தமிழ்நாடு அரசு

எட்டாம் வகுப்பு

கணக்கு

மூன்றாம் பருவம்

தொகுதி 2

தமிழ்நாடு அரசு விலையில்லாப் பாடநூல் வழங்கும் திட்டத்தின்கீழ் வெளியிடப்பட்டது

பள்ளிக்கல்வித் துறை

தீண்டாமை மனிதநேயமற்ற செயலும் பெருங்குற்றமும் ஆகும்

8th_Preliminary_FM _TM_T-3.indd 1 20-11-2019 13:14:45

தமிழ்நாடு அரசு

முதல் பதிப்பு – *2019*

*(புதிய பாடத்திட்டத்தின் கீழ்
வெளியிடப்பட்ட முப்பருவ நூல்)*

விற்பனைக்கு அன்று

பாடநூல் உருவாக்கமும் தொகுப்பும்

மாநிலக் கல்வியியல் ஆராய்ச்சி
மற்றும் பயிற்சி நிறுவனம்

© SCERT 2019

நூல் அச்சாக்கம்

தமிழ்நாடு பாடநூல் மற்றும்
கல்வியியல் பணிகள் கழகம்

www.textbooksonline.tn.nic.in

8th_Preliminary_FM _TM_T-3.indd 2 20-11-2019 13:14:46

உலகில் பல பேசும் மொழிகள் இருந்தாலும், உலகின் ஒரே பொது மொழி கணிதமாகும். இதனை எளிய முறையில் மாணவர்களுக்கு அளிப்பதே இப்பாடநூலின் அடிப்படை நோக்கமாகும்.

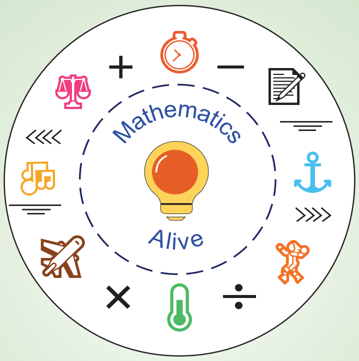
கணிதமானது எண்கள், சமன்பாடுகள், அடிப்படைச் செயலிகள் படிநிலைகள் என்பதைவிட புரிதலை அடிப்படையாகக் கொண்டது.

– வில்லியம் பவுல் தர்ஸ்டன்

செயல்பாடு
செய்து கற்றல் மூலமாக கணிதத்தைக் கற்று மகிழ்ச்சியடைதல்

இவற்றை முயல்க
கற்றுக் கொண்ட பாடப்பொருளை வலுவூட்டும் வகையில் சில பயிற்சி வினாக்கள்

உங்களுக்குத் தெரியுமா?
ஆர்வத்தைத் தூண்டுவதற்கு பாடப்பொருள் தொடர்பான கூடுதல் தகவல்களை அறிதல்



கணித அனுபவம் இயற்கையோடு இணைந்தும் அன்றாட வாழ்வில் எல்லா இடங்களிலும் பரவி உள்ளது என்பதை உணர்ந்து கொள்ளுதல்.

சிந்திக்க
ஆழமாகச் சிந்திக்கவும், வெளிப்படுத்தவும் வாய்ப்புகள்

பல்வகைத் திறனறி வினாக்கள்
உயர்மட்டச் சிந்தனையைத் தூண்டும் வகையிலும், போட்டித் தேர்வுகளை பயமின்றி எதிர் கொள்ளும் வகையிலும் அமைந்த வினாக்கள்

குறிப்பு
இன்றியமையாக் கருத்துகளும், விதிகளும்.

இணையச் செயல்பாடு
அறிவுத் தேடல்

அன்றாட வாழ்விலும், இயற்கையிலும் எல்லா இடங்களிலும் கணித அனுபவம் இயற்கையோடு இணைந்தே உள்ளது என்பதை உணர்ந்து கொள்ளுதல்

பொருளடக்கம்

அலகு	தலைப்பு	பக்க எண்	மாதம்
1	எண்கள்	1-31	ஜனவரி
2	வாழ்வியல் கணிதம்	32-49	பிப்ரவரி
3	வடிவியல்	50-77	பிப்ரவரி மற்றும் மார்ச்
4	புள்ளியியல்	78-103	மார்ச்
5	தகவல் செயலாக்கம்	104-125	ஏப்ரல்
	விடைகள்	126-129	
	கணிதக் கலைச் சொற்கள்	130-131	

D1J4M2

மின் நூல்

B1I4M6

மதிப்பீடு

B355_8_MATHS_TM

இணைய வளங்கள்

QR GUIDE

பாடநூலில் உள்ள விரைவுக் குறியீட்டைப் (QR Code) பயன்படுத்துவோம்! எப்படி?

- உங்கள் திறன் பேசியில் கூகுள் playstore கொண்டு DIKSHA செயலியை பதிவிறக்கம் செய்து நிறுவிக்கொள்க.
- செயலியை திறந்தவுடன், ஸ்கேன் செய்யும் பொத்தானை அழுத்தி பாடநூலில் உள்ள விரைவு குறியீடுகளை ஸ்கேன் செய்யவும்.
- திரையில் தோன்றும் கேமராவை பாடநூலின் QR Code அருகில் கொண்டு செல்லவும்.
- ஸ்கேன் செய்வதன் மூலம். அந்த QR Code உடன் இணைக்கப்பட்டுள்ள மின் பாட பகுதிகளை பயன்படுத்தலாம்.

குறிப்பு: இணையச்செயல்பாடுகள் மற்றும் இணைய வளங்களுக்கான QR code களை Scan செய்ய DIKSHA அல்லாத ஏதேனும் ஓர் QR code Scanner ஐ பயன்படுத்தவும்.

1 எண்கள்

கற்றல் நோக்கங்கள்

- எண்களின் வர்க்கங்களைக் கணக்கிடுதல்.
- ஓர் எண்ணின் வர்க்கமூலத்தை
  (i) காரணி முறை மற்றும் (ii) வகுத்தல் முறையில் காணுதல் .
- எண்களின் கனங்களைக் காணுதல்.
- ஓர் எண்ணின் கனமூலத்தைக் காரணி முறையில் காணுதல்.
- வர்க்கமூலம் மற்றும் கன மூலத்தின் தோராய மதிப்புகளைக் கணித்தல்.
- முழுக்களைப் படிகளாகக் கொண்டு, எண்களை அடுக்குக் குறியீட்டில் அமைத்தல்.
- முழுக்களைப் படிகளாகக் கொண்ட, அடுக்கு விதிகளை புரிந்து கொள்ளுதல்.
- அறிவியல் குறியீட்டை அறிதலும் அமைத்தலும்.

F4C7H5

1.1 வர்க்க எண்களின் அறிமுகம்

1	1 2 3 4	1 2 3 4 5 6 7 8 9
இது ஓரலகு பக்கத்தைக் கொண்ட ஒரு சதுரம். இது 1 இன் வர்க்கம் ஆகும். இதனை நாம் 1^2 என எழுதுகிறோம். $1^2 = 1$	இது 2 அலகுகளைப் பக்கமாகக் கொண்ட ஒரு சதுரம். இது 2 இன் வர்க்கம் ஆகும். இதனை நாம் 2^2 என எழுதுகிறோம். $2^2 = 2 \times 2 = 4$	இது 3 அலகுகளைப் பக்கமாகக் கொண்ட ஒரு சதுரம். இது 3 இன் வர்க்கம் ஆகும். இதனை நாம் 3^2 என எழுதுகிறோம். $3^2 = 3 \times 3 = 9$

பல தருணங்களில் இதுபோல நாம் எழுதுகிறோம்.

$$4^2 = 16$$

இது 4 இன் வர்க்கம் 16 எனக் கூறுகிறது.

இதில், மேலுள்ள 2 ஆனது வர்க்கத்தைக் குறிக்கிறது. மேலும், எண் 4 ஆனது அந்தப் பெருக்கலில் எத்தனை முறை ($4 \times 4 = 4^2 = 16$) வருகிறது என்பதைக் குறிக்கிறது.

1, 4, 9, 16, ... போன்ற அனைத்து எண்களும் வர்க்க எண்கள் ஆகும் (முழு வர்க்க எண்கள் என்றும் அழைக்கப்படும்). இவை ஒவ்வொன்றும் இரு சம (ஒரே) காரணிகளின் பெருக்கல்பலனாக அமைந்துள்ளன.

நம்மால் ஓர் இயல் எண் n ஐ, மற்றொரு இயல் எண் m ஐக் கொண்டு $n = m^2$ என்றிருக்குமாறு காண இயலும் எனில், n ஆனது ஒரு வர்க்க எண் எனப்படும்.

49 ஆனது ஒரு வர்க்க எண்ணாகுமா? ஆம், ஏனெனில், அதனை 7^2 என எழுதலாம். 50 ஆனது ஒரு வர்க்க எண்ணாகுமா?

பின்வரும் அட்டவணையானது 1 இலிருந்து 20 வரையிலான எண்களுக்கான வர்க்கங்களை அளிக்கிறது.

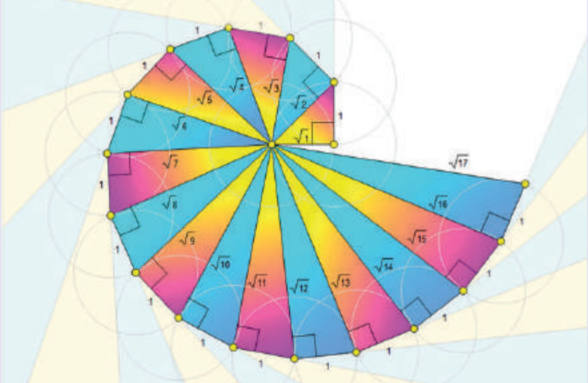
எண்	அதன் வர்க்கம்	எண்	அதன் வர்க்கம்	எண்	அதன் வர்க்கம்	எண்	அதன் வர்க்கம்
1	1	6	36	11	121	16	256
2	4	7	49	12	144	17	289
3	9	8	64	13	169	18	324
4	16	9	81	14	196	19	361
5	25	10	100	15	225	20	400

இந்த அட்டவணையை 50 வரையிலான எண்களுக்கு விரிவு செய்ய முயல்க.

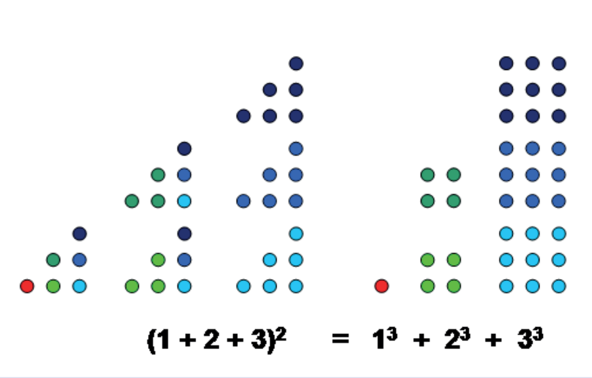
மேற்கண்ட அட்டவணையைக் கொண்டு பின்வரும், வர்க்க எண்களின் பண்புகளை இப்போது நாம் எளிதில் சரிபார்க்கலாம் .

- வர்க்க எண்கள் 0, 1, 4, 5, 6 அல்லது 9 ஆகிய எண்களில் ஏதேனும் ஓர் எண்ணில் மட்டுமே முடியும்.
- ஓர் எண்ணானது 1 அல்லது 9 இல் முடிந்தால், அதன் வர்க்கமானது 1 இல் முடியும்.
- ஓர் எண்ணானது 2 அல்லது 8 இல் முடிந்தால், அதன் வர்க்கமானது 4 இல் முடியும்.
- ஓர் எண்ணானது 3 அல்லது 7 இல் முடிந்தால், அதன் வர்க்கமானது 9 இல் முடியும்.
- ஓர் எண்ணானது 4 அல்லது 6 இல் முடிந்தால், அதன் வர்க்கமானது 6 இல் முடியும்.
- ஓர் எண்ணானது 5 அல்லது 0 இல் முடிந்தால், அதன் வர்க்கமானது முறையே 5 அல்லது 0 இல் முடியும்.
- ஓர் ஒற்றைப்படை எண்ணின் வர்க்கமானது எப்போதும் ஒற்றை எண்ணாகவே இருக்கும். மேலும், ஓர் இரட்டைப்படை எண்ணின் வர்க்கமானது எப்போதும் இரட்டை எண்ணாகவே இருக்கும்.
- 2, 3, 7 மற்றும் 8 இல் முடியும் எண்கள் முழு வர்க்கங்களாக இருக்காது.

எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் எண்கள்



வடிவியலில் இருந்து பிதாகரஸ் தோற்றத்தைப் பயன்படுத்தி எண்களின் வர்க்கமூலத்தைச் சுருள் வடிவில் காணுதல்.



$(1 + 2 + 3 + ... + n)^2 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3$ என்பதையும், வர்க்கங்களையும் கனங்களையும் தொடர்புபடுத்தும் அமைப்புகள்.

Unit 1 - Numbers - TM.indd 2 21-11-2019 12:05:49

1.1.1 ஒன்றிலிருந்து ஒற்றை எண்களின் கூடுதலானது, வர்க்க எண்ணாகுதல்:

பின்வரும் ஒற்றை எண்களின் அமைப்பைக் கவனிக்க.

முதல் ஒற்றை எண்	$= 1$		இது 1^2 ஆகும்.
முதல் இரு ஒற்றை எண்களின் கூடுதல்	$= 1 + 3$	$= 4$	$= 2^2$ ஆகும்.
முதல் மூன்று ஒற்றை எண்களின் கூடுதல்	$= 1 + 3 + 5$	$= 9$	$= 3^2$ ஆகும்.
முதல் நான்கு ஒற்றை எண்களின் கூடுதல்	$= 1 + 3 + 5 + 7$	$= 16$	$= 4^2$ ஆகும்.
முதல் ஐந்து ஒற்றை எண்களின் கூடுதல்	$= 1 + 3 + 5 + 7 + 9$	$= 25$	$= 5^2$ ஆகும்.

இதனைத் தொடர்ந்தால் 1 இல் தொடங்கி, அடுத்தடுத்த முதல் n ஒற்றைப்படை எண்களின் கூடுதல் என்னவாக இருக்கும்?

> அடுத்தடுத்த முதல் n ஒற்றை இயல் எண்களின் கூடுதல் n^2 ஆகும்.

1.1.2 ஓர் ஒற்றை எண்ணின் வர்க்கத்தை அடுத்தடுத்த இரு இயல் எண்களின் கூடுதலாக எழுதுதல்:

ஏதேனும் ஒரு ஒற்றை இயல் எண்ணை எடுப்போம். அதனை 7 எனக் கொள்வோம். அதன் வர்க்கம் $7^2 = 49$ ஆகும்.

இதனை, $7^2 = 24 + 25$ என எழுதலாம்.(இது $\frac{7^2 - 1}{2} + \frac{7^2 + 1}{2}$ ஆகும்)

இதைப்போன்று மேலும் சில ஒற்றை இயல் எண்களின் வர்க்கங்களை இவ்வாறாக அடுத்தடுத்த இரு இயல் எண்களின் கூடுதலாக எழுத இயலும் என்பதை அறியலாம். ஆகவே, **ஓர் ஒற்றை எண்ணின் வர்க்கத்தை அடுத்தடுத்த இரு இயல் எண்களின் கூடுதலாக எழுதலாம்.**

சிந்திக்க

1. ஒரு பகா எண்ணின் வர்க்கமானது பகா எண்ணாகுமா?
2. இரு முழு வர்க்க எண்களின் கூடுதலானது எப்போதும் முழு வர்க்க எண்ணாக இருக்குமா? இது அவற்றின் கழித்தலுக்கும் பெருக்கலுக்கும் எவ்வாறு பொருந்தும்?

இவற்றை முயல்க

பின்வரும் வர்க்க எண்களை அடுத்தடுத்த இரு மிகை முழுக்களின் கூடுதலாக எழுதவும் .

(i) 441 (ii) 225 (iii) 289 (iv) 1089

எடுத்துக்காட்டு 1.1

ஒற்றை இயல் எண்களான $1 + 3 + 5 + 7 + \ldots\ldots\ldots + 99$ இன் கூடுதல் காண்க.

தீர்வு:

இங்கு, 1 முதல் 99 வரையிலும் 50 ஒற்றை எண்கள் உள்ளன.

அடுத்தடுத்த முதல் n ஒற்றை இயல் எண்களின் கூடுதல் $= n^2$

ஆகவே, முதல் 50 ஒற்றை இயல் எண்களின் கூடுதல் $= 50^2 = 50 \times 50 = 2500$

ஒரு செவ்விய எண் (நினைவு கூர்க) ஆனது, வர்க்க எண்ணாக அமையாது.செவ்விய எண்களான 6, 28, 496, 8128 போன்றவை வர்க்க எண்கள் அல்ல.

Unit 1 - Numbers - TM.indd 3 21-11-2019 12:05:54

சிந்திக்க

1. 46 என்ற இரட்டை இயல் எண்ணை எடுத்துக்கொள்க (அல்லது உன் விருப்பம் போல் ஏதேனும் ஓர் இரட்டை இயல் எண்ணையும் எடுக்கலாம்). இதனை 1 இல் தொடங்கி, அடுத்தடுத்த ஒற்றை எண்களின் கூடுதலாக அமைக்க முயல்க. இதில் நீ வென்றாயா?
2. ஓர் ஒற்றை எண்ணின் வர்க்கத்தை எப்போதும் அடுத்தடுத்த இரு இயல் எண்களின் கூடுதலாக எழுத இயலும்– இதன் மறுதலை உண்மையாகுமா? அதாவது, அடுத்தடுத்த இரு இயல் எண்களின் கூடுதலானது ஓர் எண்ணின் வர்க்கத்தை அளிக்குமா?

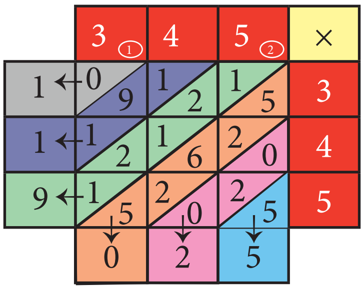
1.1.3 ஓர் எண்ணின் வர்க்கத்தை மூலைவிட்ட முறையில் காணுதல்:

மூலைவிட்ட முறையைப் பயன்படுத்தி, ஓர் எண்ணின் வர்க்கத்தைப் பின்வரும் எடுத்துக்காட்டில் கொடுத்துள்ளவாறு நாம் எளிதாகக் காணலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.2

மூலைவிட்ட முறையில் 345 இன் வர்க்கத்தை காண்க.

தீர்வு:



345 (சிவப்பு) எண்களுக்குக் கீழேயும் அதன் இடதுபுறத்திலும், ஒரு 3×3 சதுரத்தை அமைக்கவும். அமைத்த 9 சதுரங்கள் ஒவ்வொன்றிலும் ஒரு மூலைவிட்டைத்தை வரையவும். முதலில் $5 \times 3 = 15$ என்ற பெருக்கல்பலனில் உள்ள 1 ஐ மேற்பகுதியிலும் 5 ஐ கீழ்ப்பகுதியிலும் இடவும். இவ்வாறாக எல்லாச் சதுரங்களையும் நிரப்பிய பிறகு, எண்களை வண்ண மூலைவிட்டங்கள் வழியாகக் கூட்டவும். அம்புகுறிக்யிட்ட எண்கள் மேல் இடதுபுறத்திலிருந்து 119025 என்ற எண்ணானது 345 இன் வர்க்கமாகும்.

$\therefore\ 345^2 = 119025.$

இவற்றை முயல்க

(i) 256, 576, 960, 1025, 4096 ஆகிய எண்களில் எவையெவை முழு வர்க்க எண்களாகும்.? (குறிப்பு: முன்பு பார்த்த வர்க்க அட்டவணையை நீட்டிப்பு செய்ய முயல்க)

(ii) பின்வரும் எண்கள் ஒவ்வொன்றும் பார்த்தவுடனேயே முழு வர்க்க எண் அல்ல எனக் கூறலாம். ஏனென கூறுக 82, 113, 2057, 24353, 8888, 1972.

(iii) பின்வரும் எண்களின் வர்க்கங்களை மூலைவிட்ட முறையில் காண்க. மேலும், வர்க்கங்களுடைய ஒன்றுகள் இட இலக்கத்தையும் காண்க. 11, 27, 42, 79, 146, 324, 520.

குறிப்பு

ஒரு முழு வர்க்க எண்ணானது பூச்சியத்தில் முடியுமெனில், அது எப்போதும் இரட்டைப்படை எண்ணிக்கையிலான பூச்சியங்களைக் கொண்டு மட்டுமே முடியும். இதனைப் பின்வரும் அட்டவணையின் மூலம் நாம் சரிபார்க்கலாம்.

எண்	10	20	30	40	…	90	100	110	…	200	…
அதன் வர்க்கம்	100	400	900	1600	…	8100	10000	12100	…	40000	…

Unit 1 - Numbers - TM.indd 4 21-11-2019 12:05:54

சிந்திக்க

இந்தக் கூற்றைக் கவனிக்க: "அடுத்தடுத்த எண்கள் n மற்றும் $(n+1)$ ஆகியவற்றின் வர்க்கங்களுக்கிடையே, $2n$ வர்க்கமற்ற எண்கள் உள்ளன". இந்தக் கூற்று உண்மையாகுமா? 2500 மற்றும் 2601 ஆகிய எண்களுக்கிடையே எத்தனை வர்க்கமற்ற எண்கள் உள்ளன எனக் காண்க. இதன் மூலம் கூற்றைச் சரிபார்.

செயல்பாடு

பின்வரும் கூற்றுகளைச் சரிபார்:

(i) 1 ஐத் தவிர்த்த, ஓர் இயல் எண்ணின் வர்க்கமானது 3 இன் மடங்காகவோ அல்லது 3 இன் மடங்கிற்கு 1 கூடுதலாகவோ இருக்கும்.

(ii) 1 ஐத் தவிர்த்த, ஓர் இயல் எண்ணின் வர்க்கமானது 4 இன் மடங்காகவோ அல்லது 4 இன் மடங்கிற்கு 1 கூடுதலாகவோ இருக்கும்.

(iii) ஒரு முழு வர்க்க எண்ணை 3 ஆல் வகுக்கக் கிடைக்கும் மீதியானது பூச்சியமாகவோ அல்லது 1 ஆக இருக்கும். ஆனால் 2 மீதியாக இருக்காது.

(iv) ஒரு முழு வர்க்க எண்ணை 4 ஆல் வகுக்கக் கிடைக்கும் மீதியானது பூச்சியமாகவோ அல்லது 1 ஆக இருக்கும். ஆனால் 2 மற்றும் 3 மீதியாக இருக்காது.

(v) ஒரு முழு வர்க்க எண்ணை 8 ஆல் வகுக்கக் கிடைக்கும் மீதியானது பூச்சியமாகவோ அல்லது 1 அல்லது 4 ஆகவோ இருக்கும். ஆனால் 2, 3, 5, 6 அல்லது 7 ஆக இருக்காது.

1.1.4 பிதாகரஸின் மூன்றன் தொகுதி:

வர்க்கங்களின் கருத்தைப் பயன்படுத்திப் பிதாகரஸின் மூன்றன் தொகுதியை விவரிக்கலாம். மூன்றன் தொகுதி என்பது மூன்று எண்களைக் கொண்ட ஒரு தொகுதியாகும். ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களின் எண்ணளவை அமைக்கும் எந்த மூன்று எண்களும், ஒரு பிதாகரஸின் மூன்றன் தொகுதியை அமைக்கும்.

கணிதரீதியாக, a, b மற்றும் c என்ற மூன்று எண்களில் ஏதேனும் இரு எண்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதலானது மூன்றாம் எண்ணின் வர்க்கத்திற்குச் சமமானால், அதாவது,

$a^2 + b^2 = c^2$ (அல்லது) $b^2 + c^2 = a^2$ (அல்லது) $c^2 + a^2 = b^2$ எனில், அவை ஒரு பிதாகரஸின் மூன்றன் தொகுதியை அமைக்கும்.

எடுத்துக்காட்டாக, பின்வருபவை பிதாகரஸின் மூன்றன் தொகுதிகளாகும்.

மூன்றன் தொகுதி	காரணம்
(3, 4, 5)	$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$ இது 5^2 ஆகும்
(5, 12, 13)	$5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$ இது 13^2 ஆகும்
(20, 21, 29)	$20^2 + 21^2 = 400 + 441 = 841$ இது 29^2 ஆகும்

எடுத்துக்காட்டு 1.3

(8, 15, 17) என்பது ஒரு பிதாகரஸின் மூன்றன் தொகுதியாகுமா? என ஆராய்க.

தீர்வு:

இங்கு, $8^2 = 8 \times 8 = 64$, $15^2 = 15 \times 15 = 225$ மற்றும் $17^2 = 17 \times 17 = 289$ ஆகும்.

நாம் காண்பது, $8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289 = 17^2$

ஆகவே, $8^2 + 15^2 = 17^2$

$\therefore$ (8, 15, 17) ஆனது ஒரு பிதாகரஸின் மூன்றன் தொகுதி ஆகும்.

Unit 1 - Numbers - TM.indd 5 21-11-2019 12:05:54

செயல்பாடு

$m > 1$ என்ற ஓர் இயல் எண்ணைக் கருத்தில் கொள்க. $(2m, m^2 - 1, m^2 + 1)$ என்பது ஒரு பிதாகரஸின் மூன்றன் தொகுதியை அமைக்கும் என்பதை நாம் காண்கிறோம் (சிறு இயற்கணித உறவின் மூலம் இதைச் சரிபார்க்கலாம்!)

இந்தச் சூத்திரத்தைக் கொண்டு, சில பிதாகரஸின் மூன்றன் தொகுதிகளை உருவாக்கலாம். இங்கு, நாம் $2m = 14$ என எடுத்துக்கொள்வோம். இங்கு $2m$ ஆனது ஓர் இரட்டை முழுவாக இருக்கவேண்டும் (ஏன்?)

$$2m = 14 \Rightarrow (2m)^2 = 14^2 = 196$$

இதன் மூலம், $m^2 - 1 = 7^2 - 1 = 48 \Rightarrow (m^2-1)^2 = 48^2 = 2304$

$$m^2 + 1 = 7^2 + 1 = 50 \Rightarrow (m^2+1)^2 = 50^2 = 2500$$

$$196 + 2304 = 2500$$

(அல்லது) $(2m)^2 + (m^2-1)^2 = (m^2+1)$

ஆகவே, (14, 48, 50) ஆனது ஒரு பிதாகரஸின் மூன்றன் தொகுதி ஆகும்.

1.2 வர்க்கமூலம்

கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல் போன்ற செயல்பாடுகளைப் போன்றே வர்க்கப்படுத்துதலும் ஒரு கணிதச் செயல்பாடு ஆகும். பெரும்பாலான கணிதச் செயல்பாடுகளுக்கு 'நேர்மாறு' ('மறுதலை' எனப் பொருள்படும்) செயல்பாடுகள் உண்டு. எடுத்துக்காட்டாக, கழித்தலானது, கூட்டலுக்கு நேர்மாறாகவும், வகுத்தலானது, பெருக்கலுக்கு நேர்மாறாகவும் உள்ளன. இவ்வாறாக 'வர்க்கத்திற்கு' நேர்மாறு செயல்பாடாக 'வர்க்கமூலத்தை' காண்பதாக உள்ளது.

ஏதேனும் ஒரு n என்ற எண்ணை, இரு ஒரே எண்களின் பெருக்கல்பலன் வழங்கினால் அந்த எண்ணானது n இன் வர்க்கமூலம் எனப்படும். இதனை $\sqrt{n}$ அல்லது $n^{\frac{1}{2}}$ எனக் குறிக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக $\sqrt{81}$ என்பது 9 ஆகும். ஏனெனில் $9 \times 9 = 81$ ஆகும்.

அருகிலுள்ள அட்டவணையில், 1 முதல் 100 வரையிலான அனைத்து முழு வர்க்க எண்களின், வர்க்க மூலங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

வர்க்க மூலம்	காரணம்
$\sqrt{1} = 1$	$1^2 = 1$
$\sqrt{4} = 2$	$2^2 = 4$
$\sqrt{9} = 3$	$3^2 = 9$
$\sqrt{16} = 4$	$4^2 = 16$
$\sqrt{25} = 5$	$5^2 = 25$
$\sqrt{36} = 6$	$6^2 = 36$
$\sqrt{49} = 7$	$7^2 = 49$
$\sqrt{64} = 8$	$8^2 = 64$
$\sqrt{81} = 9$	$9^2 = 81$
$\sqrt{100} = 10$	$10^2 = 100$

நமக்கு, $324 = 18^2$ எனத் தெரியுமானால், உடனடியாக நாம் $\sqrt{324} = 18$ எனக் கூறி விடலாம்.

$11^2 = 121$ எனில், $\sqrt{121}$ என்பது யாது?

$529 = 23^2$ எனில், 529 இன் வர்க்கமூலம் யாது?

இங்கு, $1^2 = 1$ ஆகும். ஆகவே, 1 இன் வர்க்கமூலம் 1 ஆகும். மேலும் $(-1)^2 = 1$ ஆகும். ஆகவே, 1 இன் வர்க்கமூலம் 1 மற்றும் -1 ஆகும்.

$2^2 = 4$ ஆகும், ஆகவே 4 இன் வர்க்கமூலம் 2 ஆகும். மேலும் $(-2)^2 = 4$ ஆகும். ஆகவே, 4 இன் வர்க்கமூலம் 2 மற்றும் -2 ஆகும்.

இது போன்று , $3^2 = 9$ ஆகும். ஆகவே 9 இன் வர்க்கமூலம் 3 ஆகும். மேலும் $(-3)^2 = 9$ ஆகும். ஆகவே 9 இன் வர்க்கமூலம் 3 மற்றும் -3 ஆகும்.

மேற்காணும் எடுத்துக்காட்டுகள், ஒரு முழு வர்க்க எண்ணிற்கு, வர்க்கமூலங்களாக இரு முழுக்கள் இருப்பதைத் தெரிவிக்கின்றன. ஆனால், கணக்குகளில் நாம் ஓர் இயல் எண்ணின் மிகை வர்க்கமூலத்தையே எடுத்துக்கொள்வோம்.

ஓர் எண்ணின் மிகை வர்க்க மூலத்தை எப்போதும் $\sqrt{\ }$ என்ற குறியீட்டைக் கொண்டே குறிப்போம்.

ஆகவே, $\sqrt{4}$ என்பது 2 மட்டுமே (-2 அல்ல); $\sqrt{9}$ என்பது 3 மட்டுமே (-3 அல்ல). இது பொதுவாக ஒப்புக் கொள்ளப்பட்ட குறியீடாகும் என்பதனை நாம் நினைவில் கொள்ள வேண்டும்.

1.2.1 தொடர்ச்சியான ஒற்றை எண்களைத் தொடர் கழித்தல் செய்து வர்க்க மூலம் காணுதல்:

ஒரு வர்க்க எண்ணை, 1 இல் தொடங்கித் தொடர்ச்சியான ஒற்றை எண்களின் கூடுதலாக எழுத இயலும் என்பது நமக்குத் தெரியும். ஆகவே, ஓர் வர்க்க எண்ணின் வர்க்கமூலத்தை, 1இல் தொடங்கி, தொடர்ச்சியான ஒற்றை எண்களை அந்த எண்ணிலிருந்து தொடர் கழித்தல் செய்து, பூச்சியம் கிடைக்க எத்தனை படிகள் தேவைப்படுகிறதோ, அந்தப் படிகளின் எண்ணிக்கையைக் கொண்டு அந்த எண்ணின் வர்க்கமூலத்தைக் காணலாம் .

எடுத்துக்காட்டு 1.4

தொடர் கழித்தல் முறையில் 64 இன் வர்க்கமூலத்தைத் காண்க.

தீர்வு:

நாம் பின்வருமாறு கழித்தலை மேற்கொள்கிறோம்.

படி 1: $64 - 1 = 63$

படி 2: $63 - 3 = 60$

படி 3: $60 - 5 = 55$

படி 4: $55 - 7 = 48$

படி 5: $48 - 9 = 39$

படி 6: $39 - 11 = 28$

படி 7: $28 - 13 = 15$

படி 8: $15 - 15 = 0$

நாம், 1 இல் தொடங்கித், தொடர்ச்சியான ஒற்றை எண்களைக் கொடுக்கப்பட்ட 64 இல் இருந்து தொடர் கழித்தல் செய்தோம். 8 ஆவது படியில் நாம் பூச்சியத்தைப் பெற்றோம். ஆகவே, $\sqrt{64} = 8$ ஆகும். நமக்குப் பூச்சியம் கிடைக்கவில்லை எனில், கொடுக்கப்பட்ட எண்ணானது ஒரு முழு வர்க்க எண்ணாக இருக்காது.

685584 என்பது ஒரு முழு வர்க்க எண் ஆகும். இதன் வர்க்க மூலத்தை ஒற்றை எண்களின் தொடர் கழித்தல் முறையில் நம்மால் காண முடியுமா? ஆம், நம்மால் முடியும். ஆனால், நீளமாகவும் நேரம் கூடுதலாகவும் எடுத்துக்கொள்ளும். ஆகவே, இதற்கு மாற்றாக முழு எண்களின் வர்க்க மூலத்தைக் காண நாம் மற்ற முறைகளையும் பயன்படுத்திப் பார்க்க வேண்டும்.

இவற்றை முயல்க

ஒற்றை எண்களைத் தொடர் கழித்தல் முறையில் பயன்படுத்தி (1இல் தொடங்கி) பின்வரும் எண்கள் முழு வர்க்கங்களாக என ஆராய்ந்து, அவற்றுள் வர்க்க எண்களை அறிந்து, அதன் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க. (i) 144 (ii) 256 (iii) 360

Unit 1 - Numbers - TM.indd 7 21-11-2019 12:06:00

1.2.2 பகாக் காரணிப்படுத்துதல் மூலம் வர்க்கமூலம் காணுதல்:

எண்களின் பகாக் காரணிகளையும் அந்த எண்களின் வர்க்கங்களின் பகாக் காரணிகளையும் கொண்ட பின்வரும் அட்டவணையைக் கவனிக்க.

எண்கள்	கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் பகாக் காரணிகள்	கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் வர்க்கங்கள்	கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் வர்க்கங்களின் பகாக் காரணிகள்
6	$6 = 2 \times 3$	$6^2 = 36$	$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = (2 \times 3)^2$
8	$8 = 2 \times 2 \times 2$	$8^2 = 64$	$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = (2 \times 2 \times 2)^2$
12	$12 = 2 \times 2 \times 3$	$12^2 = 144$	$144 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = (2 \times 2 \times 3)^2$
15	$15 = 3 \times 5$	$15^2 = 225$	$225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5 = (3 \times 5)^2$

6 மற்றும் அதன் பகாக் காரணிகளைக் கவனிப்போம். இதில் 2 ஆனது எத்தனை முறை வருகிறது? இப்போது, அதன் வர்க்கமான 36 மற்றும் அதன் பகாக் காரணிகளைக் கவனிப்போம். இதில் 2 ஆனது எத்தனை முறை வருகிறது? இவ்வாறே 8, 12 மற்றும் 15 ஆகிய எண்களுக்கும் கண்டுபிடிக்கவும். (உங்கள் விருப்பம் போல் எந்த ஓர் எண்ணையும் அதன் வர்க்கத்தையும் நீங்கள் தேர்ந்தெடுக்கலாம்) நீங்கள் காண்பது என்ன?

ஓர் எண்ணின் வர்க்கத்தில் உள்ள பகாக் காரணிகளின் எண்ணிக்கை } = { அந்த எண்ணின் பகாக் காரணிகளின் எண்ணிக்கையைப் போன்று இரு மடங்காகும்.

இந்தக் கருத்தைப் பயன்படுத்தி நாம் ஒரு முழு வர்க்க எண்ணின் வர்க்கமூலத்தைக் காணலாம். முதலில், கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை அதன் பகாக் காரணிகளைக் கொண்டு பிரிக்கவும். ஒரே பகாக் காரணிகளைச் சோடியாகி, அவற்றுள் ஒரு எண்ணை மட்டும் எடுத்து வர்க்கமூலத்தைக் காண வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.5

பகாக் காரணிபடுத்துதல் முறையில் 324 இன் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

முதலில், கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை அதன் பகாக் காரணிகளைக் கொண்டு பிரிக்கவும். ஒரே பகாக் காரணிகளைச் சோடியாக்கி, அவற்றுள் ஒரு எண்ணை மட்டும் எடுத்து வர்க்கமூலம் காண வேண்டும்.

இங்கு, $324 = 2\times2\times3\times3\times3\times3$

$= 2^2\times3^2\times3^2$

$= (2\times3\times3)^2$

$\therefore \sqrt{324} = \sqrt{(2\times3\times3)^2}$

$= 2\times3\times3$

$= 18$

2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

எடுத்துக்காட்டு 1.6

108 ஆனது ஒரு முழு வர்க்க எண்ணாகுமா?

தீர்வு:

இங்கு, $108 = 2\times2\times3\times3\times3$

$= 2^2\times3^2\times3$

2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

Unit 1 - Numbers - TM.indd 8 21-11-2019 12:06:03

இங்கு, இரண்டாவது பகாக் காரணியான 3 இக்கு சோடி இல்லை. ஆகவே, 108 ஆனது ஒரு முழு வர்க்க எண் அல்ல.

சிந்திக்க

இங்கு, 108 ஐப் பெருக்கியோ வகுத்தோ ஒரு முழு வர்க்க எண்ணாக்க, மிகச்சிறிய காரணியைக் காண வேண்டும் எனில், நாம் என்ன செய்ய வேண்டும்?

எடுத்துக்காட்டு 1.7

250 ஐ எந்த மிகச் சிறிய எண்ணால் பெருக்கவோ வகுக்கவோ அது ஒரு முழு வர்க்க எண்ணாகும் எனக் காண்க. மேலும், அதன் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

இங்கு, $250 = 5 \times 5 \times 5 \times 2$

$= 5^2 \times 5 \times 2$

5	250
5	50
5	10
	2

இங்கு, பகாக் காரணிகளான 5 மற்றும் 2 இக்கு சோடிகள் இல்லை.

எனவே, நாம் 250 ஐ 10 (5×2) ஆல் பெருக்கவோ, வகுக்கவோ செய்யலாம்.

(i) 250 ஐ 10 ஆல் பெருக்க, நாம் பெறுவது $2500 = 5^2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2$. ஆகவே, 2500 இன் வர்க்கமூலம் $5 \times 5 \times 2 = 50$ ஆகும்.

(ii) 250 ஐ 10 ஆல் வகுக்க, நாம் பெறுவது 25. இங்கு $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$ எனப் பெறுகிறோம்.

பயிற்சி 1.1

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**
   (i) 77 இன் வர்க்கத்திலுள்ள ஒன்றுகள் இலக்கமானது ____________ ஆகும்.
   (ii) 24^2 மற்றும் 25^2 ஆகியவற்றிற்கிடையே _______ வர்க்கமற்ற எண்கள் உள்ளன.
   (iii) ஓர் எண் 5 இல் முடிந்தால், அதன் வர்க்கம் _______ இல் முடியும்.
   (iv) ஒரு வர்க்க எண்ணானது _______ எண்களைக் கொண்டு முடியாது.
   (v) 300 இக்கும் 500 இக்கும் இடையே _______ முழு வர்க்க எண்கள் உள்ளன.

2. **சரியா? தவறா? எனக் கூறுக:**
   (i) ஒரு வர்க்க எண்ணானது 6 இல் முடியும் எனில், அதன் வர்க்கமூலமானது ஒன்றாம் இலக்கமாக எண் 6 ஐப் பெற்றிருக்கும்.
   (ii) ஒரு வர்க்க எண்ணானது கடைசியில் ஒற்றைப்படை எண்ணிக்கையிலான பூச்சியங்ககளைப் பெற்றிருக்காது.
   (iii) 961000 இன் வர்க்கத்தில் உள்ள பூச்சியங்களின் எண்ணிக்கை 9 ஆகும்.
   (iv) (7, 24, 25) என்பது ஒரு பிதாகரஸின் மூன்றன் தொகுதி ஆகும்.
   (v) 221 இன் வர்க்கமூலம் 21 ஆகும்.

3. பின்வரும் எண்களின் வர்க்கங்களிலுள்ள ஒன்றுகள் இலக்கம் என்ன?
   (i) 36 (ii) 252 (iii) 543

Unit 1 - Numbers - TM.indd 9 21-11-2019 12:06:04

4. கொடுக்கப்பட்ட எண்களைக் கவனித்து, அவை ஏன் முழு வர்க்க எண்கள் அல்ல என்பதை நியாயப்படுத்துக.

   (i) 1000 (ii) 34567 (iii) 408

5. பின்வரும் ஒற்றை எண்களை வழக்கமாகக் கூட்டாமல், கூடுதலைக் காண்க:

   (i) 1 + 3 + 5 + 7 + … … … + 35

   (ii) முதல் 99 ஒற்றை இயல் எண்கள்

6. (i) 15^2 மற்றும் (ii) 19^2 ஆகியவற்றை அடுத்தடுத்த இரு மிகை முழுக்களின் கூடுதலாக எழுதவும்.

7. (i) 10^2 மற்றும் (ii) 11^2 ஆகியவற்றை தொடர்ச்சியான ஒற்றை இயல் எண்களின் கூடுதலாக எழுதவும்.

8. (i) மிகப் பெரிய எண் 65 ஆகவும் மற்றும் (ii) மிகச் சிறிய எண் 10 ஆகவும் கொண்ட பிதாகரஸின் மூன்றன் தொகுதிகளைக் காண்க.

9. தொடர் கழித்தல் முறையில் பின்வரும் எண்களுக்கு வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

   (i) 144 (ii) 256 (iii) 784

10. பகாக் காரணப்படுத்துதல் முறையில் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

    (i) 1156 (ii) 4761 (iii) 9025

11. பின்வரும் எண்களில் ஒவ்வொன்றும் முழு வர்க்கமா என ஆராய்க.

    (i) 725 (ii) 190 (iii) 841 (iv) 1089

12. 1800 ஐ எந்த மிகச் சிறிய எண்ணால் பெருக்கினால் அது ஒரு முழு வர்க்க எண்ணாகும் எனக் காண்க. கிடைத்த முழு வர்க்க எண்ணின் வர்க்க மூலத்தையும் காண்க.

13. எந்த மிகச் சிறிய எண்ணால் 10985 ஐ வகுக்க, ஈவு ஆனது ஒரு முழு வர்க்க எண்ணாகும் எனக் காண்க.

14. 2352 ஆனது ஒரு முழு வர்க்க எண்ணாகுமா? இல்லையெனில், 2352 ஐ எந்த மிகச்சிறிய எண்ணால் பெருக்க, அந்தப் பெருக்கற்பலன் ஒரு முழு வர்க்க எண்ணாகும் எனக் காண்க. அந்தப் புதிய எண்ணின் வர்க்கமூலத்தையும் காண்க.

15. 8, 12 மற்றும் 15 ஆல் சரியாக வகுபடும் மிகச் சிறிய வர்க்க எண்ணைக் காண்க.

1.2.3 நீள் வகுத்தல் முறையில் ஓர் எண்ணின் வர்க்கமூலத்தைக் காணுதல்:

அதிகப்படியான இலக்கங்களைக் கொண்ட எண்களை நாம் காணும்போது, அவற்றின் வர்க்க மூலங்களைப் பகா காரணிப்படுத்துதல் முறையில் காண்பது என்பது நீளமானதாகவும் கடினமானதாகவும் அமையக் கூடும். அவ்வாறான நேரங்களில், நீள் வகுத்தல் முறையைப் பயன்படுபடுத்துவது நமக்கு உதவிடும். இந்த முறையைப் பற்றி நாம் சில விளக்கங்களைக் கொண்டு இங்கு பார்க்கலாம்.

விளக்கம் 1

நீள் வகுத்தல் முறையில் 576 இன் வர்க்க மூலத்தைக் காண்க.

படி 1:

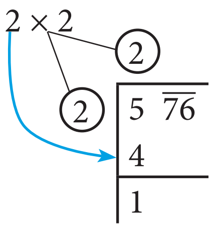
ஒன்றுகள் இடத்தில் உள்ள இலக்கம் தொடங்கி, இலக்கங்களைச் சோடியாக ஆக்கவும். ஒவ்வொரு சோடியும், மீதமுள்ள இலக்கமும் (ஏதேனும் இருப்பின்) ஒரு காலக் கட்டம் எனப்படும். ஒவ்வொரு சோடியின் மீதும் ஒரு சிறுக்கோட்டுத்துண்டினை இடவும் (கொடுக்கப்பட்ட எண்ணின் வலதுப் புறத்திலிருந்து). அந்த எண்ணில் ஒற்றை எண்ணிக்கையிலான இலக்கங்கள் இருப்பின், இடதுப்புற கடைசி இலக்கத்தின் மீது சிறுக்கோட்டுத்துண்டு இருக்காது.

இங்கு, நாம் $5\ \overline{76}$ என எழுதுகிறோம்.

Unit 1 - Numbers - TM.indd 10 21-11-2019 12:06:04

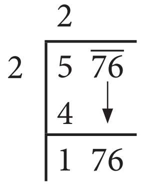
படி 2:

முதல் காலக் கட்டத்திலுள்ள எண்ணை விடச் சமமாகவோ அல்லது குறைவாகவோ உள்ள மிகப் பெரிய எண்ணின் வர்க்கத்தைச் சிந்திக்கவும். அந்த எண்ணை வகுத்தியாகவும் ஈவு ஆகவும் எடுத்துக்கொள்ளவும். இங்கு, கடைசி இடதுப்புற எண் 5 ஆகும். ஆகவே, 5 இக்குச் சமமாகவோ அல்லது குறைவாகவோ உள்ள மிகப் பெரிய எண்ணின் வர்க்கமானது 2 ஆகும். இதுவே, நமது வகுத்தியும் ஈவும் ஆகும்.



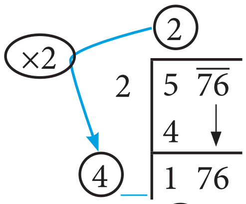
படி 3:

76 ஐ கீழே கொண்டு வந்து, மீதிக்கு வலதுபுறமாக எழுதவும். இப்போது, புதிய வகுபடும் எண்ணாக 176 கிடைக்கும்.



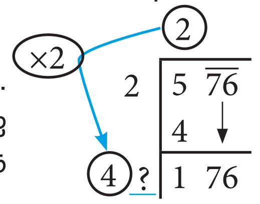
படி 4:

புதிய வகுத்தியைக் காண, முன்பு பெற்ற ஈவு (2)ஐ 2 ஆல் (எப்போதும்) பெருக்க வேண்டும். மேலும், அதனருகே ஒரு சிறு இடத்தை விட்டு விட வேண்டும்.



படி 5:

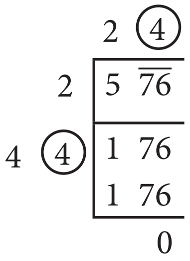
இங்கு புதிய வகுத்தியான 4 உடன் ஓர் இலக்கம் சேரும். புதிய ஈவுடன் புதிய வகுத்தியைப் பெருக்கினால் அது 176 ஐ விடக் குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும்படி இந்த இலக்கத்தைத் தேர்வு செய்ய வேண்டும்.



படி 6:

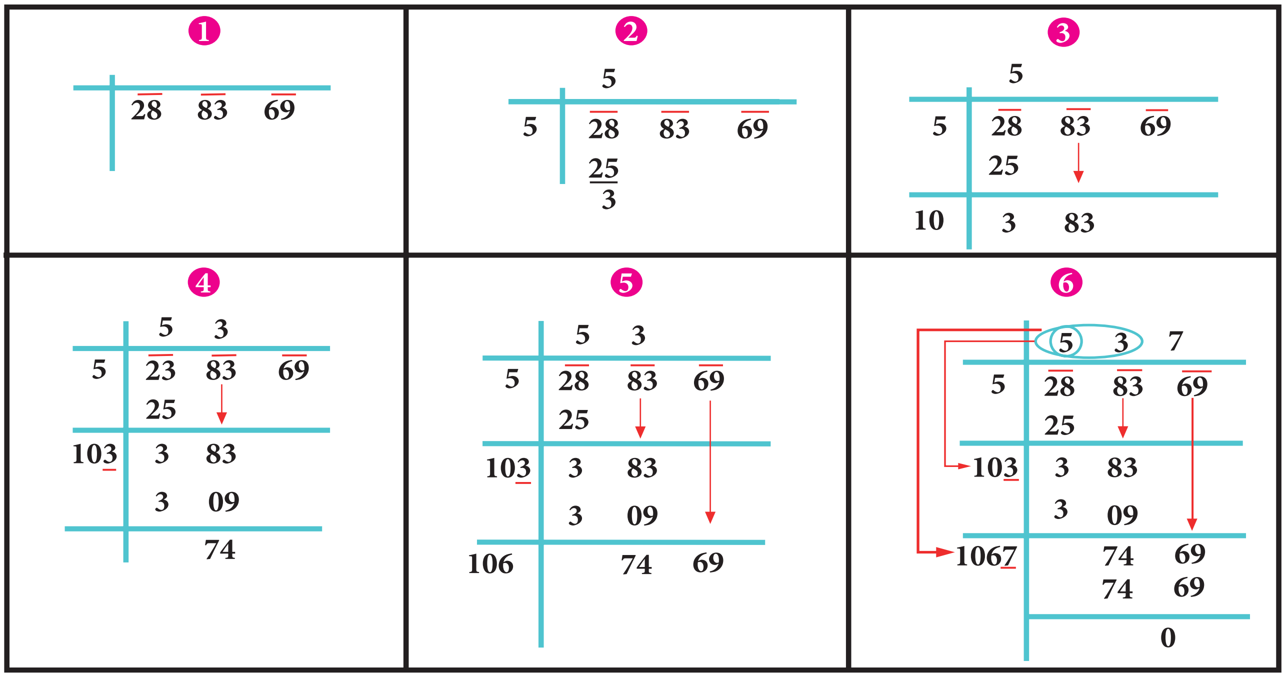
தேவையான இலக்கமாக இங்கு 4 அல்லது 6 ஆக இருக்கும் எனத் தெளிவாகிறது. (ஏன்?) ஆனால் நாம் கணக்கிடும்போது, $4\underline{6}\times\underline{6}=276$ ஆகவும் $4\underline{4}\times\underline{4}=176$ ஆகவும் கிடைக்கிறது. ஆகவே, அந்தச் சிறு இடத்தில் 4 என்ற எண்ணை இடுக்கிறோம். இங்கு 176 இலிருந்து 176 ஐ எழுதிக் கழித்து 0 ஐ மீதியாகப் பெறுகிறோம்.

$\therefore \sqrt{576}=24$ ஆகும்.



விளக்கம் 2

பின்வரும் எடுத்துக்காட்டில், படிவாரியாக கணக்கிடுதலும் 288369 இன் வர்க்கமூலத்தை ஒவ்வொரு நிலையிலும் காணுதலும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொரு படியையும் ஒன்றன் பின் ஒன்றாகக் கவனித்து, அந்த படிகள் விளக்குவதைப் புரிந்துகொள்ளவும்.



நீ காண்பது, $\sqrt{288369}=537$ என்பதாகும்.

Unit 1 - Numbers - TM.indd 11 21-11-2019 12:06:07

இவற்றை முயல்க

நீள் வகுத்தல் முறையில் வர்க்க மூலத்தைக் காண்க.

(i) 400 (ii) 1764 (iii) 4356

1.2.4 ஒரு முழு வர்க்க எண்ணின் வர்க்க மூலத்திலுள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையைக் காணுதல்:

நீள் வகுத்தல் முறையில், வர்க்க மூலத்தைக் காண நாம் சிறு கோட்டுத்துண்டினைப் பயன்படுத்தினோம். இந்தக் குறி சிறுக்கோட்டுத்துண்டுகள், ஒரு முழு வர்க்க எண்ணின் வர்க்க மூலத்தில் உள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண உதவின. பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுகளைக் கவனிக்கவும். (நீள் வகுத்தல் முறையில் சிறு கோட்டுத்துண்டுகளுடன் வர்க்க மூலத்தைக் காணும் போது)

எண்களின் வர்க்கமூலம்	குறிகளின் எண்ணிக்கை	வர்க்கமூலத்தில் உள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை	எண்களின் வர்க்கமூலம்	குறிகளின் எண்ணிக்கை	வர்க்கமூலத்தில் உள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை
$\sqrt{169}=13$	2	2	$\sqrt{4356}=66$	2	2
$\sqrt{441}=21$	2	2	$\sqrt{6084}=78$	2	2
$\sqrt{12544}=112$	3	3	$\sqrt{27225}=165$	3	3

ஆகவே, சிறுக்கோட்டுத்துண்டுகளின் எண்ணிக்கையானது வர்க்க மூலத்திலுள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும் என நாம் முடிவு செய்யலாம்.

குறிப்பு

ஓர் எண்ணின் இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை n எனில், அந்த எண்ணின் வர்க்க மூலத்தில்லுள்ள இலக்கங்களின்

எண்ணிக்கை $\begin{cases} \frac{n+1}{2}, & n \text{ ஆனது ஒற்றை எண் ஆகும்} \\ \frac{n}{2}, & n \text{ ஆனது இரட்டை எண் ஆகும்} \end{cases}$

இவற்றை முயல்க

பின்வரும் எண்களின் வர்க்க மூலத்திலுள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையை, வர்க்கமூலத்தைக் கணக்கிடாமல், ஊகித்துக் கூறவும்.

(i) 14400 (ii) 100000000 (iii) 390625

1.2.5 தசம எண்களின் வர்க்கமூலத்தைக் காணுதல்:

தசம வடிவிலுள்ள எண்களின் வர்க்கமூலத்தைக் கணக்கிட நாம் பின்வரும் படிகளைப் பின்பற்றுவோம்.

படி 1:

தசம இடங்கள் இரட்டையாக வரும்படி (தேவைப்பட்டால் மட்டுமே) தசமப் பகுதியிலுள்ள கடைசி இலக்கத்திற்கு அடுத்து பூச்சியத்தைச் சேர்க்க வேண்டும்.

$\sqrt{42.25}$ ஐக் காணுதல்

படி 2:

கொடுக்கப்பட்ட எண்ணில் முழுக்களின் பகுதியும் தசமப் பகுதியும் உள்ளன. முழுக்கள் பகுதியை, முன்பு செய்ததுப் போன்று சிறு கோட்டுத்துண்டினை இட்டு, நீள் வகுத்தல் முறையைப் பயன்படுத்திக் கண்டவாறு முழு வர்க்க எண்ணின் வர்க்கமூலத்தைக் காண வேண்டும்.

$\sqrt{\overline{42}.\overline{25}}$ இல் சிறுக்கோட்டுத்துண்டுகளை நாம் இட வேண்டும்.

Unit 1 - Numbers - TM.indd 12 21-11-2019 12:06:08

படி 3:
தசமப் பகுதியில், முதல் தசம இடத்தில் தொடங்கிச் சோடி எண்களுக்குச் சிறு கோட்டுத்துண்டினை இட வேண்டும்.

இவற்றை முயல்க

(i) 19.36 (ii) 1.2321 (iii) 116.64 ஆகிய எண்களின் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க

படி 4:
இப்போது, நீள் வகுத்தல் முறையில் வர்க்கமூலத்தைக் காண வேண்டும்.

	6 5
6	$\overline{42}$ $\overline{25}$
	36
125	6 25
	6 25
	0

படி 5:
முழுக்கள் பகுதி முடிந்தவுடன், தசமப் புள்ளியை வர்க்கமூலத்தில் இட வேண்டும்.
$\therefore \sqrt{42.25} = 6.5$

1.2.6 எண்களின் பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் ஆகியவற்றின் வர்க்கமூலத்தைக் காணுதல்:

ஏதேனும் இரு மிகை எண்கள் p மற்றும் q இக்கு,

(i) $\sqrt{pq} = \sqrt{p} \times \sqrt{q}$ மற்றும் (ii) $\sqrt{\frac{p}{q}} = \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{q}}$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.8

$\sqrt{256}$ இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$\sqrt{256} = \sqrt{16\times16} = \sqrt{16}\times\sqrt{16} = 4\times4 = 16$ (அல்லது) $\sqrt{256} = \sqrt{64\times4} = \sqrt{64}\times\sqrt{4} = 8\times2 = 16.$

$\sqrt{a\times b} = \sqrt{a}\times\sqrt{b}$ என்பதைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் அட்டவணையை நிறைவு செய்ய முயற்சி செய்க.

சிந்திக்க

அட்டவணையை நிரப்பவும்:

$\sqrt{36} = 6$	$\sqrt{9}\times\sqrt{4} = 3\times2 = 6$	$\sqrt{36} = \sqrt{9}\times\sqrt{4}$ ஆகுமா?	$\sqrt{81} = ?$	$\sqrt{9}\times\sqrt{9} =$ __ × __ = __	$\sqrt{81} = \sqrt{9}\times\sqrt{9}$ ஆகுமா?
$\sqrt{144} = ?$	$\sqrt{9}\times\sqrt{16} =$ __ × __ = __	$\sqrt{144} = \sqrt{9}\times\sqrt{16}$ ஆகுமா?	$\sqrt{144} = ?$	$\sqrt{36}\times\sqrt{4} =$ __ × __ = __	$\sqrt{144} = \sqrt{36}\times\sqrt{4}$ ஆகுமா?
$\sqrt{100} = ?$	$\sqrt{25}\times\sqrt{4} =$ __ × __ = __	$\sqrt{100} = \sqrt{25}\times\sqrt{4}$ ஆகுமா?	$\sqrt{1225} = ?$	$\sqrt{25}\times\sqrt{49} =$ __ × __ = __	$\sqrt{1225} = \sqrt{25}\times\sqrt{49}$ ஆகுமா?

செயல்பாடு

மேற்கண்ட அட்டவணையைப் போன்று, இரு முழு வர்க்க எண்கள் a மற்றும் b இக்கு $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\ (b \neq 0)$ என்பதை நிறைவு செய்யும்படி வர்க்கமூலக் கணக்குகளைக் கொண்ட ஓர் அட்டவணையைத் தயாரிக்க. இந்தச் சிந்தனையைப் பயன்படுத்திக் குறிப்பிட்ட சில வர்க்கமூலக் கணக்குகளை எளிதில் கணக்கிட முடியும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.9

$\sqrt{42.25}$ இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

இங்கு, $\sqrt{42.25} = \sqrt{\dfrac{4225}{100}} = \dfrac{\sqrt{4225}}{\sqrt{100}}$ என எழுதலாம்.

இப்போது, 4225 இன் வர்க்க மூலத்தைத் தசம இடங்களைப் பற்றிக் கவலையில்லாமல், எளிதாகக் கணக்கிட முடியும்.

$\sqrt{4225} = 65$ ஆகவே, நாம் பெறுவது $\sqrt{42.25} = \sqrt{\dfrac{4225}{100}} = \dfrac{\sqrt{4225}}{\sqrt{100}} = \dfrac{65}{10} = 6.5$

இந்த முறையானது, நீள் வகுத்தல் முறையைத் தவிர்த்து தசம எண்களின் வர்க்கமூலத்தை காணப் பயன்படுகிறது.

இவற்றை முயல்க

மேற்கண்ட முறையைப் பயன்படுத்தி 1.2321 மற்றும் 11.9025 ஆகிய எண்களின் வர்க்க மூலத்தைக் காண்க.

எடுத்துக்காட்டு 1.10

சுருக்குக: $\sqrt{12} \times \sqrt{3}$

தீர்வு:

$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ என்பதை நினைவில் கொண்டு,

$\sqrt{12} \times \sqrt{3} = \sqrt{12 \times 3} = \sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$

எடுத்துக்காட்டு 1.11

சுருக்குக: $\sqrt{\dfrac{98}{162}}$

தீர்வு:

$\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\ (b \neq 0)$ என்பதை நினைவில் கொண்டு,

$\sqrt{\dfrac{98}{162}} = \sqrt{\dfrac{2 \times 49}{2 \times 81}} = \sqrt{\dfrac{49}{81}} = \sqrt{\dfrac{7^2}{9^2}} = \dfrac{7}{9}$ எனத் தீர்வு காணலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.12

சுருக்குக: (i) $\sqrt{2\dfrac{7}{9}}$ (ii) $\sqrt{1\dfrac{9}{16}}$

தீர்வு:

(i) $\sqrt{2\dfrac{7}{9}} = \sqrt{\dfrac{25}{9}} = \sqrt{\dfrac{5^2}{3^2}} = \dfrac{5}{3} = 1\dfrac{2}{3}$ (ii) $\sqrt{1\dfrac{9}{16}} = \sqrt{\dfrac{25}{16}} = \sqrt{\dfrac{5^2}{4^2}} = \dfrac{5}{4} = 1\dfrac{1}{4}$

குறிப்புரை: இரண்டாவது கணக்கில், நாம் விடையை $1\dfrac{3}{4}$ என எளிதில் கூறிவிடக் கூடும். ஆனால், அது தவறாகும். ஏனெனில், கொடுக்கப்பட்ட கலப்பு பின்னத்தைத் தகா பின்னமாக மாற்றிய பிறகு, $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\ (b \neq 0)$ என்ற விதியைப் பயன்படுத்தி மட்டுமே விடையைக் கூற வேண்டும்.

