

## સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન અને કેપેસીટન્સ

(જો કે તેને ચોખ્ખી ડાયપોલ ચાકમાત્રા છે). આનું કારણ એ છે કે એક ડાયપોલનો ધન વિદ્યુતભાર બાજુની ડાયપોલના ઋણ વિદ્યુતભારની પાસે બેઠેલો છે. આમ છતાં વિદ્યુતક્ષેત્રને લંબ એવી ડાયઈલેક્ટ્રીકની સપાટીઓ પર ચોખ્ખી વિદ્યુતભાર ઘનતા હોય છે. આકૃતિ 2.23માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે જમણી સપાટી પર ડાયપોલના ધન છેડાઓ અને ડાબી સપાટી પર ડાયપોલના ઋણ છેડાઓ તટસ્થીકરણ પામેલા નથી. આ અસમતુલિત વિદ્યુતભારો વિદ્યુતક્ષેત્રને લીધે પ્રેરિત થયેલા વિદ્યુતભારો છે.

આમ, પ્રુવીભૂત થયેલ ડાયઈલેક્ટ્રીક, પ્રેરિત વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા  $\sigma_p$  અને  $-\sigma_p$  ધરાવતી બે વિદ્યુતભારિત સપાટીઓને સમતુલ્ય છે. સ્પષ્ટપણે, આ પૃષ્ઠ વિદ્યુતભારો વડે ઉદ્ભવતું ક્ષેત્ર, બાધ્ય ક્ષેત્રનો વિરોધ કરે છે. ડાયઈલેક્ટ્રીકની અંદરના ભાગમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર, ત્યાં ડાયઈલેક્ટ્રીક ન હતો ત્યારે જે ક્ષેત્ર હતું તેના કરતાં ધરી જાય છે. આપણો એ નોંધવું જોઈએ કે વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા  $\pm \sigma_p$ , ડાયઈલેક્ટ્રીકમાંના બંધિત વિદ્યુતભારો (મુક્ત વિદ્યુતભારો નહિ) ને લીધે ઉત્પન્ન થાય છે.

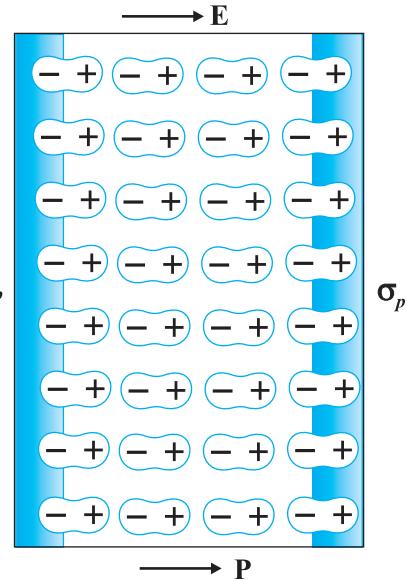
### 2.11 કેપેસીટરો અને કેપેસીટન્સ (CAPACITORS AND CAPACITANCE)

કેપેસીટર (સંધારક) એ એકબીજાથી અલગ કરેલા બે સુવાહકોથી બનતી રચના છે (આકૃતિ 2.24). સુવાહકો પર ધારોકે વિદ્યુતભારો  $Q_1$  અને  $Q_2$  છે અને તેમનાં સ્થિતિમાનો  $V_1$  અને  $V_2$  છે. સામાન્યતા: વ્યવહારમાં બે સુવાહકો પર વિદ્યુતભારો  $Q$  અને  $-Q$  હોય છે અને તેમની વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત  $V = V_1 - V_2$  છે. આપણે માત્ર આવી વિદ્યુતભાર સંરચના ધરાવતા કેપેસીટરનો વિચાર કરીશું. (એક સુવાહકને પણ બીજો સુવાહક અનંત અંતરે ધારી લઈને કેપેસીટર તરીકે વાપરી શકાય.) સુવાહકોને બેટરીના બે ટર્મિનલ સાથે જોડીને આ રીતે વિદ્યુતભારિત કરી શકાય છે.  $Q$ ને કેપેસીટરનો વિદ્યુતભાર કરે છે, જો કે તે હકીકતમાં, એક જ સુવાહક પરનો વિદ્યુતભાર છે. વળી, કેપેસીટરનો કુલ વિદ્યુતભાર તો શૂન્ય છે.

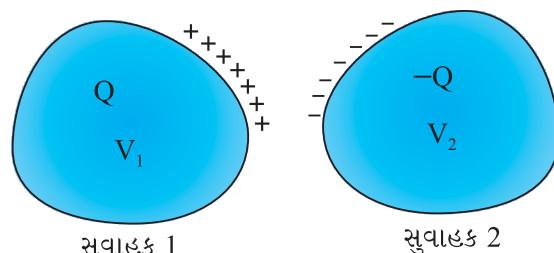
સુવાહકોની વચ્ચેના વિસ્તારમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર, વિદ્યુતભાર  $Q$ ને સમપ્રમાણમાં છે. એટલે કે કેપેસીટર પરનો વિદ્યુતભાર બે ગણો કરવામાં આવે તો, દરેક બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર પણ બે ગણું થશે (કુલબના નિયમમાં વિદ્યુતભાર અને ક્ષેત્ર વચ્ચેની સપ્રમાણતા અને સંપાતપણાના સિદ્ધાંત પરથી આ બાબત સમજાય છે). હવે, સ્થિતિમાનનો તફાવત  $V$ , નાના પરીક્ષણ વિદ્યુતભારને સુવાહક 2 થી 1 પર લઈ જતાં એકમ ધન વિદ્યુતભાર દીઠ ક્ષેત્ર વિરુદ્ધ કરેલું કાર્ય છે. પરિણામે  $V$  પણ  $Q$ ને સમપ્રમાણમાં છે અને  $Q/V$  ગુણોત્તર અચળ છે:

$$C = \frac{Q}{V} \quad (2.38)$$

અચળાંક  $C$ ને કેપેસીટરનું કેપેસીટન્સ (સંધારકની ક્ષમતા) કહે છે. ઉપર જણાવ્યું તેમ  $C$ ,  $Q$  અને  $V$  બંનેથી સ્વતંત્ર છે. કેપેસીટન્સ  $C$  બે સુવાહકોની માત્ર બૌમિતિક સંરચના (આકાર, માપ, અંતર) પર આધારિત છે [આપણે આગળ જોઈશું કે તે બે સુવાહકોને અલગ કરતાં અવાહક (ડાયઈલેક્ટ્રીક) પર પણ આધાર રાખે છે]. કેપેસીટન્સનો SI એકમ 1 farad ( $= 1 \text{ coulomb volt}^{-1}$ ) અથવા  $1 \text{ F} = 1 \text{ C V}^{-1}$  છે. નિશ્ચિત કેપેસીટન્સ ધરાવતા કેપેસીટરને પ્રતિકાત્મકરૂપે  $\text{---} \parallel$  તરીકે દર્શાવાય છે અને ચલિત કેપેસીટન્સ ધરાવતા કેપેસીટરને  $\text{---} +$  તરીકે દર્શાવાય છે.



આકૃતિ 2.23 સમાન રીતે પ્રુવીભૂત થયેલ ડાયઈલેક્ટ્રીકને પ્રેરિત વિદ્યુતભાર પૃષ્ઠઘનતા છે પણ વિદ્યુતભાર કદ ઘનતા નથી



આકૃતિ 2.24 અવાહક વડે અલગ કરેલ બે સુવાહકોનું તંત્ર કેપેસીટર રચે છે

## ભૌતિકવિજ્ઞાન

સમીકરણ (2.38) દર્શાવે છે કે, C નું મૂલ્ય મોટું હોય તો, આપેલા Q માટે V નાનું છે. આનો અર્થ એ કે મોટું કેપેસીટન્સ ધરાવતું કેપેસીટર, પ્રમાણમાં નાના V માટે મોટા જથ્થાનો વિદ્યુતભાર ધારણ કરી શકે છે. આનું વ્યવહારિક મહત્વ છે. વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત વધારે હોય તો સુવાહકની આસપાસ પ્રબળ વિદ્યુતક્ષેત્ર હોય છે. પ્રબળ વિદ્યુત ક્ષેત્ર આસપાસની હવાનું આયનીકરણ કરી શકે છે અને આ રીતે ઉત્પન્ન થયેલા વિદ્યુતભારોને વિરુદ્ધ રીતે વિદ્યુતભારિત ખેટો તરફ પ્રવેગિત કરી શકે છે અને કેપેસીટરની ખેટો પરના વિદ્યુતભારને અંશતઃ પણ તટસ્થ કરી દે છે. બીજા શર્ધોમાં કેપેસીટરનો વિદ્યુતભાર વચ્ચેના માધ્યમની અવાહકતરીકેની ક્ષમતા ઘટવાથી સ્બલન પામે છે (Leaks).

ડાયરલેક્ટ્રીક માધ્યમ (તેનો અવાહકતાનો ગુણવર્મ) બ્રેક-ડાઉન થયા સિવાય, જે મહત્તમ વિદ્યુતક્ષેત્રનો સામનો કરી શકે તેને ડાયરલેક્ટ્રીક સ્ટ્રેન્થ (મજબૂતાઈ) કહે છે. હવા માટે તે લગભગ  $3 \times 10^6 \text{ V m}^{-1}$  છે. બે સુવાહકો વચ્ચેના 1 cmના ક્રમના અંતર માટે આ ક્ષેત્રને અનુરૂપ સ્થિતિમાનનો તફાવત  $3 \times 10^4 \text{ V}$  છે. આમ, મોટા જથ્થાના વિદ્યુતભારને સ્બલન (Leak) થયા વિના ધારણ કરવા માટે કેપેસીટરનું કેપેસીટન્સ પુરતું મોટું હોવું જોઈએ કે જેથી સ્થિતિમાન તફાવત અને તેથી વિદ્યુતક્ષેત્ર બ્રેક-ડાઉન સીમાથી વધી ન જાય. બીજા રીતે કહીએ તો, આપેલા કેપેસીટર પર ખાસ સ્બલન (Leak) થયા વિના વિદ્યુતભારને સંગ્રહ કરવાની એક સીમા હોય છે. વ્યવહારમાં farad ખૂબ મોટો એકમ છે, બહુ વ્યાપક રીતે વપરાતા એકમો તેના અપૂર્ણાંક ગુણાંકો છે,  $1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$ ,  $1 n\text{F} = 10^{-9} \text{ F}$ ,  $1 p\text{F} = 10^{-12} \text{ F}$ , વગેરે. વિદ્યુતભારના સંગ્રહ કરવાના તેના ઉપરોગ ઉપરાત, મોટાભાગના મહત્વના ac પરિપથોમાં કેપેસીટર એ એક ચાવીરૂપ ઘટક છે, જે પ્રકરણ 7માં સમજાવેલ છે.

### 2.12 સમાંતર ખેટ કેપેસીટર (PARALLEL PLATE CAPACITOR)

સમાંતર ખેટ કેપેસીટર, એકબીજાથી થોડા અંતરે રહેલી બે મોટી સમતલ સમાંતર વાહક ખેટોનું બનેલું છે (આકૃતિ 2.25). આપણે શરૂઆતમાં બે ખેટ વચ્ચેના માધ્યમ તરીકે શૂન્યાવકાશ લઈશું. બે ખેટો વચ્ચે ડાયરલેક્ટ્રીક માધ્યમની અસર હવે પછીના પરિચ્છેદમાં ચર્ચેલ છે. દરેક ખેટનું ક્ષેત્રફળ A અને બે ખેટ વચ્ચેનું અંતર d ધારો. બે ખેટો પરના વિદ્યુતભારો Q અને -Q છે. d, ખેટોના રેખીય પરિમાણ કરતાં ઘણું નાનું ( $d^2 \ll A$ ) હોવાથી, આપણે વિદ્યુતભારની સમાન પૃષ્ઠઘનતા ધરાવતા અનંત સમતલથી

ઉદ્ભવતા ક્ષેત્ર અંગેનું પરિણામ (પરિચ્છેદ 1.15) વાપરી શકીએ છીએ.

ખેટ 1 પર વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા  $\sigma = Q/A$  છે અને ખેટ 2 પર વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા  $-\sigma$  છે. સમીકરણ (1.33) પરથી, વિવિધ વિસ્તારોમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર આ મુજબ છે :

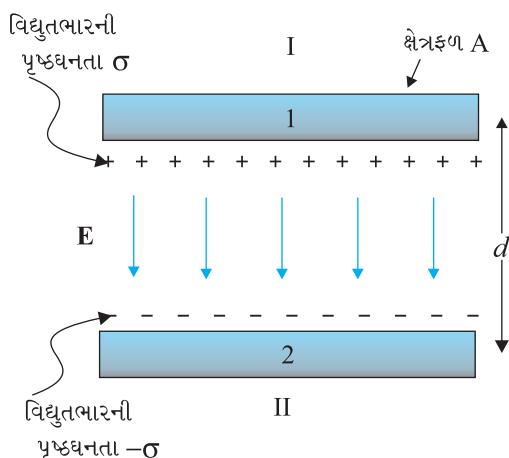
બહારનો વિભાગ-I (ખેટ-1ની ઉપરનો વિભાગ)

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = 0 \quad (2.39)$$

બહારનો વિભાગ-II (ખેટ-2ની નીચેનો વિસ્તાર)

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = 0 \quad (2.40)$$

બે ખેટ 1 અને 2ની વચ્ચેના વિસ્તારમાં બે વિદ્યુતભારિત ખેટો વડે ઉદ્ભવતા ક્ષેત્રોનો સરવાળો થાય છે. આ રીતે



આકૃતિ 2.25 સમાંતર ખેટ કેપેસીટર

## સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન અને કેપેસીટન્સ

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A} \quad (2.41)$$

મળે છે. આ વિદ્યુતક્ષેત્રની ટિશા ધન પ્લેટથી ઋજણ પ્લેટ તરફ છે.

આમ, વિદ્યુતક્ષેત્ર બે પ્લેટની વચ્ચેના વિસ્તાર પૂરતું મર્યાદિત અને એ સમગ્ર વિસ્તારમાં એકસમાન છે. સીમિત ક્ષેત્રફળની પ્લેટો માટે આ બાબત પ્લેટોની બહારની સીમાઓ આગળ સત્ય રહેતી નથી. કિનારીઓ પાસે ક્ષેત્ર રેખાઓ બહાર તરફ વળે છે. આ ઘટનાને ‘Fringing of the field’ કહે છે. આ જ લક્ષણથી  $\sigma$  સમગ્ર પ્લેટ પર એક સમાન નહિ હોય [ $E$  અને  $\sigma$  વચ્ચેનો સંબંધ સમીકરણ (2.35) છે]. આમ છતાં  $d^2 << A$  માટે, કિનારીઓથી પૂરતા દૂરના વિસ્તારો માટે આ અસરો અવગણી શકાય છે અને તે સ્થાને ક્ષેત્ર સમીકરણ (2.41) પરથી મળે છે. સમાન વિદ્યુતક્ષેત્ર માટે સ્થિતિમાનનો તફાવત, વિદ્યુતક્ષેત્ર ગુણ્યા બે પ્લેટ વચ્ચેના અંતર જેટલો છે. એટલે કે,

$$V = Ed = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{Qd}{A} \quad (2.42)$$

આ પરથી સમાંતર પ્લેટ કેપેસીટરનું કેપેસીટન્સ

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad (2.43)$$

છે. અપેક્ષા મુજબ આ કેપેસીટન્સ તંત્રની માત્ર ભૂમિતિ પર આધાર રાખે છે.  $A = 1 \text{ m}^2$  અને  $d = 1 \text{ mm}$  ના લાક્ષણિક મૂલ્યો માટે આપણાને

$$C = \frac{8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2} \times 1 \text{ m}^2}{10^{-3} \text{ m}} = 8.85 \times 10^{-9} \text{ F} \quad (2.44)$$

[તમે  $1 \text{ F} = 1 \text{ C V}^{-1} = 1 \text{ C} (\text{NC}^{-1} \text{ m})^{-1} = 1 \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-1}$  છે તેમ ચકાસી શકો છો.] આ દર્શાવે છે કે, અગાઉ નોંધું તેમ 1F એ વ્યવહારમાં બાહુ મોટો એકમ છે. 1Fનું ‘મોટાપણું’ જોવાનો એક બીજો રૂસ્તો,  $C = 1 \text{ F}$  માટે 1 cm અંતર ધરાવતી પ્લેટોનું ક્ષેત્રફળ ગણવાનો છે :

$$A = \frac{Cd}{\epsilon_0} = \frac{1 \text{ F} \times 10^{-2} \text{ m}}{8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}} = 10^9 \text{ m}^2 \quad (2.45)$$

જે પ્લેટની લંબાઈ અને પહોળાઈ દરેક 30 km હોય તેમ સૂચવે છે.

### 2.13 કેપેસીટન્સ પર ડાયર્લેક્ટ્રીકની અસર (EFFECT OF DIELECTRIC ON CAPACITANCE)

પરિચ્છેદ 2.10માં મેળવેલ, બાબુ ક્ષેત્રમાં ડાયર્લેક્ટ્રીકની વર્તણુંકની સમજણ સાથે, હવે આપણે જ્યારે ડાયર્લેક્ટ્રીક હાજર હોય ત્યારે સમાંતર પ્લેટ કેપેસીટરનું કેપેસીટન્સ કેવી રીતે બદલાય છે તે જોઈએ. અગાઉની જેમ આપણી પાસે એકબીજાથી  $d$  અંતરે રહેલી, દરેકનું ક્ષેત્રફળ  $A$  હોય તેવી બે મોટી પ્લેટ વચ્ચે શૂન્યાવકાશ હોય ત્યારે,

$$E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

અને સ્થિતિમાનનો તફાવત  $V_0$  છે.



Factors affecting capacitance, capacitors in action interactive Java tutorial  
<http://micro.magnet.fsu.edu/electromag/java/capacitance/>

## ભૌતિકવિજ્ઞાન

$$V_0 = E_0 d$$

આ કિસ્સામાં કેપેસીટન્સ  $C_0$

$$C_0 = \frac{Q}{V_0} = \epsilon_0 \frac{A}{d} \quad (2.46)$$

છે.

હવે બે પ્લેટ વચ્ચેના વિસ્તારને પૂરેપૂરું ભરી દે તેમ ડાયર્લેક્ટ્રીકને દાખલ કરેલો વિચારો. ક્ષેત્ર વડે ડાયર્લેક્ટ્રીક ધ્રુવીભૂત થાય છે અને પરિચ્છેદ 2.10માં સમજાવ્યા મુજબ, વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા  $\sigma_p$  અને  $-\sigma_p$  ધરાવતા બે વિદ્યુતભારિત સમતલો (ક્ષેત્રને લંબરૂપે ડાયર્લેક્ટ્રીકની સપાટીઓ પર) હોય તેને સમતુલ્ય અસર ઉત્પન્ન થાય છે. હવે ડાયર્લેક્ટ્રીકની અંદરનું ક્ષેત્ર, પ્લેટ પર ચોખ્ખી વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા  $\pm(\sigma - \sigma_p)$  હોય તેવા કિસ્સાને અનુરૂપ છે. એટલે કે,

$$E = \frac{\sigma - \sigma_p}{\epsilon_0} \quad (2.47)$$

છે. આથી, પ્લેટો વચ્ચેનો સ્થિતિમાણનો તફાવત

$$V = Ed = \frac{\sigma - \sigma_p}{\epsilon_0} d \quad (2.48)$$

રેખીય ડાયર્લેક્ટ્રીક માટે  $\sigma_p$ ,  $E_0$ ને એટલે કે  $\sigma$ ને સમપ્રમાણમાં હોય તેવું અપેક્ષિત છે. આમ,  $(\sigma - \sigma_p)$ ,  $\sigma$ ને સમપ્રમાણમાં છે અને આપણે

$$\sigma - \sigma_p = \frac{\sigma}{K} \quad (2.49)$$

લખી શકીએ છીએ, જ્યાં  $K$  એ અચળાંક છે જે ડાયર્લેક્ટ્રીક માટે લાક્ષણિક છે. સ્પષ્ટપણે  $K > 1$ . આથી આપણે

$$V = \frac{\sigma d}{\epsilon_0 K} = \frac{Qd}{A\epsilon_0 K} \quad (2.50)$$

લખી શકીએ છીએ. આ પરથી પ્લેટો વચ્ચે ડાયર્લેક્ટ્રીક રહેલું હોય ત્યારે કેપેસીટન્સ

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\epsilon_0 KA}{d} \quad (2.51)$$

ગુણાકાર  $\epsilon_0 K$ ને માધ્યમનો પરાવૈદ્યુતાંક (Permittivity) કહે છે અને તેને દ વડે દર્શાવવામાં આવે છે.

$$\epsilon = \epsilon_0 K \quad (2.52)$$

શૂન્યાવકાશ માટે  $K = 1$  અને  $\epsilon = \epsilon_0$ ,  $\epsilon_0$ ને શૂન્યાવકાશનો પરાવૈદ્યુતાંક કહે છે. પરિમાણરહિત ગુણોત્તર

$$K = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \quad (2.53)$$

ને દ્રવ્યનો ડાયર્લેક્ટ્રીક અચળાંક કહે છે. સમીકરણ (2.49) પરથી અગાઉ નોંધું તેમ એ સ્પષ્ટ છે કે,  $K$ , 1 કરતાં મોટું છે. સમીકરણ (2.46) અને (2.51) પરથી,

$$K = \frac{C}{C_0} \quad (2.54)$$

આમ, દ્રવ્યનો ડાયર્લેક્ટ્રીક અચળાંક એ, કેપેસીટન્સ બે પ્લેટ વચ્ચે સંપૂર્ણપણે ડાયર્લેક્ટ્રીક દાખલ કરતાં તેનું કેપેસીટન્સ તેના શૂન્યાવકાશ સાથેના મૂલ્ય કરતાં વધીને જેટલાં ગણું ( $K > 1$ ) થાય છે તે અંક છે. જો કે આપણે સમીકરણ (2.54) સમાંતર પ્લેટ કેપેસીટના કિસ્સા માટે મેળવ્યું છે, પરંતુ તે કોઈ પણ

## સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન અને કેપેસીટન્સ

પ્રકારના કેપેસીટર માટે સાચું છે અને હકીકતમાં વ્યાપકરૂપે તેને દ્રવ્યના ડાયર્લેક્ટ્રીક અચળાંકની વાખ્યા તરીકે જોઈ શકાય છે.

