలు అవసరం.



రెండు త్రిభుజాలు ఏర్పరుచుటకు 6 అగ్గిపుల్లలు అవసరం త్రిభుజాలు ఏర్పరచుటకు కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యను క్రింది పట్టికలో చూద్దాం.



కింది పట్టికలో త్రిభుజాలను ఏర్పరచడానికి కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య మరియు త్రిభుజాల సంఖ్యకు సంబంధించిన సమాచారం ఇవ్వబడింది.

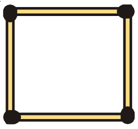
త్రిభుజాల సంఖ్య	1	2	3	4	5	6	....
కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య	3	6	9	12	15	18	....
అమరిక (పరిశీలన)	3×1	3×2	3×3	3×4	3×5	3×6	....

త్రిభుజాల సంఖ్యకు కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యకు గల సంబంధానికి సూత్రం ఏమౌతుంది?

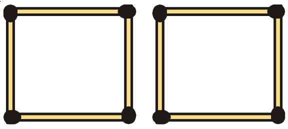
కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య = త్రిభుజాల సంఖ్యకు మూడురెట్లు

9.2.3 అమరిక 3

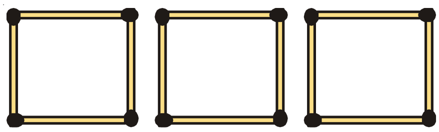
ఒక చతురస్రం ఏర్పరుచుటకు 4 అగ్గిపుల్లలు అవసరం



రెండు చతురస్రాలు ఏర్పరుచుటకు 8 అగ్గిపుల్లలు అవసరం.



మూడు చతురస్రాలు ఏర్పరుచుటకు 12 అగ్గిపుల్లలు అవసరం. పై సమాచారాన్ని క్రింది పట్టికలో అమరిస్తే ఏ విధంగా ఉంటుందో గమనించండి.



చతురస్రాల సంఖ్య	1	2	3	....
కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య	4	8	12	....
అమరిక (ఏర్పడిన విధానం)	4×1	4×2	4×3	....

అందుచే కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య = చతురస్రాల సంఖ్యకు 4 రెట్లు. (4× చతురస్రాల సంఖ్య)

9.3 చరరాశి

మరల ఒకసారి 1వ అమరిక పరిశీలిద్దాం

ముఖాలసంఖ్య	1	2	3	....
కావాల్సిన బొట్ల సంఖ్య	2	4	6	....
అమరిక (ఏర్పడిన విధం)	2×1	2×2	2×3	......

పట్టికలో ముఖాల సంఖ్యలో మార్పు జరుగుతున్నప్పుడు (పెరుగుట) కావల్సిన బొట్టు బిళ్ళల సంఖ్యకూడా మార్పు జరుగుతున్నది (పెరిగింది) అదేవిధంగా ప్రతీసందర్భంలోనూ కావల్సిన బొట్టు బిళ్ళల సంఖ్య, ముఖాలసంఖ్యకు రెట్టింపు కావడం మనం గమనించవచ్చు.

దీనిని సులభంగా, సూక్ష్మంగా వ్రాయడానికి మన సౌకర్యార్థం ముఖాలసంఖ్యను 'm' గా, తీసుకుంటే కావల్సిన బొట్టు బిళ్ళల సంఖ్య = $2 \times m$ దీనిని సులభంగా '2m' అని వ్రాయవచ్చు.

2m అంటే '$2 \times m$' అని గమనించాలి. ఇది $2 + m$ కాదు.

అందుచే కావాల్సిన బొట్టు బిళ్ళల సంఖ్య = 2m అగును.

ఒక ముఖం తయారీకి $m = 1$ అయితే

కావాల్సిన బొట్టు బిళ్ళల సంఖ్య $2 \times 1 = 2$ అగును.

రెండు ముఖాల తయారీకి $m = 2$ అయితే కావాల్సిన బొట్టు బిళ్ళల సంఖ్య $2\times2 = 4$ అగును.

దీనిని బట్టి 3 ముఖాల తయారీకి ఎన్ని బొట్టు బిళ్ళలు అవసరమో ఊహించగలరా? ఇది 6 కదా!

పై ఉదాహరణ ప్రకారం ముఖాల తయారీకి కావాల్సిన బొట్టు బిళ్ళలు సంఖ్య తెలుసుకోవడానికి సూత్రం కనుగొన్నాము.

కావాల్సిన బొట్టు బిళ్ళల సంఖ్య = 2 m

ఇచ్చట 'm' అనేది ముఖాల సంఖ్య అయితే, దీని విలువలు వరుసగా 1, 2, 3, 4, ... అగును.

అందుచే 'm' అనే ఒక చరరాశి. ఇది స్థిరమైన విలువ కలిగి వుండక, అనేక విలువలు తీసుకుంటుంది. దీనిని బట్టి కావాల్సిన బొట్టు బిళ్ళల సంఖ్య మారుతూ ఉంటుంది.

ఇప్పుడు మనం 2 వ అమరికను పరిశీలిద్దాం.

త్రిభుజాల సంఖ్య	1	2	3	4	5	6	....
కావాల్సిన అగ్గిపుల్లలు	3	6	9	12	15	18	.....
అమరిక (పరిశీలన)	3×1	3×2	3×3	3×4	3×5	3×6	....

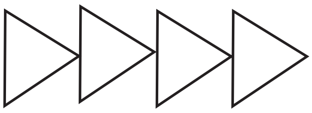
దీనిని బట్టి త్రిభుజాల సంఖ్యకూ, వాటిని ఏర్పరచడానికి కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యకు సంబంధం ఏర్పరచి సూత్రం కనుగొందాం.

త్రిభుజాల సంఖ్య 'y' అయితే కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య '3y' అవుతుంది. ఇచ్చట 'y' అనే రాశికి వివిధ విలువలు ఇస్తాం. అంటే $y = 1, 2, 3, 4, \ldots$ అంటే 'y' విలువ ఎప్పటికప్పుడు మారుతూ ఉంటుంది. అందుచే 'y' అనేది చరరాశికి ఒక ఉదాహరణ అగును.

మరల ఒకసారి మూడవ అమరికను కూడా పరిశీలించి దాని సూత్రం కూడా కనుగొందాం. చతురస్రాలు ఏర్పరుచుటకు కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యకు సరిపడు సూత్రం కనుగొనటానికి ప్రయత్నించు. చతురస్రాల సంఖ్యకు 'n' అనే చరరాశిని తీసుకొని సూత్రం రాయండి.

ప్రయత్నించండి.

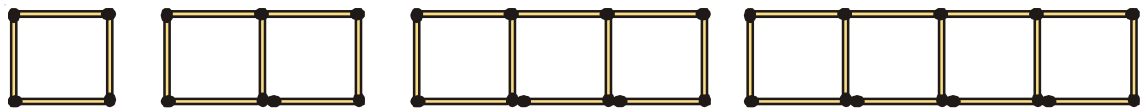
1. ప్రక్క అగ్గిపుల్లల అమరికకు తగిన సూత్రం రాయండి.



2. 'H' అక్షరాల అమరికకు కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యకు సూత్రం రాయండి. 'L' అక్షరం క్రమంలో అమర్చినపుడు ఈ నియమం ఏమౌతుంది?

9.4 మరిన్ని అమరికలు

కింది అగ్గిపుల్లల అమరిక పరిశీలించండి.



అమరిక-1 అమరిక-2 అమరిక-3 అమరిక-4

ఆకారాల అమరికకు కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య పరిశీలిద్దాం.

ఏర్పరిచే ఆకారాలు	1	2	3	4	5
కావాల్సిన అగ్గిపుల్లలు	4	7	10	13	.....
అమరిక	(3×1)+1	(3×2)+1	(3×3)+1	(3×4)+1	.....

కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య కనుక్కోవడానికి సూత్రం = 3 × (చతురస్రాలసంఖ్య) + 1

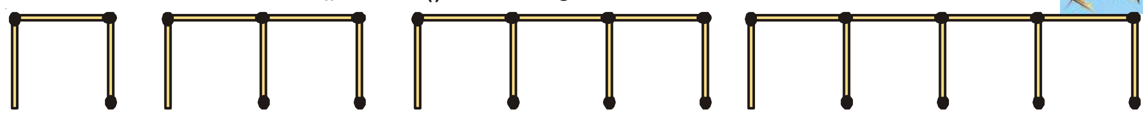
చతురస్రాల సంఖ్య 's' అయిన కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య = $(3 \times s)+1$

$= 3s + 1$

's' అనే చరరాశిని ఆకారాల సంఖ్యను సూచించుటకు వాడాము.

ప్రయత్నించండి.

కింది ఆకారాలను అమర్చడానికి అగ్గిపుల్లల సంఖ్యను పరిశీలించండి.



అమరిక-1 అమరిక-2 అమరిక-3 అమరిక-4

(i) పై అమరికలో ప్రతీ ఆకారాల సమూహానికి కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యకు సూత్రం కనుగొనండి.

(ii) పై విధంగా ఉండే 12 ఆకారాల సమూహాల అమరికకు కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యను తెల్పండి.

చరరాశులను సూచించడానికి మనం m, n, p, s, x, y, z వంటి అక్షరాలను ఉపయోగిస్తాం. చరరాశికి ఖచ్చితమైన విలువ వుండదు. ఏ అక్షరము ఏ సంఖ్యనయినా సూచించవచ్చు. పై ఉదాహరణలలో అగ్గిపుల్లల సంఖ్యలను తెలుపడానికి మనం m,y,s వంటి అక్షరాలను చరరాశులుగా సూచించాము.

ఇటువంటివి మరిన్ని సంబంధాలను చరరాశులను ఉపయోగించి రూపొందించవచ్చు.

ఉదాహరణ 1 : రమ వద్ద రహీంవద్ద కన్నా 3 పెన్సిళ్ళు ఎక్కువ ఉన్నాయి. రహీం వద్దగల పెన్సిళ్లను బట్టి రమ వద్ద గల పెన్సిళ్ల సంఖ్యకు సూత్రం రాయండి.

సాధన : రహీం వద్ద 2 పెన్సిళ్లు ఉంటే రాము వద్ద ఉండేవి 2+3 = 5 పెన్సిళ్లు.

రహీం వద్ద 5 పెన్సిళ్లు ఉంటే రాము వద్ద ఉండేవి 5+3 = 8 పెన్సిళ్లు

రహీం వద్ద ఎన్ని పెన్సిళ్ళున్నవో తెలియదు

కాని మనకు తెల్పింది రమ వద్ద గల పెన్సిళ్ళు = రహీంపెన్సిళ్లు +3

అందుచే రహీం వద్దగల పెన్సిళ్లసంఖ్యను 'n' అనుకుంటే రమ వద్ద గల పెన్సిళ్ల సంఖ్య = $n + 3$ అగును.

ఇచ్చుట $n = 1, 2, 3$ .... అగును. అందుచే 'n' అనేది ఒక చరరాశి.

ఉదా 2 : హేమ, మాధవి ఇద్దరు అక్కచెల్లెళ్లు. మాధవి, హేమకన్నా 3 సంవత్సరాలు చిన్నది. మాధవి వయస్సును హేమ వయస్సుతో పోల్చి సూత్రం రాయండి.

సాధన : మాధవి, హేమకన్నా 3సంవత్సరాలు 'చిన్నది' అని ఇవ్వబడింది.

హేమ వయస్సు 10 సంవత్సరాలు అయితే మాధవి వయస్సు $10-3 = 7$ సంవత్సరాలు

హేమ వయస్సు 16 సంవత్సరాలు అయితే మాధవి వయస్సు $16-3 = 13$ సం॥

హేమ వయస్సు ఖచ్చితంగా తెలియనప్పుడు, ఏ వయస్సును తీసుకున్ననూ, మాధవి వయస్సు తెలుసుకోవాలి.

హేమ వయస్సు 'p' సంవత్సరాలు అయితే మాధవి వయస్సు "p-3" సంవత్సరాలు అగును. ఇచ్చట 'p' అనేది చరరాశికి ఉదాహరణ. దీనికి 1, 2, 3, ... వంటి విలువలు ఇస్తాం.

దీనినుండి 'p' = 10 అయిన p - 3 = 7 మరియు p = 16 అయిన p - 3 = 13 అని తెలుస్తుంది.

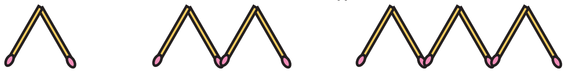
అభ్యాసం 9.1

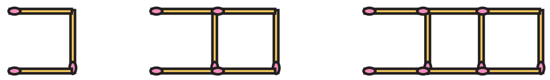
1. **కింది ఆకారాలను ఏర్పరచడానికి కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య కనుగొనడానికి సూత్రం రాయండి.**

ఎ) T అక్షరాల అమరిక బి) E అక్షరాల అమరిక సి) Z అక్షరాల అమరిక

2. **గదిలో ఉండే ఫ్యాన్ల సంఖ్యకు, ప్రతి ఫ్యాన్‌కు ఉండే బ్లేడ్ల సంఖ్యకు గల సంబంధానికి సూత్రం రాయండి.**

3. **కింది ఆకారాల అమరికకు కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యకు సూత్రం రాయండి.**

ఎ)  ....

బి)  ....

4. ఒక పెన్ను ధర ₹ 7 అయిన 'n' పెన్నులు కొనడానికి సూత్రం రాయండి?

5. ఒకసంచి ధర ₹ 90 అయిన 'm' సంచులు కొనడానికి సూత్రం రాయండి?

6. 'q' పుస్తకాలు కొనడానికి ₹ 23q అవసరం. అయితే ఒక్కొక్క పుస్తకం ధర ఎంత?

7. గాయత్రి దగ్గర ఉన్న పుస్తకాలకన్నా జాన్‌వద్ద 2 పుస్తకాలు తక్కువ ఉన్నాయి. ఈ సంబంధాన్ని చరరాశి 'x' ఉపయోగించి చెప్పండి.

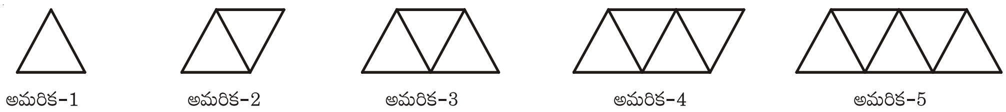
8. సురేష్ వద్ద గల పుస్తకాల సంఖ్యకు రెట్టింపుకన్నా మూడు పుస్తకాలు ఎక్కువగా రేఖవద్ద ఉన్నాయి. ఈసంబంధాన్ని చరరాశి 'y' ఉపయోగించి రాయండి.

9. ప్రతి విద్యార్థికి 6 పెన్సిళ్ల చొప్పున ఉపాధ్యాయుడు పంచాడు. తరగతిలో విద్యార్థుల సంఖ్య 'z' అయిన ఉపాధ్యాయునికి ఎన్నిపెన్సిళ్లు అవసరం అవుతాయి?

10. కింది పట్టిక పరిశీలించి, సంబంధం ఆధారంగా ఖాళీలు నింపండి.

i)	x	1	2	3	4	5	9	....
	$3x+2$	5	....		....		....	
ii)	a	1	3	6	7	9	8	....
	$5a-1$	4		....	....		....	

11. కింది అమరిక పరిశీలించండి.



i) ఇటువంటి 9 ఆకారాలు గల అమరికలో ఎన్నిరేఖా ఖండాలు ఉంటాయి? ప్రతీ ఆకారంలో ఎన్ని రేఖా ఖండాలున్నాయో విడివిడిగా లెక్కించండి.

ii) పై అమరికకు తగిన సూత్రం రాయండి.

9.5 చరరాశులతో సమాసం

అంకగణితంలో మనం సంఖ్యలతో ఏర్పరిచిన అంక సమాసాలు 5+4, 11−9, 3+0 వంటి వానిని జ్ఞప్తికి తెచ్చుకో. దిగువ వాక్యాలను పరిశీలించండి.

టోని కన్నా 5 మార్కులు తనకు ఎక్కువ వచ్చాయని రాము చెప్పాడు. రాముకు ఎన్ని మార్కులు వచ్చాయో చెప్పగలవా? కాని ఇక్కడ టోని మార్కులు మనకు తెలియవు కదా!

ఒకవేళ టోనికి 45 మార్కులు వచ్చాయనుకుందాం. అప్పుడు రాముకు వచ్చిన మార్కులు 45+5 = 50. ఒకవేళ టోనీకి 56 మార్కులు వస్తే, రాముకు 56+5=61 వచ్చినట్లు. ఇదే విధంగా ఒకవేళ టోనీకి 'x' మార్కులు వస్తే, రాముకు ఎన్ని వచ్చినట్లో చెప్పగలవా? అవును. రాముకు మార్కులు $x+5$ అవుతాయి. ఇది 'x' చరరాశిలో వ్రాసిన ఒక సమాసం.

మనం ముందు చర్చించిన అంశాలలో 2m, 3y, 4z, 2s + 1 3s+1, 8p, n+3, p-3 వంటి సమాసాలు వచ్చాయి. ఈ విధంగా చరరాశులతో సంకలనం, వ్యవకలనం, గుణకారం, భాగహార ప్రక్రియలతో కూడిన వాటిని బీజీయ సమాసాలు అంటారు. ఉదాహరణకు p అనే చరరాశినుండి 3 తీసివేసిన 'p-3' అనే సమాసం p ను 8 చే గుణించిన '8p' అనే సమాసం వచ్చాయి.

చరరాశికి అనేక రకాల విలువలు ఉంటాయని మనకు తెలుసు. వీటికి ఖచ్చితమైన విలువ వుండదు. కానీ ఇవి కూడా సంఖ్యలే. అందుచే సంఖ్యా ప్రక్రియలైన సంకలనం, వ్యవకలనం, గుణకారం, భాగహారం వీటికి కూడా వర్తిస్తాయి.

మన నిత్యజీవితంలో సమాసాలను ఏవిధంగా ఉపయోగించామో ఇదివరకే తెలుసుకున్నాం. మరికొన్నింటిని గుర్తుకు తెచ్చుకుందాం.

క్ర.సం	సమస్య వాక్యం లేదా సందర్భం	చరరాశి	బీజీయ సమాసం ఉపయోగించి ప్రవచనం
1.	'n' అనునది 7 చే భాగించబడింది		
2.	గీతకన్నా ₹ 5 ఎక్కువ	గీతవద్ద ₹ y. ఉన్నచో	y + 5
3.	చతురస్రంలో చుట్టుకొలత భుజానికి 4 రెట్లు	....	....
4.	ఆపిల్‌ధర, జామధరకు రెట్టింపు	....	....
5.	రేణు ఎత్తు, లీల ఎత్తుకన్నా మూడు అడుగులు తక్కువ	....	....
6.	నీవు చేసిన రన్స్‌లో $\frac{1}{3}$ వ వంతు నేను చేసాను.	....	....

ఉదాహరణ 3 : కింది సమాసాలకు వాక్యాలను రాయండి.

(i) 2 P (ii) $7 + x$

సాధన : (i) రాజు వద్ద సీమ వద్ద ఉన్న డబ్బుకు రెట్టింపు డబ్బు ఉంది లేదా సీమ వద్ద ఉన్న డబ్బుకు రెట్టింపు డబ్బు రాజు వద్ద ఉంది.

(ii) దిలీప్ వద్ద కంటే నా వద్ద 7 గోళీలు ఎక్కువగా ఉన్నాయి.

ఉదాహరణ 4 : మనోజ్ చిక్కుడు విత్తనాల కన్నా, వేరుశెనగ విత్తనాలను 5 ఎక్కువగా నాటాడు. అయిన వేరుశెనగ విత్తనాలు ఎన్ని?

సాధన : నాటిన చిక్కుడు విత్తనాలు = m అనుకొనుము

అందుచే నాటిన వేరుశనగ విత్తనాల సంఖ్య = m + 5 అగును.

అభ్యాసం - 9.2

1. కింది వాక్యాలకు తగిన సమాసాలు రాయండి.

(i) 'q' అనే సంఖ్యను 5 గుణిస్తున్నది. (ii) 'y' అనేది 4 చే భాగింపబడుతున్నది.

(iii) p,q సంఖ్యల లబ్ధంలో 4వవంతు (iv) 'z' యొక్క మూడు రెట్లసంఖ్యకు 5 కలుపబడింది.

(v) 'n' కు 9 రెట్ల సంఖ్యకు 10 కలపబడింది.

(vi) y యొక్క రెట్టింపు సంఖ్యనుండి 16 తీసివేయబడింది.

(vii) 10 చే y ను గుణించి లబ్దానికి 'x' కలుపబడింది.

2. కింది సమాసాలకు సరిపడు రెండు వాక్యాలు రాయండి.

(i) y - 11 (ii) $10a$ (iii) $\frac{x}{5}$ (iv) 3m + 11 (v) $2y - 5$

3. పీటర్ వద్ద 'p' సంఖ్య గల బంతులు కలవు. డేవిడ్ వద్ద పీటర్ కన్నా అదేరకమైన బంతులు మూడు రెట్లు కలవు. దీనిని సమాసంగా రాయండి.

4. గీత వద్ద ఉన్న పుస్తకాల కన్నా సీతవద్ద 3 పుస్తకాలు ఎక్కువగా ఉన్నాయి. సీత వద్ద గల పుస్తకాలు ఎన్ని? (గీత వద్ద ఉండే పుస్తకాల సంఖ్యను ఏదైనా చరరాశితో గుర్తించు)

5. ఒక కవాతులో ప్రతి వరుసకు 5 గురు సైనికులు ఉన్నారు. మొత్తం కవాతులో పాల్గొన్న సైనికుల సంఖ్య తెలుసుకోవడానికి సూత్రం కనుగొనుము. (వరుసల సంఖ్యను 'n' అనే చరరాశితో గుర్తించు)

9.6 రేఖాగణితం, క్షేత్రమితికి సంబంధించిన సూత్రాలు

చతురస్ర చుట్టుకొలత

ఏదైనా బహుభుజి యొక్క చుట్టుకొలత అంటే, బహుభుజిలోని అన్ని భుజాల మొత్తం పొడవు అని తెలుసు. చతురస్రంలో 4 భుజాల పొడవులు సమానం కావున,

చతురస్ర చుట్టుకొలత = చతురస్ర భుజాల పొడవుల మొత్తం (భుజం+భుజం+భుజం+భుజం)

= 4 × భుజం పొడవు = 4 × s = 4s

ఇచ్చుట చతురస్ర చుట్టుకొలత 4s అయినది. 's' యొక్క విలువలు 1, 2, 3, ... తీసుకుంటే కావాల్సిన చతురస్ర చుట్టుకొలత వస్తుంది. ఇచ్చట 's' చరరాశి విలువ మారుతూ ఉంటుంది. దీని విలువ స్థిరం కాదు. చరరాశితో కూడిన సమాసం వలన మనం సూత్రాలను సులభంగా గుర్తుంచుకోవచ్చును. మనం చతురస్ర చుట్టుకొలతకు నియమం రాశాం. సమబాహు త్రిభుజం చుట్టుకొలతకు నియమం ఏమవుతుంది?

ప్రయత్నించండి.

1. దీర్ఘచతురస్ర చుట్టుకొలత కనుగొనడానికి సాధారణ సూత్రం కనుగొనండి. (పొడవుకు l, వెడల్పుకు b అనే చరరాశులను తీసికోండి)
2. చతురస్ర వైశాల్యం కనుగొనడానికి సాధారణ సూత్రం రాయండి. (చతురస్ర భుజాన్ని s అనే చరరాశితో గుర్తించండి.)
3. సమద్విబాహు త్రిభుజ చుట్టుకొలతకు సూత్రం ఏమవుతుంది?

9.7 అంకగణితంకు సంబంధించిన సూత్రం

క్రింది సరిసంఖ్యల అమరికను పరిశీలించండి.

2, 4, 6, 8, 10, ...

ఈ అమరికలో n వ పదం కనుక్కోవడానికి క్రింది పట్టిక చూడండి.

సరిసంఖ్యలస్థానం	1వ	2వ	3వ	4వ	5వ	6వ	7వ	8వ	9వ	10వ
సంఖ్య	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
అమరిక	2×1	2×2	2×3	2×4	2×5	....	2×7	....	2×9	....

పై పట్టికను బట్టి మొదటి సరిసంఖ్య 2×1, రెండవది 2×2, మూడవది 2×3, ... ఈ అమరికలో 6వ, 8వ, 10వ పై వివరణ బట్టి n వ సరిసంఖ్యకు సమాసం తెలుస్తుందా? ఖాళీలు పై తార్కిక ఆధారంతో నింపవచ్చు అమరికలోn వ పదం రాయవచ్చు. ఇది 2 x n అంటే 2n అవుతుంది.

కావున సరిసంఖ్యల అమరికలో n వ పదం

2, 4, 6, 8, 10, ... అనేది 2n అవుతుంది.

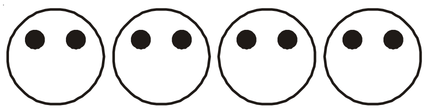
ఇవి చేయండి

క్రింది సంఖ్యల అమరికకు n వ పదం రాయండి.

i) 3,6,9,12 .... ii) 2,5,8,11 ....

iii) 1,8,27,64 ....

9.8 సామాన్య సమీకరణాలు



మనం ఒకసారి ముఖాల అమరికను గుర్తుకు తెచ్చుకుందాం.

ఏర్పడే మొత్తం ముఖాల సంఖ్య m అనుకొంటే, వాటికి సరిపడే బొట్టు బిళ్ళలు సంఖ్య కనుగొనడానికి అవసరమయ్యే నియమం 2m అని మనకు తెలుసు కావల్సిన ముఖాల సంఖ్యకు ఎన్ని బొట్టు బిళ్ళలు కావాలో మనం కనుగొనవచ్చు. ఇంకో విధంగా, బొట్టుబిళ్ళల సంఖ్య ఇస్తే, ఎన్ని ముఖాలు m ఏర్పడగలవో తెలుసుకోవచ్చా? అంటే, 10 బొట్టుబిళ్ళలు ఇస్తే, వాటితో ఎన్ని ముఖాలు తయారవ గలవు. 10 బిళ్ళలకు, ముఖాల సంఖ్యను తెల్సుకోవాలంటే, 2m = 10 అవుతుంది. m సంతృప్తిపడే నియమం వెదకాలి.

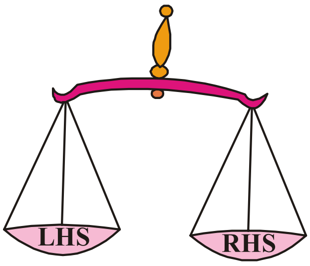
2m = 10 కావున 'm' అనే చరరాశిని తృప్తి పరిచే విలువ ఏది?

ఇటువంటి సందర్భంలో వాడిన నిబంధనను ఒక సమీకరణం అనవచ్చు. క్రిందిపట్టికను పరిశీలిస్తే మన ప్రశ్నకు జవాబు లభిస్తుంది.

m	2m	నిబంధన తృప్తి అయిందా? (అవును / కాదు)
2	4	కాదు
3	6	కాదు
4	8	కాదు
5	10	అవును
6	12	కాదు
7	14	కాదు

దీనినిబట్టి సమీకరణం $2m = 10$ అనునది $m = 5$ అనేవిలువకు తృప్తి చెందింది. 5 తప్ప మరి ఏవిలువకు ఈ సమీకరణం తృప్తి చెందలేదు.

9.8.1 సమీకరణానికి L.H.S. మరియు R.H.S.



మనం $2m = 10$ అనే సమీకరణాన్ని పరిశీలిస్తే, ఇరువైపుల గల సమాసాలకు మధ్య సమానత్వ గుర్తును చూడవచ్చు. ఈ సమానత్వ గుర్తుకు ఎడమ చేతివైపుకు గల సమాసాన్ని (2m) L.H.S. (Left hand side) అనియూ, కుడిచేతివైపునగల సమాసాన్ని (10) ను R.H.S. (Right hand side) అంటారు. అందుచే సమీకరణం అనగా L.H.S. విలువ, R.H.S. విలువకు సమానమయ్యేది అనవచ్చు. ఈ సందర్భంగా మనం సమీకరణాన్ని సామాన్యత్రాసుతో పోల్చవచ్చును. L.H.S. మరియు R.H.S. లు సమానం కానటువంటి వాటిని సమీకరణాలు అనలేము.

ఉదాహరణకు ఒక వైపు 4+5 మరొకవైపు 7 గలది సమీకరణం కాదు. దానిని మనం $4+5 \neq 7$ అని లేదా $4+5>7$ అని వ్రాయవచ్చు. అలాగే $x + 5>6$, $y-1<10$ లు కూడా సమీకరణాలు కావు

ప్రయత్నించండి

1. క్రింది సమీకరణాలలో L.H.S. మరియు R.H.S. లను గుర్తించి, రాయండి.

   ఎ) $2x + 1 = 10$ బి) $9 = y - 2$ సి) $3p + 5 = 2p + 10$

2. ఏవైనా రెండు సామాన్య సమీకరణాలు వ్రాసి, వాటి యొక్క L.H.S. మరియు R.H.S. లను తెలపండి.

9.8.2 సమీకరణ సాధన (సమీకరణ మూలం) – యత్నదోష పద్ధతి

దిగువ ఉదాహరణ పరిశీలించండి.

ఈ అధ్యాయం ప్రారంభంలో మనం దామిని, కౌషిక్‌ల సంభాషణ పరిశీలించాము. దీనిలో ఆఖరుఫలితం 27 అని దామిని చెప్పగానే, కౌషిక్, ఆమె స్నేహితుని వయస్సు 11 సంవత్సరాలు అని చెప్పాడు. అతను ఎలా వయస్సు చెప్పగలిగాడో ఇప్పుడు తెలుసుకుందాం.

దామిని స్నేహితుని వయస్సు 'x' సంవత్సరాలు అనుకుందాం. దానిని రెట్టింపు చేస్తే '$2x$' అవుతుంది కదా! దానికి 5 కలిపితే '$2x + 5$' అగును. అందుచేత దామిని చెప్పిన ఆఖరుఫలితం 27కు ఇది సమానం.

అనగా $2x + 5 = 27$.

పై సమీకరణాన్ని తీసుకుందాం. 'x' యొక్క ఏ విలువకు ఇది తృప్తి చెందునో పరిశీలిద్దాం.

x అనేది చరరాశి కాబట్టి, దానికి 1, 2, 3, ... విలువలు తీసుకుందాం.

$x = 1$ అయితే $2x + 5 = 2 \times 1 + 5 = 7$ అగును.

$x = 2$ అయితే $2x + 5 = 2 \times 2 + 5 = 9$ అగును.

$x = 3$ అయితే $2x + 5 = 2 \times 3 + 5 = 11$ అగును. ఇలా 1, 2, 3, ... విలువలను x కు బదులుగా రాసి $2x + 5$ యొక్క విలువను సరిచూడడాన్ని **'ప్రతిక్షేపణ'** అంటాం. ఈ విధంగా x యొక్క వివిధ విలువలు $2x + 5 = 27$ సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించి, LHS మరియు RHS లను పరిశీలిద్దాం.

ప్రతిక్షేపించిన విలువ x	LHS విలువ 2x+5	RHS విలువ 27	LHS, RHS లు సమానమేనా?
$x = 1$	2×1+5 = 7	27	సమానం కాదు.
$x = 2$	2×2+5 = 9	27	సమానం కాదు.
$x = 3$	2×3+5 = 11	27	సమానం కాదు.
$x = 4$	2×4+5 = 13	27	సమానం కాదు.
$x = 5$	2×5+5 = 15	27	సమానం కాదు.
$x = 6$	2×6+5 = 17	27	సమానం కాదు.
$x = 7$	2×7+5 = 19	27	సమానం కాదు.
$x = 8$	2×8+5 = 21	27	సమానం కాదు.
$x = 9$	2×9+5 = 23	27	సమానం కాదు.
$x = 10$	2×10+5 = 25	27	సమానం కాదు.
$x = 11$	**2×11+5 = 27**	**27**	**సమానం**
$x = 12$	2×12+5 = 29	27	సమానం కాదు.

పై పట్టికను పరిశీలిస్తే $x = 11$ విలువను ప్రతిక్షేపించునప్పుడు L.H.S. మరియు R.H.S. లు సమానం అయినవి. అందుచే $x = 11$ అనే విలువను $2x + 5 = 27$ సమీకరణానికి సాధన అంటారు.

ఏ చరరాశి విలువకు ఒక సమీకరణంలో L.H.S. మరియు R.H.S. లు సమానం అగునో దానిని సమీకరణ సాధన అందురు. దీనినే సమీకరణ మూలం అని కూడా అందురు. ఇప్పుడు మీకు దామిని స్నేహితుని వయస్సును కౌశిక్ ఎలా చెప్పాడో అర్థమైవుంటుంది. గణితంలో చిన్నచిన్న సామెతలు, పజిల్స్, నిత్యజీవిత సమస్యల సాధనలకు శక్తివంతమైన ఉపకరణమైన బీజగణితాన్ని ఉపయోగించి సులభంగా సాధించవచ్చు.

ఉదా : 3m = 15 అనే సమీకరణాన్ని పరిశీలిద్దాం.

'm' అనే చరరాశి యొక్క ఏ విలువకు సమీకరణంలో L.H.S. మరియు R.H.S. లు సమానమైనాయో చూద్దాం.

ప్రతిక్షేపించిన విలువ (m)	LHS విలువ 3 (m)	RHS విలువ (15)	LHS మరియు RHS సమానమేనా?
m = 1	3×1 = 3	15	సమానం కాదు.
m = 2	3×2 = 6	15	సమానం కాదు.
m = 3	3×3 = 9	15	సమానం కాదు.
m = 4	3×4 = 12	15	సమానం కాదు
m = 5	**3×5 = 15**	**15**	**సమానం**
m = 6	3×6 = 18	15	సమానం కాదు.

పట్టికలో m = 5 విలువకు LHS మరియు RHS లు సమానం అయినవి. అందుచే m =5 విలువను సమీకరణం యొక్క సాధన అంటారు.

ఈ విధంగా చరరాశి విలువలు ప్రతిక్షేపించి సాధన తెలుసుకొనుటను యత్న దోష పద్ధతి అందురు.

ఇవి చేయండి.

'x - 4 = 2' సమీకరణానికి సాధన కనుగొనండి.

అభ్యాసం – 9.3

1. కిందివానిలో ఏవి సమీకరణాలో తెలపండి.

i) $x - 3 = 7$ ii) $l + 5 > 9$ iii) $p - 4 < 10$ iv) $5 + m = -6$

v) $2s - 2 = 12$ vi) $3x + 5 > 13$ vii) $3x < 15$ viii) $2x - 5 = 3$

ix) $7y + 1 < 22$ x) $-3z + 6 = 12$ xi) $2x - 3y = 3$ xii) $z = 4$

2. కింది సమీకరణాలలో LHS మరియు RHS లను తెలపండి.

i) $x - 5 = 6$ ii) $4y = 12$ iii) $2z + 3 = 7$ iv) $3p = 24$

v) $4 = x - 2$ vi) $2a - 3 = -5$

3. కింది సమీకరణాలను యత్న-దోష పద్ధతిలో సాధించండి.

i) $x + 3 = 5$ ii) $y - 2 = 7$ iii) $a - 2 = 6$ iv) $5p = 15$

v) $6n = 30$ vi) $3z = 27$

మనం నేర్చుకున్నవి

1. మనం అగ్గిపుల్లలు ఉపయోగించి వివిధ రకాల అమరికలు అక్షరాలు ఎలా రూపొందించవచ్చో తెలుసుకున్నాం. ఒక అమరికలో, పుల్లల సంఖ్యకు, పటాల సంఖ్యకు మధ్యగల సంబంధాన్ని రాబట్టాం. ఒక అమరికలో వివిధ పటాల మధ్యగల సంబంధాన్ని తెలిపే రాశికి 1, 2, 3, … మొదలగు విలువలు ఇచ్చాం. దీనిని మనం చరరాశి అనీ, దీనిని ఒక అక్షరంతో సూచించాం.
2. చరరాశికి అనేక విలువలు ఇవ్వవచ్చు. దీనివిలువ స్థిరం కాదు.
3. చరరాశిని తెలుపడానికి సాధారణంగా a, b, m, n, p, q, x, y, z మొ॥లగు అక్షరాలు వాడతాము.
4. ఒకసంబంధాన్ని ప్రయోగాత్మకంగా తెలపడానికి చరరాశి ఉపయోగపడుతుంది.
5. చరరాశి కూడా ఒకసంఖ్యే. కాని దీనివిలువ స్థిరం కాదు. అయిననూ సంఖ్యలతో చేసే ప్రక్రియలు అన్నియూ చరరాశులతో చేస్తాం.
6. చరరాశులతో వివిధ ప్రక్రియలు వినియోగించి మనం $2m$, $3s+1$, $8p$, $x/3$ వంటి సమాసాలు రూపొందిస్తాం.
7. రేఖాగణితం, అంకగణితంలలో గల వివిధ సూత్రాలను రూపొందించడానికి చరరాశులు అనేక విధాలుగా ఉపయోగపడతాయి.
8. ఒక చరరాశితో రూపొందించిన నిబంధనను సమీకరణం అనవచ్చు.
9. ప్రతీ సమీకరణానికి సమానత్వ గుర్తుకు ఇరువైపులా గల సమాసాలను LHS మరియు RHS అంటాం.
10. సమీకరణంలో చరరాశికి ఏ విలువ ప్రతిక్షేపించినప్పుడు LHS మరియు RHS లు సమానం అగునో ఆవిలువను సమీకరణం సాధన అంటారు.
11. సమీకరణం సాధన యత్నదోష పద్ధతిలో కనుగొనవచ్చును.

అధ్యాయము - 10

చుట్టుకొలతలు మరియు వైశాల్యాలు

10.1 ఉపోద్ఘాతం

మనం ఇంతకు ముందు చర్చించిన "ప్రాథమిక జ్యామితీయ ఆకారాలు" అనే అధ్యాయంలో వివిధ రకాల ఆకృతులను గురించి నేర్చుకొన్నాం. ఇలాంటి సమతల ఆకృతులను గురించి చర్చించే సమయంలో అవి ఆక్రమించిన ప్రాంతం మరియు వాని సరిహద్దులను గురించి ఆలోచిస్తాం. వివిధ ఆకృతుల పరిమాణాలను పోల్చవలెనన్న కొన్ని కొలతలు అవసరమౌతాయి. ఇలాంటి కొలతలను గురించి ప్రస్తుతం మనం నేర్చుకుందాం.

10.2 చుట్టుకొలత

ఈ కింది సందర్భాలను పరిశీలిద్దాం.

1. ఒక అబ్బాయి పటములో చూపిన విధంగా వృత్తాకారబాటపై పరుగెత్తుతున్నాడు. అతడు A నుంచి ప్రారంభించి తిరిగి A వద్దకు వచ్చినపుడు పరుగెత్తటం ఆపివేసినాడని అనుకొందాం. ఈ సందర్భములో ఆ అబ్బాయి పరుగెత్తిన మొత్తం దూరమునే ఆ వృత్తం యొక్క చుట్టుకొలత అంటాం.

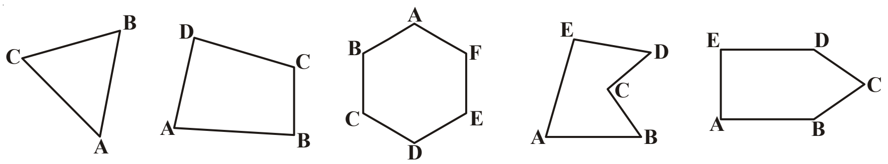
2. ఒక వ్యక్తి తన పొలం చుట్టూ పటంలో చూపిన విధంగా కంచె వేయాలనుకున్నాడు. అయితే మొత్తం ఎంత పొడవైన తీగ అవసరమౌతుందో కనుగొనడానికి అతను తన పొలం యొక్క భుజాల పొడవులను కనుగొనాలి. ఈ భుజాల పొడవుల మొత్తం పొలము యొక్క చుట్టుకొలతను ఇస్తుంది. ఒక సంవృత పటములో దాని సరిహద్దు యొక్క మొత్తం పొడవును దాని చుట్టుకొలత అంటాం. మనం ఈ చుట్టుకొలత అనే భావనను నిత్యజీవితంలో అనేక సందర్భాలలో ఉపయోగిస్తూ వుంటాం.

ప్రయత్నించండి

చుట్టుకొలత అనే భావనను ఉపయోగించే సందర్భాలను ఐదింటిని పేర్కొనుము

చుట్టుకొలతను ఇంకొక విధంగా పరిశీలిద్దాం.

కింది పటాలను పరిశీలించండి.

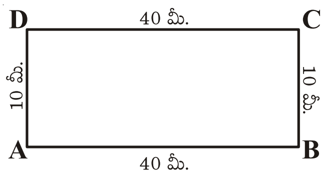


ఒక తీగను తీసుకొని ఒక్కొక్క పటానికి అవసరమైనంత మేర ముక్కలుగా సరిపడేట్లు కత్తిరించండి ఈ తీగ ముక్కలను ఒక్కొక్క సంవృత పటం యొక్క అన్ని భుజాలపై అమర్చండి. ఈ విధంగా ఆకారం యొక్క భుజాలన్నీ తీగముక్కలచే అమర్చబడిన తరువాత వాటిని తొలగించి ఒక్కొక్క ఆకారం యొక్క తీగ ముక్కల మొత్తం పొడవును కనుగొనండి. ఈ కొలత ఆ పటం చుట్టూ ఒకసారి తీగను చుట్టుటకు కావలసిన తీగ పొడవును ఇస్తుంది. ఈ తీగ పొడవునే ఆ సంవృత పటము యొక్క చుట్టుకొలత అంటాం.

చుట్టుకొలత అనగా ఒక సంవృత పటం చుట్టూ, దాని యొక్క అంచు వెంట ఒకసారి చుట్టూ తిరిగి రావడానికి ప్రయాణించవలసిన మొత్తం దూరం యొక్క కొలత.

ఇవి చేయండి

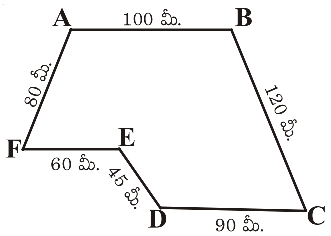
ప్రక్క పటాల చుట్టుకొలతలు ఎంత?



i) చుట్టుకొలత = AB + ... + ... +..........

= ....+.......... + ... + ...

= .... మీ



ii) చుట్టుకొలత = AB + ... + ...

\+ .... + ... + ...

= .... + ... + ...

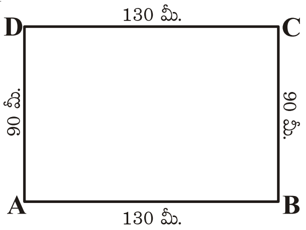
\+ .... + ... + ...

= .... మీ

రేఖాఖండాలచే ఏర్పడిన సంవృత పటము యొక్క చుట్టుకొలతను కనుగొనుటకు దాని భుజాల పొడవుల మొత్తం కనుగొనవలె.

ఉదాహరణ 1 : రీతు 130 మీ. పొడవు 90 మీ. వెడల్పు గల ఒక పార్కుకు వెళ్ళింది.

ఆమె పార్కు చుట్టూ ఒక చుట్టు తిరిగిన ఆమె ప్రయాణించిన దూరం ఎంత?



సాధన : రీతు ప్రయాణించిన దూరం = పార్కు ABCD యొక్క చుట్టుకొలత

= AB + BC + CD + DA

= 130 మీ. + 90 మీ. + 130 మీ. + 90 మీ. = 440 మీ.

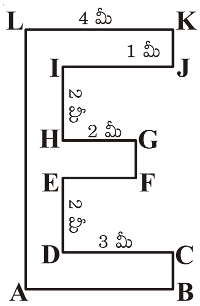
ఉదాహరణ 2 : ప్రక్కపటంలోని ఆకారం యొక్క చుట్టుకొలతను కనుగొనుము

సాధన : IJ = DC = 3 మీ. EF = HG = 2 మీ.

AB = LK = 4 మీ. FG = KJ = CB = 1 మీ.

AL = BC + DE + FG + HI + JK

= 1 మీ. + 2 మీ. + 1 మీ. + 2 మీ. + 1 మీ. = 7 మీ.



చుట్టుకొలత = AB+BC+CD+DE+EF+FG+GH+HI+IJ+JK+KL+LA

= 4 మీ. + 1 మీ. + 3 మీ. + 2 మీ. + 2 మీ. + 1 మీ.

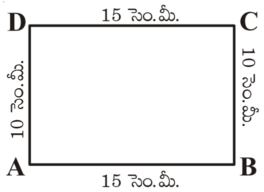
\+ 2 మీ. + 2 మీ. + 3మీ. + 1 మీ. + 4 మీ. + 7 మీ. = 32 మీ.

ప్రయత్నించండి

కింది వాని చుట్టుకొలతలు కనుగొనండి?

1. ఒక టేబుల్ పై భాగము యొక్క అంచుల కొలతలు వరుసగా 30 సెం.మీ 15 సెం.మీ 30 సెం.మీ; 15 సెం.మీ అయిన దాని పై భాగము యొక్క చుట్టుకొలత ఎంత?
2. నీ లెక్కల పుస్తకం మొదటిపేజి యొక్క అంచుల పొడవులు కొలవండి? దీని చుట్టుకొలత ఎంత?
3. 100మీ.; 70 మీ. కొలతలుగల ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార పార్కు చుట్టూ తీగను ఒకసారి చుట్టాలి. 1 మీ. తీగ ఖరీదు ₹ 20ల చొప్పున అయ్యే మొత్తం ఖర్చు ఎంత.

10.2.1 దీర్ఘచతురస్రము యొక్క చుట్టుకొలత



పటములో చూపిన విధంగా ఒక ABCD దీర్ఘచతురస్రమును తీసుకుందాం. దీని పొడవు, వెడల్పు వరుసగా 15 సెం.మీ, మరియు 10 సెం.మీ అయిన దీని చుట్టుకొలత ఎంత?

దీర్ఘచతురస్రము యొక్క చుట్టుకొలత = 4 భుజాల పొడవుల మొత్తము

= AB + BC + CD + DA

= AB + BC + AB + BC

= 2 × AB + 2 × BC

= 2 × (AB + BC)

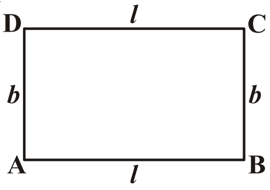
= 2 × (15 సెం.మీ + 10 సెం.మీ)

= 2 × 25 సెం.మీ

= 50 సెం.మీ

> దీర్ఘ చతురస్రములో ఎదురెదురు భుజాలు సమానము. కావున
> AB = CD, AD = BC

పై చర్చ నుంచి



దీర్ఘచతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత = పొడవు + వెడల్పు + పొడవు + వెడల్పు

దీర్ఘచతురస్రము యొక్క చుట్టుకొలత = 2×(పొడవు + వెడల్పు)

దీర్ఘచతురస్ర చుట్టుకొలత **P = 2 (l + b)**

ఇచ్చుట l = పొడవు b = వెడల్పు P = చుట్టుకొలత

ప్రయత్నించండి

క్రింది దీర్ఘచతురస్రాల చుట్టుకొలతలను కనుగొనుము.

దీర్ఘచతురస్రం		భుజాల మొత్తం కనుగొనుట ద్వారా చుట్టుకొలత	**2 × (l + b)** నుపయోగించుట ద్వారా చుట్టుకొలత
పొడవు	వెడల్పు		
20 సెం.మీ	15 సెం.మీ	= 20 సెం.మీ + 15 సెం.మీ + 20 సెం.మీ + 15 సెం.మీ = 70 సెం.మీ	= 2×(20 + 15) = 2 × (35) = 70 సెం.మీ
0.7 మీ.	0.3 మీ.		
22 సెం.మీ	18 సెం.మీ		
12.5 సెం.మీ	7.5 సెం.మీ		

ఉదాహరణ 3 : 36 మీ. పొడవు, 24 మీ. వెడల్పు గల దీర్ఘచతురస్రాకార పొలము యొక్క చుట్టుకొలతను కనుగొనుము?

సాధన : పొలము యొక్క పొడవు l = 36 మీ.

పొలము యొక్క వెడల్పు b = 24 మీ.

పొలము యొక్క చుట్టుకొలత P $= 2(l + b)$

= 2 (36 + 24) మీ.

= 2×60 మీ.

= 120 మీ.

ఉదాహరణ 4 : ఒక దీర్ఘచతురస్రము యొక్క చుట్టుకొలత 76 సెం.మీ దీని పొడవు 26 సెం.మీ అయిన వెడల్పు ఎంత?

సాధన : దీర్ఘచతురస్ర యొక్క చుట్టుకొలత P = 76 సెం.మీ

దీర్ఘచతురస్ర పొడవు l = 26 సెం.మీ

2 (పొడవు + వెడల్పు) = 76

2 (26 +వెడల్పు) = 76

26 + వెడల్పు = $76 \div 2 = 38$

వెడల్పు = 38 - 26 = 12 సెం.మీ

= 12 సెం.మీ

ఉదాహరణ 5 : ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార పొలం యొక్క పొడవు, వెడల్పులు వరుసగా 22.5 మీ మరియు 14.5 మీ. దీని చుట్టూ కంచె వేయుటకు మీటరుకు ₹ 6 వంతున ఎంత ఖర్చు అగును?

సాధన : పొలము యొక్క పొడవు l = 22.5 మీ

వెడల్పు b = 14.5 మీ

పొలము యొక్క చుట్టుకొలత (P) $= 2(l + b)$

= 2 (22.5 + 14.5) మీ

= 2×37 మీ

= 74 మీ

మీటరుకు ₹ 6 వంతున అయ్యే మొత్తం ఖర్చు

= ₹ (6×74)

= ₹ 444

ఉదాహరణ6 : చుట్టుకొలత 32 సెం.మీ అయ్యే విధంగా వేరువేరు పొడవులు, వెడల్పులు గల దీర్ఘచతురస్రాలను ఎన్నింటిని గీయగలము. (భుజాల పొడవులు ధనపూర్ణ సంఖ్యలు)

సాధన : చుట్టుకొలత = 32 సెం.మీ

చుట్టుకొలతలో సగము = $\frac{32}{2}$ సెం.మీ = 16 సెం.మీ

అనగా పొడవు, వెడల్పుల మొత్తం 16 సెం.మీ అయ్యే విధంగా ఎన్ని దీర్ఘచతురస్రాలను నిర్మించగలమో పరిశీలించాలి. ఇంకొక విధంగా చెప్పాలంటే మీరు రెండు సంఖ్యల మొత్తం 16 అయ్యే విధంగా సంఖ్యల జతలను కనుగొనాలి. అవి

(15, 1), (14, 2), (13, 3), (12, 4), (11, 5), (10, 6), (9, 7), (8, 8)

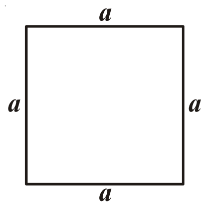
అనగా ఇలాంటి దీర్ఘచతురస్రాలను '8' గీయగలము.

ఇవి చేయండి

1. ఒక చతురస్రాకార ఫొటోఫ్రేము భుజం = 0.75 మీటర్లు దాని చుట్టూ రంగు కాగితము చుట్టుటకు 1 మీటరు కాగితానికి ₹ 20 వంతున ఎంత ఖర్చగును?
2. ఒక తీగ పొడవు 44 సెం.మీ ఈ తీగను పయోగించి వేరువేరు పొడవు, వెడల్పున్న దీర్ఘచతురస్రాలను ఎన్నింటిని నిర్మించగలము?
3. నా దగ్గర 41సెం.మీ, పొడవు గల తీగవుంది. దీనితో పొడవులు ధనపూర్ణ సంఖ్యలయ్యే విధంగా దీర్ఘచతుస్రమును తయారుచేయగలనా? కారణాలు తెలియజేయండి?

10.2.2 క్రమరూప ఆకృతుల చుట్టుకొలత లేదా క్రమాకార ఆకృతుల చుట్టుకొలత

రేఖా ఖండాలచే ఏర్పడిన సంవృత పటాలను బహుభుజాలు అంటాము. ఒక బహుభుజి యొక్క అన్ని భుజాలు, అన్ని కోణాలు సమానమైన దానిని క్రమబహుభుజి అంటారు.



సమబాహు త్రిభుజమనేది మూడు భుజాలు కలిగిన ఒక క్రమబహుభుజి

చతురస్రమనేది నాలుగు భుజాలు కలిగిన ఒక క్రమబహుభుజి

చతురస్రములో భుజాలన్నీ సమానం కావున

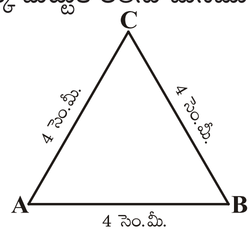
చతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత = భుజము + భుజము + భుజము + భుజము

= $a+a+a+a$

= $4a$

చతురస్రం చుట్టుకొలత = 4 × భుజము

ఇపుడు 4 సెం.మీ భుజం గా గల సమబాహు త్రిభుజమును పరిశీలిద్దాం. దీని యొక్క చుట్టుకొలతను మనము కనుగొనగలమా?



ఈ సమబాహు త్రిభుజము యొక్క చుట్టుకొలత

= (4 + 4 + 4) సెం.మీ

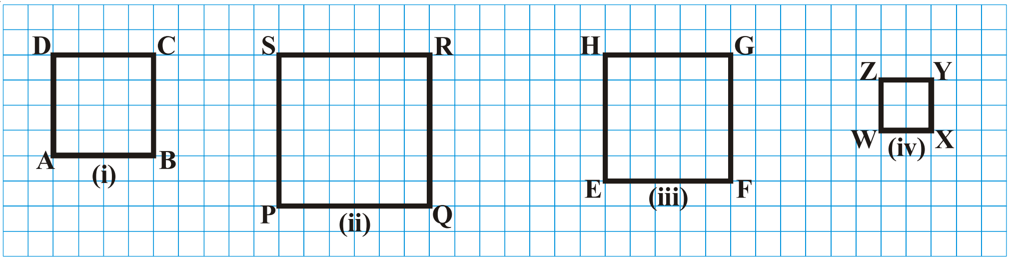
= 3 × 4 సెం.మీ = 12 సెం.మీ

అనగా 'a' భుజంగా గల ఏదేని సమబాహు త్రిభుజం యొక్క చుట్టుకొలత $3 \times a = 3a$ అని సామాన్యీకరించవచ్చు.

సమబాహు త్రిభుజం యొక్క చుట్టుకొలత = 3×భుజం పొడవు

ప్రయత్నించండి

1. కింది చతురస్రాల చుట్టుకొలతలను కనుగొనుము. పటాలన్నీ 1 సెం.మీ గ్రిడ్ (వల) పై నిర్మించబడినవి.



2. నీ పరిసరాలలో క్రమాకార వస్తువులను గుర్తించి వాని చుట్టుకొలతలను కనుగొనుము

ఇతర క్రమకార ఆకృతులు లేదా ఇతర క్రమాకార బహుభుజులు

అన్ని భుజాలు, అన్ని కోణాలు సమానంగా గల జ్యామితీయ ఆకృతులను క్రమాకార ఆకృతులంటారని గుర్తుకు తెచ్చుకోండి. చతురస్రం, సమబాహు త్రిభుజాలు క్రమాకార ఆకృతులకు కొన్ని ఉదాహరణలు. అయితే 5 భుజాలు, 6 భుజాలు గల క్రమాకార ఆకృతులు (క్రమాకార బహుభుజులు) కూడా కలవు. ఇవి క్రమాకార బహుభుజులు కావున వీటి భుజాలన్నీ సమానము. వీని భుజాల పొడవుల మొత్తమే వీని చుట్టుకొలత అవుతుంది.

క్రమపంచభుజి (5 భుజాలు) యొక్క చుట్టుకొలత = $5\times$ భుజం పొడవు

క్రమషడ్భుజి (6 భుజాలు) యొక్క చుట్టుకొలత = $6\times$ భుజం పొడవు

క్రమ అష్టభుజి (8 భుజాలు) యొక్క చుట్టుకొలత = $8\times$ భుజం పొడవు అని సమీకరించవచ్చు.

ఇవి చేయండి

8 సెం.మీ. భుజంగా గల ఒక క్రమపంచభుజి యొక్క చుట్టుకొలతను కనుగొనుము.

ఉదాహరణ 7 : 250 మీ. భుజం గల ఒక చతురస్రాకార పార్కు చుట్టూ కంచెవేయుటకు మీటరుకు ₹ 20 వంతున ఎంత ఖర్చు అగును?

సాధన : చతురస్రాకార పార్కు యొక్క చుట్టుకొలత $= 4\times$ భుజం పొడవు

$= 4 \times 250 = 1000$ మీ

1మీ కంచెవేయుటకు అయ్యే ఖర్చు = ₹ 20

మొత్తం అయ్యే ఖర్చు = ₹ 1000×20 = ₹ 20,000

ఉదాహరణ 8 : ఒక సమబాహు త్రిభుజం యొక్క చుట్టుకొలత 54 సెం.మీ అయిన దాని భుజమును కనుగొనుము

సాధన : సమబాహు త్రిభుజం యొక్క చుట్టుకొలత $= 3\times$ భుజం పొడవు

$$\text{భుజం పొడవు} = \frac{\text{చుట్టుకొలత}}{3} = \frac{54 \text{ సెం.మీ.}}{3} = 18 \text{ సెం.మీ}$$

ఉదాహరణ 9 : 24 సెం.మీ పొడవు గల తీగతో ఈ క్రింది క్రమాకార ఆకృతులను తయారుచేసిన ప్రతి పటం యొక్క భుజాన్ని కనుగొనుము?

i) సమబాహు త్రిభుజము ii) చతురస్రము iii) క్రమషడ్భుజి

సాధన :

i) సమబాహు త్రిభుజము యొక్క చుట్టుకొలత $= 3 \times$ భుజము పొడవు

$$\text{భుజం పొడవు} = \frac{24 \text{ సెం.మీ.}}{3} = 8 \text{ సెం.మీ}$$

ii) చతురస్రము 4 భుజాలు గల క్రమబహుభుజి కనుక దీని చుట్టుకొలత $= 4\times$ భుజం పొడవు

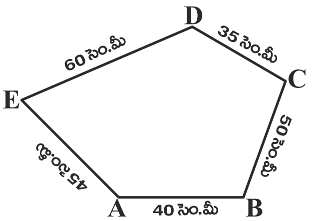
$$\frac{24 \text{ సెం.మీ.}}{4} = 6 \text{ సెం.మీ}$$

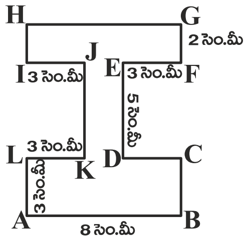
iii) క్రమషడ్భుజిలో 6 భుజాలుంటాయి. కనుక దీని చుట్టుకొలత $= 6 \times$ భుజంపొడవు

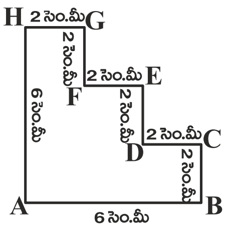
$$\text{భుజం పొడవు} = \frac{24 \text{ సెం.మీ.}}{6} = 4 \text{ సెం.మీ}$$

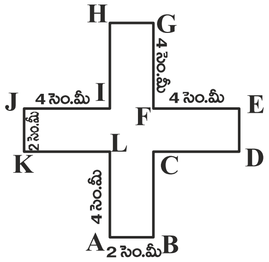
అభ్యాసము - 10.1

1. కింది ఆకారాల చుట్టుకొలతలను కనుగొనండి?

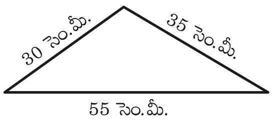


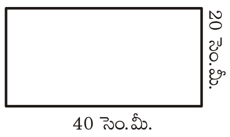


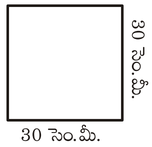


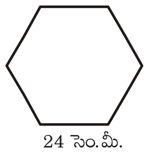


2. కింది పటాల చుట్టుకొలతలను కనుగొనండి. ఈ పటాల చుట్టూ తీగను అమర్చవలెనన్న 1 సెం.మీ తీగ ఖరీదు ₹ 15 వంతున ఎంత ఖర్చు అగును.









3. 24 సెం.మీ పొడవు గల తీగతో పొడవు, వెడల్పులు పూర్ణసంఖ్యలుగా కల వేరువేరు కొలతలు గల దీర్ఘచతురస్రాలను ఎన్నింటిని నీవు చేయగలవు.

4. ఒక పూలచట్రం చతురస్రాకారంలో వుంది. దీని భుజం పొడవు 3.5మీ దీని చుట్టూ 4 వరుసలు తాడు చుట్టవలెనన్న మీటరు తాడు ఖరీదు ₹ 15 చొప్పున ఎంత ఖర్చు అగును.

5. 60 సెం.మీ పొడవు గల తీగతో ఈ క్రింది క్రమాకారాలను ఏర్పరిచిన వాని భుజం పొడవును కనుగొనండి?

    i) సమబాహు త్రిభుజము   ii) చతురస్రం

    iii) క్రమషడ్భుజి   iv) క్రమపంచభుజి

6. బంటి మరియు బబ్లీ ప్రతీరోజూ ఉదయము జాగింగ్‌కు వెళుతారు. బంటి 80 మీ. భుజం గల చతురస్రాకార పార్కు చుట్టూ పరుగెత్తుతాడు. బబ్లీ 90 మీ. పొడవు, 60 మీ. వెడల్పు గల దీర్ఘచతురస్రాకార పార్కు చుట్టూ పరుగెత్తుతోంది. ఇద్దరూ 3 సార్లు పరుగెత్తిన ఎక్కువ దూరము పరుగెత్తిన వారు ఎవరు? ఎంత దూరము ఎక్కువ పరుగెత్తారు.

7. ఒక దీర్ఘచతురస్రము యొక్క పొడవు దాని వెడల్పుకు రెండు రెట్లు వుంది. దీని చుట్టుకొలత 48 సెం.మీ అయిన దీర్ఘచతురస్రము యొక్క కొలతలను కనుగొనుము?

8. ఒకత్రిభుజము యొక్క రెండు భుజాలు వరుసగా 12 సెం.మీ, 14 సెం.మీ మరియు దీని చుట్టుకొలత 36 సెం.మీ అయిన మూడవ భుజమును కనుగొనుము?

9. ఈ క్రింది ఆకారాల చుట్టుకొలతలను కనుగొనుము

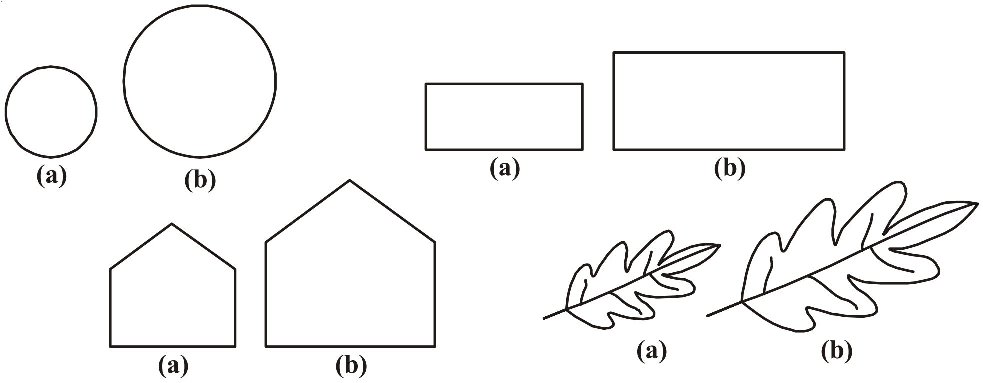
    i) 3 సెం.మీ; 4 సెం.మీ; 5 సెం.మీ ల భుజాలు గల త్రిభుజం

    ii) భుజము 9సెం.మీ లుగా గల సమబాహు త్రిభుజం

    iii) రెండు సమాన భుజాల పొడవు 8 సెం.మీ, మూడవ భుజం పొడవు 6 సెం.మీ లుగా గలిగిన సమద్విబాహు త్రిభుజం

10.3 వైశాల్యము

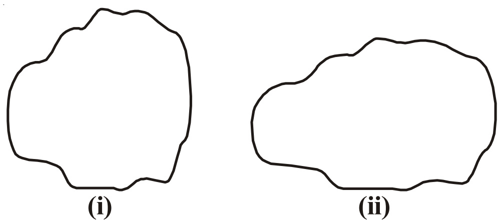
క్రింది సంవృత పటాలను పరిశీలిద్దాం. ఇవన్నీ సమతలంపై కొంత ప్రదేశాన్ని ఆక్రమిస్తాయి. వీనిలో ఏవి ఎక్కువ ప్రదేశమును ఆక్రమిస్తాయో నీవు చెప్పగలవా? పటాల జతలను పరిశీలించి, ఎక్కువ ప్రదేశమును ఆక్రమించే పటాన్ని (✓) మార్కుచే గుర్తించండి?



ఏదైనా ఒక సంవృత పటం ఆక్రమించే ప్రదేశాన్నే దాని వైశాల్యం అంటాం.

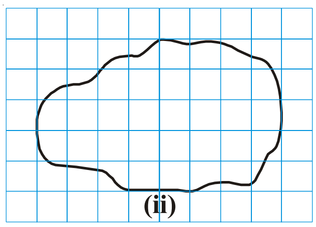
పైన పేర్కొన్న పటాలలో ఏది ఎక్కువ వైశాల్యాన్ని కలిగివుంటుందో నీవు చెప్పగలవు.

అయితే ఈ విధంగా అన్ని సందర్భాలలో చెప్పగలమా?

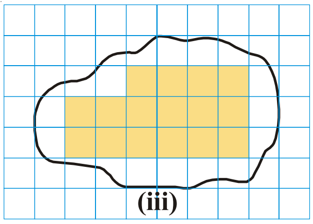


ఈ ప్రక్క పటాలను గమనించండి. వీనిలో దేని వైశాల్యము ఎక్కువ? ఇది చెప్పటం సులభమేనా? దీనిని తెలుసుకొనుటకు ఒక గ్రాఫ్ పేపరును ఉపయోగిద్దాం.

గ్రాఫ్ పేపరులో 1 సెం.మీ× 1 సెం.మీ కొలతలు గల చతురస్రాలుంటాయని మనకు తెలుసుకదా! ఈ గ్రాఫ్ పేపరుపై పై ఆకారాన్ని ఉంచి అంచు వెంబడి గీయండి.



ఒక ఆకారాన్ని, 1 సెం.మీ భుజం గల చతురస్రాలచే పూర్తిగా నింపడానికి ఎన్ని చతురస్రాలు అవసరమౌతాయో ఆ సంఖ్యను ఆ ఆకారం యొక్క వైశాల్యం అంటామని మనకు తెలుసు.



అయితే ఈ ఆకారాలచే ఆక్రమించబడిన ప్రదేశాలను పరిశీలించిన వానిలో కొన్ని చతురస్రాలలో పూర్తి ప్రదేశము ఆకారం లోపలే వుంది. కొన్ని చతురస్రాలలో సగం ప్రదేశము, కొన్నింటిలో సగం కంటే ఎక్కువ మరికొన్నింటిలో సగం కంటే తక్కువ ప్రదేశం ఆకారం లోపల ఉంది. సౌలభ్యం కొరకు సగం కంటే తక్కువ ప్రదేశమున్న చతురస్రాలను లెక్కించకుండా వదలివేస్తాం. సగం కంటే ఎక్కువ ప్రదేశము ఆకారం లోపలే వుంటే వానిని పూర్తి చతురస్రాలుగా పరిగణించి లెక్కిస్తాం. సగం ప్రదేశం మాత్రమే ఆకారం లోపల ఉండే అలాంటి రెండు చతురస్రాలను కలిపి ఒక చతురస్రంగా లెక్కిస్తాం. ఇలా అంచనా వేయడం వలన సగం కన్నా తక్కువ ఉన్న చతురస్రాలను వదిలి వేయడం సగం కన్నా ఎక్కువ ఉన్న చతురస్రాలను పూర్తిగా గణనలోనికి తీసుకొనడం సరితూగినట్లవుతుంది.

ఈ విధంగా పటము (iii) లోని ఆకారము ఆక్రమించిన చతురస్రాలను లెక్కించి కింది పట్టికలో నింపుదాం.

	ఆక్రమించిన ప్రదేశము	వాటి సంఖ్య	వైశాల్యము ච.సెం.మీలలో
i.	పూర్తి చతురస్రాలు	16	16
ii.	సగం ప్రదేశం మాత్రమే ఆక్రమించబడిన చతురస్రాలు	3	$3 \times \frac{1}{2}$
iii.	సగం కంటే ఎక్కువ ప్రదేశము ఆక్రమించబడిన చతురస్రాలు	12	12
iv.	సగం కంటే తక్కువ ప్రదేశము ఆక్రమించ బడిన చతురస్రాలు	5	0

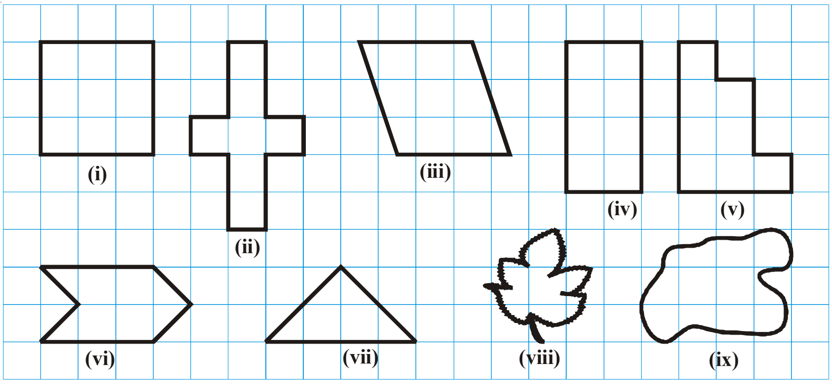
మొత్తం వైశాల్యము $= 17 + 3 \times \frac{1}{2} + 4 = 30\frac{1}{2}$ చ. సెం.మీ

ఈ విధంగా ప్రతీ ఆకారం యొక్క వైశాల్యమునూ అంచనా వేయవచ్చు పటములో రెండవ ఆకారం యొక్క వైశాల్యమును ఇదే విధంగా లెక్కించి రెండింటిలో ఏది ఎక్కువ వైశాల్యము కలిగివుందో నిర్ణయించుము

ప్రయత్నించండి

చతురస్ర గళ్ళను లెక్కించుట ద్వారా కింది పటాల వైశాల్యాలు కనుగొనుము?

ఒక్కొక్క గడి వైశాల్యము 1 చ.సెం.మీ

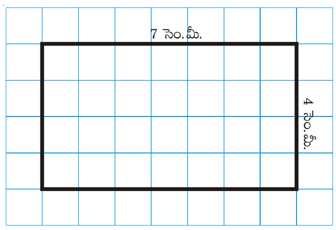


ఇవి చేయండి

1. ఆకులను, పూలరేకులను గళ్ళ కాగితం పై ఉంచి వాటి అంచుల వెంబడి గీచి వాని వైశాల్యములను కనుగొనుము?
2. గ్రాఫ్ పేపరు పై రేఖీయ ఆకృతులను గీచి, ఆ ఆకృతులు ఆక్రమించిన చతురస్రాలను లెక్కించుట ద్వారా వాని వైశాల్యమును అంచనా వేయుము.

10.3.1 దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యము

గళ్ళ కాగితమును ఉపయోగించి పొడవు 7 సెం.మీ, వెడల్పు 4 సెం.మీ కొలతలు గల దీర్ఘచతురస్రము యొక్క వైశాల్యమును కనుగొనగలమా?

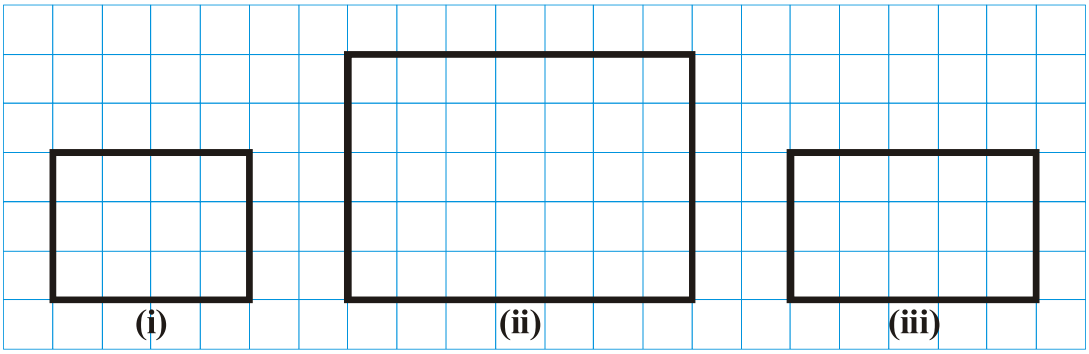


1సెం.మీ భుజం గల చతురస్రాలను కలిగిన గళ్ళ కాగితము పై పై కొలతలూ ఒక దీర్ఘచతురస్రమును నిర్మించిన అది 28 గళ్ళను ఆక్రమించటం గమనించవచ్చు.
కనుక ఈ దీర్ఘచతురస్రము వైశాల్యము = 28 చ.సెం.మీ

పటమును పరిశీలించిన దీర్ఘచతురస్రము ఆక్రమించిన ప్రదేశములో వరుసకు 7 చతురస్రాలు చొప్పున 4 వరుసలు కలవు. కనుక మొత్తం చతురస్రాల (గళ్ళ) సంఖ్య = 7×4= 28

ఇచ్చట 28ను దీర్ఘచతురస్రము యొక్క వైశాల్యము. 7ను దీర్ఘచతురస్రము యొక్క పొడవు, 4ను దీర్ఘచతురస్రము యొక్క వెడల్పు గా గమనించవచ్చు.

కింది కొలతలలో దీర్ఘచతురస్రాలను గళ్ళ పేపరు (గ్రాఫ్ పేపరు) పై నిర్మించి అది ఆక్రమించిన గళ్ళను (చతురస్రాలను) లెక్కించుట ద్వారా దీర్ఘచతురస్రాల వైశాల్యాన్ని కనుగొనుము మరియు దీర్ఘచతురస్రాల పొడవు, వెడల్పుల లబ్ధాన్ని కనుగొనుము. ఫలితాల నుంచి నీవేమి ఊహించగలవు.



క్ర.సంఖ్య	పొడవు	వెడల్పు	చదరాల సంఖ్య (వైశాల్యం)	పొడవు × వెడల్పు దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యం
1.	4	3	12	4 × 3 = 12 చ. సెం.మీ.
2.				
3.				

పై ఫలితాలు మరియు చర్చ నుంచి

దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యము = పొడవు × వెడల్పు అని నిర్ధారించగలము.

ఇపుడు మనము గ్రాఫ్ పేపరు (గళ్ళకాగితము) ఉపయోగించ కుండా దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం కనుగొందాం. ఉదాహరణకు పొడవు 6సెం.మీ, వెడల్పు 4 సెం.మీ కొలతలు గల దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యమును కనుగొందాం.

దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం = పొడవు×వెడల్పు = 6×4 = 24 చ.సెం.మీ

ప్రయత్నించండి

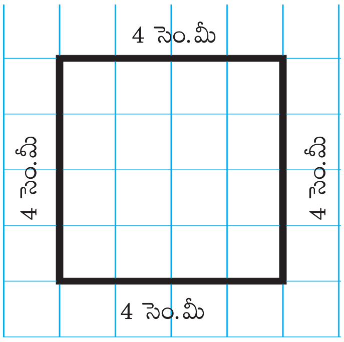
ఒకే చుట్టుకొలత కలిగిన రెండు వేరువేరు దీర్ఘచతురస్రాలను గీయుము. వాని వైశాల్యాలను పోల్చుము అవి సమానమేనా? ఒకే చుట్టుకొలత కలిగిన రెండు వేరు వేరు చతురస్రాలను నీవు గీయగలవా?

ఇవి చేయండి

వైశాల్యం కనుగొనండి.

1. నీ తరగతి గది యొక్క నేల. 2. మీ ఇంటిలో ఒక తలుపు. 3. నీ తరగతి గదిలో నల్లబల్ల.

10.3.2 చతురస్ర వైశాల్యము



4 సెం.మీ భుజముగల ఒక చతురస్రాన్ని తీసుకుందాం. దీనిని గళ్ళకాగితముపై (గ్రాఫ్ పేపర్ పై)

పటములో చూపిన విధంగా అమర్చి పరిశీలిస్తే అది వరుసకు 4 గళ్ళు చొప్పున 4 వరుసలు అనగా మొత్తము 16 గళ్ళను ఆక్రమించినట్లుగా గమనించవచ్చు.

కనుక దీని వైశాల్యము = 16 చ.సెం.మీ = 4×4 చ.సెం.మీ

ఇచ్చట చతురస్ర భుజము 4 గా గమనించగలరు. మరియు పొడవు, వెడల్పులు సమానంగా గల దీర్ఘచతురస్రమునే, చతురస్రమంటారని కూడా గమనించగలరు. ఈ ఫలితం నుండి చతురస్ర వైశాల్యానికి సూత్రమును ఊహించగలవా?

ప్రయత్నించండి.

చతురస్రాల భుజాల కొలతలు క్రింద ఇవ్వబడినాయి వానిని గ్రాఫ్ పేపర్ పై గీచి గళ్ళను లెక్కించుట ద్వారా వైశాల్యమును కనుగొనుము భుజము×భుజము యొక్క విలువను కనుగొనుము? ఈ ఫలితాల నుంచి నీవేమి ఊహించగలవు.

i) 4 సెం.మీ   ii) 6 సెం.మీ   iii) 2 సెం.మీ   iv) 8 సెం.మీ

పై చర్చ మరియు ఫలితాల నుంచి

చతురస్ర వైశాల్యము = భుజము × భుజము అని నిర్ధారించగలము.