Unit 1 - Numbers - TM.indd 14 21-11-2019 12:06:18

1.2.7 வர்க்க மூலங்களின் தோராய மதிப்பறிதல்:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள $\sqrt{40}$, 6 மற்றும் 7ஆகிய எண்களை நம்மால் ஏறுவரிசையில் எழுத இயலுமா? இங்கு 40 என்பது ஒரு வர்க்க எண் அல்ல. அதனால், இதன் வர்க்க மூலத்தை நாம் எளிதாகக் காண இயலாது. ஆனால், $\sqrt{40}$ இன் தோராய மதிப்பை ஊகிக்க முடியும். அதைக் கணித்து இங்கு பயன்படுத்தலாம்.

40 இன் மிக அருகிலுள்ள இரு வர்க்க எண்களாக 36 மற்றும் 49 ஆகிய எண்கள் இருப்பதை நாம் அறிவோம்.

ஆகவே, $36 < 40 < 49$ என்பதை $6^2 < 40 < 7^2$ என எழுதலாம்.

வர்க்கமூலத்தை காண, நாம் பெறுவது $6 < \sqrt{40} < 7$.

இவற்றை முயல்க

(i) 4, $\sqrt{14}$, 5 மற்றும் (ii) 7, $\sqrt{65}$, 8 ஆகிய எண்களின் தொகுப்புகளை ஏறு வரிசையில் அமைக்கவும்.

பயிற்சி 1.2

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**
   (i) ஓர் எண்ணில் 5 அல்லது 6 இலக்கங்கள் இருப்பின், அந்த எண்ணின் வர்க்கமூலத்தில் ____________ இலக்கங்கள் இருக்கும்.
   (ii) $\sqrt{180}$ இன் மதிப்பானது _______ மற்றும் _______ என்ற முழுக்களிடையே இருக்கும்.
   (iii) $\sqrt{10} \times \sqrt{6} \times \sqrt{15} =$ _______.
   (iv) $\dfrac{\sqrt{300}}{\sqrt{192}} =$ _______.
   (v) $\sqrt{65.61} =$ _______.
2. பின்வரும் எண்களின் வர்க்க மூலங்களின் தோராய மதிப்பை, அருகிலுள்ள முழு எண்ணிற்கு மதிப்பிடவும்:.
   (i) $\sqrt{440}$ (ii) $\sqrt{800}$ (iii) $\sqrt{1020}$
3. 1300 உடன் எந்த மிகச் சிறிய எண்ணைக் கூட்டினால் அது ஒரு முழு வர்க்க எண்ணாகும் எனக் காண்க. மேலும், அந்த முழு வர்க்கத்தின் வர்க்க மூலத்தையும் காண்க.
4. 6412 இலிருந்து எந்த மிகச் சிறிய எண்ணைக் கழித்தால் அது ஒரு முழு வர்க்க எண்ணாகும் எனக் காண்க.
5. நீள் வகுத்தல் முறையில் வர்க்க மூலத்தைக் காண்க.
   (i) 17956 (ii) 11025 (iii) 6889 (iv) 1764 (v) 418609
6. பின்வரும் தசம எண்களின் வர்க்க மூலத்தைக் காண்க.
   (i) 2.89 (ii) 1.96 (iii) 67.24 (iv) 31.36 (v) 2.0164 (vi) 13.987
7. பின்வரும் பின்னங்களின் வர்க்க மூலத்தைக் காண்க.
   (i) $\dfrac{144}{221}$ (ii) $7\dfrac{18}{49}$ (iii) $6\dfrac{1}{4}$ (iv) $4\dfrac{25}{36}$
8. **சரியா? தவறா? எனக் கூறுக.**
   (i) $\dfrac{\sqrt{32}}{\sqrt{8}} = 2$ (ii) $\sqrt{\dfrac{625}{1024}} = \dfrac{25}{32}$ (iii) $\sqrt{28} \times \sqrt{7} = 2\sqrt{7}$
   (iv) $\sqrt{225} + \sqrt{64} = \sqrt{289}$ (v) $\sqrt{1\dfrac{400}{441}} = 1\dfrac{20}{21}$

Unit 1 - Numbers - TM.indd 15 21-11-2019 12:06:26

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

9. $\sqrt{48}$ இன் தோராய மதிப்பானது _______ இக்கு சமம்.

(அ) 5 (ஆ) 6 (இ) 7 (ஈ) 8

10. $\sqrt{128} - \sqrt{98} + \sqrt{18} =$

(அ) $\sqrt{2}$ (ஆ) $\sqrt{8}$ (இ) $\sqrt{48}$ (ஈ) $\sqrt{32}$

11. $\sqrt{22 + \sqrt{7 + \sqrt{4}}} =$

(அ) $\sqrt{25}$ (ஆ) $\sqrt{33}$ (இ) $\sqrt{31}$ (ஈ) $\sqrt{29}$

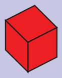
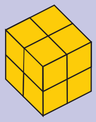
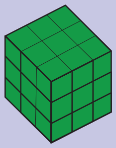
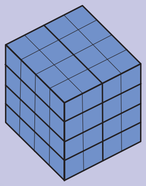
12. 123454321 இன் வர்க்கமூலத்திலுள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையானது _______ ஆகும்.

(அ) 4 (ஆ) 5 (இ) 6 (ஈ) 7

1.3 கனமும், கன எண்களும்

ஓர் எண்ணை அதே எண்ணால் பெருக்கி, மீண்டுமொருமுறை அதே எண்ணால் பெருக்கினால் கிடைப்பது கன எண் ஆகும். அதாவது, மூன்று ஒரே சம எண்களின் பெருக்கல்பலனே அந்த எண்ணின் கன எண் ஆகும். ஓர் எண்ணானது n எனில், அதன் கனத்தை n^3 எனக் குறிப்பிடுவோம்.

கன எண்களை, ஓரலகு கனங்களைக் கொண்ட முப்பரிமாணக் கனங்கள் மூலம் காட்சிப்படுத்தி விளக்கலாம். கன எண்களானது முழுக் கனங்கள் என்றும் அழைக்கப்படும். இயல் எண்களின் முழு கனங்களாக 1, 8, 27, 64, 125, 216, ... ஆகிய எண்கள் அமைகின்றன.

வடிவியல் பிரதிநிதித்துவம்	பெருக்கல் பிரதிநிதித்துவம்	குறியீடு	முழு கன சதுரம்
	$1 \times 1 \times 1$	1^3	1
	$2 \times 2 \times 2$	2^3	8
	$3 \times 3 \times 3$	3^3	27
	$4 \times 4 \times 4$	4^3	64

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

இராமானுஜன் எண் – $1729 = 12^3+1^3 = 10^3+9^3$

ஒரு சமயம், நோயுற்றிருந்த கணிதமேதை இராமானுஜனைப் பார்க்க, 1729 என்ற வாடகை மகிழுந்தில் கணித விரிவுரையாளர் ஹார்டி என்பவர், புட்னி என்ற இடத்திற்குப் பயணம் செய்தார். ஹார்டி இராமானுஜனிடம் அந்த மகிழுந்தில் எண்ணானது மந்தமானதாகவும் சகுணம் சரி இல்லாத எண்ணாகவும் இருப்பதை தான் நம்புவதாகவும் கூறினார். அதற்கு இராமானுஜன், "அப்படி இல்லை, அது ஆர்வத்தைத் தூண்டும் ஓர் எண்ணாகும். இரு கன எண்களின் கூடுதலாக இரு வழிகளில், எழுத இயலும் மிகச் சிறிய எண்ணாகும்" என்று கூறினார். இது போலவே 4104, 13832, 20683 ஆகிய எண்களையும் இராமானுஜன்– ஹார்டி எண்களாகக் கூறலாம்.

Unit 1 - Numbers - TM.indd 16 21-11-2019 12:06:29

1.3.1 எண்களுடைய கனங்களின் பண்புகள்:

	பண்புகள்	எடுத்துக்காட்டுகள்
1	மிகை எண்ணின் கனமானது மிகை எண்ணாகும்.	$6^3 = 6\times6\times6 = 216$.
2	குறை எண்ணின் கனமானது குறை எண்ணாகும்.	$(-7)^3 = (-7)\times(-7)\times(-7) = -343$
3	ஒவ்வொர் இரட்டைப்படை எண்ணின் கனமானது இரட்டைப்படை எண்ணாகும்.	$2^3, 4^3, 6^3, 8^3$... ஆகியவை இரட்டைப்படை எண்ணாகும்
4	ஒவ்வொர் ஒற்றைப்படை எண்ணின் கனமானது ஒற்றைப்படை எண்ணாகும்.	$1^3, 3^3, 5^3, 7^3, 9^3$... ஆகியவை ஒற்றைப்படை எண்ணாகும்
5	ஓர் இயல் எண்ணானது 0, 1, 4, 5, 6 அல்லது 9 இல் முடிந்தால் அதன் கனமும் முறையே அதே 0, 1, 4, 5, 6 அல்லது 9 ஆகிய எண்களில் தான் முடியும்.	$10^3 = 1000$, $11^3 = 1331$, $14^3 = 2744$ $15^3 = 3375$, $16^3 = 4096$, $19^3 = 6859$
6	ஓர் இயல் எண்ணானது 2 அல்லது 8 இல் முடிந்தால். அதன் கனமானது முறையே 8 அல்லது 2 இல் முடியும்.	$12^3 = 1728$, $18^3 = 5832$
7	ஓர் இயல் எண்ணானது 3 அல்லது 7 இல் முடிந்தால் அதன் கனமானது முறையே 7 அல்லது 3 இல் முடியும்.	$13^3 = 2197$, $17^3 = 4913$
8	முதல் n இயல் எண்களுடைய கனங்களின் கூடுதலானது, முதல் n இயல் எண்களுடைய கூடுதலின் வர்க்கத்திற்கு சமமாகும்.	$1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = (1+2+3+.....+n)^2$ $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = (1+2+3+4)^2$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும்,

குறிப்பு

- ஒரு முழு கனமானது இரண்டு பூச்சியங்களுடன் முடியாது.
- ஓர் ஈரிலக்க எண்ணின் கனத்தில் 4 அல்லது 5 அல்லது 6 இலக்கங்கள் இருக்க வாய்ப்புண்டு.

இவற்றை முயல்க

பின்வரும் எண்களின் கனத்திலுள்ள ஒன்றுகள் இலக்கத்தைக் காண்க.

(i) 17 (ii) 12 (iii) 38
(iv) 53 (v) 71 (vi) 84

1.3.2 கனமூலம்:

ஒரு மதிப்பின் கனமானது அசல் எண்ணைத் தரும் எனில், அந்த மதிப்பானது அசல் எண்ணின் கனமூலம் எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டாக, 27 இன் கனமூலம் 3 ஆகும். ஏனெனில், 3 இன் கனமானது 27–ஐ தரும்.

குறிப்பு

ஓர் எண் x இன் கனமூலமானது $\sqrt[3]{x}$ அல்லது $x^{\frac{1}{3}}$ எனக் குறிக்கப்படுகிறது.

இங்கு, சில கனங்களும் கனமூலங்களும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

$\sqrt[3]{1} = 1$ ஏனெனில் $1^3 = 1$, $\sqrt[3]{8} = 2$ ஏனெனில் $2^3 = 8$,
$\sqrt[3]{27} = 3$ ஏனெனில் $3^3 = 27$, $\sqrt[3]{64} = 4$ ஏனெனில் $4^3 = 64$,
$\sqrt[3]{125} = 5$ ஏனெனில் $5^3 = 125$... எனத் தொடரும்

கனம்	கனமூலம்	கனம்	கனமூலம்
1	1	729	9
8	2	1000	10
27	3	1331	11
64	4	1728	12
125	5	2197	13
216	6	2744	14
343	7	3375	15
512	8	4096	16

Unit 1 - Numbers - TM.indd 17 21-11-2019 12:06:36

எடுத்துக்காட்டு 1.13

400 என்பது ஒரு முழு கன எண்ணாகுமா?

தீர்வு:

பகாக் காரணிப்படுத்துதல் மூலம், நாம் $400 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times 2 \times 5 \times 5$ எனப் பெறலாம்.
இங்கு, ஒரே ஒரு மூன்றன் தொகுதி மட்டுமே உள்ளது. மேற்கொண்டு மூன்றன் தொகுதிகளைப் பெற நமக்கு இன்னும் இரண்டு 2 களும் ஒரு 5 உம் தேவை. ஆகவே, 400 ஆனது ஒரு முழு கன எண்ணல்ல.

எடுத்துக்காட்டு 1.14

675 உடன் எந்த மிகச் சிறிய எண்ணைப் பெருக்கினால் ஒரு முழு கன எண்ணைப் பெறலாம்.?

தீர்வு:

3	675
3	225
3	75
5	25
5	1
	1

$675 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$ ....(1)

என நாம் பார்க்கிறோம். 675 இன் பகாக் காரணிகளை மூன்றன் தொகுதிகளாகப் பிரித்தால், 5×5 மட்டும் மீதமாக இருக்கும். ஆகவே, அதை முழு கன எண்ணாக ஆக்க நமக்கு மேலும் ஒரு 5 தேவை. ஆகவே, 675 ஐ ஒரு முழு கன எண்ணாக மாற்ற 1 இன் இருபுறமும் 5 ஆல் பெருக்க வேண்டும்.

$675 \times 5 = (3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5) \times 5$

$3375 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$

இப்போது, 3375 ஆனது ஒரு முழு கன எண்ணாகும். எனவே, 675 ஆனது ஒரு முழு கன எண்ணாக, அதனுடன் பெருக்க வேண்டிய மிகச் சிறிய எண்ணானது 5 ஆகும்.

சிந்திக்க

மேற்கண்ட வினாவில், 'பெருக்கினால்' என்பதற்கு பதிலாக 'வகுத்தால்' என மாற்றினால், தீர்வு எவ்வாறு மாறுபடும்?

1.3.3 பகாக் காரணிப்படுத்துதல் மூலம் ஓர் எண்ணின் கனமூலம் காணுதல்:

படி 1: கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை பகாக் காரணிகளின் பெருக்கல்பலனாகப் பிரிக்க வேண்டும்.

படி 2: ஒரே பகாக் காரணிகளைக் கொண்ட மூன்றன் தொகுதிகளை அமைக்க வேண்டும்.

படி 3: ஒவ்வொரு மூன்றன் தொகுதியிலிருந்தும் ஓர் எண்ணைத் தேர்வு செய்து, அந்தப் பகாக் காரணிகளின் பெருக்கல்பலனைக் கண்டு கனமூலத்தைக் காணலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.15

27000 இன் கனமூலத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

பகாக் காரணிப்படுத்துதல் மூலம், நாம் பெறுவது. $27000 = 2\times2\times2\times3\times3\times3\times5\times5\times5$

$$\therefore \sqrt[3]{27000} = 2\times3\times5 = 30.$$

எடுத்துக்காட்டு 1.16

மதிப்பைக் காண்க: i) $\sqrt[3]{\frac{9261}{8000}}$ ii) $\sqrt[3]{\frac{1728}{729}}$

தீர்வு:

i) $$\sqrt[3]{\frac{9261}{8000}} = \frac{\sqrt[3]{9261}}{\sqrt[3]{8000}} = \frac{(21\times21\times21)^{1/3}}{(20\times20\times20)^{1/3}} = \frac{(21^3)^{1/3}}{(20^3)^{1/3}} = \frac{21}{20} = 1\frac{1}{20}$$

ii) $$\sqrt[3]{\frac{1728}{729}} = \frac{\sqrt[3]{1728}}{\sqrt[3]{729}} = \frac{(12\times12\times12)^{1/3}}{(9\times9\times9)^{1/3}} = \frac{(12^3)^{1/3}}{(9^3)^{1/3}} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

Unit 1 - Numbers - TM.indd 18 21-11-2019 12:06:37

பயிற்சி 1.3

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**
   (i) 73 இன் கணத்திலுள்ள ஒன்றுகளின் இலக்கம் ____________ ஆகும்.
   (ii) ஓர் ஈரிலக்க எண்ணின் கனத்தில் அதிகபட்சமாக ________ இலக்கங்கள் இருக்கும்.
   (iii) 540×50 இன் கன மூலம் ____________ ஆகும்.
   (iv) 0.000004913 இன் கனமூலம் ____________ ஆகும்.
   (v) 3333 உடன் மிகச்சிறிய எண்ணான ____________ ஐ கூட்டினால், அது ஒரு முழு கன எண்ணாகும்.

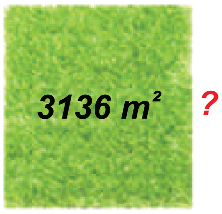
2. **சரியா? தவறா? எனக் கூறுக:**
   (i) 0.0012 இன் கனமானது 0.000001728 ஆகும்.
   (ii) 250047 இன் கன மூலமானது 63 ஆகும்.
   (iii) 79570 என்ற எண்ணானது ஒரு முழு கன எண்ணல்ல.

M9V8I8

3. 1944 ஒரு முழு கன எண்ணல்ல என நிருபிக்க.
4. $24 \times 36 \times 80 \times 25$ இன் கனமூலம் காண்க.
5. 10985 ஐ எந்த மிகச் சிறிய எண்ணால் வகுக்க, ஈவு ஆனது ஒரு முழு கன எண்ணாகும் எனக் காண்க.
6. எந்த இரு மிகச் சிறிய முழு வர்க்க எண்களைப் பெருக்கினால் ஒரு முழு கன எண் கிடைக்கும் எனக் காண்க.
7. ஓர் வர்க்க எண்ணின் கனமானது 729 எனில், அந்த எண்ணின் வர்க்க மூலத்தைக் காண்க.
8. 46656 இன் கனமூலத்தின் வர்க்க மூலம் என்ன?
9. பகாக் காரணிப்படுத்துதல் மூலம் 729 மற்றும் 6859 ஆகியவற்றின் கன மூலத்தைக் காண்க.
10. 200 உடன் எந்த மிகச் சிறிய எண்ணைப் பெருக்க, ஒரு முழு கன எண் கிடைக்கும் எனக் காண்க.

இதர எடுத்துக்காட்டுகள்:

எடுத்துக்காட்டு 1.17



ஒரு சதுர நிலத்தின் பரப்பளவு 3136 சதுர மீட்டர் எனில், அதன் சுற்றளவைக் காண்க.

தீர்வு:

சதுர நிலத்தின் பரப்பு = 3136 $மீ^2$ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது). ?

$\therefore$ சதுர நிலத்தின் பக்க அளவு = $\sqrt{3136}$ = 56 மீ (கண்டுபிடிக்கவும்!)

$\therefore$ சதுர நிலத்தின் சுற்றளவு = 4 × பக்க அளவு

= 4×56

= 224 மீ

	5 6
5	$\overline{31}\ \overline{36}$
	25
106	6 36
	6 36
	0

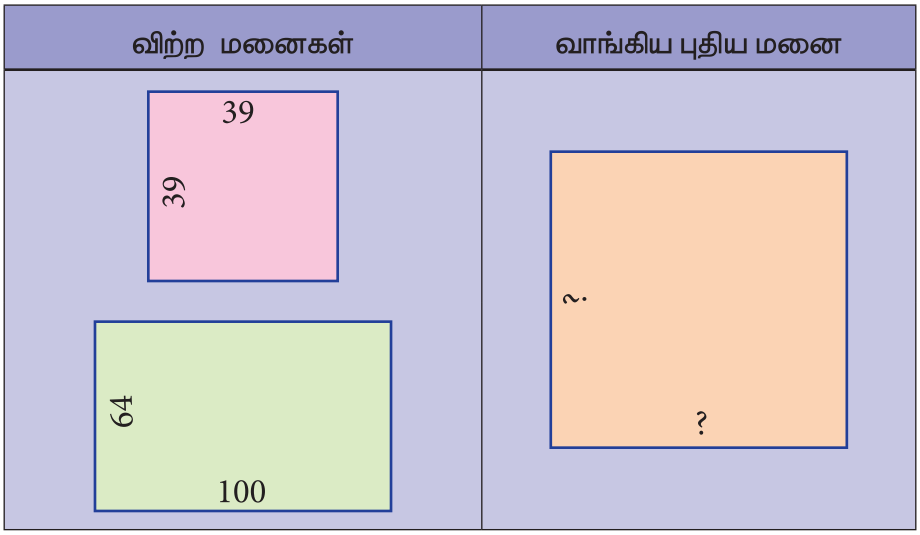
எடுத்துக்காட்டு 1.18

மனையின் சொந்தக்காரர் ஒருவர், 39 மீ பக்க அளவுக் கொண்ட ஒரு சதுர மனையும், 100 மீ நீளமும் 64 மீ அகலமும் கொண்ட ஒரு செவ்வக மனையும் என 2 மனைகள் வைத்திருந்தார். இவை இரண்டையும் விற்று, அவர் புதியதாக அதே பரப்பளவில் ஒரு சதுர மனையை வாங்குகிறார் எனில், அவருடைய புதிய சதுர மனையின் பக்க அளவு என்ன?

Unit 1 - Numbers - TM.indd 19 21-11-2019 12:06:37

தீர்வு:

பரிமாற்றங்கள் படத்தில் உள்ளவாறு அமைகின்றன.



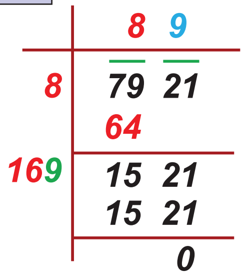
வாங்கிய புதிய மனையின் பரப்பளவு = விற்ற சதுர மனையின் பரப்பளவு + விற்ற செவ்வக மனையின் பரப்பளவு

$= 39 \times 39 + 100 \times 64$

$= 1521 + 6400$

$= 7921$ மீ²

புதிய சதுர மனையின் பக்க அளவு $= \sqrt{7921} = 89$ மீ



1.4 அடுக்குக்குறிகளும் படிகளும்

சில எண்களை எவ்வாறு வர்க்கங்களாகவும், கனங்களாகவும் எழுதலாம் என்பது நமக்குத் தெரியும். எடுத்துக்காட்டாக, 25 ஐ 5^2 எனவும் 125 ஐ 5^3 எனவும் எழுதுவோம். பொதுவாக, ஒரே காரணியின் தொடர் பெருக்கலைக் குறிக்கும் ஒரு கோவையை நாம் 'படி' என்கிறோம்.

இங்கு, எண் 5 ஐ அடிமானம் எனலாம். எண் 2 ஐ அடுக்கு (அல்லது) படி எனக் கூறுவோம்.

அடுக்கு என்பது ஓர் அடிமான எண்ணானது எத்தனை முறை காரணியாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது என்பதை குறிப்பதாகும்.

1.4.1 மிகை அடுக்குகளைக் கொண்ட படிகள்:

முழு எண்களை அடுக்குகளாகக் கொண்ட படிகளின் மதிப்பானது எப்போதும் விரைவாகக் கூடிக் கொண்டே செல்லும். பின்வரும் எடுத்துக்காட்டினைக் கவனிக்க.

$2^1 = 2$

$2^2 = 2\times2=4$

$2^3 = 2\times2\times2=8$

$2^4 = 2\times2\times2\times2 =16$

$2^5 = 2\times2\times2\times2\times2=32$

$2^6 = 2\times2\times2\times2\times2\times2=64$

$2^7 = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2=128$

$2^8 = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2=256$

$2^9 = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2=512$

$2^{10} = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2=1024$

Unit 1 - Numbers - TM.indd 20 21-11-2019 12:06:38

இதே வேகத்தில், 2^{100} இன் மதிப்பு என்னவாக இருக்கும் என நீ நினைக்கிறாய்?

இங்கு 2^{100}=1,267, 650, 600, 228, 229, 401, 496, 703, 205, 376 ஆகும்.

இதன் மூலம், பெரிய எண்களைப் பயன்படுத்தும் போது முழு எண்களை அடுக்குகளாகக் கொண்ட அடுக்குக் குறியீடானது பயனுள்ளதாக அமையும் என நாம் புரிந்து கொள்கிறோம்.

1.4.2 பூச்சியமும் குறை அடுக்குகளைக் கொண்ட படிகளும்:

இந்த அமைப்பைக் கவனிக்க. ஆரம்பம் முதல் கொண்டு, அடுத்தடுத்த படிகளில் என்ன நடக்கிறது? முடிவானது முந்திய படியின் மதிப்பில் பாதியாக இருப்பதைப் பார்க்கிறோம் அல்லவா. ஆகவே, 2^0 பற்றி நாம் என்ன கூறலாம்?

$2^5 = 32$
$2^4 = 16$
$2^3 = 8$
$2^2 = 4$
$2^1 = 2$
$2^0 = ?$

இதே போன்று 3^5, 3^4, 3^3 என அவற்றிற்கு ஓர் அட்டவணையைத் தயாரித்தால், அதிலிருந்து 3^0 பற்றி நாம் அறிவது யாது?

அதற்கு 2 இன் அமைப்பைப் பயன்படுத்தி, எந்தவொரு பூச்சியமற்ற எண்ணின் பூச்சிய அடுக்கானது 1 என்பதை நாம் காணலாம்.

$a^0 = 1$, இங்கு $a \neq 0$

இந்த அமைப்பை மேலும் நீட்டிப்புச் செய்தால் என்ன நடக்கிறது என்பதைப் பார்ப்போம். முன்பு போலவே, ஆரம்பம் முதல் கொண்டு அடுத்தடுத்த படிகளின் முடிவானது முந்தைய படியின் மதிப்பில் பாதியாக இருப்பதைக் காண்கிறோம்.

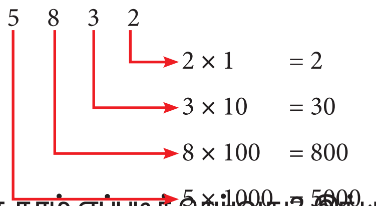
$2^0 = 1$ என்பதால், அடுத்தப் படியான 2^{-1} இன் மதிப்பானது முந்தைய படியின் மதிப்பினை 2 ஆல் வகுக்கக் கிடைப்பதாகும். அதாவது, $\frac{1}{2}$ ஆகும். அடுத்ததாக 2^{-2} இன் மதிப்பானது $\frac{1}{2}$ ஐ 2 ஆல் வகுக்க கிடைப்பது ஆகும். அதாவது $\frac{1}{4}$ ஆகும். இவ்வாறாக இது தொடரும்.

$2^3 = 8$
$2^2 = 4$
$2^1 = 2$
$2^0 = 1$
$2^{-1} = \frac{1}{2}$
$2^{-2} = \frac{1}{4}$
$2^{-3} = \frac{1}{8}$

பொதுவாக $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$, இங்கு m ஆனது ஒரு முழு எண் ஆகும்.

1.4.3 அடுக்குகளைப் பயன்படுத்தி எண்களின் விரிவாக்க அமைப்பைக் காணுதல்

கீழ் வகுப்புகளில், ஒரு முழு எண்ணை எவ்வாறு விரிவாக்கம் செய்து எழுதலாம் என்பதை கற்று இருக்கிறோம். எடுத்துக்காட்டாக



$5832 = (5\times1000) + (8\times100) + (3\times10) + (2\times1)$

$= 5\times10^3 + 8\times10^2 + 3\times10^1 + 2$ (நாம் அடுக்குக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தும் போது)

தசமப் புள்ளியில் எண்கள் தரப்பட்டால் அவற்றின் விரிவாக்கத்தை நாம் எப்படிச் செய்வது? இங்கு 10 இன் குறை அடுக்குகள் நமக்கு உதவிடும்!

$$\text{ஆகவே, } 58.32 = 50 + 8 + \frac{3}{10} + \frac{2}{100}$$

$$= (5\times10) + (8\times1) + \left(3\times\frac{1}{10}\right) + \left(2\times\frac{1}{100}\right)$$

$$= (5\times10^1) + (8\times10^0) + (3\times10^{-1}) + (2\times10^{-2})$$

இவற்றை முயல்க

அடுக்குகளைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் எண்களை விரிவாக்கம் செய்க.

(i) 8120 (ii) 20305 (iii) 3652.01 (iv) 9426.521

1.4.4 அடுக்குகளின் விதிகள்

குறிப்பிட்ட அடிப்படை கருத்துக்களைக் கொண்டு அமைவனவே அடுக்குகளின் விதிகள் ஆகும். அடுக்கு என்பது நாம் ஓர் எண்ணை, பெருக்கலில் எத்தனை முறை பயன்படுத்துகிறோம் என்பதைக் குறிப்பதாகும். ஒரு குறை அடுக்கானது நம்மை வகுக்கச் செய்யக் கூறும். ஏனெனில், பெருக்கலின் நேர்மாறு வகுத்தலாகும்.

பெருக்கல் விதி

இந்த விதியின் படி, ஒரே அடிமான எண்களைக் கொண்ட இரண்டு படி எண்களைப் பெருக்கும்போது, அதன் அடுக்குகளைக் கூட்டிக் கொள்ளலாம் என்பதாகும். அதாவது.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

இங்கு, a $(a\neq 0)$, m, n என்பது முழுக்கள் ஆகும். இங்கு, அடிமான எண்கள், இரண்டு படி எண்களிலும் சமமாக இருக்க வேண்டும் என்பதைக் கவனிக்கவும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்

(அ)	$2^3\times 2^2 = 2^5$ (இங்கு $8\times 4=32$ ஆகும். இது $2^{3\times 2}$ அல்ல என்பதைக் கவனிக்கவும்)
(ஆ)	$(-2)^{-4}\times(-2)^{-3}=\frac{1}{(-2)^4}\times\frac{1}{(-2)^3}=\frac{1}{(-2)^4\times(-2)^3}=\frac{1}{(-2)^{4+3}}=\frac{1}{(-2)^7}=(-2)^{-7}$ அல்லது $(-2)^{-4}\times(-2)^{-3}=(-2)^{(-4)+(-3)}=(-2)^{-7}$
(இ)	$(-5)^3\times(-5)^{-3}=(-5)^{3-3}=(-5)^0=1$

வகுத்தல் விதி

இந்த விதியின் படி, ஒரே அடிமான எண்களைக் கொண்ட இரண்டு படி எண்களை வகுக்கும் போது அதன் அடுக்குகளைக் கழித்துக் கொள்ளலாம் என்பதாகும். அதாவது.

$$\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$$

இங்கு, a, $(a \neq 0)$, m, n என்பன முழுக்கள் ஆகும். இங்கு, அடிமான எண்கள், இரண்டு படி எண்களிலும் சமமாக இருக்க வேண்டும் என்பதைக் கவனிக்கவும்.

இது எவ்வாறு உண்மையாகிறது என்பதைப் பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுகள் மூலம் அறியலாம்.

Unit 1 - Numbers - TM.indd 22
21-11-2019 12:06:41

எடுத்துக்காட்டுகள்

(அ)	$\dfrac{(-3)^5}{(-3)^2} = \dfrac{(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)}{(-3)\times(-3)} = (-3)\times(-3)\times(-3) = (-3)^3$ (அல்லது) $\dfrac{(-3)^5}{(-3)^2} = (-3)^5 \times (-3)^{-2} = (-3)^{5-2} = (-3)^3$ (அல்லது) விதியின் படி, $\dfrac{(-3)^5}{(-3)^2} = (-3)^{5-2} = (-3)^3$ [சுருக்கத் தீர்வு -27 ஆகும்]
(ஆ)	$\dfrac{(-7)^{100}}{(-7)^{98}} = \dfrac{(-7)\times(-7)\times(-7)\times\ldots 100 \text{ முறை}}{(-7)\times(-7)\times(-7)\times\ldots\ 98 \text{ முறை}} = (-7)\times(-7) = 49$ (அல்லது) விதியின் படி, $\dfrac{(-7)^{100}}{(-7)^{98}} = (-7)^{100-98} = (-7)^2 = 49.$

படி விதி

ஒரு படி எண்ணை மற்றொரு அடுக்கிற்கு உயர்த்தினால், அந்த அடுக்குகளைப் பெருக்கிக் கொள்ளலாம் என்பதாகும்.

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

இங்கு a, $(a \neq 0)$, m, n என்பன முழுக்கள் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்

$$[(-2)^3]^2 = [(-2)\times(-2)\times(-2)]^2 = [-8]^2 = 64$$

(அல்லது)

$$[(-2)^3]^2 = [-8]^2 = (-8)\times(-8) = 64$$

(அல்லது)

$$[(-2)^3]^2 = (-2)^{3\times 2} = (-2)^6 = 64$$ (படி விதியைப் பயன்படுத்தி)

இவற்றை முயல்க

பின்வரும் விதிகளைச் சரிபார்க்க (மேலே செய்தது போன்று) இங்கு, a,b என்பன பூச்சியமற்ற முழுக்கள் எனவும் m, n ஆகியன முழுக்கள் எனவும் கொள்க.

1. பூச்சிய அடுக்கு விதி : $a^0 = 1$.
2. ஒரே படிகளைக் கொண்ட இரு எண்களின் பெருகற்பலன் அந்த எண்களின் பெருக்கற்பலனின் படிக்குச் சமம் என்ற விதியால் : $a^m \times b^m = (ab)^m$ ஆகும்.
3. ஒரே படிகளைக் கொண்ட இரு எண்களின் வகுத்தலானது அந்த எண்களின் வகுத்தலின் படிக்குச் சமம் என்ற விதியால் : $\dfrac{a^m}{b^m} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^m$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.19

மதிப்பு காண்க (i) 4^{-3} (ii) $\frac{1}{2^{-3}}$

தீர்வு:

(i) $4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{4\times4\times4} = \frac{1}{64}$ (ii) $\frac{1}{2^{-3}} = 2^3 = 2\times2\times2 = 8$

எடுத்துக்காட்டு 1.20

சுருக்குக: (i) $(-2)^5 \times (-2)^{-3}$ (ii) $\frac{3^2}{3^{-2}}$

தீர்வு:

(i) $(-2)^5 \times (-2)^{-3} = (-2)^{5-3} = (-2)^2 = -2\times -2 = 4.$

(ii) $\frac{3^2}{3^{-2}} = 3^2 \times 3^2 = 9\times9 = 81$

எடுத்துக்காட்டு 1.21

2 ஐ அடிமான எண்ணாக இருக்குமாறு 4^{-5} ஐ அமைக்கவும்.

தீர்வு:

$4 = 2^2$ என்பதால் நாம் $4^{-5} = (2^2)^{-5} = 2^{2\times(-5)} = 2^{-10}$ என எழுதலாம். [இங்கு, நாம் $(a^m)^n = a^{mn}$ என்ற விதியைப் பயன்படுத்துகிறோம்]

எடுத்துக்காட்டு 1.22

விடையை அடுக்குக்குறியீட்டில் சுருக்கி எழுதுக.

(i) $(3^5 \div 3^8)^5 \times 3^{-5}$ (ii) $(-3)^4 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4$

தீர்வு:

(i) $\left(\frac{3^5}{3^8}\right)^5 \times 3^{-5} = (3^{5-8})^5 \times 3^{-5} = (3^{-3})^5 \times 3^{-5} = 3^{-3\times5} \times 3^{-5} = 3^{-15} \times 3^{-5} = 3^{-15-5} = 3^{-20} = \frac{1}{3^{20}}$

(ii) $(-3)^4 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4 = 3^4 \times \frac{5^4}{3^4} = 5^4$

எடுத்துக்காட்டு 1.23

$(-7)^{x+2} \times (-7)^5 = (-7)^{10}$ எனில் x ஐக் காண்க.

தீர்வு:

$$(-7)^{x+2} \times (-7)^5 = (-7)^{10}$$

$$(-7)^{x+2+5} = (-7)^{10}$$

இங்கு, அடிமான எண்கள் சமம். ஆகவே, அடுக்குகளை நாம் சமன் செய்து பெறுவது,

$$x + 7 = 10$$

$$x = 10 - 7 = 3$$

Unit 1 - Numbers - TM.indd 24 21-11-2019 12:06:44

1.4.5 திட்டக் குறியீடும் அறிவியல் குறியீடும்

ஓர் எண்ணின் திட்டக் குறியீடு (வடிவம்) என்பது ஓர் எண்ணை நாம் வழக்கமாக எழுதுவதே ஆகும். நாம், ஓர் எண்ணின் ஒவ்வொரு இலக்கத்தின் மதிப்பைக் காண்பிக்க விரிவாக்கக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்துகிறோம். அதாவது, அந்த எண்ணை ஒவ்வொரு இலக்கத்தின் இட மதிப்பைக் கொண்டு பொருத்தி (ஒன்றுகள், பத்துகள், நூறுகள்… போன்று) அதனை ஒவ்வொரு இலக்கத்தின் கூடுதலாக எழுதுகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு

$$195 = 1 \times 100 + 9 \times 10 + 5$$

திட்டக் குறியீடு — விரிவாக்கக் குறியீடு

195 என்பது திட்டக் குறியீட்டில் உள்ளது.

வானியலாளர்கள், உயிரியலாளர்கள், பொறியாளர்கள், இயற்பியலாளர்கள் என பலர் மிகச் சிறிய மற்றும் மிகப் பெரிய எண்களை அளவுகளாகக் கொண்ட பொருள்களை அவ்வப்போது எதிர் நோக்குகிறார்கள். அவர்கள், அவற்றைத் திட்டக் குறியீட்டில் எழுதினால், மற்றவர்களுக்கு எளிதாகப் புரியவோ அல்லது கணக்கிடவோ அமையாது. இவ்வாறான எண்களை எளிமையாகப் புரிந்துக் கொள்ளவும் கணக்கிடவும் ஒரு வழியாக நமக்கு 'அறிவியல் குறியீடு' உதவுகிறது.

ஓர் எண்ணை அறிவியல் குறியீட்டில், ஓர் எண்ணுடன் (முழுக்கள் அல்லது தசம எண்கள்) 10 இன் படியாகப் பெருக்கிக் காட்டுவதாகும் .

நாம் தசமத்தை (தசம புள்ளி) 1 இலிருந்து 10 க்குள் ஓர் எண் கிடைக்கும் வரை முன்பாகவோ அல்லது பின்னோக்கியோ நகர்த்தி செல்ல வேண்டும். தசமப் புள்ளியை முன்பாகவோ அல்லது பின்னாக்கியோ எத்தனை இடங்கள் நகர்த்தினோம் என்பதை வைத்து, 10 இன் படியை கூட்ட வேண்டும்.

குறிப்பு

- 1.3×10^{12} இல் உள்ள மிகை அடுக்கானது, அந்த எண்ணானது பெரியது எனக் குறிக்கிறது.
- 7.89×10^{-21} இல் உள்ள குறை அடுக்கானது, அந்த எண்ணானது சிறியது எனக் குறிக்கிறது.

எடுத்துக்காட்டு

திட்ட வடிவம்	அறிவியல் குறியீடு	திட்ட வடிவம்	அறிவியல் குறியீடு
0.00123	1.23×10^{-3}	123	1.23×10^{2}
0.0123	1.23×10^{-2}	1,230	1.23×10^{3}
0.123	1.23×10^{-1}	12,300	1.23×10^{4}
1.23	1.23×10^{0}	1,23,000	1.23×10^{5}
12.3	1.23×10^{1}	12,30,000	1.23×10^{6}

அறிவியல் குறியீட்டில் எழுத $N \times 10^{a}$ என்ற வடிவத்தைப் பின்பற்ற வேண்டும். இங்கு N ஆனது 1 இக்கும் 10 இக்கும் இடையே உள்ள ஓர் எண்ணாகும். அது 10 ஆக இருக்கக்கூடாது. மேலும், a ஆனது ஒரு மிகை அல்லது குறை முழு ஆகும்.

மேலும் சில எடுத்துக்காட்டுகள்

(அ) பூமியின் விட்டமானது 12756000 மைல்கள் ஆகும், இதனை அறிவியல் குறியீட்டில் 1.2756×10^{7} மைல்கள் என எழுதலாம்.

(ஆ) வியாழன் கிரகத்தின் கன அளவு என்பது சுமார் $143,300,000,000,000$ கி.மீ^{3} ஆகும். இதனை அறிவியல் குறியீட்டில் 1.433×10^{14} கி.மீ^{3} என எளிதாக எழுதலாம்.

(இ) பாக்டீரியாவின் அளவு 0.00000085 மி.மீ. இதனை, அறிவியல் குறியீட்டில் 8.5×10^{-7} மி.மீ என எளிதாக எழுதலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.24

அறிவியல் குறியீட்டில் எழுதுக: (i) 1642.398 (ii) $(7\times10^{2})(5.2\times10^{7})$ (iii) $(3.7\times10^{-5})(2\times10^{-3})$

தீர்வு:

(i) $1642.398 = 1.642398\times10^{3}$ (ii) $(7\times10^{2})(5.2\times10^{7}) = 36.4\times10^{9} = 3.64\times10^{10}$

(iii) $(3.7\times10^{-5})(2\times10^{-3}) = 7.4\times10^{-8}$

எடுத்துக்காட்டு 1.25

திட்ட வடிவில் எழுதுக:

(i) 2.27×10^{-4} (ii) ஒளியானது ஒரு வினாடிக்கு 1.86×10^{5} மைல்கள் வேகத்தில் செல்லும்.

தீர்வு:

(i) $2.27\times10^{-4} = 0.000227.$

(ii) ஒளியானது ஒரு வினாடிக்கு 1.86×10^{5} மைல்கள் வேகத்தில் செல்லும்

$= 186000$ மைல்கள் வேகத்தில் செல்லும்

இவற்றை முயல்க

1. திட்டக் குறியீட்டில் எழுதுக: யுரேனஸ் கிரகத்தின் எடை 8.68×10^{25} கி.கி ஆகும்.
2. அறிவியல் குறியீட்டில் எழுதுக: (i) 0.000012005 (ii) 4312.345 (iii) 0.10524
   (iv) சூரியனுக்கும் சனி கிரகத்திற்கும் இடையேயுள்ள தூரம் 1.4335×10^{12} மைல்கள் ஆகும்.

பயிற்சி 1.4

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக**

   (i) $(-1)^{\text{இரட்டை முழு எண்}}$ என்பது __________ ஆகும்.

   (ii) $a\neq0$ எனில், a^{0} __________ ஆகும்.

   (iii) $4^{-3}\times5^{-3} =$ __________ ஆகும்.

   (iv) $(-2)^{-7} =$ __________ ஆகும்.

   (v) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-5} =$ __________ ஆகும்.

Unit 1 - Numbers - TM.indd 26 21-11-2019 12:06:46

2. சரியா? தவறா? எனக் கூறுக

(i) $8^x = \dfrac{1}{64}$, எனில், x இன் மதிப்பு -2 ஆகும்.

(ii) $(256)^{\frac{-1}{4}}$ இன் சுருங்கிய வடிவம் $\dfrac{1}{4}$ ஆகும்.

(iii) 2×10^{-4} இன் திட்ட வடிவம் 0.0002 ஆகும்.

(iv) 123.456 இன் அறிவியல் குறியீடு 1.23456×10^{-2} ஆகும்.

(v) 3^{-7} இன் பெருக்கல் தலைகீழி 3^7 ஆகும்.

3. மதிப்பு காண்க: (i) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ (ii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$ (iii) (-3) (iv) $(-3)^4$ (v) $\left(\frac{-5}{6}\right)^{-3}$

(vi) $(2^{-5} \div 2^7) \times 2^{-2}$ (vii) $(2^{-1} \times 3^{-1}) \div 6^{-2}$ (viii) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$

4. மதிப்பு காண்க: (i) $\left(\frac{2}{5}\right)^4 \times \left(\frac{2}{5}\right)^2$ (ii) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2} \times \left(\frac{4}{5}\right)^{-3}$ (iii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^7$

5. மதிப்பு காண்க: (i) $(5^0 + 6^{-1}) \times 3^3$ (ii) $(2^{-1} \times 3^{-1}) \div 6^{-1}$ (iii) $(3^{-1} + 4^{-2} + 5^{-3})^0$

6. சுருக்குக: (i) $(3^2)^3 \times (2 \times 3^5)^{-2} \times (18)^2$ (ii) $\dfrac{9^2 \times 7^3 \times 2^5}{84^3}$ (iii) $\dfrac{2^{-8} \times 4^2 \times 3^5}{3^7 \times 2^5}$

7. x இக்கு தீர்வு காண்க : (i) $\dfrac{10^x}{10^{-3}} = 10^9$ (ii) $\dfrac{2^{2x-1}}{2^{x+2}} = 4$ (iii) $\dfrac{5^5 \times 5^{-4} \times 5^x}{5^{12}} = 5^{-5}$

8. அடுக்குகளைப் பயன்படுத்தி விரிவாக்கம் செய்க : (i) 6054.321 (ii) 897.14

9. எண்ணைத் திட்ட வடிவில் காண்க:

(i) $8 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 2 \times 1 + 4 \times 10^{-2} + 7 \times 10^{-4}$

(ii) $5 \times 10^3 + 5 \times 10^1 + 5 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-3}$

10. ஹைட்ரஜன் அணுவின் ஆரம் 2.5×10^{-11} மீ ஆகும். இந்த எண்ணை திட்ட வடிவில் எழுதுக.

11. பின்வரும் எண்களை அறிவியல் குறியீட்டில் எழுதவும்.:

(i) 467800000000 (ii) 0.000001972

12. அறிவியல் குறியீட்டில் எழுதுக:

(i) பூமியின் கன அளவு சுமார் 1,083,000,000,000 கன கிலோ மீட்டர்கள் ஆகும்.

(ii) ஒரு வாளியில் நீ தூசுத் துகள்களைக் கொண்டு நிரப்பினால், முழு பூமியின் பகுதியில் வாளியிலுள்ள தூசுத் துகள்களின் எடையானது 0.0000000000000000000000016 கி.கி ஆகும்.

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

13. $(-4)^{-1}$ உடன் எந்த எண்ணைப் பெருக்கினால், பெருக்கலானது 10^{-1} என ஆகும்?

(அ) $\frac{2}{3}$ (ஆ) $\frac{-2}{5}$ (இ) $\frac{5}{2}$ (ஈ) $\frac{-5}{2}$

14. 0.0000000002020 இன் அறிவியல் குறியீடு

(அ) 2.02×10^{9} (ஆ) 2.02×10^{-9} (இ) 2.02×10^{-8} (ஈ) 2.02×10^{-10}

15. $(-2)^{-3}\times(-2)^{-2}$ என்பது

(அ) $\frac{-1}{32}$ (ஆ) $\frac{1}{32}$ (இ) 32 (ஈ) -32

16. எது சரியல்ல?

(அ) $\left(\frac{-1}{4}\right)^{2}=4^{-2}$ (ஆ) $\left(\frac{-1}{4}\right)^{2}=\left(\frac{1}{2}\right)^{4}$ (இ) $\left(\frac{-1}{4}\right)^{2}=16^{-1}$ (ஈ) $-\left(\frac{1}{4}\right)^{2}=16^{-1}$

17. $\left(\frac{p}{q}\right)^{1-3x}=\left(\frac{q}{p}\right)^{\frac{1}{2}}$ எனில் x ஆனது .

(அ) 4^{-1} (ஆ) 3^{-1} (இ) 2^{-1} (ஈ) 1^{-1}

பயிற்சி 1.5

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. ஒரு சதுரக் கம்பளமானது, ஒரு பெரிய மண்டபத்தின் மையத்தில் 1024 மீ^{2} பரப்பளவைக் நிரப்புமாறு வைக்கப்படுகிறது எனில், அந்த கம்பளத்தினுடைய பக்கத்தின் நீளம் என்ன?
2. 4489 செ.மீ^{2} பரப்பளவு கொண்ட ஒரு தலைவரின் உருவப்படமானது சதுர வடிவில் உள்ளது. மேலும், படத்தைச் சுற்றிலும் 2 செ.மீ அளவு கொண்ட மரச்சட்டம் உள்ளது எனில், மரச்சட்டத்தின் பரப்பளவு என்ன?
3. ஒரு தோட்டத்தில் 2401 செடிகள், சம வரிசைகளில் சம எண்ணிக்கையில் நடப்படுகின்றன எனில், வரிசைகளின் எண்ணிக்கையையும், ஒவ்வொரு வரிசையிலும் உள்ள செடிகளின் எண்ணிக்கையையும் காண்க.
4. $\sqrt[3]{1906624}\times\sqrt{x}=3100$ எனில், x ஐக் காண்க.
5. $(625)^{x}=15625$ எனில், x^{2} மற்றும் x^{3} ஐக் காண்க.
6. $2^{m-1}+2^{m+1}=640$ எனில், m ஐக் காண்க.
7. சுருக்குக: $\frac{16\times10^{2}\times64}{4^{2}\times2^{4}}$

Unit 1 - Numbers - TM.indd 28 21-11-2019 12:06:52

8. அறிவியல் குறியீட்டில் விடையை எழுதவும்.

ஒரு மனித இதயமானது சராசரியாக வினாடிக்கு 80 முறைத் துடிக்கிறது எனில், அது

i) ஒரு மணி நேரத்தில் ii) ஒரு நாளில் iii) ஓர் ஆண்டில் iv) 100 ஆண்டுகளில் எத்தனை முறைத் துடிக்கும்?

சவாலான கணக்குகள்

9. ஒரு வாழ்த்து அட்டையின் பரப்பளவு 90 செ.மீ^{2}. எந்த இரு முழு எண்களுக்கிடையே அதன் பக்க அளவின் நீளம் இருக்கும்?

10. ஒரு சதுர டெசி மீட்டர் பரப்பு கொண்ட 225 சதுர வடிவிலான நிறத்திட்டு ஓடுகள் முறையே ஒரு சதுர வடிவிலான தாழ்வாரத்தை முழுவதுமாக நிரப்புகின்றன எனில், சதுர வடிவிலான தாழ்வாரத்தின் ஒவ்வொரு பக்கத்தின் நீளம் என்னவாக இருக்கும்?

11. 1536 படைப் பயிற்சி மாணவர்கள் சதுர வடிவில் அணிவகுப்பு செய்ய விரும்பினர். இது சாத்தியமாகுமா? சாத்தியமில்லை எனில், மேலும் எத்தனை படைப் பயிற்சி மாணவர்கள் கூடுதலாகத் தேவை?

12. எந்த தசம பின்னத்தை அதனாலேயே பெருக்கினால் 176.252176 கிடைக்கும் எனக் காண்க.

13. $\sqrt{286225}$ இன் மதிப்பு காண்க. அதனைப் பயன்படுத்தி $\sqrt{2862.25} + \sqrt{28.6225}$ ஐ கணக்கிடுக.

14. கண்ணாடியில் ஒளியின் வேகம் வினாடிக்கு சுமார் 2×10^8 மீ ஆகும். நேரம் $= \dfrac{\text{தூரம்}}{\text{வேகம்}}$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி ஒளியின் ஒரு நாடியானது, கண்ணாடியில் 7200 கி.மீ கடக்க எடுத்துக் கொள்ளும் நேரத்தைக் (மணியில்) காண்க.

15. சுருக்குக: $(3.769 \times 10^5) + (4.21 \times 10^5)$

16. சிறியதிலிருந்து பெரியது என வரிசைப்படுத்துக: $16^{25}, 8^{100}, 3^{500}, 4^{400}, 2^{600}$

செயல்பாடு

$$2^3 - 1^3 = 1 + 2 \times 1 \times 3$$
$$3^3 - 2^3 = 1 + 3 \times 2 \times 3$$
$$4^3 - 3^3 = 1 + 4 \times 3 \times 3$$

என்பதைக் கவனித்து இந்த அமைப்பைக் கொண்டு $15^3 - 14^3$ இன் மதிப்பைக் காண்க.

சிந்திக்க

$$1^3 = 1 = 1$$
$$2^3 = 8 = 3 + 5$$
$$3^3 = 27 = 7 + 9 + 11$$

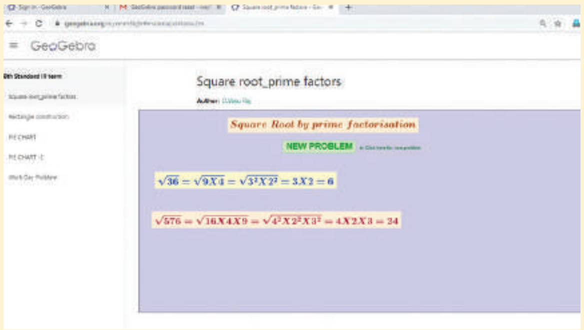
என்பதைக் கவனித்து, இந்த அமைப்பைத் தொடர்ந்து, 7^3 இன் மதிப்பை அடுத்தடுத்த ஒற்றை எண்களின் கூடுதலாகக் காண்க.

Unit 1 - Numbers - TM.indd 29 21-11-2019 12:06:52

பாடச்சுருக்கம்

- நம்மால் ஓர் இயல் எண் n ஐ, மற்றொரு இயல் எண் m ஐக் கொண்டு $n = m^2$ என்றிருக்குமாறு காண இயலும் எனில், n ஆனது ஒரு வர்க்க எண் எனப்படும்.
- அடுத்தடுத்த n^2 ஒற்றை இயல் எண்களின் கூடுதல் n ஆகும்.
- ஓர் ஒற்றை எண்ணின் வர்க்கத்தை அடுத்தடுத்த இரு இயல் எண்களின் கூடுதலாக எழுதலாம்.
- கணித ரீதியாக, a, b மற்றும் c ஆகிய மூன்று எண்களில் ஏதேனும் இரு எண்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதலானது மூன்றாம் எண்ணின் வர்க்கத்திற்குச் சமமானால், அவை ஒரு பிதாகரஸின் மூன்றன் தொகுதியை அமைக்கும்.
- ஏதேனும் ஒரு n என்ற எண்ணை, இரு ஒரே எண்களின் பெருக்கல்பலன் வழங்கினால் அந்த எண்ணானது n இன் வர்க்கமூலம் எனப்படும். இதனை $\sqrt{n}$ அல்லது $n^{\frac{1}{2}}$ எனக் குறிக்கலாம்.
- ஓர் எண்ணின் வர்க்கத்தில் உள்ள பகாக் காரணிகளின் எண்ணிக்கை = அந்த எண்ணின் பகாக் காரணிகளின் எண்ணிக்கையைப் போன்று இரு மடங்காகும்
- ஓர் எண்ணின் இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை n எனில், அந்த எண்ணின் வர்க்க மூலத்தில் உள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை $\begin{cases} \dfrac{n+1}{2}, & n \text{ ஆனது ஒற்றை எண் ஆகும்} \\ \dfrac{n}{2}, & n \text{ ஆனது இரட்டை எண் ஆகும்} \end{cases}$
- ஏதேனும் இரு மிகை எண்கள் p மற்றும் q இக்கு
  (i) $\sqrt{pq} = \sqrt{p} \times \sqrt{q}$ மற்றும் (ii) $\sqrt{\dfrac{p}{q}} = \dfrac{\sqrt{p}}{\sqrt{q}}$ ஆகும்.
- ஓர் எண்ணை அதே எண்ணால் பெருக்கி, மீண்டுமொருமுறை அதே எண்ணால் பெருக்கினால் கிடைப்பது கன எண் ஆகும். அதாவது, மூன்று ஒரே சம எண்களின் பெருக்கல்பலனே அந்த எண்ணின் கன எண் ஆகும்.
- ஒரு மதிப்பின் கனமானது அசல் எண்ணைத் தரும் எனில், அந்த மதிப்பானது அசல் எண்ணின் கன மூலம் எனப்படும்.
- ஒரே காரணியின் தொடர் பெருக்கலைக் குறிக்கும் ஒரு கோவையை நாம் 'படி' என்கிறோம்.
- அடுக்கு என்பது ஒரு அடிமான எண்ணானது எத்தனைக் முறை காரணியாக பயன்படுத்தப்படுகிறது என்பதை குறிப்பதாகும்.
- அடுக்கு விதிகள்: (i) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (ii) $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ (iii) $(a^m)^n = a^{mn}$
- மற்ற முடிவுகள்: (i) $a^0 = 1$ (ii) $a^{-m} = \dfrac{1}{a^m}$ (iii) $a^m \times b^m = (ab)^m$ (iv) $\dfrac{a^m}{b^m} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^m$
- அறிவியல் குறியீட்டில் எழுத $N \times 10^a$ என்ற வடிவைப் பின்பற்ற வேண்டும். இங்கு N ஆனது 1 இக்கும் 10 இக்கும் இடையே உள்ள ஓர் எண்ணாகும். அது 10 ஆக இருக்கக்கூடாது. மேலும், a ஆனது ஒரு மிகை அல்லது குறை முழு ஆகும்.

இணையச் செயல்பாடு



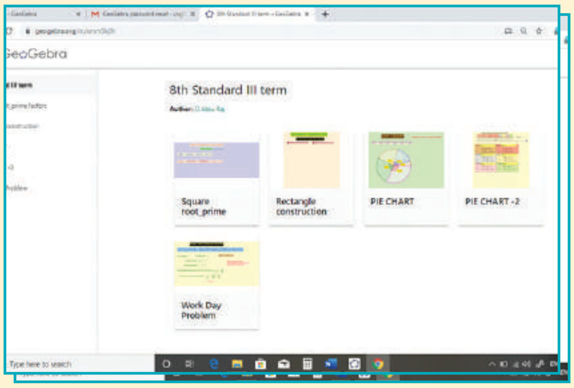
எதிர்பார்க்கப்படும் விளைவு

படி – 1

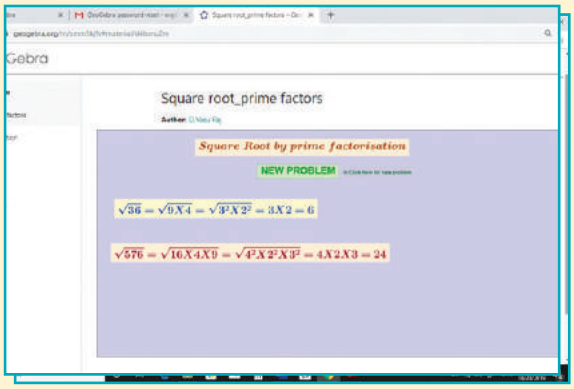
உலாவியைத் திறந்து பின்வரும் உரலித் தொடர்பை தட்டச்சு செய்யவும் (அல்லது) விரைவுக் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்யவும். 8 ஆம் வகுப்பு பருவம் III என்ற பணிப்புத்தகம் ஜியோஜீப்ராவில் திறக்கும். அதில் 'Square root_prime factors' என்ற பணித்தாள் மீது சொடுக்கவும்.

படி – 2

"NEW PROBLEM" ஐக் கிளிக் செய்க. கணக்கீட்டைச் சரிபார்த்து நீங்களே வேலை செய்யுங்கள்.



படி 1



படி 2

இந்த தொடர்பில் உலாவவும்

எண்கள்:

https://www.geogebra.org/m/xmm5kj9r or

விரைவுத் தகவல் குறியீட்டை நுட்பமாய் சோதிக்கவும்.

B355_8_MATHS_TM

Unit 1 - Numbers - TM.indd 31 21-11-2019 12:06:52

2 வாழ்வியல் கணிதம்

கற்றல் நோக்கங்கள்

- நேர் மற்றும் எதிர் விகிதங்களை நினைவு கூர்தல்.
- கலப்பு மாறல் பற்றி அறிதல் மற்றும் அதனைச் சார்ந்த கணக்குகளைச் செய்தல்.
- நேரம் மற்றும் வேலை கணக்குகளுக்குத் தீர்வுக் காணுதல்.

X5S2R7

2.1 அறிமுகம்

எட்டாம் வகுப்பு கணிதப் பாட வகுப்பில் பின்வரும் உரையாடல் நிகழ்கிறது.

ஆசிரியர்: மாணவர்களே, நாம் கலப்பு மாறல் குறித்து அறியும் முன், நீங்கள் ஏழாம் வகுப்பிலேயே அறிந்த நேர் மற்றும் எதிர் விகிதங்கள் குறித்து நான் உங்களிடம், சில வினாக்களைக் கேட்கப் போகிறேன். உங்களில் யாரேனும் ஒருவர் நேர் விகிதம் என்றால் என்ன எனக் கூறமுடியுமா?