### વિદ્યુત સ્થાનાંતર

પ્રેરિત વિદ્યુતભાર પૃષ્ઠઘનતા  $\sigma_p$  અને પોલરાઇઝેશન  $P$  વચ્ચેનો કોઈ સ્પષ્ટ સંબંધ આખ્યા વિના આપણો ડાયર્લેક્ટ્રીકનો ખ્યાલ દાખલ કર્યો છે અને સમીકરણ (2.54) મેળવ્યું છે.

આપણો સાબિતી વિના

$$\sigma_p = P \cdot \hat{n}$$

પરિણામ સ્વીકારી લઈશું. જ્યાં  $\hat{n}$  સપાટીને બહારની તરફ લંબ એકમ સહિત છે. ઉપરનું સમીકરણ વ્યાપક અને, ગમે તે આકારના ડાયર્લેક્ટ્રીક માટે સાચું છે. આકૃતિ 2.23માં ચોસલા માટે  $P$ , જમણી સપાટી માટે  $\hat{n}$  ની દિશામાં (સમાંતર) છે અને ડાબી સપાટી માટે  $\hat{n}$  ની વિરુદ્ધ છે. આમ, જમણી સપાટીએ પ્રેરિત વિદ્યુતભાર ઘનતા ધન અને ડાબી સપાટીએ તે ઝણા છે, જે અગાઉની ગુણાત્મક ચર્ચામાં અનુમાન કરેલું હતું. વિદ્યુતક્ષેત્રના સમીકરણને સહિત સ્વરૂપમાં લખતાં,

$$E \cdot \hat{n} = \frac{\sigma - P \cdot \hat{n}}{\epsilon_0}$$

$$\text{અથવા } (\epsilon_0 E + P) \cdot \hat{n} = \sigma$$

$(\epsilon_0 E + P)$  એ રાશિને વિદ્યુત સ્થાનાંતર (Electric Displacement) કહે છે અને તેને  $D$  વડે દર્શાવાય છે. તે સહિત રાશિ છે. આમ,

$$D = \epsilon_0 E + P,$$

$$D \cdot \hat{n} = \sigma$$

$D$ નું મહત્વ આ છે : શૂન્યાવકાશમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર  $E$  મુક્ત વિદ્યુતભાર ઘનતા ન સાથે સંબંધ ધરાવે છે. જ્યારે ડાયર્લેક્ટ્રીક માધ્યમ હાજર હોય છે ત્યારે તેવો જ ભાગ  $D$  ભજવે છે. ડાયર્લેક્ટ્રીક માધ્યમ માટે ઉપરના સમીકરણમાં જરૂરાય છે તેમ, મુક્ત વિદ્યુતભાર ઘનતા ન સાથે સીધો સંબંધ  $E$ નો નહિ પણ  $D$ નો છે.  $P$ ,  $E$ ની દિશામાં જ હોવાથી નણેય સહિતો  $P$ ,  $E$  અને  $D$  સમાંતર છે.  $D$  અને  $E$ ના માનનો ગુણોત્તર

$$\frac{D}{E} = \frac{\sigma \epsilon_0}{\sigma - \sigma_p} = \epsilon_0 K \quad \text{છે.}$$

$$\text{આમ, } D = \epsilon_0 K E$$

$$\text{અને } P = D - \epsilon_0 E = \epsilon_0 (K - 1) E$$

આ પરથી સમીકરણ (2.37)માં ચયાખ્યાયિત કરેલ વિદ્યુત સસેપ્ટિબિલીટી  $\chi_e$  માટે

$$\chi_e = \epsilon_0 (K - 1) \quad \text{મળે છે.}$$

**ઉદાહરણ 2.8** ડાયર્લેક્ટ્રીક અચળાંક  $K$  ધરાવતા દ્રવ્યના એક ચોસલાનું ક્ષેત્રફળ સમાંતર પ્લેટ કેપેસીટરની પ્લેટ જેટલું છે, પરંતુ તેની જાડાઈ  $(3/4)d$  છે. જ્યાં,  $d$  બે પ્લેટ વચ્ચેનું અંતર છે. જ્યારે આ ચોસલાને પ્લેટો વચ્ચે દાખલ કરવામાં આવે ત્યારે કેપેસીટન્સમાં કેવો ફેરફાર થાય ? ઉકેલ જ્યારે ડાયર્લેક્ટ્રીક ન હોય ત્યારે પ્લેટો વચ્ચેનું વિદ્યુતક્ષેત્ર ધારોકે  $E_0 = V_0/d$  છે અને સ્થિતિમાન તફાવત  $V_0$  છે. હવે જો ડાયર્લેક્ટ્રીક દાખલ કરવામાં આવે તો, ડાયર્લેક્ટ્રીકની અંદરનું ક્ષેત્ર  $E = E_0/K$ . તેથી સ્થિતિમાન તફાવત,

## ભૌતિકવિજ્ઞાન

ઉદાહરણ 2.8

$$V = E_0 \left( \frac{1}{4}d \right) + \frac{E_0}{K} \left( \frac{3}{4}d \right)$$

$$= E_0 d \left( \frac{1}{4} + \frac{3}{4K} \right) = V_0 \frac{K+3}{4K}$$

સ્થિતિમાન તફાવત  $(K+3)/4K$  અવયવ જેટલો ઘટે છે જ્યારે પ્લેટો પરનો મુક્ત વિદ્યુતભાર  $Q_0$  બદલાતો નથી. આમ, કેપેસીટન્સ વધે છે.

$$C = \frac{Q_0}{V} = \left( \frac{4K}{K+3} \right) \frac{Q_0}{V_0} = \left( \frac{4K}{K+3} \right) C_0$$

### 2.14 કેપેસીટરોનું સંયોજન (COMBINATION OF CAPACITORS)

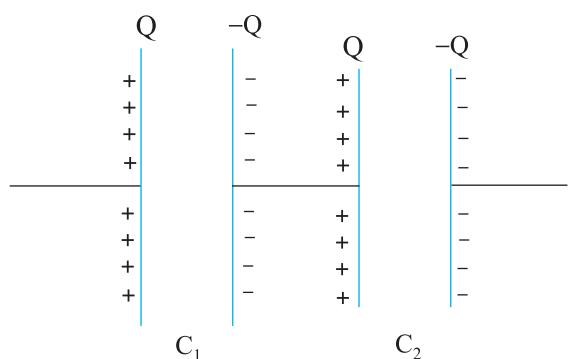
આપણે  $C_1, C_2, \dots, C_n$  કેપેસીટન્સ ધરાવતા કેપેસીટરોને સંયોજન કરીને અસરકારક કેપેસીટન્સ  $C$  ધરાવતું તંત્ર મેળવી શકીએ. અસરકારક કેપેસીટન્સ, વ્યક્તિગત કેપેસીટરોનાં સંયોજનની રીત પર આધાર રાખે છે. બે સરળ શક્યતાઓની નીચે ચર્ચા કરેલ છે.

#### 2.14.1 કેપેસીટરો શ્રેષ્ઠીમાં (Capacitors in Series)

આદૃતિ 2.26 કેપેસીટરો  $C_1$  અને  $C_2$ ને શ્રેષ્ઠીમાં જોડેલા દર્શાવે છે.

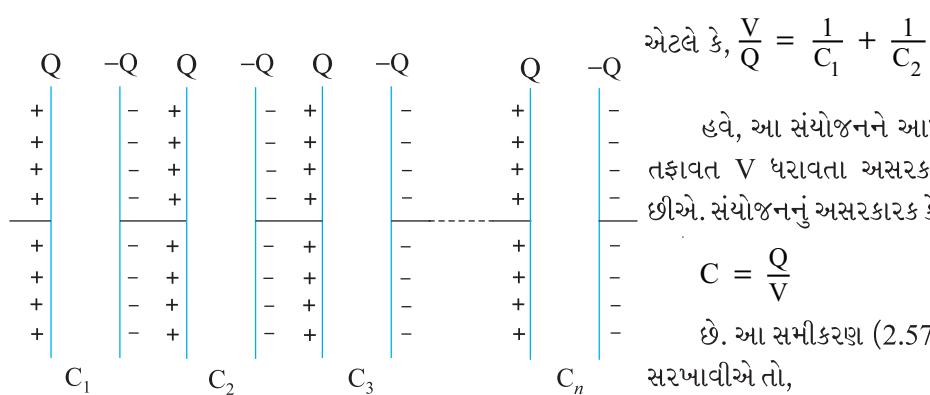
$C_1$ ની ડાબી પ્લેટ અને  $C_2$ ની જમણી પ્લેટ બેટરીના બે ટર્મિનલ સાથે જોડેલ છે અને તેમના પર અનુકૂળે  $Q$  અને  $-Q$  વિદ્યુતભાર છે. આ પરથી એવું સમજાય તેમ છે કે  $C_1$ ની જમણી પ્લેટ પર  $-Q$  અને  $C_2$ ની ડાબી પ્લેટ પર  $+Q$  વિદ્યુતભાર છે. જો આમ ન હોત તો દરેક કેપેસીટર પરનો કુલ (Net) વિદ્યુતભાર શૂન્ય ન હોત. આના પરિણામે

$C_1$  અને  $C_2$ ને જોડતાં વાહકમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર રચાયું હોત. આથી,  $C_1$  અને  $C_2$  બંને પરનો કુલ વિદ્યુતભાર શૂન્ય બને ત્યાં સુધી વિદ્યુતભાર વહન પામે અને તેથી  $C_1$  અને  $C_2$ ને જોડતાં વાહકમાં ક્ષેત્ર શૂન્ય બને. આમ, શ્રેષ્ઠી જોડાણમાં બે પ્લેટો પરના વિદ્યુતભાર ( $\pm Q$ ) દરેક કેપેસીટર માટે સમાન મૂલ્યના હોય છે. સંયોજનના બે છેડા વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત  $C_1$  અને  $C_2$ ના સ્થિતિમાન તફાવતો અનુકૂળે  $V_1$  અને  $V_2$ ના સરવાળા જેટલો છે.



આદૃતિ 2.26 બે કેપેસીટરોનું શ્રેષ્ઠીમાં સંયોજન

$$V = V_1 + V_2 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} \quad (2.55)$$



આદૃતિ 2.27 n કેપેસીટરોનું શ્રેષ્ઠીમાં સંયોજન

$$\text{એટલે કે, } \frac{V}{Q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad (2.56)$$

હવે, આ સંયોજનને આપણે વિદ્યુતભાર  $Q$  અને સ્થિતિમાન તફાવત  $V$  ધરાવતા અસરકારક કેપેસીટર તરીકે ગણી શકીએ છીએ. સંયોજનનું અસરકારક કેપેસીટન્સ

$$C = \frac{Q}{V} \quad (2.57)$$

છે. આ સમીકરણ (2.57)ને આપણે સમીકરણ (2.56) સાથે સરખાવીએ તો,

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad (2.58)$$

## સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન અને કેપેસીટન્સ

મળે છે. આવી રીતે ગોઠવેલા ગમે તે સંખ્યાના કેપેસીટરો માટે પણ આ સાબિતિ લાગુ પડે છે. શ્રેષ્ઠીમાં ગોઠવેલા  $n$ -કેપેસીટરો માટે સમીકરણ (2.55) વ્યાપક રૂપે

$$V = V_1 + V_2 + \dots + V_n = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \dots + \frac{Q}{C_n} \quad (2.59)$$

સ્વરૂપ ધારણા કરે છે. બે કેપેસીટરના ડિસ્ટ્રિબ્યુઝન જેવાં જ પદો પ્રમાણે આગળ વધતાં આપણાને  $n$ -કેપેસીટરોના શ્રેષ્ઠી સંઘોજનના અસરકારક કેપેસીટન્સનું વ્યાપક સૂત્ર મળે છે:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n} \quad (2.60)$$

### 2.14.2 કેપેસીટરો સમાંતરમાં (Capacitors in Parallel)

આકૃતિ 2.28(a) સમાંતરમાં જોડેલા બે કેપેસીટરો દર્શાવે છે. આ ડિસ્ટ્રિબ્યુઝન બંને કેપેસીટરો પર એકસરખો સ્થિતિમાન તરફાવત લગાડેલો છે. પરંતુ કેપેસીટર 1ની ખેટો પરના વિદ્યુતભાર ( $+Q_1$ ) અને કેપેસીટર 2ની ખેટો પરના વિદ્યુતભાર ( $+Q_2$ ) સમાન હોવા જરૂરી નથી.

$$Q_1 = C_1 V, Q_2 = C_2 V \quad (2.61)$$

સમતુલ્ય કેપેસીટર પરનો વિદ્યુતભાર

$$Q = Q_1 + Q_2 \quad (2.62)$$

અને સ્થિતિમાન તરફાવત  $V$  છે.

$$Q = CV = C_1 V + C_2 V \quad (2.63)$$

સમીકરણ (2.63) પરથી સમતુલ્ય કેપેસીટન્સ  $C$ ,

$$C = C_1 + C_2 \quad (2.64)$$

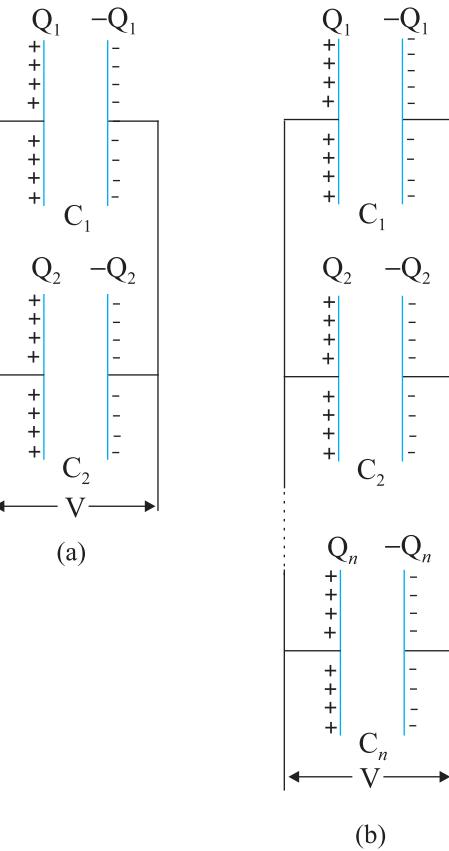
છે. આવી જ રીતે  $n$ -કેપેસીટરોના સમાંતર જોડાણ માટે સમતુલ્ય કેપેસીટન્સ  $C$  [આકૃતિ 2.28(b)] મળી શકે.

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n \quad (2.65)$$

$$\text{અટલે કે, } CV = C_1 V + C_2 V + \dots + C_n V \quad (2.66)$$

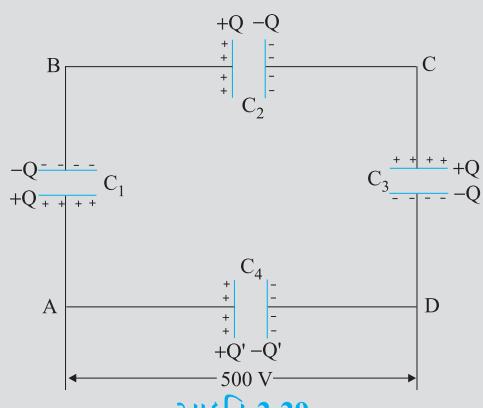
આ પરથી,

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n \quad (2.67)$$



આકૃતિ 2.28 (a) બે કેપેસીટરોનું  
(b)  $n$ -કેપેસીટરોનું સમાંતર સંપોજન

**ઉદાહરણ 2.9** આકૃતિ 2.29માં દર્શાવ્યા મુજબ 10  $\mu F$ ના ચાર કેપેસીટરોનું એક નેટવર્ક 500Vના સપ્લાય સાથે જોડેલ છે. (a) નેટવર્કનું સમતુલ્ય કેપેસીટન્સ (b) દરેક કેપેસીટર પરનો વિદ્યુતભાર શોધો. (નોંધો કે કેપેસીટર પરનો વિદ્યુતભાર એ ઊંચા સ્થિતિમાનની ખેટ પરનો વિદ્યુતભાર છે જે નીચા સ્થિતિમાનની ખેટ પરના વિદ્યુતભાર જોડલો જ અને વિરુદ્ધ છે.)



ઉદાહરણ 2.9

## ભૌતિકવિજ્ઞાન

### ઉકેલ

(a) આપેલ નેટવર્કમાં  $C_1$ ,  $C_2$  અને  $C_3$ ને શ્રેષ્ઠીમાં જોડેલા છે. આ ત્રણ કેપેસીટરોનું સમતુલ્ય કેપેસીટન્સ  $C'$

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

$$C_1 = C_2 = C_3 = 10 \mu F, \text{ માટે } C' = (10/3) \mu F.$$

નેટવર્કમાં  $C'$  અને  $C_4$  સમાંતરમાં જોડેલા છે. આમ, નેટવર્કનું સમતુલ્ય કેપેસીટન્સ

$$C = C' + C_4 = \frac{10}{3} + 10 \mu F = 13.3 \mu F$$

(b) આઈતિ પરથી સ્પષ્ટપણે દરેક કેપેસીટર  $C_1$ ,  $C_2$  અને  $C_3$  પરનો વિદ્યુતભાર સમાન, ધારો કે  $Q$  છે.  $C_4$  પરનો વિદ્યુતભાર  $Q'$  છે. સ્થિતિમાનના તફાવત AB વચ્ચે  $Q/C_1$ , BC વચ્ચે  $Q/C_2$  અને CD વચ્ચે  $Q/C_3$  હોવાથી,

$$\frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} = 500 V$$

$$\text{વળી, } Q'/C_4 = 500 V$$

આ પરથી કેપેસીટન્સના આપેલાં મૂલ્યો માટે

$$Q = 500 V \times \frac{10}{3} \mu F = 1.7 \times 10^{-3} C$$

$$Q' = 500 V \times 10 \mu F = 5.0 \times 10^{-3} C$$

ઉકેલાણ 2.9

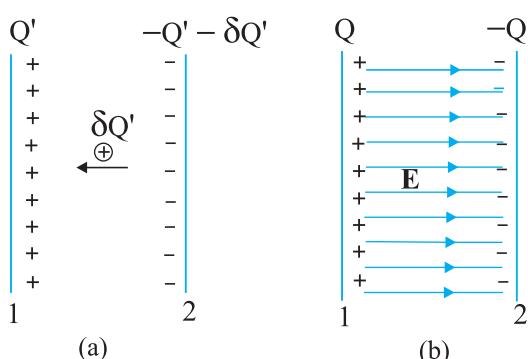
### 2.15 કેપેસીટરમાં સંગ્રહિત ઊર્જા (ENERGY STORED IN A CAPACITOR)

આપણે ઉપર જોયું તેમ, કેપેસીટર  $Q$  અને  $-Q$  વિદ્યુતભારો ધરાવતા બે સુવાહકોનું તત્ત્વ છે. આ સંરચનામાં સંગ્રહ પામેલી ઊર્જા શોધવા માટે, પ્રારંભમાં વિદ્યુતભાર-વિહીન સુવાહકો 1 અને 2ને ધ્યાનમાં લો. પછી વિદ્યુતભારને સુવાહક 2 પરથી સુવાહક 1 પર ટુકડે-ટુકડે લઈ જવાની પ્રક્રિયા વિચારો, જેથી

અંતે સુવાહક 1 વિદ્યુતભાર  $Q$  પ્રાપ્ત કરે છે. વિદ્યુતભારના સંરક્ષણ પરથી, અંતે સુવાહક 2 પર વિદ્યુતભાર  $-Q$  છે (આઈતિ 2.30).

