

પ્રકરણ પાંચ

ચુંબકત્વ અને દ્રવ્ય

(MAGNETISM AND MATTER)

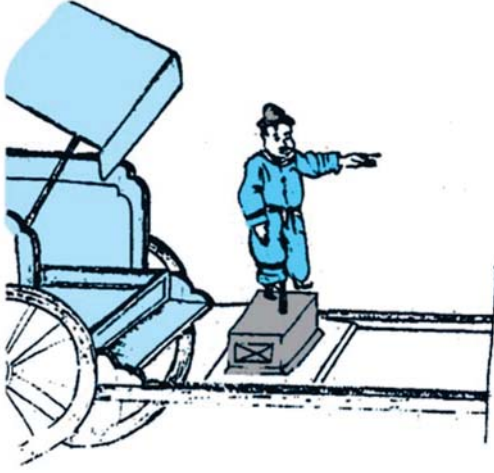


5.1 પ્રસ્તાવના (INTRODUCTION)

ચુંબકીય ઘટનાઓ કુદરતમાં સાર્વત્રિક છે. ખૂબ દૂર રહેલી વિશાળ આકાશગંગાઓ, જોઈ ન શકાય એટલા નાના પરમાણુઓ, માનવો અને અન્ય સજીવો (Beasts) બધામાં વિવિધ ઉદ્ગમો દ્વારા ઉત્પન્ન ચુંબકીયક્ષેત્રો વ્યાપ્ત છે. પૃથ્વીનું ચુંબકત્વ મનુષ્યની ઉત્ક્રાંતિ પહેલાંથી અસ્તિત્વ ધરાવે છે. મેગ્નેટ (ચુંબક) શબ્દ ગ્રીસમાં આવેલા મેગ્નેશિયા નામના ટાપુ પરથી આવ્યો છે, જ્યાં છેક ઈ.સ. પૂર્વે 600ના ગાળામાં ચુંબકીય ખનિજો મળી આવ્યા હતા. આ ટાપુ પર રહેતા ભરવાડો ફરિયાદ કરતા હતા કે તેમના લાકડાના બુટ (જેમાં ખીલીઓ હતી તે) જમીન સાથે ચોંટી જતા હતા. તેમની લોખંડની અણીવાળી લાકડીઓ સાથે પણ આમ જ થતું હતું. ચુંબકોની આકર્ષવાની આ પ્રકૃતિના કારણે તેમને એક જગ્યાએથી બીજે જવામાં પણ મુશ્કેલી પડતી હતી.

ચુંબકોનો દિશા દર્શાવવાનો ગુણધર્મ પણ જુના જમાનાથી જાણીતો હતો. ચુંબકના એક લાંબા પાતળા ટુકડાને મુક્ત રીતે લટકાવવામાં આવે ત્યારે તે ઉત્તર-દક્ષિણ દિશા દર્શાવે છે. જ્યારે તેને બુચના ટુકડા પર મુકીને તેને સ્થિર પાણી પર તરતો મુકવામાં આવે ત્યારે પણ આવી જ અસર જોવા મળતી હતી. કુદરતી રીતે મળી આવતા આયર્ન મેગ્નેટાઈટના ખનિજોને લોહચુંબક એવું નામ આપવામાં આવ્યું. જેનો અર્થ ચુંબકીય પથ્થર થાય છે. આ ગુણધર્મનો પ્રૌદ્યોગિકી ઉપયોગ કરવાનું માન સામાન્યતઃ ચીનના લોકોને મળે છે. ઈ.સ. પૂર્વે 400ના અરસાના ચાઈનીઝ લખાણો ચુંબકીય સોયના વહાણવટામાં દિશાસૂચનમાં ઉપયોગ વિશે ઉલ્લેખ ધરાવે છે. ગોબીનું રણ પાર કરનારા વણઝારાઓ પણ ચુંબકીય સોયનો ઉપયોગ કરતા હતા.

ચીનની એક દંતકથામાં લગભગ ચાર હજાર વર્ષ પહેલાં હુઆંગ-ટી (Huang-ti) નામના સમ્રાટે મેળવેલ જીત માટે તે તેના કસબીઓનો (જેમને અત્યારે આપણે ઈજનેરો કહીએ છીએ) આભાર માને છે,



આકૃતિ 5.1 આ રથની કાલ્પનિક રૂપરેખા દર્શાવી છે. આ પ્રતિમા એવી રીતે ફરી શકતી હતી કે પ્રતિમાની આંગળી હંમેશા દક્ષિણ દિશામાં જ રહે. આ રથની મદદથી, હુઆંગ-ટીના લશ્કરે ઘટ્ટ ધુમ્મસમાં પણ દુશ્મન પર પાછળથી હુમલો કરીને તેમને પરાજીત કર્યું હતું.

તેવી વાર્તા આવે છે. આ ઈજનેરોએ એક રથ બનાવ્યો હતો, જેના પર તેમણે પહોળા, હાથ કરેલ એક ચુંબકીય પ્રતિમા મુકી હતી. આકૃતિ 5.1માં આ રથની કાલ્પનિક રૂપરેખા દર્શાવી છે. આ પ્રતિમા એવી રીતે ફરી શકતી હતી કે પ્રતિમાની આંગળી હંમેશા દક્ષિણ દિશા જ દર્શાવે. આ રથની મદદથી, હુઆંગ-ટીના લશ્કરે ઘાઠ ધુમ્મસમાં પણ દુશ્મન પર પાછળથી હુમલો કરીને તેને પરાજીત કર્યું હતું.

અગાઉના પ્રકરણમાં આપણે શીખ્યા કે, ગતિમાન વિદ્યુતભારો કે વિદ્યુતપ્રવાહો ચુંબકીયક્ષેત્રો ઉત્પન્ન કરે છે. ઓગણીસમી સદીની શરૂઆતમાં આ શોધ કરવા માટેનું માન બીજા બધા સાથે ઓર્સ્ટેડ, એમ્પિયર, બાયો અને સાવરને પણ જાય છે.

આ પ્રકરણમાં આપણે ચુંબકત્વનો એક સ્વતંત્ર વિષય તરીકે અભ્યાસ કરીશું. ચુંબકત્વ વિશે જાણીતા કેટલાક ખ્યાલો આ મુજબ છે :

- (i) પૃથ્વી ચુંબક તરીકે વર્તે છે, જેનું ચુંબકીયક્ષેત્ર લગભગ ભૌગોલિક દક્ષિણથી ઉત્તર તરફ હોય છે.
- (ii) જ્યારે ગજિયા ચુંબકને મુક્ત રીતે લટકાવવામાં આવે ત્યારે તે ઉત્તર-દક્ષિણ દિશા દર્શાવે છે. જે છોડો ભૌગોલિક ઉત્તર તરફ રહે તેને ચુંબકનો ઉત્તર ધ્રુવ કહે છે અને જે છોડો ભૌગોલિક દક્ષિણ તરફ રહે તેને ચુંબકનો દક્ષિણ ધ્રુવ કહે છે.
- (iii) જ્યારે બે ચુંબકોના (બંને) ઉત્તર ધ્રુવો (કે દક્ષિણ ધ્રુવો) એકબીજાની નજીક લાવવામાં આવે ત્યારે તેમની વચ્ચે અપાકર્ષી બળ લાગે છે. તેથી ઉલટું, જ્યારે એક ચુંબકના ઉત્તર ધ્રુવ પાસે બીજા ચુંબકનો દક્ષિણ ધ્રુવ લાવવામાં આવે ત્યારે તે આકર્ષે છે.
- (iv) આપણે ચુંબકના ઉત્તર કે દક્ષિણ ધ્રુવને જુદા પાડી શકતા નથી. જો આપણે ગજિયા ચુંબકના બે સમાન ટુકડા કરીએ તો આપણને આવા જ બે ગજિયા ચુંબક મળે છે. જેમના ચુંબકીય ગુણધર્મો થોડા નબળા હોય છે. વિદ્યુતભારોના કિસ્સાથી વિરુદ્ધ સ્વતંત્ર ઉત્તરધ્રુવ અને દક્ષિણધ્રુવ એટલે કે ચુંબકીય એક ધ્રુવીઓ (Magnetic Monopole) અસ્તિત્વ ધરાવતી નથી.
- (v) લોખંડ અને તેની મિશ્રધાતુઓ (Alloys)માંથી ચુંબકો બનાવી શકાય છે.

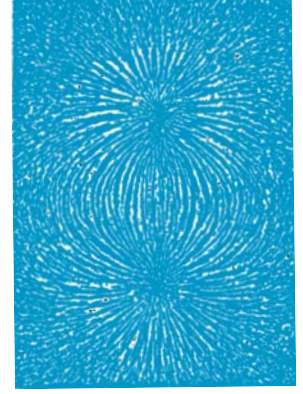
આપણે ગજિયા ચુંબકના વર્ણન અને બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્રમાં તેની વર્તણૂક વિશેની સમજથી શરૂઆત કરીશું. આપણે ચુંબકત્વ માટેના ગોસના નિયમની સમજૂતી આપીશું. ત્યાર બાદ આપણે પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્ર વિશે માહિતી આપીશું. બાદમાં દ્રવ્યોને તેમના ચુંબકીય ગુણધર્મોના આધારે કેવી રીતે વર્ગીકૃત કરી શકાય તે જણાવીશું. આપણે પેરા-, ડાયા-, અને ફેરોમેગ્નેટીઝમ વર્ણવીશું. અંતના પરિચ્છેદમાં આપણે વિદ્યુત ચુંબકો (ઈલેક્ટ્રોમેગ્નેટસ) અને કાયમી ચુંબકો પરના પરિચ્છેદથી સમાપન કરીશું.

5.2 ગજિયો ચુંબક (THE BAR MAGNET)

વિખ્યાત ભૌતિકશાસ્ત્રી આઈનસ્ટાઈનને બાળપણમાં તેમના કોઈ સંબંધીએ ભેટમાં આપેલ એક ચુંબક બાળપણની યાદગીરી હતી. આઈનસ્ટાઈન તેનાથી ખૂબ જ પ્રભાવિત થયા હતા અને તેના વડે સતત રમ્યા કરતા હતા. તેમને એ વાતનું આશ્ચર્ય થતું હતું કે કોઈ સ્પ્રિંગ કે દોરી બાંધ્યા સિવાય આ ચુંબક કેવી રીતે દુર રહેલી લોખંડની ખીલીઓ કે ટાંકણીઓને આકર્ષે છે.

આપણે અભ્યાસની શરૂઆતમાં એ જોઈએ કે, એક નાના ગજિયા ચુંબક પર મુકેલા કાચ પર લોખંડની ભૂકી ભભરાવીએ તો શું થાય છે. લોખંડની ભૂકીની ગોઠવણી (ભાત) આકૃતિ 5.2માં દર્શાવી છે.

લોખંડની ભૂકીની ગોઠવણીની ભાત દર્શાવે છે કે વિદ્યુત ડાયપોલ (દ્વિધ્રુવી)ના ધન અને ઋણ વિદ્યુતભારની જેમ ચુંબકને પણ બે ધ્રુવો છે. પ્રસ્તાવનામાં જણાવ્યા મુજબ એક ધ્રુવને ઉત્તરધ્રુવ વડે દર્શાવાય છે અને બીજાને દક્ષિણધ્રુવ તરીકે. જ્યારે તેને મુક્ત રીતે લટકાવવામાં આવે, ત્યારે આ ધ્રુવો અનુક્રમે લગભગ ભૌગોલિક ઉત્તર અને દક્ષિણ ધ્રુવો તરફ ગોઠવાય છે. લોખંડની ભૂકીની આવી જ ગોઠવણીની ભાત વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત સોલોનોઈડની આસપાસ જોવા મળે છે.

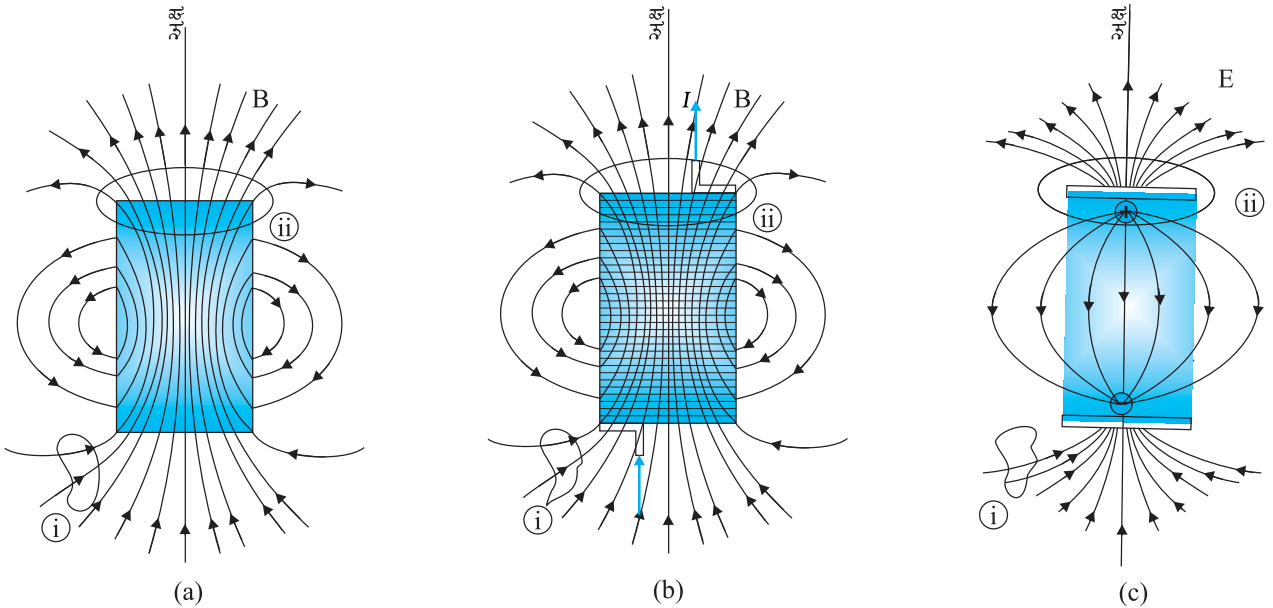


આકૃતિ 5.2 ગજિયા ચુંબકની આસપાસ લોખંડની ભૂકીની ગોઠવણી. ગોઠવણીની ભાત ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ દર્શાવે છે. ભાત દર્શાવે છે કે ગજિયો ચુંબક એક ચુંબકીય દ્વિ-ધ્રુવી (ડાયપોલ) છે.

5.2.1 ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ (The Magnetic Field Lines)

લોખંડની ભૂકીની ગોઠવણીની ભાત આપણને ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ દોરવા પ્રેરે છે*. ગજિયા ચુંબક અને વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત સોલોનોઈડ માટે આ આકૃતિ 5.3માં દર્શાવેલ છે. સરખામણી માટે પ્રકરણ-1ની આકૃતિ 1.17(d) જુઓ. વિદ્યુત ડાયપોલ (દ્વિધ્રુવી)ની વિદ્યુત ક્ષેત્ર રેખાઓ પણ આકૃતિ 5.3(c)માં દર્શાવી છે. ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ ચુંબકીય ક્ષેત્રની દર્શનીય અને આગવી રજુઆત છે. તેમના ગુણધર્મો આ મુજબ છે :

- કોઈ એક ચુંબક (કે સોલોનોઈડ)ની ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ સતત બંધ ગાળા રચે છે. આ બાબત વિદ્યુત ડાયપોલ કે જેમાં ક્ષેત્ર રેખાઓ ધન વિદ્યુતભારમાંથી ઉદ્ભવતી હોય અને ઋણ વિદ્યુતભારમાં અંત પામતી હોય અથવા અનંત સુધી ફેલાતી હોય તેના જેવી નથી.
- ક્ષેત્ર રેખાઓ પર કોઈ બિંદુએ દોરેલ સ્પર્શક તે બિંદુએ પરિણામી ચુંબકીયક્ષેત્ર B ની દિશા દર્શાવે છે.



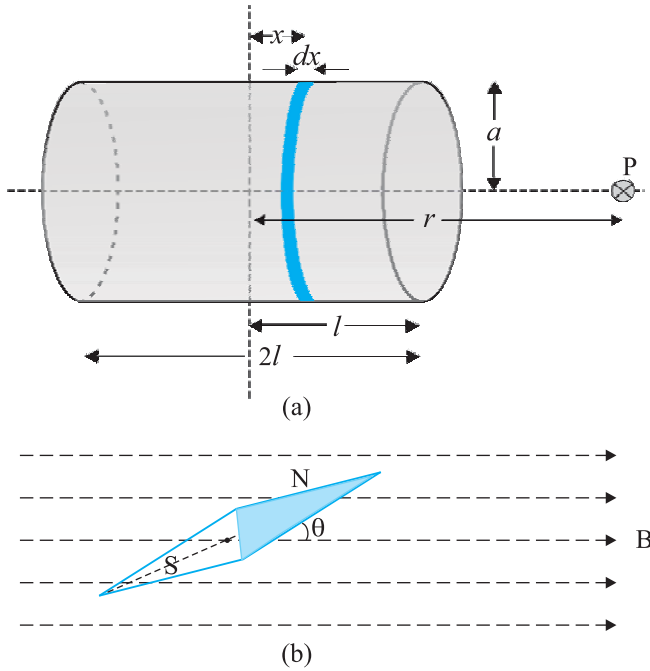
આકૃતિ 5.3 (a) ગજિયા ચુંબક, (b) વિદ્યુત પ્રવાહ ધારિત પરિમિત સોલોનોઈડ, અને (c) વિદ્યુત ડાયપોલની ક્ષેત્ર રેખાઓ. દૂરના અંતરે ક્ષેત્ર રેખાઓ ઘણી સામ્યતા ધરાવે છે. (i) અને (ii) વડે દર્શાવેલ વક્રો બંધ ગોસિયન પૃષ્ઠ દર્શાવે છે.

* કેટલાક પાઠ્યપુસ્તકોમાં ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓને ચુંબકીય બળ રેખાઓ કહેવામાં આવે છે. આ નામકરણ અહીં અવગણવામાં આવ્યું છે, કારણ કે તેથી ગુંચવણ ઊભી થઈ શકે. સ્થિત વિદ્યુતથી વિપરિત ચુંબકત્વમાં ક્ષેત્ર રેખાઓ (ગતિ કરતા) વિદ્યુતભાર પર લાગતા બળની દિશા દર્શાવતી નથી.

- (iii) જેમ એકમ ક્ષેત્રફળમાંથી પસાર થતી ક્ષેત્ર રેખાઓની સંખ્યા વધુ તેમ ચુંબકીયક્ષેત્ર \mathbf{B} નું મૂલ્ય મોટું. આકૃતિ 5.3(a)માં, વિસ્તાર (i) કરતાં વિસ્તાર (ii) પાસે \mathbf{B} મોટું છે.
- (iv) ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ એકબીજાને છેદતી નથી, કારણ કે જો તે છેદે, તો ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશા છેદન બિંદુ પાસે અનન્ય ન હોય.
- ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ ઘણી રીતે દોરી શકાય છે. એક રીત એ છે જેમાં નાની ચુંબકીય સોયને જુદા જુદા બિંદુઓએ મુકીને તેના નમન (સ્થિતિ)ને નોંધી શકાય. તેના પરથી અવકાશમાં જુદા જુદા બિંદુઓએ ચુંબકીય ક્ષેત્રની દિશા વિશે માહિતી મળે છે.

5.2.2 સૉલેનોઇડને સમતુલ્ય રૂપે ગજિયો ચુંબક (Bar Magnet as an Equivalent Solenoid)

અગાઉના પ્રકરણમાં પરિચ્છેદ 4.10માં આપણે સમજાવ્યું છે કે વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ગૂંચળું કેવી રીતે ચુંબકીય ડાયપોલ (દ્વિ-ધ્રુવી) તરીકે વર્તે છે. આપણે ઍમ્પિયરનો અધિતર્ક જણાવ્યો હતો કે દરેક ચુંબકીય



આકૃતિ 5.4 (a) ગજિયા ચુંબક સાથે સામ્યતા દર્શાવવા માટે પરિમિત સૉલેનોઇડના અક્ષીય (ચુંબકીય) ક્ષેત્રની ગણતરી. (b) નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર \mathbf{B} માં ચુંબકીય સોય. આ રચનાનો ઉપયોગ \mathbf{B} અથવા ચુંબકીય સોયની ચુંબકીય ચાકમાત્રા \mathbf{m} ગણવા માટે કરી શકાય.

ગણતરી કરીએ. આપણે દર્શાવીશું કે મોટા અંતરોએ આ (સૉલેનોઇડનું) અક્ષીય ક્ષેત્ર, ગજિયા ચુંબક વડે મળતા ક્ષેત્ર સાથે મળતું આવે છે.

ધારોકે આકૃતિ 5.4(a)માં દર્શાવેલ સૉલેનોઇડ એકમ લંબાઈ દીઠ n આંટા ધરાવે છે. ધારોકે તેની લંબાઈ $2l$ અને ત્રિજ્યા a છે. આપણે સૉલેનોઇડના કેન્દ્ર O થી r અંતરે આવેલા બિંદુ P પાસે અક્ષીય (ચુંબકીય) ક્ષેત્ર શોધી શકીએ. આ માટે સૉલેનોઇડના કેન્દ્રથી x અંતરે આવેલા dx લંબાઈનો વર્તુળાકાર ખંડ ધ્યાનમાં લો. તેમાં ndx આંટા આવેલા છે. ધારો કે સૉલેનોઇડમાં વિદ્યુતપ્રવાહ I વહે છે.

ઘટનાઓને વર્તુળમાર્ગી (Circulating, ધૂમતા) વિદ્યુતપ્રવાહોના રૂપમાં દર્શાવી શકાય છે. યાદ કરો કે વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ડાયપોલ ચાકમાત્રા (Magnetic Dipole Moment) \mathbf{m} ને $\mathbf{m} = NIA$ વડે વ્યાખ્યાયિત કરી હતી, જ્યાં N એ ગૂંચળામાં આંટાઓની સંખ્યા, I વિદ્યુતપ્રવાહ અને A ક્ષેત્રફળ સદિશ છે. (સમીકરણ 4.30).

એક ગજિયા ચુંબક અને એક સૉલેનોઇડની ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓની સામ્યતા દર્શાવે છે કે કોઈ ગજિયા ચુંબકને, સૉલેનોઇડની જેમ મોટી સંખ્યાના વર્તુળમાર્ગી (Circulating) પ્રવાહો તરીકે ગણી શકાય. ગજિયા ચુંબકને અડધેથી કાપવો એ સૉલેનોઇડને કાપવા બરાબર ગણી શકાય. આપણને નબળા ચુંબકીય ગુણધર્મો ધરાવતા બે નાના સૉલેનોઇડ મળે છે. ક્ષેત્ર રેખાઓ સતત હોય છે અને એક સૉલેનોઇડની એક બાજુથી બહાર નીકળીને બીજી બાજુમાં પ્રવેશે છે. આ સામ્યતાની ચકાસણી કરવા, કોઈ (વ્યક્તિ) નાની ચુંબકીય સોયને ગજિયા ચુંબકની પાસે લાવે અને વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત પરિમિત સૉલેનોઇડ પાસે લાવે તો બંને કિસ્સામાં આવર્તન સરખા જોવા મળે છે.

આ સામ્યતા વધુ સુદૃઢ કરવા આપણે આકૃતિ 5.4(a)માં દર્શાવેલ પરિમિત સૉલેનોઇડના અક્ષીય (ચુંબકીય) ક્ષેત્રની

આગળના પ્રકરણના પરિચ્છેદ 4.6માં આપણે વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત વર્તુળાકાર ગૂંચળાની અક્ષ પર ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય શોધ્યું હતું. સમીકરણ (4.13) પરથી, વર્તુળાકાર ખંડ વડે P બિંદુએ (ચુંબકીય) ક્ષેત્રનું મૂલ્ય

$$dB = \frac{\mu_0 n dx I a^2}{2[(r-x)^2 + a^2]^{3/2}}$$

બધા ખંડ પરનો સરવાળો કરતાં, એટલે કે $x = -l$ થી $x = +l$ સુધી સંકલન કરતાં, કુલ (ચુંબકીય) ક્ષેત્રનું મૂલ્ય મળે. આમ,

$$B = \frac{\mu_0 n I a^2}{2} \int_{-l}^{+l} \frac{dx}{[(r-x)^2 + a^2]^{3/2}}$$

આ સંકલન ત્રિકોણમીતિય સૂત્રો મુકવાથી મળી શકે. આમ છતાં, આ સ્વાધ્યાય આપણા હેતુ માટે જરૂરી નથી. નોંધો કે x નો વિસ્તાર $-l$ થી $+l$ સુધી છે. આ સોલેનોઇડથી દૂર અક્ષીય (ચુંબકીય) ક્ષેત્ર ધ્યાનમાં લો, એટલે કે $r \gg a$ અને $r \gg l$ માટે. આથી, છેદમાં આવેલ પદ આશરે આ મુજબ મળે,

$$\begin{aligned} [(r-x)^2 + a^2]^{3/2} &\approx r^3 \\ \text{અને } B &= \frac{\mu_0 n I a^2}{2r^3} \int_{-l}^{+l} dx \\ &= \frac{\mu_0 n I}{2} \frac{2la^2}{r^3} \end{aligned} \quad (5.1)$$

નોંધો કે આ સોલેનોઇડની મેગ્નેટિક મોમેન્ટ (ચુંબકીય ચાકમાત્રા)નું મૂલ્ય $m = n(2l) I(\pi a^2) =$ (કુલ આંટાની સંખ્યા \times વિદ્યુતપ્રવાહ \times આડછેદનું ક્ષેત્રફળ)

$$\text{આથી, } B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2m}{r^3} \quad (5.2)$$

આ ગણિયા ચુંબકનું મોટા અંતરે અક્ષીય ચુંબકીયક્ષેત્ર પણ છે, જે આપણે પ્રાયોગિક રીતે શોધી શકીએ. આમ, એક ગણિયો ચુંબક અને એક સોલેનોઇડ સમાન ચુંબકીયક્ષેત્રો ઉત્પન્ન કરે છે. આમ, ગણિયા ચુંબકની મેગ્નેટિક મોમેન્ટ (ચુંબકીય ચાકમાત્રા) એ તેટલું જ ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરતા સોલેનોઇડની મેગ્નેટિક મોમેન્ટ (ચુંબકીય ચાકમાત્રા)ને સમતુલ્ય હોય છે.

કેટલાક પુસ્તકો $2l$ લંબાઈના ગણિયા ચુંબકના ઉત્તર ધ્રુવ સાથે ચુંબકીય ભાર (જેને ધ્રુવની પ્રબળતા પણ કહે છે) $+q_m$ અને દક્ષિણધ્રુવ સાથે $-q_m$ સાંકળે છે, જેથી ચુંબકીય ચાકમાત્રા $q_m(2l)$ મળે. q_m થી r અંતરે ક્ષેત્રની તીવ્રતા $\mu_0 q_m / 4\pi r^2$ વડે દર્શાવાય છે. તે પરથી વિદ્યુત ડાયપોલ (પ્રકરણ-1)ની જેમ, આ ગણિયા ચુંબકની અક્ષ પર અને તેની વિષુવરેખા પર ચુંબકીયક્ષેત્ર મેળવી શકાય છે. આ પદ્ધતિ સરળ અને અસરકારક છે. પરંતુ, ચુંબકીય એકધ્રુવી અસ્તિત્વ ધરાવતાં ન હોવાથી આપણે આ પદ્ધતિને આ કારણથી અવગણી છે.

5.2.3 નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રમાં દ્વિ-ધ્રુવી (ડાયપોલ)

(The Dipole in a Uniform Magnetic Field)

લોખંડની ભૂકીની ગોઠવણીની ભાત, એટલે કે ચુંબકીય ક્ષેત્રરેખાઓ આપણને ચુંબકીયક્ષેત્ર \mathbf{B} વિશે સંનિકટ ખ્યાલ આપે છે. અમુક વખતે આપણને \mathbf{B} નું ચોક્કસ મૂલ્ય શોધવાની જરૂર પણ પડશે. આ માટે આપણે જાણીતી (જ્ઞાત) ચુંબકીય ચાકમાત્રા \mathbf{m} અને જડત્વની ચાકમાત્રા \mathcal{J} ધરાવતી ચુંબકીય સોય લઈને તેને ચુંબકીયક્ષેત્રમાં દોલન કરાવવા પડે. આ વ્યવસ્થા આકૃતિ 5.4(b)માં દર્શાવી છે.

આ (ચુંબકીય) સોય પર લાગતું ટોર્ક [સમીકરણ (4.29) જુઓ],

$$\tau = \mathbf{m} \times \mathbf{B} \quad (5.3)$$

$$\text{તેનું મૂલ્ય } \tau = mB \sin\theta$$

અહીંયા, τ એ પુનઃસ્થાપક ટોર્ક છે અને θ એ \mathbf{m} અને \mathbf{B} વચ્ચેનો કોણ છે.

$$\text{આથી સંતુલન સ્થિતિમાં, } g \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mB \sin\theta$$

$mB \sin\theta$ સાથેનું ઋણ ચિહ્ન દર્શાવે છે કે પુનઃસ્થાપક ટોર્ક, આવર્તન કરતા ટોર્કથી વિરુદ્ધ હોય છે. રેડિયનમાં θ ના નાના મૂલ્યો માટે, આપણે $\sin\theta \approx \theta$ લખી શકીએ, અને તેથી

$$g \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mB\theta$$

$$\text{અથવા } \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{mB}{g} \theta$$

જે સરળ આવર્તગતિ દર્શાવે છે. કોણીય આવૃત્તિનો વર્ગ $\omega^2 = mB/g$ છે, અને આવર્ત કાળ

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{g}{mB}} \quad (5.4)$$

અથવા

$$B = \frac{4\pi^2 g}{mT^2} \quad (5.5)$$

સ્થિત વિદ્યુતની સ્થિતિઊર્જાની જેમ, ચુંબકીય સ્થિતિઊર્જા માટેનું સમીકરણ પણ તે જ રીતે મેળવી શકાય.

ચુંબકીય સ્થિતિઊર્જા U_m આ રીતે દર્શાવી શકાય,

$$\begin{aligned} U_m &= \int \tau(\theta) d\theta \\ &= \int mB \sin \theta d\theta = -mB \cos\theta \\ &= -\mathbf{m} \cdot \mathbf{B} \end{aligned} \quad (5.6)$$

પ્રકરણ-2માં આપણે ધ્યાન દોર્યું છે કે સ્થિતિઊર્જાનું શૂન્ય મૂલ્ય આપણી અનુકૂળતા મુજબ નક્કી કરી શકાય. સંકલનના અચળાંકનું મૂલ્ય શૂન્ય ગણીએ તો એનો અર્થ એ કે સ્થિતિઊર્જાનું શૂન્ય મૂલ્ય $\theta = 90^\circ$ એટલે કે જ્યારે (ચુંબકીય) સોય ક્ષેત્રને લંબરૂપે હોય, ત્યારે લીધું છે. સમીકરણ (5.6) દર્શાવે છે કે $\theta = 0^\circ$ (મહત્તમ સ્થાયી સ્થિતિ) માટે સ્થિતિઊર્જા લઘુત્તમ ($= -mB$) હોય છે અને $\theta = 180^\circ$ (મહત્તમ અસ્થાયી સ્થિતિ) માટે તે મહત્તમ ($= +mB$) હોય છે.

ઉદાહરણ 5.1 આકૃતિ 5.4(b)માં, ચુંબકીય સોયની ચુંબકીય ચાકમાત્રા $6.7 \times 10^{-2} \text{ A m}^2$ અને જડત્વની ચાકમાત્રા $I = 7.5 \times 10^{-6} \text{ kg m}^2$ છે. તે 6.70 s માં 10 દોલનો પૂરા કરે છે. ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય કેટલું હશે? ઉકેલ દોલનોનો આવર્તકાળ

$$T = \frac{6.70}{10} = 0.67 \text{ s}$$

સમીકરણ (5.5) પરથી,

$$\begin{aligned} B &= \frac{4\pi^2 I}{mT^2} \\ &= \frac{4 \times (3.14)^2 \times 7.5 \times 10^{-6}}{6.7 \times 10^{-2} \times (0.67)^2} \\ &= 0.01 \text{ T} \end{aligned}$$

ઉદાહરણ 5.2 એક નાના ગજિયા ચુંબકને તેની અક્ષ 800 G (G = ગોસ) જેટલા બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્ર સાથે 30° કોણે મુકતાં તે 0.016 Nm જેટલું ટોર્ક અનુભવે છે. (a) ચુંબકની ચુંબકીય ચાકમાત્રા કેટલી હશે ? (b) તેને મહત્તમ સ્થાયી સ્થિતિમાંથી મહત્તમ અસ્થાયી સ્થિતિમાં લાવવા માટે કેટલું કાર્ય કરવું પડે ? (c) આ ગજિયા ચુંબકની જગ્યાએ તેટલી જ ચુંબકીય ચાકમાત્રા ધરાવતો સોલેનોઇડ મુકવામાં આવે છે, જેના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ $2 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ છે અને 1000 આંટા છે. આ સોલેનોઇડમાંથી પસાર થતા વિદ્યુતપ્રવાહનું મૂલ્ય શોધો. ($1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$)

ઉકેલ

- (a) સમીકરણ (5.3) પરથી, $\tau = m B \sin\theta$, $\theta = 30^\circ$, આથી $\sin\theta = 1/2$
આમ, $0.016 = m \times (800 \times 10^{-4} \text{ T}) \times (1/2)$
 $m = 160 \times 2/800 = 0.40 \text{ A m}^2$
- (b) સમીકરણ (5.6) પરથી, $\theta = 0^\circ$ એ મહત્તમ સ્થાયી સ્થિતિ હોય છે અને $\theta = 180^\circ$ એ મહત્તમ અસ્થાયી સ્થિતિ હોય છે. આથી થયેલ કાર્યનું મૂલ્ય
 $W = U_m(\theta = 180^\circ) - U_m(\theta = 0^\circ)$
 $= 2 m B = 2 \times 0.40 \times 800 \times 10^{-4} = 0.064 \text{ J}$
- (c) સમીકરણ (4.30) પરથી, $m_s = NIA$. ભાગ (a) પરથી, $m_s = 0.40 \text{ A m}^2$
 $0.40 = 1000 \times I \times 2 \times 10^{-4}$
 $I = 0.40 \times 10^4 / (1000 \times 2) = 2 \text{ A}$

ઉદાહરણ 5.2

ઉદાહરણ 5.3

- (a) જો ગજિયા ચુંબકના (i) તેની લંબાઈને લંબરૂપે, (ii) તેની લંબાઈને (સમાંતર), એમ બે ભાગ કરવામાં આવે તો શું થશે ?
- (b) નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રમાં રહેલી ચુંબકીય સોય ટોર્ક અનુભવે છે પરંતુ પરિણામી બળ અનુભવતી નથી. જ્યારે, ગજિયા ચુંબક પાસે મુકેલી ખીલી ટોર્ક ઉપરાંત આકર્ષી બળ પણ અનુભવે છે. શા માટે ?
- (c) શું દરેક ચુંબકીય સંરચના (Configuration)ને ઉત્તરધ્રુવ અને દક્ષિણધ્રુવ હોવા જોઈએ ? ટોરોઇડના ચુંબકીયક્ષેત્ર વિશે શું કહેશો ?
- (d) બે એક સરખા લોખંડના ટુકડાઓ A અને B આપેલા છે, જેમાંથી કોઈ એક ચોક્કસપણે ચુંબકીત કરેલો હોવાનું જ્ઞાત છે (આપણે જાણતા નથી કે તે કયો છે). બંને ચુંબકીત કરેલા છે કે નહીં તે તમે કેવી રીતે નક્કી કરી શકશો ? જો એક જ ચુંબકીત (Magnetised) કરેલ હોય, તો કેવી રીતે કહી શકાય કે તે કયો છે ? [ફક્ત આ ટુકડાઓ A અને B સિવાય બીજા કશાનો ઉપયોગ કરવાનો નથી.]

ઉકેલ

- (a) બંને કિસ્સામાં, આપણને બે ચુંબકો મળશે, જે દરેકને ઉત્તર અને દક્ષિણ ધ્રુવ હશે.
- (b) જો ચુંબકીયક્ષેત્ર નિયમિત હશે તો કોઈ બળ નહીં લાગે. ગજિયા ચુંબકના કારણે લોખંડની ખીલી અનિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર અનુભવે છે. ખીલીમાં ચુંબકીય ચાકમાત્રા પ્રેરિત થાય છે અને તેથી, તે બળ અને ટોર્ક બંને અનુભવે છે. પરિણામી બળ આકર્ષી હોય છે કારણ કે ખીલીમાં પ્રેરિત થયેલ ઉત્તર ધ્રુવની સરખામણીમાં, પ્રેરિત દક્ષિણ ધ્રુવ (ધારો કે), ચુંબકના ઉત્તર ધ્રુવની નજીક હોય છે.
- (c) એવું જરૂરી નથી. એ ત્યારે જ સાચું છે કે જ્યારે (ચુંબકીય) ક્ષેત્રના ઉદ્ગમની પરિણામી ચુંબકીય ચાકમાત્રા શૂન્ય ન હોય. ટોરોઇડ કે સીધા અનંત લંબાઈના વાહક માટે આમ હોતું નથી.
- (d) આ ટુકડાઓના જુદા જુદા છેડા એકબીજાની પાસે લાવી જુઓ. કોઈ પરિસ્થિતિ દરમિયાન અપાકર્ષી બળ અનુભવાય તો તે દર્શાવે છે કે બંને ચુંબકીત કરેલા છે. જો તે (દરેક સ્થિતિમાં) કાયમ આકર્ષે, તો બે માંથી એક ચુંબકીત કરેલ નથી. ગજિયા ચુંબકમાં ચુંબકીયક્ષેત્રની તીવ્રતા તેના બંને છેડે (ધ્રુવો પર) મહત્તમ હોય છે અને વચ્ચેના

ઉદાહરણ 5.3

ભાગમાં અત્યંત નબળી (લઘુત્તમ) હોય છે. આ હકીકતનો ઉપયોગ કરીને A અથવા B ચુંબક છે કે નહીં તે નક્કી કરી શકાય. બે ટુકડામાંથી કયો ચુંબક છે તે નક્કી કરવા, કોઈ એક ટુકડો લો (ધારોકે A), અને તેના કોઈ એક છેડાને બીજા ટુકડા (ધારોકે B)ના કોઈ એક છેડા પાસે નીચે લાવો, અને ત્યારબાદ Bના કેન્દ્ર (મધ્યભાગ) પાસે લાવો. જો તમને લાગે કે Bના કેન્દ્ર પાસે A કોઈ બળ અનુભવતો નથી, તો B ચુંબકીત છે. જો તમને Bના છેડાથી કેન્દ્ર તરફ આવતાં કોઈ ફરક ન અનુભવાય, તો A ચુંબકીત છે.

5.2.4 સ્થિતવિદ્યુત સાથે સામ્યતા (The Electrostatic Analog)

સમીકરણો (5.2), (5.3) અને (5.6)ની વિદ્યુત દ્વિ-ધ્રુવી (પ્રકરણ-1) માટેના તે પ્રકારના સમીકરણો સાથેની સરખામણી દર્શાવે છે કે મેગ્નેટિક મોમેન્ટ \mathbf{m} ધરાવતા ગજિયા ચુંબક વડે મોટા અંતરે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર, દ્વિ-ધ્રુવી ચાકમાત્રા (ડાયપોલ મોમેન્ટ) \mathbf{p} ધરાવતા વિદ્યુત દ્વિ-ધ્રુવી (ડાયપોલ)ના વિદ્યુતક્ષેત્ર માટેના સમીકરણોમાં

$$\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{B}, \mathbf{p} \rightarrow \mathbf{m}, \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \rightarrow \frac{\mu_0}{4\pi}$$

મુકવાથી મેળવી શકાય.

ખાસ કરીને, l લંબાઈ (Size) ધરાવતા ગજિયા ચુંબકથી r અંતરે, $r \gg l$ માટે, તેના વડે ઉદ્ભવતું

વિષુવરેખીય ક્ષેત્ર (\mathbf{B}_E) આ મુજબ લખી શકાય :

$$\mathbf{B}_E = -\frac{\mu_0 \mathbf{m}}{4\pi r^3} \quad (5.7)$$

તે જ રીતે, $r \gg l$ માટે ગજિયા ચુંબકનું અક્ષીય ક્ષેત્ર (\mathbf{B}_A) આ મુજબ છે :

$$\mathbf{B}_A = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\mathbf{m}}{r^3} \quad (5.8)$$

સમીકરણ (5.8) એ સમીકરણ (5.2)નું ફક્ત સદિશ સ્વરૂપ છે. કોષ્ટક 5.1માં વિદ્યુત દ્વિ-ધ્રુવી અને ચુંબકીય દ્વિ-ધ્રુવી (ડાયપોલ) વચ્ચેની સામ્યતા દર્શાવી છે.

કોષ્ટક 5.1 દ્વિ-ધ્રુવી (ડાયપોલ) સામ્યતા

	સ્થિત વિદ્યુતશાસ્ત્ર	ચુંબકત્વ
દ્વિ-ધ્રુવી ચાકમાત્રા (ડાયપોલ મોમેન્ટ)	\mathbf{p}	\mathbf{m}
નાના ડાયપોલ માટે વિષુવરેખીય ક્ષેત્ર	$-\mathbf{p}/4\pi\epsilon_0 r^3$	$-\mu_0 \mathbf{m}/4\pi r^3$
નાના ડાયપોલ માટે અક્ષીય ક્ષેત્ર	$2\mathbf{p}/4\pi\epsilon_0 r^3$	$\mu_0 2\mathbf{m}/4\pi r^3$
બાહ્ય ક્ષેત્ર : ટોર્ક	$\mathbf{p} \times \mathbf{E}$	$\mathbf{m} \times \mathbf{B}$
બાહ્ય ક્ષેત્ર : ઊર્જા	$-\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$	$-\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}$

ઉદાહરણ 5.4 5.0 cm લંબાઈના ગજિયા ચુંબકના મધ્યબિંદુથી 50 cm અંતરે વિષુવરેખીય અને અક્ષીય ક્ષેત્રોનું મૂલ્ય કેટલું હશે ? ઉદાહરણ 5.2ની જેમજ, ગજિયા ચુંબકની ચુંબકીય ચાકમાત્રા (મોમેન્ટ) 0.40 Am^2 છે.

ઉકેલ

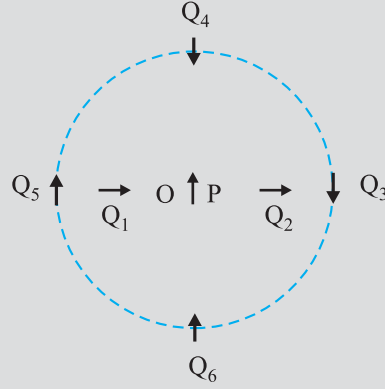
સમીકરણ (5.7) પરથી,

$$B_E = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3} = \frac{10^{-7} \times 0.4}{(0.5)^3} = \frac{10^{-7} \times 0.4}{0.125} = 3.2 \times 10^{-7} \text{ T}$$

$$\text{સમીકરણ (5.8) પરથી, } B_A = \frac{\mu_0 2m}{4\pi r^3} = 6.4 \times 10^{-7} \text{ T}$$

ઉદાહરણ 5.5 આકૃતિ 5.5માં O બિંદુએ મુકેલી એક નાની ચુંબકીત સોય P દર્શાવી છે. તીરની નિશાની તેની ચુંબકીય ચાકમાત્રા (મોમેન્ટ)ની દિશા દર્શાવે છે. બીજા તીર, તેના જેવી જ બીજી ચુંબકીય સોય Qના જુદા જુદા સ્થાન (અને ચુંબકીય ચાકમાત્રાની દિશાઓ) દર્શાવે છે.

- કઈ સંરચના (ગોઠવણી)માં આ તંત્ર સંતુલનમાં નથી ?
- કઈ સંરચના (ગોઠવણી)માં તંત્ર (i) સ્થાયી, અને (ii) અસ્થાયી સંતુલનમાં હશે ?
- દર્શાવેલ બધી ગોઠવણીઓમાંથી લઘુત્તમ સ્થિતિ ઊર્જાને અનુરૂપ કઈ ગોઠવણી છે ?



આકૃતિ 5.5

ઉકેલ

આ ગોઠવણીની સ્થિતિઊર્જા એક દ્વિ-ધ્રુવી (ધારોકે Q) બીજી દ્વિ-ધ્રુવી (P)ના ચુંબકીયક્ષેત્રમાં હોવાથી ઉદ્ભવે છે. P વડે ઉદ્ભવતા ચુંબકીયક્ષેત્રનું સૂત્ર [સમીકરણ (5.7) અને (5.8) પરથી]

$$\mathbf{B}_p = \frac{-\mu_0 \mathbf{m}_p}{4\pi r^3} \quad (\text{લંબ દ્વિભાજક પર})$$

$$\mathbf{B}_p = \frac{\mu_0 2\mathbf{m}_p}{4\pi r^3} \quad (\text{અક્ષ પર})$$

જ્યાં \mathbf{m}_p એ ડાયપોલ Pની ચુંબકીય ચાકમાત્રા (મોમેન્ટ) છે. જ્યારે \mathbf{m}_Q એ \mathbf{B}_p ને સમાંતર હોય ત્યારે સંતુલન સ્થાયી હોય છે, અને જ્યારે તે \mathbf{B}_p ને પ્રતિસમાંતર હોય ત્યારે અસ્થાયી સંતુલન હોય છે.

દા. ત. Q_3 ગોઠવણી કે જેમાં Q એ ડાયપોલ Pના લંબ દ્વિભાજક પર હોય ત્યારે Qની ચુંબકીય ચાકમાત્રા, સ્થિતિ 3 પાસે ચુંબકીયક્ષેત્રને સમાંતર હોય છે. આથી, Q_3 સ્થિર છે.

આમ,

- PQ_1 અને PQ_2
- (i) PQ_3, PQ_6 (સ્થાયી) (ii) PQ_5, PQ_4 (અસ્થાયી)
- PQ_6

ઉદાહરણ 5.5

5.3 ચુંબકત્વ અને ગૉસનો નિયમ

(MAGNETISM AND GAUSS'S LAW)

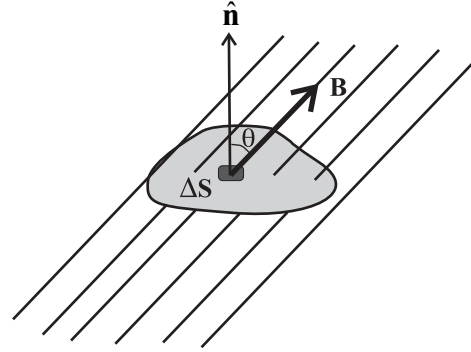
પ્રકરણ-1માં આપણે સ્થિત વિદ્યુત માટે ગૉસનો નિયમ ભણ્યા હતા. આકૃતિ 5.3(c)માં આપણે જોઈ શકીએ કે (i) વડે દર્શાવેલ બંધ પૃષ્ઠ માટે, પૃષ્ઠમાંથી બહાર નીકળતી (ક્ષેત્ર) રેખાઓની સંખ્યા, અંદર પ્રવેશતી રેખાઓની સંખ્યા જેટલી જ છે. આ એ હકીકત સાથે સુસંગત છે કે આ પૃષ્ઠ વડે કોઈ વિદ્યુતભાર ઘેરાયેલ નથી. આમ છતાં, આ જ આકૃતિમાં બંધ પૃષ્ઠ (ii) માટે પરિણામી ફ્લક્સ એ બહાર તરફનું ફ્લક્સ છે, કારણ કે તેમાં યોગ્યો (ધન) વિદ્યુતભાર ઘેરાયેલો છે.



કાર્લ ફ્રિદ્રીચ ગૌસ (Karl Friedrich Gauss) (1777-1855)

કાર્લ ફ્રિદ્રીચ ગૌસ (Karl Friedrich Gauss) (1777-1855) તે બાળપણથી જ વિલક્ષણ હતા અને કુદરતી રીતે ગણિતશાસ્ત્ર, ભૌતિકશાસ્ત્ર, એન્જિનીયરીંગ, એસ્ટ્રોનોમી તથા લેન્ડ સર્વેમાં માહીર હતા. અંકશાસ્ત્રના ગુણધર્મોથી તે પ્રભાવીત થયા હતા અને તેમણે પાછળથી ગણિતના વિકાસમાં મોટો ફાળો આપ્યો હતો. વિલ્હેમ વેલ્સર (Wilhelm Welser) સાથે મળીને 1833માં પ્રથમ ટેલીગ્રાફ મશીન બનાવ્યું હતું. વક્ર પૃષ્ઠો વિશેના તેમના ગાણિતીક સિદ્ધાંતોએ રેઈમન (Reimann)ના કાર્યમાં પાયારૂપ ભૂમિકા ભજવી છે.

ચુંબકીયક્ષેત્રો, જે સતત હોય છે અને બંધ ગાળા રચે છે, તેમના માટે આ પરિસ્થિતિ તદ્દન અલગ છે. આકૃતિ 5.3(a) અથવા આકૃતિ 5.3(b)માં (i) અથવા (ii) વડે દર્શાવેલા ગૌસિયન પૃષ્ઠનું અવલોકન કરો. બંને કિસ્સા દેખીતી રીતે દર્શાવે છે કે આ પૃષ્ઠમાંથી બહાર નીકળતી ચુંબકીય ક્ષેત્રરેખાઓની સંખ્યા તેમાં પ્રવેશતી રેખાઓની સંખ્યા વડે સમતુલિત થાય છે. બંને પૃષ્ઠ માટે ચોખ્ખું ચુંબકીય ફ્લક્સ શૂન્ય છે. આ બાબત દરેક બંધ પૃષ્ઠ માટે સત્ય છે.



આકૃતિ 5.6

આકૃતિ 5.6માં દર્શાવ્યા મુજબ બંધ પૃષ્ઠ Sનો એક નાનો સદિશ ક્ષેત્રફળ ખંડ ΔS ધ્યાનમાં લો. ΔS માંથી પસાર થતું ચુંબકીય ફ્લક્સ $\Delta\phi_B = \mathbf{B} \cdot \Delta\mathbf{S}$ વડે વ્યાખ્યાયિત થાય છે, જ્યાં \mathbf{B} એ ΔS આગળનું ક્ષેત્ર છે. આપણે Sને ઘણા બધા ક્ષેત્રફળ ખંડોમાં વિભાજીત કરીએ અને સ્વતંત્ર રીતે દરેકમાંથી પસાર થતું ફ્લક્સ ગણીએ તો ચોખ્ખું (net) ફ્લક્સ ϕ_B નું મૂલ્ય

$$\phi_B = \sum_{all} \Delta\phi_B = \sum_{all} \mathbf{B} \cdot \Delta\mathbf{S} = 0 \quad (5.9)$$

જ્યાં ‘all’નો અર્થ ‘બધા જ ક્ષેત્રફળ ખંડ ΔS ’. આને સ્થિત વિદ્યુત માટેના ગૌસના નિયમ સાથે સરખાવો. તે કિસ્સામાં બંધ પૃષ્ઠમાંથી પસાર થતું ફ્લક્સ

$$\sum \mathbf{E} \cdot \Delta\mathbf{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

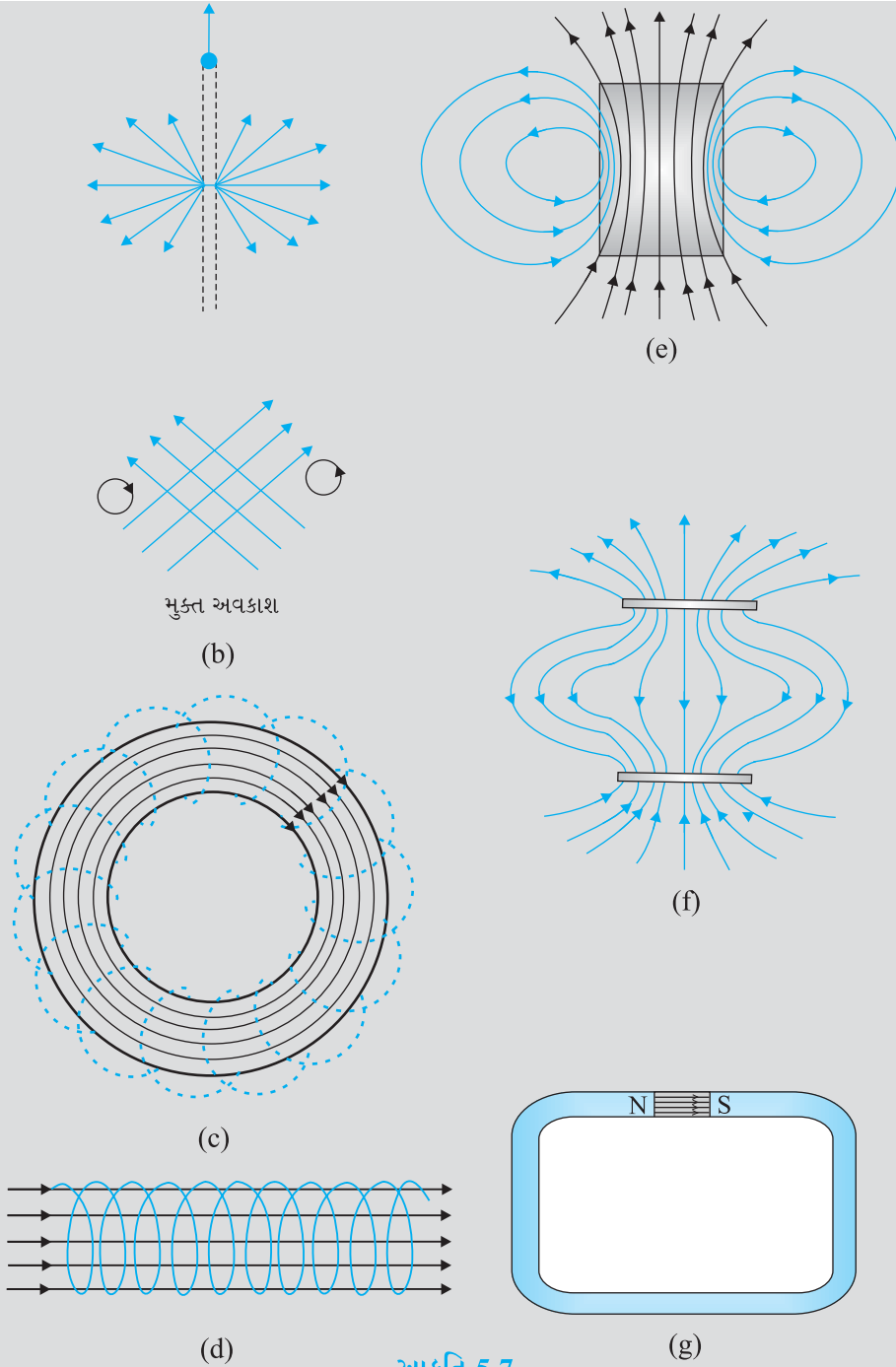
વડે અપાય છે. જ્યાં, q એ પૃષ્ઠ વડે ઘેરાયેલો વિદ્યુતભાર છે.

ચુંબકત્વ અને સ્થિત વિદ્યુત માટેના ગૌસના નિયમો વચ્ચેનો તફાવત એ પ્રતિબિંબિત કરે છે કે અલગ કરેલા (સ્વતંત્ર) ચુંબકીય ધ્રુવો (જેમને એકધ્રુવીઓ પણ કહે છે)નું અસ્તિત્વ જાણવા મળ્યું નથી. \mathbf{B} ના ઉદ્ભવો કે શોષક (Sink) નથી; ચુંબકત્વનો સાદામાં સાદો ઘટક ચુંબકીય દ્વિ-ધ્રુવી (ડાયપોલ) અથવા વિદ્યુતપ્રવાહ લૂપ (બંધ ગાળો) છે. દરેક ચુંબકીય ઘટના દ્વિ-ધ્રુવીઓ (ડાયપોલો)ની અને/અથવા પ્રવાહ લૂપની ગોઠવણીના રૂપમાં દર્શાવી શકાય છે.

આમ, ચુંબકત્વ માટે ગૌસનો નિયમ આ મુજબ છે :

કોઈ પણ બંધ પૃષ્ઠમાંથી પસાર થતું ચોખ્ખું (પરિણામી) ચુંબકીય ફ્લક્સ શૂન્ય હોય છે.

ઉદાહરણ 5.6 આકૃતિ 5.7માં દર્શાવેલ ચુંબકીય ક્ષેત્રરેખાઓ (આકૃતિમાં દર્શાવેલ ઘટ્ટ રેખાઓ)ની અમુક આકૃતિઓ ખોટી છે. તેમાં શું ખોટું છે તે દર્શાવો. આમાંથી કેટલીક સાચી સ્થિતવિદ્યુત ક્ષેત્રરેખાઓ પણ દર્શાવે છે. તે કઈ છે તે દર્શાવો.



આકૃતિ 5.7

ઉકેલ

- (a) ખોટું છે. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ, ચુંબકીય ક્ષેત્રરેખાઓ ક્યારેય બિંદુવત ઉદ્ગમમાંથી નીકળતી ન હોય. કોઈપણ બંધ પૃષ્ઠ માટે, \mathbf{B} નું ચોખ્ખું ફ્લક્સ હંમેશા શૂન્ય હોય છે. એટલે કે, આકૃતિમાં જેટલી ક્ષેત્રરેખાઓ પૃષ્ઠમાં દાખલ થાય તેટલી જ તેમાંથી બહાર નીકળતી દેખાવી જોઈએ. ખરેખર તો દર્શાવેલ ક્ષેત્ર રેખાઓ, લાંબા ધન વિદ્યુતભારીત તારનું વિદ્યુતક્ષેત્ર દર્શાવે છે. સાચી ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ, સીધા વાહક તારની આસપાસ, પ્રકરણ-4માં દર્શાવ્યા મુજબ વર્તુળાકાર હોય છે.

- (b) ખોટું. ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ (વિદ્યુતક્ષેત્ર રેખાઓની જેમ) ક્યારેય એક બીજીને છેદતી નથી, કારણ કે તેમ થાય તો છેદન બિંદુએ (ચુંબકીય) ક્ષેત્રની દિશા અનિશ્ચિત (સંદિગ્ધ) થઈ જાય. આ આકૃતિમાં બીજી પણ એક ભૂલ છે. સ્થિત ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ મુક્ત અવકાશની આસપાસ ક્યારેય બંધ ગાળા રચતી નથી. બંધ ગાળો રચતી સ્થિત ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખા વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થતો હોય તેવા કોઈ વિસ્તારને ઘેરતી હોવી જોઈએ. આની સામે, સ્થિત વિદ્યુત ક્ષેત્ર રેખાઓ મુક્ત અવકાશમાં અથવા જ્યારે ગાળો વિદ્યુતભારોને ઘેરતો હોય ત્યારે પણ કદી બંધ ગાળા રચતી નથી.
- (c) સાચું. ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ સંપૂર્ણપણે ટોરોઇડમાં સમાયેલી (બંધિત) હોય છે. અહીં બંધ ગાળા રચતી ક્ષેત્ર રેખાઓમાં કંઈ જ ખોટું નથી, કારણ કે દરેક ગાળો વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત વિસ્તારને ઘેરે છે. નોંધો કે, આકૃતિમાં સ્પષ્ટ જોઈ શકાય તે માટે ટોરોઇડમાં થોડીક જ ક્ષેત્ર રેખાઓ દર્શાવી છે. હકીકતમાં, આંટાઓ વડે ઘેરાયેલ સંપૂર્ણ વિસ્તાર ચુંબકીય ક્ષેત્ર ધરાવે છે.
- (d) ખોટું. સોલેનોઇડ વડે ઉદ્ભવતી ક્ષેત્ર રેખાઓ તેના છેડા પર અને તેની બહાર એકદમ સીધી અને સમાયેલી/બંધિત ન હોઈ શકે, કારણ કે તે એમ્પિયરના નિયમનો ભંગ કરે છે. બંને છેડા પાસે ક્ષેત્ર રેખાઓ વળતી હોવી જોઈએ, અને અંતમાં ભેગી થઈને બંધ ગાળા રચતી હોવી જોઈએ.
- (e) સાચું. આ ગજિયા ચુંબકની અંદર અને બહાર ક્ષેત્ર રેખાઓ છે. અંદરની ક્ષેત્રરેખાઓ ધ્યાનથી જુઓ. બધી જ ક્ષેત્ર રેખાઓની દિશા ઉત્તર ધ્રુવમાંથી બહાર નીકળતી (કે દક્ષિણ ધ્રુવમાં સમાઈ જતી) નથી. ઉત્તરધ્રુવ અને દક્ષિણધ્રુવ બંનેની આસપાસ ક્ષેત્રનું ચોખ્ખું ફ્લક્સ શૂન્ય છે.
- (f) ખોટું. આ ક્ષેત્ર રેખાઓ ચુંબકીયક્ષેત્ર દર્શાવી શકે નહીં. ઉપરના ભાગમાં જુઓ. બધી જ ક્ષેત્ર રેખાઓ છાયાંકિત (Shaded) તક્તીમાંથી બહાર નીકળતી દર્શાવી છે. છાયાંકિત તક્તિને ઘેરતા પૃષ્ઠમાંથી પસાર થતું કુલ ફ્લક્સ શૂન્ય નથી. ચુંબકીયક્ષેત્ર માટે આ શક્ય નથી. આપેલ ક્ષેત્ર રેખાઓ, વાસ્તવમાં ઉપરની ધન વિદ્યુતભારીત તક્તિ અને નીચેની ઋણ વિદ્યુતભારીત તક્તિની આસપાસ સ્થિત વિદ્યુત ક્ષેત્ર રેખાઓ દર્શાવે છે. આકૃતિઓ [5.7(e) અને (f)] વચ્ચેનો તફાવત ધ્યાનપૂર્વક સમજવો જોઈએ.
- (g) ખોટું. બે ધ્રુવ વચ્ચેની ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ અંત્ય બિંદુઓએ એકદમ સીધી ન હોઈ શકે. રેખાઓ થોડીક તો વળેલી હોવી જોઈએ. નહીંતર, એમ્પિયરના નિયમનો ભંગ થાય છે. આ વિદ્યુત ક્ષેત્ર રેખાઓ માટે પણ સાચું છે.

ઉદાહરણ 5.7

- (a) ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ વડે (દરેક બિંદુએ) દર્શાવેલી દિશામાં ચુંબકિત કરેલ સોય (તે બિંદુએ) ગોઠવાય છે (એક રેખા થાય છે). શું ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ ગતિ કરતા વિદ્યુતભાર માટે દરેક બિંદુએ ચુંબકીય બળ રેખાઓ દર્શાવે છે ?
- (b) ટોરોઇડના ગર્ભ ભાગ (Core)માં ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ સંપૂર્ણતઃ સમાયેલી હોય છે, પરંતુ સીધા સોલેનોઇડમાં નહીં. શા માટે ?
- (c) જો ચુંબકીય એક ધ્રુવીઓ અસ્તિત્વ ધરાવતી હોત, તો ચુંબકત્વ માટેના ગોસના નિયમમાં શું ફરક પડત ?
- (d) શું ગજિયા ચુંબકનું ચુંબકીયક્ષેત્ર તેના પોતાના પર ટોર્ક લગાડે ? શું વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત તારનો એક ખંડ (વિભાગ) તે જ તારના બીજા વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ખંડ (વિભાગ) પર બળ લગાડશે ?
- (e) ગતિમાન વિદ્યુતભારોના કારણે ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉદ્ભવે છે. કોઈ તંત્રનો ચોખ્ખો (પરિણામી) વિદ્યુતભાર શૂન્ય હોય તો પણ તેને ચુંબકીય ચાકમાત્રા (મોમેન્ટ) હોઈ શકે ?

ઉકેલ

- (a) ના. ચુંબકીય બળ હંમેશા B ને લંબરૂપે હોય છે. (યાદ રહે કે ચુંબકીય બળ $= qv \times B$). ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓને ચુંબકીય બળ રેખાઓ કહેવું ગેરમાર્ગે દોરનારું/ભૂલ ભરેલું છે.
- (b) જો (ચુંબકીય) ક્ષેત્ર રેખાઓ સીધી સૌલેનોઈડના બે છેડાઓ વચ્ચે જ સમાયેલી/બંધિત હોત, તો દરેક છેડા પરના આડ છેદમાંથી પસાર થતું ફ્લક્સ શૂન્ય ન થાત. પરંતુ ક્ષેત્ર B નું કોઈ પણ બંધ પૃષ્ઠમાંથી પસાર થતું કુલ ફ્લક્સ હંમેશાં શૂન્ય હોવું જોઈએ. ટોરોઈડ માટે આ મુશ્કેલી રહેતી નથી કારણ કે તેને છેડાઓ જ નથી.
- (c) ચુંબકત્વ માટેનો ગૌસનો નિયમ દર્શાવે છે કે કોઈ પણ બંધ પૃષ્ઠમાંથી પસાર થતું B નું ફ્લક્સ હંમેશાં શૂન્ય હોય છે. $\int_s \mathbf{B} \cdot \Delta \mathbf{s} = 0$.
જો એકધ્રુવી (Monopole) અસ્તિત્વ ધરાવતી હોય તો જમણી બાજુ s વડે ઘેરાયેલ એકધ્રુવી (ચુંબકીય ભાર) q_m ને બરાબર હોત. (સ્થિત વિદ્યુત માટેના ગૌસના નિયમની જેમ $\int_s \mathbf{B} \cdot \Delta \mathbf{s} = \mu_0 q_m$ જ્યાં, q_m એ s વડે ઘેરાયેલ (એકધ્રુવી) ચુંબકીય ભાર છે.)
- (d) ના. (ચુંબકના) ખંડ (વિભાગ) વડે ઉદ્ભવતા ચુંબકીયક્ષેત્ર વડે તે જ ખંડ પર કોઈ બળ કે ટોર્ક લાગતું નથી. પરંતુ તે જ તારના બીજા ખંડ પર બળ (કે ટોર્ક) લાગે છે. (સીધા તારના ચોક્કસ કિસ્સા માટે જ આ બળ શૂન્ય હોય છે.)
- (e) હા. તંત્રમાં રહેલા વિદ્યુતભારનું સરેરાશ મૂલ્ય શૂન્ય હોઈ શકે. પરંતુ, જુદા-જુદા પ્રવાહ ધારીત લૂપ (ગાળાઓ)ના લીધે મળતી ચુંબકીય ચાકમાત્રાનું સરેરાશ મૂલ્ય શૂન્ય ન પણ હોય. આપણે પેરામેગ્નેટીક પદાર્થો માટે આ પ્રકારના ઉદાહરણોમાં જોઈશું કે જેમાં પરમાણુઓનો ચોખ્ખો વિદ્યુતભાર શૂન્ય હોવા છતાં તેમને ચોખ્ખી (ચુંબકીય) દ્વિ-ધ્રુવી ચાકમાત્રા હોય છે.

ઉદાહરણ 5.7

5.4 પૃથ્વીનું ચુંબકત્વ (THE EARTH'S MAGNETISM)

અગાઉ આપણે પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રનો ઉલ્લેખ કર્યો હતો. પૃથ્વીની સપાટી પર જુદા-જુદા સ્થાને પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રની પ્રબળતાં જુદી-જુદી હોય છે; તેનું મૂલ્ય 10^{-5} Tના ક્રમનું છે.

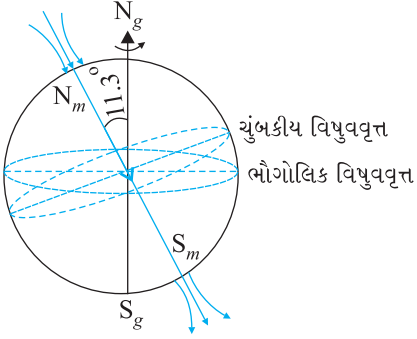
પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર કયા કારણે છે તે હજી સ્પષ્ટ નથી. પહેલાં એવું માનવામાં આવતું હતું કે પૃથ્વીના પેટાળમાં ઊંડે તેની ભ્રમણ અક્ષ પર રહેલા ખૂબ મોટા ગજીયા ચુંબકના કારણે આ ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉદ્ભવ્યું છે. ખરેખર તો આ અતિ સાદું નિરૂપણ સત્ય નથી જ. હવે એવું માનવામાં આવે છે કે પૃથ્વીના કેન્દ્રિય ભાગ (ગર્ભ, Core)ની બહારના વિસ્તારમાં રહેલા પિગળેલ પ્રવાહી (મોટા ભાગે પિગળેલા લોખંડ અને નિકલ)ની સંવહન ગતિના કારણે વિદ્યુતપ્રવાહો ઉદ્ભવે છે. જેના કારણે ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉદ્ભવે છે. આને ડાઈનેમો અસર કહેવાય છે.

પૃથ્વીની ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ પૃથ્વીના કેન્દ્રમાં રહેલા (કાલ્પનિક) ચુંબકીય દ્વિ-ધ્રુવી (ડાયપોલ)ની રેખાઓ જેવી છે. આ ડાયપોલની અક્ષ, પૃથ્વીની ભ્રમણ અક્ષ સાથે એક રેખાસ્થ નથી. પરંતુ હાલ ભ્રમણ અક્ષ સાથે લગભગ 11.3° જેટલી ઢળતી છે. આ રીતે જોતાં, આ દ્વિ-ધ્રુવીના કારણે ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ પૃથ્વીમાં જ્યાંથી બહાર નીકળે છે અથવા સમાય છે ત્યાં ચુંબકીય ધ્રુવો આવેલા છે. ચુંબકીય ઉત્તર ધ્રુવનું સ્થાન 79.74° N અક્ષાંશ અને 71.8° W રેખાંશ પર, ઉત્તર કેનેડામાં ક્યાંક આવેલું છે. ચુંબકીય દક્ષિણ ધ્રુવ એન્ટાર્ક્ટિકામાં 79.74° S, 180.22° E સ્થાને આવેલો છે.

પૃથ્વીના ભૌગોલિક ઉત્તરધ્રુવ પાસે આવેલા ધ્રુવને ઉત્તર ચુંબકીય ધ્રુવ કહે છે. તે જ રીતે, ભૌગોલિક દક્ષિણધ્રુવ પાસે આવેલા ધ્રુવને દક્ષિણ ચુંબકીય ધ્રુવ કહે છે.



Geomagnetic field frequently asked questions
<http://www.ngdc.noaa.gov/seg/geomag/>



આકૃતિ 5.8 વિશાળ ચુંબકીય દ્વિ-ધ્રુવી તરીકે પૃથ્વી

ધ્રુવોના નામકરણમાં થોડીક દુર્વીધા છે. જો આપણે પૃથ્વીની ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ જોઈએ (આકૃતિ 5.8), તો જોઈ શકીએ કે, ગજિયા ચુંબકથી વિપરીત, ઉત્તર ચુંબકીય ધ્રુવ (N_m) પર (ચુંબકીય) ક્ષેત્ર રેખાઓ અંદર પ્રવેશે છે અને દક્ષિણ ચુંબકીય ધ્રુવ (S_m)માંથી બહાર આવે છે. આવી પ્રણાલી એટલા માટે પડી કે ચુંબકીય સોયનો ઉત્તર ધ્રુવ (પૃથ્વીના) ચુંબકીય ઉત્તર દિશા તરફ રહેતો હતો; ચુંબકનો ઉત્તર ધ્રુવ પણ ઉત્તર દિશા તરફ રહેતો (ઉત્તર દિશા દર્શાવતો) હોવાથી તેનું એ નામ પડ્યું. આમ, હકીકતમાં, પૃથ્વીની અંદર ઉત્તર ચુંબકીય ધ્રુવ જાણે કે પૃથ્વીની અંદરના ગજિયા ચુંબકના દક્ષિણધ્રુવની જેમ વર્તે છે અને તેથી ઊલટું પણ.

ઉદાહરણ 5.8 પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર વિષુવવૃત્ત પાસે લગભગ 0.4 G જેટલું છે. પૃથ્વીની દ્વિ-ધ્રુવી ચાકમાત્રા (ડાયપોલ મોમેન્ટ) શોધો.

ઉકેલ

સમીકરણ (5.7) પરથી, વિષુવવૃત્ત પાસે ચુંબકીયક્ષેત્ર

$$B_E = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3}$$

આપણને $B_E \sim 0.4 \text{ G} = 4 \times 10^{-5} \text{ T}$ આપેલ છે. r તરીકે આપણે પૃથ્વીની ત્રિજ્યા $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ લઈ શકીએ. આથી,

$$m = \frac{4 \times 10^{-5} \times (6.4 \times 10^6)^3}{\mu_0 / 4\pi} = 4 \times 10^2 \times (6.4 \times 10^6)^3 \quad (\mu_0 / 4\pi = 10^{-7})$$

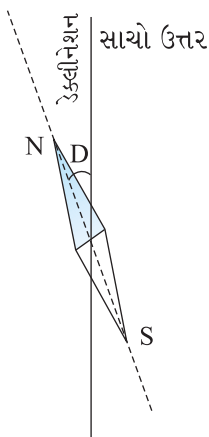
$$= 1.05 \times 10^{23} \text{ Am}^2$$

જે ભૂચુંબકત્વ માટેના પુસ્તકોમાં દર્શાવેલ મૂલ્ય $8 \times 10^{22} \text{ Am}^2$ ની નજીક છે.

ઉદાહરણ 5.8

5.4.1 ચુંબકીય ડેક્લીનેશન (Declination-દિક્ષ્પાતકોણ) અને

ડીપ (Dip-નમનકોણ) (Magnetic Declination and Dip)



આકૃતિ 5.9 સમક્ષિતિજ સમતલમાં મુક્ત રીતે ફરી શકે તેવી ચુંબકીય સોય ચુંબકીય ઉત્તર-દક્ષિણ દિશા દર્શાવે છે.

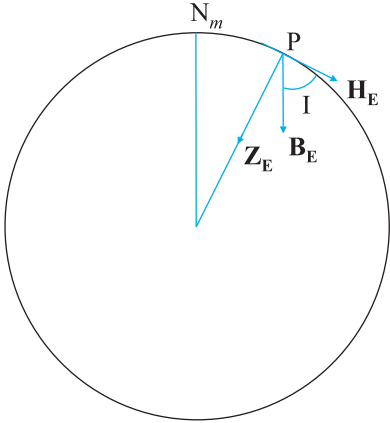
પૃથ્વીની સપાટી પરનું કોઈ સ્થળ (બિંદુ) ધારો. આ બિંદુએ, રેખાંશ વર્તુળની દિશા ભૌગોલિક ઉત્તર-દક્ષિણ દિશા દર્શાવે છે, રેખાંશની ઉત્તર ધ્રુવ તરફની રેખા સાચી ઉત્તર દિશા છે. પૃથ્વીની ભ્રમણ અક્ષ અને રેખાંશ વૃત્તને સમાવતું ઉર્ધ્વ સમતલ ભૌગોલિક ધ્રુવતલ (મેરીડીયન) કહેવાય છે. તે જ રીતે આપણે તે સ્થાન અને પૃથ્વીના ઉત્તર-દક્ષિણ ધ્રુવોને જોડતી કાલ્પનિક રેખામાંથી પસાર થતા ઉર્ધ્વ સમતલને તે સ્થાનના ચુંબકીય ધ્રુવતલ (મેરીડીયન) તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરી શકીએ. આ સમતલ પૃથ્વીની સપાટીને રેખાંશ જેવા વર્તુળમાં છેદશે. આથી, સમક્ષિતિજ સમતલમાં મુક્ત રીતે ફરી શકે તેમ લટકાવેલ ચુંબકીય સોય, ચુંબકીય ધ્રુવતલમાં રહેશે અને સોયનો ઉત્તરધ્રુવ (પૃથ્વીની) ચુંબકીય ઉત્તર ધ્રુવ તરફ ગોઠવાશે. ચુંબકીય ધ્રુવોને જોડતી રેખા પૃથ્વીની ભૌગોલિક અક્ષ સાથે થોડી ઢળતી (નમેલી) હોવાથી, ચુંબકીય ધ્રુવતલ ભૌગોલિક ધ્રુવતલ સાથે એક ખૂણો બનાવે છે. આમ, તે (ખૂણો) સાચા ભૌગોલિક ઉત્તર અને ચુંબકીય સોય વડે દર્શાવેલા ઉત્તર વચ્ચેનો કોણ છે. આ ખૂણાને ચુંબકીય ડેક્લીનેશન અથવા ફક્ત ડેક્લીનેશન કહે છે (આકૃતિ 5.9).

મોટા અક્ષાંશ માટે ડેક્લીનેશન મોટું હોય છે. જ્યારે વિષુવવૃત્ત પાસે તે ઓછું હોય છે. ભારત માટે ડેક્લીનેશન ઓછું છે, જે દિલ્હી પાસે $0^\circ 41' E$ છે. જ્યારે મુંબઈ પાસે $0^\circ 58' W$ છે.

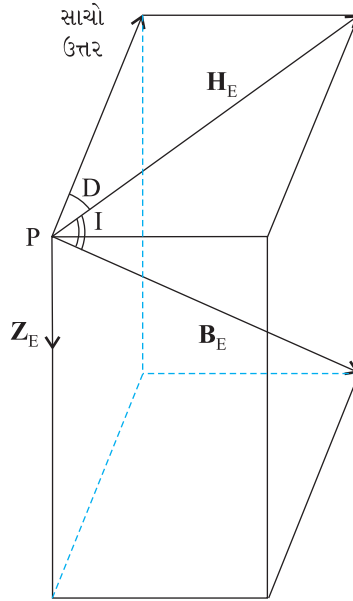
આમ, આ બંને સ્થાને ચુંબકીય સોય લગભગ સાચી ઉત્તર દિશા દર્શાવે છે.

એક બીજી રાશિ પણ જાણવી જરૂરી છે. જો ચુંબકીય સોયને ચુંબકીય ધ્રુવતલમાં સમક્ષિતિજ અક્ષ પર એવી રીતે સંતુલિત કરી હોય કે તે ચુંબકીય ધ્રુવતલમાં દોલન કરી શકે તો આ સોય સમક્ષિતિજ સાથે એક ખૂણો બનાવે છે (આકૃતિ 5.10). તેને નમનકોણ (Angle of Dip) કહે છે (જે નમન પણ કહેવાય છે). આમ, નમનકોણ એ પૃથ્વીના (તે સ્થાને) કુલ ચુંબકીયક્ષેત્ર B_E વડે પૃથ્વીની સપાટી સાથે બનતો કોણ છે. આકૃતિ 5.11 પૃથ્વીની સપાટી પર P બિંદુએ ચુંબકીય ધ્રુવતલ દર્શાવે છે. આ સમતલ પૃથ્વીમાંથી પસાર થતો છેદ છે. P બિંદુ પાસે કુલ ચુંબકીયક્ષેત્રને બે ભાગમાં વિભાજિત કરી શકાય. એક સમક્ષિતિજ ઘટક H_E અને બીજો ઉર્ધ્વ ઘટક Z_E . B_E વડે H_E સાથે બનતો કોણ એ નમનકોણ I છે.

ઉત્તર ગોળાર્ધમાં મોટાભાગમાં નમન દર્શાવતી સોયનો ઉત્તર ધ્રુવ (છેડો) નીચે તરફ નમેલો (ઢળતો) હોય છે.



આકૃતિ 5.10 વર્તુળ એ મેગ્નેટીક મેરીડીયનને સમાવતો પૃથ્વીનો આડછેદ છે. B_E અને સમક્ષિતિજ ઘટક H_E વચ્ચેનો કોણ નમનકોણ (એન્ગલ ઓફ ડીપ) છે.



આકૃતિ 5.11 પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર B_E , તેના સમક્ષિતિજ અને લંબ ઘટકો, H_E અને Z_E . આ ઉપરાંત ડેક્લીનેશન D અને નમન અથવા નમનકોણ (એન્ગલ ઓફ ડીપ) I દર્શાવ્યા છે.

તે જ રીતે, દક્ષિણ ગોળાર્ધના મોટાભાગમાં નમન દર્શાવતી સોયનો દક્ષિણધ્રુવ નીચે તરફ ઢળતો હોય છે.

પૃથ્વીની સપાટી પર કોઈ બિંદુ પાસે ચુંબકીયક્ષેત્ર દર્શાવવા માટે આપણે ત્રણ રાશિઓ સ્પષ્ટ કરવી પડે : ડેક્લીનેશન D, નમનકોણ અથવા નમન I, અને પૃથ્વીના ક્ષેત્રનો સમક્ષિતિજ ઘટક H_E . આ બધાને પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રના તત્વો (Elements) કહે છે.

ઉર્ધ્વ ઘટકને Z_E વડે દર્શાવતાં,

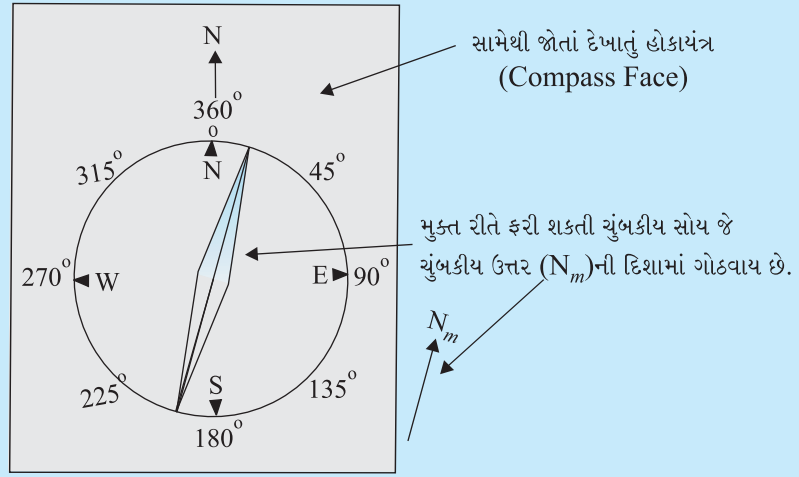
$$Z_E = B_E \sin I \quad [5.10(a)]$$

$$H_E = B_E \cos I \quad [5.10(b)]$$

$$\text{જે પરથી, } \tan I = \frac{Z_E}{H_E} \quad [5.10(c)]$$

ધ્રુવો પર મારી કંપાસ સોય (હોકાયંત્રની સોય) શું દર્શાવશે ? (WHAT HAPPENS TO MY COMPASS NEEDLES AT THE POLES ?)

કંપાસ (હોકાયંત્રની) સોય એક ચુંબકીય સોયની બનેલી હોય છે જે એક અક્ષીય બિંદુ પર કિલકિત કરેલ છે. જ્યારે કંપાસ (હોકાયંત્ર)ને સમક્ષિતિજ રાખેલ હોય ત્યારે તે એ સ્થાન પાસે પૃથ્વીના સમક્ષિતિજ ઘટકની દિશામાં ગોઠવાય છે. આમ, કંપાસ સોય તે સ્થાને ચુંબકીય ધ્રુવતલમાં રહેશે. પૃથ્વી પર ઘણી જગ્યાએ ચુંબકીય ખનિજો પુષ્કળ પ્રમાણમાં હોય છે, જે કંપાસ (હોકાયંત્રની) સોયને ચુંબકીય ધ્રુવતલમાંથી વિચલિત કરે છે. ચુંબકીય ડેક્લીનેશન જાણતા હોઈએ તો આપણને કંપાસ (હોકાયંત્રની) સોય વડે દર્શાવેલી ત્રુટી સુધારીને સાચી ઉત્તર દિશા મળી શકે છે.



તો આપણે આ કંપાસને ચુંબકીય ધ્રુવ પર લઈ જઈએ તો શું થશે ? ધ્રુવો પર, ચુંબકીય ક્ષેત્રરેખાઓ લંબરૂપે ભેગી થતી કે વિખેરાતી હોય છે. આથી (ચુંબકીયક્ષેત્રનો) સમક્ષિતિજ ઘટક નહીંવત્ હોય છે. જો આ સોય ફક્ત સમક્ષિતિજ સમતલમાં ફરી શકે તેમ હોય, તો તે કોઈ પણ દિશા દર્શાવી શકે, જે દિશા-દર્શક તરીકે બિનઉપયોગી થઈ જાય. આ કિસ્સામાં નમન દર્શાવતી (ચુંબકીય) સોયનો ઉપયોગ કરવો જોઈએ જે (ચુંબકીય સોય ધરાવતો) એવો કંપાસ છે કે જેથી તે પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્ર ધરાવતા ઉર્ધ્વ સમતલમાં ઘુમી શકે. આ કિસ્સામાં કંપાસની સોય ચુંબકીયક્ષેત્ર એ ઉર્ધ્વ સાથે બનાવેલો કોણ દર્શાવે છે. ચુંબકીય ધ્રુવો પર આ સોય સીધી નીચેની તરફની દિશા દર્શાવશે.