பாரதி: ஆம் ஆசிரியரே, ஒரு அளவின் ஏற்றம் அல்லது இறக்கமானது முறையே மற்றொரு அளவின் ஏற்றம் அல்லது இறக்கத்தை ஏற்படுத்துமாறு இரு அளவுகள் இருக்குமாயின், அவை நேர் விகிதம் ஆகும்.

ஆசிரியர்: நன்று பாரதி, எனக்கு ஓர் எடுத்துக்காட்டினையும் கூறு.

பாரதி: கூறுகிறேன் ஆசிரியரே, என்னுடைய பிறந்த நாள் விழாவில் நான் எனது நண்பர்கள் ஒவ்வொருவருக்கும் தலா 2 எழுதுகோள்களை வழங்க நினைக்கிறேன் எனில், வாங்கவேண்டிய எழுதுகோல்களின் எண்ணிக்கையானது விழாவிற்கு வரும் நண்பர்களின் எண்ணிக்கைக்கு நேர் விகிதத்தில் இருக்கும். பின்வரும் அட்டவணையானது இதனை தெளிவாகப் புரிந்துக் கொள்ள நமக்கு உதவும் ஆசிரியரே.

நண்பர்களின் எண்ணிக்கை	1	2	5	12	15
எழுதுகோல்களின் எண்ணிக்கை	2	4	10	24	30

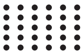
ஆசிரியர்: மிகச்சிறப்பான எடுத்துக்காட்டினைக் கொடுத்தாய் பாரதி. மாணவர்களே, பாரதிக்கு ஒரு பெரியக் கைத்தட்டலை வழங்குங்கள். (வகுப்பானது கைத்தட்டல்களை வழங்குகிறது) முகேஷ், உன்னால் எதிர் விகிதம் பற்றிக் கூற முடியுமா?

மகேஷ்: ஆம் ஆசிரியரே, நம் வகுப்பிலுள்ள 30 மாணவர்கள், நமது கிராமத்தில் சுகாதார விழிப்புணர்வு குறித்தப் பேரணிக்கு ஒழுங்கு முறையில் செல்லும் போது நாம் அதிலுள்ள நிரல் – நிறைகளில் எதிர் மாறலைக் காண முடியும். இதனை பின்வரும் அட்டவணையிலிருந்து எளிதாகப் புரிந்துக்கொள்ளலாம், ஆசிரியரே.

நிரல்களில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	1	2	3	5	6
நிறைகளில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	30	15	10	6	5

Unit -2 Life Mathematics-TM.indd 32 20-11-2019 11:45:01

ஆசிரியர்: அருமை முகேஷ். நீ ஒரு சிறப்பான எடுத்துக்காட்டுடன் நன்றாக விளக்கமளித்தாய்.

மகேஷ்: நிரல் – நிறைகளின் சில அமைப்புகளான  மற்றும் ஆகியவற்றை நாம் வரைந்து, அவற்றுள் எதிர்மாறல் இருப்பதைக் காணலாம், ஆசிரியரே.

ஆசிரியர்: சிறப்பாக விளக்கினாய் முகேஷ். மாணவர்களே, இப்போது இந்த இரு எடுத்துக்காட்டுகளிலிருந்து நீங்கள் ஏழாம் வகுப்பிலேயே அறிந்த நேர் மற்றும் எதிர் விகிதங்கள் குறித்துத் தெளிவாகப் புரிந்திருக்கும் என நம்புகிறேன். இப்போது, நான் உங்களுக்கு கலப்பு மாறல் குறித்து விளக்குகிறேன். சில கணக்குகளில், சங்கிலித் தொடர்களாக இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறல்கள் இருக்கும். இதனை நாம் **கலப்பு மாறல்** என்கிறோம்.

இராகினி: ஆசிரியரே, கலப்பு மாறலை ஒரு எடுத்துக்காட்டுடன் நீங்கள் விளக்கிக் கூறுகிறீர்களா?

ஆசிரியர்: ஆம், இராகினி, நான் விளக்குகிறேன். நான் அதை விளக்குவதற்கு முன், உங்கள் அனைவரிடமும் மேலும் ஒரு வினாவைக் கேட்கிறேன். கனி என்பவர், கொடுக்கப்பட்ட ஒரு வேளையை 2 மணி நேரத்திலும், விஜி என்பவர் 3 மணி நேரத்திலும் முடிப்பார்கள் எனில், இருவரும் அந்த வேலையை ஒன்றாகச் சேர்ந்துச் செய்தால், எவ்வளவு நேரத்தில் முடிப்பார்கள்?

பாரதி: அவர்கள் $2\frac{1}{2}$ மணி நேரத்தில் முடிப்பார்கள் என நான் நினைக்கிறேன். நான் கூறுவது சரியா, ஆசிரியரே?

ஆசிரியர்: உண்மையில் சரியல்ல பாரதி. நான் உனக்கு சரியான விடையைக் கூறுகிறேன். இவ்வகையான வினாக்கள் **நேரம் மற்றும் வேலை** என்ற தலைப்பில் வருகின்றன. இவற்றிற்கு சில விளக்கங்கள் தேவை. இந்த தலைப்புகள் அனைத்தையும் நாம் இந்த பருவத்தில் கற்க இருக்கிறோம்.

இப்போது, நேர் மற்றும் எதிர் விகிதாங்களைப் பற்றிய கருத்துக்களை நினைவு கூர்வோம்.

2.2 நேர் விகிதம்

ஒரு அளவானது அதிகரிக்க அல்லது குறையும் போது, முறையே, மற்றொரு அளவானது அதிகரிக்க அல்லது குறையுமாறு (அதே விளைவு) இரு அளவுகள் இருக்குமாயின், அவை நேர் மாறலில் உள்ளன எனக் கூறப்படும் அல்லது நேர் மாறலில் வேறுபடுகிறது எனக் கூறப்படும். மாறாக, எப்போதும் $\frac{x}{y} = k$, k ஆனது ஒரு மிகை மாறிலியாக இருக்குமானால், x மற்றும் y ஆனது நேர்மாறலில் இருக்கும்.

நேர் விகிதத்திற்கான எடுத்துக்காட்டுகள்

1. **தூரமும் – காலமும் (சீரான வேகத்தில்):** தூரம் அதிகரித்தால், அந்த தூரத்தை அடைய எடுத்துக் கொள்ளும் காலமும் அதிகரிக்கும். நேர்மாறாகவும் இது உண்மையாகும்.
2. **வாங்குதலும் – செலவிடுதலும்:** வீட்டிற்குத் தேவையான பொருள்களை, குறிப்பாக விழாக் காலங்களில் வாங்குவது அதிகரிக்கும் போது, செலவிடும் வரம்பும் அதிகரிக்கிறது. நேர்மாறாகவும் இது உண்மையாகும்.
3. **வேலை நேரமும் சம்பாத்தியமும்:** குறைவான நேரம் வேலைச் செய்தால், சம்பாத்தியமும் குறைவாகவே இருக்கும். நேர்மாறாகவும் இது உண்மையாகும்.

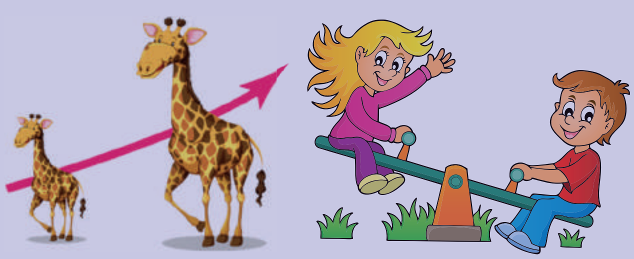
2.3 எதிர் விகிதம்

ஒரு அளவானது அதிகரிக்க அல்லது குறையும் போது, முறையே, மற்றொரு அளவானது குறைய அல்லது அதிகரிக்குமாறு (எதிர் விளைவு) இரு அளவுகள் இருக்குமாயின், அவை எதிர் மாறலில் உள்ளன எனக் கூறப்படும் அல்லது எதிர் மாறலில் வேறுபடுகிறது எனக் கூறப்படும். மாறாக, எப்போதும் $xy = k$, k ஆனது ஒரு மிகை மாறிலியாக இருக்குமானால், x மற்றும் y ஆனது எதிர் மாறலில் இருக்கும்.

Unit -2 Life Mathematics-TM.indd 33 20-11-2019 11:45:02

எதிர் விகிதத்திற்கான எடுத்துக்காட்டுகள்

1. **விலையும் – நுகர்வும்:** ஒரு பொருளின் விலை உயர்ந்தால், இயற்கையாகவே அதன் நுகர்வு குறையும். நேர்மாறாகவும் இது உண்மையாகும்.
2. **வேலையாள்களும் – காலமும்:** ஒரு வேலையை முடிக்க, கூடுதலாக வேலையாள்களை பணியமர்த்தினால், அதை முடிக்க ஆகும் காலம் குறைவாகும். நேர்மாறாகவும் இது உண்மையாகும்.
3. **வேகமும் – காலமும்:** நாம் குறைந்த வேகத்தில் பயணித்தால், கொடுக்கப்பட்ட ஒரு தூரத்தை அடைய எடுத்துக் கொள்ளும் காலம் அதிகமாகும். நேர்மாறாகவும் இது உண்மையாகும்.

எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் வாழ்வியல் கணிதம்	
	
காலத்தைப் பொறுத்து, ஓர் ஒட்டகச் சிவிங்கியின் வளர்ச்சியானது, நேர்மாறலில் இருப்பதற்கான எடுத்துக்காட்டாகும். ஏற்ற – இறக்க விளையாட்டானது எதிர்மாறலுக்கான எடுத்துக்காட்டாகும்.	மூன்று நபர்கள் A, B மற்றும் C ஆகியோர் ஒரு வேலையை முறையே x, y மற்றும் z நாட்களில் முடிப்பர் எனில், அவர்களுக்குப் பிரிக்கப்படும் ஊதியமானது $\frac{1}{x}:\frac{1}{y}:\frac{1}{z}$ என்ற விகிதத்தில் இருக்கும்.

இவற்றை முயல்க

பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுகளை நேர் அல்லது எதிர் விகிதம் என வகைப்படுத்துக.

(i) பருப்பு வகைகளின் எடையும் விலையும்.
(ii) பேருந்தில் பயணம் செய்த தூரமும் அதற்கான கட்டணமும்.
(iii) ஒரு குறிப்பிட்டத் தூரத்தைக் கடக்கத் தடகள வீரரின் வேகம்.
(iv) ஒரு குறிப்பிட்டக் காலத்தில் ஒரு கட்டுமானப் பணியை முடிக்க பணியமர்த்தப்பட்ட வேலையாள்களின் எண்ணிக்கை.
(v) ஒரு குழாய் வழியாக வரும் நீரின் கன அளவும் அதன் அழுத்தமும்.
(vi) வட்டத்தின் பரப்பளவும் அதன் .ஆரமும்

நேர் மற்றும் எதிர் விகிதங்களின் கருத்துக்களை பயன்படுத்தி பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க:

1. ஒரு மாணவனால் 15 நிமிடங்களில் 21 பக்கங்களைத் தட்டச்சுச் செய்யமுடியும். இதே வேகத்தில், அந்த மாணவனுக்கு 84 பக்கங்கள் தட்டச்சுச் செய்ய எவ்வளவு நேரம் ஆகும்?
2. ஓர் இரும்பு குழாயின் எடையானது அதன் நீளத்திற்கு நேர்விகிதத்தில் உள்ளது. 8 அடி நீளமுள்ள ஓர் இரும்புக் குழாயின் எடை 3.2 கி.கி எனில், விகிதசம மாறிலி k ஐ காண்க. மேலும், 36 அடி நீளமுள்ள ஓர் இரும்புக் குழாயின் எடையைக் காண்க.
3. ஒரு மகிழுந்தானது 51 லிட்டர் பெட்ரோலில் 765 கி.மீ செல்கிறது எனில், 30 லிட்டர் பெட்ரோலில் அது எவ்வளவு தூரம் செல்லும்?
4. x மற்றும் y ஆகியவை எதிர் விகிதத்தில் மாறுகின்றன. மேலும், $y = 8$ எனில் $x = 24$ ஆகும். $y = 12$ எனில் x இன் மதிப்பைக் காண்க.

Unit -2 Life Mathematics-TM.indd 34 20-11-2019 11:45:04

5. 35 பெண்கள் ஒரு வேலையை 16 நாள்களில் செய்து முடிப்பர் எனில், 28 பெண்கள் அதே வேலையை எத்தனை நாள்களில் செய்து முடிப்பர்?

6. ஒரு விவசாயியிடம் 14 மாடுகளுக்கு 39 நாள்களுக்கு போதுமான உணவு உள்ளது. அவருடைய கால்நடையில் மேலும் 7 மாடுகள் சேர்ந்தால், உணவானது எத்தனை நாள்களுக்குப் போதுமானதாக இருக்கும்?

7. எந்த விகிதம் என அறிந்து, வெற்றுப் பெட்டிகளை நிரப்புக

x	1	2		4	6	8		12	15		24
y	20		60		120		180		300	360	

8. எந்த விகிதம் என அறிந்து, வெற்றுப் பெட்டிகளை நிரப்புக

x	1	2		4	6	8		12		18	24
y	144		48		24		16		9	8	

2.4 கலப்பு மாறல்

சில கணக்குகள், சங்கிலித் தொடர்களாக இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறல்களைப் பெற்றிருக்கும். இது கலப்பு மாறல் எனப்படும். அந்த இரு மாறல்களின் வெவ்வேறு சாத்தியக்கூறுகள் பின்வருமாறு **நேர் – நேர், நேர்–எதிர், எதிர்–நேர் மற்றும் எதிர்–எதிர் மாறல்கள்** என அமையலாம்.

குறிப்பு

சில சூழல்களில், நேர் விகிதத்தையோ, எதிர் விகிதத்தையோப் பயன்படுத்த இயலாது. எடுத்துக்காட்டாக, ஒருவர் தனது ஒரு கண்ணால் தூரத்திலுள்ள ஒரு கிளியை பார்க்கிறார் எனில், அவரால் அதே தூரத்தில் தனது இரு கண்களால் இரு கிளிகளைப் பார்க்க இயலும் என்பது அர்த்தமுள்ளதாக இருக்காது. மேலும், ஒரு வடையைப் பொரிக்க 5 நிமிடங்கள் ஆகும் எனில், 20 வடைகளைப் பொரிக்க 100 நிமிடங்கள் ஆகும் என்பதும் அர்த்தமுள்ளதாக இருக்காது.

இப்போது நாம் கலப்பு மாறலில் சில கணக்குகளுக்குத் தீர்வு காண்போம். இங்கு, நாம், தெரிந்த அளவினைத் தெரியாத (x) அளவுடன் ஒப்பிடுகிறோம். நடைமுறையிலுள்ள சில முறைகளைக் கொண்டு, கலப்பு மாறல் கணக்குகளை தீர்க்கலாம். அவையாவன:

2.4.1 விகிதசம முறை:

இந்த முறையில், நாம் கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களை ஒப்பிட்டு, அவை நேர் அல்லது எதிர் விகித சமத்தில் உள்ளனவா என காண வேண்டும். விகிதசமத்தைக் கண்ட பின்.

முனைக்கோடி மதிப்புகளின் பெருக்கல்பலன் = சராசரி மதிப்புகளின் பெருக்கல்பலன்

என்ற மெய்மையைப் பயன்படுத்தி, தெரியாத (x) மதிப்பினைப் பெறலாம்.

2.4.2 பெருக்கல் காரணி முறை:

விளக்கம்:

ஆண்கள்	மணிகள்	நாள்கள்
நேர் (D) a, x எதிர் (I) ↑	நேர் (D) c, d	e, f எதிர் (I) ↑

Unit -2 Life Mathematics-TM.indd 35 20-11-2019 11:45:04

இங்கு, ஆண்கள் கலத்தில் உள்ள தெரியாததைத் (x), தெரிந்தவையான மணிகள் மற்றும் நாள்கள் கலத்துடன் ஒப்பிட வேண்டும். இங்கு, ஆண்கள் மற்றும் மணிகள் நேர் விகிதத்தில் (D) இருந்தால், பெருக்கல் காரணியாக $\frac{d}{c}$ ஐ எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும் (தலைகீழியை எடுக்க வேண்டும்). மேலும், ஆண்கள் மற்றும் நாள்கள் எதிர் விகிதத்தில் (I) இருந்தால், பெருக்கல் காரணியாக $\frac{e}{f}$ ஐ எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும் (மாற்றமில்லை). இவ்வாறாக, நாம் தெரியாத (x) ஆண்களை $x = a \times \frac{d}{c} \times \frac{e}{f}$. எனக் கொண்டுக் கண்டறியலாம்.

குறிப்பு

- நாள்கள் மாறாமல் இருக்கும்போது, வேலையும் நபர்களும் ஒன்றுக்கொன்று நேர் விகிதத்தில் இருக்கும். நேர்மாறாகவும் இது உண்மையாகும்.
  அதாவது, அதே நாள்களைக் கொண்டு வேலை (↑) அதிகரித்தால், நபர்கள் (↑) அதிகரிக்கும்.
- நபர்கள் மாறாமல் இருக்கும்போது, வேலையும் நாள்களும் ஒன்றுக்கொன்று நேர் மாறலில் இருக்கும். நேர்மாறாகவும் இது உண்மையாகும்.
  அதாவது, அதே நபர்களைக் கொண்டு, வேலை (↑) அதிகரித்தால், நாள்கள் (↑) அதிகரிக்கும்.
- வேலை மாறாமல் இருக்கும்போது, நபர்களும் நாள்களும் எதிர் மாறலில் இருக்கும். நேர்மாறாகவும் இது உண்மையாகும்.
  அதாவது, அதே வேலையைக் கொண்டு நபர்கள் (↑) அதிகரித்தால், நாள்கள் (↓) குறையும்.

2.4.3 சூத்திர முறை:

கொடுக்கப்பட்டக் கணக்கிலிருந்து தரவுகளை, நபர்கள் (P), நாள்கள் (D), மணிகள் (H) மற்றும் வேலை (W) என கண்டறிந்து, $\frac{P_1 \times D_1 \times H_1}{W_1} = \frac{P_2 \times D_2 \times H_2}{W_2}$

என்றச் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தித் தெரியாததைக் (x) காணலாம். இங்கு, 1 ஐ பின்னொட்டாகக் கொண்டவை கணக்கில் முதல் வாக்கியத்தில் உள்ள முழுத் தரவுகளைக் கொண்டதாகும். 2 ஐ பின்னொட்டாகக் கொண்டவை, கணக்கில் இரண்டாவது வாக்கியத்தில் தெரியாத (x) தரவினை உள்ளடக்கியதாகும். அதாவது, இந்த சூத்திரமானது, P_1 நபர்கள் W_1 வேலையை நாளொன்றுக்கு H_1 மணிகள் வேலை செய்து D_1 நாள்களில் முடிப்பார்கள் என்பது P_2 நபர்கள் வேலையை நாளொன்றுக்கு H_2 மணிகள் வேலை செய்து D_2 நாள்களில் முடிப்பார்கள் என்பதற்கு சமம் என கூறுகிறது. இவ்வகையானக் கணக்குகளில், வேலையான W_1 மற்றும் W_2 ஆகியவற்றைக் கண்டறிவது மிகவும் முக்கியமானதாகும். தெரியாததை (x) விரைவில் காண இந்த முறையானது எளிதாக இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.1 (நேர்–நேர் மாறல்)

ஒரு நிறுவனமானது 20 நாள்களுக்கு 15 வேலையாள்களுக்கு ₹6லட்சம் தொகையை வழங்குகிறது எனில், அந்நிறுவனம் 5 வேலையாள்களுக்கு 12 நாள்களுக்கு எவ்வளவுத் தொகையை வழங்கும்?

தீர்வு:

விகிதசம முறை:

வேலையாள்கள்	தொகை (வேலை)	நாள்கள்
நேர் 15	நேர் 6 நேர்	20 நேர்
(D) 5	(D) x (D)	12 (D)

இங்கு, தொகையானது (x) தெரியாதது ஆகும். இதனை, வேலையாள்கள் மற்றும் நாள்களுடன் ஒப்பிட வேண்டும். இங்கு, நாள்கள் குறைவு என்பதால் தொகை குறைவு ஆகும். ஆகவே, இது நேர் மாறல் ஆகும்.

Unit -2 Life Mathematics-TM.indd 36 20-11-2019 11:45:10

படி 1:

$\therefore$ விகித சமம் $20:12::6:x$ ஆகும். $\longrightarrow$ (1)

படி 2:

மேலும், வேலையாள்கள் குறைவு என்பதால் தொகை குறைவு ஆகும். ஆகவே, இதுவும் நேர் மாறல் ஆகும்

$\therefore$ விகித சமம் $15:5::6:x$ ஆகும். $\longrightarrow$ (2)

படி 3:

(1) மற்றும் (2) ஐ சேர்க்கக் கிடைப்பது

$$\left.\begin{matrix}20:12\\15:5\end{matrix}\right\}::6:x$$

இங்கு, நமக்கு முனைக்கோடி மதிப்புகளின் பெருக்கல் பலன் = சராசரி மதிப்புகளின் பெருக்கல்பலன் என்பது தெரியுமாதலால்,

முனைக்கோடி மதிப்புகள்		சராசரிகள்		முனைக்கோடி மதிப்புகள்
20	:	12 : 6	:	x
15	:	5		

ஆகவே, $20\times15\times x=12\times6\times5 \Rightarrow x=\dfrac{12\times6\times5}{20\times15}$ = ₹ 1.2 லட்சம்.

பெருக்கல் காரணி முறை:

வேலையாள்கள்	தொகை (வேலை)	நாள்கள்
நேர் 15	நேர் 6 நேர்	20 நேர்
(D) 5	(D) x (D)	12 (D)

இங்கு, தொகையானது (x) தெரியாதது ஆகும். இதனை, வேலையாள்கள் மற்றும் நாள்களுடன் ஒப்பிட வேண்டும்.

படி 1:

இங்கு, நாள்கள் குறைவு என்பதால் தொகை குறைவு ஆகும். ஆகவே, இது நேர் மாறல் ஆகும்.

$\therefore$ பெருக்கல் காரணி $\dfrac{12}{20}$ ஆகும். (தலைகீழியை எடுக்க வேண்டும்)

படி 2:

மேலும், வேலையாள்கள் குறைவு என்பதால் தொகை குறைவு ஆகும். ஆகவே, இதுவும் நேர் மாறல் ஆகும்.

$\therefore$ பெருக்கல் காரணி $\dfrac{5}{15}$ ஆகும். (தலைகீழியை எடுக்க வேண்டும்)

படி 3:

$$\therefore x=6\times\frac{12}{20}\times\frac{5}{15}$$

x = ₹ 1.2 லட்சம்

சூத்திர முறை

இங்கு, $P_1=15, D_1=20$ மற்றும் $W_1=6$

$P_2=5, D_2=12$ மற்றும் $W_2=x$

$\dfrac{P_1\times D_1}{W_1}=\dfrac{P_2\times D_2}{W_2}$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தினால்,

நாம் பெறுவது, $\frac{15\times20}{6}=\frac{5\times12}{x}$

$$\Rightarrow x=\frac{5\times12\times6}{15\times20}=₹\,1.2 \text{ லட்சம்.}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.2 (நேர்–எதிர் மாறல்)

180 மீ நீளமுள்ள ஒரு பாயினை 15 பெண்கள் 12 நாள்களில் செய்தனர். 512 மீ நீளமுள்ள ஒரு பாயினை 32 பெண்கள் செய்ய எத்தனை நாள்கள் ஆகும்?

தீர்வு:

விகிதசம முறை:

நீளம் (வேலை)	பெண்கள்	நாள்கள்
நேர் (D) 180, 512	15, 32 எதிர் (I)	நேர் (D) 12, x எதிர் (I)

இங்கு, நாள்கள் (x) தெரியாதது ஆகும். இதனை நீளம் மற்றும் பெண்களுடன் ஒப்பிட வேண்டும்.

படி 1:

இங்கு, நீளம் கூடுதல் என்பதால் நாள்கள் கூடுதல் ஆகும். ஆகவே, இது நேர்மாறல் ஆகும்.

∴ விகித சமம் $180:512::12:x$ ஆகும். ⟶ (1)

படி 2:

மேலும், பெண்கள் கூடுதல் என்பதால் நாள்கள் குறைவு ஆகும். ஆகவே, இது எதிர்மாறல் ஆகும்.

∴ விகித சமம் $32:15::12:x$ ஆகும். ⟶ (2)

படி 3:

(1) மற்றும் (2) ஐ சேர்க்கக் கிடைப்பது

$$\left.\begin{matrix}180:512\\32:15\end{matrix}\right\}::12:x$$

இங்கு, நமக்கு முனைக் கோடி மதிப்புகளின் பெருக்கல்பலன் = சராசரிகளின் பெருக்கல்பலன் என்பது தெரியுமாதலால்,

முனைக்கோடி மதிப்புகள்		சராசரிகள்		முனைக்கோடி மதிப்புகள்
180	:	512 : 12	:	x
32	:	15		

ஆகவே, $180\times32\times x=512\times12\times15 \Rightarrow x=\frac{512\times12\times15}{180\times32}=16$ நாள்கள்.

பெருக்கல் காரணி முறை:

நீளம் (வேலை)	பெண்கள்	நாள்கள்
நேர் (D) 180, 512	15, 32 எதிர் (I)	நேர் (D) 12, x எதிர் (I)

இங்கு நாள்கள் (x) தெரியாதது ஆகும். இதனை நீளம் மற்றும் பெண்களுடன் ஒப்பிட வேண்டும்.

Unit -2 Life Mathematics-TM.indd 38 20-11-2019 11:45:15

படி 1:

இங்கு, நீளம் கூடுதல் என்பதால் நாள்கள் கூடுதல் ஆகும். ஆகவே, இது நேர்மாறல் ஆகும்.

$\therefore$ பெருக்கல் காரணி $\frac{512}{180}$ ஆகும். (தலைகீழியை எடுக்க வேண்டும்)

படி 2:

மேலும், பெண்கள் கூடுதல் என்பதால் நாள்கள் குறைவு ஆகும். ஆகவே, இது எதிர்மாறல் ஆகும்.

$\therefore$ பெருக்கல் காரணி $\frac{15}{32}$ ஆகும். (மாற்றமில்லை)

படி 3:

$\therefore x = 12 \times \frac{512}{180} \times \frac{15}{32} = 16$ நாள்கள்.

சூத்திர முறை

இங்கு, $P_1 = 15,\ D_1 = 12$ மற்றும் $W_1 = 180$

$P_2 = 32,\ D_2 = x$ மற்றும் $W_2 = 512$

$\frac{P_1 \times D_1}{W_1} = \frac{P_2 \times D_2}{W_2}$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தினால்,

நாம் பெறுவது, $\frac{15 \times 12}{180} = \frac{32 \times x}{512}$

$\Rightarrow\ 1 = \frac{32 \times x}{512}\ \Rightarrow\ x = \frac{512}{32} = 16$ நாள்கள்.

குறிப்புரை: இங்கு விவரிக்கப்பட்ட மூன்று முறைகளில் ஏதேனும் ஒரு வழியில் மாணவர்கள் விடையளிக்கலாம்.

இவற்றை முயல்க

1. x மற்றும் y ஆகியவை நேர் மாறலில் உள்ளன. மேலும், $x = 5$ மற்றும் $y = 5$ எனில் k இன் மதிப்பு காண்க.
2. x மற்றும் y ஆகியவை எதிர் மாறலில் அமைந்தால், $x = 64$ மற்றும் $y = 0.75$ எனும்போது மாறலின் மாறிலியை காண்க.
3. கொடுக்கப்பட்ட ஓர் ஆரத்திற்கு நீ ஒரு வட்டத்தை வரை. எந்த ஒரு சோடி ஆரங்களுக்கிடையேயுள்ள கோணங்கள் சமமாக இருக்குமாறு, அதன் ஆரங்களை வரைக. நீ 3 ஆரங்கள் வரைவதில் தொடங்கி 12 ஆரங்கள் வரை வரையவும். ஆரங்களின் எண்ணிக்கைக்கும் சோடி ஆரங்களுக்கிடையே உள்ள கோணத்திற்குமான தொடர்பினை அட்டவணையில் குறித்து, அவை எதிர் மாறலில் உள்ளனவா என ஆராய்க. விகிதசம மாறிலி என்ன?

சிந்திக்க

(i) x மற்றும் y ஆகியவை நேர் மாறலில் அமைந்து, y ஆனது இரட்டிப்பானால் x என்னவாகும்?

(ii) $\frac{x}{y-x} = \frac{6}{7}$ எனில், $\frac{x}{y}$ என்பது என்ன?

Unit -2 Life Mathematics-TM.indd 39 20-11-2019 11:45:24

எடுத்துக்காட்டு 2.3 (எதிர்–நேர் மாறல்)

81 மாணவர்கள் 448 மீ நீளமுள்ள ஒரு சுவரில் ஓர் ஓவியத்தை 56 நாள்களில் வண்ணமிடுவர். 160 மீ நீளமுள்ள அது போன்ற சுவரில் 27 நாள்களில் அந்த ஓவியத்தை எத்தனை மாணவர்கள் வண்ணமிடுவர்?

தீர்வு:

பெருக்கல் காரணி முறை:

மாணவர்கள்	நாள்கள்	சுவரின் நீளம் (வேலை)
எதிர் 81 நேர்	எதிர் 56	448 நேர்
(I) x (D)	(I) 27	160 (D)

படி 1:

இங்கு, நாள்கள் குறைவு என்பதால் மாணவர்கள் கூடுதல் ஆகும். ஆகவே, இது எதிர் மாறல் ஆகும்.

$\therefore$ பெருக்கல் காரணி $\frac{56}{27}$ ஆகும்.

படி 2:

மேலும், நீளம் குறைவு என்பதால் மாணவர்கள் குறைவு ஆகும். ஆகவே, இது நேர் மாறல் ஆகும்.

$\therefore$ பெருக்கல் காரணி $\frac{160}{448}$ ஆகும்.

படி 3:

$$\therefore x = 81 \times \frac{56}{27} \times \frac{160}{448}$$

$x = 60$ மாணவர்கள்.

சூத்திர முறை

இங்கு, $P_1 = 81, D_1 = 56$ மற்றும் $W_1 = 448$

$P_2 = x, D_2 = 27$ மற்றும் $W_2 = 160$

$\frac{P_1 \times D_1}{W_1} = \frac{P_2 \times D_2}{W_2}$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தினால்,

நாம் பெறுவது, $\frac{81 \times 56}{448} = \frac{x \times 27}{160}$

$$\Rightarrow x = \frac{81 \times 56}{448} \times \frac{160}{27}$$

$x = 60$ மாணவர்கள்.

எடுத்துக்காட்டு 2.4 (எதிர் – எதிர் மாறல்)

48 ஆண்கள் ஒரு வேலையை நாளொன்றுக்கு 7 மணி நேரம் வேலை செய்து 24 நாள்களில் முடிப்பர் எனில், 28 ஆண்கள் அதே வேலையை நாளொன்றுக்கு 8 மணி நேரம் வேலை செய்து எத்தனை நாள்களில் முடிப்பர்?

தீர்வு:

பெருக்கல் காரணி முறை:

ஆண்கள்	மணிகள்	நாள்கள்
எதிர் 48	7 எதிர்	எதிர் 24 எதிர்
(I) 28	8 (I)	(I) x (I)

Unit -2 Life Mathematics-TM.indd 40 20-11-2019 11:45:28

படி 1:

இங்கு, ஆண்கள் குறைவு என்பதால் நாள்கள் கூடுதல் ஆகும். ஆகவே, இது எதிர் மாறல் ஆகும்.

$\therefore$ பெருக்கல் காரணி $\frac{48}{28}$ ஆகும்.

படி 2:

மேலும், மணிகள் கூடுதல் என்பதால் நாள்கள் குறைவு ஆகும். ஆகவே, இதுவும் எதிர் மாறல் ஆகும்.

$\therefore$ பெருக்கல் காரணி $\frac{7}{8}$ ஆகும்.

படி 3:

$\therefore x = 24 \times \frac{48}{28} \times \frac{7}{8} = 36$ நாள்கள்.

சூத்திர முறை

இங்கு, $P_1 = 48, D_1 = 24, H_1 = 7$ மற்றும் $W_1 = 1$ (ஏன்?)

$P_2 = 28, D_2 = x, H_2 = 8$ மற்றும் $W_2 = 1$ (ஏன்?)

$\frac{P_1 \times D_1 \times H_1}{W_1} = \frac{P_2 \times D_2 \times H_2}{W_2}$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தினால்,

நாம் பெறுவது, $\frac{48 \times 24 \times 7}{1} = \frac{28 \times x \times 8}{1}$

$\Rightarrow x = \frac{48 \times 24 \times 7}{28 \times 8} = 36$ நாள்கள்.

இவற்றை முயல்க

பின்வரும் வினாக்களில் இடம் பெற்றுள்ள வெவ்வேறு மாறல்களைக் கண்டறிக.

1. 24 ஆண்கள் 12 நாள்களில் 48 பொருள்களை செய்வர் எனில், 6 ஆண்கள் ______ பொருள்களை 6 நாள்களில் செய்வர்.
2. 15 வேலையாள்கள் 4 கி.மீ நீளமுள்ள சாலையை 4 மணி நேரத்தில் அமைப்பர் எனில், ______ வேலையாள்கள் 8 கி.மீ நீளமுள்ள சாலையை 8 மணி நேரத்தில் அமைப்பர்.
3. நாளொன்றுக்கு 12 மணி நேரம் வேலை செய்து ஒரு வேலையை 25 பெண்கள் 36 நாட்களில் முடிப்பர் எனில், 20 பெண்கள் நாளொன்றுக்கு ______ மணி நேரம் வேலை செய்து அதே வேலையை 30 நாள்களில் முடிப்பர்.
4. ஒரு முகாமில், 98 நபர்களுக்கு 45 நாள்களுக்கு போதுமான 420 கி.கி அரிசி உள்ளது எனில், 42 நபர்களுக்கு 60 கி.கி அரிசியானது ______ நாள்களுக்கு மட்டுமே போதுமானதாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.5

15 ஆண்கள் ஒரு வேலையை முடிக்க 40 நாள்கள் எடுத்துக் கொள்வர் எனில், அவர்களுடன் மேலும் 15 ஆண்கள் சேர்ந்தால், அதே வேலையானது முடிய எத்தனை நாள்கள் ஆகும்?

தீர்வு:

15 ஆண்கள் அந்த வேலையை 40 நாள்களில் முடிப்பர் எனில், வேலையை, நபர்கள்–நாள்களில் கணக்கிட்டால் கிடைப்பது = $15 \times 40 = 600$ நபர்கள்–நாள்கள் ஆகும்.

இதே வேலையை 30 (15 + 15) ஆண்கள் செய்ய வேண்டுமெனில், அவர்கள் எடுத்துக் கொள்ளும் நாள்கள் = $\frac{600}{30} = 20$ நாள்கள்.

Unit -2 Life Mathematics-TM.indd 41 20-11-2019 11:45:32

குறிப்பு

- இங்கு நபர்கள்–நாள்கள் கருத்து முக்கியமானதாகும். நபர்களின் எண்ணிக்கையை வேலையை முடிக்கத் தேவையான நாள்களின் எண்ணிக்கையைக் கொண்டு பெருக்க, நபர்கள்–நாள்கள் கிடைக்கும். இங்கு வேலையானது நபர்கள்–நாள்கள் அடிப்படையில் கணக்கிடப்படுகிறது.
- x பெண்கள் அல்லது y ஆண்கள் ஒரு வேலையை p நாள்களில் முடிப்பர் எனில், a பெண்கள் மற்றும் b ஆண்கள் அதே வேலையை $\dfrac{xyp}{xb+ya}$ (அ) $\dfrac{p}{\frac{a}{x}+\frac{b}{y}}$ நாள்களில் முடிப்பர்.

எடுத்துக்காட்டு 2.6

6 பெண்கள் அல்லது 8 ஆண்கள் ஓர் அறையை 86 நாள்களில் கட்டி முடிப்பர். அது போன்ற அறையை 7 பெண்கள் மற்றும் 5 ஆண்கள் கட்டி முடிக்க எத்தனை நாள்கள் ஆகும்.

தீர்வு:

ஆள்கள் –நாள்கள் முறை

இங்கு, M மற்றும் W ஆகியவை முறையே ஓர் ஆண் மற்றும் ஒரு பெண்ணைக் குறிக்கும்.

$6\text{W} = 8\text{M}$ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது) $\Rightarrow 1\,\text{W} = \frac{8}{6}\text{M} = \frac{4}{3}\text{M}$.

ஆகவே, $7\text{W} + 5\text{M} = 7 \times \frac{4}{3}\text{M} + 5\text{M} = \frac{43\text{M}}{3}$

8M ஓர் அறையை 86 நாள்களில் கட்டி முடிப்பர் எனில், $\frac{43\text{M}}{3}$ அது போன்ற அறையை

$8\text{M} \times 86 \div \frac{43\text{M}}{3} = 8\text{M} \times 86 \times \frac{3}{43\text{M}} = 48$ நாள்களில் கட்டி முடிப்பர்.

சூத்திர முறை

அறையைக் கட்டி முடிக்கத் தேவைப்படும் நேரம் $= \dfrac{xyp}{xb+ya}$

$$= \frac{6\times8\times86}{6\times5+8\times7} = \frac{6\times8\times86}{30+56} = \frac{6\times8\times86}{86} = 48 \text{ நாள்கள்.}$$

(அல்லது)

அறையைக் கட்டி முடிக்கத் தேவைப்படும் நேரம் $= \dfrac{p}{\frac{a}{x}+\frac{b}{y}}$

$$= \frac{86}{\frac{7}{6}+\frac{5}{8}} = \frac{86\times48}{86} = 48 \text{ நாள்கள்.}$$

2.5 நேரம் மற்றும் வேலை

பொதுவாக, செய்ய வேண்டிய வேலையை ஓர் அலகாக எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும். வேலையானது, ஒரு சுவரைக் கட்டுதல், ஒரு சாலையை அமைத்தல், ஒரு தொட்டியை நிரப்புதல் அல்லது காலி செய்தல் அல்லது ஒரு குறிப்பிட்ட அளவு உணவை சாப்பிடுதல் போன்ற எந்த வகையிலும் இருக்கும்.

நேரமானது, மணிகள், நாள்கள் என்பனக் கொண்டு அளக்கப்படுகிறது. செய்யப்பட்ட வேலையானது சீராக செய்யப்பட்டுள்ளது எனவும்,குழு வேலையில் வேலையை முடிக்க ஒவ்வொரு நபரும் சமமான வேலை நேரத்தைப் பகிர்ந்து கொள்கிறார்கள் எனவும் உறுதியாக எடுத்துக்கொள்ளப்படுகிறது .

Unit -2 Life Mathematics-TM.indd 42 20-11-2019 11:45:38

ஓரலகு முறை:

இரண்டு நபர்கள் X மற்றும் Y ஆகியோர் ஒரு வேலையைத் தனித்தனியே a மற்றும் b நாள்களில் முடிப்பர் எனில், அவர்களின் ஒரு நாள் வேலை முறையே $\frac{1}{a}$ மற்றும் $\frac{1}{b}$ ஆகும். மேலும், அவர்கள் ஒன்றாக இணைந்து வேலை செய்தால், அவர்களின் ஒரு நாள் வேலை $= \frac{1}{a}+\frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab}$ ஆகும்.

எனவே, X மற்றும் Y அந்த வேலையை $\frac{ab}{a+b}$ நாள்களில் முடிப்பர்.

எடுத்துக்காட்டு 2.7

A மற்றும் B ஆகிய இருவரும் இணைந்து ஒரு வேலையை 16 நாள்களில் முடிப்பர். A தனியே அந்த வேலையை 48 நாள்களில் முடிப்பர் எனில், B தனியே அந்த வேலையை எத்தனை நாள்களில் முடிப்பார்?

தீர்வு:

$(A+B)$ இன் 1 நாள் வேலை $= \frac{1}{16}$

A இன் 1 நாள் வேலை $= \frac{1}{48}$

$\therefore$ B இன் 1 நாள் வேலை $= \frac{1}{16}-\frac{1}{48}$

$= \frac{3-1}{48} = \frac{2}{48} = \frac{1}{24}$

$\therefore$ B தனியே அந்த வேலையை 24 நாள்களில் முடிப்பார்.

குறிப்பு

ஒரு வேலையை அல்லது பணியை முடிக்க எடுத்துக் கொள்ளும் நேரமானது, நபர்களின் எண்ணிக்கை, அவர்களின் வேலை செய்யும் திறன், வேலைச்சுமை மற்றும் ஒரு நாளில் வேலையை முடிக்க செலவிட்ட நேரம் போன்ற பல்வேறு காரணிகளைப் பொருத்ததாகும்.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

A ஆனவர் B ஐ போன்று $\frac{a}{b}$ மடங்கு திறமைக் கொண்ட வேலையாள் எனில், A ஆனவர் B வேலையை முடிக்க எடுத்துக்கொண்ட நேரத்தைப் போன்று $\frac{b}{a}$ மடங்கை எடுத்துக்கொள்வார்.

எடுத்துக்காட்டு 2.8

A ஆனவர் B ஐ காட்டிலும் 3 மடங்கு வேகமாக ஒரு வேலையை செய்து முடிப்பார். அவரால் அந்தப் பணியை B எடுத்துக் கொண்ட நேரத்தை விட 24 நாள்கள் குறைவாக எடுத்து முடிக்க முடிகிறது. இருவரும் சேர்ந்து அந்த வேலையை முடிக்க ஆகும் நேரத்தை காண்க.

தீர்வு:

B அந்த வேலையை 3 நாள்களில் முடிப்பார் எனில், A அதை 1 நாளில் முடிப்பார். அதாவது, வித்தியாமானது 2 நாள்கள் ஆகும். இங்கு, வேலையை முடிப்பதில் A மற்றும் B இக்கு இடையேயுள்ள வித்தியாசம் 24 நாள்கள். ஆகவே, அந்த வேலையை முடிக்க A ஆனவர் $\frac{24}{2}=12$ நாள்களையும், B ஆனவர் $3\times12=36$ நாள்களையும் தனித்தனியே எடுத்துக்கொள்வர். ஆகவே,

A மற்றும் B ஒன்றாக இணைந்து அந்த வேலையை முடிக்க எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம் $= \frac{ab}{a+b}$ நாள்கள்

$= \frac{12\times36}{12+36} = \frac{12\times36}{48} = 9$ நாள்கள்.

Unit -2 Life Mathematics-TM.indd 43 20-11-2019 11:45:47

எடுத்துக்காட்டு 2.9

P மற்றும் Q ஆகியோர் ஒரு வேலையை முறையே 20 மற்றும் 30 நாள்களில் முடிப்பர் அவர்கள் இருவரும் ஒன்றாகச் சேர்ந்து வேலையைத் தொடங்கினர். சில நாள்கள் வேலை செய்த பிறகு Q ஆனவர் சென்றுவிடுகிறார். மீதமுள்ள வேலையை P ஆனவர் 5 நாள்களில் முடிக்கிறார் எனில், தொடங்கியதிலிருந்து எத்தனை நாள்களுக்கு பிறகு Q வேலையை விட்டுச் சென்றார்?

தீர்வு:

P இன் 1 நாள் வேலை $= \frac{1}{20}$ மற்றும் Q இன் 1 நாள் வேலை $= \frac{1}{30}$

P இன் 5 நாள்கள் வேலை $= \frac{1}{20} \times 5 = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

ஆகவே, மீதமுள்ள வேலை $= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ (முழு வேலை என்பது எப்போதும் 1 ஆகும்)

இந்த மீதமுள்ள வேலையை P மற்றும் Q ஆகிய இருவரும் செய்தனர்.

P மற்றும் Q இன் ஒரு நாள் வேலை $= \frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$

ஆகவே, அவர்கள் இருவரும் ஒன்றாக வேலைச் செய்த நாள்கள் $= \frac{3/4}{1/12} = \frac{3}{4} \times \frac{12}{1} = 9$ நாள்கள்

ஆகவே, Q ஆனவர் வேலைத் தொடங்கி 9 நாள்களுக்கு பிறகு வேலையை விட்டுச் சென்றார்.

எடுத்துக்காட்டு 2.10

A மற்றும் B ஆகியோர் ஒரு வேலையை முறையே 12 நாள்கள் மற்றும் 9 நாள்களில் செய்வர் முதல் நாள் A ஐக் கொண்டு வேலையைத் தொடங்கி அடுத்தடுத்த நாள்களில் இருவரும் வேலையை செய்கின்றனர் எனில், வேலையானது எத்தனை நாள்களில் முடியும்?

தீர்வு:

அவர்கள் அடுத்தடுத்த (ஒன்றுவிட்டு ஒன்று) நாள்களில் வேலை செய்வதால், நாம் இரண்டு நாள்களை ஒரு கால அளவாகக் எடுத்துக்கொள்ளலாம்,

இந்த 2 நாள்கள் கால அளவில், A மற்றும் B ஆகியோர் செய்த வேலை $= \frac{1}{12} + \frac{1}{9} = \frac{7}{36}$

இவ்வாறாக, $\frac{7}{36}$ என்ற பின்னத்திற்கு, அது போன்று 5 கால அளவுகளை நாம் கணக்கில் எடுத்துக்கொண்டால், (நாம் 5 கால அளவுகள் எடுப்பதற்கான காரணம் என்னவென்றால் 7 ஆனது 36 இல் 5 முறை முழுமையாக உள்ளது)

A மற்றும் B, $5 \times 2\ (= 10)$ நாள்களில் செய்த வேலை $= 5 \times \frac{7}{36} = \frac{35}{36}$

மீதமுள்ள வேலை $= 1 - \frac{35}{36} = \frac{1}{36}$.

இதனை, A ஆனவர் $\frac{1}{36} \times 12 = \frac{1}{3}$ நாளில் முடிப்பார். ஆகவே,

வேலையை முடிக்கத் தேவையான மொத்தம் நேரம் = 10 நாள்கள் + $\frac{1}{3}$ நாள் $= 10\frac{1}{3}$ நாள்கள்.

Unit -2 Life Mathematics-TM.indd 44 20-11-2019 11:45:56

2.6 வேலைக்கானப் பணத்தைப் பகிர்தல்

ஒரு வேலையை நபர்கள் குழுவாகச் சேர்ந்து செய்யும் போது, அவர்கள் தனித்தனியே செய்யும் வேலையைப் பொறுத்து, அவர்களுக்குள்ளேயே பணத்தின் பங்கைப் பெறுவர் பொதுவாக, சம்பாதித்த பணத்தை, குழுவில் ஒன்றாக வேலைச் செய்த நபர்கள், அவர்கள் ஒவ்வொருவரும் செய்த மொத்த வேலையின் விகிதத்தில் பிரித்துக் கொள்வர்.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

- ஒரு வேலையை செய்ய A மற்றும் B ஆகியோர் எழுத்துக்கொள்ளும் நேரமானது $x:y$ என்ற விகிதத்தில் இருந்தால், A மற்றும் B ஆகியோர் செய்த வேலையின் விகிதம் $\frac{1}{x}:\frac{1}{y}=y:x$ என்ற விகிதத்தில் இருக்கும். தனித்தனியே அவர்கள் பெறும் ஊதியங்களின் விகிதமும் இதுவே ஆகும்.
- மூன்று நபர்கள்A, B மற்றும் C ஆகியோர் ஒரு வேலையை முறையே x, y மற்றும் z நாள்களில் செய்து முடிப்பர் எனில், அவர்களுக்குத் தனித்தனியேப் பிரிக்கப்படும் ஊதியங்களின் விகிதமானது $\frac{1}{x}:\frac{1}{y}:\frac{1}{z}$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.11

X, Y மற்றும் Z ஆகியோர் ஒரு வேலையை முறையே 4, 6 மற்றும் 10 நாள்களில் முடிப்பர். X, Y மற்றும் Z ஆகிய மூவரும் ஒன்று சேர்ந்து அந்த வேலையை முடித்தால், அதற்காக அவர்களுக்கு ₹ 3100 வழங்கப்படும் எனில், அவர்கள் தனித்தனியேப் பெறும் பங்குகளைக் காண்க.

தீர்வு:

அவர்கள் அனைவரும் சமமான நாள்கள் வேலை செய்வதால், அவர்கள் பணத்தை பகிர்ந்துக் கொள்ளும் விகிதமானது அவர்களின் ஒரு நாள் வேலையின் விகிதத்திற்கு சமமானதாகும்.

அதாவது $\frac{1}{4}:\frac{1}{6}:\frac{1}{10}=\frac{15}{60}:\frac{10}{60}:\frac{6}{60}=15:10:6$ இக்குச் சமமாகும்.

இங்கு, மொத்த பங்குகள் = 15 + 10 + 6 = 31

ஆகவே, A இன் பங்கு = $\frac{15}{31}\times 3100=₹1500$, B இன் பங்கு = $\frac{10}{31}\times 3100=₹1000$ மற்றும்

C இன் பங்கு ₹ 3100 – (₹ 1500 + ₹ 1000)= ₹ 600.

இவற்றை முயல்க

1. விக்ரம் ஒரு வேலையின் மூன்றில் ஒரு பகுதியை p நாள்களில் முடிப்பார் எனில், அவர் அந்த வேலையின் $\frac{3}{4}$ பகுதியை ________ நாள்களில் முடிப்பார்.
2. m நபர்கள் ஒரு வேலையை n நாள்களில் முடிப்பர் எனில், $4m$ நபர்கள் அந்த வேலையை ________ நாள்களிலும், $\frac{m}{4}$ நபர்கள் அதே வேலையை ________ நாள்களிலும் முடிப்பர்.

பயிற்சி 2.1

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**

G3K2C5

   (i) A என்பவர் ஒரு வேலையை 3 நாள்களிலும் B என்பவர் 6 நாள்களிலும் முடிப்பர் எனில், இருவரும் ஒன்றாகச் சேர்ந்து அந்த வேலையை ___________ நாள்களில் முடிப்பர்.

   (ii) 5 நபர்கள் 5 வேலைகளை 5 நாள்களில் செய்து முடிப்பர் எனில், 50 நபர்கள் 50 வேலைகளை _________ நாள்களில் செய்து முடிப்பர்.

   (iii) A என்பவர் ஒரு வேலையை 24 நாள்களில் முடிப்பார். A மற்றும் B ஆகியோர் ஒன்றாக இணைந்து ஒரு வேலையை 6 நாள்களில் முடிப்பர் எனில், B என்பவர் தனியே அந்த வேலையை _________ நாள்களில் முடிப்பார்.

   (iv) A என்பவர் தனியே ஒரு வேலையை 35 நாள்களில் முடிப்பார். B ஆனவர், A ஐ விட 40% கூடுதல் திறன் வாய்ந்தவர் எனில், B ஆனவர் அந்த வேலையை _________ நாள்களில் முடிப்பார்.

   (v) A என்பவர் தனியே ஒரு வேலையை 10 நாள்களிலும் B ஆனவர் தனியே 15 நாள்களிலும் முடிப்பர். அவர்கள் இந்த வேலையை ₹200000 தொகைக்கு ஒப்புக் கொண்டனர் எனில், A பெறும் தொகை _________ ஆகும்.

2. 210 ஆண்கள் நாளொன்றுக்கு 12 மணி நேரம் வேலை செய்து ஒரு வேலையை 18 நாள்களில் முடிப்பர். அதே வேலையை நாளொன்றுக்கு 14 மணி நேரம் வேலை செய்து, 20 நாள்களில் முடிக்க எத்தனை ஆண்கள் தேவை?

3. ஒரு சிமிட்டி தொழிற்சாலையானது, 36 இயந்திரங்களின் உதவியுடன் 12 நாள்களில் 7000 சிமிட்டி பைகளைத் தயாரிக்கிறது. 24 இயந்திரங்களைப் பயன்படுத்தி, 18 நாள்களில் எத்தனை சிமிட்டி பைகளைத் தயாரிக்கலாம்?

4. ஒரு சோப்புத் தொழிற்சாலையானது, நாளொன்றுக்கு 15 மணி நேரம் வேலை செய்து 6 நாள்களில் 9600 சோப்புகளைத் தயாரிக்கிறது. நாளொன்றுக்கு கூடுதலாக 3 மணி நேரம் வேலை செய்து 14400 சோப்புகள் தயாரிக்க அதற்கு எத்தனை நாள்கள் ஆகும்?

5. 6 சரக்கு வண்டிகள் 5 நாள்களில் 135 டன்கள் சரக்குகளை இடம் பெயர்க்கின்றன எனில், 1800 டன்கள் சரக்குகளை 4 நாள்களில் இடம் பெயர்க்க எத்தனை சரக்கு வண்டிகள் கூடுதலாகத் தேவை?

6 A என்பவர் ஒரு வேலையை 12 மணி நேரத்தில் முடிப்பார். B மற்றும் C அந்த வேலையை 3 மணி நேரத்திலும், A மற்றும் C அந்த வேலையை 6 மணி நேரத்திலும் செய்து முடிப்பர். அதே வேலையை B தனியே எவ்வளவு மணி நேரத்தில் முடிப்பார்?

7. A மற்றும் B ஆகியோர் ஒரு வேலையை 12 நாள்களிலும், B மற்றும் C ஆகியோர் அதை 15 நாள்களில் A மற்றும் C ஆகியோர் அதை 20 நாள்களிலும் முடிப்பர். ஒவ்வொருவரும் தனித்தனியே அந்த வேலையை எத்தனை நாள்களில் முடிப்பர்?

8. தச்சர் A ஆனவர் ஒரு நாற்காலியின் பாகங்களைப் பொருத்த 15 நிமிடங்கள் எடுத்துக் கொள்கிறார். அதே வேலையைச் செய்ய தச்சர் B ஆனவர் தச்சர் A ஐ விட 3 நிமிடங்கள் கூடுதலாக எடுத்துக் கொள்கிறார். இருவரும் இணைந்து வேலைச் செய்து 22 நாற்காலிகளின் பாகங்களைப் பொருத்த எவ்வளவு நேரமாகும்?

Unit -2 Life Mathematics-TM.indd 46 20-11-2019 11:45:59

9. ஒரு வேலையை முடிக்க ஓர் ஆண் 10 நாள்களும் ஒரு பெண் 6 நாள்களும் எடுத்துக் கொள்கின்றனர். இருவரும் சேர்ந்து அந்த வேலையை 3 நாள்கள் செய்த பிறகு, அந்த பெண் வேலையை விட்டுச் சென்றுவிடுகிறார். மீதமுள்ள வேலையை அந்த ஆண் எத்தனை நாள்களில் முடிப்பார்?

10. A என்பவர் B என்பவரைக் காட்டிலும் வேலை செய்வதில் மூன்று மடங்கு வேகமானவர். B ஆனவர் ஒரு வேலையை 24 நாள்களில் முடிப்பார் எனில், இருவரும் இணைந்து அந்த வேலையை முடிக்க எத்தனை நாள்கள் எடுத்துக் கொள்வர் எனக் காண்க.

பயிற்சி 2.2

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. 5 மாணவர்கள் அல்லது 3 மாணவிகள் ஒரு அறிவியல் திட்டச் செயலை 40 நாள்களில் முடிப்பர். 15 மாணவர்கள் மற்றும் 6 மாணவிகள் அதே திட்டச் செயலை முடிக்க எத்தனை நாள்களாகும்?

2. 32 ஆண்கள் நாளொன்றுக்கு 12 மணி நேரம் வேலை செய்து ஒரு வேலையை 15 நாள்களில் முடிப்பர் எனில், அந்த வேலையின் இரு மடங்கை எத்தனை ஆண்கள் நாளொன்றுக்கு 10 மணி நேரம் வேலை செய்து 24 நாள்களில் முடிப்பர்?

3. அமுதா, ஒரு சேலையை 18 நாள்களில் நெய்வார். அஞ்சலி, அனிதாவை விட நெய்வதில் இரு மடங்கு திறமைசாலி. இருவரும் இணைந்து நெய்தால், அந்தச் சேலையை எத்தனை நாள்களில் நெய்து முடிப்பர்?

4. A, B மற்றும் C ஆகிய மூவர் ஒரு வேலையை 5 நாள்களில் முடிப்பர். A மற்றும் C ஆகியோர் அதே வேலையை $7\frac{1}{2}$ நாள்களிலும் A ஆனவர் தனியே அதை 15 நாள்களிலும் முடிப்பர் எனில், B மற்றும் C ஆகியோர் அந்த வேலையை முடிக்க எத்தனை நாள்கள் ஆகும்?

5. P மற்றும் Q ஆகியோர் ஒரு வேலையை முறையை 12 மற்றும் 15 நாள்களில் முடிப்பர். P ஆனவர் அந்த வேலையைத் தனியேத் தொடங்கிய பிறகு, 3 நாள்கள் கழித்து Q ஆனவர் அவருடன் சேர்ந்து வேலையானது முடியும் வரை அவருடன் இருந்தார் எனில், வேலையானது எத்தனை நாள்கள் நீடித்தது?

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

1. ஒரு முகாமில் 65 நாள்களுக்கு 490 வீரர்களுக்குப் போதுமான மளிகைப் பொருள்கள் இருந்தன. 15 நாள்களுக்குப் பிறகு, மேலும் பல வீரர்கள் முகாமிற்கு வந்ததால், மீதமிருந்த மளிகைப் பொருள்களானது 35 நாள்களுக்கு மட்டுமே போதுமானதாக இருந்தது எனில், எத்தனை வீரர்கள் முகாமில் சேர்ந்தனர்?

2. ஒரு சிறு தொழில் நிறுவனம், 40 ஆண்களைப் பணியமர்த்தி 150 நாள்களில் 540 விசைப்பொறி இறைப்பிகளைத் (Motor Pumps) தயாரித்து வழங்க ஓர் ஒப்பந்தத்தை எடுத்துக்கொள்கிறது. 75 நாள்களுக்குப் பிறகு, அந்நிறுவனத்தால் 180 விசைப்பொறி இறைப்பிகளை மட்டுமே தயாரிக்க முடிந்தது. வேலையானது ஒப்பந்தத்தின்படி நேரத்திற்கு முடிய, கூடுதலாக எத்தனை ஆண்களை அந்நிறுவனம் பணியமர்த்த வேண்டும்?

Unit -2 Life Mathematics-TM.indd 47 20-11-2019 11:45:59

3. A ஆனவர் ஒரு வேலையை 45 நாள்களில் முடிப்பார். அவர் 15 நாள்களுக்கு மட்டுமே வேலை செய்தார். பிறகு, B ஆனவர் மீதமிருந்த வேலையினை 24 நாள்களில் முடிக்கிறார். இருவரும் இணைந்து வேலை செய்தால், அந்த வேலையின் 80% ஐ முடிக்க ஆகும் நேரத்தைக் காண்க.

4. P என்பவர் தனியே ஒரு வேலையின் $\frac{1}{2}$ பகுதியை 6 நாள்களிலும், Q என்பவர் தனியே அதே வேலையின் $\frac{2}{3}$ பகுதியை 4 நாள்களிலும் முடிப்பர். இருவரும் இணைந்து அந்த வேலையின் $\frac{3}{4}$ பகுதியை எத்தனை நாள்களில் முடிப்பர்?

5. X என்பவர் தனியே ஒரு வேலையை 6 நாள்களிலும், Y என்பவர் தனியே அதே வேலையை 8 நாள்களிலும் முடிப்பர். X மற்றும் Y ஆகியோர் இந்த வேலையை ₹4800 இக்கு ஒப்புக் கொண்டனர். Z என்பவரின் உதவியுடன், அவர்கள் அந்த வேலையை 3 நாள்களில் முடித்தனர் எனில், தொகையில் Z இன் பங்கு எவ்வளவு?