સુવાહક 2 પરથી ધન વિદ્યુતભારને સુવાહક 1 પર લઈ જવા માટે, બહારથી કાર્ય કરું પડે, કારણ કે કોઈ પણ તબક્કે સુવાહક 1, સુવાહક 2 કરતાં ઉંચા સ્થિતિમાને છે. કરેલા કુલ કાર્યની ગણતરી કરવા માટે આપણે પ્રથમ તો એક નાના પગલામાં અત્યંત સૂક્ષ્મ વિદ્યુતભારના સ્થાનાંતરમાં થતું કાર્ય ગણીએ. આ સમગ્ર પ્રક્રિયા દરમિયાનની વચગાળાની એવી પરિસ્થિતિનો વિચાર કરો કે જ્યારે સુવાહકો 1 અને 2 પર અનુકૂળ  $Q'$  અને  $-Q'$  વિદ્યુતભારો હોય. આ તબક્કે સુવાહકો 1 અને 2 વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત  $V'$ ,  $Q'/C$  જેટલો છે. જ્યાં,  $C$  આ તત્ત્વનું કેપેસીટન્સ છે. હવે એક સૂક્ષ્મ વિદ્યુતભાર  $\delta Q'$ ને સુવાહક 2 પરથી 1 પર સ્થાનાંતરિત કર્યાની કલ્પના કરો. આ પગલામાં કરેલું કાર્ય ( $\delta W$ ),

$$\delta W = V' \delta Q' = \frac{Q'}{C} \delta Q' \quad (2.68)$$



આઈતિ 2.30 (a) સુવાહક 1 પર વિદ્યુતભાર  $Q'$ થી વધારી  $Q' + \delta Q'$  કરવાના નાના પગલામાં થતું કાર્ય (b) કેપેસીટરને વિદ્યુતભારિત કરવા માટે કરેલા કાર્યને, ખેટે વચ્ચેના કેત્રમાં સંગ્રહ પામેલી ઊર્જા તરીકે જોઈ શકાય

## સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન અને કેપેસીટન્સ

પરથી મળે છે. આ કાર્યના પરિણામે સુવાહક 1 પરનો વિદ્યુતભાર  $Q'$  વધીને  $Q' + \delta Q'$  થાય છે.  $\delta Q'$ ને આપણે આપણી ઈચ્છા મુજબ ગમે તેટલો નાનો કરી શકીએ છીએ તેથી સમીકરણ (2.68)ને નીચે મુજબ લખી શકાય.

$$\delta W = \frac{1}{2C} [(Q' + \delta Q')^2 - Q'^2] \quad (2.69)$$

સમીકરણ (2.68) અને (2.69) એકસમાન જ છે, કારણ કે  $\delta Q'$ માં દ્વિત્ય ઘાતનું પદ એટલે કે  $\delta Q'^2/2C$  અવગણ્ય છે, કારણ કે  $\delta Q'$  યાદચિક રીતે નાનું છે. વિદ્યુતભાર  $Q'$ ને શૂન્યથી  $Q$  સુધી જમા કરવા માટે, કરેલું કુલ કાર્ય ( $W$ ), નાનાં કાર્ય  $\delta W$ ના ખૂબ મોટી સંખ્યાના પગલાંઓ માટે સરવાળો કરવાથી મળે છે.

$$W = \sum_{\text{ભધાં પગલાં પર સરવાળો}} \delta W$$

$$= \sum_{\text{ભધાં પગલાં પર સરવાળો}} \frac{1}{2C} [(Q' + \delta Q')^2 - Q'^2] \quad (2.70)$$

$$= \frac{1}{2C} [\{\delta Q'^2 - 0\} + \{2\delta Q'\}^2 - \delta Q'^2\} + \{3\delta Q'\}^2 - \{2\delta Q'\}^2 + ..... + \{Q^2 - (Q - \delta Q')^2\}] \quad (2.71)$$

$$= \frac{1}{2C} [Q^2 - 0] = \frac{Q^2}{2C} \quad (2.72)$$

આ જ પરિણામ સમીકરણ (2.68) પરથી સંકલન દ્વારા સીધું મળી શકે છે.

$$W = \int_0^Q \frac{Q'}{C} \delta Q' = \frac{1}{C} \left. \frac{Q'^2}{2} \right|_0^Q = \frac{Q^2}{2C}$$

આ નવાઈ જેવું નથી કારણ કે સંકલન એ મોટી સંખ્યાનાં નાનાં પદોનો સરવાળો છે.

આપણે અંતિમ પરિણામ સમીકરણ (2.72)ને જુદી જુદી રીતે લખી શકીએ.

$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} QV \quad (2.73)$$

સ્થિતવિદ્યુત બળ સંરક્ષી હોવાથી આ કાર્ય તંત્રની સ્થિતિજીર્ઝ રૂપે સંગ્રહ પામે છે. આ જ કારણથી સ્થિતિજીર્ઝ માટેનું અંતિમ પરિણામ [સમીકરણ (2.73)], કેપેસીટરની વિદ્યુતભાર સંરચના કેવી રીતે મેળવી છે તેના પર આધારિત નથી. આ કેપેસીટર જ્યારે દિસ્ચાર્જ (વિદ્યુતવિભાર, વિદ્યુતભાર વિસર્જન) થાય ત્યારે આ સંગ્રહિત ઊર્જા મુક્ત થાય છે. કેપેસીટરની સ્થિતિજીર્ઝને ખેટો વચ્ચેના વિદ્યુતક્ષેત્રમાં ‘સંગ્રહ પામેલી’ ઊર્જા તરીકે જોઈ શકાય છે. આવું જોવા માટે, સરળતા ખાતર સમાંતર ખેટ કેપેસીટર (દરેક ખેટનું ક્ષેત્રફળ  $A$  અને ખેટો વચ્ચેનું અંતર  $d$  હોય તેવું) વિચારો.

કેપેસીટરમાં સંગ્રહિત ઊર્જા

$$= \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{(A\sigma)^2}{2} \times \frac{d}{\epsilon_0 A} \quad (2.74)$$

વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ધનતા  $\sigma$ , બે ખેટ વચ્ચેના વિદ્યુત ક્ષેત્ર સાથે સંબંધિત છે.

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (2.75)$$

સમીકરણ (2.74) અને (2.75) પરથી આપણને

કેપેસીટરમાં સંગ્રહિત ઊર્જા

$$U = (1/2) \epsilon_0 E^2 \times Ad \quad (2.76)$$

મળે છે.

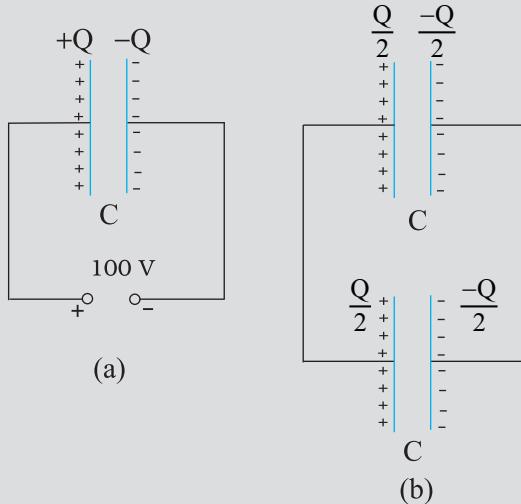
## ભૌતિકવિજ્ઞાન

નોંધો કે  $Ad$ , બે પ્લેટ વચ્ચેના વિસ્તારનું કદ છે (જ્યાં, માત્ર વિદ્યુતક્ષેત્રનું અસ્તિત્વ છે). જો આપણે ઊર્જા ઘનતા એકમ કદમાં સંગ્રહિત ઊર્જા તરીકે વ્યાખ્યામિત કરીએ તો સમીકરણ (2.76) દર્શાવે છે કે

$$\text{વિદ્યુતક્ષેત્રની ઊર્જા ઘનતા } u = (1/2) \epsilon_0 E^2 \quad (2.74)$$

જો કે આપણે સમીકરણ (2.77), સમાંતર પ્લેટ કેપેસીટરના ડિસા માટે સાધિત કર્યું છે, પરંતુ વિદ્યુતક્ષેત્રની ઊર્જા ઘનતા પરનું પરિણામ, હકીકતમાં ઘણું વ્યાપક છે અને વિદ્યુતભારોની કોઈ પણ સંરચનાના વિદ્યુતક્ષેત્ર માટે સાચું છે.

**ઉદાહરણ 2.10** (a) 900 pFના એક કેપેસીટરને 100 Vની બેટરી વડે વિદ્યુતભારિત કરાય છે [આકૃતિ 2.37(a)]. કેટલી સ્થિતવિદ્યુત ઊર્જા કેપેસીટર વડે સંગ્રહ પામશે? (b) કેપેસીટરનું બેટરીથી જોડાણ દૂર કરી બીજા 900 pFના વિદ્યુતભાર વિહિન કેપેસીટર સાથે જોડવામાં આવે છે [આકૃતિ 2.37(b)]. હવે આ તંત્ર વડે કેટલી સ્થિતવિદ્યુત ઊર્જા સંગ્રહ પામશે?



### આકૃતિ 2.31

#### ઉકેલ

(a) કેપેસીટર પરનો વિદ્યુતભાર

$$Q = CV = 900 \times 10^{-12} F \times 100 V = 9 \times 10^{-8} C$$

કેપેસીટર વડે સંગ્રહિત ઊર્જા

$$= (1/2) CV^2 = (1/2) QV$$

$$= (1/2) \times 9 \times 10^{-8} C \times 100 V = 4.5 \times 10^{-6} J$$

(b) સ્થાયી સ્થિતિમાં, બે કેપેસીટરોની ધન ખેટો પર સમાન વિદ્યુતભાર હશે. અને તેમની ઋણ

ખેટો પર પણ સમાન વિદ્યુતભાર હશે. તેમનો સામાન્ય સ્થિતિમાનનો તફાવત ધારોકે

$V'$  છે. દરેક કેપેસીટર પરનો વિદ્યુતભાર  $Q' = CV'$ . વિદ્યુતભાર સંરક્ષણ અનુસાર

$$Q' = Q/2. આ પરથી V' = V/2. તંત્રમાં સંગ્રહિત કુલ ઊર્જા$$

$$= 2 \times \frac{1}{2} Q' V' = \frac{1}{4} QV = 2.25 \times 10^{-6} J$$

## સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન અને કેપેસીટન્સ

આમ, (a) થી (b) પર જવામાં કોઈ વિદ્યુતભાર ગુમાવાયો નથી, છતાં અંતિમ ઊર્જા પ્રારંભિક ઊર્જાની માત્ર અરધી છે. બાકીની ઊર્જા ક્યાં ગઈ ? તંત્ર (b) સ્થિતિમાન ઠરીઠામ (Settle) થાય તે અગાઉ થોડો સમય વ્યતિત થાય છે. આ સમય દરમ્યાન એક કણ્ણિક પ્રવાહ, પ્રથમથી બીજા કેપેસીટર તરફ વહન પામે છે. આ સમય દરમિયાન ઊર્જા, ઉષ્મા અને વિદ્યુતચુંબકીય વિકિરણના રૂપમાં વિખેરાય (ગુમાવાય) છે.

### સારાંશ

- સ્થિતવિદ્યુત બળ એ સંરક્ષી બળ છે. કોઈ બાહ્યબળ (સ્થિતવિદ્યુત બળ જેટલું જ અને વિરુદ્ધ દિશામાં) વડે  $q$  વિદ્યુતભારને  $R$  બિંદુએ લાવવા કરેલું કાર્ય  $q(V_p - V_R)$  છે, જે  $q$  વિદ્યુતભારની અંતિમ અને પ્રારંભિક બિંદુઓએ સ્થિતિઊર્જાનો તફાવત છે.
- કોઈ બિંદુ આગળનું સ્થિતિમાન એ (બાહ્ય પરિબળ દ્વારા) એકમ ધન વિદ્યુતભારને અનંત અંતરેથી તે બિંદુએ લાવવા માટે કરેલું કાર્ય છે. કોઈ બિંદુનું સ્થિતિમાન યાદશિક છે, જેમાં કોઈ અચળાંક ઊર્જારી શકાય, કારણ કે ભૌતિક રીતે તો બે બિંદુ વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત જ મહત્વનો છે. અનંત અંતરે સ્થિતિમાનને શૂન્ય તરીકે પસંદ કરીએ તો, ઉગમબિંદુએ મૂકેલા બિંદુ વિદ્યુતભાર  $Q$ ને લીધે સ્થાન સદિશ  $r$  ધરાવતા બિંદુએ સ્થિતિમાન,

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} \text{ દ્વારા અપાય છે.}$$

- ઉગમબિંદુએ મૂકેલ,  $p$  ડાયપોલ ચાકમાગા ધરાવતી બિંદુ ડાયપોલને લીધે,  $r$  સ્થાન સદિશ ધરાવતા બિંદુએ સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{p} \cdot \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

છે. આ પરિણામ ડાયપોલ ( $-q$  અને  $q$  વિદ્યુતભારો અને તેમની વચ્ચે  $2a$  અંતર ધરાવતી) માટે પણ  $r >> a$  માટે સાચું છે.

- સ્થાન સદિશો  $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_n$  પર વિદ્યુતભાર  $q_1, q_2, \dots, q_n$  હોય તેવી સંરચના માટે,  $P$  બિંદુએ સ્થિતિમાન સંપત્તપક્ષાના સિદ્ધાંત પરથી મળે છે.

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q_1}{r_{1P}} + \frac{q_2}{r_{2P}} + \dots + \frac{q_n}{r_{nP}} \right)$$

જ્યાં,  $r_{1P}$  એ  $q_1$  અને  $P$  વચ્ચેનું અંતર છે, વગેરે.

- સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠ એ એવી સપાટી છે કે જેના પર સ્થિતિમાનનું મૂલ્ય અચળ છે. બિંદુ-વિદ્યુતભાર માટે, વિદ્યુતભારના સ્થાને કેન્દ્ર ધરાવતા સમકેન્દ્ર્ય ગોળાઓ, સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠી છે. કોઈ બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર  $E$ , તે બિંદુમાંથી પસાર થતા સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠને લંબ છે.  $E$ , સ્થિતિમાનના (અંતર સાથેના) સૌથી જડપી ઘટાડાની દિશામાં હોય છે.

## ભૌતિકવિજ્ઞાન

6. વિદ્યુતભારોના તંત્રમાં સંગ્રહ પામેલી સ્થિતિઓર્જા, એ (બાધ પરિબળ દ્વારા) વિદ્યુતભારોને તેમનાં સ્થાનોએ એકઠા કરવા માટે કરેલું કાર્ય છે.  $r_1$  અને  $r_2$  આગળ બે વિદ્યુતભારો  $q_1$  અને  $q_2$ ની સ્થિતિઓર્જા

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}} \quad \text{છે.}$$

જ્યાં,  $r_{12}$ ,  $q_1$  અને  $q_2$  વચ્ચેનું અંતર છે.

7. બાધ સ્થિતિમાન  $V(r)$ માં વિદ્યુતભાર ગુની સ્થિતિઓર્જા  $qV(r)$  છે. ડાયપોલ ચાકમાત્રા  $p$  ધરાવતી ડાયપોલની સમાન વિદ્યુતક્ષેત્ર  $\mathbf{E}$ માં સ્થિતિઓર્જા  $-p \cdot \mathbf{E}$  છે.
8. સુવાહકની અંદરના ભાગમાં સ્થિતવિદ્યુત ક્ષેત્ર શૂન્ય છે. વિદ્યુતભારિત સુવાહકની તરત

બહાર  $\mathbf{E}$ , સપાટીને લંબ હોય છે અને  $\mathbf{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{n}$  વડે અપાય છે, જ્યાં  $\hat{n}$  એ સપાટીને બહારની તરફ લંબની દિશામાંનો એકમ સદિશ છે અને  $\sigma$  વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠઘનતા છે. સુવાહકોમાં વિદ્યુતભારો માત્ર સપાટી પર જ રહેતા હોય છે. સુવાહકની અંદરના ભાગમાં અને સપાટી પર સ્થિતિમાન અચળ હોય છે. સુવાહકની અંદર (વિદ્યુતભારો વગરની) બખોલ (કેવીટી)ની અંદર વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય હોય છે.

9. કેપેસીટર એ અવાહક વડે અલગ કરેલા બે સુવાહકોનું તંત્ર છે. તેનું કેપેસીટન્સ  $C = Q/V$  તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરાય છે. જ્યાં,  $Q$  અને  $-Q$  બે સુવાહકો પરના વિદ્યુતભાર છે અને  $V$  તેમની વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત છે.  $C$ નું મૂલ્ય બે સુવાહકોનાં આકાર, માપ અને સાપેક્ષ સ્થાનો વડે માત્ર ભૌમિતિક રીતે નક્કી થાય છે. કેપેસીટન્સનો એકમ farad છે :  $1 F = 1 C V^{-1}$ . સમાંતર ખેટ કેપેસીટર માટે (બે ખેટ વચ્ચે શૂન્યાવકાશ હોય ત્યારે),

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

જ્યાં,  $A$  દરેક ખેટનું ક્ષેત્રફળ છે અને  $d$  તેમની વચ્ચેનું અંતર છે.

10. જો કેપેસીટરની બે ખેટો વચ્ચેનો અવકાશ અવાહક દ્રવ્ય (ડાયઈલેક્ટ્રીક)થી ભરવામાં આવે તો, વિદ્યુતભારિત ખેટો વડે ઉદ્ભબતું ક્ષેત્ર ડાયઈલેક્ટ્રીકમાં ચોણ્ણી (Net) ડાયપોલ ચાકમાત્રા પ્રેરિત કરે છે. આ પ્રૂવીભવન તરીકે ઓળખાતી અસરને લીધે વિરુદ્ધ દિશામાં ક્ષેત્ર ઉત્પન્ન થાય છે. આથી, ડાયઈલેક્ટ્રીકની અંદરનું ચોણ્ણું (Net) ક્ષેત્ર અને તેથી ખેટો વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત ઘટી જાય છે. પરિણામી કેપેસીટન્સ જ્યારે કોઈ માધ્યમ ન હતું (શૂન્યાવકાશ હતો) ત્યારના તેના મૂલ્ય  $C_0$ થી વધી જાય છે.

$$C = K C_0$$

જ્યાં,  $K$  અવાહક દ્રવ્યનો ડાયઈલેક્ટ્રીક અચળાંક છે.

11. કેપેસીટરોનાં શ્રેઢી જોડાણ માટે કુલ કેપેસીટન્સ  $C$ ,

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots \quad \text{દ્વારા અપાય છે.}$$

સમાંતર જોડાણમાં કુલ કેપેસીટન્સ  $C$  :

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots \quad \text{પરથી મળે છે.}$$

જ્યાં  $C_1, C_2, C_3, \dots$  એ વ્યક્તિગત કેપેસીટન્સ છે.

## સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન અને કેપેસીટન્સ

12. કેપેસીટન્સ C, વિદ્યુતભાર Q અને વોલ્ટેજ V ધરાવતા કેપેસીટરમાં સંગ્રહિત ઊર્જા

$$U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \quad \text{છે.}$$

વિદ્યુતક્ષેત્ર ધરાવતા વિસ્તારમાં વિદ્યુતઊર્જા ઘનતા (એકમ કદ દીઠ ઊર્જા)  $(1/2)\epsilon_0 E^2$  છે.

ભौતિક રાશિ	પ્રતિક	પરિમાણો	એકમ	નોંધ
સ્થિતિમાન	$\phi$ અથવા V	$[M^1 L^2 T^{-3} A^{-1}]$	V	ભौતિક રીતે સ્થિતિમાનનો તફાવત મહત્વનો છે.
કેપેસીટન્સ પોલરાઇઝેશન	C  P	$[M^{-1} L^{-2} T^{-4} A^2]$ $[L^{-2} AT]$	F  $C m^{-2}$	એકમ કદ દીઠ ડાયપોલ ચાકમાત્રા.
ડાયર્ઈક્રોનિક અચળાંક	K	પરિમાણારહિત		

### ગણ વિચારણાના મુદ્દાઓ

- સ્થિતવિદ્યુત સ્થિર વિદ્યુતભારો વચ્ચે લાગતા બળો વિશે સમજાવે છે, પણ જો કોઈ વિદ્યુતભાર પર બળ લાગતું હોય તો તે સ્થિર કેવી રીતે રહી શકે ? આમ, જ્યારે આપણે વિદ્યુતભારો વચ્ચે લાગતા બળની વાત કરીએ ત્યારે તે સમજ લેવાનું છે કે દરેક વિદ્યુતભાર કોઈ અજાણ્યા બળ વડે સ્થિર જકડી રાખેલ છે. આ બળ વિદ્યુતભાર પરના કુલ કુલંબ બળનો વિરોધ કરે છે.
- કેપેસીટર એવી સંરચના ધરાવે છે કે તે અવકાશના નાના વિસ્તારમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર રેખાઓને મર્યાદિત કરે છે. આમ, વિદ્યુતક્ષેત્ર ખાસું પ્રબળ હોવા છતાં, કેપેસીટરની બે પ્લેટો વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત નાનો હોય છે.
- ગોળાકાર વિદ્યુતભારિત કવચની આરપાર વિદ્યુતક્ષેત્ર અસતત હોય છે. અંદર તે શૂન્ય છે અને બહાર  $\frac{Q}{\epsilon_0 R}$  નિ છે. આમ છતાં, વિદ્યુતસ્થિતિમાન સપાટીની આરપાર સતત છે અને સપાટી પર  $q/4\pi\epsilon_0 R$  જેટલું છે.
- ડાયપોલ પર લાગતું ટૉર્ક  $p \times E$ , તેને Eની આસપાસ દોલનો કરાવે છે. માત્ર જો ઊર્જા-વ્યય કરતી કિયાઓ થતી હોય તો જ દોલનો મંદ પડે છે અને સમય જતાં ડાયપોલ Eને સમાંતર બને છે.
- વિદ્યુતભાર  $q$  વડે તેના પોતાના સ્થાને સ્થિતિમાન વ્યાખ્યાપિત થયેલ નથી - તે અનંત છે.
- વિદ્યુતભાર  $q$ ની સ્થિતિઊર્જા માટેના  $qV(r)$  પદમાં  $V(r)$ એ બાબુ (અન્ય) વિદ્યુતભારોને લીધે સ્થિતિમાન છે, તેને લીધે નહિ. મુદ્દા 5માં જોયું તેમ જો  $V(r)$ માં તેને લીધે મળતા સ્થિતિમાનનો પણ સમાવેશ થાય તો આ પદની વ્યાખ્યા ખોટી પડે છે.

## ભौतिकવिज्ञान

7. સુવાહકની અંદરની બખોલ (Cavity) બહારની વિદ્યુત અસરોથી રક્ષિત (Shielded) છે. એ નોંધવું યોગ્ય છે કે સ્થિતવિદ્યુત શીલ્ડિંગ ઉલટા કમમાં કારગત નથી. એટલે કે જો તમે બખોલની અંદર વિદ્યુતભાર મૂકો તો સુવાહકની બહારનો ભાગ અંદરના વિદ્યુતભારોના ક્ષેત્રથી રક્ષિત (Shielded) નથી.