ઉદાહરણ 5.9 કોઈ સ્થાનના ચુંબકીય ધ્રુવતલમાં પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રનો સમક્ષિતિજ ઘટક 0.26 G છે અને નમન કોણ 60° છે. આ સ્થળે પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર કેટલું હશે ?

ઉકેલ $H_E = 0.26 \text{ G}$ આપેલું છે. આકૃતિ 5.11 પરથી,

$$\begin{aligned} \cos 60^\circ &= \frac{H_E}{B_E} \\ B_E &= \frac{H_E}{\cos 60^\circ} \\ &= \frac{0.26}{(1/2)} = 0.52 \text{ G} \end{aligned}$$

પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર (EARTH'S MAGNETIC FIELD)

એવું ધારી લેવું ન જોઈએ કે પૃથ્વીના પેટાળમાં ખૂબ મોટો ગજિયો ચુંબક રહેલો છે જેના કારણે પૃથ્વીને ચુંબકીયક્ષેત્ર છે. પૃથ્વીના અંદરના ભાગમાં લોખંડની ખનિજના મોટા ભંડાર રહેલા છે, પરંતુ એવું નથી કે લોખંડનો ખૂબ મોટો ઘન ટુકડો (Block) ચુંબકીય ઉત્તર ધ્રુવથી ચુંબકીય દક્ષિણધ્રુવ સુધી વિસ્તરેલો હોય. પૃથ્વીનું પેટાળ (ગર્ભ) ખૂબ ગરમ અને પિગળેલું છે, તથા આયર્ન અને નિકલના આયનો પૃથ્વીના ચુંબકત્વ માટે જવાબદાર છે. આ પૂર્વધારણા વધારે સંભવિત લાગે છે. ચંદ્રને પિગળેલું પેટાળ (ગર્ભ) નથી, તેથી તેને ચુંબકીયક્ષેત્ર નથી. શુક્ર ધીમેથી પરિભ્રમણ કરે છે અને તેનું ચુંબકીયક્ષેત્ર ઘણું નબળું છે, જ્યારે ગુરુ, જેનો પરિભ્રમણ દર બીજા ગ્રહો કરતાં ઘણો ઝડપી છે તેને ઘણું પ્રબળ ચુંબકીયક્ષેત્ર છે. આમ છતાં, આ વર્તુળમાર્ગી (ઘૂમતા) પ્રવાહો અને તેમને ટકાવી રાખવા માટે જરૂરી ઊર્જા ક્યાંથી આવે છે તે બહુ સારી રીતે સમજી શકાયું નથી. આ બધા ઘણા જગજાહેર અને ખુલ્લા પ્રશ્નો છે જે સતત શોધખોળ માટેનું અગત્યનું ક્ષેત્ર છે.

સ્થળ સાથે પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રમાં થતો ફેરફાર એ પણ એક રસપ્રદ અભ્યાસનું ક્ષેત્ર છે. સૂર્યમાંથી ઉત્સર્જિત થયેલા સૌર પવનોમાં રહેલા વિદ્યુતભારિત કણો પૃથ્વી તરફ અને તેથી આગળ પણ ગતિ કરે છે. તેમની ગતિ પર પૃથ્વીનું ચુંબકીય ક્ષેત્ર અસર કરે છે, અને સામે તે પણ પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રની ભાત (રેખાઓ) પર અસર કરે છે. ધ્રુવો પાસે ચુંબકીયક્ષેત્રની ભાત પૃથ્વી પરના બીજા વિસ્તારોની ભાતની સરખામણીમાં ઘણી અલગ છે.

પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રમાં સમય સાથે થતો ફેરફાર પણ કંઈ ઓછો આકર્ષક નથી. તેમાં પણ સદીઓ સાથે ટૂંકા ગાળાના ફેરફારો થાય છે જ્યારે લાખો વર્ષોના ગાળા દરમિયાન મોટા ફેરફારો પણ થાય છે. ઇસ. 1580થી 1820ના 240 વર્ષના ગાળા દરમિયાનની જે માહિતી ઉપલબ્ધ છે, તે અનુસાર લંડન ખાતે મેગ્નેટિક ડેક્લીનેશનમાં 3.5°નો ફેરફાર થયો છે, જે દર્શાવે છે કે પૃથ્વીના ગર્ભમાં ચુંબકીય ધ્રુવો સમય સાથે સ્થાન બદલે છે. લાખો વર્ષોના સમયગાળામાં, પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશા ઉલટાતી હોવાનું માલુમ પડ્યું છે. બેસાલ્ટ, લોખંડ (આયર્ન) ધરાવે છે અને જવાળામુખી સક્રીય થાય ત્યારે બેસાલ્ટ બહાર ફેંકાય છે. જ્યારે બેસાલ્ટ ઠંડો પડતો હોય અને ઘન અવસ્થામાં ફેરવાઈ રહ્યો હોય તે દરમિયાન તેમાં રહેલા લોખંડના નાના ચુંબકો, તે સ્થાનના પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશામાં ગોઠવાય છે. બેસાલ્ટના આવા ચુંબકત્વ ધરાવતા વિસ્તારોના ટુકડાઓના ભુસ્તરશાસ્ત્રીય અભ્યાસ દરમિયાન પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશા બદલાવાના પુરાવા ભૂતકાળમાં ઘણી વાર મળી આવ્યા છે.

5.5 મેગ્નેટાઇઝેશન અને મેગ્નેટિક તીવ્રતા

(MAGNETISATION AND MAGNETIC INTENSITY)

પૃથ્વી જાતજાતના અને ભાતભાતના તત્ત્વો અને સંયોજનોથી ભરેલી છે. આ ઉપરાંત આપણે પણ નવી મિશ્રધાતુઓ, સંયોજનો અને તત્ત્વો કૃત્રિમ રીતે બનાવ્યા છે. આપણે આ દ્રવ્યોના ચુંબકીય ગુણધર્મોનું વર્ગીકરણ કરીએ. આ વિભાગમાં, આપણે આ અભ્યાસમાં મદદરૂપ થાય તેવી કેટલીક રાશિઓ (Terms)ને વ્યાખ્યાયિત કરીશું અને સમજાશું.

આપણે જોયું હતું કે પરમાણુમાં પરિભ્રમણ કરતા ઇલેક્ટ્રોનને ચુંબકીય ચાકમાત્રા (મેગ્નેટિક મોમેન્ટ) હોય છે. દ્રવ્યના જથ્થામાં, આ બધી ચાકમાત્રા (મોમેન્ટ) સદિશ રીતે ઉમેરાય છે અને આપણને પરિણામી (ચોખ્ખી) અશૂન્ય એવી ચુંબકીય ચાકમાત્રા (મેગ્નેટિક મોમેન્ટ) આપી શકે છે. આપણે કોઈ નમુના (પદાર્થ)ના મેગ્નેટાઇઝેશન M ને તેના એકમ કદ દીઠ પરિણામી (ચોખ્ખી) ચુંબકીય ચાકમાત્રા (મેગ્નેટિક મોમેન્ટ) વડે વ્યાખ્યાયિત કરીએ છીએ.

$$M = \frac{m_{net}}{V} \quad (5.11)$$

M એ સદિશ છે, જેના પરિમાણ $L^{-1}A$ છે, તથા તેનો એકમ $A m^{-1}$ છે.

એકમ લંબાઈ દીઠ n આંટા ધરાવતો અને વિદ્યુતપ્રવાહ I ધારિત એક લાંબો સોલેનોઇડ ધ્યાનમાં લો. સોલેનોઇડમાં અંદરના ભાગમાં ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય અગાઉ બતાવ્યું હતું તે મુજબ,

$$B_0 = \mu_0 nI \quad (5.12)$$

જો સૉલેનોઇડના અંદરના ભાગમાં એવું દ્રવ્ય ભરવામાં આવે કે જેનું મેગ્નેટાઇઝેશન શૂન્ય ન હોય, તો સૉલેનોઇડની અંદર (ચુંબકીય) ક્ષેત્ર B_0 થી વધુ હશે. સૉલેનોઇડના અંદરના ભાગમાં ચોખ્ખું ક્ષેત્ર \mathbf{B} આ રીતે દર્શાવી શકાય.

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_m \quad (5.13)$$

જ્યાં, \mathbf{B}_m એ ગર્ભ (કોર, અંદર)માં રહેલા દ્રવ્ય વડે મળતું ક્ષેત્ર છે. એ જાણવા મળ્યું છે કે વધારાનું આ ક્ષેત્ર \mathbf{B}_m એ પદાર્થના મેગ્નેટાઇઝેશન \mathbf{M} ના સમપ્રમાણમાં હોય છે, જે આ મુજબ દર્શાવાય છે

$$\mathbf{B}_m = \mu_0 \mathbf{M} \quad (5.14)$$

જ્યાં, μ_0 એ બાયો-સાવરના નિયમમાં આવે છે તે જ અચળાંક (શૂન્યાવકાશની પરમિએબિલિટી) છે. એક બીજું સદિશ ક્ષેત્ર \mathbf{H} ઉમેરવાનું સગવડભર્યું છે, જેને ચુંબકીય તીવ્રતા કહે છે, અને તે નીચે મુજબ વ્યાખ્યાયિત થાય છે.

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \quad (5.15)$$

જ્યાં, \mathbf{H} ના પરિમાણ \mathbf{M} જેવા જ છે અને તેને $A m^{-1}$ ના એકમમાં માપવામાં આવે છે. આથી, કુલ ચુંબકીયક્ષેત્ર \mathbf{B} આ મુજબ લખી શકાય.

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (5.16)$$

આપણે વ્યાખ્યાની પદ્ધતિ ફરીથી દર્શાવીએ. આપણે પદાર્થના નમુનાની અંદર કુલ ચુંબકીયક્ષેત્રમાં મળતા ફાળાને બે ભાગમાં વહેંચ્યો છે : એક; બાહ્ય પરિબળ જેમ કે સૉલેનોઇડમાં વહેતા વિદ્યુત પ્રવાહને લીધે છે તેને \mathbf{H} વડે દર્શાવાય છે. બીજો એટલે કે \mathbf{M} ચુંબકીય પદાર્થના વિશિષ્ટ ગુણધર્મને કારણે છે. આ બીજી રાશિ પર બાહ્ય પરિબળોની અસર થતી હોય છે. આ બાહ્ય અસરને ગાણિતીક રીતે આ મુજબ દર્શાવાય છે.

$$\mathbf{M} = \chi \mathbf{H} \quad (5.17)$$

જ્યાં χ , એ પરિમાણ રહિત રાશી છે, જેને યોગ્ય રીતે જ ચુંબકીય (મેગ્નેટીક) સસેપ્ટિબિલિટી કહે છે. તે ચુંબકીય દ્રવ્ય બાહ્ય (ચુંબકીય) ક્ષેત્રને કેવો પ્રતિભાવ (Response) આપે છે તે દર્શાવે છે. કોષ્ટક 5.2માં કેટલાક તત્વો માટે χ ના મૂલ્યો દર્શાવ્યા છે. પેરામેગ્નેટિક તરીકે ઓળખાતા દ્રવ્યો માટે તેનું મૂલ્ય નાનું અને ધન હોય છે. ડાયોમેગ્નેટીક તરીકે ઓળખાતા દ્રવ્યો માટે તેનું મૂલ્ય નાનું અને ઋણ હોય છે. આ બીજા કિસ્સામાં \mathbf{M} અને \mathbf{H} વિરુદ્ધ દિશામાં હોય છે. સમીકરણો (5.16) અને (5.17) પરથી

$$\mathbf{B} = \mu_0 (1 + \chi) \mathbf{H} \quad (5.18)$$

$$= \mu_0 \mu_r \mathbf{H}$$

$$= \mu \mathbf{H} \quad (5.19)$$

જ્યાં, $\mu_r = 1 + \chi$ એ પરિમાણ રહિત રાશિ છે, જેને પદાર્થની સાપેક્ષ ચુંબકીય (મેગ્નેટીક) પરમિએબિલિટી કહે છે. તે સ્થિતવિદ્યુતશાસ્ત્રમાં આવતા ડાઇઇલેક્ટ્રીક અચળાંક સાથે સામ્યતા ધરાવે છે. પદાર્થની મેગ્નેટીક પરમિએબિલિટી μ છે અને તેના પરિમાણ અને એકમ પણ μ_0 જેવા જ છે :

$$\mu = \mu_0 \mu_r = \mu_0 (1 + \chi)$$

ત્રણ રાશિઓ χ , μ_r અને μ એકબીજા સાથે સંકળાયેલી છે અને તેમાંથી કોઈ એક જ સ્વતંત્ર છે. જો એક આપેલ હોય તો બાકીની બેની સહેલાઈથી ગણતરી કરી શકાય છે.

કોષ્ટક 5.2 300K તાપમાને કેટલાક તત્વોની મેગ્નેટિક સસેપ્ટિબિલિટી
(MAGNETIC SUSCEPTIBILITY OF SOME ELEMENTS AT 300K)

ડાયામેગ્નેટિક દ્રવ્ય	χ	પેરામેગ્નેટિક દ્રવ્ય	χ
બિસ્મથ	-1.66×10^{-5}	એલ્યુમિનિયમ	2.3×10^{-5}
તાંબુ	-9.8×10^{-6}	કેલ્શિયમ	1.9×10^{-5}
હીરો	-2.2×10^{-5}	કોબાલ્ટ	2.7×10^{-4}
સોનું	-3.6×10^{-5}	લિથિયમ	2.1×10^{-5}
સીસુ	-1.7×10^{-5}	મેગ્નેશિયમ	1.2×10^{-5}
પારો	-2.9×10^{-5}	નિઓબિયમ	2.6×10^{-5}
નાઈટ્રોજન (STP)	-5.0×10^{-9}	ઓક્સિજન (STP)	2.1×10^{-6}
ચાંદી	-2.6×10^{-5}	પ્લેટિનમ	2.9×10^{-4}
સિલિકોન	-4.2×10^{-6}	ટંગસ્ટન	6.8×10^{-5}

ઉદાહરણ 5.10 એક સોલેનોઈડમાં ગર્ભમાંના (કોર) દ્રવ્યની સાપેક્ષ પરમિએબિલિટી 400 છે. સોલેનોઈડના આંટા ગર્ભથી અવાહક વડે જુદા પાડેલા છે. આંટામાંથી 2A વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે. જો તેમાં એક મીટર દીઠ 1000 આંટા હોય, તો (a) H, (b) M, (c) B અને (d) મેગ્નેટાઈઝેશન પ્રવાહ I_m ની ગણતરી કરો.

ઉકેલ

(a) ક્ષેત્ર H, ગર્ભના દ્રવ્ય પર આધાર રાખે છે, અને તેનું મૂલ્ય

$$H = nI = 1000 \times 2.0 = 2 \times 10^3 \text{ A/m}$$

(b) ચુંબકીયક્ષેત્ર Bનું મૂલ્ય

$$\begin{aligned} B &= \mu_r \mu_0 H \\ &= 400 \times 4\pi \times 10^{-7} (\text{N/A}^2) \times 2 \times 10^3 (\text{A/m}) \\ &= 1.0 \text{ T} \end{aligned}$$

(c) મેગ્નેટાઈઝેશન

$$\begin{aligned} M &= (B - \mu_0 H) / \mu_0 \\ &= (\mu_r \mu_0 H - \mu_0 H) / \mu_0 = (\mu_r - 1)H = 399 \times H \\ &\approx 8 \times 10^5 (\text{A/m}) \end{aligned}$$

(d) મેગ્નેટાઈઝેશન વિદ્યુત પ્રવાહ I_m એ કોરની ગેરહાજરીમાં સોલેનોઈડના આંટાઓની અંદર પસાર કરવો જરૂરી વધારાનો વિદ્યુત પ્રવાહ છે જેથી કુલ વિદ્યુતપ્રવાહ કોરની હાજરીમાં મળતું Bનું મૂલ્ય આપે.

$$\text{આથી } B = \mu_0 n (I + I_m)$$

$$I = 2 \text{ A}, B = 1 \text{ T પરથી } I_m = 794 \text{ A.}$$

ઉદાહરણ 5.10

5.6 દ્રવ્યોના ચુંબકીય ગુણધર્મો

(MAGNETIC PROPERTIES OF MATERIALS)

આગળના પરિચ્છેદમાં કરેલી ચર્ચા દ્રવ્યોને ડાયામેગ્નેટિક, પેરામેગ્નેટિક અથવા ફેરોમેગ્નેટિક તરીકે વર્ગીકૃત કરવામાં આપણને મદદ રૂપ થશે. સસેપ્ટિબિલિટી χ ના સંદર્ભમાં, જો χ ઋણ હોય તો તે દ્રવ્ય ડાયામેગ્નેટિક, χ -ધન અને નાનું હોય તો-પેરા, અને જો χ મોટું તથા ધન હોય તો ફેરોમેગ્નેટિક છે.

કોષ્ટક 5.3 જોતાં આપણને આ પદાર્થો વિષે ખ્યાલ આવશે. અહીં પેરામેગ્નેટિક પદાર્થોને જુદા પાડવામાં માટે એક નાની ધન સંખ્યા ϵ લેવામાં આવી છે. ત્યારબાદ આપણે આ પદાર્થોનો વિગતવાર અભ્યાસ કરીશું.

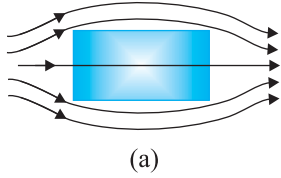
કોષ્ટક 5.3

ડાયમેગ્નેટિક	પેરામેગ્નેટિક	ફેરોમેગ્નેટિક
$-1 \leq \chi < 0$	$0 < \chi < \epsilon$	$\chi \gg 1$
$0 \leq \mu_r < 1$	$1 < \mu_r < 1 + \epsilon$	$\mu_r \gg 1$
$\mu < \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$\mu \gg \mu_0$

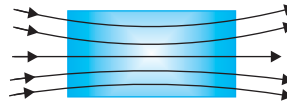
5.6.1 ડાયમેગ્નેટીઝમ (Diamagnetism)

ડાયમેગ્નેટિક પદાર્થો એવા હોય છે કે જે બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્રમાં મુક્તાં પ્રબળથી નબળા ચુંબકીયક્ષેત્ર તરફ ગતિ કરવાનું વલણ ધરાવે છે. બીજા શબ્દોમાં, ચુંબક જેમ લોખંડને આકર્ષે છે તેનાથી વિપરિત તે ડાયમેગ્નેટિક પદાર્થને અપાકર્ષે છે.

આકૃતિ 5.12(a)માં બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્રમાં મુકેલો ડાયમેગ્નેટિક પદાર્થનો ટુકડો દર્શાવ્યો છે. ક્ષેત્રરેખાઓ અપાકર્ષાય છે એટલે કે બહાર તરફ ધકેલાય છે અને દ્રવ્યમાં ક્ષેત્ર (ની તીવ્રતા) ઘટે છે. મોટા ભાગના કિસ્સાઓમાં, કોષ્ટક 5.2માં દર્શાવ્યા મુજબ, આ ઘટાડો 10^5 માં એક ભાગ જેટલો થોડોક જ હોય છે. જો અનિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રમાં મુકીએ તો આ (ડાયમેગ્નેટિક) ટુકડો પ્રબળથી નબળા ક્ષેત્ર તરફ ખસશે.



(a)



(b)

આકૃતિ 5.12

(a) ડાયમેગ્નેટિક,
(b) પેરામેગ્નેટિક દ્રવ્ય પાસે ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓની વર્તણૂક

ડાયમેગ્નેટીઝમની સૌથી સરળ સમજૂતી આ મુજબ છે. પરમાણુમાં ન્યુક્લિઅસની આસપાસ કક્ષીય ભ્રમણ કરતા ઇલેક્ટ્રોન કક્ષીય કોણીય વેગમાન ધરાવે છે. કક્ષામાં ફરતા આ ઇલેક્ટ્રોન વિદ્યુતપ્રવાહ ધારીત ગૂંચળાને સમતુલ્ય કહેવાય અને તેથી તે કક્ષીય ચુંબકીય ચાકમાત્રા (મેગ્નેટિક મોમેન્ટ) ધરાવે છે. ડાયમેગ્નેટિક પદાર્થો એવા છે કે જેમના માટે પરમાણુમાં પરિણામી ચુંબકીય ચાકમાત્રા (મેગ્નેટિક મોમેન્ટ) શૂન્ય હોય છે. ચુંબકીયક્ષેત્રની હાજરીમાં, જે ઇલેક્ટ્રોનની ચુંબકીય ચાકમાત્રા (મેગ્નેટિક મોમેન્ટ) તે જ દિશામાં હોય તે ધીમા પડે છે અને જેમની વિરુદ્ધ દિશામાં હોય તે ઝડપ પકડે છે. આવું લેન્ઝના નિયમ મુજબ પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહના કારણે થાય છે, જે તમે પ્રકરણ-6માં ભણશો. આમ, આ પદાર્થ આપેલ ક્ષેત્રની વિરુદ્ધ દિશામાં ચોખ્ખી (પરિણામી) ચુંબકીય ચાકમાત્રા (મેગ્નેટિક મોમેન્ટ) ઉત્પન્ન કરે છે અને તેથી અપાકર્ષાય છે.

બિસ્મથ, કોપર, લેડ (સીસુ), સિલિકોન, નાઈટ્રોજન (STP એ) પાણી અને સોડિયમ ક્લોરાઇડ એ કેટલાક ડાયમેગ્નેટિક પદાર્થો છે. બધાં જ દ્રવ્યોમાં ડાયમેગ્નેટીઝમ હાજર છે. પરંતુ મોટાભાગના કિસ્સાઓમાં આ અસર એટલી બધી નિર્બળ હોય છે કે પેરામેગ્નેટીઝમ અને ફેરોમેગ્નેટીઝમ વગેરે જેવી અન્ય અસરોથી ખસી જાય છે.

સુપર કંડક્ટર્સ અલગ પ્રકારના જ ડાયમેગ્નેટિક પદાર્થો છે. તે ખૂબ નીચા તાપમાનોએ ઠંડી કરેલી ધાતુઓ છે જે પૂર્ણતઃ (Perfect) વાહકતા અને પૂર્ણતઃ ડાયમેગ્નેટીઝમ એમ બંને દર્શાવે છે. અહીં ક્ષેત્ર રેખાઓ (દ્રવ્યની) સંપૂર્ણ બહાર ધકેલાય છે ! $\chi = -1$ અને $\mu_r = 0$. સુપર કંડક્ટર ચુંબકને અપાકર્ષે છે અને (ન્યૂટનના ત્રીજા નિયમ મુજબ) ચુંબક દ્વારા અપાકર્ષાય છે. સુપર કંડક્ટર્સમાં જોવા મળતી સંપૂર્ણ (Perfect) ડાયમેગ્નેટીઝમની અસરને તેના શોધકના નામ પરથી, મિઝનર (Meissner) અસર કહે છે. સુપર કંડક્ટર ચુંબકોનો ઘણી જગ્યાએ લાભદાયક ઉપયોગ કરી શકાય છે, જેમકે, ચુંબકત્વથી ઊંચકાઈને દોડતી અતિ ઝડપી (Superfast Trains) ટ્રેન.

5.6.2 પેરામેગ્નેટીઝમ (Paramagnetism)

પેરામેગ્નેટિક પદાર્થો એવા પદાર્થો છે કે જેને બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્રમાં મૂક્તાં નિર્બળ ચુંબકત્વ ધારણ કરે છે. તે નિર્બળ ચુંબકીયક્ષેત્રથી પ્રબળ ચુંબકીયક્ષેત્ર તરફ ગતિ કરવાનું વલણ ધરાવે છે, એટલે કે તેઓ ચુંબક તરફ નિર્બળ આકર્ષણ અનુભવે છે.

પેરામેગ્નેટિક દ્રવ્યના વ્યક્તિગત પરમાણુઓ (કે આયનો કે અણુઓ) તેમની પોતાની કાયમી ચુંબકીય દ્વિ-ધ્રુવી ચાકમાત્રા (મેગ્નેટિક ડાયપોલ મોમેન્ટ) ધરાવે છે. આ પરમાણુઓની સતત તાપીય અસ્તવ્યસ્ત ગતિના કારણે પરિણામી મેગ્નેટાઇઝેશન જોવા મળતું નથી. નીચા તાપમાને, પુરતા પ્રબળ એવા બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્ર B_0 ની હાજરીમાં, આ દરેક વ્યક્તિગત પરમાણ્વીક દ્વિ-ધ્રુવી ચાકમાત્રા (ડાયપોલ મોમેન્ટ)ને B_0 ની દિશામાં ગોઠવાતી કરી શકાય છે. આકૃતિ 5.12(b)માં બાહ્ય ક્ષેત્રની હાજરીમાં રહેલો એક પેરામેગ્નેટિક દ્રવ્યનો ટુકડો દર્શાવ્યો છે. દ્રવ્યની અંદર ક્ષેત્રરેખાઓ સંકેન્દ્રિત (ભેગી) થવા માંડે છે અને અંદરનું ક્ષેત્ર પ્રબળ થાય છે. મોટા ભાગના કિસ્સાઓમાં, કોષ્ટક 5.2માં દર્શાવ્યું છે તે મુજબ, આ વધારો 10^5 માં એક ભાગ જેટલો થોડો હોય છે. જ્યારે આ ટુકડાને અનિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રમાં મુકવામાં આવે ત્યારે, તે નિર્બળથી પ્રબળ ક્ષેત્ર તરફ ગતિ કરવા પ્રયત્ન કરે છે.

એલ્યુમિનિયમ, સોડિયમ, કેલ્શિયમ, ઓક્સિજન (STP) અને કોપર ક્લોરાઇડ વગેરે કેટલાંક પેરામેગ્નેટિક પદાર્થો છે. પ્રયોગો દ્વારા એ જાણવા મળ્યું છે કે પેરામેગ્નેટિક દ્રવ્યનું મેગ્નેટાઇઝેશન તેના નિરપેક્ષ તાપમાન (Absolute Temperature) T ના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં છે,

$$M = C \frac{B_0}{T} \quad [5.20(a)]$$

અથવા તેને સમતુલ્ય સમીકરણ (5.12) અને (5.17) પરથી

$$\chi = C \frac{\mu_0}{T} \quad [5.20(b)]$$

આને તેના શોધક પિયરી ક્યુરી (Pieree Curie 1859-1906)ના માનમાં ક્યુરીનો નિયમ કહે છે. અચળાંક C ને ક્યુરીનો અચળાંક કહે છે. આમ, પેરામેગ્નેટિક દ્રવ્ય માટે χ અને μ_r બંને ફક્ત દ્રવ્ય પર આધાર રાખતા નથી, પરંતુ (સામાન્યતઃ) તેના તાપમાન પર પણ આધાર રાખે છે. જો ક્ષેત્ર વધારવામાં કે તાપમાન ઘટાડવામાં આવે તો મેગ્નેટાઇઝેશન તે સંતૃપ્ત મૂલ્ય M_s જેટલું પહોંચે ત્યાં સુધી વધતું જાય છે, કે જે બિંદુએ બધા જ ડાયપોલ બાહ્ય ક્ષેત્ર સાથે સંપૂર્ણ રીતે એક રેખસ્થ ગોઠવાઈ જાય છે. આનાથી આગળ ક્યુરીનો નિયમ [સમીકરણ (5.20)] લાગુ પડતો નથી.

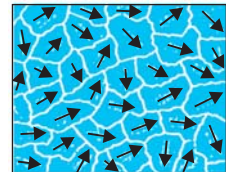
5.6.3 ફેરોમેગ્નેટીઝમ (Ferromagnetism)

ફેરોમેગ્નેટિક પદાર્થો એવા પદાર્થો છે, કે જેમને બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્રમાં મૂકતાં પ્રબળ ચુંબકત્વ ધારણ કરે છે. તેઓ નિર્બળ ક્ષેત્રથી પ્રબળ ક્ષેત્ર તરફ જવાનું પ્રબળ વલણ ધરાવે છે, એટલે કે તેઓ ચુંબક પ્રત્યે પ્રબળ આકર્ષણ અનુભવે છે.

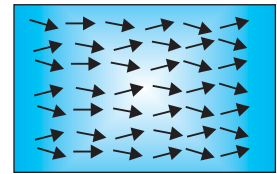
ફેરોમેગ્નેટિક દ્રવ્યમાં વ્યક્તિગત પરમાણુઓ (કે આયનો કે અણુઓ), પેરામેગ્નેટિક પદાર્થની જેમ દ્વિ-ધ્રુવી ચાકમાત્રા (ડાયપોલ મોમેન્ટ) ધરાવે છે. આમ છતાં, તેઓ એકબીજા સાથે એવી રીતે આંતરક્રિયા કરે છે, કે જેથી એક સ્થૂળ વિસ્તાર જેને ડોમેઇન (પ્રભાવક્ષેત્ર-Domain) કહે છે તેમાં રહેલા આ ડાયપોલ તત્કાલ એક રેખસ્થ ગોઠવાઈ જાય છે. આ સહકારી અસરની સમજૂતી માટે ક્વોન્ટમ યંત્રશાસ્ત્રનો ઉપયોગ કરવો પડે અને તે આ પુસ્તકના કાર્યક્ષેત્રની બહાર છે. દરેક ડોમેઇન એક ચોખ્ખું મેગ્નેટાઇઝેશન ધરાવે છે. લાક્ષણિક ડોમેઇનનું પરિમાણ 1 mm જેવું છે અને આ ડોમેઇન લગભગ 10^{11} પરમાણુઓ ધરાવે છે. શરૂઆતમાં, અલગ અલગ ડોમેઇનનું મેગ્નેટાઇઝેશન અસ્તવ્યસ્ત બદલાતું હોય છે અને તેથી સમગ્ર જથ્થાને કોઈ મેગ્નેટાઇઝેશન હોતું નથી. આ હકીકત આકૃતિ 5.13(a)માં દર્શાવી છે. જ્યારે આપણે બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્ર B_0 લગાડીએ, ત્યારે ડોમેઇન્સ B_0 ની દિશામાં ગોઠવાય છે અને તે જ વખતે B_0 ની દિશામાં ગોઠવાયેલ ડોમેઇનની સાઈઝ (કદ) વધવા લાગે છે. ડોમેઇનોનું અસ્તિત્વ અને B_0 માં તેમની ગતિ



Magnetic materials, domain, etc. :
http://www.ndt-ed.org/EducationResources/CommunityCollege/MagParticle/Physics/MagneticMats.htm



(a)



(b)

આકૃતિ 5.13 (a) જુદી જુદી દિશાઓમાં ગોઠવાયેલા ડોમેઇન, (b) એક રેખસ્થ ડોમેઇન

ખાલી અનુમાન (કાલ્પનિક) નથી. ફેરોમેગ્નેટીક પદાર્થની ભૂકીના કલીલ દ્રાવણ (Suspension)નો છંટકાવ કરીને માર્કોસ્કોપ દ્વારા તેમને જોઈ શકાય છે. કલીલ દ્રાવણની ગતિ પણ જોઈ શકાય. આકૃતિ 5.12(b) આ ડોમેઈનનો એક રેખસ્થ અને મિશ્રિત થઈને એક 'વિરાટ' ડોમેઈન બનાવે ત્યારની સ્થિતિ દર્શાવે છે.

આમ, ફેરોમેગ્નેટીક દ્રવ્યમાં ક્ષેત્રરેખાઓ ખૂબ જ સંકેન્દ્રિત (ગીચ) હોય છે. અનિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રમાં, આ પદાર્થ પ્રબળ ક્ષેત્રના વિસ્તાર તરફ જવા પ્રયત્ન કરે છે. જ્યારે બાહ્ય ક્ષેત્ર દૂર કરવામાં આવે ત્યારે શું થાય છે તે જોઈને આપણને નવાઈ લાગે. કેટલાક ફેરોમેગ્નેટીક પદાર્થોમાં ચુંબકત્વ (મેગ્નેટાઈઝેશન) ટકી રહે છે. આવા પદાર્થોને સખત ચુંબકીય દ્રવ્યો (Hard Magnetic Materials) કે હાર્ડ ફેરોમેગ્નેટસ કહે છે. એલ્નિકો (Alnico), એક મિશ્ર ધાતુ છે, જે લોખંડ, એલ્યુમિનિયમ, નિકલ, કોબાલ્ટ અને તાંબામાંથી બને છે, તે આ પ્રકારનું (ફેરોમેગ્નેટીક) દ્રવ્ય છે. કુદરતી રીતે મળી આવતો લોડસ્ટોન (Lodestone) બીજો આવો પદાર્થ છે. આવા પદાર્થો કાયમી ચુંબકો બનાવે છે, જે કંપાસની સોય અને તેવા અન્ય સાધનોમાં વપરાય છે. બીજી બાજુ, એવા ફેરોમેગ્નેટીક દ્રવ્યોનો વર્ગ પણ છે કે જેમાં બાહ્ય ક્ષેત્ર દૂર કરતાં મેગ્નેટાઈઝેશન અદૃશ્ય થઈ જાય છે. નરમ લોખંડ એક આવો પદાર્થ છે. યોગ્ય રીતે આવા પદાર્થોને નરમ ફેરોમેગ્નેટીક પદાર્થો કહે છે. એવા ઘણા તત્ત્વો છે જે ફેરોમેગ્નેટીક છે, જેમકે, લોખંડ, કોબાલ્ટ, નિકલ, ગેડોલિનિયમ વગેરે. તેમની સાપેક્ષ પરમિએબિલિટી > 1000 હોય છે !

ફેરોમેગ્નેટીક ગુણધર્મ તાપમાન પર આધાર રાખે છે. પુરતા ઊંચા તાપમાને, ફેરોમેગ્નેટ પેરામેગ્નેટ બને છે. ડોમેઈન માળખું તાપમાન (વધવા) સાથે વિખેરાઈ (વિભાજિત થઈ) જાય છે. તાપમાન સાથે મેગ્નેટાઈઝેશનનું આમ લુપ્ત થવું ક્રમશઃ હોય છે ! આ અવસ્થા ફેરફાર આપણને ઘન સ્ફટિકના પિગલનની યાદ કરાવે છે. ફેરોમેગ્નેટીઝમથી પેરામેગ્નેટીઝમની સંક્રાન્તિ વખતના તાપમાનને ક્યુરી તાપમાન T_c કહે છે. કોષ્ટક 5.4માં કેટલાક ફેરોમેગ્નેટસનું ક્યુરી તાપમાન દર્શાવ્યું છે. ક્યુરી તાપમાનથી ઉપરના તાપમાને, એટલે કે, પેરામેગ્નેટીક અવસ્થામાં સસેપ્ટિબિલિટી આ મુજબ દર્શાવાય છે,

$$\chi = \frac{C}{T - T_c} \quad (T > T_c) \quad (5.21)$$

કોષ્ટક 5.4 કેટલાક ફેરોમેગ્નેટીક દ્રવ્યોનું ક્યુરી તાપમાન T_c

દ્રવ્ય	T_c (K)
કોબાલ્ટ	1394
આયર્ન (લોખંડ)	1043
Fe_2O_3	893
નિકલ	631
ગેડોલિનિયમ	317

ઉદાહરણ 5.11

ઉદાહરણ 5.11 ફેરોમેગ્નેટીક આયર્ન(લોખંડ)માં એક ડોમેઈન સમઘન આકારનું છે જેની બાજુઓ $1 \mu\text{m}$ લંબાઈની છે. આ ડોમેઈનમાં રહેલા આયર્ન પરમાણુઓની સંખ્યા, ડોમેઈનની મહત્તમ શક્ય એવી ડાયપોલ મોમેન્ટ અને ડોમેઈનનું મેગ્નેટાઈઝેશન શોધો. આયર્નનું પરમાણ્વીય દળ 55 g/mole અને તેની ઘનતા 7.9 g/cm^3 છે. દરેક આયર્ન પરમાણુની ડાયપોલ મોમેન્ટ $9.27 \times 10^{-24} \text{ Am}^2$ છે તેમ ધારો.

ઉકેલ સમઘન ડોમેઇનનું કદ

$$V = (10^{-6} \text{ m})^3 = 10^{-18} \text{ m}^3 = 10^{-12} \text{ cm}^3$$

$$\text{તેનું દળ} = \text{કદ} \times \text{ઘનતા} = 7.9 \text{ g cm}^{-3} \times 10^{-12} \text{ cm}^3 = 7.9 \times 10^{-12} \text{ g}$$

એવોગેડ્રો અંક 6.02×10^{23} તથા આયર્ન પરમાણુઓનું દળ 55 g/mole છે. આથી,

ડોમેઇનમાં રહેલા પરમાણુઓની સંખ્યા

$$N = \frac{7.9 \times 10^{-12} \times 6.023 \times 10^{23}}{55} = 8.65 \times 10^{10} \text{ પરમાણુઓ.}$$

જ્યારે બધી જ પરમાણ્વીક ચાકમાત્રા (મોમેન્ટ) પૂર્ણતઃ એક રેખસ્થ થાય (જે વાસ્તવિક નથી) ત્યારે મહત્તમ શક્ય દ્વિ-ધ્રુવી ચાકમાત્રા (ડાયપોલ મોમેન્ટ) m_{max} મળે. આથી,

$$m_{\text{max}} = (8.65 \times 10^{10}) \times (9.27 \times 10^{-24}) = 8.0 \times 10^{-13} \text{ Am}^2$$

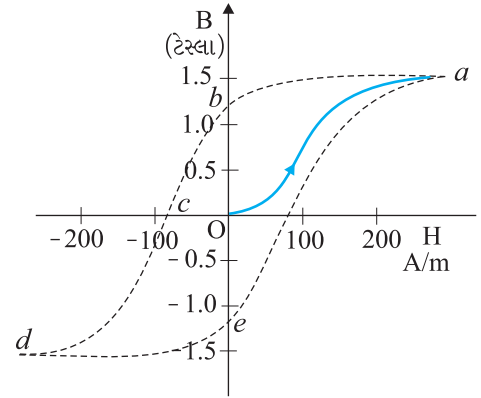
પરિણામી મેગ્નેટાઇઝેશન

$$M_{\text{max}} = m_{\text{max}} / \text{ડોમેઇનનું કદ}$$

$$= 8.0 \times 10^{-13} \text{ Am}^2 / 10^{-18} \text{ m}^3 = 8.0 \times 10^5 \text{ Am}^{-1}$$

દાહરણ 5.11

ફેરોમેગ્નેટીક પદાર્થોમાં **B** અને **H** વચ્ચેનો સંબંધ જટિલ છે. તે ઘણીવાર રેખીય નથી હોતો અને તે ફક્ત આપેલ (ફેરોમેગ્નેટીક) નમૂનાના ચુંબકીય ભૂતકાળ (તે સમય પહેલાં કેવું અને કેટલું ચુંબકત્વ ધરાવતો હતો તેના) પર આધાર રાખે છે. આકૃતિ 5.14માં આવા દ્રવ્ય મેગ્નેટાઇઝ કરવાના એક ચક્ર દરમિયાન તેની વર્તણૂક દર્શાવી છે. ધારોકે શરૂઆતમાં આ દ્રવ્ય મેગ્નેટાઇઝડ નથી. આપણે આ દ્રવ્યને સોલેનોઇડમાં મુકીએ અને સોલેનોઇડમાં વિદ્યુતપ્રવાહ વધારીએ. આ દ્રવ્યમાં ચુંબકીય ક્ષેત્ર **B** વધવા લાગશે અને વક્ર **Oa**માં દર્શાવ્યા મુજબ સંતૃપ્ત થશે. આ વર્તણૂક દર્શાવે છે કે ડોમેઇન એક રેખસ્થ થતા જાય છે અને જ્યાં સુધી વધવું શક્ય હોય ત્યાં સુધી એકબીજામાં ભળતા જાય છે. આનાથી આગળ વિદ્યુતપ્રવાહ (અને તેથી ચુંબકીય (મેગ્નેટીક) તીવ્રતા **H** પણ) વધારવાનો કંઈ અર્થ નથી. ત્યારબાદ, આપણે **H** ઘટાડી અને શૂન્ય સુધી લઈ જઈએ. **H=0** પાસે **B ≠ 0** જે વક્ર **ab** વડે દર્શાવ્યું છે. **H=0** પાસે **B**ના મૂલ્યને રિટેન્ટિવિટી (Retentivity કે Remanence) કહે છે. આકૃતિ 5.14માં, $B_R \sim 1.2 \text{ T}$, જ્યાં **R** રિટેન્ટિવિટી દર્શાવે છે. બાહ્ય ચાલક ક્ષેત્ર દૂર કર્યું (શૂન્ય) હોવા છતાં ડોમેઇન સંપૂર્ણપણે અસ્તવ્યસ્ત થઈ જતા નથી. ત્યાર બાદ, સોલેનોઇડમાં વિદ્યુતપ્રવાહ (ની દિશા) ઉલટાવવામાં આવે છે અને ધીમે ધીમે વધારવામાં આવે છે. જ્યાં સુધી અંદરનું પરિણામી ક્ષેત્ર શૂન્ય ન થાય ત્યાં સુધી કેટલાક ડોમેઇન ઉલટાઈ જાય છે. આ હકીકત વક્ર **bc** વડે દર્શાવી છે. **c** પાસે **H**નું આ મૂલ્ય કોઅર્સિવિટી (Coercivity) કહેવાય છે. આકૃતિ 5.14માં $H_c \sim 90 \text{ A m}^{-1}$. ઉલટાવેલા (વિરુદ્ધ દિશાના) વિદ્યુતપ્રવાહનું મૂલ્ય વધતું જાય ત્યારે ફરીથી સંતૃપ્ત સ્થિતિ મળે છે. આ સ્થિતિ વક્ર **cd** વડે દર્શાવી છે. સંતૃપ્ત ચુંબકીયક્ષેત્ર $B_s \sim 1.5 \text{ T}$ છે. ત્યાર બાદ, વિદ્યુતપ્રવાહ ઘટાડવામાં આવે છે (વક્ર **de**) અને (ત્યારબાદ) ઉલટાવવામાં આવે છે (વક્ર **ea**). આ ચક્ર ફરીથી પુનરાવર્તન પામે છે. નોંધો કે **H** ઘટાડીએ તો પણ વક્ર **Oa** ફરીથી રચાતો નથી. **H**ના આપેલ મૂલ્ય માટે **B**નું મૂલ્ય અનન્ય મળતું નથી પરંતુ તે પદાર્થના અગાઉના ઈતિહાસ (આગળના મૂલ્ય **B**) પર આધાર રાખે છે. આ ઘટના હિસ્ટરીસિસ કહેવાય છે. હિસ્ટરીસિસ શબ્દનો અર્થ પાછળ પડવું (ઈતિહાસ નહીં).

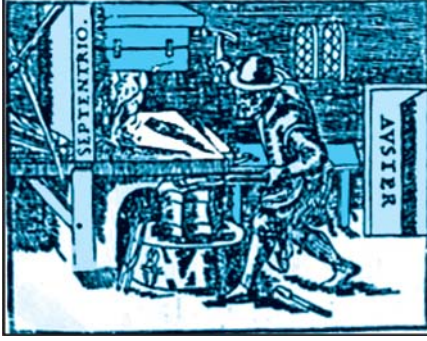


આકૃતિ 5.14 ફેરોમેગ્નેટિક પદાર્થો માટે મેગ્નેટીક હિસ્ટરીસિસ લૂપ એ B-H વક્ર છે.

5.7 કાયમી ચુંબકો અને વિદ્યુતચુંબકો

(PERMANENT MAGNETS AND ELECTROMAGNETS)

જે દ્રવ્યો ઓરડાના તાપમાને લાંબા સમય ગાળા સુધી ફેરોમેગ્નેટીક ગુણધર્મ જાળવી રાખતા હોય તે કાયમી ચુંબકો કહેવાય છે. કાયમી ચુંબકો ઘણી રીતે બનાવી શકાય છે. કોઈ આયર્ન (લોખંડ)ના સળીયાને



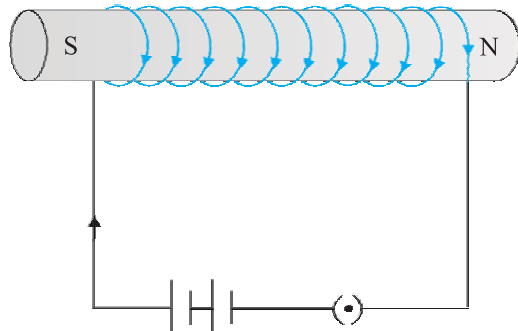
આકૃતિ 5.15 એક લુહાર ઉત્તર-દક્ષિણ દિશામાં રાખેલ લાલઘુમ (ગરમ) લોખંડને હથોડીથી વારંવાર ઠપકારીને કાયમી ચુંબક બનાવી રહ્યો છે. આ આકૃતિ વિલિયમ ગિલ્બર્ટ નામના લેખક દ્વારા ડી-મેગ્નેટ નામના ઇ.સ. 1600માં પ્રસિદ્ધ કરેલ લેખમાં આપેલ ઉદાહરણ પરથી લેવામાં આવેલ છે, જે ઈંગ્લેન્ડના રાણી એલિઝાબેથના વડા ડૉક્ટર (Court Physician) હતા.

ઉત્તર-દક્ષિણ દિશામાં રાખીને વારંવાર ટીપે (ઠપકારે) તો કાયમી ચુંબક બને. આ પદ્ધતિ આકૃતિ 5.15માં દર્શાવી છે. આ ઉદાહરણ 400 વર્ષ જૂના પુસ્તકમાંથી એમ દર્શાવવા માટે લીધું છે કે કાયમી ચુંબકો બનાવવા એ બહુ જુની કળા (કારીગરી) છે. જો કોઈ લોખંડના ટુકડાને પકડી રાખવામાં આવે અને તેના એક છેડા પર ગજિયા ચુંબકને ઘણી વખત એક જ દિશામાં ઘસવામાં આવે તો કાયમી ચુંબક બને.

કાયમી ચુંબક બનાવવાનો એક કાર્યક્ષમ (ઉત્તમ) ઉપાય એ છે કે, ફેરોમેગ્નેટીક સળીયાને સોલેનોઇડમાં મુકીને વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર કરવો. સોલેનોઇડનું ચુંબકીયક્ષેત્ર સળીયાને ચુંબકીત કરે છે.

હિસ્ટરિસિસ વક્ર (આકૃતિ 5.14) પરથી આપણને કાયમી ચુંબકો બનાવવા માટે યોગ્ય દ્રવ્યો શોધવામાં અનુકુળતા થાય. આવા દ્રવ્યને વધુ (ઊંચી) રીટેન્ટીવીટી હોવી જોઈએ કે જેથી ચુંબક પ્રબળ બને અને વધુ (મોટી) કોઅર્સિવિટી હોવી જોઈએ કે જેથી બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્રોના ફેરફારો, તાપમાનના ફેરફારો કે નાના યાંત્રિક ભંગાણના કારણે તેનું મેગ્નેટાઇઝેશન ભૂંસાઈ (નાબૂદ) ન થઈ જાય. ઉપરાંત આ દ્રવ્યને મોટી પારગમ્યતા (પરમિએબિલિટી) હોવી જોઈએ. સ્ટીલ એક જાણીતો અનુકુળ વિકલ્પ છે. નરમ લોખંડની સરખામણીમાં તેની રીટેન્ટિવિટી થોડીક જ ઓછી છે પરંતુ તે નરમ લોખંડની ખૂબ નાની કોઅર્સિવિટીની સરખામણીમાં ખૂબ મોટી કોઅર્સિવિટી ધરાવે છે. કાયમી ચુંબકો બનાવવા માટે બીજા યોગ્ય દ્રવ્યો અલ્નિકો (Alnico), કોબાલ્ટ સ્ટીલ અને ટીકોનાલ (Ticonal) છે.

વિદ્યુત ચુંબકોના ગર્ભ (કોર) ફેરોમેગ્નેટીક દ્રવ્યોના બનેલા હોય છે, જે મોટી પરમિએબિલિટી અને ઓછી રીટેન્ટિવિટી ધરાવે છે. વિદ્યુત ચુંબક માટે નરમ લોખંડ યોગ્ય દ્રવ્ય છે. સોલેનોઇડમાં નરમ લોખંડનો સળીયો મુકી અને વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર કરતાં આપણે સોલેનોઇડનું ચુંબકત્વ હજાર ગણું વધારી શકીએ. જ્યારે આપણે સોલેનોઇડમાંથી પસાર થતો વિદ્યુતપ્રવાહ બંધ કરી દઈએ ત્યારે તેનું ચુંબકત્વ પણ શૂન્ય થઈ જાય છે. કારણ કે નરમ લોખંડને ઓછી રીટેન્ટિવિટી હોય છે. આ વ્યવસ્થા આકૃતિ 5.16માં દર્શાવી છે.



આકૃતિ 5.16 સોલેનોઇડના કોરમાં આવેલું નરમ લોખંડ વિદ્યુત ચુંબક તરીકે વર્તે છે.

કેટલાક ઉપયોગોમાં, દ્રવ્ય લાંબા સમય સુધી ચુંબકીકરણના ac ચક્રમાંથી પસાર થાય છે. આવું ટ્રાન્સફોર્મરના ગર્ભમાં (કોરમાં) અને ટેલીફોનના ડાયાફ્રામમાં થાય છે. આવા દ્રવ્યોના હિસ્ટરિસિસ વક્ર સાંકડા હોવા જોઈએ, પરિણામે ઊર્જાનો વ્યય અને તાપમાનનો વધારો ઓછો થાય છે. દ્રવ્યને વધુ (મોટી) અવરોધકતા (Resistivity) હોવી જોઈએ કે જેથી ઘૂમરી પ્રવાહ (Eddy Current)ને લીધે વ્યય ઓછો થાય. ઘૂમરી પ્રવાહ વિશે તમે પ્રકરણ-6માં ભણશો.

વિદ્યુત ચુંબકો વિદ્યુત બેલ (ઘંટડી)માં, લાઉડસ્પીકરમાં અને ટેલિફોન ડાયાફ્રામમાં વપરાય છે. મોટા ઈલેક્ટ્રો મેગ્નેટસ, કેઈનમાં મોટા યંત્રો તથા મોટા જથ્થામાં લોખંડ અને સ્ટીલ ઊંચકવા માટે વપરાય છે.

ભારતના ચુંબકીયક્ષેત્રનો નકશો બનાવવો (MAPPING INDIA'S MAGNETIC FIELD)

ધરતીમાં ખનિજની ખાણની શોધખોળ માટે, દૂર સંચાર (સંદેશાવ્યવહાર) અને વહાણના દિશા સૂચનમાં ઉપયોગી હોવાથી મોટા ભાગના દેશો દ્વારા પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રનો નકશો બનાવવાનું કામ ભૌગોલિક નકશાના કામ જેટલી ચોકસાઈથી કરવામાં આવે છે. ભારતમાં દક્ષિણમાં ત્રિવેન્દ્રમ (અત્યારનું તિરુવનન્તપુરમ) થી શરૂ કરીને ઉત્તરમાં ગુલમર્ગ સુધી લગભગ ડઝન જેટલી વેધશાળાઓ કાર્યરત છે. આ વેધશાળાઓ (Observatories) કોલાબા, મુંબઈમાં આવેલા ઈન્ડીયન ઈન્સ્ટીટ્યુટ ઓફ જીઓમેગ્નેટીઝમ (IIG)નાં તાબા હેઠળ કામ કરે છે. IIG એ કોલાબા અને અલીબાગ વેધશાળાઓમાંથી વિકસી હતી અને 1971માં વિધિવત્ સ્થપાઈ હતી. જમીન પર, સમુદ્રમાં અને અવકાશમાં ભૂચુંબકીયક્ષેત્રો અને તેમના ફેરફારોની સતત દેખરેખ રાખવાનું કાર્ય IIG (દેશભરમાં ફેલાયેલી વેધશાળાઓ મારફતે) કરે છે. ઓઈલ એન્ડ નેચરલ ગેસ કોર્પોરેશન (ONGC), નેશનલ ઈન્સ્ટીટ્યુટ ઓફ ઓસનોલોજી (NIO) અને ઈન્ડીયન સ્પેસ રીસર્ચ ઓર્ગેનાઈઝેશન (ISRO)ને તે સેવા પૂરી પાડે છે. તે વૈશ્વિક નેટવર્કનો એક ભાગ છે. જે સતત ભૂચુંબકીય માહિતી સાથે અદ્યતન (Update) રહે છે. હવે ભારત પાસે એક કાયમી સ્થળ ગંગોત્રી છે.

સારાંશ

1. ચુંબકત્વનું વિજ્ઞાન ઘણું જૂનું છે. જુના જમાનાથી એ જાણીતું છે કે ચુંબકીય પદાર્થો ઉત્તર-દક્ષિણ દિશા બતાવે છે; સજાતીય ચુંબકીય-ધ્રુવો અપાકર્ષે છે અને વિજાતીય આકર્ષે છે; તથા ગજિયા ચુંબકના બે ટુકડા કરતાં, આપણને બે નાના સ્વતંત્ર ચુંબક મળે છે. ચુંબકીય ધ્રુવો જુદા પાડી શકાતા નથી.
2. જ્યારે દ્વિ-ધ્રુવી ચાકમાત્રા (ડાયપોલ મોમેન્ટ) \mathbf{m} ધરાવતા ગજિયા ચુંબકને નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર \mathbf{B} માં મુકવામાં આવે છે ત્યારે,
 - (a) તેના પર લાગતું બળ શૂન્ય હોય છે,
 - (b) તેના પર લાગતું ટોર્ક $\mathbf{m} \times \mathbf{B}$ હોય છે,
 - (c) તેની સ્થિતિઊર્જા $-\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}$ હોય છે, જ્યાં આપણે એવું નક્કી કર્યું છે કે \mathbf{m} એ \mathbf{B} ને લંબરૂપે ગોઠવાયેલ હોય ત્યારે ઊર્જા શૂન્ય છે.
3. l લંબાઈ અને દ્વિ-ધ્રુવી ચાકમાત્રા (મેગ્નેટીક મોમેન્ટ) \mathbf{m} ધરાવતો ગજિયો ચુંબક ધારો. તેના મધ્યબિંદુથી r અંતરે, જ્યાં $r \gg l$, ગજિયા ચુંબક વડે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર \mathbf{B}

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mathbf{m}}{2\pi r^3} \quad (\text{અક્ષ પર})$$

$$= -\frac{\mu_0 \mathbf{m}}{4\pi r^3} \quad (\text{વિષુવરેખા પર})$$

4. ચુંબકત્વ માટે ગૉસનો નિયમ દર્શાવે છે કે કોઈ પણ બંધ પૃષ્ઠમાંથી પસાર થતું ચોખ્ખું ફ્લક્સ શૂન્ય હોય છે.

$$\Phi_B = \sum_{\substack{\text{બંધા ક્ષેત્રફળ} \\ \text{ખંડો } \Delta S \text{ પર}}} \mathbf{B} \cdot \Delta \mathbf{S} = 0$$

5. પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર, તેના કેન્દ્રમાં રહેલા (કાલ્પનિક) ચુંબકીય દ્વિ-ધ્રુવી (ડાયપોલ)ના ક્ષેત્ર જેવું હોય છે. ભૌગોલિક ઉત્તરધ્રુવ પાસે આવેલા (ચુંબકીય) ધ્રુવને ઉત્તર ચુંબકીય ધ્રુવ કહે છે. તે જ રીતે, ભૌગોલિક દક્ષિણધ્રુવ પાસે આવેલા (ચુંબકીય) ધ્રુવને દક્ષિણ ચુંબકીય ધ્રુવ કહે છે. આ ડાયપોલ પૃથ્વીની ભ્રમણ અક્ષ સાથે નાનો ખૂણો બનાવતી દિશામાં ગોઠવાયેલો છે. પૃથ્વીની સપાટી પર ચુંબકીયક્ષેત્રનું માન $\approx 4 \times 10^{-5}$ T છે.

6. પૃથ્વીની સપાટી પાસે ચુંબકીયક્ષેત્ર દર્શાવવા ત્રણ રાશિઓની જરૂર પડે છે – સમક્ષિતિજ ઘટક, ચુંબકીય ડેકલીનેશન, અને ચુંબકીય ડીપ (નમનકોણ). આ બધા પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રના તત્વો (ઘટકો) કહેવાય છે.
7. બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્ર \mathbf{B}_0 માં મુકેલ એક પદાર્થ ધારો. ચુંબકીય તિવ્રતા આ રીતે વ્યાખ્યાયિત થાય છે.

$$\mathbf{H} = \mathbf{B}_0/\mu_0$$
 પદાર્થનું મેગ્નેટાઇઝેશન \mathbf{M} એટલે એકમ કદ દીઠ દ્વિ-ધ્રુવી ચાકમાત્રા (ડાયપોલ મોમેન્ટ). પદાર્થમાં ચુંબકીયક્ષેત્ર \mathbf{B}

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M})$$
 છે.
8. રેખીય દ્રવ્ય માટે $\mathbf{M} = \chi\mathbf{H}$. આથી $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$ અને χ ને દ્રવ્યની ચુંબકીય સસેપ્ટિબિલિટી કહે છે. ત્રણ રાશિઓ χ , સાપેક્ષ ચુંબકીય પારગમ્યતા (પરમિએબિલિટી) μ_r , અને ચુંબકીય પરમિએબિલિટી μ , આ રીતે સંકળાયેલા છે :

$$\mu = \mu_0\mu_r$$

$$\mu_r = 1 + \chi$$
9. ચુંબકીય પદાર્થોને સામાન્ય રીતે ત્રણ ભાગમાં વહેંચવામાં આવે છે : ડાયામેગ્નેટીક, પેરામેગ્નેટીક અને ફેરોમેગ્નેટીક.
 ડાયામેગ્નેટીક પદાર્થો માટે χ ઋણ અને નાનું હોય છે જ્યારે પેરામેગ્નેટીક પદાર્થો માટે તે ધન અને નાનું હોય છે. ફેરોમેગ્નેટીક પદાર્થો માટે χ નું મૂલ્ય મોટું હોય છે અને \mathbf{B} અને \mathbf{H} વચ્ચેના અરેખીય સંબંધ વડે તેમની વિલક્ષણતા રજૂ થાય છે.
10. જે દ્રવ્યો, ઓરડાના તાપમાને, તેમના ફેરોમેગ્નેટીક ગુણધર્મને લાંબા સમયગાળા સુધી જાળવી રાખે તેમને કાયમી ચુંબકો કહેવાય.

ભૌતિક રાશિ	સંજ્ઞા	પ્રકાર	પરિમાણ	એકમ	નોંધ
મુક્ત અવકાશની પારગમ્યતા (પરમિએબિલિટી)	μ_0	અદિશ	$[\text{MLT}^{-2}\text{A}^{-2}]$	T m A^{-1}	$\mu_0/4\pi = 10^{-7}$
ચુંબકીયક્ષેત્ર, ચુંબકીય ઈન્ડક્શન (પ્રેરણ) ચુંબકીય ફ્લક્સ ઘનતા	\mathbf{B}	સદિશ	$[\text{MT}^{-2}\text{A}^{-1}]$	T (tesla)	$10^4 \text{ G (gauss)} = 1 \text{ T}$
ચુંબકીય ચાકમાત્રા	\mathbf{m}	સદિશ	$[\text{L}^{-2}\text{A}]$	A m^2	
ચુંબકીય ફ્લક્સ	Φ_B	અદિશ	$[\text{ML}^2\text{T}^{-2}\text{A}^{-1}]$	W (weber)	$W = \text{T m}^2$
મેગ્નેટાઇઝેશન	\mathbf{M}	સદિશ	$[\text{L}^{-1}\text{A}]$	A m^{-1}	$\frac{\text{ચુંબકીય ચાકમાત્રા}}{\text{કદ}}$
ચુંબકીય તિવ્રતા, ચુંબકીયક્ષેત્ર પ્રબળતા	\mathbf{H}	સદિશ	$[\text{L}^{-1}\text{A}]$	A m^{-1}	$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M})$
ચુંબકીય સસેપ્ટિબિલિટી	χ	અદિશ	-	-	$\mathbf{M} = \chi\mathbf{H}$
સાપેક્ષ ચુંબકીય પારગમ્યતા (પરમિએબિલિટી)	μ_r	અદિશ	-	-	$\mathbf{B} = \mu_0\mu_r\mathbf{H}$
ચુંબકીય પારગમ્યતા (પરમિએબિલિટી)	μ	અદિશ	$[\text{MLT}^{-2}\text{A}^{-2}]$	T m A^{-1} N A^{-2}	$\mu = \mu_0\mu_r$ $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$

ગહન વિચારણાના મુદ્દાઓ

1. ઈ.સ. 1800 પછી ગતિ કરતા વિદ્યુતભારો/વિદ્યુતપ્રવાહોના પદમાં ચુંબકીય ઘટના વિશે સંતોષજનક સમજણ મળી હતી. પરંતુ ચુંબકોના દિશા સૂચક ગુણધર્મનો ઉપયોગ તો વૈજ્ઞાનિક સમજણ સ્થાપિત થઈ તેના પહેલાં 2000 વર્ષથી થતો હતો. આમ ઈજનેરી ઉપયોગો માટે વૈજ્ઞાનિક સમજણ હોવી જ જોઈએ એમ જરૂરી નથી. આદર્શ રીતે, વિજ્ઞાન અને એન્જિનિયરીંગ (ઈજનેરી), એક બીજાથી આગળ રહી મદદ કરતા એમ સાથે-સાથે જ ચાલે છે.
2. ચુંબકીય એક ધ્રુવી અસ્તિત્વ ધરાવતી નથી. જો તમે ચુંબકના બે અડધા ભાગ કરો, તો તમને બે નાના ચુંબકો મળે, બીજી બાજુ, અલગ કરેલા ધન અને ઋણ વિદ્યુતભારો અસ્તિત્વ ધરાવે છે. વિદ્યુતભારનો નાનામાં નાનો એકમ અસ્તિત્વ ધરાવે છે, જે ઇલેક્ટ્રોનનો વિદ્યુતભાર છે જેનું મૂલ્ય $|e| = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ છે. બીજા બધા વિદ્યુતભારો આ નાનામાં નાના એકમ વિદ્યુતભારના પૂર્ણાંક ગુણકના રૂપમાં હોય છે. બીજા શબ્દોમાં વિદ્યુતભાર ક્વોન્ટમીકૃત છે. આપણે જાણતા નથી કે શા માટે ચુંબકીય એકધ્રુવીઓ અસ્તિત્વ ધરાવતી નથી અથવા શા માટે વિદ્યુતભાર ક્વોન્ટાઈઝ્ડ હોય છે.
3. ચુંબકીય એક ધ્રુવી અસ્તિત્વ ધરાવતી ન હોવાની હકીકતનું એક પરિણામ એ છે કે ચુંબકીય ક્ષેત્રરેખાઓ સતત હોય છે અને બંધ ગાળા રચે છે. આની વિરુદ્ધ, સ્થિત વિદ્યુતની બળ રેખાઓ ધન વિદ્યુતભારમાંથી નીકળે છે અને ઋણ વિદ્યુતભારમાં અંત પામે છે. (અથવા અનંત તરફ જતાં ક્ષય પામતી જાય છે.)
4. પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર તેમાં રહેલા ખૂબ મોટા ગજિયા ચુંબકના કારણે નથી. પૃથ્વીનું અંદરનું ગર્ભ (કોર) ગરમ અને પિગળેલું છે. કદાચ આ કોરમાં સંવાહી પ્રવાહો પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્ર માટે કારણભૂત હોઈ શકે. કઈ ‘ડાઈનેમો’ અસર આ પ્રવાહોને જાળવી રાખે છે, અને શા માટે પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર લાખો વર્ષોના ગાળામાં ઉલટાઈ જતું હોય છે તે આપણે જાણતા નથી.
5. મેગ્નેટિક સસેપ્ટિબિલિટી χ ના મૂલ્યમાં બહુ થોડો તફાવત, પણ સંપૂર્ણ રીતે અલગ પ્રકારની વર્તણૂક ઉપજાવે છે : ડાયમેગ્નેટિક વિરુદ્ધ પેરામેગ્નેટિક. ડાયમેગ્નેટિક પદાર્થો માટે $\chi = -10^{-5}$ જ્યારે પેરામેગ્નેટિક પદાર્થો માટે $\chi = +10^{-5}$.
6. સંપૂર્ણ ડાયમેગ્નેટનું અસ્તિત્વ છે, જેને સુપર કંડક્ટર્સ કહે છે. આ બહુ નીચા તાપમાનોએ રહેલી ધાતુઓ છે. આ કિસ્સામાં $\chi = -1$, $\mu_r = 0$, $\mu = 0$. બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્ર સંપૂર્ણ રીતે બહાર ધકેલાય છે. રસપ્રદ વાત એ છે કે આ પદાર્થ સંપૂર્ણ વાહક છે. આમ છતાં કોઈ પ્રચલિત સિદ્ધાંત અસ્તિત્વમાં નથી કે જે આ બંને ગુણધર્મોને સાંકળતો હોય. બાર્ડીન, કુપર અને શ્રીફર (Bardeen, Copper and Schrifffer (BCS Theory)) એ આપેલો ક્વોન્ટમ યંત્રશાસ્ત્રનો સિદ્ધાંત આ અસરોને સમજાવે છે. BCS સિદ્ધાંત 1957માં રજૂ કરવામાં આવ્યો હતો જેને 1970માં ભૌતિકવિજ્ઞાનના નોબેલ પારિતોષિક દ્વારા સન્માન પ્રાપ્ત થયું હતું.
7. મેગ્નેટિક હિસ્ટરીસિસની ઘટના, પદાર્થોના તે જ પ્રકારના સ્થિતિસ્થાપક ગુણધર્મોને લગતી વર્તણૂકને મળતી આવે છે. વિકૃતિ (સ્ટ્રેઈન) એ પ્રતિબળ (સ્ટ્રેસ) સપ્રમાણ ન પણ હોઈ શકે : અહીં, **H** અને **B** (કે **M**) રેખીય રીતે સંકળાયેલા નથી. પ્રતિબળ-વિકૃતિ (સ્ટ્રેસ-સ્ટ્રેઈન) વક્ર હિસ્ટરિસિસની ઘટના દર્શાવે છે અને તેના વડે ઘેરાયેલું ક્ષેત્રફળ એકમ કદ ટીક ઊર્જાનો વ્યય દર્શાવે છે. તે જ પ્રકારનું અર્થઘટન B-H મેગ્નેટિક હિસ્ટરિસિસ વક્ર માટે આપી શકાય.
8. ડાયમેગ્નેટીઝમ સાવત્રિક છે. તે બધા પદાર્થોમાં હાજર હોય છે. પરંતુ જો પદાર્થ પેરા-કે ફેરોમેગ્નેટિક પ્રકારનો હોય તો તે નબળું અને પરખવું (Detect) અઘરું હોય છે.
9. આપણે પદાર્થોને ડાયમેગ્નેટિક, પેરામેગ્નેટિક અને ફેરોમેગ્નેટિક એમ વર્ગીકૃત કર્યા છે. આમ છતાં, બીજા અનેક પ્રકારના મેગ્નેટિક પદાર્થો પણ અસ્તિત્વ ધરાવે છે જેમકે ફેરોમેગ્નેટિક, એન્ટી-ફેરોમેગ્નેટિક, સ્પીન ગ્લાસ વગેરે, જેમના ગુણધર્મો વિચિત્ર અને ગહન (ગૂઢ) છે.

સ્વાધ્યાય

5.1 પૃથ્વીના ચુંબકત્વ અંગે નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

- સદિશને સંપૂર્ણ રીતે દર્શાવવા માટે ત્રણ રાશિઓ (મૂલ્યો)ની જરૂર પડે છે. પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રને દર્શાવવા રૂઢિગત રીતે વપરાતી ત્રણ સ્વતંત્ર રાશિઓના નામ આપો.
- દક્ષિણ ભારતમાં આવેલા એક સ્થળ પાસે ડીપ કોણ (નમનકોણ) લગભગ 18° છે. બ્રિટનમાં ડીપ કોણ મોટો કે નાનો હશે ?
- જો તમે ઓસ્ટ્રેલિયાના મેલબોર્ન પાસે ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓનો નકશો બનાવો તો શું ત્યાં આ રેખાઓ જમીનમાં જતી કે બહાર નીકળતી હશે ?
- ભૂચુંબકીય ઉત્તર કે દક્ષિણ ધ્રુવ પર જ ઉર્ધ્વ સમતલમાં મુક્ત રીતે ફરી શકતી ચુંબકીય સોય રાખીએ તો તે કઈ દિશામાં રહેશે ?
- એવું માનવામાં આવે છે કે પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર, તેના કેન્દ્ર પર મુકેલા $8 \times 10^{22} \text{ J T}^{-1}$ જેટલી મેગ્નેટીક મોમેન્ટ ધરાવતા ડાયપોલ વડે મળતા ક્ષેત્ર જેટલું છે. આ સંખ્યાના માપક્રમની કોઈ રીતે ખરાઈ (Check) કરો.
- ભૂવિજ્ઞાનીઓ દર્શાવે છે કે મુખ્ય ચુંબકીય N-S ધ્રુવો સિવાય, પૃથ્વીની સપાટી પર જુદી જુદી દિશામાં રહેલા બીજા બધા સ્થાનિક ધ્રુવો પણ અસ્તિત્વ ધરાવે છે. આવું કેવી રીતે શક્ય બને ?

5.2 નીચેના સવાલોના જવાબ આપો :

- અવકાશમાં જુદા જુદા બિંદુઓએ પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર જુદું જુદું હોય છે. શું તે સમય સાથે પણ બદલાય છે ? જો તેમ હોય, તો કયા સમય અંતરાલમાં તેમાં ગણના પાત્ર ફેરફાર થાય છે ?
- પૃથ્વીના કોર (ગર્ભ)માં લોખંડ (આયર્ન) છે તે જાણીએ છીએ. આમ છતાં ભૂસ્તરશાસ્ત્રીઓ તેને પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રનું ઉદ્ગમ માનતા નથી. શા માટે ?
- પૃથ્વીના કોરની બહારના વાહક વિસ્તારમાંના વિદ્યુતપ્રવાહો પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્ર માટે જવાબદાર માનવામાં આવે છે. આ પ્રવાહોને જાળવી રાખવા કઈ 'બેટરી' (એટલે કે ઊર્જા સ્ત્રોત) હશે ?
- પૃથ્વીએ તેના ક્ષેત્રની દિશા 4થી 5 અબજ ($= 10^9$) વર્ષના તેના ઇતિહાસ દરમિયાન કેટલીય વખત ઉલટાવી હશે. ભૂસ્તરશાસ્ત્રીઓ પૃથ્વીના ક્ષેત્રના આવા દૂરના ભૂતકાળ વિશે કેવી રીતે જાણી શક્યા હશે ?
- પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર ઘણા લાંબા અંતરે (આશરે 30000 kmથી વધુ), તેના ડાયપોલ આકારથી ઘણું જુદું પડે છે. કયા કારણો આ ફેરફારો માટે જવાબદાર છે ?
- તારાઓ વચ્ચેના અવકાશમાં 10^{-12} Tના ક્રમનું ઘણું નબળું ચુંબકીયક્ષેત્ર હોય છે. શું આ નબળું ક્ષેત્ર કોઈ અર્થપૂર્ણ પરિણામ આપી શકે ? સમજાવો.

[નોંધ : સ્વાધ્યાય 5.2નો ઉદ્દેશ્ય ફક્ત તમારી ઉત્સુકતા વધારવાનો છે. ઉપરના ઘણા પ્રશ્નોના જવાબો કામચલાઉ અને અજ્ઞાત છે. જ્યાં શક્ય છે ત્યાં અંતમાં જવાબો આપ્યા છે. વધુ માહિતી માટે તમે ભૂચુંબકત્વના કોઈ સારા પુસ્તકનો અભ્યાસ કરી શકો.]

5.3 એક નાના ગજિયા ચુંબકને તેની અક્ષ, 0.25 T ના નિયમિત બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્ર સાથે 30° કોણ બનાવે તે રીતે મુક્તતાં તે $4.5 \times 10^{-2} \text{ J}$ જેટલું ટોર્ક અનુભવે છે. ચુંબકની મેગ્નેટીક મોમેન્ટનું મૂલ્ય કેટલું હશે ?

5.4 મેગ્નેટીક મોમેન્ટ $m = 0.32 \text{ J T}^{-1}$ ધરાવતા નાના ગજિયા ચુંબકને 0.15 T ના નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રમાં મુક્યો છે. જો ગજિયો ચુંબક આ ક્ષેત્રના સમતલમાં મુક્ત ભ્રમણ કરી શકે તેમ હોય તો તેની કઈ દિશામાંની ગોઠવણી,

- સ્થિર, અને
- અસ્થિર સંતુલન દર્શાવશે ? દરેક કિસ્સામાં આ ચુંબકની સ્થિતિઊર્જા કેટલી હશે ?

- 5.5 ખૂબ નજીક વીંટાળેલા 800 આંટા વાળા અને $2.5 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતા સૉલેનોઇડમાંથી 3.0 A વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે. સૉલેનોઇડ કઈ રીતે ગજિયા ચુંબકની જેમ વર્તશે તે સમજાવો. તેની સાથે સંકળાયેલી મેગ્નેટીક મોમેન્ટ કેટલી હશે ?
- 5.6 સ્વાધ્યાય 5.5માં દર્શાવેલ સૉલેનોઇડ શિરોલંબ દિશામાં મુક્ત ભ્રમણ કરી શકે તેમ હોય અને સમક્ષિતિજ દિશામાં 0.25 T જેટલું નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર લગાડવામાં આવે, તો જ્યારે સૉલેનોઇડની અક્ષ, આપેલ ક્ષેત્ર સાથે 30° કોણ બનાવતી હોય ત્યારે તેના પર કેટલું ટોર્ક લાગતું હશે ?
- 5.7 મેગ્નેટીક મોમેન્ટ 1.5 J T^{-1} ધરાવતો એક ગજિયો ચુંબક નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર 0.22 T સાથે એક રેખસ્થ રહેલો છે.
- (a) બાહ્ય ટોર્ક દ્વારા કેટલું કાર્ય કરવું પડે કે જેથી તેની મેગ્નેટીક મોમેન્ટ (i) ક્ષેત્રની દિશામાં, (ii) ક્ષેત્રની દિશાથી વિરુદ્ધ, ગોઠવાય ?
- (b) કિસ્સાઓ (i) અને (ii)માં ચુંબક પર લાગતું ટોર્ક કેટલું હશે ?
- 5.8 2000 આંટા અને $1.6 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ જેટલું આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતા એક સૉલેનોઇડમાંથી 4.0 A વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે, અને તેને કેન્દ્રમાંથી એવી રીતે લટકાવેલ છે કે જેથી તે સમક્ષિતિજ સમતલમાં ભ્રમણ કરી શકે.
- (a) સૉલેનોઇડ સાથે સંકળાયેલી મેગ્નેટીક મોમેન્ટ કેટલી હશે ?
- (b) જો સૉલેનોઇડની અક્ષ સાથે 30° કોણ બનાવતી દિશામાં $7.5 \times 10^{-2} \text{ T}$ જેટલું નિયમિત સમક્ષિતિજ ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરવામાં આવે તો સૉલેનોઇડ પર લાગતા બળ અને ટોર્કના મૂલ્ય કેટલા હશે ?
- 5.9 16 આંટા અને 10 cm ત્રિજ્યા ધરાવતું એક વર્તુળાકાર ગૂંચળુ 0.75 A વિદ્યુતપ્રવાહ ધરાવે છે અને $5.0 \times 10^{-2} \text{ T}$ મૂલ્ય ધરાવતા બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્રને લંબરૂપે સ્થિર રહેલું છે. ક્ષેત્રની દિશાને લંબ અને ગૂંચળાના સમતલમાં રહેલી અક્ષને અનુલક્ષીને ગૂંચળુ મુક્ત ભ્રમણ કરી શકે છે. જ્યારે ગૂંચળાને થોડુંક ઘુમાવીને છોડી દેવામાં આવે, ત્યારે તે તેની સ્થિર સંતુલિત સ્થિતિની આસપાસ 2.0 s^{-1} આવૃત્તિથી આંદોલન કરે છે. ગૂંચળાની તેની ભ્રમણ અક્ષને અનુલક્ષીને જડત્વની ચાકમાત્રા કેટલી હશે ?
- 5.10 મેગ્નેટીક મેરીડીયનને સમાંતર ઉર્ધ્વ સમતલમાં મુક્ત ભ્રમણ કરી શકે તેવી એક ચુંબકીય સોયની અણી સમક્ષિતિજ સાથે નીચે તરફ 22° કોણ બનાવતી દિશામાં છે. આ સ્થળે પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રનો સમક્ષિતિજ ઘટક 0.35 G જેટલો આપેલ છે. આ સ્થળે પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રનું માન શોધો.
- 5.11 આફ્રિકામાં કોઈ સ્થળે, ચુંબકીય કંપાસ ભૌગોલિક ઉત્તરથી 12° પશ્ચિમ તરફ (દિશા) દર્શાવે છે. નમન વર્તુળની (ડીપ દર્શાવતી) ચુંબકીય સોયના ઉત્તરધ્રુવની અણીને મેગ્નેટીક મેરીડીયનના સમતલમાં રાખતાં તે સમક્ષિતિજ સાથે ઉત્તર તરફ 60° કોણ દર્શાવે છે. પૃથ્વીના ક્ષેત્રનો સમક્ષિતિજ ઘટક આ સ્થળે 0.16 G છે. આ સ્થળે પૃથ્વીના (ચુંબકીય) ક્ષેત્રની દિશા અને મૂલ્ય દર્શાવો.
- 5.12 એક નાના ગજિયા ચુંબકની મેગ્નેટીક મોમેન્ટ 0.48 J T^{-1} છે. ચુંબકના કેન્દ્રથી 10 cm અંતરે
- (a) ચુંબકની અક્ષ પર,
- (b) તેની વિષુવરેખા (લંબ દ્વિભાજક) પર, ચુંબક વડે ઉત્પન્ન થયેલા ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશા અને મૂલ્ય શોધો.
- 5.13 સમક્ષિતિજ સમતલમાં મુકેલા એક નાના ગજિયા ચુંબકની અક્ષ ચુંબકીય ઉત્તર-દક્ષિણ દિશા સાથે એક રેખસ્થ છે. ચુંબકની અક્ષ પર તેના કેન્દ્રથી 14 cm અંતરે તટસ્થ બિંદુઓ (Null Points) મળે છે. આ સ્થળે પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર 0.36 G છે અને ડીપ કોણ શૂન્ય છે. ચુંબકના કેન્દ્રથી તેના લંબ દ્વિભાજક પર આટલા જ અંતરે (એટલે કે, 14 cm) કુલ ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય કેટલું હશે ? (તટસ્થ બિંદુએ ચુંબક વડે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રના સમક્ષિતિજ ઘટક જેટલું જ અને વિરુદ્ધ દિશામાં હોય છે.)
- 5.14 જો સ્વાધ્યાય 5.13ના ગજિયા ચુંબકને 180° જેટલો ઘુમાવવામાં આવે તો હવે નવા તટસ્થ બિંદુઓ ક્યાં (કેટલા અંતરે) મળશે ?

- 5.15** $5.25 \times 10^{-2} \text{ J T}^{-1}$ મેગ્નેટિક મોમેન્ટ ધરાવતા નાના ગજિયા ચુંબકને તેની અક્ષ પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશાને લંબ રહે તે રીતે રાખવામાં આવ્યો છે. ચુંબકના કેન્દ્રથી
- તેના લંબ દ્વિભાજક પર, અને
 - તેની અક્ષ પર, કેટલા અંતરે પરિણામી ક્ષેત્ર પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્ર સાથે 45° કોણ બનાવતું હશે ? આ સ્થળે પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર 0.42 G છે. અહીં ગણતરીમાં આવતા અંતરોની સરખામણીમાં ચુંબકની લંબાઈ અવગણો.

વધારાના સ્વાધ્યાય

- 5.16** નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :
- જ્યારે પેરામેગ્નેટિક પદાર્થને ઠંડો પાડવામાં આવે ત્યારે (તે જ ચુંબકીયક્ષેત્ર માટે) શા માટે તે વધુ મેગ્નેટાઈઝેશન દર્શાવે છે ?
 - તેથી વિરુદ્ધ, શા માટે ડાયામેગ્નેટીક તાપમાનથી લગભગ સ્વતંત્ર છે ?
 - જો ટોરોઈડના કોર (ગર્ભ) માટે બિસ્મથનો ઉપયોગ કરવામાં આવે તો આ કોરમાં ચુંબકીયક્ષેત્ર, ખાલી કોરની સરખામણીમાં (થોડુંક) વધારે કે (થોડુંક) ઓછું હશે ?
 - શું ફેરોમેગ્નેટિક પદાર્થની પરમિએબિલિટી (પારગમ્યતા) ચુંબકીય ક્ષેત્રથી સ્વતંત્ર છે ? જો ના, તો ઓછા કે વધારે કયા ક્ષેત્ર માટે તે વધુ હોય છે ?
 - ચુંબકીયક્ષેત્ર રેખાઓ હંમેશાં ફેરોમેગ્નેટની સપાટી પર દરેક બિંદુએ લંબરૂપે હોય છે. [આ હકીકત સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્રરેખાઓ સાથે સામ્યતા ધરાવે છે જે દરેક બિંદુએ વાહકની સપાટીને લંબરૂપે હોય છે.] શા માટે ?
 - શું પેરામેગ્નેટિક પદાર્થના મહત્તમ શક્ય મેગ્નેટાઈઝેશનનું મૂલ્ય ફેરોમેગ્નેટિક પદાર્થના મહત્તમ મેગ્નેટાઈઝેશન જેટલા માનના ક્રમનું હોય છે ?
- 5.17** નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :
- ફેરોમેગ્નેટના મેગ્નેટાઈઝેશન વક્રમાં અપ્રતિવર્તીપણું ડોમેઈન ચિત્રના આધારે ગુણાત્મક રીતે સમજાવો.
 - નરમ લોખંડના ટુકડાના હિસ્ટરીસીસ લૂપનું ક્ષેત્રફળ તેટલા જ કાર્બન સ્ટીલના ટુકડા કરતાં ઘણું નાનું હોય છે. જો આ પદાર્થને મેગ્નેટાઈઝેશનના ચક્રમાંથી વારે ઘડીએ પસાર કરવામાં આવે તો કયો ટુકડો વધુ ઉષ્મા ઊર્જાનો વ્યય (Dissipate) કરશે ?
 - 'હિસ્ટરીસીસ લૂપ દર્શાવતું ફેરોમેગ્નેટ જેવું તંત્ર, એ મેમરી (સ્મૃતિ) સંગ્રહ કરવાનું સાધન છે' આ વિધાનનો અર્થ સમજાવો.
 - કેસેટ પ્લેયરની મેગ્નેટિક ટેપના કોર્ટીંગ (આવરણ) માટે, કે આધુનિક કોમ્પ્યુટરના મેમરી (સ્મૃતિ) સંગ્રહ માટે કયા પ્રકારના ફેરોમેગ્નેટિક પદાર્થ વપરાય છે ?
 - અવકાશના અમુક વિસ્તારને મેગ્નેટિક ક્ષેત્રથી અલગ (Shield) કરવો છે. કોઈ પદ્ધતિ જણાવો.
- 5.18** એક લાંબો સીધો તાર પશ્ચિમથી દક્ષિણ તરફ 10° થી, પૂર્વથી ઉત્તર તરફ 10° ની દિશામાં 2.5 A વિદ્યુતપ્રવાહનું વહન કરે છે. આ સ્થળે મેગ્નેટિક મેરીડીયન ભૌગોલિક મેરીડીયનથી 10° પશ્ચિમ તરફ છે. આ સ્થળે પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર 0.33 G છે, અને ડીપ કોણ શૂન્ય છે. તટસ્થ બિંદુઓ (Neutral Point) દર્શાવતી રેખાનું સ્થાન શોધો. (તારની જાડાઈ અવગણો) ? [તટસ્થ બિંદુઓએ, વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત તાર વડે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રના સમક્ષિતિજ ઘટક જેટલું જ અને વિરુદ્ધ દિશામાં હોય છે.]