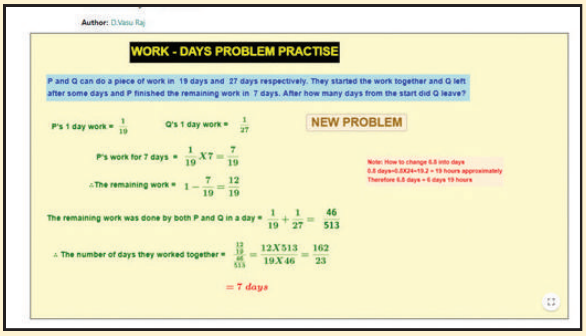
பாடச்சுருக்கம்

- ஒரு அளவானது அதிகரிக்க அல்லது குறையும் போது, முறையே, மற்றொரு அளவானது அதிகரிக்க அல்லது குறையுமாறு (அதே விளைவு) இரு அளவுகள் இருக்குமாயின், அவை நேர் மாறலில் உள்ளன எனக் கூறப்படும் அல்லது நேர் மாறலில் வேறுபடுகிறது எனக் கூறப்படும்.
- மாறாக, எப்போதும் $\frac{x}{y} = k$, k ஆனது ஒரு மிகை மாறிலியாக இருக்குமானால், x மற்றும் y ஆனது நேர்மாறலில் இருக்கும்.
- ஒரு அளவானது அதிகரிக்க அல்லது குறையும் போது, முறையே, மற்றொரு அளவானது குறைய அல்லது அதிகரிக்குமாறு (எதிர் விளைவு) இரு அளவுகள் இருக்குமாயின், அவை எதிர் மாறலில் உள்ளன எனக் கூறப்படும் அல்லது எதிர் மாறலில் வேறுபடுகிறது எனக் கூறப்படும்.
- மாறாக, எப்போதும் $xy = k$, k ஆனது ஒரு மிகை மாறிலியாக இருக்குமானால், x மற்றும் y ஆனது எதிர் மாறலில் இருக்கும்.
- சில கணக்குகள், சங்கிலித் தொடர்களாக இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறல்களைப் பெற்றிருக்கும். இது கலப்பு மாறல் எனப்படும்.
- விகிதசமத்தைக் கண்ட பின், முனைக்கோடி மதிப்புகளின் பெருக்கபலனானது சராசரி மதிப்புகளின் பெருக்கல்பலனுக்குச் சமம் என்ற மெய்ம்மையைப் பயன்படுத்தி, தெரியாத (x) மதிப்பினைப் பெறலாம்.
- $\frac{P_1 \times D_1 \times H_1}{W_1} = \frac{P_2 \times D_2 \times H_2}{W_2}$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி தெரியாததைக் (x) காணலாம்.
- பெருக்கல் காரணி முறை மூலமாகவும் நாம் தெரியாததைக் (x) காணலாம்.
- இரண்டு நபர்கள் X மற்றும் Y ஆகியோர் ஒரு வேலையைத் தனித்தனியே a மற்றும் b நாள்களில் முடிப்பர் எனில், அவர்களின் ஒரு நாள் வேலை முறையே $\frac{1}{a}$ மற்றும் $\frac{1}{b}$ ஆகும்.
- X மற்றும் Y அந்த வேலையை $\frac{ab}{a+b}$ நாள்களில் முடிப்பர்.

Unit -2 Life Mathematics-TM.indd 48 20-11-2019 11:46:00

இணையச் செயல்பாடு

எதிர்பார்க்கப்படும் விளைவுகள்

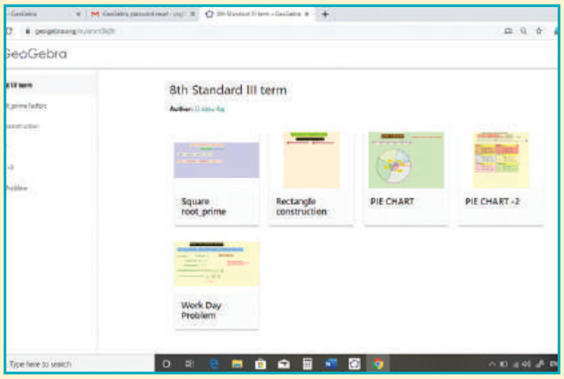


படி – 1

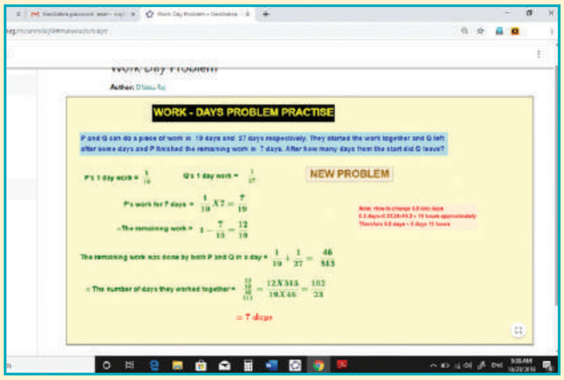
உலாவியைத் திறந்து பின்வரும் உரலித் தொடர்பை தட்டச்சு செய்யவும் (அல்லது) விரைவுக் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்யவும். 8 ஆம் வகுப்பு பருவம் III என்ற பணிப்புத்தகம் ஜியோஜீப்ராவில் திறக்கும். அதில் 'Work Day Problem' என்ற பணித்தாள் மீது சொடுக்கவும்.

படி – 2

"NEW PROBLEM" ஐக் கிளிக் செய்க. கணக்கீட்டைச் சரிபார்த்து நீங்களே வேலை செய்யுங்கள்.



படி 1



படி 2

இந்த தொடர்பில் உலாவவும்

வாழ்வியல் கணிதம்:

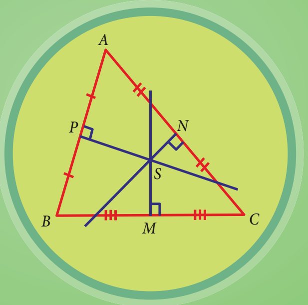
https://www.geogebra.org/m/xmm5kj9r or

விரைவுத் தகவல் குறியீட்டை நுட்பமாய் சோதிக்கவும்.

B355_8_MATHS_TM

Unit -2 Life Mathematics-TM.indd 49 20-11-2019 11:46:00

3 வடிவியல்



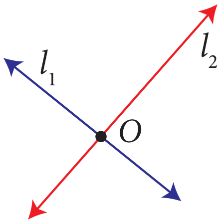
கற்றல் நோக்கங்கள்

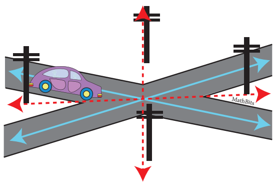
- முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள், குத்துக்கோடுகள், கோண இருசம வெட்டிகள் மற்றும் மையக்குத்துக்கோடுகள் ஆகியவை ஒரு புள்ளிவழிச் செல்வதைப் புரிந்துகொள்ளுதல்.
- சாய்சதுரம், செவ்வகம் மற்றும் சதுரம் ஆகியவற்றை வரைதல்.

I4A2T2

3.1 அறிமுகம்

ஒரு தளத்தில் இரு நேர்க்கோடுகள் ஒன்றையொன்று சந்தித்துக் கொள்ளும்பொழுது, அவை வெட்டும் கோடுகள் என அழைக்கப்படுகிறது. இங்கு, கோடுகள் l_1 மற்றும் l_2 ஆகியவை O என்ற புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்கின்றன. இங்கு புள்ளி O ஆனது l_1 மற்றும் l_2 ஆகியவற்றின் வெட்டுப்புள்ளி எனப்படும்.

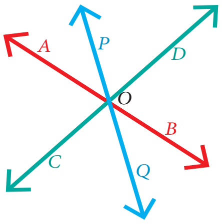


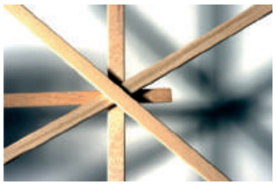


குறுக்குச் சாலைகள்

மூன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்டக் கோடுகள் ஒருபுள்ளி வழியாகச் செல்கின்றன எனில், அவை ஒருபுள்ளி வழிச் செல்லும் கோடுகள் எனப்படும்.

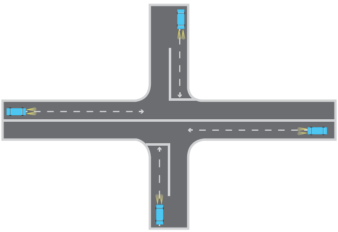
படத்தில் $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$ மற்றும் $\overleftrightarrow{PQ}$ ஆகியவை ஒருபுள்ளி வழிச்செல்லும் கோடுகள் மற்றும் O ஆனது ஒருங்கமைவுப் புள்ளியாகும்.

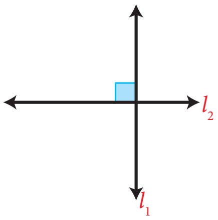




ஒரு புள்ளி வழிச் செல்லும் மரத்துண்டுகள்

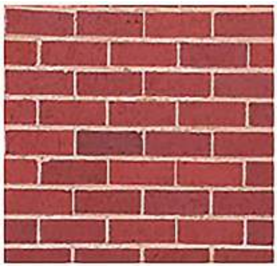
இங்கு, இரு சாலைகளும் சிறப்பான முறையில் சந்தித்துக் கொள்வதைப் பார்க்கிறாய் அல்லவா! ஆம், அவை 90°இல் ஒன்றுக்கொன்று குறுக்காகச் செல்கின்றன. இதுபோன்ற கோடுகள் **செங்குத்துக்கோடுகள்** எனப்படுகின்றன.





படத்தில் செங்குத்துக்கோடுகள் l_1 மற்றும் l_2 ஆகியவை காட்டப்பட்டுள்ளன. அவற்றை $l_1 \perp l_2$ என எழுதலாம்.

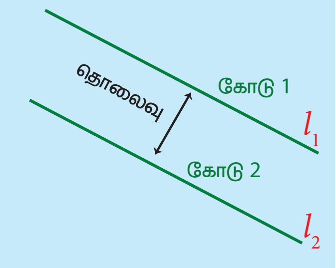
உங்கள் சூழலில் எண்ணற்ற செங்குத்துக் கோடுகளை நீங்கள் காண இயலும்.



Unit 3 - Geometry - TM.indd 50 20-11-2019 11:24:52

அனைத்து வெட்டும் கோடுகளும் செங்குத்துக் கோடுகளாகுமா? ஒரு தளத்தில் இருகோடுகள் வெட்டிக்கொள்ளவில்லை எனில் அவற்றின் பெயர் என்ன? அது சாத்தியமாகுமா? ஆம், உங்களைச் சுற்றியே பல்வேறு உதாரணங்கள் உள்ளன.

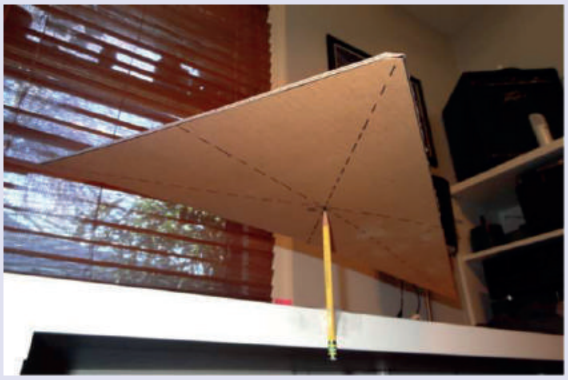
ஒரு தளத்தில் எங்கேயும் வெட்டிக்கொள்ளாதக் கோடுகள் இணைகோடுகள் எனப்படுகின்றன. அவை மாறாத செங்குத்துத் தொலைவில் உள்ளன. படத்தில், l_1 மற்றும் l_2 ஆகியவை இணைகோடுகள் ஆகும். அவற்றை $l_1 \parallel l_2$ என எழுதலாம்.



செயல்பாடு

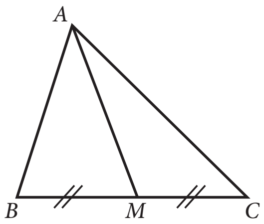
ஏதேனும் ஒரு வடிவில் காகிதத்தினை எடுத்துக் கொண்டு பின்வருமாறு மடிக்க.

(i) ஒரு சோடிச் செங்குத்துக்கோடுகள். (ii) ஒரு சோடி இணைகோடுகள்

எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் வடிவியல்	
	
முக்கோணமானது நடுக்கோட்டு மையத்தில் நிலைநிறுத்தப்பட்டுள்ளது.	தூக்கு ஏணியில் சாய்சதுர வடிவம் காணப்படுகிறது.

3.2 முக்கோணத்தின் நடுக்கோடு

ஒரு முக்கோணத்தின் உச்சிப் புள்ளியையும் அதன் எதிர்ப்பக்கத்தின் மையப் புள்ளியையும் இணைக்கும் கோடு அம்முக்கோணத்தின் நடுக்கோடு ஆகும்.



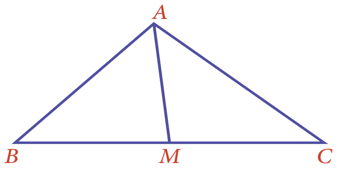
படத்தில், $\overline{AM}$ என்பது $\Delta\, ABC$ இன் நடுக்கோடாகும்.

$\Delta\, ABC$ இக்கு வேறு ஏதேனும் நடுக்கோடுகள் உள்ளனவா?

ஒரு முக்கோணத்திற்கு மூன்று உச்சிப் புள்ளிகள் உள்ளதால் மூன்று நடுக்கோடுகளையும் ஒருவர் காண இயலும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.1

படத்தில் ABC என்பது ஒரு முக்கோணம் என்க. AM என்பது அதன் நடுக்கோடுகளில் ஒன்றாகும். BM = 3.5 செ.மீ எனில் பக்கம் BC இன் நீளம் என்ன?



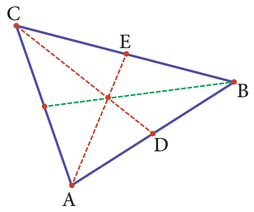
Unit 3 - Geometry - TM.indd 51 20-11-2019 11:24:53

தீர்வு:

AM என்பது நடுக்கோடு $\Rightarrow M$ ஆனது BC இன் நடுப்புள்ளி ஆகும்.

$BM = 3.5$ செ.மீ எனில், $BC = BM$ இன் நீளத்தைப்போல் இருமடங்கு $= 2 \times 3.5$ செ.மீ $= 7$ செ.மீ.

எடுத்துக்காட்டு 3.2



படத்தில், ABC என்பது ஒரு முக்கோணம் என்க. CD ஆனது அதன் நடுக்கோடுகளில் ஒன்றாகும். AD = $9x - 13$ மற்றும் BD = $4x + 2$ எனில், பக்கம் AB இன் நீளம் காண்க.

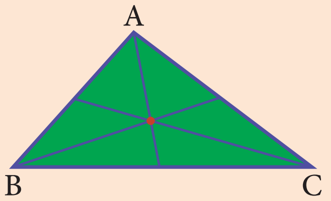
தீர்வு:

D ஆனது AB இன் மையப்புள்ளி என்பதால் AD = DB (ஏன்?).

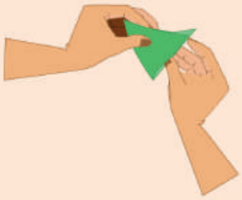
எனவே, $9x - 13 = 4x + 2$. இந்த எளியச் சமன்பாட்டைத் தீர்ப்பதன்மூலம் நாம் $x = 3$ எனப் பெறுகிறோம் (முயல்க!).

ஆகவே, AB $= 2(9x - 13) = 2(9(3) - 13) = 28$ அலகுகள்.

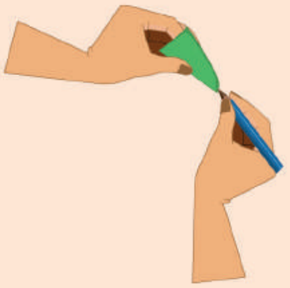
செயல்பாடு



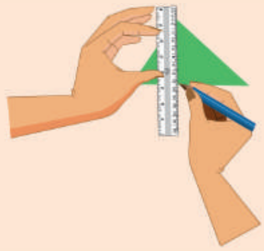
1. முக்கோண வடிவ காகிதத்தை எடுத்துக் கொள்க. (குறுங்கோண முக்கோணத்தைக் கொண்டு தொடங்குவோம்) அதற்கு ABC எனப் பெயரிடுக.



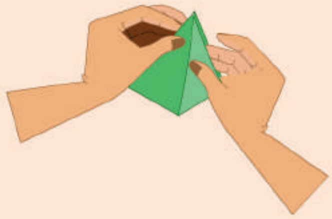
2. மடிப்புக் கோடானது உச்சிப்புள்ளி A வழியாகவும், B ஆனது C இன் மேல் பொருந்தும் நிலையில் BC ஐ சந்திக்குமாறும் காகிதத்தினை மடிக்க



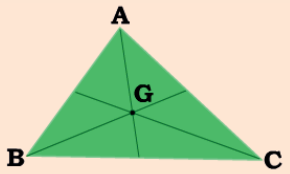
3. BC இன் மையப்புள்ளி M ஐக் குறிக்க.



4. தெளிவாகக் காண விரும்பினால், இப்போது நீங்கள் நடுக்கோடு AMஐ வரைந்து கொள்ளலாம். (அல்லது மடிப்பாகவே இருக்கலாம்)



5. இதேபோன்று மடித்து, மற்ற இரண்டு நடுக்கோடுகளையும் வரைக.

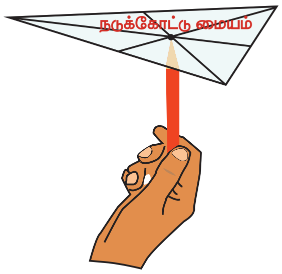


6. அனைத்து நடுக்கோடுகளும் ஒரேபுள்ளி வழிச் செல்கின்றனவா?

இப்போது இதே செயல்பாட்டினை மீண்டும் விரிகோண மற்றும் செங்கோண முக்கோணங்களுக்கும் செய்க. உங்களின் முடிவு என்ன?

எந்தவொரு முக்கோணத்தின் மூன்று நடுக்கோடுகளும் ஒருபுள்ளி வழிச் செல்லும் கோடுகள் ஆகும்.

3.2.1 நடுக்கோட்டு மையம்:



ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று நடுக்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி அதன் நடுக்கோட்டு மையம் ஆகும். இது **G** என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது. இது புவிஈர்ப்பு மையமாகத் திகழ்வது ஒரு வியப்பாகும். இந்த உண்மையை ஒருவர் எளிதில் சரிபார்க்கலாம். முக்கோண வடிவில் உள்ள ஓர் அட்டையை எடுத்துக்கொள்க. அதன் நடுக்கோட்டு மையத்தினை விரல் நுனியிலோ அல்லது பென்சிலின் நுனியிலோ வைப்பதன் மூலம் அம்முக்கோணத்தைக் கிடைமட்டமாக நிலைநிறுத்த இயலும்.

முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையத்தைக் காண மூன்று நடுக்கோடுகளையும் காண வேண்டுமா? இப்போது, பின்வரும் வினாக்களுக்கான விடைகளை நீங்களாகவே ஆராயலாம்.

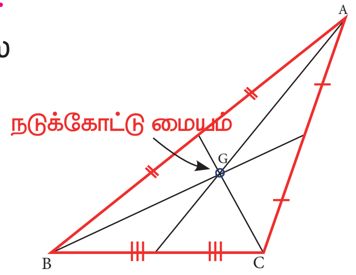
(i) ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையத்தை எவ்வாறு காண்பீர்கள்?

(ii) நடுக்கோட்டு மையமானது உச்சிப் புள்ளிகளிலிருந்து சமதூரத்தில் உள்ளனவா?

(iii) ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையம் எப்போதும் அதன் உள்பகுதியிலேயே அமைகிறதா?

(iv) (அ) இருசமபக்க முக்கோணம் (ஆ) சமபக்க முக்கோணம் ஆகியவற்றின் நடுக்கோடுகளில் ஏதேனும் சிறப்புத்தன்மை உள்ளனவா?

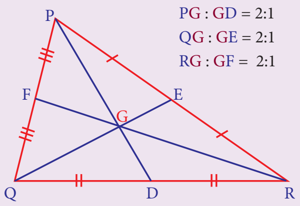
3.2.2 முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையத்தின் பண்புகள்:



முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையத்தின் அமைவிடமானது சில சிறப்புப் பண்புகளைக் கொண்டுள்ளது.

- எப்போதும் அது முக்கோணத்தின் உள்பகுதியிலேயே அமைகிறது.
- எந்தவொரு முக்கோணப்படலத்திற்கும் புவிஈர்ப்பு மையமாகத் திகழ்வதை நாம் ஏற்கனவேப் பார்த்திருக்கிறோம்.
- கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தை உற்றுநோக்குக. ஒவ்வோர் உச்சிப் புள்ளியிலிருந்தும் Gஇக்கு வரையப்பட்டுள்ள கோடுகள் $\triangle ABG$, $\triangle BCG$ மற்றும் $\triangle CAG$ ஆகிய மூன்று முக்கோணங்களை உருவாக்குகிறது. வியக்கத்தக்க வகையில், இந்த மூன்று முக்கோணங்களும் சம பரப்பளவைக் கொண்டுள்ளன.

முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள் அதனை சம பரப்பளவுள்ள மூன்று சிறிய முக்கோணங்களாகப் பிரிக்கும்!

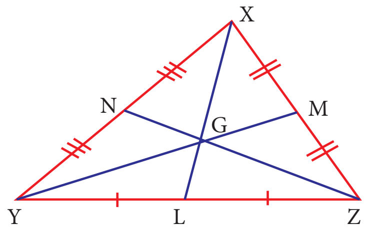


முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையமானது ஒவ்வொரு நடுக்கோட்டையும், உச்சிப் புள்ளிக்கு அருகாமையில் இருக்கும் கோட்டுத்துண்டை மற்றொன்றைப் போல் இருமடங்காக உள்ளவாறு இரண்டாகப் பிரிக்கிறது.

அதாவது, நடுக்கோட்டு மையமானது ஒவ்வொரு நடுக்கோட்டையும் 2:1 என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கிறது (எடுத்துக்காட்டாக, GD ஆனது PD இல் $\frac{1}{3}$ பங்காகும்).

(காகிதமடிப்பு முறையில் இதனைச் சரிபார்க்க முயற்சி செய்).

எடுத்துக்காட்டு 3.3



படத்தில், *G* ஆனது முக்கோணம் XYZ இன் நடுக்கோட்டு மையம் ஆகும்.

(i) GL = 2.5 செ.மீ எனில், XL இன் நீளம் காண்க..

(ii) YM = 9.3 செ.மீ எனில், GM இன் நீளம் காண்க..

Unit 3 - Geometry - TM.indd 53
20-11-2019 11:24:54

தீர்வு:

(i) G ஆனது நடுக்கோட்டு மையம் என்பதால், XG : GL = 2 : 1

$\Rightarrow$ XG : 2.5 = 2 : 1.

எனவே, $1 \times (XG) = 2 \times (2.5) \Rightarrow XG = 5$ செ.மீ ஆகும்.

$\therefore$ XL இன் நீளம் = XG + GL = 5 + 2.5 = 7.5 செ.மீ.

(ii) YG இன் நீளம் இரண்டு பங்கு எனில், GM இன் நீளம் 1 பங்கு ஆகும் (ஏன்?).

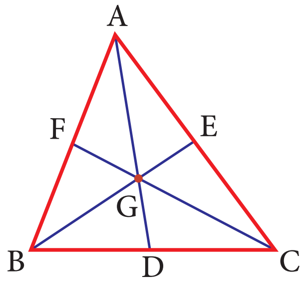
அதாவது YM இன் நீளம் 3 பங்குகள் ஆகும்.

3 பங்குகள் என்பது 9.3 செ.மீ நீளம் ஆகும். ஆகவே, GM இன் நீளம் (1பங்கு) = $9.3 \div 3 = 3.1$ செ.மீ.

எடுத்துக்காட்டு 3.4

ABC ஆனது ஒரு முக்கோணம் மற்றும் G ஆனது அதன் நடுக்கோட்டு மையம் ஆகும். AD=12 செ.மீ, BC=8 செ.மீ மற்றும் BE=9 செ.மீ எனில், $\triangle BDG$ இன் சுற்றளவைக் காண்க.

தீர்வு:



ABC ஆனது ஒரு முக்கோணம் மற்றும் G ஆனது அதன் நடுக்கோட்டு மையம் ஆகும்.

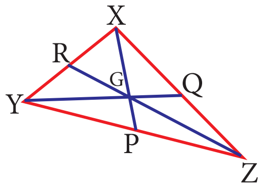
AD = 12 செ.மீ $\Rightarrow$ GD = AD இல் $\frac{1}{3}$ பங்கு = $\frac{1}{3}(12) = 4$ செ.மீ மற்றும்

BE = 9 செ.மீ $\Rightarrow$ BG = BE இல் $\frac{2}{3}$ பங்கு = $\frac{2}{3}(9) = 6$ செ.மீ

மேலும், D என்பது BC இன் மையப்புள்ளி $\Rightarrow$ BD = BC இல் $\frac{1}{2}$ பங்கு = $\frac{1}{2}(8) = 4$ செ.மீ.

$\therefore$ $\triangle BDG$ இன் சுற்றளவு = BD+GD+BG = 4+4+6 = 14 செ.மீ

எடுத்துக்காட்டு 3.5



முக்கோணம் XYZ இல் G ஆனது நடுக்கோட்டு மையம் ஆகும். GP=2.5 செ.மீ, GY=6 செ.மீ மற்றும் ZR=12 செ.மீ எனில் XP, QY மற்றும் GRஐக் காண்க.

தீர்வு:

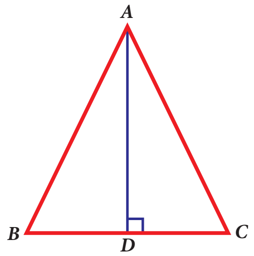
நடுக்கோட்டு மையம் G ஆனது ஒவ்வொரு நடுக்கோட்டையும் 2:1 என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கும்.

$\therefore$ XG = 2GP $\Rightarrow$ XG = 2(2.5) = 5 செ.மீ மற்றும் XP = XG + GP = 5 + 2.5 = 7.5 செ.மீ.

இதேபோன்று, GY = 2GQ $\Rightarrow$ 6 = 2GQ $\Rightarrow$ GQ = 3 செ.மீ மற்றும் QY = 3 + 6 = 9 செ.மீ.

இப்போது, ZR = 12 செ.மீ $\Rightarrow$ GR + GZ = 12 செ.மீ $\Rightarrow$ GR+2GR = 12 செ.மீ $\Rightarrow$ GR = 4 செ.மீ.

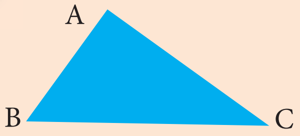
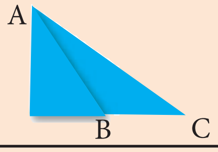
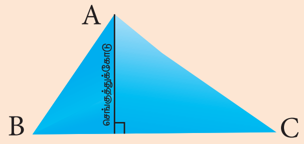
3.3 முக்கோணத்தின் செங்குத்துக்கோடு



முக்கோணத்தின் உயரம் என்று அறியப்படும் முக்கோணத்தின் செங்குத்துக்கோடு என்பது முக்கோணத்தின் உச்சியிலிருந்து அதன் எதிர்ப்பக்கத்திற்குச் செங்குத்தாக வரையப்படும் கோடாகும். செங்குத்துக் கோடானது முக்கோணத்தின் அடிப்பக்கத்தின் மீது செங்கோணத்தை உருவாக்குகிறது. இங்கு $\triangle ABC$ இல் $AD \perp BC$ ஆனது செங்குத்துக்கோடுகளில் ஒன்றாகும்.

Unit 3 - Geometry - TM.indd 54
20-11-2019 11:24:55

செயல்பாடு

		
1. ஒரு குறுங்கோண முக்கோண வடிவில் வெட்டப்பட்டுள்ள காகிதத்தை எடுத்துக் கொள்க, அதற்கு ABC எனப் பெயரிடுக.	2. முக்கோணத்தின் ஒரு பக்கமானது அதன் மீது பொருந்துமாறும் அப்பக்கத்திற்கு எதிரேயுள்ள உச்சியைப் பெற்றிருக்குமாறும் அம்முக்கோணத்தை மடிக்க.	3. நீங்கள் செங்குத்துக்கோட்டை தெளிவாகக் காண விரும்பினால் இப்போது நீங்கள் செங்குத்துக்கோடு AM ஐ வரைந்து கொள்ளலாம்.

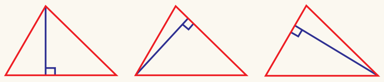
இதேபோன்று மற்ற இரு பக்கங்களின் செங்குத்துக்கோடுகளையும் காண்க. மேலும், உங்கள் ஆசிரியரின் உதவியுடன் செங்கோண மற்றும் விரிகோண முக்கோணங்களின் செங்குத்துக்கோடுகளையும் காண்க. ஒரு முக்கோணத்தின் அனைத்துச் செங்குத்துக்கோடுகளும் ஒரு புள்ளி வழியாகச் செல்கின்றனவா?

எந்தவொரு முக்கோணத்தின் மூன்று செங்குத்துக்கோடுகளும் ஒருபுள்ளி வழிச் செல்லும் கோடுகள் ஆகும்.

அவ்வாறு சந்திக்கும் புள்ளியானது அதன் செங்கோட்டுமையம் ஆகும். இது H என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது.

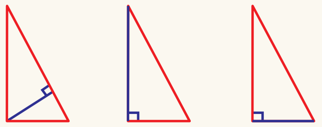
சிந்திக்க

1. **குறுங்கோண முக்கோணத்தில்**, மூன்று செங்குத்துக் கோடுகளும் முக்கோணத்தின் உள்பகுதியிலேயே அமையும். அதன் செங்கோட்டு மையம் எங்கு அமையும்? முக்கோணத்தின் உள் பகுதியில் அமையுமா? அல்லது வெளிப் பகுதியில் அமையுமா?



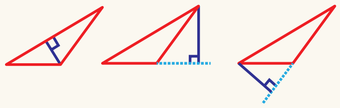
குறுங்கோண முக்கோணத்தில் செங்குத்துக் கோடுகள்

2. **செங்கோண முக்கோணத்தில்**, கர்ணத்திற்குச் செங்குத்தாக உள்ள செங்குத்துக்கோடானது உள்பகுதியிலும், மற்ற இரண்டு செங்குத்துக்கோடுகளின் செங்கோணத்தைத் தாங்கும் பக்கங்களாகவும் அமையும். இவ்வகை முக்கோணங்களுக்குச் செங்கோட்டுமையம் எங்கு அமையும் எனக் கூற இயலுமா?



செங்கோண முக்கோணத்தில் செங்குத்துக் கோடுகள்

3. **விரிகோண முக்கோணத்தில்**, விரிகோணத்தைத் தாங்கும் உச்சியிலிருந்து வரையப்படும் செங்குத்துக்கோடு முக்கோணத்தின் உள்பகுதியிலும் குறுங்கோணங்களைத் தாங்கும் உச்சிகளிலிருந்து வரையப்படும் மற்ற இரு செங்குத்துக்கோடுகள் முக்கோணத்தின் வெளிப்பகுதியிலும் அமையும். இவ்வகை முக்கோணங்களுக்குச் செங்கோட்டு மையம் எங்கு அமையும் எனக் கூற இயலுமா?

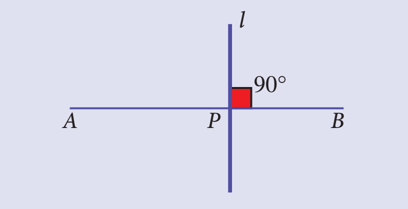
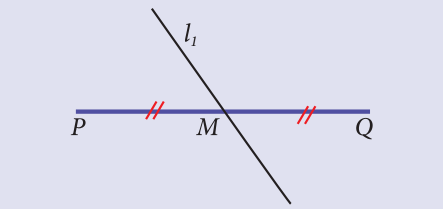
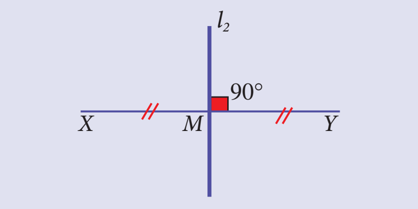


விரிகோண முக்கோணத்தில் செங்குத்துக் கோடுகள்

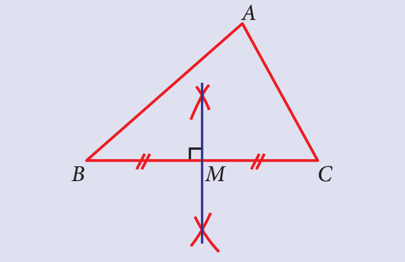
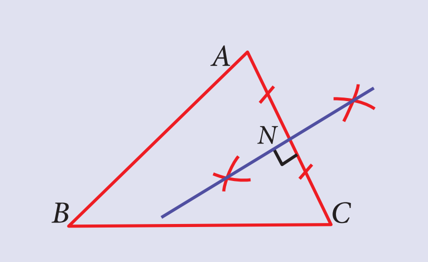
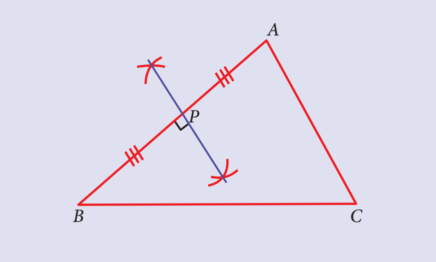
Unit 3 - Geometry - TM.indd 55 20-11-2019 11:24:56

3.4 மையக்குத்துக்கோடு

பின்வரும் கருத்துக்களை நாம் முதலில் நினைவு கூர்வோம்.

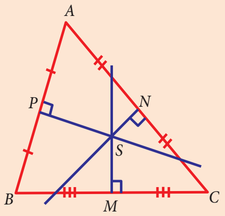
குத்துக்கோடு	மையக்கோடு (இருசமவெட்டி)	மையக்குத்துக்கோடு
		
$\overline{AB}$ என்பது ஒரு கோட்டுத்துண்டு. l ஆனது $\overline{AB}$ இக்குச் செங்குத்து. P என்பது குத்துக்கோட்டின் அடியாகும். இங்கு, $\overline{AP} \neq \overline{PB}$ என்பது குறிப்பிடத்தக்கது.	$\overline{PQ}$ என்பது ஒரு கோட்டுத்துண்டு. l_1 ஆனது $\overline{PQ}$ இன் மையக்கோடு. M என்பது $\overline{PQ}$ இன் மையப்புள்ளி ஆகும். l_1 ஆனது $\overline{PQ}$ இக்குச் செங்குத்தாக இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை.	$\overline{XY}$ என்பது ஒரு கோட்டுத்துண்டு. l_2 ஆனது $\overline{XY}$ இன் மையக்கோடு. மேலும், l_2 என்பது $\overline{XY}$ இக்குச் செங்குத்து. M ஆனது $\overline{XY}$ இன் மையப்புள்ளி.

முக்கோணம் ABC ஐக் கருத்தில் கொள்க. அதற்கு மூன்று பக்கங்கள் உள்ளன. ஒவ்வொரு பக்கத்திற்கும் ஒரு மையக்குத்துக்கோட்டினைப் பின்வருமாறு நீங்கள் பெற இயலும்.

		
பக்கம் BC இன் மையக் குத்துக்கோடு	பக்கம் AC இன் மையக் குத்துக்கோடு	பக்கம் AB இன் மையக்குத்துக்கோடு
M என்பது $\overline{BC}$ இன் மையப்புள்ளி ஆகும். M இல் நாம் செங்கோணத்தைப் பெறுகிறோம்.	N என்பது $\overline{AC}$ இன் மையப்புள்ளி ஆகும். N இல் நாம் செங்கோணத்தைப் பெறுகிறோம்.	P என்பது $\overline{AB}$ இன் மையப்புள்ளி ஆகும். P இல் நாம் செங்கோணத்தைப் பெறுகிறோம்.

ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று மையக்குத்துக் கோடுகளும் ஒரு புள்ளி வழிச்செல்லும் கோடுகளாக அமைவது வியப்பிற்குரியது!

செயல்பாடு



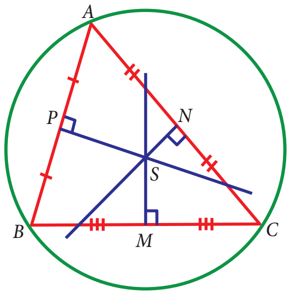
காகித மடிப்பு முறையில் முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் மையக்குத்துக் கோடுகள் ஒரே புள்ளி வழிச் செல்வதை நாம் காண இயலும். முயற்சி செய்க!

எந்தவொரு முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் மையக்குத்துக்கோடுகளும் ஒருபுள்ளி வழிச் செல்லும் கோடுகளாகும்.

நடுக்கோட்டு மையம் காண்பதற்குச் செய்ததைப் போன்றே, குறுங்கோண, விரிகோண, செங்கோண, இருசமபக்க மற்றும் சமபக்க முக்கோணம் போன்ற வெவ்வேறு வகை முக்கோணங்களுக்கும் இச்செயல்பாட்டினை மீண்டும் செய்க. இவ்வகையில் சமபக்க முக்கோணங்களின் மையக்குத்துக் கோடுகள் ஏதேனும் சிறப்புத் தன்மையைப் பெற்றுள்ளனவா?

Unit 3 - Geometry - TM.indd 56 20-11-2019 11:25:04

3.4.1 சுற்றுவட்ட மையம்:



ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களின் மையக்குத்துக் கோடுகளும் சந்திக்கும் புள்ளி அதன் சுற்றுவட்ட மையம் ஆகும். இது S என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது. அது ஏன் அவ்வாறு அழைக்கப்படுகிறது?

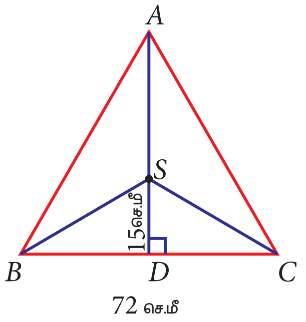
ஏனெனில், முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் மையக்குத்துக்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளியை சுற்றுவட்ட மையமாகக் கொண்டு, அம்முக்கோணத்தின் மூன்று உச்சிப்புள்ளிகள் வழியாகச் செல்லுமாறு முக்கோணத்தினைச் சுற்றிலும் ஒருவரால் வட்டத்தினை வரைய இயலும். இவ்வாறு, சுற்றுவட்ட மையமானது முக்கோணத்தின் உச்சிகளிலிருந்து சமதூரத்தில் அமைந்துள்ளது.

செயல்பாடு

காகித மடிப்பு முறையில் பின்வருவனவற்றைச் சரியானவையா என ஆராய்க:

1. குறுங்கோண முக்கோணத்தின் சுற்றுவட்டமையமானது அம்முக்கோணத்தின் உள்பகுதியிலேயே அமையும்.
2. விரிகோண முக்கோணத்தின் சுற்றுவட்டமையானது அம்முக்கோணத்தின் வெளிப்பகுதியிலேயே அமையும்.
3. செங்கோண முக்கோணத்தின் சுற்றுவட்டமையானது அம்முக்கோணத்தின் கர்ணத்தின் மையப்புள்ளியில் அமையும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.6



ΔABCஇல், S என்பது சுற்றுவட்ட மையம், BC = 72 செ.மீ மற்றும் DS = 15 செ.மீ எனில் சுற்றுவட்டத்தின் ஆரத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

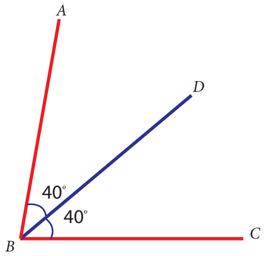
ΔABCஇல் S என்பது சுற்றுவட்டமையமாகும் என்பதால், அது A, B மற்றும் C இலிருந்து சமதூரத்தில் இருக்கும். ஆகவே AS = BS = CS = சுற்றுவட்டத்தின் ஆரம். AD ஆனது BC இன் மையக்குத்துக்கோடு என்பதால், $BD = \frac{1}{2} \times BC = \frac{1}{2} \times 72 = 36$ செ.மீ

பித்தாகரஸ் தேற்றத்தின்படி செங்கோண முக்கோணம் BDS இல்,

$$BS^2 = BD^2 + SD^2 = 36^2 + 15^2 = 1521 = 39^2 \Rightarrow BS = 39 \text{ செ.மீ}$$

$\therefore\ \Delta ABC$ இன் சுற்றுவட்டத்தின் ஆரம் = 39 செ.மீ ஆகும்.

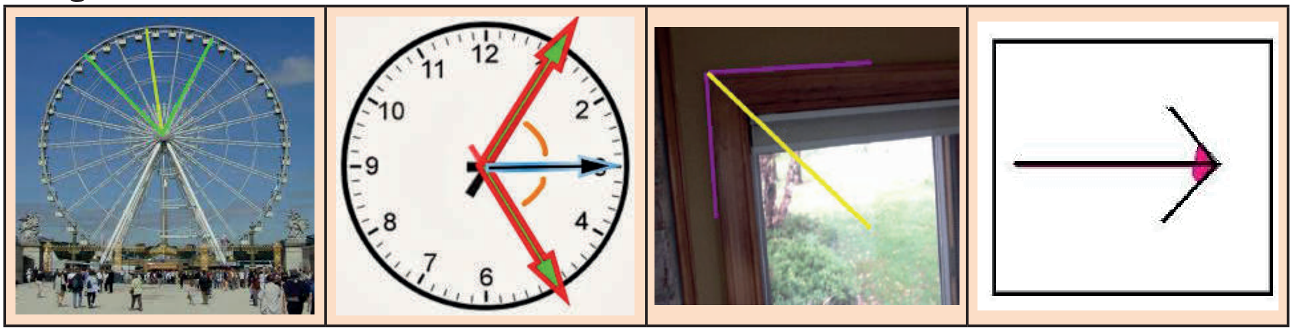
3.5 கோண இருசமவெட்டி



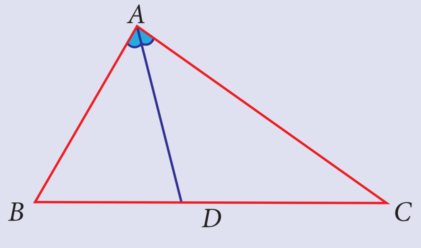
முந்தைய வகுப்பில், கோண இருசமவெட்டிகளைப் பற்றி நாம் கற்றிருக்கிறோம். கோண இருசமவெட்டி என்பது ஒரு கோணத்தை இரண்டு சமஅளவுள்ள கோணங்களாகப் பிரிக்கும் கோடு அல்லது கதிர் ஆகும். படத்தில், $\angle ABC$ ஆனது BD என்ற கோட்டின் மூலம் $\angle ABD = \angle CBD$ என இருக்குமாறு இருசம கோணங்களாகப் பிரிக்கப்படுகிறது.

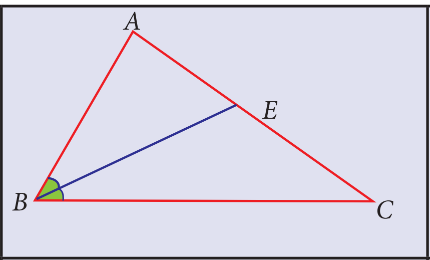
Unit 3 - Geometry - TM.indd 57 20-11-2019 11:25:05

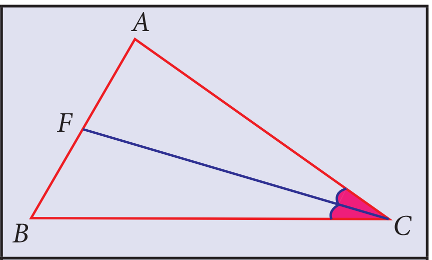
ஒருவரின் அன்றாட வாழ்வில் கோண இருசமவெட்டிகள் காணப்படும் பொருள்களுக்குச் சில எடுத்துக்காட்டுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.



ABCஐக் கருத்தில் கொள்க. ஒரு முக்கோணம் எத்தனை கோணங்களைப் பெற்றிருக்கிறது? 3 கோணங்கள். ஒவ்வொரு கோணத்திற்கும் ஒரு கோண இருசமவெட்டியைப் பின்வருமாறு நீங்கள் பெற இயலும்.

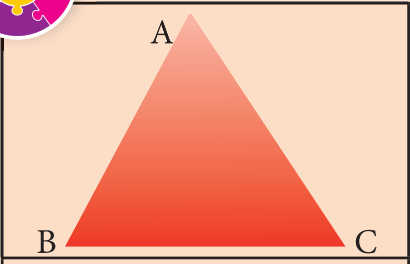


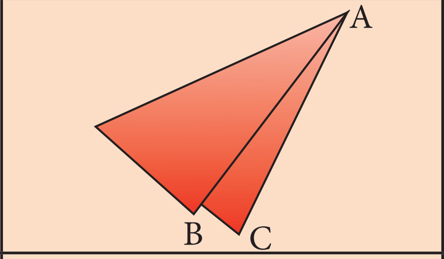


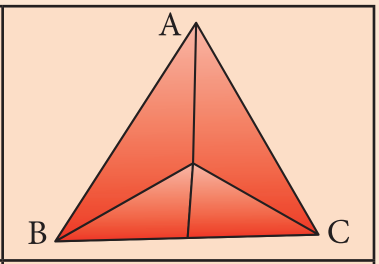


AD ஆனது $\angle A$ ஐ இருசம அளவுள்ள கோணங்களாகப் பிரிக்கிறது. எனவே, அது $\angle A$ இன் கோண இருசமவெட்டி ஆகும்.	BE ஆனது $\angle B$ ஐ இருசம அளவுள்ள கோணங்களாகப் பிரிக்கிறது. எனவே அது $\angle B$ இன் கோண இருசமவெட்டி ஆகும்.	CF ஆனது $\angle C$ ஐ இருசம அளவுள்ள கோணங்களாகப் பிரிக்கிறது. எனவே அது $\angle C$ இன் கோண இருசமவெட்டி ஆகும்.

செயல்பாடு







1. முக்கோண வடிவில் வெட்டப்பட்டுள்ளக் காகிதத்தினை எடுத்துக்கொள்க. அதற்கு ABC எனப் பெயரிடுக.	2. எதிர்ப்பக்கங்கள் ஒன்றன்மீது ஒன்று பொருந்துமாறும், உச்சிப்புள்ளியைப் பெற்றிருக்குமாறும் முக்கோணத்தினை மடிக்க. இதேபோன்று மீண்டும் செய்து மற்ற இரண்டு கோணங்களின் கோண இருசமவெட்டிகளைக் காண்க.	3. அனைத்து மடிப்புக் கோடுகளையும் வரைக. அனைத்துக் கோண இருசம வெட்டிகளும் ஒரே புள்ளி வழிச் செல்கின்றனவா?

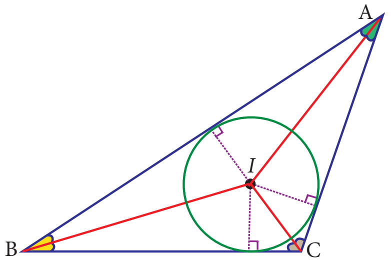
இதே செயல்பாட்டினை மீண்டும் விரிகோண மற்றும் செங்கோண முக்கோணங்களுக்கும் செய்து பார்க்கவும். உங்களின் முடிவு என்ன?

அனைத்து வகை முக்கோணங்களிலும், கோண இருசமவெட்டிகள் ஒரே புள்ளி வழிச் செல்கின்றனவா?

எந்தவொரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோண இருசமவெட்டிகளும் ஒரு புள்ளி வழிச் செல்லும் கோடுகள் ஆகும்.

Unit 3 - Geometry - TM.indd 58 20-11-2019 11:25:06

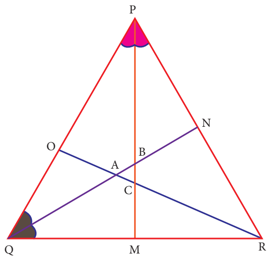
3.5.1 உள்வட்ட மையம்:



ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் இருசமவெட்டிகளும் சந்திக்கும் புள்ளி அம்முக்கோணத்தின் உள்வட்டமையம் எனப்படும். இதனை I என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது.

ஏன் அவ்வாறு அழைக்கப்படுகிறது? ஏனெனில், கோணங்களின் இருசமவெட்டிகள் சந்திக்கும் புள்ளியை மையமாகக் கொண்டு, ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களையும் உட்புறமாகத் தொட்டுச் செல்லுமாறு அம்முக்கோணத்தினுள் வட்டம் வரைய இயலும். முக்கோணத்தின் உள்வட்டமையத்திலிருந்து அதன் ஒவ்வொரு பக்கத்திற்கும் வரையப்படும் செங்குத்துக் கோட்டின் நீளம் சமமாக இருக்கும். இவ்வாறு உள்வட்ட மையமானது முக்கோணத்தின் அனைத்து பக்கங்களுக்கும் சமதூரத்தில் உள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 3.7



முக்கோணம் PQR இன் உள்வட்ட மையத்தினைக் கண்டறிக.

தீர்வு:

முக்கோணத்தின் உள்வட்ட மையமானது அதன் கோணங்களின் இருசமவெட்டிகள் சந்திக்கும் புள்ளி ஆகும்.

இங்கு PM மற்றும் QN ஆகியவை முறையே $\angle P$ மற்றும் $\angle Q$ இன் கோண இருசமவெட்டிகள் ஆகும். அவை B இல் வெட்டிக்கொள்கின்றன.

எனவே, முக்கோணம் PQR இன் உள்வட்ட மையம் B ஆகும்.

A மற்றும் C ஆகியவை ΔPQR இன் உள்வட்ட மையங்களாகுமா? ஏன்?

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

கொடுக்கப்பட்டுள்ள முக்கோணத்தின் வகையைப் பொறுத்து நடுக்கோட்டு மையம், செங்கோட்டுமையம், சுற்றுவட்டமையம் மற்றும் உள்வட்டமையம் ஆகியவற்றின் அமைவிடங்கள் வேறுபடுகின்றன. அவற்றின் அமைவிடங்களை எளிதில் நினைவில் கொள்ள பின்வரும் குறிப்புகள் நமக்கு உதவியாக இருக்கும்.

(i) அனைத்து வகை முக்கோணங்களுக்கும், நடுக்கோட்டுமையமும் (G) உள்வட்ட மையமும் (I) முக்கோணத்தின் உள்பகுதியிலேயே அமையும்.

(ii) செங்கோட்டுமையமானது (H) குறுங்கோண முக்கோணத்தின் உள்பகுதியிலும், விரிகோண முக்கோணத்தின் வெளிப்பகுதியிலும், செங்கோண முக்கோணத்தின் செங்கோணம் $(90°)$ அமையும் உச்சியின் மீதும் அமையும்.

(iii) சுற்றுவட்டமையமானது (S), குறுங்கோண முக்கோணத்தின் உள்பகுதியிலும், விரிகோண முக்கோணத்தின் வெளிப்பகுதியிலும், செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணத்தின் மீதும் அமையும்.

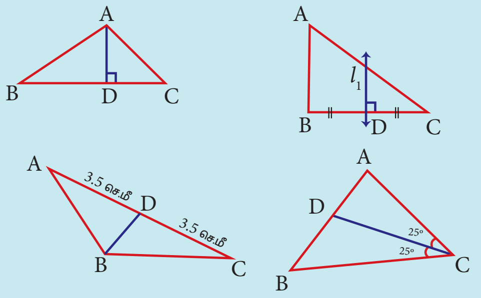
இவற்றை முயல்க

ஒவ்வொரு முக்கோணத்திலும் கொடுக்கப்பட்டுள்ள கோடுகளின் வகைகளை அடையாளம் காண்க.

(நடுக்கோடு, செங்குத்துக்கோடு, மையக்குத்துக்கோடு, கோண இருசமவெட்டி)

(i) AD =__________ (ii) l_1 =__________

(iii) BD =__________ (iv) CD =__________



Unit 3 - Geometry - TM.indd 59 20-11-2019 11:25:06

சிந்திக்க

1. காகித மடிப்பு முறையில் சமபக்க முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டுமையம், செங்கோட்டு மையம், சுற்றுவட்டமையம் மற்றும் உள்வட்டமையம் ஆகியவற்றைக் காண்க. அவை ஒரே புள்ளியில் அமைகிறதா?
2. காகித மடிப்பு முறையில் ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டுமையம் (G), செங்கோட்டு மையம் (H), சுற்றுவட்டமையம் (S) மற்றும் உள்வட்டமையம் (I) ஆகியவற்றைக் காண்க. G, H, S மற்றும் I ஐ இணைக்க. அவை ஒரு கோடமைவுப் புள்ளிகளா?

பயிற்சி 3.1

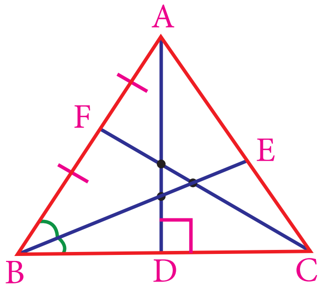
1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**
   (i) ஒரு முக்கோணத்தின் செங்குத்துக்கோடுகள் வெட்டிக்கொள்ளும் புள்ளி __________ ஆகும்.
   (ii) ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள் வெட்டிக்கொள்ளும் புள்ளி __________ ஆகும்.
   (iii) ஒரு முக்கோணத்தின் கோண இருசமவெட்டிகள் சந்திக்கும் புள்ளி __________ ஆகும்.
   (iv) ஒரு முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் மையக்குத்துக்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி __________ ஆகும்.
   (v) ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டுமையமானது ஒவ்வொரு நடுக்கோட்டையும் __________ விகிதத்தில் பிரிக்கின்றது.

2. **சரியா அல்லது தவறா எனக் கூறுக:**
   (i) எந்தவொரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டுமையமும் உள்வட்டமையமும் அம்முக்கோணத்தின் உள்பகுதியில் அமையும்.
   (ii) ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டுமையமும், செங்கோட்டுமையமும், உள்வட்ட மையமும் ஒரு கோடமைவுப் புள்ளிகள் ஆகும்.
   (iii) ஒரு முக்கோணத்தின் உள்வட்டமையமானது அதன் அனைத்து உச்சிப்புள்ளிகளிலிருந்தும் சமதூரத்தில் உள்ளது.

3. **(அ) கொடுக்கப்பட்டுள்ள முக்கோணங்களின் சுற்றுவட்டமையம் எங்கே அமையும்?**
   (i) குறுங்கோண முக்கோணம்.
   (ii) விரிகோண முக்கோணம்.
   (iii) செங்கோண முக்கோணம்.

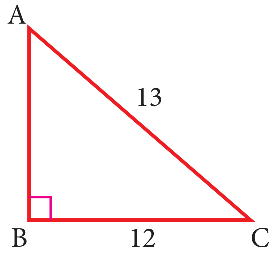
   (ஆ) கொடுக்கப்பட்டுள்ள முக்கோணங்களின் செங்கோட்டுமையம் எங்கே அமையும்?
   (i) குறுங்கோண முக்கோணம்.
   (ii) விரிகோண முக்கோணம்.
   (iii) செங்கோண முக்கோணம்.

4. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:
   முக்கோணம் ABC இல்,
   (i) கோண இருசமவெட்டி ________ ஆகும்.
   (ii) செங்குத்துக் கோடு ________ ஆகும்.
   (iii) நடுக்கோடு ________ ஆகும்.

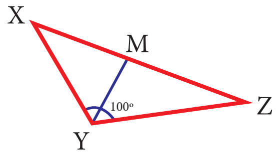


Unit 3 - Geometry - TM.indd 60
20-11-2019 11:25:06

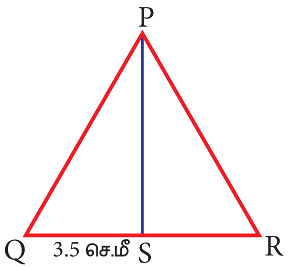
5. செங்கோண முக்கோணம் ABCஇல், உச்சி A இலிருந்து BC இக்கு வரையப்பட்டுள்ள செங்குத்துக் கோட்டின் நீளம் என்ன?



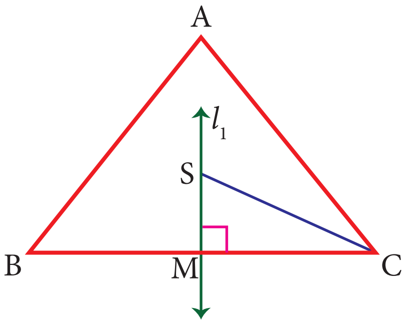
6. முக்கோணம் XYZ இல், $\angle Y$ இன் கோண இருசமவெட்டி YM மற்றும் $\angle Y$ ஆனது $100°$ ஆகும். $\angle XYM$ மற்றும் $\angle ZYM$ ஆகியவற்றைக் காண்க.



7. முக்கோணம் PQR இல், PS என்பது நடுக்கோடு மற்றும் QS=3.5 செ.மீ எனில் QR ஐக் காண்க.



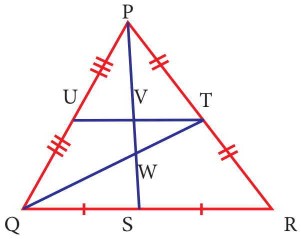
8. முக்கோணம் ABC இல், BC இன் மையக்குத்துக்கோடு l_1 ஆகும். BC=12 செ.மீ, SM=8 செ.மீ எனில் CS ஐக் காண்க.



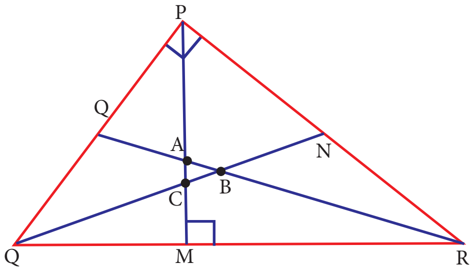
பயிற்சி 3.2

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்

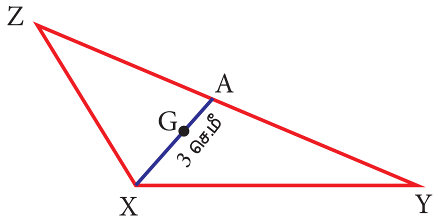
1. ΔPQR இன் நடுக்கோட்டுமையத்தைக் கண்டறிக.



2. ΔPQRஇன் செங்கோட்டுமையத்தைக் கண்டறிக.



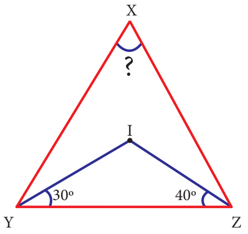
3. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில், YZ இன் மையப்புள்ளி A மற்றும் G ஆனது முக்கோணம் XYZ இன் நடுக்கோட்டுமையம் ஆகும். GA இன் நீளம் 3 செ.மீ எனில் XA ஐக் காண்க.



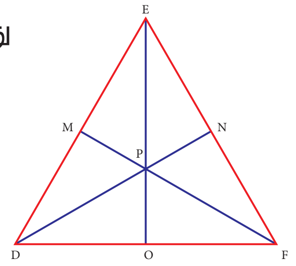
Unit 3 - Geometry - TM.indd 61 20-11-2019 11:25:07

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

4. ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில், செங்கோணத்தைத் தாங்கும் பக்கங்கள் 15 அடி மற்றும் 20 அடி எனில், அம்முக்கோணத்தின் கர்ணத்தின் மீதமைந்த செங்குத்துக் கோட்டின் நீளத்தைக் காண்க.
5. ΔXYZஇன் உள்வட்ட மையம் I, $\angle IYZ = 30^\circ$ மற்றும் $\angle IZY = 40^\circ$ எனில் $\angle YXZ$ ஐக் காண்க.



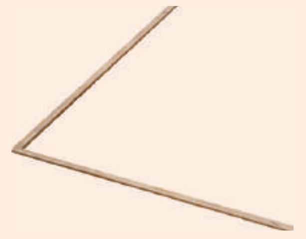
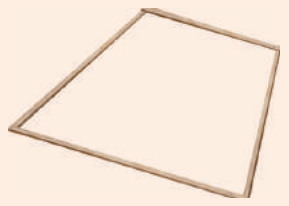
6. ΔDEFஇல், DN, EO, FM ஆகியவை நடுக்கோடுகள் மற்றும் புள்ளி P ஆனது நடுக்கோட்டுமையம் ஆகும். எனில் பின்வருவனற்றைக் காண்க.
   (i) DE=44 எனில் DM = ?
   (ii) PD=12 எனில் PN = ?
   (iii) DO =8 எனில் FD = ?
   (iv) OE=36 எனில் EP = ?



3.6 சிறப்பு நாற்கரங்களை வரைதல்

சிறப்பு நாற்கரங்களை வரையத் தொடங்கும் முன், அவற்றை வரைவதற்கு உதவியாக இருக்கும் சில அடிப்படைப் பண்புகளை நாம் நினைவு கூர்வது அவசியமாகும். சில செயல்பாடுகளைச் செய்து பார்ப்பதன் மூலம் அப்பண்புகளைத் தொகுத்து அவற்றை நினைவு கூர்வோம்.

செயல்பாடு

	
1. ஒரு சோடி சமமற்ற நீளமுள்ள குச்சிகளை (துடைப்பக்குச்சியின் துண்டுகள் என்க) அவற்றின் ஒரு முனையில் இணைத்தவாறு வைக்கவும்.	**2.** இப்போது, அதபோன்று மற்றொரு சோடியைச் செய்து முதலில் வைத்துள்ள குச்சிகளின் இணைக்கப்படாத முனைகளுடன் சந்திக்குமாறு வைக்கவும்.

