

E-236



Roll No. . .

Higher Secondary Examination (Regular) - 2019

उच्च गणित

HIGHER MATHEMATICS

(Hindi & English Versions)

Total Questions : 26	Total Printed Pages : 16	Time : 3 Hours	Maximum Marks : 100
----------------------	--------------------------	----------------	---------------------

Serial Number
↓

0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

निर्देश :

- (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।
- (ii) प्रश्न पत्र में दो खण्ड दिये गये हैं - खण्ड "अ" और खण्ड "ब"।
- (iii) खण्ड "अ" में प्रश्न क्रमांक 1 से 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।
- (iv) खण्ड "ब" में प्रश्न क्रमांक 6 से 26 तक आंतरिक विकल्प दिये गये हैं।
- (v) प्रश्न क्रमांक 6 से 10 तक प्रत्येक 2 अंक का है।
- (vi) प्रश्न क्रमांक 11 से 14 तक प्रत्येक 3 अंक का है।
- (vii) प्रश्न क्रमांक 15 से 21 तक प्रत्येक 4 अंक का है।
- (viii) प्रश्न क्रमांक 22 से 26 तक प्रत्येक 5 अंक का है।
- (ix) जहाँ आवश्यक हो वहाँ साफ व स्वच्छ चित्र बनाइए।

Instructions :

- (i) All questions are compulsory.
- (ii) Question paper has two Sections - SECTION - "A" and SECTION - "B".
- (iii) In the Section "A" Question Nos. 1 to 5 are objective type. Each question carries 5 marks.
- (iv) In the Section "B" Question Nos. 6 to 26 have internal option.
- (v) Question Nos. 6 to 10 carry 2 marks each.
- (vi) Question Nos. 11 to 14 carry 3 marks each.
- (vii) Question Nos. 15 to 21 carry 4 marks each.
- (viii) Question Nos. 22 to 26 carry 5 marks each.
- (ix) Draw neat and clean diagram whenever necessary.

[150] / E-236

1

P.T.O.

SECTION - "A"

1 सही विकल्प चुनकर लिखो ।

1×5=5

(i) यदि $A = \{1, 2, 3\}$ हो तो अवयव (1, 2) वाले तुल्यता सम्बन्धों की संख्या है।

- (A) 1 (B) 2
(C) 3 (D) 4

(ii) यदि $\sin^{-1} x = y$, तो

- (A) $0 \leq y \leq \pi$ (B) $-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$
(C) $0 < y < \pi$ (D) $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$

(iii) यदि $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ तथा $A + A' = I$ तो α का मान है।

- (A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{3}$
(C) π (D) $\frac{3\pi}{2}$

(iv) यदि A , 3×3 कोटि का वर्ग आव्यूह है तो $|adj A|$ का मान है :

- (A) $|A|^2$ (B) $|A|$
(C) $|A|^3$ (D) $3|A|$

(v) $x = 0$ पर फलन $f(x) = |x|$ फलन है -

- (A) सतत लेकिन अवकलनीय नहीं (B) असतत एवं अवकलनीय नहीं
(C) असतत एवं अवकलनीय (D) सतत एवं अवकलनीय

Choose the correct option :

(i) Let $A = \{1, 2, 3\}$, then number of Equivalence relations containing (1, 2) is :

- (A) 1 (B) 2
(C) 3 ~~(D) 4~~

(ii) If $\sin^{-1} x = y$, then

- (A) $0 \leq y \leq \pi$ ~~(B) $-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$~~
(C) $0 < y < \pi$ (D) $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$

(iii) If $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ and $A + A' = I$, then the value of α is :

- (A) $\frac{\pi}{6}$ ~~(B) $\frac{\pi}{3}$~~
(C) π (D) $\frac{3\pi}{2}$

(iv) Let A be a nonsingular square matrix of order 3×3 , then $|\text{adj } A|$ is equal to

- ~~(A) $|A|^2$~~ (B) $|A|$
(C) $|A|^3$ (D) $3|A|$

(v) Function $f(x) = |x|$ at $x = 0$ is -

- ~~(A) Continuous but not differentiable~~
(B) Discontinuous and not differentiable
(C) Discontinuous and differentiable
(D) Continuous and differentiable

(i) सदिश $3\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}$ की दिक्कोज्याये _____ हैं।

(ii) यदि $y = x + e^x$ तब $\frac{d^2y}{dx^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ है।

(iii) वक्र $y = x^2$, X-अक्ष तथा $x = 1$, $x = 2$ से घिरे भाग का क्षेत्रफल _____ है।

(iv) दो समान्तर रेखाओं में दिक् अनुपात _____ होते हैं।

(v) समतल $2x + y - z = 5$ द्वारा X-अक्ष पर काटा गया अंतःखण्ड _____ होगा।

Fill in the blanks.