### સ્વાધ્યાય

- 2.1  $5 \times 10^{-8} \text{ C}$  અને  $-3 \times 10^{-8} \text{ C}$ ના બે વિદ્યુતભારો એકબીજાથી  $16 \text{ cm}$  અંતરે રહેલા છે. આ બે વિદ્યુતભારોને જોડતી રેખા પરના કયા બિંદુ(ઓ)એ વિદ્યુતસ્થિતિમાન શૂન્ય છે ? અનંત અંતરે સ્થિતિમાન શૂન્ય લો.
- 2.2  $10 \text{ cm}$ ની બાજુવાળા નિયમિત ષટ્કોણના દરેક શિરોબિંદુએ  $5 \mu\text{C}$  વિદ્યુતભાર છે. ષટ્કોણના કેન્દ્ર પર સ્થિતિમાન ગણો.
- 2.3 બે વિદ્યુતભારો  $2 \mu\text{C}$  અને  $-2 \mu\text{C}$  એકબીજાથી  $6 \text{ cm}$  દૂર આવેલા બિંદુઓ A અને B પર મૂકેલા છે.
- તંત્રના કોઈ સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠની ઓળખ કરો.
  - આ સપાટી પર દરેક બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્રની હિશા કઈ છે ?
- 2.4  $12 \text{ cm}$  ત્રિજ્યાના એક ગોળાકાર સુવાહકની સપાટી પર  $1.6 \times 10^{-7} \text{ C}$  વિદ્યુતભાર નિયમિત રીતે વિતરિત થયેલો છે.
- ગોળાની અંદર
  - ગોળાની તરત બહાર
  - ગોળાના કેન્દ્રથી  $18 \text{ cm}$  અંતરે આવેલા બિંદુએ - વિદ્યુતક્ષેત્ર કેટલું છે ?
- 2.5 ખેટો વચ્ચે હવા હોય તેવા સમાંતર ખેટ કેપેસીટરનું કેપેસીટન્સ  $8 \text{ pF}$  ( $1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$ ) છે. જો ખેટો વચ્ચેનું અંતર અડધું કરવામાં આવે અને તેમની વચ્ચેના અવકાશને ડાયર્લેક્ટ્રીક અચળાંક =  $6$  ધરાવતા દ્રવ્ય વડે બરી દેવામાં આવે તો તેનું કેપેસીટન્સ કેટલું થશે ?
- 2.6 દરેક  $9 \text{ pF}$  કેપેસીટન્સ ધરાવતા ત્રણ કેપેસીટરોને શ્રેષ્ઠીમાં જોડેલ છે.
- સંયોજનનું કુલ કેપેસીટન્સ કેટલું હશે ?
  - આ સંયોજનને  $120 \text{ V}$ ના સપ્લાય સાથે જોડવામાં આવે તો દરેક કેપેસીટરને સમાંતર સ્થિતિમાનનો તફાવત કેટલો થશે ?
- 2.7  $2 \text{ pF}$ ,  $3 \text{ pF}$  અને  $4 \text{ pF}$  કેપેસીટન્સના ત્રણ કેપેસીટરોને સમાંતરમાં જોડેલ છે.
- સંયોજનનું કુલ કેપેસીટન્સ કેટલું ?
  - જો આ સંયોજનને  $100 \text{ V}$  સપ્લાય સાથે જોડવામાં આવે તો દરેક કેપેસીટર પરનો વિદ્યુતભાર શોધો.
- 2.8 બે ખેટો વચ્ચે હવા હોય તેવા સમાંતર ખેટ કેપેસીટરમાં દરેક ખેટનું ક્ષેત્રફળ  $6 \times 10^{-3} \text{ m}^2$  અને બે ખેટો વચ્ચેનું અંતર  $3 \text{ mm}$  છે. આ કેપેસીટરનું કેપેસીટન્સ ગણો. જો આ કેપેસીટરને  $100 \text{ V}$  સપ્લાય સાથે જોડવામાં આવે તો તેની દરેક ખેટ પરનો વિદ્યુતભાર કેટલો હશે ?

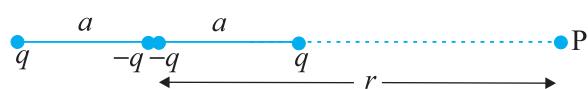
- 2.9** સ્વાધ્યાય 2.8માં આપેલ કેપેસીટરમાં 3 mm જાડાઈની માઈકા (અભરખ)ની ખેટ (ડાયરલેક્ટ્રોઝ અચળાંક = 6) કેપેસીટરની બે ખેટ વચ્ચે  
 (a) વોલ્ટેજ સપ્લાય જોડેલો રહે ત્યારે,  
 (b) વોલ્ટેજ સપ્લાયનું જોડાણ દૂર કર્યા બાદ  
 - દાખલ કરવામાં આવે તો, દરેક ડિસ્સામાં શું થાય તે સમજાવો.
- 2.10** 12 pFનું એક કેપેસીટર 50 Vની બેટરી સાથે જોડેલું છે. કેપેસીટરમાં કેટલી સ્થિતવિદ્યુતગિર્જ સંગ્રહ પામી હશે ?
- 2.11** 600 pFનું એક કેપેસીટર 200 Vના સપ્લાય વડે વિદ્યુતભારિત કરવામાં આવે છે. પછી તેનું સપ્લાય સાથેનું જોડાણ દૂર કરવામાં આવે છે અને બીજા વિદ્યુતભારિત ન હોય તેવા 600 pFના કેપેસીટર સાથે જોડવામાં આવે છે. આ પ્રક્રિયામાં કેટલી ઉર્જા ગુમાવાઈ હશે ?

### વધારાના સ્વાધ્યાય

- 2.12** એક 8 mC વિદ્યુતભાર ઉગમબિંદુએ રહેલો છે. એક નાના  $-2 \times 10^{-9}$  C વિદ્યુતભારને P(0, 0, 3 cm) બિંદુથી R(0, 6, 9 cm) બિંદુએ થઈ Q(0, 4 cm, 0) બિંદુએ લાવવા માટે કરેલું કાર્ય શોધો.
- 2.13** b બાજુવાળા એક ઘનના દરેક બિંદુએ વિદ્યુતભાર q છે. આ વિદ્યુતભારના તંત્રને લીધે ઘનના કેન્દ્ર પર સ્થિતિમાન અને વિદ્યુતક્ષેત્ર શોધો.
- 2.14** 1.5  $\mu$ C અને 2.5  $\mu$ C વિદ્યુતભાર ધરાવતા બે નાના ગોળાઓ એકબીજાથી 30 cm અંતરે રહેલા છે. નીચેના સ્થાનોએ સ્થિતિમાન અને વિદ્યુતક્ષેત્ર શોધો.  
 (a) બે વિદ્યુતભારોને જોડતી રેખાના મધ્યબિંદુએ અને  
 (b) આ રેખાના મધ્યબિંદુમાંથી પસાર થતી અને રેખાને લંબ સમતલમાં મધ્યબિંદુથી 10 cm અંતરે આવેલા બિંદુએ.
- 2.15** અંદરની ત્રિજ્યા  $r_1$  અને બહારની ત્રિજ્યા  $r_2$  ધરાવતી એક ગોળાકાર સુવાહક કવચ પરનો વિદ્યુતભાર Q છે.  
 (a) કવચના કેન્દ્ર પર વિદ્યુતભાર q મૂકવામાં આવે છે. કવચની અંદરની અને બહારની સપાટીઓ પર વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠઘનતા કેટલી હશે ?  
 (b) જો કવચ ગોળાકાર ન હોય પણ ગમે તેવો અનિયમિત આકાર ધરાવતી હોય તો પણ બખોલ (જેમાં કોઈ વિદ્યુતભાર નથી)ની અંદરનું વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય છે ? સમજાવો.
- 2.16** (a) દર્શાવો કે સ્થિતવિદ્યુતક્ષેત્રના લંબ ઘટકનું, વિદ્યુતભારિત સપાટીની એકબાજુથી બીજી બાજુ સુધી અસતતપણું
- $$(\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) \cdot \hat{\mathbf{n}} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$
- દ્વારા અપાય છે. જ્યાં,  $\hat{\mathbf{n}}$  તે બિંદુએ સપાટીને લંબ એકમ સદિશ છે. ઠ તે બિંદુએ વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા છે. ( $\hat{\mathbf{n}}$  ની દિશા બાજુ 1થી બાજુ 2 તરફ છે). આ પરથી દર્શાવો કે સુવાહકની તરત બહાર વિદ્યુતક્ષેત્ર  $\sigma \hat{\mathbf{n}} / \epsilon_0$  છે.

## ભौतिकવिज्ञान

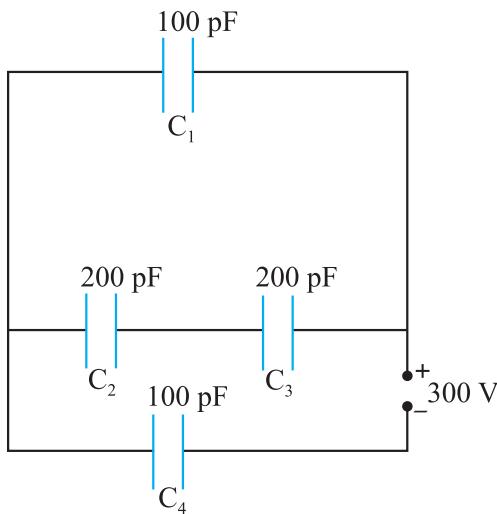
- (b) દર્શાવો કે સ્થિતવિદ્યુત ક્ષેત્રનો સ્પર્શીય (Tangential) ઘટક, વિદ્યુતભારિત સપાઈની એક બાજુથી બીજી બાજુ સુધી સતત હોય છે. [સૂચન : (a) માટે ગોસના નિયમનો ઉપયોગ કરો. (b) માટે સ્થિતવિદ્યુત ક્ષેત્ર વડે બંધ ગાળા પર કરેલું કાર્ય શૂન્ય છે તે હકીકતનો ઉપયોગ કરો.]
- 2.17 રેખીય વિદ્યુતભાર ઘનતા ગ ધરાવતો એક લાંબો નળાકાર એક પોલા, સમઅક્ષીય, સુવાહક નળાકાર વડે ધેરાયેલ છે. બે નળાકારની વચ્ચેના અવકાશમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર કેટલું હશે?
- 2.18 હાઇડ્રોજન પરમાણુમાં ઈલેક્ટ્રોન અને પ્રોટોન  $0.53 \text{ \AA}$  અંતરે એકબીજા સાથે બંધિત અવરસ્થામાં છે.
- (a) ઈલેક્ટ્રોન અને પ્રોટોન વચ્ચેના અનંત અંતર માટે સ્થિતિઊર્જા શૂન્ય લઈને આ તંત્રની સ્થિતિઊર્જાનો  $EV$ માં અંદાજ કરો.
- (b) ઈલેક્ટ્રોનને મુક્ત કરવા માટે કેટલું લઘુત્તમ કાર્ય કરેલું પડે? તેની કક્ષામાંની ગતિઊર્જા ( $a$ )માં મળેલી સ્થિતિઊર્જા કરતાં અડધી છે તેમ આપેલ છે.
- (c) બંને વચ્ચેના  $1.06 \text{ \AA}$  અંતર માટે સ્થિતિઊર્જા શૂન્ય લેવામાં આવે તો ઉપર (a) અને (b) માટેના જવાબો શું હશે?
- 2.19 જો  $H_2$  આણુના બેમાંથી એક ઈલેક્ટ્રોન દૂર કરવામાં આવે તો આપણને હાઇડ્રોજન આંગિવક આયન  $H_2^+$  મળે.  $H_2^+$ ની ધરાસ્થિતિમાં બે પ્રોટોન વચ્ચેનું અંતર લગભગ  $1.5 \text{ \AA}$  છે અને ઈલેક્ટ્રોન દરેક પ્રોટોનથી લગભગ  $1 \text{ \AA}$  અંતરે છે. આ તંત્રની સ્થિતિઊર્જા શોધો. સ્થિતિઊર્જાના શૂન્ય માટેની તમારી પસંદગી જણાવો.
- 2.20  $a$  અને  $b$  ત્રિજ્યાઓ ધરાવતા બે વિદ્યુતભારિત સુવાહક ગોળાઓને એક તાર વડે જોડવામાં આવે છે. બે ગોળાઓની સપાઈઓ પરના વિદ્યુતક્ષેત્રનો ગુણોત્તર કેટલો હશે? આ પરિણામનો ઉપયોગ કરી સુવાહકના તીક્ષ્ણ અને ધારદાર છેડાઓ આગળ સપાટ વિભાગો કરતાં વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા શા માટે વધારે હોય છે તે સમજાવો.
- 2.21 બે વિદ્યુતભારો  $-q$  અને  $+q$  અનુક્રમે  $(0, 0, -a)$  અને  $(0, 0, a)$  બિંદુઓએ રહેલા છે.
- (a)  $(0, 0, z)$  અને  $(x, y, 0)$  બિંદુઓએ વિદ્યુતક્ષેત્ર કેટલું કેટલું છે?
- (b) સ્થિતિમાન, ઉગમબંદુથી કોઈ બિંદુના અંતર  $r$  પર,  $r/a >> 1$  હોય ત્યારે કેવી રીતે આધારિત છે તે દર્શાવતું સૂત્ર મેળવો.
- (c) એક નાના પરીક્ષણ વિદ્યુતભારને  $x$ -અક્ષ પર  $(5, 0, 0)$  બિંદુથી  $(-7, 0, 0)$  બિંદુ સુધી લઈ જવામાં કેટલું કાર્ય થશે? જો પરીક્ષણ વિદ્યુતભારનો માર્ગ તે જ બે બિંદુઓ વચ્ચે  $x$ -અક્ષ પર ન હોત તો જવાબમાં ફેર પડે?
- 2.22 આકૃતિ 2.34 વિદ્યુત ચતુર્ભુવી (Electric Quadrupole) તરીકે ઓળખાતી વિદ્યુતભારોની ગોઠવણ દર્શાવે છે. ચતુર્ભુવીની અક્ષ પરના બિંદુ માટે,  $r/a >> 1$  માટે, સ્થિતિમાન  $r$  પર કેવી રીતે આધારિત છે તે દર્શાવતું સૂત્ર મેળવો અને વિદ્યુત દાયપોલ અને વિદ્યુત મોનોપોલ (એટલે કે એકલ વિદ્યુતભાર) માટેના આવા સૂત્રથી તમારું પરિણામ કેવી રીતે જુદું પડે છે તે જણાવો.



આકૃતિ 2.34

## સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન અને કેપેસીટન્સ

- 2.23** એક ઈલેક્ટ્રોલિક ટેકનીશિયનને એક પરિપથમાં 1 kVને સમાંતર 2  $\mu\text{F}$ ના કેપેસીટરની જરૂર પડે છે. તેની પાસે 1  $\mu\text{F}$ ના મોટી સંખ્યાના કેપેસીટર પ્રાપ્ય છે જેઓ 400 વોલ્ટ કરતાં વધુ ન હોય તેવો સ્થિતિમાનનો તફાવત ખમી શકે છે. એવી શક્ય ગોઠવણ દર્શાવો કે જેમાં લઘુતમ સંખ્યાના કેપેસીટરની જરૂર પડે.
- 2.24** 2 Fના એક સમાંતર પ્લેટ કેપેસીટરની બે પ્લેટો વચ્ચેનું અંતર 0.5 cm આપેલ હોય તો તેની દરેક પ્લેટનું ક્ષેત્રફળ કેટલું હશે ? [તમારા જવાબ પરથી તમે સમજ શકશો કે સામાન્ય કેપેસીટરો શા માટે  $\mu\text{F}$ ના અથવા ઓછા કમના હોય છે. આમ છતાં, ઈલેક્ટ્રોલિટિક કેપેસીટરોનાં મૂલ્યો, સુવાહકો વચ્ચે ખૂબ નાનું અંતર હોવાથી, ઘડાં મોટાં (0.1 F) હોય છે.]
- 2.25** આકૃતિ 2.35માં દર્શાવેલ નેટવર્કનું સમતુલ્ય કેપેસીટન્સ શોધો. 300 Vના સપ્લાય માટે દરેક કેપેસીટરને સમાંતરે વોલ્ટેજ અને તેના પરનો વિદ્યુતભાર શોધો.



**આકૃતિ 2.35**

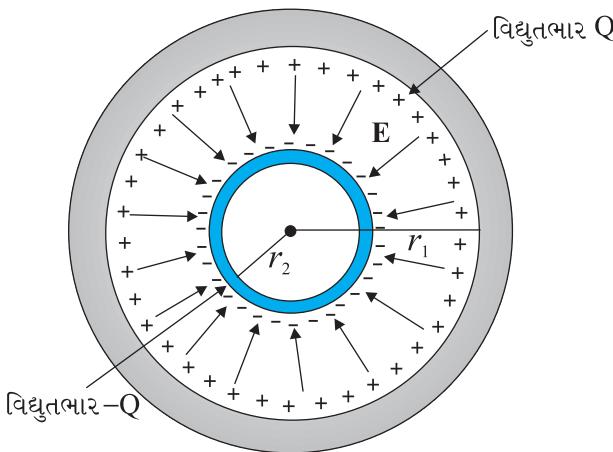
- 2.26** એક સમાંતર પ્લેટ કેપેસીટરની દરેક પ્લેટનું ક્ષેત્રફળ  $90 \text{ cm}^2$  અને બે પ્લેટ વચ્ચેનું અંતર 2.5 mm છે. કેપેસીટરને 400 Vના સપ્લાય સાથે જોડીને વિદ્યુતભારિત કરવામાં આવે છે.
- (a) કેપેસીટર વડે કેટલી સ્થિતવિદ્યુતઊર્જા સંગ્રહિત થયેલ છે ?
  - (b) આ ઊર્જાને બે પ્લેટ વચ્ચેના સ્થિતવિદ્યુત ક્ષેત્રમાં સંગ્રહ પામેલી ગણો અને એકમ કદ દીઠ ઊર્જા // મેળવો. આ પરથી // અને વિદ્યુતક્ષેત્રના માન E વચ્ચેનો સંબંધ મેળવો.
- 2.27** 4  $\mu\text{F}$ ના એક કેપેસીટરને 400 V સપ્લાય વડે વિદ્યુતભારિત કરવામાં આવે છે. પછી તેને સપ્લાયથી જુદું પાડીને બીજા વિદ્યુતભારિત ન હોય તેવા 2  $\mu\text{F}$ ના કેપેસીટર સાથે જોડવામાં આવે છે. પ્રથમ કેપેસીટરની કેટલી ઊર્જા ઉઝ્મા અને વિદ્યુતચુંબકીય વિકિરણના રૂપમાં ગુમાવાય છે ?
- 2.28** દર્શાવો કે સમાંતર પ્લેટ કેપેસીટરની દરેક પ્લેટ પર લાગતા બળનું માન  $(1/2)QE$  છે. જ્યાં, Q કેપેસીટર પરનો વિદ્યુતભાર છે અને E પ્લેટો વચ્ચેના વિદ્યુતક્ષેત્રનું માન છે. અહીં, અવયવ  $1/2$  કેવી રીતે આવે છે તે સમજાવો.

## ભौतिकવिज्ञान

**2.29** ગોળાકાર કેપેસીટરમાં બે સમકેન્દ્રિય ગોળાકાર સુવાહકોને યોગ્ય અવાહક ટેકાઓ વડે તેમના સ્થાનો પર જકડી રાખેલા હોય છે (આકૃતિ 2.36). દર્શાવો કે ગોળાકાર કેપેસીટરનું કેપેસીટન્સ

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0 r_1 r_2}{r_1 - r_2}$$

વડે અપાય છે. જ્યાં,  $r_1$  અને  $r_2$  અનુકૂળે બહારના અને અંદરના ગોળાઓની ત્રિજ્યાઓ છે.



### આકૃતિ 2.36

**2.30** એક ગોળાકાર કેપેસીટરના અંદરના ગોળાની ત્રિજ્યા 12 cm અને બહારના ગોળાની ત્રિજ્યા 13 cm છે. બહારના ગોળાનું અર્થિગ (Earthing) કરી દીધેલું છે અને અંદરના ગોળા પર  $2.5 \mu\text{C}$  વિદ્યુતભાર આપેલ છે. બે સમકેન્દ્રિય ગોળાઓ વચ્ચેના અવકાશને ડાયર્લેક્ટ્રોલિક અચળાંક 32 ધરાવતા પ્રવાહી વડે ભરી દીધેલ છે.

- (a) કેપેસીટરનું કેપેસીટન્સ શોધો.
- (b) અંદરના ગોળાનું સ્થિતિમાન કેટલું હશે ?
- (c) આ કેપેસીટરના કેપેસીટન્સને 12 cm ત્રિજ્યાના અલગ કરેલા ગોળાના કેપેસીટન્સ સાથે સરખાવો. અલગ ગોળા માટેનું મૂલ્ય ખૂબ નાનું કેમ છે તે સમજાવો.

**2.31** કાળજીપૂર્વક ઉત્તર આપો :

- (a) બે મોટા  $Q_1$  અને  $Q_2$  વિદ્યુતભાર ધરાવતા સુવાહક ગોળાઓ એકબીજાની નજીક લાવવામાં આવે છે. તેમની વચ્ચેનું સ્થિતિવિદ્યુતભળ સચોટતાથી  $Q_1 Q_2 / 4\pi\epsilon_0 r^2$  વડે અપાય છે, જ્યાં,  $r$  તેમના કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર છે ?
- (b) જો કુલંબનો નિયમ ( $1/r^2$  ને બદલે)  $1/r^3$  પર આધારિત હોત તો પણ શું ગોસનો નિયમ સાચો રહેત ?
- (c) એક સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર સંરચનામાં એક નાના પરિક્ષણ વિદ્યુતભારને સ્થિર સ્થિતિમાંથી મુક્ત કરવામાં આવે છે. તે વિદ્યુતભાર, તે બિંદુમાંથી પસાર થતી ક્ષેત્રરેખા પર ગતિ કરવા લાગશે ?
- (d) ન્યુક્લિયસના ક્ષેત્ર વડે ઈલેક્ટ્રોનની પૂર્ણ વર્તુળાકાર કક્ષા દરમિયાન કેટલું કાર્ય થયું હશે ? જો કક્ષા લંબવૃત્તિય (Elliptical) હોય તો શું ?

## સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન અને કેપેસીટન્સ

- (e) આપણે જાણીએ છીએ કે વિદ્યુતભારિત સુવાહકની સપાટીની આરપાર (Across) વિદ્યુતક્ષેત્ર અસતત હોય છે. શું ત્યાં વિદ્યુત સ્થિતિમાન પણ અસતત હોય છે ?
- (f) એકલ (એકાડી, Single) સુવાહકના કેપેસીટન્સનો તમે શું અર્થ કરશો ?
- (g) પાણીનો ડાયરલેક્ટ્રીક અચળાંક ( $= 80$ ) એ માઈક્રો ( $= 6$ ) કરતાં ઘણો મોટો હોવાના શક્ય કારણનું અનુમાન કરો.
- 2.32** એક નળાકાર કેપેસીટરમાં બે સમ-અક્ષીય નળાકારોની લંબાઈ  $15 \text{ cm}$  અને ત્રિજ્યાઓ  $1.5 \text{ cm}$  અને  $1.4 \text{ cm}$  છે. બહારના નળાકારનું અર્થિંગ કરી દીધેલું છે અને અંદરના નળાકાર પર  $3.5 \mu\text{C}$  વિદ્યુતભાર આપેલો છે. આ તંત્રનું કેપેસીટન્સ શોધો અને અંદરના નળાકારનું સ્થિતિમાન શોધો. છેડા પરની અસરો (એટલે કે છેડા પર ક્ષેત્ર રેખાઓનું વળવું)ને અવગાણો.
- 2.33** ડાયરલેક્ટ્રીક અચળાંક 3 અને ડાયરલેક્ટ્રીક સ્ટ્રેન્થ લગભગ  $10^7 \text{ V m}^{-1}$  ધરાવતા દ્રવ્યની મદદથી  $1 \text{ kV}$  રેટીંગ ધરાવતા એક સમાંતર પ્લેટ કેપેસીટરની રચના કરવાની છે. [ડાયરલેક્ટ્રીક સ્ટ્રેન્થ એ દ્રવ્ય દ્વારા બ્રેકડાઉન પામ્યા વિના (આંશિક આયનીકરણ દ્વારા વિદ્યુતનું વહન શરૂ થયા વિના) સહન કરી શકતું મહત્તમ વિદ્યુતક્ષેત્ર છે.] સલામતી માટે ડાયરલેક્ટ્રીક સ્ટ્રેન્થના 10% કરતાં ક્ષેત્ર કદી વધે નહિ તે ઈચ્છનીય છે.  $50 \text{ pF}$ નું કેપેસીટન્સ મેળવવા માટે પ્લેટોનું લઘુત્તમ ક્ષેત્રફળ કેટલું હોવું જરૂરી છે ?
- 2.34** નીચેના કિસ્સાઓ માટે સમસ્થિતમાન પૃષ્ઠો રેખાકૃતિ દ્વારા દર્શાવો.
- z-દિશામાં અચળ વિદ્યુતક્ષેત્ર
  - ક્ષેત્ર કે જેનું માન નિયમિત રીતે વધે છે પરંતુ અચળ દિશામાં (દા.ત., z-દિશા) રહે છે.
  - ઉગમબિંદુએ એકલ ધન વિદ્યુતભાર.
  - સમતલમાં સમાંતર અને સમાન અંતરે રહેલા લાંબા વિદ્યુતભારિત તારથી બનેલ નિયમિત જાળી.
- 2.35**  $r_1$  ત્રિજ્યા અને  $q_1$  વિદ્યુતભાર ધરાવતો એક નાનો ગોળો  $r_2$  ત્રિજ્યા અને  $q_2$  વિદ્યુતભાર ધરાવતી એક ગોળાકાર કવચ વડે ધેરામેલ છે. દર્શાવો કે જો  $q_1$  ધન હોય તો (જ્યારે તે બંનેને તાર વડે જોદેલા હોય), કવચ પર કોઈ પણ વિદ્યુતભાર  $q_2$  હોય તો પણ, વિદ્યુતભાર ગોળાથી કવચ પર વહન પામશે જ.
- 2.36** નીચેનાના જવાબ આપો :
- પૃથ્વીની સપાટીથી ઊંચાઈ સાથે ઘટતા વિદ્યુતક્ષેત્રને અનુરૂપ વાતાવરણની ટોચ પરનું સ્થિતિમાન જમીનની સપેક્ષે  $400 \text{ kV}$  છે. પૃથ્વીની સપાટીની નજીક ક્ષેત્ર  $100 \text{ V m}^{-1}$  છે. તો પછી આપણા ઘરમાંથી બહાર ખુલ્લામાં પગ મૂકતાં આપણે વિદ્યુત આંચકો કેમ અનુભવતા નથી ? (ઘરને એક સ્ટીલનું પાંજરું ધારો કે જેમાં અંદર કોઈ ક્ષેત્ર નથી !)
  - એક માણસ એક દિવસ સાંજે તેના ઘરની બહાર એક બે મીટર ઉચ્ચાઈનું અવાહક ચોસલું (Slab) ગોઠવે છે કે જેની ટોચ પર મોટું  $1 \text{ m}^2$  ક્ષેત્રફળનું એલ્યુમિનિયમનું પતરું રાખેલ છે. બીજે દિવસે સવારે જો તે ધાતુના પતરાને સ્પર્શ કરે તો તેને વિદ્યુતઆંચકો લાગશે ?

## ભौतिकવिज्ञાન

- (c) હવાની નાની (ઓછી) વાહકતાને કારણો સમગ્ર પૃથ્વી પર વાતાવરણમાં સરેરાશ ડિસ્ચાર્જિંગ પ્રવાહ 1800 A જણાયો છે. તો પછી વાતાવરણ પોતે સમય જતાં સંપૂર્ણ ડિસ્ચાર્જ (વિદ્યુત વિભારિત) થઈને તટસ્થ કેમ બની જતું નથી ? બીજા શર્ધોમાં વાતાવરણ વિદ્યુતભારિત શાને લીધે રહે છે ?
- (d) વાતાવરણમાં વીજળી (Lightning) થવા દરમિયાન વિદ્યુતગીર્જા, ગીર્જાના કયા સ્વરૂપોમાં વિખેરાય છે ? (સૂચન : પૃથ્વીની સપાટી આગળ વિદ્યુતક્ષેત્ર લગભગ  $100 \text{ V m}^{-1}$  અધોદિશામાં છે. જે વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠઘનતા =  $10^{-9} \text{ C m}^{-2}$  ને અનુરૂપ છે. 50 km સુધી વાતાવરણની સ્હેજ વાહકતા (તેનાથી આગળ ઉપર તો તે સુવાહક છે)ને લીધે, સમગ્ર પૃથ્વીની અંદર દર સેકન્ડે લગભગ +1800 C વિદ્યુતભાર દાખલ થાય છે. આમ, જતાં પૃથ્વી ડિસ્ચાર્જ થઈ જતી નથી કારણ કે સમગ્ર પૃથ્વી પર થતી ગાજવીજને લીધે સમાન જથ્થાનો ઋણ વિદ્યુતભાર પણ પૃથ્વીમાં દાખલ થાય છે.)

## પ્રકરણ ત્રણ

# પ્રવાહ વિદ્યુત (CURRENT ELECTRICITY)



### 3.1 પ્રસ્તાવના (INTRODUCTION)

પ્રકરણ-1માં મુક્ત કે બંધિત બધા જ વિદ્યુતભારોને સ્થિર ધારવામાં આવ્યા હતા. ગતિમાન વિદ્યુતભારો વિદ્યુતપ્રવાહ રહ્યે છે. આવા વિદ્યુતપ્રવાહો કુદરતી રીતે જ ઘણી પરિસ્થિતિમાં રચાતા હોય છે. વીજળી આવી જ એક ઘટના છે કે જેમાં વિદ્યુતભારો (પૃથ્વીના) વાતાવરણમાંથી પસાર થઈને વાદળથી પૃથ્વી તરફ વહે છે, કે જે ઘડીવખત વિનાશકારી પરિણામ પણ નિપાજવે છે. વીજળીમાં વિદ્યુતભારનું વહન સ્થાયી હોતું નથી, પરંતુ આપણાં રોઝંદા જીવનમાં આપણે ઘણાં ઉપકરણો જોઈએ છીએ કે જેમાં વિદ્યુતભાર, નદીમાં જેમ સરળતાથી (Smoothly) પાણી વહેતું હોય તેમ, સ્થાયી રીતે વહેતા હોય છે. ટોર્ચ અને સેલથી ચાલતી ઘડીયાળ આવા ઉપકરણોનાં ઉદાહરણ છે. આ પ્રકરણમાં, આપણે સ્થિત વિદ્યુતપ્રવાહને લગતા કેટલાક મૂળભૂત નિયમોનો અભ્યાસ કરીશું.

### 3.2 વિદ્યુતપ્રવાહ (ELECTRIC CURRENT)

વિદ્યુતભારના વહનની દિશાને લંબ એક નાનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતું પૃષ્ઠ રાખેલ છે તેમ વિચારો. ધન અને ઋણ એમ બંને વિદ્યુતભારો આ ક્ષેત્રફળમાંથી આગળ અને પાછળ વહન પામી શકે છે. આપેલ સમય અંતરાલ  $t$  દરમિયાન, ધારોકે  $q_+$  જેટલો ધન વિદ્યુતભારનો પરિણામી જથ્થો (એટલે કે આગળની દિશામાં વહેતા વિદ્યુતભારમાંથી પાછળની દિશામાં વહેતો વિદ્યુતભાર બાદ કરીએ તેટલો) ક્ષેત્રફળમાં થઈને આગળની દિશામાં વહે છે. તે જ રીતે, ધારો કે  $q_-$  જેટલો ઋણ વિદ્યુતભારનો પરિણામી જથ્થો ક્ષેત્રફળમાં થઈને આગળની દિશામાં વહે છે. તો  $t$  જેટલા સમય અંતરાલમાં, ક્ષેત્રફળમાંથી આગળની દિશામાં વહેતો પરિણામી વિદ્યુતભાર  $q = q_+ - q_-$  છે. સ્થાયી પ્રવાહના કિરસામાં, આ વિદ્યુતભાર મે સમપ્રમાણમાં હશે.

## ■ ભૌતિકવિજ્ઞાન

$$I = \frac{q}{t} \quad (3.1)$$

અને ગુણોત્તરને ક્ષેત્રફળમાં થઈને આગળની દિશામાં વહેતા વિદ્યુતપ્રવાહની વ્યાખ્યા તરીકે લઈશું. (આ જો ઋણ સંખ્યા મળે તો તેનો અર્થ પ્રવાહ પાછળ (વિરુદ્ધ) દિશામાં છે તેમ સમજવું.)

પ્રવાહ હુમેશા સ્થાયી જ હોય તેવું બનતું નથી અને તેથી, વધુ વ્યાપક રીતે, આપણે પ્રવાહને નીચે મુજબ વ્યાખ્યાપિત કરીએ છીએ. ધારો કે,  $\Delta Q$  એ  $\Delta t$  સમય અંતરાલ દરમિયાન (એટલે કે  $t$  અને  $t + \Delta t$  સમય વચ્ચે) સુવાહકના આડછેદમાં થઈને વહેતો પરિણામી વિદ્યુતભાર છે. તો  $t$  સમયે વાહકના આડછેદમાંથી વહેતા પ્રવાહને  $\Delta t$ ના શૂન્ય તરફના લક્ષ માટે  $\Delta Q$  અને  $\Delta t$ ના ગુણોત્તરના મૂલ્ય તરીકે વ્યાખ્યાપિત કરાય છે.

$$I(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad (3.2)$$

SI એકમોમાં, પ્રવાહનો એકમ એમ્પિયર છે. એક એમ્પિયરની વ્યાખ્યા પ્રવાહની ચુંબકીય અસરો દ્વારા અપાય છે કે જે આપણે હવે પછીના પ્રકરણમાં ભણીશું. ઘર વપરાશના સાધનોમાં વહેતો પ્રવાહનું મૂલ્ય લાક્ષણિક રીતે એમ્પિયરના કમનું હોય છે. વીજળીમાં વહેતા સરેરાશ પ્રવાહનું મૂલ્ય અમુક દશ હજાર એમ્પિયરના કમનું જ્યારે તેના બીજા છેઠે આપણી ચેતાઓ (Nerves)માં વહેતો પ્રવાહ માઈકોએમ્પિયરના કમનો હોય છે.

### 3.3 સુવાહકોમાં વિદ્યુતપ્રવાહો (ELECTRIC CURRENTS IN CONDUCTORS)

જો વિદ્યુતક્ષેત્ર લાગુ પાડવામાં આવે તો વિદ્યુતભાર બળ અનુભવે છે. હવે જો તે મુક્ત હોય તો તે ગતિ કરશે અને વિદ્યુતપ્રવાહ રચશે. કુદરતમાં આવા મુક્ત વિદ્યુતભારો ખરેખર વાતાવરણના આયનોસ્ટ્રિક્યુરથી ઓળખાતા ઉપલા સ્તર (Upper Strata)માં અસ્થિત્વ ધરાવે છે. પરંતુ અણુ અને પરમાણુઓમાં ઋણ વિદ્યુતભારિત ઈલેક્ટ્રોન અને ધન વિદ્યુતભારિત ન્યુક્લિયસો એકબીજા સાથે જકડાયેલા હોય છે અને તેથી તેઓ ગતિ કરવા મુક્ત હોતા નથી. સ્થૂલપદાર્થ મુખ્યત્વે ઘણા અણુઓ (Molecules)ના બનેલા હોય છે. દા.ત., 1 ગ્રામ પાણી લગભગ  $10^{22}$  જેટલા અણુઓ ધરાવે છે. આ અણુઓ એકબીજા સાથે એટલા ગાડ રીતે જકડાયેલા હોય છે કે ઈલેક્ટ્રોન જે-તે (વ્યક્તિગત) ન્યુક્લિયસો સાથે જકડાયેલા હોતા નથી. કેટલાંક પદાર્થોમાં, ઈલેક્ટ્રોન હજ્ય બંધિત હોય છે, એટલે કે વિદ્યુતક્ષેત્ર લગાવવા છતાં તેઓ પ્રવેગિત થતા નથી. બીજા પદાર્થો જેવાં કે, ધાતુઓમાં, અમુક ઈલેક્ટ્રોન (લગભગ) મુક્ત હોય છે કે જેથી તેઓ સમગ્ર પદાર્થમાં ગતિ કરે છે. આવા પદાર્થોને સામાન્યતઃ સુવાહકો કહે છે અને તેમને વિદ્યુતક્ષેત્ર લગાડતાં તેમાં વિદ્યુતપ્રવાહ રચાય છે.

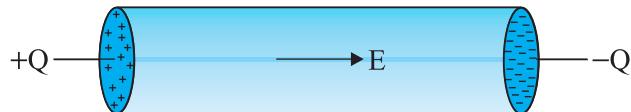
હવે જો આપણે ધન સુવાહક પદાર્થ વિચારીએ તો પરમાણુઓ (Atoms) એકબીજા સાથે દઢ રીતે જકડાયેલા હોવાથી, ઋણ વિદ્યુતભારિત ઈલેક્ટ્રોન વિદ્યુતપ્રવાહનું વહન કરે છે. જો કે બીજા વિદ્યુતદ્રાવણ (Electrolytic Solution) જેવા સુવાહકો પણ છે કે જેમાં ધન અને ઋણ એમ બંને પ્રકારના વિદ્યુતભારો ગતિ કરી શકે છે. આપણી ચર્ચામાં ફક્ત ધન સુવાહકો પર જ ધ્યાન કેન્દ્રિત કરીશું કે જેથી પ્રવાહ ફક્ત જરૂરિત ધન આયનોની પાર્શ્વભૂમિની ઋણ વિદ્યુતભારિત ઈલેક્ટ્રોનોને કારણે છે.

શરૂઆતમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર ગેરહાજર છે તેવો કિસ્સો વિચારો. તેમની ઉભીય ઊર્જાને કારણે ઈલેક્ટ્રોન ગતિ કરતા હશે અને તે ગતિ દરમિયાન જરૂરિત આયનોની સાથે અથડાતાં હશે. આવી આયન સાથેની અથડામણ બાદ ઈલેક્ટ્રોન ફરી પાછા એ જ ઝડપથી ગતિ ચાલુ કરશે કે જે તેમની અથડામણ પહેલાંની ઝડપ હશે. પરંતુ તેમના અથડામણ પછીના વેગની દિશા અસ્તવ્યસ્ત (Random) હશે. આપેલ સમયે, આવા ઈલેક્ટ્રોનના

## પ્રવાહ વિદ્યુત

વેગ માટે કોઈ ચોક્કસ પંસદળીની દિશા નહીં હોય. આમ, સરેરાશ રીતે કોઈ ચોક્કસ દિશામાં ગતિ કરતા ઈલેક્ટ્રોનની સંખ્યા, તેનાથી વિરુદ્ધ દિશામાં ગતિ કરતા ઈલેક્ટ્રોનની સંખ્યા જેટલી જ હશે. તેથી કોઈ ચોખ્ખો (Net) વિદ્યુતપ્રવાહ રચાતો નથી.

હવે જો આવા સુવાહકના ટુકડાને વિદ્યુતક્ષેત્ર લગાડીએ તો શું થાય તે જોઈએ. આપણા વિચારોને કેન્દ્રિત કરવા, સુવાહક R ત્રિજ્યાના નળાકાર આકારનો છે તેમ વિચારો (આકૃતિ 3.1). ધારોકે આપણે બે સમાન ત્રિજ્યા ધરાવતી પાતળી વર્તુળાકાર અવાહક તક્કિઓ લઈએ કે જેમાં એક તક્કિ પર +Q વિદ્યુતભાર અને બીજી પર -Q વિદ્યુતભાર વિતરિત થયેલો છે. હવે આપણે આ બે તક્કિઓને નળાકારની બે સપાટ સપાટીઓ સાથે જોડીએ. ધન વિદ્યુતભારથી ઝાણ વિદ્યુતભાર તરફ વિદ્યુતક્ષેત્ર ઉત્પન્ન થશે. આ ક્ષેત્રને કારણે ઈલેક્ટ્રોન +Q વિદ્યુતભાર તરફ પ્રવેગિત થશે. તેઓ આમ (ધન) વિદ્યુતભારને તરસ્થ કરવા ગતિ કરશે. જ્યાં સુધી ઈલેક્ટ્રોન ગતિ કરતા હશે ત્યાં સુધી પ્રવાહ રચાશે. આથી આ વિચારેલ પરિસ્થિતિમાં બહુ થોડા સમય માટે પ્રવાહ મળે છે અને ત્યારબાદ પ્રવાહ નહીં હોય.



આકૃતિ 3.1 ધાત્વીય નળાકારના છેડે +Q અને -Q

વિદ્યુતભારો મૂડેલા છે. વિદ્યુતભારોને તરસ્થ (સમતોલ) કરવા ઉત્પન્ન વિદ્યુતક્ષેત્રને કારણે ઈલેક્ટ્રોન ડ્રિફ્ટ (Drift) ગતિ કરશે. +Q અને -Q વિદ્યુતભારો જો સતત પાછા ભરાતા નહીં જાય તો પ્રવાહ થોડા સમય બાદ અટકી જશે.

આપણે એવું તંત્ર (વ્યવસ્થા) વિચારી શકીએ કે જેમાં સુવાહકમાં વહેતા ઈલેક્ટ્રોન દ્વારા તરસ્થ થતા વિદ્યુતભારોને સ્થાને (ભરપાઈ કરવા) નવો વીજભાર નળાકારના છેડા આગળથી મળતો રહે. તે ડિસ્સામાં, સુવાહક પદાર્થની અંદર સ્થિત (સ્થાયી) વિદ્યુતક્ષેત્ર રચાશે. આ સ્થિત ટૂંકા સમયગાળા માટેના પ્રવાહને બદ્લે સતત (અવિરત) પ્રવાહમાં પરિણામશે. એવી (તંત્રાક્રિયા) કાર્યપ્રણાલી (Mechanism) કે જે સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર જાળવી રાખે છે તે વિદ્યુતકોષો અને બેટરી છે, કે જેનો અભ્યાસ આપણે આ પ્રકરણના પાઇણના ભાગમાં કરીશું. હવે પછીના વિભાગોમાં આપણે સુવાહકમાં સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્રને કારણે ઉદ્ભવતા સ્થિત પ્રવાહનો અભ્યાસ કરીશું.

### 3.4 ઓહ્મનો નિયમ (OHM'S LAW)

પ્રવાહોના વહન માટેનો મૂળભૂત નિયમ, તેના માટે જવાબદાર ભौતિકક્રિયાની સમજણ મળી તેનાથી ઘણાં પહેલાં, જી. એસ. ઓહ્મ (G. S. Ohm) દ્વારા ઈ.સ. 1828માં શોધાયો હતો. ધારો કે એક સુવાહકમાંથી I જેટલો વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે અને સુવાહકના બે છેડા વચ્ચે V જેટલો સ્થિતિમાનનો તફાવત છે. ઓહ્મનો નિયમ સૂચયે છે કે,

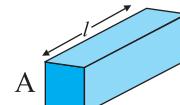
$$V \propto I$$

$$\text{અથવા } V = R I$$

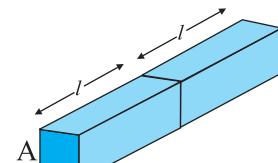
(3.3)

જ્યાં, સપ્રમાણાત્મક R ને સુવાહકનો અવરોધ કહે છે, અવરોધનો SI એકમ ઓહ્મ છે અને તે  $\Omega$  સંશોધને દર્શાવાય છે. અવરોધ R વાહકના ફક્ત દ્રવ્ય પર જ નહીં પરંતુ તેના પરિમાણ પર પણ આધાર રાખે છે. R નું વાહકના પરિમાણ પરનું અવલંબન (Dependence) નીચે મુજબ જાહી શકાય છે.

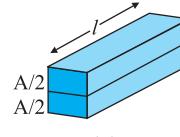
સમીકરણ (3.3)ને અનુસરતો સુવાહક કે જેની લંબાઈ / અને આડહેદનું ક્ષેત્રફળ A ધરાવતા લંબચોરસ ચોસલા સ્વરૂપમાં છે તેમ ધ્યાનમાં લો [આકૃતિ 3.2(a)]. એવું વિચારો કે આવા બે સમાન ચોસલાઓ એકબીજાને લગોલગ રાખેલા છે [આકૃતિ 3.2(b)], કે જેથી આ સંયોજનની લંબાઈ 2l થાય. આ સંયોજનમાંથી વહેતો પ્રવાહ એ દરેક સ્વતંત્ર ચોસલામાંથી પસાર થતા પ્રવાહ જેટલો જ હશે. હવે જો પ્રથમ ચોસલાના છેડા વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત V હોય તો બીજા ચોસલાના છેડા વચ્ચેનો તફાવત પડા V



(a)



(b)



(c)

આકૃતિ 3.2 / લંબાઈના અને A જેટલું આડહેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતા લંબચોરસ ચોસલા માટે  $R = \rho l/A$  સંબંધ દર્શાવેલ છે.

## ભૌતિકવિજ્ઞાન

જ્યોર્જ સિમોન ઓહ્મ (George Simon Ohm) (1787-1854)



**જ્યોર્જ સિમોન ઓહ્મ (George Simon Ohm) (1787-1854) :** એક જર્મન ભૌતિકશાસ્ત્રી, મ્યુનીચ (યુનિવર્સિટી)માં પ્રાધ્યાપક. ઓહ્મને તેમનો નિયમ ઉભાવહનની પ્રક્રિયા સાથેની સામ્યતાને આધારે આપ્યો. વિદ્યુતક્ષેત્ર એ તાપમાનના પ્રચલનને સમતુલ્ય અને વિદ્યુતપ્રવાહ એ ઉભાપ્રવાહ સાથે સામ્યતા ધરાવે છે.

જેટલો જ થશે, કારણ કે બંને ચોસલા સમાન છે અને તેઓમાંથી વહેતો પ્રવાહ I પણ સમાન છે. સ્પષ્ટ છે કે આ સંયોજનના છેડા વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત બે વ્યક્તિગત ચોસલાના સ્થિતિમાનોના સરવાળા બરાબર અને તેથી  $2V$  જેટલો છે. સંયોજનમાંથી વહેતો પ્રવાહ I છે અને સંયોજનનો અવરોધ  $R_C$  હોય તો [સમીકરણ (3.3)] પરથી,

$$R_C = \frac{2V}{I} = 2R \quad (3.4)$$

થશે કારણ કે,  $V/I = R$ , દરેક ચોસલાનો અવરોધ. આમ, સુવાહકની લંબાઈ બમણી કરતાં તેનો અવરોધ પણ બમણો થાય છે. વ્યાપક સ્વરૂપે, અવરોધ લંબાઈના સમપ્રમાણમાં છે.

$$R \propto l \quad (3.5)$$

પછી એવું ધારો કે ચોસલાને તેની લંબાઈને સમાંતર બે ભાગમાં કાપવામાં આવે છે કે જેથી આ ચોસલાને બે સમાન  $l$  લંબાઈના પણ દરેકના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ  $A/2$  હોય તેવા ચોસલાના સંયોજન તરીકે લઈ શકાય (આકૃતિ 3.2(c)).

ચોસલાના બે છેડા વચ્ચે આપેલ વોલ્ટેજ  $V$  માટે જો આખાય ચોસલામાંથી વહેતો પ્રવાહ I હોય તો સ્વાભાવિક છે કે આ દરેક અડધા ચોસલાઓમાંથી વહેતો પ્રવાહ  $I/2$  થશે. અતે આ દરેક અડધા ચોસલાઓના છેડા વચ્ચે વિદ્યુત

સ્થિતિમાનનો તફાવત  $V$  હોવાથી, એટલે કે આખાય ચોસલાને સમાંતર સ્થિતિમાન જેટલો જ હોવાથી આ દરેક અડધા ચોસલાનો અવરોધ  $R_1$  હોય તો,

$$R_1 = \frac{V}{(l/2)} = \frac{2V}{l} = 2R \quad (3.6)$$

આમ, આડછેદનું ક્ષેત્રફળ અડધું કરતાં સુવાહકનો અવરોધ બમણો થાય છે. વ્યાપક સ્વરૂપે, અવરોધ  $R$  એ આડછેદના ક્ષેત્રફળના વસ્તુ પ્રમાણમાં હોય છે.

$$R \propto \frac{l}{A} \quad (3.7)$$

સમીકરણ (3.5) અને (3.7)ને સાથે લખતાં,

$$R \propto \frac{l}{A} \quad (3.8)$$

અને તેથી આપેલ સુવાહક માટે,

$$R = \rho \frac{l}{A} \quad (3.9)$$

જ્યાં, સપ્રમાણતા અચળાંક  $\rho$  એ સુવાહકના દ્રવ્ય પર આધાર રાખે છે. પરંતુ તેના પરિમાણ પર આધાર રાખતો નથી,  $\rho$ ને અવરોધકતા (Resistivity) કહે છે.

છેલ્લા સમીકરણનો ઉપયોગ કરી ઓહ્મનો નિયમ લખતાં,

$$V = I \times R = \frac{I\rho l}{A} \quad (3.10)$$

એકમ ક્ષેત્રફળ દીઠ (પ્રવાહને લંબરૂપે) પ્રવાહ  $I/A$ ને પ્રવાહ ઘનતા (Current Density) કહે છે

અને તે  $j$  વડે દર્શાવાય છે. પ્રવાહ ઘનતાનો SI એકમ  $A/m^2$  છે. વધારામાં, જો  $I$  લંબાઈના સુવાહકમાં નિયમિત વિદ્યુતક્ષેત્રનું મૂલ્ય  $E$  હોય તો છેડાઓ વચ્ચેના સ્થિતિમાનનો તફાવત  $V$  એ  $E/I$  જેટલો છે. આનો ઉપયોગ કરી છેલ્લું સમીકરણ નીચે મુજબ લખી શકાય.

$$EI = j\rho I$$

$$\text{અથવા } E = j\rho$$

(3.11)

ઉપરોક્ત  $E$  અને  $j$  ના માનાંક વચ્ચેનો સંબંધ ખરેખર સદિશ સ્વરૂપમાં લખી શકાય. પ્રવાહ ઘનતા (કે જે આપણે પ્રવાહને લંબ એવા એકમ ક્ષેત્રફળમાંથી વહેતા પ્રવાહ તરીકે વાય્યાપિત કરી છે) પણ  $E$ ની દિશામાં છે અને તે પણ સદિશ  $j (\equiv jE/E)$  છે. આમ, છેલ્લું સમીકરણ નીચે પ્રમાણે લખી શકાય.

$$E = j\rho$$

$$\text{અથવા } j = \sigma E$$

(3.13)

જ્યાં,  $\sigma \equiv 1/\rho$  ને વાહકતા (Conductivity) કહે છે. ઓહ્ઝમનો નિયમ ઘણી વખત સમીકરણ (3.3) ઉપરાંત સમીકરણ (3.13)ના સમતુલ્ય સ્વરૂપમાં પણ દર્શાવવામાં આવે છે. હવે પછીના વિભાગમાં આપણે ઓહ્ઝમના નિયમનું ઉદ્ગામ ઈલેક્ટ્રોનની ડ્રિફ્ટ લાક્ષણિકતાને કારણે ઉદ્ભબે છે તેવી સમજાણ મેળવીશું.

### 3.5 ઈલેક્ટ્રોનની ડ્રિફ્ટ ગતિ અને અવરોધકતાનું ઉદ્ગામ

#### (DRIFT OF ELECTRONS AND THE ORIGIN OF RESISTIVITY)

અગાઉ નોંધ્યું તેમ ઈલેક્ટ્રોન ભારે અને જડિત આયનો સાથે અથડામણ અનુભવે છે પરંતુ અથડામણ બાદ તેઓ એ જ જડપથી પરંતુ અસ્તિવ્યસ્ત દિશામાં ગતિ કરે છે. હવે જો આપણે બધાં જ ઈલેક્ટ્રોનને ધ્યાનમાં લઈએ તો અસ્તિવ્યસ્ત દિશાને કારણે તેમના સરેરાશ વેગ શૂન્ય થશે.

આમ, જો  $N$  જેટલા ઈલેક્ટ્રોન હોય અને તેમાં  $i$ માં ( $i = 1, 2, 3, \dots, N$ )

ઈલેક્ટ્રોનનો આપેલ સમયે વેગ  $v_i$  હોય તો,

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i = 0 \quad \text{થશે.}$$

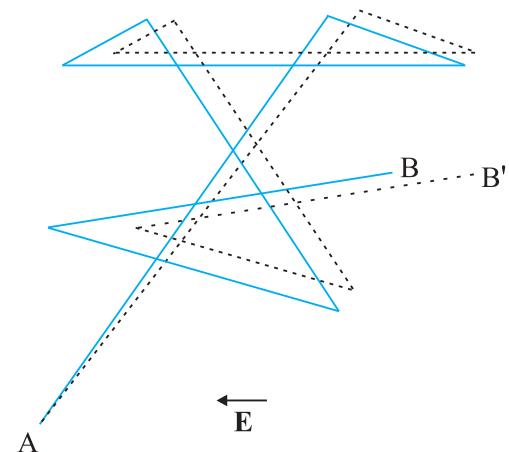
હવે, એવી પરિસ્થિતિનો વિચાર કરો કે જેમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર હાજર હોય. આ ક્ષેત્રને કારણે ઈલેક્ટ્રોન પ્રવેગિત થશે.

$$a = \frac{-eE}{m} \quad (3.15)$$

જ્યાં,  $-e$  એ વિદ્યુતભાર અને  $m$  એ ઈલેક્ટ્રોનનું દળ છે. ફરીથી  $t$  સમયે તેમાં ઈલેક્ટ્રોનને ધ્યાનમાં લો. આ ઈલેક્ટ્રોનની અગાઉની (છેલ્લી) અથડામણ તે સમય કરતાં પહેલાં ક્યારેક થઈ હશે અને ધારો કે આ અથડામણ બાદ  $t_i$  જેટલો સમય પસાર થયો છે. જો અગાઉની અથડામણ બાદ તરત જ વેગ  $v_i$  હોય તો  $t$  સમયે તેનો વેગ  $v_i$  નીચે મુજબ અપાશે.

$$v_i = v_i + \frac{-eE}{m} t_i \quad (3.16)$$

કારણ કે, તે અગાઉની અથડામણ બાદ  $t_i$  જેટલા સમયગાળા દરમિયાન સમીકરણ (3.15) મુજબ પ્રવેગિત થયો હશે (આકૃતિ 3.3).  $t$  સમયે ઈલેક્ટ્રોનનો સરેરાશ વેગ એ આ બધાં જ  $v_i$  ઓની સરેરાશ થશે. પણ  $v_i$  ઓની સરેરાશ શૂન્ય



આકૃતિ 3.3 પુનરાવર્તિત અથડામણો થકી બિંદુ A થી B સુધી પહોંચતા ઈલેક્ટ્રોન અંગેની રેખાકૃતિ (સંબંધ રેખા). જો દર્શાવ્યા મુજબ વિદ્યુતક્ષેત્ર લાગુ પાડીએ તો ઈલેક્ટ્રોન B' સુધી પહોંચે છે (તુર્ટક રેખા). વિદ્યુતક્ષેત્રની વિરુદ્ધ દિશામાં થતી થોડીક ડ્રિફ્ટ ગતિ નોંધો.

## ભौतिकવिज्ञान

[સમીકરણ (3.14)] છે કારણ કે અથડામણ બાદ તરત જ ઈલેક્ટ્રોનના વેગની દિશા સંપૂર્ણ રીતે અસ્તિવ્યસ્ત છે. ઈલેક્ટ્રોન વચ્ચેની અથડામણો નિયમિત સમયગાળે નથી થતી પણ અસ્તિવ્યસ્ત સમયગાળે થાય છે. બે કંપિક અથડામણો વચ્ચેના સરેરાશ સમયને  $\tau$  વડે દર્શાવો. તો આપેલ સમયે અમુક ઈલેક્ટ્રોનએ ટ કરતાં વધારે જ્યારે અમુક ઈલેક્ટ્રોનએ ટ કરતાં ઓછો સમય પસાર કર્યો હશે. બીજા શબ્દોમાં, સમીકરણ (3.16)માં  $i = 1, 2, \dots, N$ ના મૂલ્યો માટે આવતો સમય  $t_i$  એ કેટલાંક ઈલેક્ટ્રોન માટે ટ કરતાં ઓછો જ્યારે બીજા માટે ટ કરતાં વધારે હશે.  $t_i$ ના આ મૂલ્યોની સરેરાશ કિમત  $\tau$  હશે (જેને રીલેક્સેશન સમય કહે છે). આમ, કોઈપણ આપેલ  $t$  સમયે, સમીકરણ (3.16)નું  $N$ -ઈલેક્ટ્રોન પરનું સરેરાશ આપણને સરેરાશ વેગ  $v_d$ આપશે.

$$v_d = (v_i)_{\text{સરેરાશ}} = (v_i)_{\text{સરેરાશ}} - \frac{eE}{m} (t_i)_{\text{સરેરાશ}}$$

$$= 0 - \frac{eE}{m} \tau = - \frac{eE}{m} \tau \quad (3.17)$$

આ છેલ્લું સમીકરણ નવાઈ પમાડે તેવું છે. તે એવું દર્શાવે છે કે ઈલેક્ટ્રોન પ્રવેગિત હોવા છતાં સમયથી સ્વતંત્ર એવા સરેરાશ વેગથી ગતિ કરે છે. આ ઘટનાને ડ્રિફ્ટ અને સમીકરણ (3.17)માંના વેગ  $v_d$ ને ડ્રિફ્ટવેગ કહે છે.

ડ્રિફ્ટને કારણે  $E$ ને લંબ એવા કોઈપણ ક્ષેત્રફળમાંથી વિદ્યુતભારોનું ચોખ્યું સંવહન (Transport) થાય છે. સુવાહકના અંદરના ભાગમાં, એક સમતલીય ક્ષેત્રફળ  $A$  વિચારો કે જેને દોરેલ લંબ એ  $E$ ને સમાંતર હોય (આકૃતિ 3.4).

ડ્રિફ્ટને કારણે  $\Delta t$  જેટલા અતિસૂક્ષ્મ સમયગાળમાં, ક્ષેત્રફળની ડાબી બાજુ  $|v_d| \Delta t$  જેટલા અંતરે રહેલાં બધા જ ઈલેક્ટ્રોન આ ક્ષેત્રફળને પસાર કરી જશે. ધાતુમાં જો એકમ કદ દીક મુક્ત ઈલેક્ટ્રોનની સંખ્યા  $n$  હોય તો

આવા  $n \Delta t |V_d| A$  ઈલેક્ટ્રોન હશે. હવે દરેક ઈલેક્ટ્રોન  $-e$  જેટલો વિદ્યુતભાર ધરાવતો હોવાથી  $\Delta t$  સમયમાં આ ક્ષેત્રફળમાંથી જમણી બાજુ પસાર થતો કુલ વિદ્યુતભાર  $-neA|v_d| \Delta t$  થશે. વિદ્યુતક્ષેત્ર  $E$  ડાબી બાજુ પ્રવર્તનું હોવાથી સપાટીમાંથી અને  $E$ ની દિશામાં પસાર થતો કુલ વિદ્યુતભાર આના ઋણ મૂલ્ય બરાબર થશે.  $\Delta t$  સમયમાં ક્ષેત્રફળ  $A$  માંથી પસાર થતા વિદ્યુતભારનું મૂલ્ય, વ્યાખ્યા (સમીકરણ (3.2)) મુજબ  $I \Delta t$  થશે. જ્યાં,  $I$  એ પ્રવાહનું માન દર્શાવે છે. તેથી,

$$I \Delta t = + neA |v_d| \Delta t \quad (3.18)$$

$|v_d|$ નું મૂલ્ય સમીકરણ (3.17)માંથી મૂકતાં,

$$I \Delta t = \frac{e^2 A}{m} \tau n \Delta t |E| \quad (3.19)$$

વ્યાખ્યા મુજબ  $I$  એ પ્રવાહ ઘનતાના માન  $|j|$  સાથે સંકળાપેલ હોવાથી,

$$I = |j| A \quad (3.20)$$

તેથી સમીકરણો (3.19) અને (3.20) પરથી,

$$|j| = \frac{ne^2}{m} \tau |E| \quad (3.21)$$

સદિશ  $j$  એ  $E$ ને સમાંતર હશે અને તેથી આપણે સમીકરણ (3.21)ને પણ સદિશ સ્વરૂપમાં નીચે મુજબ લખી શકીએ.

$$j = \frac{ne^2}{m} \tau E \quad (3.22)$$

સમીકરણ (3.13) સાથેની સરખામણી દર્શાવે છે કે જો વાહકતા ઠને નીચે મુજબ વ્યાખ્યાપિત કરીએ તો,  
સમીકરણ (3.22) એ ઓહ્મનો નિયમ જ છે,

$$\sigma = \frac{ne^2}{m} \tau. \quad (3.23)$$

આમ, આપણે જોઈ શક્યા કે વિદ્યુતવહનનું એકદમ સરળ ચિત્ર ઓહ્મનો નિયમ તારવે છે. અલબત્ત, આપણે એવું ધારી લીધું છે કે  $\tau$  અને  $n$  વિદ્યુતક્ષેત્ર Eથી સ્વતંત્ર એવા અચળ છે. આના પછીના વિભાગમાં આપણે ઓહ્મના નિયમની મર્યાદાઓ ચર્ચાશું.

**ઉદાહરણ 3.1** (a) 1.5 A પ્રવાહનું વહન કરતા અને  $1.0 \times 10^{-7} \text{ m}^2$  જેટલું આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતા એક તારમાણી વહન પામતા ઈલેક્ટ્રોન માટે સરેરાશ ડ્રિફ્ટ ઝડપ ગણો. એવું ધારો કે દરેક કોપરનો પરમાણુ (Atom) લગભગ એક વાહક ઈલેક્ટ્રોન આપે છે. કોપરની ઘનતા  $9.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$  અને તેનો પરમાણુ દળાંક  $63.5 \text{ n}$  છે. (b) ઉપરોક્ત મળેલ ડ્રિફ્ટ ઝડપને (i) સામાન્ય તાપમાને કોપર પરમાણુઓની ઉખીય ઝડપ, (ii) સુવાહકમાં આ ડ્રિફ્ટ ગતિ માટે જવાબદાર છે, તે વિદ્યુતક્ષેત્રની પ્રસરણની ઝડપ સાથે સરખામણી કરો.

### ઉકેલ

(a) વાહક ઈલેક્ટ્રોનનો ડ્રિફ્ટ વેગ વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશાની વિરુદ્ધ દિશામાં છે, એટલે કે ઈલેક્ટ્રોન વધતા સ્થિતિમાનની દિશામાં ડ્રિફ્ટ થાય છે. ડ્રિફ્ટ ઝડપ  $v_d$   $\text{Sમીકરણ } (3.18)$  દ્વારા આપી શકાય.

$$v_d = (I/neA)$$

હવે,  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ,  $A = 1.0 \times 10^{-7} \text{ m}^2$ ,  $I = 1.5 \text{ A}$  છે. વાહક ઈલેક્ટ્રોનની ઘનતા  $n$  એ પ્રતિ ઘનમીટરમાં રહેતા પરમાણુ (દરેક Cu પરમાણુદીઠ, તેનો વેલન્સ ઈલેક્ટ્રોન એક હોવાને કારણે, એક વાહક ઈલેક્ટ્રોન ધારતાં) જેટલી થશે. એક ઘનમીટર કોપરનું દળ  $9.0 \times 10^3 \text{ kg}$  છે. અતે,  $6.0 \times 10^{23}$  કોપર પરમાણુઓનું દળ  $63.5 \text{ g}$  હોવાથી,

$$n = \frac{6.0 \times 10^{23}}{63.5} \times 9.0 \times 10^6 \\ = 8.5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

તે પરથી,

$$v_d = \frac{1.5}{8.5 \times 10^{28} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 1.0 \times 10^{-7}} \\ = 1.1 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-1} = 1.1 \text{ mm s}^{-1}$$

(b) (i)  $T$  જેટલા તાપમાને  $M$  દળ ધરાવતા કોપર પરમાણુની ઉખીય ઝડપ\*

$\langle (1/2) M v^2 \rangle = (3/2) k_B T$  સૂત્ર પરથી મળે છે, જે  $\sqrt{\frac{k_B T}{M}}$  ના કમની છે. જ્યાં,  $k_B$  એ બોલ્ટ્ઝમેન અચળાંક છે. 300 K તાપમાને રહેલ કોપર માટે આ લગભગ  $2 \times 10^2 \text{ m/s}$  મળે. આ સંખ્યા સુવાહકમાં કોપર પરમાણુઓની અસ્તિવ્યસ્ત દોલન ઝડપ દર્શાવે છે. અતે નોંધો કે ઈલેક્ટ્રોનની ડ્રિફ્ટ ઝડપ સામાન્ય તાપમાને જોવા મળતી ઉખીય ઝડપ કરતાં ખૂબ જ નાની, લગભગ  $10^{-5} \text{ g}$  નાની હોય છે.

(ii) સુવાહકમાં (પ્રસરતા) વિદ્યુતક્ષેત્રની ઝડપ, વિદ્યુત ચુંબકીય તરંગ જેટલી, એટલે કે  $3.0 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$  જેટલી હોય છે (જેના વિશે તમે પ્રકરણ-8માં ભાગશ્રો). આની સરખામણીમાં, ડ્રિફ્ટ ઝડપ અત્યંત નાની  $10^{-11} \text{ g}$  નાની હોય છે.

\* ધોરણ XIના પુસ્તકના પ્રકરણ-13નું સમીકરણ (13.23) જુઓ.

## ■ ભૌતિકવિજ્ઞાન

### ઉદાહરણ 3.2

- ઉદાહરણ 3.1માં ઈલેક્ટ્રોનની ડ્રિફ્ટ ઝડપ, કેટલાક ઓભિયરના ગાળામાંના પ્રવાહો માટે કેટલાક  $\text{mm s}^{-1}$  જેટલી હોવાનો અંદાજ કરેલ છે તો પરિપથને બંધ (Closed) કરતાં લગભગ તત્કષણ જ પ્રવાહનું નિર્માણ કેવી રીતે થાય છે?
- ઈલેક્ટ્રોન ડ્રિફ્ટ એ વાહકમાં પ્રવર્તતા વિદ્યુતક્ષેત્રને કારણે અનુભવાતા બળને કારણે ઉદ્ભબવે છે, પણ બળ તો પ્રવેગ ઉત્પન્ન કરે તો પછી શા માટે ઈલેક્ટ્રોન અચળ (Steady) સરેરાશ ડ્રિફ્ટ ઝડપ પ્રાપ્ત કરે છે.
- જો ઈલેક્ટ્રોનની ડ્રિફ્ટ ઝડપ ઘણી નાની અને ઈલેક્ટ્રોનના વિદ્યુતભારનું મૂલ્ય પણ નાનું હોવા છતાં શા માટે આપણને સુવાહકમાં ખૂબ મોટા પ્રમાણમાં વિદ્યુતપ્રવાહ મળે છે?
- ધાતુમાં ઈલેક્ટ્રોન જ્યારે નીચેથી ઊંચા સ્થિતિમાન તરફ ડ્રિફ્ટ થાય તો શું તેનો અર્થ એવો થયો કે ધાતુમાં રહેલા બધા જ મુક્ત ઈલેક્ટ્રોન એક જ દિશામાં ગતિ કરે છે?
- શું બે કમિક (ધાતુના ધન આયનો સાથેની) અથડામણ વચ્ચે ઈલેક્ટ્રોનનો પથ
  - વિદ્યુતક્ષેત્રની ગેરહાજરીમાં
  - વિદ્યુતક્ષેત્રની હાજરીમાં સુરેખ હશે?

### ઉક્તથી

- પરિપથમાં લગભગ તત્કષણ (પ્રકાશની ઝડપથી) વિદ્યુતક્ષેત્ર પ્રસ્થાપિત થતાં તે દરેક બિંદુ આગળ સ્થાનિક (Local) ઈલેક્ટ્રોન ડ્રિફ્ટ ઉત્પન્ન કરે છે. પ્રવાહ પ્રસ્થાપિત થવાની પ્રક્રિયાને ઈલેક્ટ્રોનને સુવાહકના એક છેડાથી બીજા છેડા સુધી પહોંચે ત્યાં સુધી રાહ જોવી પડતી નથી. આમ છતાં, પ્રવાહને તેના સ્થિત મૂલ્ય સુધી પહોંચતા થોડો સમય જરૂરથી લાગે છે.
- દરેક ‘મુક્ત’ ઈલેક્ટ્રોન ચોક્કસપણે પ્રવેગિત થાય છે, તેની ડ્રિફ્ટ ઝડપ ત્યાં સુધી વધે છે જ્યાં સુધી તે ધાતુના ધન આયન સાથે અથડામણ ના અનુભવે. અથડામણ બાદ તે તેની ડ્રિફ્ટ ઝડપ ગુમાવે છે પરંતુ ત્યારબાદ પ્રવેગિત થઈ તેની ડ્રિફ્ટ ઝડપ બીજી અથડામણ ના થાય ત્યાં સુધી વધે છે અને આમ (વારંવાર) ચાલ્યા કરશે. તેથી (સમગ્રતયા) સરેરાશ રીતે ઈલેક્ટ્રોન ડ્રિફ્ટ ઝડપ પ્રાપ્ત કરે છે.
- ઈલેક્ટ્રોન સંખ્યાધનતા પ્રયોગ  $\sim 10^{29} \text{ m}^{-3}$  હોવાથી.
- ના, કોઈપણ રીતે નહીં. ડ્રિફ્ટ વેગ ઈલેક્ટ્રોનના મોટા અસ્તવ્યસ્ત, વેગ પર સંપાત થાય છે.
- વિદ્યુતક્ષેત્રની ગેરહાજરીમાં ગતિ પથો સુરેખ હશે, વિદ્યુતક્ષેત્રની હાજરીમાં સામાન્ય રીતે, પથ વક્ત હશે.

### 3.5.1 મોબીલિટી (ગતિશીલતા) (Mobility)

આપણે જોયું કે વાહકતા એ ગતિશીલ (Mobile) વિદ્યુતભાર વાહકોને કારણે ઉદ્ભબવે છે. ધાતુમાં આ ગતિશીલ વિદ્યુતભાર વાહક તરીકે ઈલેક્ટ્રોન, આયનીકૃત વાયુમાં ઈલેક્ટ્રોન અને ધન વિદ્યુતભારિત આયનો, વિદ્યુત દ્રાવક્ષો (Elecetrololyte)માં ધન અને ઋણ આયનો બંને છે.

મોબીલિટી  $\mu$  એક અગત્યની રાશિ છે કે જે એકમ વિદ્યુતક્ષેત્ર દીઠ ડ્રિફ્ટ વેગના માન તરીકે વ્યાખ્યાપિત કરાય છે:

$$\mu = \frac{|v_d|}{E} \quad (3.24)$$

મોબીલિટીનો SI એકમ  $\text{m}^2/\text{Vs}$  છે અને તે વ્યવહારું એકમ ( $\text{cm}^2/\text{Vs}$ )થી  $10^4$  ગણો છે. મોબીલિટી ધન હોય છે. સમીકરણ (3.17) પરથી,

## પ્રવાહ વિદ્યુત

$$v_d = \frac{e \tau E}{m}$$

તેથી,

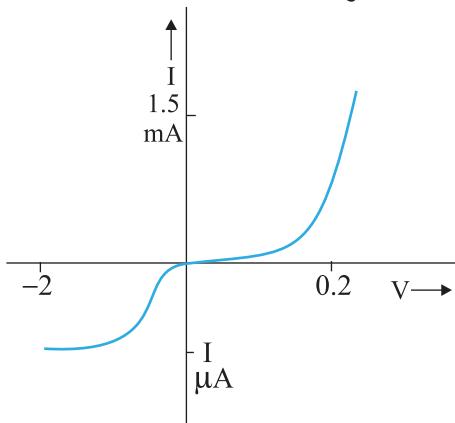
$$\mu = \frac{v_d}{E} = \frac{e \tau}{m}$$

જ્યાં,  $\tau$  ઈલેક્ટ્રોનનો અથડામણ વચ્ચેનો સરેરાશ સમય છે.

### 3.6 ઓહ્મના નિયમની મર્યાદાઓ (LIMITATIONS OF OHM'S LAW)

ઓહ્મનો નિયમ દ્વયોના વિશાળ વર્ગમાં લાગુ પાડી શકતો હોવા છતાં વિદ્યુત પરિપथમાં વપરાતા એવા પદાર્થો અને ઉપકરણો અસ્તિત્વ ધરાવે છે કે જેમાં  $V$  અને  $I$  વચ્ચેની સપ્રમાણતા જળવાતી નથી. આ વિચલનો મુખ્યત્વે નીચેનામાંથી એક અથવા બીજા પ્રકારના હોય છે :

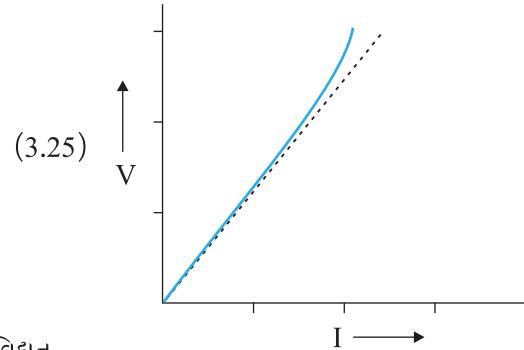
- (a)  $V$  એ  $I$ ના સમપ્રમાણમાં રહે નહીં (આકૃતિ 3.5).
- (b)  $V$  અને  $I$  વચ્ચેનો સંબંધ  $V$ ના ચિહ્ન ઉપર આધાર રાખે. બીજા શબ્દોમાં  $V$ ના કોઈ ચોક્કસ મૂલ્ય માટે પ્રવાહ  $I$  હોય તો  $V$ નું મૂલ્ય અચળ રાખી તેની દિશા ઉલટાવતા સમાન મૂલ્ય ધરાવતો પરંતુ ઊંઘટી (વિરુદ્ધ) દિશામાં પ્રવાહ  $I$  ઉત્પન્ન થતો નથી (આકૃતિ 3.6). આવું દા.ત., ડાયોડનાં કિસ્સામાં બને છે, જેનો અભ્યાસ આપણે પ્રકરણ-14માં કરીશું.



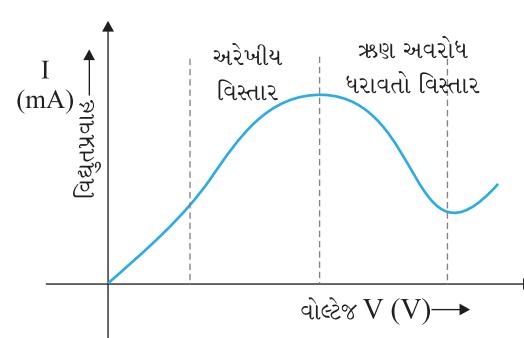
આકૃતિ 3.6 ડાયોડનો લાક્ષણિક વક્ત. અને વોલ્ટેજના અને પ્રવાહના ધન અને ઋણ મૂલ્યો માટે જુદા-જુદા પ્રમાણમાપ (Scales) છે તે નોંધો.

- (c)  $V$  અને  $I$  વચ્ચેનો સંબંધ અનન્ય (Unique)ના હોય, એટલે કે સમાન પ્રવાહ  $I$  માટે  $V$ નું એક કરતાં વધારે મૂલ્ય મળે (આકૃતિ-3.7). આવી વર્તણું ધરાવતા દ્રવ્યનું ઉદાહરણ GaAs છે.

સમીકરણ (3.3)માં દર્શાવેલ ઓહ્મના નિયમનું પાલન ન કરતાં દ્રવ્યો અને ઉપકરણોનો ઈલેક્ટ્રોનિક પરિપથોમાં ખૂબ બહોળા પ્રમાણમાં ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. પરંતુ, આજા પછીના અને ત્યારબાદના કેટલાક પ્રકરણોમાં આપણે ઓહ્મના નિયમોનું પાલન કરતા દ્રવ્યોમાં વિદ્યુતપ્રવાહનો અભ્યાસ કરીશું.



આકૃતિ 3.5 ગ્રૂપક રેખા ઓહ્મનો સુરેખ નિયમ દર્શાવે છે. સંંગ રેખા એક સુવાહક માટે વોલ્ટેજ  $V$  વિરુદ્ધ પ્રવાહ  $I$  દર્શાવે છે.



આકૃતિ 3.7 GaAs માટે પ્રવાહ વિરુદ્ધ વોલ્ટેજ ફેરફાર.

### 3.7 જુદા-જુદા દ્રવ્યોની અવરોધકતા (RESISTIVITY OF VARIOUS MATERIALS)

વ્યવહારમાં ઉપયોગી કેટલાંક દ્રવ્યોની અવરોધકતા કોષ્ટક-3.1માં દર્શાવેલ છે. આ પદાર્થોને તેમની

## ભौतિકવિજ્ઞાન

અવરોધકતા ચઢતા કમના મૂલ્યોને આધારે સુવાહકો, અર્ધવાહકો અને અવાહકોમાં વર્ગીકૃત કરાય છે. ધાતુઓની અવરોધકતા ઓછી હોય છે અને તે  $10^{-8} \Omega m$  થી  $10^{-6} \Omega m$ ના ગાળામાં હોય છે. આનાથી સામે છેડે, સીરામિક્સ, રબર, પ્લાસ્ટિક જેવાં અવાહકો છે જેમની અવરોધકતા ધાતુઓ કરતાં  $10^{18}$  ગજી કે તેનાથી પણ વધારે હોય છે. આ બંનેની વચ્ચે અર્ધવાહકો છે. જો કે તેઓની અવરોધકતા તાપમાન સાથે લાક્ષણિક રીતે ઘટતી જતી હોય છે. આ અર્ધવાહકોની અવરોધકતા તેમાં નાના પ્રમાણમાં રહેલ અશુદ્ધિઓની હાજરી પર પણ આધાર રાખે છે. આ છેલ્લી લાક્ષણિકતાનો ઉપયોગ કરીને અર્ધવાહકોનો ઉપયોગ ઇલેક્ટ્રોનિક ઉપકરણો બનાવવા માટે થાય છે.

કોષ્ટક : 3.1 કેટલાક પદાર્થોની અવરોધકતા

દવ્ય	અવરોધકતા $\rho$ $0^\circ C$ તાપમાને ( $\Omega m$ )	અવરોધકતાનો તાપમાન ગુણાંક $\alpha ({}^\circ C)^{-1}$ $\frac{1}{\rho} \left( \frac{dp}{dT} \right)$ , $0^\circ C$ તાપમાને
<b>સુવાહકો</b>		
ચાંદી	$1.6 \times 10^{-8}$	0.0041
કોપર	$1.7 \times 10^{-8}$	0.0068
એલ્યુમિનિયમ	$2.7 \times 10^{-8}$	0.0043
ટંસ્ટન	$5.6 \times 10^{-8}$	0.0045
આર્યન્	$10 \times 10^{-8}$	0.0065
ખેટિનમ	$11 \times 10^{-8}$	0.0039
મરક્યુરી (પારો)	$98 \times 10^{-8}$	0.0009
નિકોમ (Ni, Fe અને Crની મિશ્રધાતુ)	$\sim 100 \times 10^{-8}$	0.0004
મેન્ગેનીન (મિશ્રધાતુ)	$48 \times 10^{-8}$	$0.002 \times 10^{-3}$
<b>અર્ધવાહકો</b>		
કાર્બન (ગ્રેફાઈટ)	$3.5 \times 10^{-5}$	-0.0005
જર્મનિયમ	0.46	-0.05
સિલિકોન	2300	-0.07
<b>અવાહકો</b>		
શુદ્ધ પાણી	$2.5 \times 10^5$	
જવાસ	$10^{10} - 10^{14}$	
કઠણ રબર	$10^{13} - 10^{16}$	
NaCl	$\sim 10^{14}$	
ફ્યુઝ (પીગલેલ) ક્વાર્ટાઝ	$\sim 10^{16}$	

રોઝંદા જીવનમાં અને પ્રયોગશાળામાં વપરાતા અને બાપારી ધોરણે બનતા અવરોધો મુખ્યત્વે બે પ્રકારનાં હોય છે : બંધિત તાર અવરોધકો (Wire Bound Resistors) અને કાર્બન અવરોધકો (Carbon Resistors). તાર વીંટાળેલ અવરોધો મેન્ગેનીન, કોન્સ્ટન્ટનટન, નિકોમ અને તેમના જેવી મિશ્રધાતુઓના તારને બાંધીને બનાવવામાં આવે છે. આવા પદાર્થોની પસંદગી મુખ્યત્વે તેમની અવરોધકતા તાપમાન પ્રત્યે (બીજાની) સરખામણીમાં અસંવેદનશીલ (ધજા ઓછા સંવેદનશીલ) હોવાને કારણે કરવામાં આવે છે. તેમના અવરોધો એક ઓહ્મ મના કેટલાંક ભાગથી માંડીને કેટલાંક સો ઓહ્મ જેટલાં હોય છે.

## પ્રવાહ વિદ્યુત

મોટા કમનાં મૂલ્યો ધરાવતાં અવરોધો મુખ્યત્વે કાર્બનના બનેલાં હોય છે. કાર્બન અવરોધો નાના, સસ્તા હોવાને કારણે તેમનો ઈલેક્ટ્રોનિક પરિપથોમાં બહોળા પ્રમાણમાં ઉપયોગ થાય છે. તેઓ નાના કદના હોવાથી તેમના મૂલ્યો Colour Code (રંગ-સંક્ષા) વડે આપવામાં આવે છે.

કોષ્ટક : 3.2 અવરોધ માટે વર્ણ સંકેત (Colour Code)

રંગ	સંખ્યા	ગુણક	સહનશીલતા (Tolerance) (%)
કાળો (Black)	0	1	
કચ્છરી (Brown)	1	$10^1$	
લાલ (Red)	2	$10^2$	
નારંગી (Orange)	3	$10^3$	
પીળો (Yellow)	4	$10^4$	
લીલો (Green)	5	$10^5$	
વાદળી (Blue)	6	$10^6$	
જાંબલી (Violet)	7	$10^7$	
ભૂખરો (Gray)	8	$10^8$	
સફેદ (White)	9	$10^9$	
ગોલ્ડ (Gold)		$10^{-1}$	5
સિલ્વર (Silver)		$10^{-2}$	10
કોઈ રંગ નહિ (No Colour)			20

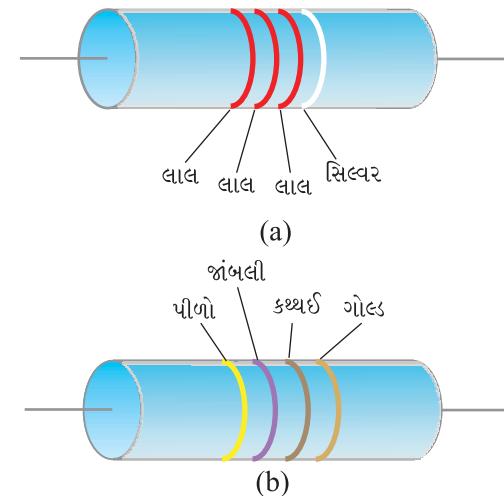
અવરોધો પર સમઅક્ષીય રંગીન વલયોનો સમૂહ હોય છે. જેનું મૂલ્ય/અર્થ કોષ્ટક : 3.2માં દર્શાવેલ છે. છેડા તરફથી પ્રથમ બે વલયો ઓછુમાં અવરોધના પહેલાં બે સાર્થક (Significant) અંકો દર્શાવે છે. ત્રીજો પછો (કોષ્ટક : 3.2માં દર્શાવ્યા મુજબ) દર્શાંશ ગુણક (Decimal Multiplier) દર્શાવે છે. છેલ્લો પછો દર્શાવેલ કિંમતમાં ટકામાં ટોલરન્સ અથવા વિચલન દર્શાવે છે. ઘણીવખત, આ છેલ્લો પછો ગેરહાજર હોય છે અને તે 20% ટોલરન્સ. (આકૃતિ 3.8) છે તેમ દર્શાવે છે. ઉદાહરણ તરીકે ચાર રંગો નારંગી (Orange), વાદળી (Blue), પીળો (Yellow) અને ગોલ્ડ (Gold) હોય તો અવરોધનું મૂલ્ય  $36 \times 10^4 \Omega$  થશે, અને તેનું ટોલરન્સ મૂલ્ય 5% છે.

### 3.8 અવરોધકતાનો તાપમાન પરનો આધાર (TEMPERATURE DEPENDENCE OF RESISTIVITY)

દ્રવ્યની અવરોધકતા તાપમાન ઉપર આધાર રાખે છે. જુદા જુદા દ્રવ્યો તાપમાન ઉપર સમાન રીતે આધાર રાખતા નથી. બહુ મોટો ના હોય તેવા તાપમાનના મર્યાદિત ગાળા માટે ધાતુ સુવાહકની અવરોધકતા આશરે નીચે મુજબ આપી શકાય.

$$\rho_T = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)] \quad (3.26)$$

જ્યાં,  $\rho_T$  એ  $T$  તાપમાને અવરોધકતા અને  $\rho_0$  એ કોઈ સંદર્ભ તાપમાન  $T_0$  એ અવરોધકતા સૂચવે છે. અને અવરોધકતાનો તાપમાન ગુણાંક (Temperature Coefficient of Resistivity) કહે છે અને સમીકરણ (3.26) પરથી જનું પરિમાણ (તાપમાન) $^{-1}$  છે. ધાતુઓ માટે જનું મૂલ્ય ધન હોય છે અને કેટલીક ધાતુઓ માટે  $T_0 = 0^\circ\text{C}$  તાપમાને જનું મૂલ્ય કોષ્ટક 3.1માં આપેલ છે.



આકૃતિ 3.8 Color Code વાળા અવરોધ

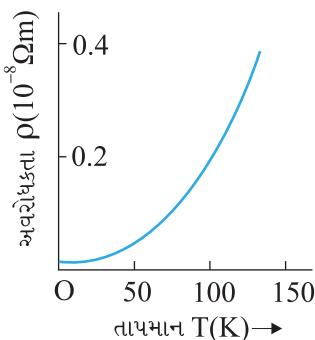
(a)  $(22 \times 10^8 \Omega) \pm 10\%$

(b)  $(47 \times 10^6 \Omega) \pm 5\%$

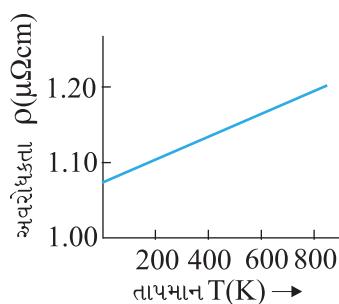
## ભौतिकવिज्ञान

સમીકરણ (3.26)માં દર્શાવેલ સંબંધ સૂચવે છે કે  $\rho_T$  વિઝુદ્ધ  $T$ નો આલેખ સુરેખા હશે.  $0^{\circ}\text{C}$  તાપમાન કરતા ખૂબ નીચા તાપમાને અલબજ આ આલેખ સુરેખ કરતાં સારો એવો જુદો પડે છે (આકૃતિ 3.9).

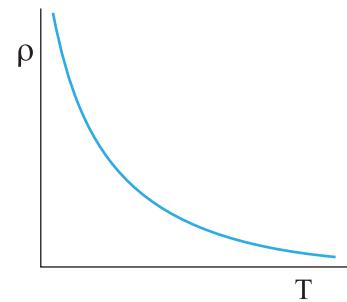
આમ, સમીકરણ (3.26)નો ઉપયોગ એ કોઈ સંદર્ભ તાપમાન  $T_0$ ની આસપાસ જ્યાં આલેખ લગભગ સુરેખા લઈ શકાય, ત્યાં  $T$ ના મર્યાદિત ગાળા માટે કરી શકાય.



આકૃતિ 3.9 કોપરની અવરોધકતા  $\rho_T$  તાપમાન  $T$ ના વિષેય તરીકે.



આકૃતિ 3.10 નિકોમ માટે નિરપેક્ષ તાપમાન  $T$ ના વિષેય તરીકે અવરોધકતા  $\rho_T$ .