கிடைக்கப்பெறும் மூடிய வடிவத்தின் பெயர் என்ன? அது ஒரு நாற்கரமாகும். அதற்கு ABCD எனப் பெயரிடுக. அதில் எத்தனை பக்கங்கள் உள்ளன? அதன் மூலைவிட்டங்கள் என்னென்ன? மூலைவிட்டங்கள் சமமாக உள்ளனவா? அதன் கோணங்கள் சமமாக உள்ளனவா?

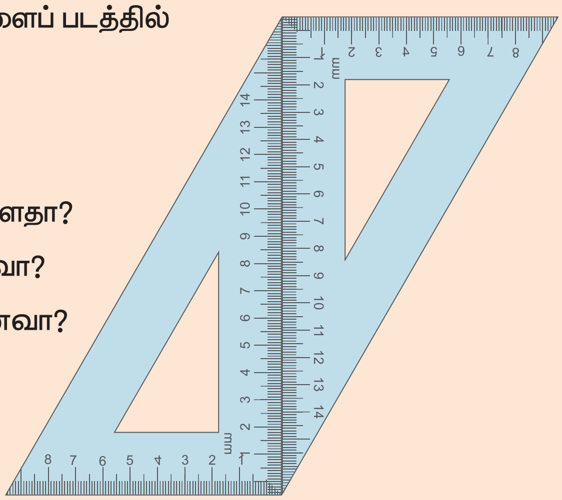
மேற்கூறிய செயல்பாட்டில், பின்வருமாறு உள்ள நாற்கரங்களைப் பெற இயலுமா?

(i) அனைத்துக் கோணங்களும் குறுங்கோணங்கள்.
(ii) அனைத்துக் கோணங்களும் விரிகோணங்கள்.
(iii) இரண்டு கோணங்கள் விரிகோணங்கள்.
(iv) ஏதேனும் ஒரு கோணம் செங்கோணம்.
(v) ஏதேனும் இரு கோணங்கள் செங்கோணங்கள்.
(vi) மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து.

Unit 3 - Geometry - TM.indd 62 20-11-2019 11:25:08

செயல்பாடு

1. ஒரு சோடி $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ மூலைமட்டங்களைப் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு வைக்கவும்.



   (i) என்ன வடிவத்தை நாம் பெறுகிறோம்?
   அது ஓர் இணைகரம் ஆகும்.

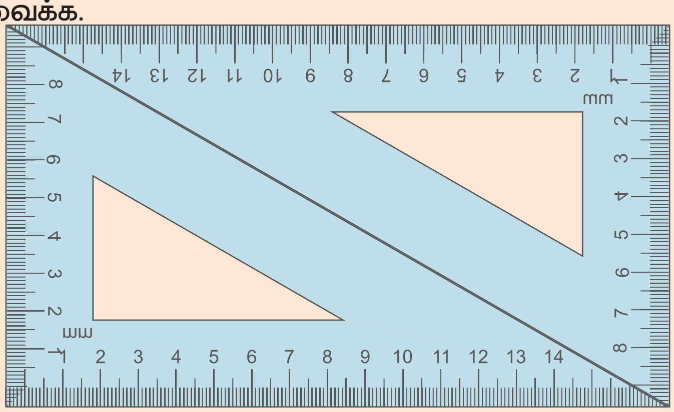
   (ii) அதன் எதிர்ப்பக்கங்கள் இணையாக உள்ளதா?

   (iii) அதன் எதிர்ப்பக்கங்கள் சமமாக உள்ளனவா?

   (iv) அதன் மூலைவிட்டங்கள் சமமாக உள்ளனவா?

   (v) மற்றொரு சோடி மூலைமட்டங்களைப் பயன்படுத்தியும் இதே வடிவத்தைப் பெற இயலுமா?

2. இச்செயல்பாட்டிற்கும், ஒரு சோடி $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ மூலைமட்டங்கள் நமக்குத் தேவை. அவற்றைப் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு வைக்க.



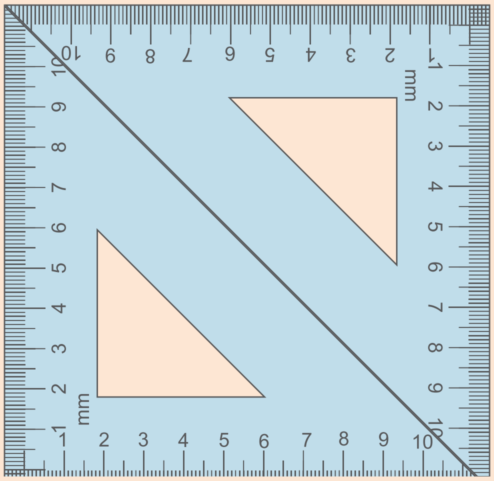
   (i) என்ன வடிவத்தை நாம் பெறுகிறோம்?

   (ii) அது ஓர் இணைகரமா?
   அது ஒரு நாற்கரம் ஆகும்.
   உண்மையில் அது ஒரு செவ்வகம் ஆகும். (எப்படி?)

   (iii) அவற்றின் பக்கங்களின் நீளம், கோணங்கள் மற்றும் மூலைவிட்டங்களைப் பற்றி என்ன கூற இயலும்.

   அவற்றை விவாதித்துப் பட்டியலிடுக.

3. மேற்கண்ட செயல்பாட்டினை, ஒரு சோடி $45^\circ-45^\circ-90^\circ$ மூலைமட்டங்களைப் பயன்படுத்தி மீண்டும் செய்க.



   (i) இப்போது என்ன வடிவமாக மாறுகிறது?
   அது ஓர் இணைகரமா? அது ஒரு சதுரமாக மாறியுள்ளது. (எப்படி நிகழ்ந்தது?)

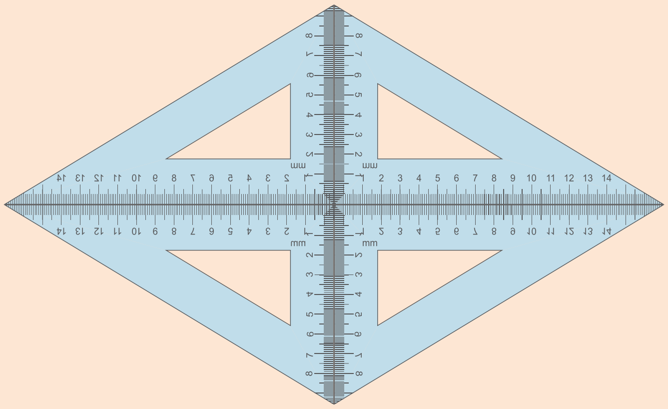
   (ii) அதன் பக்கங்களின் நீளங்கள், கோணங்கள் மற்றும் மூலைவிட்டங்களைப் பற்றி என்ன கூற இயலும்?
   அவற்றை விவாதித்துப் பட்டியலிடுக.

   (iii) செவ்வகத்தைப் பற்றி நாம் தொகுத்த பட்டியலிலிருந்து இது எவ்வாறு வேறுபடுகிறது?

Unit 3 - Geometry - TM.indd 63 20-11-2019 11:25:09

செயல்பாடு

4. 30°–60°–90° கோண அளவுள்ள நான்கு ஒத்த கோணமானிகளையே மீண்டும் இச்செயல்பாட்டிற்குப் பயன்படுத்துவோம். அவை எவ்வாறு ஒன்றையொன்று தொட்டுக்கொள்ளுமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளன எனக் கவனமாகக் குறித்துக் கொள்க.



(i) இப்போது, நமக்கு இணைகரம் கிடைக்கிறதா?

(ii) அவற்றின் பக்கங்கள், கோணங்கள் மற்றும் மூலைவிட்டங்கள் ஆகியவற்றைப் பற்றி நாம் என்ன கூற இயலும்?

(iii) அவற்றின் மூலைவிட்டங்களின் சிறப்பு என்ன?

மேற்கண்ட செயல்பாடுகளிலிருந்து கிடைக்கப்பெற்ற விளைவுகளின் அடிப்படையில், இணைகரங்களாக அமையும் சில சிறப்பு நாற்கரங்களின் பல்வேறு பண்புகளையும் நாம் அட்டவணைப்படுத்துவோம்.

சிறப்பு நாற்கரங்கள்	அனைத்துப் பக்கங்கள்	அனைத்துக் கோணங்கள்	எதிர்ப் பக்கங்கள்		அனைத்துக் கோணங்கள்	எதிர்க் கோணங்கள்	மூலைவிட்டங்கள்	
	சமம்	சமம்	சமம்	இணை	90° செங்கோணம்	மிகை நிரப்பிகள்	இரு சமக்கூறிடும்	செங் கோணத்தில் வெட்டிக் கொள்ளும்
(i) இணைகரம்	சில சமயங்களில்	சில சமயங்கள்	எப்போதும்	எப்போதும்	சில சமயங்களில்	சில சமயங்களில்	எப்போதும்	சில சமயங்களில்
(ii) சாய்சதுரம்	எப்போதும்	சில சமயங்களில்	எப்போதும்	எப்போதும்	சில சமயங்களில்	சில சமயங்களில்	எப்போதும்	எப்போதும்
(iii) செவ்வகம்	சில சமயங்களில்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	சில சமயங்களில்
(iv) சதுரம்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்

Unit 3 - Geometry - TM.indd 64 20-11-2019 11:25:09

இவற்றை முயல்க

1. சரியா தவறா எனக் கூறுக:

(அ) சதுரமானது ஒரு சிறப்புச் செவ்வகம் ஆகும்.

(ஆ) சதுரமானது ஓர் இணைகரம் ஆகும்.

(இ) சதுரமானது ஒரு சிறப்புச் சாய்சதுரம் ஆகும்.

(ஈ) செவ்வகமானது ஓர் இணைகரம் ஆகும்.

2. பின்வரும் நாற்கரங்களின் பெயர்களை எழுதுக.

(அ) மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இருசமக் கூறிடும்.

(ஆ) மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக இருசமக்கூறிடும்.

(இ) வெவ்வேறு நீளமுள்ள மூலைவிட்டங்களைப் பெற்றிருக்கும்.

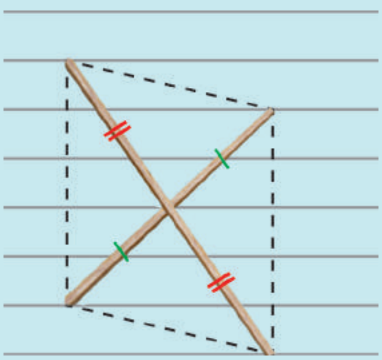
(ஈ) சமநீளமுள்ள மூலைவிட்டங்களைப் பெற்றிருக்கும்.

(உ) எதிர்ப்பக்கங்கள் இணையாக இருக்கும்.

(ஊ) எதிர்க்கோணங்கள் சமமாக இருக்கும்.

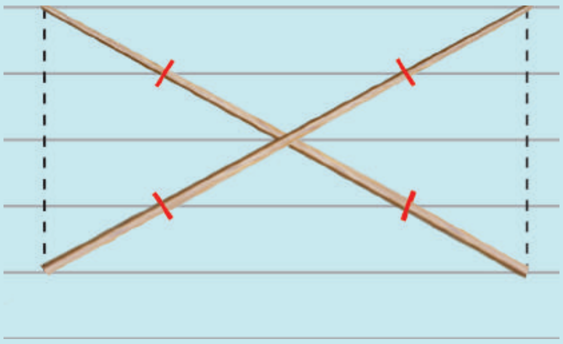
3. படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு, ஒரு கோடிட்ட தாளில் இரண்டு குச்சிகள் வைக்கப்பட்டுள்ளன. நான்கு முனைகளையும் இணைப்பதால் கிடைக்கும் வடிவத்தின் பெயர் என்ன?

(அ)



இரு வெவ்வேறு நீளமுள்ள குச்சிகள் மையப்புள்ளியில் சந்திக்குமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளன.

(ஆ)

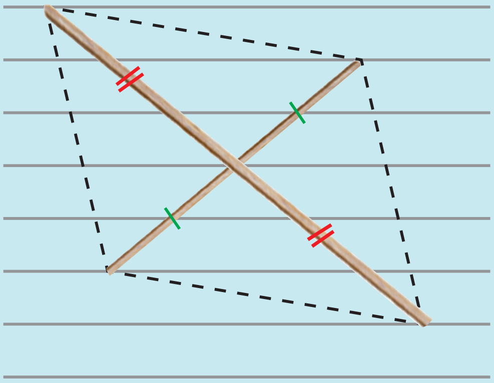


இரு சமநீளமுள்ள குச்சிகள் மையப்புள்ளியில் சந்திக்குமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளன.

Unit 3 - Geometry - TM.indd 65 20-11-2019 11:25:09

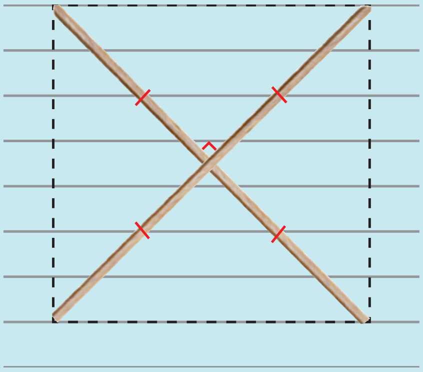
இவற்றை முயல்க

(இ)



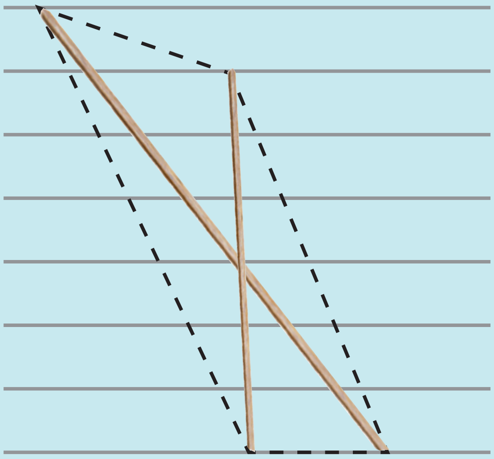
இரு வெவ்வேறு நீளமுள்ள குச்சிகள் செங்குத்தாக இரு சமக்கூறிடுமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளன.

(ஈ)



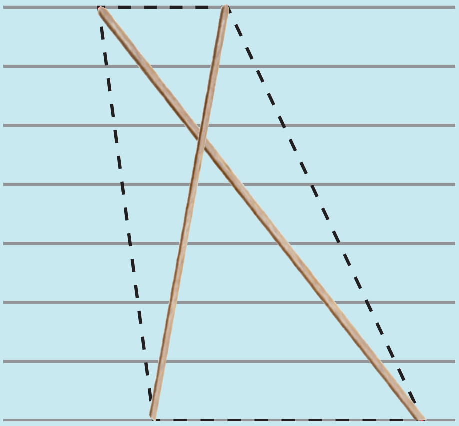
இரு சம அளவு நீளமுள்ள குச்சிகள் மையப்புள்ளியில் செங்குத்தாக வெட்டிக் கொள்ளுமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளன.

(உ)



இரு வெவ்வேறு நீளமுள்ள குச்சிகள், கீழ் முனைகள் ஒரே கோட்டிலும் மேல் முனைகள் ஒரே கோட்டில் அமையாதவாறும் மையப்புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்ளாதவாறும் வைக்கப்பட்டுள்ளன.

(ஊ)



இரு வெவ்வேறு நீளமுள்ள குச்சிகள், கீழ் முனைகளும் மேல் முனைகளும் ஒரே கோட்டில் அமையுமாறும் மையப்புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்ளாதவாறும் வைக்கப்பட்டுள்ளன.

3.7 சாய்சதுரம் வரைதல்

கீழே கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைப் பயன்படுத்திச் சாய்சதுரம் வரையும் முறைகளைக் காண்போம்.

(i) ஒரு பக்கம் மற்றும் ஒரு மூலைவிட்டம்

(ii) ஒரு பக்கம் மற்றும் ஒரு கோணம்

(iii) இரண்டு மூலைவிட்டங்கள்

(iv) ஒரு மூலைவிட்டம் மற்றும் ஒரு கோணம்

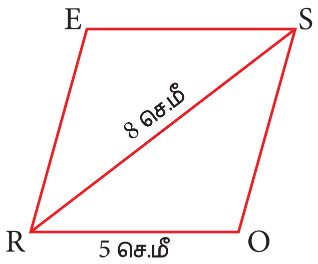
Unit 3 - Geometry - TM.indd 66

20-11-2019 11:25:09

3.7.1 ஒரு பக்கம் மற்றும் ஒரு மூலைவிட்டம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சாய்சதுரம் வரைதல்:

எடுத்துக்காட்டு 3.8

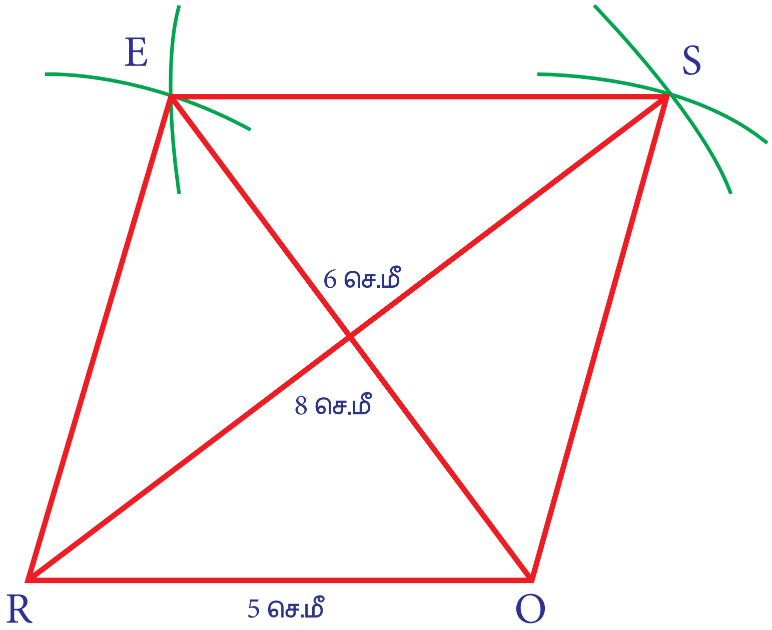
RO = 5 செ.மீ மற்றும் RS = 8 செ.மீ அளவுகள் கொண்ட ROSE என்ற சாய்சதுரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.



உதவிப்படம்

தீர்வு:

தரவு: RO = 5 செ.மீ மற்றும் RS = 8 செ.மீ



வரைமுறை:

(i) RO = 5 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.

(ii) R மற்றும் O ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 8 செ.மீ மற்றும் 5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் வரைக. அவை S இல் வெட்டட்டும்.

(iii) RS மற்றும் OS ஐ இணைக்க.

(iv) R மற்றும் S ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, ஒவ்வொன்றும் 5 செ.மீ ஆரமுள்ள இரு வட்டவிற்கள் வரைக. அவை E இல் வெட்டட்டும்.

(v) RE மற்றும் SE ஐ இணைக்க.

(vi) ROSE என்பது தேவையான சாய்சதுரம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

ROSE என்ற சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ சதுர அலகுகள்

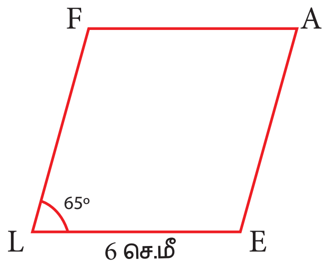
$= \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$ ச.செ.மீ.

Unit 3 - Geometry - TM.indd 67 20-11-2019 11:25:10

3.7.2 ஒரு பக்கம் மற்றும் ஒரு கோணம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சாய்சதுரம் வரைதல்:

எடுத்துக்காட்டு 3.9

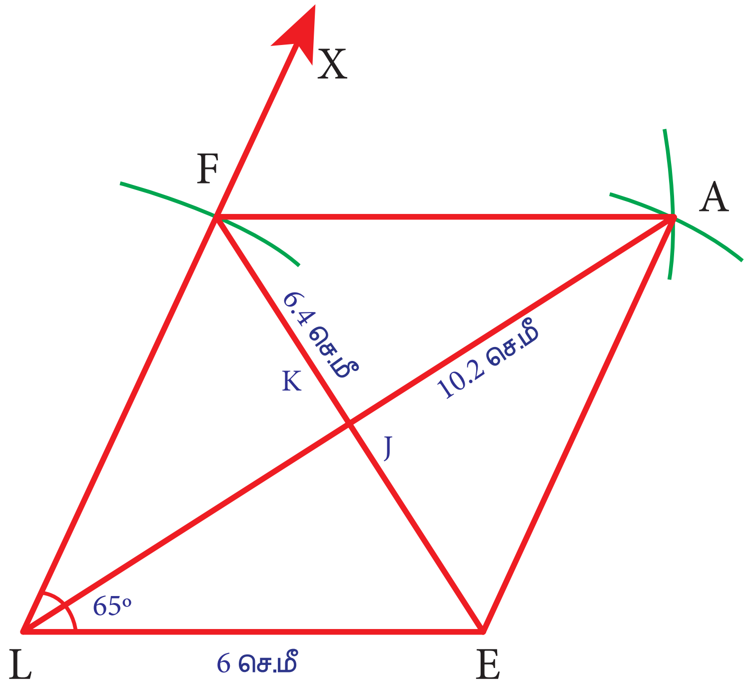
LE = 6 செ.மீ மற்றும் $\angle L = 65°$ அளவுகள் கொண்ட LEAF என்ற சாய்சதுரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.



உதவிப்படம்

தீர்வு:

தரவு: LE = 6 செ.மீ மற்றும் $\angle L = 65°$



வரைமுறை:

(i) LE = 6 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.

(ii) LE கோட்டுத்துண்டின் மீது L இல் $\angle ELX = 65°$ ஐ வரைக.

(iii) L ஐ மையமாகக் கொண்டு 6 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில் வரைக. அது LX ஐ F இல் வெட்டட்டும்.

(iv) E மற்றும் F ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, ஒவ்வொன்றும் 6 செ.மீ ஆரமுள்ள இரு வட்டவிற்கள் வரைக. அவை A இல் வெட்டட்டும்.

(v) EA மற்றும் AF ஐ இணைக்க.

(vi) LEAF என்பது தேவையான சாய்சதுரம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

LEAF என்ற சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ சதுர அலகுகள்.

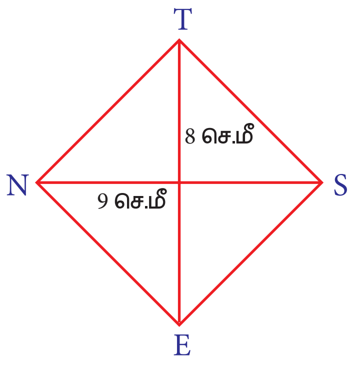
$= \frac{1}{2} \times 6.4 \times 10.2 = 32.64$ ச.செ.மீ.

Unit 3 - Geometry - TM.indd 68 20-11-2019 11:25:12

3.7.3 இரு மூலைவிட்டங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சாய்சதுரம் வரைதல்:

எடுத்துக்காட்டு 3.10

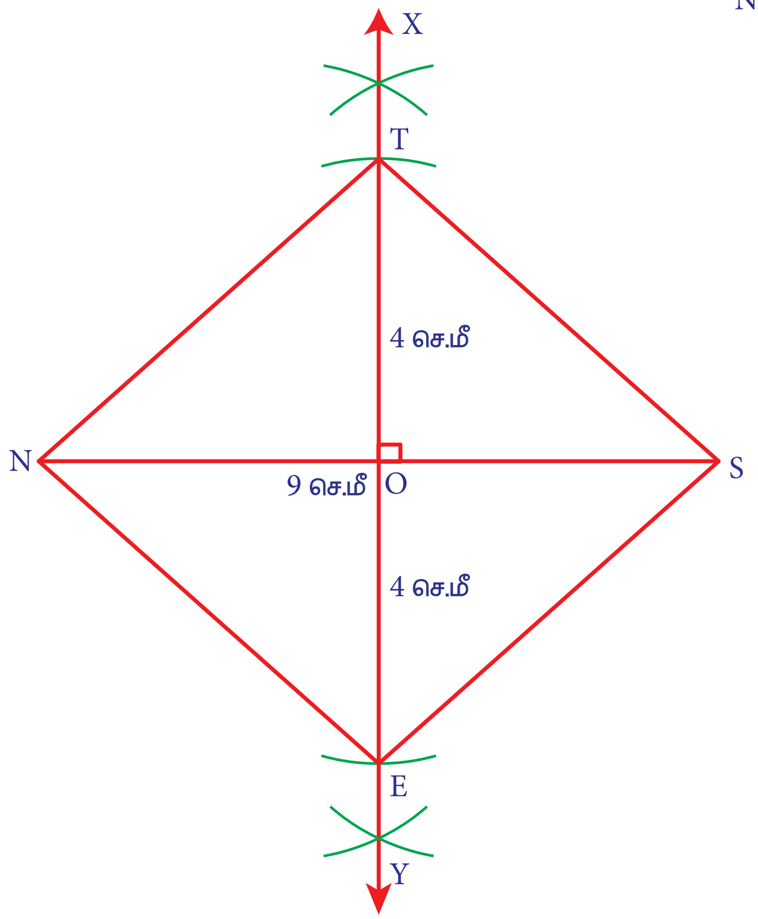
NS = 9 செ.மீ மற்றும் ET= 8 செ.மீ அளவுகள் கொண்ட NEST என்ற சாய்சதுரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.



உதவிப்படம்

தீர்வு:

தரவு: NS = 9 செ.மீ மற்றும் ET= 8 செ.மீ



வரைமுறை:

(i) NS = 9 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.

(ii) NS இக்கு மையக்குத்துக்கோடு XY ஐ வரைக. அது NS ஐ O இல் வெட்டட்டும்.

(iii) O ஐ மையமாகக் கொண்டு, O இன் இருபுறமும் 4 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் OX ஐ T இலும் மற்றும் OY ஐ E இலும் வெட்டுமாறு வரைக.

(iv) NE, ES, ST மற்றும் TN ஐ இணைக்க.

(v) NEST என்பது தேவையான சாய்சதுரம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

NEST என்ற சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ சதுர அலகுகள்.

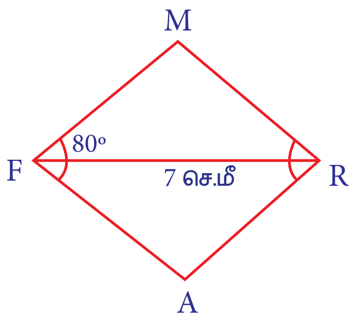
$= \frac{1}{2} \times 9 \times 8 = 36$ ச.செ.மீ.

Unit 3 - Geometry - TM.indd 69 20-11-2019 11:25:13

3.7.4 ஒரு மூலைவிட்டமும் ஒரு கோணமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சாய்சதுரம் வரைதல்:

எடுத்துக்காட்டு 3.11

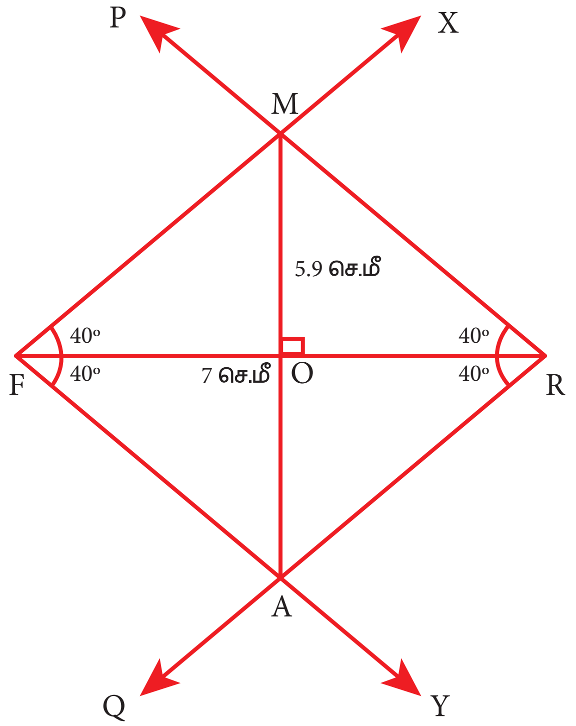
FR = 7 செ.மீ மற்றும் $\angle F = 80^\circ$ அளவுகள் கொண்ட FARM என்ற சாய்சதுரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.



உதவிப்படம்

தீர்வு:

தரவு: FR = 7 செ.மீ மற்றும் $\angle F = 80^\circ$



வரைமுறை:

(i) FR = 7 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.

(ii) F இல் FR இன் இருபுறமும், $\angle RFX = \angle RFY = 40^\circ$ ஐ வரைக.

(iii) R இல் FR இன் இருபுறமும், $\angle FRP = \angle FRQ = 40^\circ$ ஐ வரைக.

(iv) FX மற்றும் RP ஆனது M இலும், FY மற்றும் RQ ஆனது A இலும் வெட்டட்டும்.

(v) FARM என்பது தேவையான சாய்சதுரம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

FARM என்ற சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ சதுர அலகுகள்.

$= \frac{1}{2} \times 7 \times 5.9 = 20.65$ ச.செ.மீ.

Unit 3 - Geometry - TM.indd 70 20-11-2019 11:25:14

3.8 செவ்வகம் வரைதல்

கீழே கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைப் பயன்படுத்திச் செவ்வகம் வரையும் முறைகளைக் காண்போம்.

(i) நீளம் மற்றும் அகலம்

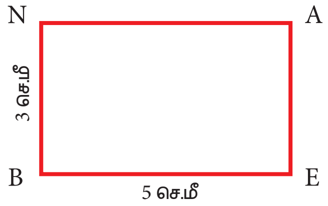
(ii) ஒரு பக்கம் மற்றும் ஒரு மூலைவிட்டம்

3.8.1 நீளமும் அகலமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது செவ்வகம் வரைதல்:

எடுத்துக்காட்டு 3.12

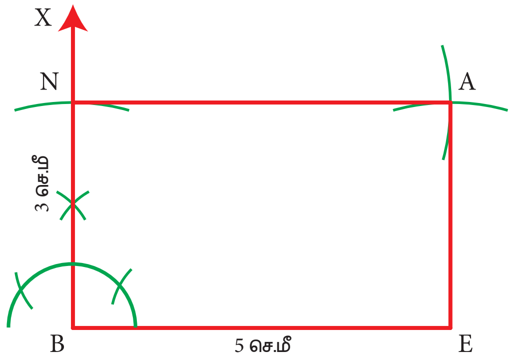
BE = 5 செ.மீ மற்றும் BN = 3 செ.மீ அளவுகள் கொண்ட BEAN என்ற செவ்வகம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:



உதவிப்படம்

தரவு: BE = 5 செ.மீ மற்றும் BN = 3 செ.மீ



வரைமுறை:

(i) BE = 5 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.

(ii) B இல், $BX \perp BE$ ஐ வரைக.

(iii) B ஐ மையமாகக் கொண்டு 3 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில் வரைக. அது BX ஐ N இல் வெட்டட்டும்.

(iv) E மற்றும் N ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 3 செ.மீ மற்றும் 5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் வரைக. அவை A இல் வெட்டட்டும்.

(v) EA மற்றும் NA ஐ இணைக்க.

(vi) BEAN என்பது தேவையான செவ்வகம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

BEAN என்ற செவ்வகத்தின் பரப்பளவு $= l \times b$ சதுர அலகுகள்.

$= 5 \times 3 = 15$ ச.செ.மீ.

Unit 3 - Geometry - TM.indd 71 20-11-2019 11:25:15

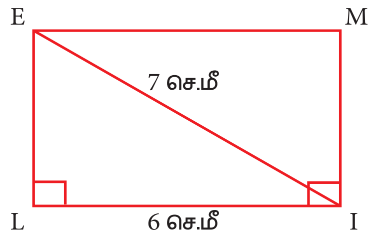
3.8.1 ஒரு பக்கமும் ஒரு மூலைவிட்டமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது செவ்வகம் வரைதல்:

எடுத்துக்காட்டு 3.13

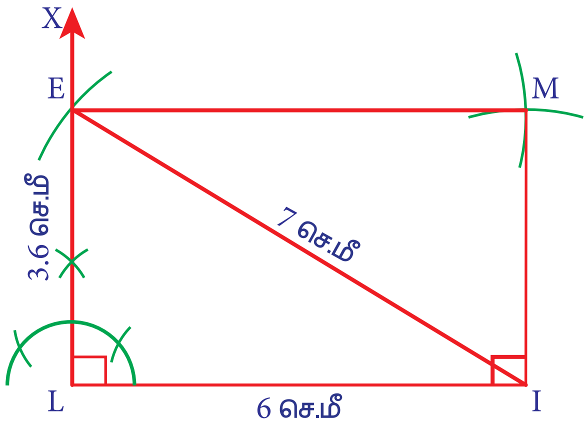
LI = 6 செ.மீ மற்றும் IE = 7 செ.மீ அளவுகள் கொண்ட LIME என்ற செவ்வகம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவு: LI = 6 செ.மீ மற்றும் IE = 7 செ.மீ



உதவிப்படம்



வரைமுறை:

(i) LI = 6 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.

(ii) L இல், $LX \perp LI$ ஐ வரைக.

(iii) I ஐ மையமாகக் கொண்டு, 7 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில் வரைக. அது LX ஐ E இல் வெட்டட்டும்.

(iv) I மற்றும் E ஐ மையங்களாகவும், முறையே LE மற்றும் LI இன் நீளங்களை ஆரங்களாகவும் கொண்டு வட்டவிற்கள் வரைக. அவை M இல் வெட்டட்டும்.

(v) IM மற்றும் EM ஐ இணைக்க.

(vi) LIME என்பது தேவையான செவ்வகம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

LIME என்ற செவ்வகத்தின் பரப்பளவு $= l \times b$ சதுர அலகுகள்.

$= 6 \times 3.6 = 21.6$ ச.செ.மீ.

3.9 சதுரம் வரைதல்

(i) ஒரு பக்கம் மற்றும் (ii) ஒரு மூலைவிட்டம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும்போது சதுரம் வரையும் முறைகளைக் காண்போம்.

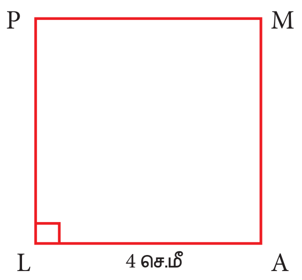
3.9.1 ஒரு பக்கம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சதுரம் வரைதல்:

எடுத்துக்காட்டு 3.14

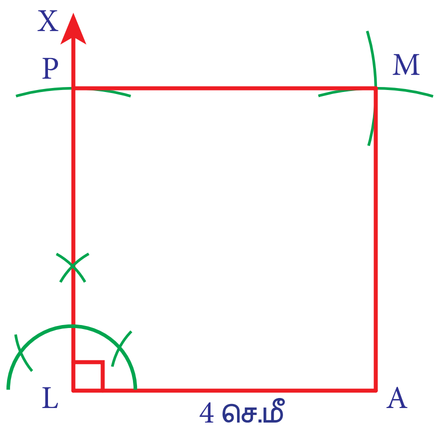
4 செ.மீ பக்க அளவு கொண்ட LAMP என்ற சதுரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவு: பக்கம் = 4 செ.மீ



உதவிப்படம்



வரைமுறை:

(i) LA = 4 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.

(ii) L இல், $LX \perp LA$ ஐ வரைக.

(iii) L ஐ மையமாகக் கொண்டு, 4 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில் வரைக. அது LX ஐ P இல் வெட்டட்டும்.

(iv) A மற்றும் P ஐ மையங்களாகவும், ஒவ்வொன்றும் 4 செ.மீ ஆரமுள்ள இரு வட்டவிற்கள் வரைக. அவை M இல் வெட்டட்டும்.

(v) AM மற்றும் PM ஐ இணைக்க. LAMP என்பது தேவையான சதுரம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

LAMP என்ற சதுரத்தின் பரப்பளவு $= a^2$ சதுர அலகுகள்.

$= 4 \times 4 = 16$. ச.செ.மீ.

Unit 3 - Geometry - TM.indd 73 20-11-2019 11:25:17

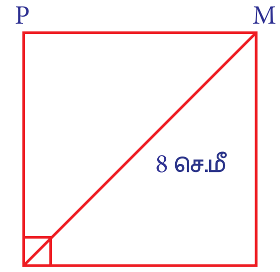
3.9.2 ஒரு மூலைவிட்டம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சதுரம் வரைதல்:

எடுத்துக்காட்டு 3.15

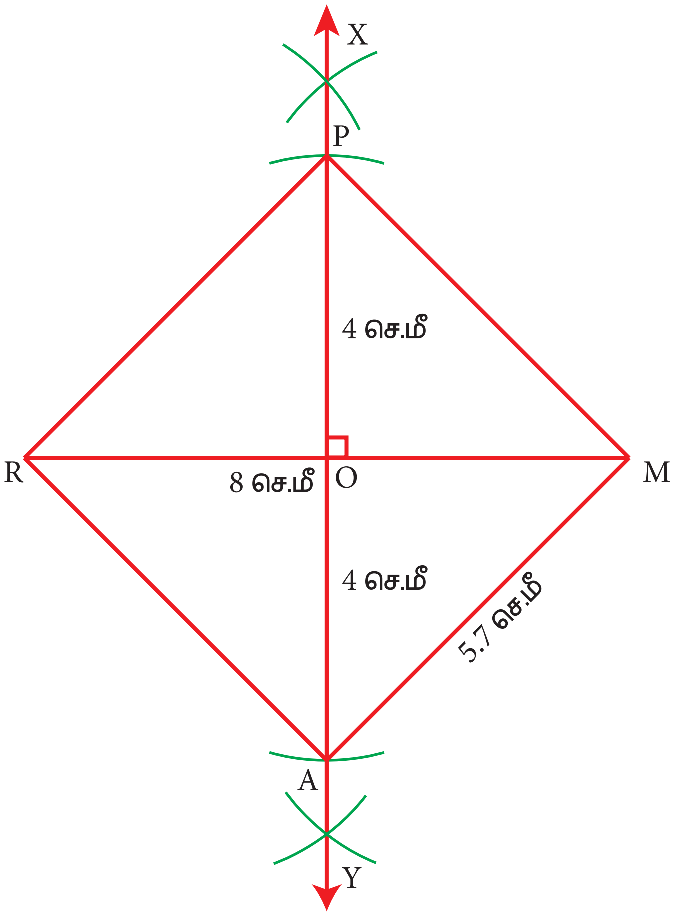
8 செ.மீ அளவுள்ள மூலைவிட்டம் கொண்ட RAMP என்ற சதுரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவு: மூலைவிட்டம் = 8 செ.மீ



உதவிப்படம்



E3J2C9

வரைமுறை:

(i) RM = 8 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.

(ii) RM இக்கு மையக்குத்துக்கோடு XY ஐ வரைக. அது RM ஐ O இல் இருசமக்கூறிடும்.

(iii) O ஐ மையமாகக் கொண்டு, O இன் இருபுறமும் 4 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் OX ஐ P இலும் மற்றும் OY ஐ A இலும் வெட்டுமாறு வரைக.

(iv) RA, AM, MP மற்றும் PR ஐ இணைக்க.

(v) RAMP என்பது தேவையான சதுரம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

RAMP என்ற சதுரத்தின் பரப்பளவு $= a^2$ சதுர அலகுகள்.

$= 5.7 \times 5.7 = 32.49$ ச.செ.மீ.

Unit 3 - Geometry - TM.indd 74
20-11-2019 11:25:18

பயிற்சி 3.3

I. கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைக் கொண்டு, பின்வரும் சாய்சதுரங்கள் வரைந்து அவற்றின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.

(i) FACE, FA= 6 செ.மீ மற்றும் FC = 8 செ.மீ

(ii) RACE, RA= 5.5 செ.மீ மற்றும் AE = 7 செ.மீ

(iii) CAKE, CA=5 செ.மீ மற்றும் $\angle A = 65°$

(iv) MAKE, MA= 6.4 செ.மீ மற்றும் $\angle M = 80°$

(v) LUCK, LC = 7.8 செ.மீ மற்றும் UK = 6 செ.மீ

(vi) DUCK, DC = 8 செ.மீ மற்றும் UK = 6 செ.மீ

(vii) PARK, PR = 9 செ.மீ மற்றும் $\angle P = 70°$

(viii) MARK, AK =7.5 செ.மீ மற்றும் $\angle A = 80°$

II. கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைக் கொண்டு, பின்வரும் செவ்வகங்களை வரைந்து அவற்றின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.

(i) HAND, HA = 7 செ.மீ மற்றும் AN = 4 செ.மீ

(ii) SAND, SA =5.6 செ.மீ மற்றும் SD = 4.4 செ.மீ

(iii) LAND, LA = 8 செ.மீ மற்றும் AD = 10 செ.மீ

(iv) BAND, BA = 7.2 செ.மீ மற்றும் BN = 9.7 செ.மீ

III. கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைக் கொண்டு, பின்வரும் சதுரங்கள் வரைந்து அவற்றின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.

(i) EAST, EA = 6.5 செ.மீ

(ii) WEST, ST = 6 செ.மீ

(iii) BEST, BS = 7.5 செ.மீ

(iv) REST, ET = 8 செ.மீ

Unit 3 - Geometry - TM.indd 75 20-11-2019 11:25:18

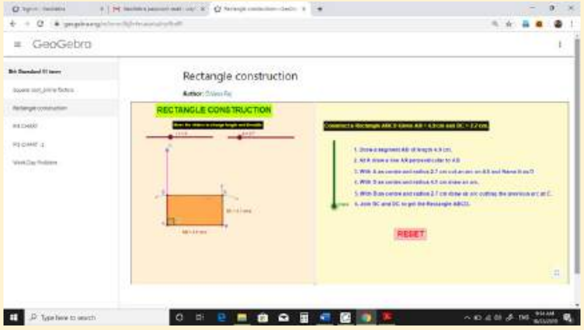
பாடச்சுருக்கம்

- மூன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட கோடுகள் ஒருபுள்ளி வழியாகச் செல்கின்றன எனில் அவை ஒருபுள்ளி வழிச் செல்லும் கோடுகள் எனப்படும்.
- ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று நடுக்கோடுகளும் ஒரு புள்ளி வழிச்செல்லும் கோடுகள் ஆகும். முக்கோணத்தின் மூன்று நடுக்கோடுகளும் சந்திக்கும் புள்ளி அதன் நடுக்கோட்டு மையம் ஆகும். இதனை G என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது.
- ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று செங்குத்துக்கோடுகளும் ஒரு புள்ளி வழிச்செல்லும் கோடுகள் ஆகும். முக்கோணத்தின் மூன்று செங்குத்துக்கோடுகளும் சந்திக்கும் புள்ளி அதன் செங்கோட்டு மையம் ஆகும். இதனை H என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது.
- ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களின் மையக்குத்துக்கோடுகளும் ஒரு புள்ளி வழிச்செல்லும் கோடுகள் ஆகும். முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களின் மையக்குத்துக்கோடுகளும் சந்திக்கும் புள்ளி அதன் சுற்றுவட்ட மையம் ஆகும். S என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது.
- ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் இருசமவெட்டிகளும் ஒரு புள்ளி வழிச்செல்லும் கோடுகள் ஆகும். முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் இருசமவெட்டிகளும் சந்திக்கும் புள்ளி அதன் உள்வட்ட மையம் ஆகும். இதனை I என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது.
- அனைத்துப் பக்கங்களும் சமமாகக் கொண்ட இணைகரமே சாய்சதுரம் ஆகும்.
- அனைத்துக் கோணங்களும் செங்கோணங்களாகக் கொண்ட இணைகரமே செவ்வகம் ஆகும்.
- அனைத்துப் பக்கங்களும் அனைத்துக் கோணங்களும் சமமாகக் கொண்ட இணைகரமே சதுரம் ஆகும்.

Unit 3 - Geometry - TM.indd 76 20-11-2019 11:25:18

இணையச் செயல்பாடு

எதிர்பார்க்கப்படும் விளைவுகள்

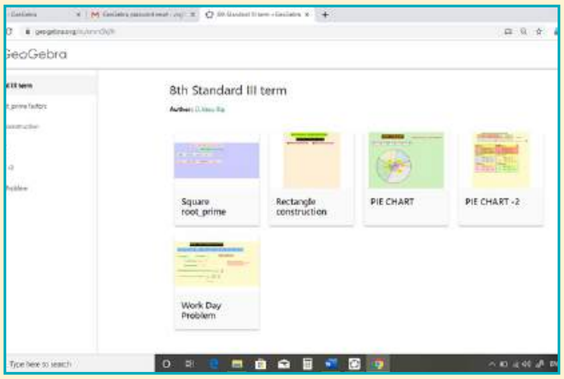


படி – 1

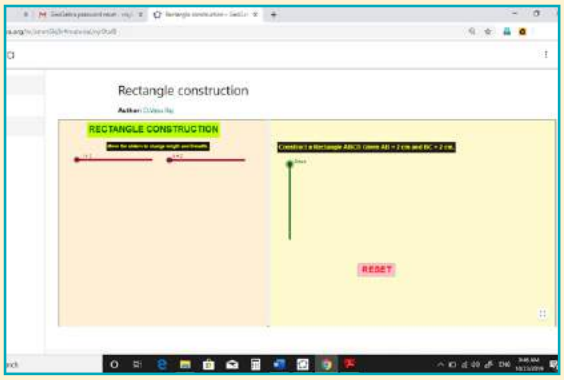
உலாவியைத் திறந்து பின்வரும் உரலித் தொடர்பை தட்டச்சு செய்யவும் (அல்லது) விரைவுக் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்யவும். 8 ஆம் வகுப்பு பருவம் III என்ற பணிப்புத்தகம் ஜியோஜீப்ராவில் திறக்கும். அதில் 'Rectangle Constraction' என்ற பணித்தாள் மீது சொடுக்கவும்.

படி – 2

செவ்வகத்தின் நீளம் மற்றும் அகலத்தை மாற்ற ஸ்லைடர்களை இடது பக்கத்தில் நகர்த்தவும். ஸ்லைடரை படிப்படியாக வலதுபுறமாக இழுக்கவும். கட்டுமானத்திற்கான படிகளைப் பார்க்கவும்.



படி 1



படி 2

இந்த தொடர்பில் உலாவவும்

வடிவியல்:

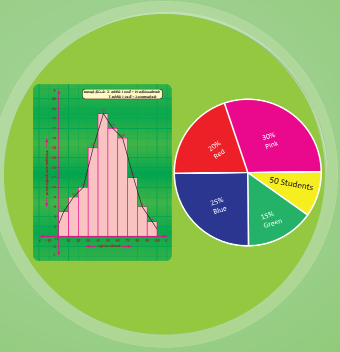
https://www.geogebra.org/m/xmm5kj9r or

விரைவுத் தகவல் குறியீட்டை நுட்பமாய் சோதிக்கவும்.

B355_8_MATHS_TM

Unit 3 - Geometry - TM.indd 77 20-11-2019 11:25:18

4 புள்ளியியல்



கற்றல் நோக்கங்கள்

L3F9Z1

- நிகழ்வெண் அட்டவணை அமைத்தலை நினைவு கூர்தல்.
- கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளுக்கு எளிய வட்டவிளக்கப்படம் வரைதல்.
- தொகுக்கப்பட்ட தரவுகளுக்கு நிகழ்வு செவ்வகம் மற்றும் நிகழ்வு பலகோணம் வரைய கற்றுக்கொள்ளுதல்.

4.1 அறிமுகம்

வட்ட விளக்கப்படங்கள், நிகழ்வு செவ்வகங்கள் மற்றும் நிகழ்வு பலகோணங்கள் பற்றிப் படிப்பதற்கு முன் சென்ற வகுப்பில் படித்த தரவு (முதல் நிலைத் தரவு, இரண்டாம் நிலை தரவு) மற்றும் தொகுக்கப்படாத தரவுகளுக்கு நிகழ்வெண் அட்டவணை தயாரித்தல் போன்றவற்றை பற்றி நினைவுக்கூர்வோம்.

காமராஜ்! நம் வகுப்பில் உள்ள அனைத்து மாணவர்களின் இரண்டாம் பருவத்தேர்வு கணித மதிப்பெண்களைச் சேகரித்து வா.

கீதா! நீ சென்று திரள் பதிவேட்டிலுள்ள அனைத்து மாணவர்களின் உயரங்களையும் குறித்துக்கொண்டு வா.

மாணவர்களே, இங்கு, காமராஜ் சேகரித்த மதிப்பெண்கள் மற்றும் கீதா குறித்துக்கொண்டு வந்த உயரங்கள் அனைத்தும் தரவு (விவரம்) எனப்படும்.

4.1.1 தரவு (விவரம்):

புள்ளியலின் அடிப்படை அலகு தரவு ஆகும். தரவு என்பது எண்கள், எழுத்துகள், அளவுகள் மற்றும் உற்றுநோக்கும் மதிப்புகள் போன்ற விவரங்களின் தொகுப்பு ஆகும். இந்தத் தரவுகளிலிருந்து செய்திகளைப் பெறவும் மேலும் அவை பயனுள்ளதாக இருக்கவும், தரவுகளை ஒழுங்குபடுத்தவேண்டும். தரவுகளை பல வழிகளில் சேகரிக்க முடியும். அவை அனைத்து வழிகளில் இருந்தும், நேரடி உற்றுநோக்கல் மூலம் தரவுகளைச் சேகரிப்பது எளிய வழிமுறை ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டாக: ஒரு கிராமத்தில் எத்தனை வகையான வீடுகள் உள்ளன என்பதை நீங்கள் காண விரும்பினால், என்ன செய்வீர்கள்? நேரடியாகச் சென்று வீடுகளின் வகைகளைக் கணக்கெடுக்க முடியும். அதேபோல்

(i) உங்கள் பகுதியிலுள்ள இருசக்கர மோட்டர் வாகனத்தின் வகைகளைச் சேகரித்தல்,
வகை A – 25, வகை B – 40, வகை C – 14 மற்றும் வகை D – 37

(ii) உன்னுடைய பிரிவு தோழர்களின் கணிதப் பருவ மதிப்பெண்களின் தொகுப்பு,
39, 20, 19, 47, 50, 26, 35, 40, 17, 25, 41.

(iii) உன்னுடைய வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களில் வெவ்வேறு விளையாட்டு விளையாடுபவர்களின் தொகுப்பு
கைப்பந்து-12, கபடி-10, ஹாக்கி-9, மட்டைப்பந்து-7, பூப்பந்து-7

(iv) ஒரு நிறுவனத்திலுள்ள பணியாளர்களின் வயது
27, 51, 19, 21, 46, 35, 52, 25, 57, 29.

Unit 4 Statistics - TM.indd 78 20-11-2019 10:54:36

மேலே உள்ள விவரங்கள் அனைத்தும், தரவுகளுக்கான மேலும் சில எடுத்துக்காட்டுகளாகும்.

மாணவர்களே, இப்பொழுது தரவுகளின் வகைகளைப் பார்ப்போம். இரண்டு வகையான தரவுகள் உள்ளன. அவை முதல் நிலைத் தரவு மற்றும் இரண்டாம் நிலைத் தரவு.

முதல் நிலைத் தரவு:

இவ்வகை தரவுகள் ஒரு குறிப்பிட்டத் தேவைக்காக, முதன்முதலில் நேரடியாகச் சேகரிக்கப்படும் தரவுகள் ஆகும். இங்கு காமராஜ் நேரடியாக மாணவர்களிடமிருந்து அவர்களின் கணித மதிப்பெண் விவரங்களைச் சேகரித்தார். இதுவே முதல் நிலைத்தரவு ஆகும்.

மேலும், (i) ஒரு கிராமத்தின் மக்கள்தொகைக் கணக்கெடுப்பு

(ii) ஒரு வகுப்பறையிலுள்ள மாணவர்கள் விரும்பிய வண்ணங்களின் தொகுப்பு, போன்றவை முதல்நிலைத் தரவுக்கானச் சில எடுத்துக்காட்டுகளாகும்.

இரண்டாம் நிலைத் தரவுகள்:

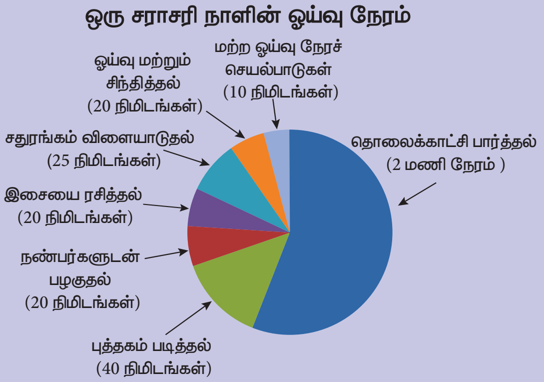
இவ்வகைத் தரவுகள், விவரங்களை முன்பே சேகரித்து வைத்துள்ள சில இடங்களிலிருந்து சேகரிக்கப்பட்டதாகும். இவ்வகைத் தரவுகள் முன்னரே வேறொருவரால் சேகரிக்கப்பட்டதாகும். முன்பே, இதன் மீது புள்ளியியல் செயல்பாடுகள் செய்யப்பட்டிருக்கும். இங்கு கீதாவும் தரவுகளைச் சேகரித்தாள். ஆனால் அவள் அத்தகவல்களை முன்பே சேகரித்து வைத்திருந்த பதிவுகளிலிருந்து எடுத்துத் தொகுத்தாள். இதனை இரண்டாம் நிலைத் தரவுகள் என அழைக்கின்றோம்.

மேலும், (i) ஒரு நிலத்தின் 'பட்டா' தகவல்களைப் பதிவுத்துறை அலுவலகத்திலுள்ள பதிவேடுகளில் இருந்துப் பெறுதல்.

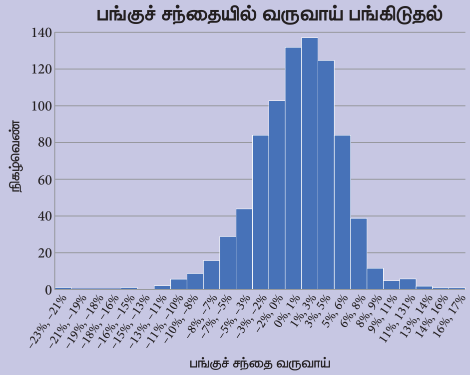
(ii) பிறப்பு-இறப்பு தகவல்களை அத்துறைச் சார்ந்த அலுவலகத்திலுள்ள பதிவேடுகளில் இருந்து பெறுதல் போன்றவை இரண்டாம் நிலைத் தரவுகளுக்குச் சில எடுத்துக்காட்டுகள் ஆகும்.

முதல்நிலை மற்றும் இரண்டாம் நிலைத் தரவுகளிலிருந்து, ஒரு குறிப்பிட்ட அல்லது தேவையானச் செய்திகளை நேரடியாகப் பெறமுடியாது. எடுத்துக்காட்டாக 50 மதிப்பெண்களுக்கும் அதிகமாக எடுத்த மாணவர்கள் எத்தனை பேர்? எத்தனை மாணவர்கள் 30 மற்றும் 40 மதிப்பெண்களுக்கு இடையில் மதிப்பெண் பெற்றுள்ளார்கள்? எத்தனை மாணவர்களின் உயரம் 125 செ.மீ ஆக இருக்கிறது? இதுபோன்ற வினாக்களுக்கு விடை தெரிய, நாம் தரவுகளை அட்டவணைப்படுத்த வேண்டும்.

எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் புள்ளியியல்



நம் அன்றாட வாழ்க்கை செயல்பாடுகளில் வட்ட விளக்க படம் பயன்படுகிறது.



பங்கு வாங்குபவரின் வருவாயை குறிக்கப் பங்குச் சந்தையில் நிகழ்வு செவ்வகம் பயன்படுகிறது.

4.2 அட்டவணை வடிவில் தரவுகள்

கொடுக்கப்பட்டுள்ள தரவுகளை எளிமையாகப் புரிந்துகொள்ள, நாம் தரவுகளை அட்டவணை அல்லது விளக்கப்படத்தின் வடிவில் தொகுக்கவேண்டும். ஓர் அட்டவணையில் மூன்று நிரல்கள் இருக்கும். அவைகளில்

(i) மாறி / பிரிவு (ii) நேர்க்கோட்டுக்குறிகள் (iii) நிகழ்வெண்

மாறி/ பிரிவு:

கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளே மாறிகள், அவற்றை சிறியதிலிருந்து பெரியது என வரிசைப்படுத்தி, முதல் நிரலில் மாறி/ பிரிவுக்குக் கீழே வரிசைப்படுத்த வேண்டும்.

நேர்க்கோட்டுக் குறிகள்:

ஒரு சிறிய நேர்க்கோடு மாறியின் ஒவ்வொரு மதிப்புக்கும் குறிக்கப்படுவது நேர்க்கோட்டுக் குறி ஆகும்.

நிகழ்வெண்கள்:

கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளில் ஒரு மதிப்பானது எத்தனை முறை வருகிறது எனக் கூறுவது அம்மதிப்பின் நிகழ்வெண் ஆகும். இதனை நேர்க்கோட்டுக் குறிகள் கலத்திலிருந்து எளிமையாக எண்ணலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக:

மதிப்பெண்கள் (மாறி)	நேர்க்கோட்டுக் குறிகள்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை (நிகழ்வெண் (f))
10	III	3
14	𝍸	5
17	𝍸 III	8
20	IIII	4
	மொத்தம்	20

குறிப்பு

வீச்சு: கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளில் மிகப்பெரிய மதிப்புக்கும், மிகச்சிறிய மதிப்புக்கும் இடைப்பட்ட வித்தியாசம் வீச்சு ஆகும்.

5, 15, 10, 20, 18 ஆகியவை தரவுகள் எனில் வீச்சு = 20-5 = 15 ஆகும்.

அட்டவணையிலிருந்து, மூன்று மாணவர்கள் 10 மதிப்பெண்களையும் ஐந்து மாணவர்கள் 14 மதிப்பெண்களையும் பெற்றுள்ளார்கள் என நாம் புரிந்துகொள்கிறோம்.

தொகுக்கப்படாதத் தரவுகள் அல்லது தனித்தத் தரவுகள்:

ஒரு தொகுக்கப்படாதத் தரவுகள் என்பது முழு எண்ணும் அறுதியிட்ட அளவும் ஆகும். இவ்வகையான தரவுகளுக்கு வீச்சு மதிப்புகள் இருக்காது. செவ்வகப்பட்டை விளக்கப்படம் மூலம் இதனை வழக்கமான வழியில் குறிக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு: 1. ஒரு பள்ளியிலுள்ள ஆசிரியர்களின் எண்ணிக்கை.

2. ஒரு விளையாட்டில் பங்கேற்கும் விளையாட்டு வீரர்களின் எண்ணிக்கை.

தொகுக்கப்பட்டத் தரவுகள் அல்லது தொடர்ச்சியானத் தரவுகள்:

தொகுக்கப்பட்டத் தரவுகள் என்பது குறிப்பிட்ட இடைவெளியில் அமைந்த மதிப்புகள் ஆகும். இந்தத் தரவுகள் மிகப் பெரிய மற்றும் மிகச் சிறிய மதிப்புடன் ஒரு குறிப்பிட்ட வீச்சில் அமையும். தொடர்ச்சியானத் தரவுகளை அட்டவணைப்படுத்துவதை நிகழ்வெண் பரவல் என அழைக்கின்றோம். நிகழ்வுச் செவ்வகத்தைப் பயன்படுத்தி இவற்றை வரைபடத்தின் மூலம் குறிக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு: 1. ஒரு கிராமத்தில் வசிப்பவர்களின் வயது.

2. உன் வகுப்பறையில் உள்ள மாணவர்களின் உயரம் மற்றும் எடை.

4.3 நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணை

நிகழ்வெண் பரவல்:

நிகழ்வெண் பரவல் என்பது கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளை அட்டவணை வடிவில் ஒவ்வொரு மாறிக்கும் நிகழ்வெண்ணை வரிசைப்படுத்துதலே ஆகும்.

ஒரு வகுப்பில் அதிக எண்ணிக்கையில் மாணவர்கள் இருந்தால் அவர்களின் தரவுகளை ஒழுங்குபடுத்தாமல் அவைகளைப் புரிந்துகொள்வதும் விவரங்களைப் பெறுவதும் மிகக் கடினமாக இருக்கும். இதன் காரணமாக அதிக எண்ணிக்கையில் உள்ள தரவுகளை அட்டவணைப்படுத்துதலை நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணை ஆகும். எனவே அட்டவணை முறையில் உற்றுநோக்கலைக் காணவும், மேலும் நிகழ்வுகளின் நிகழ்வெண்ணை வரிசைப்படுத்துதலையும் நிகழ்வு பரவல் அட்டவணை என்கிறோம்.