= $(\text{భుజము})^2$

ఉదాహరణ 10 : 144 సెం.మీ, 100సెం.మీ కొలతలు వరుసగా పొడవు, వెడల్పులుగా గల ప్రదేశాన్ని పొడవు 12 సెం.మీ, వెడల్పు 5 సెం.మీ గల టైల్స్‌తో నింపవలెనన్న ఎన్ని టైల్స్ కావలెను?

సాధన : టైల్స్ నింపవలసిన ప్రదేశము యొక్క పొడవు = 144 సెం.మీ

వెడల్పు = 100 సెం.మీ

టైల్స్ నింపవలసిన ప్రదేశము యొక్క వైశాల్యము = 144 సెం.మీ × 100 సెం.మీ

= 14,400 చ. సెం.మీ

ఒక్కొక్క టైల్ యొక్క పొడవు = 12 సెం.మీ

వెడల్పు = 5 సెం.మీ

ఒక్కొక్క టైల్ యొక్క వైశాల్యము = 12 సెం.మీ. × 5 సెం.మీ

= 60 చ.సెం.మీ

∴ కావలసిన టైల్స్ సంఖ్య = $\frac{\text{టైల్స్ నింపవలసిన ప్రదేశ వైశాల్యం}}{\text{ఒక టైల్ వైశాల్యం}} = \frac{14400}{60}$

= 240 టైల్స్

ఉదాహరణ 11 : ఒక దీర్ఘచతురస్రము, ఒక చతురస్రము చుట్టుకొలతలు సమానము. దీర్ఘచతురస్రము యొక్క పొడవు, వెడల్పులు వరుసగా 35 సెం.మీ, మరియు 25 సెం.మీ అయిన రెండింటిలో దేని వైశాల్యము ఎక్కువ? ఎంత ఎక్కువ?

సాధన : దీర్ఘచతురస్రము యొక్క చుట్టుకొలత = 2 (పొడవు+ వెడల్పు)

$= 2(35 + 25) = 2 \times 60 = 120$ సెం.మీ

$\therefore$ కనుక చతురస్రము యొక్క చుట్టుకొలత = 120 సెం.మీ

చతురస్ర భుజము $= \frac{120}{4} = 30$ సెం.మీ

$\therefore$ చతురస్ర వైశాల్యము = (భుజము)^2 $= (30)^2 = 900$ చ. సెం.మీ

మరియు దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యము = పొడవు × వెడల్పు

$= 35 \times 25 = 875$ చ. సెం.మీ

అనగా చతురస్ర వైశాల్యము, దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం కంటే (900 - 875) చ. సెం.మీ = 25 చ. సెం.మీ ఎక్కువ.

ఉదాహరణ 12 : 4 మీ. పొడవు, 68 సెం.మీ.ల వెడల్పు గల ఒక దీర్ఘ చతురస్రము యొక్క వైశాల్యమును చ. సెం.మీ. లలో కనుగొనుము?

సాధన : దీర్ఘ చతురస్రము యొక్క పొడవు = 4 మీ. = 400 సెం.మీ

వెడల్పు = 68 సెం.మీ.

దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యము = పొడవు × వెడల్పు

$= 400 \times 68$

$= 27,200$ చ.సెం.మీ

ఉదాహరణ 13 : 40 మీ. పొడవు గల ఒక దీర్ఘచతురస్రము యొక్క వైశాల్యము 1,120 చ.మీ. అయిన దాని వెడల్పును కనుగొనుము?

సాధన : దీర్ఘచతురస్రము పొడవు = 40 మీ.

దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యము = 1,120 చ.మీ

కానీ దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యము = పొడవు × వెడల్పు

కావున వెడల్పు $= \frac{\text{వైశాల్యం}}{\text{పొడవు}} = \frac{1120}{40} = 28$ మీ

ఉదాహరణ 14 : 5 మీ. పొడవు, 4 మీ.ల వెడల్పు గల స్థలములో 5 మొక్కల పాదులు తీయబడినాయి. మొక్కల పాదులన్నీ 1 మీ. భుజం గల చతురస్రాలైన మిగిలిన ప్రదేశం యొక్క వైశాల్యమును కనుగొనుము?

సాధన : స్థలము యొక్క వైశాల్యము = పొడవు × వెడల్పు

$= 5 \times 4$ చ.సెం.మీ

$= 20$ చ.సెం.మీ

ఒక్కొక్క మొక్క పాదు యొక్క వైశాల్యము $= 1 \times 1 = 1$ చ.సెం.మీ.

5 మొక్కల పాదుల యొక్క మొత్తం వైశాల్యము = 5 చ.సెం.మీ.

మిగిలిన ప్రదేశము యొక్క వైశాల్యము $= 20 - 5 = 15$ చ.సెం.మీ.

అభ్యాసము - 10.2

1. క్రింది కొలతలు గల దీర్ఘచతురస్రాల వైశాల్యాలను కనుగొనుము?

i)	50 సెం.మీ మరియు 20 సెం.మీ	ii)	65 మీ మరియు 45 మీ
iii)	25 సెం.మీ మరియు 16 సెం.మీ	iv)	7 కి.మీ మరియు 19 కి.మీ

2. కింది కొలతలు భుజాలుగా గల చతురస్రాల వైశాల్యమును కనుగొనుము?

   i) 26 మీ ii) 17 మీ iii) 52 సెం.మీ. iv) 8 సెం.మీ

3. ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార పటము యొక్క వైశాల్యము 1,125 చ. సెం.మీ దాని వెడల్పు 25 సెం.మీ అయిన దాని పొడవును కనుగొనుము?

4. ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార పొలము యొక్క పొడవు 60 మీ మరియు దీని వెడల్పు, దీని పొడవులో సగము అయిన దాని వైశాల్యమును కనుగొనుము?

5. ఒక చతురస్రాకార కాగితము యొక్క చుట్టుకొలత 40 సెం.మీ. అయిన దీని భుజాన్ని మరియు వైశాల్యాన్ని కనుగొనుము?

6. ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార ప్లాటు యొక్క వైశాల్యము 2400 చ.మీ. దీని పొడవు, వెడల్పునకు $1\frac{1}{2}$ రెట్లు ఉన్న ప్లాటు చుట్టుకొలతను కనుగొనుము?

7. ఒక గది యొక్క పొడవు, వెడల్పులు వరుసగా 6 మీ. మరియు 4 మీ. అయితే దీని నేలంతటికి కార్పెట్ పరుచుటకు కావలసిన కార్పెట్ వైశాల్యం ఎంత? 1 చ.మీ. కార్పెట్ ఖరీదు ₹ 240 చొప్పున ఎంత ఖర్చు అవుతుంది?

8. ఒక చతురస్రం మరియు ఒక దీర్ఘచతురస్రాల చుట్టుకొలతలు సమానం. చతురస్రం యొక్క భుజం 72 మీ. మరియు దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క పొడవు 80 మీ. అయిన దేని వైశాల్యం ఎక్కువ? ఎంత ఎక్కువ?

9. ఒక చతురస్రం యొక్క వైశాల్యం 49 చ.సెం.మీ. దీని చుట్టుకొలతలో సమానమైన చుట్టుకొలత గల దీర్ఘచతురస్రం యొక్క పొడవు 9.3 సెం.మీ. అయిన దీర్ఘచతురస్రం యొక్క వెడల్పు ఎంత? దేని వైశాల్యం ఎక్కువ?

10. రాహుల్‌కు 400 మీ. × 200 మీ. కొలతలు గల దీర్ఘచతురస్రాకార పొలం కలదు. ఇతని మిత్రుడు రాముకు 300 మీ. భుజంగా గల చతురస్రాకార పొలం కలదు. ఈ రెండింటి చుట్టూ కంచె వేయుటకు మీటరుకు రు. 150 వంతున ఎంత ఖర్చు అగును. 10 చ.మీ.ల ప్రదేశములో ఒక చెట్టును నాటిన ఎవరి పొలంలో ఎక్కువ చెట్లను నాటవచ్చు? ఎన్ని ఎక్కువ చెట్లను నాటవచ్చు?

11. ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార నేల యొక్క పొడవు దాని వెడల్పు కంటే 20 మీ. ఎక్కువ. దాని చుట్టుకొలత 280 మీ. అయిన దాని పొడవు ఎంత?

12. 240 మీ. × 200 మీ. కొలతలు గల దీర్ఘచతురస్రాకార స్థలమునకు కంచె వేయుటకు మీటరుకు ₹ 30 వంతున ఎంత ఖర్చు అగును?

13. 120 మీ. భుజంగా గల ఒక చతురస్రాకార పొలమును గడ్డి మైదానంగా మార్చుటకు చదరపు మీటరుకు ₹ 35 వంతున ఎంత ఖర్చు అవుతుంది?

14. ఈ కింది సందర్భాలలో దీర్ఘచతురస్రము యొక్క వైశాల్యం ఏ విధంగా మారుతుంది.

i) పొడవు, వెడల్పులు రెండు రెట్లు అయిన   ii) పొడవు 2 రెట్లు, వెడల్పు 3 రెట్లు అయిన

15. ఈ కింది సందర్భములలో చతురస్రము యొక్క వైశాల్యము ఏ విధంగా మారుతుంది.

i) భుజము పొడవు రెట్టింపు అయిన   ii) భుజము పొడవు సగం అయిన

మనం నేర్చుకున్నది.

1. ఒక సంవృత పటం చుట్టూ దాని సరిహద్దు వెంట ఒకసారి తిరిగి రావడానికి ప్రయాణించవలసిన దూరమునే దాని చుట్టుకొలత అంటారు.

2. i) దీర్ఘచతురస్రము యొక్క చుట్టుకొలత = 2 × (పొడవు + వెడల్పు)

   ii) చతురస్రము యొక్క చుట్టుకొలత = 4 × భుజం పొడవు

   iii) సమబాహు త్రిభుజం యొక్క చుట్టుకొలత = 3 × భుజం పొడవు

3. i) అన్ని భుజాలు, కోణాలు సమానంగా గల సంవృత పటాలను క్రమబహుభుజులు అంటాము.

   ii) ఒక క్రమబహుభుజి యొక్క చుట్టుకొలత, దాని భుజాల సంఖ్య మరియు భుజము యొక్క పొడవుల లబ్దానికి సమానము.

4. ఒక సంవృత పటము ఆక్రమించిన ప్రదేశమునే దాని వైశాల్యము అంటాము.

5. గళ్ళ కాగితము లేదా గ్రాఫ్ పేపరును ఉపయోగించి ఒక సంవృత పటము యొక్క వైశాల్యమును అంచనావేయుటకు ఈ క్రింది పద్ధతులను ఉపయోగిస్తాము.

   i) సగం కంటే తక్కువ భాగమున్న చతురస్రాలను వదలివేయుము.

   ii) సగం కంటే ఎక్కువ భాగమున్న చతురస్రాలను పూర్తి చతురస్రాలుగా పరిగణించి లెక్కించుము.

   iii) సగభాగం వున్న చతురస్రాల వైశాల్యమును $\frac{1}{2}$ చ.సెం.మీ గా భావించి ఇలాంటి రెండు చతురస్రాలను కలిపి ఒకటిగా లెక్కించుము.

6. i) దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యము = పొడవు × వెడల్పు

   ii) చతురస్ర వైశాల్యము = భుజము × భుజము

   iii) ఒకే చుట్టుకొలతలు గల ఒక దీర్ఘచతుస్రసం, ఒక చతురస్రంలలో చతురస్ర వైశాల్యం ఎక్కువగా వుంటుంది.

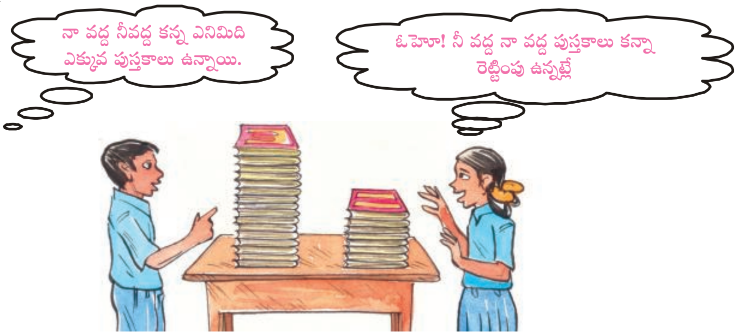
నిష్పత్తి మరియు అనుపాతము

11.1 ఉపోద్ఘాతం

నిత్యజీవితంలో మనం రాశులను వివిధ రకాలుగా పోలుస్తాము. మార్కెట్లో ఏ కూరగాయాలు తాజాగా ఉన్నాయి, వేటి ధర ఎక్కువగా ఉంది వంటి మొదలగు విషయాలను పోల్చుకుంటాం. కొన్ని ఉదాహరణలను చూద్దాం.

ప్రతి రోజు సత్య మరియు మధుకర్ స్కూల్‌కు వెళ్ళేముందు పాలు తాగుతారు. సత్య రెండు చెంచాల చక్కెరను ఒక కప్పు పాలకు కలుపగా, మధుకర్ ఒక చెంచా చక్కెరను ఒక కప్పు పాలకు కలిపారు.

ఎవరి కప్పులోని పాలు తియ్యగా ఉంటాయి? రుచిచూడకుండా మనం చెప్పగలమా?



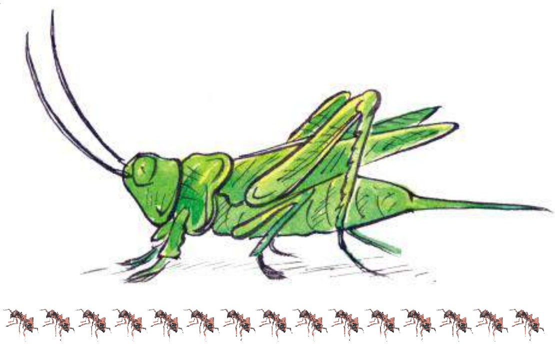
శారద 3 చెంచాల చక్కెరను 2 కప్పుల పాలలో కలిపింది. ముగ్గురి కప్పుల లోని పాల తియ్యదనాన్ని పోల్చండి?

కింది సందర్భాన్ని పరిశీలించండి.

సిరి వద్ద 8 నోట్‌పుస్తకాలు మరియు రవి వద్ద 16 నోట్‌పుస్తకాలు ఉన్నాయి.

పోల్చడానికి రవి వాటి సంఖ్యల్లోని తేడాలతో పోల్చితే, సిరి భాగాహారం ద్వారా పోల్చింది. ఒక రాశి ఇంకొక రాశికన్నా ఎంత ఎక్కువ లేదా ఎంత తక్కువ అని పోల్చడాన్ని వ్యవకలనంతో పోల్చడం అంటాం. అలాగే ఒకరాశిమరొక రాశికి ఎన్ని రెట్లు ఎక్కువ లేదా ఎన్నిరెట్లు తక్కువ అని పోల్చడమే భాగహారంతో పోల్చడం అంటాం.

రాశులను వ్యవకలనంతో పోల్చడం మరియు భాగహారంతో పోల్చడానికి సంబంధించి మూడు సంఘటనలను ఉదహరించండి. మనం ఒక మిడుత మరియు ఒక చీమ పొడవులను పోల్చడానికి వాటి పొడవుల తేడాను కనుక్కోవడం ద్వారా పోల్చడం సాధ్యంకాదు. 4 లేదా 5 సెం.మీ. పొడవుండే మిడుతను, చాలా కొద్ది మి.మీ. పొడవుండే చీమ పొడవుతో పోల్చడం సరికాదు. వాటి పొడవుల తేడా దాదాపు 4 సెం.మీ. మాత్రమే ఉంటుంది. ఇది వాటిమధ్య పెద్దతేడాను గుర్తింపజేయదు. దీనికన్నా ఒక చీమ వెనుక మరొక చీమను అమర్చడం ద్వారా ఎన్నిచీమల పొడవు మిడుత పొడవుకు సరిపోతుందో పోల్చవచ్చు.



ఇలా 15 నుంచి 20 చీమల పొడవు ఒక మిడుత పొడవుకు సమానమవుతుందని భావించవచ్చు.

మరొక ఉదాహరణను చూడండి.

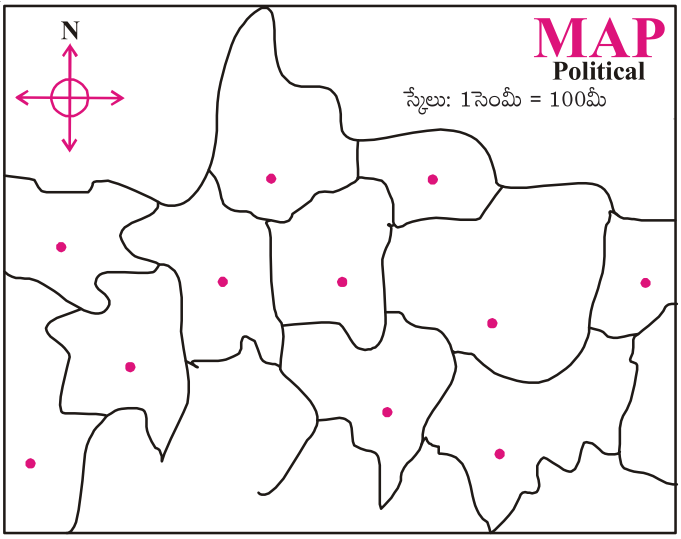
ఒక కారు ధర ₹ 2,50,000 మరియు ఒక మోటరు బైక్ ధర ₹ 50,000 వాటి మధ్యగల తేడాను పోల్చడం ద్వారా తేడా ₹ 2,00,000 అని చెప్పవచ్చు. ఈ తేడా ఎంత విస్తరణ కలిగివుందో అర్థం చేసుకోలేం. అదే భాగహారిక పోలిక ద్వారా అనగా $\frac{2,50,000}{50,000} = \frac{5}{1}$

ప్రతి ఒక కారు ధరకు మనం 5 మోటరు బైక్‌లను కొనగలమని తెలుస్తుంది. ఈ విధంగా, కొన్ని సందర్భాల్లో భాగహారంతో పోల్చడం అనే ప్రక్రియ వ్యవకలనంతో పోల్చడం కన్నా మరింత అర్థవంతంగా వుంటుందని తెలుస్తోంది.

మరొక ఉదాహరణను చూద్దాం.

లత వయస్సు 3 సం॥లు, కరీమ్ వయస్సు 18 సం॥. దీని నుండి కరీం, లత కన్నా 15 సం॥లు పెద్ద అని తెలుస్తుంది. రహీమ్ వయస్సు 65 సం॥లు, రేష్మ వయస్సు 50 సం॥లు. వారి వయస్సుల తేడా రెండు సందర్భాల్లోనూ 15సం॥లే. లత, కరీమ్‌ల వయస్సుల తేడా 15 సం॥లు అయినప్పటికీ ఈ రెంటినీ ఒకే రకంగా పోల్చలేం. దీనికన్నా, కరీం వయస్సు లత వయస్సుకు ఆరు రెట్లు అని చెప్పడం మేలు.

ఈ విధమైన భాగహారం ద్వారా పోల్చటాన్నే నిష్పత్తి అంటాం. ఈ అధ్యాయంలో నిష్పత్తి గురించి వివరంగా తెలుసుకుందాం. ఇదే విధంగా పోల్చటానికి మరొక ఉదాహరణని మ్యాప్‌ని తయారు చేయడం ద్వారా పరిశీలిద్దాం.



పటాన్ని చూడండి.

వాస్తవ దూరాలతో పోలిస్తే మ్యాపు పై ప్రదేశాలు చాలా దగ్గరగా చూపబడినవి. పటంలో దూరానికి, ప్రదేశాల మధ్య వాస్తవ దూరానికి గల సంబంధాన్ని "స్కేలు" తెలియజేస్తుంది. ఉదాహరణకు పటంలో 1సెం.మీ. దూరం 100 మీ.ల వాస్తవ దూరానికి సమానమయితే స్కేలు 1సెం.మీ. = 100 మీ. అంటారు. అంటే పటంలో రెండు ప్రదేశాల మధ్యదూరం వాస్తవంలో 10000 వ వంతు ఉంటుంది. అంటే పటంలో 5 సెం.మీ. గా చూపబడిన దూరం నిజానికి 500మీ. ఉంటుంది. వ్యవకలన పోలిక ద్వారా చెప్పినట్లైతే వాస్తవ దూరం పటంలో దూరానికన్నా 499 మీ. 95 సెం.మీ. ఎక్కువ ఉంటుంది. కానీ వాస్తవ దూరం పటంలో దూరానికి 10,000 రెట్లు ఎక్కువ అని చెప్పడమే అర్థవంతంగా ఉంటుంది.

కాబట్టి మొదటి ఉదాహరణలో రవి, సిరి వద్ద ఉన్న పుస్తకాల నిష్పత్తి = $\frac{16}{8} = \frac{2}{1} = 2:1$

దీనిని 2 : 1 అని చదువుతాము.

పోలికలో వరుస మార్చిన, సిరి, రవి వద్ద ఉన్న పుస్తకాల నిష్పత్తి = $\frac{8}{16} = \frac{1}{2} = 1:2$

రెండు రాశులను పోల్చునపుడు ఆ రాశుల క్రమాన్ని దృష్టియందుంచుకోవాలి.

ప్రయత్నించండి.

ఉదాహరణను పరిశీలించి పట్టికను నింపండి.

క్ర.సం.	మొదటి బుట్టలోని వస్తువులరాశి	రెండవ బుట్టలోని వస్తువులరాశి	పోలిక సత్యము ప్రవచనము	నిష్పత్తి	వరుసను మార్చుట ద్వారా పోలిక	నిష్పత్తి
1.	2 ఆపిల్స్	6 ఆపిల్స్	మొదటి బుట్టలోని ఆపిల్స్ సంఖ్య, రెండవ బుట్ట లోని ఆపిల్స్‌లో మూడవ వంతు ఉంటుంది.	1 : 3	రెండవ బుట్టలోని ఆపిల్స్ సంఖ్య, మొదటి బుట్టలోని ఆపిల్స్ సంఖ్యకు3 రెట్లు	3 : 1
2.	500 గ్రా.ల రాగి	1000 గ్రా.ల ఇనుము				
3.	ఒక T షర్ట్ వెల ₹ 200	ఒక కోటు వెల ₹1000				

11.2 వివిధ ప్రమాణాలలో ఉన్న రాశులను పోల్చుట

ఒక చెట్టు పొడవు 13 మీ.

పటములో ఆ చెట్టు 26సెం.మీ. గా చూపబడినది.

పటంలో ఆ చెట్టు పొడవు వాస్తవ పొడవుకు రెట్టింపు అనవచ్చా? అనకూడదని మనకు తెలుసు. చెట్టు పొడవు 13మీ. అంటే 13×100 = 1300 సెం.మీ.

పటంలో పొడవు = 26 సెం.మీ.

అంటే పటంలో ఎత్తుకి, వాస్తవ ఎత్తుకు గల నిష్పత్తి = $\frac{26}{1300} = \frac{1}{50}$

అంటే వాస్తవ ఎత్తు పటంలో చూపబడిన ఎత్తుకు 50 రెట్లు ఉంటుంది.

అంటే "పోల్చబడే రాశులు ఎల్లప్పుడూ ఒకే ప్రమాణాలలో ఉండాలి". సాధారణంగా రెండు రాశులు a, b లనిష్పత్తి a : b అని రాస్తారు. a, b ల నిష్పత్తి అని చదువుతారు.

a : b లో a, b లను నిష్పత్తిలోని పదాలు అంటారు. a ని ప్రథమ పదమని (పూర్వ పదము), b ని ద్వితీయ పదమని (పర పదము) అంటారు.

ఉదా 1 : రఫీ వద్ద 16 ఎర్ర గోళీలు, 4 నీలం రంగు గోళీలు కలవు. రఫీ వద్దనున్న ఎర్రని, నీలం రంగు గోళీల నిష్పత్తి ఎంత?

సాధన : ఎర్ర గోళీలు : నీలం గోళీలు = 16 : 4

= 4 : 1

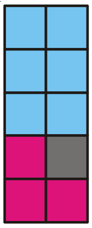
ఎర్ర గోళీలు నీలం రంగు గోళీలకు నాలుగు రెట్లు.

అభ్యాసము – 11.1

1. పట్టికను నింపండి.

క్ర.సంఖ్య.	మొదటి పరిమాణము	రెండవ పరిమాణము	నిష్పత్తి
i)			3 : 5
ii)			
iii)			
iv)			
v)			

2. పోల్చండి.



ఎ) నీలం గడుల సంఖ్య ఎర్ర గడుల సంఖ్యకు .... రెట్లు

బి) ఎర్ర గడుల సంఖ్య నీలం రంగు గడుల సంఖ్యలో .... వంతు.

సి) నీలం గడుల సంఖ్యకు, ఎర్ర గడుల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తి ....

3. కింది వాటిని సాధించండి.

ఎ) ఒక పాల వ్యాపారి ప్రతి లీటరు పాలకు 250 మి.లీ. నీటిని కలుపును. అతను అమ్మే పాలలో నీటి, పాల నిష్పత్తిని కనుగొనుము.

బి) సత్య తల్లి 4 కిలోల కంది పప్పును, 50గ్రా. మిరప పొడిని కొన్నది. మిరప పొడి, కందిపప్పు బరువుల నిష్పత్తి ఎంత? కందిపప్పు, మిరపపొడి బరువుల నిష్పత్తి ఎంత?

సి) రాణి తన ఇంటినుండి పాఠశాలకు 30 నిమిషాలలో నడవగలదు. అదే దూరాన్ని ఇస్మాయిల్ 1/2 గంటలో నడవగలడు. రాణి నడక సమయానికి, ఇస్మాయిల్ నడక సమయానికి గల నిష్పత్తి ఎంత?

11.2 వివిధ సందర్భాలలో నిష్పత్తి

ఆరవ తరగతి చదువుచున్న శ్లోక, మహేష్ లు సంచాయిక పొదుపు పథకంలో వరుసగా ₹ 50, ₹ 100 పొదుపు చేశారు. తరగతిలోని విద్యార్థులందరూ కలసి ₹ 2000 లను పొదుపు చేసారు. వారు పొదుపు చేసిన మొత్తాన్ని తరగతి మొత్తంతో పోల్చారు.

శ్లోక, మహేష్ పొదుపు చేసిన మొత్తాల నిష్పత్తి = 50 : 100

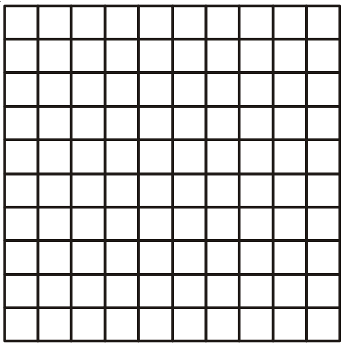
శ్లోక, తరగతి మొత్తం పొదుపుచేసిన మొత్తాల నిష్పత్తి = 50 : 2000

మహేష్, తరగతి మొత్తం పొదుపు చేసిన మొత్తాల నిష్పత్తి = 100 : 2000

11.3 కృత్యము

ఒక గళ్ళ కాగితం తీసుకొనుము. ఒక పాచికను విసురుము. పాచిక ముఖంపై కనబడిన సంఖ్యకు సమాన సంఖ్యలో గళ్ల కాగితంపై గళ్ళను నీకునచ్చిన రంగుతో నింపుము.

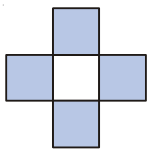
ఇప్పుడు నీ మిత్రునివంతు : నీ మిత్రుడు పాచిక విసరడం ద్వారా వచ్చిన సంఖ్యకు సమానమైన గడులను అతనికి నచ్చిన రంగుతో నింపాలి.



1. నీవు నింపిన గడుల సంఖ్యకు, నీ మిత్రుడు నింపిన గడుల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తి ఎంత?
2. నీవు నింపిన గడుల సంఖ్యకు, మొత్తం రంగు నింపిన గడుల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తి ఎంత?
3. నీ మిత్రుడు రంగునింపిన గడుల సంఖ్యకు, మొత్తం రంగు నింపబడిన గడుల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తి ఎంత?
4. ఇంకనూ ఈ ఆటలో నిష్పత్తులు మిగిలియున్నవా? నీ మిత్రునితో చర్చించుము.

ప్రయత్నించండి.

ఇచ్చిన పటములో



ఎ) రంగు చేయబడిన, రంగు చేయబడని భాగాలకు

బి) రంగు చేయబడిన, మొత్తం భాగాలకు

సి) రంగు చేయబడని, మొత్తం భాగాలకు గల నిష్పత్తులను కనుగొనండి.

11.4 విభిన్న సందర్భాలలోని సమాన నిష్పత్తులు

కింది వానిని గమనించండి.

- ఒక గది పొడవు 30మీ. మరియు వెడల్పు 20మీ. అయిన గది పొడవు, వెడల్పుల నిష్పత్తి $\frac{30}{20} = \frac{3}{2}$ అంటే 3 :2
- ఒక విహార యాత్రలో 24 మంది బాలికలు, 16 మంది బాలురు పాల్గొన్నారు. బాలికలు, బాలుర నిష్పత్తి $= \frac{24}{16} = \frac{3}{2}$

  అంటే 3 : 2

  పై రెండు సందర్భాలలోనూ నిష్పత్తి 3 : 2 అవుతుంది.
- కావున 30 : 20 మరియు 24 : 16 అను నిష్పత్తులను కనిష్ఠ పదాలలో తెలిపిన 3 : 2 అవుతుంది. ఇవి **సమాన** లేదా **తుల్య నిష్పత్తులు.**

  నిష్పత్తి 3 : 2 అయ్యే సందర్భాలకు మరికొన్ని ఉదాహరణలను చెప్పగలవా?

  ఒక నిర్దిష్ట నిష్పత్తికి అనుకూలమైన సందర్భాలను రాయడం తమాషాగా ఉంటుంది. 2 : 3 నిష్పత్తికి కింది రెండు ఉదాహరణలు ఈయబడ్డాయి. మీరు మరో మూడు ఉదాహరణలు రాయండి.
- ఒక బల్ల యొక్క వెడల్పు, పొడవుల నిష్పత్తి 2 : 3
- షీనా వద్ద 2 గోళీలు, ఆమె మిత్రురాలు షబ్నమ్ వద్ద 3 గోళీలుకలవు. షీనా మరియు షబ్నమ్ వద్ద గల గోళీల నిష్పత్తి 2 : 3

ఉదా 2 : ఒక గణిత తరగతిలో 16 మంది బాలురు, 20 మంది బాలికలు కలరు. తరగతిలోని బాలుర సంఖ్యకు, బాలికల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తిని కనుగొని దానిని కనిష్ఠ పదాలలో తెల్పండి.

సాధన : అనిల్ ఈ సమస్యనే ఇలా సాధించాడు.

బాలుర సంఖ్యకు బాలికల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తి = 16 : 20

$$= \frac{16}{20} = \frac{2\times2\times2\times2}{2\times2\times5} = \frac{4}{5}$$

అనిల్ కనిష్ఠ పదాలలో తెల్పిన నిష్పత్తి = 4 : 5

ఒక నిష్పత్తిలోని పదాలకు 1 తప్ప మరే ఇతర ఉమ్మడి కారణాంకములు లేనిచో ఆ నిష్పత్తి **సూక్ష్మ** రూపంలో లేదా **కనిష్ఠ** పదాలలో ఉంది అంటారు.

ప్రయత్నించండి.

1. కింది పట్టికలోని ఖాళీలను పూరించండి.

నిష్పత్తి	1:2	2:3	5:7		
నిష్పత్తికి 1రెట్లు	1:2				
2రెట్లు		4:6			
3 రెట్లు			15:21		
4 రెట్లు				12:16	
5 రెట్లు					20:25

2. పట్టికను పూరించండి.

క్ర.సం.	మొదటి రాశి	రెండవ రాశి	నిష్పత్తి	కనిష్ఠ పదాలలో నిష్పత్తి
1.	20 పైసలు	₹.1		
2.	800 గ్రా.	1 కి.గ్రా.		
3.	1 గంట	30ని॥లు		
4.	2మీ.	125 సెం.మీ.		
5.	3ని॥లు	45సె॥		
6.	30 మి.మీ.	1సెం.మీ.		

పూరించండి.

రూ. 1 = ... పైసలు

1000గ్రా. = ...కి.గ్రా.

1 గంట = ...నిమిషాలు

100 సెం.మీ. = ...మీటర్లు.

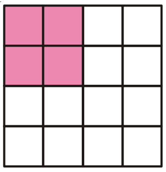
1 నిమిషం = ... సెకండ్లు

10 మి. మీ. = ... సెం.మీ.

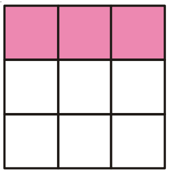
గుర్తుంచుకోండి!

ఒకే ప్రమాణాలలో ఉన్న రాశులను పోల్చటమే నిష్పత్తి

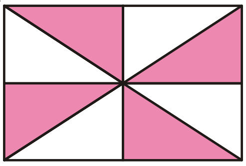
3. కింది పటంలో రంగు వేయబడిన, రంగువేయబడని, రంగువేయబడిన భాగాలకు గల నిష్పత్తిని కనిష్ఠ పదాలలో తెల్పండి.



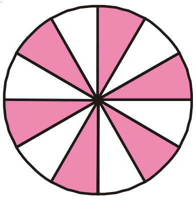
(i)



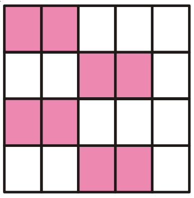
(ii)



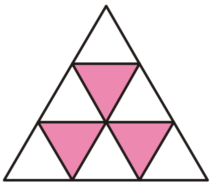
(iii)



(iv)



(v)



(vi)

అభ్యాసం - 11.2

1. కింది వానిలో కనిష్ఠ పదాలలో ఉన్న నిష్పత్తులు ఏవి? లేని వాటిని కనిష్ఠ పదాలలో తెల్పండి.
   i) 2:3 ii) 16:20 iii) 5:6 iv) 20:60 v) 8:15 vi) 19:2
2. ఒక సంచిలో 20 కిలోల బియ్యం మరొక సంచిలో 60కిలోల గోధుమలు కలవు. అయిన బియ్యం మరియు గోధుమల బరువుల నిష్పత్తి ఎంత? బియ్యం బరువుకు, బియ్యం, గోధుమల రెండింటి మొత్తం బరువుకు గల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.
3. ఒక తరగతిలోని మొత్తం 32 మంది విద్యార్థులలో 12 మంది బాలికలు కలరు. అయిన
   ఎ) తరగతిలోని బాలుర, బాలికల నిష్పత్తి ఎంత?
   బి) బాలుర సంఖ్యకు మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తి ఎంత?
   సి) బాలికల సంఖ్యకు, మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్యకు గలనిష్పత్తి ఎంత?
4. ఒక చతుర్భుజిని గీయండి. దానిని కొన్ని సమాన భాగాలుగా విభజించండి. రంగు వేయబడిన భాగాలకు, రంగు వేయబడని భాగాలకు నిష్పత్తి 1 : 3 ఉండునట్లుగా కొన్ని భాగాలకు రంగులు వేయండి.
   ఇదేవిధంగా మరో రెండు పటాలను గీచి రంగులు వేయండి.
5. ఇమ్రాన్ 2 లీటర్ల నూనెను, విజయ్ 500మి.లీ. ల నూనెను తెచ్చెను. ఇమ్రాన్, విజయ్‌లు తెచ్చిన నూనెల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.
6. అబ్రహాం బరువు 20 కి.గ్రా. మరియు అతని తండ్రి బరువు 60 కి.గ్రా. అయిన అబ్రహాం మరియు అతని తండ్రి బరువుల నిష్పత్తిని కనుగొనండి. మరియు ఆ నిష్పత్తిని కనిష్ఠ పదాలలో తెల్పండి.
7. రాము తన వద్ద ఉన్న డబ్బులో $\frac{2}{5}$ ఒక కథల పుస్తకంపై ఖర్చుపెట్టెను. అయిన రాము ఖర్చు పెట్టిన డబ్బుకు మరియు మొదట అతని వద్ద గల డబ్బుకు గలనిష్పత్తి ఎంత?

11.5 ఒకరాశిని ఇచ్చిన నిష్పత్తిలో విభజించుట

ఉదా 3 : స్నిగ్ధ పుట్టిన రోజున ఆమె తండ్రి ఒక పూల గుత్తిని తెచ్చెను. దానిలోని మొత్తం 18 పూలలో ఎరుపు రంగు, పసుపు రంగు పూలకు గలనిష్పత్తి 1 : 2 అయిన ఎరుపురంగు, పసుపు రంగు పూల సంఖ్యను కనుగొనండి.

సాధన : ఎరుపు రంగు పూలకు, పసుపు రంగు పూలకు గల నిష్పత్తి = 1 : 2

నిష్పత్తిలోని భాగాల మొత్తం = 1 + 2 = 3

మొత్తం పూల సంఖ్య = 18

3 భాగాలు = 18 పూలు

ఒక్కొక్క భాగం = 18/3 = 6 పూలు

ఎరుపు రంగు పూలు = 1 భాగం = 1×6 = 6పూలు

పసుపు రంగు పూలు = 2 భాగాలు = 2×6 = 12 పూలు

ఉదా 4 : ఒక స్వర్ణకారుడు ఆభరణాల తయారీలో బంగారాన్ని, రాగిని 7 : 2 నిష్పత్తిలో కలుపుతాడు. ఒక ఆభరణం బరువు 45 గ్రా. అయిన దానిలోని బంగారం, రాగిల బరువులను కనుగొనండి.

సాధన :

ఆభరణంలోని బంగారం, రాగిల నిష్పత్తి	= 7 : 2
నిష్పత్తిలోని పదాల మొత్తం	= 7+2 = 9
9 భాగాల బరువు	= 45 గ్రా.
1 భాగం బరువు	= 45 ÷ 9 = 5 గ్రా.
బంగారం బరువు	= 7 భాగాలు = 7×5 = 35గ్రా.
రాగి బరువు	= 2 భాగాలు = 2×5 = 10 గ్రా.

ఉదా 5 : రేఖా ఖండం AB , 5 సమాన భాగాలుగా విభజించబడినది.

ఎ) రేఖా ఖండం AB ని X విభజించు నిష్పత్తిని కనుగొనుము.

బి) AB పొడవు 15 సెం.మీ. అయిన AX మరియు XB ల పొడవులెంతెంత?

సాధన : రేఖా ఖండం AB ను X విభజించు నిష్పత్తి = 3 : 2

మొత్తం భాగాల సంఖ్య = 3 + 2 = 5

AB పొడవు = 15 సెం.మీ.

5 భాగాలు = 15 సెం.మీ.

ఒక్కొక్క భాగం పొడవు = $\frac{15}{5}$ = 3 సెం.మీ.

AX పొడవు = 3 భాగాలు = 3 × 3 = 9 సెం.మీ.

XB పొడవు = 2 భాగాలు = 2 × 3 = 6 సెం.మీ.

ప్రయత్నించండి

నలుపు, తెలుపు పలకలను 2:5 నిష్పత్తిలో తీసుకొని ఒక అమరిక చేయండి. చాలా రకాల అమరికలు ఉంటాయని తెలుసుకోండి.

ఉదా 6 : హరి మరియు తేజ కొంత సొమ్మును లాటరీలో గెలిచారు. వారు దానిని 5:3 నిష్పత్తిలో పంచుకొనగా తేజకు రూ.150 లు వచ్చినవి. అయిన హరికి వచ్చు వాటా ఎంత? గెలిచిన మొత్తం ఎంత?

సాధన :

హరి మరియు తేజలు పంచుకొనిన నిష్పత్తి	= 5 : 3
తేజ వాటా = 3 భాగాలు	= ₹ 150
1 భాగం	= $\frac{150}{3}$ = ₹ 50
కావున హరి వాటా	= 5 భాగాలు = 5×50 = ₹ 250
మొత్తం సొమ్ము	= 250 + 150 = ₹ 400

అభ్యాసం - 11.3

1. ఒకసంచిలోని 25 గోళీలను రాహుల్ మరియు కిరణ్‌లు 2 : 3 నిష్పత్తిలో పంచుకొనెను. అయిన

   i) కిరణ్‌కు వచ్చు గోళీలెన్ని? ii) రాహుల్‌కి వచ్చు గోళీలు ఎన్ని?

2. రేఖా ఖండము AB పొడవు 14 సెం.మీ. AB పై ఒకబిందువు X, $\overline{AB}$ ను 3:4 నిష్పత్తిలో విభజించిన AX మరియు XB పొడవులను కనుగొనండి.

3. గీత మరియు లక్ష్మీ ఒక ఆటలో ₹ 1050 ను గెలుచుకొన్నారు. వారు ఆ మొత్తాన్ని 3:4 నిష్పత్తిలో పంచుకొన దలచిన ఒక్కొక్కరికి వచ్చు సొమ్మెంత?

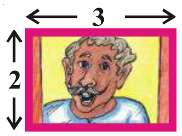
4. ₹ 3600 ను సత్య మరియు విష్ణులకు 3 : 5 నిష్పత్తిలో పంచిన ఒక్కొక్కరి వాటా ఎంత?

5. రెండు సంఖ్యల మొత్తం 132 మరియు వాని నిష్పత్తి 5:6 అయిన ఆసంఖ్యలేవి?

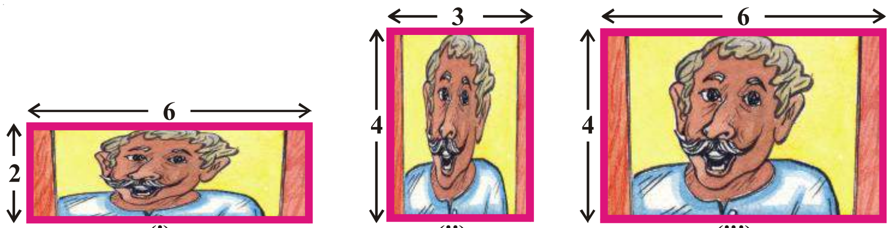
6. క్రింది పటములో X బిందువు AB ను విభజించు నిష్పత్తిని అంచనావేయండి. వాస్తవంగా కొలిచి చూడండి. మీ సమాధానమును సరిచూడండి.

7. ఒక ఉద్యోగి రాబడి మరియు పొదుపుల నిష్పత్తి 11:2 ఉద్యోగి ఖర్చు ₹ 5346 అయిన అతని రాబడి, పొదుపులెంత?

11.6 అనుపాతము



కింది బొమ్మలను చూడండి. వాటి ఆకారాలలోని మార్పును మీరు గమనించండి?



(i) (ii) (iii)

పైన బొమ్మలలో మీరు గమనించిన మార్పులు ఏమి? 1, 2 పటాలు ఆకారాలలో మార్పులు పొందినవి. కాని 3 వ పటం "అసలు" తో పోల్చితే పెద్దదిగా మాత్రమే చేయబడినది. కానీ ఆకారంలో మార్పులేదు. ఎందుకంటే పరిమాణంలో మార్పు కలిగి ఆకారంలో మార్పును పొందక పోవడమే.

మూడు పటాల పొడవు, వెడల్పుల నిష్పత్తులను కనుగొని చూద్దాం.

అసలు పటంలో పొడవు, వెడల్పుల నిష్పత్తి = 3 : 2

మొదటిపటంలో పొడవు, వెడల్పుల నిష్పత్తి = 6:2 అంటే కనిష్ఠ పదాలలో 3 : 1

రెండవ పటంలో పొడవు, వెడల్పుల నిష్పత్తి = 3 : 4

మూడవ పటంలో పొడవు మరియు వెడల్పుల నిష్పత్తి = 6:4 కనిష్ఠ పదాలలో 3:2. ఈ నిష్పత్తి అసలు పటంలో నిష్పత్తికి సమానం. కనుక మూడవ పటం మొదటి పటానికి అనుపాతంలో ఉంది అని చెప్పవచ్చు. అంటే నిష్పత్తుల సమానత్వాన్ని అనుపాతము చెప్తాం.

సాధారణంగా రెండు పదాలు **'a', 'b'** లనిష్పత్తి **'c', 'd'** లనిష్పత్తికి సమానమైతే **'a', 'b', 'c', 'd'** లు అనుపాతంలో ఉన్నాయని అంటాం. దీనిని a:b :: c : d గా రాస్తాం.

క్రింది ఉదాహరణను గమనించండి.

భావిక వద్ద 28 గోళీలు, వినీల వద్ద 180 పూలు కలవు. వారు వీటిని పంచుకొన్నారు. భావిక 14 గోళీలను వినీలకి ఇచ్చింది. వినీల తనవద్ద ఉన్న 180 పూలలో 90 పూలను భావికకు ఇచ్చింది. కానీ ఇలా పంచుకోవటం ద్వారా తనకు సరియైన న్యాయం లభించలేదని వినీల అనుకొంది. భావిక తనకు తక్కువ గోళీలను ఇచ్చిందని వినీల అనుకొంది.

నీ అభిప్రాయం ఏమిటి?

వినీల ఆలోచన సరియేనా? వినీల మరియు భావికలు పరిష్కారం కోసం వినీల అమ్మ పూజను అడిగారు.

పూజ ఇలా వివరించింది.

భావిక తన వద్ద ఉన్న 28 గోళీలలో 14 గోళీలను వినీలకి ఇచ్చింది.

కావున గోళీలనిష్పత్తి 14:28 = 1:2

మరియు వినీల తన వద్ద ఉన్న 180 పూలలో 90 పూలను భావికకు ఇచ్చింది. కావున పూల నిష్పత్తి 90 : 180 = 1:2 రెండు నిష్పత్తులు సమానం కావున పంచుకొనుటలో అన్యాయమేమీ లేదు. మీరు పూజ వివరణతో ఏకీభవిస్తారా? ఆలోచించండి!

ఉదా 7 : రాజు వద్ద ₹ 12 మరియు భరత్ వద్ద ₹ 18 కలవు. వారు కలిసి మొత్తం డబ్బుతో 20 పెన్సిళ్ళను కొనితెచ్చారు.

i) భరత్ ఇద్దరికి చెరి 10 పెన్సిళ్ళు అన్నాడు.

ii) రాజు తనకు 8, భరత్‌కు 12 పెన్సిళ్ళు అన్నారు.

ఎవరి లెక్క సరియైనది? వివరించండి.

సాధన : రాజు, మరియు భరత్‌ల డబ్బుల నిష్పత్తి = 12 ÷ 18

= 12 ÷ 6 : 18 ÷ 6

= 2 : 3

i) భరత్ ప్రకారం పెన్సిళ్ళ నిష్పత్తి = 10 : 10

= 10 ÷ 10 : 10÷10

= 1 : 1

పెన్సిళ్ళను సమాన నిష్పత్తిలో పంచుకొంటే అది డబ్బుల నిష్పత్తికి అనుపాతంలో లేదు.

ii) రాజు ప్రకారం పెన్సిళ్ళ నిష్పత్తి = 8 : 12

= 8÷4 : 12÷4 (గ.సా.భా = 4)

= 2 : 3

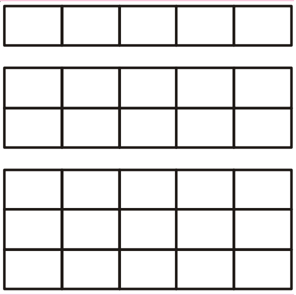
సరియైన పంపకం జరగాలంటే డబ్బుల నిష్పత్తి, పెన్సిళ్ళ నిష్పత్తికి సమానం కావాలి. అంటే రాజు వివరణ సరియైనది. రాజుకు 8 పెన్సిళ్ళు, భరత్‌కు 12 పెన్సిళ్ళు రావడం సరియైనది.

ప్రయత్నించండి.

5 గడులు కలిగిన గళ్ళ కాగితం తీసుకోండి.

3 గళ్ళకు ఎరుపురంగు, 2 గళ్ళకు పచ్చరంగును వేయండి.

దీనికి అనుపాతంలో ఉండునట్లు 10గళ్ళు, 15 గళ్ల గల కాగితంలో ఎరుపు, పచ్చ రంగులతో నింపండి.



11.7 ఏకవస్తు మార్గము

రవి 3 కిలోల టమాటాలు కొందామనుకొన్నాడు. ఒక వ్యాపారి ₹ 40 కి 5 కిలోలని చెప్పగా మరొక వ్యాపారి 6 కిలోలు ₹ 42 చెప్పాడు.

రవి ఎవరి వద్ద కొనాలి? మొదటి వ్యాపారి వద్దనుండా? రెండవ వ్యాపారి వద్దనుండా?

3 కిలోలకు చెల్లించవలసిన మొత్తం ఎంత?

శ్రీదేవి, రవి సమస్యకు ఇలా సలహాఇచ్చింది. ఒక కిలో ధరను పోల్చమంది.

మొదటి వ్యాపారి వద్ద 1 కిలో టమాటాలు వెల = ₹ 40 ÷ 5 = ₹ 8

రెండవ వ్యాపారి వద్ద 1 కిలో టమాటాల వెల = ₹ 42 ÷ 6 = ₹ 7

రెండవ వ్యాపారి నుండి టమాటాలు కొనమని ఆమె సలహా ఇచ్చింది. మీరు ఆమె అభిప్రాయంతో ఏకీభవిస్తారా?

రెండవ వ్యాపారి వద్ద 3 కిలోల టమాటాల వెల = ₹ 7 × 3 = ₹ 21

ఈ విధంగా ముందుగా ఒక యూనిట్ విలువ కనుగొని కావలసినన్ని యూనిట్లు విలువను కనుగొనే పద్ధతిని **ఏకవస్తుమార్గం** అంటారు.

ఉదా 8 : 12 పెన్సిళ్ళ ధర ₹ 24 అయిన 10 పెన్సిళ్ళ ధర ఎంత?

సాధన : మొదటగా 1 పెన్సిల్ ధరను కనుగొనాలి.

12 పెన్సిళ్ళ ధర	=	₹ 24
1 పెన్సిల్ ధర	=	24 ÷ 12 = ₹ 2
10 పెన్సిల్ ధర	=	10×2 = ₹ 20

ఉదా 2 : 6 సీసాల పండ్ల రసం ₹ 210 అయిన 4 సీసాల పండ్ల రసం వెల ఎంత?

సాధన : 6 సీసాల పండ్ల రసం వెల = ₹ 210

1సీసా పండ్ల రసం వెల = 210 ÷ 6 = ₹ 35

4 సీసాల పండ్ల రసం వెలను పొందుటకు 1 సీసా వెలను 4 చే గుణించాలి.

కావున 4 సీసాల పండ్లరసం వెల = 4×35 = ₹ 140

అభ్యాసం - 11.4

1. 3 ఆపిల్స్ ధర ₹ 45 అయిన 5 యాపిల్స్ వెల ఎంత?
2. లక్ష్మి 7 పుస్తకాలకు ₹ 56 చెల్లించెను. కేవలం 3 పుస్తకాలకు ఎంత చెల్లించాలి?
3. రీనా 300 గ్రా. బియ్యముతో నలుగురికి సరిపడా పలావు వండగలదు. 7 మందికి సరిపడా పలావ్ వండుటకు అవసరమైన బియ్యం ఎన్ని?
4. 16 కుర్చీల ధర ₹ 3600 అయిన ₹ 4500 కు కొనగల్గిన కుర్చీల సంఖ్య ఎంత?
5. స్థిర వేగంతో ప్రయాణిస్తున్న ఒక రైలుబండి 2 గంటలలో 90 కి.మీ. దూరం ప్రయాణించగలదు. అదే వేగంతో 540 కి.మీ. ప్రయాణించుటకు పట్టు సమయమెంత?

6. కుమార్ ఆదాయము 3 నెలలకు ₹ 15000. ఇదే వంతున

ఎ) 5 నెలలకు వచ్చు ఆదాయమెంత?

బి) ₹ 95,000 లను ఎన్ని నెలలకు సంపాదించగలడు?

7. 7 మీటర్ల వస్త్రం వెల రూ.294 చొప్పున 5 మీటర్ల ధర ఎంత?

8. ఒక రైతు వద్ద గల గొఱ్ఱెలు, ఆవుల నిష్పత్తి 8:3

ఎ) ఆవుల సంఖ్య 180 అయినప్పుడు గొఱ్ఱెల సంఖ్య ఎంత?

బి) గొర్రెల సంఖ్యకు మొత్తం పశువుల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తి ఎంత?

సి) మొత్తం పశువుల సంఖ్యకు, ఆవుల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తి ఎంత?

9. 3, 5, 15 మరియు 9 లు అనుపాతంలో ఉన్నవా? వీటి వరసను మార్చి అనుపాతంలో ఉండేట్లు వీలైనన్ని విధాలుగా రాయండి.

10. గడిచిన 30 రోజులలో ఉష్ణోగ్రతలు $15^{\circ}C$ మేర పడిపోయినది. ఇదే విధంగా తగ్గుచూ పోయిన రాబోయే 10 రోజులలో ఎంతమేరకు ఉష్ణోగ్రత తగ్గుతుంది?

11. ఖాళీలను పూరించండి.

$$\frac{15}{18} = \frac{\square}{6} = \frac{10}{\square} = \frac{\square}{30}$$

12. ఎ) వెడల్పు మరియు పొడవుల నిష్పత్తి 2:5 అని ఈయబడినది. క్రింది పట్టికను పూరించండి.

గదివెడల్పు(మీ.లలో)	10	?	40
గది పొడవు (మీ.లలో)	25	50	?

బి) మీ తరగతి గది పొడవు వెడల్పుల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.

13. గీత నెలకు ₹ 12000 సంపాదించును. దానిలో ₹ 3000 లను పొదుపు చేసిన

ఎ) ఖర్చు, పొదుపు బి) పొదుపు, సంపాదన సి) ఖర్చు, సంపాదనల నిష్పత్తులు కనుగొనండి.

14. ఒక కార్యాలయంలో పనిచేయుచున్న 45 మందిలో 25 మంది స్త్రీలు, మిగిలిన వారు పురుషులు అయిన

ఎ) ఆ కార్యాలయంలోని స్త్రీ, పురుషుల నిష్పత్తి ఎంత?

బి) పురుషుల సంఖ్యకు, స్త్రీల సంఖ్యకుగల నిష్పత్తి ఎంత?

15. ఒక సంచిలో కొన్ని పసుపు రంగు మిఠాయిలు, కొన్ని ఆకుపచ్చరంగు మిఠాయిలు కలవు. ప్రతి రెండు పసుపు రంగు మిఠాయిలకు 6 ఆకుపచ్చని రంగు మిఠాయిలు కలవు. ఈ సమాచారం ఆధారంగా పట్టికను నింపండి.

పసుపు		4	6		
ఆకుపచ్చ	6	12		24	
మొత్తం	8		24		40

కింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు తెల్పండి.

i) ఆకుపచ్చ, పసుపురంగు మిఠాయిల నిష్పత్తి ఎంత?

ii) పసుపు రంగు మిఠాయిల సంఖ్య 8 అయినప్పుడు ఆకుపచ్చ మిఠాయిల సంఖ్యఎంత?

iii) మొత్తం మిఠాయిల సంఖ్య 32 అయినప్పుడు పసుపురంగు మిఠాయిల సంఖ్య ఎంత?

iv) మొత్తం మిఠాయిల సంఖ్య 40 అయినప్పుడు ఆకుపచ్చ మిఠాయిల సంఖ్యఎంత?

v) పసుపు రంగు మిఠాయిల సంఖ్య 16 అయినప్పుడు మొత్తం మిఠాయిల సంఖ్య ఎంత?

16. ఒక పాఠశాలలో చెపట్టిన సర్వేలో ప్రతి 4మంది బాలికలకు 5 మంది బాలురు నమోదు అయినట్లుగా తెలిసింది. దీనినాధారంగా పట్టికను నింపండి.

బాలికలు	4	8			
బాలురు			15	20	
మొత్తం					45

i) బాలికల మరియు బాలుర నిష్పత్తి ఎంత?

ii) తరగతిలోని విద్యార్థుల సంఖ్య 27 అయిన బాలికల సంఖ్యఎంత?

iii) 54 మంది విద్యార్థులు గల తరగతిలో బాలుర సంఖ్య ఎంత?

iv) 20 మంది బాలికలు నమోదు అయిన నమోదు కాబడిన బాలుర సంఖ్యఎంత?

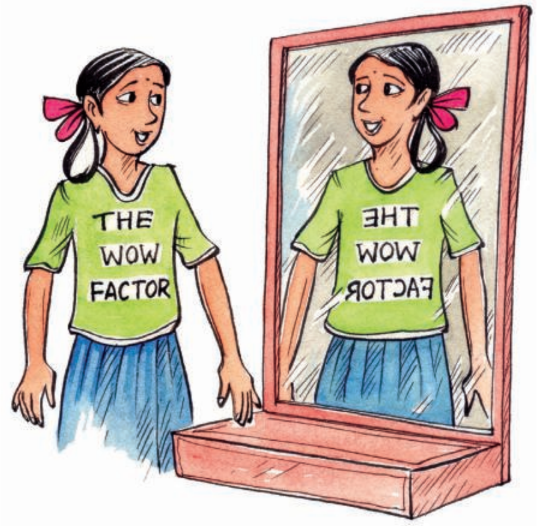
మనం నేర్చుకున్నది.

1. ఒకే ప్రమాణాలలో వ్యక్తపరచబడిన రాశుల పోలికలను నిష్పత్తి అంటాం.
2. రెండు రాశులు 'a', 'b' ల నిష్పత్తిని ఈ క్రింది విధంగా చూపవచ్చు.

   i) సంకేత రూపంలో **a : b** ii) భాగహార రూపంలో $\frac{a}{b}$ iii) వాక్యరూపంలో a, b ల నిష్పత్తి
3. **a : b** నిష్పత్తిలో 'a' ను నిష్పత్తి ప్రథమ పదమని 'b' ని నిష్పత్తి యొక్క ద్వితీయ పదమని అంటారు.
4. నిష్పత్తిలోని పదాలకు 1 తప్ప వేరే ఉమ్మడి కారణాంకం లేనిచో ఆ నిష్పత్తి కనిష్ఠ పదాలలో ఉంది లేదా సామాన్య రూపంలో ఉంది అని అంటారు.
5. నిష్పత్తుల సమానత్వాన్ని అనుపాతం అంటారు.
6. ఒక రాశి విలువను కనుగొని దాని ద్వారా కావలసినన్ని రాసుల విలువను కనుగొను విధానాన్ని ఏకవస్తు మార్గం అంటారు.

సౌష్ఠవం

12.1 ఉపోద్ఘాతము



శిరీష ఎగ్జిబిషన్‌కు వెళ్ళడానికి అద్దం ముందు నిలబడి తయారవుతోంది. ఆమె తన టీ షర్ట్ పై వున్న వాక్యం అద్దంలో ఆసక్తి కరంగా వుండడాన్ని గమనించింది.

ఆమె టీ షర్ట్ పై రాసి వున్న మూడు పదాలు "THE WOW FACTOR" లలో కేవలం "WOW" అనేది మాత్రమే అద్దంలో షర్ట్ పై ఉన్న విధంగా కనిపిస్తోంది.

ఆమె తనవద్దనున్న అక్షరాల కార్డులను బయటకు తీసి వాటిలో ఏ అక్షరాలకు అద్దంలో అదే ప్రతిబింబముంటుందో నని పరీక్షించడం మొదలుపెట్టింది.

శిరీష ఇలా అద్దం ముందు వివిధ అక్షరాల నుంచి వాటి ప్రతిబింబాలను చూస్తూ ఆడుకోసాగింది.

ఇవి చేయండి

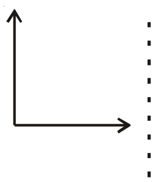
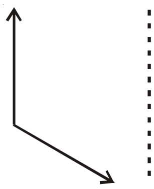
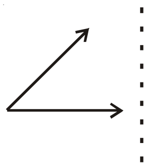
క్రింద ఇచ్చిన ప్రతీ అక్షరాన్ని వాటి అద్దంలోని ప్రతిబింబంతో జతపరచండి. చుక్కల గీత అద్దం ఉంచిన స్థానాన్ని సూచిస్తుంది.

	అక్షరం	ప్రతిబింబం
i.	B	ᑲ
ii.	L	Ɓ
iii.	N	W
iv.	M	И
v.	P	T
vi.	T	⅃

ఇంకా ఏయే అక్షరాలు మరియు పదాలు అద్దంలో అవే ప్రతిబింబాన్ని కలిగివుంటాయో మీరు ఆలోచించగలరా?

ప్రయత్నించండి

1. చుక్కల గీత వెంబడి అద్దాన్ని నిటారుగా ఉంచి పటాల ప్రతిబింబాలను గమనించండి మరియు ప్రతిబింబాలను గీయండి.

i.  ii.  iii. 

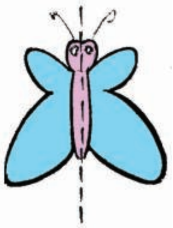
మీరు ఏదైనా మార్పును పరిశీలించారా?

ప్రతిబింబాలలో ఏర్పడిన కోణాలు, ఇచ్చిన పటాలలోని కోణాలు ఒకే విధంగా ఉన్నాయా?

ఇలా పరావర్తనం చెందేటపుడు, మనం అద్దం వుంచిన స్థానాన్ని దిశను బట్టి కోణం, ఇచ్చిన చిత్రంలోని ఎడమ చేతి వైపుకోణం, ప్రతిబింబంలో కుడిచేతి వైపు కోణంగాను, అలాగే క్రింది వైపుకి వున్న కోణం పై వైపుకి వున్నట్లు గాను కనిపిస్తాయి.

12.2 రేఖా సౌష్ఠవం

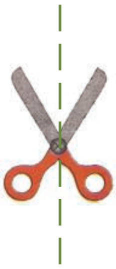
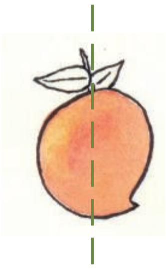
కింది చిత్రాలను పరిశీలించండి మీరు ఏమి గమనించారు?



పై చిత్రాలు సౌష్ఠవంగా వుండడం వల్ల అందంగా కనిపిస్తున్నాయి. ఈ చిత్రాన్ని యిచ్చిన చుక్కల గీత వెంబడి మడిస్తే ఒక భాగం వేరొక భాగంతో ఖచ్చితంగా ఏకీభవిస్తాయి. దీనినే పరావర్తన సౌష్ఠవమనీ, మనము ఏ రేఖ వెంబడి కాగితాన్ని మడిచామో ఆ రేఖను సౌష్ఠవరేఖ లేదా సౌష్ఠవాక్షము అనీ అంటారు.

ఇవి చేయండి

కింద యిచ్చిన చిత్రాలలో ఏవి సౌష్ఠవ పటాలో కనుగొనండి.

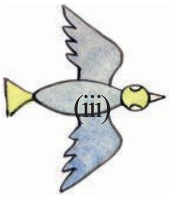
 

మనము ప్రతీ పటానికి సౌష్ఠవ రేఖను కనుగొనగలమా?

మోహిత్ చుక్కల గీత వెంబడి అద్దాన్ని వుంచి, ప్రతిబింబం వలన చిత్రం పూర్తయ్యిందా లేదా అని చూస్తున్నాడు. మోహిత్ యిలా చేయడం సరియైనదని నీవు భావిస్తున్నావా?

కింది చిత్రాలను గమనించండి.

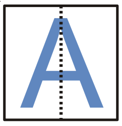
(i) M (ii) G


(iii)

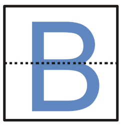
మొదటి మరియు మూడవ చిత్రాలు సౌష్ఠవ పటాలు. పై ఉదాహరణలో 'M నకు సౌష్ఠవరేఖ నిలువుగా వుంటే పక్షి చిత్రంలో సౌష్ఠవరేఖ అడ్డంగా వుంది.

ఏ గీత వెంబడి మనము చిత్రాన్ని మడిచినపుడు రెండు భాగాలు ఒకదానితో ఒకటి సరిగ్గా ఏకీభవిస్తాయో ఆ రేఖనే సౌష్ఠవరేఖ అంటాము. ఇది అడ్డుగా, నిలువుగా లేదా ఒక మూలగా (కర్ణం వెంబడి) వుండవచ్చును.

అక్షరాలతో ఆట



ఒక ఉల్లిపొర కాగితం పై ఆంగ్ల అక్షరం A ని రాయండి. దీని మధ్యలో నిలువుగా ఒక చుక్కల గీతను గీసి, ఆ గీత వెంబడి కాగితాన్ని మడవండి. రెండు భాగాలు ఏకీభవిస్తున్నాయా? ఆ చుక్కల గీత సౌష్ఠవ రేఖ అవుతుంది మరియు ఆంగ్ల అక్షరము A కి నిలువు సౌష్ఠవ రేఖ వుంటుంది.



అదే విధంగా ఆంగ్ల అక్షరము B కి సౌష్ఠవ రేఖను కనుగొనండి. దానికి అడ్డ సౌష్ఠవ రేఖ వుంటుందని గమనించగలం.

ప్రయత్నించండి

ఆంగ్ల అక్షరమాలను A నుండి Z వరకు రాయండి. వాటిలో ఏ అక్షరాలు

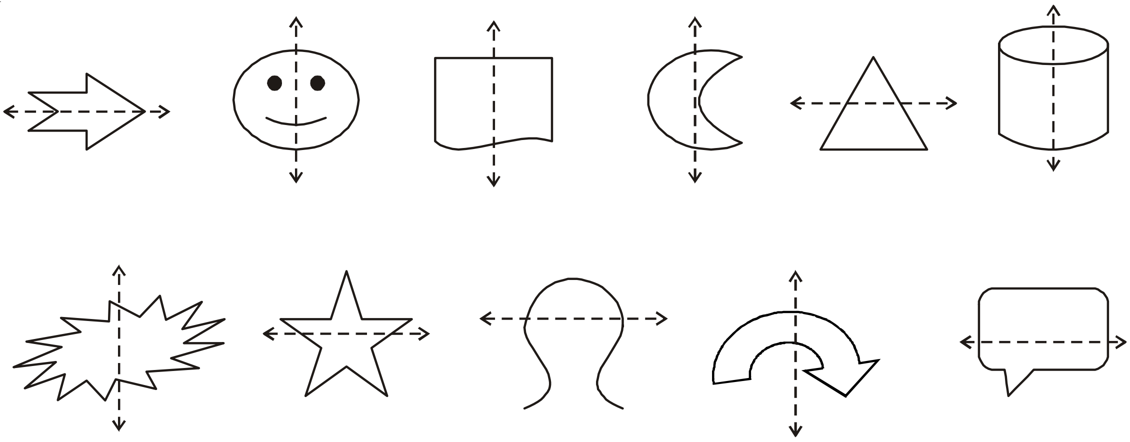
i) నిలువు సౌష్ఠవరేఖను

ii) అడ్డు సౌష్ఠవరేఖను

iii) సౌష్ఠవ రేఖలు లేకుండా వుంటాయో కనుగొనండి.

ఇవి చేయండి

క్రింద యిచ్చిన పటాలలో చుక్కల గీత సౌష్ఠవ రేఖ అవుతుందో, లేదో సరి చూడండి.



ప్రయత్నించండి

రేఖా సౌష్ఠవాన్ని కలిగిన ఐదు చిత్రాలను గీయండి.

సౌష్ఠవంగా లేని ఐదు చిత్రాలను గీయండి.

కృత్యము

ఒక కాగితాన్ని తీసుకొని, దానిని మధ్యకు మడవండి.

కాగితాన్ని తెరిచి, కొన్ని సిరా చుక్కలను చల్లి మరల మడవండి.

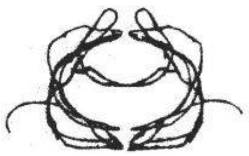
రెండు సగభాగాలను దగ్గరకు వత్తి మరల కాగితాన్ని తెరవండి.

కాగితం మడత వెంబడి సౌష్ఠవ రేఖ ఉంది కదూ! ఏర్పడిన పటం సౌష్ఠవంగా ఉందా! సౌష్ఠవ రేఖ ఎక్కడ ఉంటుందో పరిశీలించండి.

వివిధ రంగు సిరాలను వుపయోగిస్తూ యిటువంటి అనేక సౌష్ఠవ పటాలను తయారుచేయండి.

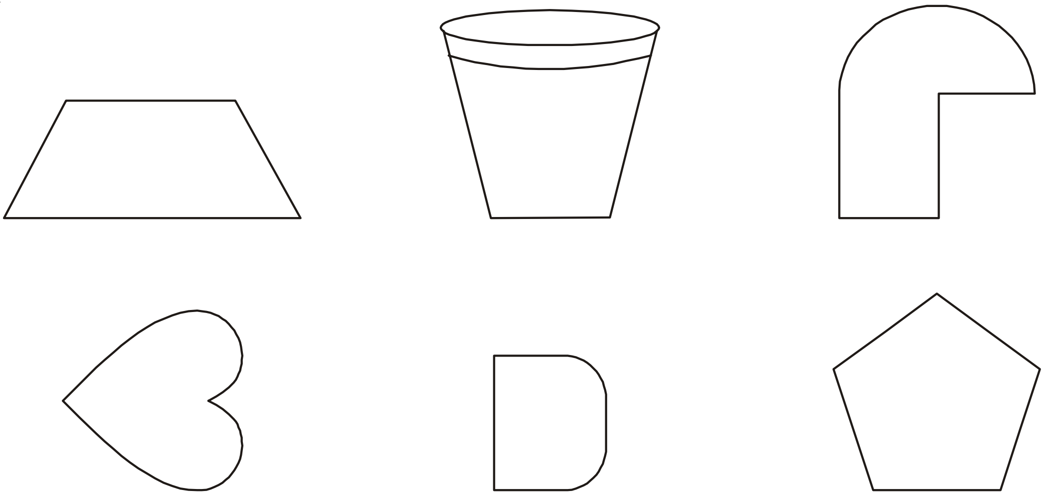
రంగు - దారం అమరికలు

ఒక కాగితాన్ని మధ్యకు మడవండి. కాగితాన్ని తెరిచి ఒకవైపు సగభాగంలో రంగు సిరాలో లేదా వివిధ రంగుల పెయింట్లలో ముంచిన దారాన్ని అమర్చండి. యిప్పుడు కాగితాన్ని మడిచి మధ్యలో దారం వుంచిన భాగాన్ని ఒత్తి పట్టుకొని దారపుకొనను నెమ్మదిగా బయటకు లాగండి. వచ్చిన చిత్రాన్ని పరిశీలించండి. యిది సౌష్ఠవ పటమేనా? రెండు సర్వసమాన భాగాలను పొందదానికి దీనిని ఎన్ని విధాలుగా మడవవచ్చును?

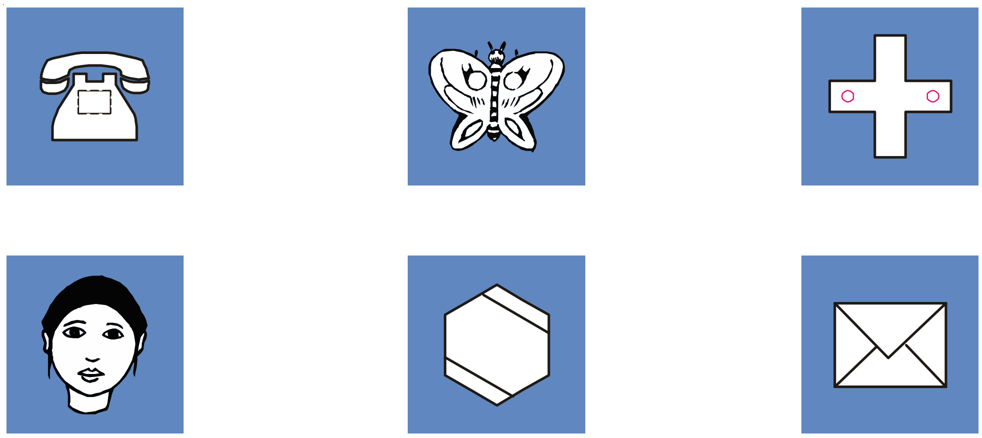


అభ్యాసం - 12.1

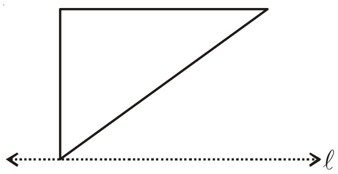
1. క్రింద యిచ్చిన పటాలు సౌష్ఠవ పటాలో కాదో సరిచూడండి. సౌష్ఠవ పటమైనచో దానికి సౌష్ఠవ రేఖను గీయండి.



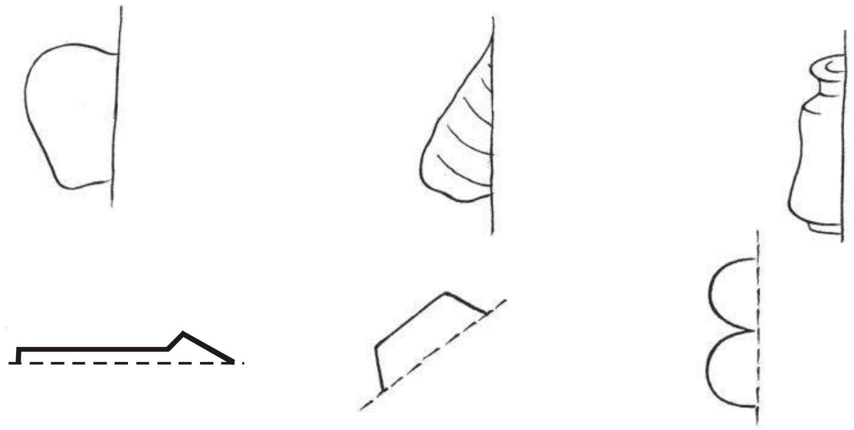
2. క్రింద ఇచ్చిన పటాలలో వీలైనన్ని చోట్ల సౌష్ఠవాక్షములు గీయండి.



3. ఇచ్చిన పటంలో ℓ అనేది సౌష్ఠవ రేఖ. ఆ పటం సౌష్ఠవ మయ్యేటట్లు మిగిలిన భాగాన్ని పూర్తిచేయండి.



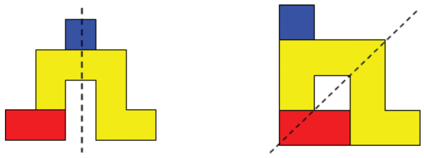
4. క్రింద ఇచ్చిన పటాలకు చుక్కలగీత సౌష్ఠవ రేఖ అయ్యేటట్లు పటాలను పూర్తి చేయండి.



ఆట

ఈ కింద మూడు వివిధ ఆకారాలు ఇవ్వబడ్డాయి. మీనాక్షి మరియు రాహుల్ ఈ మూడు ఆకారాలతో వివిధ సౌష్ఠవాకారాలను తయారుచేయటానికి ప్రయత్నించారు.

ఆకారాలు



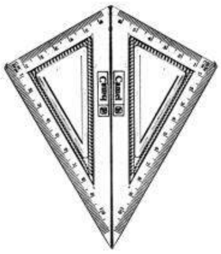
సౌష్ఠవ ఆకారాలు
(i)

సౌష్ఠవ ఆకారాలు
(ii)

ఈ మూడు ఆకారాలను నకలు గీసి, వివిధ సౌష్ఠవ ఆకారాలను తయారుచేయండి. మీ మిత్రులు చేసిన వాటితో సరిపోల్చండి. ఎవరు ఎక్కువ సౌష్ఠవ ఆకారాలను తయారుచేసారు?

12.3 బహుళ సౌష్ఠవ రేఖలు

గాలి పటం

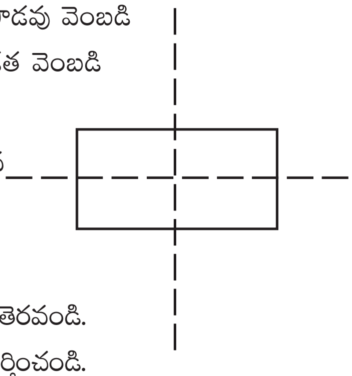


మీ వద్ద నున్న జ్యామితీయ పెట్టెలో రెండు మూల మట్టాలు వుంటాయి. దానిలో ఒక మూల మట్టంలోని కోణాలు 30°, 60°, 90° ఇటువంటి రెండు మూల మట్టాలను పటంలో చూపినట్లు ఒకదాని ప్రక్కన ఒకటి వుంచితే గాలిపటం ఆకారం ఏర్పడుతుంది.

ఈ ఆకారానికి ఎన్ని సౌష్ఠవ రేఖలు వున్నాయి?

కొన్ని ఆకారాలకు ఒకటి కంటే ఎక్కువ సౌష్ఠవ రేఖలు వుంటాయని భావిస్తున్నావా?

దీర్ఘచతురస్రం



ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార కాగితాన్ని (పోస్ట్‌కార్డ్ వంటిది) తీసుకొండి. దాని పొడవు వెంబడి మధ్యకు మడవగా ఒక సగభాగంతో ఖచ్చితంగా ఏకీభవించాలి. అయితే యీ మడత వెంబడి ఏర్పడిన రేఖ సౌష్ఠవరేఖ అవుతుందా? ఎందుచేత?

కాగితం మడతను విప్పి మరల వెడల్పు వెంబడి మధ్యకు మడవండి. ఇప్పుడు ఏర్పడిన రెండవ మడత వెంబడి రేఖ కూడా సౌష్ఠవరేఖ అవుతుందా? ఎందుకు?

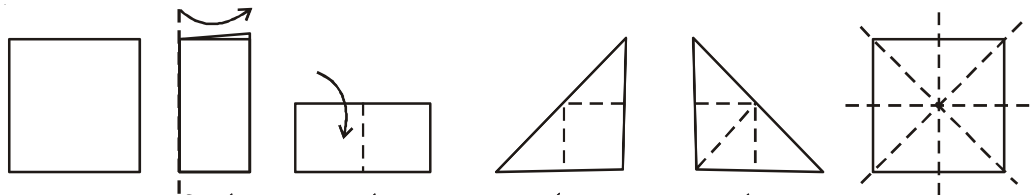
ఇలా ఏర్పడిన రెండు రేఖలు స్థౌషవ రేఖలని నీవు కనుగొన్నావా?

ఒక చతురస్రాకార కాగితాన్ని తీసుకోండి. దానిని మధ్యకు మడవండి. మడత తెరవండి. మడత వెంబడి సౌష్ఠవ రేఖ ఉంటుందా? ఎందుచేత? రెండు సగాలు సర్వసమానమని గుర్తించండి. ఈ కాగితాన్ని వీలైనన్ని విధాలుగా మడవండి. ఏర్పడిన సౌష్ఠవ రేఖలను కనుగొనండి. ఎన్ని సౌష్ఠవ రేఖలు ఉంటాయి.

ఇదే విధంగా ఒక సమబాహు త్రిభుజము, సమద్విబాహు త్రిభుజములకు ఎన్ని సౌష్ఠవ రేఖలు ఏర్పడతాయో ఆలోచించండి.

ఇటువంటి ఎన్ని మడతలు సాధ్యపడతాయి.

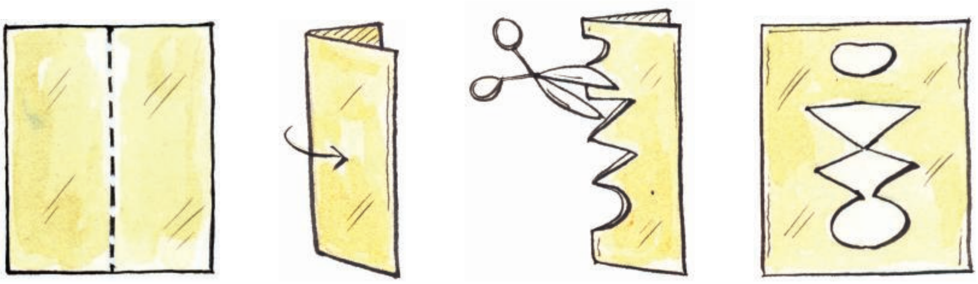
ఒక చతురస్రానికి నాలుగు సౌష్ఠవ రేఖలు వుంటాయి.



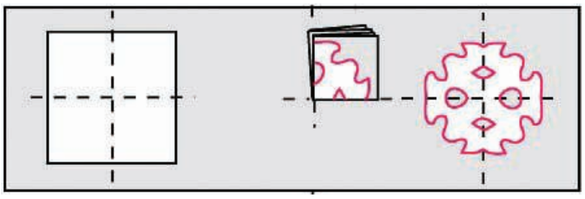
కాగితం కళ - సౌష్ఠవత

మీరు స్వాతంత్ర్యదినోత్సవం, గణతంత్ర దినోత్సవాలకు మీ తరగతి గదిని ఎలా అలంకరించారో గుర్తుతెచ్చుకొండి. చతురస్రంలో ఉండే కాగితాలను పలు డిజైన్‌లలో కత్తిరించి అతికించి వుంటారు కదా! మరి యీ డిజైన్‌లను ఎలా కత్తిరించాలో మీకు తెలుసా?

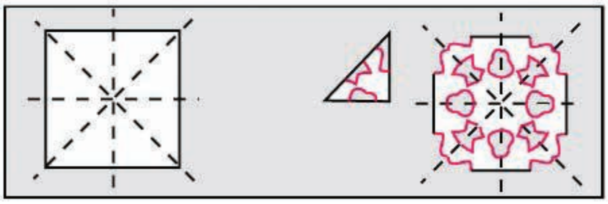
ఒక చతురస్రాకారపు కాగితాన్ని తీసుకొని దానిని నిలువుగా మధ్యకు మడవండి. పటంలో చూపినట్లు, మడిచిన కాగితం పై డిజైన్‌ను గీసి అంచుల వెంబడి కత్తిరించండి. కాగితాన్ని తెరచి చూడగా ఒక సౌష్ఠవ రేఖను కలిగిన సౌష్ఠవ పటాన్ని చూడవచ్చును.



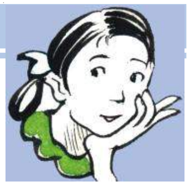
ఒక చతురస్ర కాగితాన్ని తీసుకొని మధ్యలోకి అడ్డుగాను, నిలువుగాను మడవండి. మడతపై పటంలో చూపినట్లు ఒక డిజైన్‌ను గీసి అంచుల వెంబడి కత్తిరించండి. కాగితాన్ని తెరిచి చూడగా రెండు సౌష్ఠవ రేఖలను కలిగిన సౌష్ఠవ పటాన్ని చూడవచ్చును.



ఒక చతురస్రాకార కాగితాన్ని తీసుకొని అడ్డుగాను, నిలువుగాను, మూలగాను మడవండి. మడత పై పటంలో చూపినట్లు డిజైన్‌ను గీసి అంచుల వెంబడి కాగితాన్ని కత్తిరించండి. కాగితాన్ని తెరిచి చూడగా నాలుగు సౌష్ఠవ రేఖలను కలిగిన సౌష్ఠవ పటాన్ని చూడవచ్చును. ఇదే విధంగా అనేక డిజైన్‌లను తయారుచేయండి.

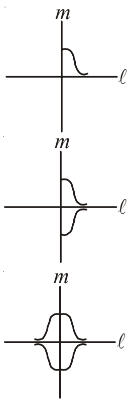


ఆలోచించండి - చర్చించండి



1. కాగితాన్ని నాలుగు సార్లు మడత పెట్టి కత్తిరించినట్లైతే ఆ పటానికి ఎన్ని సౌష్ఠవ రేఖలు ఏర్పడుతాయి?
2. నాలుగు సర్వసమాన చిత్రాలు ప్రక్కప్రక్కనే రావాలంటే కాగితాన్ని ఎన్నిసార్లు మడత పెట్టి కత్తిరించాలి?

సౌష్ఠవ పటాన్ని ఏ విధంగా గీయవచ్చు



i) పక్క పటంలో చూపిన చిత్రాన్ని గీయండి.

ii) రెండు సౌష్ఠవ రేఖలు కలిగిన చిత్రాన్ని మనము గీయాలి. ℓ ,m. లను సౌష్ఠవ రేఖలుగా తీసుకొని చిత్రాన్ని పూర్తిచేయాలి.

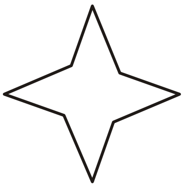
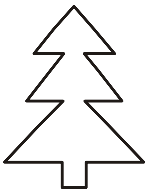
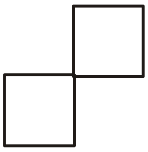
iii) పటంలో చూపినట్లు ℓ సౌష్ఠవరేఖగా వుండేటట్లు వక్రానికి ప్రతిబింబాన్ని గీయాలి.

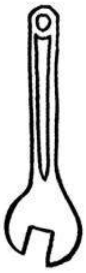
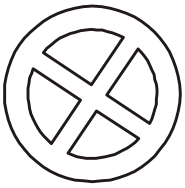
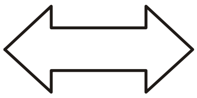
iv) చిత్రం పూర్తి కావాలంటే అది రేఖ m దృష్ట్యా కూడా సౌష్ఠవంగా వుండాలి. కావున దృష్ట్యా ప్రతిబింబాన్ని గీయండి. ఏర్పడిన పటానికి రెండు సౌష్ఠవ రేఖలు ఉంటాయి.

ఇదే విధంగా రెండు సౌష్ఠవ రేఖలు కలిగిన పటాలు గీయటానికి ప్రయత్నించండి. ఆరు సౌష్ఠవ రేఖలు గల పటాన్ని గీయడానికి ప్రయత్నించండి.

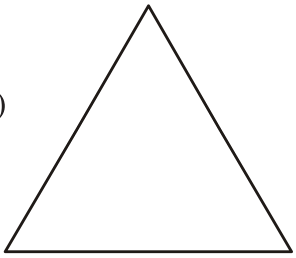
అభ్యాసం - 12.2

1. రెండు సౌష్ఠవ రేఖలు కలిగిన ఏవైనా ఐదు మానవ నిర్మిత వస్తువుల పేర్లు రాయండి.
2. రెండు లేదా అంతకన్నా ఎక్కువ సౌష్ఠవ రేఖలు కలిగిన ఏవైనా ప్రకృతిలో లభించే ఐదు వస్తువుల పేర్లు రాయండి.
3. కింద యిచ్చిన ఆకారాలకు సౌష్ఠవరేఖల సంఖ్యను కనుగొనండి.

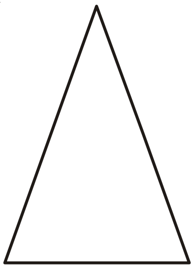
(i) 
(ii) 
(iii) 

(iv) 
(v) 
(vi) 

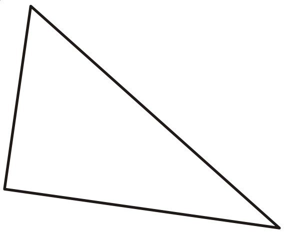
4. కింది పటాలకు సాధ్యమైనన్ని సౌష్ఠవ రేఖలు గీయండి.

(i) 

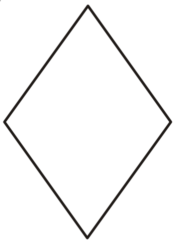
సమబాహు త్రిభుజం

(ii) 

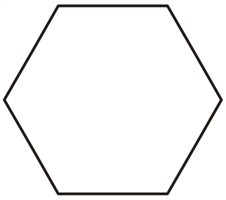
సమద్విబాహు త్రిభుజం

(iii) 

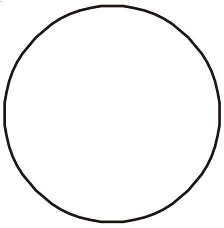
విషమబాహు త్రిభుజం

(iv) 

సమభుజ చతుర్భుజం

(v) 

షడ్భుజి

(vi) 

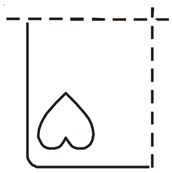
వృత్తం

5. పై సమస్యలోని సమాధానాలను ఉపయోగించుకొంటూ కింది పట్టికను నింపండి.

	ఆకారం	సౌష్ఠవ రేఖల సంఖ్య
i)	సమబాహు త్రిభుజము	
ii)	సమద్విబాహు త్రిభుజము	
iii)	విషమబాహు త్రిభుజము	
iv)	సమభుజ చతుర్భుజము (రాంబస్)	
v)	షడ్భుజి	
vi)	వృత్తము	

6. కొన్ని మడత పెట్టిన కాగితాలు, మడతలపై గీయబడిన డిజైన్‌తో ఈయబడ్డాయి. ప్రతి సందర్భంలో ఆ డిజైన్ కత్తిరించగా, పూర్తి చిత్రం ఎలా ఏర్పడుతుందో దాని చిత్తు పటాన్ని గీయండి.

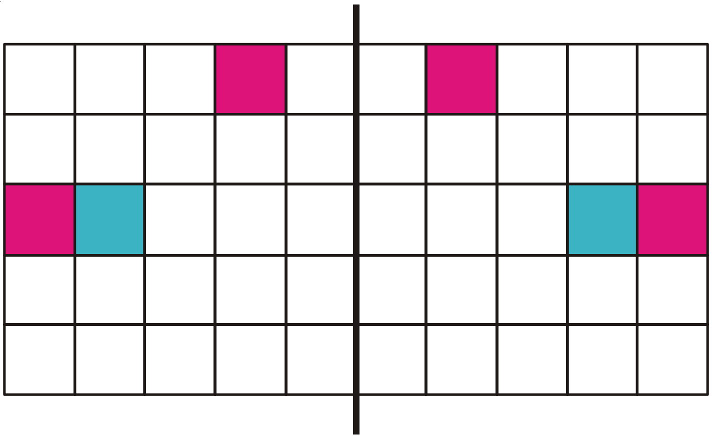
కాగితం నిలువుగా మడిచినపుడు



కాగితం నిలువుగా మరియు అడ్డంగా మడిచినపుడు

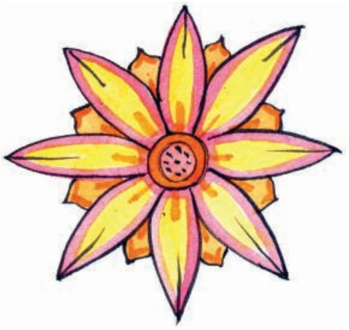
తరగతి గది ప్రాజెక్ట్

ఒక గళ్ళ కాగితాన్ని తీసుకోండి. ఇటువంటి కాగితాలు కల పుస్తకాన్ని మీరు క్రింది తరగతులలో గణిత అభ్యాసానికి ఉపయోగించి వుంటారు. పటంలో చూపినట్లు, ఈ కాగితం పై మధ్యలో నిలువుగా ఒక సౌష్ఠవ రేఖను గీయండి. ఈ నిలువు గీతకు ఒక వైపు ఒక చదరాన్ని రంగుతో నింపండి. ఒక విద్యార్థిని నిలువు గీతకు రెండో వైపు ఆ చదరానికి సౌష్ఠవంగా వుండే చదరాన్ని గుర్తించి రంగుతో నింపమనండి. తరువాత ఆ విద్యార్థి మరొక చదరాన్ని ఎంచుకొని రంగుతో నింపాలి. అపుడు వేరొక విద్యార్థి మరల సౌష్ఠవ చదరాన్ని గుర్తించి రంగుతో నింపాలి.



ఇంటి ప్రాజెక్ట్

మీ పరిసరాల నుండి సౌష్ఠవత కలిగిన ఆకారాలను సేకరించి 'స్క్రాప్' పుస్తకంలో అంటించండి. అలాగే వివిధ సౌష్ఠవత కలిగిన ముగ్గులను సేకరించి 'స్క్రాప్' పుస్తకంలో గీయండి. ఆ అమరికలలో వున్న సౌష్ఠవ రేఖలను గుర్తించి గీయండి. క్రింద మీకు కొన్ని ఉదాహరణలు రాయబడ్డాయి.



మనం నేర్చుకున్నవి

1. యిచ్చిన పటాన్ని రెండు సర్వసమాన భాగాలుగా విభజించేటట్లు ఒకరేఖను గీయగలిగితే, ఆ పటానికి రేఖా సౌష్ఠవం వుంది అంటాం.

2. కొన్ని పటాలకు సౌష్ఠవరేఖలు వుండకపోవచ్చును, కొన్నింటికి ఒకే ఒక సౌష్ఠవ రేఖ వుంటే మరికొన్నింటికి రెండు సౌష్ఠవరేఖలు, మరికొన్ని పటాలకు బహుళ సౌష్ఠవ రేఖలు వుంటాయి. ఇక్కడ కొన్ని ఉదాహరణలు ఈయబడ్డాయి.

సౌష్ఠవరేఖల సంఖ్య	ఉదాహరణ
సౌష్ఠవరేఖలు లేవు	విషమబాహు త్రిభుజము
ఒకే ఒక సౌష్ఠవరేఖ	సమద్విబాహు త్రిభుజము
రెండు సౌష్ఠవరేఖలు	దీర్ఘచతురస్రము
మూడు సౌష్ఠవరేఖలు	సమబాహు త్రిభుజము
అనంత సౌష్ఠవరేఖలు	వృత్తము

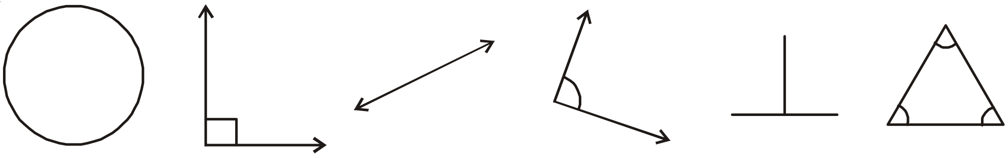
3. రేఖా సౌష్ఠవమనేది, అద్దంలో పరావర్తనానికి చాలా సామీప్యముంది. అద్దంలో పరావర్తనాలను చూసేటపుడు దిశలో ఏర్పడే కుడి ↔ ఎడమ మార్పులను పరిగణనలోనికి తీసుకోవాలి.

4. మన నిత్యజీవితంలో సౌష్ఠవతకు అనేక ఉపయోగాలున్నాయి. కళలు, నిర్మాణ రంగం, వస్త్ర సాంకేతికలో, డిజైన్ల తయారీలో జ్యామితీయ తార్కికతలో, రంగవల్లులు వేయడం, మొదలైన వివిధ రంగాలలో సౌష్ఠవత ఉపయోగపడుతుంది.

ప్రాయోగిక జ్యామితి

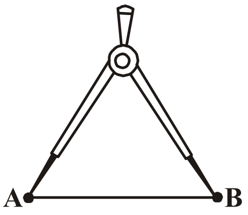
13.1. పరిచయం

పెన్సిల్ నుపయోగించి ఈ క్రింది ఇవ్వబడిన ఆకారాలను మీ నోట్ పుస్తకములో గీయుము.

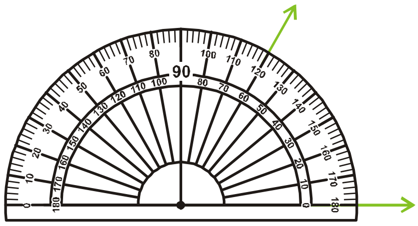


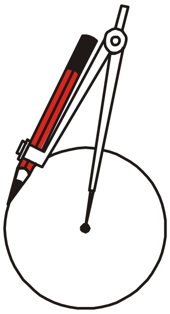
మీరు గీచిన పటాలు పైన ఇచ్చిన వాటివలే ఉన్నాయా? స్కేలు మరియు కోణమానిని సహాయముతో వాటిని కొలవండి. వాటి కొలతలు సరిగాలేవని గ్రహిస్తారు ఇచ్చిన పటాల వలె ఖచ్చితముగా మనము కూడా గీయడానికి మనకు కొన్ని పరికరాలు కావాలి. ఈ అధ్యాయములో వృత్తలేఖినిని, కోణమానిని, స్కేలు నుపయోగించి జ్యామితీయ ఆకృతులను నిర్మించడం నేర్చుకొందాం. జ్యామితీయ ఆకృతులను నిర్మించేందుకు మనముపయోగించే పరికరాలు స్కేలు, కోణమానిని మరియు వృత్తలేఖిని, విభాగిని అనునవి జ్యామితీయ ఉపకరణాల పెట్టెలోని పరికరములు; జ్యామితీయ ఉపకరణముల పెట్టెను పరిశీలిద్దాం.

జ్యామితీయ ఉపకరణాల పెట్టెలో ఏమేమి ఉంటాయి? స్కేలు, వృత్తలేఖిని, కోణమానినితో పాటు విభాగిని మరియు మూలమట్టములు ఉంటాయి. రేఖలు, రేఖాఖండములు కొలవడానికి గీయటానికి స్కేలును; వృత్తములు, చాపములు గీయుటకు వృత్తలేఖిని; ఇచ్చిన కొలతలు గల కోణాలు గీయటానికి, కోణాలను కొలవడానికి కోణమానిని; ఇచ్చిన రేఖాఖండమును సమానభాగములుగా విభజించడానికి, రేఖపై బిందువులను గుర్తించడానికి విభాగిని ఉపయోగపడతాయి.



విభాగిని


కోణమాని


వృత్తలేఖిని

13.2. రేఖాఖండము

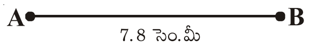
A మరియు B అనే రెండు బిందువులను కాగితంపై గుర్తించాం అనుకుందాం.

A మరియు B బిందువుల మధ్య కనిష్ట ఋజుమార్గమును రేఖాఖండము అందురు. దీనిని $\overline{AB}$ చే సూచిస్తారు. A, B బిందువుల మధ్య దూరము AB యొక్క పొడవు అందురు. అందుచే రేఖాఖండము నిర్ధిష్ట పొడవును కల్గి యుంటుంది. దీనిని మనము కొలవగలం.

13.2.1 ఇచ్చిన కొలతతో రేఖాఖండమును నిర్మించుట

ఇచ్చిన కొలతతో రేఖాఖండమును నిర్మించుటకు రెండు మార్గాలు ఉన్నవి.

1. స్కేలు సహాయముతో : 7.8 సెం.మీ పొడవు గల రేఖాఖండము నిర్మించాలని అనుకొంటే ఈ కింది విధంగా గీయవచ్చు.



కాగితంపై స్కేలును కదలకుండా పెట్టి, 0 సెం.మీ కొలత వద్ద పెన్సిల్ నుపయోగించి ఒక బిందువును పెట్టాలి. బిందువుకు A అనే పేరు పెట్టాలి. 7 సెం.మీ దాటిన తరువాత 8 చిన్నగీతలను లెక్కపెట్టి ఆ స్థానములో మరో బిందువును పెట్టాలి. ఆ బిందువుకు B అని పేరు పెట్టాలి. స్కేలు సహాయంతో A మరియు B బిందువులను పెన్సిల్‌తో కలపాలి. మనము కోరిన 7.8 సెం.మీ పొడవు గల రేఖాఖండము నిర్మితమయింది.

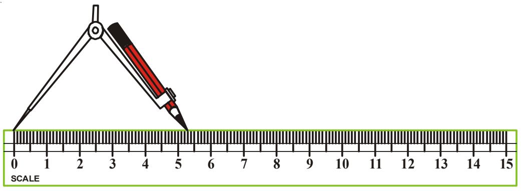
2. వృత్తలేఖిని నుపయోగించి :

మనము 5.3 సెం.మీ పొడవు గల రేఖాఖండమును గీద్దాం అని అనుకొందాం. దీనికొరకు

సోపానము 1 :

l అనే రేఖను గీయాలి. దానిపై ఒక బిందువును గుర్తించి A అని పేరు పెట్టాలి.

సోపానము 2 : వృత్తలేఖిని యొక్క లోహపు ముల్లును స్కేలు యొక్క '0' సెం.మీ స్థానములో ఉంచి పెన్సిల్ ముల్లును 5.3 సెం.మీ ల వద్ద నుంచాలి.



సోపానము 3 :

వృత్తలేఖిని యొక్క లోహపు ముల్లును రేఖ *l* పై నున్న బిందువు A వద్ద నుంచి రేఖపై ఒక చాపమును గీయాలి. చాపము, రేఖ యొక్క ఖండిత బిందువును B అని పేరు పెట్టాలి.

సోపానము 4 : రేఖపై మనము కోరిన 5.3 సెం.మీ పొడవు గల రేఖాఖండము నిర్మితమయినది.

అభ్యాసం - 13.1

1. 6.9 సెం.మీ. పొడవు గల రేఖాఖండమును నిర్మించండి. స్కేలు మరియు వృత్తలేఖిని ఉపయోగించండి.
2. స్కేలు సహాయముతో 4.3 సెం.మీ. పొడవు గల రేఖాఖండమును నిర్మించండి.
3. 6 సెం.మీ పొడవుగల MN అనే రేఖాఖండమును నిర్మించండి. దానిపై O అనే బిందువును గుర్తించి MO, ON మరియు MN పొడవులను కొలవండి. మీరు ఏమి గమనించారు.
4. $\overline{AB}$ = 12 సెం.మీ రేఖాఖండమును నిర్మించండి. $\overline{AB}$ పై C అనే బిందువును $\overline{AC}$ = 5.6 సెం.మీ. అయ్యే విధముగా గుర్తించండి. రేఖాఖండము $\overline{CB}$ యొక్క పొడవు ఎంతవుతుంది? దానియొక్క పొడవును కొలవండి.
5. AB = 12 సెం.మీ. అని ఇవ్వబడినది

   (అ) పై పటములో ఈ కింది వానియొక్క పొడవులను కొలవండి.

   a) $\overline{CD}$ b) $\overline{DB}$ c) $\overline{EA}$ d) $\overline{AD}$

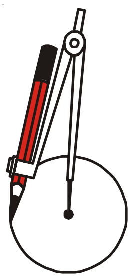
   (ఆ) $\overline{AE}$ - $\overline{CE}$ = $\overline{AC}$ అవుతుందా?

6. AB = 3.8 సెం.మీ. MN = 3AB అయ్యే విధంగా వృత్తలేఖిని నుపయోగించి MN రేఖాఖండమును గీయుము. స్కేలు నుపయోగించి సరిచూడండి.

13.3 వృత్తమును నిర్మించడం

ప్రక్కనివ్వబడిన చక్రమును పరిశీలించండి. దానియొక్క పరిధిపై నున్న బిందువులన్నియూ కేంద్రం నుండి సమాన దూరంలో ఉన్నవి. ఈ విధంగా ఉన్న మరికొన్ని ఆకారాలను చెప్పండి. గాజు, గిన్నెయొక్క పైభాగము, కంచం మొదలగు ఆకారములు చక్రమును పోలియుంటాయి. ఈ ఆకారములన్నియు నిర్ధిష్ట పరిమాణమును కల్గి యున్నాయి. నిర్ధిష్ట వ్యాసార్ధము గల వృత్తమును గీయడానికి వృత్త లేఖిని నుపయోగిస్తారు.

నిర్మాణము



సోపానము 1 : వృత్తలేఖిని యొక్క రెండు ముల్లుల మధ్య దూరమును అవసరమైనంతగా పెంచాలి. వాటిమధ్య దూరం ఉదాహరణకు 3.7 సెం.మీ. ఉండే విధముగా తీసుకొందాం.

సోపానము 2 : పెన్సిల్ ముల్లుతో ఒక బిందువును గుర్తించి దానికి O గా పేరు పెడదాము.

సోపానము 3 : వృత్తలేఖిని యొక్క లోహపు ముల్లును O పై నుంచాలి.

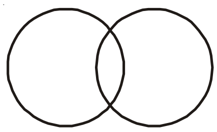
సోపానము 4 : లోహపు ముల్లు కదలకుండా పెన్సిల్ ముల్లును నెమ్మదిగా చుట్టూ కదపాలి. (వృత్తమును గీయడము ఒకే ప్రయత్నములో జరగాలి)

ప్రయత్నించండి

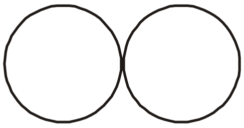
రెండు వృత్తములు ఈ కింద సూచించబడిన విధంగా వివిధ వ్యాసార్ధములతో గీయండి.

i) రెండు బిందువుల వద్ద ఖండించుకొనే వృత్తములు

ii) బాహ్యముగా స్పర్శించుకొనే రెండు వృత్తములు.



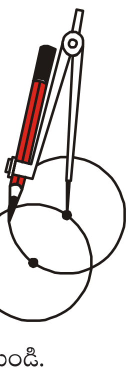
(i)

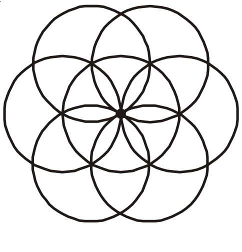


(ii)

అభ్యాసం - 13.2

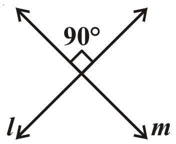
1. 4 సెం.మీ వ్యాసార్ధం, M కేంద్రముగా గల వృత్తమును నిర్మించండి.
2. X కేంద్రముగా, 10 సెం.మీ వ్యాసముగా గల వృత్తమును నిర్మించండి.
3. 2 సెం.మీ, 3 సెం.మీ, 4 సెం.మీ మరియు 5 సెం.మీ॥ వ్యాసార్ధములుగా గల నాలుగు వృత్తములను 'P' కేంద్రముగా గీయండి.
4. ఒక వృత్తమును గీయండి. మూడు బిందువులు A,B మరియు C లను ఈ క్రింద సూచించిన విధముగా గుర్తించండి.
   i. A వృత్తముపై ఉండాలి.
   ii. B వృత్తము లోపల ఉండాలి.
   iii. C వృత్త బాహ్యములో ఉండాలి.





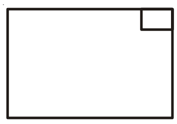
కృత్యము : మీరు కోరిన వ్యాసార్ధముతో వృత్తమును గీయాలి. దానిపై ఒక బిందువును గుర్తించి వృత్తలేఖిని సహాయముతో వ్యాసార్ధమును మార్చకుండా వృత్తమును గీయాలి. అది మొదటి వృత్తపరిధిని రెండు బిందువుల వద్ద ఖండిస్తుంది. ఈ రెండు బిందువుల నుండి మరల వృత్తములను గీయాలి. ఈ విధమును కొనసాగిస్తే మనకు అందమైన చిత్రము వస్తుంది. వాటికి రంగులు వేయండి.

13.4 లంబరేఖలు



రెండు రేఖలు (లేదా కిరణాలు లేదా రేఖాఖండాలు) ఖండించుకొన్నపుడు, వాటి మధ్య కోణం లంబకోణం అయితే అవి ఒక దానికొకటి లంబంగా ఉన్నాయని అంటాం కదా!

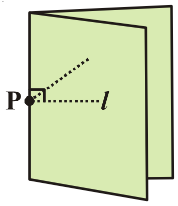
ప్రక్క పటంలో l మరియు m రేఖలు లంబంగా ఉన్నాయి.



ఒక సాధారణ పూర్తి తెల్లకాగితం లేదా మీ నోటు పుస్తకం యొక్క అంచులు, వాటి మూలల వద్ద కలిసే లంబరేఖలుగా ఉంటాయి. ఇదే విధంగా ఇతర వస్తువులలో లంబ రేఖలను గుర్తించడానికి ప్రయత్నించండి.

1. ఇచ్చిన రేఖకు ఒక బిందువు ద్వారా లంబమును గీయుట

కృత్యము



ఒక ఉల్లిపొర కాగితమును తీసుకొని దాని మీద 'l' అను రేఖను గీయండి.

ఆ రేఖ మీద P అను బిందువును గుర్తించండి. ఇపుడు మనకు కావలసిన లంబమును l అను రేఖ మీద P బిందువు ద్వారా గీయాలి.

P కి ఇరువైపులా గల రేఖాఖండములు ఒకదానితో మరొకటి ఏకీభవించునట్లుగా P వద్ద కాగితాన్ని నిలువుగా మడవండి.

కాగితమును తెరిచి చూడగా P వద్ద ఏర్పడిన మడత, గీచిన l అను రేఖకు లంబంగా ఉండునని గమనించండి.

ఆలోచించి, చర్చించి మరియు రాయండి

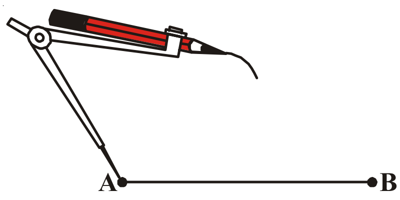
లంబరేఖను ఏ విధముగా పరిశీలిస్తారు? ఆ రేఖ P బిందువు గూండాపోతూ ఉండాలి.

13.4.1 ఇచ్చిన రేఖాఖండమునకు లంబ సమద్విఖండన రేఖను నిర్మించుట

నిర్మాణ సోపానాలు

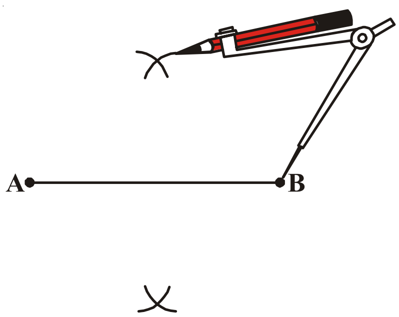
సోపానము 1 : $\overline{AB}$ అనే రేఖాఖండమును అని గీయాలి.

సోపానము 2 : AB యొక్క పొడవులో సగము కంటే ఎక్కువ పొడవును వ్యాసార్ధముగా తీసుకోవాలి.

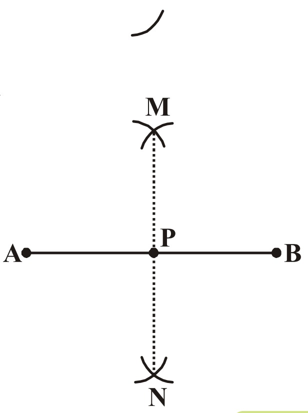


సోపానము 3 : A ను కేంద్రముగా తీసుకొని రేఖాఖండము పైన, క్రింద రెండు చాపములను వృత్తలేఖినితో గీయాలి.

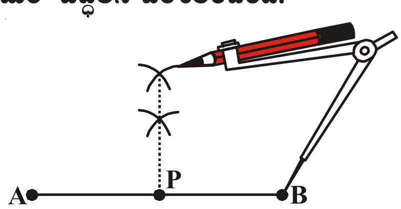
సోపానము 4 : అంతే వ్యాసార్ధముతో B కేంద్రముగా చేసుకొని వృత్తలేఖినితో రేఖా ఖండముపైన కింది భాగములలో చాపములను ముందు గీచిన చాపములను ఖండించే విధముగా గీయాలి. ఖండన బిందువులను M,N అని పేరు పెట్టాలి.



సోపానము 5 : M, N బిందువులను కలపుతూ ఒక రేఖను గీయాలి. MN, AB రేఖాఖండము యొక్క లంబ సమద్వి ఖండన రేఖ. l రేఖ, AB ను P వద్ద ఖండిస్తుంది.



మరో పద్ధతిని పరిశీలించండి.



ఇవి చేయండి

AP మరియు BP రేఖాఖండముల పొడవులను కొలవండి. రెండూ సమానంగా ఉన్నాయా?

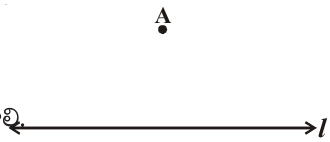
ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

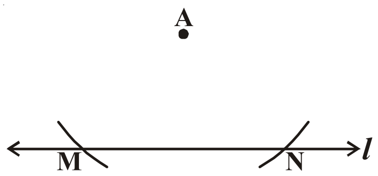
రేఖాఖండమునకు లంబ సమద్విఖండనరేఖ గీచే విధానములో సోపానము-2లో సగము కంటే ఎక్కువ పొడవును తీసుకొని చాపములు గీచాము. AB యొక్క పొడవులో సగము కంటే తక్కువ పొడవును తీసుకొంటే ఏం జరుగుతుంది.

13.4.2 ఇచ్చిన రేఖకు, రేఖపై లేని బిందువు నుండి లంబరేఖను గీయాలి

నిర్మాణ సోపానములు :

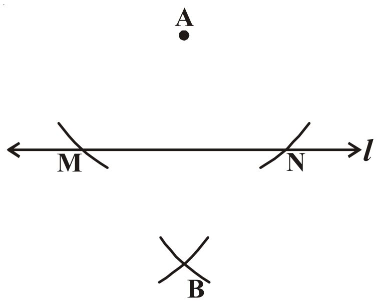
సోపానము 1 : l అనే రేఖను గీచి, A అనే బిందువును రేఖ పై భాగములో గుర్తించాలి.

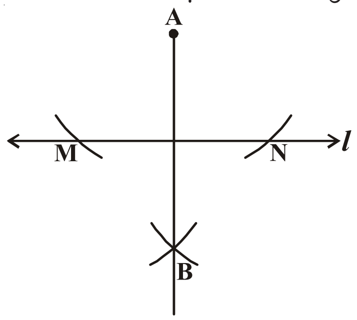




సోపానము 2 : A కేంద్రముగా l ను ఖండించేటట్లు రెండు చాపములను గీయాలి. రేఖ చాపముల ఖండన బిందువులను, M మరియు N లుగా గుర్తించాలి.

సోపానము 3 : అంతే వ్యాసార్ధముతో M, N బిందువుల నుండి మరో రెండు చాపములను ఖండించేటట్లు గీచి ఖండన బిందువుకు B అని పేరు పెట్టాలి.

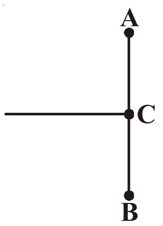




సోపానము 4 : A మరియు B లను కలపాలి.

AB అనునది ఇచ్చిన రేఖ l యొక్క లంబరేఖ.

అభ్యాసం - 13.3



1. PQ = 5.8 సెం.మీ రేఖాఖండమును గీయుము. స్కేలు, వృత్తలేఖిని నుపయోగించి PQ నకు లంబ సమద్విఖండన రేఖను నిర్మించుము.

2. రవి, 8.6 సెం.మీ పొడవు గల రేఖాఖండమును నిర్మించాడు. బిందువు C వద్ద సమద్విఖండన రేఖను గీచాడు. అయిన AC మరియు BCల యొక్క పొడవులను కనుగొనండి.

3. స్కేలు మరియు వృత్తలేఖిని ని ఉపయోగించి AB= 6.4 సెం.మీ రేఖా ఖండమును గీయండి దీనికి మధ్యబిందువును కనుగొనుము.

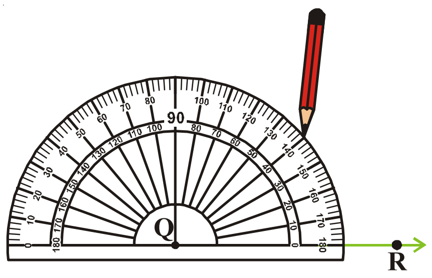
13.5 కోణమాని నుపయోగించి కోణమును నిర్మించుట

$\angle PQR = 40°$. కోణమును నిర్మించుము.

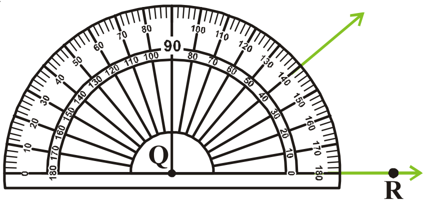
నిర్మాణ సోపానములు :

సోపానము 1 : కొంత పొడవు కల్గిన $\overrightarrow{QR}$ అనే కిరణమును గీయుము.

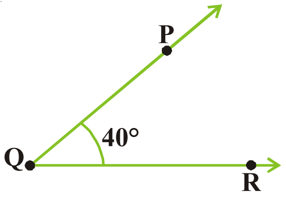
సోపానము 2 : కోణమానిని యొక్క మధ్యబిందువును Q వద్ద ఉంచాలి.



సోపానము 3 : Q కు సమీపములో యున్న 'O' నుంచి ప్రారంభించి 40^0 వద్ద బిందువును గుర్తించాలి. ఆ బిందువుకు P అనే పేరుపెట్టాలి.



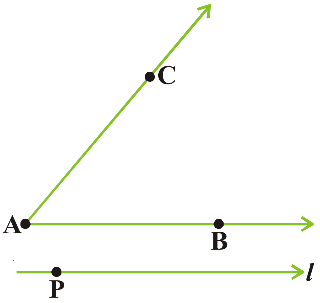
సోపానము 4 : Q,P లను కలపాలి. ఇప్పుడు మనము కోరిన $\angle PQR$ కోణము ఏర్పడుతుంది.



13.6 కొలత తెలియని కోణమునకు సమానమైన కోణమును నిర్మించుట

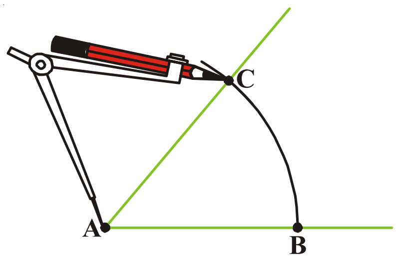
మనకు కొలత తెలియని కోణము ఇచ్చారు అనుకొందాం. ఆ కోణమునకు సమానము అయిన కోణమును వృత్తలేఖిని స్కేలు నుపయోగించి మనము నిర్మించాలి

(కొలత తెలియని) $\angle A$ కోణము ఇవ్వబడింది.

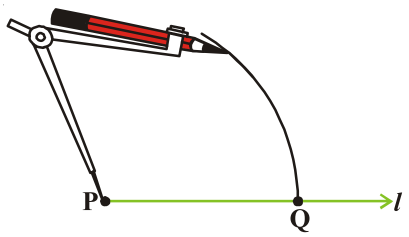


సోపానము 1 : l అనే రేఖను గీచి దానిపై P అనే బిందువు నుంచాలి.

సోపానము 2 : A బిందువు వద్ద వృత్తలేఖిని యొక్క లోహపు ముల్లు నుంచి $\angle A$ కోణము యొక్క రెండు భుజములను ఖండిస్తూ చాపమును గీయాలి. ఖండన బిందువులను B మరియు C లుగా గుర్తించాలి.

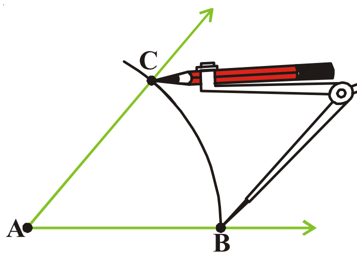


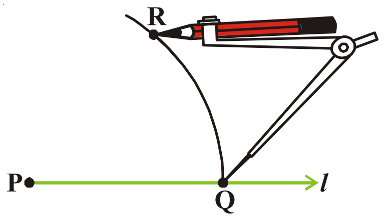
సోపానము 3 : అదే వృత్తలేఖిని నుపయోగించి P కేంద్రముగా రేఖ l పై ఒక చాపమును గీచి ఖండన బిందువును Q అని పేరు పెట్టాలి.

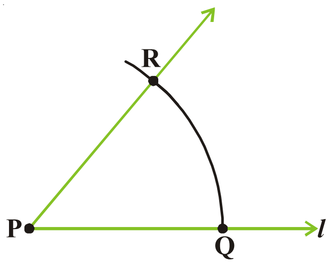


సోపానము 4 : BC పొడవును వ్యాసార్ధముగా తీసుకోవాలి.

సోపానము 5 : వృత్తలేఖిని యొక్క లోహపు ముల్లును Q వద్ద నుంచి చాపమును ఖండించాలి. ఖండన బిందువుకు R అని పేరు పెట్టాలి.



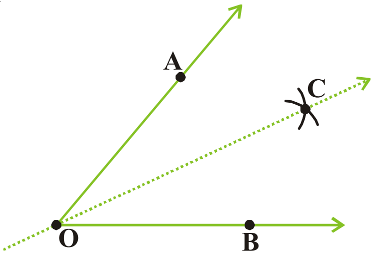




సోపానము 6 : P మరియు R లను కలపాలి. మనకు కోరిన కోణము ∠P నిర్మితమవుతుంది. ∠QPR మరియు ∠ABC కోణముల ఒకే కొలతలను కల్గి యుంటాయి.

13.7 ఇచ్చిన కోణము యొక్క సమద్విఖండన రేఖను నిర్మించుట

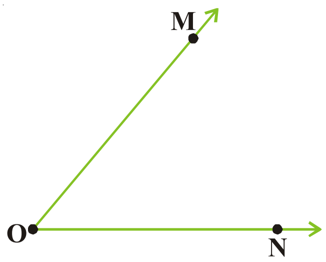
ఒక కాగితమును తీసుకొని దానిపై 'O' అనే బిందువును గుర్తించాలి. 'O' బిందువు గుండా $\overrightarrow{OA}$ మరియు $\overrightarrow{OB}$ అను కిరణములను గీయాలి. మనకు ∠AOB కోణము నిర్మితమవుతుంది. O బిందువు వద్ద $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ లు ఏకీభవించేటట్లు కాగితమును మడవాలి. మడవబడిన ప్రాంతములో ఒక రేఖను గీయాలి. దాని $\overrightarrow{OC}$ గా గుర్తించాలి.



$\overrightarrow{OC}$, ∠AOB యొక్క సౌష్టవరేఖ

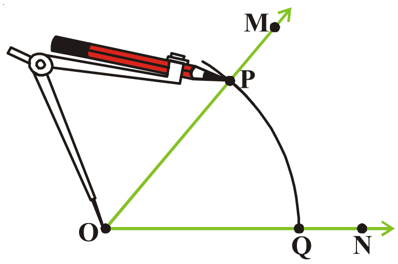
∠AOC మరియు ∠COB లు సమానమేనా? $\overrightarrow{OC}$, ∠AOB యొక్క సౌష్టవరేఖ. దానిని మనము కోణసమద్విఖండన రేఖగా గుర్తిస్తాము.

∠MON కోణమును తీసుకొందాం.

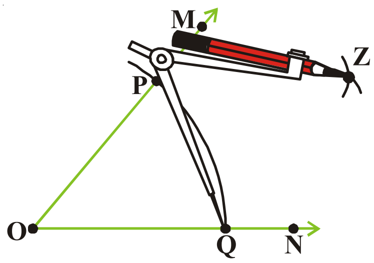


నిర్మాణ క్రమం

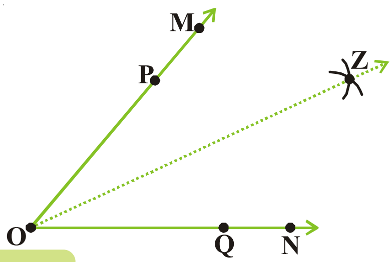
సోపానము 1 : O ను కేంద్రముగా చేసుకొని మనకు సౌలభ్యమైన వ్యాసార్ధముతో చాపము PQ ను గీయాలి. చాపము OM, ON లను P మరియు Q వద్ద ఖండిస్తుంది.



సోపానము 2 : P కేంద్రముగా PQ యొక్క పొడవులో సగము కంటే కొంచెము ఎక్కువ వ్యాసార్ధముతో ఇచ్చిన కోణము యొక్క అంతరములో చాపమును గీయాలి.



సోపానము 3 : Q కేంద్రముగా, వ్యాసార్ధములో మార్పులేకుండా ∠MON యొక్క అంతరములో మరో చాపాన్ని ముందు చాపాన్ని ఖండించేటట్లు గీయాలి. రెండు చాపముల యొక్క ఖండన బిందువుకు Z అని పేరు పెట్టాలి. $\overrightarrow{OZ}$ అనునది ∠MON యొక్క కోణ సమద్వి ఖండనరేఖ.



సోపానము 4 : $\overrightarrow{OZ}$, ∠MON యొక్క కోణ సమద్విఖండన రేఖ

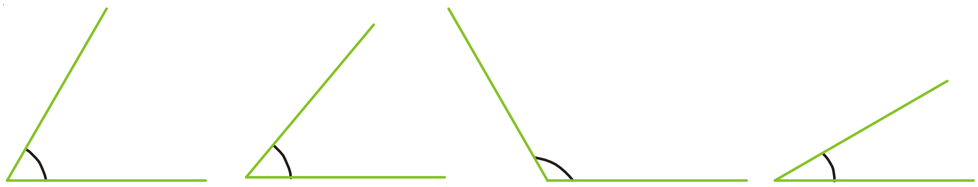
∠MOZ = ∠NOZ గమనించండి.

అభ్యాసం - 13.4

1. కోణమానిని ఉపయోగించి ఈ కింది కోణములను నిర్మించండి.

   i) $\angle ABC = 65°$ ii) $\angle PQR = 136°$ iii) $\angle Y = 45°$ iv) $\angle O = 172°$

2. ఈ కింద ఇవ్వబడిన కోణములను మీ నోట్ పుస్తకములో గీచి వాటి యొక్క కోణ సమద్విఖండన రేఖలను గీయుము.



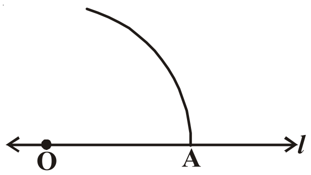
13.8 ప్రత్యేక కొలతలు గల కోణాల నిర్మాణం

కోణమానిని సహాయము లేకుండా కొన్ని కోణములను ప్రత్యేక పద్ధతులలో నిర్మించవచ్చు వాటిని ఇప్పుడు పరిశీలిద్దాం.

మనము కోణమాని నుపయోగించి కోణములను నిర్మించడము నేర్చుకొన్నాం కదా ! వృత్తలేఖిని సహాయముతో కోణములను నిర్మించడము ఎలా? అన్నదానిని నేర్చుకొందాం.

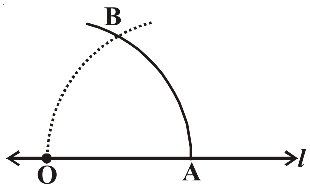
13.8.1 60^0 కోణమును నిర్మించుట

సోపానము 1 : l రేఖను గీచి దానిపై "0" బిందువును గుర్తించండి.



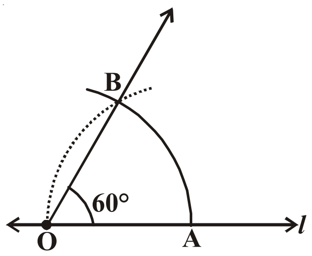
సోపానము 2 : వృత్తలేఖిని తీసుకొని కొంత వ్యాసార్థముతో 'O' కేంద్రముగా l ను ఖండించేటట్లు ఒక చాపము గీచి, ఖండన బిందువుకు A అని పేరు పెట్టాలి.

సోపానము 3 : A ను కేంద్రముగా చేసుకొని, వ్యాసార్థమును మార్చకుండా మరో చాపమును 'O' గుండా వెళ్ళేలా గీయాలి. చాపముల ఖండన బిందువుకు B అని పేరు పెట్టాలి.



సోపానము 4 : OB లను కలపాలి. మనకు 60^0 కోణము నిర్మితమవుతుంది. $\angle BOA = 60^0$.

కోణమానిని ఉపయోగించి 60^0 కోణమును గీయండి. రెండు కోణములను పోల్చండి. రెండునూ సమానంగా ఉన్నాయా?

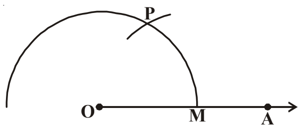


13.8.2 120^0 కోణమును నిర్మించుము

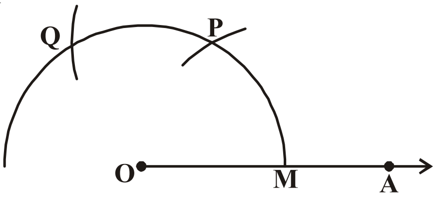
120^0 కోణము, 60^0 కోణమునకు రెట్టింపు కదా! అందుచే 120^0 కోణమును ఈ క్రింది విధముగా నిర్మించవచ్చు.

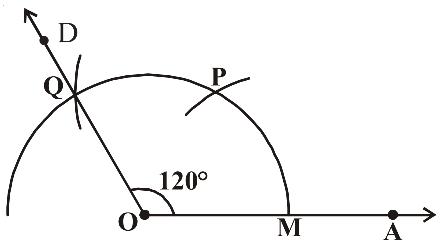
సోపానము 1 : $\overrightarrow{OA}$ కిరణమును గీయుము.

సోపానము 2 : వృత్తలేఖినిని O వద్ద నుంచి 'O' కేంద్రముగా కొంత వ్యాసార్థముతో ఒక చాపమును OA ను ఖండించేటట్లు గీచి OA ను ఖండన బిందువును M గా పేరుపెట్టాలి.



సోపానము 3 : M ను కేంద్రముగా తీసుకొని వ్యాసార్ధములో (OM) మార్పులేకుండా ముందు చాపమును ఖండించేటట్లు మరో చాపమును గీచి, చాపముల ఖండన బిందువును P అని పేరు పెట్టాలి.





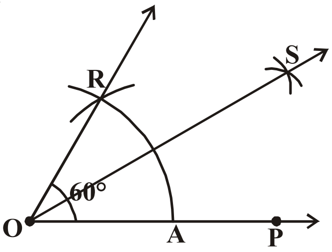
సోపానము 4: P ను కేంద్రముగా చేసుకొని, OM = OP వ్యాసార్ధములో మార్పులేకుండా మరో చాపమును గీచి ఖండన బిందువును Q అని పేరు పెట్టాలి.

సోపానము 5 : O, Q బిందువులను కలిపి D వరకు పొడిగించాలి. మనము కోరిన $\angle AOD = 120^0$ కోణము నిర్మితమవుతుంది.

ఇవి చేయండి

180^0, 240^0, 300^0 కోణములను నిర్మించండి.

13.8.3 వృత్తలేఖిని సహాయముతో 30^0 కోణమును నిర్మించుట



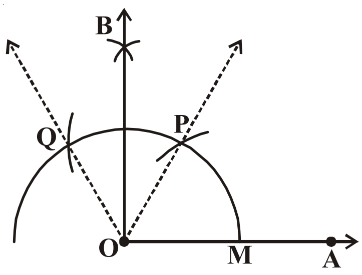
నిర్మాణ సోపానములు :

60^0 కోణమును గీయడం నేర్చుకున్నాము కదా ! దానికి $\angle AOR$ గా పేరుపెట్టండి.

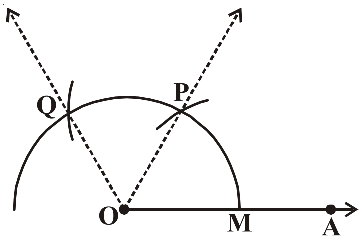
ఇప్పుడు ఈ 60^0 కోణమును ముందు నేర్చుకున్న విధానం ద్వారా సమద్విఖండన చేసి 30^0 కోణంను ఏర్పరచండి.

13.8.4 వృత్తలేఖిని సహాయముతో 90^0 కోణమును నిర్మించుట :

ఇచ్చిన పటాన్ని చూడండి



$\angle AOP = 60^0$ $\angle POQ = 60^0$ మరియు $\angle AOQ = 120^0$ మనం 90^0 కోణాన్ని నిర్మించాలి కదా! మరియు $90^0 = 60^0 + 30^0$ అని మనకు తెలుసు. ఇంకా $90^0 = 120^0 - 30^0$, అంటే 30^0 నిర్మించడానికి $\angle POQ$ ను సమద్విఖండన చేయాలి. $\angle BOP = 30^0$ మరియు $\angle AOB = 90^0$ ఇంకా ఏ విధంగా 90^0 కోణాన్ని నిర్మించవచ్చో ఆలోచించండి.



సోపానము 1 : P ను కేంద్రముగా చేసుకొని మనకు నచ్చిన వ్యాసార్ధము ఒక చాపమును చాపము PQ పై భాగములో గీయాలి.

సోపానము 2 : Q ను కేంద్రముగా చేసుకొని అంతే వ్యాసార్ధముతో మరో చాపము గీచి, ఖండిన బిందువును B అని పేరు పెట్టాలి.

సోపానము 3 : OB కిరణమును గీయాలి.

మనము కోరిన $\angle AOB = 90^0$ కోణము నిర్మితమయినది.

చేయండి

1. వృత్తలేఖిని ఉపయోగించి 45^0 కోణమును నిర్మించండి.

అభ్యాసము – 13.5

1. కోణమానిని ఉపయోగించకుండా $\angle ABC = 60^0$ కోణమును నిర్మించండి.
2. కోణమానిని, వృత్తలేఖినినుపయోగిస్తూ 120^0 కోణములను నిర్మించండి.
3. ఇవ్వబడిన కోణములను స్కేలు, వృత్తలేఖిని సహాయముతో నిర్మించండి. వాటియొక్క నిర్మాణ సోపానములు రాయుము. i) 75° ii) 15° iii) 105°
4 కోణమానిని ఉపయోగించి పై కోణములను గీయండి.
5. $\angle ABC = 50^0$ కోణమును నిర్మించి $\angle ABC$ నకు సమానము అయిన $\angle XYZ$ కోణమాని నుపయోగించకుండా నిర్మించాలి.
6. $\angle DEF = 60^0$ ను నిర్మించండి. దీనిని సమద్విఖండన చేయండి.

మనం నేర్చుకున్నవి

ఈ అధ్యాయములో జ్యామితీయ ఆకారముల నిర్మాణ పద్ధతులను నేర్చుకొన్నాం.

1. జ్యామితీయ నిర్మాణమునకు ఈ కింది పరికరముల నుపయోగిస్తాం.

   i) స్కేలు ii) వృత్తలేఖిని iii) విభాగిని iv) కోణమానిని v) మూలమట్టములు

2. స్కేలు, వృత్తలేఖిని సహాయముతో ఈ క్రింది నిర్మాణములు చేయవచ్చు.

   i) ఇచ్చిన వ్యాసార్ధముతో వృత్తము నిర్మించుట ii) ఇచ్చిన పొడవుతో రేఖాఖండమును నిర్మించుట

   iii) రేఖాఖండము యొక్క నకలును నిర్మించుట iv) లంబరేఖను గీయడము

   ఎ. ఇచ్చిన రేఖపై ఉన్న బిందువు నుండి బి. ఇచ్చిన రేఖపై లేని బిందువు నుండి

   v) ఇచ్చిన రేఖాఖండము యొక్క లంబ సమద్విఖండన రేఖను గీయడం.

   vi) ఇచ్చిన కొలత కల్గిన కోణమును నిర్మించడం

   vii) ఇచ్చిన కోణము యొక్క నకలును గీయడం.

   viii) ఇచ్చిన కోణము యొక్క సమద్విఖండన రేఖ గీయడం

   ix) కొన్ని ప్రత్యేక కోణములను వృత్తలేఖినితో నిర్మించడము

   అ. 90^0 ఆ. 45^0 ఇ. 60^0 ఈ. 30^0

వక్రాలతో తమాషా

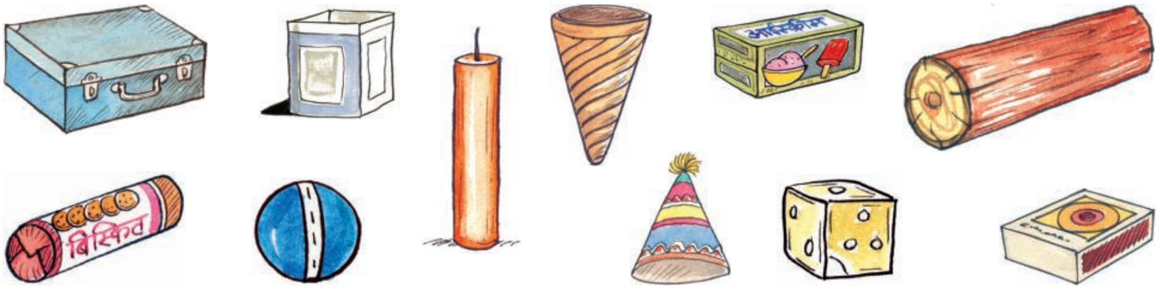
ప్రక్క పటంలో చూపిన విధంగా లంబంగా ఉన్న రెండు రేఖలపై సెం.మీ విభాగంగా 10 బిందువులను గుర్తించండి. 1 మరియు 10, 2 మరియు 9, 3 మరియు 8 ..... ఇలా అన్ని బిందువులను మొత్తము 11 వచ్చేట్లు కలపండి. ఫలితం ఒక వక్రము. ఇటువంటి మరి కొన్ని పటాలను ప్రయత్నించండి.

అధ్యాయము - 14

త్రిమితీయ - ద్విమితీయ ఆకారాల అవగాహన

14.1 పరిచయం

కొన్ని వస్తువుల చిత్రాలు కింద ఇవ్వబడినవి



వీటి ఆకారాలను జాగ్రత్తగా పరిశీలించండి. ఆకారాలను బట్టి వాటిని వర్గీకరించి కింద పట్టిక పూరించండి.

పట్టిక 14.1

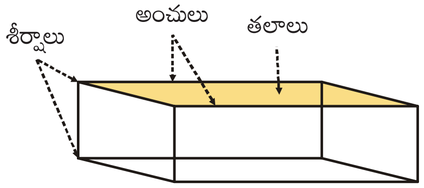
ఆకారము	వస్తువు
అగ్గిపెట్టెవలె ఉండేవి	
బంతివలె ఉండేవి	
కొయ్యదూలము వలె ఉండేవి	
పాచికల వలె ఉండేవి	
టోపి ఆకారములో ఉండేవి	

14.2 త్రిమితీయ ఆకారాలు

కింది తరగతుల్లో త్రిభుజాలు, చతురస్రాలు, దీర్ఘచతురస్రాలు మొదలగు వాటి గురించి నేర్చుకున్నాం. ఈ ఆకారాలన్నీ రెండు దిశలలో మాత్రమే విస్తరణను కలిగి ఉంటాయి. వీటినే ద్విమితీయ ఆకారాలు లేక 2D ఆకారాలు అంటాం.

పైన ఇవ్వబడిన అన్ని ఘనాకార వస్తువులు పొడవు, వెడల్పు మరియు ఎత్తు లేక లోతులు అనే మూడు కొలతలు కలిగి ఉంటాయి. వీటినే త్రిమితీయ ఆకారాలు లేక 3D ఆకారాలు అంటాం. ఇప్పుడు మనం వివిధ త్రిమితీయ లేక 3D ఆకారాల గురించి నేర్చుకుందాం.

14.2.1 దీర్ఘఘనము (CUBOID)



అగ్గిపెట్టె వంటి ఆకారములో గల వస్తువులు దీర్ఘఘనమునకు ఉదాహరణలు. అగ్గిపెట్టె పై భాగమును నీ చేతితో తాకుము. ఈ భాగాన్ని అగ్గిపెట్టె తలం అంటారు అగ్గిపెట్టెకు ఎన్ని తలాలుంటాయి?

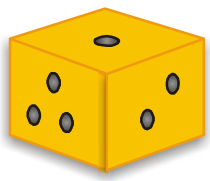
ఈ తలాల భుజాలే అంచులు. అగ్గిపెట్టెకు ఎన్ని అంచులు ఉంటాయి? అంచుల మూలలనే శీర్షాలంటాం. అగ్గిపెట్టెకు ఎన్ని శీర్షాలుంటాయి?

ఇప్పుడు ఒక ఇటుకను చేతితో తాకి అది కూడా అగ్గిపెట్టె ఆకారంలో ఉంటుందని గ్రహించండి. దాని తలాలను అంచులను, శీర్షాలను పరిశీలించండి.

అగ్గిపెట్టె వలె ఇటుక కూడా అదే సంఖ్యలో గల తలాలను, అంచులను, శీర్షాలను కలిగి ఉంటుందా? ఇది నిజమని తెలుస్తుంది.

అగ్గిపెట్టె, ఇటుక మొదలగునవి దీర్ఘఘనము ఆకారంలో ఉండి 6 తలాలను, 12 అంచులను, 8 శీర్షాలను కలిగి ఉంటాయి.

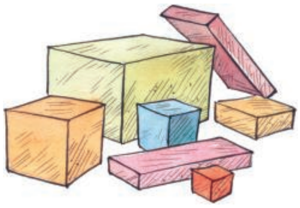
14.2.2 సమఘనము (CUBE)



పాచిక ఆకారంలోని వస్తువులు సమఘనమునకు ఉదాహరణలు. ఒక పాచిక తలాలను, అంచులను, శీర్షాలను పరిశీలించి లెక్కించండి? పాచికలకు ఎన్ని తలాలు, అంచులు, శీర్షాలు ఉంటాయో చెప్పండి.

దీర్ఘఘనమునకు వలే దీనికి 6 ముఖాలు, 12 అంచులు, 8 శీర్షాలు ఉంటాయని నీవు కనుగొంటావు. మరి సమఘనమునకు, దీర్ఘఘనమునకు గల తేడా లేమిటి? ఒక సమఘనము యొక్క పొడవు, వెడల్పు మరియు ఎత్తులు సమానమని, అదే దీర్ఘఘనమునకైతే అవి సమానము కాదని నీవు కనుగొనగలవు. పెన్సిల్ రబ్బరు, పాచికల పొడవు, వెడల్పు, ఎత్తులను కొలచి సరిచూడండి.

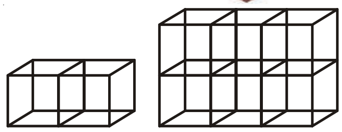
ప్రయత్నించండి



1. i) సమఘనము యొక్క ముఖ ఆకారమేమి?

   ii) దీర్ఘఘనము యొక్క ముఖ ఆకారమేమి?

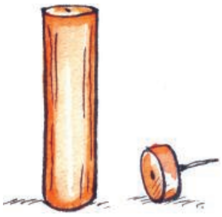
2. రమేష్ అతని గదిలోని కొన్ని పెట్టెలను ఎన్నుకున్నాడు. వాటి చిత్రములు ప్రక్కన ఇవ్వబడినవి. వాటిలో సమఘనాలెన్ని, దీర్ఘఘనాలెన్ని?



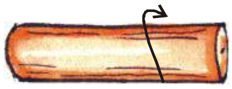
3. అజిత్ 2 సెం.మీ భుజం గల సమ ఘనాలతో దీర్ఘఘనాన్ని తయారుచేశాడు. మరి ఆ దీర్ఘఘనము యొక్క పొడవు, వెడల్పు మరియు ఎత్తులను కనుగొనుము.

14.2.3 స్థూపము (CYLINDER)

పైపుముక్క, కొయ్య దూలము, కొవ్వొత్తి, ట్యూబ్‌లైట్, నీళ్ళబాటిల్ మొదలగు వస్తువులు స్థూపాకారంలో ఉంటాయి. ఒక కొవ్వొత్తిని తీసికొని పటము–1 లో చూపిన విధంగా పై భాగములో కత్తిరించుము. చిన్నముక్కను పారవేసి మిగిలిన కొవ్వొత్తిని పటము –2 చూపినట్లు అడ్డంగా నేలపై ఉంచి దొర్లించుము.



పటం. 1

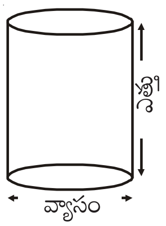


పటం. 2

పటం. 3

ఏ తలం పై క్రొవ్వొత్తి దొర్లుతుందో, ఆ తలాన్ని దాని “వక్రతలం” అంటారు. అది దొర్లలేని తలాన్ని “భూమి” అంటారు.

పటంలో చూపినట్లు దాని ఎత్తు, వెడల్పు (వ్యాసము) లను చూడండి.

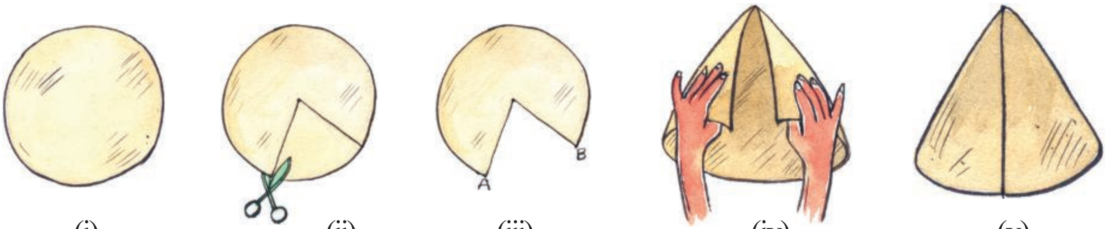


14.2.4 శంఖువు (CONE)

రాజు అతని పుట్టినరోజున ఒక ప్రత్యేకమైన టోపిని కొనదలచినాడు. లీలను తనతో రమ్మని అడిగాడు. లీల అతనితో “దాని కోసం దుకాణమునకు వెళ్ళనవసరం లేదు, మనమే ఆ టోపిని తయారుచేసుకొనవచ్చు” అన్నది.

మీరు కూడా అలాంటి టోపిని తయారుచేయాలనుకుంటున్నారా? అయితే ప్రయత్నిద్దాం!

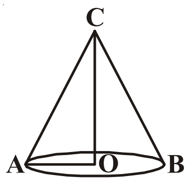
ఒక చార్టు కాగితము పై వృతలేఖిని సహాయంతో ఒక వృత్తాన్ని గీయండి. వృత్త కేంద్రము నుండి దాని పరిధిని కలుపు రెండు రేఖలను పటం (ii) లో చూపినట్లు గీయాలి.



(i) (ii) (iii) (iv) (v)

కత్తెరతో ఈ భాగమును కత్తిరిస్తే పటం (iii) లో వలె వచ్చును.

OA,OB లను పటములో చూపినట్లు కలిపి టేపుతో అతికించండి. మీకు నచ్చిన రీతిలో దాన్ని అలకరించండి. టోపి తయారైంది రాజు టోపిని తిప్పిచూచి “ఓ! ఇది ఐస్‌క్రీమ్ కోన్ లా ఉంది” అన్నాడు. ఇలాంటి ఆకారాలు శంఖువు ఆకారాన్ని కలిగిఉన్నాయని అనవచ్చు.



శంఖువు ఆకారాన్ని ప్రక్క పటంలో చూడవచ్చు. OA ని వృత్తాకార భాగ వ్యాసార్థమని, OC ని శంకువు ఎత్తు అని అనవచ్చు.

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

స్థూపమునకు, శంఖువునకు గల ముఖాలు, అంచులు, శీర్షాల సంఖ్యను బట్టి వాటి బేధాలను మీ మిత్రులతో చర్చించి కనుగొనండి.

14.2.5 గోళము (SPHERE)

బంతులు, లడ్డూలు, గోళీలు మొదలగునవి గోళాకారంలో ఉంటాయి. ఇవి అన్ని వైపుల నుంచి సులువుగా దొర్లగలవు. నిత్యజీవితంలో నీవు నిమ్మకాయను చూచి ఉంటావు. దానిని అడ్డుకోత కోస్తే పటంలో వలే కనిపిస్తుంది. ఇది దాదాపు అర్ధ గోళము వలె ఉంటుంది.

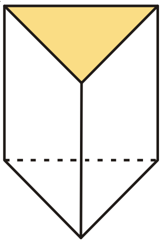
ఇవి చేయండి

కింది పట్టికను నింపండి.

క్ర. సంఖ్య	వస్తువు	ఆకారము	కేవలం జరుగుతుంది	కేవలం దొర్లుతుంది	జరుగును మరియు దొర్లును
1.	బ్యాటరీ	స్థూపాకారం	×	×	✓
2.	బంతి				
3.	నూనె డబ్బా				
4.	బిస్కెట్ ప్యాకెట్				
5.	నాణెము				
6.	గోళీ				
7.	నారింజ పండు				

స్థూపము, శంకువు మరియు గోళము తిన్నని అంచులు (Straight edges) కలిగి యుండవు. శంకువు యొక్క భూమి ఏ ఆకారములో ఉంటుంది? వృత్తాకారమేనా? స్థూపమునకు రెండు భూములు ఉంటాయి. దాని భూమి ఏ ఆకారంలో ఉంటుంది. మరి, గోళమునకు ఎటువంటి తలాలు ఉండవు. ఆలోచించండి.

14.2.6 పట్టకము (PRISM)

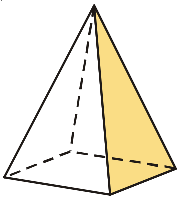


పట్టకము

ప్రక్కన పట్టకము పటము ఇవ్వబడినది. ప్రయోగశాలలో దీనిని చూచి ఉంటావు. దీని రెండు ముఖాలు త్రిభుజాకారంలో ఉంటాయి. మిగిలిన ముఖాలు దీర్ఘచతురస్రా కారంలో గాని, చతురస్రాకారంలో గాని ఉంటాయి. ఇదే త్రిభుజాకార పట్టకము.

ఒక పట్టకమునకు భూమి దీర్ఘచతురస్రాకారంలో ఉన్న దాన్ని దీర్ఘచతురస్రాకార పట్టకము అంటారు. దీర్ఘచతురస్రాకార పట్టకానికి మరొక పేరు చెప్పగలవా?

14.2.7 పిరమిడ్ (PYRAMID)



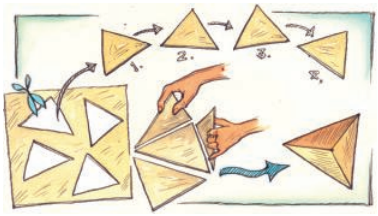
పిరమిడ్

ఒకే భూమి కలిగి, మిగిలిన ముఖాలు త్రిభుజాకారంలో ఉంటే అది పిరమిడ్ అవుతుంది. దాని త్రిభుజాకార తలాలన్నీ శీర్షము వద్ద కలుసుకుంటాయి.

ఇక్కడ చతురస్రాకార పిరమిడ్ ఇవ్వబడినది. దీని భూమి చతురస్రం.

త్రిభుజాకార పిరమిడ్‌ను ఊహించి గీయడానికి ప్రయత్నించండి.

కృత్యము



ఒక చార్టు కాగితము పై సమాన భుజాలు గల ఒక త్రిభుజమును గీయండి. దానిని కత్తిరించి వేరు చేయండి. ఈ త్రిభుజాన్నుపయోగించి ఇదే కొలతలు గల ఇంకా మూడు త్రిభుజాలను కత్తిరించండి. ఆ త్రిభుజాల అంచులను ఒకదానితో ఒకటి అతికించి ఒక సంవృత ఆకృతిని పొందండి. ఈ ఆకృతే ఒక **'చతుర్ముఖి'** లేక **'త్రిభుజాకార పిరమిడ్.'**

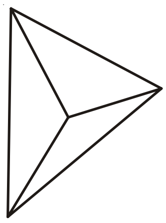
అభ్యాసం - 14.1

1. ఒక త్రిభుజాకార పిరమిడ్ భూమి త్రిభుజము. దీన్నే చతుర్ముఖి అంటాం. దీనిలోని

తలాల సంఖ్య : ____________

అంచుల సంఖ్య : ____________

శీర్షాల సంఖ్య : ____________

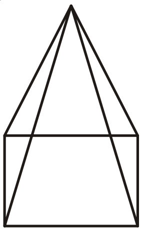


2. ఒక చతురస్రాకార పిరమిడ్ భూమి చతురస్రం. దీనిలోని

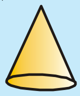
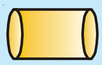
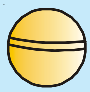
తలాల సంఖ్య : ____________

అంచుల సంఖ్య : ____________

శీర్షాల సంఖ్య : ____________



3. కింది పట్టికను పూరింపుము

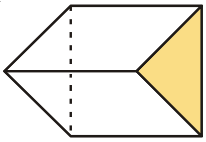
ఆకారము	వక్రతలాల సంఖ్య	సమతలాల సంఖ్య	శీర్షాల సంఖ్య
			
			
			

4. ఒక త్రిభుజాకార పట్టకము ఒక కెలిడియోస్కోప్‌లా ఉంటుంది. దానిలో త్రిభుజాకార ముఖాలు ఎన్ని ఉంటాయి? దీర్ఘచతురస్రాకార ముఖాలు ఎన్ని ఉంటాయి?

తలాల సంఖ్య : ____________

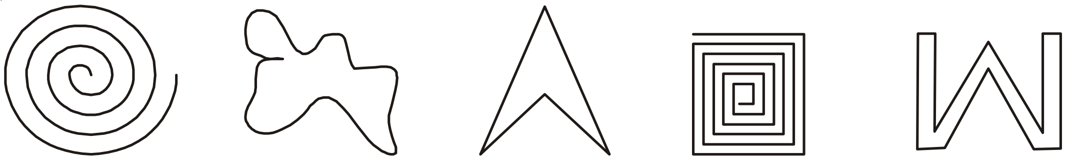
అంచుల సంఖ్య : ____________

శీర్షాల సంఖ్య : ____________



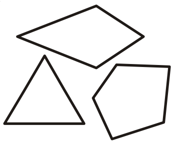
14.3 బహుభుజులు

'ప్రాథమిక జ్యామితీయ భావనలు' అనే అధ్యాయంలో సంవృత పటాలు, అసంవృత (వివృత) పటాలు గురించి నేర్చుకున్నాం. కింద ఇవ్వబడిన పటాలను పరిశీలించి ఏవి సంవృత పటాలో? ఏవి అసంవృత పటాలో తెల్పండి?



(i) (ii) (iii) (iv) (v)

రేఖాఖండాలచే ఏర్పడే సరళ సంవృత పటాలను బహుభుజులు అని అంటారు. కొన్ని ఉదాహరణలు చిత్రంలో చూపబడినవి.



ఇవి చేయండి

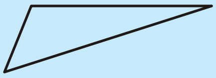
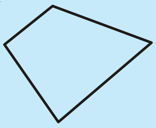
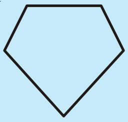
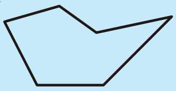
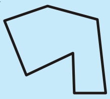
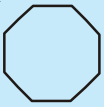
1. మీ నోట్ పుస్తకంలో 10 వివిధ రకాల బహుభుజులు గీయండి.
2. అగ్గిపుల్లలను గాని, చీపురుపుల్లలను కాని ఉపయోగించి సంవృత పటాలను తయారుచేయండి.

   i) ఆరు పుల్లలతో ii) ఐదు పుల్లలతో iii) నాలుగు పుల్లలతో

   iv) మూడు పుల్లలతో v) రెండు పుల్లలతో

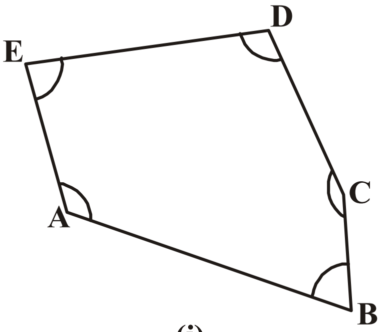
   ఏ సందర్భములో బహుభుజి ఏర్పడదు? ఎందుకు?

రెండు పుల్లలతో బహుభుజిని నిర్మించలేరని గ్రహించగలవు. ఒక బహుభుజికి కనీసం మూడు భుజాలు ఉండాలి. మూడు భుజాలు కల ఒక బహుభుజిని త్రిభుజమంటాం. క్రింది పట్టిక ద్వారా వివిధ రకాల బహుభుజులను తెలుసుకొనవచ్చు. పట్టికలో ఖాళీలను పూరించండి.

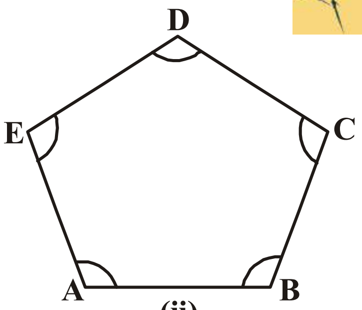
వివిధ బహుభుజులు	భుజాల సంఖ్య	బహుభుజి పేరు
	3	త్రిభుజము
	4	చతుర్భుజము
	-	పంచభుజి
	-	షడ్భుజి
	7	సప్తభుజి
	-	అష్టభుజి

ప్రయత్నించండి

కింద ఇవ్వబడిన పటాల మధ్య తేడాలను కనుగొనండి.



(i)



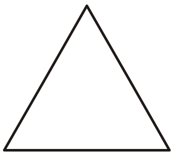
(ii)

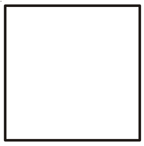
(i) మరియు (ii) పటాలలో భుజాల పొడవులను, కోణాలను, కొలవండి. నీవేమి కనుగొన్నావు.

14.3.1 క్రమబహుభుజి

అన్ని భుజాల కొలతలు, అన్ని కోణాల కొలతలు సమానంగా గల బహుభుజినే క్రమ బహుభుజి అంటాం.

ఉదాహరణ :





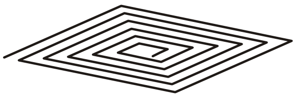
సమబాహు త్రిభుజము : అన్ని భుజాలు, అన్ని కోణాలు సమాన కొలతలు గల త్రిభుజము

చతురస్రము : అన్నిభుజాలు, అన్ని కోణాలు సమాన కొలతలు గల చతుర్భుజము

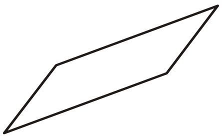
ఒక పంచభుజి, షడ్భుజి, సప్తభుజి, అష్టభుజిలలో భుజాల కొలతలు, కోణాల కొలతలు సమానమైన వాటిని వరుసగా క్రమ పంచభుజి, క్రమషడ్భుజి, క్రమసప్తభుజి, క్రమ అష్టభుజి అంటాం.

అభ్యాసం - 2

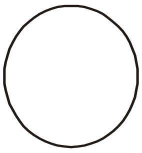
1. కింది వానిలో ఏవి బహుభుజులో పరిశీలించుము. ఏదైనా బహుభుజి కానిచో ఎందుకో తెల్పుము?



(i)

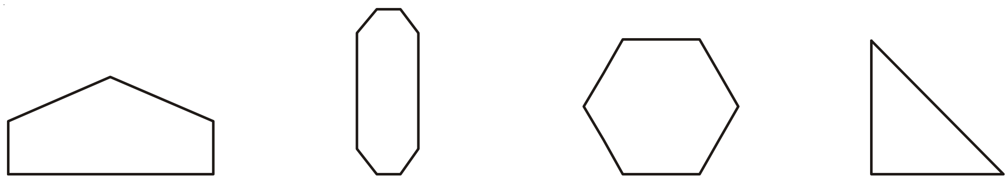


(ii)



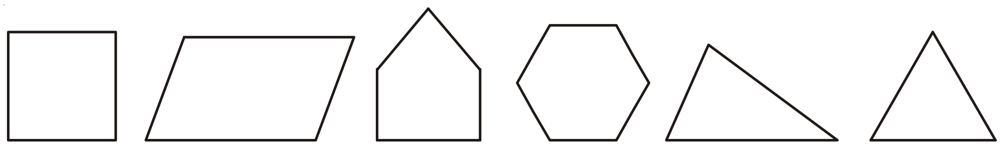
(ii)

2. కింది పటాలలో భుజాల సంఖ్యను తెలిపి అది ఏ రకమైన బహుభుజో తెల్పుము.



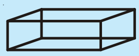
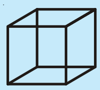
(i) (ii) (ii) (iv)

3. కింది పటాలలో క్రమ బహుభుజులను గుర్తించుము.



మనం నేర్చుకున్నవి

1. సాధారణంగా వివిధ అట్టపెట్టెలు ఘనము లేక దీర్ఘఘనం ఆకారంలో ఉంటాయి.

ఆకారం	ముఖాలు	అంచులు	శీర్షాలు
	6	12	8
	6	12	8

2. కోన్ ఐస్‌క్రీమ్ కప్, జోకర్ టోపి మొదలగునవి శంఖువు ఆకారంలో ఉంటాయి.

3. పైపులు, టిన్నులు, ఆయిల్ డ్రమ్ములు, కొయ్యదూలాలు మొదలగునవి స్థూపాకారంలో ఉంటాయి.

4. బంతి, లడ్డూలు మొదలగునవి గోళాకారంలో ఉంటాయి.

5. ఒక బహుభుజి అనేది సరళరేఖలచే ఏర్పడిన సంవృత పటము.

6. అన్ని భుజాల కొలతలు, కోణాల కొలతలు సమానమైనట్టి బహుభుజిని, క్రమబహుభుజి అంటాం.

జవాబులు

అభ్యాసం - 1.1

1.

	అతి పెద్ద సంఖ్య	అతి చిన్న సంఖ్య
i	15892	15370
ii	25800	25073
iii	44687	44602
iv	75671	75610
v	34899	34891

2. i 375, 1475, 4713, 15951 ii 9347, 12300, 19035, 22570
3. i 89715, 89254, 45321, 1876 ii 18500, 8700, 3900, 3000
4. i < ii > iii > iv >
5. i డెబ్బై రెండు వేల ఆరువందల నలభై రెండు.
   ii యాభై ఐదు వేల మూడు వందల నలభై ఐదు.
   iii అరవై ఆరువేల ఆరు వందలు
   iv ముప్పై వేల మూడు వందల ఒకటి
6. i 40270 ii 14064 iii 9700 iv 60000
7. i పెద్ద సంఖ్య 7430 ii చిన్న సంఖ్య 3047
8. i 1000 ii 9999 iii 10000 iv 99999

అభ్యాసం - 1.2

1. i 90 ii 420 iii 3950 iv 4410
2. i 700 ii 36200 iii 13600 iv 93600
3. i 3000 ii 70000 iii 9000 iv 4000
4. i 3407 ii 12351 iii 30525 iv 99999
5. i 4000 + 300 + 40 + 8 ii 30000 + 200 + 10 + 4
   iii 20000 + 2000 + 200 + 20 + 2 iv 70000 + 5000 + 20 + 5

అభ్యాసం - 1.3

1. i 1,12,45,670 ii 2,24,02,151
   iii 3,06,08,712 iv 19,03,08,020
2. i ముప్పై నాలుగు వేల ఇరవై ఐదు

ii ఏడు లక్షల తొమ్మిది వేల ఒక వంద పదిహేను.

iii నలభై ఏడు కోట్ల అరవై లక్షల మూడు వందల పదిహేడు

iv ఆరుకోట్ల పద్దెనిమిది లక్షల ఏడువేలు

3. i 4,57,400 ii 60,02,775

iii 2,50,40,303 iv 60,60,60,600

4. i 600000 + 40000 + 100 + 50 + 6

ii 6000000 + 300000 + 20000 + 500

iii 10000000 + 2000000 + 500000 + 30000 + 200 + 70 + 5

iv 700000000 + 50000000 + 8000000 + 10000 + 9000 + 200 + 2

5. i 54, 28, 524 ii 6, 43, 20, 501

iii 3, 03, 07, 881 iv 7, 70, 07, 070

6. i 18, 71, 964 > 4, 67, 612 ii 14, 35, 10, 300 > 14, 25, 10, 300

7. i 99, 999 < 2, 00, 015 ii 13, 49, 785 < 13, 50, 050

అభ్యాసం - 1.4

1. i 97, 645, 315 ii 20, 048, 421

iii 476, 356 iv 9, 490, 026, 834

3. హిందూ - అరబ్ సంఖ్యామానం

i పన్నెండు కోట్ల ముప్పై ఒకటి లక్షల పదిహేను వేల ఇరవై ఏడు.

ii ఎనిమిది కోట్ల తొంభై ఆరు లక్షల నలభై మూడువేల తొంభై రెండు.

అంతర్జాతీయ (ఆంగ్ల) సంఖ్యామానం

i ఒక వంద ఇరవై మూడు మిలియన్ల ఒక వంద పదిహేను వేల ఇరవై ఏడు.

ii ఎనభై తొమ్మిది మిలియన్ల ఆరువందల నలభై మూడు వేల తొంభై రెండు.

4. i 2 ii 4

iii 0 iv మూడు వందల రెండు

అభ్యాసం - 1.5

1. 54,284 2. 2,34,732

3. అతి పెద్ద సంఖ్య = 75430

అతి చిన్న సంఖ్య = 30457

తేడా = 44973

4. 96875 సైకిళ్లు 5. 2400 కి.మీ, 24,00,000 మీ.

6. 1680 గ్రాములు; 1 కి.గ్రా. 680 గ్రాములు 7. 22 కి.మీ 500 మీ.

8. 22 షర్టులు ; 40 సెం.మీ బట్ట మిగులును 9. ₹ 45000

అభ్యాసం - 2.1

1. i T — ii T

iii F సహజ సంఖ్యలన్నీ పూర్ణాంకాలు — iv T

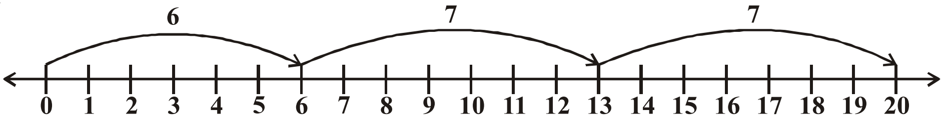
v F సంఖ్యా రేఖపై ఎడమ వైపున గల పూర్ణాంకం దాని కుడివైపున గల సంఖ్య కంటే చిన్నది

vi F సంఖ్యారేఖ పై కనిష్ట పూర్ణాంకాన్ని సూచించవచ్చు

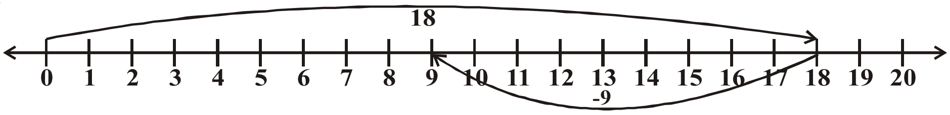
vii F సంఖ్యారేఖపై గరిష్ట పూర్ణాంకాన్ని సూచించలేము

2. 18

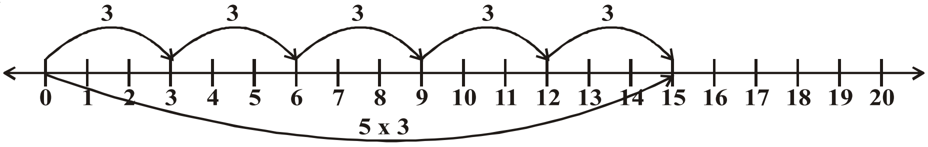
3. i.



ii.



iii.



4. i 239 కి కుడి పక్కన 895 ఉంటుంది — ii 1001 కు కుడి పక్కన 10001 ఉంటుంది

iii 284013 కు కుడిపక్కన 10015678 ఉంటుంది

5.

6. i > ii > iii < iv >

7.

అభ్యాసం - 2.2

1.	i 532	ii 47	iii C	iv 100	v 85	vi d
2.	i. 1095	ii 600	3. i 196300	ii 1530000		
4.	i 11040	ii 388710	5. i 407745	ii 2000955		
6.	₹ 3000		7. ₹ 330			
8.	i c	ii e	iii b	iv a	v d	

అభ్యాసం - 2.3

1. $123456 \times 8 + 6 = 987654$

$1234567 \times 8 + 7 = 9876543$

$12345678 \times 8 + 8 = 98765432$

$123456789 \times 8 + 9 = 987654321$

2. $91 \times 11 \times 4 = 4004$

$91 \times 11 \times 5 = 5005$

$91 \times 11 \times 6 = 6006$

$91 \times 11 \times 7 = 7007$

$91 \times 11 \times 8 = 8008$

$91 \times 11 \times 9 = 9009$

$91 \times 11 \times 10 = 10010$

అభ్యాసం - 3.1

1. 2చే నిశ్శేషంగా భాగించబడేవి -- ii, iii, iv, v vi, viii

   3చే నిశ్శేషంగా భాగించబడేవి -- i, ii, iii, iv, v, vii

   6చే నిశ్శేషంగా భాగించబడేవి -- ii, iii, iv, v

2. 5చే నిశ్శేషంగా భాగించబడేవి -- 25, 125, 250, 1250, 10205, 70985, 45880

   10చే నిశ్శేషంగా భాగించబడేవి -- 250, 1250, 45880

5. 3,5 లచే12345 నిశ్శేషంగా భాగించబడును

   54321 కేవలం 3చే నిశ్శేషంగా భాగించబడును

7. i. 2, 8 ii. 0, 9 iii. 1, 7

8. 2 9. 6

అభ్యాసం - 3.2

1. i 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 ii 1, 23

   iii 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 96 iv 1, 5, 23, 115

2. i, ii 3. 19

4. ప్రధానసంఖ్యలు - 11, 13, 17, 19, 23, 29

   సంయుక్త సంఖ్యలు - 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28

5. 13-31, 79-97 6. (3, 5), (5, 7), (11, 13), (17, 19)

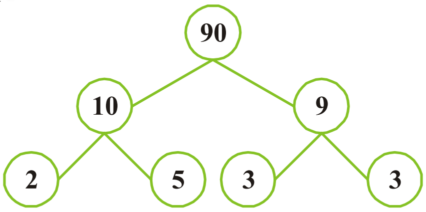
7. 5 మరియు 7 8. 13, 23

9. 90 నుండి 96 10. (31, 11, 11); (13, 17, 23); (3, 19, 31) మొIIనవి

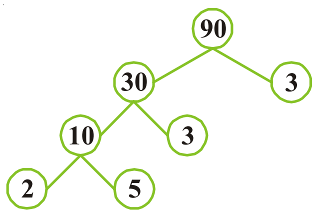
11. (3, 13); (7, 17); (23, 13) మొIIనవి 12. (2, 3); (3, 7); (7, 13) మొIIనవి

అభ్యాసం - 3.3

1. i



ii



2. $2 \times 2 \times 3 \times 7$

3. నాల్గంకెల అతి పెద్ద సంఖ్య - 9999

ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధం - $101 \times 11 \times 3 \times 3$

4. ఈ సంఖ్య 210 ఎందుకనగా $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$

అభ్యాసం - 3.4

1. i 9 ii 53 iii 5 iv 32

2. 72 3. 3 4. కాదు; 1 5. 8 లీ.

అభ్యాసం - 3.5

1. i 60 ii 75 iii 42 iv 54 v 1008 vi 182
2. i 2352 ii 2142 iii 1980
3. 247
4. i 900 ii 904
5. 576 6. 8 7. 13వ రోజు

అభ్యాసం - 3.6

1. i క.సా.గు = 120, గ.సా.భా = 3 ii క.సా.గు = 200, గ.సా.భా = 1

iii క.సా.గు = 48, గ.సా.భా = 12

2. 36 3. 546 4. 18

అభ్యాసం - 3.7

1. i, ii, iii, iv 2. ii, iv, v
3. i కాదు ii అవును iii అవును
4. 4చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడేవి - i, ii, iii, iv

8చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడేవి - i, ii, iii

5. 1 6. 1
7. 1001, 1012, 1023, 1034, 1045, 1056, 1067, 1078, 1089
8. 1243 9. 104

అభ్యాసం - 4.1

1. i. $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ ii. $\overline{PQ}$, $\overline{QR}$, $\overline{RS}$, $\overline{ST}$, $\overline{PT}$

3. i. లెక్కింపలేనన్ని / చాలా ii. ఒకటి

4. iii. రేఖా ఖండం

5. i. రెండు ii. ఒకటి iii. లేవు

6. i. T ii. T iii. F iv. F v. T

అభ్యాసం - 4.2

1. i., ii iv

2. వివృత (i., v) సంవృత (ii., iii., iv)

3. అంతరం (A, B, E, G, I), సరిహద్దు (K, F, C), బాహ్యం (J, D)

అభ్యాసం - 4.3

1. ii. $\angle BOC$, O, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ iii. $\angle COD$, O, $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OD}$

   iv. $\angle AOD$, O, $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OD}$

2. $\angle BAD$, $\angle ABC$, $\angle BCD$, $\angle ADC$

4. i., iii.

అభ్యాసం - 4.4

2. i. $\overline{PS}$ ii. $\angle R$ iii. $\overline{PS}$ మరియు $\overline{QR}$ iv. $\angle P$ మరియు $\angle R$

3. i. S, R ii. A, B, C, D, E iii. T, P, Q

అభ్యాసం - 4.5

3. i. T ii. T iii. T iv. F v. F

అభ్యాసం - 5.1

4. రేష్మ గుర్తించినది సరైనది.

అభ్యాసం - 5.2

1. i సత్యం

   ii అసత్యం లంబకోణం కొలత 90°

   iii అసత్యం సరళకోణం కొలత 180°

   iv సత్యం

   v సత్యం

2. అల్పకోణాలు $\angle 1, \angle 3$

   అధిక కోణాలు $\angle 2, \angle 4$

3. $\angle ABC = 60^o$

   $\angle DEF = 120^o$

   $\angle PQR = 90^o$

   $\angle DEF$ అతి పెద్ద కోణం

4. i లంబకోణం ii సరళ కోణం

   iii శూన్య కోణం iv అధిక కోణం

   v పరావర్తన కోణం

5. అల్ప కోణం 45°

   లంబ కోణం 90°

   అధిక కోణం 150°

   పరావర్తన కోణం 270°

   సరళ కోణం 180°

అభ్యాసం - 5.3

1. i సమాంతర రేఖలు ii సమాంతర రేఖలు iii ఏది కాదు

   iv సమాంతర రేఖలు v లంబ రేఖలు

3. సమాంతర రేఖలు $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$

   లంబాలు $AD \perp AB$, $AB \perp BC$, $BC \perp CD$, $CD \perp DA$

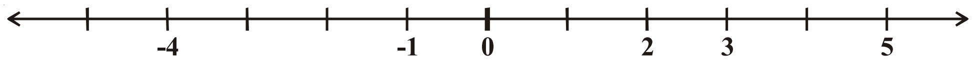
   ఖండన రేఖల జత AC, BD

అభ్యాసం - 6.1

1. i. + 3000 మీటర్లు ii. -10 మీటర్లు
   iii. + 35°C iv. 0°C
   v. -36°C vi. -500 మీటర్లు
   vii. -19°C viii. +18°C

2. (-1, -2, -3, -4, -5 ... మొదలగునవి)

3. (1, 2, 3, 4, 5 ... మొదలగునవి)

4. 

5. i. [అసత్యం, ఎడమవైపు] ii. [అసత్యం]
   iii. [సత్యం] iv. [సత్యం]

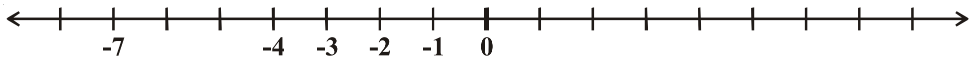
అభ్యాసం - 6.2

1. i. < ii. > iii. < iv. > v. < vi. <

2. i. (-7, -3, 5) ii. (-1, 0, 3)
   (5, -3, -7) (3, 0, -1)
   iii. (-6, 1, 3) iv. (-5, -3, -1)
   (3, 1, -6) (-1, -3, -5)

3. i. (సత్యం) ii. (అసత్యం -12 ఋణపూర్ణ సంఖ్య మరియు + 12 ధనపూర్ణ సంఖ్య)
   iii. (సత్యం) iv. (సత్యం)
   v. (అసత్యం -100 < + 100) vi. (అసత్యం, -1 > -8)

4. i. 0 ii. -4, -3, -2, -1
   iii. -7 iv. -1, -2



5. కుఫ్రీ (-6°C < 4°C)

అభ్యాసం - 6.3

1. i. 1 ii. -10 iii. -9
   iv. 0 v. -16 vi. 3

2. i. 7 ii. 6 iii. 0
   iv. -115 v. -132 vi. 6

3. i. -154 ii. -40 iii. 199 iv. 140

4. i. 6 ii. -78 iii. -64 iv. 25

అభ్యాసం - 6.4

1.	i.	18	ii.	-14	iii.	-33		
	iv.	-33	v.	44	vi.	19		
2.	i.	$<$	ii.	$>$	iii.	$>$	iv.	$=$
3.	i.	13	ii.	0	iii.	-9	iv.	-6
4.	i.	-13	ii.	21	iii.	-33	iv	88

అభ్యాసం - 7.1

1. ii, iii

2. iv, v $\frac{13}{2}$ భిన్నం 6,7 ల మధ్య ఉంటుంది.

3. ii, iv $\frac{7}{3}$ భిన్నం 2,3 ల మధ్య ఉంటుంది.

4. i. $2\frac{1}{3}$ ii. $5\frac{1}{2}$ iii. $2\frac{1}{4}$ iv. $6\frac{3}{4}$ 5. i. $\frac{9}{7}$ ii. $\frac{26}{8}=\frac{13}{4}$ iii. $\frac{92}{9}$ iv. $\frac{79}{9}$

అభ్యాసం - 7.2

1. i, ii

3. i $\left(\frac{2}{3},\frac{5}{3},\frac{1}{3},\frac{4}{6}=\frac{2}{3}\right)$ ii $\frac{3}{5}$ మరియు $\frac{2}{5}$ iii $\left(\frac{7}{8},\frac{2}{8}\right)$

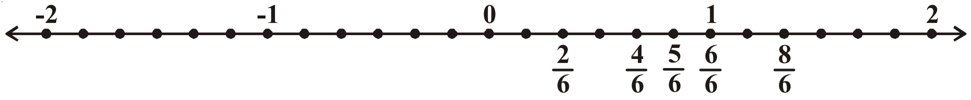
అభ్యాసం - 7.3

1. ఆరోహణ క్రమం   అవరోహణ క్రమం

i $\frac{1}{8}<\frac{3}{8}<\frac{4}{8}<\frac{6}{8}$ or $\frac{6}{8}>\frac{4}{8}>\frac{3}{8}>\frac{1}{8}$

ii $\frac{3}{9}<\frac{4}{9}<\frac{6}{9}<\frac{8}{9}$ అవరోహణ క్రమంగా మీ సొంతంగా తెలుపండి

2.



$\frac{2}{6}<\frac{4}{6}<\frac{5}{6}<\frac{6}{6}<\frac{8}{6}$

3. i $\frac{1}{6} \boxed{<} \frac{1}{3}$ ii $\frac{3}{4} \boxed{>} \frac{2}{6}$ iii $\frac{2}{3} \boxed{>} \frac{2}{4}$

iv $\frac{6}{6} \boxed{=} \frac{3}{3}$ v $\frac{5}{6} \boxed{<} \frac{5}{5}$

4. i $\frac{1}{2} \boxed{>} \frac{1}{5}$ ii $\frac{2}{4} \boxed{=} \frac{3}{6}$ iii $\frac{3}{5} \boxed{<} \frac{2}{3}$

iv $\frac{3}{4} \boxed{>} \frac{2}{8}$ v $\frac{3}{5} \boxed{<} \frac{6}{5}$ vi $\frac{7}{9} \boxed{>} \frac{3}{9}$

5. i కాదు ఎందుకనగా $\frac{5}{9}$ కన్నా $\frac{4}{5}$ పెద్దది

ii కాదు $\frac{5}{9}$ కన్నా $\frac{9}{16}$ పెద్దది

iii అవును $\frac{4}{5} = \frac{16}{20}$; $\frac{\overset{4}{\cancel{16}}}{\underset{5}{\cancel{20}}} = \frac{4}{5}$

iv కాదు $\frac{1}{15}$ కన్నా $\frac{4}{30}$ పెద్దది ; $\frac{\cancel{4}}{\cancel{30}} = \frac{2}{15} > \frac{1}{15}$

6. వర్షిత, ఎందుకనగా లలిత 100 లో $\frac{2}{5}$ భాగం అనగా 40 పేజీలు చదివింది.

7. i + ii – ii +

8. i $\frac{2}{18} = \frac{1}{9}$ ii $\frac{11}{15}$ iii $\frac{2}{7}$ iv $\frac{22}{22} = 1$

v $\frac{5}{15}$ vi $\frac{8}{8} = 1$ vii $\frac{1}{3}$ viii $\frac{1}{4}$ ix $\frac{3}{5}$

9. i $\frac{4}{10}$ ii $\frac{8}{21}$ iii $\frac{9}{6}$ iv $\frac{7}{27}$

10. మొత్తం గోడ 11. $\frac{2}{7}$ 12. $\frac{5}{8}$

13. స్నిగ్ధ తక్కువ సమయాన్ని తీసుకొంది. ఆమెకు పాఠశాల గ్రౌండు చుట్టు నడిచి రావడానికి $\frac{9}{20}$ నిమిషాలు తక్కువ సమయం పట్టింది.

అభ్యాసం - 7.4

1. i $\frac{8}{10}$ ii 15   iii 7   iv పదవది $\frac{8}{10}$ v దశాంశ బిందువు

2. i 125.4   ii 20.2   iii 8.6

3. i .16   ii .278   iii .06   iv 3.69
   v .016   vi 34.5

4. i 4   ii $\frac{8}{100}$ iii $\frac{9}{10}$ iv $\frac{5}{10}$
   v $\frac{3}{100}$ vi $\frac{7}{10}$

5. i 0.4   ii 70.7   iii 6.6   iv 7.4   v. 0.8

6. i $0.04 < 0.14 < 1.04 < 1.14$ ii $.99 < 1.1 < 7 < 9.09$

7. i $88 > 8.6 > 8.59 > 8.09$ ii $8.68 > 8.66 > 8.06 > 6.8$

అభ్యాసం - 7.5

1. i. ₹1·25 ; ₹ 0.75 ; ₹ 3.75

2. i 28.91   ii 17·09   iii 10.46   iv 21·24   v 6·32

3. 8 కి.మీ. 323 మీ.

4. 12 మీ.

అభ్యాసం - 9.1

1. i $2x$ ii $4x$ iii $3x$

2. 3 n

3. i 2s   ii 3s

4. 7 n   5. 90 m 6. ₹ 23

7. $(x-2)$ 8. $2y+3$ 9. 6 z

11. i 19   ii $3 + 2(n-1) = 2n + 1$

అభ్యాసం - 9.2

1. i 5 q   ii $\frac{y}{4}$ iii $\frac{pq}{4}$ iv 3z+5
   v $9n + 10$ vi $2y - 16$ vii $10y + x$

అభ్యాసం - 9.3

1. i, iv, v, viii, x, xi, xii

2.
   - i L.H.S = $x - 5$ R.H.S = 6
   - ii L.H.S = $4y$ R.H.S = 12
   - iii L.H.S = $2z + 3$ R.H.S = 7
   - iv L.H.S = 3p R.H.S = 24
   - v L.H.S = 4 R.H.S = $x - 2$
   - vi L.H.S = 2a–3 R.H.S = –5

3. i $x = 2$ ii $y = 9$ iii a = 8
   iv p = 3 v n = 5 vi z = 9

అభ్యాసం - 10.1

1. 230 సెం.మీ, 48 సెం.మీ, 24 సెం.మీ, 40 సెం.మీ.
2. చుట్టుకొలత 120 సెం.మీ,, 120 సెం.మీ, 120 సెం.మీ, 144 సెం.మీ. మరియు తీగ ఖరీదు ₹ 1800, ₹1800, ₹1800, ₹2160 మొదలగునవి
3. (1,11) (2,10) (3,9) (4,8), (5,7), (6,6) 4. ₹ 840
5. i 20 సెం.మీ ii 15 సెం.మీ iii 10 సెం.మీ iv 12 సెం.మీ
6. బంతీ; 60 మీ 7. పొడవు = 16 సెం.మీ వెడల్పు = 8 సెం.మీ 8. 10 సెం.మీ
9. i 12 సెం.మీ ii 27 సెం.మీ iii 22 సెం.మీ

అభ్యాసం - 10.2

1. i 1000 సెం.మీ^{2} ii 2925 మీ^{2} iii 400 సెం.మీ^{2} 133 కి.మీ^{2}
2. i 676 మీ^{2} ii 289 కి.మీ^{2} iii 2704 సెం.మీ^{2} iv 64 సెం.మీ^{2}
3. 45 సెం.మీ 4. 1800 మీ^{2}
5. భుజం పొడవు = 10 సెం.మీ వైశాల్యం = 100 సెం.మీ^{2}
6. 200 మీ 7. 24 మీ^{2} ; ₹ 5760
8. చతురస్రం; 64 మీ^{2} 9. 4.7 సెం.మీ; చతురస్రం
10. రాహుల్ పొలం కంచెకు అయిన ఖర్చు = ₹ 1,80,000
    రాము పొలం కంచెకు అయిన ఖర్చు = ₹ 1,80,000
    రాము ఎక్కువ చెట్లును నాటవచ్చు. 1000 చెట్లు ఎక్కువ నాటవచ్చు.
11. 80 మీ 12. ₹ 26,400
13. ₹ 5,04,000
14. i వైశాల్యం 4 రెట్లు పెరుగును ii వైశాల్యం 6 రెట్లు పెరుగును
15. i వైశాల్యం 4 రెట్లు పెరుగును ii మొదటి వైశాల్యంలో $\frac{1}{4}$ భాగం ఉంటుంది.

అభ్యాసం - 11.1

1. ii 7 : 11 iii 2 : 3 iv 5 : 8 v 3 : 5

2. i 2 ii. 1/2 iii. 2 : 1

3. ఎ. 1 : 4 బి. మిరపపొడి : కందిపప్పు 80 : 1 కందిపప్పు : మిరపపొడి 1 : 80 సి. 1:1

అభ్యాసం - 11.2

1. కనిష్ట పదాలు i, iii, v, vi
   ii 16 : 20 → 4 : 5
   iv 20 : 60 → 1 : 3

2. బియ్యం : గోధుమలు 1 : 3 బియ్యం : మొత్తం 1 : 4

3. i. 5 : 3 ii. 5 : 8 iii. 3 : 8

5. 4 : 1

6. 20 : 60, కనిష్ట పదాలు 1 : 3 7. 2 : 5

అభ్యాసం - 11.3

1. i 15 ii 10

2. A X = 6 సెం.మీ XB = 8 సెం.మీ

3. గీత = ₹ 450, లక్ష్మి = ₹ 600

4. సత్య = ₹ 1350, సిరి = ₹ 2250

6. సంఖ్యలు 60 మరియు 72

7. రాబడి = ₹ 6534, పొదుపు = ₹ 1188

అభ్యాసం - 11.4

1. ₹ 75 2. ₹ 24 3. 525 గ్రా.

4. 20 కుర్చీ 5. 12 గం॥

6. i ₹ 25000 ii 1 సం. 7 నెలలు (19 నెలలు)

7. ₹ 210

8. i. 480 గొర్రెలు ii. 8 : 11 iii. 11 : 3

9. లేవు; ఆ వరుస మార్చి రాయగా 3, 5, 9, 15 మరియు 5, 3, 15, 9 10. $5^{\circ}C$

11. $\frac{15}{18} = \frac{5}{6} = \frac{10}{12} = \frac{25}{30}$

12.

వెడల్పు	10	20	40
పొడవు	25	50	100

13. i. 3 : 1 ii. 1 : 4 iii. 3 : 4

14. i. 5 : 4 ii. 4 : 5

15. i. 3 : 1 ii. 24 iii. 8 iv. 30 v. 64

16. i 4 : 5 ii. 12 iii. 30 iv. 25

అభ్యాసం - 12.2

3. i 4 ii 1 iii 2 iv 0

   v 4 vi 2

5. i 3 ii 1 iii 0 iv 2

   v 6 vi. లెక్కించలేము. ఎందుకంటే వృత్త కేంద్రం గుండా పోయే అన్ని రేఖలు కూడ సౌష్టవరేఖలే.

అభ్యాసం - 14.1

1. తలాలు అంచులు శీర్షాలు

   4 6 4

2. F E V

   5 8 5

3. శంఖం 1 1 1

   స్థూపం 1 2 లేవు

   గోళం 1 లేవు లేవు

4. తలాలు 5

   అంచులు9

   శీర్షాలు 6

అభ్యాసం - 14.2

1. i కాదు, ఎందుకనగా బహుభుజి సరళరేఖలతో ఏర్పడిన సరళ సంవృత పటం.

   iii కాదు, పై జవాబును పరిశీలించి తెలుసుకొనుము.

2. i పంచభుజి ii అష్టభుజి iii షడ్భుజి iv త్రిభుజం

ఉపాధ్యాయులకు సూచనలు

ప్రియమైన ఉపాధ్యాయినీ, ఉపాధ్యాయులకు,

విద్యాభివందనాలు మరియు నూతనంగా అభివృద్ధి పరచిన నూతన గణిత పాఠ్యపుస్తకాలలోకి స్వాగతం .

- ప్రాథమికోన్నత స్థాయి విద్యకోసం SCF - 2011 మౌళిక సూత్రాలు, గణిత ఆధార పత్రం, నిర్బంధ ఉచిత విద్యహక్కు చట్టం – 2009 ఆధారంగా సిలబస్‌ను తయారుచేసుకొని ప్రస్తుత పాఠ్యపుస్తకాలను రూపొందించారు.
- గణితంలోని వివిధ శాఖలైన అంకగణితం, బీజగణితం, రేఖాగణితం, క్షేత్రమితి మరియు సాంఖ్యక శాస్త్రాలకు సంబంధించిన విషయాలను 14 అధ్యాయాల్లో పొందుపరచారు.
- ఈ అధ్యాయాలు గణితంలో నిర్ధారించిన విషయ నైపుణ్యాలు, సమస్యా పరిష్కారం, హేతుకీకరణ, నిరూపణలు, వివిధ విషయాల మధ్య సంబంధాలను ఏర్పరచడం, ప్రాతినిధ్యం వంటి విద్యా ప్రమాణాలను పిల్లలు సాధించడానికి దోహదపడుతాయి.
- అమరికల పరిశీలన (observation of patterns), ఆగమనం ద్వారా సాధారణీకరించడం, అనుగమన ఆలోచనలు, తార్కిక ఆలోచనలు, వివిధ పద్ధతులలో సమస్యలను పరిష్కరించడం, ప్రశ్నించడం, పరస్పర చర్చలు, వంటి నైపుణ్యాలను విద్యార్థులలో అభివృద్ధిపరచే దిశగా అధ్యాయాలు రూపొందించారు.
- ప్రాథమిక స్థాయిలో పిల్లలు అభ్యసించిన సామర్థ్యాలను ఆధారంగా చేసుకొని ఉదాహరణలు, కృత్యాలు, సన్నివేశాలను ఈ పుస్తకంలో పొందుపరచారు. దీని వల్ల పిల్లలు ఉత్సాహంగా కృత్యాల్లో పాల్గొని గణిత అధ్యయనంలో ఆనందాన్ని పొందుతారు.
- ఈ పుస్తకంలో పొందుపరచిన విద్యా ప్రమాణాలను పిల్లలందరూ సాధించడానికి అధ్యాయాలలో సూచించిన విధంగా చర్చల్లో, కృత్యాలలో విద్యార్థులు నిరంతరం పాల్గొనేలా ఉపాధ్యాయులు కృషి చేయాలి.
- ప్రతీ అధ్యాయంలోని ప్రశ్నల గురించి పిల్లలందరూ ఆలోచించడానికి, సమాధానాలు కనుక్కోడానికి తగు ప్రోత్సాహం ఇవ్వాలి. ఇటువంటి ప్రశ్నలు విద్యార్థుల్లో తార్కిక, ఆగమన, నిగమన విధానాలలో ఆలోచించే విధంగా దోహదపడతాయి.
- గణిత విషయాలను నేర్చుకోవడంలో అర్థంచేసుకోవడం, వాటిని సాధారణీకరించడం ప్రధానమైనవి. విద్యార్థులు మొదట నేర్చుకొనే విషయం ఆవశ్యకతను గుర్తించడం, తర్వాత అవగాహన చేసుకోవడం ద్వారా సమస్యలను తమకు తాముగా పరిష్కరించి అందులోని సత్యాలను సాధారణీకరించుకొంటారు. ప్రతీ అధ్యాయంలో పిల్లలు భావనలు ఏర్పరచుకొనేలా, వాటిని అర్థం చేసుకుని తదుపరి అభ్యసనంలో వినియోగించేలా ప్రతి అధ్యాయంలో దృష్టి పెట్టాలి.
- సందర్భానుసారంగా వివరణలు, పొందుపరిచిన చిత్రాలు సరైన అవగాహన కల్పించి అపోహలను తొలగించడానికి దోహదపడుతాయి.

- భావనలపై అవగాహన కల్పించిన తర్వాత వాటికి సంబంధించిన **"ఇవి చేయండి"**, **"ప్రయత్నించండి"** లాంటి అభ్యాసాలను విస్తృతంగా ఇచ్చారు. **"ఇవి చేయండి"** అనేది రెండు మూడు భావనలు నేర్పించిన తర్వాత వెనువెంటనే అభ్యాసం కోసం ఉద్దేశించినది. వీటిని పిల్లలతో తమకు తాముగా గాని, జట్లలో గాని చేయించాలి. **"ప్రయత్నించండి"** అనే అభ్యాసాలు పిల్లల్లో సత్యాలకు సంబంధించిన సాధరణీకరణలు చేసుకోవడానికి, సరిచూసుకోవడానికి దోహదం చేస్తాయి. ఈ క్రమంలో అవసరం మేరకు సహాయ సహకారాలను ఉపాధ్యాయులు పిల్లలకు అందించాలి. ఇలా చేయడం వల్ల పిల్లలు ఏ మేరకు నేర్చుకున్నారో తెలుసుకోవచ్చు.

- అధ్యాయాల్లో చివరగా పొందపరచిన **"మనం నేర్చుకొన్నవి"** అనే శీర్షిక కింద ఉన్న అంశాలు విద్యా ప్రమాణాలను దృష్టిలో పెట్టుకొని క్రోడీకరించబడ్డాయి. కాబట్టి వీటిని పిల్లలందరూ సంపూర్ణంగా సాధించాలి. ఇలా నేర్చుకొన్న నైపుణ్యాలన్నింటిని పిల్లలందరూ ప్రదర్శించగలరని నిర్ధారించుకొన్న తర్వాతనే తదుపరి అధ్యాయం ప్రారంభించాలి.

- అధ్యాయాల్లో ఇచ్చిన అభ్యాసాలతోబాటు ఉపాధ్యాయుడు కూడా మరికొన్ని సమస్యలను సొంతంగా తయారుచేసుకోవాలి. అలాగే పిల్లలు కూడా నిత్య జీవితంలో ఎదురయ్యే సమస్యలను గణితాన్ని ఉపయోగించి సాధించేట్లు, సొంతంగా సమస్యలు తయారు చేసేట్లు ప్రోత్సహించాలి.

- పై అంశాల్ని విజయవంతంగా అమలు చేయడానికి ఉపాధ్యాయులు తప్పని సరిగా గణిత పుస్తకాన్ని సమూలంగా, సమగ్రంగా, విమర్శనాత్మకంగా అధ్యయనం చేయాలి. ఇందుకోసం పుస్తకంలోని అభ్యాసాలలోని అన్ని సమస్యలను తాను చేసిచూడాలి. ఆ తర్వాతనే బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలను నిర్వహించాలి.