(i) The direction cosine of the vector $3\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}$ are _____

(ii) If $y = x + e^x$, then $\frac{d^2y}{dx^2} = \underline{\hspace{2cm}}$

(iii) Area bounded by curve $y = x^2$, X-axis and $x = 1$, $x = 2$ is _____

(iv) Direction ratio of two parallel lines will be _____

(v) Intercept of $2x + y - z = 5$, on X-axis is _____

3 निम्नलिखित कथनों में सत्य / असत्य लिखिए :

1×5=5

- (i) यदि E_1 और E_2 परस्पर अपवर्जी घटनायें हो तो $P(E_1 \cap E_2) = 0$ होता है
- (ii) यदि $P(A) = 1/2, P(B) = 0$, तब $P(A/B)$ परिभाषित नहीं है।
- (iii) किसी रेखीय प्रोग्रामन समस्या में उद्देश्य फलन हमेशा रेखिक होता है।
- (iv) किसी रेखीय प्रोग्रामन समस्या के लिये संभाव्य क्षेत्र हमेशा रेखिक बहुभुज होता है।
- (v) $\int_0^{\pi} \cos^3 x \, dx$ का मान 0 होता है।

Write true / false in the following statements

- (i) If E_1 and E_2 are exclusive events, then $P(E_1 \cap E_2)$ is 0.
- (ii) If $P(A) = 1/2, P(B) = 0$, then $P(A/B)$ is not defined.
- (iii) The objective function of a L.P.P. is always Linear.
- (iv) The feasible region of a Linear Programming Problem is always a linear polygon.
- (v) The value of $\int_0^{\pi} \cos^3 x \, dx$ is 0.

4 सही जोड़ी बनाइए ।

Match the correct pairs :

स्तम्भ 'अ' Column ('A')

स्तम्भ 'ब' Column ('B')

(i) $\int \frac{dx}{x^2 - a^2}$ (का मान)

(a) $\sin^{-1} \frac{x}{a} + C$

(ii) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$ (का मान)

(b) $\frac{1}{2a} \log \frac{a+x}{a-x} + C$

(iii) $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2 - a^2}} dx$

(c) $\frac{1}{2a} \log \frac{x-a}{x+a} + C$

(iv) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}} dx$

(d) $\frac{1}{a} \sec^{-1} \frac{x}{a}$

(v) $\int \tan x dx$

(e) $\log \left(x - \sqrt{x^2 - a^2} \right)$

(f) $\log \left(x + \sqrt{x^2 - a^2} \right)$

(g) $\log \sec x$

5 प्रत्येक का एक शब्द / वाक्य में उत्तर दीजिए ।

1×5=5

(i) $x^{1/x}$ का महत्तम मान है ।

(ii) त्रिज्या r के सापेक्ष वृत्त के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर होगी जब $r = 5$ सेमी है

(iii) वक्र $y = 2x^2 + 3\sin x$ के $x = 0$ पर अभिलम्ब की प्रवणता

(iv) $3\sin\theta + 4\cos\theta$ का निम्निष्ठ मान है -

(v) वक्र $y = x^3$ के $(1, 1)$ पर स्पर्श रेखा का समीकरण बनाइए।

Write the answers in one word / sentence each.

(i) The max. value of $x^{1/x}$ is

(ii) Rate of change in area of a circle having radius r . when $r = 5$ cm.

(iii) The slope of the normal to the curve $y = 2x^2 + 3\sin x$ at $x = 0$ -

(iv) The minimum value of $3\sin\theta + 4\cos\theta$ is

(v) Derive the equation of Tangent line at $(1, 1)$ on curve $y = x^3$.

✍ समाकलन ज्ञात कीजिए ।

$$\int (x^{2/3} + 1) dx$$

Find the following Integrals

$$\int (x^{2/3} + 1) dx$$

अथवा / OR

समाकलन ज्ञात कीजिए ।

$$\int \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} dx$$

Find the following Integrals

$$\int \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} dx$$

✍ सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ के अनुदिश मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए।

2

Find the unit vector in the direction of vector $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$.

अथवा / OR

सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ का सदिश $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए।

Find the projection of the vector $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ on the vector

$$\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}.$$

10 उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके निर्देशांक अक्षों पर अन्तःखण्ड

2

−4, 2 तथा 3 हैं।

Find the equation of the plane whose intercepts on the coordinate axes are −4, 2, 3.

अथवा / OR

रेखा $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{6}$ तथा समतल $3x + y + z = 7$ के बीच का कोण

ज्ञात कीजिए।

Find the angle between the line $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{6}$ and the plane

$3x + y + z = 7$.

11 हवा के बुलबुले की त्रिज्या 1/2 सेमी प्रति सेकण्ड की दर से बढ़ रही है।

3

त्रिज्या 1 सेमी होने पर बुलबुले की आयतन परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए।

The radius of an air bubble is increasing at the rate 1/2 cm per second. At what rate is the volume of the bubble increasing when the radius is 1 cm.

अथवा / OR

वक्र $x = 1 - a \sin \theta$, $y = b \cos^2 \theta$ के $\theta = \pi/2$ पर अभिलम्ब की प्रवणता ज्ञात कीजिए।

Find the slope of the normal to the curve $x = 1 - a \sin \theta$, $y = b \cos^2 \theta$ at

$\theta = \pi/2$.

12 $y = x(5 - x)$, x के किस मान के लिये उच्चिष्ठ या निम्निष्ठ है ?

3

For what value of x is $y = x(5 - x)$ maximum or minimum ?

अथवा / OR

अवकलज का प्रयोग करके $\sqrt{49.5}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Use differentials to find the value of $\sqrt{49.5}$.

13 यदि $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि

3

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a}$$

If $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, then prove that

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a}$$

अथवा / OR

उस समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी संलग्न भजाएँ

सदिश $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ और $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ द्वारा दी गई हैं।

Find the area of Parallelogram whose adjacent sides are given by the vectors

$$\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k} \text{ and } \vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}.$$

निम्नलिखित दी गई रेखाओं l_1 और l_2

$$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$$

$$\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$$

के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the minimum distance between the line l_1 and l_2 given by

$$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$$

$$\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$$

अथवा / OR

समतल $2x - 3y + 4z - 6 = 0$ की मूल बिन्दु से दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the distance of the plane $2x - 3y + 4z - 6 = 0$ from the origin.

सिद्ध कीजिए कि समुच्चयों में सम्बन्ध "बराबर है" तुल्यता सम्बन्ध है।

4

Show that relation "is Equal to" in sets is an Equivalence relation.

अथवा / OR

यदि $f(x) = x^2$ और $g(x) = x + 3$, $x \in R$, तब $(gof)x$, $(fog)x$, $(fog)2$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $f(x) = x^2$ and $g(x) = x + 3$, $x \in R$, then find the value of

$(gof)x$, $(fog)x$, $(fog)2$.

16- दर्शाइए कि

$$\sin^{-1} \frac{3}{5} - \sin^{-1} \frac{8}{17} = \cos^{-1} \frac{84}{85}$$

Show that

$$\sin^{-1} \frac{3}{5} - \sin^{-1} \frac{8}{17} = \cos^{-1} \frac{84}{85}$$

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि

$$\cos^{-1} x = 2 \cos^{-1} \sqrt{\frac{1+x}{2}}$$

Prove that

$$\cos^{-1} x = 2 \cos^{-1} \sqrt{\frac{1+x}{2}}$$

17 सिद्ध कीजिए कि

4

$$\begin{array}{ccc} b+c & a & a \\ b & c+a & b \\ c & c & a+b \end{array} = 4abc$$

Prove that

$$\begin{array}{ccc} b+c & a & a \\ b & c+a & b \\ c & c & a+b \end{array} = 4abc$$

अथवा / OR

एक त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष (3, 8), (-4, 2) और (5, 1) हैं।

Find the area of the triangle whose vertices are (3, 8), (-4, 2) and (5, 1).