Unit 4 Statistics - TM.indd 80 20-11-2019 10:54:36

இரண்டு வகையான நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணை முறைகள் உள்ளது. அவை

(i) தொகுக்கப்படாதத் தரவுகளுக்கு நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணை.

(ii) தொகுக்கப்பட்டத் தரவுகளுக்கு நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணை.

இவற்றை முயல்க

1. கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளை ஏறு வரிசை மற்றும் இறங்கு வரிசையில் அமைக்க: 9,34,4,13,42,10,25,7,31,4,40
2. கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளுக்கு வீச்சைக் காண்க 53, 42, 61, 9, 39, 63, 14, 20, 06, 26, 31, 4, 57

4.3.1 தொகுக்கப்படாத தரவுகளுக்கு நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணைத் தயாரித்தல்:

எடுத்துக்காட்டு 4.1

நான்காம் வகுப்பு படிக்கும் 25 மாணவர்களின் எடைகள் கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. தொகுக்கப்படாத நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணையைத் தயாரித்து கீழ்க்காணும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.

25, 24, 20, 25, 16, 15, 18, 20, 25, 16, 20, 16, 15, 18, 25, 16, 24, 18, 25, 15, 27, 20, 20, 27, 25.

(i) மாணவர்களுடைய எடையின் வீச்சு காண்க.

(ii) அதிகபட்ச எடை அளவு உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை எத்தனை?

(iii) அதிகபட்சமான மாணவர்கள் எந்த எடைப் பிரிவின் கீழ் வருகிறார்கள்?

(iv) குறைந்த எடையளவுள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை யாது?

தீர்வு:

நிகழ்வுப் பரவல் அட்டவணையைத் தயாரிக்கவும். கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளை எடைக் கலத்திற்குக் கீழ் ஏறுவரிசையில் வரிசைப்படுத்த வேண்டும். பிறகு ஒவ்வொரு தரவுக்கும் நேரெதிரே நேர்க்கோட்டுக் குறிகள் கலத்திற்குக் கீழ் ஒரு நேர்க்கோடு இடுக. மேலும் ஒவ்வொரு மாறிகளுக்கான நேர்க்கோட்டுக் குறிகளின் எண்ணிக்கையை நிகழ்வெண் கலத்தில், கீழே கொடுக்கப்பட்டது போல் குறிக்கவேண்டும்.

எனவே, நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணை

எடை	நேர்க்கோட்டு குறிகள்	நிகழ்வெண்
15	|||	3
16	||||	4
18	|||	3
20	~~||||~~	5
24	||	2
25	~~||||~~ |	6
27	||	2
	மொத்தம்	25

மேற்கண்ட அட்டவணையைக் கீழ்க்காணுமாறு எழுதலாம்.

எடை (கி.கி)	15	16	18	20	24	25	27
நிகழ்வெண்	3	4	3	5	2	6	2

(i) கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளின் வீச்சென்பது மிகப் பெரிய மற்றும் மிகச் சிறிய மதிப்புகளின் வித்தியாசம் ஆகும். இங்கு வீச்சு = 27−15 =12 ஆகும்.

(ii) இந்த அட்டவணையிலிருந்து, அதிகபட்ச எடை 27கி.கி உள்ள மாணவர்கள் 2 பேர்.

(iii) அதிகபட்சமாக 25 கி.கி எடையில் 6 மாணவர்கள் உள்ளனர்.

(iv) மிகக் குறைந்த எடை அளவான 15 கி.கி உள்ள மாணவர்கள் 3 பேர்.

Unit 4 Statistics - TM.indd 81 20-11-2019 10:54:37

எனவே, கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளை அட்டவணைப்படுத்த. ஒரே பார்வையில் விவரங்களை நாம் எளிதாகப் பெறமுடியும். இல்லையா?

இவற்றை முயல்க

உன் வகுப்புத் தோழர்களின் இரத்த வகைகளைச் சேகரிக்க. அட்டவணையை நிறைவு செய்து விவாதிக்க.

இரத்த வகை	நேர்க்கோட்டுக் குறிகள்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
A+		
B+		
AB+		
O+		
A-		
B-		
AB-		
O-		

4.3.2 தொகுக்கப்பட்டத் தரவுகளுக்கு நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணையைத் தயாரித்தல்:

இப்பொழுது நாம் ஒரு சூழ்நிலையைக் கருதுவோம். 50 மாணவர்களின் மதிப்பெண்களைச் சேகரித்துள்ளதாகக் கொள்வோம். இந்த 50 மாணவர்களின் ஒவ்வொரு மதிப்பெண்ணுக்கும் நேராக நேர்க்கோட்டுக்குறிகள் இடுவது மிகக் கடினம். ஏனெனில், இந்த மதிப்பெண்களை அட்டவணைப்படுத்தினால் மிக நீளமாக இருக்கும் என்பதோடு விரைவாகப் புரிந்துகொள்ளவும் முடியாது. இதனால் நாம் பிரிவு இடைவெளியைப் பயன்படுத்துகிறோம். இந்த அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளின் தொகுப்பைப் பிரிவு இடைவெளி முறையில் எழுதி நிகழ்வெண்ணைக் குறிக்க வேண்டும்.

பிரிவு இடைவெளி:

மாறிகளின் தொகுப்பு பிரிவுகளாகத் தொகுக்கப்பட வேண்டும். மேலும், ஒவ்வொரு தொகுப்பும் பிரிவு இடைவெளி (C.I) எனப்படும். ஒவ்வொரு பிரிவின் மேல் எல்லை மற்றும் கீழ் எல்லையின் வித்தியாசம் பிரிவு அளவு ஆகும்.

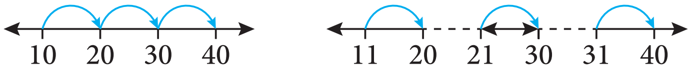
பிரிவு இடைவெளி (C.I) = மேல் எல்லை – கீழ் எல்லை

எடுத்துக்காட்டாக,

மதிப்பெண்களின் பிரிவு இடைவெளி 10 லிருந்து 20 என்பதை 10-20 என எழுதலாம். இதன் பிரிவு அளவு 20-10 =10.

பிரிவு இடைவெளி

(அ) தொடர்ச்சியானத் தொடர் | (ஆ) தொடர்ச்சியற்றத் தொடர்



எ.கா		எ.கா	
10 - 20		11 - 20	இடைவெளி
20 - 30		21 - 30	
30 - 40		31 - 40	
40 - 50		41 - 50	

Unit 4 Statistics - TM.indd 82 20-11-2019 10:54:37

(அ) நிகழ்வெண் பரவலின்போது, கீழ்க்காணுமாறு எண்ணுதலைப் பின்பற்ற வேண்டும்10-20, 20-30, 30-40...... ஆகியவற்றை பிரிவுகளாகக் கொண்டால், இவை ஒரு தொடர்ச்சியானத் தொடர் ஆகும். இங்கு 20 என்பது 20-30க்குள்ளும் 30 என்பது 30-40 க்குள்ளும் சேர்க்கப்பட வேண்டும். அதேபோல் மற்ற பிரிவுகளுக்கும் எண்ண வேண்டும்.

(ஆ) கொடுக்கப்பட்டத் தொடரில் இரண்டு அடுத்தடுத்த பிரிவு எல்லைகளுக்கு இடையில் இடைவெளி இருப்பின் அந்த இடைவெளி அளவின் பாதியை இரண்டு எல்லைகளுக்கு இடையில் நிரப்பவேண்டும். இடைவெளி அளவின் பாதியை சரிசெய் காரணி என அழைக்கிறோம்.

தொடர்ச்சியற்றத் தொடரை, தொடர்ச்சியானத் தொடராக மாற்றுதல்:

கொடுக்கப்பட்டவை ஒரு தொடர்ச்சியற்ற தொடர் எனில், அதனை நாம் தொடர்ச்சியானதாகக் கீழ்க்கண்டவாறு மாற்றலாம்.

விளக்கம்: 1

11 - 20 இடைவெளி

21 – 30

31 – 40

இடைவெளி வித்தியாசம் = 21 - 20

= 1

கீழ் வரம்பு = கீழ் எல்லை – இடைவெளியின் பாதி

$= 11 - \frac{1}{2}(1) = 11 - 0.5 = 10.5$

மேல் வரம்பு = மேல் எல்லை + இடைவெளியின் பாதி

$= 20 + \frac{1}{2}(1)$

$= 20 + 0.5$

$= 20.5$

சிந்திக்க

கொடுக்கப்பட்டத் தொடர்களை எவ்வாறு தொடர்ச்சியானத் தொடர்களாக மாற்றுவது?

15-25

28-38

41-51

54-64

மேலும், இதேபோல் மற்ற பிரிவுகளுக்கும் செய்ய வேண்டும்.

எனவே, பிரிவு இடைவெளித் தொடர்ச்சியானதாகக் கீழே அட்டவணையில் உள்ளது போல் மாற்ற முடியும்.

தொடர்ச்சியற்ற தொடர்	தொடர்ச்சியான தொடர்
(- 0.5 | +0.5) 11-20	10.5-20.5
21-30	20.5-30.5
31-40	30.5-40.5
41-50	40.5-50.5

விளக்கம்: 2

பிரிவுகள் 0-10 என இருந்தால் அதை எப்படித் தொடர்ச்சியானதாக மாற்றமுடியும்.

12-22 இடைவெளி

24-34

36-46

48-58

இடைவெளியின் வித்தியாசம் = 24–22

= 2

இடைவெளி அளவின் பாதி அளவு எடுக்க.

1 என்பது சரிசெய் காரணி ஆகும்.

எனவே, இதனைத் தொடர்ச்சியானத் தொடராக மாற்றக் கீழ் எல்லையிலிருந்து 1 ஐக் கழிக்கவும், மேல் எல்லை உடன் 1 ஐக் கூட்டவும் வேண்டும்.

தொடர்ச்சியற்ற தொடர்	தொடர்ச்சியான தொடர்
-1 +1 0-10	-1-11
12-22	11-23
24-34	23-35
36-46	35-47
48-58	47-59

(i) தொகுக்கப்பட்ட நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணையை அமைத்தல் – தொடர்ச்சியானத் தொடர்.

எடுத்துக்காட்டு 4.2

ஒரு கிராமத்திலுள்ள 26 வீடுகளின் மின்சாரக் கட்டணம் (₹ இல்) கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணையைத் தயார் செய்க.

215	200	120	350	800	600	350	400	180	210	170	305	204
220	425	540	315	640	700	790	340	586	660	785	290	300

தீர்வு:

அதிகபட்சக் கட்டணம் = ₹ 800

குறைபட்சக் கட்டணம் = ₹ 120

வீச்சு = அதிகபட்ச மதிப்பு – குறைந்தபட்ச மதிப்பு

வீச்சு = 800 – 120 = ₹ 680

பிரிவின் அளவினை 100 என எடுக்க நினைத்தால்,

$$\text{சாத்தியமான பிரிவு இடைவெளியின் எண்ணிக்கை} = \frac{\text{வீச்சு}}{\text{பிரிவின் அளவு}}$$

$$= \frac{680}{100} = 6.8 \simeq 7$$

பிரிவு இடைவெளி	நேர்க்கோட்டு குறிகள்	நிகழ்வெண்
100-200	$\vert\vert\vert$	3
200-300	$\cancel{\vert\vert\vert\vert}\ \vert$	6
300-400	$\cancel{\vert\vert\vert\vert}\ \vert$	6
400-500	$\vert\vert$	2
500-600	$\vert\vert$	2
600-700	$\vert\vert\vert$	3
700-800	$\vert\vert\vert\vert$	4
	மொத்தம்	26

குறிப்பு

பொதுவாக நாம் பிரிவு அளவை 10 இன் மடங்குகளாகவோ அல்லது 5 இன் மடங்குகளாகவோ எடுப்போம்.

சிந்திக்க

கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளை நாம் 5 பிரிவுகளில் குறிக்க விரும்பினால் எவ்வாறு பிரிவு இடைவெளியைக் காணமுடியும் எனச் சிந்திக்க.

Unit 4 Statistics - TM.indd 84 20-11-2019 10:54:38

செயல்பாடு

உன் வகுப்புத் தோழர்களின் பெயர்களிலுள்ள கடைசி எழுத்தை உற்றுநோக்கி, அட்டவணைப்படுத்திப் பிறகு கீழ்க்காணும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.

பெயரிலுள்ள கடைசி ஆங்கிலக் எழுத்து	நேர்கோட்டுக் குறிகள்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை

1. பெயர்களில் எந்த எழுத்து அதிகமுறை கடைசி எழுத்தாக வந்துள்ளது?
2. பெயர்களில் எந்த எழுத்து குறைந்தமுறை கடைசி எழுத்தாக வந்துள்ளது?
3. எந்தெந்த எழுத்துகள் பெயர்களின் கடைசி எழுத்தாக வரவில்லை?
4. சிறுமிகளின் பெயர்கள் அதிகமாக---------- என்ற எழுத்தில் முடிந்துள்ளது.
5. சிறுவர்களின் பெயர்கள் அதிகமாக ---------- என்ற எழுத்தில் முடிந்துள்ளது.

குறிப்பு

உள்ளடக்கியத் தொடர்:

பிரிவு இடைவெளிகளில், மேல் எல்லையும், கீழ் எல்லையும் அந்தப் பிரிவு இடைவெளியில் உள்ளடங்கி இருந்தால் அது உள்ளடக்கியத் தொடர் எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டாக: 11-20, 21-30, 31-40, 41-50 என்பது ஓர் உள்ளடக்கிய தொடர் ஆகும். இங்கு 11 மற்றும் 20 ஆகிய தரவுகள் (11-20) பிரிவு இடைவெளியினுள் அமையும். தெளிவாக இது ஒரு தொடர்ச்சியற்றத் தொடர் ஆகும்.

விலக்கியத் தொடர்:

பிரிவு இடைவெளிகளில், ஒரு பிரிவு இடைவெளியின் மேல் எல்லையானது அடுத்த பிரிவு இடைவெளியின் கீழ் எல்லையாக இருந்தால் அது விலக்கியத் தொடர் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டாக: 10-15, 15-20, 20-25, 25-30, என்பன ஒரு விலக்கியத் தொடர் ஆகும். இங்கு 15 என்ற மதிப்பு 15-20 என்ற பிரிவு இடைவெளியிலும், 20 என்ற மதிப்பு அடுத்த 20-30 என்ற பிரிவு இடைவெளியிலும் இருக்கும். தெளிவாக இது ஒரு தொடர்ச்சியானத் தொடர் ஆகும்.

(ii) தொகுக்கப்பட்ட நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணையை அமைத்தல் – தொடர்ச்சியற்றத் தொடர்

எடுத்துக்காட்டு 4.3

தொடர்ச்சியானத் தொடர் நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணையை அமைக்க.

பிரிவு	0-5	6-11	12-17	18-23	24-29
நிகழ்வெண் (f)	7	10	9	5	12

தீர்வு:

மேலே கூறியவாறு முதலில் நாம் இடைவெளியை நிரப்பவேண்டும். இடைவெளி அளவின் பாதியைக் கொண்டு இரண்டு அடுத்தடுத்த எல்லைகளுக்கு இடையிலுள்ள இடைவெளியை நிரப்பவேண்டும். இங்கு இடைவெளி அளவு 1 ஆகும். எனவே, இடைவெளி அளவின் பாதியை நீக்கவும், சேர்க்கவும் வேண்டும். அதாவது 0.5 ஐக் கீழ் எல்லையிலிருந்து கழித்தும், மேல் எல்லையுடன் கூட்டியும் ஒவ்வொரு பிரிவினையும் தொடர்ச்சியானதாக மாற்ற வேண்டும்.

Unit 4 Statistics - TM.indd 85 20-11-2019 10:54:38

பிரிவு	–0.5-5.5	5.5-11.5	11.5-17.5	17.5-23.5	23.5-29.5
நிகழ்வெண் (f)	7	10	9	5	12

இவற்றை முயல்க

1. கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணையைத் தயார் செய்க.
   3, 4, 2, 4, 5, 6, 1, 3, 2, 1, 5, 3, 6, 2, 1, 3, 2, 4
2. தொகுக்கப்பட்ட நிகழ்வெண் பட்டியலைத் தயார் செய்க.
   10, 9, 3, 29, 17, 34, 23, 20, 39, 42, 5, 12, 19, 47, 18, 19, 27, 7, 13, 40, 38, 24, 34, 15, 40

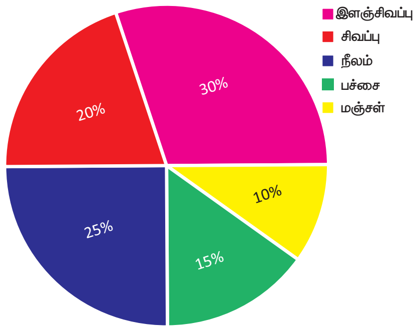
4.4 தொகுக்கப்படாதத் தரவுகளுக்கு வரைபட விளக்கமுறையில் நிகழ்வெண் பரவலைக் குறித்தல்

வரைபட விளக்கமுறையில் குறித்தல் என்பது தரவுத் தொகுப்பின் வடிவியல் அமைப்பு ஆகும். இது ஒரு கணித வடிவம் ஆகும். இந்த பட விளக்க முறையானது புள்ளியியல் கணக்குகளை கண்டுணர்ந்து சிந்திக்க வைக்கிறது. ஒரு குறிப்பிட்டச் செய்தியை விளக்க வார்த்தைகளைவிட வரைபட விளக்கம் அதிகப் பயனுள்ளதாக இருக்கிறது. படவிளக்க முறையில் தரவுகளைக் குறிப்பது புரிந்துகொள்ளுவதற்கு அதிகப் பயனுள்ளதாகவும் இருக்கிறது. சென்ற வகுப்பில் நாம் சில தொகுக்கப்படாதத் தரவுகளை வரைபட விளக்க முறையில் அதாவது நேர்க்கோட்டு வரைபடம், செவ்வகப்பட்டை விளக்கப்படம் மற்றும் படவிளக்கம் மூலம் குறித்தோம். இப்போது, நாம் கொடுக்கப்பட்ட தொகுக்கப்படாதத் தரவுகளை வட்டவடிவில் குறிக்கப்போகின்றோம். அதனை வட்ட விளக்கப்படம் அல்லது வட்டவிளக்க வரைபடம் என அழைக்கின்றோம்.

4.5 வட்ட விளக்கப் படம்

வட்ட விளக்கப்படம் என்பது ஒரு வட்ட வடிவ வரைபடம், இதன் மொத்த மதிப்பைக் கூறுகளாகப் (பகுதிகளாக) பிரிக்கப்படும். வட்டத்தின் பரப்பளவு கூறுகளின் மொத்த மதிப்பால் குறிக்கப்படும். மேலும், வட்டத்தின் ஒவ்வொரு வட்ட கோணப்பகுதியும் வெவ்வேறு கூறுகளால் குறிக்கப்படும். இங்கு ஒரு வட்டமானது வட்டகோணப்பகுதிகளாகப்பிரிக்கப்படுகிறது. மேலும், ஒவ்வொரு வட்டக்கோணப்பகுதியின் பரப்பளவும்கொடுக்கப்பட்டதகவல்களுக்குநேர்விகிதத்தில்இருக்கும்.வட்டவிளக்கப்படத்தில்அதிகபட்சமாக தரவுகள் சதவீதத்தில் குறிக்கப்பட்டிருக்கும். மொத்த மதிப்பில் இத்தனை சதவீதம் என ஒவ்வொரு கூறும் குறிக்கப்பட்டிருக்கும். இது வட்ட விளக்கப்படம் (pie chart) என அழைக்கப்படுகிறது ஏனெனில், இதன் மொத்தப் படமும் அமெரிக்கர்களின் உணவான 'பை'(pie) போன்று தோற்றம் அளிப்பதாலும் இதன் கூறுகள் 'பை' (pie) உணவின் துண்டுகளைப் போன்று இருப்பதாலும் இவ்வாறு அழைக்கப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு



அமெரிக்க உணவு 'பை' (Pie)

4.5.1 வட்ட விளக்கப்படம் வரையும் முறை:

ஒரு வட்ட விளக்கப்படத்தில் வெவ்வேறு கூறுகளை வட்டகோணப் பகுதி மூலம் குறிக்கப்படும். மேலும், அனைத்துக் கூறுகளின் மொத்த மதிப்பும் முழு வட்டத்தைக் குறிக்கிறது என்று நமக்குத் தெரியும். எனவே ஒரு வட்டத்தின் மொத்த மையக்கோண அளவான 360° ஐ கூறுகளின் மதிப்புகளுக்குத் தக்கவாறு வெவ்வேறு வட்டகோணப்பகுதிகளாகப் பிரிக்கலாம்.

Unit 4 Statistics - TM.indd 86
20-11-2019 10:54:39

$$\text{ஒரு கூறின் (பகுதி) மையக்கோண அளவு} = \frac{\text{கூறின் மதிப்பு}}{\text{மொத்த மதிப்பு}} \times 360^\circ$$

சில நேரங்களில், கூறுகளின் அளவு சதவீதங்களாகக் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும். இதுபோன்ற சமயங்களில்

$$\text{ஒரு கூறின் மையக் கோண அளவு} = \frac{\text{கூறின் சதவீத மதிப்பு}}{100} \times 360^\circ$$

வட்டவிளக்கப்படம் அமைப்பதற்கான படிநிலைகள்:

1) ஒவ்வொரு கூறின் மையக்கோண அளவையும் மேற்காணும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணக்கிட்டு அட்டவணைப்படுத்துக.
2) நம் வசதிக்கேற்ப ஏதேனும் ஓர் ஆரமுடைய வட்டம் வரைந்து, அவ்வட்டத்தினுள் கிடைமட்டமாக ஓர் ஆரம் வரைக.
3) கிடைமட்ட ஆரத்துடன் முதல் கூறின் கோணத்தை வட்ட மையத்தில் ஏற்படுத்துமாறு ஆரத்தை வரைக. இந்த ஆரத்திலிருந்து இரண்டாவது கூறின் கோணத்தை வட்ட மையத்தில் ஏற்படுத்துமாறு அடுத்த ஆரத்தை வரைக. மேலும் இதேபோன்று அனைத்துக் கூறுகளும் முடியும் வரை வரைக.
4) ஒவ்வொரு வட்ட கோணப்பகுதியையும் வேறுபடுத்திக் காட்ட வெவ்வேறு வண்ணமிடவும்.
5) ஒவ்வொரு வட்டகோணப்பகுதியின் விவரக் குறிப்பினை எழுதுக.

இங்கு சில எடுத்துக்காட்டுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன . கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளுக்கு நாம் வட்ட விளக்கப்படம் வரைவோம்.

எடுத்துக்காட்டு 4.4

ஒரு பள்ளி மாணவன் ஒரு வேலை நாளில் வெவ்வேறு செயல்களுக்காகச் செலவிடப்பட்ட நேரங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவ்விவரங்களுக்கு வட்ட விளக்கப்படம் வரைக.

செயல்கள்	தூக்கம்	பள்ளி	விளையாட்டு	வீட்டுப் பாடம்	மற்றவை
கால அளவு	8	6	2	3	5

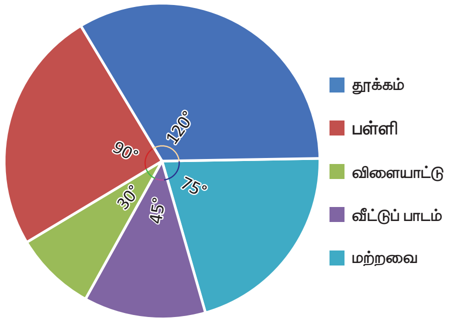
1. தூங்கும் கால அளவுக்கான சதவீதத்தைக் காண்க.
2. விளையாடுவதைக் காட்டிலும் வீட்டுப்பாடம் செய்வதற்கு எவ்வளவு அதிகக் கோணம் அளவு செலவிடப்படுகிறது?
3. மற்ற செயல்களுக்குச் செலவிடப்படும் நேரமானது, தூக்கத்தை விட எவ்வளவு கோணம் அளவு குறைவு?

தீர்வு:

24 மணிநேரம் கொண்ட ஒரு நாளில் வெவ்வேறு செயல்களுக்கு மாணவன் செலவழித்த நேரத்தை 360° இன் பகுதிகளாக மாற்றுவோம்.

செயல்கள்	தூக்கம்	பள்ளி
தூக்கம்	8	$\frac{8}{24} \times 360^\circ = 120^\circ$
பள்ளி	6	$\frac{6}{24} \times 360^\circ = 90^\circ$
விளையாட்டு	2	$\frac{2}{24} \times 360^\circ = 30^\circ$
வீட்டுப் பாடம்	3	$\frac{3}{24} \times 360^\circ = 45^\circ$
மற்றவை	5	$\frac{5}{24} \times 360^\circ = 75^\circ$
மொத்தம்	24	360°

ஒரு நாளில் மாணவனால் செலவிடப்பட்ட நேரம்



1. தூங்கும் கால அளவுக்கான சதவீதம் $= \frac{8}{24} \times 100\% = 33.33\%$
2. வீட்டுப்பாடக் கால அளவு $45°-30°=15°$ கோண அளவு, விளையாட்டுக் கால அளவை விட அதிகம்.
3. மற்ற செயல்களுக்கான கால அளவு $120°-75°= 45°$ கோண அளவு, உறக்கத்தை விட குறைவு.

எடுத்துக்காட்டு 4.5

2 ஏக்கர் நிலத்தில் நெல்லைப் பயிரிட ஆகும் செலவு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. கீழ்க்காணும் தரவுகளைக் குறிக்கும் வட்ட விளக்கப்படம் வரைக.

விவரங்கள்	விதை நெல்	உழவு	ஆள் கூலி	பூச்சி மருந்து	அறுவடை	மற்றவை
செலவுகள் (₹)	2000	6000	10000	7000	8000	3000

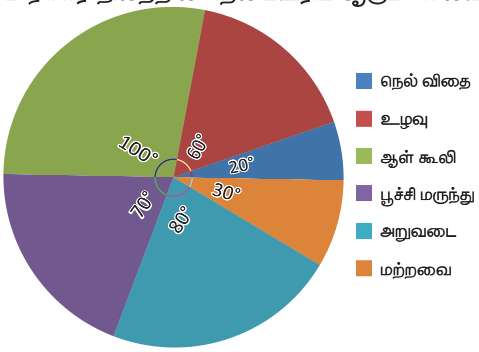
மேலும், 1. எந்தத் தலைப்பின் கீழ் அதிகத் தொகைச் செலவிடப்படுகிறது. அதன் சதவீதம் எவ்வளவு?
2. எத்தனைச் சதவீதப் பணமானது விதை நெல் வாங்கச் செலவிடப்படுகிறது?

தீர்வு:

விவரங்கள்	செலவுகள்	மையக் கோணம்
விதை நெல்	2000	$\frac{2000}{36000} \times 360° = 20°$
உழவு	6000	$\frac{6000}{36000} \times 360° = 60°$
ஆள் கூலி	10000	$\frac{10000}{36000} \times 360° = 100°$
பூச்சி மருந்து	7000	$\frac{7000}{36000} \times 360° = 70°$
அறுவடை	8000	$\frac{8000}{36000} \times 360° = 80°$
மற்றவை	3000	$\frac{3000}{36000} \times 360° = 30°$
மொத்தம்	36000	360°

Unit 4 Statistics - TM.indd 88
20-11-2019 10:54:41

2 ஏக்கர் நிலத்தில் நெல் பயிரிட ஆகும் செலவு



1. அதிகபட்சமாக ஆள்கூலிக்காக ₹10,000 செலவு செய்துள்ளார். இதனைச் சதவீதமாக மாற்ற,

$$\text{நமக்கு ஆள் கூலி} = \frac{10000}{36000} \times 100\% = 27.7\%$$

2. விதை நெல்லுக்காக ₹2000 செலவு செய்துள்ளார். சதவீதமாக மாற்ற நமக்கு,

$$\text{விதை நெல்} = \frac{2000}{36000} \times 100\% = 5.55\%$$

எடுத்துக்காட்டு 4.6

ஒரு வீடு கட்டுவதற்கு ஆகும் செலவுக்குத் தொடர்புடையக் கீழ்க்கண்டத் தரவுகளுக்குப் பொருத்தமான வட்ட விளக்கப்படம் வரைக.

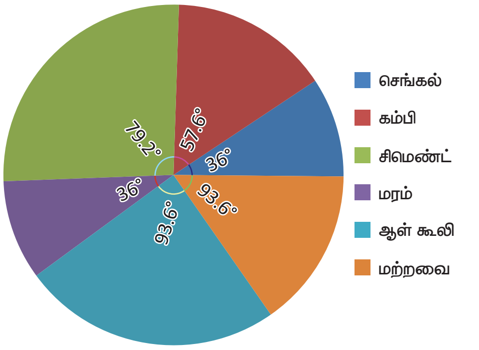
விவரங்கள்	செங்கல்கள்	கம்பி	சிமெண்ட்	மரம்	ஆள் கூலி	மற்றவை
செலவு	10%	16%	22%	10%	26%	16%

மேலும், ₹55000 சிமெண்ட்டுக்காகச் செலவு செய்திருந்தால் ஆள் கூலிக்காக எவ்வளவு செலவு செய்துள்ளார் எனக் கணக்கிடுக.

தீர்வு:

விவரங்கள்	செலவுகள்	மையக் கோணம்
செங்கல்	10 %	$\frac{10}{100} \times 360° = 36°$
கம்பி	16 %	$\frac{16}{100} \times 360° = 57.6°$
சிமெண்ட்	22 %	$\frac{22}{100} \times 360° = 79.2°$
மரம்	10 %	$\frac{10}{100} \times 360° = 36°$
ஆள் கூலி	26 %	$\frac{26}{100} \times 360° = 93.6°$
மற்றவை	16 %	$\frac{16}{100} \times 360° = 57.6°$
	மொத்தம்	360°

ஒரு வீடு கட்டுவதற்கு ஆகும் செலவு



சிமெண்ட்டுக்காகச் செலவு ₹55000 எனில், இது 22% குறிக்கிறது. ஆள் கூலிக்காக 26% செலவு செய்துள்ளார்.

$$\text{எனவே, ஆள்கூலிக்கானச் செலவு} = \frac{26}{22} \times 55000$$

$$= ₹\,65,000$$

சதவீதம்	செலவு
↑ 22	55000 ↑
26	?
நேர் விகிதம்	

Unit 4 Statistics - TM.indd 89
20-11-2019 10:54:44

குறிப்பு

வட்ட விளக்கப்படத்தின் பயன்கள்:

1. தொழிற்துறை மற்றும் ஊடகத் துறையினர் வட்ட விளக்கப்பட முறையைப் பரவலாகப் பயன்படுத்துகின்றனர்.
2. ஒருவர் வட்ட விளக்கப்படமுறையைப் பயன்படுத்தி அரசாங்கத்தின் செலவினங்கள் அல்லது வெவ்வேறு தலைப்பின் கீழ் தொழிற்துறையினர் செய்யும் செலவுகளைக் காட்சிப்படுத்தலாம்.
3. ஆராய்ச்சித் துறையினர் தங்கள் முடிவுகளை வட்ட விளக்கப்படம் பயன்படுத்தித் தெரிவிக்கின்றனர்.

நிறைகள் மற்றும் குறைகள்:

நிறைகள்:

1. எளிதாக உருவாக்கலாம்.
2. மற்ற வரைபடத்தை விட வட்ட விளக்கப்படம் பார்வைக்கு எளிமையானது.
3. வட்ட விளக்கப்படத்தில் விரைவாகச் செய்திகளைப் புரிந்துகொள்வது எளிது.

குறைகள்:

1. ஒன்றுக்கும் மேற்பட்ட மாதிரிகளை ஒப்பிடுவதற்கு வட்ட விளக்கப்பட முறைக் கடினமாக இருக்கும்.
2. வெவ்வேறு மாதிரிகளுக்குத் தனித்தனியே வட்ட விளக்கப்படம் வரைய வேண்டும்.
3. தரவுகளில் அதிகக் கூறுகள் இருந்தால் வட்ட விளக்கப்படம் குறைந்தப் பயனுள்ளதாகவே இருக்கும்.

பயிற்சி 4.1

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.**

   (i) வேறொருவரால் முன்பே சேகரித்து வைத்திருக்கும் தரவுகள் ______________ தரவுகள்.

   (ii) (25-35) பிரிவு இடைவெளியின் மேல் எல்லை ______________.

   (iii) 200,15,20,103,3,197 இன் வீச்சு ______________.

   (iv) பிரிவு அளவு 10 மற்றும் வீச்சு 80 எனில், பிரிவுகளின் எண்ணிக்கை __________.

   (v) வட்ட விளக்கப்படம் என்பது ___________ வரைபடம்.

K2M4U5

2. **சரியா தவறா எனக் கூறுக.**

   (i) உள்ளடக்கியத் தொடர் ஒரு தொடர்ச்சியானத் தொடர்.

   (ii) வட்ட விளக்கப்படம் புரிந்துகொள்வதற்கு எளிமையானது.

   (iii) வெவ்வேறு மாதிரிகளுக்கு ஒரே வட்ட விளக்கப்படம் போதுமானது.

   (iv) ஊடக மற்றும் தொழிற்துறையினர் வட்ட விளக்கப்படத்தைப் பயன்படுத்துகின்றனர்.

   (v) வட்ட விளக்கப்படம் என்பது வட்டத்தைப் பல்வேறு வட்டக்கோணபகுதிக் கூறுகளாகப் பிரிப்பது.

3. தொடர்ச்சியானத் தொடராக மாற்றுக.

10-20	
24-34	
38-48	
52-62	

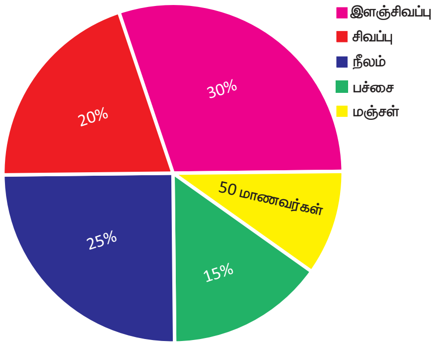
Unit 4 Statistics - TM.indd 90
20-11-2019 10:54:44

4. 25 குடும்பங்களிலுள்ள குழந்தைகளின் எண்ணிக்கைத் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இதனைத் தொகுக்கப்படாத நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணையில் குறிக்க.

1, 3, 0, 2, 5, 2, 3, 4, 1, 0, 5, 4, 3, 1, 3, 2, 5, 2, 1, 1, 2, 6, 2, 1, 4

5. பத்தாம் வகுப்பு பொதுத் தேர்வில் 30 மாணவர்கள் எடுத்த மதிப்பெண்களுக்குத் தொகுக்கப்பட்ட நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணையைத் தயார் செய்க.

328, 470, 405, 375, 298, 326, 276, 362, 410, 255, 391, 370, 455, 229, 300, 183, 283, 366, 400, 495, 215, 157, 374, 306, 280, 409, 321, 269, 398, 200.



6. ஒரு வண்ண உற்பத்தித் தொழிற்சாலை நிர்வாகத்தினர் ஒரு பகுதி மாணவர்களிடம் தங்களுக்கு விருப்பமான வண்ணம் பற்றி கேட்டு, அத்தரவுகளுக்கு வட்ட விளக்கப்படம் வரைந்துள்ளார்கள். அத்தகவல்களைப் பயன்படுத்திக் கீழ்க்காணும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.

   (i) எத்தனைச் சதவீத மாணவர்கள் சிவப்பு வண்ணத்தை விரும்புகின்றனர்?

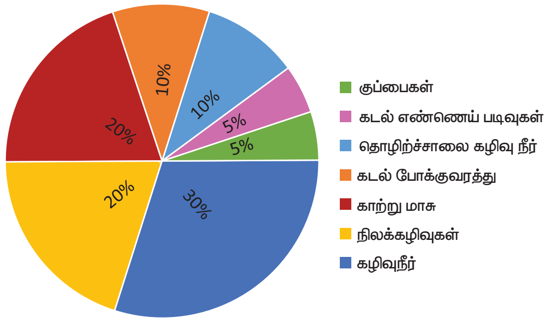
   (ii) எத்தனை மாணவர்கள் பச்சை வண்ணத்தை விரும்புகின்றனர்?

   (iii) நீலவண்ணத்தை விரும்பும் மாணவர்களின் பின்னம் என்ன?

   (iv) எத்தனை மாணவர்கள் சிவப்பு வண்ணத்தை விரும்பவில்லை?

   (v) எத்தனை மாணவர்கள் இளஞ்சிவப்பு அல்லது நீல வண்ணத்தை விரும்புகின்றனர்?

   (vi) எத்தனை மாணவர்களிடம் தங்களுக்குப் பிடித்தமான வண்ணம் பற்றிக் கேட்கப்பட்டது?



7. கடலில் மாசுகள் கலப்பது பற்றிக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள வட்ட விளக்கப்படத்திலுள்ள செய்திகளிலிருந்து ஏதேனும் ஐந்து கருத்துகளை எழுதுக.

8. ஒரு கருத்துக் கேட்பில், அப்பகுதி மக்களால் விரும்பப்படும் உணவு வகைகள் பற்றிய விவரங்கள் கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அவ்விவரங்களுக்கு வட்ட விளக்கப்படம் வரைக.

உணவு வகைகள்	காய்கறிகள்	மாமிசம்	காய்கறிக் கலவை	பழங்கள்	முலைக்கட்டிய தானியங்கள்	ரொட்டி
எண்ணிக்கை	160	90	80	50	30	40

9. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களுக்கு வட்ட விளக்கப்படம் வரைக.

பெருங்கடல்கள்	பசிபிக்	அட்லாண்டிக்	இந்திய	ஆர்டிக்	அண்டார்ட்டிகா
நீரின் அளவு	46 %	24 %	20 %	4 %	6 %

10. இந்திய அரசாங்கத்திற்குப் பல்வேறு வரிவருவாய் வழிகளில் இருந்துவரும் வருமானம் ஒரு ரூபாயில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதற்கு வட்ட விளக்கப்படம் வரைக.

வரிவருவாய் வழி	நிறுவன வரி	வருமான வரி	சுங்க வரி	கலால் வரி	சேவை வரி	மற்றவை
வருமானம் (பைசாவில்)	19	16	9	14	10	32

11. குமரனின் குடும்ப மாதச் செலவு கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதற்குப் பொருத்தமான வட்ட விளக்கப்படம் வரைக.

விவரங்கள்	உணவு	கல்வி	வாடகை	போக்குவரத்து	இதர செலவுகள்
செலவுகள் (%)	50 %	20 %	15 %	5 %	10 %

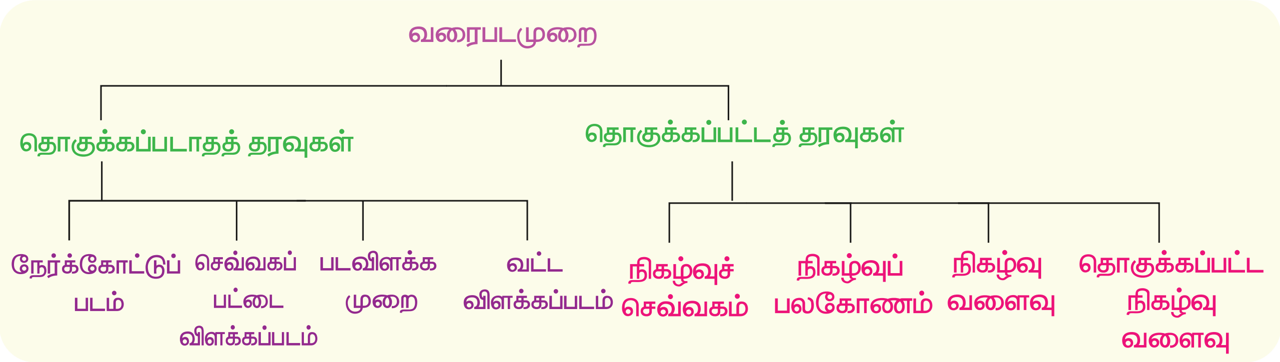
மேலும்,

1. குமரன் ₹6000 த்தை வாடகைக்குச் செலவுச் செய்தால் அவர் கல்விக்குச் செய்யும் செலவைக் காண்க.
2. குமரனின் மொத்த மாத வருமானம் எவ்வளவு?
3. கல்வியை விட உணவுக்கு எவ்வளவு அதிகமாகச் செலவுச் செய்கிறார்?

4.6 தொகுக்கப்பட்டத் தரவுகளுக்கான நிகழ்வெண் பரவலை வரைபட விளக்கமுறையில் குறித்தல்.

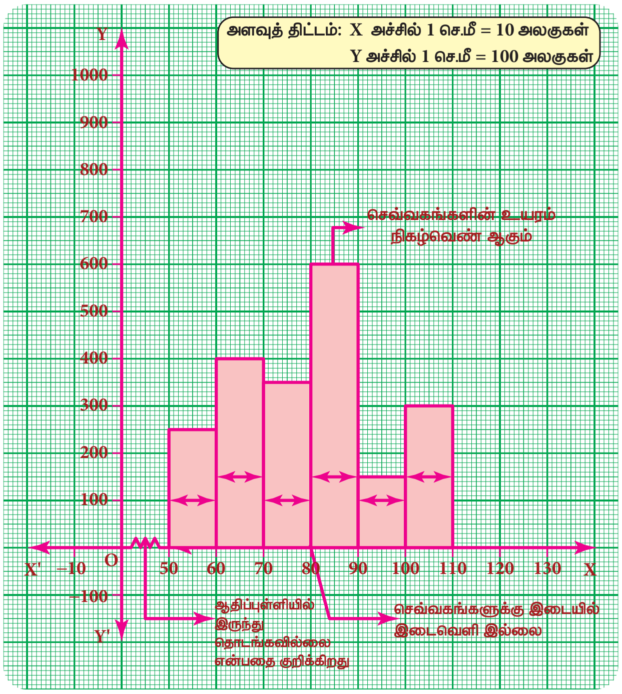
நேர்க்கோட்டுப்படம், செவ்வகப்பட்டை விளக்கப்படம், படவிளக்க முறை மற்றும் வட்ட விளக்கப்படம் ஆகியவை தொகுக்கப்படாதத் தரவுகளுக்கான நிகழ்வெண் பரவலைக் குறிக்கும் வரைபட விளக்க முறை ஆகும். நிகழ்வுச் செவ்வகம், நிகழ்வுப் பலகோணம், நிகழ்வு வளைவு, தொகுத்த நிகழ்வு வளைவு (Ogives) ஆகியவை சில தொகுக்கப்பட்டத் தரவுகளுக்கான நிகழ்வெண் பரவலைக் குறிக்கும் வரைபட விளக்கமுறை ஆகும்.

இந்த வகுப்பில் தொகுக்கப்பட்டத் தரவுகளுக்கான நிகழ்வெண் பரவலை நிகழ்வுச் செவ்வகம், நிகழ்வுப் பலகோணம் ஆகியவற்றால் மட்டும் குறிக்கக் கற்றுக்கொள்வோம். மற்ற வகையில் குறிப்பதுப் பற்றி மேல் வகுப்புகளில் படிக்கலாம்.



4.7 நிகழ்வுச் செவ்வகம்

நிகழ்வுச் செவ்வகம் என்பது தொடர்ச்சியான நிகழ்வெண் பரவல் வரைபடம் ஆகும். ஒரு செவ்வகத் தொகுப்பை நிகழ்வுச் செவ்வகம் பெற்றிருக்கும். செவ்வகங்களின் அடிப்பக்க நீளம் பிரிவு இடைவெளியாகவும், ஒவ்வொரு பிரிவு இடைவெளிகளின் நிகழ்வெண்ணை உயரமாகவும் கொண்டிருக்கும். அதாவது பிரிவு இடைவெளிகள் கிடைமட்டக் கோட்டில் (x-அச்சு) குறிக்கப்படும். மேலும் மற்றும் நிகழ்வெண்கள் குத்துக்கோட்டில் (y-அச்சு) குறிக்கப்படும்.



ஒவ்வொரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவும் அதன் பிரிவு இடைவெளியின் நிகழ்வெண்களுக்கு நேர்விகிதத்தில் இருக்கும். மேலும் நிகழ்வுச் செவ்வகத்தின் மொத்தப் பரப்பளவானது அனைத்து நிகழ்வெண்களின் கூடுதலுக்கும் நேர்விகிதத்தில் இருக்கும். ஏனெனில், தொடர்ச்சியான நிகழ்வெண் பரவலில் செவ்வகம் ஒன்றன் பக்கத்தில் ஒன்றாக இடைவெளியின்றித் தொடர்ச்சியாக அடுத்தடுத்த செவ்வகங்களாக வரையப்பட்டிருக்கும்.

Unit 4 Statistics - TM.indd 92 20-11-2019 10:54:44

நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரையும் வழிமுறைகள்:

1. தொடர்ச்சியற்ற முறையில் (உள்ளடக்கிய தொடர்) தரவுகள் இருந்தால் அவற்றைச் சரிசெய் காரணியைப் பயன்படுத்தித் தொடர்ச்சியானத் ((விலக்கியத்தொடர்) தரவாக மாற்றிக் குறிக்கவேண்டும்.
2. x- அச்சு மற்றும் y- அச்சின் மீது பொருத்தமான அளவுத் திட்டத்தை எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும்.
3. அனைத்துப் பிரிவு இடைவெளிகளின் கீழ் எல்லைகளையும் x-அச்சில் குறிக்க வேண்டும்.
4. பரவலின் நிகழ்வெண்களை y-அச்சின் மீது குறிக்க வேண்டும்.
5. பிரிவு அளவை அடிப்பக்கமாகவும், அதன் நிகழ்வெண்களை உயரமாகவும் கொண்டு செவ்வகங்கள் வரைக. ஒவ்வொரு பிரிவும் மேல் மற்றும் கீழ் மதிப்பைப் பெற்றிருக்கும். இது நமக்கு நிகழ்வெண்களைக் குறிக்கும் இரண்டு சமச் செங்குத்துக் கோடுகளைக் கொடுக்கும். கோடுகளின் மேல் பகுதியை ஒன்றோடொன்று இணைத்தால் தொடர்ச் செவ்வகங்கள் கிடைக்கும்.

குறிப்பு

1. பிரிவு இடைவெளி ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து (O) தொடங்கவில்லை எனில், இதனை ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து x அச்சின்மீது ஒரு முறுக்கு வளைவு (ΛΛΛ_) வரைந்துக் குறிப்பிடுவோம். இந்த முறுக்கு வளைவு (ΛΛΛ_) y அச்சின் மீதோ அல்லது இரண்டு அச்சுகளின் மீதோ தேவைப்பட்டால் வரையலாம். அதாவது கொடுக்கப்பட்டத் தரவு ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து தொடங்கவில்லை என்பதை இது குறிக்கிறது.

செவ்வகப்பட்டை விளக்கப்படத்திற்கும், நிகழ்வுச் செவ்வகத்திற்கும் இடையேயுள்ள வேறுபாடு.

	செவ்வகப்பட்டை விளக்கப்படம்	நிகழ்வுச் செவ்வகம்
1	தொகுக்கப்படாதத் தரவுகளைக் குறிக்க பயன்படுகிறது.	தொகுக்கப்பட்டத் தரவுகளைக் குறிக்க பயன்படுகிறது.
2	பட்டைகளுக்கு இடையில் இடைவெளி இருக்கும்.	செவ்வகங்களுக்கு இடையில் இடைவெளி இருக்காது.
3	பட்டையின் உயரம் கவனிக்கத்தக்கது ஆனால் அகலம் அல்ல.	ஒவ்வொரு செவ்வகத்தின் உயரம் மற்றும் அகலம் கவனிக்கத்தக்கது.

4.7.1 தொடர்ச்சியான நிகழ்வெண் பரவலுக்கு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைதல்:

எடுத்துக்காட்டு 4.7

கீழ்க்காணும் அட்டவணையில் ஒரு கிராமத்திலுள்ள 100 பேர்களின் வயது குறிக்கப்பட்டுள்ளது, இதற்கான நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைக.

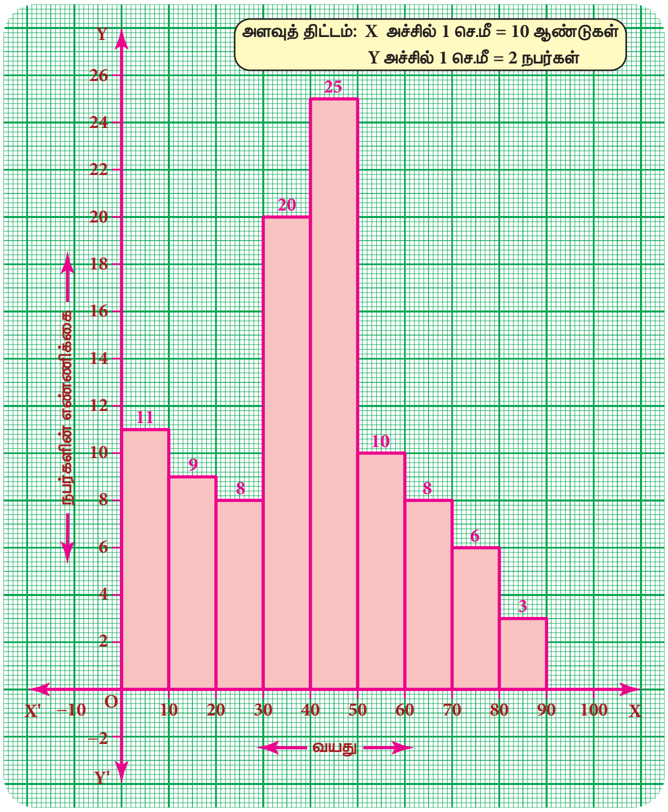
வயது	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
எண்ணிக்கை	11	9	8	20	25	10	8	6	3

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள தரவு ஒரு தொடர்ச்சியான நிகழ்வெண் பரவலைக் கொண்டுள்ளது. x-அச்சில் பிரிவு இடைவெளிகள் குறிக்கப்படும். மேலும் அவற்றின் நிகழ்வெண்கள் y-அச்சில் குறிக்கப்படும். பிரிவுகள் (வயது) மற்றும் அதன் நிகழ்வெண்கள் (எண்ணிக்கை) இரண்டையும் ஒரு சேரக் குறித்துச் செவ்வகம் உருவாகிறது.

Unit 4 Statistics - TM.indd 93 20-11-2019 10:54:44

கீழ்க்காணுமாறு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரையவேண்டும்.



4.7.2 தொடர்ச்சியற்ற நிகழ்வெண் பரவலுக்கு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைதல்:

எடுத்துக்காட்டு 4.8

ஒரு நகரத்தில் 10 முதல் 45 வயது வரையுள்ள படித்த பெண்களின் எண்ணிக்கை கீழ்க்காணும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

வயது	10-15	16-21	22-27	28-33	34-39	40-45
பெண்களின் எண்ணிக்கை	350	920	850	480	230	200

மேற்காணும் தரவுகளுக்கு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைக.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவல் தொடர்ச்சியற்றதுடன் தரவுகளை அவ்வாறே வரைபடத்தில் குறித்தால், இரண்டு பிரிவுகளுக்கு இடையில் இடைவெளி இருப்பதால் செவ்வகப்பட்டை விளக்கப்படத்தை நாம் பெறுவோம். எனவே சரிசெய் காரணியைப் பயன்படுத்தித் தொடர்ச்சியானப் பரவலாக மாற்ற வேண்டும்.

அதாவது கீழ் வரம்பு $=$ கீழ் எல்லை $-\frac{1}{2}$ (இடைவெளி அளவு)

$$= 10 - \frac{1}{2}(1)$$

$$= 10 - 0.5 = 9.5$$

மேல் வரம்பு $=$ மேல் எல்லை $+\frac{1}{2}$ (இடைவெளி அளவு)

$$= 15 + \frac{1}{2}(1)$$

$$= 15 + 0.5$$

$$= 15.5$$

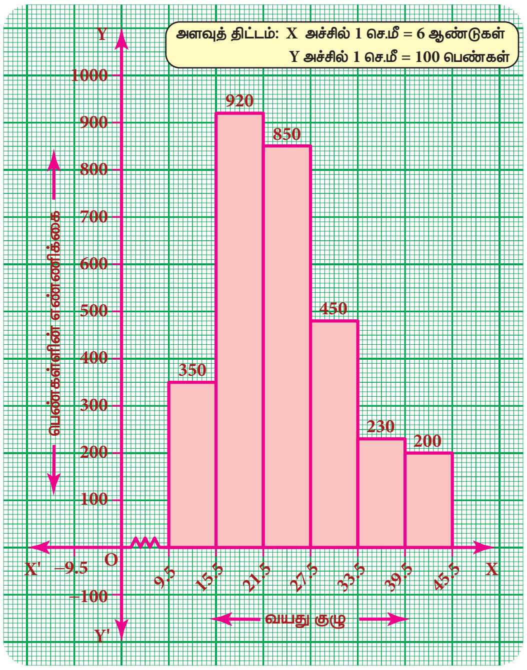
Unit 4 Statistics - TM.indd 94
20-11-2019 10:54:46

முதல் பிரிவு இடைவெளியை 9.5-15.5 என எழுதமுடியும். மேலும் மீதமுள்ள பிரிவு இடைவெளிகளையும் இதேபோல் மாற்ற வேண்டும். நிகழ்வெண்களில் எந்த மாற்றமும் இல்லை.

புதிய தொடர்ச்சியான நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணை.

வயது	9.5-15.5	15.5-21.5	21.5-27.5	27.5-33.5	33.5-39.5	39.5-45.5
பெண்களின் எண்ணிக்கை	350	920	830	480	230	200

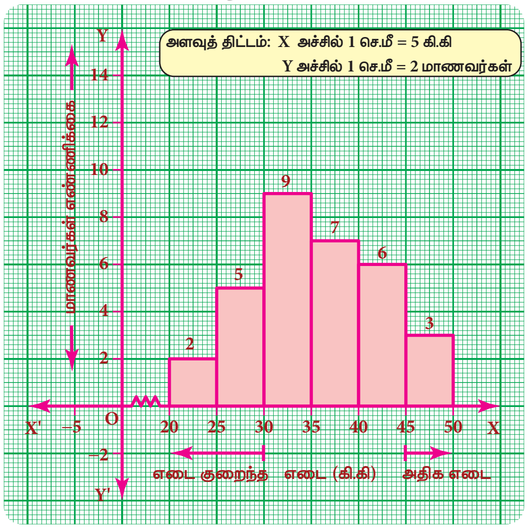
கீழ்க்காணுமாறு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைய வேண்டும்.



எடுத்துக்காட்டு 4.9

கொடுக்கப்பட்ட நிகழ்வுச் செவ்வகத்தை உற்றுநோக்கிக் கீழ்க்காணும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.

1. நிகழ்வுச் செவ்வகம் குறிக்கும் விவரம் என்ன?
   எட்டாம் வகுப்பு மாணவர்கள் எடையைச் சேகரித்து, அதனை நிகழ்வுச் செவ்வகத்தில் குறிக்கப்பட்டுள்ளது.
2. எந்தக் குழுவில் அதிகபட்சமான மாணவர்களின் எண்ணிக்கை உள்ளது?
   30-35 கிகி எடைப் பிரிவில் அதிகபட்சமாக 9 மாணவர்கள் உள்ளனர்.
3. எத்தனை மாணவர்கள் குறைந்த எடைப் பிரிவில் உள்ளனர்?
   $7\left(=2+5\right)$ மாணவர்கள் குறைந்த எடைப் பிரிவில் உள்ளனர்.
4. எத்தனை மாணவர்கள் அதிக எடைப் பிரிவில் உள்ளனர்?.
   3 மாணவர்கள் அதிக எடைப் பிரிவில் உள்ளனர்.
5. எத்தனை மாணவர்கள் 30-40 கிகி எடைப் பிரிவில் உள்ளனர்?
   16 (= 9 + 7) மாணவர்கள் 30-40 கிகி எடைப் பிரிவில் உள்ளனர்.



Unit 4 Statistics - TM.indd 95 20-11-2019 10:54:46

6. உங்களுடைய ஆலோசனை என்ன?
குறைந்த எடைப் பிரிவிலுள்ள மாணவர்கள் சத்தான உணவைச் சாப்பிட வேண்டும். மேலும், அதிக புரோட்டீன் உணவுகளை எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும். அதிக எடைப் பிரிவிலுள்ள மாணவர்கள் அன்றாடம் உடற்பயிற்சியை மேற்கொண்டு தங்களது எடையைக் குறைக்க வேண்டும். மேலும், மீதமுள்ள மாணவர்கள் தங்களுடையச் சத்தான உணவு முறையையும், அன்றாட உடற்பயிற்சியையும் தொடர வேண்டும்.

4.8 நிகழ்வுப் பலகோணம்

நிகழ்வுப் பலகோணம் என்பது வரைபடமுறையில் நிகழ்வெண் பரவலைக் குறிக்கும் கோட்டு வரைபடம் ஆகும். நிகழ்வுச் செவ்வகத்திலுள்ள செவ்வகங்களின் மேல்பக்கத்தின் நடுப்புள்ளியைக் குறித்து அவற்றை நேர்க்கோடு மூலம் இணைக்கக் கிடைக்கும் வடிவம் நிகழ்வுப் பலகோணம் ஆகும். ஒரு பலகோணத்தைப் போன்று பல பக்கங்களைக் கொண்டுள்ளதால் இதனை நிகழ்வுப் பலகோணம் என அழைக்கின்றோம்.

ஒரு நிகழ்வுப் பலகோணம், இரண்டு அல்லது அதற்கும் மேற்பட்ட நிகழ்வெண் பரவலை ஒப்பிட்டுப் பார்க்கப் பயன்படுகிறது. தொகுக்கப்பட்ட நிகழ்வெண் பரவலுக்கான நிகழ்வுப் பலகோணத்தை இரண்டு வழிகளில் வரையலாம்.

(i) நிகழ்வுச் செவ்வகத்தைப் பயன்படுத்தி
(ii) நிகழ்வுச் செவ்வகத்தைப் பயன்படுத்தாமல்

4.8.1 நிகழ்வுச் செவ்வகத்தைப் பயன்படுத்தி நிகழ்வுப் பலகோணத்தை வரைதல்:

1. கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளுக்கு நிகழ்வு செவ்வகம் வரைக.
2. அடுத்தடுத்து அமைகின்ற செவ்வகங்களின் மேற்பக்கங்களின் மையப் புள்ளிகளைக் குறித்து நேர்க்கோடுகள் மூலம் இணைக்கவும்.
3. நிகழ்வுச் செவ்வகத்தில் முதல் செவ்வகத்திற்கு முன் ஒரு பிரிவு இடைவெளியும், கடைசிச் செவ்வகத்தைத் தொடர்ந்து ஒரு பிரிவு இடைவெளியும் இருப்பதாகக் கொண்டு மேலும் இந்தப் பிரிவு இடைவெளியின் ஒவ்வொன்றின் நிகழ்வெண்ணும் பூச்சியம் எனவும் எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும். இந்தப் பிரிவு இடைவெளியைக் கற்பனைப் பிரிவு இடைவெளி என்கிறோம்.
4. நிகழ்வுப் பலகோணம் பெற, கற்பனைப் பிரிவு இடைவெளியின் மையப் புள்ளிகளை முறையே முதல் மற்றும் கடைசி செவ்வகத்தின் மேல் பக்கத்தின் நடுப்புள்ளியுடன் இணைக்க வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 4.10

ஒரு பள்ளியில் படிக்கும் 200 மாணவர்களின் 1 மாத கைச்செலவுக்கான பணப் பரவல் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

கைச்செலவுப் பணம்	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	25	40	33	28	30	20	16	8

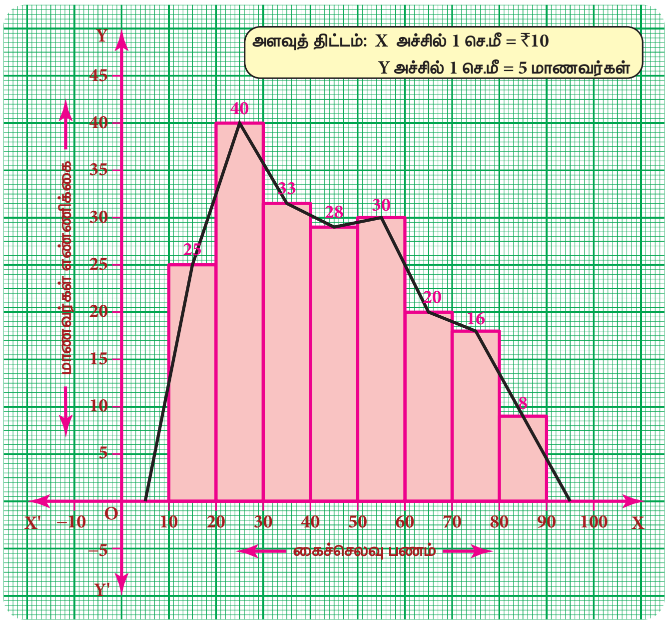
நிகழ்வுச் செவ்வகத்தைப் பயன்படுத்தி நிகழ்வுப் பலகோணம் வரைக.