- ఉపాధ్యాయుల మార్గదర్శనం కోసం బోధనాభ్యసన వ్యూహాలను, ఆశించిన అభ్యసన ఫలితాలను, తరగతి వారీగా, విషయం వారీగా, సిలబస్ వారీగా కరదీపిక రూపంలో తయారుచేసి పాఠశాలలకు అందివ్వడం జరిగింది. ఈ కరదీపిక సహాయంతో ఉపాధ్యాయులు ఉత్తమ బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలను నిర్వహించి తద్వారా విద్యార్థులందరూ ఆశించిన అభ్యసన ఫలితాలు సాధించేలా కృషి చేయాలి.

6వ తరగరతి సిలబస్

అధ్యాయాలు | **విషయ వివరణ**

సంఖ్యా వ్యవస్థ (60 గంటలు)
- (i) సంఖ్యల పరిచయం
- (ii) పూర్ణాంకాలు
- (iii) సంఖ్యలతో ఆడుకోవడం
- (iv) పూర్ణ సంఖ్యలు
- (v) భిన్నాలు మరియు దశాంశ భిన్నాలు

(i) సంఖ్యల పరిచయం

- 99,999 వరకు సంఖ్యల స్వభావాన్ని అవగాహన చేసుకొనుట. సంఖ్యలను అంచనా వేయటం. సంఖ్యలను పోల్చటం. స్థానవిలువలు – పునశ్చరణ, విస్తరణ. సంయోజకాలు, సంజ్ఞల వినియోగం (=, <,>)
- చతుర్విధ ప్రక్రియలపై పద సమస్యలు. (గరిష్ఠంగా 6–అంకెల సంఖ్యలు వచ్చే వరకు). పొడవు, బరువుల ప్రమాణాల మార్పిడి.
- చతుర్విధ ప్రక్రియలలోని సమాధానాలను అంచనా వేయడం. (పద సమస్యల ద్వారా)
- పెద్ద సంఖ్యల పరిచయం. (అ) ఒక లక్ష మరియు పది లక్షలు వరకు (ఆ) ఒక కోటి మరియు పది కోట్ల వరకు • అంతర్జాతీయ సంఖ్యా మానము (మిలియన్‌లు ....)

(ii) పూర్ణాంకాలు

- సహజ సంఖ్యలు, పూర్ణాంకాలు.
- సంఖ్యల ధర్మాలు (సంవృత, స్థిత్యంతర, సహచర, విభాగ న్యాయాలు, సంకలన తత్సమాంశము, గుణకార తత్సమాంశము).
- సంఖ్యారేఖ : సంఖ్యా క్రమాలను పరిశీలించటం. సూత్రాలను గుర్తించటం, తయారు చేయటం.
- చతుర్విధ ప్రక్రియలలోని ధర్మాల వినియోగం.

(iii) సంఖ్యలతో ఆడుకోవడం

- 2,3,5,6,9 మరియు 10ల భాజనీయతా సూత్రాలను క్రోడీకరించటం.
- క్రమాలను పరిశీలించుట ద్వారా 4, 8 మరియు 11ల భాజనీయతా సూత్రాలను కనుగొనటం.
- గుణిజాలు, కారణాంకాలు. సరి, బేసి సంఖ్యలు. ప్రధాన, సంయుక్త సంఖ్యలు. పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు.
- ప్రధాన కారణాంక విభజన. ఒకటి కన్నా పెద్దదైన ప్రతి సంఖ్యను ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధంగా వ్రాయటం.
- గ.సా.భా మరియు క.సా.గు. కారణాంక విభజన పద్ధతి, భాగాహార పద్ధతి.
- ధర్మం : రెండు సంఖ్యల లబ్ధము = వాటి క.సా.గు. × గ.సా.భా.
- పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యల క.సా.గు మరియు గ.సా.భా.

(iv) పూర్ణ సంఖ్యలు

- ఋణ సంఖ్యల ఆవశ్యకత. ఋణ సంఖ్యల నమూనాలు. ఋణ సంఖ్యలకు నిత్య జీవిత అవసరాలకు గల సంబంధం.
- ఋణ సంఖ్యల క్రమానుగతం. సంఖ్య రేఖాపై ఋణ సంఖ్యలను గుర్తించటం. సంఖ్యా క్రమాలను పరిశీలించటం. సూత్రాలను గుర్తించటం, తయారు చేయటం.
- పూర్ణ సంఖ్యల నిర్వచనాన్ని అవగాహన చేసుకొనటం. సంఖ్యా రేఖపై పూర్ణసంఖ్యలను గుర్తించటం.
- పూర్ణ సంఖ్యల సంకలన, వ్యవకనాలు. సంఖ్యా రేఖపై ఈ ప్రక్రియలను సూచించటం. ఋణ పూర్ణ సంఖ్యలను సంఖ్యలకు కలిపితే వాటి విలువ తగ్గుతుందని అవగాహన చేసుకొనటం.
- పూర్ణ సంఖ్యలను పోల్చటం, క్రమంలో ఉంచటం.

	(v) భిన్నాలు మరియు దశాంశ భిన్నాలు • భిన్నం అంటే ఏమిటో పునర్విమర్శ చేయటం. భిన్నాన్ని మొత్తంలో కొంత భాగంగా చెప్పటం • సంఖ్యారేఖపై పట సహాయంతో భిన్నాలను సూచించటం • భిన్నాన్ని ఒక భాగాహారంగా చెప్పటం. క్రమ, అపక్రమ, మిశ్రమ భిన్నాలు • సమాన భిన్నాలు. సజాతి, విజాతి భిన్నాలు. భిన్నాలను పోల్చడం • భిన్నాల సంకలన, వ్యవకనాలు • పద సమస్యలు (క్లిష్ట మరియు పెద్ద గణనలు లేకుండా) • సామీప్యత పరిమాణాన్ని అంచనా వేయడం (¼, ¾.....) • దశాంశ భిన్నాల భావన పునర్విమర్శ • దశాంశ భిన్నాలలో స్థాన విలువలు • దశాంశ భిన్నాలు, సామాన్య భిన్నాల పరస్పర మార్పిడి (ఆవృత దశాంశాలు తప్ప) • దశాంశాలపై సంకలన, వ్యవకలనాలతో పద సమస్యలు (రెండు ప్రక్రియలపై) (ద్రవ్య, భార, దైర్ఘ్యలపై సమస్యలు)
బీజ గణితం **(15 గంటలు)** **బీజ గణిత పరిచయం**	**బీజ గణిత పరిచయం** • సంఖ్యా క్రమాలు, పద సమస్యలు మరియు సాధారాణీకరణల ద్వారా బీజాల (చరరాశుల) పరిచయం. (ఉదా : $5\times1=5$ మొ॥నవి). • తగినన్ని ఉదాహరణలతో అమరికలు క్రమాలు తయారు చేయడం. • ఉదాహరణల ద్వారా అవ్యక్తరాశుల పరిచయం (ఒకే ఒక ప్రక్రియతో కూడినట్టివి) • సరి, బేసి సంఖ్యల సాధారణ రూపాలు ($2n$, $2n+1$). • యత్నదోష పద్ధతి ద్వారా సమీకరణాల సాధన
నిష్పత్తి మరియు అనుపాతము (15 గంటలు)	**నిష్పత్తి మరియు అనుపాతము** • అనుపాతాన్ని రెండు నిష్పత్తుల సమానత్వంగా సూచించడం • ఏకవస్తు మార్గము (అనులోమాను పాతం మాత్రమే) • పద సమస్యలు • అంక గణితంలో నిష్పత్తి, అనుపాతాలను అవగాహన చేసుకొనటం.
రేఖా గణితం **(65 గంటలు)** **(i) ప్రాథమిక జ్యామితి భావనలు**	**ప్రాథమిక జ్యామితి భావనలు** • జ్యామితి పరిచయం. నిత్యజీవిత సంబంధం మరియు అన్వయం. • సరళరేఖ, రేఖాఖండం మరియు కిరణం. సంవృత మరియు వివృత పటాలు. • సంవృత పటాల అంతరం మరియు బాహ్యం • రేఖీయ, వక్రరేఖీయ అంచులు. • కోణం, శీర్షం, కోణ భుజం. • కోణ అంతరం, కోణ బాహ్యం • త్రిభుజము – శీర్షాలు, భుజాలు, కోణాలు. త్రిభుజ అంతరం, త్రిభుజ బాహ్యం. • చతుర్భుజం. భుజాలు, శీర్షాలు, కర్ణాలు. ఆసన్న భుజాలు, అభిముఖ భుజాలు / కుంభాకార చతుర్భుజాలకు మాత్రమే). చతుర్భుజ అంతరం – బాహ్యం. • వృత్తం కేంద్రం – వ్యాసార్థం – వ్యాసం. వృత్త అంతరం – బాహ్యం. చాపము – జ్యా. సెక్టర్ (త్రిజ్యాంతరం). వృత్త ఖండం – అర్ధవృత్తం. వృత్త పరిధి.

(ii) రేఖలు మరియు కోణముల కొలతలు **(iii) సౌష్ఠవము (పరావర్తనం)** **(iv) ప్రాయోగిక జ్యామితి** **(v) త్రిమితీయ ద్విమితీయ ఆకృతుల అవగాహన**	**రేఖలు మరియు కోణముల కొలతలు** • రేఖా ఖండం కొలత • కోణాల కొలతలు • కోణాల రకాలు. అల్ప – అధిక, లంబ, సరళ, పరావర్తన మరియు సంపూర్ణ కోణాలు; శూన్య కోణం • ఖండన రేఖలు, లంబ రేఖలు, సమాంతర రేఖలు **సౌష్ఠవము (పరావర్తనం)** • పరావర్తన సౌష్ఠవానికి తగిన ద్విమితీయ ఆకృతులను గుర్తించటం మరియు పరిశీలించటం. • పరావర్తన ప్రక్రియలు. సాధారణ ద్విమితీయ ఆకృతులు ప్రతిబింబాలు పట్టడం • పరావర్తన సౌష్ఠవాన్ని గుర్తించడం (అక్షాలను గుర్తించుట) **ప్రాయోగిక జ్యామితి (నిర్మాణాలు)** • రేఖాఖండ నిర్మాణం. (స్కేలు, వృత్త లేఖిని, కోణమానిని సహాయంతో) • వృత్తం గీయటం • లంబ సమద్వి ఖండన రేఖ • కోణం నిర్మించుట (కోణమానినితో) • 60^0, 120^0 లను వృత్త లేఖినితో నిర్మించుట • కోణ సమద్విఖండన రేఖలు (30^0, 45^0 మరియు 90^0 ఏర్పడునట్లు, వృత్తి లేఖినితో) • వృత్త లేఖినితో ఇచ్చిన కోణానికి సమానమైన కోణాన్ని నిర్మించుట • ఇచ్చిన రేఖకు లంబ రేఖలను గీయటం అ) రేఖపై గల బిందువు వద్ద ఆ) రేఖపై లేనట్టి బిందువు నుండి **త్రిమితీయ, ద్విమితీయ ఆకృతుల అవగాహన** • సాధారణ బహుభుజాలు – పరిచయం. క్రమ, క్రమేతర పంచభుజుల వరకు. • త్రిమితీయ ఆకృతులను గుర్తించటం. సమఘనం, దీర్ఘ ఘనం, స్థూపము, గోళము, శంఖువు, పట్టకం (త్రిభుజాకార), పిరమిడ్ (త్రిభుజాకార, చతురస్ర)లను పరిసరాలలో గుర్తించడం. • త్రిమితీయ ఆకృతుల (ఘనాల) మూలకాలు, ముఖాలు, అంచులు, శీర్షాలు • సమఘనం, దీర్ఘఘనం, శంఖువుల వలచిత్రాలు
క్షేత్ర గణితం **(15 గంటలు)**	**చుట్టుకొలత భావన, మరియు వైశాల్యం** • వివిధ ఆకారాల ద్వారా చుట్టుకొలత భావన పరిచయం, అవగాహన • ఒకే చుట్టుకొలత కల్గిన వివిధ ఆకారాలు • వైశాల్యం భావన. చతురస్ర వైశాల్యం, దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యం • దీర్ఘ చతురస్రం చుట్టుకొలత, చతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత ప్రత్యేక సందర్భంగా • దీర్ఘచతురస్రం చతురస్రం చుట్టుకొలత, వైశాల్యాల సూత్రాలను ఉదాహరణల ద్వారా సాధారణీకరించడం
దత్తాంశ నిర్వహణ (10 గంటలు)	**దత్తాంశ నిర్వహణ** • దత్తాంశం అంటే ఏమిటి? • దత్తాంశ సేకరణ మరియు నిర్వహణ. దత్తాంశ నిర్వహణ – గణన చిహ్నాలు – పట్టికలకు ఉదాహరణ. • పట చిత్రాలు. పట చిత్రాలలో "స్కేలు" ఆవశ్యకత. పట చిత్రాల నిర్మాణము మరియు, వివరణ. • కమ్మీ రేఖా చిత్రాలను ఇచ్చిన దత్తాంశానికనుగుణంగా నిర్మించటం కమ్మీరేఖ చిత్రాల వివరణ.

6వ తరగతి విద్యా ప్రమాణాలు

అధ్యాయాలు		విషయ వివరణ
సంఖ్యా వ్యవస్థ • మన సంఖ్యలను తెలుసుకొందాం	సమస్యా సాధన	• సమాధానం గరిష్ఠంగా 5 అంకెల సంఖ్యల వచ్చేట్లు సంఖ్యా ప్రక్రియల పై పద సమస్యలు. • మితి, ద్రవ్యరాశి ప్రమాణాల మార్పిడి
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం	• సంఖ్యా ప్రక్రియలలో ఫలితాన్ని అంచనా వేయడం. • స్థాన విలువల భావనతో పెద్ద సంఖ్యలను పోల్చడం • ఇచ్చిన అంకెలతో వేర్వేరు సంఖ్యలను తయారు చేసి పెద్ద సంఖ్యను ఎన్నుకొనడం, చిన్న సంఖ్యను ఎన్నుకొనడం.
	వ్యక్తపరచడం	• 5 అంకెల సంఖ్య సంఖ్యను వ్రాసి వాక్యరూపంలో చెప్పడం. వాక్యరూపంలోని సంఖ్యను సంజ్ఞారూపంలో రాయడం • 5 అంకెల సంఖ్యలను <,>,=. గుర్తుల సహాయంతో పోల్చడం.
	సంధాన చేయడం	• నిత్య జీవితంలో పెద్ద సంఖ్యల వినియోగాన్ని అర్థం చేసుకోవడం. ఉదాహరణకు గ్రామ జనాభా, ఆదాయం మొ॥నవి.
	ప్రాతినిధ్య పరచడం	• సంఖ్యలను విస్తరణ రూపంలోనూ, సంక్షిప్త రూపంలోనూ తెలపడం • ఒకట్లు, పదులు, వందలు, వేల సముదాయాలతో సంఖ్యలను సూచించడం.
పూర్ణాంకాలు	సమస్యా సాధన	• ______________
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం	• సంవృత, సహచర, స్థిత్యంతర, తత్సమాంశము, విభాగ న్యాయాలను పూర్ణాంకాలలో +, –, ×ల పరంగా సరిచూడడం
	వ్యక్తపరచడం	• సహజ సంఖ్యలకు బదులుగా పూర్ణాంకాల ఆవశ్యకతను అవగాహన చేసుకొనడం
	సంధాన చేయడం	• నిత్య జీవితంలో పూర్ణాంకాల వినియోగాన్ని కనుగొనడం. • N మరియు W ల మధ్య సంబంధాన్ని అవగాహన చేసుకొనుట.
	ప్రాతినిధ్య పరచడం	• పూర్ణాంకాలను సంఖ్యారేఖపై గుర్తించుట
సంఖ్యలతో ఆడుకొందాం	సమస్యా సాధన	• భాజనీయతా సూత్రాలను సమీకరించడం. • క.సా.గు మరియు గ.సా.భాలను వివిధ సందర్భాలలో అవగాహన చేసుకొనుట. • క.సా.గు., గ.సా.భాలను కారణాంక విభజన ద్వారా భాగాహారం ద్వారా కనుగొనుట.

	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం	• భాజనీయతా సూత్రాల వెనుక గల తార్కికతను కనుగొనును. • క.సా.గు. గ.సా.భాల మరియు ఇచ్చిన రెండు సంఖ్యల మధ్యగల సంబంధాన్ని సరిచూచును. రెండు సంఖ్యల కన్నా ఎక్కువ సంఖ్యలను తీసుకొని ఈ సంబంధాన్ని పరిశీలించును.
	వ్యక్తపరచడం	• చతుర్విధ ప్రక్రియలలో కుండలీకరణాలను వినియోగించును.
	సంధాన చేయడం	• కారణాంకాల మధ్య సంబంధాన్ని ఏర్పరుచును • నిత్యజీవితంలో క.సా.గు. మరియు గ.సా.భాల వినియోగాన్ని అవగాహన చేసుకొనును. • గుణకార, భాగాహార పట్టికలలో క్రమాన్ని కనుగొనుము.
	ప్రాతినిధ్య పరచడం	• ____________
పూర్ణ సంఖ్యలు	**సమస్యా సాధన**	• పూర్ణసంఖ్యల సంకలన, వ్యవకలన, గుణకార సమస్యలను సాధించును.
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం	• పూర్ణ సంఖ్యలను పోల్చును. పూర్ణ సంఖ్యలను క్రమంలో ఉంచును. • N మరియు Z ల మధ్య తేడాలను చెప్పును.
	వ్యక్తపరచడం	• పూర్ణసంఖ్యల సమితి ఆవశ్యకతను అవగాహన చేసుకొనును.
	సంధాన చేయడం	• N, W మరియు Z ల అనుసంధానమును కనుగొనును.
	ప్రాతినిధ్య పరచడం	• పూర్ణ సంఖ్యలను సంఖ్యారేఖపై గుర్తించును. • సంకలనం, వ్యవకలనం, గుణకారాలను సంఖ్యారేఖపై చూపును.
భిన్నాలు	**సమస్యా సాధన**	• సజాతి, విజాతి, భిన్నాల కూడికలు, తీసివేతలు చేయును (చిన్న లెక్కలు). • భిన్నాలను దశాంశ భిన్నాలను పరస్పరం మార్పిడి చేయును. • దశాంశములతో సంకలన, వ్యవకలనాలతో సంకలన, వ్యవకనాలతో కూడిన పద సమస్యలను సాధించును. (మితి, ద్రవ్యరాశి ద్రవ్యము మరియు ఉష్ణోగ్రత).
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం	• ____________
	వ్యక్తపరచడం	• ____________

	సంధాన చేయడం	• భిన్నాలు, దశాంశములు, దశాంశ భిన్నముల మధ్య సంధానాలు.
	ప్రాతినిధ్య పరచడం	• ________________
బీజ గణిత పరిచయం	**సమస్యా సాధన**	• చరరాశి విలువను ప్రతిక్షేపించడం ద్వారా సమాసముల విలువలను కనుగొనును. (ఒకే ప్రక్రియతో కూడిన సరళ సమాసములు).
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం	• ఇచ్చిన క్రమాలను సాధారణీకరించి బీజీయ సమాసంగా వ్యక్తపరచును.
	వ్యక్తపరచడం	• నిత్య జీవిత సందర్భాలను (సరళమైన) బీజీయ సమాస రూపంలోనూ, బీజీయ సమాసాలను నిత్య జీవిత సమస్యల రూపంలోను వ్యక్తపరచును.
	సంధాన చేయడం	• రాశుల విలువ తెలియనప్పుడు బీజీయ సమాసాల వినియోగాన్ని అవగాహన చేసుకొనును. • తేలిక సందర్భాల ద్వారా సంఖ్యా వ్యవస్థను, బీజీయ వ్యవస్థను పరస్పరం సంధానించును.
	ప్రాతినిధ్య పరచడం	• సరి, బేసి సంఖ్యల సాధారణ రూపాలను $2n$, $2n+1$ లుగా తెల్పును.
నిష్పత్తి – అనుపాతము	**సమస్యా సాధన**	• విలోమ నిష్పత్తులను కనుగొనును. • ఏకవస్తు మార్గముపై పద సమస్యలను సాధించును.
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం	• ఇచ్చిన నిష్పత్తులను పోల్చును. • నిష్పత్తుల అనుపాత ధర్మాన్ని సరిచూచును. • నిష్పత్తులను కనుగొనుటలో రాశులు ఒకే ప్రమాణంలో ఎందుకు ఉండాలో వివరించును.
	వ్యక్తపరచడం	• నిష్పత్తులను సంజ్ఞారూపంలో వ్రాయును మరియు వాటి సమ భిన్నాలను వ్రాయును.
	సంధాన చేయడం	• అనుపాత ధర్మాన్ని అనుసరించి కాలము పని, కాలము – దూరము, వ్రాయటం, చదవడం మధ్యగల సంబంధాలను పరిశీలించును. • నిత్యజీవిత సమస్యలలో నిష్పత్తి – అనుపాతముల వినియోగాన్ని అవగాహన చేసుకొనును.
	ప్రాతినిధ్య పరచడం	• ________________

ప్రాథమిక జ్యామితి భావనలు	**సమస్యా సాధన**	• ____________
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం	• ప్రాథమిక జ్యామితి ఆకారం తేడాలను (త్రిభుజం, వృత్తం, చతుర్భుజం) చెప్పును. • త్రిభుజం, చతుర్భుజాలను పోల్చును, తేడాలు చెప్పును.
	వ్యక్తపరచడం	• పరిసరాల నుండి ప్రాథమిక జ్యామితీయ ఆకారాలకు ఉదాహరణలు ఇచ్చును.
	సంధాన చేయడం	• పరిసరాల నుండి జ్యామితీయ ఆకారాలను దృగ్గోచరం చేయును. • వృత్తం యొక్క వివిధ భాగాల మధ్యగల పరస్పర సంబంధాన్ని అవగాహన చేసుకొనను. (వృత్తం, అర్ధ వృత్తం, సెక్టర్, వ్యాసం, వ్యాసార్ధం, జ్యా మొ॥నవి).
	ప్రాతినిధ్య పరచడం	• ప్రాథమిక జ్యామితీయ ఆకారాలను పటరూపంలో ప్రదర్శించును.
రేఖలు, కోణముల కొలతలు	**సమస్యా సాధన**	• నిచ్చిన రేఖాఖండంను కొలుచును
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం	• రేఖా ఖండాల పొడవులను అంచనా వేయును, సరిచూచును. • ఇచ్చిన కోణాలను వర్గీకరించును • ఇచ్చిన రేఖల జతను ఖండన రేఖలుగా, లంబ రేఖలుగా విభజించును. • కోణాలను పోల్చును • అంచనా ద్వారా కోణాల కొలతలను సవరించును
	వ్యక్తపరచడం	• పరిసరాలలో ప్రాథమిక ఆకారాల వినియోగాన్ని, కొలతలను కనుగొనును.
	సంధాన చేయడం	• ఇచ్చిన కొలతతో రేఖాఖండాన్ని గీయును. • పరికరాల ద్వారా ఇచ్చిన కోణాలను గీయును.
	ప్రాతినిధ్య పరచడం	• ____________

సౌష్ఠవము	సమస్యా సాధన	• ద్విమితీయ ఆకృతుల సౌష్ఠవాలను కనుగొనును.
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం	• సౌష్ఠవ, అసౌష్ఠవ ఆకారాల మధ్య తేడాలను వివరించును. • ఇచ్చిన ద్విమితీయ ఆకారపు పరావర్తన సౌష్ఠవాన్ని వివరించును.
	వ్యక్తపరచడం	• ద్విమితీయ పటాలో పరావర్తన సౌష్ఠవాన్ని వాటి సౌష్ఠవ అక్షాలతో వివరించును.
	సంధాన చేయడం	• పరిసరాలలో పరావర్తన సౌష్ఠవాన్ని గుర్తించును, పరిశీలించును. • ప్రకృతిలోని పరావర్తన సౌష్ఠవాన్ని అభినందించును
	ప్రాతినిధ్య పరచడం	• ఇచ్చిన ద్విమితీయ పటాలలోని సౌష్ఠవ అక్షాలను గీయును.
ప్రాయోగిక జ్యామితి	సమస్యా సాధన	• ____________________
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం	• ఇచ్చిన రేఖల జతలు లంబాలో కాదో అంచనా వేయును. • ఇచ్చిన రేఖ, కోణ సమద్విఖండన రేఉఖ అగునో కాదో అంచనా వేయును.
	వ్యక్తపరచడం	• ____________________
	సంధాన చేయడం	• ____________________
	ప్రాతినిధ్య పరచడం	• రేఖాఖండం, వృత్తం, లంబ సమద్విఖండన రేఖ, కోణం మరియు కోణ సమద్విఖండన రేఖలను గీయును.
త్రిమితీయ, ద్విమితీయ ఆకారాల అవగాహన	సమస్యా సాధన	• ____________________
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం	• క్రమబహుభుజి, సాధారణ బహుజిల మధ్య భేదాలను వివరించును. ఇచ్చిన బహుభుజి క్రమమో కాదో కారణాలు చెప్పును.
	వ్యక్తపరచడం	• ____________________

	సంధాన చేయడం	● బహుభుజులకు, వాటి పేర్లకు మధ్య సంబంధాలను నెలకొల్పును. ● పరిసరాలలో క్రమబహుభుజి ఆకారాల ముఖాలు గల వస్తువులను పరిశీలించును.
	ప్రాతినిధ్య పరచడం	● క్రమబహుభుజులను గీయడానికి సరియైన వస్తువులను ఎన్నుకొనును. తన ఎంపికకు కారణాలు చెప్పును.
త్రిమితీయ ఆకృతులను గుర్తించటం	**సమస్యా సాధన**	● ______________________
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం	● త్రిమితీయ ఆకృతుల ముఖాలు, అంచులు శీర్షాల పరంగా వర్గీకరించును. (సమఘనం, దీర్ఘ ఘనం, స్థూపం, గోళం, శంఖువు పట్టకం, పిరమిడ్)
	వ్యక్తపరచడం	● ______________________
	సంధాన చేయడం	● పరిసరాలలో నున్న ఘనాలను వాటి పేర్లతో గుర్తించును. ● సమ ఘనం, దీర్ఘ ఘనం మరియు స్థూపాలను వాటి వలన చిత్రాల మధ్య సంబంధాన్ని అవగాహన చేసుకొనును.
	ప్రాతినిధ్య పరచడం	● త్రిమితీయ ఆకృతులను ద్విమితీయ పటాలుగా కాగితంపై ప్రదర్శించును.
చుట్టుకొలత భావన మరియు వైశాల్యం పరిచయం	**సమస్యా సాధన**	● చతురస్ర మరియు దీర్ఘ చతురస్ర చుట్టుకొలతల వైశాల్యాల సమస్యలను సాధించును. ● పద సమస్యలను సాధించును.
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం	● ఒక పటం యొక్క చుట్టుకొలత, వైశాల్యాల తేడాను వివరించును. ● ఇచ్చిన పటం యొక్క చుట్టుకొలతను కనుగొనును. ● ఒకే వైశాల్యం కలిగి వేరు వేరు చుట్టుకొలత కలిగిన చతురస్రాలకు, దీర్ఘ చతురస్రాలకు ఉదాహరణలిచ్చును. ● ఇచ్చిన పటాలలో ఒకే చుట్టుకొలత కలిగిన పటాలను గుర్తించును. ● చుట్టుకొలత వైశాల్యాలను కనుగొనుటలో దోషాలను గుర్తించి సవరించును.
	వ్యక్తపరచడం	● చతురస్ర, దీర్ఘచుతరస్రం, చట్టుకొలత మరియు వైశాల్యాలకు సూత్రాలను వివరించును.
	సంధాన చేయడం	● వైశాల్యాల ప్రమాణాలు మరియు మధ్య సంబంధాన్ని నెలకొల్పును.
	ప్రాతినిధ్య పరచడం	● బహుభుజి వైశాల్యాన్ని షేడ్ చేయుట ద్వారా సూచించును.

దత్తాంశ నిర్వహణ	సమస్యా సాధన	• అవర్గీకృత దత్తాంశాన్ని వర్గీకృత దత్తాంశంగా నిర్మించును.
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం	• పట్టికలోని సమాచారాన్ని పదాలలో వివరించును.
	వ్యక్తపరచడం	• దిమ్మె చిత్రాల, పటచిత్రాల గుణ-దోషాలను పోల్చును, వివరించును.
	సంధాన చేయడం	• నిత్యజీవితంలో దిమ్మె చిత్రాల, పట చిత్రాల వినియోగాన్ని అవగాహన చేసుకొనును. (సం॥ల వారీ జనాభా, వార్షిక ఆదాయ - వ్యయాల పట్టిక, వ్యవసాయ ఉత్పత్తులు మొ॥నవి).
	ప్రాతినిధ్య పరచడం	• దత్తాంశాన్ని గణన చిహ్నాల ద్వారా సూచించును. దత్తాంశాన్ని పట్టికల ద్వారా సూచించును. దత్తాంశాన్ని పట చిత్రాలు, దిమ్మెచిత్రాలలో సూచించును.

గ్రాఫ్ కాగితం

గళ్ల కాగితం

పిల్లలూ! మీ కోసమే ఈ సూచనలు...

- పాఠ్యపుస్తకంలో ప్రతి భావన అవగాహన కోసం సందర్భం లేదా ఉదాహరణలు లేదా సమస్యలు లేదా ఆటలు మొదలగునవి దానికి సంబంధించిన బొమ్మలు/పటాలు ఇవ్వబడినవి. సందర్భాన్ని పటంతో/బొమ్మతో పాటుచదివి భావనను అవగాహన చేసుకొనుటకు ప్రయత్నించాలి.
- భావనలు అవగాహన చేసుకోవడానికి నిర్వహిస్తున్న కృత్యాలలో పాల్గొంటున్న సందర్భంలో మీకు వచ్చే అనుమానాలను వెంటనే మీ ఉపాధ్యాయులను అడిగి తెలుసుకోవాలి.
- భావన అవగహన అయినది అని తెలుసుకొనుటకు "ఇవి చేయండి"లోని సమస్యలను మీరు స్వంతంగా సాధించాలి. ఒకవేల సాధించలేకపోతే మాదిరి సమస్యను పరిశీలించి అవగాహన పొందాలి. లేదా ఉపాధ్యాయున్ని అడిగి తెలుసుకోవాలి.
- "ప్రయత్నించండి" శీర్షిక కింద ఉన్న సమస్యలు మీ ఆలోచనలను పదునుపెట్టడానికి ఉపయోగపడతాయి. అనగా మీకు ఆలోచన నైపుణ్యాలను పెంపొందిస్తాయి. వీటిని స్వయంగా సాధించలేనపుడు తోటివిద్యార్థులతో కలిసి జట్లలో సాధించడానికి ప్రయత్నించాలి. లేదా ఉపాధ్యాయులతో చర్చించి సాధనను తెలుసుకోవాలి.
- "ఆలోచించండి–చర్చించండి"లోని కృత్యాలు మీరు భావనను మరింత లోతుగా విస్తృతంగా అవగాహన చేసుకోవడానికి దోహదపడతాయి. కావున వీటిని మీ మిత్రులతో కలిసి చర్చిస్తూ, ప్రశ్నిస్తూ అవగాహన పొందండి.
- అధ్యాయం చివరన ఇచ్చిన అభ్యాసంలోని సమస్యలు మీరు అధ్యాయంలో నేర్చుకున్న అన్ని భావనలకు సంబంధించినవి. ఈ సమస్యలన్నీ ఒకే విధంగా ఉండవు. వీటిని మీరు స్వయంగా ఇంటిపనిగా గాని లేదా విరామ సమయంలో గాని సాధించవచ్చు.
- "ఇవి చేయండి" "ప్రయత్నించండి"లోని సమస్యలు మాత్రం పాఠశాలలోనే ఉపాధ్యాయుల సమక్షంలో తప్పక సాధించాలి.
- పాఠ్యపుస్తకంలో ఎక్కడైతే ప్రాజెక్టులు ఇవ్వబడినవో వాటిని మీరు జట్లలో చేయవలసి ఉంటుంది. అయితే వీటి నివేదికలు మీరు వ్యక్తిగతంగా రాసివ్వవలసి ఉంటుంది.
- భావన అవగాహన కోసం నిర్వహించే కృత్యాలు, అభ్యాసాలలో ఉండే సమస్యలలో మీ ప్రతిస్పందనలను పాఠ్యపుస్తకంలోనే రాయవలసి ఉంటే వాటిని అక్కడే రాయాలి.
- మీరు ఏరోజు సాధించవలసిన సమస్యలను ఆ రోజే పూర్తిచేసి మీ ఉపాధ్యాయునితో తప్పక సరిచేయించుకోవాలి.
- పాఠ్యపుస్తకంలో మీరు నేర్చుకున్న భావనలకు సంబంధించిన సమస్యలను మరికొన్నింటిని సేకరించి లేదా మీరు స్వయంగా తయారుచేసి గాని మీ ఉపాధ్యాయునికి, తోటి విద్యార్థులకు చూపించండి. అందరు కలిసి వాటిని సాధించండి.
- గణిత భావనలకు సంబంధించి పాఠ్యపుస్తకంలో ఇచ్చిన ఆటలు, పజిల్స్, ఆసక్తికరమైన విషయాలు అవగాహన చేసుకొని అలాంటివి మరికొన్ని సేకరించి సాధించాలి.
- పాఠ్యపుస్తకం ద్వారా తరగతిగదిలో నేర్చుకున్న భావనలను తరగతిగదికే పరిమితం చేయకుండా జీవితంలో (తరగతి బయట) వివిధ సందర్భాలకు వాటిని జోడించడం, ఉపయోగించడం వంటివి చేయాలి.
- గణితంలో మీరు ముఖ్యంగా సమస్యసాధన, కారణాలు చెప్పడం–నిరూపణలు చేయడం, గణితభాషలో వ్యక్తపరచడం, గణిత భావనలను, అవగహనను వివిధ సందర్భంలో, విషయాలలో, నిత్య జీవితంలో అనుసందానం చేయడం, ప్రాతినిధ్యపరచడం వంటి సామర్థ్యాలను సాధించాలి.
- పై గణిత సామర్థ్యాలను సాధించడంలో భావనల అవగాహన పరంగా ఏవైనా ఇబ్బందులు ఎదురైతే ఎప్పటికప్పుడు ఉపాధ్యాయుల సహకారం తీసుకోవాలి.

మధ్యాహ్న భోజన పథకం
ప్రాథమికోన్నత తరగతులు (VI - VIII)

1. భోజన పదార్థాల సూచి (Menu) :

రోజు (Day)	భోజన పదార్థాల సూచి (Menu)
సోమవారం	గుడ్డు, సాంబారు
మంగళవారం	కూరగాయలు
బుధవారం	పప్పు, కూరగాయలు, గుడ్డు
గురువారం	గుడ్డు, సాంబారు
శుక్రవారం	కూరగాయలు, గుడ్డు
శనివారం	ఆకుకూరలతో పప్పు

2. ఆహార ప్రమాణాలు (Food Norms) :

క్రమ సంఖ్య	ఆహార వివరాలు (Food Items)	ప్రాథమికోన్నత (Upper Primary)		
		పరిమాణం (గ్రా. లలో)	క్యాలరీలు	ప్రొటీనులు (గ్రా. లలో)
1	ఆహారధాన్యాలు (గోధుమ/బియ్యం) (Food Grains)	150	510	12
2	పప్పులు (Pulses)	30	100	4
3	కూరగాయలు (Vegitables)	75	30	-
4	నూనెలు (Oil & Fat)	7.5	55	4
5	ఇతరములు (గుడ్డు/అరటిపండు) (Any other item [Egg/Banana])	వారానికి రెండు సార్లు	160	12

3. వంటకయ్యే ఖర్చు

ప్రాథమికోన్నత (Upper Primary)		
కేంద్రం	రాష్ట్రం	మొత్తం
₹ 3.71	₹ 2.47	₹ 6.18

4. వయస్సు ప్రకారం బాల బాలికల యొక్క పొడుగు మరియు బరువు
(Age-wise Height and Weight for Boys and Girls) :

క్రమ సంఖ్య	తరగతి	బాలురు		వయస్సు (సం॥ లలో)	బాలికలు	
		పొడవు (సెం.మీ.)	బరువు (కి.గ్రా.లలో)		పొడవు (సెం.మీ.)	బరువు (కి.గ్రా.లలో)
1	VI	137.5	31.4	11	138.3	32.5
2	VII	140.0	32.2	12	142.2	33.5
3	VIII	147.0	37.0	13	148.0	38.7

Distribution of Population and Sex Ratio: Census 2011

State / UT Code	India / State / Union Terrory	Total Population			Sex ratio (females per 1000 males)
		Persons	Males	Female	
1	2	3	4	5	6
	INDIA	1,210,193,422	623,724,248	586,469,174	940
1	Jammu & Kasmir	12,548,926	6,665,561	5,883,365	883
2	Himachal Pradesh	6,856,509	3,473,892	3,382,617	974
3	Punjab	27,704,236	14,634,819	13,069,417	893
4	Chandigarh	1,054,686	580,282	474,404	818
5	Uttarakhand	10,116,752	5,154,178	4,962,574	963
6	Haryana	25,353,081	13,505,130	11,847,951	877
7	NCT of Delhi	16,753,235	8,976,410	7,776,825	866
8	Rajasthan	68,621,012	35,620,086	33,000,926	926
9	Uttar Pradesh	199,581,477	104,596,415	94,985,062	908
10	Bihar	103,804,637	54,185,347	49,619,290	916
11	Sikkim	607,688	321,661	286,027	889
12	Arunachal Pradesh	1,382,611	720,232	662,379	920
13	Nagaland	1,980,602	1,025,707	954,895	931
14	Manipur	2,721,756	1,369,764	1,351,992	987
15	Mizoram	1,091,014	552,339	538,675	975
16	Tripura	3,671,032	1,871,867	1,799,165	961
17	Meghalaya	2,964,007	1,492,668	1,471,339	986
18	Assam	31,169,272	15,954,927	15,214,345	954
19	West Bengal	91,347,736	46,927,389	44,420,347	947
20	Jharkhand	32,966,238	16,931,688	16,034,550	947
21	Orissa	41,947,358	21,201,678	20,745,680	978
22	Chhattisgarh	25,540,196	12,827,915	12,712,281	991
23	Madhya Pradesh	72,597,565	37,612,920	34,984,645	930
24	Gujarat	60,383,628	31,482,282	28,901,346	918
25	Daman &Diu	242,911	150,100	92,811	618
26	Dadra & Nagar Haveli	342,853	193,178	149,675	775
27	Maharashtra	112,372,972	58,361,397	54,011,575	925
28	Andhra Pradesh	84,665,533	42,509,881	42,155,652	992
29	Karnataka	61,130,704	31,057,742	30,072,962	968
30	Goa	1,457,723	740,711	717,012	968
31	lakshadweep	64,429	33,106	31,323	946
32	Kerala	33,387,677	16,021,290	17,366,387	1,084
33	Tamil Nadu	72,138,958	36,158,871	35,980,087	995
34	Puducher.ry	1,244,464	610,485	633,979	1,038
35	Andaman & Nicobar Islands	3,79,944	202,330	177,614	878