- 5.19** એક સ્થળે આવેલ ટેલીફોનના કેબલમાં ચાર લાંબા સીધા અને સમક્ષિતિજ તાર જે (દરેક)માંથી એક જ દિશામાં 1.0 A વિદ્યુતપ્રવાહ પૂર્વથી પશ્ચિમ વહે છે. આ સ્થળે પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર 0.39 G છે, અને ડીપ કોણ 35° છે. મેગ્નેટીક ડેકલનેશન લગભગ શૂન્ય છે. આ કેબલની નીચે 4.0 cm અંતરે પરિણામી ચુંબકીયક્ષેત્રના મૂલ્ય કેટલા હશે ?
- 5.20** સમક્ષિતિજ સમતલમાં મુક્ત રીતે ભ્રમણ કરી શકે તેવી ચુંબકીય સોયના કંપાસને 30 આંટા અને 12 cm ત્રિજ્યા ધરાવતા વર્તુળાકાર ગૂંચળાની મધ્યમાં મૂકેલ છે. આ ગૂંચળુ શિરોલંબ સમતલમાં મેગ્નેટીક મેરીડિયન સાથે 45° કોણ બનાવતી દિશામાં રાખેલું છે. જ્યારે ગૂંચળામાં પસાર થતો વિદ્યુતપ્રવાહ 0.35 A હોય, ત્યારે આ સોય પશ્ચિમથી પૂર્વ તરફ રહે છે.
- (a) આ સ્થળે પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રનો સમક્ષિતિજ ઘટક શોધો.
- (b) ગૂંચળામાં વહેતો પ્રવાહ ઉલટાવવામાં આવે છે અને ગૂંચળાને શિરોલંબ અક્ષની સાપેક્ષે ઉપરથી જોતાં વિષમ ઘડી દિશામાં 90° કોણે ઘુમાવવામાં આવે છે. ચુંબકીય સોયની દિશા શોધો. આ સ્થળે મેગ્નેટીક ડેકલનેશન શૂન્ય ધારો.
- 5.21** એક મેગ્નેટીક ડાયપોલ બે ચુંબકીયક્ષેત્રોની અસર હેઠળ રહેલો છે. આ ક્ષેત્રોની રેખાઓ વચ્ચેનો કોણ 60° છે અને તેમાંથી એક ક્ષેત્રનું મૂલ્ય 1.2×10^{-2} T છે. જો ડાયપોલ આ ક્ષેત્ર સાથે 15° કોણ બનાવતી દિશામાં સ્થિર સંતુલનમાં આવે, તો બીજા ક્ષેત્રનું મૂલ્ય કેટલું હશે ?
- 5.22** સમક્ષિતિજ દિશામાં ગતિ કરતો અને એક સરખી ઊર્જા (18 keV – Monoenergetic) ધરાવતો ઇલેક્ટ્રોન બીમ (કિરણપૂંજ) તેની (ગતિની) દિશાને લંબરૂપે સમક્ષિતિજ સમતલમાં 0.04 G જેટલું ચુંબકીયક્ષેત્ર અનુભવે છે. 30 cm પછી આ બીમનું ઉપર કે નીચે તરફનું કોણાવર્તન શોધો ($m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ gm). [નોંધ : આ સ્વાધ્યાયના મૂલ્યો, એ ધ્યાનમાં રાખીને આપવામાં આવ્યા છે કે તમને TVમાં ઇલેક્ટ્રોન ગનમાંથી ઉત્સર્જિત થઈને તેના સ્ક્રિન પર આપાત થતા ઇલેક્ટ્રોન પર થતી પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રની અસર સમજાવે]
- 5.23** પેરામેગ્નેટીક મીઠા (Salt)નો એક ટુકડો 2.0×10^{24} પરમાણ્વીક ડાયપોલ ધરાવે છે. જે દરેકની ડાયપોલ મોમેન્ટ 1.5×10^{-23} J T⁻¹ છે. આ ટુકડાને 0.64 T જેટલા નિયમિત (સમાંગ) ચુંબકીયક્ષેત્રમાં મુકેલો છે અને તેને 4.2 K સુધી ઠંડો પાડવામાં આવે છે. તેમાં 15 % જેટલું મેગ્નેટીક સેચ્યુરેશન (સંતૃપ્તતા) મળે છે. 2.8 K તાપમાને 0.98 T જેટલા ચુંબકીયક્ષેત્ર માટે આ ટુકડાની કુલ ડાયપોલ મોમેન્ટ કેટલી હશે ? (ક્યુરીનો નિયમ ધારો)
- 5.24** 15 cm જેટલી સરેરાશ ત્રિજ્યાની રોલેન્ડ (Rowland) રીંગના, 800 જેટલી સાપેક્ષ પરમિએબિલિટી ધરાવતા કોર પર તારના 3500 આંટા વિંટાળવામાં આવેલ છે. 1.2 A જેટલા મેગ્નેટાઈઝિંગ વિદ્યુતપ્રવાહ માટે કોરમાં ચુંબકીયક્ષેત્ર B કેટલું હશે ?
- 5.25** એક ઇલેક્ટ્રોનના સ્પિન કોણીય વેગમાન S અને કક્ષિય (Orbital) કોણીય વેગમાન L સાથે સંકળાયેલા મેગ્નેટીક મોમેન્ટ સદિશો અનુક્રમે μ_s અને μ_l ક્વોન્ટમ સિદ્ધાંત દ્વારા અનુમાનીત કરાય છે (અને પ્રાયોગિક રીતે ઊંચી ચોકસાઈથી ચકાસેલ પણ છે) જેમના સૂત્રો આ મુજબ છે :
- $$\mu_s = -(e/m)S,$$
- $$\mu_l = -(e/2m)l$$
- આ બેમાંથી કયું પરિણામ પ્રચલિત ભૌતિકશાસ્ત્ર મુજબ ધારેલ પરિણામને મળતું આવે છે ? પ્રચલિત યંત્રશાસ્ત્રનું પરિણામ સાધિત કરો.

પ્રકરણ ૬

વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણ (ELECTROMAGNETIC INDUCTION)



6.1 પ્રસ્તાવના (INTRODUCTION)

વિદ્યુત અને ચુંબકત્વને ઘણા લાંબા સમય સુધી અલગ-અલગ અને એકબીજા સાથે સંબંધિત નહોય તેવી ઘટનાઓ ગણવામાં આવતી હતી. ઓગણીસમી સદીના પ્રારંભિક દાયકામાં, ઓર્સ્ટેડ, એમ્પિયર અને અન્ય કેટલીક વ્યક્તિઓએ વિદ્યુતપ્રવાહ પરના પ્રયોગો દ્વારા એ હકીકત પ્રસ્થાપિત કરી કે વિદ્યુત અને ચુંબકત્વ આંતર-સંબંધી છે. તેમણે શોધી કાઢ્યું કે ગતિમાન વિદ્યુતભારોને લીધે ચુંબકીયક્ષેત્રો ઉત્પન્ન થાય છે. ઉદાહરણ તરીકે, વિદ્યુતપ્રવાહ તેની નજીકમાં મૂકવામાં આવેલ હોકાયંત્રની ચુંબકીય સોયમાં કોણાવર્તન ઉત્પન્ન કરે છે. કુદરતી રીતે જ આ ઘટના કેટલાક પ્રશ્નો ઊભા કરે છે જેવાકે : શું આનાથી ઊલટી પ્રક્રિયા શક્ય છે ? શું ગતિમાન ચુંબકો વિદ્યુતપ્રવાહ ઉત્પન્ન કરી શકે છે ? શું કુદરત (પ્રકૃતિ) વિદ્યુત અને ચુંબકત્વ વચ્ચેના આવા સંબંધને મંજૂરી આપે છે ? જવાબ હા છે ! 1830ની આસપાસ ઈંગ્લેન્ડમાં માર્કલ ફેરેડે અને USAમાં જોસેફ હેનરી દ્વારા કરવામાં આવેલા પ્રયોગોએ દર્શાવ્યું કે બદલાતા ચુંબકીયક્ષેત્રોની અસર નીચે બંધ ગૂંચળાઓમાં વિદ્યુતપ્રવાહ પ્રેરિત થાય છે. આ પ્રકરણમાં, આપણે બદલાતાં ચુંબકીયક્ષેત્રો સાથે સંકળાયેલ ઘટનાઓનો અભ્યાસ કરીશું અને અંતર્ગત સિદ્ધાંતોને સમજાશું. એ ઘટના કે જેમાં બદલાતાં ચુંબકીયક્ષેત્રો દ્વારા વિદ્યુતપ્રવાહ ઉત્પન્ન થાય છે તેને યોગ્ય રીતે વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણ (Electromagnetic Induction) કહે છે.

જ્યારે ફેરેડેએ સૌ પ્રથમ તેમની શોધ જાહેર કરી કે ગજિયો ચુંબક અને વાયર લૂપ (તારનો બંધ ગાળો) વચ્ચેની સાપેક્ષ ગતિ એ બંધ ગાળામાં સૂક્ષ્મ વિદ્યુતપ્રવાહ ઉત્પન્ન કરે છે, ત્યારે તેમને પૂછવામાં આવ્યું કે, “આનો ઉપયોગ શું છે ?” તેમનો જવાબ હતો : “કોઈ નવજાત શિશુનો ઉપયોગ શું છે ?” વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણની ઘટના માત્ર સૈદ્ધાંતિક અથવા શૈક્ષણિક રસ ધરાવવા પૂરતી નથી પરંતુ તેની

વ્યાવહારિક ઉપયોગીતા પણ છે. એવા વિશ્વની કલ્પના કરો કે જ્યાં વીજળી નથી - ના કોઈ વિદ્યુત પ્રકાશ, ના કોઈ ટ્રેન, ના કોઈ ટેલિફોન અને ના કોઈ પર્સનલ કમ્પ્યુટર. ફેરેડે અને હેન્રીના પ્રારંભિક પ્રયોગોનો આધુનિક સમયના જનરેટર્સ અને ટ્રાન્સફોર્મર્સના વિકાસમાં સીધો જ ફાળો રહ્યો છે. આજની સભ્યતાની પ્રગતિમાં વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણની શોધનો મહત્વનો ફાળો છે.

6.2 ફેરેડે અને હેન્રીના પ્રયોગો

(THE EXPERIMENTS OF FARADAY AND HENRY)

વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણની શોધ અને સમજ ફેરેડે અને હેન્રી દ્વારા કરવામાં આવેલ શ્રેણીબદ્ધ પ્રયોગો પર આધારિત છે. હવે આપણે આમાંના કેટલાક પ્રયોગોનું વર્ણન કરીશું.

પ્રયોગ 6.1

આકૃતિ 6.1 દર્શાવે છે કે, એક ગૂંચળું C_1 * ગેલ્વેનોમીટર G સાથે જોડાયેલ છે. જ્યારે ગજિયા ચુંબકનો ઉત્તરધ્રુવ ગૂંચળા તરફ ધકેલાય છે, ત્યારે ગેલ્વેનોમીટરમાં દર્શકનું કોણાવર્તન થાય છે, જે ગૂંચળામાં વિદ્યુતપ્રવાહની હાજરી સૂચવે છે. આ કોણાવર્તન જ્યાં સુધી ગજિયો ચુંબક ગતિમાં હોય ત્યાં સુધી જ રહે છે. જ્યારે ચુંબકને સ્થિર રાખવામાં આવે ત્યારે ગેલ્વેનોમીટર કોઈ પણ કોણાવર્તન બતાવતું નથી. જ્યારે ચુંબકને ગૂંચળાથી દૂર લઈ જવામાં આવે છે, ત્યારે ગેલ્વેનોમીટર વિરુદ્ધ દિશામાં કોણાવર્તન દર્શાવે છે, જે પ્રવાહની દિશા ઊલટાઈ હોવાનું સૂચવે છે. વધુમાં જ્યારે ગજિયા ચુંબકનો દક્ષિણધ્રુવ ગૂંચળાની નજીક કે દૂર લઈ જવામાં આવે છે ત્યારે ગેલ્વેનોમીટરમાં મળતાં કોણાવર્તનો ઉત્તરધ્રુવના કિસ્સામાં તેવી જ ગતિ માટે મળતાં અનુરૂપ કોણાવર્તનોની વિરુદ્ધ દિશાના હોય છે. વધુમાં, જ્યારે ચુંબકને ઝડપથી ગૂંચળા તરફ કે તેનાથી દૂર લઈ જવામાં આવે છે, ત્યારે આ કોણાવર્તન (અને તેથી પ્રવાહ) વધુ જોવા મળે છે. આનાથી વિરુદ્ધ જ્યારે

ગજિયા-ચુંબકને સ્થિર રાખવામાં આવે છે અને ગૂંચળા C_1 ને ચુંબક તરફ અથવા દૂર ખસેડવામાં આવે છે, ત્યારે પણ પહેલા જેવી જ સમાન અસરો જોવા મળે છે. આ દર્શાવે છે કે ચુંબક અને ગૂંચળા વચ્ચેની સાપેક્ષ ગતિ એ ગૂંચળામાં વિદ્યુતપ્રવાહના ઉત્પાદન (પ્રેરણ) માટે જવાબદાર છે.

પ્રયોગ 6.2

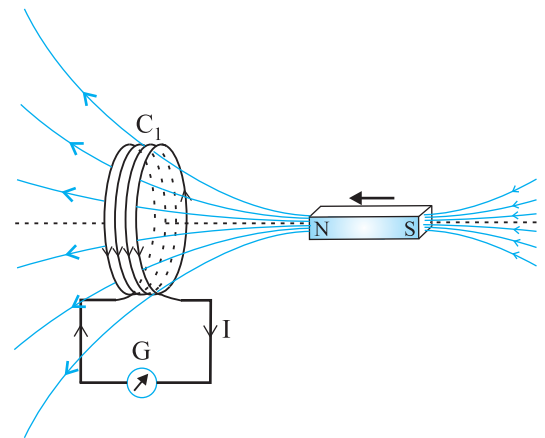
આકૃતિ 6.2માં ગજિયા ચુંબકને સ્થાને બેટરી સાથે જોડાયેલ એક બીજા ગૂંચળા C_2 ને મૂકવામાં આવે છે. ગૂંચળા C_2 માંનો સ્થિર પ્રવાહ સ્થિર ચુંબકીયક્ષેત્ર પેદા કરે છે. ગૂંચળા C_2 ને જ્યારે ગૂંચળા C_1 તરફ લઈ જઈએ, ત્યારે ગેલ્વેનોમીટર કોણાવર્તન દર્શાવે છે. આ સૂચવે છે કે ગૂંચળા C_1 માં વિદ્યુતપ્રવાહ પ્રેરિત થાય છે. જ્યારે C_2 ને દૂર ખસેડવામાં આવે છે ત્યારે ગેલ્વેનોમીટર ફરી કોણાવર્તન દર્શાવે છે, પરંતુ આ વખતે તે વિરુદ્ધ દિશામાં છે. જ્યાં સુધી ગૂંચળા C_2 ગતિમાં હોય ત્યાં સુધી જ આ કોણાવર્તન રહે છે. જ્યારે ગૂંચળા C_2 ને સ્થિર રાખવામાં આવે છે અને C_1 ને ખસેડવામાં આવે છે ત્યારે પણ સમાન અસરો જોવા મળે છે. આમ અહીં પણ, આ



જોશેફ હેન્રી [1797-1878]

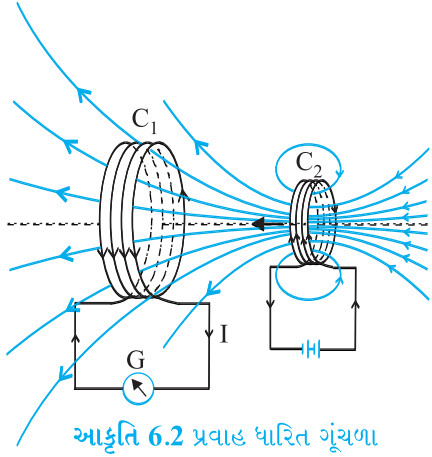
અમેરીકન પ્રાયોગિક ભૌતિકશાસ્ત્રી, પ્રિન્સ્ટન યુનિવર્સિટીના પ્રોફેસર અને સ્મિથસોનિયન ઇન્સ્ટિટ્યુશનના પ્રથમ ડિરેક્ટર, તેમણે લોખંડના ધ્રુવોની આસપાસ અવાહક તારના ગૂંચળાને વીંટાળીને વિદ્યુતચુંબક (Electromagnet)માં સુધારો કર્યો અને વિદ્યુતચુંબકીય (Electromagnetic) મોટરની શોધ કરી તેમજ નવા, કાર્યક્ષમ ટેલિગ્રાફની શોધ કરી. તેમણે આત્મ-પ્રેરણ (Self-Induction)ની શોધ કરી અને શોધ્યું કે કેવી રીતે એક પરિપથ (Circuit) માંના પ્રવાહો બીજા (પરિપથ)માં પ્રવાહો પ્રેરિત કરે છે.

જોશેફ હેન્રી (1797-1878)



આકૃતિ 6.1 જ્યારે ગજિયો ચુંબક ગૂંચળા તરફ ધકેલવામાં આવે છે ત્યારે ગેલ્વેનોમીટર Gનો દર્શક કોણાવર્તન પામે છે.

* જ્યાં પણ 'ગૂંચળા' અથવા 'લૂપ' શબ્દનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે ત્યાં તેવું ધારવામાં આવે છે કે તે વાહક દ્રવ્યનું બનેલું છે અને તેને અવાહક દ્રવ્યના આવરણ ધરાવતાં તારનો ઉપયોગ કરીને તૈયાર કરવામાં આવેલ છે.



આકૃતિ 6.2 પ્રવાહ ધારિત ગૂંચળા C₂ની ગતિને કારણે ગૂંચળા C₁માં પ્રવાહ પ્રેરિત થાય છે.

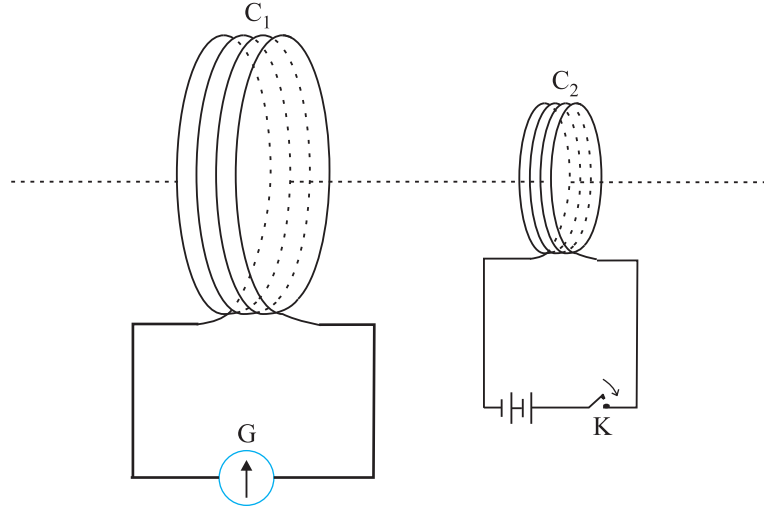
ગૂંચળાઓ વચ્ચેની જે સાપેક્ષ ગતિ છે તે જ વિદ્યુતપ્રવાહને પ્રેરિત કરે છે.

પ્રયોગ 6.3

ઉપરોક્ત બંને પ્રયોગો અનુક્રમે ચુંબક અને ગૂંચળા વચ્ચે અને બે ગૂંચળાઓ વચ્ચેની સાપેક્ષ ગતિનો સમાવેશ કરે છે. ફેરેડેએ અન્ય એક પ્રયોગ દ્વારા દર્શાવ્યું હતું કે આ સાપેક્ષ ગતિ એ અનિવાર્ય જરૂરિયાત નથી. આકૃતિ 6.3 એ સ્થિર રાખેલ બે ગૂંચળાઓ C₁ અને C₂ને દર્શાવે છે. ગૂંચળુ C₁ ગેલ્વેનોમીટર G સાથે જોડાયેલ છે જ્યારે બીજુ ગૂંચળુ C₂ ટેપિંગ કી (દાબ-કળ) K દ્વારા બેટરી સાથે જોડાયેલ છે.

એવું જોવા મળ્યું કે, જ્યારે ટેપિંગ કી K દબાવવામાં આવે ત્યારે ગેલ્વેનોમીટર ક્ષણિક કોણાવર્તન દર્શાવે છે અને ત્યારબાદ ગેલ્વેનોમીટરમાં દર્શક તરત જ શૂન્ય પર આવી જાય છે.

Interactive animation on Faraday's experiments and Lenz's law :
<http://micro.magnet.fsu.edu/electromag/java/faraday/index.html>



આકૃતિ 6.3 પ્રયોગ 6.3 માટેની પ્રાયોગિક ગોઠવણી

જો કળ સતત દબાવી રાખવામાં આવે, તો ગેલ્વેનોમીટરમાં કોઈ કોણાવર્તન થતું નથી. જ્યારે આ કળ મુક્ત કરવામાં આવે છે, ત્યારે ફરીથી, પરંતુ વિરુદ્ધ દિશામાં ક્ષણિક કોણાવર્તન જોવા મળે છે. એવું પણ જોવા મળ્યું કે જ્યારે ગૂંચળાઓમાં તેઓની ધરી પર લોખંડનો એક સળિયો મૂકવામાં આવે છે ત્યારે કોણાવર્તન અકલ્પનિય (નાટ્યાત્મક) રીતે વધે છે.

6.3 ચુંબકીય ફ્લક્સ (MAGNETIC FLUX)

વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણ પર હાથ ધરવામાં આવેલા શ્રેણીબદ્ધ પ્રયોગોને સમજાવવા માટે એક સરળ ગાણિતિક સંબંધને શોધવામાં ફેરેડેની મોટી આંતરસૂઝ રહેલ છે. જો કે, આપણે તેમના નિયમોને લખીએ અને સચોટ સમજાએ તે પહેલાં, આપણે ચુંબકીય ફ્લક્સ, Φ_B ની સંકલ્પનાથી પરિચિત થવું જોઈએ. પ્રકરણ 1માં જેમ વિદ્યુત ફ્લક્સ વ્યાખ્યાયિત થયેલ છે તેવી જ રીતે ચુંબકીય ફ્લક્સને વ્યાખ્યાયિત

કરવામાં આવે છે. સમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર \mathbf{B} (આકૃતિ 6.4)માં મૂકવામાં આવેલા A ક્ષેત્રફળ ધરાવતા સમતલમાંથી પસાર થતું ચુંબકીય ફ્લક્સ નીચે પ્રમાણે લખી શકાય

$$\Phi_B = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} = BA \cos\theta \quad (6.1)$$

જ્યાં, θ એ \mathbf{B} અને \mathbf{A} વચ્ચેનો ખૂણો છે. ક્ષેત્રફળની એક સદિશ તરીકેની સંકલ્પનાને અગાઉ પ્રકરણ 1માં ચર્ચવામાં આવી છે. સમીકરણ (6.1)ને વક્ર સપાટી અને અનિયમિત ક્ષેત્રો માટે પણ વિસ્તારી શકાય છે.

આકૃતિ 6.5માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે જો ચુંબકીયક્ષેત્રને સપાટી પરના વિવિધ ભાગોમાં અલગ અલગ માન અને દિશાઓ હોય, તો સપાટીમાંથી પસાર થતાં ચુંબકીય ફ્લક્સને

$$\Phi_B = \mathbf{B}_1 \cdot d\mathbf{A}_1 + \mathbf{B}_2 \cdot d\mathbf{A}_2 + \dots = \sum_{all} \mathbf{B}_i \cdot d\mathbf{A}_i \quad (6.2)$$

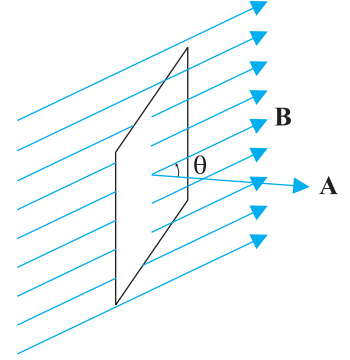
વડે આપવામાં આવે છે. જ્યાં, ‘all’ એ સપાટીના સમાવિષ્ટ તમામ પૃષ્ઠખંડ $d\mathbf{A}_i$ પરનો સરવાળો દર્શાવે છે અને \mathbf{B}_i એ પૃષ્ઠખંડ $d\mathbf{A}_i$ પરનું ચુંબકીયક્ષેત્ર છે. ચુંબકીય ફ્લક્સનો SI એકમ વેબર (Wb) અથવા ટેસ્લા મીટર વર્ગ (Tm^2) છે. ચુંબકીય ફ્લક્સ એ એક અદિશ રાશિ છે.

6.4 ફેરડેનો પ્રેરણનો નિયમ (FARADAY'S LAW OF INDUCTION)

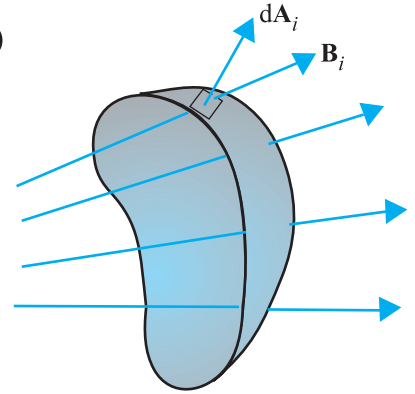
પ્રાયોગિક નિરીક્ષણો પરથી, ફેરડે એવા નિષ્કર્ષ પર પહોંચ્યા હતા કે જ્યારે ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સ સમય સાથે બદલાય છે, ત્યારે ગૂંચળામાં *emf* પ્રેરિત થાય છે. આ ખ્યાલનો ઉપયોગ કરીને પરિચ્છેદ 6.2માંના પ્રાયોગિક અવલોકનોની ચર્ચા કરી શકાય છે.

પ્રયોગ 6.1માં ચુંબકની ગૂંચળા C_1 તરફની અથવા તેનાથી દૂરની ગતિ અને પ્રયોગ 6.2માં વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ગૂંચળા C_2 ની ગૂંચળા C_1 તરફની અથવા તેનાથી દૂરની ગતિ, ગૂંચળા C_1 સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સને બદલે છે. ચુંબકીય ફ્લક્સમાં આ ફેરફાર ગૂંચળા C_1 માં *emf* ને પ્રેરિત કરે છે. આ એ પ્રેરિત *emf* છે, જે ગૂંચળા C_1 અને ગેલ્વેનોમીટરમાં વિદ્યુતપ્રવાહ ઉત્પન્ન કરે છે. પ્રયોગ 6.3ના અવલોકનો માટે ખૂબ સરળ સમજૂતી નીચે પ્રમાણે છે : જ્યારે ટેપીંગ-કી K દબાવવામાં આવે છે, ત્યારે ગૂંચળા C_2 માં વિદ્યુતપ્રવાહ (અને પરિણામી ચુંબકીયક્ષેત્ર) ટૂંકા સમયગાળામાં શૂન્યથી મહત્તમ મૂલ્ય સુધી વધે છે. પરિણામે, પાડોશી ગૂંચળા C_1 માં પણ ચુંબકીય ફ્લક્સ વધે છે. ગૂંચળા C_1 નો આ ચુંબકીય ફ્લક્સનો તે ફેરફાર છે, જે ગૂંચળા C_1 માં પ્રેરિત *emf* ઉત્પન્ન કરે છે. જ્યારે આ કળ દબાવી રાખવામાં આવે છે, ત્યારે ગૂંચળા C_2 માં વિદ્યુતપ્રવાહ અચળ હોય છે તેથી, ગૂંચળા C_1 માં ચુંબકીય ફ્લક્સમાં કોઈ ફેરફાર થતો નથી અને ગૂંચળા C_1 માં વિદ્યુતપ્રવાહ શૂન્ય થશે. જ્યારે આ કળ છોડી દેવામાં આવે છે, ત્યારે ટૂંકા સમયગાળામાં C_2 માં વિદ્યુતપ્રવાહ અને પરિણામી ચુંબકીયક્ષેત્ર મહત્તમ મૂલ્યમાંથી શૂન્ય સુધી ઘટે છે. જેના પરિણામે ગૂંચળા C_1 માં ચુંબકીય ફ્લક્સમાં ઘટાડો થાય છે અને તેથી ગૂંચળા C_1 માં ફરીથી વિદ્યુતપ્રવાહ પ્રેરિત કરે છે. આ બધા નિરીક્ષણોમાં સામાન્ય મુદ્દો એ છે કે કોઈ પરિપથમાં ચુંબકીય ફ્લક્સના ફેરફારનો સમયદર તેમાં *emf* પ્રેરિત કરે છે. ફેરડેએ આ પ્રયોગાત્મક અવલોકનોને ફેરડેના વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણના નિયમ તરીકે ઓળખાતા નિયમમાં રજૂ કરેલ છે. આ નિયમ નીચે દર્શાવેલ છે.

* નોંધો કે જ્યારે વિદ્યુતચુંબકને ચાલુ કે બંધ કરવામાં આવે છે, ત્યારે વિદ્યુતચુંબકની નજીકમાં રહેલ સંવેદનશીલ વિદ્યુત ઉપકરણોને પ્રેરિત *emf* (અને પરિણામી વિદ્યુતપ્રવાહ)ને કારણે નુકસાન થાય છે.



આકૃતિ 6.4 સપાટીનું ક્ષેત્રફળ A હોય તેવા એક સમતલને એક સમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર \mathbf{B} માં મૂકવામાં આવેલ છે.



આકૃતિ 6.5 i પૃષ્ઠખંડ પર ચુંબકીયક્ષેત્ર \mathbf{B}_i છે. $d\mathbf{A}_i$ એ i પૃષ્ઠખંડનો ક્ષેત્રફળસદિશ દર્શાવે છે.



માઈકલ ફેરેડે [1791-1867]
ફેરેડેએ વિજ્ઞાનમાં સંખ્યાબંધ યોગદાન આપ્યા છે, જેમ કે, વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણની શોધ, વિદ્યુત વિશ્લેષણના નિયમો, બેન્ઝીન અને એ હકીકત કે ધ્રુવીભૂત સમતલ વિદ્યુતક્ષેત્રમાં ધ્રૂણન કરી શકે છે. ઈલેક્ટ્રિક મોટર, ઈલેક્ટ્રિક જનરેટર અને ટ્રાન્સફોર્મરની શોધનો પણ તેમને શ્રેય આપવામાં આવે છે. તેમને ઓગણીસમી સદીના સૌથી મહાન પ્રાયોગિક વૈજ્ઞાનિક તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.

માઈકલ ફેરેડે (1791-1867)

પરિપથમાં પ્રેરિત emf નું માન તે પરિપથમાંના ચુંબકીય ફ્લક્સના ફેરફારના સમય દર જેટલું હોય છે.

ગાણિતીક રીતે, આ પ્રેરિત emf ને

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (6.3)$$

દ્વારા આપવામાં આવે છે.

ઋણ ચિહ્ન દની દિશા અને તેથી બંધ લૂપમાં વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા પણ સૂચવે છે. આ અંગે વિગતવાર ચર્ચા હવે પછીના પરિચ્છેદમાં કરીશું.

ખૂબજ નજીક વીંટાળેલ N આંટાઓ ધરાવતા ગૂંચળાના કિસ્સામાં, દરેક આંટા સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સનો ફેરફાર પણ એકસમાન છે. તેથી, કુલ પ્રેરિત emf ને

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (6.4)$$

દ્વારા અભિવ્યક્ત કરવામાં આવે છે.

બંધ ગૂંચળાના આંટાઓની સંખ્યા N માં વધારો કરીને પ્રેરિત emf માં વધારો કરી શકાય છે.

સમીકરણો (6.1) અને (6.2) પરથી, આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે \mathbf{B} , \mathbf{A} અને $\mathbf{\theta}$ પદોમાંથી કોઈ પણ એક અથવા વધુ પદોને બદલીને ફ્લક્સમાં ફેરફાર કરી શકાય છે. પરિચ્છેદ 6.2માંના પ્રયોગો 6.1 અને 6.2માં, \mathbf{B} માં ફેરફાર કરીને ફ્લક્સને બદલવામાં આવે છે. ચુંબકીયક્ષેત્રમાં રહેલ ગૂંચળાનું પરિમાણ બદલીને (એટલે કે તેને નાનું કે મોટું કરીને), અથવા ચુંબકીયક્ષેત્રમાં ગૂંચળાને \mathbf{B} અને \mathbf{A} વચ્ચેનો કોણ $\mathbf{\theta}$ બદલાય તે રીતે ફેરવતા આ ફ્લક્સમાં ફેરફાર કરી શકાય છે. આ કિસ્સાઓમાં પણ, જે તે ગૂંચળાઓમાં emf પ્રેરિત થાય છે.

ઉદાહરણ 6.1 પ્રયોગ 6.2ને ધ્યાન પર લો. (a) ગેલ્વેનોમીટરમાં મોટું કોણાવર્તન મેળવવા માટે તમે શું કરશો ? (b) ગેલ્વેનોમીટરની ગેરહાજરીમાં તમે પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહની હાજરીને કેવી રીતે દર્શાવશો ?

ઉકેલ

- (a) મોટું કોણાવર્તન મેળવવા માટે, નીચેનામાંથી એક કે તેથી વધુ પગલાં લઈ શકાય છે :
- (i) ગૂંચળા C_2 ની અંદર નરમ લોખંડથી બનેલ સળિયાનો ઉપયોગ કરો, (ii) ગૂંચળાને શક્તિશાળી બેટરી સાથે જોડો, અને (iii) આ ગોઠવણને પરિક્ષણ (Test) ગૂંચળા C_1 તરફ ઝડપથી ખસેડો.
- (b) ગેલ્વેનોમીટરને બદલે નાની ટોર્ચ લાઈટમાં હોય તેવો એક નાનો બલ્બ જોડો. બે ગૂંચળા વચ્ચેની સાપેક્ષ ગતિ બલ્બને પ્રકાશિત કરશે અને આમ પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહની હાજરી દર્શાવશે.

પ્રાયોગિક ભૌતિકશાસ્ત્રમાં, દરેક નવીનતા લાવવાનું શીખવું જોઈએ. માઈકલ ફેરેડેને અત્યાર સુધીના શ્રેષ્ઠ પ્રયોગશાસ્ત્રી પૈકીના એક તરીકે ગણવામાં આવે છે કે જે તેમની નાવિન્ય સભર કુશળતા માટે સુપ્રસિદ્ધ હતા.

ઉદાહરણ 6.1

ઉદાહરણ 6.2

ઉદાહરણ 6.2 10 cm બાજુવાળી અને 0.5Ω અવરોધ ધરાવતી એક ચોરસ લૂપ પૂર્વ-પશ્ચિમ સમતલમાં ઊભી મૂકવામાં આવેલ છે. 0.10 T નું એક સમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર સમતલ પર ઉત્તર-પૂર્વ દિશામાં લાગુ પાડેલ છે. આ ચુંબકીયક્ષેત્ર 0.70 સેકન્ડ્સ માં અચળ દરે ઘટાડીને શૂન્ય કરવામાં આવે છે. આ સમય-અંતરાલ દરમિયાન પ્રેરિત emf અને વિદ્યુતપ્રવાહના માન શોધો.

ઉકેલ આ ચુંબકીયક્ષેત્ર સાથે ગૂંચળાના ક્ષેત્ર-સદિશ દ્વારા બનાવવામાં આવેલ કોણ 45° છે. સમીકરણ (6.1) પરથી, પ્રારંભિક ચુંબકીય ફ્લક્સ,

$$\begin{aligned}\Phi &= BA \cos\theta \\ &= \frac{0.1 \times 10^{-2}}{\sqrt{2}} \text{ Wb}\end{aligned}$$

અંતિમ ફ્લક્સ, $\Phi_{\min} = 0$

ફ્લક્સમાં ફેરફાર 0.70 સેકન્ડમાં કરેલ છે. સમીકરણ (6.3) પરથી, પ્રેરિત *emf*નું માન

$$\varepsilon = \frac{|\Delta\Phi_B|}{\Delta t} = \frac{|(\Phi - 0)|}{\Delta t} = \frac{10^{-3}}{\sqrt{2} \times 0.7} = 1.0 \text{ mV}$$

અને વિદ્યુતપ્રવાહનું માન,

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{10^{-3} \text{ V}}{0.5 \Omega} = 2 \text{ mA}$$

નોંધો કે, પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર પણ લૂપમાં ફ્લક્સ ઉત્પન્ન કરે છે. પરંતુ તે એક સ્થિર ક્ષેત્ર છે (જે પ્રયોગના સમય ગાળામાં બદલાતું નથી) અને તેથી તે કોઈ પણ *emf* પ્રેરિત નહીં કરે.

ઉદાહરણ 6.2

ઉદાહરણ 6.3

10 cm ત્રિજ્યા, 500 આંટાઓ અને 2Ω અવરોધ ધરાવતા એક ગોળાકાર ગૂંચળાને તેનું સમતલ પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રના સમક્ષિતિજ ઘટકને લંબ રહે તે રીતે મૂકવામાં આવે છે. તેને 0.25 sમાં તેના ઉર્ધ્વ વ્યાસને અનુલક્ષીને 180° ભ્રમણ કરાવવામાં આવે છે. આ ગૂંચળામાં પ્રેરિત *emf* અને વિદ્યુતપ્રવાહના માનનો અંદાજ લગાવો. આ સ્થળે પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રનો સમક્ષિતિજ ઘટક $3.0 \times 10^{-5} \text{ T}$ છે.

ઉકેલ ગૂંચળામાં પ્રારંભિક ફ્લક્સ,

$$\begin{aligned}\Phi_{B(\text{initial})} &= BA \cos\theta \\ &= 3.0 \times 10^{-5} \times (\pi \times 10^{-2}) \times \cos 0^\circ \\ &= 3\pi \times 10^{-7} \text{ Wb}\end{aligned}$$

ભ્રમણ પછી અંતિમ ફ્લક્સ,

$$\begin{aligned}\Phi_{B(\text{final})} &= 3.0 \times 10^{-5} \times (\pi \times 10^{-2}) \times \cos 180^\circ \\ &= -3\pi \times 10^{-7} \text{ Wb}\end{aligned}$$

તેથી, પ્રેરિત *emf*નું અંદાજિત માન,

$$\begin{aligned}\varepsilon &= N \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \\ &= 500 \times (6\pi \times 10^{-7}) / 0.25 \\ &= 3.8 \times 10^{-3} \text{ V છે.}\end{aligned}$$

$$I = \varepsilon / R = 1.9 \times 10^{-3} \text{ A}$$

નોંધ કરો કે, ε અને I ના માનના મૂલ્યો અંદાજિત છે. તેમના તત્કાલિન મૂલ્યો અલગ છે અને ચોક્કસ સમયે તે પરિભ્રમણની ગતિ પર આધાર રાખે છે.

ઉદાહરણ 6.3

6.5 લેન્ઝનો નિયમ અને ઊર્જા સંરક્ષણ

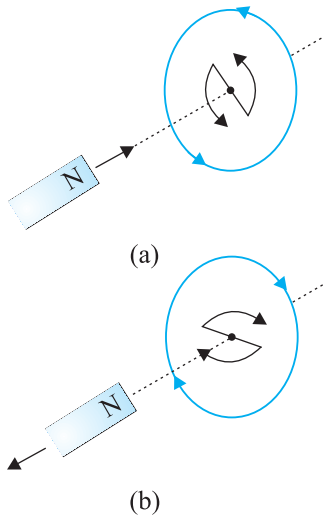
(LENZ'S LAW AND CONSERVATION OF ENERGY)

1834માં, જર્મન ભૌતિક વિજ્ઞાની હેનરિચ ફેડરિક લેન્ઝે (1804-1865) એક નિયમ તારવ્યો, જેને લેન્ઝના નિયમ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. જે સ્પષ્ટ અને સંક્ષિપ્ત સ્વરૂપમાં પ્રેરિત emf ની દિશા (સંજ્ઞા) આપે છે. આ નિયમનું કથન આ મુજબ છે :

પ્રેરિત emf ની દિશા (સંજ્ઞા) એવી હોય છે કે તે એવો વિદ્યુતપ્રવાહ ઉત્પન્ન કરે કે જે તેને ઉત્પન્ન કરતા ચુંબકીય ફ્લક્સના ફેરફારનો વિરોધ કરે.

સમીકરણ (6.3)માં દર્શાવેલ ઋણ ચિહ્ન આ અસરને દર્શાવે છે. પરિસ્થિતિ 6.2.1માં પ્રયોગ 6.1નું પરિક્ષણ કરીને આપણે લેન્ઝનો નિયમ સમજી શકીએ છીએ. આકૃતિ 6.1માં, આપણે જોયું કે ગજિયા ચુંબકનો ઉત્તર-ધ્રુવ બંધ ગૂંચળા તરફ ધકેલવામાં આવ્યો છે. જેમ જેમ ગજિયા ચુંબકનો ઉત્તર-ધ્રુવ ગૂંચળા તરફ જાય છે, તેમ ગૂંચળામાંનું ચુંબકીય ફ્લક્સ વધે છે. તેથી ગૂંચળામાં વિદ્યુતપ્રવાહ એવી દિશામાં પ્રેરિત થાય છે કે તે ફ્લક્સમાં થતા વધારાનો વિરોધ કરે છે. આ તો જ શક્ય છે, જો ચુંબકની બાજુમાં રહેલ નિરીક્ષકના સંદર્ભમાં, ગૂંચળામાં વિદ્યુતપ્રવાહ વિષમઘડી દિશામાં હોય. નોંધો કે આ વિદ્યુતપ્રવાહ સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ચાકમાત્રાની ઉત્તર-ધ્રુવીયતા તેની નજીક જતાં ચુંબકના ઉત્તર-ધ્રુવ તરફ હોય છે. તેવી જ રીતે, જો ચુંબકના ઉત્તર-ધ્રુવને ગૂંચળાથી દૂર લઈ જવામાં આવે, તો ગૂંચળામાંનું ચુંબકીય ફ્લક્સ ઘટશે. ચુંબકીય ફ્લક્સમાં થતા આ ઘટાડાનો વિરોધ કરવા માટે, ગૂંચળામાં સમઘડી દિશામાં પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહ વહે છે અને તેનો દક્ષિણ-ધ્રુવ દૂર જતા ગજિયો ચુંબકના ઉત્તર-ધ્રુવની દિશામાં હોય છે. આ એક એવા આકર્ષણ બળમાં પરિણમે છે કે જે ચુંબકની ગતિ અને તેને અનુરૂપ ફ્લક્સના ઘટાડાનો વિરોધ કરે છે.

ઉપરોક્ત ઉદાહરણમાં જો બંધ ગૂંચળાના સ્થાને ખૂલ્લા પરિપથ (ઓપન સર્કિટ)નો ઉપયોગ કરવામાં આવે તો શું થશે ? આ કિસ્સામાં પણ, પરિપથના ખૂલ્લા છેડાઓ વચ્ચે emf પ્રેરિત થશે. આ પ્રેરિત emf ની દિશા લેન્ઝના નિયમનો ઉપયોગ કરીને શોધી શકાય છે. આકૃતિ 6.6(a) અને (b)નો વિચાર કરો. તેઓ પ્રેરિત પ્રવાહની દિશા સમજવા માટેની સરળ રીત પ્રદાન કરે છે. નોંધો કે (N) અને (S) વડે દર્શાવેલ દિશા પ્રેરિત પ્રવાહની દિશાઓ સૂચવે છે.



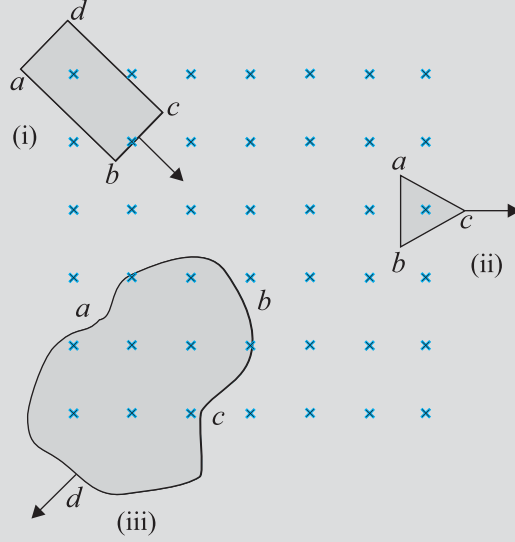
આકૃતિ 6.6
લેન્ઝના નિયમનું ઉદાહરણ

આ બાબતે થોડું મંથન કરતાં લેન્ઝના નિયમની સચોટતાની આપણને ખાતરી થશે. ધારોકે પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહ આકૃતિ 6.6(a)માં દર્શાવાયેલી દિશાની વિરુદ્ધમાં હતી. તે કિસ્સામાં, પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહને કારણે ઉદ્ભવતા દક્ષિણ-ધ્રુવ ચુંબકના ઉત્તર-ધ્રુવની સામે આવે. ત્યારબાદ ગજિયો ચુંબક ગૂંચળા તરફ સતત વધતા પ્રવેગથી આકર્ષિત થશે. ચુંબક પર હળવો ધક્કો આ પ્રક્રિયાને શરૂ કરશે અને તેનો વેગ તથા ગતિઊર્જા કોઈ ઊર્જાના ખર્ચ વિના સતત વધશે. જો આમ થઈ શકે, તો કોઈ યોગ્ય વ્યવસ્થા દ્વારા શાશ્વત-ગતિવાળું મશીન બનાવી શકાય. આ ઊર્જાના સંરક્ષણના નિયમનું ઉલ્લંઘન કરે છે અને તેથી તે શક્ય નથી.

હવે આકૃતિ 6.6(a)માં બતાવવામાં આવેલ સાચો કિસ્સો ધ્યાનમાં લો. આ પરિસ્થિતિમાં, ગજિયો ચુંબક પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહને કારણે અપાકર્ષણ બળ અનુભવે છે. તેથી, આ ચુંબકને ખસેડવા માટે કોઈ વ્યક્તિને કાર્ય કરવું પડે છે. વ્યક્તિ દ્વારા જે ઊર્જા ખર્ચવામાં આવે છે તે ક્યાં જાય છે ? આ ઊર્જાનો પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહ દ્વારા જૂલ-હિટીંગ વડે વ્યય થાય છે.

ઉદાહરણ 6.4

આકૃતિ 6.7માં જુદા જુદા આકારના સમતલ ગાળાઓ દર્શાવેલ છે, જે લૂપના સમતલને લંબ અને વાંચકથી દૂર તરફની દિશામાંના ચુંબકીયક્ષેત્રમાંથી બહારની તરફ કે અંદરની તરફ ગતિ કરે છે. લેન્ઝના નિયમનો ઉપયોગ કરીને દરેક ગાળામાં પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા નિર્ધારિત કરો.



આકૃતિ 6.7

ઉકેલ

- (i) ચુંબકીયક્ષેત્રના વિસ્તારમાં ગાળાની ગતિને લીધે લંબચોરસ ગાળા $abcd$ માં ચુંબકીય ફ્લક્સ વધે છે. પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહ માર્ગ $bcdab$ પર જ વહેતો હોવો જોઈએ જેથી તે વધતા ફ્લક્સનો વિરોધ કરે.
 - (ii) (ક્ષેત્રમાંથી) બહાર તરફની ગતિને કારણે, ત્રિકોણાકાર ગાળા abc માં ચુંબકીય ફ્લક્સ ઘટે છે, જેના કારણે પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહ $bacb$ દિશામાં વહે છે, જેથી ફ્લક્સના ફેરફારનો વિરોધ કરી શકે છે.
 - (iii) ચુંબકીયક્ષેત્રના વિસ્તારમાં અનિયમિત આકારના ગાળા $abcd$ ની ગતિને કારણે ચુંબકીય ફ્લક્સ ઘટે છે. પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહ $cdabc$ દિશામાં વહે જેથી ફ્લક્સના ફેરફારનો વિરોધ કરી શકાય છે.
- નોંધો કે, જ્યાં સુધી ગાળાઓ ચુંબકીયક્ષેત્રના વિસ્તારની સંપૂર્ણ અંદર અથવા સંપૂર્ણ બહાર હોય ત્યાં સુધી કોઈ પ્રવાહ પ્રેરિત થશે નહીં.

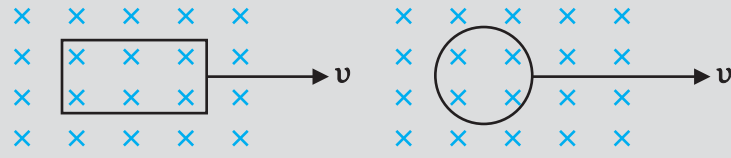
ઉદાહરણ 6.4

ઉદાહરણ 6.5

- (a) જડિત રાખેલ બે કાયમી ચુંબકના ઉત્તર અને દક્ષિણપ્રુવો વચ્ચેના ચુંબકીયક્ષેત્રમાં એક બંધ ગાળાને સ્થિર રાખેલ છે. શું આપણે ખૂબ જ શક્તિશાળી ચુંબકનો ઉપયોગ કરીને આ ગાળામાં વિદ્યુતપ્રવાહ ઉત્પન્ન કરવાની આશા રાખી શકીએ ?
- (b) એક બંધ ગાળો એક મોટા કેપેસિટરની તક્તીઓ (Plates) વચ્ચે અચળ વિદ્યુતક્ષેત્રને લંબ ગતિ કરે છે. શું આ ગાળામાં (i) જ્યારે તે સંપૂર્ણ રીતે કેપેસિટર પ્લેટ્સની વચ્ચે હોય કે (ii) જ્યારે તે આંશિક રીતે કેપેસિટરની તક્તીની બહાર હોય ત્યારે વિદ્યુતપ્રવાહ પ્રેરિત થશે ? આ વિદ્યુતક્ષેત્ર ગાળાના સમતલને લંબ છે.
- (c) એક લંબચોરસ ગાળો અને એક વર્તુળાકાર ગાળો એક સમાન ચુંબકીયક્ષેત્રવાળા વિસ્તારમાંથી બહારની તરફ એક ક્ષેત્ર-મુક્ત વિસ્તાર તરફ અચળ વેગ v સાથે ગતિ

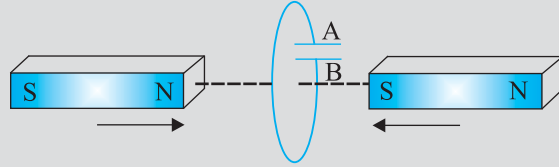
ઉદાહરણ 6.5

કરે છે (આકૃતિ 6.8). ક્ષેત્ર પ્રદેશથી બહારની તરફના માર્ગમાં કયા ગાળામાં તમે અપેક્ષા કરી શકો કે પ્રેરિત emf અચળ રહેશે? આ વિદ્યુતક્ષેત્ર ગાળાના સમતલને લંબ છે.



આકૃતિ 6.8

(d) આકૃતિ 6.9 દ્વારા વર્ણવેલ પરિસ્થિતિમાં કેપેસિટરની ધ્રુવત્વ (Polarity-ધન કે ઋણ)નું અનુમાન કરો.



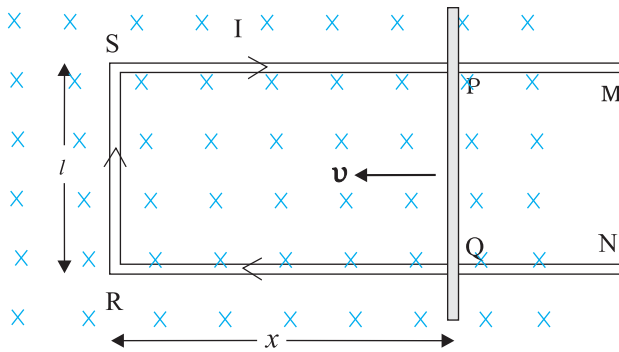
આકૃતિ 6.9

ઉકેલ

- ના. ખૂબ જ શક્તિશાળી ચુંબક હોય તો પણ ગાળામાં વિદ્યુતપ્રવાહ ફક્ત ચુંબકીય ફ્લક્સ બદલીને જ પ્રેરિત કરી શકાય છે.
- કોઈ પણ કિસ્સામાં પ્રવાહ પ્રેરિત થતો નથી. વિદ્યુત ફ્લક્સને બદલીને વિદ્યુતપ્રવાહ પ્રેરિત કરી શકાતો નથી.
- માત્ર લંબચોરસ ગાળાના કિસ્સામાં જ પ્રેરિત emf અચળ રહેવાની ધારણા છે. ગોળાકાર ગાળાના કિસ્સામાં, ક્ષેત્રના વિસ્તારમાંથી બહાર નીકળતા ગાળાના વિસ્તારના ફેરફારનો દર અચળ નથી, તેથી પ્રેરિત emf તેને અનુરૂપ બદલાશે.
- કેપેસિટરમાં પ્લેટ 'A'નું ધ્રુવત્વ પ્લેટ 'B'ના સંદર્ભમાં ધન હશે.

6.6 ગતિકીય વિદ્યુતચાલક બળ (MOTIONAL ELECTROMOTIVE FORCE)

ચાલો આપણે એક સીધા વાહકને નિયમિત અને સમય-સ્વતંત્ર ચુંબકીયક્ષેત્રમાં ગતિ કરતો વિચારીએ. આકૃતિ 6.10માં લંબચોરસ વાહક PQRS દર્શાવે છે, જેમાં વાહક PQ ગતિ કરવા માટે મુક્ત છે.



આકૃતિ 6.10 ભુજ PQને ડાબી બાજુએ ખસેડવામાં આવે છે, તેથી, લંબચોરસ ગાળાનું ક્ષેત્રફળ ઘટતું જાય છે. આ ગતિવિધિ અત્રે દર્શાવ્યા મુજબ વિદ્યુતપ્રવાહ I પ્રેરિત કરે છે.

આ સળિયા PQને આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ અચળ વેગ v થી ડાબી તરફ ગતિ કરાવવામાં આવે છે. ધારોકે, ઘર્ષણને કારણે ઊર્જાનો કોઈ વ્યય થતો નથી. PQRS એક બંધ પરિપથ બનાવે છે જેના વડે ઘેરાયેલ ક્ષેત્રફળ PQની ગતિ સાથે બદલાય છે. તેને આ ગોઠવણના સમતલને લંબ એવા એક સમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર B માં મૂકવામાં આવેલ છે. જો લંબાઈ $RQ = x$ અને $RS = l$ હોય તો, ગાળા PQRS દ્વારા ઘેરાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સ

$$\Phi_B = B/x \text{ હશે.}$$

x સમય સાથે બદલાતું હોવાથી ફ્લક્સ Φ_B ના ફેરફારનો દર emf પ્રેરિત કરશે, જેને નીચે મુજબ આપી શકાય :

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= \frac{-d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(Blx) \\ &= -Bl \frac{dx}{dt} = Blv\end{aligned}\quad (6.5)$$

જ્યાં, આપણે $dx/dt = -v$ ઉપયોગ કર્યો છે, તે વાહક PQની ઝડપ છે. પ્રેરિત emf , Blv ને ગતિકીય emf કહેવામાં આવે છે. આમ, આપણે ચુંબકીયક્ષેત્રને બદલ્યા વગર વાહકને ખસેડીને અર્થાત, પરિપથ દ્વારા ઘેરાયેલા ચુંબકીય ફ્લક્સને બદલીને પ્રેરિત emf ઉત્પન્ન કરી શકીએ છીએ.

વાહક PQના મુક્ત વિદ્યુતભાર વાહક કણો પર લાગતા લોરેન્ઝ બળને ધ્યાનમાં લઈને પણ સમીકરણ (6.5)માં અભિવ્યક્ત કરેલ ગતિકીય emf ને સમજાવી શકાય છે. આ વાહક PQમાં કોઈપણ યથેચ્છ વિદ્યુતભાર q લો. જ્યારે આ સળિયો v ઝડપથી ગતિ કરે છે, ત્યારે આ વિદ્યુતભાર પણ ચુંબકીયક્ષેત્ર B માં v ઝડપ સાથે ગતિ કરશે. આ વિદ્યુતભાર પર qvB મૂલ્યનું લોરેન્ઝ બળ લાગે છે અને તેની દિશા Q તરફની છે. સળિયા PQ પર તેમના સ્થાનથી સ્વતંત્ર તમામ વિદ્યુતભારો આ જ મૂલ્ય અને દિશાના બળનો અનુભવ કરે છે. વિદ્યુતભારને P થી Q સુધી ખસેડવા માટે થતું કાર્ય

$$W = qvBl \text{ છે.}$$

emf એ એકમ વિદ્યુતભાર દીઠ થતું કાર્ય હોવાથી

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= \frac{W}{q} \\ &= Blv\end{aligned}$$

આ સમીકરણ સળિયાના બે છેડા વચ્ચે પ્રેરિત emf આપે છે અને સમીકરણ (6.5)ને સમતૂલ્ય છે. અમે અહીં એ વાત પર ભાર મુકીએ છીએ કે અમારી આ રજૂઆત સંપૂર્ણરૂપે પરિપૂર્ણ નથી, પરંતુ જ્યારે એક વાહક સમાન અને સમય-સ્વતંત્ર ચુંબકીયક્ષેત્રમાં ગતિ કરતો હોય ત્યારે આ આપણને ફેરેડેના નિયમના આધારને સમજવામાં મદદ કરે છે.

બીજી તરફ, તે સ્પષ્ટ નથી કે જ્યારે વાહક સ્થિર હોય અને ચુંબકીયક્ષેત્ર બદલાતું હોય ત્યારે emf કેવી રીતે પ્રેરિત થાય છે – આ એ હકીકત છે, કે જે ફેરેડેએ ઘણા પ્રયોગો દ્વારા ચકાસી હતી. એક સ્થિર વાહકના કિસ્સામાં, તેના વિદ્યુતભારો પરનું બળ

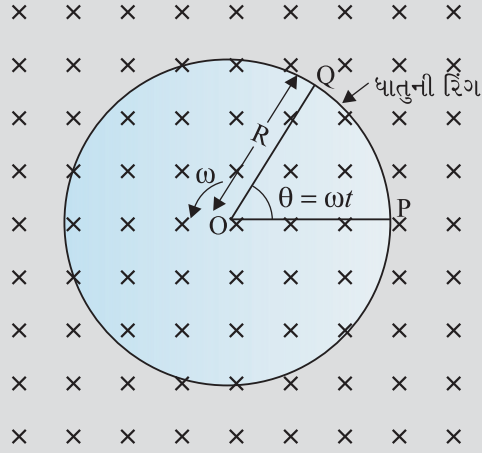
$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) = q\mathbf{E}\quad (6.6)$$

દ્વારા આપવામાં આવે છે કારણ કે, $\mathbf{v} = 0$ છે. તેથી, વિદ્યુતભાર પર લાગતું કોઈ પણ બળ માત્ર વિદ્યુતક્ષેત્રના પદ \mathbf{E} માંથી ઉદ્ભવશે. તેથી, પ્રેરિત emf અથવા પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહના અસ્તિત્વને સમજાવવા માટે, આપણે એવું ધારવું જ પડે કે સમય સાથે બદલાતું ચુંબકીયક્ષેત્ર વિદ્યુતક્ષેત્રને ઉત્પન્ન કરે છે. જો કે, આપણે એ માનવા માટે ઉતાવળ કરીએ છીએ કે, સ્થિર વિદ્યુતભાર દ્વારા ઉત્પાદિત વિદ્યુતક્ષેત્ર અને સમય સાથે બદલાતા ચુંબકીયક્ષેત્રો દ્વારા ઉત્પાદિત વિદ્યુતક્ષેત્રને અલગ અલગ ગુણધર્મો હોય છે. પ્રકરણ-4માં, આપણે શીષ્યા કે ગતિમાન વિદ્યુતભાર (વિદ્યુતપ્રવાહ) સ્થિર ચુંબક પર બળ/બળયુગ્મ (ટોર્ક) લગાવી શકે છે. તેથી ઉલટું, ગતિમાન ગજિયો ચુંબક (અથવા વધુ વ્યાપક રીતે, બદલાતું ચુંબકીયક્ષેત્ર) સ્થિર વિદ્યુતભાર પર બળ લગાડી શકે છે. ફેરેડેની શોધનું આ મૂળભૂત મહત્ત્વ છે. વિદ્યુત અને ચુંબકત્વ સંબંધિત છે.

ઉદાહરણ 6.6 જેનો એક છેડો 1 m ત્રિજ્યાના ગોળાકાર ધાતુની રિંગ (વલય)ના કેન્દ્રમાં લટકાવેલ અને બીજો છેડો પરિઘ પર હોય તેવા 1 m ની લંબાઈના ધાતુના એક સળિયાને 50 rev/s આવૃત્તિ સાથે કેન્દ્રમાંથી પસાર થતી અને રિંગના સમતલને લંબ અક્ષને અનુલક્ષીને ભ્રમણ કરાવવામાં આવે છે (આકૃતિ 6.11). અક્ષને સમાંતર 1 Tનું અચળ અને એકસમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર બધે જ પ્રવર્તીત છે. આ કેન્દ્ર અને ધાતુની રિંગ વચ્ચે કેટલું emf હશે ?



Interactive animation on motional emf :
<http://ngsir.netfirms.com/englishhtm/Induction.htm>
http://webphysics.davidson.edu/physlet_resources/bu_semester2/index.html



આકૃતિ 6.11

ઉકેલ

રીત - I

જેમ સળિયો ફરે છે તેમ, લોરેન્ઝ બળને કારણે સળિયાના મુક્ત ઇલેક્ટ્રોન બાહ્ય છેડા તરફ ગતિ કરે છે અને રિંગ પર વિતરીત થાય છે. આ રીતે, વિદ્યુતભારોના અલગ થવાના પરિણામે સળિયાના છેડા વચ્ચે emf ઉત્પન્ન થાય છે. emf ના કોઈ એક ચોક્કસ મૂલ્ય માટે આનાથી વધુ ઇલેક્ટ્રોનનું વહન નથી હોતું અને એક સ્થિર સ્થિતિ પ્રાપ્ત થાય છે. સમીકરણ (6.5)નો ઉપયોગ કરીને, સળિયો ચુંબકીયક્ષેત્રને કાટખૂણે ગતિ કરતો હોવાથી તેની લંબાઈ dr માં ઉત્પન્ન થતાં emf નું મૂલ્ય નીચે મુજબ આપવામાં આવે છે,

$$d\varepsilon = Bvdr. \text{ તેથી}$$

$$\varepsilon = \int d\varepsilon = \int_0^R Bvdr = \int_0^R B\omega r dr = \frac{B\omega R^2}{2}$$

નોંધો કે આપણે $v = \omega r$ નો ઉપયોગ કર્યો છે. આ પરથી

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{1}{2} \times 1.0 \times 2\pi \times 50 \times (1^2) \\ &= 157 \text{ V} \end{aligned}$$

રીત - II

આ emf ની ગણતરી કરવા માટે, આપણે બંધ ગાળો OPQની કલ્પના કરી શકીએ છીએ, જેમાં બિંદુ O અને P, અવરોધ R સાથે જોડાયેલા છે અને OQ ભ્રમણ કરતો સળિયો છે. અવરોધના બે છેડા વચ્ચેનો વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત એ પ્રેરિત emf ની બરાબર છે અને $B \times$ (ગાળાના ક્ષેત્રફળના ફેરફારનો દર) જેટલો છે. જો t સમયે સળિયા અને P પર વર્તુળની ત્રિજ્યા વચ્ચેનો ખૂણો θ હોય તો તે OPQ વિભાગનું ક્ષેત્રફળ

$$\pi R^2 \times \frac{\theta}{2\pi} = \frac{1}{2} R^2 \theta \text{ દ્વારા આપવામાં આવે છે.}$$

જ્યાં R એ વર્તુળની ત્રિજ્યા છે. તેથી, પ્રેરિત emf

$$\varepsilon = B \times \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} R^2 \theta \right] = \frac{1}{2} BR^2 \frac{d\theta}{dt} = \frac{B\omega R^2}{2}$$

$$[\text{નોંધો : } \frac{d\theta}{dt} = \omega = 2\pi\nu]$$

આ સમીકરણ રીત I દ્વારા મેળવાયેલ સમીકરણને સમાન છે અને આપણને દના સમાન મૂલ્ય મળે છે.

ઉદાહરણ 6.7 0.5 mના લંબાઈના ધાતુના 10 આરા (Spoke) ધરાવતું એક વ્હીલ એક સ્થળ પર પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રના સમક્ષિતિજ ઘટક H_E ને લંબ એવા એક સમતલમાં 120 rev/minની ઝડપે ફરે છે. જો આ સ્થાન પર $H_E = 0.4 \text{ G}$, હોય તો ધરી (Axle) અને વ્હીલના રિમ વચ્ચે પ્રેરિત emf શું હશે? નોંધો કે $1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$.

ઉકેલ

$$\begin{aligned} \text{પ્રેરિત } emf &= (1/2) \omega B R^2 \\ &= (1/2) \times 4\pi \times 0.4 \times 10^{-4} \times (0.5)^2 \\ &= 6.28 \times 10^{-5} \text{ V} \end{aligned}$$

અહીં, આરાની સંખ્યા અગત્યની નથી કારણકે આરામાનું emf સમાંતર છે.

ઉદાહરણ 6.7

6.7 ઊર્જાની વિચારણા : એક માત્રાત્મક અભ્યાસ

(ENERGY CONSIDERATION : A QUANTITATIVE STUDY)

પરિચ્છેદ 6.5માં, આપણે ગુણાત્મક રીતે ચર્ચા કરી કે લેન્ડનો નિયમ ઊર્જા સંરક્ષણના નિયમ સાથે સુસંગત છે. હવે આપણે આ પાસાને નક્કર ઉદાહરણ સાથે સમજવાનો પ્રયત્ન કરીશું.

આકૃતિ 6.10માં બતાવ્યા પ્રમાણે, લંબચોરસ સુવાહક લો કે જેની સરકી શકે તેવી PQ બાજુનો અવરોધ r છે. આપણે ધારીએ છીએ કે બાકીની બાજુઓ QR, RS અને SPના અવરોધ એ r ની તુલનામાં અવગણ્ય છે. આમ, લંબચોરસ લૂપનો સમગ્ર અવરોધ r છે અને જેમ PQ ખસેડવામાં આવે છે તેમ આ બદલાતો નથી. આ ગાળામાં વિદ્યુતપ્રવાહ I છે,

$$\begin{aligned} I &= \frac{\mathcal{E}}{r} \\ &= \frac{Blv}{r} \end{aligned} \quad (6.7)$$

ચુંબકીયક્ષેત્રની હાજરીના લીધે, બાજુ PQ પર એક બળ હશે. આ બળ $I(\mathbf{l} \times \mathbf{B})$, બહારની તરફ સળિયાના વેગથી વિરુદ્ધ દિશામાં લાગે છે. આ બળનું મૂલ્ય,

$$F = I l B = \frac{B^2 l^2 v}{r}$$

છે અહીં, આપણે સમીકરણ (6.7)નો ઉપયોગ કર્યો છે. નોંધો કે, આ બળ સળિયાની દિશામાં વિદ્યુતભારો (વિદ્યુતપ્રવાહ માટે જવાબદાર)ના ડ્રિફ્ટ વેગ અને પરિણામે તેમના પર લાગતાં લોરેન્ડ બળના કારણે છે.

વૈકલ્પિક રીતે, બાજુ PQને અચળ ઝડપ v સાથે ગતિ કરાવવામાં આવે, આમ કરવા માટે જરૂરી પાવર

$$\begin{aligned} P &= Fv \\ &= \frac{B^2 l^2 v^2}{r} \end{aligned} \quad (6.8)$$

છે. અત્રે, આમ કરવા જરૂરી પરિબળ એ યાંત્રિક છે. આ યાંત્રિક ઊર્જા ક્યાં જાય છે? જવાબ છે : તે જૂલ ઉષ્મા (Joule Heat) તરીકે વ્યય પામે છે, અને તેને

$$P_J = I^2 r = \left(\frac{Blv}{r} \right)^2 r = \frac{B^2 l^2 v^2}{r}$$

દ્વારા આપવામાં આવે છે. જે સમીકરણ (6.8) ને સમાન છે.

આમ, યાંત્રિકઊર્જા કે જે ભુજા PQને ખસેડવા માટે જરૂરી હતી તે વિદ્યુતઊર્જા (પ્રેરિત emf) અને પછી ઊષ્મા ઊર્જામાં રૂપાંતરિત થાય છે.

પરિપથમાંથી વહન પામતા વિદ્યુતભાર અને ચુંબકીય ફ્લક્સમાં થતા ફેરફાર વચ્ચે એક રસપ્રદ સંબંધ છે. ફેરેડેના નિયમ પરથી, આપણે શીખ્યા છીએ કે પ્રેરિત emf નું મૂલ્ય

$$|\mathcal{E}| = \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \text{ છે.}$$

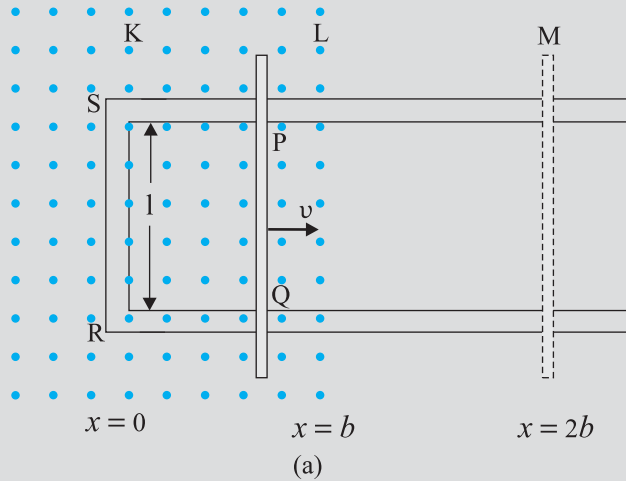
જો કે,

$$|\mathcal{E}| = Ir = \frac{\Delta Q}{\Delta t} r$$

આમ,

$$\Delta Q = \frac{\Delta\Phi_B}{r}$$

ઉદાહરણ 6.8 આકૃતિ 6.12 (a)નો સંદર્ભ લો. લંબચોરસ વાહકની ભુજા PQને $x=0$ થી બહારની તરફ ગતિ કરાવવામાં આવે છે. એકસમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર સમતલને લંબ છે અને $x=0$ થી $x=b$ સુધી વિસ્તરેલ છે અને $x > b$ માટે શૂન્ય છે. માત્ર ભુજા PQ જ નોંધપાત્ર અવરોધ r ધરાવે છે. જ્યારે PQને અચળ ઝડપ v સાથે $x=0$ થી $x=2b$ સુધી બહારની તરફ ખેંચવામાં આવે અને ત્યારબાદ $x=0$ પર પરત ખસેડવામાં આવે તે સ્થિતિનો વિચાર કરો. ફ્લક્સ, પ્રેરિત emf , ભુજાને ખેંચવા માટે જરૂરી બળ અને જૂલ ઊષ્મા તરીકે વ્યય થતા પાવર માટેના સૂત્રો મેળવો. અંતર સાથે આ રાશિઓના બદલાવને રેખાંકિત કરો.



આકૃતિ 6.12

ઉકેલ

પહેલા આપણે $x=0$ થી $x=2b$ આગળની ગતિ માટે વિચાર કરીએ. આ પરિપથ SPQR સાથે જોડાયેલા ફ્લક્સ Φ_B છે.

$$\begin{aligned} \Phi_B &= Blx & 0 \leq x < b \\ &= Blb & b \leq x < 2b \end{aligned}$$

પ્રેરિત emf

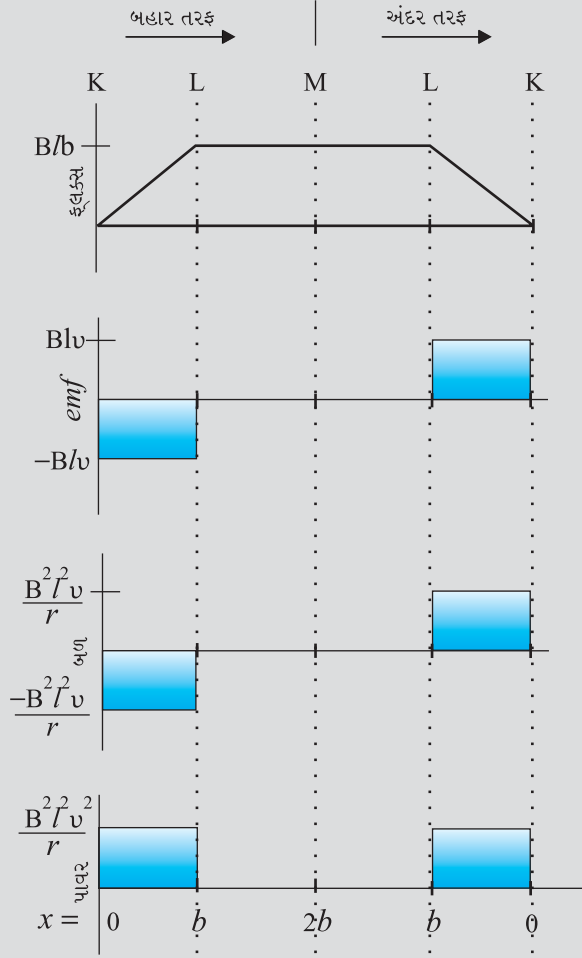
$$\mathcal{E} = \frac{-d\Phi_B}{dt}$$

$$= -Blv \quad 0 \leq x < b$$

$$= 0 \quad b \leq x < 2b$$

જ્યારે પ્રેરિત emf શૂન્ય ના હોય, ત્યારે વિદ્યુતપ્રવાહ I (મૂલ્યમાં)

$$I = \frac{Blv}{r}$$



(b)
આકૃતિ 6.12

I/B એ ભુજા PQને સતત અચળ ગતિમાં રાખવા માટે જરૂરી બળ છે. તેની દિશા ડાબી તરફની છે. આ બળનું માન

$$F = \frac{B^2 l^2 v}{r} \quad 0 \leq x < b$$

$$= 0 \quad b \leq x < 2b$$

જૂલ ઉષ્માનો વ્યય

$$P_j = I^2 r$$

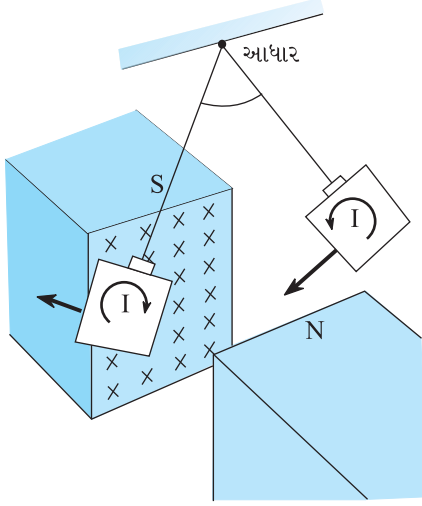
$$= \frac{B^2 l^2 v^2}{r} \quad 0 \leq x < b$$

$$= 0 \quad b \leq x < 2b.$$

આમ $x = 2b$ થી $x = 0$ ની અંદર ગતિ માટે સમાન સૂત્રો મળે છે. આકૃતિ 6.12(b)માં પ્રદર્શિત વિવિધ રાશિઓના ચિત્રનું અવલોકન કરીને સમગ્ર પ્રક્રિયાને સમજી શકાય છે.

6.8 ધૂમરી પ્રવાહો (EDDY CURRENTS)

અત્યાર સુધી આપણે વાહકમાં વર્તુળાકાર ગાળા જેવા સુવ્યાખ્યાયિત પથમાં પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહોનો અભ્યાસ કર્યો છે. વાહકના મોટા ટુકડાઓને પણ જ્યારે બદલાતાં ચુંબકીય ફ્લક્સમાં મૂકવામાં આવે છે, ત્યારે તેમાં પણ પ્રેરિત પ્રવાહો ઉત્પન્ન થાય છે. જો કે, તેમના



આકૃતિ 6.13 ચુંબકીયક્ષેત્રના વિસ્તારમાં પ્રવેશતા કે તેમાંથી બહાર જતાં, તાંબાની પ્લેટમાં ધૂમરી પ્રવાહો ઉત્પન્ન થાય છે.

વહનની પેટર્ન (ભાત, પ્રકાર) પાણીમાં ધૂમરાતાં વમળો જેવી હોય છે. આ અસર ભૌતિકશાસ્ત્રી ફૂકો (1819-1868) દ્વારા શોધવામાં આવી હતી અને આ પ્રવાહોને ધૂમરી પ્રવાહ કહેવામાં આવે છે.

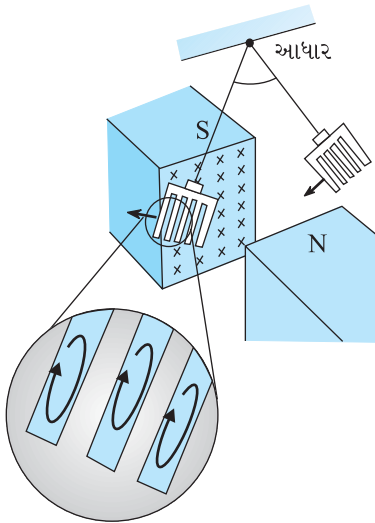
આકૃતિ 6.13માં બતાવ્યા પ્રમાણેનું એક ઉપકરણ ધ્યાનમાં લો. એક પ્રબળ ચુંબકના ધ્રુવો વચ્ચે તાંબાની પ્લેટને એક સરળ લોલકની જેમ દોલન કરવા દેવામાં આવે છે. આમાં એવું જોવા મળ્યું કે દોલન ગતિનું અવમંદન થાય છે અને થોડાક સમયમાં પ્લેટ ચુંબકીયક્ષેત્રમાં સ્થિર થઈ જાય છે. આપણે વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણના આધારે આ ઘટનાને સમજાવી શકીએ છીએ. જ્યારે પ્લેટ ચુંબકીય ધ્રુવો વચ્ચેના વિસ્તારમાં પ્રવેશ કરે અને બહાર નીકળે છે, ત્યારે આ પ્લેટ સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સ સતત બદલાતું રહે છે. આ ફ્લક્સનો ફેરફાર પ્લેટમાં ધૂમરી પ્રવાહ પ્રેરિત કરે છે. જ્યારે પ્લેટ, ધ્રુવો વચ્ચેના વિસ્તારમાં પ્રવેશે છે ત્યારે અને જ્યારે તે આ વિસ્તારમાંથી બહાર જાય છે, ત્યારે ધૂમરી પ્રવાહોની દિશા વિરુદ્ધ હોય છે.

આકૃતિ 6.14માં બતાવ્યા પ્રમાણે જો કોંપર પ્લેટમાં લંબચોરસ ખાંચા પાડવામાં આવે તો ધૂમરી પ્રવાહોના વહન માટે ઉપલબ્ધ વિસ્તાર ઓછો થાય છે. આમ, છિદ્ર અથવા ખાંચા ધરાવતી લોલકની પ્લેટ વિદ્યુતચુંબકીય અવમંદન ઘટાડે છે અને પ્લેટ વધુ મુક્તપણે ઝૂલે છે. નોંધો કે પ્રેરિત પ્રવાહોની ચુંબકીય ચાકમાત્રાઓ (જે ગતિનો વિરોધ કરે છે) પ્રવાહો દ્વારા ઘેરાતા ક્ષેત્રફળ પર આધાર રાખે છે (પ્રકરણ-4માંનું સમીકરણ $m = IA$ યાદ કરો).

આ હકીકત ટ્રાન્સફોર્મર્સના ધાતુના ગર્ભ (Cores)માં ધૂમરી પ્રવાહ ઘટાડવામાં મદદરૂપ થાય છે. ઈલેક્ટ્રીક મોટર અને આવા અન્ય ઉપકરણોમાં ગૂંચળું ધાતુના ગર્ભ પર વીંટાળેલ હોય છે. ધૂમરી પ્રવાહો અનિચ્છનીય છે કારણ કે તેઓ ગર્ભને ગરમ કરે છે અને ઉષ્માના સ્વરૂપમાં વિદ્યુતઊર્જાનો વ્યય કરે છે. ધાતુનો ગર્ભ બનાવવા માટે ધાતુના આવરણો (સૂક્ષ્મ પડ) (Laminations)નો ઉપયોગ કરીને ધૂમરી પ્રવાહોને ઘટાડી શકાય છે. આ આવરણો એ વાર્નિશ (Lacquer) જેવા અવાહક પદાર્થથી અલગ પાડેલ હોય છે. આ આવરણોનું સમતલ ચુંબકીયક્ષેત્રને સમાંતર જ ગોઠવવું જોઈએ, જેથી તેઓ ધૂમરી પ્રવાહના પથો કાપી શકે. આવી રચના ધૂમરી પ્રવાહની તીવ્રતા ઘટાડે છે. વિદ્યુત ઊર્જાનું ઉષ્મામાં વ્યય એ વિદ્યુતપ્રવાહની તીવ્રતાના વર્ગ પર આધાર રાખે છે. તેથી ઉષ્માના પ્રમાણમાં નોંધપાત્ર ઘટાડો થાય છે.

ધૂમરી પ્રવાહો કેટલીક રચનાઓના ઉપયોગોમાં લાભકારક છે જેમ કે :

- ટ્રેનમાં મેગ્નેટિક બ્રેકીંગ** : પ્રબળ (શક્તિશાળી) વિદ્યુતચુંબકો કેટલીક વિદ્યુત સંચાલિત ટ્રેનમાં પાટાઓની ઉપર સ્થિત હોય છે. જ્યારે વિદ્યુતચુંબકો સક્રિય થાય છે, ત્યારે ટ્રેનમાં પ્રેરિત ધૂમરી પ્રવાહ ટ્રેનની ગતિનો વિરોધ કરે છે. આમાં કોઈ યાંત્રિક જોડાણો ન હોવાથી બ્રેકીંગ અસર ઝટકા રહિત છે.
- વિદ્યુતચુંબકીય અવમંદન (Electromagnetic Damping)** : કેટલાંક ગેલ્વેનોમીટરમાં બિનચુંબકીય ધાતુની સામગ્રીમાંથી બનેલો સ્થિર ગર્ભ (કોર) હોય છે. જ્યારે ગૂંચળું દોલન કરે છે, ત્યારે ગર્ભમાં ઉત્પન્ન થયેલ ધૂમરી પ્રવાહો ગતિનો વિરોધ કરે છે અને ગૂંચળાને ઝડપથી સ્થિર સ્થિતિમાં લાવે છે.



આકૃતિ 6.14 તાંબાની પ્લેટમાં કાપેલા ખાંચાઓ ધૂમરી પ્રવાહોની અસર ઘટાડે છે.

- (iii) પ્રેરણ-ભટ્ટી (Induction Furnace) : ઈન્ડક્શન ફર્નેસના ઉપયોગથી ઉચ્ચ તાપમાન ઉત્પન્ન કરીને ઘટક ધાતુઓને પિગાળીને મિશ્રધાતુ તૈયાર કરી શકાય છે. જે ધાતુઓને ઓગાળવાની હોય તેની આસપાસ વીંટાળેલ ગૂંચળામાંથી એક ઉચ્ચ આવૃત્તિવાળો ઓલ્ટર્નેટીંગ પ્રવાહ (ac) પસાર કરવામાં આવે છે. ધાતુઓમાં ઉત્પન્ન થતા ધૂમરી પ્રવાહો તેને પીગાળી શકે તેટલા ઊંચા તાપમાનો ઉત્પન્ન કરે છે.
- (iv) ઈલેક્ટ્રીક પાવર મીટર : ઈલેક્ટ્રીક પાવર મીટર (એનાલોગ ટાઇપ)માં ચમકતી ધાતુની તક્તી (Disc), ધૂમરી પ્રવાહોને કારણે ફરે છે. ગૂંચળામાં જયાવર્તી (Sinusoidally) બદલાતાં પ્રવાહો દ્વારા ઉત્પન્ન ચુંબકીયક્ષેત્રો દ્વારા તક્તીમાં વિદ્યુતપ્રવાહો પ્રેરિત કરવામાં આવે છે. તમે તમારા ઘરના પાવર મીટરમાં ફરતી ચળકતી તક્તીને જોઈ શકો છો.

વિદ્યુતચુંબકીય અવમંદન (ELECTROMAGNETIC DAMPING)

એલ્યુમિનિયમ અને પીવીસીના બનેલા સમાન આંતરિક વ્યાસના બે પોલા પાતળા નળાકાર પાઈપ લો. રિટોર્ટ સ્ટેન્ડસ પર કલેમ્પ વડે તેમને ઊભી રાખો. પાઈપના આંતરિક વ્યાસ કરતા નાના વ્યાસનું નળાકાર ચુંબક લો અને તેને દરેક પાઈપમાં એવી રીતે પડવા દો કે ચુંબક તેના પતન દરમિયાન પાઈપોની બાજુઓને ન સ્પર્શે. તમે જોશો કે પીવીસી પાઈપમાં છોડવામાં આવેલું ચુંબક પાઈપમાંથી બહાર આવવા માટેનો તેટલો જ સમય લે છે, જેટલો પાઈપ વગર તે જ ઊંચાઈથી છોડવામાં આવે ત્યારે તે લેશે. દરેક કિસ્સામાં પાઈપમાંથી બહાર આવવા માટે તે જે સમય લે છે તે નોંધો. તમે જોશો કે ચુંબક એલ્યુમિનિયમ પાઈપના કિસ્સામાં વધારે સમય લે છે. આમ શા માટે છે ? તે ધૂમરી પ્રવાહોને કારણે છે કે જે એલ્યુમિનિયમ પાઈપમાં પેદા થાય છે, જે ચુંબકીય ફ્લક્સ ફેરફારનો એટલે કે, ચુંબકની ગતિનો વિરોધ કરે છે. ધૂમરી પ્રવાહને કારણે ગતિરોધક બળ ચુંબકની ગતિને અવરોધે છે. આવી ઘટનાઓને વિદ્યુતચુંબકીય અવમંદન (ઇલેક્ટ્રોમેગ્નેટિક ડેમ્પિંગ) તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. નોંધો કે, પીવીસી પાઈપમાં ધૂમરી પ્રવાહો પેદા થતા નથી કારણ કે તેનું દ્રવ્ય એક અવાહક છે જ્યારે એલ્યુમિનિયમ એક વાહક છે.

6.9 પ્રેરકત્વ (INDUCTANCE)

કોઈ એક ગૂંચળામાં તેના નજીક રહેલ અન્ય ગૂંચળા દ્વારા ફ્લક્સમાં ફેરફાર ઉત્પન્ન કરીને અથવા તે જ ગૂંચળા દ્વારા ફ્લક્સમાં ફેરફાર કરીને વિદ્યુતપ્રવાહ પ્રેરિત કરી શકાય છે. આ બે પરિસ્થિતિઓને હવે પછીના બે પેટા-વિભાગોમાં અલગથી વર્ણવવામાં આવેલ છે. જો કે, આ બંને કિસ્સાઓમાં, ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ વિદ્યુતપ્રવાહના સમપ્રમાણમાં છે. એટલે કે, $\Phi_B \propto I$. વધુમાં, જો ગૂંચળાનો આકાર (ભૂમિતિ) સમય સાથે બદલાતો ન હોય તો,

$$\frac{d\Phi_B}{dt} \propto \frac{dI}{dt}$$

ખૂબ જ નજીક વીંટાળેલ N આંટાવાળા ગૂંચળા માટે, બધા આંટા સાથે સમાન ચુંબકીય ફ્લક્સ સંકળાયેલ હોય છે. જ્યારે ગૂંચળાને સંલગ્ન ફ્લક્સ Φ_B માં ફેરફારો થાય છે, ત્યારે દરેક આંટો પ્રેરિત *emf* માં ફાળો આપે છે. તેથી, સંલગ્ન ફ્લક્સ (Flux Linkage) તરીકે ઓળખાતું એક પદ વપરાય છે. જે ખૂબ જ નજીક વીંટાળેલ આંટાવાળા ગૂંચળા માટે $N\Phi_B$ બરાબર હોય છે અને આવા કિસ્સામાં

$$N\Phi_B \propto I$$

આ સંબંધમાં સમપ્રમાણતા અચળાંકને પ્રેરકત્વ કહેવાય છે. આપણે જોઈશું કે, પ્રેરકત્વ ગૂંચળાની ભૂમિતિ (આકાર) અને દ્રવ્યના આંતરિક ગુણધર્મો પર જ આધાર રાખે છે. આ બાબત કેપેસિટન્સના જેવી છે, જે

સમાંતર પ્લેટ કેપેસિટર માટે પ્લેટનું ક્ષેત્રફળ અને પ્લેટ વચ્ચેના અંતર (ભૂમિતિ) અને વચ્ચે રહેલા માધ્યમના પરાવિદ્યુત (ડાઇઇલેક્ટ્રિક) અચળાંક K (દ્રવ્યનો આંતરિક ગુણધર્મ) પર આધારિત છે.

પ્રેરકત્વ એક અદિશ રાશિ છે. તેના પરિમાણો $[ML^2T^{-2}A^{-2}]$ છે, જે ફ્લક્સના પરિમાણોને પ્રવાહના પરિમાણો વડે ભાગીને (ભાગાકાર કરીને) આપવામાં આવે છે. પ્રેરકત્વનો SI એકમ હેન્રી (Henry) છે અને તેને H દ્વારા દર્શાવવામાં આવે છે. જોસેફ હેન્રી કે જેમણે USAમાં વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણ શોધ્યું હતું, તેમના માનમાં આ નામ આપવામાં આવ્યું હતું, જે ઈંગ્લેન્ડમાં ફેરેડેની શોધથી સ્વતંત્ર હતું.

6.9.1 અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ (Mutual Inductance)

આકૃતિ 6.15નો વિચાર કરો, જે l લંબાઈના લાંબા બે સમઅક્ષીય સોલેનોઇડ્સ દર્શાવે છે. આપણે અંદરના સોલેનોઇડ S_1 ની ત્રિજ્યાને r_1 અને એકમ લંબાઈ દીઠ આંટાની સંખ્યાને n_1 થી દર્શાવીએ છીએ. બાહ્ય સોલેનોઇડ S_2 માટે આ રાશિઓ અનુક્રમે r_2 અને n_2 છે. N_1 અને N_2 અનુક્રમે S_1 અને S_2 ગૂંચળાઓના કુલ આંટાઓની સંખ્યા દર્શાવે છે.

જ્યારે S_2 માં વિદ્યુતપ્રવાહ I_2 ને પસાર કરવામાં આવે છે, ત્યારે તે S_1 માં ચુંબકીય ફ્લક્સ પ્રસ્થાપિત કરે છે. ચાલો તેને (આંટાદીઠ ફ્લક્સને) Φ_1 દ્વારા દર્શાવીએ. આને અનુરૂપ સોલેનોઇડ S_1 સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ

$$N_1\Phi_1 = M_{12}I_2 \quad (6.9)$$

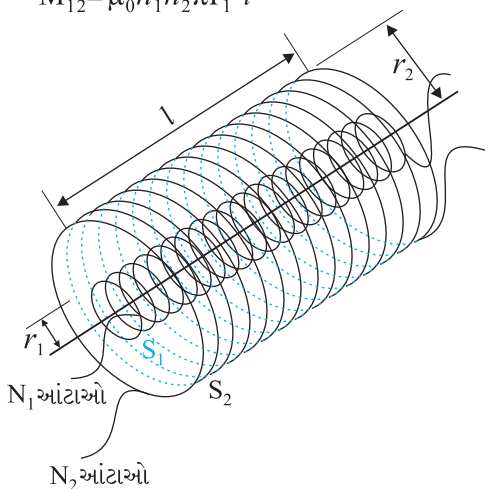
છે. M_{12} ને સોલેનોઇડ S_1 ના સોલેનોઇડ S_2 ની સાપેક્ષે અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. તેને અન્યોન્ય પ્રેરણ અચળાંક તરીકે પણ ઓળખવામાં આવે છે.

આ સાદા સમઅક્ષીય સોલેનોઇડ્સ માટે M_{12} ની ગણતરી કરવી શક્ય છે. વિદ્યુતપ્રવાહ I_2 ને કારણે S_2 માં ચુંબકીયક્ષેત્ર $\mu_0 n_2 I_2$ છે. પરિણામે ગૂંચળા S_1 સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ

$$\begin{aligned} N_1\Phi_1 &= (n_1 l) (\pi r_1^2) (\mu_0 n_2 I_2) \\ &= \mu_0 n_1 n_2 \pi r_1^2 l I_2 \end{aligned} \quad (6.10)$$

છે. જ્યાં, $n_1 l$ એ સોલેનોઇડ S_1 માંના કુલ આંટાઓની સંખ્યા છે. આમ, સમીકરણ (6.9) અને સમીકરણ (6.10) પરથી,

$$M_{12} = \mu_0 n_1 n_2 \pi r_1^2 l \quad (6.11)$$



આકૃતિ 6.15 સમાન લંબાઈ l ના બે લાંબા સમઅક્ષીય સોલેનોઇડ

નોંધો કે, આપણે ધાર (છેડા)ની અસરોને અવગણી છે અને ચુંબકીયક્ષેત્ર $\mu_0 n_2 I_2$ ને સોલેનોઇડ S_2 ની લંબાઈ અને પહોળાઈ પર એક સમાન લેવામાં આવેલ છે. સોલેનોઇડ લાંબો છે એટલે કે $l \gg r_2$ છે તે ધ્યાનમાં રાખતાં આ એક સારી સંનિકટતા છે.

આપણે હવે વિરુદ્ધ કિસ્સો ધ્યાનમાં લઈશું. એક વિદ્યુતપ્રવાહ I_1 સોલેનોઇડ S_1 માંથી પસાર થાય છે અને ગૂંચળા S_2 સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ

$$N_2\Phi_2 = M_{21}I_1 \quad (6.12)$$

છે. સોલેનોઇડ S_1 ના સાપેક્ષમાં M_{21} ને સોલેનોઇડ S_2 નું અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ કહેવામાં આવે છે.

વિદ્યુતપ્રવાહ I_1 ને કારણે S_1 માંના ફ્લક્સને સંપૂર્ણપણે S_1 ની અંદર જ મર્યાદિત થયેલ ધારી શકાય છે, કારણ કે સોલેનોઇડ ખૂબ જ લાંબો છે. આમ, સોલેનોઇડ S_2 સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ

$$N_2\Phi_2 = (n_2 l) (\pi r_1^2) (\mu_0 n_1 I_1)$$

છે. જ્યાં, $n_2 l$ એ S_2 ના કુલ આંટાઓની સંખ્યા છે. સમીકરણ (6.12) પરથી,

$$M_{21} = \mu_0 n_1 n_2 \pi r_1^2 l \quad (6.13)$$

સમીકરણ (6.11) અને સમીકરણ (6.12)નો ઉપયોગ કરતાં આપણને

$$M_{12} = M_{21} = M \text{ (ધારો)} \quad (6.14)$$

મળશે. આપણે લાંબા સમઅક્ષીય સોલેનોઇડ્સ માટે આ સમાનતા દર્શાવી છે. જો કે, આ સંબંધ વધુ વ્યાપક છે, નોંધો કે, જો આંતરિક સોલેનોઇડ એ બાહ્ય સોલેનોઇડ કરતાં ખૂબ ટૂંકા હોય (અને ખૂબ જ અંદર રાખવામાં આવેલ હોય), તો પણ હજુ આપણે સંકળાયેલ ફ્લક્સ $N_1 \Phi_1$ ગણી શકીએ છીએ, કારણ કે અંદરનો સોલેનોઇડ બાહ્ય સોલેનોઇડના કારણે ઉદ્ભવતા સમાન ચુંબકીયક્ષેત્રમાં અસરકારક રીતે સંપૂર્ણપણે રહેલ છે. આ કિસ્સામાં M_{12} ની ગણતરી સરળ હશે. જો કે, બાહ્ય સોલેનોઇડ સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સની ગણતરી કરવી અત્યંત મુશ્કેલ હશે કારણ કે અંદરના સોલેનોઇડને લીધે બાહ્ય સોલેનોઇડની લંબાઈ પર તેમજ આડછેદમાં ચુંબકીયક્ષેત્ર બદલાય છે. તેથી, આ M_{21} ની ગણતરી પણ આ કિસ્સામાં અત્યંત મુશ્કેલ હશે. આવી પરિસ્થિતિઓમાં સમાનતા $M_{12} = M_{21}$ ખૂબ ઉપયોગી છે.

આપણે ઉપરના ઉદાહરણમાં સોલેનોઇડની અંદરના માધ્યમને હવા ગણીને સમજાવ્યું છે. તેના બદલે, જો કોઈ સાપેક્ષ પરમીએબિલિટી μ_r વાળું માધ્યમ હાજર હોત, તો અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ

$$M = \mu_r \mu_0 n_1 n_2 \pi r_1^2 l$$

હશે. એ જાણવું પણ મહત્વનું છે કે ગૂંચળા, સોલેનોઇડ્સ, વગેરેની એક જોડીનું અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ, તેમની વચ્ચેના અંતર તેમજ તેમના સાપેક્ષ નમન પર આધારિત છે.

ઉદાહરણ 6.9 એ સમકેન્દ્રિત ગોળાકાર ગૂંચળા, એક નાની ત્રિજ્યા r_1 નું અને બીજું મોટી ત્રિજ્યા r_2 નું કે જ્યાં, $r_1 \ll r_2$ ને કેન્દ્રો સંપાત થાય તેમ સમઅક્ષીય મૂકવામાં આવેલ છે. આ ગોઠવણનું અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ મેળવો.

ઉકેલ

બાહ્ય ગોળાકાર ગૂંચળામાં વિદ્યુતપ્રવાહ I_2 વહે છે તેમ લો. આ ગૂંચળાના કેન્દ્રમાં ક્ષેત્ર $B_2 = \mu_0 I_2 / 2r_2$ છે. બીજું સમઅક્ષીય ગૂંચળું ખૂબ નાની ત્રિજ્યાનું હોવાના કારણે, B_2 ને તેના આડછેદના ક્ષેત્રફળ પર સમાન ગણી શકાય. તેથી,

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \pi r_1^2 B_2 \\ &= \frac{\mu_0 \pi r_1^2}{2r_2} I_2 \\ &= M_{12} I_2 \end{aligned}$$

આમ,

$$M_{12} = \frac{\mu_0 \pi r_1^2}{2r_2}$$

સમીકરણ (6.14) પરથી

$$M_{12} = M_{21} = \frac{\mu_0 \pi r_1^2}{2r_2}$$

નોંધો કે, આપણે ચુંબકીયક્ષેત્ર B_2 ને πr_1^2 ક્ષેત્રફળ પર સમાન ધારીને Φ_1 ની આશરે કિંમતથી M_{12} ની ગણતરી કરી છે. તેમ છતાં, આપણે આ મૂલ્ય સ્વીકારી શકીએ છીએ કારણ કે $r_1 \ll r_2$.

હવે, આપણે પરિચ્છેદ 6.2નો પ્રયોગ-6.3 યાદ કરીએ. તે પ્રયોગમાં, જ્યારે ગૂંચળા C_2 માંથી વહેતા વિદ્યુતપ્રવાહમાં કોઈ ફેરફાર થતો હતો ત્યારે ગૂંચળા C_1 માં emf પ્રેરિત થતું હતું. જ્યારે ગૂંચળા C_2 માં પ્રવાહ I_2 વહેતો હોય ત્યારે ગૂંચળા C_1 (N_1 આંટાવાળું માનો) સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ Φ_1 લો.

સમીકરણ (6.9) પરથી,

$$N_1\Phi_1 = MI_2$$

મળે. સમય સાથે બદલાતાં પ્રવાહ માટે,

$$\frac{d(N_1\Phi_1)}{dt} = \frac{d(MI_2)}{dt}$$

ગૂંચળા C_1 માં પ્રેરિત emf

$$\mathcal{E}_1 = -\frac{d(N_1\Phi_1)}{dt}$$

હોવાથી આપણને

$$\mathcal{E}_1 = -M \frac{dI_2}{dt} \text{ મળશે.}$$

આ દર્શાવે છે કે ગૂંચળામાં બદલાતો વિદ્યુતપ્રવાહ નજીકમાં રહેલ ગૂંચળામાં emf પ્રેરિત કરી શકે છે. આ પ્રેરિત emf નું મૂલ્ય વિદ્યુતપ્રવાહના ફેરફારના દર અને આ બે ગૂંચળાના અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ પર આધારિત છે.

6.9.2 આત્મ-પ્રેરકત્વ (Self-Inductance)

અગાઉના પેટા-વિભાગમાં, આપણે એક સોલેનોઇડમાં બીજા સોલેનોઇડના વિદ્યુતપ્રવાહને કારણે ઉત્પન્ન થતું ફ્લક્સ લીધું હતું. એ પણ શક્ય છે કે કોઈ એક અલગ કરેલાં ગૂંચળામાં, તેમાંથી જ વહેતા પ્રવાહમાં ફેરફાર કરીને થતા ફ્લક્સના ફેરફારથી પણ તેમાં emf પ્રેરિત થાય. આ ઘટનાને આત્મ-પ્રેરણ કહેવામાં આવે છે. આ કિસ્સામાં, N આંટાવાળા ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ એ ગૂંચળામાંના વિદ્યુતપ્રવાહના સમપ્રમાણમાં હોય છે અને તેને

$$N\Phi_B \propto I$$

$$N\Phi_B = LI \tag{6.15}$$

વડે દર્શાવવામાં આવે છે. જ્યાં, સમપ્રમાણ અચળાંક L ને ગૂંચળાનું આત્મ-પ્રેરકત્વ કહેવામાં આવે છે. તેને ગૂંચળાનો આત્મ-પ્રેરણ અચળાંક પણ કહેવાય છે. જ્યારે વિદ્યુતપ્રવાહ બદલાય છે ત્યારે ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ પણ બદલાય છે અને ગૂંચળામાં emf પ્રેરિત થાય છે. સમીકરણ (6.15) નો ઉપયોગ કરીને, પ્રેરિત emf ને

$$\mathcal{E} = -\frac{d(N\Phi_B)}{dt}$$

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt} \tag{6.16}$$

દ્વારા આપવામાં આવે છે.

આમ, આત્મ-પ્રેરિત emf ગૂંચળામાં વિદ્યુતપ્રવાહના કોઈ પણ ફેરફાર (વધારો અથવા ઘટાડો) નો હંમેશાં વિરોધ કરે છે.

સરળ ભૂમિતિ સાથેના પરિપથો માટે આત્મ-પ્રેરકત્વની ગણતરી કરવી શક્ય છે. આપણે આડછેદનું ક્ષેત્રફળ A , લંબાઈ l અને એકમ લંબાઈ દીઠ n આંટા ધરાવતા એક લાંબા સોલેનોઇડના આત્મ-પ્રેરકત્વની ગણતરી કરીએ. આ સોલેનોઇડમાં વહેતા પ્રવાહ I ના કારણે ચુંબકીયક્ષેત્ર $B = \mu_0 nI$ (અગાઉની જેમ ધાર (છેડા)ની અસરોની અવગણના કરતાં) છે. આ સોલેનોઇડ સાથે સંકળાયેલ કુલ ફ્લક્સ,

$$\begin{aligned} N\Phi_B &= (nl)(\mu_0 nI)(A) \\ &= \mu_0 n^2 A l I \end{aligned}$$

છે જ્યાં, nI એ આંટાઓની કુલ સંખ્યા છે. આમ, આત્મ-પ્રેરકત્વ

$$\begin{aligned} L &= \frac{N\Phi_B}{I} \\ &= \mu_0 n^2 A l \end{aligned} \quad (6.17)$$

છે. જો આપણે સોલેનોઇડની અંદર સાપેક્ષ પરમીએબિલિટી μ_r વાળું દ્રવ્ય ભરીએ (ઉદાહરણ તરીકે, નરમ લોખંડ, જે સાપેક્ષ પરમીએબિલિટીનું ઉચ્ચ મૂલ્ય ધરાવે છે), તો

$$L = \mu_r \mu_0 n^2 A l \quad (6.18)$$

આમ ગૂંચળાનું આત્મ-પ્રેરકત્વ તેની ભૂમિતિ પર અને માધ્યમની પરમીએબિલિટી પર આધારીત છે.

આત્મ-પ્રેરિત emf ને Back emf (પ્રતિ emf) તરીકે પણ ઓળખવામાં આવે છે, કારણ કે તે પરિપથમાં પ્રવાહમાં થતાં કોઈ પણ ફેરફારનો વિરોધ કરે છે. ભૌતિક રીતે, આત્મ-પ્રેરકત્વએ જડત્વની ભૂમિકા ભજવે છે. તે યંત્રશાસ્ત્રમાંના દ્રવ્યમાનનું વિદ્યુતચુંબકીય સમતુલ્ય છે. તેથી, પ્રવાહ પ્રસ્થાપિત કરવા માટે બેક emf (\mathcal{E}) વિરુદ્ધ કાર્ય કરવાની જરૂર પડે છે. આ રીતે કરવામાં આવેલ કાર્ય એ ચુંબકીય સ્થિતિઊર્જા તરીકે સંગ્રહિત થાય છે. કોઈ પણ ક્ષણે પરિપથમાં પ્રવાહ I માટે, કાર્ય થવાનો દર

$$\frac{dW}{dt} = |\mathcal{E}|I$$

છે. જો આપણે અવરોધકીય વ્યયની અવગણના કરીએ અને માત્ર પ્રેરણની (Inductive) અસરને જ ધ્યાનમાં લઈએ, તો સમીકરણ (6.16)નો ઉપયોગ કરીને,

$$\frac{dW}{dt} = LI \frac{dI}{dt}$$

પ્રવાહ I ને પ્રસ્થાપિત કરવા માટે કરવામાં આવેલ કાર્યનો કુલ જથ્થો

$$W = \int dW = \int_0^I LI dI$$

છે. આમ, પ્રવાહ I પ્રસ્થાપિત કરવા માટે જરૂરી ઊર્જા

$$W = \frac{1}{2} LI^2 \quad (6.19)$$

છે. આ સૂત્ર આપણને m દ્રવ્યમાન ધરાવતા કણની (યાંત્રિક) ગતિઊર્જા માટે $mv^2/2$ ની યાદ અપાવે છે અને દર્શાવે છે કે L એ m ને સમતુલ્ય છે (એટલે કે, L એ વિદ્યુત જડત્વ છે અને પરિપથમાં પ્રવાહની વૃદ્ધિ (વધારા) અને ક્ષયનો (ઘટાડાનો) વિરોધ કરે છે).

નજીક રહેલ બે ગૂંચળામાં કોઈ એક સમયે વહેતા પ્રવાહોનો એક સામાન્ય કિસ્સો ધ્યાનમાં લો. એક ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ સ્વતંત્ર રીતે અસ્તિત્વ ધરાવતાં બે ફ્લક્સના સરવાળા જેટલું હશે.

આમ, સમીકરણ (6.9)

$$N_1 \Phi_1 = M_{11} I_1 + M_{12} I_2$$

પ્રમાણે બદલાશે. જ્યાં M_{11} તે જ ગૂંચળાને કારણે પ્રેરકત્વ રજૂ કરે છે.

તેથી ફેરેડેના નિયમનો ઉપયોગ કરીને,

$$\mathcal{E}_1 = -M_{11} \frac{dI_1}{dt} - M_{12} \frac{dI_2}{dt}$$

અહીં M_{11} આત્મ-પ્રેરકત્વ છે અને તે L_1 તરીકે લખાય છે. તેથી,

$$\mathcal{E}_1 = -L_1 \frac{dI_1}{dt} - M_{12} \frac{dI_2}{dt}$$

ઉદાહરણ 6.10 (a) ચુંબકીયક્ષેત્ર B , ક્ષેત્રફળ A અને સૉલેનોઇડની લંબાઈ l ના પદમાં સૉલેનોઇડમાં સંગ્રહિત ચુંબકીય ઊર્જા માટેનું સૂત્ર મેળવો. (b) આ ચુંબકીય ઊર્જાને કેપેસિટરમાં સંગ્રહિત સ્થિત વિદ્યુત (Electrostatic) ઊર્જાની સાથે કેવી રીતે સરખાવી શકાય છે ?

ઉકેલ

(a) સમીકરણ (6.19) પરથી, ચુંબકીય ઊર્જા

$$\begin{aligned} U_B &= \frac{1}{2} Li^2 \\ &= \frac{1}{2} L \left(\frac{B}{\mu_0 n} \right)^2 && \text{(કારણ કે સૉલેનોઇડ માટે } B = \mu_0 nI) \\ &= \frac{1}{2} (\mu_0 n^2 Al) \left(\frac{B}{\mu_0 n} \right)^2 && \text{(સમીકરણ (6.17) પરથી)} \\ &= \frac{1}{2\mu_0} B^2 Al \end{aligned}$$

(b) એકમ કદ દીઠ ચુંબકીય ઊર્જા

$$\begin{aligned} u_B &= \frac{U_B}{V} && \text{(જ્યાં } V \text{ એ ફલક્સ ધરાવતું કદ છે.)} \\ &= \frac{U_B}{Al} \\ &= \frac{B^2}{2\mu_0} && (6.20) \end{aligned}$$

આપણે અગાઉ સમાંતર પ્લેટ કેપેસિટરમાં એકમ કદ દીઠ સંગ્રહિત સ્થિતવિદ્યુત (ઇલેક્ટ્રોસ્ટેટિક) ઊર્જાનું સૂત્ર મેળવેલ છે. (પ્રકરણ-2, સમીકરણ 2.77નો સંદર્ભ લો).

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \quad (2.77)$$

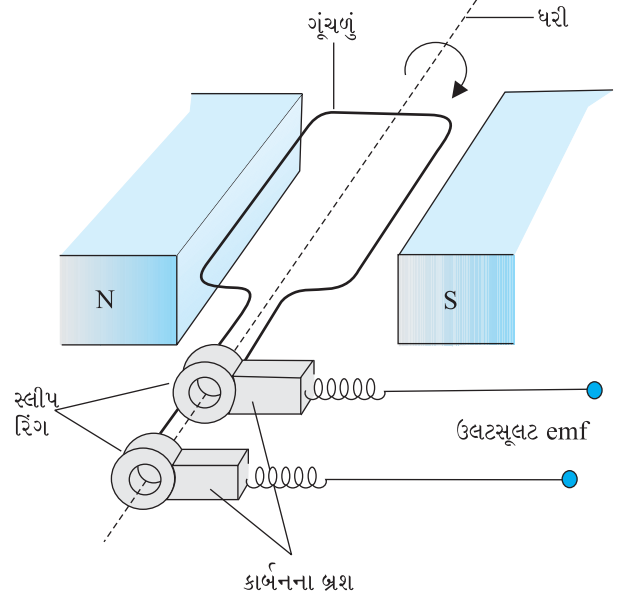
આ બંને કિસ્સાઓમાં ઊર્જા એ ક્ષેત્રની તીવ્રતાના વર્ગના સમપ્રમાણ છે. સમીકરણો (6.20) અને (2.77)એ અનુક્રમે સૉલેનોઇડ અને સમાંતર પ્લેટ કેપેસિટરના વિશિષ્ટ કિસ્સાઓ માટે તારવવામાં આવ્યા છે. પરંતુ તે અવકાશના કોઈ પણ વિસ્તાર માટે વ્યાપક અને સત્ય છે કે જેમાં ચુંબકીયક્ષેત્ર અથવા/અને વિદ્યુતક્ષેત્ર અસ્તિત્વ ધરાવે છે.

6.10 AC જનરેટર (AC GENERATOR)

વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણની ઘટનાને તકનીકી રીતે ઘણી બધી રીતે ઉપયોગમાં લેવામાં આવી છે. અત્યંત મહત્વપૂર્ણ ઉપયોગ એ ઓલ્ટરનેટિંગ કરંટ (ac)નું ઉત્પાદન છે. 100 MWની લાક્ષણિક ઉત્પાદન ક્ષમતા ધરાવતા આધુનિક ac જનરેટર અત્યંત વિકસિત યંત્ર છે. આ પરિચ્છેદમાં, આપણે આ યંત્ર પાછળના મૂળભૂત સિદ્ધાંતોનું વર્ણન કરીશું. યુગોસ્લાવિયાના શોધક નિકોલા ટેસ્લાને આ યંત્રના વિકાસનો શ્રેય આપવામાં આવે છે. પરિચ્છેદ 6.3માં જેમ નિર્દેશ કરવામાં આવ્યો છે, કે *emf* પ્રેરિત કરવા માટે ગાળાના નમનમાં ફેરફાર અથવા તેના અસરકારક ક્ષેત્રફળમાં ફેરફાર કરવો એ

એક પદ્ધતિ છે. ગૂંચળું ચુંબકીયક્ષેત્ર **B**માં ભ્રમણ કરે છે, ત્યારે આ ગાળાનું અસરકારક ક્ષેત્રફળ (ક્ષેત્રને લંબ સપાટી) $A \cos\theta$ છે, જ્યાં θ એ **A** અને **B** વચ્ચેનો ખૂણો છે. ફ્લક્સ ફેરફાર ઉત્પન્ન કરવાની આ પદ્ધતિ એ સરળ ac જનરેટરના કાર્યનો સિદ્ધાંત છે. ac જનરેટરએ યાંત્રિક ઊર્જાને વિદ્યુત ઊર્જામાં રૂપાંતરિત કરે છે.

ac જનરેટરના મૂળભૂત ભાગો આકૃતિ 6.16માં દર્શાવવામાં આવ્યા છે. તે રોટર શાફ્ટ પર જડિત એક ગૂંચળુ ધરાવે છે. આ ગૂંચળાના પરિભ્રમણની અક્ષ ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશાને લંબ હોય છે. આ ગૂંચળા (જેને આર્મેચર કહેવાય છે) ને યાંત્રિક રીતે કોઈ બાહ્ય માધ્યમ દ્વારા એકસમાન ચુંબકીયક્ષેત્રમાં ભ્રમણ કરાવવામાં આવે છે. આ ગૂંચળાનું પરિભ્રમણ એ તેને સંલગ્ન ચુંબકીય ફ્લક્સમાં ફેરફારનું કારણ બને છે, તેથી આ ગૂંચળામાં *emf* પ્રેરિત થાય છે. આ ગૂંચળાના છેડાઓ સ્લીપ રિંગ અને બ્રશ દ્વારા બાહ્ય પરિપથ સાથે જોડાયેલા હોય છે.



આકૃતિ 6.16 AC જનરેટર

જ્યારે આ ગૂંચળાને ω જેટલી અચળ કોણીય ઝડપ સાથે ભ્રમણ કરાવવામાં આવે છે ત્યારે, કોઈ પણ t ક્ષણે ચુંબકીયક્ષેત્ર સદિશ **B**

અને ગૂંચળાના ક્ષેત્રફળ સદિશ **A** વચ્ચેનો કોણ $\theta = \omega t$ ($t=0$ એ $\theta = 0^\circ$ ધારતાં) છે. પરિણામ રૂપે, ચુંબકીયક્ષેત્ર રેખાઓની સામે રહેતું ગૂંચળાનું અસરકારક ક્ષેત્રફળ સમય સાથે બદલાય છે અને સમીકરણ (6.1) પરથી, કોઈ પણ સમયે ફ્લક્સ

$$\Phi_B = BA \cos\theta = BA \cos \omega t$$

છે. ફેરેડેના નિયમ પરથી, ભ્રમણ કરતાં N આંટાઓવાળા ગૂંચળા માટે પ્રેરિત *emf*

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} = -NBA \frac{d}{dt} (\cos \omega t)$$

છે. આમ, *emf*નું તત્કાલિન મૂલ્ય

$$\mathcal{E} = NBA\omega \sin \omega t \quad (6.21)$$

છે. જ્યાં, $NBA\omega$ એ *emf*નું મહત્તમ મૂલ્ય છે, જે જ્યારે $\sin \omega t = \pm 1$ થાય ત્યારે મળે છે. જો આપણે $NBA\omega$ ને \mathcal{E}_0 વડે દર્શાવીએ, તો

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t \quad (6.22)$$

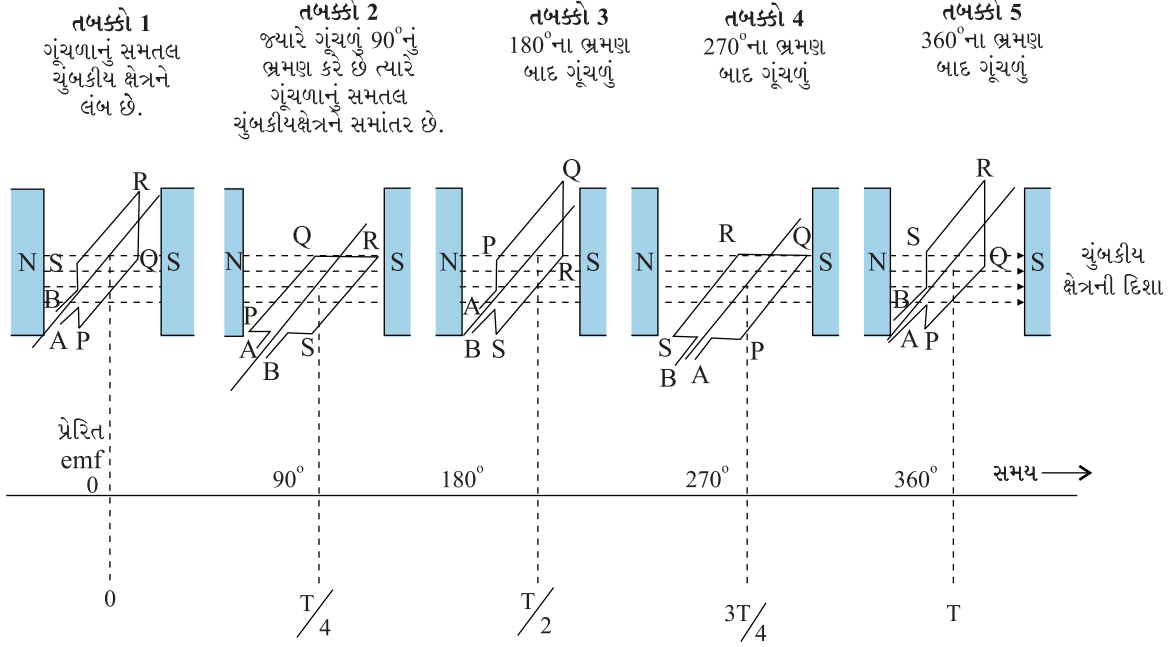
\sin વિધેયનું મૂલ્ય $+1$ અને -1 ની વચ્ચે બદલાય છે, તેથી *emf*ની સંજ્ઞા કે દિશા (ધ્રુવત્વ, Polarity) પણ સમય સાથે બદલાય છે. આકૃતિ 6.17 પરથી નોંધો કે જ્યારે $\theta = 90^\circ$ અથવા $\theta = 270^\circ$ હોય છે ત્યારે તેના *emf*નું મૂલ્ય મહત્તમ પર હોય છે, કારણ કે આ બિંદુઓ આગળ ફ્લક્સમાં ફેરફાર સૌથી મોટો છે.

પ્રવાહની દિશા આવર્ત રીતે બદલાય છે અને તેથી આ વિદ્યુતપ્રવાહને (ઉલટસૂલટ) ઓલ્ટરનેટિંગ પ્રવાહ (ac) કહેવામાં આવે છે. $\omega = 2\pi\nu$ છે, તેથી સમીકરણ (6.22) પરથી

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin 2\pi\nu t \quad (6.23)$$

લખી શકાય છે. જ્યાં, ν જનરેટરના ગૂંચળાના ભ્રમણની આવૃત્તિ છે.

નોંધો કે, સમીકરણ (6.22) અને (6.23)એ *emf*નું તાત્કાલિક મૂલ્ય આપે છે અને \mathcal{E}_0 નું મૂલ્ય આવર્ત રીતે $+\mathcal{E}_0$ અને $-\mathcal{E}_0$ ની વચ્ચે બદલાય છે. આપણે ઓલ્ટરનેટિંગ વોલ્ટેજ અને પ્રવાહના સમય સરેરાશ મૂલ્ય કેવી રીતે નક્કી કરવા તે આગામી પ્રકરણમાં શીખીશું.



આકૃતિ 6.17 ચુંબકીયક્ષેત્રમાં ભ્રમણ કરતા તારના ગાળા દ્વારા ઓલ્ટરનેટિંગ emf નું ઉત્પાદન થાય છે.

વ્યાવસાયિક જનરેટરમાં આર્મેચરને ભ્રમણ કરાવવા માટે જે યાંત્રિક ઊર્જા જરૂરી છે તે ઊંચાઈ પરથી પડી રહેલા પાણી દ્વારા (દા.ત., ડેમમાંથી) પૂરી પાડવામાં આવે છે. આને હાઈડ્રો-ઇલેક્ટ્રિક જનરેટર કહેવામાં આવે છે. વૈકલ્પિક રીતે, કોલસો અથવા અન્ય સ્ત્રોતોનો ઉપયોગ કરીને પાણી ગરમ કરી વરાળનું ઉત્પાદન કરવામાં આવે છે. ઉચ્ચ દબાણમાં રહેલ આ વરાળ આર્મેચરમાં પરિભ્રમણ ઉત્પન્ન કરે છે. આને થર્મલ જનરેટર કહેવામાં આવે છે. કોલસાની જગ્યાએ, જો અણુ (ન્યુક્લિયર) બળતણનો ઉપયોગ થાય, તો આપણને ન્યુક્લિયર પાવર જનરેટર મળે છે. આધુનિક સમયના જનરેટર 500 MW જેટલો ઉચ્ચ ઇલેક્ટ્રિક પાવર પેદા કરે છે, એટલે કે તે કોઈ 100Wના 50 લાખ બલ્બને પ્રકાશિત કરી શકે છે ! મોટા ભાગના જનરેટર્સમાં, ગૂંચળા સ્થિર રહે છે અને ઇલેક્ટ્રોમેગ્નેટ્સને ભ્રમણ કરાવવામાં આવે છે. આ પરિભ્રમણની આવૃત્તિ ભારતમાં 50 Hzની છે. યુએસએ જેવા અમુક દેશોમાં, તે 60 Hz છે.

ઉદાહરણ 6.11

ઉદાહરણ 6.11 કમલા એક સ્થિર સાયકલને પેડલ મારે છે. આ સાયકલના પેડલ્સ 100 આંટાઓ અને 0.10 m^2 ક્ષેત્રફળ ધરાવતા ગૂંચળા સાથે જોડાયેલા છે. આ ગૂંચળું અડધા આંટા પ્રતિ સેકન્ડથી ભ્રમણ કરે છે અને તે ગૂંચળાના પરિભ્રમણની ધરીને લંબરૂપ 0.01 T ના ચુંબકીયક્ષેત્રમાં મૂકવામાં આવેલ છે. આ ગૂંચળામાં પેદા થતો મહત્તમ વોલ્ટેજ શું હશે ?

ઉકેલ અહીં $v = 0.5 \text{ Hz}$; $N = 100$, $A = 0.1 \text{ m}^2$ અને $B = 0.01 \text{ T}$ છે. સમીકરણ (6.21) નો ઉપયોગ કરીને

$$\begin{aligned} \varepsilon &= NBA(2\pi v) \\ &= 100 \times 0.01 \times 0.1 \times 2 \times 3.14 \times 0.5 \\ &= 0.314 \text{ V} \end{aligned}$$

મહત્તમ વોલ્ટેજ 0.314 V છે.

અમે તમને વીજ ઉત્પાદન માટેના આવા વૈકલ્પિક વિકલ્પોની શોધ કરવા આહ્વાન કરીએ છીએ.

પક્ષીઓનું સ્થળાંતર (MIGRATION OF BIRDS)

પક્ષીઓની સ્થળાંતર પદ્ધતિ જીવવિજ્ઞાનના ક્ષેત્રમાંના અને ખરેખર તમામ વિજ્ઞાનના રહસ્યોમાંનું એક છે. ઉદાહરણ તરીકે, પ્રત્યેક શિયાળામાં સાઈબિરીયાના પક્ષીઓ ભારતીય ઉપખંડના પાણીના સ્થળો માટે ભૂલ ન થાય તે રીતે ઉડાન ભરે છે. એવું સૂચવવામાં આવ્યું છે કે, વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણ આ સ્થળાંતર પેટર્નનો સંકેત આપી શકે છે. પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્ક્રાંતિ ઈતિહાસમાં હર-હંમેશ અસ્તિત્વ ધરાવે છે. દિશા નિર્ધારિત કરવા માટે આ ક્ષેત્રનો ઉપયોગ યાયાવર પક્ષીઓને મહત્તમ લાભદાયી હોઈ શકે છે. જ્યાં સુધી આપણે જાણીએ છીએ ત્યાં સુધી પક્ષીઓમાં કોઈ લોહચુંબકીય પદાર્થ નથી. તેથી વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણ એ દિશા નિર્ધારિત કરવાની એકમાત્ર યોગ્ય પદ્ધતિ જણાય છે. શ્રેષ્ઠ દ્રષ્ટિકોણને ધ્યાનમાં લો કે જ્યાં ચુંબકીયક્ષેત્ર \mathbf{B} પક્ષીનો વેગ \mathbf{v} અને એના શરીરરચનાના બે સંબંધિત બિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર l એ ત્રણેય પરસ્પર લંબ છે. ગતિકીય emf માટેના સૂત્ર સમીકરણ (6.5) પરથી,

$$\varepsilon = Blv$$

$$B = 4 \times 10^{-5} \text{ T}, l = 2 \text{ cm પહોળાઈ અને } v = 10 \text{ m/s લેવાથી, આપણને}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon &= 4 \times 10^{-5} \times 2 \times 10^{-2} \times 10 \text{ V} = 8 \times 10^{-6} \text{ V} \\ &= 8 \mu\text{V મળે છે.} \end{aligned}$$

આ અત્યંત નાનો સ્થિતિમાન તફાવત સૂચવે છે કે આપણી પૂર્વધારણા શંકાસ્પદ માન્યતા ધરાવે છે. કેટલાંક પ્રકારની માછલીઓ નાના સ્થિતિમાન તફાવતો શોધી શકે છે. જો કે, આ માછલીમાં ખાસ કોશિકાઓ ઓળખી કાઢવામાં આવી છે જે નાના વોલ્ટેજ તફાવતોને શોધે છે. પક્ષીઓમાં આવી કોશિકાઓની ઓળખ થઈ શકી નથી. આમ, પક્ષીઓની સ્થળાંતર પેટર્ન રહસ્યમય છે.

સારાંશ

1. સમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર \mathbf{B} માં મૂકવામાં આવેલ \mathbf{A} ક્ષેત્રફળની સપાટી સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સ

$$\Phi_B = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} = BA \cos\theta$$

વડે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે. જ્યાં, θ એ \mathbf{B} અને \mathbf{A} વચ્ચેનો ખૂણો છે.

2. ફેરેડેના પ્રેરણના નિયમો એમ સૂચવે છે કે, N આંટાઓવાળા ગૂંચળામાં પ્રેરિત emf તેમાંના ફ્લક્સના ફેરફારના દર સાથે સીધો સંબંધ ધરાવે છે.

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

અહીં, Φ_B એ ગૂંચળાના એક આંટા સાથે સંકળાયેલા ફ્લક્સ છે. જો પરિપથ બંધ હોય તો, વિદ્યુતપ્રવાહ $I = \varepsilon/R$ તેમાં પ્રસ્થાપિત થાય છે. જ્યાં, R એ પરિપથનો અવરોધ છે.

3. લેન્ઝનો નિયમ જણાવે છે કે, પ્રેરિત emf નું ધ્રુવત્વ (પોલરીટી) એવું હોય છે કે તે એવો વિદ્યુતપ્રવાહ પેદા કરે છે કે જે તેને ઉત્પન્ન કરનારા ચુંબકીય ફ્લક્સના ફેરફારનો વિરોધ કરે છે. ફેરેડેના નિયમના સૂત્રમાં ઋણ ચિહ્ન આ હકીકત દર્શાવે છે.

4. જ્યારે l લંબાઈના ધાતુના એક સળિયાને એક સમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર B માં લંબ મૂકવામાં આવે છે અને વેગ v સાથે આ ક્ષેત્રને લંબ ખસેડવામાં આવે છે ત્યારે તેના છેડાઓમાં પ્રેરિત emf (જે ગતિકીય emf કહેવાય છે)

$$\varepsilon = Blv \text{ છે.}$$

5. બદલાતાં જતાં ચુંબકીયક્ષેત્રો તેની નજીકના ધાતુ (કોઈપણ વાહક)ના પદાર્થોમાં પ્રવાહ ગાળાઓ પ્રસ્થાપિત કરી શકે છે. તેઓ વિદ્યુત ઊર્જાનો ઉષ્મા તરીકે વ્યય કરે છે. આવા પ્રવાહોને ધૂમરી પ્રવાહો (એડી પ્રવાહો) કહેવામાં આવે છે.

6. પ્રેરકત્વએ સંલગ્ન (સંકળાયેલ) ફ્લક્સ અને પ્રવાહનો ગુણોત્તર છે. તે $N\Phi/I$ ની બરાબર છે.

7. ગૂંચળા (ગૂંચળા-2)માં બદલાતો પ્રવાહ તેની નજીકના ગૂંચળા (ગૂંચળા-1)માં *emf*ને પ્રેરિત કરી શકે છે. આ સંબંધને

$$\varepsilon_1 = -M_{12} \frac{dI_2}{dt}$$

દ્વારા આપવામાં આવે છે. રાશિ M_{12} ને ગૂંચળા-2ના સાપેક્ષે ગૂંચળા-1નું અન્યોન્ય-પ્રેરકત્વ કહેવામાં આવે છે. આવી જ રીતે તમે M_{21} ની વ્યાખ્યા પણ કરી શકો છો. $M_{12} = M_{21}$ એક વ્યાપક સામ્યતા રહેલી છે.

8. જ્યારે કોઈ ગૂંચળામાંના પ્રવાહમાં ફેરફાર થાય છે, ત્યારે તે તેજ ગૂંચળામાં બેક *emf* પ્રેરિત છે. આ આત્મ-પ્રેરિત *emf*

$$\varepsilon = -L \frac{dI}{dt}$$

દ્વારા આપવામાં આવે છે. L એ ગૂંચળાનું આત્મ-પ્રેરકત્વ છે. જે તેમાંના તેના પ્રવાહના ફેરફારની વિરુદ્ધમાં ગૂંચળાના જડત્વનું માપ છે.

9. જેનો ગર્ભ સાપેક્ષ પરમીએબિલિટી μ_r ધરાવતું ચુંબકીય દ્રવ્ય ધરાવે છે તેવા લંબા સોલેનોઇડનું આત્મ-પ્રેરકત્વ

$$L = \mu_r \mu_0 n^2 A l$$

દ્વારા આપવામાં આવે છે. જ્યાં, A એ સોલેનોઇડના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ છે, તેની લંબાઈ l અને n એ એકમ લંબાઈમાં આંટાઓની સંખ્યા છે.

10. ac જનરેટરમાં, યાંત્રિક ઊર્જા વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણની ઘટનાથી વિદ્યુતઊર્જામાં રૂપાંતરિત થાય છે. જો N આંટાઓ અને A ક્ષેત્રફળવાળા ગૂંચળાને સમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર \mathbf{B} માં v જેટલા પરિભ્રમણ પ્રતિ સેકન્ડ સાથે ઘુમાવવામાં આવે છે, તો ઉત્પન્ન ગતિકીય *emf*. $\varepsilon = NBA(2\pi v) \sin(2\pi vt)$ છે.

જ્યાં, આપણે ધારણા કરી છે કે, $t = 0$ s સમયે એ ગૂંચળું ક્ષેત્રને લંબ છે.

રાશિ	પ્રતિક	એકમ	પરિમાણ	સૂત્ર
ચુંબકીય ફ્લક્સ	Φ_B	Wb (weber)	$[ML^2T^{-2}A^{-1}]$	$\Phi_B = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$
<i>emf</i>	ε	V (volt)	$[ML^2T^{-3}A^{-1}]$	$\varepsilon = -d(N\Phi_B)/dt$
અન્યોન્ય-પ્રેરકત્વ (Mutual Inductance)	M	H (henry)	$[ML^2T^{-2}A^{-2}]$	$\varepsilon_1 = -M_{12}(dI_2/dt)$
આત્મ-પ્રેરકત્વ (Self Inductance)	L	H (henry)	$[ML^2T^{-2}A^{-2}]$	$\varepsilon = -L(dI/dt)$

ગાહન વિચારણાના મુદ્દાઓ

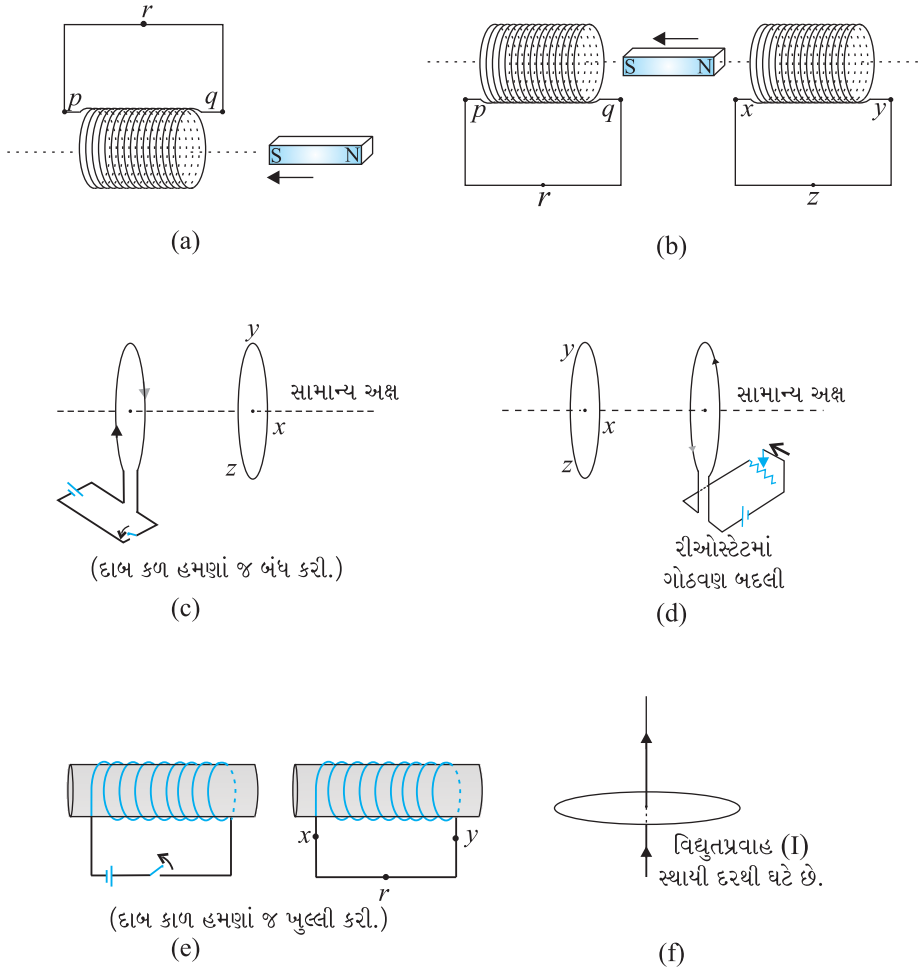
- વિદ્યુત અને ચુંબકત્વ પરસ્પર ગાઢ સંબંધ ધરાવે છે. ઓગણીસમી સદીના પ્રારંભિક ભાગમાં, ઓર્સ્ટેડ, એમ્પિયર અને અન્ય વિજ્ઞાનીઓના પ્રયોગોએ પ્રસ્થાપિત કર્યું કે, ગતિમાન વિદ્યુતભાર (પ્રવાહ) ચુંબકીયક્ષેત્ર પેદા કરે છે. ત્યારબાદ 1830ની આસપાસ, ફેરેડે અને હેન્રીના પ્રયોગોએ દર્શાવ્યું કે ગતિમાન ચુંબક વિદ્યુતપ્રવાહને પ્રેરિત કરી શકે છે.
- બંધ પરિપથમાં, વિદ્યુતપ્રવાહ એવી રીતે પ્રેરિત થાય છે કે જે ચુંબકીય ફ્લક્સના ફેરફારનો વિરોધ કરે. તે ઊર્જા સંરક્ષણના નિયમ મુજબ છે. જો કે, ખુલ્લા પરિપથના કિસ્સામાં, *emf*

તેના છેડાઓ પર પ્રેરિત થાય છે. તે ફ્લક્સના ફેરફાર સાથે કેવી રીતે સંબંધિત છે ?

3. પરિચ્છેદ 6.5માં ચર્ચિત ગતિકીય emf ની દલીલ ફેરેડેના નિયમથી સ્વતંત્ર રીતે ગતિમાન વિદ્યુતભાર પર લાગતા લોરેન્ઝ બળનો ઉપયોગ કરીને પણ કરી શકાય છે. જો કે, બધે વિદ્યુતભારો સ્થિર હોય (અને લોરેન્ઝ બળનું પદ $q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$ કાર્યરત ન હોય તો પણ), સમય-આધારિત ચુંબકીયક્ષેત્રની હાજરીમાં emf પ્રેરિત થાય છે. આ રીતે, ફેરેડેના નિયમમાં, ગતિમાન વિદ્યુતભારો સ્થિત ક્ષેત્રમાં અને સ્થિત વિદ્યુતભારો સમય સાથે બદલાતાં ક્ષેત્રમાં હોય એ સંમિત (Symmetric) સ્થિતિ હોવાનું જણાય છે. આ ફેરેડેના નિયમ માટે સાપેક્ષતાના સિદ્ધાંતની સુસંગતતા અંગે તટસ્થ સંકેત આપે છે.
4. ચુંબકીય ધ્રુવો વચ્ચે તાંબાની પ્લેટને જ્યારે દોલન કરવા દેવામાં આવે છે, ત્યારે તેની ગતિ અવમંદિત થાય છે. ઘૂમરી (એડી) પ્રવાહો દ્વારા અવમંદિત બળ કેવી રીતે ઉત્પન્ન થાય છે ?

સ્વાધ્યાય

6.1 નીચેની આકૃતિઓ 6.18 (a) થી (f) દ્વારા વર્ણવેલ પરિસ્થિતિઓમાં પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા જણાવો.

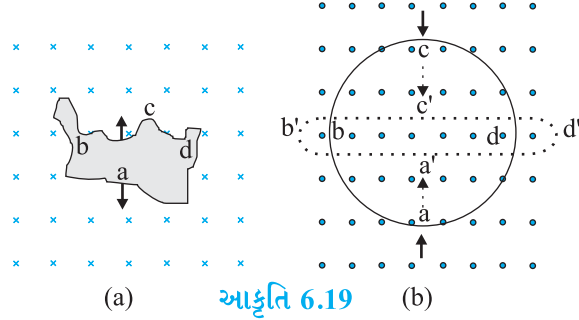


આકૃતિ 6.18

6.2 આકૃતિ 6.19 દ્વારા વર્ણવેલ પરિસ્થિતિઓમાં પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા નક્કી કરવા માટે લેન્ડના નિયમનો ઉપયોગ કરો.

(a) એક અનિયમિત આકારના તાર, વર્તુળાકારમાં ફેરવાય છે.

(b) એક વર્તુળાકાર ગાળો એક પાતળા સીધા તારમાં વિરુપિત થાય છે.



6.3 15 આંટાઓ પ્રતિ cm વાળા એક લાંબા સોલેનોઇડમાં, તેની અક્ષને સમાંતર સોલેનોઇડની અંદર 2.0 cm^2 ક્ષેત્રફળ ધરાવતા એક નાનો ગાળો મુકેલ છે. જો સોલેનોઇડમાં વહેતો વિદ્યુતપ્રવાહ 0.1 s માં 2.0 A થી 4.0 A સ્થાયી રીતે બદલાય તો વિદ્યુતપ્રવાહમાં ફેરફાર વખતે ગાળામાં પ્રેરિત emf કેટલું હશે ?

6.4 8 cm અને 2 cm બાજુઓવાળા અને એક નાનો કાપો (Cut) ધરાવતા એક લંબચોરસ તારનો ગાળો 0.3 T ની તીવ્રતાના અને ગાળાને લંબ દિશાના એક સમાન ચુંબકીયક્ષેત્રના વિસ્તારમાંથી બહારની તરફ ગતિ કરી રહ્યો છે. જો ગાળાનો વેગ 1 cm s^{-1} (a) લાંબી બાજુને, (b) ગાળાની ટૂંકી બાજુને લંબ દિશા તરફનો હોય, તો આ કાપના છેડા વચ્ચે ઉત્પન્ન emf કેટલું હશે ? પ્રત્યેક કિસ્સામાં પ્રેરિત વોલ્ટેજ કેટલા સમય માટે રહેશે ?

6.5 એક 1.0 m લાંબા ધાતુના સળિયાને, સળિયાને લંબ અને તેના કોઈ એક છેડામાંથી પસાર થતી અક્ષને અનુલક્ષીને 400 rad s^{-1} ની કોણીય આવૃત્તિ સાથે પરિભ્રમણ કરાવવામાં આવે છે. આ સળિયાનો બીજો છેડો એક વર્તુળાકાર ધાતુની રિંગ સાથે સંપર્કમાં છે. અક્ષને સમાંતરે 0.5 T નું અચળ અને એકસમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર દરેક સ્થળે અસ્તિત્વ ધરાવે છે. આ કેન્દ્ર અને આ રિંગ વચ્ચે ઉત્પન્ન emf ની ગણતરી કરો.

6.6 8.0 cm ત્રિજ્યાના અને 20 આંટાવાળા ગૂંચળાને તેના ઉર્ધ્વ વ્યાસને અનુલક્ષીને $3.0 \times 10^{-2} \text{ T}$ મૂલ્યના એક સમાન સમક્ષિતિજ ચુંબકીયક્ષેત્રમાં 50 rad s^{-1} ની કોણીય ઝડપથી ઘુમાવવામાં આવે છે. આ ગૂંચળામાં પ્રેરિત મહત્તમ અને સરેરાશ emf મેળવો. જો આ ગૂંચળું 10Ω અવરોધનો એક બંધ ગાળો રચે, તો ગૂંચળામાંના પ્રવાહના મહત્તમ મૂલ્યની ગણતરી કરો. જૂલ હિટ્ટીંગને કારણે સરેરાશ પાવર-વ્યય (Power Loss)ની ગણતરી કરો. આ પાવર ક્યાંથી આવે છે ?

6.7 પૂર્વથી પશ્ચિમ સુધી વિસ્તરેલ 10 m લંબાઈનો એક સમક્ષિતિજ સીધો તાર 5.0 m s^{-1} ની ઝડપથી પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રના સમક્ષિતિજ ઘટક $0.30 \times 10^{-4} \text{ Wb m}^{-2}$ ને લંબરૂપે નીચે પડી રહ્યો છે. (a) આ તારમાં પ્રેરિત emf નું તાત્કાલિક મૂલ્ય શું છે ? (b) આ emf ની દિશા શું છે ? (c) આ તારનો કયો છેડો ઊંચા વિદ્યુત સ્થિતિમાન પર છે ?

6.8 એક પરિપથમાં 0.1 s માં વિદ્યુતપ્રવાહમાં 5.0 A થી 0.0 A ઘટાડો થાય છે. જો 200 V સરેરાશ emf પ્રેરિત થાય, તો આ પરિપથના આત્મ-પ્રેરકત્વનો અંદાજ આપો.

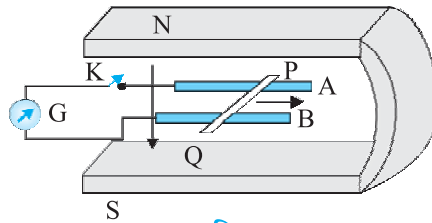
6.9 પાસ-પાસે રહેલ ગૂંચળાની જોડનું અન્યોન્ય-પ્રેરકત્વ 1.5 H છે. જો એક ગૂંચળામાં 0.5 s માં વિદ્યુતપ્રવાહનો ફેરફાર 0 થી 20 A નો છે. તો અન્ય ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ (સંલગ્ન) ફ્લક્સનો ફેરફાર શું છે ?

6.10 જેટ વિમાન 1800 km/hr ની ઝડપે પશ્ચિમ તરફ ગતિ કરે છે. જો આ સ્થાને પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય $5 \times 10^{-4} \text{ T}$ અને ડીપ ઍંગલ 30° હોય તથા જો પાંખોના છેડાઓ વચ્ચેનો ગાળો 25 m નો હોય તો તેમની વચ્ચે ઉત્પન્ન થતો વોલ્ટેજનો તફાવત શું હશે ?

વધારાના સ્વાધ્યાય

- 6.11** સ્વાધ્યાય 6.4માં લૂપ સ્થિર છે તેમ ધારો, પરંતુ ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરનારો જે પ્રવાહ વિદ્યુતચુંબકને આપવામાં આવે છે તે ધીમે ધીમે ઘટાડવામાં આવે છે જેથી ક્ષેત્ર તેના પ્રારંભિક મૂલ્ય 0.3 T થી 0.02 T s^{-1} ના દરે ઘટે છે. જો કાપ (Cut) સાંધી દેવામાં આવે અને લૂપનો અવરોધ 1.6Ω નો હોય, તો લૂપ દ્વારા ઉભા સ્વરૂપે શક્તિ (પાવર)નો કેટલો વ્યય થાય છે? આ શક્તિ (પાવર)નો સ્ત્રોત શું છે?
- 6.12** ધન z -દિશામાં ચુંબકીયક્ષેત્ર ધરાવતાં વિસ્તારમાં 12 cm ની બાજુઓવાળો એક ચોરસ ગાળો કે જેની બાજુઓ X અને Y અક્ષોને સમાંતર છે તેને ધન x -દિશામાં 8 cm s^{-1} ના વેગ સાથે ખસેડવામાં આવે છે. આ ક્ષેત્ર અવકાશમાં એકસમાન નથી કે સમય સાથે અચળ પણ નથી. તેમાં ઋણ x -દિશા સાથે $10^{-3} \text{ T cm}^{-1}$ નું પ્રચલન (Gradient) (એટલે કે જેમ ઋણ x -દિશામાં ગતિ કરીએ તેમ તે $10^{-3} \text{ T cm}^{-1}$ થી વધે છે) ધરાવે છે અને તે સમય સાથે 10^{-3} T s^{-1} ના દરે ઘટતું જાય છે. તેના અવરોધ $4.50 \text{ m}\Omega$ હોય તો આ ગાળામાં પ્રેરિત પ્રવાહની દિશા અને મૂલ્ય નક્કી કરો.
- 6.13** એક શક્તિશાળી લાઉડ સ્પીકરના ચુંબકના ધ્રુવો વચ્ચેના ક્ષેત્રના મૂલ્યને માપવું છે. ખૂબ જ નજીક નજીક વીંટાળેલ 25 આંટાઓ વાળી એક નાની 2 cm^2 ક્ષેત્રફળની સપાટ સર્ચ-કોઈલ (ગૂંચળું)ને ક્ષેત્રની દિશામાં લંબ રાખવામાં આવે છે અને તે પછી ક્ષેત્રના વિસ્તારમાંથી ઝડપથી ખેંચી લેવામાં આવે છે. (અથવા સમતુલ્ય રીતે તેના સમતલને ક્ષેત્રની દિશાને સમાંતર લાવવા માટે કોઈ તેને ઝડપી 90° નું ભ્રમણ આપી શકે છે). આ ગૂંચળામાં વહેતો કુલ વિદ્યુતભાર (ગૂંચળા સાથે જોડાયેલ બેલિસ્ટિક ગેલ્વેનોમીટર દ્વારા માપવામાં આવે છે) 7.5 mC છે. આ ગૂંચળા અને ગેલ્વેનોમીટરનો સંયુક્ત અવરોધ 0.50Ω છે. આ ચુંબકની પ્રબળતાનું અનુમાન કરો.
- 6.14** આકૃતિ 6.20 એ કાયમી ચુંબકના ધ્રુવો વચ્ચે લીસા પાટાઓ AB પર સ્થિત એક ધાતુના સળિયા PQ ને દર્શાવે છે. આ પાટાઓ, સળિયો અને ચુંબકીયક્ષેત્ર એ ત્રણેય પરસ્પર લંબ દિશામાં છે. એક ગેલ્વેનોમિટર G ને કળ K દ્વારા પાટાઓ સાથે જોડાયેલ છે. આ સળિયાની લંબાઈ $= 15 \text{ cm}$, $B = 0.50 \text{ T}$, આ સળિયો ધરાવતા બંધ ગાળાનો અવરોધ $= 9.0 \text{ m}\Omega$ છે. આ ક્ષેત્ર સમાન છે તેમ ધારો.

- (a) ધારોકે, આ K ખુલ્લી છે અને સળિયાને 12 cm s^{-1} ની ઝડપે દર્શાવેલ દિશામાં ખસેડવામાં આવે છે. પ્રેરિત emf નું ધ્રુવત્વ અને મૂલ્ય આપો.



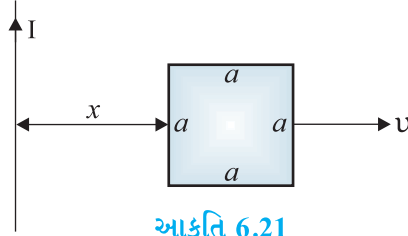
આકૃતિ 6.20

- (b) જ્યારે K ખુલ્લી હોય ત્યારે સળિયાના છેડાઓ પર કોઈ વધારાનો વિદ્યુતભાર પ્રસ્થાપિત થશે? જો K બંધ હોય તો શું?
- (c) K ખુલ્લી હોય અને સળિયો સમાન રીતે ગતિ કરે ત્યારે સળિયાની આ ગતિને કારણે ઈલેક્ટ્રોન ચુંબકીય બળ અનુભવતા હોવા છતાં આ સળિયા PQ માં ઈલેક્ટ્રોન પર કોઈ ચોખ્ખું બળ નથી. સમજાવો.
- (d) જ્યારે K બંધ હોય ત્યારે આ સળિયા પર ગતિરોધક બળ કેટલું હશે?

- (e) જ્યારે K બંધ હોય છે ત્યારે આ સળિયાને એ જ ઝડપે ($= 12 \text{ cm s}^{-1}$) ખસેડવા માટે (બાહ્ય એજન્ટ દ્વારા) કેટલો પાવર શક્તિ જરૂરી છે ? જ્યારે K ખુલ્લી હોય ત્યારે કેટલી શક્તિ (પાવર) આવશ્યક છે ?
- (f) આ બંધ પરિપથમાં ઉષ્મારૂપે કેટલી શક્તિ (પાવર)નો વ્યય થાય છે ? આ શક્તિ (પાવર)નો સ્રોત શું છે ?
- (g) ચુંબકીયક્ષેત્ર લંબરૂપ હોવાને બદલે પાટાઓને સમાંતર હોય તો ગતિમાન સળિયામાં પ્રેરિત emf કેટલું થશે ?

6.15 30 cm લંબાઈ, 25 cm^2 આડછેદનું ક્ષેત્રફળ, 500 આંટાઓવાળું અને જેના ગર્ભ ભાગમાં હવા હોય તેવું (એર-કોર્ડ) સોલેનોઈડ, 2.5 A પ્રવાહનું વહન કરે છે. આ પ્રવાહને અચાનક 10^{-3} સેકન્ડમાં ટૂંકા સમયમાં બંધ કરવામાં આવે છે. આ પરિપથમાં ખુલ્લી કળ (સ્વીચ)ના છેડા વચ્ચે પ્રેરિત સરેરાશ બેક emf કેટલું થશે ? આ સોલેનોઈડના છેડાની નજીક ચુંબકીયક્ષેત્રના ફેરફારને અવગણો.

- 6.16** (a) આકૃતિ 6.21માં બતાવ્યા પ્રમાણે એક લાંબા સુરેખ તાર અને a બાજુવાળા એક ચોરસ ગાળા વચ્ચેના અન્યોન્ય-પ્રેરકત્વ માટેનું સૂત્ર મેળવો.
- (b) હવે ધારોકે સુરેખ તાર 50 A પ્રવાહનું વહન કરે છે અને ગાળાને $v = 10 \text{ m/s}$ અચળ વેગ સાથે જમણી તરફ ખસેડવામાં આવે છે. જ્યારે $x = 0.2 \text{ m}$ હોય તે ક્ષણે ગાળામાં પ્રેરિત emfની ગણતરી કરો. $a = 0.1 \text{ m}$ લો અને ધારોકે ગાળો મોટો અવરોધ ધરાવે છે.



આકૃતિ 6.21

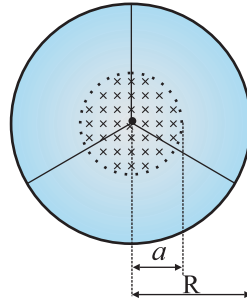
6.17 એકમ લંબાઈ દીઠ λ જેટલો રેખીય વિદ્યુતભાર, M દ્રવ્યમાન અને R ત્રિજ્યાના વ્હીલની ધાર (રીમ) પર એકસરખી રીતે મૂકવામાં આવેલ છે. આ વ્હીલમાં હલકા અવાહક આરાઓ (Spokes) છે અને તે તેની અક્ષને અનુલક્ષીને ઘર્ષણ વિના ભ્રમણ કરવા મુક્ત છે. એક સમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર એ ધારની અંદર વર્તુળાકાર વિભાગમાં વિસ્તરેલ છે. જેને

$$B = -B_0 k \quad (r \leq a; a < R)$$

$$= 0 \quad (\text{અન્યથા})$$

દ્વારા આપવામાં આવે છે.

આ ક્ષેત્ર અચાનક બંધ કર્યા પછી વ્હીલનો કોણીય વેગ શું હશે ?



આકૃતિ 6.22

પ્રકરણ સાત

પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહ

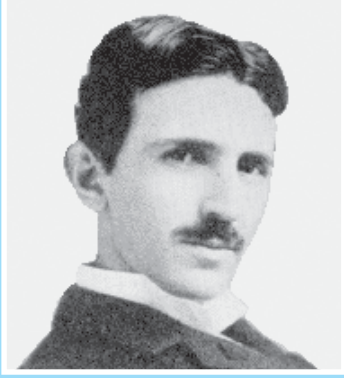
(ALTERNATING CURRENT)



7.1 પ્રસ્તાવના (INTRODUCTION)

આપણે અત્યાર સુધીમાં એકદિશ પ્રવાહ (dc)ના સ્રોત અને એકદિશ (dc) સ્રોત સાથેનાં પરિપથોનો વિચાર કર્યો છે. આવા પ્રવાહો સમય સાથે દિશા બદલતા નથી. પરંતુ સમય સાથે બદલાય તેવા વોલ્ટેજ અને પ્રવાહો ખૂબ સામાન્ય છે. આપણા ઘર અને ઓફિસમાં વિદ્યુત મેઈન્સ સપ્લાય એક એવો વોલ્ટેજ છે જે સમય સાથે sine વિધેય મુજબ બદલાય છે. આવા વોલ્ટેજને પ્રત્યાવર્તી વોલ્ટેજ (ac voltage) કહે છે અને તેના વડે પરિપથમાં વહેતા વિદ્યુતપ્રવાહને, પ્રત્યાવર્તી (ઉલટસુલટ) વિદ્યુતપ્રવાહ (ac current)* કહે છે. આજે આપણે ઉપયોગમાં લેતા મોટાભાગનાં વિદ્યુત ઉપકરણોને એસી વોલ્ટેજની જરૂર પડે છે. આનું મુખ્ય કારણ એ છે કે પાવર કંપનીઓ દ્વારા વેચાતી વિદ્યુતઊર્જાનું પ્રસારણ અને વહેંચણી, પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહ સ્વરૂપે થાય છે. ડીસી વોલ્ટેજને બદલે એસી વોલ્ટેજનો ઉપયોગ પસંદ કરવાનું મુખ્ય કારણ એ છે કે બે ટ્રાન્સફોર્મરની મદદથી ac વોલ્ટેજને એક વોલ્ટેજમાંથી બીજા વોલ્ટેજમાં સરળતાથી અને અસરકારક રીતે રૂપાંતર કરી શકાય છે. ઉપરાંત વિદ્યુતઊર્જાનું કરકસર યુક્ત લાંબા અંતર સુધી પ્રસારણ કરી શકાય છે. એસી પરિપથો એવી ઘણી લાક્ષણિકતાઓ ધરાવે છે જેનો ઉપયોગ રોજિંદા જીવનમાં વપરાતા ઘણાં ઉપકરણોમાં થાય છે. ઉદાહરણ તરીકે જ્યારે આપણે આપણા મનપસંદ રેડિયો સ્ટેશન માટે રેડિયો ટ્યુન કરીએ છીએ ત્યારે એસી પરિપથનાં વિશિષ્ટ ગુણધર્મોનો લાભ લઈએ છીએ. તે પૈકીનાં એકનો અભ્યાસ તમે આ પ્રકરણમાં કરશો.

* એસી વોલ્ટેજ અને એસી પ્રવાહ શબ્દસમૂહ અનુક્રમે વિરોધાભાસી અને અનાવશ્યક છે. કારણ કે તેમના શબ્દશઃ અર્થ પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહ વોલ્ટેજ અને પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહ પ્રવાહ છે. હજુ પણ ટૂંકાક્ષર ac, સરળ આવર્ત (પ્રસંવાદી) પ્રકારે સમય પરનું અવલંબન (Dependence) દર્શાવતી વિદ્યુતરાશિઓને રજૂ કરવા માટે એટલાં તો સાર્વત્રિક રીતે સ્વીકારાયાં છે કે આપણે તેના ઉપયોગમાં અન્ય સહુને અનુસરીશું. ઉપરાંત, સામાન્યતઃ ઉપયોગ લેવાતા બીજા શબ્દ વોલ્ટેજનો અર્થ બે બિંદુઓ વચ્ચેનો વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત થાય છે.



નિકોલા ટેસ્લા (Nicola Tesla) (1856-1943) : સર્બિયન-અમેરિકન શોધક (Inventor) અને પ્રતિભાશાળી વૈજ્ઞાનિક હતા. તેમણે ભ્રમણ કરતા ચુંબકીયક્ષેત્રની કલ્પના કરી, જે વ્યાવહારિક રીતે બધી જ પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહ મશીનરીનો આધાર બની છે અને તે વિદ્યુતપાવરનાં યુગમાં પ્રવેશ માટે મદદરૂપ થઈ. તેમણે શોધેલી અન્ય વસ્તુઓમાં ઈન્ડક્શન મોટર, ac પાવરની પોલીફેઝ સિસ્ટમ (બહુકળાંત્ર) રેડિયો અને ટેલિવિઝન સેટ તથા અન્ય ઇલેક્ટ્રોનિક ઉપકરણોમાં વપરાતી ઉચ્ચ આવૃત્તિવાળી ઈન્ડક્શન કોઈલ (ટેસ્લા કોઈલ)નો સમાવેશ થાય છે. ચુંબકીયક્ષેત્રના SI એકમનું નામ તેમનાં માનમાં રાખવામાં આવ્યું છે.

નિકોલા ટેસ્લા (Nicola Tesla) (1856-1943)

7.2 અવરોધકને લાગુ પાડેલ AC વોલ્ટેજ (AC VOLTAGE APPLIED TO A RESISTOR)

આકૃતિ 7.1માં અવરોધકને ac વોલ્ટેજ સ્રોત \mathcal{E} સાથે જોડેલો દર્શાવેલ છે. પરિપથમાં ac સ્રોતની સંજ્ઞા \ominus છે. આપણે એવો ac સ્રોત ધ્યાનમાં લઈએ છીએ કે જે તેનાં બે છેડા વચ્ચે સાર્થન વિધેય મુજબ બદલાતો જતો વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત ઉત્પન્ન કરે. આવા વિદ્યુતસ્થિતિમાન તફાવતને એસી વોલ્ટેજ પણ કહે છે. જે નીચે મુજબ આપી શકાય છે.

$$v = v_m \sin \omega t \quad (7.1)$$

જ્યાં v_m દોલન પામતા વિદ્યુતસ્થિતિમાન તફાવતનો કંપવિસ્તાર છે અને ω તેની કોણીય આવૃત્તિ છે.



આકૃતિ 7.1 અવરોધકને લાગુ પાડેલ ac વોલ્ટેજ

અવરોધકમાંથી પસાર થતો વિદ્યુતપ્રવાહ શોધવા માટે આકૃતિ 7.1માં દર્શાવેલ પરિપથને કિર્યોફનો બંધગાળા (Loop)નો નિયમ $\sum \mathcal{E}(t) = 0$ (પરિચ્છેદ 3.13 જુઓ) લાગુ પાડતાં નીચેનું સમીકરણ મળે.

$$v_m \sin \omega t = i R$$

$$\text{અથવા } i = \frac{v_m}{R} \sin \omega t$$

અહીં, R અચળ હોવાથી આપણે આ સમીકરણને નીચે મુજબ લખી શકીએ.

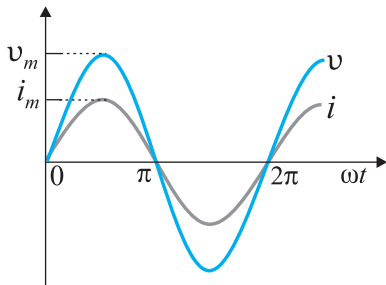
$$i = i_m \sin \omega t \quad (7.2)$$

જ્યાં, પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર i_m નીચે મુજબ છે.

$$i_m = \frac{v_m}{R} \quad (7.3)$$

સમીકરણ (7.3) માત્ર ઓહ્મનો નિયમ છે જે અવરોધક માટે, ac વોલ્ટેજ અને dc વોલ્ટેજ બંને માટે સમાન રીતે લાગુ પડે છે. સમીકરણ (7.1) અને (7.2) મુજબ શુદ્ધ અવરોધકનાં બે છેડા વચ્ચેનો વોલ્ટેજ અને તેમાંથી પસાર થતા વીજપ્રવાહને સમયનાં વિધેય તરીકે આકૃતિ (7.2) માં દર્શાવેલ છે. એ વાત ખાસ નોંધો કે, v અને i બંને એક જ સમયે શૂન્ય, લઘુત્તમ અને મહત્તમ મૂલ્યો ધારણ કરે છે. સ્પષ્ટ છે કે, વોલ્ટેજ અને પ્રવાહ બંને એકબીજા સાથે સમાન કળામાં છે.

આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, લાગુ પાડેલ વોલ્ટેજની માફક જ પ્રવાહ સાર્થન વક મુજબ બદલાય છે અને પ્રત્યેક ચક્ર દરમિયાન તેને અનુરૂપ ધન અને ઋણ મૂલ્યો ધારણ કરે છે. આમ, એક પૂર્ણચક્ર દરમિયાન તત્કાલિન પ્રવાહનાં મૂલ્યોનો સરવાળો શૂન્ય છે અને સરેરાશ પ્રવાહ શૂન્ય છે. સરેરાશ પ્રવાહ શૂન્ય છે તે હકીકતનો અર્થ એ નથી કે વપરાતો (વ્યય થતો) સરેરાશ પાવર પણ શૂન્ય છે અને વિદ્યુતઊર્જાનો વ્યય થતો નથી. તમે જાણો છો તે મુજબ,



આકૃતિ 7.2 શુદ્ધ અવરોધકમાં વોલ્ટેજ અને પ્રવાહ સમાનકળામાં હોય છે. ન્યૂનતમ, શૂન્ય અને મહત્તમ એક જ અનુરૂપ સમયે રચાય છે.

જુલ ઉષ્મા i^2R સૂત્ર વડે અપાય છે અને તે i^2 (જે હંમેશાં ધન હોય છે પછી ભલે i ધન હોય કે ઋણ) પર આધારિત છે અને i પર આધારિત નથી. આમ, અવરોધકમાંથી એસી પ્રવાહ પસાર થાય છે ત્યારે જુલ ઉષ્મા ઉદ્ભવે અને વિદ્યુતઊર્જાનો વ્યય થાય છે.

અવરોધકમાં વ્યય થતો તત્કાલિન પાવર

$$p = i^2 R = i_m^2 R \sin^2 \omega t \quad (7.4)$$

એક પૂર્ણ ચક્ર દરમ્યાન સરેરાશ પાવર p^* નું મૂલ્ય,

$$\bar{p} = \langle i^2 R \rangle = \langle i_m^2 R \sin^2 \omega t \rangle \quad [7.5(a)]$$

જ્યાં, અક્ષર પર (અહીં p પર) બારની નિશાની તેનું સરેરાશ મૂલ્ય સૂચવે છે અને $\langle \dots \rangle$ કૌંસની અંદર રહેલી રાશિનું સરેરાશ મૂલ્ય લેવાનું સૂચવે છે. i_m^2 અને R અચળ રાશિઓ હોવાથી,

$$\bar{p} = i_m^2 R \langle \sin^2 \omega t \rangle \quad [7.5(b)]$$

ત્રિકોણમિતિય સંમિતિ મુજબ,

$$\sin^2 \omega t = (1/2)(1 - \cos 2\omega t)$$

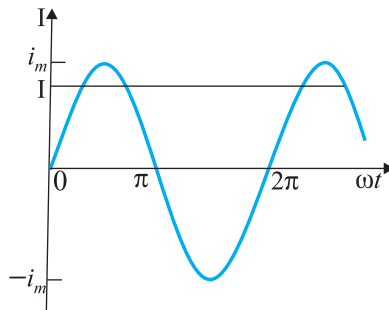
$$\langle \sin^2 \omega t \rangle = (1/2)(1 - \langle \cos 2\omega t \rangle) \quad ** = 0$$

હોવાથી

$$\langle \sin^2 \omega t \rangle = (1/2)$$

$$\text{આમ, } \bar{p} = \frac{1}{2} i_m^2 R \quad (7.5)$$

dc પાવર ($P = I^2 R$)ના સ્વરૂપ જેવા જ સ્વરૂપમાં ac પાવરને રજૂ કરવા માટે પ્રવાહનું એક વિશિષ્ટ મૂલ્ય વ્યાખ્યાયિત કરીને તેનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. તેને સરેરાશ વર્ગિતનું વર્ગમૂળ (rms) અથવા અસરકારક પ્રવાહ કહે છે (આકૃતિ 7.3) તથા તેને I_{rms} અથવા I વડે દર્શાવાય છે.

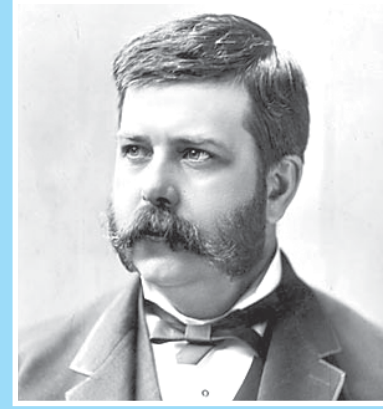


આકૃતિ 7.3 rms પ્રવાહ I મહત્તમ પ્રવાહ i_m સાથે $I = \frac{i_m}{\sqrt{2}} = 0.707 i_m$ સંબંધ ધરાવે છે.

* એક આવર્તકાળ (T) પર કોઈ વિધેય $F(t)$ નું સરેરાશ મૂલ્ય

$$\langle F(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T F(t) dt \quad \text{સૂત્ર પરથી મળે.}$$

$$** \langle \cos 2\omega t \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \cos 2\omega t dt = \frac{1}{T} \left[\frac{\sin 2\omega t}{2\omega} \right]_0^T = \frac{1}{2\omega T} [\sin 2\omega T - 0] = 0$$



જ્યોર્જ વેસ્ટિંગહાઉસ (George Westinghouse) (1846-1914) dc પ્રવાહને બદલે ac (પ્રત્યાવર્તી) પ્રવાહનાં ઉપયોગ કરવા માટેનાં ટોચનાં પક્ષકાર. આમ તે dc પ્રવાહના સમર્થક થોમસ અલ્વા એડિસન સાથે સંઘર્ષમાં આવ્યા. વેસ્ટિંગહાઉસને એમ સમજાયું હતું કે, પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહની ટેકનોલોજી એ વિદ્યુતના ભવિષ્યની ચાવી છે. તેઓએ પોતાનાં નામે પ્રસિદ્ધ કંપનીની સ્થાપના કરી અને મોટા પાયે અગ્રણી બનવા માટે નિકોલા ટેસ્લા તેમજ અન્ય સંશોધનકારોને પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહ મોટરો અને ઊંચા વોલ્ટેજ ધરાવતા પ્રવાહનાં ટ્રાન્સમિશન માટેનાં સાધનોનાં વિકાસ માટે તેમાં નિયુક્ત કર્યા.

જ્યોર્જ વેસ્ટિંગહાઉસ (George Westinghouse) (1846-1914)

તેને નીચે મુજબ વ્યાખ્યાયિત કરાય છે.

$$I = \sqrt{i^2} = \sqrt{\frac{1}{2} i_m^2} = \frac{i_m}{\sqrt{2}} = 0.707 i_m \quad (7.6)$$

P વડે દર્શાવાતો સરેરાશ પાવર I નાં પદમાં

$$P = \bar{p} = \frac{1}{2} i_m^2 R = I^2 R \quad (7.7)$$

પરથી મળે. આ જ રીતે, આપણે rms વોલ્ટેજ અથવા અસરકારક વોલ્ટેજ

$$V = \frac{v_m}{\sqrt{2}} = 0.707 v_m \quad (7.8)$$

તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરીએ છીએ. સમીકરણ (7.3) પરથી આપણને

$$\begin{aligned} v_m &= i_m R \\ \text{અથવા } \frac{v_m}{\sqrt{2}} &= \frac{i_m}{\sqrt{2}} R \\ \text{અથવા } V &= IR \end{aligned} \quad (7.9)$$

મળે. સમીકરણ (7.9) ac વોલ્ટેજ અને ac પ્રવાહ વચ્ચેનો સંબંધ દર્શાવે છે અને તે dc વોલ્ટેજ-પ્રવાહ વચ્ચેનાં સંબંધ જેવો જ છે. rms મૂલ્યોનો ખ્યાલ (concept) દાખલ કરવાનો આ ફાયદો દર્શાવે છે. rms મૂલ્યોના પદમાં ac પરિપથમાં વોલ્ટેજ અને પ્રવાહ વચ્ચેનાં સંબંધો અને પાવરનું સમીકરણ [સમીકરણ (7.7)] dc પરિપથોના કિસ્સામાં મળતાં સંબંધો જેવાં જ છે.

પરંપરાગત રીતે ac રાશિઓનાં rms મૂલ્યો માપવામાં અને રજૂ કરવામાં આવે છે. ઉદાહરણ તરીકે, ઘરવપરાશ માટેનો 220 V એ મહત્તમ વોલ્ટેજ,

$$v_m = \sqrt{2} V = (1.414)(220 \text{ V}) = 311 \text{ V}$$

નું rms મૂલ્ય છે.

હકીકતમાં પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહમાં થતાં સરેરાશ પાવર વ્યય જેટલો જ પાવર વ્યય જે સમતુલ્ય dc પ્રવાહ દ્વારા થાય તેને I અથવા rms પ્રવાહ કહે છે. આમ, સમીકરણ (7.7) નીચે મુજબ પણ લખી શકાય.

$$P = V^2/R = IV \quad (\text{જ્યાં } V = IR)$$

ઉદાહરણ 7.1 220 V સપ્લાય માટે એક વિદ્યુત બલ્બ 100 W નું રેટીંગ ધરાવે છે. (a) બલ્બનો અવરોધ (b) સ્રોત વોલ્ટેજનું મહત્તમ મૂલ્ય અને (c) બલ્બમાંથી વહેતા પ્રવાહનું rms મૂલ્ય શોધો.

ઉકેલ

(a) આપણને પાવર $P = 100 \text{ W}$, $V = 220 \text{ V}$ આપેલ છે.

$$\text{બલ્બનો અવરોધ } R = \frac{V^2}{P} = \frac{(220 \text{ V})^2}{100 \text{ W}} = 484 \Omega$$

(b) સ્રોત વોલ્ટેજનું મહત્તમ મૂલ્ય

$$v_m = \sqrt{2} V = 311 \text{ V}$$

(c) $P = IV$ પરથી,

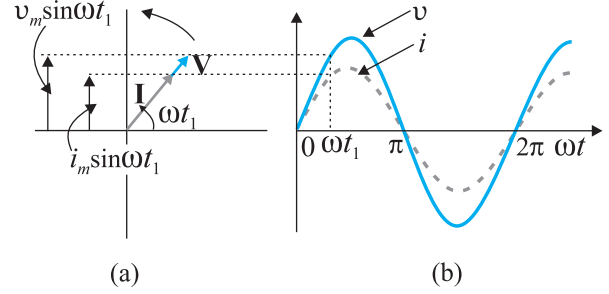
$$I = \frac{P}{V} = \frac{100 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 0.454 \text{ A}$$

7.3 ધૂમતા સદિશો (ફેઝર્સ) વડે AC પ્રવાહ અને વોલ્ટેજની રજૂઆત (REPRESENTATION OF AC CURRENT AND VOLTAGE BY ROTATING VECTORS – PHASORS)

અગાઉનાં પરિચ્છેદમાં આપણે શીખ્યા કે અવરોધકમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ ac વોલ્ટેજ સાથે કળામાં હોય છે પરંતુ ઈન્ડક્ટર, કેપેસિટર અથવા આવા પરિપથ ઘટકોનું સંયોજન હોય તેવા કિસ્સાઓમાં આવું હોતું નથી. ac પરિપથમાં પ્રવાહ અને વોલ્ટેજ વચ્ચેનાં કળા સંબંધો

દર્શાવવા માટે આપણે ફેઝરની કલ્પના/ખ્યાલનો ઉપયોગ કરીએ છીએ. ફેઝર ડાયાગ્રામનાં ઉપયોગથી ac પરિપથોનું વિશ્લેષણ સરળ બને છે.

ફેઝર* એક સદિશ છે કે જે આકૃતિ 7.4માં દર્શાવ્યા મુજબ ઉગમબિંદુની આસપાસ ω કોણીય ઝડપથી ભ્રમણ કરે છે. V અને I ફેઝરના ઉર્ધ્વ ઘટકો sine વક્ર અનુસાર બદલતી રાશીઓ v અને i ને રજૂ કરે છે. V અને I ફેઝરનાં માન આ આંદોલિત રાશીઓના કંપવિસ્તાર અથવા મહત્તમ મૂલ્યો v_m અને i_m દર્શાવે છે. આકૃતિ 7.4(a), ac સ્રોત સાથે જોડેલ અવરોધક માટેનાં આકૃતિ 7.1માં દર્શાવેલ પરિપથને અનુરૂપ t_1 સમયે વોલ્ટેજ અને પ્રવાહનાં ફેઝર અને તેમની વચ્ચેનાં સંબંધ દર્શાવે છે. વોલ્ટેજ અને પ્રવાહનાં ઉર્ધ્વ અક્ષ પરનાં પ્રક્ષેપો એટલે કે $v_m \sin \omega t$ તથા $i_m \sin \omega t$ તે ક્ષણે



આકૃતિ 7.4 (a) આકૃતિ 7.1માં દર્શાવેલ પરિપથ માટે ફેઝર ડાયાગ્રામ (b) v અને i વિરૂદ્ધ (ωt) નો આલેખ

અનુક્રમે વોલ્ટેજ અને પ્રવાહનાં મૂલ્યો દર્શાવે છે. જેમ તેઓ આવૃત્તિ ω સાથે ભ્રમણ કરે છે તેમ આકૃતિ 7.4(b) મુજબનાં વક્રો રચાતા જાય છે. અવરોધકનાં કિસ્સામાં V અને I નાં બંને ફેઝર એક જ દિશામાં છે, તેમ આકૃતિ 7.4(a) પરથી જોઈ શકાય છે. આનો અર્થ એ છે કે વોલ્ટેજ અને પ્રવાહ વચ્ચેનો કળા તફાવત શૂન્ય છે.

7.4 ઈન્ડક્ટર (પ્રેરક ગૂંચળા)ને લાગુ પાડેલ AC વોલ્ટેજ (AC VOLTAGE APPLIED TO AN INDUCTOR)

આકૃતિ 7.5માં ઈન્ડક્ટર સાથે ac સ્રોત જોડેલ છે. સામાન્ય રીતે ઈન્ડક્ટરમાં વીંટાળેલ વાહક ગૂંચળા (વાઈન્ડિંગ)ને ગણનાપાત્ર અવરોધ હોય છે, પરંતુ આપણે ધારી લઈશું કે ઈન્ડક્ટરને અવગણી શકાય તેટલો અવરોધ છે. આમ, પરિપથ શુદ્ધ ઈન્ડક્ટીવ ac પરિપથ છે. ધારો કે સ્રોતનાં બે છેડા વચ્ચેનો વોલ્ટેજ $v = v_m \sin \omega t$ છે. કિર્યોફનાં બંધગાળાનાં નિયમ $\sum \mathcal{E}(t) = 0$ નો ઉપયોગ કરતાં અને આ પરિપથમાં અવરોધ ન હોવાથી,

$$v - L \frac{di}{dt} = 0 \quad (7.10)$$

જ્યાં, બીજું પદ ઈન્ડક્ટરમાં આત્મપ્રેરિત ફેરેડે emf છે અને L ઈન્ડક્ટરનું આત્મપ્રેરકત્વ છે. ઋણ નિશાની લેન્ડના નિયમ (પ્રકરણ-6) પરથી આવે છે.



આકૃતિ 7.5 ઈન્ડક્ટર (પ્રેરકગૂંચળા) સાથે જોડેલ એસી સ્રોત

* ac પરિપથોમાં વોલ્ટેજ અને પ્રવાહને ધૂમતા સદિશો - ફેઝર દ્વારા નિરૂપણ કરવામાં આવે છે તેમ છતાં પોતે સદિશ નથી. તેઓ અદિશ રાશીઓ છે. અહીં, આવર્ત રીતે બદલાતા જતા અદિશોની કળાઓ અને કંપવિસ્તારો, ધૂમતા સદિશોના અનુરૂપ મૂલ્યો અને દિશા ધરાવતા પ્રક્ષેપોની જેમ જ ગાણિતિક રીતે સંયોજાય છે. આવર્ત રીતે બદલાતી જતી અદિશ રાશીઓનો સરવાળો, આપણે જાણીએ છીએ તેવા સરળ નિયમોથી કરી શકાય તે માટે જ તેમને રજૂ કરવા, ધૂમતા સદિશોને દાખલ કરેલા છે.

સમીકરણ (7.1) અને (7.10)નો સમન્વય કરતાં,

$$\frac{di}{dt} = \frac{v}{L} = \frac{v_m}{L} \sin \omega t \quad (7.11)$$

સમીકરણ (7.11) સૂચવે છે કે પ્રવાહ $i(t)$ સમય પરનું એવું વિધેય છે કે જેનો ઢાળ di/dt , sine વિધેય મુજબ (sinusoidally) બદલાતી જતી રાશિ હોય, જેની કળા સ્રોત વોલ્ટેજના જેટલી છે અને તેનો કંપવિસ્તાર v_m / L વડે આપી શકાય છે. પ્રવાહ મેળવવા માટે આપણે di/dt નું સમય સાપેક્ષે સંકલન કરીશું.

$$\int \frac{di}{dt} dt = \frac{v_m}{L} \int \sin(\omega t) dt$$

$$\text{આ પરથી, } i = -\frac{v_m}{\omega L} \cos(\omega t) + \text{અચળ}$$

સંકલનના અચળાંકને પ્રવાહનું પરિમાણ છે અને તે સમયથી સ્વતંત્ર છે. સ્રોતનું emf શૂન્યની આસપાસ સંમિતિય રીતે દોલન કરે છે, તેથી તેનાથી મળતો પ્રવાહ શૂન્યની આસપાસ સંમિતિય રીતે દોલન કરે છે અને તેથી અચળ પ્રવાહ કે પ્રવાહનો સમયથી સ્વતંત્ર (સમય પર આધારિત ન હોય તેવો) કોઈ ઘટક અસ્તિત્વ ધરાવતો નથી. માટે, સંકલનનો અચળાંક શૂન્ય છે.

$$-\cos(\omega t) = \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ નો ઉપયોગ કરતાં આપણને,}$$

$$i = i_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (7.12)$$

મળે. જ્યાં, $i_m = \frac{v_m}{\omega L}$ પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર છે. રાશિ ωL એ અવરોધ સાથે સામ્ય ધરાવતી રાશિ છે જેને ઈન્ડક્ટીવ રીએક્ટન્સ કહે છે અને તે X_L વડે દર્શાવાય છે.

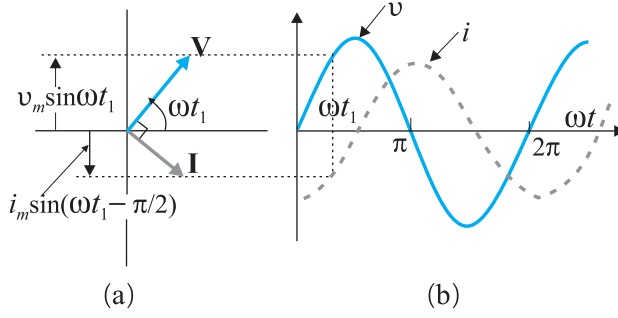
$$X_L = \omega L \quad (7.13)$$

આથી, પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર

$$i_m = \frac{v_m}{X_L} \quad (7.14)$$

ઈન્ડક્ટીવ રીએક્ટન્સનું પરિમાણ અવરોધનાં પરિમાણ જેવું જ અને તેનો SI એકમ ઓહ્મ (Ω) છે. શુદ્ધ અવરોધક પરિપથમાં જેમ અવરોધ પ્રવાહ ને સીમિત (મર્યાદિત) કરે છે તેવી જ રીતે શુદ્ધ ઈન્ડક્ટીવ પરિપથમાં ઈન્ડક્ટર પ્રવાહને સિમિત કરે છે. ઈન્ડક્ટીવ રીએક્ટન્સ, ઈન્ડક્ટર અને પ્રવાહની આવૃત્તિના સમપ્રમાણમાં હોય છે.

સ્રોત વોલ્ટેજ અને ઈન્ડક્ટરમાં વહેતા પ્રવાહ માટે સમીકરણ (7.1) અને સમીકરણ (7.12)ની સરખામણી દર્શાવે છે કે પ્રવાહ વોલ્ટેજ કરતાં કળામાં $\pi/2$ જેટલો અથવા એક ચતુર્થાંશ ચક્ર ($1/4$ cycle) જેટલો પાછળ છે. પ્રસ્તુત કિસ્સામાં કોઈ એક ક્ષણ (t_1) માટે વોલ્ટેજ અને પ્રવાહનાં ફેઝર આકૃતિ 7.6(a)માં દર્શાવેલ છે. પ્રવાહ ફેઝર I વોલ્ટેજ ફેઝર V કરતાં $\pi/2$ જેટલો પાછળ છે. જ્યારે તેમને કોણીય આવૃત્તિ ω સાથે વિષમઘડી દિશામાં ભ્રમણ કરાવવામાં આવે ત્યારે સમીકરણ (7.1) અને (7.12) દ્વારા રજૂ થતા અનુક્રમે વોલ્ટેજ અને પ્રવાહ રચાય છે, જેને આકૃતિ 7.6(b)માં દર્શાવેલ છે.



આકૃતિ 7.6 (a) આકૃતિ 7.5માં દર્શાવેલ પરિપથ માટે ફેઝર ડાયાગ્રામ
(b) v અને i વિસ્ફુરક ωt નો આલેખ

આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, પ્રવાહ વોલ્ટેજ કરતાં એક ચતુર્થાંશ આવર્તકાળ $\left[\frac{T}{4} = \frac{\pi/2}{\omega}\right]$ પછી તેનું મહત્તમ મૂલ્ય મેળવે છે. તમે જોયું કે ઇન્ડક્ટરને રીએક્ટન્સ છે, જેમ dc પરિપથમાં અવરોધ વડે પ્રવાહ મર્યાદિત થાય તેવી જ રીતે રીએક્ટન્સ ac પ્રવાહને મર્યાદિત કરે છે. શું તે અવરોધની માફક પાવર વ્યય કરતો હશે? આવો આપણે તે શોધવાનો પ્રયત્ન કરીએ.

ઇન્ડક્ટરને મળતો તત્કાલિન પાવર

$$\begin{aligned} p_L = iv &= i_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \times v_m \sin(\omega t) \\ &= -i_m v_m \cos(\omega t) \sin(\omega t) \\ &= -\frac{i_m v_m}{2} \sin(2\omega t) \end{aligned}$$

આથી, એક પૂર્ણ ચક્ર દરમિયાનનો સરેરાશ પાવર

$$\begin{aligned} P_L &= \left\langle -\frac{i_m v_m}{2} \sin(2\omega t) \right\rangle \\ &= \frac{-i_m v_m}{2} \langle \sin(2\omega t) \rangle = 0 \end{aligned}$$

છે. કારણ કે, એક પૂર્ણ ચક્ર પર $\sin(2\omega t)$ નું સરેરાશ શૂન્ય છે. આમ, એક પૂર્ણ ચક્ર પર ઇન્ડક્ટરને પૂરો પડતો સરેરાશ પાવર શૂન્ય હોય છે.

આ બાબતને આકૃતિ 7.7 વિસ્તારથી સમજાવે છે.

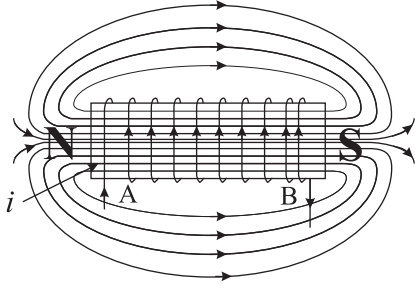
ઉદાહરણ 7.2 25.0 mHનાં એક શુદ્ધ ઇન્ડક્ટરને 220 Vના સ્રોત સાથે જોડેલ છે. જો સ્રોતની આવૃત્તિ 50 Hz હોય તો ઇન્ડક્ટીવ રીએક્ટન્સ અને પરિપથનો rms પ્રવાહ શોધો.

ઉકેલ ઇન્ડક્ટીવ રીએક્ટન્સ,

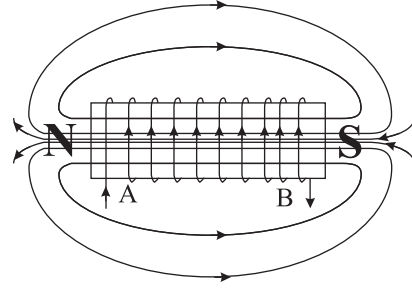
$$\begin{aligned} X_L &= 2\pi\nu L = 2 \times 3.14 \times 50 \times 25 \times 10^{-3} \Omega \\ &= 7.85 \Omega \end{aligned}$$

પરિપથમાં rms પ્રવાહ

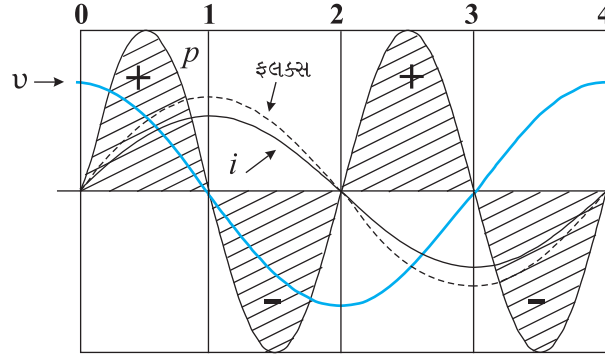
$$I = \frac{V}{X_L} = \frac{220 \text{ V}}{7.85 \Omega} = 28 \text{ A}$$



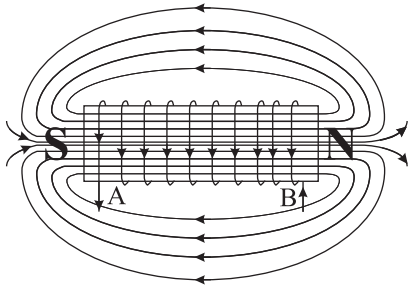
0-1 દરમિયાન A પાસેથી ગૂંચળામાં દાખલ થતો પ્રવાહ i શૂન્યથી મહત્તમ મૂલ્ય સુધી વધે છે. ફલક્સ રેખાઓ પ્રસ્થાપિત થાય છે એટલે કે કોર (Core) ચુંબકત્વ ધારણ કરે છે. દર્શાવેલ ધ્રુવત્વ (Polarity) મુજબ વોલ્ટેજ અને પ્રવાહ બંને ધન (Positive) છે. તેથી તેમનો ગુણાકાર p ધન છે. સ્રોતમાંથી ઊર્જાનું શોષણ થાય છે.



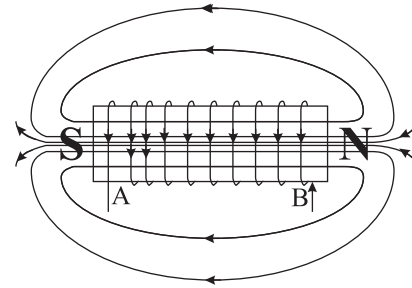
1-2 દરમિયાન ગૂંચળામાં વહેતો પ્રવાહ હજુ ધન છે, પરંતુ તે ઘટતો જાય છે. કોર ચુંબકત્વ ગુમાવે છે (Demagnetize થાય છે) અને અર્ધ ચક્ર પૂર્ણ થાય ત્યારે કુલ ફલક્સ શૂન્ય થાય છે. વોલ્ટેજ v ઋણ છે (કારણ કે, di/dt ઋણ છે.) વોલ્ટેજ અને પ્રવાહનો ગુણાકાર p ઋણ થાય છે અને સ્રોતને ઊર્જા પાછી મળવા લાગે છે.



વોલ્ટેજ/પ્રવાહનું એક પૂર્ણ ચક્ર. નોંધો કે પ્રવાહ વોલ્ટેજ કરતાં પાછળ પડેલ છે.



2-3 દરમિયાન પ્રવાહ i ઋણ બને છે એટલે કે તે B પાસેથી દાખલ થાય છે અને A પાસેથી બહાર આવે છે. પ્રવાહની દિશા ઉલટાઈ જવાને કારણે ચુંબકની ધ્રુવત્વ (પોલારીટી) બદલાય છે. પ્રવાહ અને વોલ્ટેજ બંને ઋણ છે માટે તેમનો p ગુણાકાર ધન બને છે. ઊર્જાનું શોષણ થાય છે.

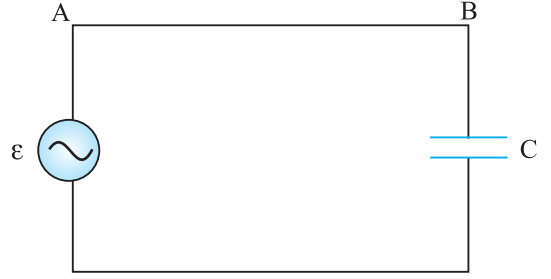


3-4 દરમિયાન પ્રવાહ i ઘટવા લાગે છે અને 4 પાસે તેનું મૂલ્ય શૂન્ય થાય છે. કોર ચુંબકત્વ ગુમાવે છે અને ફલક્સ શૂન્ય બને છે. વોલ્ટેજ ધન હોય છે પરંતુ પ્રવાહ ઋણ હોય છે તેથી પાવર p ઋણ થાય છે. અર્ધચક્ર 2-3 મુજબ 1/4 ચક્ર દરમિયાન શોષાયેલ ઊર્જા સ્રોતને પાછી મળે છે.

7.5 કેપેસીટર (સંધારક)ને લાગુ પાડેલ AC વોલ્ટેજ (AC VOLTAGE APPLIED TO A CAPACITOR)

આકૃતિ 7.8 શુદ્ધ કેપેસીટીવ ac પરિપથ દર્શાવે છે, જેમાં $v = v_m \sin \omega t$ ac વોલ્ટેજ ઉત્પન્ન કરતો ac સ્રોત ε માત્ર કેપેસીટર સાથે જોડેલ છે.

જ્યારે dc પરિપથમાં વોલ્ટેજ સ્રોત સાથે કેપેસીટરને જોડવામાં આવે છે ત્યારે થોડા સમય માટે પ્રવાહ પસાર થાય છે, જે કેપેસીટરને વિદ્યુતભારિત (Charge) કરવા માટે જરૂરી છે. કેપેસીટરની પ્લેટો પર વિદ્યુતભાર એકઠો થતાં બે પ્લેટો વચ્ચેનો વોલ્ટેજ વધે છે જે પ્રવાહનો વિરોધ કરે છે. આમ, dc પરિપથમાં જેમ કેપેસીટર વિદ્યુતભારિત (ચાર્જ) થતું જાય તેમ કેપેસીટર પ્રવાહને મર્યાદિત કરે છે અથવા તેનો વિરોધ કરે છે. જ્યારે કેપેસીટર સંપૂર્ણ વિદ્યુતભારિત (ચાર્જ) થાય છે ત્યારે પરિપથનો પ્રવાહ ઘટીને શૂન્ય બને છે.



આકૃતિ 7.8 કેપેસીટર સાથે જોડેલ ac સ્રોત

જ્યારે કેપેસીટરને ac સ્રોત સાથે આકૃતિ 7.8 મુજબ જોડવામાં આવે છે ત્યારે તે પ્રવાહને સીમિત અથવા નિયંત્રિત કરે છે, પરંતુ વિદ્યુતભારના

વહનને સંપૂર્ણ રીતે રોકતું નથી. જેમ પ્રવાહ પ્રત્યેક અર્ધચક્ર દરમિયાન ઉલટાય છે તેમ કેપેસીટર આવર્ત રીતે વિદ્યુતભારિત (ચાર્જ) અને વિદ્યુતવિભારિત (ડિસ્ચાર્જ) થતું રહે છે. ધારો કે કોઈ એક t ક્ષણે કેપેસીટર પરનો વિદ્યુતભાર q છે. બે પ્લેટો વચ્ચે તાત્કાલિક વોલ્ટેજ v

$$v = \frac{q}{C} \quad (7.15)$$

છે. કિર્ચોફના બંધગાળાનાં નિયમ મુજબ સ્રોતનાં બે છેડા વચ્ચેનો અને કેપેસીટરની બે પ્લેટ વચ્ચેનો વોલ્ટેજ સમાન હોય છે.

$$v_m \sin \omega t = \frac{q}{C}$$

પ્રવાહ શોધવા માટે આપણે $i = \frac{dq}{dt}$ સંબંધનો ઉપયોગ કરીશું.

$$i = \frac{d}{dt}(v_m C \sin \omega t) = \omega C v_m \cos(\omega t)$$

$\cos(\omega t) = \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ સંબંધનો ઉપયોગ કરતાં,

$$i = i_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \quad (7.16)$$

જ્યાં, $i_m = \omega C v_m$ દોલિત થતા પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર છે. તેને આપણે નીચે મુજબ ફરી લખી શકીએ.

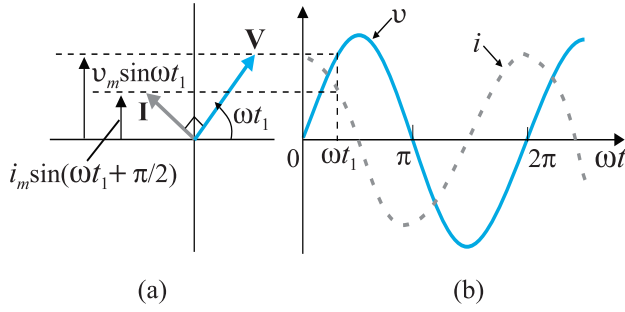
$$i_m = \frac{v_m}{(1/\omega C)}$$

આ સમીકરણને શુદ્ધ અવરોધકીય પરિપથ માટેનાં $i_m = v_m/R$ સાથે સરખાવતાં, આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, $(1/\omega C)$ અવરોધના જેવો જ ભાગ ભજવે છે. તેને કેપેસીટીવ રીએક્ટન્સ કહે છે અને તેને X_C વડે દર્શાવાય છે.

$$X_C = 1/\omega C \quad (7.17)$$

તેથી પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર

$$i_m = \frac{v_m}{X_C} \quad (7.18)$$



આકૃતિ 7.9 (a) આકૃતિ 7.8માં દર્શાવેલ પરિપથ માટે ફેઝર ડાયાગ્રામ (b) v અને i વિરૂદ્ધ ωt નો આલેખ

કેપેસિટીવ રીએક્ટન્સનું પરિમાણ અવરોધનાં પરિમાણ જેવું જ છે અને તેનો SI એકમ ohm(Ω) છે. શુદ્ધ અવરોધવાળા પરિપથમાં જેમ અવરોધ પ્રવાહને સીમિત (નિયંત્રિત) કરે છે તેવી જ રીતે શુદ્ધ કેપેસિટીવ પરિપથમાં કેપેસિટીવ રીએક્ટન્સ પ્રવાહનાં કંપવિસ્તારને સીમિત કરે છે. પરંતુ તે કેપેસિટન્સ અને આવૃત્તિનાં વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે.

સ્રોત વોલ્ટેજનાં સમીકરણ (7.1) અને સમીકરણ (7.16)ની સરખામણી દર્શાવે છે કે વોલ્ટેજ કરતાં પ્રવાહ કળામાં $\pi/2$ જેટલો આગળ છે. આકૃતિ 7.9(a) કોઈ એક t_1 ક્ષણે ફેઝર ડાયાગ્રામ દર્શાવે છે. અહીં, પ્રવાહ ફેઝર I વોલ્ટેજ ફેઝર V કરતાં $\pi/2$ જેટલો આગળ રહે તેમ તેઓ વિષમઘડી દિશામાં ભ્રમણ કરે છે. આકૃતિ 7.9(b) સમય સાથે વોલ્ટેજ અને પ્રવાહમાં થતાં ફેરફારો દર્શાવે છે. આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, વોલ્ટેજ કરતાં પ્રવાહ એક ચતુર્થાંશ આવર્તકાળ જેટલા વહેલા સમયે મહત્તમ મૂલ્ય મેળવે છે.

કેપેસિટરને પૂરો પડતો તાત્કાલિક પાવર

$$\begin{aligned} p_c &= iv = i_m \cos(\omega t) v_m \sin(\omega t) \\ &= i_m v_m \cos(\omega t) \sin(\omega t) \\ &= \frac{i_m v_m}{2} \sin(2\omega t) \end{aligned} \quad (7.19)$$

આમ, કેપિસિટરમાં ઈન્ડક્ટરના કિસ્સા પ્રમાણે સરેરાશ પાવર,

$$P_c = \left\langle \frac{i_m v_m}{2} \sin(2\omega t) \right\rangle = \frac{i_m v_m}{2} \langle \sin(2\omega t) \rangle = 0$$

કારણ કે, એક પૂર્ણ ચક્ર પર $\langle \sin(2\omega t) \rangle = 0$ આકૃતિ 7.10 આ બાબતને વિસ્તારથી સમજાવે છે.

આમ, આપણે જોયું કે, ઈન્ડક્ટરનાં કિસ્સામાં પ્રવાહ વોલ્ટેજ કરતાં $\pi/2$ જેટલો પાછળ અને કેપેસિટરનાં કિસ્સામાં પ્રવાહ, વોલ્ટેજ કરતાં $\pi/2$ જેટલો આગળ હોય છે.

ઉદાહરણ 7.3

ઉદાહરણ 7.3 એક બલ્બને કેપીસિટર સાથે શ્રેણીમાં જોડેલ છે. dc અને ac જોડાણ માટે તમારા અવલોકનોનું અનુમાન કરો. જો કેપેસિટરનું કેપેસિટન્સ ઘટાડવામાં આવે તો દરેક કિસ્સામાં શું થશે ? ઉકેલ જ્યારે કેપેસિટર સાથે dc સ્રોત જોડવામાં આવે છે ત્યારે કેપેસિટર વિદ્યુતભારિત (ચાર્જ) થાય છે. પૂર્ણ વિદ્યુતભારિત થયા બાદ પરિપથમાં પ્રવાહ વહેતો નથી અને બલ્બ પ્રકાશિત થતો નથી. કેપેસિટન્સ ઘટાડવા છતાં તેમાં કોઈ જ ફેરફાર થતો નથી.

ac સ્રોત માટે કેપેસિટર $1/\omega C$ જેટલો કેપેસિટીવ રીએક્ટન્સ ધરાવે છે અને પરિપથમાં પ્રવાહ વહે છે. પરિણામે બલ્બ પ્રકાશિત થાય છે. Cમાં ઘટાડો કરતાં રીએક્ટન્સ વધે છે અને બલ્બ પહેલાં કરતાં ઓછા તેજથી પ્રકાશિત થાય છે.

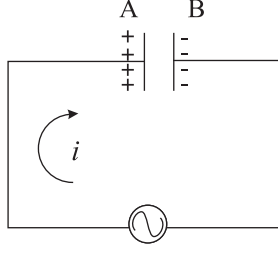
ઉદાહરણ 7.4

ઉદાહરણ 7.4 250 V, 50 Hzના સ્રોત સાથે 15.0 μ Fના કેપેસિટરને જોડવામાં આવેલ છે. પરિપથમાં કેપેસિટીવ રીએક્ટન્સ અને પ્રવાહનું (rms અને મહત્તમ) મૂલ્ય શોધો. જો આવૃત્તિને બમણી કરવામાં આવે તો કેપેસિટીવ રીએક્ટન્સ અને પ્રવાહનાં મૂલ્યો પર શું અસર થશે ? ઉકેલ કેપેસિટીવ રીએક્ટન્સ,

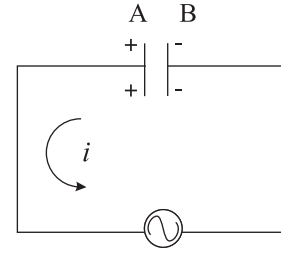
$$X_C = \frac{1}{2\pi\nu C} = \frac{1}{2\pi(50\text{Hz})(15.0 \times 10^{-6} \text{ F})} = 212 \Omega$$

rms પ્રવાહ,

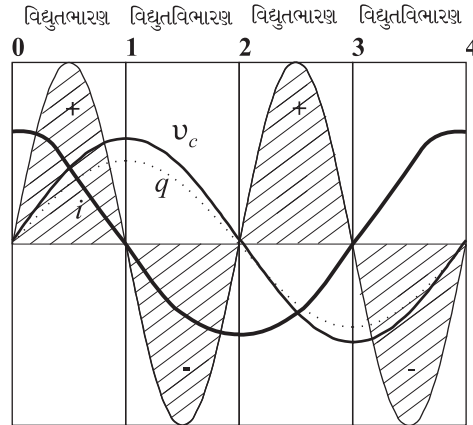
પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહ



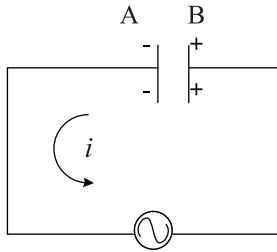
0-1 દરમિયાન આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ પ્રવાહ વહે છે અને તે 0 પાસે મહત્તમથી 1 પાસે શૂન્ય સુધી પહોંચે છે. પ્લેટ A ધન વિદ્યુતભારિત થાય છે જ્યારે પ્લેટ B પર ઋણ વિદ્યુતભાર q જમા થતો જાય છે અને 1 પાસે પ્રવાહ શૂન્ય થાય ત્યાં સુધીમાં મહત્તમ થાય છે. વોલ્ટેજ $v_c = q/C$ વિદ્યુતભાર q સાથે સમાન કળામાં હોય છે અને તેનું મૂલ્ય 1 પાસે મહત્તમ હોય છે. પ્રવાહ અને વોલ્ટેજ બંને ધન હોવાથી પાવર $p = v_c i$ ધન છે. આ ચોથા ભાગનાં ચક્ર દરમિયાન સ્રોતમાંથી ઊર્જાનું શોષણ થાય છે અને કેપેસિટર વિદ્યુતભારિત થાય છે.



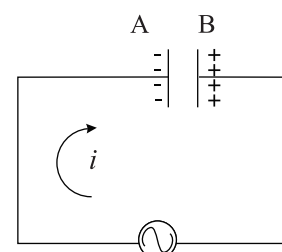
1-2 દરમિયાન પ્રવાહ i ની દિશા ઉલટાઈ જાય છે. સંગ્રહિત વિદ્યુતભાર છિનવાઈ જાય છે. એટલે કે આ ચોથા ભાગનાં ચક્ર દરમિયાન કેપેસિટર વિદ્યુતવિભારિત (ડિસ્ચાર્જ) થાય છે. વોલ્ટેજ ઘટે છે પરંતુ હજુ તે ધન હોય છે. પ્રવાહ ઋણ હોય છે અને તેમનો ગુણાકાર એટલે પાવર ઋણ હોય છે. 0-1નાં ચોથા ભાગના ચક્ર દરમિયાન શોષાયેલ ઊર્જા આ ચોથાભાગનાં ચક્ર દરમિયાન સ્રોતને પાછી મળે છે.



વોલ્ટેજ/પ્રવાહનું એક પૂર્ણ ચક્ર. નોંધો કે પ્રવાહ વોલ્ટેજ કરતાં આગળ છે.



2-3 દરમિયાન પ્રવાહ i , Aથી B તરફ વહે છે. કેપેસિટર વિરૂદ્ધ ધ્રુવત્વ (પોલારીટી) માટે વિદ્યુતભારિત થાય છે. એટલે કે પ્લેટ B ધન વિદ્યુતભાર અને પ્લેટ A ઋણ વિદ્યુતભાર મેળવે છે. વોલ્ટેજ અને પ્રવાહ બંને ઋણ હોય છે. તેમનો ગુણાકાર p ધન હોય છે. આ ચોથાભાગનાં ચક્ર દરમિયાન કેપેસિટર ઊર્જાનું શોષણ કરે છે.



3-4 દરમિયાન 3 પાસે પ્રવાહ i ની દિશા ઉલટાઈ જાય છે અને તે Bથી A તરફ વહે છે. સંગ્રહિત થયેલ વિદ્યુતભાર છિનવાઈ જાય છે અને વોલ્ટેજનું મૂલ્ય v_c ઘટે છે. જ્યારે કેપેસિટર સંપૂર્ણ ડિસ્ચાર્જ થાય છે ત્યારે 4 પાસે v_c શૂન્ય બને છે. પાવર ઋણ છે. 2-3 દરમિયાનમાં શોષાયેલ ઊર્જા સ્રોતને પાછી મળે છે. શોષાયેલ ચોખ્ખી ઊર્જા શૂન્ય હોય છે.

$$I = \frac{V}{X_C} = \frac{220V}{212\Omega} = 1.04 A$$

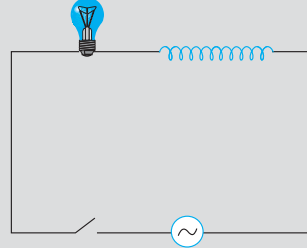
મહત્તમ પ્રવાહ

$$i_m = \sqrt{2}I = (1.41)(1.04) = 1.47A$$

આ પ્રવાહ +1.47A અને -1.47Aની વચ્ચે દોલનો કરશે અને તે વોલ્ટેજ કરતાં $\pi/2$ જેટલો આગળ હશે.

જો સ્રોત આવૃત્તિ બમણી કરવામાં આવે તો કેપેસિટીવ રીએક્ટન્સનું મૂલ્ય અડધું થશે. પરિણામે પ્રવાહ બમણો થશે.

ઉદાહરણ 7.5 આકૃતિ 7.11માં દર્શાવ્યા મુજબ એક પ્રકાશીય બલ્બ અને એક ઓપન કોઈલ ઈન્ડક્ટરને એસી સ્રોત સાથે કળ દ્વારા જોડેલ છે.



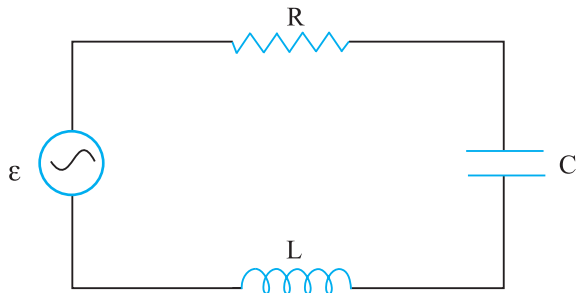
આકૃતિ 7.11

કળ બંધ કર્યા પછી થોડા સમય બાદ ઈન્ડક્ટરનાં અંદરનાં વિસ્તાર (ગર્ભ)માં લોખંડનો સળિયો દાખલ કરવામાં આવતાં પ્રકાશીય બલ્બની પ્રકાશિતતા (a) વધશે (b) ઘટશે (c) કોઈ જ ફેરફાર નહીં થાય. તમારો જવાબ કારણ સહિત આપો.

ઉકેલ લોખંડના સળિયાને જ્યારે અંદર દાખલ કરવામાં આવે છે ત્યારે કોઈલની અંદરનું ચુંબકીયક્ષેત્ર લોખંડનું મેગ્નેટાઈઝેશન (ચુંબકીયકરણ) કરે છે. જેથી અંદરનાં ચુંબકીયક્ષેત્રમાં વધારો થાય છે. તેથી, કોઈલનું ઈન્ડક્શન (પ્રેરકત્વ) વધે છે. પરિણામે, કોઈલનો ઈન્ડક્ટીવ રીએક્ટન્સ વધે છે. જેના પરિણામે લાગુ પાડેલ એસી વોલ્ટેજનો મોટો ભાગ ઈન્ડક્ટરનાં બે છેડા વચ્ચે લાગુ પડે છે અને બલ્બનાં બે છેડે ઓછો વોલ્ટેજ હોય છે તેથી બલ્બની પ્રકાશિતતા ઘટે છે.

7.6 LCR શ્રેણી પરિપથને લાગુ પાડેલ AC વોલ્ટેજ (AC VOLTAGE APPLIED TO A SERIES LCR CIRCUIT)

આકૃતિ 7.12, ac સ્રોત ε સાથે જોડેલ શ્રેણી L-C-R પરિપથ દર્શાવે છે. અગાઉની માફક આપણે ac સ્રોતનું વોલ્ટેજ $v = v_m \sin \omega t$ લઈશું.



આકૃતિ 7.12 LCR શ્રેણી પરિપથ સાથે જોડેલ ac સ્રોત

જો કોઈ એક t ક્ષણે કેપેસિટર પરનો વીજભાર q અને પરિપથમાં પ્રવાહ i હોય તો કિર્ચોફના બંધગાળાનાં નિયમ પરથી,

$$L \frac{di}{dt} + iR + \frac{q}{C} = v \quad (7.20)$$

આપણે તાત્કાલિક પ્રવાહ i અને લાગુ પાડેલ પ્રત્યાવર્તી વોલ્ટેજ v સાથે તેનો કળા સંબંધ શોધવા માગીએ છીએ. આપણે આ કોયડો બે પદ્ધતિથી ઉકેલીશું. પ્રથમ પદ્ધતિમાં ફેઝરની પ્રયુક્તિ અને બીજી પદ્ધતિમાં પ્રવાહ i -નો સમય પરનો આધાર મેળવવા સમીકરણ (7.20)નો વિશ્લેષણથી (બૈજિક રીતે) ઉકેલ મેળવીશું.

7.6.1 ફેઝર ડાયાગ્રામ દ્વારા ઉકેલ (Phasor-Diagram Solution)

આકૃતિ 7.12માંના પરિપથ પરથી આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, અવરોધક ઈન્ડક્ટર અને કેપેસિટર શ્રેણી જોડાણમાં છે. માટે કોઈપણ સમયે પરિપથના દરેક ઘટકમાં સમાન કંપવિસ્તાર અને સમાન કળાવાળો એકસમાન પ્રવાહ હશે. ધારો કે તે,

$$Ii = i_m \sin(\omega t + \phi) \quad (7.21)$$

છે. જ્યાં, ϕ સ્રોતનાં બે છેડા વચ્ચેનાં વોલ્ટેજ અને પરિપથમાં પ્રવાહ વચ્ચેનો કળા તફાવત છે. અગાઉનાં પરિચ્છેદમાં આપણે જે શીખ્યા તેનાં આધારે પ્રસ્તુત કિસ્સામાં આપણે ફેઝર ડાયાગ્રામ તૈયાર કરીશું.

સમીકરણ (7.21) વડે રજૂ થતા પરિપથ પ્રવાહને દર્શાવતો ફેઝર ધારો કે \mathbf{I} છે. વધુમાં ધારો કે, ઈન્ડક્ટર, અવરોધક, કેપેસિટર અને સ્રોતનાં બે છેડા વચ્ચેના વોલ્ટેજને રજૂ કરતાં ફેઝર અનુક્રમે ધારો કે, $\mathbf{V}_L, \mathbf{V}_R, \mathbf{V}_C$ અને \mathbf{V} છે. અગાઉના પરિચ્છેદ મુજબ આપણે જાણીએ છીએ કે, \mathbf{V}_R, \mathbf{I} ને સમાંતર છે. \mathbf{V}_C, \mathbf{I}

કરતાં $\pi/2$ જેટલો પાછળ છે અને \mathbf{V}_L, \mathbf{I} કરતાં $\pi/2$ જેટલો આગળ છે. આકૃતિ 7.13(a)માં $\mathbf{V}_L, \mathbf{V}_R, \mathbf{V}_C$ અને \mathbf{I} ને યોગ્ય કળા સંબંધ સાથે દર્શાવેલ છે.

આ ફેઝરોની લંબાઈ અથવા $\mathbf{V}_R, \mathbf{V}_C$ અને \mathbf{V}_L નાં કંપવિસ્તાર નીચે મુજબ છે.

$$v_{Rm} = i_m R, v_{Cm} = i_m X_C, v_{Lm} = i_m X_L \quad (7.22)$$

પરિપથ માટે વોલ્ટેજનું સમીકરણ (7.20) નીચે મુજબ લખી શકાય.

$$v_L + v_R + v_C = v \quad (7.23)$$

ફેઝર સંબંધ કે જેનો ઉર્ધ્વ ઘટક ઉપરનું સમીકરણ આપે છે તે નીચે મુજબ આપી શકાય.

$$\mathbf{V}_L + \mathbf{V}_R + \mathbf{V}_C = \mathbf{V} \quad (7.24)$$

આ સંબંધને આકૃતિ 7.13(b)માં રજૂ કરેલ છે. \mathbf{V}_C અને \mathbf{V}_L હંમેશાં એક રેખા પર પરસ્પર વિરુદ્ધ દિશામાં હોવાથી તેમને સંયોજિતરૂપે

એક જ ફેઝર $(\mathbf{V}_C + \mathbf{V}_L)$ તરીકે લઈ શકાય જેનું માન $|v_{Cm} - v_{Lm}|$ છે. \mathbf{V} જેની બાજુઓ \mathbf{V}_R અને $(\mathbf{V}_C + \mathbf{V}_L)$ હોય તેવા કાટકોણ ત્રિકોણના કર્ણ તરીકે રજૂ થતો હોવાથી, પાયથાગોરસ પ્રમેય મુજબ,

$$v_m^2 = v_{Rm}^2 + (v_{Cm} - v_{Lm})^2$$

v_{Rm}, v_{Cm} અને v_{Lm} નાં મૂલ્યો, સમીકરણ (7.22) પરથી ઉપરોક્ત સમીકરણમાં મૂકતાં,

$$v_m^2 = (i_m R)^2 + (i_m X_C - i_m X_L)^2$$

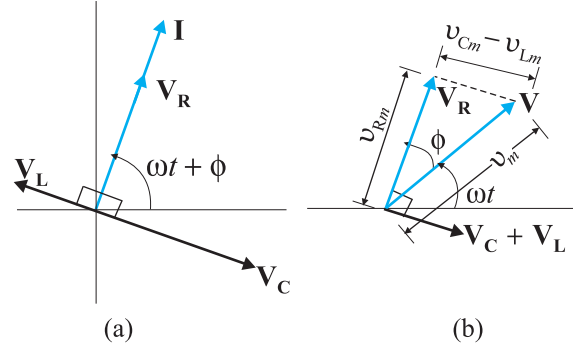
$$v_m^2 = i_m^2 [R^2 + (X_C - X_L)^2]$$

$$\text{અથવા } i_m = \frac{v_m}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}} \quad [7.25(a)]$$

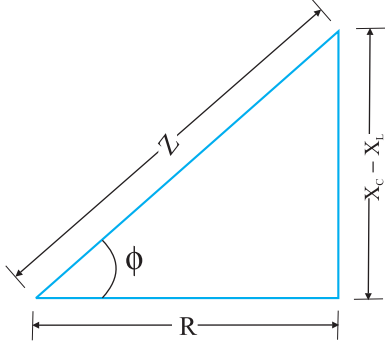
મળે. પરિપથમાં અવરોધ સાથેની સામ્યતા પરથી આપણે ac પરિપથમાં ઈમ્પિડન્સ Z ને દાખલ કરીશું.

$$i_m = \frac{v_m}{Z} \quad [7.25(b)]$$

$$\text{જ્યાં, } Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2} \quad (7.26)$$



આકૃતિ 7.13 (a) $\mathbf{V}_L, \mathbf{V}_R, \mathbf{V}_C$ અને \mathbf{I} નાં ફેઝરો વચ્ચેનો સંબંધ (b) આકૃતિ 7.12માં દર્શાવેલ પરિપથ માટે \mathbf{V}, \mathbf{V}_R તથા $(\mathbf{V}_C + \mathbf{V}_L)$ વચ્ચેનો સંબંધ



આકૃતિ 7.14 ઇમ્પિડન્સ ડાયાગ્રામ

ફેઝર I હંમેશા ફેઝર V_R ને સમાંતર છે કળા ખૂણો ϕ એ V_R અને V વચ્ચેનો ખૂણો છે અને તે આકૃતિ 7.14 પરથી નક્કી કરી શકાય છે.

$$\tan\phi = \frac{V_{Cm} - V_{Lm}}{V_{Rm}}$$

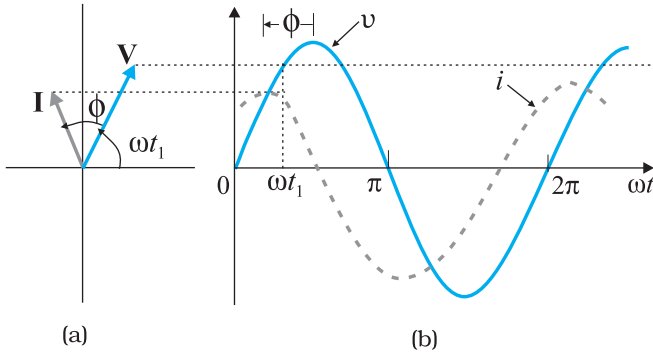
સમીકરણ (7.22) નો ઉપયોગ કરતાં, આપણને

$$\tan\phi = \frac{X_C - X_L}{R} \quad (7.27)$$

મળે. આકૃતિ 7.14 માં સમીકરણ (7.26) અને (7.27) ને આલેખીય રીતે દર્શાવેલ છે. આને ઇમ્પિડન્સ ડાયાગ્રામ કહે છે, જે કર્ણ તરીકે Z હોય તેવો એક કાટકોણ ત્રિકોણ છે.

સમીકરણ 7.25(a) પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર આપે છે અને સમીકરણ (7.27) કળા-ખૂણો આપે છે. આ સાથે જ સમીકરણ (7.21) સંપૂર્ણ રીતે રજૂ થાય છે.

જો $X_C > X_L$ હોય તો, ϕ ધન બનશે અને પરિપથ પ્રભાવી રીતે (Predominantly) કેપેસિટીવ બને છે. પરિણામે પરિપથમાં પ્રવાહ સ્રોત વોલ્ટેજ કરતાં આગળ હોય છે. જો $X_C < X_L$ હોય તો ϕ ઋણ બને છે અને પરિપથ પ્રભાવી રીતે ઇન્ડક્ટીવ બને છે. પરિણામે પરિપથમાં પ્રવાહ સ્રોત વોલ્ટેજ કરતાં પાછળ હોય છે. એ આકૃતિ 7.15 $X_C > X_L$ નાં કિસ્સા માટે, ફેઝર ડાયાગ્રામ તથા v અને i માં ωt સાથે થતાં ફેરફારો દર્શાવે છે.



આકૃતિ 7.15 (a) V અને I નાં ફેઝર ડાયાગ્રામ (b) $L-C-R$ શ્રેણી પરિપથ માટે v અને i વિરૂદ્ધ ωt નો આલેખ જ્યાં ($X_C > X_L$)

આમ, ફેઝરની પ્રક્રિયાનો ઉપયોગ કરીને આપણે LCR શ્રેણી પરિપથ માટે પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર અને કળા મેળવ્યા. પરંતુ વિશ્લેષણની આ પદ્ધતિના ac પરિપથ માટે કેટલાંક ગેરલાભ છે. પ્રથમ, ફેઝર ડાયાગ્રામ પ્રારંભિક શરત/સ્થિતિની કોઈ જ માહિતી આપતો નથી. તમે t નું કોઈ પણ યાદચ્છિક મૂલ્ય (જેમકે આ પ્રકરણમાં બધે જ આપણે t_1 લીધેલ છે) લઈ શકો છો અને જુદા જુદા ફેઝર વચ્ચેનો સાપેક્ષ ખૂણો દર્શાવતાં જુદા જુદા ફેઝર દોરી શકો છો. આ રીતે મેળવેલ ઉકેલને સ્થાયી અવસ્થા ઉકેલ કહે છે. આ વ્યાપક ઉકેલ નથી. ઉપરાંત આપણી પાસે ક્ષણિક ઉકેલ

પણ છે જે $v = 0$ માટે પણ લાગુ પડે. સ્થાયી અવસ્થા ઉકેલ અને ક્ષણિક ઉકેલનાં સમન્વયથી મળતો ઉકેલ એ વ્યાપક ઉકેલ છે. પુરતાં લાંબા સમય બાદ, ક્ષણિક ઉકેલની અસર નષ્ટ પામે છે અને સ્થાયી અવસ્થા ઉકેલ દ્વારા પરિપથ વર્તણૂકનું વર્ણન કરી શકાય છે.

7.6.2 વૈશ્લેષિક ઉકેલ (Analytical Solution)

પરિપથ માટેનું વોલ્ટેજ સમીકરણ,

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{q}{C} = v$$

$$= v_m \sin\omega t \text{ છે.}$$

આપણે જાણીએ છીએ કે, $i = dq/dt$. તેથી $di/dt = d^2q/dt^2$. આમ, q નાં પદમાં વોલ્ટેજ સમીકરણ નીચે મુજબ મળે.

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = v_m \sin \omega t \quad (7.28)$$

આ સમીકરણ બળપ્રેરિત અવમંદિત દોલકનાં સમીકરણ જેવું છે. (જુઓ ધોરણ XI ભૌતિકવિજ્ઞાન પાઠ્યપુસ્તક સમીકરણ [14.37(b)]). ધારોકે, આનો ઉકેલ,

$$q = q_m \sin(\omega t + \theta) \quad [7.29(a)]$$

$$\text{છે. તેથી } \frac{dq}{dt} = q_m \omega \cos(\omega t + \theta) \quad [7.29(b)]$$

$$\text{અને } \frac{d^2q}{dt^2} = -q_m \omega^2 \sin(\omega t + \theta) \quad [7.29(c)]$$

સમીકરણ (7.28)માં આ મૂલ્યો મૂકતાં,

$$q_m \omega [R \cos(\omega t + \theta) + (X_C - X_L) \sin(\omega t + \theta)] = v_m \sin \omega t \quad (7.30)$$

મળે. જ્યાં, આપણે $X_C = 1/\omega C$, $X_L = \omega L$ સંબંધનો ઉપયોગ કર્યો છે.

સમીકરણ (7.30)ને $Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}$ વડે ગુણતા અને ભાગતાં, આપણને

$$q_m \omega Z \left[\frac{R}{Z} \cos(\omega t + \theta) + \frac{(X_C - X_L)}{Z} \sin(\omega t + \theta) \right] = v_m \sin \omega t \quad (7.31)$$

મળે. હવે ધારોકે, $\frac{R}{Z} = \cos \phi$

અને $\frac{(X_C - X_L)}{Z} = \sin \phi$

$$\text{તેથી } \phi = \tan^{-1} \frac{(X_C - X_L)}{R} \quad (7.32)$$

સમીકરણ (7.31)માં આ મૂલ્યો મૂકી સાદુરૂપ આપતાં, આપણને

$$q_m \omega Z \cos(\omega t + \theta - \phi) = v_m \sin \omega t \quad (7.33)$$

મળે. સમીકરણની બંને બાજુને સરખાવતાં આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે,

$$v_m = q_m \omega Z = i_m Z, \text{ જ્યાં, } i_m = q_m \omega \quad [7.33(a)]$$

$$\text{અને } \theta - \phi = -\frac{\pi}{2} \text{ અથવા } \theta = -\frac{\pi}{2} + \phi \quad [7.33(b)]$$

તેથી પરિપથમાં પ્રવાહ

$$i = \frac{dq}{dt} = q_m \omega \cos(\omega t + \theta) \\ = i_m \cos(\omega t + \theta)$$

$$\text{અથવા } i = i_m \sin(\omega t + \phi) \quad (7.34)$$

$$\text{જ્યાં, } i_m = \frac{v_m}{Z} = \frac{v_m}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}} \quad [7.34(a)]$$

$$\text{અને } \phi = \tan^{-1} \frac{(X_C - X_L)}{R}$$

આમ, પરિપથમાં પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર અને કળા માટેનો વિશ્લેષિક ઉકેલ ફેઝર પ્રયુક્તિથી મેળવેલ ઉકેલને મળતો આવે છે.

7.6.3 અનુનાદ (Resonance)

RLC શ્રેણી પરિપથની એક રસપ્રદ લાક્ષણિકતા એ અનુનાદની ઘટના છે. કોઈ એક નિશ્ચિત આવૃત્તિથી દોલન કરવાની વૃત્તિ ધરાવતા બધા જ તંત્રો માટે અનુનાદ એક સામાન્ય ઘટના છે. આ આવૃત્તિને તંત્રની પ્રાકૃતિક આવૃત્તિ કહે છે. જો આવું કોઈ તંત્ર એવા ઊર્જા સ્રોતથી સંચાલિત થતું હોય કે જેની આવૃત્તિ તંત્રની પ્રાકૃતિક આવૃત્તિની નજીક હોય તો દોલનોનો કંપવિસ્તાર મોટો થાય છે. આ ઘટનાનું એક જાણીતું ઉદાહરણ હીંચકા પર ઝોલા ખાતું બાળક છે. લોલકની માફક આગળ-પાછળ થતાં હીંચકાના દોલનોને પ્રાકૃતિક આવૃત્તિ હોય છે. જો બાળક દોરીને નિયમિત સમય અંતરાલે ખેંચે અને દોરી ખેંચવાની આવૃત્તિ હીંચકાની પ્રાકૃતિક આવૃત્તિની નજીક હોય તો હીંચકાનો કંપવિસ્તાર મોટો થશે. (જુઓ ધોરણ XI, પ્રકરણ-14)

v_m કંપવિસ્તાર અને ω આવૃત્તિનાં વોલ્ટેજ વડે સંચાલિત RLC પરિપથ માટે આપણને મળતો પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર

$$i_m = \frac{v_m}{Z} = \frac{v_m}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}} \text{ થાય છે.}$$

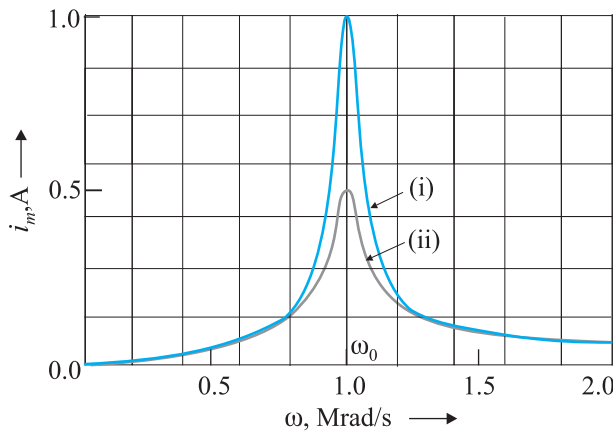
છે. જ્યાં, $X_C = 1/\omega C$ અને $X_L = \omega L$.

આમ, જો ω માં ફેરફાર કરવામાં આવે તો એક નિશ્ચિત આવૃત્તિ ω_0 માટે, $X_C = X_L$ અને ઈમ્પિડન્સ લઘુત્તમ ($Z = \sqrt{R^2 + 0^2} = R$) બને છે. આ આવૃત્તિને અનુનાદ આવૃત્તિ કહે છે.

$$X_C = X_L \text{ અથવા } \frac{1}{\omega_0 C} = \omega_0 L$$

$$\text{અથવા } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (7.35)$$

અનુનાદીય આવૃત્તિએ પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર $i_m = v_m/R$ જેટલો મહત્તમ હોય છે.



આકૃતિ 7.16 ω સાથે i_m માં થતાં ફેરફારો બે કિસ્સા માટે
(i) $R = 100 \Omega$ (ii) $R = 200 \Omega$ બંને કિસ્સામાં $L = 1.00 \text{ mH}$

આકૃતિ 7.16, $L = 1.00 \text{ mH}$, $C = 1.00 \text{ nF}$ તથા અવરોધ R નાં બે મૂલ્યો $R = 100 \Omega$ અને $R = 200 \Omega$ માટે RLC શ્રેણી પરિપથમાં ω સાથે i_m માં થતાં ફેરફારો દર્શાવે છે. લાગુ પાડેલ સ્રોત માટે $v_m = 100 \text{ V}$, આ કિસ્સા માટે

$$\omega_0 = \left(\frac{1}{\sqrt{LC}} \right) = 1.00 \times 10^6 \text{ rad/s છે.}$$

આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, અનુનાદીય આવૃત્તિ માટે પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર મહત્તમ છે. અનુનાદની સ્થિતિએ $i_m = v_m/R$ હોવાથી કિસ્સા (i)માં પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર કિસ્સા (ii)માંના કંપવિસ્તાર કરતાં બમણો છે.

અનુનાદીય પરિપથોનાં ઉપયોજનોમાં વિવિધતા છે ઉદાહરણ તરીકે રેડિયો અથવા TV સેટની ટ્યુનિંગ કરવાની પ્રક્રિયામાં રેડિયો-એન્ટેના ઘણાં બધાં બ્રોડકાસ્ટિંગ સ્ટેશનોના સિગ્નલો મેળવે છે. એન્ટેના દ્વારા મેળવાયેલ સિગ્નલો, રેડિયોનાં ટ્યુનિંગ પરિપથ માટે સ્રોત તરીકે વર્તે છે તેથી,

પરિપથ ઘણી બધી આવૃત્તિઓએ સંચાલિત થઈ શકે છે. પરંતુ કોઈ એક નિશ્ચિત રેડિયો સ્ટેશન સાંભળવા માટે આપણે રેડિયો ટ્યુન કરીએ છીએ. ટ્યુનિંગમાં આપણે ટ્યુનિંગ પરિપથમાંના કેપેસિટરનું કેપેસિટન્સ એવી રીતે બદલીએ છીએ કે પરિપથની અનુનાદીય આવૃત્તિનું મૂલ્ય એન્ટેનાએ મેળવેલ નિશ્ચિત સ્ટેશનના રેડિયો સિગ્નલની આવૃત્તિની લગભગ બરાબર હોય. જ્યારે આમ થાય છે ત્યારે નિશ્ચિત રેડિયો સ્ટેશનનાં સિગ્નલોની આવૃત્તિ જેટલી જ આવૃત્તિ માટે પરિપથમાં પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર મહત્તમ બને છે.

એ નોંધવું મહત્ત્વનું છે કે, જે પરિપથમાં L અને C બંને હાજર હોય તેવા પરિપથો દ્વારા જ અનુનાદની ઘટના પ્રદર્શિત થાય છે. આમ હોય તો જ L ના બે છેડા વચ્ચેનો વોલ્ટેજ અને C બે છેડા વચ્ચેનો વોલ્ટેજ (બંને વિરુદ્ધ કળામાં હોવાને કારણે) એકબીજાને નાબૂદ કરે છે અને પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર $i_m = v_m/R$ હોય છે અને સ્રોતનો સંપૂર્ણ વોલ્ટેજ અવરોધ R નાં બે છેડા વચ્ચે મળે છે. આનો અર્થ એ છે કે RL અને RC પરિપથમાં આપણે અનુનાદ મેળવી શકીએ નહીં.

અનુનાદની તીક્ષ્ણતા (SHARPNESS OF RESONANCE) :

LCR શ્રેણી પરિપથમાં પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર,

$$i_m = \frac{v_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

છે અને જ્યારે $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ થાય ત્યારે તે મહત્તમ હોય છે. આ મહત્તમ મૂલ્ય, $i_m^{\max} = v_m/R$ છે.

ઠનાં ω_0 કરતાં બીજાં મૂલ્યો માટે પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર મહત્તમ કંપવિસ્તાર કરતાં ઓછો હોય છે. ધારો કે આપણે ω નું એવું મૂલ્ય પસંદ કરીએ કે જ્યાં પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર મહત્તમ કંપવિસ્તારનાં $1/\sqrt{2}$ ગણો થાય. આ મૂલ્ય માટે, પરિપથ વડે વ્યય થતા પાવરનું મૂલ્ય અડધું થાય છે. આકૃતિ (7.16)માંના વક્ર પરથી જોઈ શકાય છે કે, ઠનાં આવા બે મૂલ્યો મળે છે, જેને ω_1 અને ω_2 કહીશું, જેમાં એક ω_0 કરતાં મોટું અને બીજું ω_0 કરતાં નાનું છે અને આ બંને મૂલ્યો ω_0 ની આસપાસ સંમિતરૂપે છે. માટે આપણે લખી શકીએ કે,

$$\omega_1 = \omega_0 + \Delta\omega$$

$$\omega_2 = \omega_0 - \Delta\omega$$

આ બંને આવૃત્તિ વચ્ચેનો તફાવત $\omega_1 - \omega_2 = 2\Delta\omega$ ને ઘણી વખત પરિપથની બેન્ડવીડ્થ (Bandwidth) કહે છે. રાશિ $(\omega_0/2\Delta\omega)$ ને અનુનાદ વક્રની તીક્ષ્ણતાના માપ તરીકે ગણવામાં આવે છે. જેમ $\Delta\omega$ મૂલ્ય નાનું હોય તેમ અનુનાદ વધુ તીક્ષ્ણ અથવા સાંકડો. $\Delta\omega$ નું સમીકરણ મેળવવા માટે એ નોંધીએ કે, $\omega_1 = \omega_0 + \Delta\omega$ થાય ત્યારે પ્રવાહ કંપવિસ્તાર $i_m = (1/\sqrt{2}) i_m^{\max}$ થાય.

$$\begin{aligned} \text{તેથી } \omega_1 \text{ માટે } i_m &= \frac{v_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2}} \\ &= \frac{i_m^{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{v_m}{R\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$\text{અથવા } \sqrt{R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2} = R\sqrt{2}$$

$$\text{અથવા } R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2 = 2R^2$$

$$\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} = R$$

જે નીચે મુજબ લખી શકાય,

$$(\omega_0 + \Delta\omega)L - \frac{1}{(\omega_0 + \Delta\omega)C} = R$$

$$\omega_0 L \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) - \frac{1}{\omega_0 C \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)} = R$$

ડાબી બાજુના બીજા પદમાં $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ નો ઉપયોગ કરતાં,

$$\omega_0 L \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) - \frac{\omega_0 L}{\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)} = R \text{ મળશે.}$$

$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \ll 1$ હોવાથી, $\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)^{-1}$ ને સરળીકરણ $\left(1 - \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)$ લઈ શકીએ. આથી,

$$\omega_0 L \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) - \omega_0 L \left(1 - \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) = R$$

$$\text{અથવા } \omega_0 L \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} = R$$

$$\Delta\omega = \frac{R}{2L} \quad [7.36(a)]$$

અનુનાદની તીક્ષ્ણતા નીચે મુજબ અપાય છે.

$$\frac{\omega_0}{2\Delta\omega} = \frac{\omega_0 L}{R} \quad [7.36(b)]$$

ગુણોત્તર $\frac{\omega_0 L}{R}$ ને પરિપથનો ક્વોલિટી ફેક્ટર (ગુણવત્તા અંક) Q પણ કહે છે.

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} \quad [7.36(c)]$$

સમીકરણ [7.36(b)] અને [7.36(c)] પરથી આપણને $2\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$ મળે. તેથી Q નું મૂલ્ય જેમ

મોટું તેમ $2\Delta\omega$ અથવા બેન્ડવિડ્થનું મૂલ્ય નાનું અને અનુનાદની તીક્ષ્ણતા વધારે. સમીકરણ [7.36(c)]માં $\omega_0^2 = 1/LC$ નો ઉપયોગ કરતાં તેને સમતુલ્ય રીતે આ મુજબ દર્શાવી શકાય છે. $Q = 1/\omega_0 CR$.

આકૃતિ 7.15 પરથી આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, જો અનુનાદ ઓછો તીક્ષ્ણ હોય તો ફક્ત મહત્તમ પ્રવાહ જ ઓછો હોય તેમ નહિ પરંતુ આવૃત્તિઓનાં મોટા ગાળા $\Delta\omega$ માટે પરિપથ અનુનાદની નજીક હોય અને પરિપથનું ટ્યુનિંગ સારું હોતું નથી. આથી, અનુનાદ ઓછો તીક્ષ્ણ હોય તો તે પરિપથની પસંદગીક્ષમતા (તે પરિપથ દ્વારા આવૃત્તિને પસંદ કરવાની ક્ષમતા-Selectivity) ઓછી હોય છે અથવા એથી ઉલટું પણ સત્ય છે. સમીકરણ (7.36) પરથી આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, જો ક્વોલિટી ફેક્ટર મોટો હોય એટલે કે R નાનો અને/અથવા L મોટો હોય તેવા પરિપથોની પસંદગીક્ષમતા વધુ છે.

ઉદાહરણ 7.6 220 V, 50 Hz ac સ્રોત સાથે 200 Ω નો અવરોધક અને 15.0 μF નાં કેપેસિટરને શ્રેણીમાં જોડવામાં આવેલ છે. (a) પરિપથમાં પ્રવાહ ગણો, (b) અવરોધક અને કેપેસિટરનાં બે છેડા વચ્ચે વોલ્ટેજ, (rms) શોધો. શું આ વોલ્ટેજનો બૈજિક સરવાળો સ્રોત વોલ્ટેજ કરતાં વધુ છે ? જો હા, તો આ વિસંગતતાનો ઉકેલ જણાવો.

ઉકેલ

$$R = 200 \Omega, C = 15.0 \mu\text{F} = 15.0 \times 10^{-6} \text{F}$$

$$V = 220 \text{V}, \nu = 50 \text{Hz આપેલ છે.}$$

(a) પ્રવાહની ગણતરી કરવા માટે પરિપથનાં ઈમ્પિડન્સની જરૂર પડશે અને તે

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{R^2 + (2\pi\nu C)^{-2}} \\ &= \sqrt{(200 \Omega)^2 + (2 \times 3.14 \times 50 \times 15.0 \times 10^{-6} \text{F})^{-2}} \\ &= \sqrt{(200 \Omega)^2 + (212.3 \Omega)^2} \\ &= 291.67 \Omega \text{ છે.} \end{aligned}$$

માટે પરિપથમાં પ્રવાહ,

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{220 \text{V}}{291.67 \Omega} = 0.7542 \text{A}$$

(b) અહીં, સમગ્ર પરિપથમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ સમાન હોવાથી

$$V_R = IR = (0.754 \text{A})(200 \Omega) = 150.8 \text{V}$$

$$V_C = IX_C = (0.754 \text{A})(212.3 \Omega) = 160.07 \text{V}$$

બંને વોલ્ટેજ V_R અને V_C નો બૈજિક સરવાળો 310.87 V છે. જે સ્રોત વોલ્ટેજ 220 V કરતાં વધુ છે. આ વિસંગતતા કઈ રીતે સમજાવી શકાય ? પાઠ્યપુસ્તકમાં તમે શીખી ગયા છો તેમ, અહીં બંને વોલ્ટેજ સમાન કળામાં નથી. માટે તેમનો સરવાળો સામાન્ય સંખ્યાઓની માફક થઈ શકે નહીં. બંને વોલ્ટેજ વચ્ચેનો કળાતફાવત 90° જેટલો છે. માટે પાયથાગોરસનાં પ્રમેય પરથી કુલ વોલ્ટેજ મેળવી શકાય.

$$\begin{aligned} V_{R+C} &= \sqrt{V_R^2 + V_C^2} \\ &= 219.91 \approx 220 \text{V} \end{aligned}$$

આમ, જો બે વોલ્ટેજ વચ્ચેનો કળા તફાવત યોગ્ય રીતે ગણતરીમાં લેવામાં આવે તો કેપેસિટર અને અવરોધકનાં બે છેડા વચ્ચેનો કુલ વોલ્ટેજ સ્રોત વોલ્ટેજ જેટલો થાય.

7.7 AC પરિપથમાં પાવર : પાવર ફેક્ટર

(POWER IN AC CIRCUIT : THE POWER FACTOR)

આપણે જોયું કે, RLC શ્રેણી પરિપથમાં વોલ્ટેજ $v = v_m \sin \omega t$ લાગુ પડતાં પરિપથમાં વહેતો પ્રવાહ $i = i_m \sin(\omega t + \phi)$ દ્વારા મળે છે.

$$\text{જ્યાં, } i_m = \frac{v_m}{Z} \text{ અને } \phi = \tan^{-1} \left(\frac{X_C - X_L}{R} \right)$$

આથી, સ્રોત દ્વારા પુરો પડાયેલ તાત્કાલિક પાવર

$$\begin{aligned} p &= vi = (v_m \sin \omega t) \times [i_m \sin(\omega t + \phi)] \\ &= \frac{v_m i_m}{2} [\cos \phi - \cos(2\omega t + \phi)] \end{aligned} \quad (7.37)$$

છે. સમીકરણ (7.37)ની જમણી બાજુનાં બે પદોનું સરેરાશ એક પૂર્ણ ચક્ર પર પાવરનું સરેરાશ આપે છે. જે પૈકીનું માત્ર બીજું પદ સમય પર આધારિત છે. જેનું સરેરાશ શૂન્ય થાય છે. (cosineનું ધન અર્ધચક્ર ઋણ અર્ધચક્રને નાબુદ કરે છે.) માટે,

$$\begin{aligned} P &= \frac{v_m i_m}{2} \cos \phi = \frac{v_m}{\sqrt{2}} \frac{i_m}{\sqrt{2}} \cos \phi \\ &= VI \cos \phi \end{aligned} \quad [7.38(a)]$$

આ સમીકરણ નીચે મુજબ પણ લખી શકાય.

$$P = I^2 Z \cos \phi \quad [7.38(b)]$$

આમ, વપરાતો (વ્યય પામતો) સરેરાશ પાવર માત્ર વોલ્ટેજ અને પ્રવાહ પર આધારિત નથી પરંતુ તેમની વચ્ચેનાં કળા ખૂણા ϕ ના cosine પર પણ આધારિત છે. રાશિ $\cos \phi$ ને પાવર ફેક્ટર કહે છે. આપણે નીચેના કિસ્સાઓની ચર્ચા કરીએ :

કિસ્સો (i) અવરોધક પરિપથ : જો પરિપથ માત્ર શુદ્ધ અવરોધ R ધરાવતો હોય તો તેને અવરોધક પરિપથ કહે છે. તે કિસ્સામાં $\phi = 0$, $\cos \phi = 1$ પાવર વ્યય મહત્તમ હોય છે.

કિસ્સો (ii) શુદ્ધ ઇન્ડક્ટીવ અથવા કેપેસિટીવ પરિપથ : જો પરિપથ માત્ર ઇન્ડક્ટર અથવા કેપેસિટર ધરાવતો હોય તો આપણે જાણીએ છીએ કે પ્રવાહ અને વોલ્ટેજ વચ્ચેનો કળા તફાવત $\pi/2$ જેટલો હોય છે માટે $\cos \phi = 0$ અને પરિપથમાંથી પ્રવાહ પસાર થવા છતાંય પાવર વપરાતો (વ્યય પામતો) નથી. આવા પ્રવાહને ઘણીવાર વોટલેસ પ્રવાહ કહે છે.

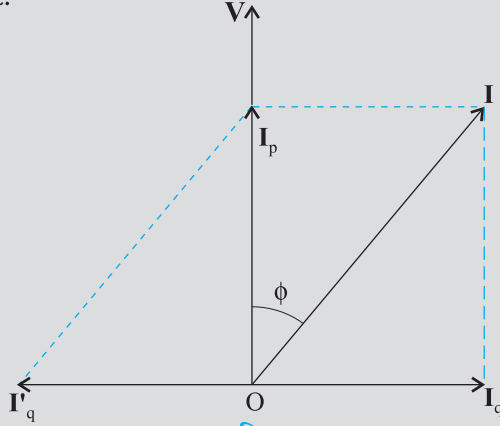
કિસ્સો (iii) LCR શ્રેણી પરિપથ : LCR શ્રેણી પરિપથમાં થતો પાવર વ્યય સમીકરણ (7.38) મુજબનો હોય છે. જ્યાં, $\phi = \tan^{-1}(X_C - X_L)/R$. તેથી, RL અથવા RC અથવા RCL પરિપથોમાં ϕ અશૂન્ય થશે. આવા કિસ્સાઓમાં પણ પાવર વ્યય તો માત્ર અવરોધકમાં જ થાય છે.

કિસ્સો (iv) LCR પરિપથમાં અનુનાદની સ્થિતિએ વ્યય થતો પાવર : અનુનાદની સ્થિતિએ $X_C - X_L = 0$ અને $\phi = 0$ તેથી $\cos \phi = 1$ અને $P = I^2 Z = I^2 R$. એટલે કે અનુનાદ સ્થિતિએ પરિપથમાં (R દ્વારા) મહત્તમ પાવર વ્યય થતો હોય છે.

ઉકેલ (a) આપણે જાણીએ છીએ કે, $P = IV \cos\phi$. જ્યાં, $\cos\phi$ પાવર ફેક્ટર છે. આપેલ વોલ્ટેજ ઈચ્છિત (આપેલ) પાવર મોકલવા માટે, જો પાવર ફેક્ટર ઓછો હોય તો તેને અનુરૂપ પ્રવાહમાં આપણે વધારો કરવો જોઈએ. પરંતુ આમ કરતાં ટ્રાન્સમિશન દરમ્યાન પાવર વ્યય (I^2R) ખૂબ વધી જાય છે.

(b) ધારોકે પરિપથમાં પ્રવાહ વોલ્ટેજ કરતાં કળામાં ϕ જેટલો પાછળ છે તો પાવર ફેક્ટર $\cos\phi = R/Z$.

Zનું મૂલ્ય લગભગ R જેટલું બનાવીને આપણે પાવર ફેક્ટરમાં (લગભગ 1 બને તેમ) સુધારો કરી શકીએ છીએ. ફેઝર ડાયાગ્રામ (આકૃતિ 7.17)ની મદદથી આપણે સમજીએ કે આ કેવી રીતે મેળવી શકાય.



આકૃતિ 7.17

અહીં Iને બે ઘટકોમાં વિભાજન કરીએ. લાગુ પાડેલ વોલ્ટેજ Vની દિશામાં I_p અને લાગુ પાડેલ વોલ્ટેજને લંબ દિશામાં I'_q . પરિચ્છેદ 7.7માં તમે શીખ્યા તે મુજબ I'_q વોલ્ટેસ ઘટક કહેવાય છે. તેથી પ્રવાહનાં આ ઘટકને અનુરૂપ પાવર વ્યય થતો નથી. I_p પાવર ઘટક તરીકે ઓળખાય છે, કારણ કે તે વોલ્ટેજ સાથે સમાન કળામાં છે અને તેનાં અનુરૂપ પરિપથમાં પાવર વ્યય થાય છે.

આ વિશ્લેષણથી તે સ્પષ્ટ છે કે, જો આપણે પાવર ફેક્ટર સુધારવા માગતા હોઈએ તો, કળામાં પાછળ રહેલા વોલ્ટેસ પ્રવાહ I_q ને તેનાં જેટલો જ અને કળામાં આગળ રહેતાં વોલ્ટેસ પ્રવાહ I'_q વડે તટસ્થ કરવો પડે. આમ કરવા માટે યોગ્ય મૂલ્યનાં કેપેસિટરને સમાંતર જોડવો પડે જેથી I_q અને I'_q એકબીજાની અસર નાબૂદ કરે તથા પાવર P અસરકારક રીતે $I_p V$ જેટલો થાય.

ઉદાહરણ 7.7

ઉદાહરણ 7.8 283 V મહત્તમ મૂલ્ય અને 50 Hz આવૃત્તિવાળો sine પ્રકારનો વોલ્ટેજ LCR શ્રેણી પરિપથને લાગુ પાડેલ છે. જેમાં $R = 3\Omega$, $L = 25.48 \text{ mH}$ અને $C = 796 \mu\text{F}$ છે. (a) પરિપથનો ઈમ્પિડન્સ (b) સ્રોત વોલ્ટેજ અને પ્રવાહ વચ્ચેનો કળા તફાવત (c) પરિપથમાં વ્યય થતો પાવર અને (d) પાવર ફેક્ટર શોધો.

ઉકેલ પરિપથનો ઈમ્પિડન્સ શોધવા પ્રથમ આપણે X_L અને X_C ની ગણતરી કરીશું.

$$(a) X_L = 2\pi vL$$

$$= 2 \times 3.14 \times 50 \times 25.48 \times 10^{-3} \Omega = 8 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi vC}$$

ઉદાહરણ 7.8

$$= \frac{1}{2 \times 3.14 \times 50 \times 796 \times 10^{-6}} = 4 \Omega$$

તેથી,

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L + X_C)^2} = \sqrt{3^2 + (8-4)^2}$$

$$= 5 \Omega$$

$$(b) \text{ કળા તફાવત } \phi = \tan^{-1} \left(\frac{X_C - X_L}{R} \right)$$

$$= \tan^{-1} \left(\frac{4-8}{3} \right) = -53.1^\circ$$

ϕ ઋણ છે, તેથી સ્રોતનાં બે છેડા વચ્ચેનાં વોલ્ટેજ કરતાં પરિપથનો પ્રવાહ પાછળ છે.

(c) પરિપથમાં વ્યય થતો પાવર

$$P = I^2 R$$

$$\text{હવે, } I = \frac{i_m}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{283}{5} \right) = 40 \text{ A}$$

$$\text{તેથી, } P = (40 \text{ A})^2 \times 3 \Omega = 4800 \text{ W}$$

$$(d) \text{ પાવર ફેક્ટર } = \cos \phi = \cos(-53.1^\circ) = 0.6$$

ઉદાહરણ 7.9 ધારો કે ઉપરનાં ઉદાહરણમાં સ્રોતની આવૃત્તિ બદલી શકાય છે. તો (a) અનુનાદની સ્થિતિએ સ્રોતની આવૃત્તિ કેટલી હશે ? (b) અનુનાદની સ્થિતિએ ઈમ્પિડન્સ, પ્રવાહ અને વ્યય થતા પાવરની ગણતરી કરો.

ઉકેલ

(a) અનુનાદ થાય ત્યારે આવૃત્તિ,

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{25.48 \times 10^{-3} \times 796 \times 10^{-6}}}$$

$$= 222.1 \text{ rad/s}$$

$$v_r = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{222.1}{2 \times 3.14} = 35.4 \text{ Hz}$$

(b) અનુનાદની સ્થિતિએ ઈમ્પિડન્સ Z અવરોધ R જેટલો હોય છે.

$$Z = R = 3 \Omega$$

અનુનાદ વખતે rms પ્રવાહ

$$= \frac{V}{Z} = \frac{V}{R} = \left(\frac{283}{\sqrt{2}} \right) \frac{1}{3} = 66.7 \text{ A}$$

અનુનાદની સ્થિતિએ વ્યય થતો પાવર

$$P = I^2 \times R = (66.7)^2 \times 3 = 13.35 \text{ kW}$$

અહીં તમે જોઈ શકો છો કે ઉદાહરણ 7.8માં વ્યય થતાં પાવર કરતાં આ કિસ્સામાં પાવર વ્યય વધુ છે.

ઉદાહરણ 7.10 કોઈ એરપોર્ટ પર સુરક્ષાનાં કારણોસર મેટલ ડીટેક્ટરના દરવાજામાંથી એક વ્યક્તિ પસાર થાય છે. જો તે/તેણીના પાસે કોઈ ધાતુની બનેલી કોઈ વસ્તુ હોય તો મેટલ ડીટેક્ટર ધ્વનિ ઉત્સર્જિત કરે છે. આ ડીટેક્ટર કયા સિદ્ધાંત પર કાર્ય કરે છે ?

ઉકેલ મેટલ ડીટેક્ટર એસી પરિપથોમાં થતાં અનુનાદનાં સિદ્ધાંત પર કાર્ય કરે છે. જ્યારે તમે મેટલ ડીટેક્ટરના દરવાજામાંથી પસાર થાવ છો ત્યારે વાસ્તવમાં તમે ઘણાં આંટા ધરાવતી કોઈલ (Coil-ગૂંચળા)માંથી પસાર થાવ છો. ગૂંચળાને ટ્યુન કરેલ કેપેસિટર સાથે જોડેલ હોય છે, જેથી પરિપથ અનુનાદની સ્થિતિએ હોય છે. જ્યારે તમે તમારા ખિસ્સામાં ધાતુના ટુકડા સાથે પસાર થાવ છો ત્યારે પરિપથનો ઈમ્પેડન્સ બદલાય છે. પરિણામે પરિપથનાં પ્રવાહમાં નોંધપાત્ર ફેરફાર થાય છે. પ્રવાહમાં થતો આ ફેરફાર પરખાય (Detected) છે અને ઇલેક્ટ્રોનિક પરિપથ એલાર્મ તરીકે ધ્વનિ ઉત્પન્ન કરે છે.

7.8 LC દોલનો (LC OSCILLATIONS)

આપણે જાણીએ છીએ કે કેપેસિટર અને ઈન્ડક્ટર અનુક્રમે વિદ્યુતીય અને ચુંબકીય ઊર્જાનો સંગ્રહ કરી શકે છે. જ્યારે એક કેપેસિટર (પ્રારંભમાં વિદ્યુતભારિત)ને ઈન્ડક્ટર સાથે જોડવામાં આવે છે ત્યારે કેપેસિટર પર રહેલા વિદ્યુતભાર અને પરિપથમાં પ્રવાહ વિદ્યુતીય દોલનોની ઘટના નિપજાવે છે જે યાંત્રિક તંત્રોમાં થતાં દોલનો જેવા જ હોય છે. (ધોરણ XI, પ્રકરણ-14)

ધારો કે કેપેસિટર પર q_m જેટલો વિદ્યુતભાર ($t = 0$ સમયે) છે અને તેને આકૃતિ 7.18 મુજબ ઈન્ડક્ટર સાથે જોડવામાં આવે છે.

જે ક્ષણે પરિપથ પૂર્ણ થાય છે તે ક્ષણે કેપેસિટર પરનો વિદ્યુતભાર ઘટવાની શરૂઆત થાય છે. પરિણામે પરિપથમાં વધતો પ્રવાહ ઉત્પન્ન થાય છે. ધારોકે કોઈ એક t સમયે પરિપથમાં વિદ્યુતભાર q અને પ્રવાહ i છે. di/dt ધન હોવાથી ઈન્ડક્ટર Lમાં પ્રેરિત emf નું ધ્રુવત્વ (Polarity) આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબની હોય છે, એટલે કે, $v_b < v_a$. કિર્યોફનાં બંધ ગાળાનાં નિયમ અનુસાર,

$$\frac{q}{C} - L \frac{di}{dt} = 0 \quad (7.39)$$

પ્રસ્તુત કિસ્સામાં, $i = -(dq/dt)$ (કારણ કે, જેમ q ઘટે છે તેમ i વધે છે.) માટે સમીકરણ (7.39) નીચે મુજબ થશે.

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0 \quad (7.40)$$

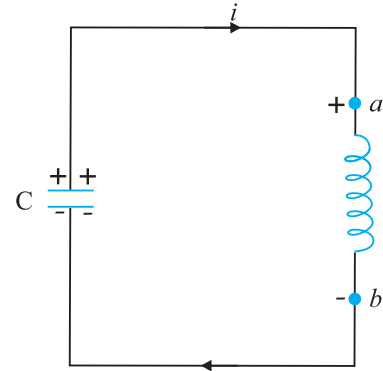
આ સમીકરણ સરળ આવર્ત ગતિનાં સમીકરણ $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$ જેવું સ્વરૂપ ધરાવે છે. આથી, વિદ્યુતભાર જે પ્રાકૃતિક આવૃત્તિથી દોલનો કરે છે,

$$\text{તે આવૃત્તિ } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (7.41)$$

છે અને તે સમય સાથે સાઈન વિધેય અનુસાર નીચેના સૂત્ર અનુસાર બદલાય છે.

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \phi) \quad (7.42)$$

જ્યાં, q_m એ q નું મહત્તમ મૂલ્ય અને ϕ કળા અચળાંક છે. $t = 0$ સમયે $q = q_m$ હોવાથી $\cos\phi = 1$ અથવા $\phi = 0$. તેથી પ્રસ્તુત કિસ્સામાં,



આકૃતિ 7.18 કોઈ એક ક્ષણે, વિદ્યુતપ્રવાહ વધે છે તેથી ઈન્ડક્ટરમાં પ્રેરિત emf નું ધ્રુવત્વ (Polarity) આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબનું છે.

$$q = q_m \cos(\omega_0 t) \quad (7.43)$$

પ્રવાહ $i = \left(-\frac{dq}{dt}\right)$ નીચે મુજબ આપી શકાય છે.

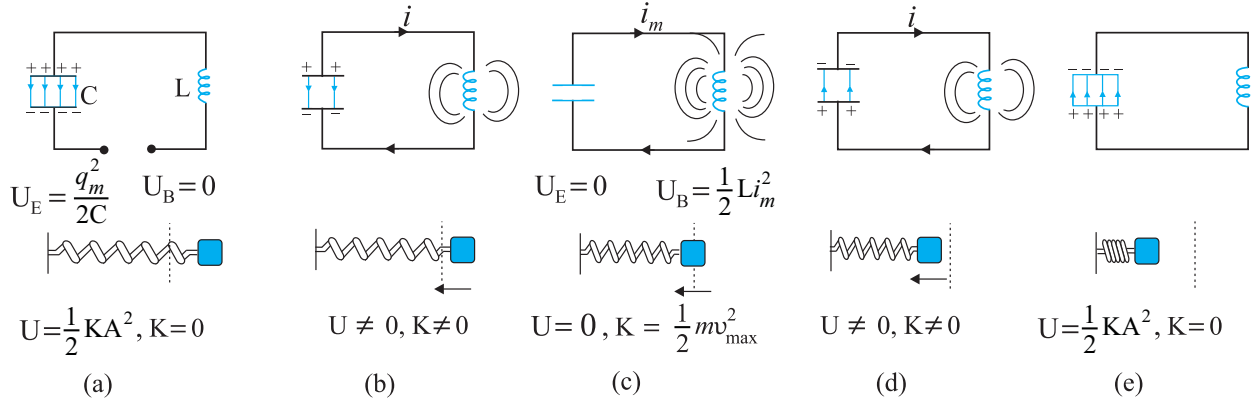
$$I = i_m \sin(\omega_0 t) \quad (7.44)$$

જ્યાં, $i_m = \omega_0 q_m$

આ પરિપથમાં દોલન કેવી રીતે થાય છે તે દર્શાવવાનું હવે આપણે પ્રયત્ન કરીએ.

આકૃતિ 7.19(a)માં દર્શાવ્યા મુજબ પ્રારંભિક વિદ્યુતભાર q_m વાળા કેપેસિટર સાથે આદર્શ ઈન્ડક્ટર જોડેલ છે. વિદ્યુતભારિત કેપેસિટરમાં સંગ્રહિત વિદ્યુતઊર્જા $U_E = \frac{1}{2} \frac{q_m^2}{C}$ છે. પરિપથમાં પ્રવાહ વહેતો ન હોવાથી ઈન્ડક્ટરમાં ઊર્જા શૂન્ય હોય છે. આમ,

$$LC \text{ પરિપથની કુલ ઊર્જા } U = U_E = \frac{1}{2} \frac{q_m^2}{C}$$



આકૃતિ 7.19 LC પરિપથમાં થતા દોલનો સ્થિતિમાં છે તે લગાવેલ બ્લોકના દોલનો જેવાં છે.

આકૃતિમાં દોલનનું અર્થઘટક દર્શાવેલ છે.

$t = 0$ સમયે [આકૃતિ 7.19(b)] કળ બંધ કરતાં જ કેપેસિટર વિદ્યુતભારિત (ડિસ્ચાર્જ) થવાની શરૂઆત થાય છે. જેમ પરિપથમાં પ્રવાહ વધવા લાગે છે, તેમ તે ઈન્ડક્ટરમાં ચુંબકીયક્ષેત્ર પ્રસ્થાપિત કરે છે અને તેથી ઈન્ડક્ટરમાં કેટલીક ઊર્જા ચુંબકીય ઊર્જા $U_B = 1/2 Li^2$ સ્વરૂપે સંગ્રહિત થાય છે. આકૃતિ 7.19(c)માં દર્શાવ્યા મુજબ જ્યારે ($t = T/4$ સમયે) પ્રવાહ તેનાં મહત્તમ મૂલ્ય i_m પર પહોંચે છે ત્યારે બધી જ ઊર્જા, ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં $U_B = 1/2 Li_m^2$ સંગ્રહ પામે છે અને તે તમે સરળતાથી ચકાસી શકો છો કે, આ મહત્તમ વિદ્યુતઊર્જા અને મહત્તમ ચુંબકીયઊર્જા સરખી હોય છે. હવે કેપેસિટર પર વીજભાર હોતો નથી અને તેથી તેમાં કોઈ ઊર્જા હોતી નથી. આકૃતિ 7.19(d)માં દર્શાવ્યા મુજબ, હવે પ્રવાહ કેપેસિટરને વિદ્યુતભારિત કરવાનું શરૂ કરે છે. આ પ્રક્રિયા કેપેસિટર સંપૂર્ણ વિદ્યુતભારિત થાય ($t = T/2$ સમયે) [આકૃતિ 7.19(e)] ત્યાં સુધી સતત ચાલુ રહે છે. પરંતુ વિદ્યુતભારોનું ધ્રુવત્વ (Polarity) આકૃતિ 7.19(a)ની પ્રારંભિક સ્થિતિ કરતાં વિરુદ્ધ હોય છે. અહીં, વર્ણવેલ સમગ્ર પ્રક્રિયા જ્યાં સુધી તંત્ર તેની મૂળ સ્થિતિમાં પાછું આવે ત્યાં સુધી તેની જાતે જ પુનરાવર્તિત થશે. આમ, તંત્રમાં રહેલી ઊર્જા કેપેસિટર અને ઈન્ડક્ટર વચ્ચે દોલનો કરે છે.

LC દોલનો સ્પ્રિંગના છેડે જોડેલ બ્લૉકનાં યાંત્રિક દોલનો જેવાં જ છે. આકૃતિ 7.19માં દરેક આકૃતિમાં નીચેનો ભાગ યાંત્રિકતંત્રની (સ્પ્રિંગને જોડેલ બ્લૉક) અનુરૂપ સ્થિતિ દર્શાવે છે. અગાઉ નોંધ્યું તેમ કોણીય આવૃત્તિ ω_0 સાથે દોલન કરતાં m દળનાં બ્લૉકનું સમીકરણ

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \text{ છે.}$$

અહીં, $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ અને k સ્પ્રિંગનો બળ અચળાંક છે. તેથી x , q ને અનુરૂપ છે. યાંત્રિકતંત્રનાં કિસ્સામાં, $F = ma = m(dv/dt) = m(d^2x/dt^2)$. વિદ્યુતીય તંત્ર માટે $\mathcal{E} = -L(di/dt) = -L(d^2q/dt^2)$. આ બે સમીકરણોને સરખાવતાં આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, L દળ m સાથે સામ્યતા ધરાવે છે. પ્રવાહમાં થતા ફેરફાર માટે અવરોધનું માપ L છે. LC પરિપથનાં કિસ્સામાં $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ અને સ્પ્રિંગ સાથે જોડેલ દળ માટે $\omega_0 = \sqrt{k/m}$. તેથી $1/C$, k સાથે સામ્યતા ધરાવે છે. અચળાંક $k (= F/x)$ એકમ સ્થાનાંતર માટે જરૂરી (બાહ્ય) બળ સૂચવે છે. જ્યારે $1/C (= V/q)$ એકમ વિદ્યુતભારને પ્રસ્થાપિત કરવા માટેનો જરૂરી વિદ્યુત સ્થિતિમાનનો તફાવત સૂચવે છે. કોષ્ટક 7.1 યાંત્રિક રાશિઓ અને વિદ્યુત રાશિઓ વચ્ચેની સરખામણી દર્શાવે છે.

કોષ્ટક 7.1 યાંત્રિક રાશિઓ અને વિદ્યુતીય રાશિઓ વચ્ચેની સરખામણી	
યાંત્રિક તંત્ર	વિદ્યુતીય તંત્ર
દળ m	ઇન્ડક્ટન્સ L
બળ અચળાંક k	કેપેસિટન્સનો વ્યસ્ત $1/C$
સ્થાનાંતર x	વીજભાર q
વેગ $v = dx/dt$	પ્રવાહ $I = dq/dt$
યાંત્રિક ઊર્જા	વિદ્યુત ચુંબકીય ઊર્જા
$E = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$	$E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2$

નોંધો કે, LC દોલનોની ઉપરોક્ત ચર્ચા બે કારણોસર વાસ્તવિક નથી.

- દરેક ઇન્ડક્ટર કેટલોક અવરોધ ધરાવે છે. આ અવરોધને કારણે વિદ્યુતભાર અને પરિપથના પ્રવાહ પર અવમંદનની અસર નીપજે છે અને છેવટે દોલનો નાશ પામે છે.
- જો અવરોધ શૂન્ય હોય તો પણ તંત્રની કુલ ઊર્જા અચળ રહેતી નથી, તે તંત્રમાંથી વિદ્યુત ચુંબકીય તરંગો સ્વરૂપે ઉત્સર્જિત થાય છે. (હવે પછીનાં પ્રકરણમાં તેની ચર્ચા છે.) હકીકતમાં રેડિયો અને ટીવી ટ્રાન્સમીટરો આ વિકિરણ પર આધારિત હોય છે.

બે અલગ-અલગ ઘટના, સમાન ગાણિતીક પ્રક્રિયા

ધોરણ XI, ભૌતિકવિજ્ઞાન પાઠ્યપુસ્તક પરિચ્છેદ 14.10માં વર્ણવેલ બળપ્રેરિત અવમંદિત દોલનોની ગાણિતીક સરખામણી, ac વોલ્ટેજ લગાડેલા LCR પરિપથની ગાણિતીક પ્રક્રિયા સાથે કરવાની તમને ગમશે. અહીં, સમીકરણ (7.28), ધોરણ XI પાઠ્યપુસ્તકનાં સમીકરણ [14.37(b)]માં વપરાયેલ સંજ્ઞા અને પ્રાયલો જુદા જુદા હોવા છતાં તેના જેવું છે. માટે આપણે આ બંને સ્થિતિ માટે રાશિઓની સમતુલ્યતાની સૂચિ તૈયાર કરીએ.

પ્રણોદિત દોલનો

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = F \cos \omega_d t$$

સ્થાનાંતર, x

સમય, t

દળ, m

અવમંદન અચળાંક, b

સ્પ્રિંગ અચળાંક, k

ચાલક આવૃત્તિ, ω_d

દોલનોની પ્રાકૃતિક આવૃત્તિ, ω

પ્રણોદિત દોલનોનો કંપવિસ્તાર, A

ચાલક બળનો કંપવિસ્તાર, F_0

સંચાલિત LCR પરિપથ

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = v_m \sin \omega t$$

કેપેસિટર પરનો વીજભાર, q

સમય, t

આત્મપ્રેરકત્વ, L

અવરોધ, R

કેપેસિટન્સનું વ્યસ્ત, $1/C$

ચાલક આવૃત્તિ, ω

LCR પરિપથની પ્રાકૃતિક આવૃત્તિ, ω_0

સંગ્રહ પામતો મહત્તમ વિદ્યુતભાર, q_m

લાગુ પાડેલ વોલ્ટેજનો કંપવિસ્તાર, v_m

તમારે તે અવશ્ય નોંધવું જોઈએ કે, સ્થાનાંતર (x)ને અનુરૂપ વીજભાર (q), કંપવિસ્તાર A (મહત્તમ સ્થાનાંતર)ને અનુરૂપ સંગ્રહિત મહત્તમ વીજભાર q_m થશે. ધોરણ XIનું સમીકરણ [14.39(a)] દોલનોનો કંપવિસ્તાર અન્ય પ્રાયલોના પદમાં આપે છે જેને સગવડ ખાતર અહીં ફરી રજૂ કરેલ છે.

$$A = \left(\frac{F_0}{\{m^2(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega_0^2 b^2\}^{1/2}} \right)$$

ઉપરોક્ત સમીકરણમાં દરેક પ્રાયલોને અનુરૂપ વિદ્યુતીય રાશિઓ મૂકીએ અને જોઈએ શું થાય છે ? $X_L = \omega L$, $X_C = 1/\omega C$ અને $\omega_0^2 = 1/LC$ નો ઉપયોગ કરીને L , C , ω અને ω_0 નો લોપ કરો. જ્યારે તમે સમીકરણ (7.33) અને (7.34)નો ઉપયોગ કરશો તો જોઈ શકશો કે તેમાં સંપૂર્ણ સામ્યતા છે.

ભૌતિકવિજ્ઞાનમાં તમને આવી ઘણી પરિસ્થિતિઓ જોવા મળશે કે, જેમાં જુદી જુદી ઘટનાઓ સમાન ગાણિતીક સમીકરણો વડે રજૂ કરવામાં આવે છે. આ પૈકીની કોઈએક સાથે તમે કામ પાડેલું હોય, તો તમે અન્ય પરિસ્થિતિઓ માટે અનુરૂપ રાશિઓની ફેરબદલી કરીને તમે નવા સંદર્ભમાં પરિણામોનું અર્થઘટન કરી શકો છો. તમે ભૌતિકવિજ્ઞાનમાં જુદા જુદા ક્ષેત્રોમાંથી આવી જ સમાન પરિસ્થિતિઓ શોધવાનો પ્રયત્ન કરો તેમ અમે સૂચવીએ છીએ. અલબત્ત, તમે તફાવતથી પણ પરિચિત હોવા જોઈએ.

ઉદાહરણ 7.11 દર્શાવો કે LC પરિપથના મુક્ત દોલનમાં કેપેસિટર અને ઇન્ડક્ટરમાં કોઈ પણ સમયે સંગ્રહિત ઊર્જાઓનો સરવાળો અચળ હોય છે.

ઉકેલ ધારોકે કેપેસિટર પર પ્રારંભિક વિદ્યુતભાર q_0 છે. સંપૂર્ણ ચાર્જ કેપેસિટર સાથે L ઇન્ડક્ટન્સ ધરાવતા ઇન્ડક્ટરને જોડેલ છે. પરિચ્છેદ 7.8માં તમે અભ્યાસ કર્યો તે મુજબ આ LC પરિપથ આવૃત્તિ

$$\omega \left(= 2\pi\nu = \frac{1}{\sqrt{LC}} \right) \text{ થી દોલનો ચાલુ રાખશે.}$$

કોઈ એક t ક્ષણે કેપેસિટર પરનો વિદ્યુતભાર q અને પરિપથનો પ્રવાહ i નીચે મુજબ અપાય છે.

$$q(t) = q_0 \cos \omega t$$

$$i(t) = -q_0 \omega \sin \omega t$$

t સમયે કેપેસિટરમાં સંગ્રહિત ઊર્જા

$$U_E = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{q_0^2}{C} \cos^2(\omega t)$$

t સમયે ઇન્ડક્ટરમાં સંગ્રહિત ઊર્જા

$$\begin{aligned} U_M &= \frac{1}{2} L i^2 \\ &= \frac{1}{2} L q_0^2 \omega^2 \sin^2(\omega t) \\ &= \frac{q_0^2}{2C} \sin^2(\omega t) \quad (\because \omega = 1/\sqrt{LC}) \end{aligned}$$

ઊર્જાઓનો સરવાળો

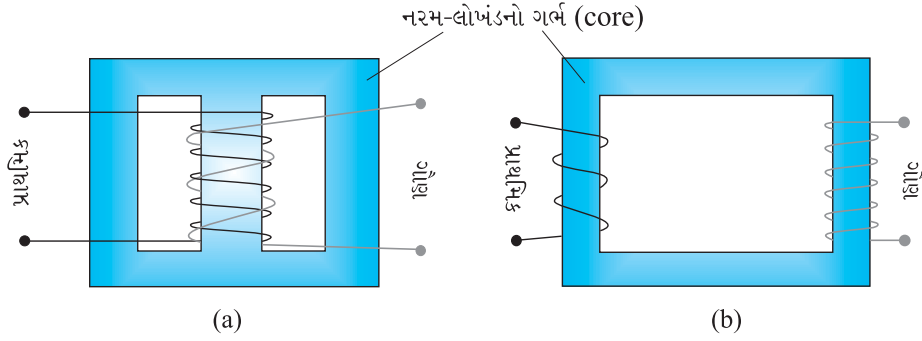
$$\begin{aligned} U_E + U_M &= \frac{q_0^2}{2C} [\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t] \\ &= \frac{q_0^2}{2C} \end{aligned}$$

q_0 અને C, સમયથી સ્વતંત્ર છે તેથી સમય સાથે આ સરવાળો (કુલ ઊર્જા) અચળ છે. નોંધો કે તે કેપેસિટરની પ્રારંભિક ઊર્જા જેટલી છે. કેમ આવું ? વિચારો !

7.9 ટ્રાન્સફોર્મર્સ (TRANSFORMERS)

ઘણાં ઉદ્દેશો માટે, એસી વોલ્ટેજને એક મૂલ્યથી મોટા કે નાના વોલ્ટેજ મૂલ્યોમાં પરિવર્તન (અથવા રૂપાંતરિત) કરવું આવશ્યક બને છે. અન્યોન્ય પ્રેરણનાં સિદ્ધાંતનો ઉપયોગ કરી આવી રચના બનાવી શકાય છે, જેને ટ્રાન્સફોર્મર કહે છે.

ટ્રાન્સફોર્મરમાં એકબીજાથી અલગ કરેલ બે કોઈલ (ગૂંચળા)નું જોડકું હોય છે. તેમને નરમ લોખંડનાં ગર્ભ (Core) પર આકૃતિ 7.20(a) મુજબ એકબીજાથી ઉપર અથવા આકૃતિ 7.20(b) મુજબ ગર્ભનાં બે અલગ-અલગ ભાગો પર વિંટાળેલા હોય છે. તે પૈકીની એક કોઈલને પ્રાથમિક ગૂંચળું (પ્રાયમરી કોઈલ) કહે છે, તેમાં આંટા N_p હોય છે. બીજી કોઈલને ગૌણ ગૂંચળું (સેકન્ડરી કોઈલ) કહે છે તેમાં આંટા N_s હોય છે. ઘણીવખત ટ્રાન્સફોર્મર માટે પ્રાથમિક ગૂંચળું ઇનપુટ કોઈલ અને ગૌણ ગૂંચળું આઉટપુટ કોઈલ હોય છે.



આકૃતિ 7.20 ટ્રાન્સફોર્મરમાં પ્રાથમિક અને ગૌણ ગૂંચળાની વીંટાળવાની બે ગોઠવણી (a) એકબીજાની ઉપર બે ગૂંચળા (b) ગર્ભના જુદા ભાગ પર બે ગૂંચળાં

જ્યારે પ્રાથમિક ગૂંચળાને પ્રત્યાવર્તી વોલ્ટેજ લાગુ પાડવામાં આવે છે ત્યારે પરિણામી પ્રવાહ પ્રત્યાવર્તી ચુંબકીય ફલક્સ ઉત્પન્ન કરે છે જે ગૌણ ગૂંચળા સાથે સંકળાય છે અને તેમાં emf પ્રેરિત કરે છે. આ emf નાં મૂલ્યનો આધાર ગૌણ ગૂંચળાના આંટાની સંખ્યા પર હોય છે. આપણે એક આદર્શ ટ્રાન્સફોર્મર વિચારીશું કે જેમાં પ્રાથમિક ગૂંચળાને અવગણી શકાય તેટલો અવરોધ છે અને ગર્ભમાં રહેલ બધું જ ચુંબકીય ફલક્સ પ્રાથમિક અને ગૌણ બંનેનાં આંટા (વાઈલિન્ડિંગ) સાથે સંકળાયેલ છે. જ્યારે પ્રાથમિક v_p વોલ્ટેજ લાગુ પાડીએ છીએ ત્યારે પ્રવાહને કારણે t સમયે તેના પ્રત્યેક આંટા સાથે સંકળાયેલ ફલક્સ ϕ હોય તેમ ધારો.

N_s આંટા ધરાવતા ગૌણ ગૂંચળામાં પ્રેરિત emf અથવા વોલ્ટેજ

$$\mathcal{E}_s = -N_s \frac{d\phi}{dt} \quad (7.45)$$

છે. પ્રત્યાવર્તી ફલક્સને કારણે પ્રાથમિક ગૂંચળામાં પણ પ્રેરિત emf ઉદ્ભવે છે જેને back emf કહે છે. તે નીચે મુજબ છે.

$$\mathcal{E}_p = -N_p \frac{d\phi}{dt} \quad (7.46)$$

પરંતુ $\mathcal{E}_p = v_p$. જો આવું ન હોય તો પ્રાયમરીનાં શૂન્ય અવરોધને કારણે (ધારણા મુજબ) તેમાં પ્રવાહ અનંત થઈ જાય. જો ગૌણ ગૂંચળું એક ખુલ્લો પરિપથ (Open Circuit) હોય અથવા તેમાંથી મેળવાતો પ્રવાહ ઓછો હોય તો પર્યાપ્ત સંનિકટતામાં $\mathcal{E}_s = v_s$ લઈ શકાય. જ્યાં, v_s ગૌણ ગૂંચળાના બે છેડા વચ્ચેનો વોલ્ટેજ છે. આથી, સમીકરણ (7.45) અને (7.46) નીચે મુજબ લખી શકાય.

$$v_s = -N_s \frac{d\phi}{dt} \quad [7.45(a)]$$

$$v_p = -N_p \frac{d\phi}{dt} \quad [7.46(a)]$$

સમીકરણ (7.45(a)) અને (7.46(a)) પરથી,

$$\frac{v_s}{v_p} = \frac{N_s}{N_p} \quad (7.47)$$

નોંધો કે ઉપરોક્ત સંબંધ ત્રણ ધારણાઓનો ઉપયોગ કરીને મેળવેલ છે. (i) પ્રાથમિક ગૂંચળામાં અને તેનો અવરોધ નાના છે. (ii) પ્રાથમિક અને ગૌણ બંને ગૂંચળામાં આંટા દીઠ સમાન ફ્લક્સ સંકળાય છે, કારણ કે ખૂબ જ ઓછું ફ્લક્સ ગર્ભમાંથી છટકી જાય છે અને (iii) સેકન્ડરી પ્રવાહનું મૂલ્ય ઓછું છે.

જો ટ્રાન્સફોર્મર 100% ક્ષમતાવાળું (ઊર્જાનો વ્યય થતો નથી) ધારેલ હોય તો ઈનપુટ પાવર અને આઉટપુટ પાવર સરખો હોય છે, અને $p = iv$ હોવાથી

$$i_p v_p = i_s v_s \quad (7.48)$$

થોડી ઊર્જાનો હંમેશા વ્યય થતો જ હોય છે, છતાંયે સારી રીતે ડિઝાઇન કરેલા ટ્રાન્સફોર્મરની ક્ષમતા 95% કરતાં વધુ હોય છે. તેથી આ એક સારી સન્નિકટતા છે. (7.47) અને (7.48) સમીકરણોને સંયોજિત કરતાં

$$\frac{i_p}{i_s} = \frac{v_s}{v_p} = \frac{N_s}{N_p} \quad (7.49)$$

ac સ્રોતની આવૃત્તિ જેટલી જ આવૃત્તિથી i અને v બંને દોલનો કરે છે તેથી સમીકરણ (7.49) અનુરૂપ રાશિઓના કંપવિસ્તાર અથવા rms મૂલ્યોનો ગુણોત્તર પણ આપે છે.

હવે આપણે જોઈ શકીશું કે, વોલ્ટેજ અને પ્રવાહ પર ટ્રાન્સફોર્મર કેવી રીતે અસર કરે છે. આપણી પાસે

$$V_s = \left(\frac{N_s}{N_p} \right) V_p \quad \text{અને} \quad I_s = \left(\frac{N_p}{N_s} \right) I_p \quad (7.50)$$

છે. એટલે કે જો, પ્રાયમરી કરતાં સેકન્ડરી કોઈલમાં આંટાની સંખ્યા વધુ હોય ($N_s > N_p$) તો વોલ્ટેજ સ્ટેપઅપ થશે (વધશે) ($V_s > V_p$). આ પ્રકારની ગોઠવણીને સ્ટેપઅપ ટ્રાન્સફોર્મર કહે છે. જો કે, આવી ગોઠવણીમાં પ્રાયમરી કરતાં સેકન્ડરીમાં પ્રવાહ ઓછો હોય છે ($N_p / N_s < 1$ અને $I_s < I_p$). ઉદાહરણ તરીકે, પ્રાથમિક ગૂંચળામાં 100 આંટા અને ગૌણ ગૂંચળામાં 200 આંટા છે. તો $N_s / N_p = 2$ અને $N_p / N_s = 1/2$. આમ, 10Aવાળા 220 Vનો ઈનપુટનું 5Aવાળા 440Vનાં આઉટપુટમાં સ્ટેપઅપ થશે.

જો પ્રાયમરી કરતાં સેકન્ડરીમાં આંટાની સંખ્યા ઓછી હોય ($N_s < N_p$) તે સ્ટેપડાઉન ટ્રાન્સફોર્મર થશે. આ કિસ્સામાં $V_s < V_p$ અને $I_s > I_p$ એટલે કે, વોલ્ટેજ સ્ટેપડાઉન થશે અથવા ઘટશે અને પ્રવાહ વધશે.

ઉપર મેળવેલા સમીકરણો આદર્શ ટ્રાન્સફોર્મર (કોઈ પણ ઊર્જાનો વ્યય ન થતો હોય)ને જ લાગુ પડે છે. પરંતુ વાસ્તવિક ટ્રાન્સફોર્મરમાં નીચે મુજબનાં કારણોસર અલ્પમાત્રામાં ઊર્જાનો વ્યય થાય છે.

- (i) ફ્લક્સ લીકેજ : ગર્ભની નબળી ડિઝાઇન અથવા ગર્ભમાં હવાનું મધ્યાંતર (Air Gaps)ને કારણે પ્રાયમરીનું બધું જ ફ્લક્સ સેકન્ડરીમાંથી પસાર થતું નથી. પરિણામે થોડુંક ફ્લક્સ હંમેશાં લીકેજ થાય છે. પ્રાયમરી અને સેકન્ડરીને એકબીજા પર વીંટાળીને આ લીકેજ ઘટાડી શકાય છે.
- (ii) વાઈન્ડીંગનો અવરોધ : વાઈન્ડીંગમાં વપરાતા તારને કેટલોક અવરોધ હોય છે. તેથી તારમાં ઉદ્ભવતી ઉષ્મા (I^2R) સ્વરૂપે ઊર્જાનો વ્યય થાય છે. વધારે પ્રવાહ અને ઓછા વોલ્ટેજવાળા વાઈન્ડીંગમાં જાડા તારનો ઉપયોગ કરીને આ વ્યય લઘુત્તમ કરી શકાય છે.
- (iii) એડી પ્રવાહ (ધૂમરી પ્રવાહો) : પ્રત્યાવર્તી ચુંબકીય ફ્લક્સ લોખંડના ગર્ભમાં એડી પ્રવાહ પ્રેરિત કરે અને પરિણામે ઉષ્મા ઉત્પન્ન થાય છે. સ્તરો અથવા પટ્ટીઓનાં બનેલા ગર્ભનો ઉપયોગ કરીને આ અસર ઘટાડી શકાય છે.
- (iv) હીસ્ટરીસીસ : પ્રત્યાવર્તી ચુંબકીયક્ષેત્રને કારણે ગર્ભનું ચુંબકીકરણ (Magnetisation) વારંવાર ઉલટાઈ જાય છે. પરિણામે ગર્ભમાં ખર્ચાતી ઊર્જા ઉષ્મા સ્વરૂપે દેખાય છે. ઓછા હીસ્ટરીસીસ વ્યય ધરાવતાં ચુંબકીય દ્રવ્યનો ઉપયોગ કરીને આ વ્યય ઘટાડી શકાય છે.

ટ્રાન્સફોર્મરનો ઉપયોગ કરીને લાંબા અંતરો સુધી વિદ્યુતઊર્જાનું મોટા પાયે પ્રસારણ અને વિતરણ કરવામાં આવે છે. જનરેટરનો આઉટપુટ વોલ્ટેજ સ્ટેપઅપ કરવામાં આવે છે (જેથી પ્રવાહ ઘટે છે અને પરિણામે I^2R વ્યય ઘટાડી શકાય છે). ત્યારબાદ તેને લાંબા અંતરે ગ્રાહકોની નજીકના વિસ્તારના સબ-સ્ટેશન સુધી મોકલવામાં આવે છે. ત્યાં વોલ્ટેજ સ્ટેપડાઉન (ઘટાડવામાં) કરવામાં આવે છે. 240 Vનો પાવર પુરવઠો આપણા ઘર સુધી પહોંચે તે પહેલાં વિતરણ-સબસ્ટેશન અને યુટીલીટી પોલ્સ (Utility Poles) (થાંભલા) ખાતે ટ્રાન્સફોર્મર વડે તેને ફરીથી સ્ટેપડાઉન કરવામાં આવે છે.

સારાંશ

1. પ્રત્યાવર્તી એસી વોલ્ટેજ $v = v_m \sin \omega t$ અવરોધ R ને લાગુ પાડતાં તેમાં વહેતો પ્રવાહ $i = i_m \sin \omega t$, $i_m = \frac{v_m}{R}$ હોય છે. પ્રવાહ એ લાગુ પાડેલ વોલ્ટેજ સાથે સમાન કળામાં હોય છે.
2. અવરોધ R માંથી પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહ $i = i_m \sin \omega t$ પસાર થાય છે ત્યારે જુલ હીટીંગ (ઉષ્મા)ને કારણે સરેરાશ પાવર વ્યય P (એક ચક્ર પર સરેરાશ) $(1/2) i_m^2 R$ હોય છે. તેને ડીસી પાવર ($P = I^2 R$)ના સ્વરૂપે રજૂ કરવા માટે પ્રવાહનાં વિશિષ્ટ મૂલ્યનો ઉપયોગ થાય છે. તેને પ્રવાહનાં વર્ગનાં સરેરાશનું વર્ગમૂળ (rms) કહે છે, જેને I વડે દર્શાવાય છે.

$$I = \frac{i_m}{\sqrt{2}} = 0.707 i_m$$

આ જ રીતે, rms વોલ્ટેજ

$$V = \frac{v_m}{\sqrt{2}} = 0.707 v_m \text{ વડે દર્શાવાય છે.}$$

આમ, આપણને પાવર $P = IV = I^2 R$ મળે છે.

3. એસી વોલ્ટેજ $v = v_m \sin \omega t$ શુદ્ધ ઇન્ડક્ટર (પ્રેરક) L ને લાગુ પાડતાં ઇન્ડક્ટરમાં વહેતો પ્રવાહ $i = i_m \sin(\omega t - \pi/2)$ હોય છે. જ્યાં, $i_m = v_m / X_L$. $X_L = \omega L$ ને ઇન્ડક્ટીવ રીએક્ટન્સ કહે છે. ઇન્ડક્ટરમાં પ્રવાહ, વોલ્ટેજ કરતાં કળામાં $\pi/2$ જેટલો પાછળ હોય છે. ઇન્ડક્ટરને પૂરા પડતા પાવરનું એક પૂર્ણ ચક્ર પરનું સરેરાશ શૂન્ય હોય છે.
4. કેપેસિટરને ac વોલ્ટેજ $v = v_m \sin \omega t$ લાગુ પાડતાં કેપેસિટરમાં પ્રવાહ $i = i_m \sin(\omega t + \pi/2)$ ઉદ્ભવે છે. $i_m = \frac{v_m}{X_C}$, $X_C = \frac{1}{\omega C}$ ને કેપેસિટીવ રીએક્ટન્સ કહે છે. કેપેસિટરમાં પ્રવાહ લાગુ પાડેલ વોલ્ટેજ કરતાં કળામાં $\pi/2$ જેટલો આગળ હોય છે. એક પૂર્ણ ચક્ર પર ઇન્ડક્ટરનાં કિસ્સાની માફક કેપેસિટરને પૂરા પાડતા પાવરનું એક પૂર્ણ ચક્ર પરનું સરેરાશ શૂન્ય હોય છે.
5. RLC શ્રેણી પરિપથને લાગુ પાડેલ વોલ્ટેજ $v = v_m \sin \omega t$ હોય ત્યારે પરિપથનો પ્રવાહ નીચેનાં સૂત્રો વડે આપી શકાય છે. $i = i_m \sin(\omega t + \phi)$

$$\text{જ્યાં } i_m = \frac{v_m}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}}$$

$$\text{અને } \tan \phi = \frac{X_C - X_L}{R}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2} \text{ ને પરિપથનો ઇમ્પિડન્સ કહે છે.}$$

એક પૂર્ણ ચક્ર પર સરેરાશ પાવર વ્યય નીચે મુજબ આપવામાં આવે છે.

$$P = VI \cos\phi$$

$\cos\phi$ પદને પાવર ફેક્ટર કહે છે.

6. શુદ્ધ કેપેસિટીવ અથવા ઇન્ડક્ટીવ પરિપથમાં $\cos\phi = 0$ હોય છે અને પરિપથમાંથી પ્રવાહ પસાર થવા છતાંય પાવર વ્યય થતો નથી. આવા કિસ્સાઓમાં પ્રવાહ, વોટલેસ પ્રવાહ તરીકે ઓળખાય છે.

7. ફેઝ તરીકે ઓળખાતા ધૂમતા સદિશો વડે વોલ્ટેજ અને પ્રવાહની રજૂઆત દ્વારા એસી પરિપથમાં પ્રવાહ અને વોલ્ટેજ વચ્ચેનો કળા સંબંધ સરળતાથી દર્શાવી શકાય છે. ફેઝર એક સદિશ છે, જે ઉગમબિંદુની આસપાસ ω કોણીય ઝડપથી ભ્રમણ કરે છે. ફેઝરનું માન ફેઝર વડે દર્શાવેલ રાશિ (વોલ્ટેજ અથવા પ્રવાહ)નો કંપવિસ્તાર અથવા મહત્તમ મૂલ્ય દર્શાવે છે. ફેઝર ડાયાગ્રામ વડે ac પરિપથનું વિશ્લેષણ કરાય છે.

8. અનુનાદની ઘટના RLC શ્રેણી પરિપથની એક રસપ્રદ લાક્ષણિકતા છે. પરિપથ અનુનાદ દર્શાવે છે એટલે કે અનુનાદીય કોણીય આવૃત્તિ, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ માટે પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર મહત્તમ હોય છે,

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR}$$

વડે દર્શાવાતો ક્વોલિટી ફેક્ટર Q, અનુનાદની તીક્ષ્ણતાનો સૂચક છે.

Qનું ઊંચું મૂલ્ય પ્રવાહમાં તીક્ષ્ણ મહત્તમ સૂચવે છે.

9. જે પરિપથમાં ac સ્રોત અને અવરોધ ન હોય પરંતુ ઇન્ડક્ટર L અને કેપેસિટર C (પ્રારંભમાં વિદ્યુતભારિત) હોય તેવો પરિપથ મુક્ત દોલનો દર્શાવે છે. કેપેસિટર પરનો વિદ્યુતભાર q સરળ આવર્તગતિ સમીકરણ

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0$$

ને સંતોષે છે અને તેથી આ મુક્ત દોલનોની આવૃત્તિ $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ છે. તંત્રમાં ઊર્જા કેપેસિટર અને ઇન્ડક્ટર વચ્ચે દોલનો કરે છે પરંતુ તેમનો સરવાળો એટલે કે કુલ ઊર્જા સમય સાથે અચળ રહે છે.

10. ટ્રાન્સફોર્મર લોખંડનાં ગર્ભ ધરાવે છે, જેના પર વિંટળાયેલ N_p , આંટા ધરાવતી પ્રાથમિક ગૂંચળામાં અને N_s આંટા ધરાવતું ગૌણ ગૂંચળું વિંટળાયેલ હોય છે. જો પ્રાથમિક ગૂંચળા સાથે ac સ્રોત જોડેલ હોય તો પ્રાથમિક અને ગૌણ વોલ્ટેજ વચ્ચેનો સંબંધ નીચે મુજબ છે.

$$V_s = \left(\frac{N_s}{N_p} \right) V_p$$

$$I_s = \left(\frac{N_p}{N_s} \right) I_p$$

જો પ્રાથમિક કરતાં ગૌણ ગૂંચળામાં આંટાની સંખ્યા વધુ હોય તો વોલ્ટેજ સ્ટેપઅપ ($V_s > V_p$) થાય છે. આ પ્રકારની ગોઠવણીને સ્ટેપઅપ ટ્રાન્સફોર્મર કહે છે. જો પ્રાથમિક કરતાં ગૌણ ગૂંચળામાં આંટાની સંખ્યા ઓછી હોય તો સ્ટેપડાઉન ટ્રાન્સફોર્મર મળે છે.

ભૌતિકરાશિ	સંજ્ઞા	પરિમાણ	એકમ	નોંધ
rms વોલ્ટેજ	V	$[ML^2T^{-3}A^{-1}]$	V	$V = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$, V_m ac વોલ્ટેજનો કંપવિસ્તાર છે.
rms પ્રવાહ	I	[A]	A	$I = \frac{i_m}{\sqrt{2}}$, i_m ac પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર છે.
રીએક્ટન્સ : ઇન્ડક્ટીવ કેપેસિટીવ ઇમ્પિડન્સ	X_L X_C Z	$[ML^2T^{-3}A^{-2}]$ $[ML^2T^{-3}A^{-2}]$ $[ML^2T^{-3}A^{-2}]$	Ω Ω Ω	$X_L = \omega L$ $X_C = 1/\omega C$ પરિપથમાં હાજર ઘટકો પર આધારિત છે.
અનુનાદ	ω_r અથવા ω_0	$[T^{-1}]$	Hz	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ RLC શ્રેણી પરિપથ માટે
ક્વોલિટી ફેક્ટર	Q	પરિમાણરહિત		$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR}$, RLC શ્રેણી પરિપથ માટે
પાવર ફેક્ટર		પરિમાણરહિત		$= \cos \phi$, ϕ લાગુ પાડેલ વોલ્ટેજ અને પરિપથના પ્રવાહ વચ્ચેનો કળા તફાવત છે.

ગહન વિચારણાના મુદ્દાઓ

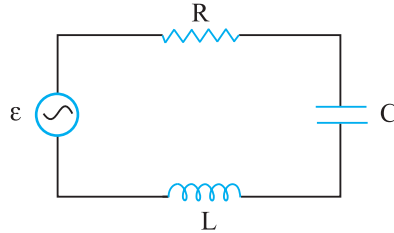
1. ac વોલ્ટેજ અથવા પ્રવાહનાં આપેલાં મૂલ્યો સામાન્ય રીતે તેનાં rms મૂલ્યો છે. તમારા ઓરડામાં લગાવવામાં આવેલ સ્વીચબોર્ડમાં જોડાણ અગ્રો વચ્ચે વોલ્ટેજ સામાન્ય રીતે 240V હોય છે. જે વોલ્ટેજનું rms મૂલ્ય સૂચવે છે. આ વોલ્ટેજનું મહત્તમ મૂલ્ય $V_m = \sqrt{2} V = 340V$ છે.
2. ac પરિપથમાં વપરાતાં ઘટકોની પાવર રેટિંગ (શક્તિક્ષમતા) તેનું સરેરાશ પાવર રેટિંગ સૂચવે છે.
3. ac પરિપથમાં વપરાતો (ખર્યાતો) પાવર ક્યારેય ઋણ નથી હોતો.
4. ac પ્રવાહ અને dc પ્રવાહ બંનેનું માપન એમ્પિયરમાં થાય છે. પરંતુ ac પ્રવાહ માટે એમ્પિયર કેવી રીતે વ્યાખ્યાયિત કરી શકાય ? dc એમ્પિયર જે રીતે સાધિત થાય છે તે રીતે ac પ્રવાહધારિત બે સમાંતર વાહકતારો વચ્ચે પ્રવર્તતા આકર્ષણબળ વડે તે સાધિત થઈ શકતો નથી. સ્રોતની આવૃત્તિ જેટલી જ આવૃત્તિથી ac પ્રવાહ તેની દિશા બદલે છે અને આકર્ષણબળનું સરેરાશ મૂલ્ય શૂન્ય બને છે. આમ, પ્રવાહની દિશાથી સ્વતંત્ર હોય

તેવા કોઈ ગુણધર્મના પદમાં ac ઍમ્પિયરને વ્યાખ્યાયિત કરવો જોઈએ. જુલ હીટીંગ (ઉષ્મા) આવો એક ગુણધર્મ છે, પરિપથમાં પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહનું એક ઍમ્પિયર rms મૂલ્ય એટલે આ પ્રવાહ વડે ઉદ્ભવતી સરેરાશ ઉષ્મીય અસર આવી જ સમાન પરિસ્થિતિમાં એક ઍમ્પિયર dc પ્રવાહ વડે ઉદ્ભવતી સરેરાશ ઉષ્મીય અસર જેટલી હોય.

5. એસી પરિપથમાં જો જુદા-જુદા ઘટકોના બે છેડા વચ્ચે વોલ્ટેજ ઉમેરવો હોય તો આપણે તેમની કળાઓનું યોગ્ય ધ્યાન રાખવું જોઈએ. ઉદાહરણ તરીકે, RC પરિપથમાં જો R અને Cનાં બે છેડાઓ વચ્ચેનો વોલ્ટેજ અનુક્રમે V_R અને V_C હોય તો RC સંયોજન વચ્ચેનો કુલ વોલ્ટેજ $V_{RC} = \sqrt{V_R^2 + V_C^2}$ છે, પરંતુ $V_R + V_C$ નથી કારણ કે V_R અને V_C વચ્ચે $\pi/2$ જેટલો કળા તફાવત છે.
6. ફેઝર ડાયાગ્રામમાં વોલ્ટેજ અને પ્રવાહને સદિશ સ્વરૂપે રજૂ કરાય છે. પરંતુ ખરેખર આ રાશિઓ પોતે સદિશ નથી, તે અદિશ રાશિઓ છે. આવર્ત રીતે (હાર્મોનિકલી) બદલાતી અદિશ રાશિઓમાં કંપવિસ્તાર અને કળાનું ગાણિતીક સંયોજન એવી રીતે જ થાય છે કે જેવી રીતે અનુરૂપ માન અને દિશા ધરાવતા ધૂમતા સદિશના પ્રક્ષેપોનું સંયોજન થાય છે. આપણે અગાઉથી જાણીએ છીએ તે સદિશ સંયોજનનાં નિયમોનો ઉપયોગ કરીને રાશિઓનું સંયોજન કરવાની એક સરળ રીત મળે તે માટે આવર્ત રીતે (હાર્મોનિકલી) બદલાતી જતી રાશિઓને ધૂમતા સદિશો દ્વારા રજૂ કર્યાં છે.
7. ac પરિપથમાં શુદ્ધ ઈન્ડક્ટર અને શુદ્ધ કેપેસિટર સાથે સંકળાયેલ પાવર વ્યય શૂન્ય હોય છે. ac પરિપથમાં ફક્ત અવરોધ જ એવો ઘટક છે જેમાં ઊર્જાનો વ્યય થાય છે.
8. RLC પરિપથમાં જ્યારે $X_L = X_C$ અથવા $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ થાય ત્યારે અનુનાદની ઘટના ઉદ્ભવે છે. અનુનાદ ઉદ્ભવવા માટે પરિપથમાં L અને C બંને ઘટકોની હાજરી હોવી અનિવાર્ય છે. આ ઘટકો (L અથવા C) પૈકી કોઈ એક જ ઘટક હોય તો વોલ્ટેજ નાબુદ થવાની શક્યતા રહેતી નથી અને તેથી અનુનાદ શક્ય નથી.
9. RLC પરિપથમાં પાવર ફેક્ટર, પરિપથ તેના દ્વારા વપરાતા મહત્તમ પાવરની કેટલો નજીક છે તેનું માપ સૂચવે છે.
10. જનરેટર અને મોટરમાં ઈનપુટ અને આઉટપુટની ભૂમિકાઓ ઉલટાયેલી છે. મોટરમાં વિદ્યુતઊર્જા ઈનપુટમાં હોય છે અને યાંત્રિકઊર્જા આઉટપુટમાં હોય છે. જનરેટરમાં યાંત્રિકઊર્જા ઈનપુટમાં હોય છે અને વિદ્યુતઊર્જા આઉટપુટમાં હોય છે. બંને ઉપકરણો સહેલાઈથી ઊર્જાના એક સ્વરૂપનું બીજા સ્વરૂપમાં રૂપાંતર કરે છે.
11. ટ્રાન્સફોર્મર (સ્ટેપઅપ) નીચા વોલ્ટેજને ઊંચા વોલ્ટેજમાં પરિવર્તિત કરે છે. તેમાં ઊર્જા સંરક્ષણના નિયમનું ઉલ્લંઘન થતું નથી. પ્રવાહ તે જ પ્રમાણમાં ઘટે છે.
12. દોલિત ગતિનું વર્ણન કરવા માટે sine અથવા cosine અથવા તેમના રેખીય સંયોજનની પસંદગી અગત્યની નથી. કારણ કે, શૂન્ય-સમયનું સ્થાન બદલતાં તેઓ એકથી બીજામાં રૂપાંતર પામે છે.

સ્વાધ્યાય

- 7.1 200 V, 50 Hz ac સપ્લાય સાથે 100 Ω અવરોધ જોડેલ છે.
 (a) પરિપથમાં પ્રવાહનું rms મૂલ્ય શું હશે ?
 (b) એક પૂર્ણ ચક્ર દરમિયાન ખર્ચાતો કુલ (ચોખ્ખો, Net) પાવર કેટલો હશે ?
- 7.2 (a) ac સપ્લાયના વોલ્ટેજનું મહત્તમ મૂલ્ય 300 V છે. તેનો rms વોલ્ટેજ કેટલો હશે ?
 (b) ac પરિપથમાં પ્રવાહનું rms મૂલ્ય 10 A છે. તેનું મહત્તમ મૂલ્ય કેટલું હશે ?
- 7.3 220V, 50Hzના ac સ્રોત સાથે 44 mHનું ઇન્ડક્ટર જોડેલ છે. પરિપથમાં પ્રવાહનું rms મૂલ્ય શોધો.
- 7.4 110V, 60Hzના ac સ્રોત સાથે 60 μ Fનું કેપેસિટર જોડેલ છે. પરિપથમાં પ્રવાહનું rms મૂલ્ય શોધો.
- 7.5 સ્વાધ્યાય 7.3 અને 7.4માં એક પૂર્ણ ચક્ર દરમિયાન દરેક પરિપથમાં શોષાતો ચોખ્ખો પાવર કેટલો હશે ? તમારા જવાબની સમજૂતી આપો.
- 7.6 $L = 2.0\text{H}$, $C = 32 \mu\text{F}$ અને 10Ω વાળા LCR શ્રેણી પરિપથ માટે અનુનાદ આવૃત્તિ ω , મેળવો. આ પરિપથનું Q મૂલ્ય કેટલું હશે ?
- 7.7 27 mH ઇન્ડક્ટર સાથે 30 μ Fનું સંપૂર્ણ વિદ્યુતભારિત કેપેસિટર જોડેલ છે. તો પરિપથમાં થતાં મુક્ત દોલનોની કોણીય આવૃત્તિ કેટલી હશે ?
- 7.8 સ્વાધ્યાય 7.7માં કેપેસિટર પરના પ્રારંભિક વિદ્યુતભારનું મૂલ્ય ધારોકે 6 mC છે. તો પ્રારંભમાં પરિપથમાં સંગ્રહિત કુલ ઊર્જા કેટલી હશે ? પછીનાં કોઈ સમયે કુલ ઊર્જા કેટલી હશે ?
- 7.9 $R = 20 \Omega$, $L = 1.5 \text{H}$ અને $C = 35 \mu\text{F}$ ધરાવતાં LCR શ્રેણી પરિપથ સાથે ચલિત (બદલી શકાય તેવી) આવૃત્તિવાળો 200 V ac સપ્લાય જોડેલ છે. જ્યારે સપ્લાયની આવૃત્તિ પરિપથની પ્રાકૃતિક આવૃત્તિ જેટલી થાય ત્યારે એક પૂર્ણ ચક્ર દરમિયાન પરિપથમાં રૂપાંતર પામતો સરેરાશ પાવર કેટલો હશે ?
- 7.10 એક રેડિયો MW બ્રોડકાસ્ટ બેન્ડ (800 kHz થી 1200 kHz) આવૃત્તિનાં ગાળામાં ટ્યુન કરી શકાય છે. જો તેના LC પરિપથમાં 200 μ Hનું અસરકારક ઇન્ડક્ટર હોય તો તેનાં ચલ કેપેસિટરની રેંજ કેટલી હોવી જોઈએ ?
 (HINT : ટ્યુનિંગ કરવા માટે પ્રાકૃતિક આવૃત્તિ એટલે કે LC પરિપથમાં મુક્ત દોલનોની આવૃત્તિ રેડિયો તરંગની આવૃત્તિ જેટલી થવી જોઈએ.)
- 7.11 આકૃતિ 7.21 મુજબ ચલિત (બદલી શકાય તેવી) આવૃત્તિવાળો 230 V ac સ્રોત LCR પરિપથ સાથે જોડેલ છે. $L = 5.0 \text{H}$, $C = 80 \mu\text{F}$, $R = 40 \Omega$ છે.



આકૃતિ 7.21

- (a) પરિપથને અનુનાદની સ્થિતિમાં લાવવા માટે સ્રોતની આવૃત્તિ નક્કી કરો.
 (b) અનુનાદ આવૃત્તિએ પરિપથનો ઇમ્પિડન્સ અને પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર શોધો.
 (c) પરિપથનાં ત્રણેય ઘટકોનાં બે છેડા વચ્ચેનો rms વોલ્ટેજ (સ્થિતિમાન તફાવત) શોધો. દર્શાવો કે અનુનાદ આવૃત્તિઓ LC સંયોજનના બે છેડા વચ્ચેનો સ્થિતિમાન તફાવત (વોલ્ટેજ ડ્રોપ) શૂન્ય છે.

વધારાના સ્વાધ્યાય

- 7.12** 20 mH ઈન્ડક્ટર અને 50 μ F કેપેસિટન્સ ધરાવતાં LC પરિપથમાં કેપેસિટર પર પ્રારંભિક વિદ્યુતભાર 10 mC છે. પરિપથનો અવરોધ અવગણી શકાય તેટલો છે. ધારોકે પરિપથ પૂર્ણ કરવામાં આવે છે તે ક્ષણ $t=0$ છે.
- કુલ પ્રારંભિક સંગ્રહિત ઊર્જા કેટલી હશે ? શું તેનું LC દોલનો દરમ્યાન સંરક્ષણ થશે ?
 - પરિપથની પ્રાકૃતિક આવૃત્તિ કેટલી હશે ?
 - કયા સમયે સંગ્રહીત ઊર્જા
 - સંપૂર્ણ વિદ્યુતઊર્જા રૂપે (એટલે કે કેપેસિટરમાં સંગ્રહિત) હશે ?
 - સંપૂર્ણ ચુંબકીયઊર્જા રૂપે (એટલે કે ઈન્ડક્ટરમાં સંગ્રહિત) હશે ?
 - ઈન્ડક્ટર અને કેપેસિટર વચ્ચે કયા-કયા સમયે કુલ ઊર્જા સમાન રીતે વહેંચાશે ?
 - જો આ પરિપથમાં એક અવરોધ દાખલ કરવામાં આવે તો છેવટે કેટલી ઊર્જા ઉષ્મા સ્વરૂપે વ્યય પામશે ?
- 7.13** 240 V, 50 Hz ac સ્રોત સાથે 0.50 H ઈન્ડક્ટન્સ ધરાવતી કોઈલ અને 100 Ω અવરોધને જોડેલ છે.
- કોઈલમાં મહત્તમ પ્રવાહ કેટલો હશે ?
 - મહત્તમ વોલ્ટેજ અને મહત્તમ પ્રવાહ વચ્ચે સમય તફાવત કેટલો હશે ?
- 7.14** સ્વાધ્યાય 7.13માં જે પરિપથને ઊંચી આવૃત્તિવાળા સ્રોત (240 V, 10 kHz) સાથે જોડવામાં આવે તો (a) અને (b) સ્વાધ્યાયનાં જવાબ મેળવો. “ખૂબ જ ઊંચી આવૃત્તિએ પરિપથમાં રહેલ ઈન્ડક્ટર ખુલ્લા પરિપથ (Open Circuit)ની માફત વર્તે છે.” – એ વિધાન સમજાવો. dc પરિપથમાં સ્થાયી અવસ્થા આવે પછી ઈન્ડક્ટરની વર્તણૂક કેવી હશે ?
- 7.15** 110 V, 60 Hz ac સ્રોત સાથે 100 μ Fનું કેપેસિટર અને 40 Ω અવરોધ શ્રેણીમાં જોડેલ છે.
- પરિપથમાં મહત્તમ પ્રવાહ કેટલો હશે ?
 - મહત્તમ પ્રવાહ અને મહત્તમ વોલ્ટેજ વચ્ચેનો સમય તફાવત કેટલો હશે ?
- 7.16** સ્વાધ્યાય 7.15માં પરિપથ સાથે 110 V, 12 kHzનો સ્રોત જોડવામાં આવે તો (a) અને (b)નાં જવાબો મેળવો તે પરથી “ખૂબ જ ઊંચી આવૃત્તિએ કેપેસિટર વાહક બને છે.” – એ વિધાન સમજાવો. dc પરિપથમાં સ્થાયી અવસ્થા આવે પછી કેપેસિટરની વર્તણૂકની સરખામણી આ વર્તણૂક સાથે કરો.
- 7.17** LCR શ્રેણી પરિપથમાં સ્રોતની આવૃત્તિને અનુનાદ આવૃત્તિ જેટલી રાખીને જો L, C અને R ત્રણેય ઘટકોને સમાંતરે જોડવામાં આવે તો, દર્શાવો કે આ આવૃત્તિએ LCR સમાંતર પરિપથમાં કુલ પ્રવાહ લઘુત્તમ હોય છે. સ્વાધ્યાય 7.11માં દર્શાવેલ ઘટકો અને સ્રોત માટે આ આવૃત્તિએ પરિપથની દરેક શાખાનાં પ્રવાહનું rms મૂલ્ય મેળવો.
- 7.18** 230V, 50 Hz ac સ્રોત સાથે 80 mH ઈન્ડક્ટર અને 60 μ F કેપેસિટરને શ્રેણીમાં જોડેલ છે. પરિપથનો અવરોધ અવગણ્ય છે.
- પ્રવાહ કંપવિસ્તાર અને rms મૂલ્ય મેળવો.
 - દરેક ઘટકનાં બે છેડા વચ્ચેનાં વોલ્ટેજ ડ્રોપનું rms મૂલ્ય મેળવો.
 - ઈન્ડક્ટરમાં સ્થાનાંતરિત થયેલ સરેરાશ પાવર કેટલો હશે ?
 - કેપેસિટરમાં સ્થાનાંતરિત થયેલ સરેરાશ પાવર કેટલો હશે ?
 - પરિપથ વડે શોષાતો કુલ સરેરાશ પાવર કેટલો હશે ? (સરેરાશ એટલે એક ચક્ર ઉપરનું સરેરાશ).
- 7.19** ધારોકે સ્વાધ્યાય 7.18નાં પરિપથમાં 15 Ω અવરોધ છે. પરિપથનાં દરેક ઘટકમાં સ્થાનાંતરિત સરેરાશ પાવર અને શોષાતો કુલ પાવર મેળવો.

- 7.20** $L = 0.12 \text{ H}$, $C = 480 \text{ nF}$ તથા $R = 23 \Omega$ ધરાવતા LCR શ્રેણી પરિપથ સાથે ચલ આવૃત્તિવાળો 230 V નો સ્રોત જોડેલ છે.
- પ્રવાહ કંપવિસ્તાર મહત્તમ બને તે માટે સ્રોત આવૃત્તિ કેટલી હશે ? આ મહત્તમ મૂલ્ય મેળવો.
 - પરિપથ વડે શોષાતા સરેરાશ પાવરનું મૂલ્ય મહત્તમ બને તે માટે સ્રોત આવૃત્તિ કેટલી હશે ? આ મહત્તમ પાવરનું મૂલ્ય મેળવો.
 - પરિપથમાં સ્થાનાંતરિત પાવર, અનુનાદ આવૃત્તિ માટેના પાવર કરતાં અડધો હોય તે આવૃત્તિઓના મૂલ્યો ક્યાં ક્યાં છે ? આ આવૃત્તિએ પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર કેટલો હશે ?
 - આપેલ પરિપથનો Q-ફેક્ટર કેટલો હશે ?
- 7.21** $L = 3.0 \text{ H}$, $C = 27 \mu\text{F}$ અને $R = 7.4 \Omega$ ધરાવતાં LCR શ્રેણી પરિપથ માટે અનુનાદ આવૃત્તિ અને Q-ફેક્ટર મેળવો. પરિપથના અનુનાદની તીક્ષ્ણતામાં સુધારો કરવા માટે તેની “અર્ધ મહત્તમ આગળ સંપૂર્ણ પહોળાઈ”, ઘટાડીને અડધી કરવામાં આવે છે. આમ, કરવા માટેનો યોગ્ય રસ્તો સૂચવો.
- 7.22** નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.
- કોઈપણ ac પરિપથમાં લાગુ પાડેલ તાત્કાલિક વોલ્ટેજ, તે પરિપથમાં શ્રેણી જોડાણમાં રહેલાં ઘટકોનાં બે છેડાઓ વચ્ચેનાં તાત્કાલિક વોલ્ટેજના બૈજીક સરવાળા બરાબર હોય છે ? આ જ પરિણામ rms વોલ્ટેજ માટે સત્ય હોય છે ?
 - ઈન્ડક્શન કોઈલનાં પ્રાથમિક પરિપથમાં કેપેસિટરનો ઉપયોગ થાય છે.
 - લાગુ પાડેલ વોલ્ટેજ સિગ્નલ dc વોલ્ટેજ અને ઊંચી આવૃત્તિવાળા ac વોલ્ટેજના સંપાતથી બનેલું છે. પરિપથ ઈન્ડક્ટર અને કેપેસિટરનું શ્રેણી જોડાણ ધરાવે છે. દર્શાવો કે, dc સિગ્નલ કેપેસિટરનાં બે છેડા વચ્ચે અને ac સિગ્નલ ઈન્ડક્ટરનાં બે છેડા વચ્ચે પ્રદર્શિત (Appear) થશે.
 - એક ચોક કોઈલ અને બલ્બ શ્રેણીમાં dc લાઈન (સ્રોત) સાથે જોડેલ છે. બલ્બ પ્રકાશિત થતો દેખાય છે. ચોક કોઈલમાં લોખંડનું ગર્ભ (Core) દાખલ કરતાં બલ્બની પ્રકાશિતતામાં કોઈ જ ફેરફાર થતો નથી. જો આ જ જોડાણ ac લાઈન સાથે કરવામાં આવ્યું હોય તો તેને અનુરૂપ તમારા અવલોકનનું અનુમાન કરો.
 - ac સપ્લાય (મેઈન્સ) સાથે જોડેલ ફ્લોરોસ્કોપ ટ્યુબનો ઉપયોગ કરવા માટે ચોક કોઈલ શા માટે જરૂરી છે ? આપણે ચોક કોઈલને બદલે સામાન્ય અવરોધનો ઉપયોગ શા માટે ન કરી શકીએ ?
- 7.23** પાવર ટ્રાન્સમિશન લાઈનમાં, 4000 આંટા ધરાવતા પ્રાયમરી કોઈલવાળા સ્ટેપડાઉન ટ્રાન્સફોર્મરને 2300 V જેટલા વોલ્ટેજે ઈનપુટ પાવર પુરો પાડવામાં આવે છે. જો આઉટપુટ વોલ્ટેજ 230 V મેળવવો હોય તો ગૌણ ગૂંચળામાં આંટાની સંખ્યા કેટલી રાખવી જોઈએ ?
- 7.24** એક હાઈટ્રોઈલેક્ટ્રીક પાવર પ્લાન્ટમાં દબાણ કરતું પાણીનું હેડ (સ્તંભ) 300 mની ઊંચાઈ પર છે અને મળતો પાણીનો પ્રવાહ $100 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ છે, જો ટર્બાઈન જનરેટરની કાર્યક્ષમતા 60% હોય તો પ્લાન્ટમાંથી મળતા વિદ્યુત પાવરનું અનુમાન કરો. ($g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$)
- 7.25** 440 V ઉત્પાદન શક્તિ ધરાવતા વિદ્યુત પ્લાન્ટની 15 km દૂર 220 V જેટલા વોલ્ટેજે 800 kW વિદ્યુત પાવરની જરૂરીયાતવાળું એક નાનું શહેર આવેલું છે. પાવર લઈ જતી બે તારની લાઈનનો અવરોધ $0.5 \Omega/\text{km}$ છે. શહેરમાંના સબ-સ્ટેશને આવેલા 4000-220 Vના સ્ટેપડાઉન ટ્રાન્સફોર્મર દ્વારા શહેરને પાવર મળે છે.
- પાવર લાઈનમાં ઉષ્મા સ્વરૂપે વ્યય થતા પાવરનો અંદાજ મેળવો.
 - લીકેજને કારણે થતો પાવર અવગણ્ય છે તેમ ધારતાં પ્લાન્ટ દ્વારા કેટલો પાવર પુરો પડાવો જોઈએ ?
 - પ્લાન્ટ પાસે જરૂરી સ્ટેપઅપ ટ્રાન્સફોર્મરની લાક્ષણિકતા જણાવો.
- 7.26** ઉપરોક્ત (7.25) સ્વાધ્યાયમાં અગાઉના ટ્રાન્સફોર્મરને બદલે 40000-220 V સ્ટેપડાઉન ટ્રાન્સફોર્મરનો ઉપયોગ કરવામાં આવે તો તમામ જવાબો મેળવો. (અગાઉની જેમજ ક્ષરણ (ગળતર, leakage) પાવર અવગણો. જો કે આવી ધારણા સારી નથી કારણ કે ટ્રાન્સમિશનમાં ઉચ્ચ વોલ્ટેજ સંકળાયેલ છે). તે પરથી સમજાવો કે શા માટે ઉચ્ચ વોલ્ટેજ પાવર ટ્રાન્સમિશન કરવાનું પસંદ કરવામાં આવે છે ?

પ્રકરણ આઠ

વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો (ELECTRO MAGNETIC WAVES)



8.1 પ્રસ્તાવના (INTRODUCTION)

પ્રકરણ-4માં આપણે જાણ્યું કે વિદ્યુતપ્રવાહ ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે અને બે પ્રવાહધારિત તાર એકબીજા પર ચુંબકીયબળ લગાડે છે. ઉપરાંત, પ્રકરણ-6માં આપણે જોયું કે સમય સાથે બદલાતું ચુંબકીયક્ષેત્ર વિદ્યુતક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે. શું આનાથી ઉલટું પણ સાચું છે ? શું સમય સાથે બદલાતું વિદ્યુતક્ષેત્ર ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે ? જેમ્સ ક્લાર્ક મેક્સવેલ (James Clerk Maxwell – 1831-1879)ના મત અનુસાર આવું ખરેખર શક્ય છે. ફક્ત વિદ્યુતપ્રવાહ જ નહીં પરંતુ સમય સાથે બદલાતું વિદ્યુતક્ષેત્ર પણ ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરી શકે છે. એમ્પિયરના બંધ ગાળાના નિયમ (Circuital Law)ની મદદથી સમય સાથે બદલાતા વિદ્યુતપ્રવાહ સાથે જોડાયેલા કેપેસિટર (સંધારક)ની બહારના ભાગમાં ચુંબકીયક્ષેત્ર શોધવાના પ્રયત્નમાં, મેક્સવેલને એમ્પિયરના બંધ ગાળાના (Circuital) નિયમમાં અસાતત્યતા જણાઈ. આ અસાતત્યતા દૂર કરવા માટે તેણે એક વધારાના પ્રવાહની જરૂરિયાત સૂચવી જેને સ્થાનાંતર (Displacement) પ્રવાહ નામ આપ્યું.

મેક્સવેલે વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રો અને તેના ઉદ્ભવો, વિદ્યુતભાર અને પ્રવાહધનતાને સાંકળતા સમીકરણોના ગણ (સમૂહ)ની રચના કરી. આ સમીકરણો મેક્સવેલના સમીકરણો તરીકે ઓળખાય છે. આ સમીકરણો, લોરેન્ટ્ઝ બળ-સૂત્ર (પ્રકરણ-4)ની સાથે મળીને વિદ્યુતચુંબકત્વના બધા મૂળભૂત નિયમોને ગાણિતીય રીતે રજૂ કરે છે.

મેક્સવેલના સમીકરણોમાંથી ઉદ્ભવતું સૌથી અગત્યનું અનુમાન એ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું અસ્તિત્વ છે કે જે સમય સાથે બદલાતા વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રોનું (સંયુક્ત રીતે) અવકાશમાં પ્રસરણ દર્શાવે છે. આ સમીકરણો મુજબ આ તરંગોની ઝડપ, પ્રકાશીય માપનો દ્વારા મળતા પ્રકાશની ઝડપના મૂલ્ય (3×10^8 m/s)ની ખૂબ જ નજીકનું હોવાનું માલુમ પડ્યું. આમ, પ્રકાશ એક વિદ્યુતચુંબકીય તરંગ છે તેવું દૃઢ



જેમ્સ ક્લર્ક મેક્સવેલ (1831-1879)
એડીનબર્ગ, સ્કોટલેન્ડમાં જન્મેલા ઓગણીસમી સદીના મહાન ભૌતિક-શાસ્ત્રીઓમાંના એક. તેમણે વાયુમાં અણુઓ માટેનો ઉષ્મીય વેગ-વિતરણનો નિયમ તારવ્યો અને તેઓ સૌપ્રથમ વૈજ્ઞાનિક હતા કે જેમણે પ્રાયોગિક રીતે મળતી રાશિઓ જેવી કે શ્યાનતા વગેરે પરથી આણ્વિય પ્રાયલોનો વિશ્વસનીય અંદાજ (Estimate) મેળવ્યો. મેક્સવેલની સૌથી મોટી સિદ્ધિ એ (કુલંબ, ઓરસ્ટેડ, એમ્પિયર અને ફેરેડે દ્વારા શોધાયેલા) વિદ્યુતકીય અને ચુંબકીય નિયમોને સુસંગત સમીકરણોનાં એક જૂથ (ગણ) તરીકે એકીકીકરણ (Unification) કર્યું તે છે જે હવે મેક્સવેલના સમીકરણોથી ઓળખાય છે. આની મદદથી તે સૌથી અગત્યના તારણ પર આવ્યા કે પ્રકાશ એ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગ છે. રસપ્રદ બાબત તો એ છે કે કુદરતમાં વિદ્યુત કણ સ્વરૂપમાં (Particulate) છે એવા (ફેરેડેના વિદ્યુત વિશ્લેષણના નિયમો દ્વારા દૃઢપણે સૂચવાયેલા) વિચાર સાથે તે સહમત ન હતા.

જેમ્સ ક્લર્ક મેક્સવેલ (1831-1879)

રીતે તારવી શકાયું. આમ, મેક્સવેલે વિદ્યુતકીય, ચુંબકીય અને પ્રકાશ એમ ત્રણેય શાખા (વિષય)ને સાંકળવાનું કાર્ય કર્યું. 1885માં હર્ટ્ઝે પ્રાયોગિક રીતે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું અસ્તિત્વ દર્શાવ્યું. સમય જતાં માર્કોની અને અન્યોએ તેનો પ્રૌદ્યોગિક (Technological) ઉપયોગ કરી સંદેશાવ્યવહારમાં ક્રાંતિ સર્જી, જેના આજે આપણે સાક્ષી છીએ.

આ પ્રકરણમાં સૌપ્રથમ આપણે સ્થાનાંતર પ્રવાહની જરૂરિયાત અને તેના પરિણામોની ચર્ચા કરીશું. ત્યારબાદ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોની વર્ણનાત્મક રજૂઆત કરીશું. γ -કિરણો (તરંગલંબાઈ $\sim 10^{-12}$ m) થી લાંબા રેડિયોતરંગો (તરંગલંબાઈ $\sim 10^6$ m) સુધી પથરાયેલા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોના વર્ણપટનું વર્ણન કરીશું. વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોને સંદેશાવ્યવહાર માટે કેવી રીતે મોકલવા અને ગ્રહણ (Receive) કરવા તેનું વર્ણન પ્રકરણ-15માં કરીશું.

8.2 સ્થાનાંતર પ્રવાહ (DISPLACEMENT CURRENT)

આપણે પ્રકરણ-4માં જોયું કે વિદ્યુતપ્રવાહ તેની આસપાસ ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે. મેક્સવેલે દર્શાવ્યું કે, તાર્કિક સંગતતા માટે બદલાતા વિદ્યુતક્ષેત્ર વડે પણ ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન થવું જ જોઈએ. આ (ભૌતિક) અસર એ ખૂબ જ અગત્યની છે, કેમકે તે રેડિયો તરંગો, ગામા તરંગો અને દૃશ્ય પ્રકાશ ઉપરાંત બીજા બધા જ સ્વરૂપના વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું અસ્તિત્વ સમજાવે છે.

કેવી રીતે બદલાતું વિદ્યુતક્ષેત્ર એ ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે તે સમજવા માટે, કેપેસિટર (સંધારક)ના વિદ્યુતભારિત થવાની (Charging) પ્રક્રિયા ધ્યાનમાં લો અને સંધારકના બહારના બિંદુએ ચુંબકીય ક્ષેત્ર શોધવા માટે એમ્પિયરનો સરકીટલ (પરિપથીય) નિયમ (પ્રકરણ-4) લાગુ પાડો.

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 i(t) \quad (8.1)$$

આકૃતિ 8.1(a)માં એક સમાંતર પ્લેટ ધરાવતું કેપેસિટર (સંધારક) C કે જે સમય-આધારિત પ્રવાહ $i(t)$ ધરાવતા પરિપથનો ભાગ છે તે દર્શાવેલ છે. સમાંતર પ્લેટ ધરાવતા કેપેસિટરની બહારના ભાગમાં આવેલ બિંદુ P આગળ ચુંબકીયક્ષેત્ર શોધીએ. આ માટે, એક r ત્રિજ્યાનો સમતલીય વર્તુળાકાર બંધગાળો (Loop) કે જેનું સમતલ એ પ્રવાહધારિત તારની દિશાને લંબ અને તે તારને સંમિત રીતે કેન્દ્રિય થયેલ છે, તેને ધ્યાનમાં લો. [આકૃતિ 8.1(b)]. આકૃતિની સંમિતિ પરથી, ચુંબકીયક્ષેત્ર એ વર્તુળાકાર બંધગાળાના પરિઘની દિશામાં હશે અને તેનું માન ગાળા પરના દરેક બિંદુ આગળ સમાન હશે. જો ચુંબકીયક્ષેત્રનું માન B હોય તો, સમીકરણ (8.1)ની ડાબી બાજુ $B(2\pi r)$ થશે. તેથી આપણને

$$B(2\pi r) = \mu_0 i(t) \quad (8.2)$$

મળે.

હવે, એક બીજી સપાટી વિચારો કે જેને અગાઉના કિસ્સા જેટલી જ સીમા હોય. આ એક ઘડા-આકારની સપાટી [આકૃતિ 8.1(b)] છે કે જે પ્રવાહને (પ્રવાહધારીત તારને) ક્યાંય સ્પર્શતી નથી પણ આ સપાટીનું તળિયું કેપેસિટરની બે પ્લેટોની વચ્ચેના ભાગમાં જ્યારે તેનું મુખ ઉપર દર્શાવ્યા મુજબનો વર્તુળાકાર બંધગાળો છે. આવી બીજી એક સપાટી (ઢાંકણ વગરના) ટીફીન-બોક્સ જેવી [આકૃતિ 8.1(c)] છે. આવી સમાન પરિસીમા ધરાવતી સપાટીઓને એમ્પિયરનો સરકીટલ-નિયમ લગાડતાં આકૃતિ 8.1(b) અને (c)માં દર્શાવેલ સપાટીઓમાંથી પ્રવાહ પસાર થતો ન હોવાથી, આપણે જાણી શકીએ છીએ કે સમીકરણ 8.1ની ડાબી બાજુ બદલાતી નથી પરંતુ જમણી બાજુ $\mu_0 i$ ને બદલે શૂન્ય થશે. આથી, આ એક વિરોધાભાસ છે, એક રીતે ગણતાં બિંદુ P આગળ ચુંબકીયક્ષેત્ર (અશૂન્ય) મળશે જ્યારે બીજી રીતે ગણતાં બિંદુ P આગળ ચુંબકીયક્ષેત્ર શૂન્ય થાય છે.

આ વિરોધાભાસ આપણને એમ્પિયરનો સરકીટલ નિયમ લગાવતા ઉદ્ભવે છે તેથી આ નિયમમાં જ કંઈક ખૂટે છે. આ ખૂટતું પદ એવું હશે કે કોઈ પણ સપાટીનો ઉપયોગ કરીએ તો પણ બિંદુ P આગળ સમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર મળે.

આકૃતિ 8.1(c)ને ધ્યાનપૂર્વક જોતાં આ ખૂટતાં પદ વિશે આપણે અનુમાન કરી શકીએ. આપણને સવાલ થાય કે શું કેપેસિટરની પ્લેટની વચ્ચેથી પસાર થતી સપાટી Sમાંથી શું કંઈક પણ પસાર થાય છે ? હા, અલબત્ત તે વિદ્યુતક્ષેત્ર છે ! જો કેપેસિટરની દરેક પ્લેટનું ક્ષેત્રફળ A અને કુલ વિદ્યુતભાર Q હોય તો પ્લેટોની વચ્ચેના ભાગમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર E નું મૂલ્ય $(Q/A)/\epsilon_0$ (સમીકરણ (2.41) જુઓ) થશે. આ ક્ષેત્ર આકૃતિ 8.1(c)માં દર્શાવેલ સપાટી Sને લંબરૂપે હશે. તેનું મૂલ્ય કેપેસિટરની પ્લેટોના સમગ્ર ક્ષેત્રફળ A પર સમાન હશે, જ્યારે બહારના ભાગમાં શૂન્ય હશે. તો સપાટી S સાથે સંકળાયેલ વિદ્યુત ફ્લક્સ Φ_E કેટલું હશે ? ગોસના નિયમની મદદથી તે

$$\Phi_E = |E|A = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{Q}{A} A = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (8.3)$$

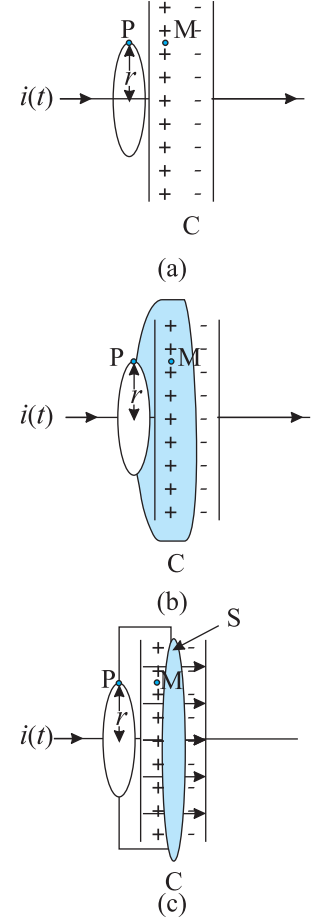
છે. હવે, જો કેપેસિટરની પ્લેટ પર રહેલ વિદ્યુતભાર Q સમય સાથે બદલાતો હોય, તો તેને અનુરૂપ પ્રવાહ $i = (dQ/dt)$ હશે, તેથી સમીકરણ (8.3)ની મદદથી આપણને

$$\frac{d\Phi_E}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{Q}{\epsilon_0} \right) = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{dQ}{dt}$$

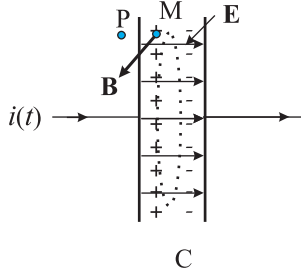
મળે. તે સૂચવે છે કે સુસંગતતા માટે,

$$\epsilon_0 \left(\frac{d\Phi_E}{dt} \right) = i. \quad (8.4)$$

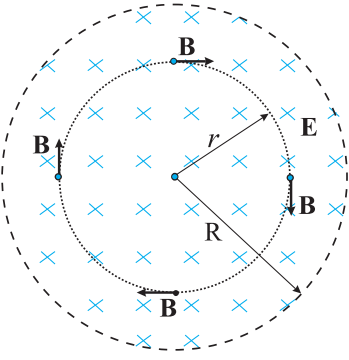
જે એમ્પિયરના સરકીટલ નિયમનું ખૂટતું પદ છે. વાહક દ્વારા સપાટીમાંથી વહેતા કુલ પ્રવાહમાં આ જ સપાટી સાથે સંકળાયેલ વિદ્યુત ફ્લક્સના સમય-દરના ϵ_0 ગણું હોય તેવું બીજું પદ ઉમેરીને આ નિયમને વ્યાપક સ્વરૂપ આપતાં આ કુલ પ્રવાહ i નું મૂલ્ય દરેક સપાટીઓ માટે સમાન હશે. જો આમ કરવામાં આવે તો આ એમ્પિયરના વ્યાપક નિયમની મદદથી કોઈ પણ સ્થાને Bનું મૂલ્ય શોધતાં કોઈ વિરોધાભાસ નહીં આવે. બિંદુ P આગળ ગમે તે સપાટીના ઉપયોગથી ગણાયેલ Bનું મૂલ્ય અશૂન્ય આવશે. પ્લેટ [આકૃતિ 8.1(a)]ની બહારના બિંદુ P આગળ Bનું મૂલ્ય એ પ્લેટની તરત જ અંદરના બિંદુ M આગળના મૂલ્ય જેટલું જ આવશે અને હકીકતમાં આમ થવું પણ જોઈએ. વિદ્યુતભારના વહનને કારણે વહેતા પ્રવાહને વહનપ્રવાહ (Conduction Current) કહે છે. સમીકરણ (8.4) દ્વારા દર્શાવેલ પ્રવાહ નવું પદ છે અને તે બદલાતા વિદ્યુતક્ષેત્ર (અથવા હજુ ઘણીવાર વપરાતું જુનું પદ વિદ્યુત સ્થાનાંતર)ને કારણે છે અને તેથી તેને સ્થાનાંતર પ્રવાહ અથવા મેક્સવેલનો સ્થાનાંતર પ્રવાહ કહે છે. આકૃતિ 8.2 ઉપર ચર્ચેલ સમાંતર પ્લેટ ધરાવતા કેપેસિટરની અંદર પ્રવર્તતા વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રો દર્શાવે છે.



આકૃતિ 8.1 એક સમાંતર પ્લેટ ધરાવતું કેપેસિટર C કે જેમાંથી સમય-આધારિત પ્રવાહ $i(t)$ પસાર થાય છે, (a) બિંદુ P આગળ ચુંબકીયક્ષેત્ર શોધવા માટે r -ત્રિજ્યાનો બંધગાળો, (b) કેપેસિટરની બે પ્લેટની અંદરથી પસાર થતી ઘડા-આકારની સપાટી કે જેનું મુખ (a)માં દર્શાવ્યા મુજબના બંધગાળાની ધાર છે, (c) બંધગાળો જેના મુખની ધાર હોય અને ચપટું વર્તુળાકાર તળિયું S એ કેપેસિટરની બે પ્લેટની અંદરના ભાગમાં હોય તેવી ટીફીન-આકારની સપાટી. કેપેસિટરની બે પ્લેટની વચ્ચેના ભાગમાં રહેલ સમાન વિદ્યુતક્ષેત્ર તીર વડે દર્શાવેલ છે.



(a)



(b)

આકૃતિ 8.2 (a) સંધારકની પ્લેટોની વચ્ચે M બિંદુ આગળ વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રો **E** અને **B**, (b) આકૃતિ (a)નો આડછેદ

મેક્સવેલ દ્વારા થયેલ વ્યાપકીકરણ નીચે મુજબ છે. ચુંબકીયક્ષેત્રનું ઉદ્ભવસ્થાન એ ફક્ત વહન પામતા વિદ્યુતભારોને કારણે મળતો વહનપ્રવાહ જ નથી પરંતુ વિદ્યુતક્ષેત્ર ફેરફારનો સમયદર પણ છે. વધારે ચોકસાઈથી, કુલ પ્રવાહ i એ i_c વડે દર્શાવતા વહન (Conduction) પ્રવાહ અને $i_d [= \epsilon_0(d\Phi_E/dt)]$ વડે દર્શાવતા સ્થાનાંતરીય પ્રવાહના સરવાળા બરાબર હોય છે. તેથી આપણને

$$i = i_c + i_d = i_c + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (8.5)$$

મળે છે. સ્પષ્ટ શબ્દોમાં આનો અર્થ એ થયો કે કેપેસિટરની પ્લેટોની બહારના ભાગમાં આપણને ફક્ત વહનપ્રવાહ $i_c = i$ મળશે અને કોઈ સ્થાનાંતર પ્રવાહ નહિ હોય, એટલે કે $i_d = 0$ થશે. બીજી બાજુ, કેપેસિટરના અંદરના ભાગમાં કોઈ વહન (Conduction) પ્રવાહ નહીં હોય અર્થાત્ $i_c = 0$ અને ફક્ત સ્થાનાંતર પ્રવાહ હશે, એટલે કે $i_d = i$.

એમ્પિયરના આ વ્યાપક (અને સાચા) સર્કિટલ નિયમનું સ્વરૂપ સમીકરણ (8.1) જેવું જ છે પણ એક તફાવત છે : “જેનો બંધગાળો એ પરિસીમા હોય તેવી કોઈપણ સપાટીમાંથી પસાર થતો કુલ પ્રવાહ એ વહનપ્રવાહ અને સ્થાનાંતર પ્રવાહના સરવાળા બરાબર હોય છે.” વ્યાપક નિયમ,

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 i_c + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (8.6)$$

છે અને તેને એમ્પિયર-મેક્સવેલ નિયમ કહે છે.

બધાં જ સંદર્ભમાં, આ સ્થાનાંતર પ્રવાહની ભૌતિક અસર એ વહન (Conduction) પ્રવાહ જેવી જ છે. અમુક કિસ્સાઓમાં, દા.ત. વાહક તારમાં સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્રના કિસ્સા માટે, વિદ્યુતક્ષેત્ર E સમય સાથે બદલાતું ન હોવાથી સ્થાનાંતર પ્રવાહ શૂન્ય થશે. બીજા કિસ્સાઓમાં, દા.ત., ઉપરોક્ત કેપેસિટર વિદ્યુતભારિત થવામાં વહન (Conduction) પ્રવાહ અને સ્થાનાંતર પ્રવાહ બંને અવકાશના જુદા જુદા ભાગમાં હાજર હશે. મોટાભાગના કિસ્સાઓમાં માધ્યમ સંપૂર્ણ સુવાહક કે સંપૂર્ણ અવાહક ન હોવાથી બંને પ્રવાહો અવકાશના એક જ ભાગમાં અસ્તિત્વ ધરાવી શકે છે. રસપ્રદ બાબત એ છે કે, અવકાશના ખૂબ મોટા વિસ્તારમાં વહન (Conduction) પ્રવાહ ના હોય પણ સમય સાથે બદલાતા વિદ્યુતક્ષેત્રને કારણે ફક્ત સ્થાનાંતર પ્રવાહ હશે. આવા વિસ્તારમાં, નજીકમાં વહન (Conduction) પ્રવાહનું ઉદ્ગમ ન હોવા છતાં આપણે ચુંબકીયક્ષેત્ર હશે તેમ અપેક્ષા રાખી શકીએ ! આવા અપેક્ષિત સ્થાનાંતર પ્રવાહની ધારણા પ્રાયોગિક રીતે ચકાસી શકાય છે. ઉદાહરણ તરીકે આકૃતિ 8.2(a)માં દર્શાવેલ સંધારકની

પ્લેટોની અંદરના ભાગમાં આવેલું બિંદુ (દા.ત., બિંદુ M) આગળ ચુંબકીયક્ષેત્ર માપી શકાય છે કે જે બહારના ભાગ (બિંદુ P આગળ) જેટલું જ છે તેમ જણાયું છે.

આ સ્થાનાંતર પ્રવાહની (શબ્દશઃ) ઘણી દૂરગામી અસરો છે. એક વસ્તુ આપણને તરત જ આંખે વળગે તેવી એ છે કે વિદ્યુત અને ચુંબકત્વના નિયમો હવે વધારે સંમિત રીતે રજૂ કરી શકાય છે.* ફેરેડેના પ્રેરણનો નિયમ જણાવે છે કે પ્રેરિત *emf* ચુંબકીય ફ્લક્સના ફેરફારના સમય દર બરાબર છે. હવે, બે બિંદુઓ 1 અને 2 વચ્ચેનું *emf* એટલે એકમ વિદ્યુતભારને 1 થી 2 લઈ જવા માટે કરવું પડતું કાર્ય. તેથી *emf*ની હાજરી વિદ્યુતક્ષેત્રની હાજરી સૂચવે છે. તેથી, ફેરેડેના વિદ્યુતપ્રેરણના નિયમને બીજા શબ્દોમાં લખતાં સમય સાથે બદલાતું જતું ચુંબકીયક્ષેત્ર વિદ્યુતક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે. તો એ હકીકત કે સમય સાથે બદલાતું વિદ્યુતક્ષેત્ર એ ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે એ તેનું સંમિત વિધાન છે અને સ્થાનાંતર પ્રવાહ

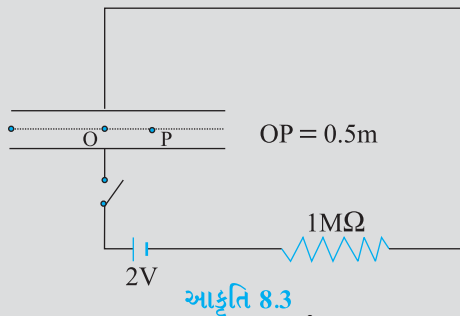
* હજુ પણ તેઓ સંપૂર્ણ રીતે સંમિતિ ધરાવતા નથી, હજુ સુધી વિદ્યુતક્ષેત્રના ઉદ્ગમો એવા વિદ્યુતભારોની જેમ ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરતા ઉદ્ગમો (ચુંબકીય એકપ્રુવ) જણાયા નથી.

એ ચુંબકીયક્ષેત્ર માટેનું ઉદ્ગમ હોવાનું પરિણામ છે. આમ, સમય આધારિત વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રો એકબીજાને ઉત્પન્ન કરશે ! ફેરેડેનો વિદ્યુતપ્રેરણનો નિયમ અને એમ્પિયર-મેક્સવેલનો નિયમ આ વિધાનનું માત્રાત્મક સૂત્ર આપે છે કે જ્યાં પ્રવાહ એટલે સમીકરણ (8.5)માં દર્શાવેલ કુલ વિદ્યુતપ્રવાહ છે. આ સંમિતિનું એક સૌથી અગત્યનું પરિણામ એ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો છે કે જેની ગુણાત્મક ચર્ચા આના પછીના વિભાગમાં કરીશું.

મેક્સવેલના સમીકરણો

- (1) $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = Q/\epsilon_0$ (ગોસનો વિદ્યુત માટેનો નિયમ)
- (2) $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$ (ગોસનો ચુંબકત્વ માટેનો નિયમ)
- (3) $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \frac{-d\Phi_B}{dt}$ (ફેરેડેનો નિયમ)
- (4) $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \mathbf{j}_c + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$ (એમ્પિયર-મેક્સવેલ નિયમ)

ઉદાહરણ 8.1 એક સમાંતર પ્લેટ કેપેસિટર કે જેની વર્તુળાકાર પ્લેટની ત્રિજ્યા 1 m છે. તેનું કેપેસિટન્સ 1 nF છે. તેને વિદ્યુતભારિત કરવા માટે $t = 0$ સમયે એક $R = 1 \text{ M}\Omega$ ના અવરોધ સાથે શ્રેણીમાં 2 Vની બેટરી સાથે જોડવામાં આવે છે (આકૃતિ 8.3). $t = 10^{-3} \text{ s}$ સમયબાદ પ્લેટના કેન્દ્ર અને પરિઘ વચ્ચેના મધ્ય બિંદુ P આગળ ચુંબકીયક્ષેત્ર ગણો. (કેપેસિટર પર t સમયે વિદ્યુતભાર $q(t) = CV[1 - \exp(-t/\tau)]$, જ્યાં સમય અચળાંક τ એ CR બરાબર છે.



આકૃતિ 8.3

ઉકેલ CR પરિપથનો સમય અચળાંક $\tau = CR = 10^{-3} \text{ s}$ તેથી,

$$q(t) = CV[1 - \exp(-t/\tau)] \\ = 2 \times 10^{-9} [1 - \exp(-t/10^{-3})]$$

t સમયે બે પ્લેટોની વચ્ચે રહેલું વિદ્યુતક્ષેત્ર,

$$E = \frac{q(t)}{\epsilon_0 A} = \frac{q}{\pi \epsilon_0} ; A = \pi (1)^2 \text{ m}^2 = \text{પ્લેટનું ક્ષેત્રફળ}$$

હવે, બિંદુ Pમાંથી પસાર થતો $(1/2) \text{ m}$ ત્રિજ્યા ધરાવતો અને પ્લેટોને સમાંતર એક વર્તુળાકાર બંધગાળો ધ્યાનમાં લો. આ ગાળાના બધા જ બિંદુઓ આગળ ચુંબકીયક્ષેત્ર B એ ગાળાને સમાંતર હશે અને સમાન મૂલ્યનું હશે. આ ગાળા સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ Φ_E ,

$\Phi_E = E \times$ બંધગાળાનું ક્ષેત્રફળ

$$= E \times \pi \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{\pi E}{4} = \frac{q}{4\epsilon_0}$$

$t = 10^{-3}$ s એ સ્થાનાંતર પ્રવાહ,

$$i_d = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \frac{1}{4} \frac{dq}{dt} = 0.5 \times 10^{-6} \exp(-1)$$

બંધગાળાને એમ્પિયર-મેક્સવેલ નિયમ લગાવતાં,

$$B \times 2\pi \times \left(\frac{1}{2}\right) = \mu_0(i_c + i_d) = \mu_0(0 + i_d) = 0.5 \times 10^{-6} \mu_0 \exp(-1)$$

અથવા $B = 0.74 \times 10^{-13}$ T

8.3 વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો (ELECTROMAGNETIC WAVES)

8.3.1 વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોના ઉદ્ભવ સ્થાનો (Sources of Electromagnetic Waves)

વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો કેવી રીતે ઉત્પન્ન કરાય છે ? સ્થિર વિદ્યુતભારો કે નિયમિત ગતિ (અચળ વેગ સાથેની) ગતિ કરતા વિદ્યુતભારો (સ્થિત પ્રવાહ) વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોના ઉદ્ભવ સ્થાનો હોઈ શકે નહીં. આમાંનું પ્રથમ (સ્થિર વિદ્યુતભાર) ફક્ત સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે જ્યારે બીજું ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે, પરંતુ તે સમય સાથે બદલાતું નથી. મેક્સવેલના વાદનું અગત્યનું પરિણામ એ છે કે પ્રવેગિત વિદ્યુતભાર વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું ઉત્સર્જન કરે છે. આની સાબિતી આ પુસ્તકની મર્યાદાની બહાર છે, પરંતુ તેને આપણે આપણા ગુણાત્મક કારણો માટેના પાયા તરીકે સ્વીકારીશું. કોઈક આવૃત્તિથી દોલન કરતા વિદ્યુતભારને ધ્યાનમાં લો. (દોલન કરતો વિદ્યુતભાર એ પ્રવેગી વિદ્યુતભારનું ઉદાહરણ છે.) તે અવકાશમાં દોલન કરતા વિદ્યુતક્ષેત્રનું નિર્માણ કરે છે અને તે દોલન કરતા ચુંબકીયક્ષેત્રનું નિર્માણ કરે છે કે જે વળી પાછું દોલન કરતા વિદ્યુતક્ષેત્ર માટેનું ઉદ્ગમ બને છે અને આમ (સતત) ચાલ્યા કરે છે. આમ, જેમ તરંગ અવકાશમાં પ્રસરે છે તેમ દોલન કરતા વિદ્યુતક્ષેત્ર અને ચુંબકીયક્ષેત્રો એકબીજાને ઉત્પન્ન કર્યા કરે છે. આ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગની આવૃત્તિ સ્વાભાવિક રીતે જ દોલન કરતા વિદ્યુતભારની આવૃત્તિ જેટલી જ હોય છે. પ્રસરણ પામતા તરંગ સાથે સંકળાયેલ ઊર્જા એ પ્રવેગિત વિદ્યુતભાર કે જે ઊર્જા સ્રોત છે, તેની ઊર્જાના ભોગે મળે છે.

ઉપરોક્ત ચર્ચા પરથી, હવે પ્રકાશ એ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગ હશે તેવી ધારણાની કસોટી કરવાનું સહેલું થયું એમ લાગતું હશે. આપણને એવું થાય કે આપણે એક એવા ac પરિપથની જરૂર છે કે જેમાં વિદ્યુતપ્રવાહ દૃશ્યપ્રકાશ, દા.ત., પીળા પ્રકાશની આવૃત્તિથી દોલન કરતો હોય પણ આમ સહેલાઈથી મળવું તે શક્ય નથી. પીળા પ્રકાશની આવૃત્તિ 6×10^{14} Hz જેટલી છે, જ્યારે આધુનિક ઇલેક્ટ્રોનિક્સ પરિપથ વડે પણ માંડ 10^{11} Hz જેટલી જ આવૃત્તિ મળી શકે છે અને એટલા માટે જ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોની પ્રાયોગિક સાબિતી દર્શાવતો પ્રયોગ હર્ટ્ઝના પ્રયોગ (1887)ની જેમ નીચી આવૃત્તિ (રેડિયોતરંગના વિસ્તાર)વાળા વિભાગમાં કરવો પડે.

મેક્સવેલના વાદ અંગે હર્ટ્ઝના સફળ પ્રયોગે આ ક્ષેત્રમાં ઉત્તેજના જગાવી અને આવા બીજા અગત્યના કાર્યો (પ્રયોગો)ને ઉજાગર કરવાનું કામ કર્યું. આની સાથે સંકળાયેલી બે અગત્યની

સિદ્ધિઓનો અત્રે ઉલ્લેખ જરૂરી છે. હર્ટ્ઝના પ્રયોગના સાત વર્ષ બાદ જગદીશચંદ્ર બોઝ, કોલકાતા ખાતે ટૂંકી તરંગલંબાઈ (25 mmથી 5 mm) ધરાવતા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું ઉત્સર્જન અને અવલોકન કરવામાં સફળ રહ્યા. હર્ટ્ઝના પ્રયોગની જેમ જ તેમનો પ્રયોગ પણ પ્રયોગશાળા (લેબોરેટરી) સુધી સીમિત હતો.

લગભગ આ જ સમયગાળા દરમિયાન ઈટાલીમાં ગુગ્લીએલ્મો માર્કોની (Guglielmo Marconi)ને હર્ટ્ઝના પ્રયોગને અનુસરીને ઘણા કિલોમીટર દૂર સુધી વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોને મોકલવામાં સફળતા મળી. માર્કોનીનો આ પ્રયોગ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો દ્વારા સંદેશાવ્યવહારના ક્ષેત્રમાં પ્રથમ સોપાન હતું.

8.3.2 વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોની લાક્ષણિકતા

(Nature of electromagnetic waves)

મેક્સવેલના સમીકરણો પરથી દર્શાવી શકાય કે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોમાં વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રો એકબીજાને અને પ્રસરણ દિશાને લંબરૂપે હોય છે. જે આપણા સ્થાનાંતર પ્રવાહની ચર્ચા પરથી વ્યાજબી પણ લાગે છે. આકૃતિ 8.2 ધ્યાનમાં લો. સંધારકની પ્લેટોના અંદરના ભાગમાં રહેલ વિદ્યુતક્ષેત્ર પ્લેટને લંબરૂપે હોય છે. આને લીધે સ્થાનાંતર પ્રવાહ મારફત ઉત્પન્ન થતું ચુંબકીયક્ષેત્ર કેપેસિટરની પ્લેટને સમાંતર વર્તુળાકાર ગાળાના પરિઘની દિશામાં હોય છે. એટલે કે, આ કિસ્સામાં **B** અને **E** એકબીજાને લંબરૂપે હોય છે. આ એક વ્યાપક લાક્ષણિકતા છે.

આકૃતિ 8.4માં z-દિશામાં પ્રસરતા સમતલ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગનો ખાસ કિસ્સો દર્શાવેલ છે (જેમાં ક્ષેત્રો z-યામ અને આપેલ સમય tના વિધેય તરીકે દર્શાવેલ છે). વિદ્યુતક્ષેત્ર E_x એ x-અક્ષની દિશામાં છે અને તે આપેલ સમયે z સાથે સાઈન વિધેય મુજબ (Sinusoidally - જયાવર્તી) બદલાય છે. ચુંબકીય-ક્ષેત્ર B_y એ y-અક્ષની દિશામાં છે અને તે પણ z-સાથે સાઈન વિધેય મુજબ બદલાય છે. વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રો E_x અને B_y એકબીજાને અને પ્રસરણ દિશા zને પણ લંબરૂપે છે. આપણે E_x અને B_y ને નીચે મુજબ લખી શકીએ.

$$E_x = E_0 \sin(kz - \omega t) \quad [8.7(a)]$$

$$B_y = B_0 \sin(kz - \omega t) \quad [8.7(b)]$$

અત્રે, k એ તરંગલંબાઈ λ સાથે નીચેના સમીકરણથી સંકળાયેલ છે.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (8.8)$$

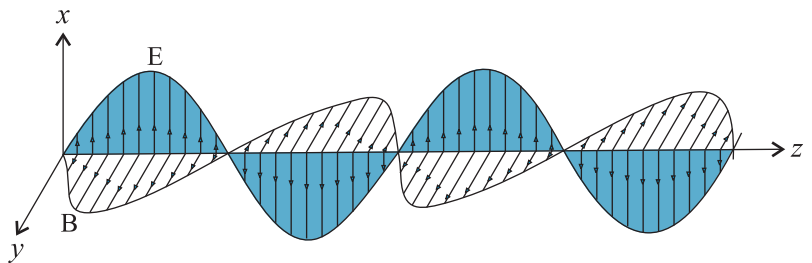
અને ω એ કોણીય આવૃત્તિ છે. k એ તરંગસદિશ (અથવા પ્રસરણ સદિશ) \mathbf{k} નું માન છે અને તેની દિશા તરંગના પ્રસરણની દિશા સૂચવે છે. તરંગ પ્રસરણની ઝડપ (ω/k) છે. સમીકરણ [8.7(a) અને (b)]નો ઉપયોગ E_x અને B_y માટે અને મેક્સવેલના સમીકરણોનો ઉપયોગ કરતાં,



હેનરીચ રુડોલ્ફ હર્ટ્ઝ (Heinrich Rudolf Hertz) (1857-1894) :

જર્મન ભૌતિકશાસ્ત્રી કે જેમણે સૌપ્રથમ વખત રેડિયો તરંગોનું પ્રસારણ (Broadcast) કર્યું અને ગ્રહણ (Receive) કર્યું. તેમણે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું ઉત્સર્જન કર્યું, તેનું અવકાશમાં પ્રસરણ કરાવ્યું અને તેની તરંગલંબાઈ અને ઝડપનું માપન કર્યું. તેમણે દર્શાવ્યું કે આ તરંગોના કંપન, પરાવર્તન અને વક્રીભવનનો પ્રકાર એ પ્રકાશ અને ઉષ્મા તરંગો જેવો જ છે જેની મદદથી તેમની સૌપ્રથમ વખત ઓળખ (Identity) થઈ શકી. તેમણે વાયુમાં વિદ્યુતવિભાર (Discharge of Electricity) વિષેનાં સંશોધનની શરૂઆત કરી અને ફોટોઈલેક્ટ્રીક અસરની શોધ કરી.

હેનરીચ રુડોલ્ફ હર્ટ્ઝ (Heinrich Rudolf Hertz) (1857-1894)



આકૃતિ 8.4 એક રેખીય ધ્રુવીભૂત વિદ્યુતચુંબકીય તરંગ z-દિશામાં પ્રસરણ પામે છે કે જેમાં દોલન કરતું વિદ્યુતક્ષેત્ર **E** એ x-દિશામાં અને દોલન કરતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર **B** એ y-દિશામાં છે.

$$\omega = ck, \text{ જ્યાં, } c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \quad [8.9(a)]$$

$\omega = ck$ એ તરંગો માટેનું પ્રમાણિત સમીકરણ છે (દા.ત., XI, ભૌતિકશાસ્ત્રના પુસ્તકનો પરિચ્છેદ 15.4). આ સમીકરણ ઘણીવખત આવૃત્તિ $v (= \omega/2\pi)$ ના અને તરંગલંબાઈ $\lambda (= 2\pi/k)$

$$2\pi v = c \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) \text{ અથવા}$$

$$v\lambda = c \quad [8.9(b)]$$

તરીકે પણ લખવામાં આવે છે. મેક્સવેલના સમીકરણો પરથી એવું પણ જોઈ શકાય છે કે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગમાં વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રોના માન નીચેના સમીકરણથી સંકળાયેલા છે.

$$B_0 = (E_0/c) \quad (8.10)$$

અહીં, આપણે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોની કેટલીક લાક્ષણિકતાઓ નોંધીશું. તેઓ મુક્ત અવકાશમાં અથવા શૂન્યાવકાશમાં વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રોના પોતાની જાતે જ ચાલુ રહેતાં (Self-sustaining) દોલનો છે. તેઓ અત્યાર સુધીમાં આપણે ભણેલા બીજા બધા તરંગોથી એ બાબતમાં ભિન્ન છે કે વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રોના દોલનોમાં દ્રવ્ય-માધ્યમની જરૂરિયાત નથી (સંકળાયેલ નથી). હવામાંના ધ્વનિ તરંગો એ સંઘનન (Compression) અને વિઘનન (Rarefaction)ના સંગત તરંગો છે. લંબગત સ્થિતિસ્થાપક (ધ્વનિ) તરંગો ઘન પદાર્થો કે જેઓ દૃઢ છે અને આકાર (Shear) વિકૃત્તિનો વિરોધ કરે છે તેમાં પણ પ્રસરી શકે છે. ઓગણીસમી સદીમાં વૈજ્ઞાનિકો આવા યાંત્રિક ચિત્ર (ખ્યાલ)થી એટલા બધા ટેવાઈ ગયા હતા કે જેથી તેમણે વિચાર્યું કે સમગ્ર અવકાશમાં અને સમગ્ર દ્રવ્યમાં કોઈક માધ્યમ હાજર હોવું જોઈએ કે જે આ વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રો માટે સ્થિતિસ્થાપક માધ્યમની જેમ કામ કરતું હશે. તેમણે આ માધ્યમને ઈથર (Ether) નામ આપ્યું. તેઓ આ ઈથરરૂપી માધ્યમની વાસ્તવિકતા અંગે એટલા બધા ખાતરીદાર (Convinced) હતા કે સર આર્થર કોનન ડોયલ (Arthur Conan Doyle) (પ્રખ્યાત જાસૂસ - શેરલોક હોમ્સના પ્રણેતા)એ લખેલ નવલકથા The Poison Beltમાં સૌરમંડળને આવા ઈથરના બનેલા ઝેરીલા ભાગમાંથી પસાર થતું બતાવવામાં આવ્યું છે ! અલબત્ત, હવે આપણે એવું સ્વીકારીએ છીએ કે આવા કોઈ ભૌતિક માધ્યમની જરૂરિયાત નથી. ઈ.સ. 1887માં માઈકલસન અને મોર્લે દ્વારા થયેલ પ્રખ્યાત પ્રયોગ આવા ઈથરના અધિતર્કને નિર્ણાયક રીતે નષ્ટ કર્યો (નકાર્યો) અવકાશ અને સમય સાથે દોલન કરતા વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રો શૂન્યાવકાશમાં પણ એકબીજાને સતત ચાલુ રાખે છે.

પણ જો વાસ્તવમાં દ્રવ્ય માધ્યમ હાજર હોય તો શું ? આપણે જાણીએ છીએ કે પ્રકાશ એ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગ છે કે જે દા.ત., કાચમાંથી પસાર થાય છે. અગાઉ આપણે જોયું કે માધ્યમની અંદર પ્રવર્તતા કુલ વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રો પરમીટિવિટી ϵ અને ચુંબકીય પરમીએબિલિટી μ ના પદમાં (આ પદો બહારના ભાગમાં રહેલા ક્ષેત્રોથી અંદરના ભાગમાં રહેલા કુલ ક્ષેત્રો કેટલા ગણા જુદા પડે છે તે દર્શાવે છે) દર્શાવી શકાય છે. મેક્સવેલ સમીકરણોમાં વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રોનાં વર્ણનમાં આવતા ϵ_0 અને μ_0 ને માધ્યમની પરમીટિવિટી ϵ અને ચુંબકીય પરમીએબિલિટી μ વડે ફેરબદલ કરતાં પ્રકાશનો વેગ

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (8.11)$$

આમ, પ્રકાશનો વેગ માધ્યમના વિદ્યુત અને ચુંબકીય ગુણધર્મો પર આધાર રાખે છે. આપણે હવે પછીના પ્રકરણમાં જોઈશું કે એક માધ્યમનો બીજા માધ્યમની સાપેક્ષમાં વક્રીભવનાંક આ બે માધ્યમોમાં પ્રકાશના વેગના ગુણોત્તર બરાબર હોય છે.

મુક્ત અવકાશમાં અથવા શૂન્યાવકાશમાં વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનો વેગ એ (એક) અગત્યનો મૂળભૂત

અચળાંક છે. જુદી જુદી તરંગલંબાઈ ધરાવતા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો પરના પ્રયોગો પરથી એમ દર્શાવાયું છે કે આ વેગ (તરંગલંબાઈથી સ્વતંત્ર) 3×10^8 m/sના મૂલ્યમાં એક સેકન્ડ દીઠ અમુક મીટરની ચોક્કસાઈથી સમાન છે. શૂન્યાવકાશમાં વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોના વેગની અચળતાના પ્રયોગો દ્વારા એવું દૃઢ પ્રમાણિત કરી શકાયું છે અને તેનું વાસ્તવિક મૂલ્ય એટલું બધું જાણીતું છે કે તેનો ઉપયોગ લંબાઈને વ્યાખ્યાયિત કરવાના પ્રમાણ તરીકે લેવામાં આવે છે. હવે, મીટરને પ્રકાશ શૂન્યાવકાશમાં $(1/c) = (2.99792458 \times 10^8)^{-1}$ સેકન્ડ જેટલા સમયમાં કાપેલા અંતર તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે જે નીચે મુજબના કારણથી થયું છે. સમયનો મૂળભૂત એકમ કોઈક પરમાણ્વીય આવૃત્તિ એટલે કે, કોઈ ચોક્કસ ઘટનામાં પરમાણુ (Atom) દ્વારા ઉત્સર્જિત આવૃત્તિ-ના પદમાં ખૂબ જ ચોક્કસાઈથી વ્યાખ્યાયિત કરી શકાય છે. લંબાઈના મૂળભૂત એકમને પ્રત્યક્ષ રીતે તેવી જ ચોક્કસાઈથી વ્યાખ્યાયિત કરવાનું અઘરું છે. અગાઉના લંબાઈના એકમ (દા.ત., Meter-સળિયા વગેરે)ની મદદથી માપવાના પ્રયોગો દ્વારા c નું મૂલ્ય 2.9979246×10^8 m/s જેટલું મળતું હતું. હવે, c એ ખૂબ જ ચોક્કસ અચળ અંક હોવાથી લંબાઈનો એકમ c અને સમયના એકમના પદમાં વ્યાખ્યાયિત કરી શકાય છે !

હર્ઝ ફક્ત વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું અસ્તિત્વ જ દર્શાવ્યું એવું નથી, પરંતુ તેમણે દર્શાવ્યું કે એવા તરંગો કે જેની તરંગલંબાઈ પ્રકાશ તરંગોની તરંગલંબાઈ કરતાં કરોડ (10 મિલિયન) ગણી હોય તેઓ પણ વિવર્તન, વક્રિભવન અને ધ્રુવીભવન અનુભવે છે. આમ, તેણે દૃઢ રીતે વિકિરણનો તરંગ સ્વભાવ પ્રસ્થાપિત કર્યો. વધારામાં, તેમણે સ્થિત વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો ઉત્પન્ન કરીને તેમની તરંગલંબાઈને ક્રમિક નિષ્પંદ બિંદુઓ (Nodes) વચ્ચેના અંતરની મદદથી શોધી. તરંગની આવૃત્તિ પહેલેથી જ જાણીતી (દોલકની આવૃત્તિ જેટલી) હોવાથી તેણે $v = v\lambda$ સૂત્રનો ઉપયોગ કરી તરંગની ઝડપ શોધી અને એવું જાણવા મળ્યું કે આ તરંગો પ્રકાશની ઝડપ જેટલી ઝડપથી જ ગતિ કરે છે.

વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો ધ્રુવીભૂત છે તે હકીકત નાના (Portable) AM રેડિયોના બ્રોડકાસ્ટીંગ સ્ટેશન પ્રત્યેના પ્રતિભાવની મદદથી સહેલાઈથી જોઈ શકાય છે. જો AM રેડિયોને ટેલિસ્કોપીક (Telescopic) એન્ટેના હોય તો તે સિગ્નલ (Signal)ના વિદ્યુતીય ઘટકને પ્રતિભાવ આપે છે. જ્યારે એન્ટેનાને સમક્ષિતિજ કરવામાં આવે છે ત્યારે સિગ્નલ ખૂબ જ નબળું થઈ જાય છે. ઘણા નાના રેડિયોમાં વિદ્યુતચુંબકીય તરંગના સમક્ષિતિજ એન્ટેના (સામાન્ય રીતે રેડિયોની આવરણની અંદરના ભાગમાં) હોય છે કે જે ચુંબકીય ઘટક માટે સંવેદનશીલ હોય છે. આવા રેડિયોને સિગ્નલ ગ્રહણ (Receive) કરવા માટે સમક્ષિતિજ રાખવા પડે. આવા કિસ્સાઓમાં, રેડિયોનો પ્રતિભાવ એ રેડિયોના સ્ટેશનની સાપેક્ષે નમન (Orientation) પર પણ આધાર રાખે છે.

શું બીજા તરંગોની જેમ જ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો પણ ઊર્જા અને વેગમાનનું વહન કરે છે ? હા, તેઓ પણ એમ કરે છે. આપણે પ્રકરણ-2માં જોયું કે મુક્ત અવકાશમાં E જેટલું વિદ્યુતક્ષેત્ર ધરાવતા વિભાગમાં $(\epsilon_0 E^2/2)$ જેટલી ઊર્જાઘનતા હોય છે. તે જ રીતે, પ્રકરણ-6માં જોયું કે ચુંબકીયક્ષેત્ર સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ઊર્જાઘનતા $(B^2/2\mu_0)$ હોય છે. વિદ્યુતચુંબકીય તરંગ એ વિદ્યુત અને ચુંબકીય એમ બંને ક્ષેત્રો ધરાવતું હોવાથી તેની સાથે પણ અશૂન્ય ઊર્જા ઘનતા સંકળાયેલ હોય છે. હવે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગની પ્રસરણ દિશાને લંબ એક સમતલ વિચારો (આકૃતિ 8.4). જો આ સમતલ પર વિદ્યુતભારો હશે તો તેઓ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોના વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રો દ્વારા ગતિ ચાલુ કરશે અને ચાલુ રાખશે. આમ, વિદ્યુતભારો, વિદ્યુતચુંબકીય તરંગમાંથી ઊર્જા અને વેગમાન ગ્રહણ કરશે. આ એ હકીકતને દર્શાવે છે કે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગ (બીજા તરંગોની જેમ) ઊર્જા અને વેગમાનનું વહન કરે છે. વિદ્યુતચુંબકીય તરંગ વેગમાનનું વહન કરતા હોવાથી દબાણ પણ લગાડશે જેને વિકિરણ-દબાણ (Radiation Pressure) કહે છે.

જો સપાટીને t સમયમાં અપાતી કુલ ઊર્જા U હોય તો તેવું દર્શાવી શકાય કે સપાટી પર આપાત થતા કુલ વેગમાનનું મૂલ્ય (જ્યારે વિકિરણનું સંપૂર્ણ શોષણ થાય ત્યારે)

$$p = \frac{U}{c} \quad (8.12)$$

છે.

જ્યારે તમારા હાથ પર સૂર્યપ્રકાશ પડે છે ત્યારે તમને વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોમાંથી ઊર્જાનું શોષણ થાય છે તેમ લાગે છે (તમારા હાથ ગરમ થયેલ જણાય છે). વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો હાથ પર વેગમાન પણ આપાત કરે છે પરંતુ c નું મૂલ્ય ખૂબ જ મોટું હોવાથી, હથેળીને મળતા વેગમાનનું મૂલ્ય અત્યંત નાનું હશે તેથી આપણે દબાણ અનુભવતા નથી. 1903માં અમેરીકન વૈજ્ઞાનિકો નિકોલ્સ અને હલ (Nicols અને Hull) એ દૃશ્યપ્રકાશ વિકિરણ-દબાણની માપણી કરવામાં સફળ થયા અને સમીકરણ (8.12)ની ચકાસણી કરી. તે $7 \times 10^{-6} \text{ N/m}^2$ ના ક્રમનું માલુમ પડ્યું. આમ, 10 cm^2 જેટલું ક્ષેત્રફળ ધરાવતી સપાટી પર વિકિરણને કારણે લાગતું બળ $7 \times 10^{-9} \text{ N}$ જેટલું હોય છે.

વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું મોટું પ્રૌદ્યોગિક અગત્ય એ તેની એક સ્થળથી બીજા સ્થળ પર ઊર્જા લઈ જવાની ક્ષમતાને લીધે છે. બ્રોડકાસ્ટીંગ (Broadcasting - સંચાર) સ્ટેશનથી રેડિયો અને TV સિગ્નલો ઊર્જાનું વહન કરે છે, પ્રકાશ સૂર્યથી પૃથ્વી સુધી ઊર્જાનું વહન કરે છે કે જેથી પૃથ્વી પર જીવન શક્ય બન્યું છે.

ઉદાહરણ 8.2

ઉદાહરણ 8.2 એક 25 MHz આવૃત્તિ ધરાવતું સમતલ વિદ્યુત ચુંબકીય તરંગ મુક્ત અવકાશમાં x -દિશામાં ગતિ કરે છે. ચોક્કસ સમયે અને અવકાશના એક ચોક્કસ બિંદુ આગળ $\mathbf{E} = 6.3 \hat{j} \text{ V/m}$ છે. તો આ બિંદુ આગળ \mathbf{B} શોધો.

ઉકેલ સમીકરણ (8.10) પરથી, \mathbf{B} નું મૂલ્ય

$$B = \frac{E}{c}$$

$$= \frac{6.3 \text{ V/m}}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} = 2.1 \times 10^{-8} \text{ T}$$

દિશા શોધવા માટે, આપણે નોંધીએ કે \mathbf{E} એ y -દિશામાં છે અને તરંગ x -દિશામાં પ્રસરણ પામે છે. તેથી \mathbf{B} એ x અને y બંને અક્ષોને લંબ હશે. સદિશ બીજગણિતના નિયમ મુજબ $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ એ x -દિશામાં હશે.

હવે, $(+\hat{j}) \times (+\hat{k}) = \hat{i}$ હોવાથી, \mathbf{B} એ z -દિશામાં હશે. આમ, $\mathbf{B} = 2.1 \times 10^{-8} \hat{k} \text{ T}$ થશે.

ઉદાહરણ 8.3

ઉદાહરણ 8.3 એક સમતલ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગમાં ચુંબકીયક્ષેત્ર

$$B_y = 2 \times 10^{-7} \sin(0.5 \times 10^3 x + 1.5 \times 10^{11} t) \text{ T}$$

(a) તરંગની તરંગલંબાઈ અને આવૃત્તિ કેટલી હશે ?

(b) વિદ્યુતક્ષેત્ર માટેનું સમીકરણ લખો.

ઉકેલ (a) આપેલા સમીકરણને નીચેના સમીકરણ સાથે સરખાવતાં,

$$B_y = B_0 \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T} \right) \right]$$

$$\text{આપણને } \lambda = \frac{2\pi}{0.5 \times 10^3} \text{ m} = 1.26 \text{ m}$$

$$\text{અને } \frac{1}{T} = \nu = (1.5 \times 10^{11})/2\pi = 23.9 \text{ GHz મળે.}$$

$$(b) E_0 = B_0 c = 2 \times 10^{-7} \text{ T} \times 3 \times 10^8 \text{ m/s} = 6 \times 10^1 \text{ V/m}$$

આ વિદ્યુતક્ષેત્ર ઘટક પ્રસરણ દિશા અને ચુંબકીયક્ષેત્રને લંબ હશે. તેથી, આ વિદ્યુતક્ષેત્ર ઘટક z -અક્ષની દિશામાં હશે કે જે નીચેના સમીકરણ વડે આપી શકાય.

$$E_z = 60 \sin(0.5 \times 10^3 x + 1.5 \times 10^{11} t) \text{ V/m}$$

ઉદાહરણ 8.4 18 W/cm^2 જેટલું ઊર્જા ફ્લક્સ ધરાવતો પ્રકાશ એક અપરાવર્તનીય સપાટી પર લંબરૂપે આપાત થાય છે. જો આ સપાટીનું ક્ષેત્રફળ 20 cm^2 હોય તો 30 min જેટલા સમયગાળા માટે સપાટી પર લાગતું સરેરાશ બળ શોધો.

ઉકેલ : સપાટી પર આપાત કુલ ઊર્જા,

$$U = (18 \text{ W/cm}^2) \times (20 \text{ cm}^2) \times (30 \times 60 \text{ s}) \\ = 6.48 \times 10^5 \text{ J}$$

તેથી (પૂર્ણ શોષણ માટે) સપાટીને અપાતું કુલ વેગમાન,

$$p = \frac{U}{c} = \frac{6.48 \times 10^5 \text{ J}}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} = 2.16 \times 10^{-3} \text{ kg m/s}$$

સપાટી પર લગાડાતું સરેરાશ બળ,

$$F = \frac{p}{t} = \frac{2.16 \times 10^{-3}}{0.18 \times 10^4} = 1.2 \times 10^{-6} \text{ N}$$

જો સપાટી સંપૂર્ણ પરાવર્તક હોત તો કેવી રીતે તમારું પરિણામ સુધારશો ?

ઉદાહરણ 8.4

ઉદાહરણ 8.5 100 W ના બલ્બમાંથી વિકિરણથી 3 m દૂર ઉદ્ભવતા વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રો ગણો. બલ્બની કાર્યક્ષમતા (Efficiency) 2.5% છે અને તે બિંદુવત ઉદ્ગમ છે તેમ ધારો.

ઉકેલ બિંદુવત ઉદ્ગમ, બલ્બ બધી જ દિશામાં સમાન રીતે પ્રકાશ ઉત્સર્જન કરે છે. તેને 3 m અંતરેથી ઘેરતી ગોળાકાર સપાટીનું ક્ષેત્રફળ

$$A = 4\pi r^2 = 4\pi(3)^2 = 113 \text{ m}^2 \text{ છે.}$$

આ અંતરે તીવ્રતા,

$$I = \frac{\text{પાવર}}{\text{ક્ષેત્રફળ}} = \frac{100 \text{ W} \times 2.5\%}{113 \text{ m}^2} \\ = 0.022 \text{ W/m}^2$$

આ તીવ્રતાની અડધી તીવ્રતા વિદ્યુતક્ષેત્ર દ્વારા અને અડધી ચુંબકીયક્ષેત્ર દ્વારા પૂરી પડાતી હશે.

$$\frac{1}{2} I = \frac{1}{2} (\epsilon_0 E_{\text{rms}}^2 c) \\ = \frac{1}{2} (0.022 \text{ W/m}^2)$$

$$E_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{0.022}{8.85 \times 10^{-12} (3 \times 10^8)}} \text{ V/m} \\ = 2.9 \text{ V/m}$$

ઉપર શોધેલ E_{rms} મૂલ્ય વિદ્યુતક્ષેત્ર સરેરાશ વર્ગિત મૂલ્યનું વર્ગમૂળ (rms) છે. હવે, પ્રકાશકિરણમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર જ્યાવર્તી (સાઈન વિધેય, Sinusoidal) હોવાથી વિદ્યુતક્ષેત્રનું મહત્તમ મૂલ્ય E_0 ,

$$E_0 = \sqrt{2} E_{\text{rms}} = \sqrt{2} 2.9 \text{ V/m} \\ = 4.07 \text{ V/m}$$

આમ, તમે જોઈ શકો છો કે તમે વાંચવા માટે ઉપયોગમાં લીધેલ વિદ્યુતક્ષેત્રની પ્રબળતા એ ઘણી વધારે હોય છે. તેની TV અથવા FM તરંગોની વિદ્યુતક્ષેત્ર પ્રબળતા કે જે કેટલાક માઈક્રોવોલ્ટ પ્રતિમીટરના ક્રમની હોય છે તેની સાથે સરખામણી કરો.

હવે આપણે ચુંબકીયક્ષેત્રની પ્રબળતા ગણીએ. તે

ઉદાહરણ 8.5

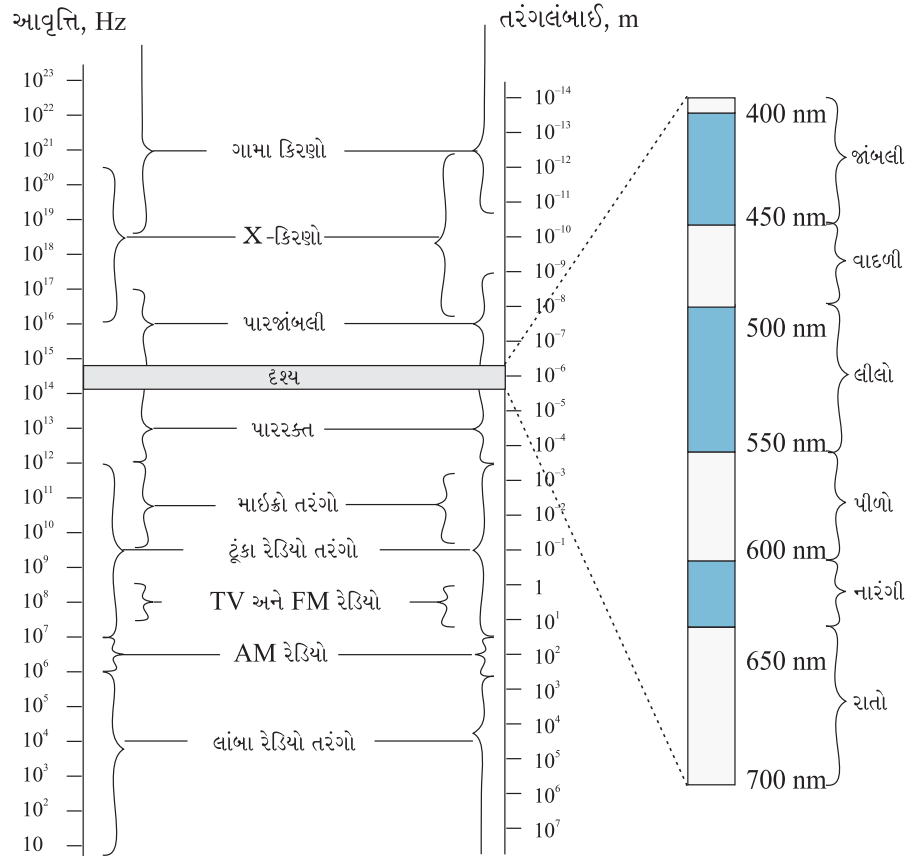
$$B_{\text{rms}} = \frac{E_{\text{rms}}}{c} = \frac{2.9 \text{ Vm}^{-1}}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} = 9.6 \times 10^{-9} \text{ T}$$

ફરીવાર, પ્રકાશકિરણમાં ક્ષેત્ર જ્યાવર્તી (સાઈન વિધેય, Sinusoidal) હોવાથી, ચુંબકીયક્ષેત્રનું મહત્તમ મૂલ્ય $B_0 = \sqrt{2} B_{\text{rms}} = 1.4 \times 10^{-8} \text{ T}$ હશે. ચુંબકીયક્ષેત્ર સાથે સંકળાયેલ ઊર્જા વિદ્યુતક્ષેત્ર સાથે સંકળાયેલ ઊર્જા જેટલી જ હોવા છતાં, ચુંબકીયક્ષેત્રની પ્રબળતા ખૂબ જ ઓછી હોય છે.

8.4 વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટ (ELECTROMAGNETIC SPECTRUM)

જે સમયગાળામાં મેક્સવેલે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોના અસ્તિત્વની આગાહી કરી તે સમયગાળામાં ફક્ત દૃશ્ય પ્રકાશના તરંગો જ જાણીતા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો હતા. પારજાંબલી અને પારરક્ત તરંગોના અસ્તિત્વ વિશેની માહિતી ખૂબ જ ઓછી હતી. 19મી સદીના અંત સુધીમાં X-કિરણો અને ગામા કિરણોની શોધ થઈ ચૂકી હતી. આપણને હવે તો ખબર છે કે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોમાં દૃશ્યપ્રકાશ તરંગો, X-કિરણો, ગામા કિરણો, રેડિયો તરંગો, માઈક્રો તરંગો, પારજાંબલી અને પારરક્ત તરંગોનો સમાવેશ થાય છે. આવૃત્તિને આધારે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોના વર્ગીકરણને વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટ (આકૃતિ 8.5) કહે છે. તેમાં એક પ્રકારના તરંગો અને પછીના પ્રકાર વચ્ચે તીક્ષ્ણ ભેદરેખા નથી. આ વર્ગીકરણ મહદ્અંશે કેવી રીતે તરંગો ઉત્પન્ન કરી શકાય અને/અથવા તેને પરખી શકાય તેના આધારે કરવામાં આવેલ છે.

Electromagnetic spectrum
<http://www.fnal.gov/pub/inquiring/more/light>
<http://imagine.gsfc.nasa.gov/docs/science/>



આકૃતિ 8.5 જુદા જુદા ભાગનાં પ્રચલિત નામ મુજબ વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટ.
 જુદા જુદા ભાગને તીક્ષ્ણ સીમાઓ નથી.

8.4.1 રેડિયો તરંગો (Radio waves)

રેડિયો તરંગો એક વાહકતારમાં વિદ્યુતભારની પ્રવેગિત ગતિ દ્વારા ઉત્પન્ન થાય છે. તેમનો રેડિયો અને ટેલિવિઝનના સંદેશાવ્યવહાર તંત્રોમા ઉપયોગ થાય છે. તે સામાન્ય રીતે 500 kHz થી 1000 MHzના આવૃત્તિગાળામાં રહેલા હોય છે. AM (Amplitude Modulation) બેન્ડ 530 kHz થી 1710 kHzની વચ્ચે હોય છે. 54 MHz સુધીની ઊંચી આવૃત્તિઓ Short Wave (SW) Bands માટે વપરાય છે. TV તરંગો 54 MHz થી 890 MHzના ગાળામાં હોય છે. FM (Frequency Modulated Band) રેડિયો એ 88 MHz થી 108 MHz સુધી વિસ્તરેલ હોય છે. મોબાઇલ ફોન ધ્વનિ સંદેશાવ્યવહાર માટે ખૂબ ઊંચી આવૃત્તિ (Ultra High Frequency - UHF) Bandના રેડિયો તરંગોનો ઉપયોગ કરે છે. પ્રકરણ-15માં આ તરંગો કેવી રીતે પ્રસારિત અને ગ્રહણ કરવામાં આવે છે તેનું વર્ણન કરેલ છે.

8.4.2 માઇક્રોવેવ (Microwaves)

માઇક્રોવેવ (ટૂંકી તરંગલંબાઈ ધરાવતા રેડિયો તરંગો) કે જેની આવૃત્તિ ગીગાહર્ટ્ઝ (GHz)ના ક્રમની હોય છે, એ ચોક્કસ પ્રકારની વેક્યુમ ટ્યુબ (કે જે ક્લીસ્ટ્રોન, મેગ્નેટ્રોન અને ગન ડાયોડ તરીકે ઓળખાય છે) દ્વારા ઉત્પન્ન કરાય છે. તેમની ટૂંકી તરંગલંબાઈને કારણે તેનો ઉપયોગ એરોપ્લેનના દિશા નિયંત્રણમાં વપરાતા રડાર માટે સગવડભર્યો છે. આ રડાર, બોલની ઝડપ, ટેનિસમાં સર્વિસ માટે અને વાહનોની ઝડપ શોધવા માટેની સ્પીડ ગન (Speed Guns) માટેનો પણ આધાર પુરો પાડે છે. માઇક્રોવેવ ઓવન એ આ તરંગોનો ખૂબ જ રસપ્રદ ઘરેલું ઉપયોગ છે. આવા ઓવનમાં માઇક્રોવેવની આવૃત્તિ એ પાણીના અણુઓની અનુનાદીય આવૃત્તિ સાથે મેળવેલ હોવાથી તરંગમાંની ઊર્જા અસરકારક રીતે અણુઓની ગતિઊર્જા તરીકે રૂપાંતરિત કરી શકાય છે. આને લીધે પાણી ધરાવતા કોઈ પણ ખોરાકનું તાપમાન વધારી શકાય છે.



માઇક્રોવેવ ઓવન (MICROWAVE OVEN)

વિદ્યુતચુંબકીય વિકિરણ વર્ણપટ એક માઇક્રોવેવ તરીકે ઓળખાતો ભાગ ધરાવે છે. આવા તરંગોની આવૃત્તિ અને ઊર્જા દૃશ્યપ્રકાશ કરતા ઓછી પરંતુ તરંગલંબાઈ તેના કરતા વધારે હોય છે. માઇક્રોવેવ ઓવનનો સિદ્ધાંત શું છે અને તે કેવી રીતે કાર્ય કરે છે ?

આપણો હેતુ ખોરાક રાંધવાનો કે ગરમ કરવાનો છે. ખોરાકની દરેક ચીજો જેવી કે ફળ, શાકભાજી, માંસ, એકદલીય અનાજ વગેરેમાં તેના ઘટક તરીકે પાણી હોય છે. હવે જ્યારે આપણે એમ કહીએ કે કોઈ પદાર્થ ગરમ થયો એટલે આપણે શું સમજીએ ? જ્યારે પદાર્થનું તાપમાન વધે છે ત્યારે અસ્તવ્યસ્ત ગતિ કરતા અણુ કે પરમાણુઓની ઊર્જા વધે છે અને આ અણુઓ ઊંચી ઊર્જા સાથે ગતિ કે દોલન કે ભ્રમણ કરે છે. પાણીના અણુઓની ભ્રમણની આવૃત્તિ લગભગ 2.45 ગીગાહર્ટ્ઝ (GHz) છે. જો પાણી આ આવૃત્તિ ધરાવતા માઇક્રોવેવને ગ્રહણ કરે તો તેના અણુઓ આ વિકિરણનું શોષણ કરશે કે જે પાણીને ગરમ કરવા બરાબર છે. આ અણુઓ તેમની ઊર્જા આસપાસ રહેલા ખોરાકના અણુઓને આપશે જેથી ખોરાક ગરમ થશે.

આના માટે આપણે પોર્સેલિન (Porcelain)ના વાસણોનો ઉપયોગ કરવો જોઈએ અને નહીં કે ધાતુના કારણ કે સંગ્રહિત વિદ્યુતભારને કારણે ઈલેક્ટ્રીક શોક (આંચકો) લાગવાનો ભય રહેલો છે. પોર્સેલિન વાસણો આનાથી સુરક્ષિત અને ઠંડા રહે છે, કારણ કે તેમના મોટા અણુઓ ખૂબ જ ઓછી આવૃત્તિથી દોલન અને ચાકગતિ કરે છે અને તેથી માઇક્રોવેવનું શોષણ કરતા નથી તેઓ ગરમ થતા નથી.

આમ, માઇક્રોવેવ ઓવનનો મૂળભૂત સિદ્ધાંત ઓવનના જે ભાગમાં ખોરાક મૂકવામાં આવે છે તે ભાગમાં યોગ્ય આવૃત્તિના માઇક્રોવેવ વિકિરણ ઉત્પન્ન કરવાનો છે. આમ કરવાથી, વાસણને ગરમ કરવા ઊર્જા વેડફાતી નથી. ગરમ કરવાની રુઢિગત રીતમાં બર્નર પરનું વાસણ પ્રથમ ગરમ થાય છે અને ત્યારબાદ વાસણમાંથી રૂપાંતરીત ઊર્જાને કારણે તેમાં રહેલ ખોરાક ગરમ થાય છે. માઇક્રોવેવ ઓવનમાં, આનાથી ઉલટું, ખોરાકમાં રહેલા પાણીના અણુઓને સીધે સીધી ઊર્જા મળે છે કે જે પછીથી સમગ્ર ખોરાકને પહોંચે છે.

8.4.3 પારરક્ત તરંગો (Infrared Waves)

પારરક્ત (Infrared) તરંગો ગરમ પદાર્થ અને અણુઓ દ્વારા ઉત્પન્ન થાય છે. આ Band દૃશ્યપ્રકાશ વર્ણપટની ઓછી આવૃત્તિ અથવા લાંબી તરંગલંબાઈના છેડાની નજીક આવેલ છે. પારરક્ત તરંગોને ઘણી વખતે ઉષ્મા તરંગો (Heat Waves) પણ કહેવામાં આવે છે. આમ, કહેવા પાછળનું મુખ્ય કારણ એ છે કે મોટાભાગના દ્રવ્યમાં રહેલા પાણીના અણુઓ સહેલાઈથી પારરક્ત તરંગોનું શોષણ કરે છે. (બીજા ઘણા અણુઓ જેવા કે CO₂, NH₃ વગેરે પણ પારરક્ત તરંગોનું શોષણ કરે છે.) શોષણ બાદ તેમની ઉષ્મીય ગતિ વધે છે, એટલે કે તેઓ ગરમ થાય છે અને આસપાસના ભાગને પણ ગરમ કરે છે. પારરક્ત બલ્બ (Lamps)નો ઉપયોગ શારીરિક ઉપચાર (Physical Therapy)માં થાય છે. ગ્રીનહાઉસ અસર થકી પારરક્ત વિકિરણો પૃથ્વી પરનો ગરમાવો (હૂંફ) અથવા સરેરાશ તાપમાન જાળવવામાં અગત્યનો ભાગ ભજવે છે. આપાત દૃશ્ય પ્રકાશ (કે જે વાતાવરણમાંથી સહેલાઈથી પસાર થઈ જાય છે)નું પૃથ્વીની સપાટી દ્વારા શોષણ થાય છે અને ત્યારબાદ (લાંબી તરંગલંબાઈ ધરાવતા) પારરક્ત વિકિરણોમાં ફરીથી ઉત્સર્જન થાય છે. આ વિકિરણ ગ્રીનહાઉસ વાયુઓ જેવાંકે કાર્બન ડાયોક્સાઈડ અને પાણીના અણુઓ દ્વારા જકડાઈ (Trapped) જાય છે. પૃથ્વીના ઉપગ્રહોમાં પારરક્ત Detectors (પરખકર્તા)નો ઉપયોગ લશ્કરી હેતુઓ અને પાકનો વિકાસ (Growth) જોવા એમ બંનેમાં થાય છે. ઇલેક્ટ્રોનિક ઉપકરણો (દા.ત., અર્ધવાહકના બનેલા Light Emitting Diode – LED) પણ પારરક્ત વિકિરણનું ઉત્સર્જન કરે છે અને તેમનો ઘરવપરાશની ઇલેક્ટ્રોનિક વસ્તુઓ જેવી કે ટી.વી., વીડિયો રેકોર્ડર અને hi-fi તંત્રોમાં રીમોટ સ્વીચમાં બહોળા પ્રમાણમાં ઉપયોગ થાય છે.

8.4.4 દૃશ્ય કિરણો (Visible rays)

તે સૌથી જાણીતું વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું સ્વરૂપ છે. આ વર્ણપટનો એવો ભાગ છે કે જે મનુષ્યની આંખ દ્વારા પરખાય છે. તેની આવૃત્તિ 4×10^{14} Hzથી લગભગ 7×10^{14} Hz જેટલી અથવા તરંગલંબાઈ લગભગ 700-400 nmની વચ્ચે હોય છે. આપણી આસપાસમાં રહેલ વસ્તુઓ પરથી ઉત્સર્જિત અને પરાવર્તિત દૃશ્યપ્રકાશની મદદથી આપણને વિશ્વ અંગેની માહિતી મળે છે. આપણી આંખો આ તરંગલંબાઈઓના ગાળા માટે સંવેદનશીલ છે. જુદા-જુદા પ્રાણીઓ જુદી-જુદી તરંગલંબાઈઓ માટે સંવેદનશીલ હોય છે. દા.ત., સાપ પારરક્ત તરંગોને પરખી શકે છે અને ઘણા જંતુઓનો દૃશ્યગાળો પારખીને વિભાગ સુધી વિસ્તરેલો હોય છે.

8.4.5 પારજાંબલી કિરણો (Ultraviolet rays)

આ વિભાગની તરંગલંબાઈ 4×10^{-7} m (400 nm) થી 6×10^{-10} m (0.6 nm) સુધી વિસ્તરેલી છે. પારજાંબલી (UV) વિકિરણ ચોક્કસ પ્રકારના બલ્બ (Lamps) અને ખૂબ જ ગરમ પદાર્થો દ્વારા ઉત્પન્ન થાય છે. સૂર્ય પારજાંબલી પ્રકાશનો અગત્યનો સ્ત્રોત છે. પરંતુ, સારા નસીબે, તેમાંના મોટાભાગના વિકિરણનું વાતાવરણમાં લગભગ 40-50 km ઊંચાઈએ આવેલા ઓઝોનના સ્તર દ્વારા શોષણ થાય છે. વધારે પ્રમાણમાં UV પ્રકાશ માણસ પર નુકશાનકારક અસર કરે છે. UV પ્રકાશમાં વધારે પ્રમાણમાં રહેવાથી શરીરમાં મેલેનીન (Melanin) ઉત્પન્ન કરે છે કે જેનાથી ચામડી કાળી પડી જાય છે. UV વિકિરણનું સાદા કાચ વડે શોષણ થાય છે. તેથી, કાચની બારીમાંથી આવતા UV પ્રકાશથી ચામડી કાળી પડી જતી કે તતડી જતી (Sunburn, દાહ થતો) નથી.

વેલ્ડીંગ કામ કરતા લોકો વેલ્ડીંગ ચાપ (Arc) દ્વારા મોટા પ્રમાણમાં ઉદ્ભવતા UVથી આંખને બચાવવા માટે ચોક્કસ પ્રકારના કાચના ગોગલ્સ અથવા કાચની બારી ધરાવતા મહોરા (Face Mask) પહેરે છે. તેની ઓછી તરંગલંબાઈને કારણે UV વિકિરણોને ખૂબ પાતળા કિરણપૂંજ તરીકે કેન્દ્રિત કરી શકાય છે કે જેનો ઉપયોગ ખૂબ ચોક્સાઈ ધરાવતા ઉપયોગો જેવા કે આંખના વાઢકાપ (Surgery) LASIK (Laser-Assisted in situ Keratomileusis)માં થાય છે. UV લેમ્પનો ઉપયોગ પાણી શુદ્ધ કરવાના ઉપકરણ (સાધન)માં જંતુ નાશ કરવા માટે થાય છે.

વાતાવરણમાંનું ઓઝોનનું સ્તર સુરક્ષા કવચનું (બચાવનું, Protective) કામ કરે છે અને તેથી તેની ક્લોરોફ્લોરો કાર્બન (CFCs) વાયુ (જેવાકે ફીઓન) દ્વારા સર્જાતી અછત (ઊણપ) એક આંતરરાષ્ટ્રીય ચિંતાનો વિષય છે.

8.4.6 X-કિરણો (X-rays)

વિદ્યુત ચુંબકીય વર્ણપટના UV વિભાગ પછી આવતા ભાગ (વિભાગ)ને X-કિરણો કહે છે. તેનાં ઔષધીય/દાકતરી ઉપયોગને કારણે આપણે ક્ષ-કિરણોથી પરિચિત છીએ. તે લગભગ 10^{-8} m (10 nm) થી છેક 10^{-13} m (10^{-4} nm) સુધીની તરંગલંબાઈ ધરાવે છે. X-કિરણો ઉત્પન્ન કરવાની એક સામાન્ય રીતમાં ખૂબ ઊંચી ઊર્જા ધરાવતા ઇલેક્ટ્રોનને ધાતુના લક્ષ્ય (Target) પર પ્રતાડિત (Bombard) કરી X-કિરણો ઉત્સર્જિત કરવામાં આવે છે. X-કિરણોનો ઉપયોગ ઔષધીય શાખામાં રોગના નિદાન માટેના એક સાધન તરીકે અને અમુક પ્રકારના કેન્સરના ઉપચારમાં થાય છે. X-કિરણો જીવિત માંસપેશીઓ (Tissue)ને નુકશાન કે નાશ કરી શકતા હોવાથી તેનો વધુ પડતો અને બિનજરૂરી ઉપયોગ ટાળવો જોઈએ.

8.4.7 ગામા કિરણો (Gamma rays)

તેઓ વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટની સૌથી વધારે આવૃત્તિવાળા ભાગમાં આવેલા છે અને તેમની તરંગલંબાઈ લગભગ 10^{-10} m થી 10^{-14} m કરતાંય નાની હોય છે. આવા ઉચ્ચ આવૃત્તિ ધરાવતા વિકિરણો ન્યુક્લિયર પ્રક્રિયાઓમાં અને રેડિયો એક્ટિવ ન્યુક્લિયસોમાંથી ઉત્સર્જિત થાય છે. તેમનો ઉપયોગ ઔષધીય શાખામાં કેન્સરના કોષોને નાબુદ કરવામાં થાય છે.

કોષ્ટક 8.1 જુદા જુદા પ્રકારના વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો તેમનું ઉત્સર્જન અને પરખ (Detection) અંગેનો સારાંશ આપે છે. અગાઉ જણાવ્યું તે મુજબ જુદા-જુદા બે વિભાગો વચ્ચે ખૂબ જ ચોક્કસ ભેદરેખા તીક્ષ્ણ નથી અને તેઓ એકબીજા ઉપર સંપાત થયેલા છે.

કોષ્ટક 8.1 જુદા જુદા પ્રકારના વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો

પ્રકાર	તરંગલંબાઈ ગાળો	ઉત્પાદન	પરખ (Detection)
રેડિયો	> 0.1 m	એરીયલમાં ખૂબ જ ઝડપથી પ્રવેગિત અને પ્રતિપ્રવેગિત ઇલેક્ટ્રોનની ગતિ	રીસીવરનું એરિયલ
માઈક્રોવેવ પારરક્ત	0.1 m થી 1 mm 1 mm થી 700 nm	ક્લીસ્ટ્રોન વાલ્વ અથવા મેગ્નેટ્રોન વાલ્વ અણુ અને પરમાણુઓનાં કંપનો	Point contact diodes થર્મોપાઈલ, બોલોમીટર, પારરક્ત ફોટોગ્રાફિક ફિલ્મ
દૃશ્યપ્રકાશ	700 nm થી 400 nm	પરમાણુમાં એક સ્તરમાંથી નીચેના ઊર્જાસ્તરમાં થતી સંક્રાંતિ દરમિયાન ઇલેક્ટ્રોન પ્રકાશ ઉત્સર્જિત કરે છે.	આંખ, ફોટોસેલ, ફોટોગ્રાફિક ફિલ્મ
પારજાંબલી	400 nm થી 1 nm	પરમાણુમાં અંદરની કવચમાં રહેલા ઇલેક્ટ્રોનની એક ઊર્જા કક્ષામાંથી નીચી ઊર્જા કક્ષામાં થતી સંક્રાંતિ દરમિયાન	ફોટોસેલ, ફોટોગ્રાફિક ફિલ્મ
X-કિરણો	1 nm થી 10^{-3} nm	X-કિરણ ટ્યુબ અથવા અંદરની કવચના ઇલેક્ટ્રોન	ફોટોગ્રાફિક ફિલ્મ, ગાઈગર ટ્યુબ, આયોનાઈઝેશન ચેમ્બર
ગામા કિરણો	< 10^{-3} nm	ન્યુક્લિયસનો રેડિયો એક્ટિવ ક્ષય	ઉપર મુજબ

સારાંશ

1. મેક્સવેલે એમ્પિયરના નિયમમાં એક અસાતત્યતા નોંધી અને આ અસાતત્યતા દૂર કરવા માટે એક વધારાના પ્રવાહ, સ્થાનાંતર પ્રવાહની જરૂરિયાત સૂચવી. આ સ્થાનાંતર પ્રવાહ એ સમય સાથે બદલાતાં વિદ્યુતક્ષેત્રને કારણે છે કે જે નીચે મુજબ આપી શકાય છે.

$$i_d = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

અને આ પ્રવાહ Conduction પ્રવાહ (વહનપ્રવાહ)ની જેમ જ ચુંબકીયક્ષેત્રના ઉદ્ભવ તરીકે વર્તે છે.

2. પ્રવેગિત વિદ્યુતભાર વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો ઉત્પન્ન કરે છે. v આવૃત્તિથી આવર્ત (હાર્મોનિક) દોલનો કરતો વિદ્યુતભાર, v જેટલી જ આવૃત્તિ ધરાવતા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો ઉત્પન્ન કરે છે. વિદ્યુત દ્વિ-ધ્રુવી એ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો માટેનો મૂળભૂત સ્ત્રોત છે.
3. 1887માં હર્ટ્ઝે લેબોરેટરીમાં અમુક મીટરના ક્રમની તરંગલંબાઈ ધરાવતા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું ઉત્પાદન અને પરખ (Detection) કરી. આમ, તેણે મેક્સવેલના સમીકરણની મૂળભૂત આગાહીની ચકાસણી કરી.

4. વિદ્યુતચુંબકીય તરંગમાં વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રો જયાવર્તી (Sinusoidally) રીતે અવકાશમાં સમય સાથે દોલન કરે છે. આવા દોલનો કરતા વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રો **E** અને **B** એકબીજાને લંબરૂપે અને વિદ્યુતચુંબકીય તરંગની પ્રસરણ દિશાને પણ લંબરૂપે હોય છે. v આવૃત્તિ, λ તરંગલંબાઈ ધરાવતા અને z -દિશામાં પ્રસરણ પામતા તરંગ માટે,

$$E = E_x(t) = E_0 \sin(kz - \omega t)$$

$$= E_0 \sin \left[2\pi \left(\frac{z}{\lambda} - vt \right) \right] = E_0 \sin \left[2\pi \left(\frac{z}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right]$$

$$B = B_y(t) = B_0 \sin(kz - \omega t)$$

$$= B_0 \sin \left[2\pi \left(\frac{z}{\lambda} - vt \right) \right] = B_0 \sin \left[2\pi \left(\frac{z}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right]$$

તેઓ $E_0/B_0 = c$ સંબંધથી સંકળાયેલા છે.

5. શૂન્યાવકાશમાં વિદ્યુતચુંબકીય તરંગની ઝડપ c એ μ_0 અને ϵ_0 (મુક્ત અવકાશના પરમીએબિલિટી અને પરમીટીવિટી અચળાંકો) સાથે નીચે મુજબ સંબંધિત છે. $c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$. c નું મૂલ્ય પ્રકાશીય માપનોથી મળેલ મૂલ્ય જેટલું જ છે. પ્રકાશ એક વિદ્યુતચુંબકીય તરંગ છે, તેથી c એ પ્રકાશની ઝડપ છે. પ્રકાશ સિવાયના વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોની પણ ઝડપ મુક્તાવકાશમાં c જેટલી જ હોય છે.

દ્રવ્ય માધ્યમમાં પ્રકાશની કે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોની ઝડપ $v = 1/\sqrt{\mu\epsilon}$ વડે અપાય છે. જ્યાં, μ એ માધ્યમની પરમીએબિલિટી અને ϵ એ પરમીટીવિટી છે.

6. જ્યારે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો અવકાશમાંથી પસાર થાય છે ત્યારે ઊર્જાનું વહન કરે છે અને આ ઊર્જા વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રો વચ્ચે સરખે ભાગે વહેંચાયેલી હોય છે. વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો વેગમાનનું પણ વહન કરે છે. જ્યારે આ તરંગો સપાટી પર અથડાય (સંપાત) થાય છે ત્યારે સપાટી પર દબાણ ઉત્પન્ન કરે છે. જો t સમયમાં સપાટી પર આપાત થતી કુલ ઊર્જા U હોય તો આ સપાટીને અપાતું કુલ વેગમાન $p = U/c$ છે.
7. સૈદ્ધાંતિક રીતે, વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનો વર્ણપટ તરંગ લંબાઈઓના અનંત ગાળા પર વિસ્તરેલો છે. તેના જુદા જુદા ભાગ જુદા જુદા નામથી આ મુજબ ઓળખાય છે. 10^{-2} A અથવા 10^{-12} m થી

10^6 m સુધીના તરંગલંબાઈના ચઢતા ક્રમમાં γ -કિરણો, X-કિરણો, પારજાંબલી કિરણો, દૃશ્ય કિરણો, પારરક્ત કિરણો, માઈકોવેવ અને રેડિયો તરંગો.

તેઓ તેમનાં વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રો છે કે જેઓ દ્રવ્યમાં હાજર વિદ્યુતભારોને દોલન કરાવે છે તેમના દ્વારા દ્રવ્ય સાથે આંતરક્રિયા કરે છે. આવી શોષણ, પ્રકિર્ણન વગેરેની વિસ્તૃત આંતરક્રિયા અને તેથી કાર્યપ્રણાલી/કાર્યવાહી એ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગની તરંગલંબાઈ અને માધ્યમમાં રહેલ અણુ અને પરમાણુના પ્રકાર પર આધાર રાખે છે.

ગહન વિચારણાના મુદ્દાઓ

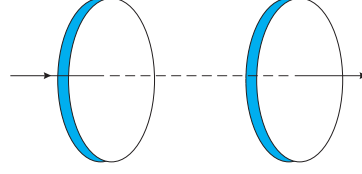
1. જુદા જુદા પ્રકારના વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો વચ્ચેનો મૂળભૂત તફાવત એ તેમની તરંગલંબાઈ કે આવૃત્તિમાં રહેલો છે કારણ કે તેઓ બધા જ શૂન્યાવકાશમાં સમાન ઝડપથી ગતિ કરે છે. પરિણામ સ્વરૂપ, આ તરંગો દ્રવ્ય સાથેની આંતરક્રિયાની રીતમાં એકબીજાથી ખૂબ જ જુદા પડે છે.
2. પ્રવેગિત વિદ્યુતભારિત કણો વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું ઉત્સર્જન કરે છે. વિદ્યુતચુંબકીય તરંગની તરંગલંબાઈ ઘણીવખત તેને ઉત્સર્જિત કરતા તંત્રના લાક્ષણિક પરિમાણ સાથે સાંકળવામાં આવે છે. આમ 10^{-14} m થી 10^{-15} m તરંગલંબાઈ ધરાવતા ગામા વિકિરણ લાક્ષણિક રીતે ન્યુક્લિયસમાંથી ઉદ્ભવે છે. X-કિરણો ભારે પરમાણુઓ દ્વારા ઉત્સર્જિત થાય છે. રેડિયોતરંગો એ પરિપથમાં પ્રવેગિત ઈલેક્ટ્રોન દ્વારા ઉત્પન્ન થાય છે. (સિગ્નલ) પ્રસારિત કરતું ટ્રાન્સમીટીંગ એન્ટેનાનું પરિમાણ જે તરંગોની તરંગલંબાઈ જેટલું જ હોય તેમને સૌથી વધુ કાર્યક્ષમ રીતે પ્રસારિત કરે છે. દૃશ્યપ્રકાશ કે જે પરમાણુઓ દ્વારા ઉત્સર્જિત થાય છે તેની તરંગલંબાઈ પરમાણુઓના પરિમાણ કરતાં અલબત્ત ઘણી વધારે હોય છે.
3. વિદ્યુતચુંબકીય તરંગના દોલિત ક્ષેત્રો વિદ્યુતભારને પ્રવેગિત કરી શકે છે અને દોલન કરતો પ્રવાહ ઉત્પન્ન કરાવી શકે છે. તેથી વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોની પરખ કરવાના સાધનોની રચના આ હકીકત પર આધારિત છે. હટર્ઝનું મૂળ રીસીવર આ જ સિદ્ધાંત પર કાર્ય કરતું હતું. આ સમાન મૂળભૂત સિદ્ધાંત જ લગભગ બધા જ નવા રીસીવર (ગ્રહણ-ઉપકરણો)માં પણ વપરાય છે. ઉચ્ચ આવૃત્તિ ધરાવતા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોની પરખ જુદી રીતે તેઓની દ્રવ્ય સાથેની આંતરક્રિયા દરમિયાન ઉત્પન્ન ભૌતિક અસરને આધારે કરવામાં આવે છે.
4. દૃશ્ય પ્રકાશ કરતાં જેની આવૃત્તિ ઓછી હોય તેવા પારરક્ત તરંગો ફક્ત ઈલેક્ટ્રોનને જ નહીં પરંતુ દ્રવ્યના આખા અણુ અને પરમાણુને દોલન કરાવે છે. આ દોલનો પદાર્થની આંતરિક ઊર્જા અને પરિણામે તાપમાન વધારે છે. આ કારણથી પારરક્ત તરંગોને ઘણીવખત ઉષ્મા તરંગો પણ કહેવામાં આવે છે.
5. આપણી આંખની સંવેદનાનું કેન્દ્ર એ સૂર્યમાંથી નીકળતા વિકિરણના તરંગલંબાઈ વિતરણના કેન્દ્ર સાથે સંપાત થાય છે. આનું કારણ એ છે કે સૂર્યમાંથી ઉત્સર્જિત સૌથી પ્રબળ તરંગલંબાઈ પ્રત્યે સૌથી સંવેદી દૃષ્ટિ સાથે મનુષ્યની ઉત્ક્રાંતિ થયેલ છે.

સ્વાધ્યાય

8.1 આકૃતિ 8.6માં દરેકની ત્રિજ્યા 12 cm હોય તેવી બે વર્તુળાકાર પ્લેટથી બનેલું એક કેપેસિટર દર્શાવેલ છે. બે પ્લેટો વચ્ચેનું અંતર 5.0 cm છે. બાહ્ય ઉદ્દગમ (આકૃતિમાં દર્શાવેલ નથી) વડે આ કેપેસિટરને (સંધારકને) વિદ્યુતભારિત કરવામાં આવે છે. તેને વિદ્યુતભારિત કરતો પ્રવાહ 0.15 A જેટલો અચળ રહે છે.

- (a) કેપેસિટન્સ અને બે પ્લેટો વચ્ચેનો વિદ્યુતસ્થિતિમાનના તફાવતનો દર ગણો.
- (b) પ્લેટો વચ્ચે સ્થાનાંતર પ્રવાહ ગણો.

(c) શું કિર્યોફનો પ્રથમ નિયમ (જંકશન માટેનો નિયમ) સંધારકની દરેક પ્લેટ માટે સાચો છે ? સમજાવો.



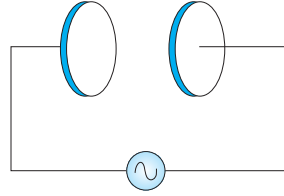
આકૃતિ 8.6

8.2 દરેકની ત્રિજ્યા $R = 6.0 \text{ cm}$ હોય તેવી વર્તુળાકાર પ્લેટનું બનેલું એક સમાંતર પ્લેટ કેપેસિટર (આકૃતિ 8.7)નું કેપેસિટન્સ $C = 100 \text{ pF}$ છે. આ સંધારક 230 V ac ઉદ્ગમ સાથે સંકળાયેલ છે કે જેની (કોણીય) આવૃત્તિ 300 rad s^{-1} છે.

(a) વહનપ્રવાહ (Conduction Current)નું rms મૂલ્ય કેટલું હશે ?

(b) શું વહનપ્રવાહ અને સ્થાનાંતર પ્રવાહ સમાન હશે ?

(c) પ્લેટોની વચ્ચે અક્ષથી 3.0 cm અંતરે આવેલા બિંદુ આગળ \mathbf{B} નો કંપવિસ્તાર શોધો.



આકૃતિ 8.7

8.3 10^{-10} m તરંગલંબાઈ ધરાવતા X-કિરણો, 6800 \AA તરંગલંબાઈ ધરાવતા રાતા પ્રકાશ અને 500 m તરંગલંબાઈ ધરાવતા રેડિયો તરંગો માટે કઈ ભૌતિકરાશિ સમાન છે ?

8.4 એક સમતલ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગ z -દિશામાં શૂન્યાવકાશમાં ગતિ કરે છે. તેમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર અને ચુંબકીયક્ષેત્ર સદિશો માટે તમે શું કહી શકો ? જો તરંગની આવૃત્તિ 30 MHz હોય તો તેની તરંગલંબાઈ કેટલી હશે ?

8.5 એક રેડિયો 7.5 MHz થી 12 MHz ની વચ્ચે કોઈ રેડિયો સ્ટેશનને Tune (સુમેળ) કરી શકે છે. આને અનુરૂપ તરંગલંબાઈનો ગાળો કેટલો હશે ?

8.6 એક વિદ્યુતભાર તેના સરેરાશ સમતોલન સ્થાનની આસપાસ 10^9 Hz ની આવૃત્તિથી દોલન કરે છે. આ દોલક દ્વારા ઉત્પન્ન વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોની આવૃત્તિ કેટલી હશે ?

8.7 શૂન્યાવકાશમાં રહેલ હાર્મોનિક વિદ્યુતચુંબકીય તરંગનો ભાગ હોય તેવા ચુંબકીયક્ષેત્રનો કંપવિસ્તાર $B_0 = 510 \text{ nT}$ છે. તરંગનો ભાગ હોય તેવા વિદ્યુતક્ષેત્રનો કંપવિસ્તાર કેટલો હશે ?

8.8 ધારોકે એક વિદ્યુતચુંબકીય તરંગના વિદ્યુતક્ષેત્રનો કંપવિસ્તાર $E_0 = 120 \text{ N/C}$ અને તેની આવૃત્તિ $\nu = 50.0 \text{ MHz}$ છે.

(a) B_0 , ω , k અને λ શોધો. (b) \mathbf{E} અને \mathbf{B} માટેના સૂત્રો શોધો.

8.9 પુસ્તકમાં વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટના જુદા જુદા ભાગની શબ્દાવલિ (Terminology) આપેલ છે. $E = h\nu$ (વિકિરણનો ઊર્જા-જથ્થો : ફોટોન માટે)નો ઉપયોગ કરી વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટના જુદા જુદા ભાગની ફોટોન ઊર્જા eV એકમમાં મેળવો. તમે જે આ જુદા જુદા ક્રમની ફોટોન-ઊર્જા મેળવો છો તે કેવી રીતે વિદ્યુતચુંબકીય વિકિરણના જુદા-જુદા સ્રોત સાથે સંબંધ ધરાવે છે ?

8.10 એક સમતલ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગમાં વિદ્યુતક્ષેત્રના જ્યાવર્તી દોલનની આવૃત્તિ $2.0 \times 10^{10} \text{ Hz}$ અને કંપવિસ્તાર 48 V m^{-1} છે.

- (a) તરંગની તરંગલંબાઈ કેટલી છે ?
 (b) દોલન કરતા ચુંબકીયક્ષેત્રનો કંપવિસ્તાર કેટલો છે ?
 (c) દર્શાવો કે વિદ્યુતક્ષેત્ર **E**ની સરેરાશ ઊર્જા ઘનતા, ચુંબકીયક્ષેત્ર **B**ની સરેરાશ ઊર્જા ઘનતા જેટલી છે. ($c=3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$)

વધારાના સ્વાધ્યાય

- 8.11** ધારોકે શૂન્યાવકાશમાં રહેલ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગનું વિદ્યુતક્ષેત્ર,
 $E = \{(3.1 \text{ N/C}) \cos [(1.8 \text{ rad/m})y + (5.4 \times 10^6 \text{ rad/s})t]\} \hat{i}$ છે.
 (a) પ્રસરણ દિશા કઈ છે ?
 (b) તરંગલંબાઈ λ કેટલી છે ?
 (c) આવૃત્તિ ν કેટલી છે ?
 (d) તરંગના ચુંબકીયક્ષેત્રનો કંપવિસ્તાર કેટલો છે ?
 (e) તરંગના ચુંબકીયક્ષેત્ર માટેનું સમીકરણ લખો.
- 8.12** એક 100 Wના પ્રકાશ બલ્બની લગભગ 5 % કાર્યક્ષમતાનું દૃશ્ય વિકિરણમાં રૂપાંતરણ થાય છે. દૃશ્ય વિકિરણની સરેરાશ તીવ્રતા નીચેના કિસ્સાઓ માટે કેટલી હશે ?
 (a) બલ્બથી 1 m અંતરે (b) બલ્બથી 10 m અંતરે
 એવું ધારોકે દરેક વિકિરણ બધી જ દિશામાં સમાન રીતે ઉત્સર્જિત થાય છે અને પરાવર્તન અવગણો.
- 8.13** $\lambda_m T = 0.29 \text{ cmK}$ સૂત્રનો ઉપયોગ કરી વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટના જુદા જુદા ભાગના લાક્ષણિક તાપમાનગાળા મેળવો. આ માટે મળેલી સંખ્યા શું જણાવે છે ?
- 8.14** ભૌતિકશાસ્ત્રમાં જુદા-જુદા પરિપ્રેક્ષ્યમાં વિદ્યુતચુંબકીય વિકિરણો સાથે સંકળાયેલી કેટલીક પ્રચલિત સંખ્યાઓ નીચે દર્શાવેલ છે. તે વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટના કયા ભાગમાં આવેલા છે તે જણાવો.
 (a) 21 cm (આંતર તારાકીય અવકાશ (Interstellar Space)માં પરમાણ્વિક હાઈડ્રોજન દ્વારા ઉત્સર્જિત તરંગલંબાઈ)
 (b) 1057 MHz (લેમ્બ શિફ્ટ (Lamb Shift)થી ઓળખાતી ઘટના કે જેમાં હાઈડ્રોજનમાં ખૂબ જ નજીક આવેલાં બે ઊર્જા સ્તરોમાંથી ઉત્સર્જિત વિકિરણની આવૃત્તિ)
 (c) 2.7 K (એક વિચાર મુજબ, યુનિવર્સના Big-bangના ઉદ્ભવ બાદ અવકાશને સંપૂર્ણ ભરી દેતા સમાન રીતે ફેલાયેલા વિકિરણ સાથે સંકળાયેલ તાપમાન).
 (d) $5890 \text{ \AA} - 5896 \text{ \AA}$ (સોડિયમની Double Lines-દ્વિ-રેખાઓ)
 (e) 14.4 keV (ખૂબ પ્રચલિત ઉચ્ચ વિભેદનશક્તિ ધરાવતી સ્પેક્ટ્રોસ્કોપિક પદ્ધતિ (Mössbauer Spectroscopy)માં ^{57}Fe ન્યુક્લિયસની એક ચોક્કસ સંક્રાંતિ સાથે સંકળાયેલ ઊર્જા)
- 8.15** નીચેનાં પ્રશ્નોનાં જવાબ આપો :
 (a) દૂર અંતરના રેડિયો પ્રસારણ માટે short-wave band વપરાય છે, શા માટે ?
 (b) દૂર અંતરના TV-પ્રસારણ માટે ઉપગ્રહનો ઉપયોગ કરવો જરૂરી છે, શા માટે ?
 (c) પ્રકાશીય અને રેડિયો ટેલિસ્કોપ પૃથ્વીની સપાટી પર રચવામાં આવે છે જ્યારે X-કિરણ ખગોળવિજ્ઞાન (Astronomy) એ પૃથ્વીને પરિક્રમણ (Orbiting) કરતાં ઉપગ્રહ પરથી જ થઈ શકે છે, શા માટે ?
 (d) વાતાવરણનાં ઉપરના ભાગમાં રહેલ ઓઝોનનું નાનું સ્તર મનુષ્ય જાતિનાં અસ્તિત્વ માટે ખૂબ જ અગત્યનું છે, શા માટે ?
 (e) જો પૃથ્વીને વાતાવરણ ના હોય તો તેની સપાટીનું સરારેશ તાપમાન અત્યારે છે તેના કરતા વધારે કે ઓછું હોત ?
 (f) અમુક વૈજ્ઞાનિકોનું માનવું છે કે પૃથ્વી પર ગ્લોબલ (વૈશ્વિક) ન્યુક્લિયર યુદ્ધ પછી ‘ન્યુક્લિયર-શિયાળા’ (Nuclear-winter)ની તીવ્ર અસર દેખાશે કે જેથી પૃથ્વી પરના જીવન પર ખૂબ જ વિનાશકારી અસર હશે. આવી આગાહી માટે કયો આધાર હોઈ શકે ?

જવાબો (ANSWERS)

પ્રકરણ 1

- 1.1 $6 \times 10^{-3} \text{ N}$ (અપાકર્ષક)
- 1.2 (a) 12 cm (b) 0.2 N (આકર્ષક)
- 1.3 2.4×10^{39} . આ ઇલેક્ટ્રોન અને પ્રોટોન વચ્ચેના (સમાન અંતર માટે) વિદ્યુતબળ અને ગુરુત્વબળનો ગુણોત્તર છે.
- 1.5 વિદ્યુતભાર ઉત્પન્ન થતો નથી કે નાશ પામતો નથી. તે ફક્ત એક પદાર્થથી બીજા પદાર્થ પર સ્થાનાંતરિત થાય છે.
- 1.6 શૂન્ય N
- 1.8 (a) $5.4 \times 10^6 \text{ NC}^{-1}$ OB તરફ
(b) $8.1 \times 10^{-3} \text{ N}$ OA તરફ
- 1.9 કુલ વિદ્યુતભાર શૂન્ય છે. ડાયપોલ ચાકમાત્રા $= 7.5 \times 10^{-8} \text{ C m}$ z-અક્ષની દિશામાં
- 1.10 10^{-4} Nm
- 1.11 (a) 2×10^{12} , ઊંચી પોલીથીન તરફ
(b) હા, પરંતુ અવગણ્ય જથ્થાનું (દાખલામાં $2 \times 10^{-18} \text{ kg}$)
- 1.12 (a) $1.5 \times 10^{-2} \text{ N}$ (b) 0.24 N
- 1.13 $5.7 \times 10^{-3} \text{ N}$
- 1.14 વિદ્યુતભારો 1 અને 2 ઋણ છે, વિદ્યુતભાર 3 ધન છે. કણ 3 માટે વિદ્યુતભાર અને દળનો ગુણોત્તર મહત્તમ છે.
- 1.15 (a) $30 \text{ Nm}^2/\text{C}$ (b) $15 \text{ Nm}^2/\text{C}$
- 1.16 શૂન્ય. ધનમાં દાખલ થતી રેખાઓની સંખ્યા ધનમાંથી બહાર જતી રેખાઓની સંખ્યા જેટલી જ છે.
- 1.17 (a) $0.07 \mu\text{C}$ (b) ના, ફક્ત અંદરનો કુલ (net) વિદ્યુતભાર શૂન્ય છે.
- 1.18 $2.2 \times 10^5 \text{ Nm}^2/\text{C}$
- 1.19 $1.9 \times 10^5 \text{ Nm}^2/\text{C}$
- 1.20 (a) $-10^3 \text{ Nm}^2/\text{C}$, કારણ કે બંને કિસ્સામાં ઘેરાયેલો વિદ્યુતભાર એકસમાન જ છે.
(b) -8.8 nC
- 1.21 -6.67 nC
- 1.22 (a) $1.45 \times 10^{-3} \text{ C}$ (b) $1.6 \times 10^8 \text{ Nm}^2/\text{C}$
- 1.23 $10 \mu\text{C/m}$
- 1.24 (a) શૂન્ય (b) શૂન્ય (c) 1.9 N/C

- 1.25 9.81×10^{-4} mm
- 1.26 ફક્ત (c) સાચું છે, બાકીના સ્થિતવિદ્યુત ક્ષેત્રરેખાઓ રજૂ કરી શકે નહિ. (a) ખોટું છે, કારણ કે ક્ષેત્રરેખાઓ સુવાહકને લંબરૂપે જ હોય. (b) ખોટું છે, કારણ કે ક્ષેત્રરેખાઓ ઋણ વિદ્યુતભારથી શરૂ થઈ શકે નહિ. (d) ખોટું છે, કારણ કે ક્ષેત્રરેખાઓ એકબીજાને છેદી શકે નહિ. (e) ખોટું છે, કારણ કે સ્થિતવિદ્યુત ક્ષેત્રરેખાઓ બંધ ગાળો રચી શકે નહિ.
- 1.27 બળ 10^{-2} N ઋણ z-દિશામાં એટલે કે ઘટતા વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશામાં છે. તમે ચકાસી શકો છો કે આ દિશા ડાયપોલની ઘટતી સ્થિતિઊર્જાની દિશા પણ છે; ટોર્ક શૂન્ય છે.
- 1.28 (a) સૂચન : પૂરેપૂરી સુવાહકની અંદર હોય અને બખોલ (Cavity)ને ઘેરતી હોય તેવી સપાટીને ગોસિયન સપાટી તરીકે પસંદ કરો.
 (b) (a)ના જેવી જ સપાટી પર ગોસનો નિયમ દર્શાવે છે કે q , સુવાહકની અંદરની સપાટી પર $-q$ પ્રેરિત કરે છે.
 (c) ઉપકરણને સંપૂર્ણપણે ધાત્વિક સપાટીથી ઘેરી લો.
- 1.29 સૂચન : પુરાયેલા છિદ્રવાળા સુવાહકનો વિચાર કરો. તેમાં તરત બહારના ભાગમાં ક્ષેત્ર $(\sigma/\epsilon_0)\hat{n}$ છે અને અંદર શૂન્ય છે. આ ક્ષેત્રને, પુરાયેલા છિદ્રને લીધે વિદ્યુતક્ષેત્ર અને બાકીના વિદ્યુતભારિત સુવાહકને લીધે વિદ્યુતક્ષેત્રના સંપાતપણા સ્વરૂપે જુઓ. સુવાહકની અંદરના ભાગમાં આ ક્ષેત્રો સમાન અને વિરુદ્ધ છે. બહારના ભાગમાં તેઓ મૂલ્યમાં અને દિશામાં સમાન છે. આથી, સુવાહકના બાકીના ભાગ વડે ક્ષેત્ર $(\frac{\sigma}{2\epsilon_0})\hat{n}$ છે.
- 1.31 p; uud; n; udd
- 1.32 (a) સૂચન : વિરોધાભાસથી તે સાબિત કરો. ધારોકે સંતુલન સ્થાયી હોય તો, પરિક્ષણ વિદ્યુતભારને ગમે તે દિશામાં સ્લેજ સ્થાનાંતરિત કરતાં, તટસ્થબિંદુ તરફ પુનઃ સ્થાપક બળ અનુભવશે. એટલે કે તટસ્થબિંદુ નજીક બધી ક્ષેત્રરેખાઓ અંદર તરફ તટસ્થબિંદુ તરફની દિશામાં હોવી જોઈએ. એટલે કે તટસ્થબિંદુની આસપાસની બંધ સપાટીમાંથી અંદર તરફ વિદ્યુતક્ષેત્રનું કંઈક કુલ ફ્લક્સ છે. પરંતુ ગોસના નિયમ મુજબ કોઈ વિદ્યુતભારને ઘેરતી ન હોય તેવી સપાટીમાંથી વિદ્યુતક્ષેત્રનું ફ્લક્સ શૂન્ય હોય છે. આથી, સંતુલન સ્થાયી ન હોઈ શકે.
 (b) બે વિદ્યુતભારોને જોડતી રેખાનું મધ્યબિંદુ તટસ્થ બિંદુ છે. પરિક્ષણ વિદ્યુતભારને તટસ્થ બિંદુએથી તે જ રેખા પર સ્લેજ ખસેડો. તમે જોશો કે કુલ બળ તેને તટસ્થબિંદુથી દૂર તરફ લઈ જાય છે. યાદ રાખો કે, સંતુલનના સ્થાયીપણા માટે બધી દિશામાં પુનઃસ્થાપક બળ જરૂરી છે.
- 1.34 1.6 cm

પ્રકરણ 2

- 2.1 ધન વિદ્યુતભારથી ઋણ વિદ્યુતભારની બાજુએ 10 cm, 40 cm દૂર
- 2.2 2.7×10^6 V
- 2.3 (a) ABને લંબ અને તેના મધ્યબિંદુમાંથી પસાર થતા સમતલ પર દરેક સ્થાને શૂન્ય સ્થિતિમાન છે.
 (b) સમતલને લંબ અને AB દિશામાં
- 2.4 (a) શૂન્ય
 (b) 10^5 NC⁻¹
 (c) 4.4×10^4 NC⁻¹

- 2.5 96 pF
- 2.6 (a) 3 pF (b) 40 V
- 2.7 (a) 9 pF (b) 2×10^{-10} C, 3×10^{-10} C, 4×10^{-10} C
- 2.8 18 pF, 1.8×10^{-9} C
- 2.9 (a) $V = 100$ V, $C = 108$ pF, $Q = 1.08 \times 10^{-8}$ C
(b) $Q = 1.8 \times 10^{-9}$ C, $C = 108$ pF, $V = 16.6$ V
- 2.10 1.5×10^{-8} J
- 2.11 6×10^{-6} J
- 2.12 1.2 J, R બિંદુને જવાબ સાથે કોઈ સંબંધ નથી.
- 2.13 સ્થિતિમાન = $4q/(\sqrt{3} \pi \epsilon_0 b)$; સંમિતિ પરથી અપેક્ષા મુજબ ક્ષેત્ર શૂન્ય છે.
- 2.14 (a) 2.4×10^5 V, $2.5 \mu\text{C}$ વિદ્યુતભારથી $1.5 \mu\text{C}$ વિદ્યુતભાર તરફ 4.0×10^5 V m⁻¹.
(b) 2.0×10^5 V, $2.5 \mu\text{C}$ અને $1.5 \mu\text{C}$ વિદ્યુતભારોને જોડતી રેખા સાથે લગભગ 69° નો કોણ બનાવતી દિશામાં 6.6×10^5 V m⁻¹.
- 2.15 (a) $-q/(4\pi r_1^2)$, $(Q+q)/(4\pi r_2^2)$
(b) ગૌસના નિયમ પરથી, બખોલ (જેમાં કોઈ વિદ્યુતભાર નથી)ને ઘેરતી અંદરની સપાટી પર, કુલ (net) વિદ્યુતભાર શૂન્ય હોવો જોઈએ. યાદચ્છિક આકારની બખોલ માટે, અંદરના ભાગમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય હોવું જોઈએ એમ કહેવું પૂરતું નથી. બખોલમાં ધન અને ઋણ વિદ્યુતભારો હોઈ શકે છે, જેમનો કુલ વિદ્યુતભાર શૂન્ય થાય. આ શક્યતાનો નિકાલ કરવા માટે, એક બંધ ગાળો લો, જેનો એક ભાગ બખોલની અંદર ક્ષેત્રરેખા પર હોય અને બાકીનો વાહકની અંદર હોય. વાહકની અંદર ક્ષેત્ર શૂન્ય હોવાથી આ ક્ષેત્ર વડે પરિક્ષણ વિદ્યુતભારને બંધ ગાળા પર લઈ જવામાં થતું કંઈક પરિણામી કાર્ય આપે છે. આપણે જાણીએ છીએ કે સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર માટે આ અશક્ય છે. આમ, ગમે તેવા આકાર માટે બખોલની અંદર કોઈ ક્ષેત્રરેખા હોતી નથી (એટલે કે ક્ષેત્ર નથી) અને વાહકની અંદરની સપાટી પર કોઈ વિદ્યુતભાર હોતો નથી.
- 2.17 $\lambda/(2\pi\epsilon_0 r)$, જ્યાં r એ નળાકારોની સામાન્ય અક્ષથી બિંદુનું અંતર છે. ક્ષેત્ર ત્રિજ્યાવર્તી અને અક્ષને લંબરૂપે છે.
- 2.18 (a) -27.2 eV
(b) 13.6 eV
(c) -13.6 eV, 13.6 eV. એ નોંધો કે બીજી પસંદગીમાં હાઈડ્રોજન પરમાણુની કુલ ઊર્જા શૂન્ય છે.
- 2.19 -19.2 eV, સ્થિતિઊર્જાનું શૂન્ય અનંત અંતરે લીધેલ છે.
- 2.20 પ્રથમના વિદ્યુતક્ષેત્ર અને બીજાના વિદ્યુતક્ષેત્રનો ગુણોત્તર (b/a) છે. સપાટ વિભાગને મોટી ત્રિજ્યાની ગોળાકાર સપાટી અને અણીદાર વિભાગને નાની ત્રિજ્યાની ગોળાકાર સપાટી સાથે સરખાવી શકાય.
- 2.21 (a) ડાયપોલની અક્ષ પર સ્થિતિમાન $(\pm 1/4\pi\epsilon_0)p/(x^2 - a^2)$ છે, જ્યાં $p = 2qa$ ડાયપોલ ચાકમાત્રાનું માન છે. જ્યારે બિંદુ $+q$ ની નજીક હોય ત્યારે + ચિહ્ન અને જ્યારે $-q$ ની નજીક હોય ત્યારે - ચિહ્ન અક્ષને લંબરૂપે $(x, y, 0)$ બિંદુઓએ સ્થિતિમાન શૂન્ય છે.
(b) $1/r^2$ પ્રકારે r પર આધારિત છે.
(c) શૂન્ય. ના, કારણ કે સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર વડે બે બિંદુઓ વચ્ચે થતું કાર્ય, તે બે બિંદુઓને જોડતા માર્ગ પર આધારિત નથી.

- 2.22 r ના મોટા મૂલ્ય માટે ચતુર્ધ્રુવીનું સ્થિતિમાન $1/r^3$ મુજબ બદલાય છે, ડાયપોલનું સ્થિતિમાન $1/r^2$ મુજબ બદલાય છે અને એક ધ્રુવીનું સ્થિતિમાન $1/r$ મુજબ બદલાય છે.
- 2.23 $1 \mu\text{F}$ ના અઢાર કેપેસિટરો, દરેક હરોળમાં ત્રણ કેપેસિટરો શ્રેણીમાં હોય તેવી 6 હરોળોને સમાંતરમાં જોડવી.
- 2.24 1130 km^2
- 2.25 સમતુલ્ય કેપેસિટન્સ = $(200/3) \text{ pF}$, $Q_1 = 10^{-8} \text{ C}$, $V_1 = 100 \text{ V}$, $Q_2 = Q_3 = 10^{-8} \text{ C}$,
 $V_2 = V_3 = 50 \text{ V}$,
 $Q_4 = 2.55 \times 10^{-8} \text{ C}$, $V_4 = 200 \text{ V}$
- 2.26 (a) $2.55 \times 10^{-6} \text{ J}$
 (b) $u = 0.113 \text{ J m}^{-3}$, $u = (1/2)\epsilon_0 E^2$
- 2.27 $2.67 \times 10^{-2} \text{ J}$
- 2.28 સૂચના : ધારોકે આપણે બે પ્લેટ વચ્ચેનું અંતર Δx જેટલું વધારીએ છીએ. (બાહ્ય પરિબળે) કરેલું કાર્ય = $F\Delta x$. આનાથી કેપેસિટરની સ્થિતિઊર્જા $u\Delta x$ જેટલી વધે છે. જ્યાં u ઊર્જા ઘનતા છે. આથી, $F = ua$. જે $u = (1/2)\epsilon_0 E^2$ નો ઉપયોગ કરતાં $(1/2)QE$ જેટલું હોવાનું જોઈ શકાય છે. બળના સૂત્રમાં $(1/2)$ અવયવ આવવાનું ભૌતિક કારણ એ છે કે સુવાહકની તરત બહાર ક્ષેત્ર E છે અને અંદર ક્ષેત્ર શૂન્ય છે. આથી, સરેરાશ મૂલ્ય $(E/2)$ બળમાં ફાળો આપે છે.
- 2.30 (a) $5.5 \times 10^{-9} \text{ F}$
 (b) $4.5 \times 10^2 \text{ V}$
 (c) $1.3 \times 10^{-11} \text{ F}$
- 2.31 (a) ના, કારણ કે ગોળાઓ પર વિદ્યુતભારનાં વિતરણો નિયમિત (Uniform) નહિ હોય.
 (b) ના.
 (c) આવું હંમેશા જરૂરી નથી. (જો ક્ષેત્રરેખા સુરેખા હોય તો જ સત્ય છે). ક્ષેત્રરેખા પ્રવેગની દિશા આપે છે, પણ વ્યાપકરૂપે, વેગની દિશા નહિ.
 (d) શૂન્ય, પૂર્ણ કક્ષાનો આકાર કોઈ પણ હોય તો પણ ફેર પડતો નથી.
 (e) ના, સ્થિતિમાન સતત છે.
 (f) એક જ સુવાહક પણ કેપેસિટર છે, જેની બીજી પ્લેટ અનંત અંતરે છે.
 (g) પાણીના અણુને કાયમી ડાયપોલ ચાકમાત્રા હોય છે. આમ છતાં, ડાયઇલેક્ટ્રીક અચળાંકના મૂલ્યની વિગતવાર સમજૂતિ માટે માર્કોસ્કોપીક સિદ્ધાંતની જરૂર પડે છે અને તે આ પુસ્તકની મર્યાદાની બહાર છે.
- 2.32 $1.2 \times 10^{-10} \text{ F}$, $2.9 \times 10^4 \text{ V}$
- 2.33 19 cm^2
- 2.34 (a) x - y સમતલને સમાંતર સમતલો
 (b) (a)ની જેમજ, સિવાય કે જેમ ક્ષેત્ર વધે છે તેમ નિશ્ચિત સ્થિતિમાનનો તફાવત ધરાવતાં સમતલો એકબીજાની નજીક આવે છે.
 (c) જેમનું કેન્દ્ર ઉગમબિંદુ પર હોય તેવા સમકેન્દ્રિય ગોળાઓ.
 (d) ગ્રીડની નજીકમાં આવર્ત રીતે બદલાતા આકારો જે દૂરના અંતરોએ ધીરે ધીરે ગ્રીડને સમાંતર સમતલ આકારો બને છે.
- 2.35 સૂચના : ગૉસના નિયમ મુજબ, ગોળા અને કવચ વચ્ચેનું ક્ષેત્ર માત્ર q_1 વડે નિર્ધારિત થાય છે. આથી, ગોળા અને કવચ વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત q_2 પર આધારિત નથી. જો q_1 ધન હોય તો સ્થિતિમાનનો આ તફાવત હંમેશાં ધન હોય છે.
- 2.36 (a) આપણું શરીર અને પૃથ્વી સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠ રચે છે. જ્યારે આપણે ખુલ્લામાં પગ મૂકીએ છીએ ત્યારે ખુલ્લી હવાનાં મૂળ સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠો એવી રીતે બદલાય છે, જેમાં આપણું માથું અને પૃથ્વી એક જ સ્થિતિમાને રહે છે.

- (b) હા, વાતાવરણમાં વિદ્યુતવિભાર (Discharging)નો સ્થિર પ્રવાહ એલ્યુમિનિયમના પતરાને ધીરે ધીરે વિદ્યુતભારિત કરે છે અને (પતરું, ચોસલું (Slab) અને પૃથ્વી)થી રચાતા કેપેસિટરના કેપેસિટન્સ પર આધાર રાખે તેવી માત્રા સુધી તેનું સ્થિતિમાન વધારે છે.
- (c) સમગ્ર પૃથ્વી પર મેઘગર્જનાઓ અને વીજળીઓ થવાથી વાતાવરણ સતત વિદ્યુતભારિત થતું રહે છે અને સામાન્ય હવામાનના વિભાગોમાં થઈ વિદ્યુતવિભારિત (Discharge) થતું રહે છે. આ બે વિરોધી પ્રવાહો, સંરેશ રીતે સંતુલનમાં હોય છે.
- (d) વીજળી થવા દરમિયાન પ્રકાશઊર્જા અને તેની સાથે થતી ગર્જનાઓમાં ઉષ્મા અને ધ્વનિઊર્જા.

પ્રકરણ 3

- 3.1 30 A
- 3.2 $17 \Omega, 8.5 V$
- 3.3 (a) 6Ω , (b) $2V, 4V, 6V$
- 3.4 (a) $(20/19) \Omega$
(b) $10 A, 5 A, 4 A, 19 A$
- 3.5 $1027 ^\circ C$
- 3.6 $2.0 \times 10^{-7} \Omega m$
- 3.7 $0.0039 ^\circ C^{-1}$
- 3.8 $867 ^\circ C$
- 3.9 AB ભુજામાં પ્રવાહ = $(4/17) A$, BC ભુજામાં = $(6/17) A$, CD ભુજામાં = $(-4/17) A$, ADમાં = $(6/17) A$, BDમાં = $(-2/17) A$, કુલ પ્રવાહ = $(10/17) A$
- 3.10 (a) $X = 8.2 \Omega$, બ્રીજ-સૂત્રમાં જેમની ગણના થતી ના હોય તેવા જોડાણ અવરોધોને લઘુત્તમ કરવા માટે
(b) A થી 60.5 cm
(c) ગેલ્વેનોમીટર શૂન્ય પ્રવાહ દર્શાવશે.
- 3.11 $11.5 V$, શ્રેણી અવરોધ એ બાહ્ય ઉદ્ગમમાંથી ખેંચાતા (મળતા) પ્રવાહને સીમીત કરે છે. તેની ગેરહાજરીમાં, પ્રવાહ ભયજનક વધારે હશે.
- 3.12 $2.25 V$
- 3.13 $2.7 \times 10^4 s (7.5 \text{ h})$
- 3.14 પૃથ્વીની ત્રિજ્યા $6.37 \times 10^6 \text{ m}$ જેટલી હો અને (પૃથ્વીના) ગોળા પરનો કુલ વિદ્યુતભાર ગણો. તેને પ્રવાહથી ભાગો જેથી સમય = 283 s મળે છે. આ રીત પણ તમને અંદાજિત કિંમત જ આપશે, તે તદ્દન સાચી નથી. શા માટે ?
- 3.15 (a) $1.4 A, 11.9 V$
(b) $0.005 A$, તે શક્ય નથી, કારણ કે સ્ટાર્ટર (Starter) મોટરને અમુક સેકન્ડ માટે મોટો પ્રવાહ ($\sim 100 A$) જોઈએ છે.
- 3.16 કોપર અને એલ્યુમિનિયમ તારના દળ (કે વજન)નો ગુણોત્તર $(1.72/2.63) \times (8.9/2.7) \cong 2.2$ છે. એલ્યુમિનિયમ હલકો હોવાને કારણે કેબલના લાંબા Suspension માટે તેનો ઉપયોગ થાય છે.
- 3.17 વધુ ચોકસાઈ સુધી ઓહ્મનો નિયમ સાચો છે, મિશ્રધાતુ મેન્ગેનીનની અવરોધકતા તાપમાનથી લગભગ સ્વતંત્ર છે.

- 3.18 (a) ફક્ત પ્રવાહ (કારણ કે તે સ્થાયી હોવાનું આપેલ છે !) બાકીનું બધું આડછેદના ક્ષેત્રફળના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે.
 (b) ના, ઓહ્મના નિયમનું પાલન ના કરતા હોય તેવા ઉદાહરણો : નિર્વાત ડાયોડ (Vacuum Diode), અર્ધવાહક ડાયોડ.
 (c) કારણ કે ઉદ્ગમમાંથી ખેંચાતો મહત્તમ પ્રવાહ $= \varepsilon/r$.
 (d) કારણ કે જો પરિપથ (આકસ્મિક રીતે) લઘુપથિત (Short Circuit) કરવામાં આવે તો ખેંચાતો પ્રવાહ જો આંતરિક અવરોધ મોટો ના હોય તો સુરક્ષા-સીમા (Limits)થી વધી જશે.
- 3.19 (a) વધારે,
 (b) નાના,
 (c) લગભગ સ્વતંત્ર,
 (d) 10^{22}
- 3.20 (a) (i) શ્રેણીમાં,
 (ii) બધાં જ સમાંતરમાં, n^2
 (b) (i) 1Ω અને 2Ω ને સમાંતરમાં અને આ સંયોજનને 3Ω સાથે શ્રેણીમાં જોડો,
 (ii) 2Ω અને 3Ω નું સમાંતર જોડાણ 1Ω અવરોધ સાથે શ્રેણીમાં,
 (iii) બધાં જ શ્રેણીમાં, (iv) બધા જ સમાંતરમાં.
 (c) (i) $(16/3) \Omega$,
 (ii) $5 R$
- 3.21 સૂચન : ધારોકે અનંત નેટવર્કનો સમતુલ્ય અવરોધ X છે. સ્પષ્ટ છે કે $2 + X/(X + 1) = X$ કે જે $X = (1 + \sqrt{3}) \Omega$ આપે છે, તેથી પ્રવાહ $3.7 A$ છે.
- 3.22 (a) $\varepsilon = 1.25 V$
 (b) જ્યારે ખસેડી શકાય તેવો સંપર્ક સમતોલન બિંદુથી દૂર હોય તે સંજોગોમાં ગેલ્વેનોમીટરમાંથી પસાર થતા પ્રવાહમાં ઘટાડો કરવા.
 (c) ના.
 (d) ના. જો ε એ પોટેન્શીયોમીટરના ચાલક વિદ્યુત કોષના emf કરતા વધારે હોય તો તાર AB પર સમતોલન બિંદુ મળશે નહીં.
 (e) આ જ સ્થિતિમાં પરિપથ અનુકૂળ નહીં બને કારણ કે (જ્યારે ε એ અમુક mV ના ક્રમનો હશે ત્યારે) સમતોલન બિંદુ છેડા Aની ખૂબ જ નજીક આવેલું હશે અને અવલોકનમાં પ્રતિશત ત્રુટિ ખૂબ જ મોટી હશે. યોગ્ય અવરોધ R ને તાર ABના શ્રેણીમાં મૂકી આ પરિપથમાં ફેરફાર કરી શકાય કે જેથી ABને સમાંતર વોલ્ટેજ તફાવત એ જે emf માપવાનું છે, તેના કરતા સહેજ જ વધારે હોય પછી, સમતોલન બિંદુ તારની મોટી લંબાઈ માટે મળશે અને પ્રતિશત ત્રુટિ ઘણી નાની થશે.

3.23 1.7Ω

પ્રકરણ 4

- 4.1 $\pi \times 10^{-4} T$ $3.1 \times 10^{-4} T$
 4.2 $3.5 \times 10^{-5} T$
 4.3 $4 \times 10^{-6} T$, શિરોલંબ ઉપર (ઉર્ધ્વ) તરફ
 4.4 $1.2 \times 10^{-5} T$, દક્ષિણ તરફ
 4.5 $0.6 N m^{-1}$
 4.6 $8.1 \times 10^{-2} N$, બળની દિશા ફ્લેમિંગના ડાબા હાથના નિયમ મુજબ અપાય છે.
 4.7 $2 \times 10^{-5} N$, Aને લંબરૂપે B તરફ આકર્ષી બળ

4.8 $8\pi \times 10^{-3} \text{ T} \approx 2.5 \times 10^{-2} \text{ T}$

4.9 0.96 Nm

- 4.10 (a) 1.4,
(b) 1

4.11 4.2 cm

4.12 18 MHz

4.13 (a) 3.1 Nm ,

(b) ના. જવાબ બદલાતો નથી, કારણ કે કોઈપણ આકારના સમતલ ગુંચળા (Loop) માટે સૂત્ર $\tau = NIA \times B$ સાચું છે.

4.14 $5\pi \times 10^{-4} \text{ T} = 1.6 \times 10^{-3} \text{ T}$ પશ્ચિમ તરફ

4.15 લંબાઈ આશરે 50 cm , ત્રિજ્યા આશરે 4 cm , આંટાની સંખ્યા આશરે 400 , વિદ્યુતપ્રવાહ આશરે 10 A . આ વિગતો અનન્ય નથી. અમુક મર્યાદામાં થોડાક ફેરફાર શક્ય છે.

4.16 (b) ગુંચળાઓ વચ્ચેના મધ્યબિંદુ પાસે $2d$ જેટલી લંબાઈના નાના વિસ્તાર માટે

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 IR^2 N}{2} \times \left[\left\{ \left(\frac{R}{2} + d \right)^2 + R^2 \right\}^{-3/2} + \left\{ \left(\frac{R}{2} - d \right)^2 + R^2 \right\}^{-3/2} \right] \\ &= \frac{\mu_0 IR^2 N}{2} \times \left(\frac{5R^2}{4} \right)^{-3/2} \times \left[\left(1 + \frac{4d}{5R} \right)^{-3/2} + \left(1 - \frac{4d}{5R} \right)^{-3/2} \right] \\ &= \frac{\mu_0 IR^2 N}{2} \times \left(\frac{4}{5} \right)^{3/2} \times \left[1 - \frac{6d}{5R} + 1 + \frac{6d}{5R} \right] \end{aligned}$$

જ્યાં, ઉપરના બીજા અને ત્રીજા પદનાં, d^2/R^2 તથા d/R ના મોટા ઘાત ધરાવતા પદો અવગણ્યા છે. કારણ કે, $d/R \ll 1$. d/R ધરાવતા રેખીય પદો એકબીજાને નાબૂદ કરે છે અને નાના વિસ્તારમાં નિયમિત ચુંબકીય ક્ષેત્ર B આપે છે.

$$B = \left(\frac{4}{5} \right)^{3/2} \frac{\mu_0 IN}{R} = 0.72 \frac{\mu_0 IN}{R}$$

4.17 સૂચન : ટોરોઇડ માટે B નું સૂત્ર સોલેનોઇડ માટેનું સૂત્ર જ છે : $B = \mu_0 nI$, જ્યાં આપણા

કિસ્સામાં $n = \frac{N}{2\pi r}$. આંટાઓની વચ્ચે રહેલા ગર્ભ (core)માં ક્ષેત્ર શૂન્ય નથી.

(a) શૂન્ય, (b) $3.0 \times 10^{-2} \text{ T}$, (c) શૂન્ય. નોંધો કે, ટોરોઇડમાં જેમ r નું મૂલ્ય અંદરથી બહારની ત્રિજ્યા તરફ બદલાય તેમ તેના આડછેદમાં ક્ષેત્ર થોડુંક બદલાય છે. જવાબ (b) સરેરાશ ત્રિજ્યા $r = 25.5 \text{ cm}$ ને અનુરૂપ છે.

4.18 (a) પ્રારંભિક \mathbf{v} કાં તો \mathbf{B} ને સમાંતર અથવા પ્રતિસમાંતર (વિરુદ્ધ) છે.

(b) હા, કારણ કે ચુંબકીય બળ \mathbf{v} ની દિશા બદલી શકે, પરંતુ તેનું માન નહીં.

(c) \mathbf{B} ની દિશા શિરોલંબ નીચે (નિમ્ન) તરફ હોવી જોઈએ.

4.19 (a) \mathbf{B} ને લંબ 1.0 cm ત્રિજ્યાનો વર્તુળાકાર ગતિપથ.

(b) 0.5 mm ત્રિજ્યાનો સર્પિલ (helical) ગતિપથ જેનો \mathbf{B} ની દિશામાં વેગ ઘટક $2.3 \times 10^7 \text{ m s}^{-1}$ છે.

4.20 ડ્યુટેરીયમ આયનો કે ડ્યુટેરોન, જવાબ અનન્ય નથી, કારણ કે ફક્ત વિદ્યુતભાર અને દ્રવ્યમાનનો ગુણોત્તર ગણવામાં આવ્યો છે. બીજા શક્ય જવાબો He^{++} , Li^{+++} વગેરે છે.

- 4.21 (a) વાહકને લંબરૂપે 0.26 T નું સમક્ષિતિજ ચુંબકીયક્ષેત્ર એવી દિશામાં કે જેથી ફલેમિંગના ડાબા હાથના નિયમ મુજબ ચુંબકીય બળ ઉપર તરફ મળે.
 (b) 1.176 N
- 4.22 1.2 N m^{-1} , અપાર્કર્ષી, નોંધ, તાર પર લાગતું કુલ બળ $1.2 \times 0.7 = 0.84 \text{ N}$ મેળવવું એ લગભગ સાચું છે, કારણ કે એકમ લંબાઈ દીઠ લાગતા બળ માટેનું સૂત્ર $F = \frac{\mu_0}{2\pi r} I_1 I_2$, ફક્ત અનંત લંબાઈના તાર માટે સાચું છે.
- 4.23 (a) 2.1 N શિરોલંબ ઉપર તરફ
 (b) 2.1 N શિરોલંબ નીચે તરફ (વિદ્યુત પ્રવાહની દિશા અને \mathbf{B} વચ્ચેના કોઈ પણ ખૂણા માટે સાચું છે કારણ કે $l \sin\theta$, 20 cm જેટલું અચળ રહે છે).
 (c) 1.68 N શિરોલંબ નીચે તરફ.
- 4.24 $\boldsymbol{\tau} = I\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ અને $\mathbf{F} = I\mathbf{l} \times \mathbf{B}$ નો ઉપયોગ કરો.
 (a) $1.8 \times 10^{-2} \text{ Nm}$, $-y$ દિશામાં
 (b) (a) મુજબ
 (c) $1.8 \times 10^{-2} \text{ Nm}$, $-x$ દિશામાં
 (d) $1.8 \times 10^{-2} \text{ Nm}$, $+x$ દિશા સાથે 240° ના કોણે.
 (e) શૂન્ય
 (f) શૂન્ય
 દરેક કિસ્સામાં બળ શૂન્ય છે. કિસ્સો
 (e) સ્થાયી સંતુલન અને કિસ્સો
 (f) અસ્થાયી સંતુલન ને અનુરૂપ છે.
- 4.25 (a) શૂન્ય,
 (b) શૂન્ય,
 (c) દરેક ઇલેક્ટ્રોન પરનું બળ $e\mathbf{v} \times \mathbf{B} = IB/(nA) = 5 \times 10^{-25} \text{ N}$ છે.
નોંધ: જવાબ (c) ફક્ત ચુંબકીય બળ દર્શાવે છે.
- 4.26 108 A
 4.27 શ્રેણી અવરોધ = 5988Ω
 4.28 શન્ટ અવરોધ = $10 \text{ m}\Omega$

પ્રકરણ 5

- 5.1 (a) મેગ્નેટિક રેકલીનેશન, ડીપ (નમન) કોણ, પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રનો સમક્ષિતિજ ઘટક.
 (b) બ્રિટનમાં વધુ (લગભગ 70° જેટલું), કારણ કે બ્રિટન ચુંબકીય ઉત્તર ધ્રુવથી વધુ નજીક છે.
 (c) પૃથ્વીના ચુંબકત્વના કારણે \mathbf{B} ની ક્ષેત્રરેખાઓ જમીનમાંથી બહાર નીકળતી દેખાશે.
 (d) ચુંબકીય કંપાસ સમક્ષિતિજ સમતલમાં ફરવા માટે મુક્ત છે, જ્યારે ચુંબકીય ધ્રુવો પાસે પૃથ્વીનું ક્ષેત્ર બરાબર શિરોલંબ છે. આથી, ત્યાં કંપાસ કોઈ પણ દિશા દર્શાવશે.
 (e) ડાઈપોલ મોમેન્ટ \mathbf{m} વાળા ડાયપોલના લંબદ્વિભાજક (વિષુવરેખા) પર ક્ષેત્ર \mathbf{B} માટેના સૂત્રનો ઉપયોગ કરો,

$$B_E = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m}{r^3}$$
 $m = 8 \times 10^{22} \text{ J T}^{-1}$, $r = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ લો. જેથી, $B = 0.3 \text{ G}$ મળશે, જેનો માનનો ક્રમ પૃથ્વી પરના ચુંબકીયક્ષેત્ર સાથે મળતો આવે છે.
 (f) શા માટે નહીં? પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર ફક્ત સંનિકટ રીતે જ ડાઈપોલનું ક્ષેત્ર છે. સ્થાનિક N-S ધ્રુવો કદાચ ચુંબકીય ખનિજ જથ્થાને કારણે ઉદ્ભવી શકે છે.

- 5.2 (a) હા, તે સમય સાથે બદલાય છે જ. માપી શકાય તેવા ફેરફાર માટે સમયગાળો લગભગ અમુક સેકન્ડો વર્ષનો છે. પરંતુ તેનાથી ઘણા નાના એવા થોડાંક જ વર્ષોના ગાળા માટે તેના ફેરફારો સંપૂર્ણપણે અવગણી શકાય તેવા નથી.
- (b) કારણ કે પિગળેલું લોખંડ (જે પૃથ્વીના ગર્ભમાં ખૂબ ઊંચા તાપમાને લોખંડની એક અવસ્થા છે તે) ફેરોમેગ્નેટીક નથી.
- (c) એક શક્યતા, પૃથ્વીની અંદરના ભાગમાંની રેડિયો એક્ટિવીટી છે. પરંતુ હકીકત કોઈ જાણતું નથી. આ સવાલના સાચા જવાબ માટે તમારે ભૂ-યુંબકત્વ (Geomagnetism) માટેના કોઈ સારા પુસ્તકનો અભ્યાસ કરવો જોઈએ.
- (d) ધનીકરણ (ઠારણ) પ્રક્રિયા દરમિયાન પૃથ્વીનું યુંબકીયક્ષેત્ર ખૂબ નબળા પ્રમાણમાં ખડકોમાં સંગ્રહિત થઈ જાય છે. ખડકોના આ યુંબકત્વનું વિશ્લેષણ કરતાં ભૂ-યુંબકીય ઇતિહાસ વિશે માહિતી મળે છે.
- (e) મોટા અંતરો એ આ ક્ષેત્રમાં (પૃથ્વીના આયનોસ્ફીયરમાંના) ગતિમાન આયનોના ક્ષેત્રને કારણે ફેરફાર થાય છે, જે (આયનોસ્ફીયર) પૃથ્વીની બહાર ઉદ્ભવતા તોફાનો, જેવા કે સૌર પવનો પ્રત્યે સંવેદી છે (તેમનાથી બદલાતું રહે છે).
- (f) સમીકરણ $R = \frac{mv}{eB}$ પરથી, ખૂબ ઓછું ક્ષેત્ર પણ વિદ્યુતભારિત કણોને ખૂબ મોટી ત્રિજ્યાના વર્તુળાકાર માર્ગ પર વાળે છે. નાના અંતર માટે, ખૂબ મોટી ત્રિજ્યા Rના કારણે મળતું કોણાવર્તન કદાચ નોંધનીય ન હોય, પરંતુ તારાઓ વચ્ચેના અવકાશમાં અતિશય મોટા અંતરો માટે, આ કોણાવર્તન પસાર થતા વિદ્યુતભારીત કણો દા. ત., કોસ્મિક કિરણોની ગતિ પર નોંધનીય અસર કરી શકે.

5.3 0.36 JT^{-1}

5.4 (a) **B**ને સમાંતર $m, U = -mB = -4.8 \times 10^{-2} \text{ J}$ સ્થાયી સંતુલન

(b) **B**ને પ્રતિસમાંતર $m, U = +mB = +4.8 \times 10^{-2} \text{ J}$, અસ્થાયી સંતુલન

5.5 સોલેનોઇડની અક્ષ પર 0.60 JT^{-1} , જે વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા દ્વારા નિર્ધારિત થાય છે.

5.6 $7.5 \times 10^{-2} \text{ J}$

5.7 (a) (i) 0.33 J, (ii) 0.66 J

(b) (i) 0.33 J જેટલો ટોર્ક લાગશે જે મેગ્નેટીક મોમેન્ટ સદિશને **B**ની દિશા સાથે એક રેખાસ્થ કરવા પ્રયત્ન કરશે.

(ii) શૂન્ય.

5.8 (a) અક્ષ પર 1.28 A m^2 , જેની દિશા જમણા હાથના સ્કૂના નિયમ મુજબ વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા પરથી મળશે.

(b) નિયમિત ક્ષેત્રમાં બળ શૂન્ય છે, ટોર્ક = 0.048 Nm જે સોલેનોઇડની અક્ષને (એટલે કે તેના મેગ્નેટીક મોમેન્ટ સદિશને) **B** સાથે એક રેખાસ્થ કરવાનો પ્રયત્ન કરે તે દિશામાં લાગશે.

5.9 $I = mB/(4\pi^2 v^2)$ અને $m = NIA$ નો ઉપયોગ કરો, તે પરથી $\mathcal{G} = 1.2 \times 10^{-4} \text{ kgm}^2$ મળશે.

5.10 $B = 0.35 \text{ sec } 22^\circ = 0.38 \text{ G}$

5.11 પૃથ્વીનું ક્ષેત્ર ભૌગોલિક મેરીડિયનથી પશ્ચિમ તરફ 12° એ શિરોલંબ સમતલમાં હશે, જે સમક્ષિતિજ (યુંબકીય દક્ષિણથી યુંબકીય ઉત્તર તરફની) દિશા સાથે (ઉપરની તરફ) 60° કોણ બનાવશે. માન = 0.32 G

5.12 (a) S-N દિશામાં 0.96 G

(b) N-S દિશામાં 0.48 G

5.13 પૃથ્વીના ક્ષેત્રની દિશામાં 0.54 G

5.14 લંબદ્વિભાજક પર $14 \times 2^{-1/3} = 11.1 \text{ cm}$ અંતરે

5.15 (a) $(\mu_0 m)/(4\pi r^3) = 0.42 \times 10^{-4}$ જે પરથી $r = 5.0 \text{ cm}$ મળશે.

(b) $(2\mu_0 m)/(4\pi r_1^3) = 0.42 \times 10^{-4}$ એટલે કે $r_1 = 2^{1/3} r = 6.3 \text{ cm}$

- 5.16 (a) (ચુંબકન (magnetising) ક્ષેત્રની સાથે) એક રેખસ્થ થતા ડાયપોલોની ગોઠવણીમાં અનિયમિત તાપીય ગતિ દ્વારા છિન્નભિન્ન કરવાનું ભંગાણ સર્જવાનું વલણ નીચા તાપમાનોએ ઘટે છે.
- (b) ડાયમેગ્નેટીક પદાર્થમાં પ્રેરિત ડાયપોલ મોમેન્ટ હંમેશા ચુંબકન (magnetising) ક્ષેત્રથી વિરુદ્ધ દિશામાં હોય છે, પછી ભલેને પરમાણુઓની આંતરીક ગતિ ગમે તે હોય.
- (c) બિસ્મથ ડાયમેગ્નેટીક હોવાથી, થોડુંક ઓછું.
- (d) ના, મેગ્નેટાઇઝેશન વક્ર પરથી દેખીતું છે. મેગ્નેટાઇઝેશન વક્રના ઢાળ પરથી એ સ્પષ્ટ છે કે નાના ક્ષેત્રો માટે m મોટી હોય છે.
- (e) આ અગત્યની હકીકતની સાબિતી (જે ઘણી પ્રાયોગિક અગત્યતા ધરાવે છે) બે માધ્યમોને જોડતી સપાટી પાસે ચુંબકીય ક્ષેત્રો (\mathbf{B} અને \mathbf{H})ની સીમા શરતો પર આધારિત છે. (જ્યારે એક માધ્યમ માટે $\mu \gg 1$ હોય ત્યારે, ક્ષેત્રરેખાઓ આ માધ્યમને લગભગ લંબરૂપે મળે છે.) વધુ માહિતી આ પુસ્તકની મયાર્દા બહાર છે.
- (f) હા. બે જુદા જુદા દ્રવ્યોના પરમાણ્વિક ડાયપોલની પ્રબળતામાં થોડોક જ તફાવત હોવા ઉપરાંત સંતૃપ્ત મેગ્નેટાઇઝેશન ધરાવતા પેરામેગ્નેટીક પદાર્થનું મેગ્નેટાઇઝેશન સમાન ક્રમનું હશે. પરંતુ, સંતૃપ્ત થવા માટે પ્રાયોગિક રીતે અશક્ય એવા ઊંચા ચુંબકીયક્ષેત્રોની જરૂર પડે છે.
- 5.17 (b) કાર્બન સ્ટીલનો ટુકડો, કારણ કે એક ચક્ર દરમિયાન ઉષ્માનો વ્યય હીસ્ટરીસીસ લૂપ (ગાળા)ના ક્ષેત્રફળના સમપ્રમાણમાં હોય છે.
- (c) ફેરોમેગ્નેટનું મેગ્નેટાઇઝેશન, ચુંબકીય (Magnetising) ક્ષેત્રનું એક મૂલ્ય વિધેય નથી. આપેલ ક્ષેત્ર માટે તેનું મૂલ્ય, ક્ષેત્ર અને તેના મેગ્નેટાઇઝેશનના ઇતિહાસ બંને પર આધાર રાખે છે (એટલે કે મેગ્નેટાઇઝેશનના કેટલા ચક્રમાંથી તે પસાર થયો છે, વગેરે). બીજા શબ્દોમાં, મેગ્નેટાઇઝેશનનું મૂલ્ય એ મેગ્નેટાઇઝેશન ચક્રોનો સંગ્રહ (સ્મૃતિ) કે રેકોર્ડ છે. જો માહિતીના વિભાગો (bits) આ ચક્રોને અનુરૂપ કરવામાં આવે, તો હીસ્ટરીસીસ લૂપ દર્શાવતું આવું તંત્ર માહિતી સંગ્રહ કરવાના સાધન તરીકે કાર્ય કરી શકે.
- (d) સિરામીકસ (વિશિષ્ટ રીતે પ્રક્રિયા કરેલ બેરીયમ આયર્ન એક્સાઇડ) જે ફેરાઇટ પણ કહેવાય છે.
- (e) આ વિસ્તારની આસપાસ નરમ લોખંડની રીંગો રાખો. ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ આ રીંગોમાંથી પસાર થશે અને આ રીંગો વડે ઘેરાયેલો વિસ્તાર ચુંબકીયક્ષેત્રથી મુક્ત રહેશે. પરંતુ આ શિલ્ડીંગ, બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્રમાં મૂકેલ વાહકમાંની બખોલમાં બનતા સંપૂર્ણ વિદ્યુતક્ષેત્રના શિલ્ડીંગ જેવું સંપૂર્ણ નથી માત્ર આશરો પડતું છે.

5.18 તાર (cable)ને સમાંતર અને તેની ઉપર 1.5 cm અંતરે.

5.19 તાર (cable)ની નીચે,

$$R_h = 0.39 \cos 35^\circ - 0.2 = 0.12 \text{ G}$$

$$R_v = 0.39 \sin 35^\circ = 0.22 \text{ G}$$

$$R = \sqrt{R_h^2 + R_v^2} = 0.25 \text{ G}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{R_v}{R_h} = 62^\circ$$

તારની ઉપર

$$R_h = 0.39 \cos 35^\circ + 0.2 = 0.52 \text{ G}$$

$$R_v = 0.224 \text{ G}$$

$$R = 0.57 \text{ G}, \theta \approx 23^\circ$$

- 5.20 (a) $B_h = (\mu_0 IN/2r)\cos 45^\circ = 0.39 \text{ G}$
 (b) પૂર્વથી પશ્ચિમ (એટલે કે, ચુંબકીય સોય તેની મૂળ દિશા ઉલટાવશે.)

5.21 બીજા ક્ષેત્રનું માન

$$= \frac{1.2 \times 10^{-2} \times \sin 15^\circ}{\sin 45^\circ}$$

$$= 4.4 \times 10^{-3} \text{ T}$$

5.22 $R = \frac{meV}{eB}$

$$= \frac{\sqrt{2m_e \times \text{ગતિઊર્જા}}}{eB}$$

$$= 11.3 \text{ m}$$

ઉપર કે નીચે આવર્તન $= R(1 - \cos\theta)$. જ્યાં, $\sin\theta = (0.3/11.3)$
 આથી, મળતું આવર્તન $\approx 4 \text{ mm}$

5.23 શરૂઆતમાં, કુલ ડાયપોલ મોમેન્ટ $= 0.15 \times 1.5 \times 10^{-23} \times 2.0 \times 10^{24}$
 $= 4.5 \text{ JT}^{-1}$

ક્યુરીના નિયમનો ઉપયોગ કરો $m \propto B/T$

જેના પરથી અંતિ મ ડાયપોલ મોમેન્ટ $= 4.5 \times (0.98/0.84) \times (4.2/2.8)$
 $= 7.9 \text{ JT}^{-1}$

5.24 $B = \frac{\mu_r \mu_0 NI}{2\pi R}$ સમીકરણનો ઉપયોગ કરો, જ્યાં μ_r સાપેક્ષ પરમિએબિલિટી, જેના પરથી
 $B = 4.48 \text{ T}$

5.25 બંનેમાંથી સમીકરણ $\mu_l = -(e/2m)l$ એ પ્રચલિત ભૌતિકશાસ્ત્ર મુજબ છે. μ_l અને l ની વ્યાખ્યાઓ પરથી એ સ્પષ્ટ છે કે,

$$\mu_l = IA = (e/T)\pi r^2$$

$$l = mvr = m \frac{2\pi r^2}{T}$$

જ્યાં, r એ વર્તુળાકાર કક્ષાની ત્રિજ્યા છે. જેમાં, m દ્રવ્યમાન અને $(-e)$ વિદ્યુતભારવાળો ઇલેક્ટ્રોન T સમયમાં એક પરિભ્રમણ કરે છે. આથી, $\mu_l/l = e/2m$. ઇલેક્ટ્રોનનો વિદ્યુતભાર $(= -e)$ ઋણ હોવાથી, એ જોઈ શકાય કે μ અને l વિરુદ્ધ દિશામાં છે અને બંને ભ્રમણ કક્ષાના સમતલને લંબ છે. આથી, $\mu_l = -(e/2m)l$. નોંધો કે μ_r/S નું મૂલ્ય μ_l/l થી વિપરિત e/m છે, એટલે કે, પ્રચલિત રીતે અપેક્ષિત મૂલ્ય કરતાં બમણું. આ પરિણામ (પ્રાયોગિક રીતે પણ ચકાસાયેલ છે) એ આધુનિક ક્વોન્ટમ સિદ્ધાંતનું અગત્યનું પરિણામ છે, જે પ્રચલિત ભૌતિકશાસ્ત્ર વડે મેળવી શકાતું નથી.

પ્રકરણ 6

- 6.1 (a) $qrpq$ માર્ગ,
 (b) prq માર્ગ, yzx માર્ગ,
 (c) yzx માર્ગ,
 (d) zyx માર્ગ,
 (e) xry માર્ગ,
 (f) ગાળા (લૂપ)ના સમતલમાં ક્ષેત્ર રેખાઓ આવેલ હોવાથી પ્રવાહ પ્રેરિત થતો નથી.

- 6.2 (a) abcd માર્ગે (આકાર પરિવર્તન દરમિયાન સપાટીમાંથી ફ્લક્સ વધે છે. તેથી પ્રેરિત પ્રવાહ વિરોધ કરતું ફ્લક્સ ઉત્પન્ન કરે છે.)
 (b) a'b'c'd' માર્ગે (પ્રક્રિયા દરમિયાન ફ્લક્સ ઘટે છે.)
- 6.3 $7.5 \times 10^{-6} \text{ V}$
- 6.4 (a) $2.4 \times 10^{-4} \text{ V}$, 2 s સુધી રહેશે
 (b) $0.6 \times 10^{-4} \text{ V}$, 8 s સુધી રહેશે.
- 6.5 100 V
- 6.6 ગાળા (લૂપ)ના દરેક આંટામાંથી ફ્લક્સ $= \pi r^2 B \cos(\omega t)$
 $\mathcal{E} = -N\omega\pi r^2 B \sin(\omega t)$
 $\mathcal{E}_{\max} = -N\omega\pi r^2 B$
 $= 20 \times 50 \times \pi \times 64 \times 10^{-4} \times 3.0 \times 10^{-2} = 0.603 \text{ V}$
 એક ચક્ર પરનું \mathcal{E}_{avg} શૂન્ય છે.
 $I_{\max} = 0.0603 \text{ A}$
 $P_{\text{average}} = \frac{1}{2} \mathcal{E}_{\max} I_{\max} = 0.018 \text{ W}$
 પ્રેરિત પ્રવાહ કોઈલ (ગૂંચળા) ના પરિભ્રમણનો વિરોધ કરતું ટોર્ક ઉત્પન્ન કરે છે. આ કોઈલને નિયમિત રીતે ફેરવવા માટે એક બાહ્ય એજન્ટ (રોટર) દ્વારા આ ટોર્કનો સામનો કરતું ટોર્ક પુરું પાડવું જ જોઈએ. (કાર્ય થવું જોઈએ). આમ, ગૂંચળામાં ગરમી (ઉષ્મા) તરીકે વ્યય પામતી ઊર્જાનો સ્રોત બાહ્ય રોટર છે.
- 6.7 (a) $1.5 \times 10^{-3} \text{ V}$,
 (b) પશ્ચિમથી પૂર્વ
 (c) પૂર્વ છેડે
- 6.8 4H
- 6.9 30 Wb
- 6.10 **B**નો ઉર્ધ્વ ઘટક
 $= 5.0 \times 10^{-4} \sin 30^\circ$
 $= 2.5 \times 10^{-4} \text{ T}$
 $\mathcal{E} = Blv$
 $\mathcal{E} = 2.5 \times 10^{-4} \times 25 \times 500$
 $= 3.125 \text{ V}$
 પ્રેરિત *emf* 3.1 V છે (સાર્થક અંકોનો ઉપયોગ કરીને)
 આ જવાબ માટે પાંખની દિશા અગત્યની નથી (જ્યાં સુધી તે સમક્ષિતિજ છે).
- 6.11 પ્રેરિત *emf* $= 8 \times 2 \times 10^{-4} \times 0.02 = 3.2 \times 10^{-5} \text{ V}$
 પ્રેરિત પ્રવાહ $= 2 \times 10^{-5} \text{ A}$
 પાવર વ્યય $= 6.4 \times 10^{-10} \text{ W}$
 આ પાવરનો સ્રોત સમય સાથે ચુંબકીયક્ષેત્રને બદલવા માટે જવાબદાર એવો બાહ્ય એજન્ટ છે.
- 6.12 **B**માં સમય સાથેના સ્પષ્ટ ફેરફારને કારણે ફ્લક્સના ફેરફારનો દર
 $= 144 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \times 10^{-3} \text{ T s}^{-1}$
 $= 1.44 \times 10^{-5} \text{ Wb s}^{-1}$
 અનિયમિત **B**માં લૂપની ગતિને લીધે ફ્લક્સમાં ફેરફારનો દર
 $= 144 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \times 10^{-3} \text{ T cm}^{-1} \times 8 \text{ cms}^{-1}$
 $= 11.52 \times 10^{-5} \text{ Wb s}^{-1}$

આ બંને અસરો ધન z-દિશામાં ફ્લક્સમાં ઘટાડો કરતી હોવાથી ઉમેરાય છે. તેથી, પ્રેરિત $emf = 12.96 \times 10^{-5} \text{ V}$, પ્રેરિત પ્રવાહ $= 2.88 \times 10^{-2} \text{ A}$. પ્રેરિત પ્રવાહની દિશા એવી છે કે, જે ધન z-દિશામાં લૂપમાં ફ્લક્સમાં વધારો કરે છે. જો નિરીક્ષક માટે લૂપ જમણી બાજુ ગતિ કરે, તો પ્રવાહ ઘડિયાળના કાંટાની ગતિની દિશાની વિરુદ્ધમાં દેખાતી હશે. ઉપરોક્ત પ્રક્રિયાની યોગ્ય સાબિતી નીચે પ્રમાણે છે :

$$\begin{aligned}\Phi(t) &= \int_0^a aB(x, t) dx \\ \frac{d\Phi}{dt} &= a \int_0^a dx \frac{dB(x, t)}{dt} \\ \frac{dB}{dt} &= \frac{\partial B}{\partial t} + \frac{\partial B}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} \\ &= \left[\frac{\partial B}{\partial t} + v \frac{\partial B}{\partial x} \right] \text{ નો ઉપયોગ કરતાં, આપણને} \\ \frac{d\Phi}{dt} &= a \int_0^a dx \left[\frac{\partial B(x, t)}{\partial t} + v \frac{\partial B(x, t)}{\partial x} \right] \\ &= A \left[\frac{\partial B}{\partial t} + v \frac{\partial B}{\partial x} \right]\end{aligned}$$

મળે, જ્યાં, $A = a^2$

$\left(\frac{\partial B}{\partial t}\right)$, $\left(\frac{\partial B}{\partial x}\right)$ અને v આ કોયડામાં અચળ આપવામાં આવેલ હોવાથી છેલ્લું પદ મળેલ છે.

જો તમે આ ઔપચારિક પુરાવા (જ્યાં, કલનશાસ્ત્રનું સારું જ્ઞાન જરૂરી છે)ને સમજી શકતા ન હોવ તો પણ તમે હજુ પણ તે માની શકો છો કે ચુંબકીયક્ષેત્રમાં સમયના બદલાવને કારણે તેમજ લૂપની ગતિને કારણે એમ બંનેને લીધે ફ્લક્સમાં ફેરફાર થઈ શકે છે.

$$\begin{aligned}6.13 \quad Q &= \int_{t_1}^{t_f} Idt \\ &= \frac{1}{R} \int_{t_1}^{t_f} \varepsilon dt \\ &= -\frac{N}{R} \int_{\Phi_1}^{\Phi_f} d\Phi \\ &= \frac{N}{R} (\Phi_i - \Phi_f)\end{aligned}$$

$$N = 25, R = 0.50 \Omega, Q = 7.5 \times 10^{-3} \text{ C}$$

$$\Phi_f = 0, A = 2.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ માટે } \Phi_i = 1.5 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

$$B = \Phi_i / A = 0.75 \text{ T}$$

- 6.14 (a) $|\mathcal{E}| = vBl = 0.12 \times 0.50 \times 0.15 = 9.0 \text{ mV}$; P ધન છેડો અને Q ઋણ છેડો.
 (b) હા. જ્યારે K બંધ હોય, ત્યારે પ્રવાહના સતત વહન દ્વારા વધારાના વિદ્યુતભારને જાળવવામાં આવે છે.
 (c) સળિયાના છેડામાં વિરુદ્ધ ચિહ્નોવાળા વધારાના વિદ્યુતભારને કારણે રચાતા વિદ્યુત બળ દ્વારા ચુંબકીય બળને નાબૂદ કરવામાં આવે છે.
 (d) ગતિ વિરોધક બળ $= Ib l$

$$= \frac{9 \text{ mV}}{9 \text{ m}\Omega} \times 0.5 \text{ T} \times 0.15 \text{ m}$$

$$= 75 \times 10^{-3} \text{ N}$$

 (e) સળિયાને 12 cm s^{-1} ની નિયમિત ગતિમાં ચાલુ રાખવા માટે ઉપરના ગતિ વિરોધક બળ સામે બાહ્ય એજન્ટ દ્વારા ખર્ચાતો પાવર $= 75 \times 10^{-3} \times 12 \times 10^{-2}$
 $= 9.0 \times 10^{-3} \text{ W}$ છે. જ્યારે K ખુલ્લું છે, ત્યારે કોઈ પાવર ખર્ચાતો નથી.
 (f) $I^2 R = 1 \times 1 \times 9 \times 10^{-3} = 9.0 \times 10^{-3} \text{ W}$
 આ પાવરનો સ્રોત ઉપરોક્ત ગણતરી મુજબ બાહ્ય એજન્ટ દ્વારા પ્રદાન કરેલો પાવર છે.
 (g) શૂન્ય, સળિયાની ગતિ ક્ષેત્ર રેખાઓને કાપતી નથી. (નોંધ : PQની લંબાઈ રેલ વચ્ચેના અંતર જેટલી હોવાનું માનેલ છે.)

6.15 $B = \frac{\mu_0 N I}{l}$

(સોલેનાઈડની અંદર છેડાઓથી દૂર)

$$\Phi = \frac{\mu_0 N I}{l} A$$

સંકળાયેલ કુલ ફ્લક્સ $= N\Phi$

$$= \frac{\mu_0 N^2 A}{l} I$$

(છેડા પાસે B ના ફેરફારને અવગણતાં)

$$|\mathcal{E}| = \frac{d}{dt} (N\Phi)$$

$$|\mathcal{E}|_{av} = \frac{\text{ફ્લક્સમાં કુલ ફેરફાર}}{\text{કુલ સમય}}$$

$$|\mathcal{E}|_a = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 25 \times 10^{-4}}{0.3 \times 10^{-3}} \times (500)^2 \times 2.5$$

$$= 6.5 \text{ V}$$

6.16 $M = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln \left(1 + \frac{a}{x} \right)$

$$\mathcal{E} = 1.7 \times 10^{-5} \text{ V}$$

6.17 $-\frac{B\pi a^2 \lambda}{MR} \hat{k}$

પ્રકરણ 7

- 7.1 (a) 2.20 A
(b) 484 W

- 7.2 (a) $\frac{300}{\sqrt{2}} = 212.1 \text{ V}$
(b) $10\sqrt{2} = 14.1 \text{ A}$

7.3 15.9 A

7.4 2.49 A

7.5 દરેક કિસ્સામાં શૂન્ય

7.6 125 s^{-1} , 25

7.7 $1.1 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$

7.8 0.6 J, પછીના સમયે પણ એટલું જ (સમાન)

7.9 2000 W

7.10 $v = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}$, એટલે કે $C = \frac{1}{4\pi^2 v^2 L}$

$L = 200 \mu\text{H}$, $v = 1200 \text{ kHz}$ માટે $C = 87.9 \text{ pF}$.

$L = 200 \mu\text{H}$, $v = 800 \text{ kHz}$ માટે $C = 197.8 \text{ pF}$.

ચલ કેપિસિટરની રેન્જ 88 pF થી 198 pF રાખવી જોઈએ.

- 7.11 (a) 50 rad s^{-1}
(b) 40Ω , 8.1 A
(c) $V_{Lrms} = 1437.5 \text{ V}$, $V_{Crms} = 1437.5 \text{ V}$, $V_{Rrms} = 230 \text{ V}$

$$V_{LCrms} = I_{rms} \left(\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} \right) = 0$$

7.12 (a) 1.0 J, જો $R = 0$ હોય તો L અને Cમાં સંગ્રહિત ઊર્જાના સરવાળાનું સંરક્ષણ થશે.

(b) $\omega = 10^3 \text{ rad s}^{-1}$, $v = 159 \text{ Hz}$

(c) $q = q_0 \cos \omega t$

(i) $t = 0, \frac{T}{2}, T, \frac{3T}{2}, \dots$ સમયે ઊર્જા સંપૂર્ણ વિદ્યુતઊર્જા સ્વરૂપે સંગ્રહિત છે.

(ii) $t = \frac{T}{4}, \frac{3T}{4}, \frac{5T}{4}, \dots$ જ્યાં, $T = \frac{1}{v} = 6.3 \text{ ms}$, સમયે ઊર્જા સંપૂર્ણ

ચુંબકીયઊર્જા સ્વરૂપે સંગ્રહિત છે. (એટલે કે વિદ્યુતઊર્જા શૂન્ય છે.)

(d) $t = \frac{T}{8}, \frac{3T}{8}, \frac{5T}{8}, \dots$ સમયે, કારણ કે $q = q_0 \cos \frac{\omega T}{8} = q_0 \cos \frac{\pi}{4} = \frac{q_0}{\sqrt{2}}$.

તેથી વિદ્યુતઊર્જા $\frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} \left(\frac{q_0^2}{2C} \right)$ જે કુલ ઊર્જાનું અડધું મૂલ્ય છે.

(e) છેવટે LC દોલનો Rને કારણે મંદ પડી નાબુદ થશે. તમામ પ્રારંભિક ઊર્જા (= 1.0 J) છેવટે ઉષ્મા સ્વરૂપે વ્યય થશે.

7.13 LR પરિપથ માટે, જો $V = V_0 \sin \omega t$ હોય તો

$$I = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin(\omega t - \phi). \text{ જ્યાં, } \tan \phi = (\omega L / R)$$

(a) $I_0 = 1.82 \text{ A}$

(b) $t = 0$ સમયે, V મહત્તમ છે. $t = (\phi / \omega)$ સમયે I મહત્તમ છે.

$$\text{હવે, } \tan \phi = \frac{2\pi \nu L}{R} = 1.571 \text{ અથવા } \phi \approx 57.5^\circ$$

$$\text{તેથી, સમય તફાવત} = \frac{57.5\pi}{180} \times \frac{1}{2\pi \times 50} = 3.2 \text{ ms}$$

7.14 (a) $I_0 = 1.1 \times 10^{-2} \text{ A}$

(b) $\tan \phi = 100\pi$. ϕ , એ $\pi/2$ ની નજીક છે.

નીચી આવૃત્તિના કિસ્સામાં I_0 એ (સ્વાધ્યાય 7.13)માં હોય તે કરતાં ખૂબ જ નાનો છે અને તે દ્વારા એમ દર્શાવે છે કે ઊંચી આવૃત્તિઓએ L લગભગ ઓપન સરકીટ છે. dc પરિપથમાં (સ્થિર અવસ્થા પછી) $\omega = 0$ તેથી અહીં L શુદ્ધ વાહક તરીકે વર્તે છે.

7.15 RC પરિપથ માટે, જો $V = V_0 \sin \omega t$ હોય તો,

$$I = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}} \sin(\omega t + \phi), \text{ જ્યાં, } \tan \phi = \frac{1}{\omega CR}$$

(a) $I_0 = 3.23 \text{ A}$

(b) $\phi = 33.5^\circ$

$$\text{સમય તફાવત} = \frac{\phi}{\omega} = 1.55 \text{ ms}$$

7.16 (a) $I_0 = 3.88 \text{ A}$

(b) $\phi \approx 0.2$ અને ઊંચી આવૃત્તિએ લગભગ શૂન્ય છે. આમ, ઊંચી આવૃત્તિએ C સુવાહક તરીકે વર્તે છે. dc પરિપથ માટે સ્થિર અવસ્થા પછી $\omega = 0$ અને C ઓપન સરકીટ તરીકે વર્તે છે.

7.17 સમાંતર LCR પરિપથ માટે અસરકારક ઈમ્પિડન્સ નીચે મુજબ અપાય છે.

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$$

$$\text{જે } \omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ માટે લઘુત્તમ છે.}$$

આથી, $|Z|$, $\omega = \omega_0$ એ મહત્તમ થશે અને કુલ પ્રવાહ કંપવિસ્તાર લઘુત્તમ થશે.

$$R \text{ શાખામાં, } I_{R_{rms}} = 5.75 \text{ A}$$

$$L \text{ શાખામાં, } I_{L_{rms}} = 0.92 \text{ A}$$

$$C \text{ શાખામાં, } I_{C_{rms}} = 0.92 \text{ A}$$

નોંધ : કુલ પ્રવાહ $I_{rms} = 5.75 \text{ A}$, કારણ કે L અને C શાખામાં પ્રવાહ 180° ના કળા તફાવતે છે અને ચક્રની દરેક ક્ષણે તેમનો સરવાળો શૂન્ય થાય છે.

7.18 (a) $V = V_0 \sin \omega t$ માટે

$$I = \frac{V_0}{\left| \omega L - \frac{1}{\omega C} \right|} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right); \text{ જો } R = 0$$

જો $\omega L > 1/\omega C$ હોય તો - નિશાની આવશે અને જો $\omega L < 1/\omega C$ હોય તો + નિશાની આવશે.

$$I_0 = 11.6 \text{ A}, I_{rms} = 8.24 \text{ A}$$

(b) $V_{Lrms} = 207 \text{ V}, V_{Crms} = 437 \text{ V}$

(નોંધ : $437 \text{ V} - 207 \text{ V} = 230 \text{ V}$ લાગુ પાડેલ rms વોલ્ટેજ બરાબર છે અને એમ જ હોવું જોઈએ. L અને Cના બે છેડા વચ્ચેના વોલ્ટેજની બાદબાકી થાય છે. કારણ કે તેમની વચ્ચેનો કળા તફાવત 180° છે.)

(c) Lમાં કોઈ પણ પ્રવાહ I હોય, પણ ખરેખરો વોલ્ટેજ પ્રવાહ કરતાં $\pi/2$ જેટલો આગળ છે માટે L દ્વારા ખર્ચાતો સરેરાશ પાવર શૂન્ય છે.

(d) કેપેસિટરમાં વોલ્ટેજ $\pi/2$ જેટલો પાછળ છે, તેથી C દ્વારા ખર્ચાતો સરેરાશ પાવર શૂન્ય છે.

(e) શોષાતો કુલ સરેરાશ પાવર શૂન્ય છે.

7.19 $I_{rms} = 7.26 \text{ A}$

Rને સરેરાશ પાવર = $I_{rms}^2 R = 791 \text{ W}$

L ને સરેરાશ પાવર = C ને સરેરાશ પાવર = 0

શોષાતો કુલ પાવર = 791 W

7.20 (a) $\omega_0 = 4167 \text{ rad s}^{-1}, v_0 = 663 \text{ Hz}$

$$I_0^{\max} = 14.1 \text{ A}$$

(b) $\bar{P} = (1/2) I_0^2 R$, I_0 જે આવૃત્તિ (663 Hz) માટે મહત્તમ છે, તે જ આવૃત્તિએ \bar{P} પણ મહત્તમ છે.

$$\bar{P}_{\max} = (1/2) (I_{\max})^2 R = 2300 \text{ W}$$

(c) $\omega = \omega_0 \pm \Delta\omega$ [જો $(R/2L) \ll \omega_0$ હોય તો સંનિકટતા વધુ સારી છે.]

$$\Delta\omega = R/2L = 95.8 \text{ rad s}^{-1}; \Delta v = \Delta\omega/2\pi = 15.2 \text{ Hz}$$

$v = 648 \text{ Hz}$ અને 678 Hz માટે શોષાતો પાવર મહત્તમ પાવર કરતાં અડધો છે. આ આવૃત્તિઓ એ પ્રવાહ કંપવિસ્તાર I_0^{\max} કરતાં $(1/\sqrt{2})$ ગણું થશે. એટલે કે, પ્રવાહ કંપવિસ્તાર (મહત્તમ પાવર કરતાં અડધો પાવર થાય તે બિંદુઓએ) 10 A છે.

(d) $Q = 21.7$

7.21 $\omega_0 = 111 \text{ rad s}^{-1}, Q = 45$

ω_0 માં ફેરફાર કર્યા વગર Q બમણો કરવા માટે Rનું મૂલ્ય ઘટાડીને 3.7Ω કરો.

7.22 (a) હા. આવું જ પરિણામ rms વોલ્ટેજ માટે સાચું નથી. કારણ કે, જુદા જુદા ઘટકોમાં બે છેડા વચ્ચેના વોલ્ટેજ સમાન કળામાં ન પણ હોય. ઉદાહરણ માટે સ્વાધ્યાય 7.18નો જવાબ જુઓ.

(b) પરિપથમાં જોડાણ તૂટે છે ત્યારે પ્રેરિત થતો ઊંચો વોલ્ટેજ કેપિસિટરને વિદ્યુતભારિત કરવામાં (Chargingમાં) વપરાય છે અને આમ સ્પાર્કને (Sparks) નિવારી શકાય છે.

(c) dc માટે Lનો ઈમ્પિડન્સ (અસરકારક અવરોધ) અવગણ્ય હોય છે અને Cનો ખૂબ જ મોટો (અનંત) હોય છે. તેથી Cના બે છેડા વચ્ચે dc સિગ્નલ મળે છે. ઊંચી આવૃત્તિવાળા ac વોલ્ટેજ માટે Lનો અસરકારક અવરોધ વધુ અને Cનો ખૂબ જ ઓછો હોય છે. તેથી Lનાં બે છેડા વચ્ચે ac સિગ્નલ મળે છે.

(d) dcની સ્થાયી સ્થિતિ માટે, Lની કોઈ જ અસર હોતી નથી. પછી ભલે તેમાં આયર્ન ગર્ભ (Core) દ્વારા વધારો થાય. ac માટે ચોકના વધારાના ઈમ્પિડન્સને કારણે બલ્બ ઓછો પ્રકાશિત (જાંબો) થશે. જ્યારે આયર્ન ગર્ભ (Core) દાખલ કરવામાં આવે છે ત્યારે ચોકના ઈમ્પિડન્સમાં વધારો થાય છે. જેથી બલ્બ હજી વધુ જાંબો થશે.

(e) ચોક કોઈલ ઊર્જાનો વ્યય કર્યા વગર ટ્યુબ બે છેડા વચ્ચે વોલ્ટેજ ઘટાડે છે જ્યારે અવરોધ ઉખા સ્વરૂપે ઊર્જાનો વ્યય કરે છે.

7.23 400

7.24 હાઈડ્રો ઇલેક્ટ્રીક પાવર = $h\rho g \times A \times v = h\rho g\beta$

જ્યાં, $\beta = Av$ પ્રવાહ (આડછેદમાંથી પ્રતિ સેકન્ડે વહેતા પાણીનું કદ) છે.

$$\begin{aligned} \text{મળતો ઇલેક્ટ્રીક પાવર} &= 0.6 \times 300 \times 10^3 \times 9.8 \times 100 \text{ W} \\ &= 176 \text{ W} \end{aligned}$$

7.25 પાવર લાઈનનો અવરોધ = $30 \times 0.5 = 15 \Omega$

$$\text{પાવર લાઈનમાં પ્રવાહનું rms મૂલ્ય} = \frac{800 \times 1000 \text{ W}}{4000 \text{ V}} = 200 \text{ A}$$

(a) લાઈન પાવર વ્યય = $(200 \text{ A})^2 \times 15 \Omega = 600 \text{ kW}$

(b) પ્લાન્ટ દ્વારા પુરો પડતો પાવર = $800 \text{ kW} + 600 \text{ kW} = 1400 \text{ kW}$

(c) પાવર લાઈન પર થતો વોલ્ટેજ ડ્રોપ = $200 \text{ A} \times 15 \Omega = 3000 \text{ V}$
પાવર પ્લાન્ટ માટે સ્ટેપઅપ ટ્રાન્સફોર્મર 440 V – 7000 V છે.

7.26 પ્રવાહ = $\frac{800 \times 1000 \text{ W}}{40,000 \text{ V}} = 20 \text{ A}$

(a) લાઈનમાં પાવર વ્યય = $(20 \text{ A})^2 \times (15 \Omega) = 6 \text{ kW}$

(b) પ્લાન્ટ દ્વારા પુરો પડતો પાવર = $800 \text{ kW} + 6 \text{ kW} = 806 \text{ kW}$

(c) પાવર લાઈન પર થતો વોલ્ટેજ ડ્રોપ = $20 \text{ A} \times 15 \Omega = 300 \text{ V}$

સ્ટેપઅપ ટ્રાન્સફોર્મર 440V – 40,300 V છે. અહીં, સ્પષ્ટ છે કે હાઈ વોલ્ટેજ ટ્રાન્સમિશન દ્વારા પાવર વ્યયની ટકાવારી ખૂબ મોટા પ્રમાણમાં ઘટી જાય છે.

સ્વાધ્યાય (7.25)માં આ પાવર વ્યય $(600/1400) \times 100 = 43 \%$ છે.

આ સ્વાધ્યાયમાં તે ફક્ત $(6/806) \times 100 = 0.74 \%$ છે.

પ્રકરણ 8

8.1 (a) $C = \epsilon_0 A/d = 80.1 \text{ pF}$

$$\frac{dQ}{dt} = C \frac{dV}{dt}$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{0.15}{80.1 \times 10^{-12}} = 1.87 \times 10^9 \text{ V s}^{-1}$$

(b) $i_d = \epsilon_0 \frac{d}{dt} \Phi_E$. હવે, કેપેસિટરને સમાંતર $\Phi_E = EA$,

અંત્ય સુધારાને અવગણતાં,

$$\text{તેથી, } i_d = \epsilon_0 A \frac{d\Phi_E}{dt}$$

હવે, $E = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$ તેથી, $\frac{dE}{dt} = \frac{i}{\epsilon_0 A}$, જે દર્શાવે છે કે, $i_d = i = 0.15 \text{ A}$.

(c) હા, જો 'પ્રવાહ'નો અર્થ વહન (Conduction) પ્રવાહ અને સ્થાનાંતર (Displacement) પ્રવાહનો સરવાળો એમ કરીએ તો.

- 8.2 (a) $I_{\text{rms}} = V_{\text{rms}} \omega C = 6.9 \mu\text{A}$
 (b) હા. સ્વાધ્યાય 8.1(b)માં દર્શાવેલ તારવણી જો પ્રવાહ સમય સાથે દોલન કરતો હોય તો પણ સાચી છે.
 (c) સૂત્ર $B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{r}{R^2} i_d$, જો i_d (અને તેથી B) સમય સાથે દોલન કરતો હોય તો પણ સાચું છે. સૂત્ર દર્શાવે છે કે, તેઓ એકબીજા સાથે કળામાં દોલન કરે છે.
 $i_d = i$ હોવાથી આપણને $B_0 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{r}{R^2} i_0$ મળે છે. જ્યાં, B_0 અને i_0 અનુક્રમે દોલિત થતા ચુંબકીયક્ષેત્ર અને પ્રવાહના કંપવિસ્તાર છે. $i_0 = \sqrt{2} I_{\text{rms}} = 9.76 \mu\text{A}$.
 $r = 3 \text{ cm}$, $R = 6 \text{ cm}$ માટે $B_0 = 1.63 \times 10^{-11} \text{ T}$.

8.3 શૂન્યાવકાશમાં બંધાની ઝડપ સમાન : $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$ છે.

8.4 **E** અને **B** એ XY-સમતલમાં અને એકબીજાને લંબ છે, 10 m.

8.5 તરંગલંબાઈ ગાળો : 40 m – 25 m

8.6 10^9 Hz

8.7 153 N/C

8.8 (a) 400 nT, $3.14 \times 10^8 \text{ rad/s}$, 1.05 rad/m, 6.00 m

$$(b) \mathbf{E} = \{(120 \text{ N/C}) \sin[(1.05 \text{ rad/m})x - (3.14 \times 10^8 \text{ rad/s})t]\} \hat{\mathbf{j}}$$

$$\mathbf{B} = \{(400 \text{ nT}) \sin[(1.05 \text{ rad/m})x - (3.14 \times 10^8 \text{ rad/s})t]\} \hat{\mathbf{k}}.$$

8.9 ફોટોનની ઊર્જા ($\lambda = 1 \text{ m}$ માટે)

$$= \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1.6 \times 10^{-19}} \text{ eV} = 1.24 \times 10^{-6} \text{ eV}$$

વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટની આકૃતિમાં દર્શાવેલી બીજી તરંગલંબાઈઓ માટે ફોટોન ઊર્જા, દસના સન્નિકટ ઘાતાંક વડે ગુણી મેળવી શકાય. ફોટોનની ઊર્જા તેને ઉત્પન્ન કરતા ઉદ્ગમના સંબંધિત ઊર્જા સ્તરો વચ્ચેનો તફાવત (Spacings) દર્શાવે છે. ઉદાહરણ તરીકે, $\lambda = 10^{-12} \text{ m}$ એ ફોટોન ઊર્જા $= 1.24 \times 10^6 \text{ eV} = 1.24 \text{ MeV}$ ને અનુરૂપ છે. આ ન્યુક્લિયર ઊર્જા સ્તરો (કે જેમની વચ્ચેની સંક્રાંતિ γ -કિરણ ઉત્સર્જિત કરે છે) વચ્ચેનો લાક્ષણિક તફાવત 1 MeV અથવા તેની નજીકનો છે. તે જ રીતે, દૃશ્ય તરંગલંબાઈ $\lambda = 5 \times 10^{-7} \text{ m}$ એ ફોટોન ઊર્જા $= 2.5 \text{ eV}$ ને અનુરૂપ છે. આનો અર્થ એ કે ઊર્જા સ્તરો (કે જેમની વચ્ચેની સંક્રાંતિ દૃશ્ય વિકિરણ આપે છે) એ અમુક eV જેટલો તફાવત ધરાવે છે.

8.10 (a) $\lambda = (c/v) = 1.5 \times 10^{-2} \text{ m}$

(b) $B_0 = (E_0/c) = 1.6 \times 10^{-7} \text{ T}$

(c) **E** ક્ષેત્રમાં ઊર્જા ઘનતા : $u_E = (1/2)\epsilon_0 E^2$
B ક્ષેત્રમાં ઊર્જા ઘનતા : $u_B = (1/2\mu_0)B^2$

$$E = cB \text{ નો અને } c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \text{ નો ઉપયોગ કરતાં } u_E = u_B.$$

8.11 (a) $-\hat{\mathbf{j}}$, (b) 3.5 m, (c) 86 MHz, (d) 100 nT,

(e) $\{(100 \text{ nT}) \cos[(1.8 \text{ rad/m})y + (5.4 \times 10^6 \text{ rad/s})t]\} \hat{\mathbf{k}}$

8.12 (a) 0.4 W/m^2 , (b) 0.004 W/m^2

- 8.13** T તાપમાને રહેલ પદાર્થ તરંગલંબાઈઓનો સતત વર્ણપટ આપે છે. કાળા પદાર્થ માટે મહત્તમ તીવ્રતા ધરાવતા વિકિરણને અનુરૂપ તરંગલંબાઈ પ્લાન્કના સૂત્ર $\lambda_m = 0.29 \text{ cm K/T}$ વડે અપાય છે. $\lambda_m = 10^{-6} \text{ m}$, માટે $T = 2900 \text{ K}$. બીજી તરંગલંબાઈઓ માટે તાપમાન શોધી શકાય. આ રીતે મળેલ સંખ્યાઓ વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટના જુદા-જુદા ભાગમાંના વિકિરણો મેળવવા જરૂરી તાપમાનનો ગાળો દર્શાવે છે. આમ, દૃશ્ય વિકિરણ (ધારોકે $\lambda = 5 \times 10^{-7} \text{ m}$) મેળવવા માટે ઉદ્ગમનું તાપમાન લગભગ 6000 K જેટલું હોવું જોઈએ.
(નોંધ : આનાથી નીચું તાપમાન પણ આ તરંગલંબાઈને ઉત્પન્ન કરશે પણ તે મહત્તમ તીવ્રતા ધરાવતી નહિ હોય.)
- 8.14** (a) રેડિયો (ટૂંકી તરંગલંબાઈના છેડા તરફ)
(b) રેડિયો (ટૂંકી તરંગલંબાઈના છેડા તરફ)
(c) માઈક્રોવેવ
(d) દૃશ્યપ્રકાશ (પીળો)
(e) X-કિરણો (અથવા મૃદુ (soft) γ -કિરણો)નો વિભાગ.
- 8.15** (a) આયનોસ્ફિયર આ ગાળાઓમાંનાં તરંગોનું પરાવર્તન કરે છે.
(b) ટેલિવિઝન સિગ્નલોનું આયનોસ્ફિયર દ્વારા યોગ્ય રીતે પરાવર્તન થતું નથી (પાઠ્યમાંનું લખાણ જુઓ). તેથી પરાવર્તન ઉપગ્રહ (સેટેલાઈટ)ની મદદથી કરાય છે.
(c) વાતાવરણ X-કિરણોનું શોષણ કરે છે, જ્યારે દૃશ્યપ્રકાશ અને રેડિયોતરંગો તેને ભેદીને પસાર થાય છે.
(d) તે સૂર્યમાંથી ઉત્સર્જિત પારજાંબલી વિકિરણોનું શોષણ કરે છે અને તેને પૃથ્વીની સપાટી સુધી પહોંચતા અને (પૃથ્વી પરના) જીવનને નુકશાન થતું અટકાવે છે.
(e) પૃથ્વીનું તાપમાન નીચું હોત, કારણ કે વાતાવરણની ગ્રીનહાઉસ અસર ગેરહાજર હોત.
(f) વૈશ્વિક ન્યુક્લિયર યુદ્ધ (War)થી ઉત્પન્ન થયેલ વાદળો કદાચ આકાશના ઘણાં મોટાભાગને ઢાંકી દેત, કે જે સૂર્યપ્રકાશને પૃથ્વીના ગોળા પરના ઘણાં ભાગ સુધી પહોંચતો અટકાવત. આ એક 'શિયાળા'માં પરિણમત.