தீர்வு:

கைச்செலவுப் பணத்தை x அச்சின் மீதும், மாணவர்களின் எண்ணிக்கையை y-அச்சின் மீதும் குறிக்கவும்.

கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளுக்கு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைக. இப்பொழுது அடுத்தடுத்த செவ்வகங்களின் மேல்பக்கத்தின் நடுப்புள்ளிகளைக் குறிக்க. மேலும் x-அச்சின் மீது நிகழ்வெண் பூச்சியத்தைக் கொண்ட கற்பனைப் பிரிவு இடைவெளியின் நடுப்புள்ளிகளையும் குறிக்க. அளவுகோல் உதவியுடன் அனைத்து நடுப்புள்ளிகளையும் இணைக்க. இப்போது நாம் நிகழ்வுச் செவ்வகத்தின் மீது அமைந்த நிகழ்வுப் பலகோணத்தைப் பெறுகிறோம்.

Unit 4 Statistics - TM.indd 96 20-11-2019 10:54:46



குறிப்பு

சில நேரங்களில் கற்பனைப் பிரிவு இடைவெளிகள் அமைவதில்லை. எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு தேர்வில் மாணவர்கள் பெறும் மதிப்பெண்களில், பூச்சிய மதிப்பெண்ணிற்குக் கீழும், அதிகபட்ச மதிப்பெண்ணுக்கு மேலும் என இருபுறமும் செல்ல முடியாது. இதுபோன்ற நிகழ்வுகளின் கடைக்கோடுகள் முறையே முதல் செவ்வகத்தின் இடப்பக்கத்தின் நடுப்புள்ளியையும், கடைசிச் செவ்வகத்தின் வலப்பக்கத்தின் நடுப்புள்ளியையும் எடுத்துக்கொண்டு இணைக்க வேண்டும்.

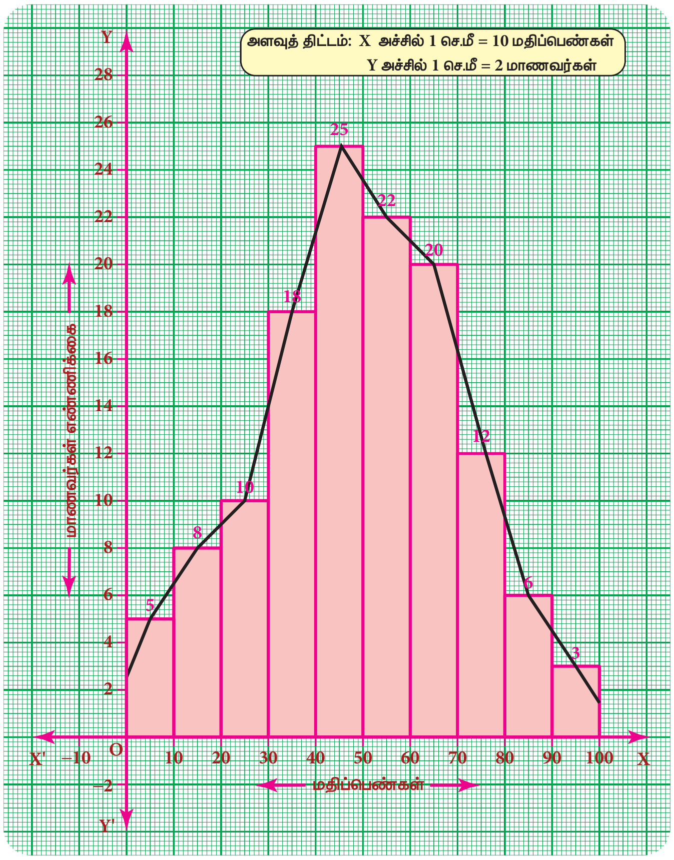
எடுத்துக்காட்டு 4.11

நிகழ்வுச் செவ்வகத்தைப் பயன்படுத்திக் கீழ்க்கண்டத் தரவுகளுக்கு நிகழ்வுப் பலகோணம் வரைக.

மதிப்பெண்கள்	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	5	8	10	18	25	22	20	13	6	3

தீர்வு:

பிரிவு இடைவெளியை x-அச்சின் மீதும், மாணவர்களின் எண்ணிக்கையை y-அச்சின் மீதும் குறிக்கவும். கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளுக்கு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைந்து, செவ்வகத்தின் நடுப்புள்ளிகளைக் குறித்து அவற்றை நேர்க்கோடுகளால் இணைக்கவும். நாம் நிகழ்வுப் பலகோணத்தைப் பெறுகிறோம். நிகழ்வுப் பலகோணத்தின் முதல் மற்றும் கடைசி விளிம்புகள் முறையே முதல் மற்றும் கடைசிச் செவ்வகத்தின் இடது மற்றும் வலது செங்குத்துப் பக்கத்தின் நடுப்புள்ளிகளில் இணைக்கப்பட்டுள்ளதைக் கவனிக்கவும். ஏனெனில், மதிப்பெண்களுக்குக் கற்பனைப் பிரிவு இடைவெளிகள் அமைவதில்லை. (மேற்காணும் குறிப்பைக் கருத்தில் கொள்க)



4.8.2 நிகழ்வுச் செவ்வகத்தைப் பயன்படுத்தாமல் நிகழ்வுப் பலகோணம் வரைதல்:

(1) பிரிவு இடைவெளிகளின் நடுப்புள்ளியைக் கண்டுபிடித்து அட்டவணைப்படுத்தவும்.

(2) பிரிவு இடைவெளிகளின் நடுப்புள்ளியை x- அச்சின் மீதும், நிகழ்வெண்களை y-அச்சின் மீதும் குறிக்கவும்.

(3) ஒவ்வொரு மையப்புள்ளியிலும் அதன் நிகழ்வெண்ணிற்கேற்பப் புள்ளிகளைக் குறிக்கவும்.

(4) அளவுகோலைப் பயன்படுத்திப் புள்ளிகளை இணைக்க, நிகழ்வுப் பலகோணம் கிடைக்கிறது.

எடுத்துக்காட்டு 4.12

நிகழ்வுச் செவ்வகத்தைப் பயன்படுத்தாமல் கீழ்க்காணும் தரவுகளுக்கு நிகழ்வுப் பலகோணம் வரைக.

பிரிவு இடைவெளி (மதிப்பெண்)	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
நிகழ்வெண்	4	6	8	12	10	14	5	7

தீர்வு:

பிரிவு இடைவெளியின் நடுப்புள்ளியைக் கண்டுபிடித்து அதனை அட்டவணைப்படுத்துக.

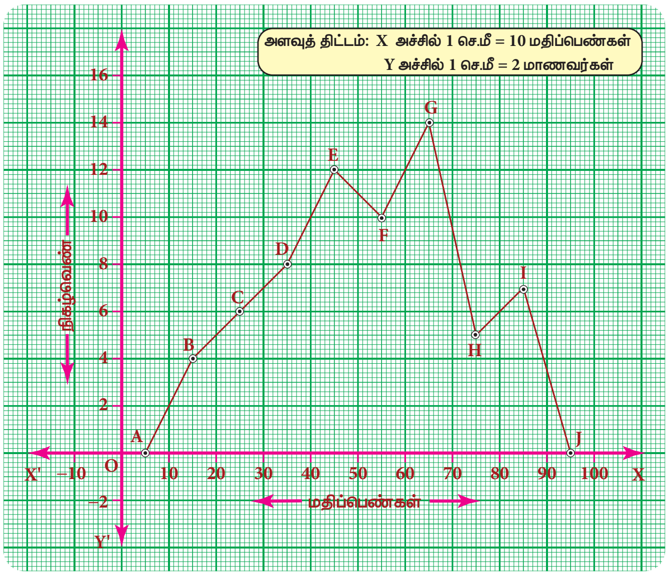
பிரிவு இடைவெளி (C.I)	நடுப்புள்ளி (x)	நிகழ்வெண் (f)
10-20	15	4
20-30	25	6
30-40	35	8
40-50	45	12
50-60	55	10
60-70	65	14
70-80	75	5
80-90	85	7

புள்ளிகள் (15,4) (25,6) (35,8) (45,12) (55,10) (65,14) (75,5) (85,7) ஆகும்.

வரைபடத்தாளில், நடுப்புள்ளியை x- அச்சிலும், நிகழ்வெண்களை y- அச்சிலும் குறிக்கவும்.

கற்பனைப் பிரிவு இடைவெளி 0-10 ஐ தொடக்கத்திலும், 90-100 ஐ முடிவிலும் எடுத்துக்கொண்டு நிகழ்வெண்ணை பூச்சியம் எனக் கொள்ளவேண்டும்.

அட்டவணையிலிருந்து, நமக்குத் தேவையான ABCDEFGHIJ என்ற நிகழ்வுப் பலகோணம் பெறுவதற்கு AB, BC, CD, DE, EF, FG, GH, HI, IJ ஆகிய கோட்டுத்துண்டுகளை இணைக்கவும்.



உங்களுக்குத் தெரியுமா?

நிகழ்வுப் பலகோணத்தின் நன்மை

ஒரே வரைபடத்தில், இரண்டு அல்லது அதற்கும் மேற்பட்ட நிகழ்வெண் பரவல்களை இரண்டு அல்லது அதற்கும் மேற்பட்ட வரைபடங்கள் மூலம் ஒப்பிட்டுப் பார்ப்பதற்கு நிகழ்வுச் செவ்வகங்களை விட நிகழ்வுப் பலகோணங்கள் அதிகப் பயனுள்ளதாக இருக்கிறது.

சிந்திக்க

அளவுகோலைப் பயன்படுத்தாமல் இரண்டு அடுத்தடுத்த நடுப்புள்ளிகளை இணைத்தால் பலகோணம் கிடைக்குமா?

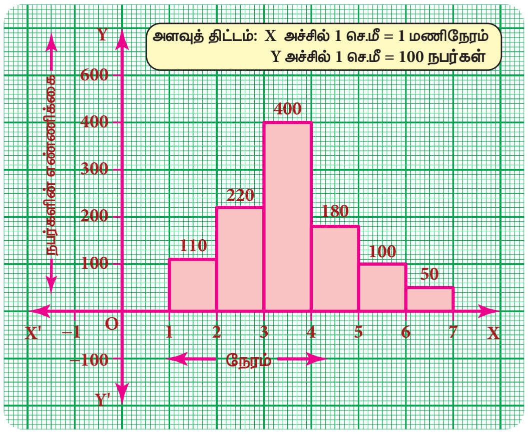
Unit 4 Statistics - TM.indd 98 20-11-2019 10:54:47

பயிற்சி 4.2

1. கீழ்க்காணும் எந்தத் தரவுகளை நிகழ்வுச் செவ்வகத்தில் குறித்துக் காட்ட முடியும்?
   (i) 20 முதல் 60 வயதுப் பிரிவிலுள்ள மலை ஏறுபவர்களின் எண்ணிக்கை.
   (ii) வெவ்வேறு ஆண்டுகளில் தயாரிக்கப்பட்ட மிதிவண்டிகளின் எண்ணிக்கை.
   (iii) ஒரு பள்ளியிலுள்ள ஒவ்வொரு பிரிவு மாணவர்களின் எண்ணிக்கை.
   (iv) ஒரு பொதுத் தேர்தலில் காலை 7 மணி முதல் மாலை 6 மணி வரை பதிவான வாக்குகளின் எண்ணிக்கை..
   (v) ஒரு நாள் கிரிக்கெட் போட்டியில் முதல் ஓவரிலிருந்து 50 வது ஓவர் வரை வெளியேறிய வீரர்களின் எண்ணிக்கை.

2. கோடிட்ட இடத்தை நிரப்புக.
   (i) ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு கொடுக்கப்பட்ட __________க்கு நேர் விகிதத்தில் இருக்கும்.
   (ii) நிகழ்வுச் செவ்வகத்தின் மொத்தப் பரப்பளவானது கொடுக்கப்பட்ட மொத்த நிகழ்வெண்களின் கூடுதலுக்கு __________ இருக்கும்.
   (iii) __________ என்பது தொடர்ச்சியான நிகழ்வெண் பரவலுக்குச் செவ்வகத்திலான வரைபடமுறையில் குறிப்பதாகும்.
   (iv) நிகழ்வுச் செவ்வகம் என்பது ______________ விவரங்களின் வரைபட விளக்க முறை ஆகும்.

3. ஒரு கிராமத்தில் 570 பேர் அலைபேசி வைத்துள்ளார்கள். ஒரு தன்னார்வத் தொண்டு நிறுவனம் அவர்களின் அலைபேசிப் பயன்பாட்டை ஆய்வு செய்தது. அந்த ஆய்வின்படி ஒரு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைந்துள்ளனர் அதைக்கொண்டு கீழ்க்காணும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.



   (i) 3 மணிநேரத்திற்குக் குறைவாக அலைபேசிப் பயன்படுத்துபவர்கள் எத்தனை பேர்?
   (ii) 5 மணிநேரத்திற்கு அதிகமாக அலைபேசிப் பயன்படுத்துபவர்கள் எத்தனை பேர்?
   (iii) 1 மணிநேரத்திற்கும் குறைவாக அலைபேசியைப் பயன்படுத்துபவர்கள் இருக்கிறார்களா?
   (iv) இந்தத் தகவலின் மீது உங்களுடையக் கருத்துகளைக் கூறுக.

4. கீழ்க்காணும் விவரங்களுக்கு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைக

பிரிவு இடைவெளி	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	5	15	23	20	10	7

5. ஒரு வகுப்பிலுள்ள 40 மாணவர்களின் மொத்த மதிப்பெண் பரவல் கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதற்கு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைக.

மதிப்பெண்	90-110	110-130	130-150	150-170	170-190	190-210
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	9	5	10	7	4	6

6. 100 பேரின் உயரங்களின் பரவல் கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. எனில், நிகழ்வுச் செவ்வகத்தின் மீதுள்ளவாறு நிகழ்வுப் பலகோணம் வரைக.

உயரம் (செ.மீ)	125-135	136-146	147-157	158-168	169-179	180-190	191-201
நிகழ்வெண்	12	22	18	24	15	7	2

7. பல் பிரச்சனைகளுக்கான ஆய்வில் கீழ்க்கண்ட விவரங்கள் பெறப்பட்டன.

வயது	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
நோயாளிகளின் எண்ணிக்கை	5	13	25	14	30	35	43	50

மேற்காணும் விவரங்களுக்கு நிகழ்வுப் பலகோணம் வரைக.

8. 50 மாணவர்களின் கணித மதிப்பெண்கள் கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. (i) பிரிவு அளவு 10 மதிப்பெண்கள் என எடுத்துக்கொண்டு நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணையைத் தயார் செய்க. (ii) நிகழ்வுச் செவ்வகம் மற்றும் நிகழ்வுப் பல கோணம் வரைக.

52	33	56	52	44	59	47	61	49	61
47	52	67	39	89	57	64	58	63	65
32	64	50	54	42	48	22	37	59	63
36	35	48	48	55	62	74	43	41	51
08	71	30	18	43	28	20	40	58	49

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

9. தரவு என்பது __________இன் தொகுப்பு

(அ) எண்கள் (ஆ) எழுத்துகள் (இ) அளவுகள் (ஈ) இவை அனைத்தும்

10. கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளில் ஒரு மதிப்பு எத்தனை முறை வருகிறது எனக் கூறுவது அம்மதிப்பின் __________

(அ) நேர்க் கோட்டுக் குறிகள் (ஆ) தரவு (இ) நிகழ்வெண் (ஈ) ஏதுமில்லை

11. கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களில் மிகப் பெரிய மற்றும் மிகச்சிறிய அளவுகளின் வித்தியாசம் ________

(அ) வீச்சு (ஆ) நிகழ்வெண் (இ) மாறி (ஈ) ஏதுமில்லை

12. கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளை ஒரு குறிப்பிட்ட இடைவெளியில் எடுத்துக்கொள்வது __________

(அ) தொகுக்கப்படாத (ஆ) தொகுக்கப்பட்டது (இ) நிகழ்வெண் (ஈ) ஏதுமில்லை

13. உள்ளடக்கியத் தொடர் ஒரு __________ தொடர்

(அ) தொடர்ச்சியான (ஆ) தொடர்ச்சியற்ற (இ) இரண்டும் (ஈ) ஏதுமில்லை

14. பிரிவு இடைவெளிகளில், ஒரு பிரிவு இடைவெளியின் மேல் எல்லையானது அடுத்தப் பிரிவு இடைவெளியின் கீழ் எல்லையாக இருந்தால் அது __________ தொடர்.

(அ) உள்ளடக்கிய (ஆ) விலக்கிய (இ) தொகுக்கப்படாத (ஈ) ஏதுமில்லை

15. தொகுக்கப்படாத விவரங்களின் வரைபட விளக்கமுறை __________

(அ) நிகழ்வுச் செவ்வகம் (ஆ) நிகழ்வுப் பலகோணம் (இ) வட்ட விளக்கப்படம் (ஈ) இவை அனைத்தும்

16. நிகழ்வுச் செவ்வகம் என்பது ஒரு __________ நிகழ்வெண் பரவல்

(அ) தொடர்ச்சியான (ஆ) தொடர்ச்சியற்ற (இ) தனித்த (ஈ) ஏதுமில்லை

17. __________ என்பது வரைபட முறையில் தொடர்ச்சியான நிகழ்வெண் பரவலுக்கான நேர்கோட்டு வரைபடம் ஆகும்.

(அ) நிகழ்வுப் பலகோணம் (ஆ) நிகழ்வுச் செவ்வகம் (இ) வட்ட விளக்கப்படம் (ஈ) பட்டை விளக்கப்படம்

Unit 4 Statistics - TM.indd 100 20-11-2019 10:54:47

18. தொகுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கான வரைபட விளக்கப்படம் __________

(அ) பட்டை விளக்கப்படம் (ஆ) பட விளக்க முறை (இ) வட்ட விளக்கப் படம் (ஈ) நிகழ்வுச் செவ்வகம்

பயிற்சி 4.3

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. கொடுக்கப்பட்ட அட்டவணைக்கு வட்ட விளக்கப்படம் வரைக.

கண்டங்கள்	ஆசியா	ஆப்ரிக்கா	வட அமெரிக்கா	தென் அமெரிக்கா	ஐரோப்பா	ஆஸ்திரேலியா	அண்டார்டிகா
பரப்பு	30 %	20 %	16 %	12 %	7 %	6 %	9 %

2. பள்ளிக்கு வருவதற்கு மாணவர்களால் பயன்படுத்தப்படும் வாகனங்களின் விவரங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அந்த விவரங்களுக்கு வட்ட விளக்கப்படம் வரைக.

வாகனங்கள்	பேருந்து	மிதிவண்டி	நடந்து	இருசக்கர மோட்டர் வாகனம்	மகிழுந்து
மாணவர் சதவீதம்	40 %	30 %	15 %	10 %	5 %

3. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களுக்கு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைக.

வயது	41-45	46-50	51-55	56-60	61-65	66-70	71-75
நிகழ்வெண்	4	9	17	25	15	8	2

4. கீழ்க்காணும் விவரத்திற்கு ஒரே படத்தில் நிகழ்வுச் செவ்வகம் மற்றும் நிகழ்வுப் பலகோணம் வரைக.

எடை (கிகி)	50-55	56-61	62-67	68-73	74-79	80-85	86-91
நபர்களின் எண்ணிக்கை	15	8	12	17	9	10	6

5. ஆண்கள் மற்றும் பெண்களின் தினசரி வருமானம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. எனில், ஆண்களுக்கும் பெண்களுக்கும் தனிதனி நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைக.

வருமானம் (₹)		200-300	300-400	400-500	500-600	600-700	700-800	800-900
நபர்களின் எண்ணிக்கை	ஆண்கள்	20	45	50	40	35	25	15
	பெண்கள்	16	30	55	35	40	20	10

மேற் சிந்தனைக் கணக்குகள்

6. கீழ்க்காணும் விவரத்திற்குத் தொடர்ச்சியான நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணையைத் தயார் செய்க, மேலும் நிகழ்வு செவ்வகம் வரைக.

வயது (ஆண்டுகளில்)	நபர்களின் எண்ணிக்கை
5 வயதுக்குக் குறைவு	1
10 வயதுக்குக் குறைவு	12
15 வயதுக்குக் குறைவு	19
20 வயதுக்குக் குறைவு	26
25 வயதுக்குக் குறைவு	27
30 வயதுக்குக் குறைவு	35
35 வயதுக்குக் குறைவு	38
40 வயதுக்குக் குறைவு	45
45 வயதுக்குக் குறைவு	48
50 வயதுக்குக் குறைவு	53

Unit 4 Statistics - TM.indd 101 20-11-2019 10:54:49

7. துணி உற்பத்திச் செய்யும் தொழிற்சாலையின் 1 ரூபாய்க்கான செலவு கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இதனை வட்ட விளக்கப்படத்தில் குறிக்க.

விவரங்கள்	பைசா
விவசாயி	20
நூல் நூற்றல்	34
சாயம் போடுபவர்	12
நெசவாளி	14
அச்சிடுபவர்	09
சம்பளம்	11

8. கீழ்க்காணும் விவரங்களுக்கு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைக

மைய மதிப்பு (x)	15	25	35	45	55	65	75
நிகழ்வெண் (f)	12	24	30	18	26	10	8

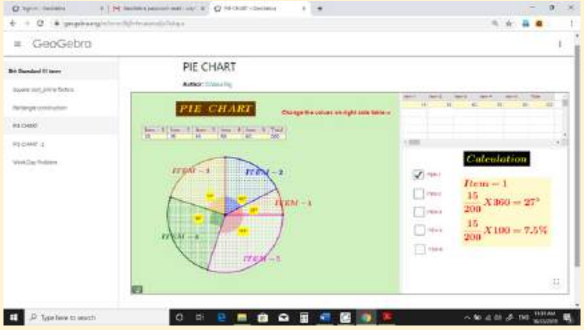
பாடச்சுருக்கம்

- புள்ளியலின் அடிப்படை அலகு தரவு ஆகும். தரவு என்பது எண்கள், எழுத்துகள், அளவுகள் மற்றும் உற்றுநோக்கும் மதிப்புகள் போன்ற விவரங்களின் தொகுப்பு ஆகும்.
- ஒரு குறிப்பிட்டத் தேவைக்காக, முதன்முதலில் நேரடியாகச் சேகரிக்கப்படும் தரவுகள் ஆகும்.
- விவரங்களை முன்பே சேகரித்து வைத்துள்ள சில இடங்களிலிருந்து சேகரிக்கப்பட்டதாகும். இவ்வகைத் தரவுகள் முன்னரே வேறொருவரால் சேகரிக்கப்பட்டதாகும்.
- கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளில் ஒரு மதிப்பானது எத்தனை முறை வருகிறது எனக் கூறுவது அம்மதிப்பின் நிகழ்வெண் ஆகும்.
- நிகழ்வெண் பரவல் என்பது கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளை அட்டவணை வடிவில் ஒவ்வொரு மாறிக்கும் நிகழ்வெண்ணை வரிசைப்படுத்துதலே ஆகும்.
- மாறிகளின் தொகுப்பு பிரிவுகளாகத் தொகுக்கப்பட வேண்டும். மேலும், ஒவ்வொரு தொகுப்பும் பிரிவு இடைவெளி (C.I) எனப்படும். ஒவ்வொரு பிரிவின் மேல் எல்லை மற்றும் கீழ் எல்லையின் வித்தியாசம் பிரிவு அளவு ஆகும்.
- பிரிவு இடைவெளிகளில், மேல் எல்லையும், கீழ் எல்லையும் அந்தப் பிரிவு இடைவெளியில் உள்ளடங்கி இருந்தால் அது உள்ளடக்கியத் தொடர் எனப்படும்.
- பிரிவு இடைவெளிகளில், ஒரு பிரிவு இடைவெளியின் மேல் எல்லையானது அடுத்த பிரிவு இடைவெளியின் கீழ் எல்லையாக இருந்தால் அது விலக்கியத் தொடர் ஆகும்.
- வட்ட விளக்கப்படம் என்பது ஒரு வட்ட வடிவ வரைபடம், இதன் மொத்த மதிப்பைக் கூறுகளாகப் (பகுதிகளாக) பிரிக்கப்படும்.
- நிகழ்வுச் செவ்வகம், என்பது தொடர்ச்சியான நிகழ்வெண் பரவல் வரைபடம் ஆகும்.
- நிகழ்வுப் பலகோணம் என்பது வரைபடமுறையில் நிகழ்வெண் பரவலைக் குறிக்கும் கோட்டு வரைபடம் ஆகும்.
- ஒரு நிகழ்வுப் பலகோணம், இரண்டு அல்லது அதற்கும் மேற்பட்ட நிகழ்வெண் பரவலை ஒப்பிட்டுப் பார்க்கப் பயன்படுகிறது.

Unit 4 Statistics - TM.indd 102 20-11-2019 10:54:49

இணையச் செயல்பாடு

எதிர்பார்க்கப்படும் விளைவுகள்

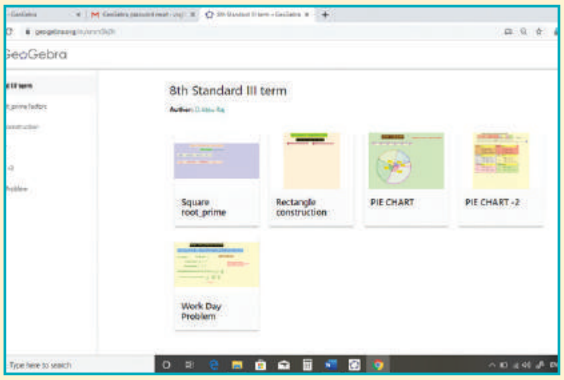


படி – 1

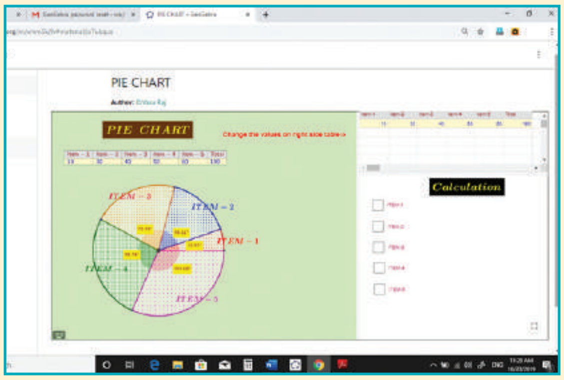
உலாவியைத் திறந்து பின்வரும் உரலித் தொடர்பை தட்டச்சு செய்யவும் (அல்லது) விரைவுக் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்யவும். 8 ஆம் வகுப்பு பருவம் III என்ற பணிப்புத்தகம் ஜியோஜீப்ராவில் திறக்கும். அதில் 'வட்ட விளக்கப்படம்' என்ற பணித்தாள் மீது சொடுக்கவும்.

படி – 2

உங்கள் மதிப்புகளை வலது பக்கத்தில் உள்ள தேர்வு பெட்டியில் தட்டச்சு செய்க. வட்ட விளக்கப்படத்தின் மாற்றத்தை நீங்கள் கவனிக்கலாம். அந்தந்த கணக்கீடுகளைக் காண சோதனை பெட்டிகளில் கிளிக் செய்க.



படி 1



படி 2

இந்த தொடர்பில் உலாவவும்

புள்ளியியல்:

https://www.geogebra.org/m/xmm5kj9r or

விரைவுத் தகவல் குறியீட்டை நுட்பமாய் சோதிக்கவும்.

B355_8_MATHS_TM

5 தகவல் செயலாக்கம்

M3C5B2

கற்றல் நோக்கங்கள்

- நுகர்தல் – பொருள்களை – விலைக்கு வாங்குவதற்கு முன் பல்வகை வாய்ப்புகளை கருத்தில் கொள்ளவும் மற்றும் ஒரு பொருளுக்கான (unit) விலையைக் கணக்கிட்டு, வரையறுக்கப்பட்ட தொகைக்குள் பொருள்களை வாங்கவும் கற்றுக்கொள்ளுதல்.
- பொதித்தல் – கொடுக்கப்பட்ட இடத்தில் பொருள்களை எவ்வாறு திறம்பட நிரப்புவது என்பதற்கான உகந்த தீர்வை அறிந்து கொள்ளுதல்.

5.1 அறிமுகம்

மாணவர்களே, உங்கள் அனைவருக்கும் அங்காடிக்குச் சென்று பொருள்கள் வாங்கிய (shopping) அனுபவம் இருக்கும் என்று நம்புகிறேன். உங்களுடைய அனுபவங்களை நாம் இப்போது பகிர்ந்துக் கொள்ளலாமா? உங்கள் அனுபவங்களைச் சார்ந்து சில கேள்விகளை எழுப்ப விரும்புகிறேன். உங்களுக்குத் தேவையான பொருள்களை வாங்கச் செல்லும்போது (i) கவர்ச்சிகரமான வண்ணம் அல்லது (ii) சிறந்த விலை அல்லது (iii) அளவில் பெரியதாக அல்லது (iv) பார்க்கும் பொருள்களை வாங்குவீர்களா ? எம்மாதிரியாக நீங்கள் பொருள்களை வாங்கினாலும், இவை அனைத்திலும் இன்னும் ஒரு முக்கியமான விவரத்தைக் கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும். அது என்ன? ஆம், காலாவதி தேதி, உறைக்குள் அடைத்து வைக்கப்படும் பொருள்களின் மீது அச்சிடப்பட்டிருக்கும் காலாவதி தேதியை நீங்கள் எப்பொழுதாவது கவனித்திருக்கிறீர்களா? அதைப் கவனிப்பது மிகவும் முக்கியமாகும். மேலும் சிறந்த முறையில் பொருள்களை வாங்குவது என்பது அதன் விலை, தரம், அளவு, சலுகை விலை தள்ளுபடி மற்றும் வாங்கும் பொருள்களுக்கேற்ப மற்ற விவரங்கள் என அனைத்தையும் கவனத்தில் கொள்வதாகும்.

சந்தையிலோ அல்லது பல்பொருள் அங்காடியிலோ உங்கள் பணத்தைச் செலவழித்து பொருள்களையும் வாங்குவதற்கு முன், சிறந்த விலைகள், சிறந்த தரம் மற்றும் பிற நம்பகமான விவரங்களைக் கவனியுங்கள். அதுவே, புத்திசாலித்தனமாக பொருள்களை வாங்கும் முறையாகும்.

பின்வரும் சூழ்நிலைகளிலிருந்து ஒரு பொருளை வாங்குவதற்கு முன் புத்திசாலித்தனமான நுகர்வோர் எப்படியிருக்க வேண்டுமென்பதை கற்றுக்கொள்வோம்.

Unit 5 - IP Information Processing_TM.indd 104 20-11-2019 10:40:11

எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் தகவல் செயலாக்கம்

பொருள்களை வாங்கும் முன் ஒரு பொருளுக்கான விலையினைக் கணக்கிடுதல்	கட்டடத் தொழிலாளி இரு தூண்களுக்கிடையில் உகந்த முறையில் செங்கற்களை நிரப்பிச் சுவரைக் கட்டுதல்

ஒப்பிட்டு நுகர்தல்:

சூழ்நிலை 1:

பிரியா தனது இருசக்கர வாகனத்தில் சவாரி செய்யும்போது பயன்படுத்தத் தலைகவசம் ஒன்றை வாங்கவிரும்புகிறார். ஓர் அங்காடியில் 3 வகையான தலைகவசங்களின் காட்சிப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. மேலும், அந்த தலைகவசங்களில் சிறப்பம்சங்கள் கீழே அட்டவணைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. நல்ல தரமானப் பொருளைக் குறைந்த விலையில் வாங்க பிரியா விரும்புகிறார் எனில், எந்தத் தலைகவசம் வாங்குவது அவளின் அறிவார்ந்த தேர்வாகும்?

தலைகவசத்தின் வகைகள்	விலை		விரும்பும் அம்சங்கள்					
			கன்னம் பட்டை மற்றும் கொக்கிகள்		சரியான காற்றோட்டம்		நம்பகமான பாகாப்பு	
	நியாயமானது	அதிகமானது	சுமாரானது	தரமானது	சுமாரானது	தரமானது	சுமாரானது	தரமானது
A	✓	-	-	✓	✓	-	-	✓
B	-	✓	-	✓	-	✓	✓	-
C	✓	-	✓	-	-	✓	✓	-

ஆம், வகை A. ஏனெனில், பிரியாவின் தேவைகளுக்கேற்ப வகை A தலைகவசம் தான் மிகச் சிறந்த தேர்வாகும். அது அவளுக்குத் தேவையான அனைத்து அம்சங்களையும் நியாயமான விலையில் வழங்குகிறது. B வகையும் நல்ல தலைகவசம் தான் ஆனால் மிகவும் விலை உயர்ந்தது, பாதுகாப்பு அம்சமும் சுமாராக உள்ளது. C வகையில், கன்னம் பட்டைக் கொக்கிகளும், பாதுகாப்பு அம்சமும் சுமாராக உள்ளது, எனவே, பிரியா, **வகை A** தலைகவசம் வாங்குவது புத்திசாலித்தனமான முடிவாகும்.

Unit 5 - IP Information Processing_TM.indd 105
20-11-2019 10:40:13

சூழ்நிலை 2:

ஆசிரியர், உங்களையும் உங்களுடைய நண்பரையும், ஒரு வாரத்திற்கு உங்கள் பள்ளி உணவகத்தின் பழப் பிரிவிற்கு பொறுப்பாளராக நியமிக்கிறார் என கருதிக்கொள்ளுங்கள். மேலும் அவர் தேவைப்படும்போது தானும் உங்களுக்கு உதவுவதாகக்கூறி,பின்வரும்வழிமுறைகளைஎடுத்துரைக்கிறார்.

கடையில் வாங்க வேண்டிய பொருட்களின் தேவைப்பட்டியல்

1. 20 கிலோ ஆப்பிள்
2. 20 கிலோ கொய்யா
3. 30 பெட்டிகள் ஸ்ட்ராபெர்ரி
4. 20 டசன் வாழைப்பழங்கள்

- உங்கள் தேவைப்பட்டியலின் படி 2 நாள்களுக்குத் தேவையான பழங்களை நீங்கள் வாங்க வேண்டும்.
- பொருள்களை வாங்குவதற்கு முன்பு பழங்களின் விலையை அறிந்து கொள்ள உங்களில் ஒருவர் சந்தை அங்காடிக்கும், மற்றொருவர் பல்பொருள் அங்காடிக்கும் செல்ல வேண்டும்,
- எந்த அங்காடியில் பழங்களை வாங்குவது சிறந்ததாக இருக்கும் என்பதை நீங்களே மதிப்பிட வேண்டும்.

அதன் பிறகு,

- ஒவ்வொரு பழ வகையிலும் எவ்வளவு தேவை என்பதை அறிய உங்கள் தேவைப் பட்டியலைச் சரிபார்க்க வேண்டும்..
- இரண்டு அங்காடிகளின் விலைப் பட்டியல்களிலிருந்து பழவகைகளின் எடை மற்றும் விலையை ஒப்பிட்டுப் பார்க்க வேண்டும்.
- அனைத்து வகைப் பழவகைகளையும் ஒரே இடத்தில் வாங்கச் சிறந்த அங்காடியினைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும்.
- இரண்டு அங்காடிகளின் விலைப் பட்டியலைப் பற்றி விவாதித்து ஒப்பிட்டுப் பாருங்கள், இதனால் பட்டியலிலுள்ள தேவையான பழங்களை எங்கு வாங்குவதென்று உங்களால் தீர்மானிக்க முடியும்.

எடுத்துக்காட்டாக, இரண்டு கடைகளிலிருந்து மாதிரி விலைப் பட்டியல் சேகரிக்கப்பட்டு, கீழே உள்ள அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது:

வ. எண்	பழங்களின்பெயர்கள்	பல்பொருள் அங்காடி		சந்தை அங்காடி	
		அளவு	விலை (₹)	அளவு	விலை (₹)
1	ஆப்பிள்	1 கிலோ	120	1 கிலோ	110
2	கொய்யா	1 கிலோ	50	1 கிலோ	40
3	ஸ்ட்ராபெர்ரி	1 பெட்டி	80	1 பெட்டி	85
4	வாழைப்பழங்கள்	1 டசன்	60	1 கிலோ	50

இப்போது, பல்பொருள் அங்காடி மற்றும் சந்தை அங்காடி இரண்டிலிருந்தும் தேவையான பழங்களின் மொத்த விலையைக் கணக்கிடுவோம்.

Unit 5 - IP Information Processing_TM.indd 106 20-11-2019 10:40:13

பல்பொருள் அங்காடியின் விலைப் பட்டியல்:

பழங்களின் பெயர்	தேவையான பழங்களின் விலை	மொத்தத் தொகை (₹)
ஆப்பிள்	1 கி.கி ஆப்பிளின் விலை = ₹120 20 கி.கி ஆப்பிள்களின் விலை = 20 × 120 = ₹2400	2400
கொய்யா	1 கி.கி கொய்யாவின் விலை = ₹50 20 கி.கி கொய்யாக்களின் விலை = 20 × 50 = ₹1000	1000
ஸ்ட்ராபெர்ரி	1 பெட்டி ஸ்ட்ராபெர்ரியின் விலை = ₹80 30 பெட்டி ஸ்ட்ராபெர்ரிகளின் விலை = 30 × 80= ₹2400	2400
வாழைப்பழம்	1 டசன் வாழைப்பழங்களின் விலை = ₹60 20 டசன் வாழைப்பழங்களின் விலை = 20 × 60 = ₹1200	1200

சந்தை அங்காடியின் விலைப் பட்டியல்:

பழங்களின் பெயர்	தேவையான பழங்களின் விலை	மொத்தத் தொகை (₹)
ஆப்பிள்	1 கி.கி ஆப்பிளின் விலை = ₹110 20 கி.கி ஆப்பிள்களின் விலை = 20 × 110 = ₹2200	2200
கொய்யா	1 கி.கி கொய்யாவின் விலை = ₹40 20 கி.கி கொய்யாக்களின் விலை = 20 × 40 = ₹800	800
ஸ்டராபெர்ரி	1 பெட்டி ஸ்ட்ராபெர்ரியின் விலை = ₹85 30 பெட்டி ஸ்ட்ராபெர்ரிகளின் விலை = 30 × 85= ₹2550	2550
வாழைப்பழம்	1 டசன் வாழைப்பழங்களின் விலை = ₹50 20 டசன் வாழைப்பழங்களின் விலை = 20 × 50 = ₹1000	1000

இப்போது, நாம் பல்பொருள் அங்காடியின் விலைப் பட்டியலை சந்தை அங்காடியின் விலைப் பட்டியலுடன் ஒப்பிடுவோம்.

Unit 5 - IP Information Processing_TM.indd 107 20-11-2019 10:40:15

பழங்கள்	நம் தேவைகளுக்கேற்ப பொருள்களின் விலை (₹)	
	பல்பொருள் அங்காடி	சந்தை அங்காடி
20 கி.கி ஆப்பிள்கள்	2400	2200
20 கி.கி கொய்யா	1000	800
30 பெட்டிகள் ஸ்ட்ராபெர்ரி	2400	2550
20 டசன் வாழைப்பழங்கள்	1200	1000
மொத்தத் தொகை	7000	6550

மேலே உள்ள விலை ஒப்பீட்டிலிருந்து, நாம் சந்தை அங்காடியில் பழங்களை வாங்குவதென்பது அளவு மற்றும் விலையின் அடிப்படையில் சிறந்ததாக இருப்பதைக் காண்கிறோம், எனவே இந்த விலைப் பட்டியல்களின்படி சந்தை அங்காடியில் பொருள்களை வாங்குவது அறிவார்ந்த முடிவாகும்.

செயல்பாடு–1

பின்வரும் நிபந்தனைகளின் படி கீழே விலைப் பட்டியலில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள பொருள்களின் அளவுகளை மாற்றாமல் பொருள்களை வாங்க உங்களிடம் உள்ள மொத்தத் தொகை ₹220 உடன் ஒரு கடைக்குச் செல்கிறீர்கள் எனக் கொள்க.

நிபந்தனைகள்:

(i) முதலில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளுக்கான பொருள்களின் விலைப் பட்டியலை கணக்கீடு செய்துகொள்ள வேண்டும்.

(ii) உங்கள் கையிலிருக்கும் தொகை ₹220 இக்கு மிகாமல் கொடுக்கப்பட்ட விலைப் பட்டியலின்படி நீங்கள் மூன்று பொருள்கள் வாங்க வேண்டும்.

(iii) நீங்கள் பொருள்களை வாங்கிக் கொண்டு வீட்டிற்கு நடந்து செல்ல வேண்டும் என்பதால் 5 கி.கி. க்கு மிகாமல் பொருள்களை வாங்க வேண்டும்.

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.

1. நீங்கள் பொருள்களை வாங்குவதற்கேற்ப கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள விலைப் பட்டியல்களை நிரப்புக. உங்களுக்காக ஒரு விலைப் பட்டியல் நிரப்பப்பட்டுள்ளது.

2. எது சிறந்த விலைப் பட்டியல்? ஏன்?

விலைப் பட்டியல்

வ. எண்	விளக்கம்	1 கி.கி–மின் விலை (₹)	அளவு கி.கி	தொகை (₹)
1	அரிசி	37.50	2.50	
2	து. பருப்பு	62.00	1.00	
3	சர்க்கரை	32.50	1.50	
4	கோதுமை	26.50	1.00	
மொத்த விலைப் பட்டியல் தொகை				

விலைப் பட்டியல்

வ. எண்	விளக்கம்	விலை / 1 கி (₹)	அளவு கி.கி	தொகை (₹)
1	அரிசி	37.50	2.50	93.75
2	து. பருப்பு	62.00	1.00	62.00
3	கோதுமை	26.50	1.00	26.50
மொத்த விலைப் பட்டியல் தொகை				182.25

விலைப் பட்டியல்

வ. எண்	விளக்கம்	1 கி.கி–மின் விலை (₹)	அளவு கி.கி	தொகை (₹)
மொத்த விலைப் பட்டியல் தொகை				

விலைப் பட்டியல்

வ. எண்	விளக்கம்	1 கி.கி–மின் விலை (₹)	அளவு கி.கி	தொகை (₹)
மொத்த விலைப் பட்டியல் தொகை				

விலைப் பட்டியல்

வ. எண்	விளக்கம்	1 கி.கி–மின் விலை (₹)	அளவு கி.கி	தொகை (₹)
மொத்த விலைப் பட்டியல் தொகை				

Unit 5 - IP Information Processing_TM.indd 108 20-11-2019 10:40:17

மாறுபட்ட அளவுகளுடைய கொள்கலன்களை ஒப்பிடுதல்:

- பல நேரங்களில் பொருள்களானது வெவ்வேறு அளவுவைக் கொண்ட கொள்கலன்களில் கிடைக்கிறது.
- சில நேரங்களில், சிறிய அளவு கொள்கலன்களில் பொருள்களை அதிகமாக வாங்குவதை விட அதே பொருள்களைப் பெரிய அளவு கொள்கலன்களைத் தேர்ந்தெடுத்து வாங்கும் போது பணத்தைச் சேமிக்க முடியும். எடுத்துக்காட்டாக, 200 மில்லி லிட்டர் பால் உறை 5 வாங்குவது என்பது, 1லிட்டர் பால் உறை ஒன்று வாங்குவதைவிட அதிகமாக செலவாகும்.
- சில நேரங்களில், ஒரு கடையில் ஒரே பொருளுக்கு இரண்டு விலைகள் இருக்கும். தனியாக ஒரு பொருளை வாங்கும்போது ஒரு குறிப்பிட்ட விலையிலும், அதேப் பொருளை அதிக எண்ணிக்கையில் வாங்கும்போது குறிப்பிட்ட விலையிலிருந்து குறைத்தும் வாங்கலாம். எடுத்துக்காட்டாக, நிலக்கடலை எண்ணெய் 1 லிட்டர் புட்டி ரூ 135 எனவும், 2லிட்டர் புட்டி ரூ.240 எனவும் விற்பனை செய்யும் போது நீங்கள் இரண்டு 1 லிட்டர் புட்டிகளை வாங்கினால், அது 2 லிட்டர் புட்டி ஒன்றின் விலையை விட அதிக விலையுள்ளதாக இருக்கும். இதுபோன்ற நேரங்களில் அதிக அளவுள்ள பொருள்களை வாங்கும் போது பணத்தைச் சேமிக்க முடியும்.

சில நேரங்களில் அதிக அளவில் பொருளை வாங்கும்போது அப்பொருளைப் பயன்படுத்த முடியாமல் போகும் நிலைக்கு மாறுவதற்கு முன்போ அல்லது காலாவதியானதாக மாறும் முன்போ நாம் பயன்படுத்த முடியாமல் போகலாம். எனவே, எந்த அளவு கொள்கலன்களை வாங்குவது சிறந்தது என்பதை அறிய, ஒரு பொருளின் விலையினை (unit price) நாம் அறிந்து கொள்ள வேண்டும்.

செயல்பாடு–2

நீங்கள் வைத்திருக்கும் தொகையில் ஒரு லிட்டர் ₹250 ரூபாய்க்கு மிகாமல் ஒரே இரகத்தைச் சேர்ந்த 12 லிட்டர் சமையல் எண்ணெய்யை வாங்க விரும்புகிறீர்கள் என கற்பனை செய்துக் கொள்ளுங்கள். ஒரு பல்பொருள் அங்காடியில், வெவ்வேறு உற்பத்தியாளர்களின் எண்ணெய் இரகங்களில் நிறைய சலுகைகள் உள்ளன. அவற்றில் சில சலுகைகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. பின்வரும் அட்டவணையைப் பூர்த்திசெய்து, உங்களுக்கு எது சிறந்த சலுகை என்பதைக் கண்டுபிடித்து அதனால் நீங்கள் சேமித்த தொகை எவ்வளவு?

எது சிறந்த சலுகை?

தயாரிப்பு (சமையல் எண்ணெய்)	அளவு (லிட்டரில்)	வழக்கமான விலை (₹)	சலுகை	சிறப்பு விலை (₹)	சேமிப்புத் தொகை (₹)	1 லிட்டர் விலை (₹)	12 லிட்டர் விலை (₹)
	1	293	₹ 50 தள்ளுபடி	243		243	
	2	850	1 லி +1 லி சேர்ந்து	499	351 (850-499)	249.50	
	5+1 = 6	2000	5 லி வாங்கினால் 1 லி இலவசம்	1500			3000

Unit 5 - IP Information Processing_TM.indd 109 20-11-2019 10:40:18

	2+2 = 4	1486	1 வாங்கினால் 1 இலவசம்	743		185.75	
	1+1= 2	850	சிறப்பு சலுகை 2 ஒரு லி ₹ 390	390		195	
	12 (1) = 12	5100	1 லி 12	1650	3450		

உங்களுக்குக்கான சிறந்த சலுகை விலை ________________ மற்றும்

நீங்கள் சேமித்த தொகை ________________

இவற்றை முயல்க

ஆசிரியர் வகுப்பை நான்கு குழுக்களாகப் பிரித்து வகுப்பறையில் சந்தை அரங்கம் அமைத்து இரு குழுக்கள் வணிகர்களாகவும் இரு குழுக்கள் நுகர்வோர்களாகவும் நடிக்கச் சொல்கிறார். நுகர்வோர்களாக நடிக்கும் குழுமாணவர்கள் வெவ்வேறு அங்காடிகளில் பொருள்களை வாங்கி விலைப் பட்டியலைத் தயார்ச் செய்ய வேண்டும்.

ஸ்டார் உணவு அங்காடி (Star Food Mart) மற்றும் சூப்பர் மளிகைக் கடை (Super Provisions) என்ற இரண்டு பல்பொருள் அங்காடிகளில் இரு குழுக்களும் பொருள்களை வாங்குகின்றனர். ஸ்டார் உணவு அங்காடி ஒன்றில் (Star Food Mart) "**தள்ளுபடி விலையிலும்**" சூப்பர் மளிகைக் கடையிலும் (Super Provisions) "**ஒன்று வாங்கினால் ஒன்று இலவசம்**" என்ற சலுகை விலைகளில் பொருள்கள் விற்பனை செய்யப்படுகின்றன.

Star Food Mart
ஸ்டார் உணவு அங்காடி

₹114 மதிப்புள்ள ஒரு பாக்கெட் சாக்லேட் பிஸ்கட் இப்போது ₹30 தள்ளுபடி விலையில்

₹90 மதிப்புள்ள பிரீமியம் மிட்டாய்கள் இப்போது ₹20 தள்ளுபடி விலையில்

₹60 மதிப்புள்ள புரத பால் இப்போது ₹20 தள்ளுபடி விலையில்

₹450 மதிப்புள்ள ஒரு பாக்கெட் சாக்லேட் பிஸ்கட் இப்போது ₹150 தள்ளுபடி விலையில்

Unit 5 - IP Information Processing_TM.indd 110 20-11-2019 10:40:19

Super Provisions
சூப்பர் மளிகைக் கடை

₹180 மதிப்புள்ள ஒரு உறை சாக்லேட் பிஸ்கட் இப்போது ஒன்று வாங்கினால் ஒன்று இலவசம் சலுகை விலையில்

₹150 மதிப்புள்ள பிரீமியம் மிட்டாய்கள் இப்போது ஒன்று வாங்கினால் ஒன்று இலவசம் சலுகை விலையில்

₹80 மதிப்புள்ள புரத பால் இப்போது ஒன்று வாங்கினால் ஒன்று இலவசம் சலுகை விலையில்

₹580 மதிப்புள்ள ஒரு பாதாம் பருப்புகள் இப்போது ஒன்று வாங்கினால் ஒன்று இலவசம் சலுகை விலையில்

பின்வரும் கேள்விகளுக்குப் பதிலளிக்கவும்

I. நீங்கள் வாங்க வேண்டிய பொருள்களின் பட்டியல்:

4 பாட்டில்கள் புரோட்டீன் பால் (200 மில்லி அளவு),

2 பாக்கெட் வேர்க்கடலை மிட்டாய்கள் (200 கிராம்),

1 பாக்கெட் சாக்லெட் பிஸ்கட் மற்றும்

1 பாக்கெட் பாதாம் பருப்புகள் (500 கிராம்) – எனில்

(i) நீங்கள் அனைத்துப் பொருள்களையும் ஒரே அங்காடியில் வாங்கினால், குறைந்த விலையில் எந்த அங்காடியில் வாங்க முடியும்?

(ii) நீங்கள் வெவ்வேறு கடைகளிலிருந்து பொருள்களை வாங்க முடிந்தால், குறைந்த பட்ச பணத்தைச் செலவழிக்க அதை எவ்வாறு செய்வீர்கள்?

II. நீங்கள் வைத்திருக்கும் தொகை ₹. 1000 எனில் நீங்கள் வாங்க வேண்டிய பொருள்களின் பட்டியல்:

6 பாட்டில்கள் புரோட்டீன் பால் (200 மில்லி அளவு),

3 பாக்கெட் வேர்க்கடலை மிட்டாய்கள் (200 கிராம்),

3 பாக்கெட் சாக்லேட் பிஸ்கட் மற்றும்

1 பாக்கெட் பாதாம் பருப்புகள் (250 கிராம்)

(i) உங்களின் கையிருப்புத்தொகை ₹. 1000 ஐ மிகாமல் நீங்கள் எந்த அங்காடியில் பொருள்களை வாங்க முடியும்?

(ii) நீங்கள் ஒவ்வொரு பொருளையும் குறைந்த விலையில் எந்த அங்காடியில் வாங்க முடியும்?

(iii) சூப்பர் மளிகைக் கடை (Super Provisions) பல்பொருள் அங்காடியில் "ஒன்று வாங்கினால் ஒன்று இலவசம்" என்ற சலுகை விலை விற்பனை "50% தள்ளுபடி" என்ற விற்பனைக்குச் சமமானதா?

பயிற்சி 5.1

1. **சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக:**

   (i) இணையம் அல்லது தொலைக்காட்சி விளம்பரங்கள் மூலம் வணிகர்கள் பொருள்களை வாங்க வைக்கக் கையாளும் யுக்திகள்

   (அ) சிறப்பு இசையைப் பயன்படுத்துதல்

   (ஆ) கவர்ச்சிகரமான படங்களைப் பயன்படுத்துதல்

   (இ) இப்பொருள் நமக்குத் தேவை என்ற எண்ணத்தைத் தூண்டுவது

   (ஈ) மேற்கூறிய அனைத்தும்

   (ii) நான் பொருள்கள் வாங்க அங்காடிக்குச் சென்றால்,

   (அ) கவர்ச்சிகரமானதாகத் தோன்றும் பொருள்களை வாங்குவேன்

   (ஆ) நான் வாங்க வேண்டிய பொருள்களை வாங்குவேன்

   (இ) எனது நண்பரிடம் இருக்கும் பொருள்களைப் போல வாங்குவேன்

   (ஈ) நான் கடையில் முதலில் பார்க்கும் பொருள்களை வாங்குவேன்

   (iii) சிறந்த முறையில் பொருள்களை வாங்குதல் என்பது

   (அ) எப்போதும் சிறந்த பெயர் பெற்ற அங்காடிகளில் பொருள்களை வாங்குதல்

   (ஆ) எனது நண்பர்கள் வாங்கிய பொருள்களைப் போல வாங்குதல்

   (இ) வாங்குவதற்கு முன் சில அங்காடிகளில் பொருள்களை ஒப்பிடுதல்

   (ஈ) எப்போதும் வாங்கும் ஒரு வழக்கமான கடையில் பொருள்களை வாங்குதல்

2. **சரியா, தவறா எனக் கூறுக:**

   (i) புத்திசாலித்தனமான நுகர்வோர் பணத்தைச் செலவழிப்பதற்கு முன் இரண்டு அல்லது மூன்று அங்காடிகளில் ஒப்பிட்டுப் பார்த்து பொருள்களை வாங்குவார்கள்.

   (ii) பொருளகளை வாங்கும்போதும் விளம்பரங்களை ஆராய எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம் பணத்தை மிச்சப்படுத்தும் வழி அல்ல.

   (iii) தள்ளுபடி விற்பனையின் போது இரண்டு அல்லது மூன்று தள்ளுபடிச் சீட்டைப் பயன்படுத்திப் பொருள்களை வாங்கக் கூடாது.

   (iv) பொருள்களை வாங்க கடைக்குச் செல்லும் ஒவ்வொரு முறையும் கையில் வைத்திருக்கும் தொகைக்குள் பொருள்களை வாங்குதல் சிறந்ததாகும்.

3. **பின்வருவனவற்றுள் பொருள்களை வாங்குவதற்கான சிறந்த வழியைக் காண்க.**

   (i) ₹175 இக்கு 5 இனிப்புக் கட்டிகள் அல்லது ₹114 இக்கு 3 இனிப்புக் கட்டிகள்.

   (ii) பாஸ்கர் 1 1/2 டசன் முட்டைகளை ₹81 இக்கு வாங்குவது அல்லது அருணா 15 முட்டைகளை ₹ 64.50 இக்கு வாங்குவது.

Unit 5 - IP Information Processing_TM.indd 112
20-11-2019 10:40:20

4. பின்வரும் பொருள்களை வாங்குவதற்கு, புதிய அடுமனை மற்றும் இனிப்புத் தயாரிப்புகளின் சிறப்புச் சலுகை விலையில் வாங்கினால் மொத்தமாக நீங்கள் செலவழிக்கும் தொகை எவ்வளவு?

புதிய அடுமனை மற்றும் இனிப்புத் தயாரிப்புகள் 20% தள்ளுபடி

1 கிலோ
லட்டு
₹245

1 கிலோ
கட்டிகை (cake)
₹550

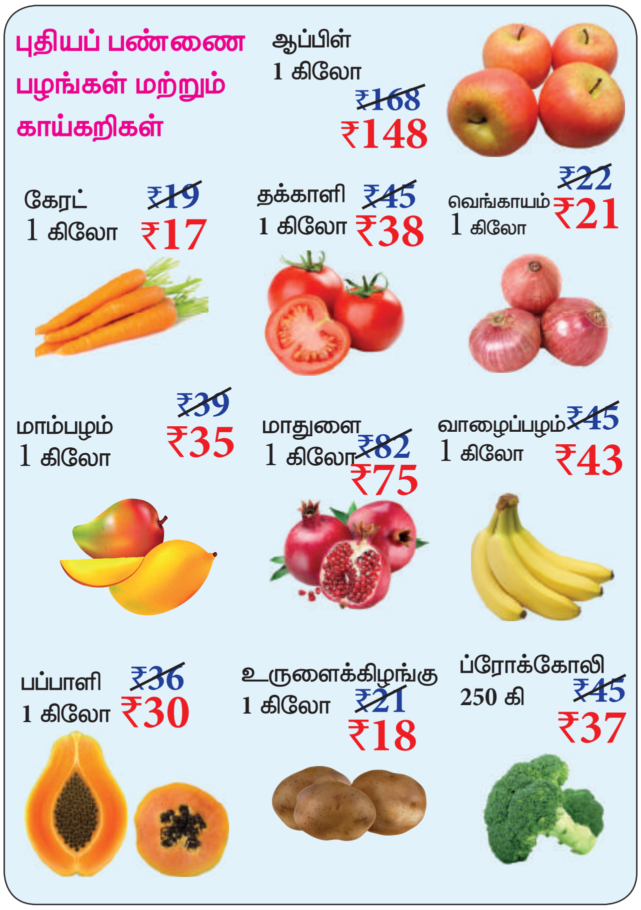
ரொட்டித் துண்டுகள்
(அனைத்து வகைகள்)
₹20

5. கொடுக்கப்பட்டப் படத்திலிருந்து விலைப் பட்டியலைத் தயார் செய்க.

$1\frac{1}{2}$ கிலோ ஆப்பிள், 2 கிலோ மாதுளை, 2 கிலோ வாழைப்பழம், 3 கிலோ மாம்பழம், வாங்கத் திட்டமிட்டு அவை அங்காடி 1 இல் $\frac{1}{2}$ கிலோ பப்பாளி, 3 கிலோ வெங்காயம், $1\frac{1}{2}$ கிலோ தக்காளி, 1 கிலோ கேரட், ஆகியவற்றை அங்காடி 2 உடன் ஒப்பிடும்போது எவ்வளவு சேமிப்பீர்கள்.

அங்காடி 1

அங்காடி 2



6. நீங்கள் ஒரு மேல்சட்டை வாங்கத் திட்டமிடும்போது, ஓர் அங்காடியில் விற்பனை விலை ₹1000 இக்கு ₹200 தள்ளுபடி செய்யப்படுகிறது மற்றொரு அங்காடியில் அதே விற்பனை விலைக்கு 15% தள்ளுபடி செய்யப்படுகிறது எனில், நீங்கள் எங்கே மேல்சட்டையை வாங்குவீர்கள்?

7. ஒரு பூங்காவில், ஒருவர் 5 சவாரிகளை விளையாடுவதற்கு ₹130 எனச் சிறப்பு சலுகையினையும், 1 சவாரி விளையாடுவதற்கு ₹30 எனவும் நுழைவு சீட்டின் விலையை நிர்ணயித்துள்ளது எனில், நீங்கள் சிறப்புச் சலுகையினை ஏற்றுக் கொண்டு சவாரிகளை விளையாட விரும்பும் போது எவ்வளவு தொகையினை சேமிப்பீர்கள்?

8. கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள விலைப் பட்டியலின்படி பொம்மைகளை நீங்கள் வாங்கப் போகிறீர்கள் எனக் கற்பனை செய்துகொள்ளுங்கள். தரப்பட்டுள்ள இரு அங்காடிகளின் விலைப் பட்டியலைப் பயன்படுத்தி ஒப்பீட்டு விலை விளக்கப்பட அட்டவணையை நிரப்பவும். அனைத்து பொம்மைகளையும் ஒரே அங்காடியில் வாங்கும்போது சிறந்தச் சலுகை விலையை எங்கு பெறுவீர்கள் மற்றும் நீங்கள் சேமித்த மொத்தத் தொகை எவ்வளவு

கோல்டன் டாய்ஸ் (Golden Toys) - விலைப் பட்டியல்

பொருளின் பெயர்	பொருள்	அசல் விலை	சலுகை
கரடி பொம்மை		1699	45%
டெட்ரோமினோஸ் தொகுப்புகள்		1150	30%
விண்வெளி விண்கலம் ராக்கெட் ஏவுதள நிலையம் – கல்வி தொகுப்பு கட்டுமான பொம்மை		3650	45%
எறிப்பந்து		710	18%

டாய்ஸ் & டிரேட்ஸ் மார்ட் (Toys and Trades Mart) - விலைப் பட்டியல்

பொருளின் பெயர்	பொருள்	அசல் விலை	சலுகை
கரடி பொம்மை		1798	53%
டெட்ரோமினோஸ் தொகுப்புகள்		1003	25%
விண்வெளி விண்கலம் ராக்கெட் ஏவுதள நிலையம் – கல்வி தொகுப்பு கட்டுமான பொம்மை		3499	47%
எறிப்பந்து		720	20%

உங்களது சேமிப்புத் தொகையை அருகிலுள்ள ரூபாயின் மதிப்பிற்கு மாற்றுக.
[எடுத்துக்காட்டாக ₹789.84 என்பதை ₹790 ஆக மாற்றவும்.]

ஒப்பீட்டு விளக்கப்பட அட்டவணை

		கோல்டன் டாய்ஸ் (Golden Toys)					டாய்ஸ் & டிரேட்ஸ் மார்ட் (Toys & Trades Mart)				
வ.எண்	பொருளின் பெயர்	வழக்கமான விலை	சலுகைத் தொகை %	நீங்கள் சேமித்த தொகை	சேமித்த தொகையை அருகிலுள்ள ரூபாயின் மதிப்பிற்கு மாற்றுக	விற்பனை விலை	வழக்கமான விலை	சலுகைத் தொகை %	நீங்கள் சேமித்த தொகை	சேமித்த தொகையை அருகிலுள்ள ரூபாயின் மதிப்பிற்கு மாற்றுக	விற்பனை விலை
1											
2											
3											
4											
	மொத்த தொகை										

Unit 5 - IP Information Processing_TM.indd 114 20-11-2019 10:40:38

5.2 பொதித்தல்

நாம் ஒரு பெட்டியிலோ அல்லது கைப்பெட்டியிலோ அல்லது அலமாரியிலோ பொருள்களை பொதித்து (packed) வைக்க முற்படும்போது, முதலில் நாம் எவ்வாறு அடைக்கப் போகிறோம் என்பதை தீர்மானிக்க வேண்டும், அந்த நிலையான இடத்தில் எத்தனைப் பொருள்களை அடைக்க முடியும்? இதற்கு ஒரு சிறந்த எடுத்துக்காட்டு என்னவென்றால், நீங்கள் பள்ளிக்குச் செல்லுவதற்கு முன்பு, உங்களது புத்தகப் பையில் தேவையான அனைத்துப் பொருள்களையும் (புத்தகங்கள், குறிப்பேடுகள், வடிவியல் பெட்டி, விளையாட்டு உபகரணங்கள், உணவு மற்றும் தண்ணீர் பாட்டில் போன்றவை) அடைக்க முயற்சி செய்வீர்கள் அல்லவா?. எனவே, அவைகளை உங்கள் புத்தகப்பையில் அடைக்க முயற்சிக்கும்போது. உங்கள் புத்தகங்கள் சேதமடையக்கூடாது என்பதில் மிகத் தெளிவாக இருப்பீர்கள் அல்லவா? சிந்தியுங்கள்! ஒரு நண்பருக்கோ அல்லது குடும்ப உறுப்பினருக்கோ அல்லது மற்றவர்களுக்கோ பொருள்களை ஒரு பெட்டியில் பொதித்து (packed) அனுப்புவதற்கும் இதே விதிகள் பொருந்தும்.

இவை தவிர, தாள்கள், கண்ணாடி, காகிதம், மரம், துணி போன்ற பொருள்களை, சந்தையில் கிடைக்கும் அளவுகளை வீணாக்காமல் வெட்டுதல் மற்றும் அறை ஒதுக்கீடு, குறிப்பிட்ட இடத்தில் இருக்கை ஏற்பாடு, வாகனங்களை சரியான பாதையில் சீராக நிறுத்துதல் மற்றும் வன் வட்டு (hard disk), குறுவட்டு (CD) மற்றும் பென் டிரைவ் (pen drive) போன்ற சேமிப்பு சாதனங்களில் தரவை (data) சேமித்தல் போன்ற பல நிகழ்வுகளில் பொதித்தல் முறை பயன்படுகிறது.

பின்வரும் சூழ்நிலைகள் மற்றும் எடுத்துக்காட்டுகளிலிருந்து சில பொதித்தல் முறைகளைப் பயன்படுத்தி கைப்பைகள் அல்லது கொள்கலன்கள் அல்லது அறைகள் போன்றவற்றில் பொருள்களை எவ்வாறு அடைப்பது என்பதைப் புரிந்துக்கொள்ள முயற்சிப்போம்.

5.3 பொதித்தல் முறைகள்

பகுதிப்படுத்தல் முறை:

இம்முறையில், நாம் பொருள்களை பை அல்லது கொள்கலன்களில் நிரப்புவது என்பது, ஒவ்வொரு பொருளின் எடை, மதிப்பு மற்றும் எண்ணிக்கையை நிர்ணயிக்கக்கூடியதாக இருக்கிறது. அந்த கொள்கலனின மொத்த எடையானது ஒரு குறிப்பிட்ட வரம்பை விட குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கவேண்டும். அடைக்கும் பொருள்களின் மொத்த மதிப்பானது சாத்தியமான மிகப் பெரியத் தொகையாக இருக்கவேண்டும். பகுதிபடுத்தல் முறையானது கையில்வைத்திருக்கும் தொகையில் அதிகமானப் பொருள்களை வாங்குவதற்கான நுட்பத்தைப் பயன்படுத்த உதவுகிறது. பின்வரும் சூழ்நிலையிலிருந்து இந்த முறையைப் பற்றி மேலும் அறிந்து கொள்வோம்.

M5F7P8

சூழ்நிலை:

படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள எடையில் சில காய்கறிகளையும், பழங்களையும் உங்களால் முடிந்த அளவு அதிகமானப் பொருள்களை கையில் வைத்திருக்கும் தொகை ₹550 இக்குள் வாங்க விரும்புகிறீர்கள் என்று வைத்துக் கொள்வோம், மேலும் 15 கிலோ எடையைச் சுமக்கும் திறன் கொண்ட கைப்பை உங்களிடம் உள்ளது. மொத்த பொருள்களின் எடை 15 கி.கி வை விட அதிகமாக

Unit 5 - IP Information Processing_TM.indd 115 20-11-2019 10:40:40

இருப்பதால் நீங்கள் அனைத்துப் பொருள்களையும் உங்கள் கையில் வைத்திருக்கும் ₹550 இக்குள் வாங்க முடியாது. எனவே, எவ்வாறு நீங்கள் வைத்திருக்கும் தொகை ₹550 இக்குள் அதிகமான பொருள்களைத் தேர்ந்தெடுக்கலாம் என்பதைக் கண்டறிய, சில அணுகுமுறைகளை முயல்வோம்,. அதற்காகப் நீங்கள் வாங்க விரும்பும் பொருள்களை அவற்றின் எடைகள் மற்றும் விலையுடன் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளதுப்போல் அட்டவணைப்படுத்தலாம்.

பொருள்கள்							
எடை (கி.கி)	1	3	5	4	1	3	2
விலை (₹)	60	105	150	70	80	90	40

அணுகுமுறை I–அதிகபட்ச விலையின் அடிப்படையில் பொருள்களை வாங்குதல்:

இந்த அணுகுமுறையில், அதிகபட்ச விலைக்கேற்ப பொருள்களைத் தேர்ந்தெடுக்கிறோம். இங்கே அட்டவணையில் அதிகபட்ச விலை ₹150 ஆகும். இப்போது, நீங்கள் கையில் வைத்திருக்கும் தொகையில் காய்கறிகளையும் பழங்களையும் 15 கிலோவுக்கு மிகாமல் வாங்கவும் மொத்த விலையைக் கண்டுபிடிக்கவும் அட்டவணைப்படுத்துவோம். (மேற்கூறிய அட்டவணையில் விலையைக் கருத்தில் கொள்க).

பொருள்கள்	விலை (₹)	எடை (கி.கி)	மீதி வாங்க வேண்டிய பொருள்களின் எடை (கி.கி)
	150.00	5	15−5=10
	105.00	3	10−3=7
	90.00	3	7−3=4
	80.00	1	4−1=3
	$70\times\frac{3}{4}=52.50$	3	3−3=0
மொத்த தொகை	**472.50**	**15 கி.கி**	

அதிபட்சமாக பொருளின் எடை 15 கி.கி ஆக இருக்க மீதம் 3 கி.கி பப்பாளி வாங்கினால் போதும். எனவே, 3 கிலோ பப்பாளியின் விலை ₹52.50 எனக் கணக்கிட்டு, 15 கிலோ காய்கறிகள் மற்றும் பழங்களை வாங்க இந்த அணுகுமுறையில் ₹472.50 ரூபாய் செலவிடுவோம்.

அணுகுமுறை II–குறைந்தபட்ச எடையின் அடிப்படையில் பொருள்களை வாங்குதல்:

இந்த அணுகுமுறையில்,குறைந்தபட்ச எடைக்கேற்ப பொருள்களைத் தேர்ந்தெடுக்கிறோம்.இங்கே, நாம் அதிகமான பொருள்களைத் தேர்ந்தெடுக்க முடியும். இப்போது, நீங்கள் கையில் வைத்திருக்கும் தொகையில் காய்கறிகளையும் பழங்களையும் 15 கிலோவுக்கு மிகாமல் வாங்கவும் மற்றும் மொத்த விலையைக் கண்டுபிடிப்பதற்கும் அட்டவணைப்படுத்துவோம். (மேற்கூறிய அட்டவணையில் எடையைக் கருத்தில் கொள்க).

Unit 5 - IP Information Processing_TM.indd 116 20-11-2019 10:40:43

பொருள்கள்	விலை (₹)	எடை (கி.கி)	மீதி வாங்க வேண்டிய பொருள்களின் எடை (கி.கி)
	60.00	1	15−1=14
	80.00	1	14−1=13
	40.00	2	13−2=11
	105.00	3	11−3=8
	90.00	3	8−3=5
	70.00	4	5−4=1
	$150 \times \frac{1}{5} = 30.00$	**1**	1−1=0
மொத்தத் தொகை	**475.00**	**15 கி.கி**	

அதிகபட்சமாக பொருளின் எடை 15 கி.கி ஆக இருக்க, மீதம் 1 கி.கி சப்போட்டா வாங்கினால் போதும். எனவே, 1 கிலோ சப்போட்டாவின் விலை ₹30 எனக் கணக்கிட்டு, 15 கிலோ காய்கறிகள் மற்றும் பழங்களை வாங்க இந்த அணுகுமுறையில் ₹475 செலவிடுவோம்.

அணுகுமுறை III –1 கி.கி பொருளுக்கான அதிகபட்ச விலையின் அடிப்படையில் பொருள்களை வாங்குதல்:
இந்த அணுகுமுறையில், 1கி.கி பொருளுக்கான அதிகபட்ச விலையின் அடிப்படையில் பொருள்களைத் தேர்ந்தெடுக்கிறோம். (பொருள்களின் 1 கிலோவிற்கான விலையை நாம் கணக்கிட வேண்டும்) இப்போது, நீங்கள் கையில் வைத்திருக்கும் தொகையில் காய்கறிகளையும் பழங்களையும் 15 கிலோவுக்கு மிகாமல் வாங்கவும் மற்றும் மொத்த விலையைக் கண்டுபிடிப்பதற்கும் அட்டவணைப்படுத்துவோம். (மேற்கூறிய அட்டவணையில் எடை மற்றும் விலையைக் கருத்தில் கொள்க).

பொருள்கள்	விலை 1 கிலோ	விலை (₹)	எடை (கி.கி)	மீதி வாங்க வேண்டிய பொருள்களின் எடை (கி.கி)
	80.00	80.00	1	15−1=14
	60.00	60.00	1	14−1=13
	35.00	105.00	3	13−3=10

Unit 5 - IP Information Processing_TM.indd 117 20-11-2019 10:40:46

	30.00	150.00	5	10−5=5
	30.00	90.00	3	5−3=2
	20.00	40.00	2	3−2=0
மொத்த தொகை		**520.00**	**15 கி.கி**	

இந்த அணுகுமுறையில், பப்பாளி தவிர அனைத்து காய்கறிகளையும் பழங்களையும் நம் கையிலிருக்கும் தொகைக்குள் அதிகபட்ச விலையுடன் 15 கிலோவுக்கு மிகாமல் வாங்கலாம். இம்மூன்று அணுகுமுறைகளையும் ஒப்பிட்டு பார்த்தால், இரண்டாம் அணுகுமுறையில் நாம் அதிகமானப் பொருள்களை வாங்க முடியும், ஆனால் குறைந்தபட்சத் தொகையை மட்டுமேச் செலவிட முடியும். மூன்றாவது அணுகுமுறையில் அதிகபட்சமானத் தொகையைப் பயன்படுத்தி 15 கி.கி பொருள்களை வாங்கியதனால் சிறந்தது என்று இம்முறையைநாம் கூறலாம். இல்லையா?

வரிசைப்படுத்துதல் முறை:

சூழ்நிலை:

கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளபடி, மாணவர்களின் ஆறு குழுக்களுடன், உங்கள் பள்ளியில் ஒரு களப் பயணத்திற்குச் செல்கிறீர்கள் என்பதைக் கருத்தில் கொள்ளுங்கள்..

	குழு 1	குழு 2	குழு 3	குழு 4	குழு 5	குழு 6
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	3	1	6	4	5	2

ஏழு இருக்கைகளைக் கொண்ட ஒரு மகிழுந்தில் நீங்கள் மாணவர்களின் குழுக்களைப் பிரிக்காமல் உட்கார வைக்கவேண்டும். ஒவ்வொரு குழுவும் ஒன்றாக இருக்க நீங்கள் எத்தனை மகிழுந்துகளை ஏற்பாடு செய்ய வேண்டும்?

இந்த சிக்கலைத் தீர்க்க, நாம் இரண்டு விவரங்களை நினைவில் கொள்ள வேண்டும்,

(i) பயன்படுத்தப்பட வேண்டிய குறைந்தபட்ச எண்ணிக்கையிலான மகிழுந்துகள்

(ii) ஒவ்வொரு குழுவிலுள்ள மாணவர்களும் ஒன்றாக இருப்பது.

இந்த நோக்கங்களுக்காகப், பொதித்தல் முறைகள் நமக்கு உதவும். பொதுவானப் பயன்பாட்டில் இரண்டு பொதித்தல் முறைகள் உள்ளன. அவை:

(i) முன்னுரிமைப் படி வரிசைப்படுத்தும் முறை (ii) இறங்குவரிசையில் வரிசைப்படுத்தும் முறை

இந்த முறைகளைப் பயன்படுத்தி மேற்கண்ட சிக்கலைத் தீர்ப்பதற்கு முன், தேவையான குறைந்தபட்ச மகிழுந்துகளைக் கணக்கிட வேண்டும்.

Unit 5 - IP Information Processing_TM.indd 118 20-11-2019 10:40:48

எனவே, தேவையானக் குறைந்தபட்ச மகிழுந்துகளின் எண்ணிக்கையைக் கணக்கிட, மொத்த எண்ணிக்கையிலான மாணவர்களின் கூட்டுத்தொகையினை, ஒரு மகிழுந்தின் மொத்த இருக்கையினால் வகுக்க வேண்டும்.

கொடுக்கப்பட்ட அட்டவணையிலிருந்து, மொத்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை = 3+1+6+4+5+2 = 21

ஒரு மகிழுந்தின் இருக்கைகளின் எண்ணிக்கை = 7

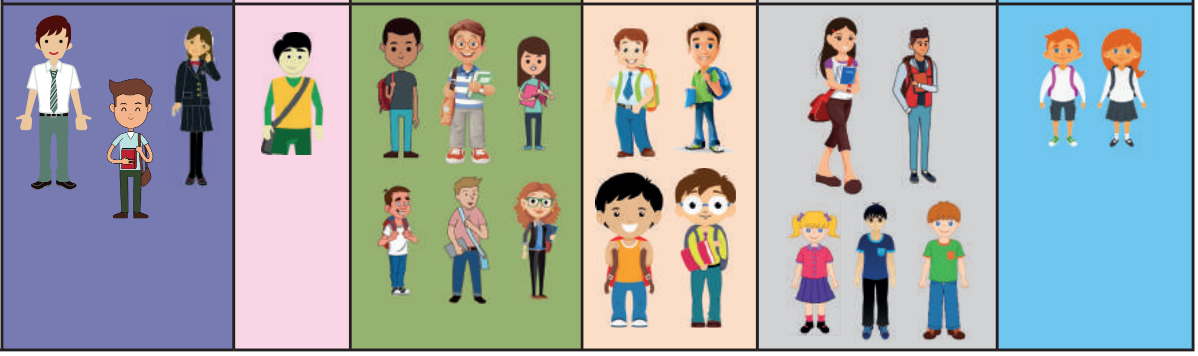
எனவே, குறைந்தபட்சம் தேவையான மகிழுந்துகளின் எண்ணிக்கை = 21÷ 7 = 3 மகிழுந்துகள்.

மாணவர்களின் குழுக்களைப் பிரிக்காமல் அதே மாணவர்களைக் கொண்ட குழுக்களாக இருக்கும்போது 3 மகிழுந்துகள் இடமளிக்க போதுமானதாக இருக்கலாம் அல்லது இல்லாமலும் இருக்கலாம். இப்போது, இந்த சிக்கலுக்கு 3 வண்டிகள் என்பது ஒரு பதிலாக இருக்க முடியுமா என்பது நமக்குத் தெரியாது. மேற்கூறிய இரண்டு முறைகளையும் பயன்படுத்தி ஒவ்வொரு முறையிலும் குறைந்தபட்சமாகத் தேவைப்படும் மகிழுந்துகளின் எண்ணிக்கையைக் கண்டுப்பிடிப்போம்.

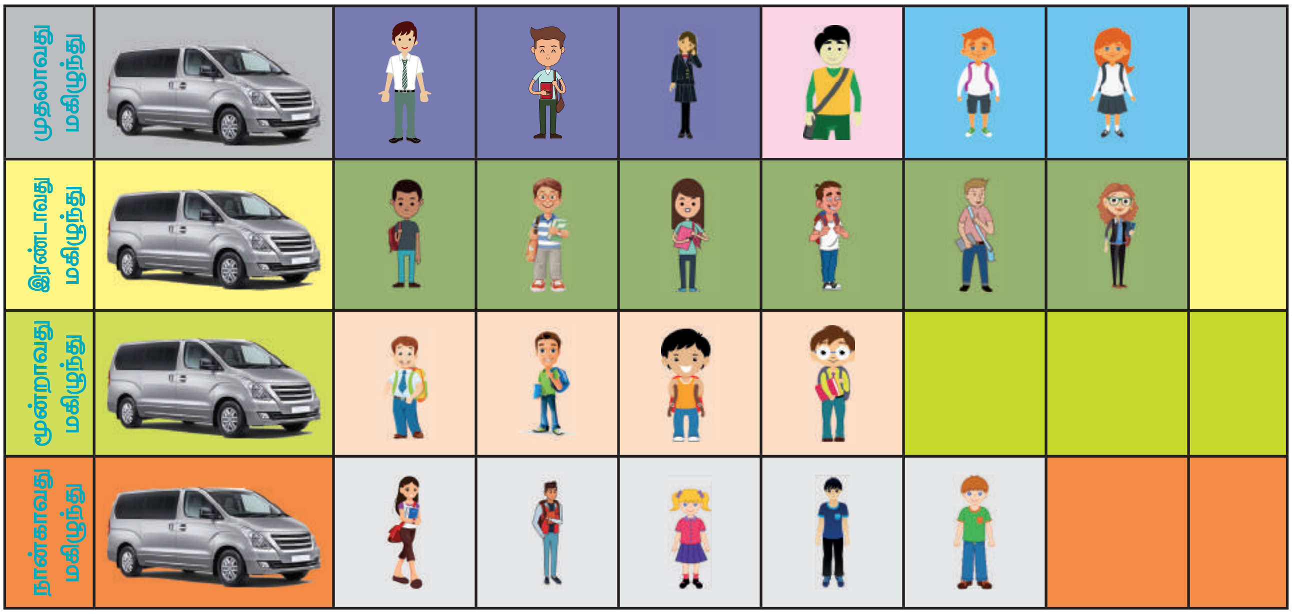
(i) முன்னுரிமைப் படி வரிசைப்படுத்தும் முறை:

படி 1. கொடுக்கப்பட்ட வரிசையில் மாணவர்களின் குழுவை மகிழுந்தில் உட்கார வைக்கவேண்டும்.

	குழு 1	குழு 2	குழு 3	குழு 4	குழு 5	குழு 6
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	3	1	6	4	5	2



படி 2. ஒவ்வொரு குழுவினரையும் பிரிக்காமல் மீதியுள்ள இருக்கையிலோ அல்லது மற்றொரு மகிழுந்திலோ கீழேயுள்ள படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளபடி முதலிலிருந்து வரிசையாக மகிழுந்துகளில் உட்கார வைக்கவேண்டும்.



Unit 5 - IP Information Processing_TM.indd 119 20-11-2019 10:40:51

மேலே உள்ள படத்திலிருந்து, பின்வருவதைக் கவனியுங்கள்:

குழு 1 – 3 மாணவர்கள் – இவர்களை முதல் மகிழுந்தில் உட்கார வைக்க முடியும், இப்போது முதல் மகிழுந்தில் **நான்கு** இருக்கைகள் மீதமாக இருக்கும்.

குழு 2 – 1 மாணவர் – இவரை முதலாவது மகிழுந்திலேயே உட்கார வைக்க முடியும், இப்போது முதல் மகிழுந்தில் **மூன்று** இருக்கைகள் மீதமாக இருக்கும்.

குழு 3 – 6 மாணவர்கள் – முதலாவது மகிழுந்தில் போதுமான இடங்கள் இல்லாததால், இவர்களை இரண்டாவது மகிழுந்தில் உட்கார வைக்க வேண்டும். இப்போது இரண்டாவது மகிழுந்தில் **ஒரு இருக்கை** மீதமாக இருக்கும்.

குழு 4 – 4 மாணவர்கள் – முதல் இரண்டு மகிழுந்துகளில் போதுமான இடங்கள் இல்லாததால், இவர்களை மூன்றாவது மகிழுந்தில் தான் உட்கார வைக்க முடியும். இப்போது மூன்றாவது மகிழுந்தில் **மூன்று இருக்கைகள்** மீதமாக இருக்கும்.

குழு 5 – 5 மாணவர்கள் – முதல் மூன்று மகிழுந்துகளில் போதுமான இடங்கள் இல்லாததால், இவர்களை நான்காவது மகிழுந்தில் தான் உட்கார வைக்க முடியும். இப்போது நான்காவது மகிழுந்தில் **இரண்டு இருக்கைகள்** மீதமாக இருக்கும்.

குழு 6 – 2 மாணவர்கள் – முதலாவது மகிழுந்திலேயே போதுமான இடங்கள் இருப்பதால், இவர்களை முதலாவது மகிழுந்திலேயே உட்கார வைக்க முடியும். இப்போதும் முதலாவது மகிழுந்தில் **ஒரு இருக்கை** மீதமாக இருக்கும்.

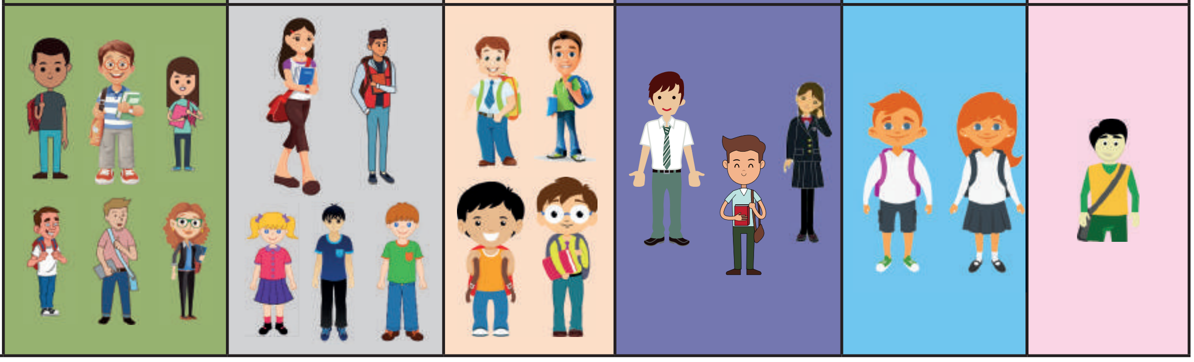
இந்த **முன்னுரிமை படி வரிசைப்படுத்தும் முறையைப்** பயன்படுத்தினால், நமக்கு **4 மகிழுந்துகள்** தேவைப்படுகிறது. மேலும், இந்த 4 மகிழுந்துகளில் **7 இருக்கைகள்** (1+1+3+2=7) இன்னும் நிரப்பப்படாமல் உள்ளன. இம்முறையைப் பயன்படுத்தினால் மகிழுந்துகளின் அனைத்து இருக்கைகளையும் முழுவதுமாக பயன்படுத்த முடியவில்லை.

இப்போது மற்றொரு முறையைப் பார்ப்போம்.

(ii) இறங்குவரிசையில் வரிசைப்படுத்தும் முறை:

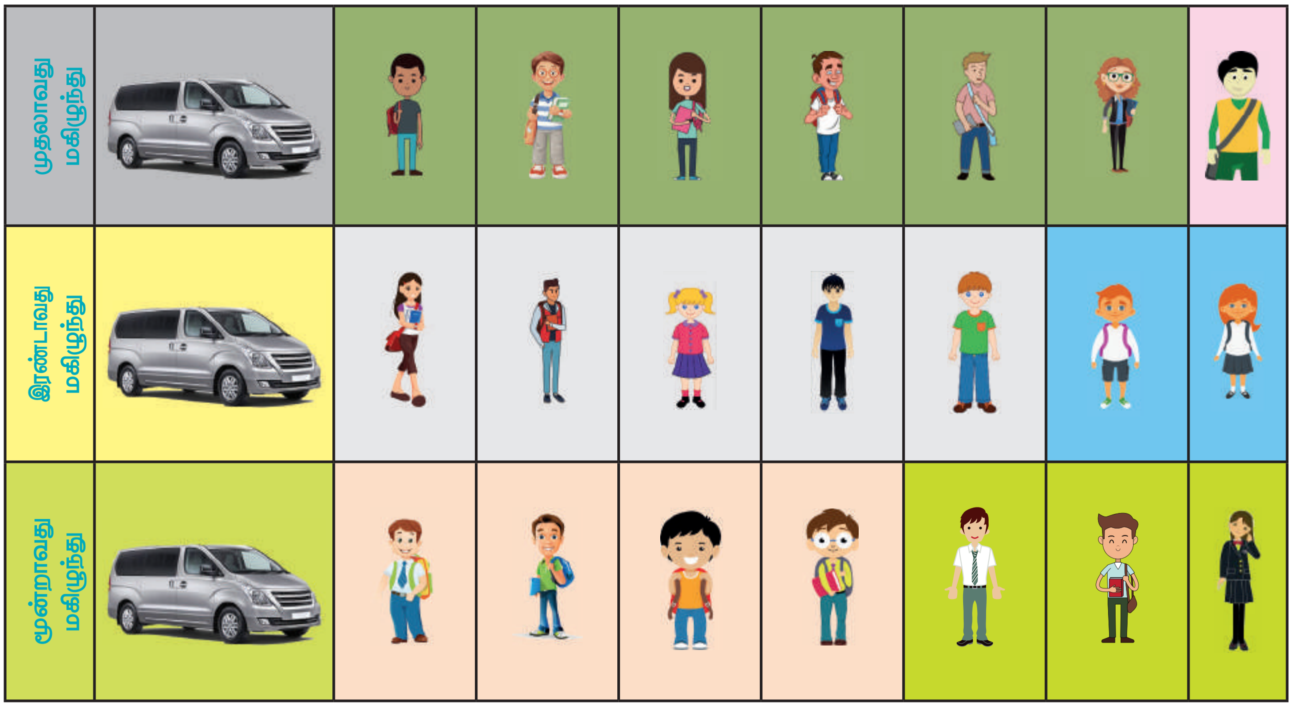
படி 1. மாணவர்களின் குழுவை அவர்களின் எண்ணிக்கைக்கேற்ப இறங்கு வரிசையில் இருக்கும்படி மாற்றி வரிசைப்படுத்துங்கள்.

	குழு 1	குழு 2	குழு 3	குழு 4	குழு 5	குழு 6
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	6	5	4	3	2	1



படி 2. முதல் முறைப்படியே இம்முறையிலும், ஒவ்வொரு குழுவினரையும் பிரிக்காமல் மீதியுள்ள இருக்கையிலோ அல்லது மற்றொரு மகிழுந்திலோ கீழேயுள்ள படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளபடி ஒவ்வொரு குழுவினரையும் முதலிலிருந்து வரிசையாக மகிழுந்துகளில் உட்கார வைக்கவேண்டும்.

Unit 5 - IP Information Processing_TM.indd 120 20-11-2019 10:40:53



மேலே உள்ள படத்திலிருந்து, பின்வருவதைக் கவனியுங்கள்:

குழு 1 – 6 மாணவர்கள் – இவர்களை முதல் மகிழுந்தில் உட்கார வைக்க முடியும், இப்போது முதல் மகிழுந்தில் ஒரு இருக்கை மீதமாக இருக்கும்.

குழு 2 – 5 மாணவர் – முதலாவது மகிழுந்தில் போதுமான இடங்கள் இல்லாததால், இவர்களை இரண்டாவது மகிழுந்தில் உட்கார வைக்க வேண்டும். இப்போது இரண்டாவது மகிழுந்தில் இரண்டு இருக்கைகள் மீதமாக இருக்கும்.

குழு 3 – 4 மாணவர்கள் – முதல் இரண்டு மகிழுந்துகளில் போதுமான இடங்கள் இல்லாததால், இவர்களை மூன்றாவது மகிழுந்தில் தான் உட்கார வைக்க முடியும். இப்போது மூன்றாவது மகிழுந்தில் மூன்று இருக்கைகள் மீதமாக இருக்கும்.

குழு 4 – 3 மாணவர்கள் – முதல் இரண்டு மகிழுந்துகளில் போதுமான இடங்கள் இல்லாததால், இவர்களையும் மூன்றாவது மகிழுந்தில் தான் உட்கார வைக்க முடியும். இப்போது மூன்றாவது மகிழுந்தில் எந்த இருக்கைகளும் மீதமாக இருக்காது.

குழு 5 – 2 மாணவர்கள் – இவர்களை முதலாவது மகிழுந்தில் போதுமான இடங்கள் இல்லாததால், இவர்களை இரண்டாவது மகிழுந்தில் தான் உட்கார வைக்க வேண்டும். இப்போது இரண்டாவது மகிழுந்தில் எந்த இருக்கைகளும் மீதமாக இருக்காது.

குழு 6 – 1 மாணவர்கள் – இவரை முதலாவது மகிழுந்திலேயே உட்கார வைக்க முடியும். இப்போது முதலாவது மகிழுந்தில் எந்த இருக்கைகளும் மீதமாக இருக்காது.

இந்த **இறங்குவரிசையில் வரிசைப்படுத்தும் முறையைப்** பயன்படுத்தினால், நமக்கு **3 மகிழுந்துகள்** தேவைப்படுகிறது. மேலும், இந்த 3 மகிழுந்துகளில் **எந்த இருக்கைகளும் மீதமாக இருக்காது**.

இம்முறையைப் பயன்படுத்தினால் மகிழுந்துகளின் அனைத்து இருக்கைகளையும் முழுவதுமாக பயன்படுத்த முடிகிறது. எனவே, இம்முறையில் தீர்வுக் காண்பது என்பது முதல் முறையை விட சிறந்த தீர்வைக் கொடுக்கும் என்று கூறலாம் அல்லவா?

Unit 5 - IP Information Processing_TM.indd 121 20-11-2019 10:40:55

	பண்புகள்	
முன்னுரிமைப் படி வரிசைப்படுத்தும் முறை	விரைவாகவும் எளிதாகவும் செய்ய முடியும்	ஒரு நல்லத் தீர்வைக் கொடுக்கும் வாய்ப்பு குறைவு.
இறங்குவரிசையில் வரிசைப்படுத்தும் முறை	செய்ய எளிதானது	முதல் முறையை விடப் பொதுவாக சிறந்தத் தீர்வைக் தருகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 1:

சந்தையில் கிடைக்கும் 8 அடி நீளமுள்ள மரக்கட்டையை வீணாக்காமல் கீழே அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளில் மரத்துண்டுகளாக வெட்டப் பயிற்சி தச்சர் குமரனுக்கு உதவுங்கள்.

தேவையான மரத்துண்டுகளின் நீளம் (அடி)	2	3	4	6
தேவையான மரத்துண்டுகளின் எண்ணிக்கை	2 அடி 2 அடி 2 அடி 2 அடி	3 அடி 3 அடி	4 அடி 4 அடி 4 அடி	6 அடி

தீர்வு

நாம் முதலில் தேவையான குறைந்தபட்ச மரக்கட்டைகளின் எண்ணிக்கையை கணக்கிட வேண்டும்.

தேவைப்படும் மரத்துண்டுகளின் மொத்த நீளம்

$= (2$ அடி $\times 4) + (3$ அடி $\times 2) + (4$ அடி $\times 3) + (6$ அடி $\times 1) = 8 + 6 + 12 + 6 = 32$ அடி

சந்தையில் கிடைக்கும் மரக்கட்டையின் நீளம் = 8 அடி

எனவே, குறைந்தபட்ச தேவையான மரக்கட்டைகள் = $32 \div 8 = 4$

சந்தையில் கிடைக்கும் மரக்கட்டையின் நீளம் (அடி)	8 அடி			
தேவையான மரத்துண்டுகளின் எண்ணிக்கை	2 அடி 2 அடி 2 அடி 2 அடி	3 அடி 3 அடி	4 அடி 4 அடி 4 அடி	6 அடி
தேவையான மரத்துண்டுகளின் நீளம் (அடி)	2	3	4	6
தேவைப்படும் மரத்துண்டுகளின் எண்ணிக்கை	4	2	3	1
தேவைப்படும் மொத்த மரத் துண்டுகளின் எண்ணிக்கை (அடி)	8	6	12	6
தேவையான மொத்த மரத் துண்டுகளின் நீளம் (அடி) = 8 + 6 + 12 + 6 = 32 அடி				

Unit 5 - IP Information Processing_TM.indd 122 20-11-2019 10:40:55

மேற்கண்ட அட்டவணையில் உள்ளது போன்று, 8 அடி மரக்கட்டையை குமரன் தனக்குத் தேவையான அளவுகளில் மரத்துண்டுகளாக வெட்டினால் **4 மரக்கட்டைகள்** தேவைப்படும்.

இறங்குவரிசையில் வரிசைப்படுத்தும் முறையைப் பயன்படுத்தி குமரன் மரக்கட்டைகள் வீணாகாமல் தேவையான அளவுகளில் மரத்துண்டுகளாக வெட்ட முடியும் என்பதைப் பின்வரும் படத்தின் மூலம் அறிந்துக்கொள்ளலாம்.

சந்தையில் கிடைக்கும் மரக்கட்டையின் நீளம் (அடி)	8 அடி
குமரன் 4 மரக்கட்டைகளை வீணாகாமல் தேவையான அளவுகளில் வெட்டிய மரத்துண்டுகள் (அடி)	6 அடி, 2 அடி 4 அடி, 4 அடி 3 அடி, 3 அடி, 2 அடி 4 அடி, 2 அடி, 2 அடி

இவற்றை முயல்க

குமரன் 4 மரக்கட்டைகளை முன்னுரிமைப்படி வரிசை முறையைப் பயன்படுத்தி வெட்டினால், வீணாகும் மரத்துண்டுகளின் அளவைக் கணக்கிடுக.

செயல்பாடு–2

சேவா சங்க அமைப்பினர் 5000 கி.கி கொள்ளளவு கொண்டச் சரக்குந்துகளைப் பயன்படுத்தி வெள்ளத்தால் பாதிக்கப்பட்ட மக்களுக்கு உதவிகளை வழங்க விரும்புகின்றனர். கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள இந்தப் பொருள்கள் அனைத்தும் சரக்குந்துகளில் பொதித்து (packed) செய்யப்பட்டு அனுப்பப்பட வேண்டும்.

சரக்குந்துகளின் எண்ணிக்கை	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
பொருள்களின் எடை (கி.கி)	1969	1211	1996	1999	1508	2007	1520	1485	1005	300

வெள்ளத்தால் பாதிக்கப்பட்டவர்களுக்கு நிவாரணங்களை வழங்க

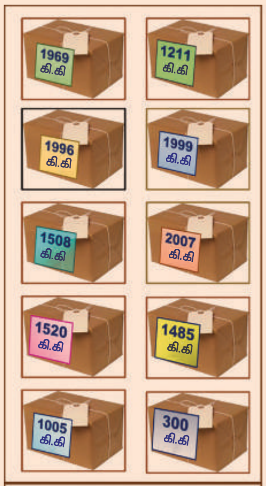
(i) முன்னுரிமைப்படி வரிசைப்படுத்தும் முறை

(ii) இறங்குவரிசையில் வரிசைப்படுத்தும் முறை

ஆகிய இருமுறைகளைப் பயன்படுத்தினால் தேவைப்படும் சரக்குந்துகளின் எண்ணிக்கை மற்றும் சரக்குந்துகளில் வீணாகும் இடத்தின் அளவினைக் கணக்கிட்டு விடுபட்ட இடத்தை நிரப்பவும்.

Unit 5 - IP Information Processing_TM.indd 123 20-11-2019 10:40:55

முன்னுரிமைப் படி வரிசைப்படுத்தும் முறை

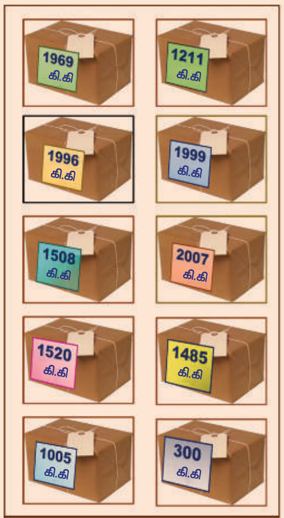


	1969 கி.கி	1005 கி.கி, 1999 கி.கி, 1996 கி.கி	2007 கி.கி	
பொருள்களின் மொத்த எடை(கி.கி)		5000 கி.கி	கி.கி	கி.கி
அதிகபடியான எடையின் அளவு (கி.கி)		5000 கி.கி	கி.கி	கி.கி
வீணாகும் மொத்த இடத்தின் எடை (கி.கி)		0 கி.கி	கி.கி	கி.கி

பயன்படுத்திய சரக்குந்துவின் எண்ணிக்கை = ______ கி.கி

சரக்குந்துகளில் வீணாகும் இடத்தின் அளவு = ______ கி.கி

இறங்குவரிசையில் வரிசைப்படுத்தும் முறை



	300 கி.கி, 2007 கி.கி	1969 கி.கி	1508 கி.கி	
பொருள்களின் மொத்த எடை (கி.கி)	கி.கி	4970 கி.கி	கி.கி	கி.கி
அதிகபடியான எடையின் அளவு (கி.கி)	கி.கி	கி.கி	5000 கி.கி	கி.கி
வீணாகும் மொத்த இடத்தின் எடை (கி.கி)	கி.கி	கி.கி	487 கி.கி	கி.கி

பயன்படுத்திய சரக்குந்துவின் எண்ணிக்கை = ______ கி.கி

சரக்குந்துகளில் வீணாகும் இடத்தின் அளவு = ______ கி.கி

அதாவது விநியோகிக்க தேவைப்படும் சரக்குந்துவின் எண்ணிக்கை = ______

Unit 5 - IP Information Processing_TM.indd 124 20-11-2019 10:40:56

பயிற்சி 5.2

I. பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்:

X1C1X7

1. 53 82 61 38 23 41 16 34 42 MB அளவுள்ள ஒன்பது கோப்புகளை (file) கோப்புறைகளாக (folder) தொகுக்க வேண்டும். ஒவ்வொரு கோப்புறையிலும் அதிகபட்ச வரம்பு 100 MB. இருக்கலாம் எனில்,

   (அ) தேவையான குறைந்தபட்ச கோப்புறைகளின் எண்ணிக்கையைக் கணக்கிடுக.

   (ஆ) கோப்புகளைக் கோப்புறைகளாகத் தொகுக்க முன்னுரிமைப்படி வரிசைப்படுத்தும் முறையைப் பயன்படுத்தி அட்டவணைப்படுத்தவும்.

   (இ) கோப்புகளைக் கோப்புறைகளாகத் தொகுக்க இறங்குவரிசையில் வரிசைப்படுத்தும் முறையை முறையைப் பயன்படுத்தி அட்டவணைப்படுத்தவும்.

2. பொருள்களை விநியோகிக்கும் ஒரு நிறுவனத்தில் 4 இருசக்கர வாகனங்கள் உள்ளன. ஒவ்வொரு இருசக்கர வாகனங்களிலும் அதிகபட்சமாக 30 கிலோ எடையுள்ள பொருள்களை கொண்டு செல்ல முடியும். விநியோகிக்கும் பொருள்களின் எடைகள், கிலோவில், கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன எனில்,

பொருள்களின் எண்ணிக்கை	1	2	3	4	5	6	7	8	9
பொருள்களின் எடை (கி.கி)	16	20	8	14	7	6	2	5	12

   (அ) குறைந்தபட்ச இருசக்கர வாகனங்களின் எண்ணிக்கையைக் கணக்கிடுக.

   (ஆ) இருசக்கர வாகனங்களுக்கு பொருள்களை எவ்வாறு ஒதுக்க முன்னுரிமைப் படி வரிசைப்படுத்தும் முறையைப் பயன்படுத்தி அட்டவணைப்படுத்தவும்.

   (இ) இருசக்கர வாகனங்களுக்கு பொருள்களை எவ்வாறு ஒதுக்க இறங்குவரிசையில் வரிசைப்படுத்தும் முறையைப் பயன்படுத்தி அட்டவணைப்படுத்தவும்.

3 ஒரு குழாய் சரிசெய்பவர் 6 மீ நீளமுள்ள குழாயிலிருந்து பின்வரும் பிரிவுகளை வெட்ட விரும்புகிறார் எனில்,

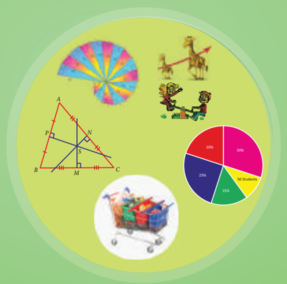
குழாய்களின் எண்ணிக்கை	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
குழாய்களின் நீளம்	1	1	1.5	1.5	1.5	1.5	2	2	2	3	3.5	3.5

   (அ) முன்னுரிமைப் படி வரிசைப்படுத்தும் முறையைப் பயன்படுத்தி குழாயின் நீளத்தை வெட்டினால் வீணாகும் குழாயின் நீளத்தைக் கணக்கிடுக.

   (ஆ இறங்குவரிசையில் வரிசைப்படுத்தும் முறையைப் பயன்படுத்தி குழாயின் நீளத்தை வெட்டினால் வீணாகும் குழாயின் நீளத்தைக் கணக்கிடுக.

Unit 5 - IP Information Processing_TM.indd 125 20-11-2019 10:40:56

விடைகள்



எண்கள்

பயிற்சி 1.1

1. (i) 9 (ii) 48 (iii) 5 iv) 2, 3, 7, 8 v) 5

2. (i) சரி (ii) சரி (iii) தவறு (iv) சரி (v) தவறு

3. (i) 6 (ii) 4 (iii) 9

4. (i) ஒற்றை எண்ணிக்கையிலான பூச்சியங்கள் (ii) 7இல் முடியாது (iii) 8 இல் முடியாது

5. (i) 324 (ii) 9801 6. (i) $15^2 = 112 + 113$ (ii) 180 +181

7. (i) 1+ 3 +....+ 19 (ii) 1 + 3+... + 41 8. (i) 16, 63, 65 (ii) 10,24,26

9. (i) 12 (ii) 16 (iii) 28 10. (i) 34 (ii) 69 (iii) 95

11. (i) இல்லை (ii) இல்லை (iii) ஆம் (iv) ஆம்

12. 2, 60 13. 65 14. 3, 84 15. 3600

பயிற்சி 1.2

1. (i) 3 (ii) 13, 14 (iii) 30 (iv) $\frac{5}{4}$ (v) 8.1

2. (i) 21 (ii) 28 (iii) 32 3. 69, 37 4. 171, 79

5. (i) 134 (ii) 105 (iii) 83 (iv) 42 (v) 647

6. (i) 1.7 (ii) 1.4 (iii) 8.2 (iv) 5.6 (v) 1.42 (vi) 3.74

7. (i) $\frac{12}{15}$ (ii) $2\frac{5}{7}$ (iii) $\frac{5}{2}$ (iv) $2\frac{1}{6}$

8. (i) சரி (ii) சரி (iii) தவறு (iv) தவறு (v) தவறு

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

9. (இ) 7 10. (ஈ) $\sqrt{32}$ 11. (அ) $\sqrt{25}$ 12. (ஆ) 5

பயிற்சி 1.3

1. (i) 7 (ii) 6 (iii) 90 (iv) 0.017 (v) 42

2. (i) தவறு (ii) சரி (iii) சரி 4. 120 5. 5 6. 4, 16

7. $\sqrt{3} = 1.732$ 8. $\sqrt{36} = 6$ 9. 9,19 10. 5

பயிற்சி 1.4

1. (i) 1 (ii) 1 (iii) 20^{-3} (iv) $\frac{-1}{128}$ (v) -243

2. (i) சரி (ii) சரி (iii) சரி (iv) தவறு (v) சரி

3. (அ) $\frac{1}{8}$ (ii) 32 (iii) $\frac{4}{9}$ (iv) 81 (v) $\frac{-216}{125}$ (vi) 21^{-14} (vii) 6 (viii) -9

4. (i) $\left(\frac{2}{5}\right)^{6}$ (ii) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-5}$ (iii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{4}$

5. (i) $\frac{63}{2}$ (ii) 1 (iii) 1

6. (i) 1 (ii) $\frac{3}{2}$ (iii) $\frac{2^{-9}}{3^{2}}$

7. (i) $x = 6$ (ii) $x = 5$ (iii) $x = 6$

8. (i) $6 \times 10^3 + 5 \times 10^1 + 4 \times 10^0 + 3 \times 10^{-1} + 2 \times 10^{-2} + 1 \times 10^{-3}$
   (ii) $8 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 7 \times 10^0 + 1 \times 10^{-1} + 4 \times 10^{-2}$

9. (i) 87652.0407
   (ii) 5050.505

10. 0.000000000025

11. 4.678×10^{11} (ii) 1.975×10^{-6}

12. (i) 1.083×10^{12} கன கி.மீ (ii) 1.6×10^{-24}

பயிற்சி 1.5

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. 32 மீ 2. 552 செ.மீ^{2} 3. 49 4. 625 5. $\frac{9}{4}, \frac{27}{8}$ 6. 8

7. 400 8. (i) 4.8×10^3 (ii) 1.152×10^5 (iii) 4.2048×10^7 (iii) 4.2048×10^9

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

9. 9 செ.மீ மற்றும் 10 செ.மீ 10. 15 டெசி.மீ 11. இல்லை, 64 12. 13.276 அல்லது $\frac{3319}{50}$

13. 58.85 14. 10^{-5} மணிகள் 15. 7.978×10^5 16. $8^{100}, 2^{600}, 3^{500}, 4^{400}, 16^{25}$

வாழ்வியல் கணிதம்

பயிற்சி 2.1

1. (i) 25 (ii) 2 (iii) 8 (iv) 5 (v) ₹1,20,000
2. 162 3. 7000 4. 15 5. 4 மேலும் அதிகமான லாரிகள்
6. 4 மணி 7. A-30 நாள்கள் B-20 நாள்கள் C-60 நாள்கள்
8. 180 நிமிடம் / 3 மணி 9. 2 நாள்கள் 10. 6 நாள்கள்

பயிற்சி 2.2

1. 8 நாள்கள் 2. 48 ஆண்கள் 3. 6 நாள்கள் 4. $7\frac{1}{2}$ நாள்கள் 5. 8 நாள்கள்

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

6. 210 வீரர்கள் 7. 20 அதிகமான ஆண்கள் 8. 16 நாள்கள் 9. 3 நாள்கள் 10. ₹ 600

Answers - TM.indd 127 20-11-2019 13:13:33

வடிவியல்

பயிற்சி 3.1

1. (i) செங்கோட்டு மையம் (ii) நடுக்கோட்டு மையம்
   (iii) உள்வட்ட மையம் (iv) சுற்றுவட்ட மையம் (v) 2:1
2. (i) சரி (ii) சரி (iii) தவறு
3. (அ) (i) உள்ளே (ii) வெளியே (iii) கர்ணத்தின் மீது
   (ஆ) (i) உள்ளே (ii) வெளியே (iii) 90° ஐ கொண்ட உச்சிகளின் மீது
4. (i) BE (ii) AD (iii) CF

5. AB=5 செ.மீ 6. $\underline{|XYM} = \underline{|ZYM} = 50^\circ$ 7. 7 செ.மீ 8. 10 செ.மீ

பயிற்சி 3.2

1. W 2. P 3. 9 செ.மீ 4. 12 அடி 5. 40°

6. (i) 22 (ii) 6 (iii) 16 (iv) 24

புள்ளியியல்

பயிற்சி 4.1

1. (i) இரண்டாம் நிலை (ii)35 (iii)197 (iv) 8 (v) வட்டவடிவியலான
2. (i) தவறு (ii) சரி (iii) தவறு (iv) சரி (v) சரி
3. 8-22 22-36 36-50 50-64
6. (i) 20% (ii) 75 (iii) 1/4 (iv) 400 (v) 275 (vi) 500
11. (i) ₹8000 (ii) ₹40000 (iii) ₹12000

பயிற்சி 4.2

1. (i) ஆம் (ii) இல்லை (iii) இல்லை (iv) ஆம் (v) ஆம்
2. (i) நிகழ்வெண் (ii) விகிதச் சமத்தில் (iii) நிகழ்வுச் செவ்வகம் (iv) தொகுக்கப்பட்ட
3. (i) 330 (ii) 150 (iii) இல்லை
9. (ஈ) இவை மூன்றும் 10. (இ) நிகழ்வெண் 11. (அ) வீச்சு
12. (ஆ) தொகுக்கப்பட்ட 13. (ஆ) தொடர்ச்சியற்ற 14. (ஆ) விலக்கிய
15. (இ) வட்ட விளக்கப்படம் 16. (அ) தொடர்
17. (அ) நிகழ்வு பலகோணம் 18. (ஈ) நிகழ்வுச் செவ்வகம்

தகவல் செயலாக்கம்

பயிற்சி 5.1

1. (i) (ஈ) மேற்கூறிய அனைத்தும் (ii) (இ) எனது நண்பரிடம் இருக்கும் பொருள்களை வாங்குவேன் (iii) (ஆ) எனது நண்பர்கள் வாங்கிய பொருள்களை வாங்குதல்
2. (i) சரி (ii) தவறு (iii) தவறு (iv) சரி

Answers - TM.indd 128 20-11-2019 13:13:33

3. (i) 5 இனிப்புத் துண்டுகள் ₹175 இக்கு (ii) 15 முட்டைகள் ₹64.5 இக்கு

4. ₹634 5. ₹39.25 6. முதல் கடையில் வாங்குவது சிறந்தது 7. ₹20 8. ₹301

பயிற்சி 5.2

1. (அ) 4 கோப்புகள்

(ஆ)

கோப்பு 1 (MB)	கோப்பு 2 (MB)	கோப்பு 3 (MB)	கோப்பு 4 (MB)	கோப்பு 5 (MB)
53	82	61	41	42
38	16	23	34	
91	98	84	75	42

(இ)

கோப்பு 1 (MB)	கோப்பு 2 (MB)	கோப்பு 3 (MB)	கோப்பு 4 (MB)
82	61	53	41
16	38	42	34
			23
98	99	95	98

2. (அ) 3 சக்கர வாகனம்

(ஆ)

இரு சக்கர மோட்டார் வாகனம் 1 (கி.கி)	இரு சக்கர மோட்டார் வாகனம் 2 (கி.கி)	இரு சக்கர மோட்டார் வாகனம் 3 (கி.கி)	இரு சக்கர மோட்டார் வாகனம் 4 (கி.கி)
16	20	14	12
8	7	5	-
6	2	-	-
30	29	19	12

(இ)

இரு சக்கர மோட்டார் வாகனம் 1 (கி.கி)	இரு சக்கர மோட்டார் வாகனம் 2 (கி.கி)	இரு சக்கர மோட்டார் வாகனம் 3 (கி.கி)
20	16	12
8	14	7
2	-	6
-	-	5
30	30	30

3.
(அ) 12 மீ
(ஆ) 6 மீ

Answers - TM.indd 129 20-11-2019 13:13:33

கணிதக் கலைச் சொற்கள்

அடுக்கு விதிகள்	laws of exponent
அடுத்தடுத்த	alternate
அடுத்தடுத்த	consecutive
அடைத்தல்	packing
அமைப்பு	pattern
அறிவியல் குறியீடு	scientific notation
இணைக்கோடுகள்	parallel lines
இணைய வழி	online
இயல் எண்	natural number
இரண்டாம் நிலைத் தரவு	secondary data
இலக்கங்கள்	digits
உள்வட்டமையம்	incentre
உள்ளடங்கியத் தொடர்	inclusive series
எதிர் விகிதம்	inverse proportion
ஏறு/ உயர்வு/அதிகம்	increase
ஒரு புள்ளி வழிச்செல்லும் கோடுகள்	cuncurrent lines
ஒருங்கமைப் புள்ளி	point of concurrency
ஒருங்கமைவு	coinside
கணக்கிடுதல்	caculation
கனமூலம்	cube root
கனம்	cube
காரணி	factor
கீழ் வரம்பு	lower limit
குறிகள்	tally marks
கூட்டு மாறல்	compound variation
கொள்முதல்	purchase
கோண இருசமவெட்டி	angle biscetor
சராசரிகள்	means
சரிவிகித முன்னுரிமை முறை	first-fit decreasing method
சர்வசமம்	congruent
சுற்று வட்டமையம்	circumcentre
செங்குத்து	altitudes
செங்கோட்டு கோடுகள்	perpendicular lines
செங்கோட்டு மையம்	orthocentre
செயல்பாடு	operation
தசம	decimal
தரவு	data
தலை கீழி	inverse
தனித்தனியே	individually
தொகுக்கப்பட்ட தரவு	grouped data
தொடர்ச்சியாக	successive
தோராயமான	approximate

Answers - TM.indd 130 20-11-2019 13:13:33

கணிதக் கலைச் சொற்கள்

நடுக்கோடு	median
நடுக்கோட்டு மையம்	centroid
நிகழ்வுச் செவ்வகம்	histogram
நிகழ்வுப் பலகோணம்	frequency polygon
நிகழ்வெண்	frequency
நிகழ்வெண் பரவல்	frequency distribution
நிரல்	column
நிரை	row
நீள் வகுத்தல்	long division
நுகர்வு	consumption
நேர் விகிதம்	direct proportion
பகாக் காரணிப்படுத்துதல்	prime factonisation
படி	power
பிதாகரஸின் மூன்றன் தொகுதி	pythagoream triplet
பிரிவு அளவு	class size
பிரிவு இடைவெளி	class interval
பின்னொட்டு	suffix
பெருக்கல் காரணி	multiplication factor
பெருக்கற்பலன்	product
பொருள்களை வாங்குதல்	Shopping
மடங்கு	multiple
மதிப்பீடு	estimate
மாறிலி	coastant
மீண்டும் மீண்டும்	repeated
மீதமுள்ள வேலை	remaining work
முதலீடு	deposit
முதல்நிலைத் தரவு	primary data
முழு வர்க்கம்	perfect square
முனை உறுப்புகள்	extremes
மேல் வரம்பு	upper limit
மையக்குத்துக்கோடு	perpendicular bisector
வட்ட விளக்கப்படம்	pie chart
வட்டி	interest
வரிசைப்படி முன்னுரிமை முறை	first-fit method
வர்க்கம்	square
வர்க்கம் மூலம்	square root
வாங்குதல்	spending
விரிவான வடிவம்	expanded form
விளம்பரம்	advertiset
வீச்சு	range
வெட்டும் கோடுகள்	intersecting lines

8 ஆம் வகுப்பு கணக்கு – பருவம் 3

பாடநூல் உருவாக்கக் குழு

மேலாய்வாளர்கள்

- முனைவர். இரா. இராமானுஜம்
  பேராசிரியர், கணித அறிவியல் நிறுவனம்,
  தரமணி,சென்னை

- இரா. ஆத்மராமன்
  கல்வி ஆலோசகர்,
  இந்திய கணித ஆசிரியர்கள் சங்கம்,
  சென்னை

பாடநூல் உருவாக்கக் குழு

- க. கமலநாதன்,
  பட்டதாரி ஆசிரியர்,
  அரசினர் மேல்நிலைப் பள்ளி,
  ஆர்பாக்கம், காஞ்சிபுரம்.

- கி. குணசேகர்,
  பட்டதாரி ஆசிரியர்,
  ஊராட்சி ஒன்றிய நடுநிலைப்பள்ளி,
  வளவனூர் மேற்கு, விழுப்புரம்.

- கு. பழனி,
  பட்டதாரி ஆசிரியர்,
  அரசு உயர்நிலைப்பள்ளி,
  ஜெகதாப், கிருஷ்ணகிரி.

- பா. மலர்விழி,
  பட்டதாரி ஆசிரியை,
  சென்னை உயர்நிலைப்பள்ளி,
  ஸ்ட்ரஹான்ஸ் சாலை, பட்டாளம்,
  சென்னை.

இணையச் செயல்பாடு

- ச. வாசுராஜ்,
  முதுகலை பட்டதாரி ஆசிரியர்,
  KRM பொதுப்பள்ளி, செம்பியம்,
  சென்னை.

தட்டச்சர்

- க. புனிதா
  திருவல்லிக்கேனி, சென்னை

கல்வி ஆலோசகர்

- முனைவர். பொன். குமார்
  இணை இயக்குநர் (பாடத்திட்டம்)
  மாநிலக் கல்வியியல் ஆராய்ச்சி மற்றும்
  பயிற்சி நிறுவனம் சென்னை.

கல்வி ஒருங்கிணைப்பாளர்

- வே. இளையராணி மோகன்
  உதவி பேராசிரியர்
  மாநிலக் கல்வியியல் ஆராய்ச்சி மற்றும்
  பயிற்சி நிறுவனம், சென்னை

கலை மற்றும் வடிவமைப்புக் குழு

பக்க வடிவமைப்பாளர்கள்

- ப. யோகேஷ்
- ஸ்ரீதர் வேலு
- சி. பிரசாந்த்

In-House QC

- அருண் காமராஜ் பழனிசாமி

அட்டை வடிவமைப்பு

- கதிர் ஆறுமுகம்

ஒருங்கிணைப்பாளர்

- ரமேஷ் முனுசாமி

விரைவுக்குறியீடு மேலாண்மைக் குழு

- இரா. ஜெகநாதன், இடைநிலை ஆசிரியர்,
  ஊ.ஒ.ந.நி.பள்ளி, போளூர் திருவண்ணாமலை.
- சூ.ஆல்பர்ட் வளவன் பாபு,
  பட்டதாரி ஆசிரியர், அ.உ.நி.பள்ளி,
  பெருமாள் கோவில், இராமநாதபுரம்
- ம.முருகேசன், பட்டதாரி ஆசிரியர்,
  ஊ.ஒ.ந.நி.பள்ளி,. முத்துப்பேட்டை, திருவாரூர்.

இந்நூல் 80 ஜி.எஸ்.எம் எலிகண்ட் மேப்லித்தோதாளில் அச்சிடப்பட்டுள்ளது.
ஆப்செட் முறையில் அச்சிட்டோர்: