

2016 (A)
(NEW SYLLABUS)

Roll No. : ನೋಂದಣಿ ಸಂಖ್ಯೆ :	Subject Code : ವಿಷಯ ಸಂಖ್ಯೆ : 35 (N/S)
Duration : 3 Hrs. 15 Minutes ಸಮಯ : 3 ಗಂಟೆಗಳು	Q.P. Serial No. : 083843 ಪ್ರ.ಪ. ಯ ಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆ :
No. of Pages : 15 ಪುಟಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ : 15	Full Marks : 100 ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳು : 100

MATHEMATICS

ಗಣಿತ

Instructions : This question paper has been sealed by reverse jacket. You have to cut to open the paper at the time of commencement of the examinations. Check whether all the pages of the question paper are intact.

ಘೋಚನೆಗಳು : ಈ ಪ್ರಶ್ನೆ ಪತ್ರಿಕೆಯನ್ನು ರಿವರ್ಸ್ ಜಾಕೆಟ್ ಮೂಲಕ ಸೀಲ್ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಪರೀಕ್ಷೆ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುವ ಸಮಯಕ್ಕೆ ನಿಮ್ಮ ಪ್ರಶ್ನೆ ಪತ್ರಿಕೆಯ ಬಲಬದಿ ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯವನ್ನು ಕತ್ತಲಿಸಿ, ಪ್ರಶ್ನೆ ಪತ್ರಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಪುಟಗಳು ಇವೆಯೇ ಎಂದು ಪರೀಕ್ಷೆ ಸಿಕೊಲ್ಡ್.

General Instructions to the Candidate :

ಪರೀಕ್ಷೆ ಧೀರ್ಘಾಗಾಗಿ ಸಾಮಾನ್ಯ ಘೋಚನೆಗಳು :

1. Candidates are required to give their answers in their own words as far as practicable.
ಪರೀಕ್ಷೆ ಧೀರ್ಘಾಗಾಗಿ ಸಾಧ್ಯವಾದಷ್ಟು ತಮ್ಮ ಸ್ವಂತ ಪದಗಳಲ್ಲಿಯೇ ಉತ್ತರಿಸಬೇಕು.
2. Figures in the right hand margin indicate full marks.
ಬಲ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅಂಕಗಳು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.
3. While answering the candidate should adhere to the word limit as far as practicable.
ಪರೀಕ್ಷೆ ಧೀರ್ಘಾಗಾಗಿ ಉತ್ತರಿಸುವ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಸಾಧ್ಯವಾದಷ್ಟು ಮಟ್ಟಿಗೆ ಉತ್ತರವು ಶಬ್ದಗಳ ಪರಿಮಿತಿಯೊಳಗೆ ಇರುವಂತೆ ಗಮನಿಸುವುದು.
4. 15 minutes of extra time have been allotted for the candidates to read the questions.
ಪ್ರಶ್ನೆ ಪತ್ರಿಕೆಯನ್ನು ಓದಿ ಅಥವಾ ಸಿಕೊಲ್ಡ್ ಲ್ಯಾಫ್ ಲ್ಯಾಂಡ್ ಅಥವಾ ಕಾಲಾವಕಾಶ ನೀಡಲಾಗಿದೆ.
5. In case of any discrepancy or mis-match and factual error in English and Kannada versions, English version will prevail.
ಒಂದು ವೇಳೆ ಇಂಗ್ಲಿಷ್ ಮತ್ತು ಕನ್ನಡ ಅಘಟಿಗಳಲ್ಲಿ ನಡುವೆ ಯಾವುದೇ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಮತ್ತು ವಾಸ್ತವಿಕ ದೋಷಗಳು ಕಂಡುಬಂದಲ್ಲಿ, ಇಂಗ್ಲಿಷ್ ಅಘಟಿಯಲ್ಲಿರುವುದೇ ಅಂತಿಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

Instructions :**మాజనేగణ :**

- i) The question paper has five Parts — **A, B, C, D** and **E**. Answer all the parts.

ఈ ప్రత్యేషత్తికేయల్లి **A, B, C, D** మత్తు **E** ఎంబ ఐదు విభాగాలిచే. ఎల్లా విభాగాలన్ను ఉత్తరిసి.

- ii) Use the Graph Sheet for the question on Linear programming in **Part-E**.

విభాగ - **E** నల్లి బరువ రేఖాత్మక కాయిక్రమ ప్రత్యేగి నిమగే ఒడాగిదువ నడ్చియన్న ఉపయోగిసి ఉత్తరిసి.

PART - A**విభాగ - A**

- I. Answer all the ten questions :

$10 \times 1 = 10$

ఈ కేళగిన ఎల్లా హాట్లు ప్రత్యేగళన్ను ఉత్తరిసి :

$10 \times 1 = 10$

1. Find $\int \csc x (\csc x + \cot x) dx$.

$\int \csc x (\csc x + \cot x) dx$ అన్న కండుహిదియిరి.

2. Find a value of x if $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 18 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 18 & 6 \end{vmatrix}$

$\begin{vmatrix} x & 2 \\ 18 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 18 & 6 \end{vmatrix}$ అదరే, x న ఒందు బెలీయన్న కండుహిదియిరి.

3. If $y = a^{\frac{1}{2} \log_a \cos x}$, find $\frac{dy}{dx}$.

$y = a^{\frac{1}{2} \log_a \cos x}$ ಆದರೆ, $\frac{dy}{dx}$ ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4. Find the value of $\cos (\sec^{-1} x + \operatorname{cosec}^{-1} x)$, $|x| \geq 1$.

$\cos (\sec^{-1} x + \operatorname{cosec}^{-1} x)$, $|x| \geq 1$ ಇ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

5. If vector $\vec{AB} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{OB} = 3\hat{i} - 4\hat{j} + 4\hat{k}$, find the position vector \vec{OA} :

ಸದಿತ $\vec{AB} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ಮತ್ತು $\vec{OB} = 3\hat{i} - 4\hat{j} + 4\hat{k}$ ಆದರೆ, ಸ್ಥಾನಿಯ ಸದಿತ \vec{OA} ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

6. Find the distance of the point $(-6, 0, 0)$ from the plane $2x - 3y + 6z = 2$.

$2x - 3y + 6z = 2$ ಎಂಬ ಸಮತಲದಿಂದ $(-6, 0, 0)$ ಬಿಂದುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

7. If $\begin{bmatrix} x+2 & y-3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ is a scalar matrix, find x and y .

$\begin{bmatrix} x+2 & y-3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ ಇದು ಆದಿತ ಕೋಶವಾದರೆ, x ಮತ್ತು y ಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8. If $P(A) = 0.8$ and $P(B/A) = 0.4$, then find $P(A \cap B)$.

$P(A) = 0.8$ ಮತ್ತು $P(B/A) = 0.4$ ಆದರೆ, $P(A \cap B)$ ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

9. An operation * on Z^+ (the set of all non-negative integers) is defined as

$$a * b = a - b, \forall a, b \in Z^+. \text{ Is } * \text{ is a binary operation on } Z^+?$$

Z^+ (ಯಾತ್ರೆಕವಲ್ಲದ ಎಲ್ಲಾ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು) ಗಣದಲ್ಲಿ * ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು $a * b = a - b$, $\forall a, b \in Z^+$ ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ * ಕ್ರಿಯೆಯು Z^+ ನಲ್ಲಿ ಒಂದು ದ್ವಿಮಾನ ಕ್ರಿಯಾಗಿದೆಯೇ ?

10. Define feasible region in a linear programming problem.

ಸರಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮ ಸಮಸ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಸಂಭಾವ್ಯ ಪ್ರದೇಶವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ.

PART - B

ವಿಭಾಗ - B

II. Answer any ten questions :

$10 \times 2 = 20$

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ :

$10 \times 2 = 20$

11. Write the simplest form of $\tan^{-1} \left[\frac{3\cos x - 4\sin x}{4\cos x + 3\sin x} \right]$, if $\frac{3}{4} \tan x > -1$.

$\frac{3}{4} \tan x > -1$ ಇದಾಗ, $\tan^{-1} \left[\frac{3\cos x - 4\sin x}{4\cos x + 3\sin x} \right]$ ಅನ್ನು ಸರಳಿಸಿ.

12. Using determinants show that points $A (a, b + c)$, $B (b, c + a)$ and $C (c, a + b)$ are collinear.

ನಿಧಾರಕಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ $A (a, b + c)$, $B (b, c + a)$ ಮತ್ತು $C (c, a + b)$ ಬಿಂದುಗಳು ಸಹರೇವಿಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

13. If functions $f : R \rightarrow R$ and $g : R \rightarrow R$ are given by $f(x) = |x|$ and $g(x) = [x]$, (where $[x]$ is greatest integer function) find $f \circ g\left(-\frac{1}{2}\right)$ and $g \circ f\left(-\frac{1}{2}\right)$.

$f : R \rightarrow R$ ಮತ್ತು $g : R \rightarrow R$ ಉತ್ತರಾಂಗಳನ್ನು $f(x) = |x|$ ಮತ್ತು $g(x) = [x]$ ಎಂದು ನೀಡಿದಾಗ $f \circ g\left(-\frac{1}{2}\right)$ ಮತ್ತು $g \circ f\left(-\frac{1}{2}\right)$ ರ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರ.

(x ಅತ್ಯಧಿಕ ಪೂರ್ಣಾಂಶ ಫಲನವಾಗಿದೆ)

14. Prove that $\sin^{-1} \left(2x\sqrt{1-x^2} \right) = 2 \cos^{-1} x, \frac{1}{\sqrt{2}} \leq x \leq 1$

$\sin^{-1} (2x\sqrt{1-x^2}) = 2 \cos^{-1} x, \frac{1}{\sqrt{2}} \leq x \leq 1$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

15. Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = \sec^{-1} \left[\frac{1}{2x^2-1} \right], 0 < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$

$y = \sec^{-1} \left[\frac{1}{2x^2-1} \right], 0 < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$ ಆದರೆ, $\frac{dy}{dx}$ ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರ.

16. If $x^y = a^x$, prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{x \log_e a - y}{x \log_e x}$.

$x^y = a^x$ ಆದರೆ, $\frac{dy}{dx} = \frac{x \log_e a - y}{x \log_e x}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

17. Find $\int \frac{1}{\sin x \cos^3 x} dx$.

$\int \frac{1}{\sin x \cos^3 x} dx$ ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರ.

18. Using differentials find the approximate value of $(25)^{\frac{1}{3}}$.

$(25)^{\frac{1}{3}}$ ರ ಸ್ನಿತ ಬೆಲೆಯನ್ನು ನಿಷ್ಪನ್ನ (Differentials) ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರ.

19. Evaluate : $\int_0^{\pi} \left(\sin^2\left(\frac{x}{2}\right) - \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) \right) dx.$

$\int_0^{\pi} \left(\sin^2\left(\frac{x}{2}\right) - \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) \right) dx$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರ.

20. If $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$, prove that \vec{a} and \vec{b} are perpendicular.

$|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ ಅದರೆ, \vec{a} ಮತ್ತು \vec{b} ಗಳು ಲಂಬವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

21. Find order and degree (if defined) of the differential equation

$$\frac{d^4y}{dx^4} + \sin\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right) = 0.$$

$\frac{d^4y}{dx^4} + \sin\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right) = 0$ ಎಂಬ ಅವಕಲಿತ ಸಮೀಕರಣದ ದಜೆನ್ ಮತ್ತು ಪ್ರಮಾಣ (ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದ್ದರೆ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರ.

22. Find angle between the vectors $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$.

$\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ ಮತ್ತು $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ ಸದಿಶಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರ.

23. The random variable X has a probability distribution $P(X)$ of the following form where k is some number :

$$P(X) = \begin{cases} k & \text{if } x = 0 \\ 2k & \text{if } x = 1 \\ 3k & \text{if } x = 2 \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

Determine the value of k and $P(X \leq 2)$.

ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಚರ X ನ ವಿತರಣಾ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

$$P(X) = \begin{cases} k & x = 0 \text{ ಆದಾಗ} \\ 2k & x = 1 \text{ ಆದಾಗ} \\ 3k & x = 2 \text{ ಆದಾಗ} \\ 0 & ಬೇರೆ ಅಗಿಷ್ಟರೆ \end{cases}$$

k ಮತ್ತು $P(X \leq 2)$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಇಲ್ಲಿ k ಒಂದು ಫ್ರಿರಾಂಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

24. Find the Cartesian equation of the line parallel to y -axis and passing through the point $(1, 1, 1)$.

y -ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ $(1, 1, 1)$ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ರೇಖೆಯ
ಕಾರ್ಡೀನಲ್ ರೂಪದ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

PART - C

ಭಾಗ - C

- III. Answer any ten questions :

$10 \times 3 = 30$

ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ :

$10 \times 3 = 30$

25. Show that $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{2}{11} + \tan^{-1} \frac{4}{3} = \frac{\pi}{2}$.

$$\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{2}{11} + \tan^{-1} \frac{4}{3} = \frac{\pi}{2} \text{ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.}$$

26. By using elementary transformations, find the inverse of the matrix
 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

ಮೂಲ ಪರಿವರ್ತನಾ ವಿಧಾನದಿಂದ $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ ಕೋಶದ ಪ್ರತಿಲೋಪ ಕೋಶವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

27. Show that the relation R in the set $A = \{x : x \in z, 0 \leq x \leq 12\}$ given by
 $R = \{(a, b) : |a - b| \text{ is a multiple of } 4\}$ is an equivalence relation.

ಗಣ $A = \{x : x \in z, 0 \leq x \leq 12\}$ ದಲ್ಲಿ R ಎಂಬ ಸಂಬಂಧವನ್ನು

$R = \{(a, b) : |a - b| \text{ ಇದು } 4 \text{ ರ ಗುಣಲಭ್ಯ}\}$ ಎಂದು ನೀಡಿದಾಗ ಸಂಬಂಧ R ಒಂದು ಸಮಾನತೆಯ ಸಂಬಂಧವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

28. Verify Mean Value Theorem if $f(x) = x^3 - 5x^2 - 3x$ in the interval $[1, 3]$.

$f(x) = x^3 - 5x^2 - 3x, x \in [1, 3]$ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಉತ್ತರವನ್ನು ಮಾಡ್ಯ ಮೌಲ್ಯ ಪ್ರಮೇಯ (Mean Value Theorem) ದಿಂದ ತಾಳಿ ನೋಡಿ.

29. If $x = a \cos^3 \theta$ and $y = a \sin^3 \theta$, prove that $\frac{dy}{dx} = -3\sqrt[3]{\frac{y}{x}}$.

$x = a \cos^3 \theta$ ಮತ್ತು $y = a \sin^3 \theta$ ಅದರೆ, $\frac{dy}{dx} = -3\sqrt[3]{\frac{y}{x}}$ ಎಂದು ಶಾಖಿ.

30. Box-I contains 2 gold coins, while another Box-II contains 1 gold and 1 silver coin. A person chooses a box at random and takes out a coin. If the coin is of gold, what is the probability that the other coin in the box is also of gold?

ಪೆಟ್ಟಿಗೆ - I ರಲ್ಲಿ 2 ಬಂಗಾರದ ಮತ್ತು ಪೆಟ್ಟಿಗೆ - II ರಲ್ಲಿ 1 ಬಂಗಾರದ ಮತ್ತು 1 ಚೆಳ್ಳಿಯ ನಾಣ್ಯಗಳಿರುತ್ತದೆ. ಒಬ್ಬ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಎರಡು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯನ್ನು ಅಯ್ದು ಮಾಡಿ ಒಂದು ನಾಣ್ಯವನ್ನು ತೆಗೆದಾಗ ಅದು ಬಂಗಾರದಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ, ಆ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ ಉಳಿದ ನಾಣ್ಯವು ಬಂಗಾರದಾಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

31. Find $\int \frac{x}{(x-1)(x-2)} dx$.

$\int \frac{x}{(x-1)(x-2)} dx$ ಅನ್ನ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರ.

32. Integrate $\frac{2x}{(x^2+1)(x^2+2)}$ with respect to x .

$\frac{2x}{(x^2+1)(x^2+2)}$ ಅನ್ನ x ಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಅನುಕಲಿಸಿ.

33. Find two numbers whose product is 100 and whose sum is minimum.

ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಭ್ಯ 100 ಮತ್ತು ಅದರ ಮೊತ್ತವು ಕನಿಪ್ಪಾಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರ.

34. Find the area lying between the curve $y^2 = 4x$ and the line $y = 2x$.

ವಕ್ರರೇಖೆ $y^2 = 4x$ ಮತ್ತು ಸರಳರೇಖೆ $y = 2x$ ಗಳ ನಡುವಿನ ಕ್ಷೇತ್ರफಲವನ್ನ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರ.

35. For any three vectors \vec{a} , \vec{b} and \vec{c} , prove that vectors $\vec{a} - \vec{b}$, $\vec{b} - \vec{c}$ and $\vec{c} - \vec{a}$ are coplanar.

\vec{a} , \vec{b} ಮತ್ತು \vec{c} ಗಳು ಯಾವುದೇ ಸದಿಶಗಳಾಗಿದ್ದಾಗ, $\vec{a} - \vec{b}$, $\vec{b} - \vec{c}$ ಮತ್ತು $\vec{c} - \vec{a}$ ಸದಿಶಗಳು ಒಂದೇ ಸಮತಲದಲ್ಲಿದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

36. Find the distance between the lines l_1 and l_2 given by

$$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}) \text{ and } \vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}).$$

$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ ಮತ್ತು $\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ ಅದರೆ,
ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು l_1 ಮತ್ತು l_2 ಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

37. Find the sine of the angle between the vectors $\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ and $3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k}$.

$\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ ಮತ್ತು $3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k}$ ಸದಿಶಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನದ ಸೈನನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

38. Find the equation of the curve passing through the point $(1, 1)$, given that
the slope of the tangent to the curve at any point is $\frac{x}{y}$.

ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ವಕ್ರರೇಖೆಯ ಸ್ವರ್ಚಿದಿತ ಒಟ್ಟು $\frac{x}{y}$ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಾಗ, $(1, 1)$

ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ವಕ್ರರೇಖೆಯ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

PART - D

ವಿಭಾಗ - D

IV. Answer any six questions :

$6 \times 5 = 30$

ಆ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಅಥ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ :

$6 \times 5 = 30$

39. If $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ and $B = [1 \ 3 \ -6]$, verify that $(AB)' = B'A'$.

$A = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ ಮತ್ತು $B = [1 \ 3 \ -6]$ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಾಗ $(AB)' = B'A'$ ಎಂದು ತಾಳಿ

ನೋಡಿ.

40. Solve the system of linear equations by matrix method :

$$2x - 3y + 5z = 11, \quad 3x + 2y - 4z = -5$$

$$x + y - 2z = -3.$$

ಕೋಶ ಪದ್ಧತಿಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :

$$2x - 3y + 5z = 11, \quad 3x + 2y - 4z = -5$$

$$x + y - 2z = -3.$$

41. Let $f: N \rightarrow R$ be defined by $f(x) = 4x^2 + 12x + 15$. Show that $f: N \rightarrow S$ where S is the range of function f , is invertible. Also find the inverse of f .

$f: N \rightarrow R$ ಉತ್ಪನ್ನವು $f(x) = 4x^2 + 12x + 15$ ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗಿದೆ. $f: N \rightarrow S$ ಉತ್ಪನ್ನವು ವಿಲೋಮ ಫಲನ ಎಂದು ನಿರೂಪಿಸಿ. (S ಗಣವು f ಉತ್ಪನ್ನದ ಮೀತಿ ಆಗಿರುತ್ತದೆ) ಹಾಗೂ f ಉತ್ಪನ್ನದ ವಿಲೋಮವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

42. If length x of a rectangle is decreasing at the rate of 3 cm/minute and the width y is increasing at the rate of 2 cm/minute, when $x = 10$ cm and $y = 6$ cm, find the rates of change of (i) the perimeter, (ii) the area of the rectangle.

ಒಂದು ಅಯತನದ ಉದ್ದ x ನ ದರ 3 ಸೆಂ./ನಿ. ದಂತೆ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತಾ ಇದೆ ಮತ್ತು ಇದರ ಅಗಲ y ನ ದರ 2 ಸೆಂ./ನಿ. ದಂತೆ ಹೆಚ್ಚುತ್ತಾ ಇದೆ. $x = 10$ ಸೆಂ. ಮತ್ತು $y = 6$ ಸೆಂ. ಆದಾಗ,

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಬದಲಾವನೆ ದರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :

(i) ಅಯತನದ ಸ್ವತ್ತತತೆ

(ii) ಅಯತನದ ವಿಕ್ರೀಣ

[Turn over

43. If $y = (\sin^{-1} x)^2$, show that $(1 - x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} = 2$.

$y = (\sin^{-1} x)^2$ ಆದರೆ, $(1 - x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} = 2$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

44. Find the integral of $\frac{1}{x^2 + a^2}$ w.r.t. x and hence find $\int \frac{1}{3+2x+x^2} dx$.

x ಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ $\frac{1}{x^2 + a^2}$ ನ್ನು ಅನುಕಲಿಸಿ, ಇದರಿಂದ $\int \frac{1}{3+2x+x^2} dx$ ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

45. Using integration find the area of region bounded by the triangle whose vertices are $(1, 0)$, $(2, 2)$ and $(3, 1)$.

$(1, 0)$, $(2, 2)$ ಮತ್ತು $(3, 1)$ ಗಳು ತ್ರಿಕೋನದ ಶೃಂಗ ಬಿಂದುಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಅನುಕಲನದ ಸಹಾಯದಿಂದ ತ್ರಿಕೋನ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

46. Derive the equation of a plane perpendicular to a given vector and passing through a given point both in vector and Cartesian form.

ದತ್ತ ಸದಿಶಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ಮತ್ತು ದತ್ತ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ಸಮತಲದ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸದಿಶ ಮತ್ತು ಕಾಟೆಂಸಿಯನ್‌ ಪದ್ಧತಿಗಳಲ್ಲಿ ನಿರೂಪಿಸಿ.

47. The probability that a student is not a swimmer is $\frac{1}{5}$. Find the probability that out of 5 students, (i) at least four are swimmers and (ii) at most three are swimmers.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಈಚು ಬಾರದಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ $\frac{1}{5}$ ಆದರೆ, 5 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ (i) ಕನಿಷ್ಠ 4 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಈಚುವ ಮತ್ತು (ii) ಗರಿಷ್ಠ 3 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಈಚುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

48. Solve the differential equation $ydx + (x - ye^y) dy = 0$
 $ydx + (x - ye^y) dy = 0$ ಈ ಅವಕಲಿತ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

PART - E

ವಿಭಾಗ - E

- V. Answer any one question : 1 × 10 = 10
 ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ : 1 × 10 = 10

49. a) Minimize and maximize

$$Z = 5x + 10y$$

subject to the constraints

$$x + 2y \leq 120$$

$$x + y \geq 60$$

$x - 2y \geq 0$ and $x \geq 0, y \geq 0$ by graphical method. 6

ನಕ್ಕೆಯ ಮೂಲಕ $Z = 5x + 10y$ ಅನ್ನು ಕೆಳಕಂಡ ನಿಬಂಧನೆಗೆ ಒಳಪಟ್ಟಂತೆ ಕನಿಷ್ಠ ಮತ್ತು ಗರಿಷ್ಠಗೊಳಿಸಿ.

ನಿಬಂಧನೆಗಳು :

$$x + 2y \leq 120$$

$$x + y \geq 60$$

$$x - 2y \geq 0 \text{ ಮತ್ತು } x \geq 0, y \geq 0.$$

6

b) Find the value of k , if

$$f(x) = \frac{1 - \cos 2x}{1 - \cos x}, \quad x \neq 0$$

$$= k, \quad x = 0$$

is continuous at $x = 0$. 4

$$f(x) = \frac{1 - \cos 2x}{1 - \cos x}, \quad x \neq 0$$

$$= k, \quad x = 0$$

ಮೇಲೆನ ಉತ್ತರವು $x = 0$ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಅವಿಚ್ಛಿನ್ನವಾದರೆ, k ರ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರ. 4

50. a) Prove that $\int_0^{2a} f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$, $f(2a - x) = f(x)$

$$= 0, \quad f(2a - x) = -f(x)$$

and hence evaluate $\int_0^{2\pi} \cos^5 x dx$. 6

$$\int_0^{2a} f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx, \quad f(2a - x) = f(x)$$

$$= 0, \quad f(2a - x) = -f(x)$$

ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ, ಇದರಿಂದ $\int_0^{2\pi} \cos^5 x dx$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರ. 6

b) Prove that $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix} = (a - b)(b - c)(c - a)(a + b + c).$

4

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix} = (a - b)(b - c)(c - a)(a + b + c). \text{ എന്ദു}$$

സാധിപ്പി.

4