- 18 उस तल का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसमें बिन्दु $(1, -1, 2)$ अंतर्विष्ट है और जो समतलों $2x + 3y - 2z = 5$ और $x + 2y - 3z = 8$ में से प्रत्येक पर लम्ब है। 4

Find the Equation of the plane the co-ordinate point $(1, -1, 2)$ and is perpendicular to each of the planes $2x + 3y - 2z = 5$ and $x + 2y - 3z = 8$.

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि एक घन के किसी दो विकर्णों के बीच कोण $\cos^{-1}(1/3)$ होता है।

Show that the angle between any two diagonals of a cube is $\cos^{-1}(1/3)$.

- 19 असमीकरण $3x + 2y \leq 6$ का ग्राफ खींचिए। 4

Draw the graph of the Inequation $3x + 2y \leq 6$.

अथवा / OR

$P = 2x + 4y$ का न्यूनतम मान निम्नांकित प्रतिबन्धों के अंतर्गत ज्ञात कीजिए :

$$4x + 3y \leq 12, \quad x + 2y \geq 4, \quad x, y \geq 0.$$

Find the minimum value of $P = 2x + 4y$, subject to constrains :

$$4x + 3y \leq 12, \quad x + 2y \geq 4, \quad x, y \geq 0.$$

- 20 यदि $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ तथा $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ है, तो निम्न का मान ज्ञात कीजिए : <http://www.mpboardonline.com>

(i) $P(A/B)$ तथा (ii) $P(B/A)$

If $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ and $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$, then find the following :

(i) $P(A/B)$ and (ii) $P(B/A)$

अथवा / OR

दो पाँसों को 4 बार फेंकने पर दोनों पर समान अंक प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

In four throws of two dice what is the probability of getting same figure on both dice ?

21 एक परिवार में दो बच्चे हैं। यदि यह ज्ञात हो कि बच्चों में से कम से कम एक बच्चा लड़का है, तो दोनों बच्चों के लड़का होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

A family has two children. What is the probability that both the children are boys given that at least one of them is a boy ?

अथवा / OR

पाँसों की एक जोड़ को तीन बार उछालने पर द्विको (doublets) की संख्या की प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए।

Find the probability distribution of numbers of doublets in three throws of a pair of dice.

यदि $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $A' \cdot A = I$

5

If $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$, then prove that $A' \cdot A = I$.

अथवा / OR

यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & \sqrt{3} & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ हो, तो निम्नलिखित को सत्यापित कीजिए

(i) $(A')' = A$

(ii) $(A + B)' = A' + B'$

If $A = \begin{bmatrix} 3 & \sqrt{3} & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$, then verify that

(i) $(A')' = A$

(ii) $(A + B)' = A' + B'$

23 निम्नलिखित फलन के सातत्य की जांच कीजिए

5

$$f(x) = \begin{cases} x \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right) & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$$

Discuss the continuity of the following function

$$f(x) = \begin{cases} x \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right) & , x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि फलन

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & , \text{जब } x \geq 1 \\ 1 - x & , \text{जब } x < 1 \end{cases}$$

$x = 1$ पर अवकलनीय नहीं है।

Prove that the function

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & , \text{when } x \geq 1 \\ 1 - x & , \text{when } x < 1 \end{cases} \text{ is}$$

not differentiable at $x = 1$.

24 $\int \frac{xe}{(1+x)^2} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

5

Evaluate $\int \frac{xe^x}{(1+x)^2} dx$

अथवा / OR

$\int_0^1 \frac{\tan^{-1} x}{1+x^2} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate $\int_0^1 \frac{\tan^{-1} x}{1+x^2} dx$

25. वृत्त $x^2 + y^2 = a^2$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area enclosed by circle $x^2 + y^2 = a^2$.

अथवा / OR

$y_1 = \sin x$ तथा $y_2 = \cos x$ वक्रों से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जो $x = 0$ तथा $x = \pi/4$ के बीच स्थित हो।

Find the area of region bounded by the curves $y_1 = \sin x$ and $y_2 = \cos x$ between $x = 0$ and $x = \pi/4$.

26. सत्यापित कीजिए कि फलन $y = a \cos x + b \sin x$, जिसमें $a, b \in R$ अवकल

5

समीकरण $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = 0$ का हल है।

Verify that the function $y = a \cos x + b \sin x$, where $a, b \in R$ is a

solution of the differential equation $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = 0$.

अथवा / OR

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = x \cdot \log x$ को हल कीजिए।

Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} = x \cdot \log x$.