આકૃતિ 3.11 એક લાક્ષણિક અર્ધવાહક માટે અવરોધકતાનું તાપમાન પરનું અવલંબન (આધાર).

નિકોમ (કે જે નિકલ, આર્થર અને કોમિયમની મિશ્રધાતુ છે) જેવા કેટલાંક દ્રવ્યોની અવરોધકતા તાપમાન પર ખૂબ જ નિર્ભળ રીતે આધાર રાખે છે (આકૃતિ 3.10) મેન્ઝેનીન અને કોન્સ્ટન્ટનને પણ આવા ગુણાધર્મો છે. તેમના અવરોધ તાપમાન સાથે ખૂબ જ ઓછા (નજીવા) બદલાતાં હોવાથી આવા પદાર્થોનો બહોળા પ્રમાણમાં ઉપયોગ પ્રમાણભૂત Wire Bound અવરોધો બનાવવામાં થાય છે.

ધાતુઓથી વિપરીત, અર્ધવાહકોની અવરોધકતા તાપમાનના વધારા સાથે ઘટતી જાય છે. તે કેવી રીતે આધાર રાખે છે તે દર્શાવતી એક લાક્ષણિકતા આકૃતિ 3.11માં દર્શાવેલ છે.

સમીકરણ (3.23)ની મદદથી આપણે ગુણાત્મક રીતે અવરોધકતા તાપમાન સાથે કેવી રીતે આધાર રાખે છે તે સમજ શકીએ. આ સમીકરણ પરથી દ્રવ્યની અવરોધકતા નીચેના સૂત્ર વડે આપી શકાય.

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m}{n e^2 \tau} \quad (3.27)$$

આમ,  $\rho$  એ એકમ કદ દીઠ રહેલ મુક્ત ઈલેક્ટ્રોનની સંખ્યા  $n$  અને બે સંઘાત વચ્ચેના સરેરાશ સમય  $\tau$  એમ બંનેના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં લયે છે. આપણે જેમ તાપમાન વધારતા જઈએ તેમ, પ્રવાહ માટેના જરૂરી વાહકો એવા ઈલેક્ટ્રોનની સરેરાશ જડપ વધતી જાય છે. પરિણામે અથડામણ થવાની આવૃત્તિ પડા વધતી જાય છે. આમ, બે સંઘાત વચ્ચેનો સરેરાશ સમય  $\tau$  તાપમાન સાથે ઘટતો જાય છે.

ધાતુમાં  $n$  એ તાપમાન પર ખાસ પ્રમાણમાં આધાર રાખતો નથી અને તેથી તાપમાન સાથે  $\tau$ માં થતો ઘટાડો  $\rho$ માં વધારો કરે છે કે જે આપણે નોંધ્યું.

અલબજ, અવાહકો અને અર્ધવાહકો માટે તાપમાન સાથે  $n$  વધે છે. આ વધારો સમીકરણ (3.23)માં આવતા  $\tau$ માં થતા કોઈપણ ઘટાડાને ભરપાઈ કરવા કરતાં પણ વધુ હોવાથી આવા દ્રવ્યો માટે તાપમાન સાથે  $\rho$ માં ઘટાડો થાય છે.

## પ્રવાહ વિદ્યુત

ઉદાહરણ 3.3 એક ઇલેક્ટ્રોનિક ટોસ્ટરમાં ગરમ કરવા માટે નિકોમ તારનો ઉપયોગ થાય છે. જ્યારે તેમાંથી અવગાયું પ્રવાહ પસાર કરવામાં આવે છે ત્યારે ઓરડાના તાપમાને ( $27.0^{\circ}\text{C}$ ) તેનો અવરોધ  $75.3\ \Omega$  જેટલો મળે છે. જ્યારે ટોસ્ટરને 230 Vના ઉદ્ગમ સાથે જોડવામાં આવે છે ત્યારે અમુક સેકન્ડ બાદ પ્રવાહનું મૂલ્ય  $2.68\text{ A}$  જેટલું સ્થાયી બને છે તો નિકોમ તારનું સ્થાયી તાપમાન કેટલું હશે? નિકોમ માટે સંકળાપેલ તાપમાનના ગણા પરનું સરેરાશ અવરોધનો તાપમાન ગુણાંક (Temperature Coefficient of Resistance)નું મૂલ્ય  $1.70 \times 10^{-4}\ ^{\circ}\text{C}^{-1}$  છે.

ઉકેલ જ્યારે (નિકોમ) તારમાંથી પસાર થતા પ્રવાહનું મૂલ્ય અવગાયું હોય ત્યારે ઉખીય અસરને અવગાયી શકાય અને તારના તાપમાન  $T_1$ ને ઓરડાના તાપમાન જેટલું લઈ શકાય. જ્યારે ટોસ્ટરને વોલ્ટેજ ઉદ્ગમ સાથે જોડવામાં આવે છે ત્યારે પ્રારંભિક પ્રવાહનું મૂલ્ય તેના સ્થિત પ્રવાહના મૂલ્ય  $2.68\text{ A}$  કરતા થોડું વધારે હશે. પરંતુ પ્રવાહની ઉખીય અસરને કારણે તાપમાન વધશે. આનાથી અવરોધમાં વધારો અને પ્રવાહમાં સહેજ ઘટાડો થશે. થોડી સેકન્ડમાં તાપમાન વધશે નહિ ત્યારે સ્થાયી અવસ્થા પ્રાપ્ત થશે અને તારનો અવરોધ અને વહેતો પ્રવાહ એ બંનેનાં સ્થાયી મૂલ્ય મળશે. સ્થાયી તાપમાન  $T_2$ એ અવરોધ  $R_2$  નીચે મુજબ ગણી શકાય.

$$R_2 = \frac{230\text{ V}}{2.68\text{ A}} = 85.8\ \Omega$$

$$R_2 = R_1[1 + \alpha(T_2 - T_1)]$$

$$\text{સૂત્ર પરથી } \alpha = 1.70 \times 10^{-4}\ (^{\circ}\text{C})^{-1} \text{ લઈને}$$

$$T_2 - T_1 = \frac{(85.8 - 75.3)}{(75.3) \times 1.70 \times 10^{-4}} = 820\ ^{\circ}\text{C} \text{ મળશે.}$$

$$\text{એટલે કે, } T_2 = (820 + 27.0)\ ^{\circ}\text{C} = 847\ ^{\circ}\text{C}$$

આમ, ગરમ કરતા તારનું સ્થાયી તાપમાન (પ્રવાહને કારણે ઉત્પન્ન થતી ઉખીય અસર અને આસપાસના વાતાવરણમાં થતા ઊર્જાના વ્યય સમાન થાય ત્યારે)  $847\ ^{\circ}\text{C}$  છે.

ઉદાહરણ 3.3

ઉદાહરણ 3.4 ખેટીનમ અવરોધ ધરાવતા થર્મોમીટરમાં રહેલા ખેટીનમ તારનો અવરોધ બરફના તાપમાને  $5\ \Omega$  અને વરાળના તાપમાને તે  $5.23\ \Omega$  છે. જ્યારે થર્મોમીટરને (Hot Bath)માં કૂબાડવામાં આવે છે ત્યારે ખેટીનમ તારનો અવરોધ  $5.795\ \Omega$  મળે છે તો - (Bath)નું તાપમાન ગણો.

$$\text{ઉકેલ } R_0 = 5\ \Omega, R_{100} = 5.23\ \Omega \text{ અને } R_t = 5.795\ \Omega$$

$$\begin{aligned} \text{હવે, } t &= \frac{R_t - R_0}{R_{100} - R_0} \times 100, R_t = R_0(1 + \alpha t) \\ &= \frac{5.795 - 5}{5.23 - 5} \times 100 \\ &= \frac{0.795}{0.23} \times 100 = 345.65\ ^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

ઉદાહરણ 3.4

### 3.9 વિદ્યુત ઊર્જા અને પાવર (કાર્યત્વરા) (ELECTRICAL ENERGY, POWER)

A અને B અંત્યબિંદુઓ ધરાવતા સુવાહકને ધ્યાનમાં લોકે જેમાં Aથી B તરફ I જેટલો પ્રવાહ વહે છે. A અને B આગળ વિદ્યુત સ્થિતિમાનને અનુકૂળે V(A) અને V(B) વડે દર્શાવેલ છે. હવે, પ્રવાહ Aથી B તરફ વહેતો હોવાથી  $V(A) > V(B)$  થશે અને AB છેડા વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત  $V = V(A) - V(B) > 0$  છે.

## ■ ભૌતિકવિજ્ઞાન

$\Delta t$  જેટલા સમયગાળામાં A થી B તરફ  $\Delta Q = I\Delta t$  જેટલો વિદ્યુતભાર ગતિ કરે છે. વાખ્યા મુજબ, A આગળ વિદ્યુતભારની સ્થિતિઓ  $Q$   $V(A)$  હતી અને તે જ રીતે B આગળ તે  $Q$   $V(B)$  છે. આમ, સ્થિતિઓમાં ફેરફાર  $\Delta U_{pot}$ ,

$$\begin{aligned}\Delta U_{pot} &= અંતિમ સ્થિતિઓ - પ્રારંભિક સ્થિતિઓ \\ &= \Delta Q[V(B) - V(A)] = -\Delta Q V \\ &= -IV\Delta t < 0\end{aligned}\quad (3.28)$$

જો વિદ્યુતભારોએ સુવાહકમાં અથડામણ વગર ગતિ કરી હોય તો તેની ગતિઓ પણ બદલાઈ હોત અને તેથી તેમની કુલ ઊર્જા અચળ રહી હોત. કુલ ઊર્જાનાં સંરક્ષણાનાં નિયમ મુજબ,

$$\Delta K = -\Delta U_{pot} \quad (3.29)$$

મળત. એટલે કે,

$$\Delta K = IV\Delta t > 0 \quad (3.30)$$

આમ, જો વિદ્યુતક્ષેત્રની અસર ડેઠળ સુવાહકમાં વિદ્યુતભારો મુક્ત રીતે ગતિ કરતા હોત તો તે કિસ્સામાં તેમની ગતિ દરમિયાન ગતિઓમાં વધારો થયો હોત. પરંતુ આપણે અગાઉ જોયું કે સરેરાશ રીતે વિદ્યુતવાહકો પ્રવેગિત ગતિ કરતા નથી પરંતુ અચળ ટ્રિફિટ વેગથી ગતિ કરે છે. આમ થવા પાછળનું કારણ એ છે કે તેમની મુસાફરી દરમિયાન તેઓ આયનો અને પરમાણુઓ સાથે અથડામણ અનુભવે છે. અથડામણો દરમિયાન, વિદ્યુતભારે મેળવેલ ઊર્જા પરમાણુઓ સાથે વહેંચે છે. પરમાણુઓ એકદમ જોશથી દોલન કરે છે, એટલે કે સુવાહક ગરમ થાય છે. આમ, વાસ્તવિક સુવાહકમાં  $\Delta t$  સમયગાળામાં ઉઘા ઊર્જા તરીકે વ્યય થતી ઊર્જા,

$$\Delta W = IV\Delta t \quad (3.31)$$

એકમ સમયમાં વ્યય પામતી ઊર્જા એટલે જ ખર્ચાતો પાવર (કાર્યત્વરા)

$$P = \Delta W/\Delta t \quad અને તેથી,$$

$$P = IV \quad (3.32)$$

મળે. ઓહ્મના નિયમ  $V = IR$ ની મદદથી,

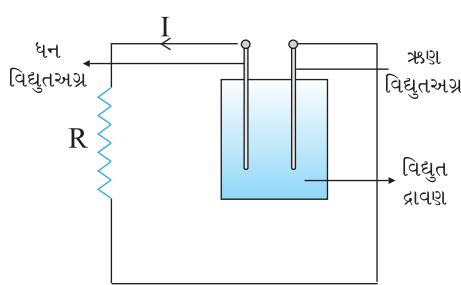
$$P = I^2 R = V^2/R \quad (3.33)$$

ને  $R$  અવરોધ ધરાવતા અને  $I$  જેટલો પ્રવાહ ધરાવતા સુવાહકમાં ઊર્જાવ્યય (Power Loss) (ઓહ્મિક-વ્યય) કહે છે. એ નોંધો કે આ એ પાવર (કાર્યત્વરા) છે કે જે દા.ત., વિદ્યુત બલ્બના ગૂંચળાને પ્રકાશિત થાય તેટલું ઉઘાથી ગરમ કરે છે જે ઉઘા અને પ્રકાશનું ઉત્સર્જન કરે છે.

આ પાવર આવે છે ક્યાંથી ? આપણે અગાઉ જેમ કારણ આપ્યું તેમ સુવાહકમાં સ્થાયી પ્રવાહ માટે બાબુ ઉદ્ગમની જરૂર પડે છે. સ્પષ્ટપણે આ ઉદ્ગમ જ આ પાવર પુરો પાડે છે. વિદ્યુતકોષ સાથે દર્શાવેલ એક સરળ પરિપથ (આડૃતિ 3.12)માં વિદ્યુતકોષની રાસાયણિક ઊર્જા જ્યાં સુધી આપી શકે ત્યાં સુધી પાવર પૂરો પાડે છે.

પાવર માટેના સમીકરણો (3.32) અને (3.33) અવરોધ  $R$ માં વ્યય પામતો પાવર તેમાંથી વહેતા પ્રવાહ અને તેના છેડા વચ્ચેના વોલ્ટેજ પર કેવી રીતે આધાર રાખે છે, તે દર્શાવે છે.

સમીકરણ (3.33)નો એક અગત્યનો ઉપયોગ પાવર પ્રસારણ (Transmission)માં થાય છે. વિદ્યુત પાવર એ પાવર સ્ટેશનમાંથી ઘર અને ફેક્ટરીઓમાં પ્રસારણ તાર (કેબલ્સ) દ્વારા પ્રસારિત થાય છે. જે કેટલાક સો માઈલ દૂર હોય છે. સ્વાભાવિક છે કે, આપણાને પાવર સ્ટેશનથી ઘરોમાં અને ફેક્ટરીઓમાં લઈ જતા પ્રસારણ તાર (કેબલ્સ)માં થતા પાવર-વ્યય લઘુત્તમ



આડૃતિ 3.12 વિદ્યુતકોષના છેડાને સમાંતર જોડેલા અવરોધ  $R$ માં ઉઘા ઉત્પન્ન થાય છે. અવરોધ  $R$ માં વ્યય થતી ઊર્જા એ ઇલેક્ટ્રોલાઈટની રાસાયણિક ઊર્જામાંથી આવે છે.

## પ્રવાહ વિદ્યુત

કરવામાં રસ હોય. હવે આપણે જોઈશું કે, આ કેવી રીતે થઈ શકે. એક ઉપકરણ ર ધ્યાનમાં લો કે જેને  $R_c$  અવરોધ ધરાવતા પ્રસારણ તાર (કેબલ્સ)થી P જેટલો પાવર પહોંચાડવાનો છે કે જે અંતે વિભેરીત (ખર્ચવાળો) છે. જો Rને સમાંતર વોલ્ટેજ V હોય અને તેમાંથી I જેટલો પ્રવાહ પસાર થતો હોય તો

$$P = VI \quad (3.34)$$

પાવર સ્ટેશનથી ઉપકરણને જોડતા તારનો નિયત અવરોધ  $R_c$  છે, ઉપકરણને જોડતાં તારમાં વય પામતી ઊર્જા, કે જે નકામી/વેડફાઈ જાય છે તે  $P_c$  નીચે મુજબ લખાય.

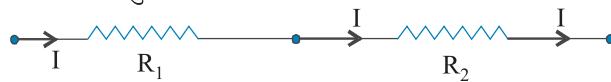
$$\begin{aligned} P_c &= I^2 R_c, જે સમીકરણ (3.32) પરથી, \\ &= \frac{P^2 R_c}{V^2} \end{aligned} \quad (3.35)$$

થાય. આમ,  $P$  જેટલો પાવર ધરાવતા ઉપકરણને ચલાવવા માટે ઉપકરણને જોડતાં તારમાં વેડફાતો પાવર એ  $V^2$ ના વસ્તુ પ્રમાણમાં હોય છે. પાવર સ્ટેશનથી પ્રસારણ તાર (કેબલ્સ)ની લંબાઈ કેટલાક સો માઈલ હોવાથી તેમનો અવરોધ  $R_c$  અવગય નહીં તેવો હોય. તેથી  $P_c$  ને ઘટાડવા માટે આ તાર (કેબલ)માં ખૂબ જ ઊંચા વોલ્ટેજ (V) પ્રવાહ વહે છે અને આ કારણથી પ્રસારણ તાર (Transmission Lines) ઉપર ઊંચા વોલ્ટેજના ખતરાનું ચિહ્ન રાખવામાં આવે છે - આવું સામાન્ય રીતે ગીય વસતી ધરાવતા વિસ્તારથી દૂર જતાં જોવા મળે છે. આટલા ઊંચા વોલ્ટેજ મળતી વિદ્યુતનો ઉપયોગ કરવામાં સલામતી નથી અને તેથી તેના બીજા છેડા આગળ ટ્રાન્સફોર્મર નામનું એક ઉપકરણ કે જે વોલ્ટેજને ઘટાડી જરૂરીયાત જેટલા પ્રમાણમાં લાવે છે, તેનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે.

### 3.10 અવરોધકોનું સંયોજન - શ્રેષ્ઠી અને સમાંતર

#### (COMBINATION OF RESISTORS - SERIES AND PARALLEL)

એક જ અવરોધ R કે જેના બે છેડા વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત V હોય તો તેમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ, ઓહ્મના નિયમ  $I = V/R$ -ની મદદથી આપી શકાય છે. ઘણીવખત અવરોધો એકબીજા સાથે જોડેલા હોય છે અને આવા સંયોજનોનો સમતુલ્ય અવરોધ શોધવા માટે ઘણા સરળ નિયમો છે.



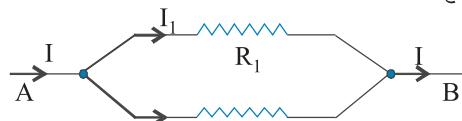
આકૃતિ 3.13 બે અવરોધો  $R_1$  અને  $R_2$ નું શ્રેષ્ઠી સંયોજન.

બે અવરોધોના અંત્ય બિંદુઓમાંથી એક એક જ જોડેલું હોય તો બે અવરોધો એકબીજાને શ્રેષ્ઠીમાં છે તેમ કહેવાય (આકૃતિ 3.13). હવે જો ત્રીજો અવરોધ આ બેના શ્રેષ્ઠી જોડાણ સાથે શ્રેષ્ઠીમાં જોડવામાં આવે (આકૃતિ 3.14), તો આ ત્રણેય શ્રેષ્ઠીમાં જોડાયેલા છે તેમ કહેવાય. સ્પષ્ટ છે કે આપણે આ વ્યાખ્યા કોઈપણ સંઘાના અવરોધોથી બનેલા શ્રેષ્ઠી સંયોજન માટે લાગુ પણ શકીએ.



આકૃતિ 3.14 ત્રણ અવરોધો  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ નું શ્રેષ્ઠી સંયોજન

હવે જો બધાં જ અવરોધોના એક છેડો એકબીજા સાથે અને તે જ રીતે બીજા છેડાઓ પણ એકબીજા સાથે જોડેલાં હોય તો બે કે તેથી વધારે અવરોધો સમાંતરમાં છે તેમ કહેવાય. (આકૃતિ 3.15)



આકૃતિ 3.15 સમાંતરમાં જોડેલાં બે અવરોધો  $R_1$  અને  $R_2$ .

## ભૌતિકવિજ્ઞાન

શ્રેષ્ઠીમાં જોડેલાં બે અવરોધો  $R_1$  અને  $R_2$ ને ધ્યાનમાં લો. જેટલો વિદ્યુતભાર  $R_1$ માંથી બહાર નીકળે તેટલો જ વિદ્યુતભાર  $R_2$ માં દાખલ થશે. પ્રવાહ, વિદ્યુતભારના વહનનો દર માપતો હોવાથી બંને અવરોધો  $R_1$  અને  $R_2$ માંથી સમાન પ્રવાહ  $I$  પસાર થશે. ઓહ્મના નિયમ પરથી,

$$R_1\text{ને સમાંતર સ્થિતિમાનનો તફાવત} = V_1 = IR_1 \text{ અને}$$

$$R_2\text{ને સમાંતર સ્થિતિમાનનો તફાવત} = V_2 = IR_2 \text{ થશે.}$$

આ સંયોજનના છેડા વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત  $V$  એ  $V_1 + V_2$  જેટલો થશે. તેથી,

$$V = V_1 + V_2 = I(R_1 + R_2) \quad (3.36)$$

આ ઓવું છે કે જાણે સંયોજનને સમતુલ્ય અવરોધ  $R_{eq}$  હોય કે જ્યાં ઓહ્મના નિયમ પરથી,

$$R_{eq} \equiv \frac{V}{I} = (R_1 + R_2) \quad (3.37)$$

જો આપણે ગ્રાફ અવરોધો શ્રેષ્ઠીમાં લીધા હોત તો, આ જ રીતે

$$V = I R_1 + I R_2 + I R_3 = I(R_1 + R_2 + R_3) \quad (3.38)$$

થાત. સ્વાભાવિક રીતે જ આને કોઈપણ સંખ્યા ( $n$ )ના અવરોધો  $R_1, R_2, \dots, R_n$  માટે વિસ્તારી શકાય. સમતુલ્ય અવરોધ  $R_{eq}$  નીચે મુજબ લખાશે.

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_n \quad (3.39)$$

હવે સમાંતરમાં જોડેલાં બે અવરોધો (આકૃતિ 3.15)ને ધ્યાનમાં લો. Aની ડાબી બાજુથી દાખલ થતો વિદ્યુતભાર અંશતઃ:  $R_1$ માંથી અને અંશતઃ:  $R_2$ માંથી પસાર થાય છે. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ વહેતા પ્રવાહો  $I, I_1$  અને  $I_2$  એ દર્શાવેલ બિંદુઓ આગળ વિદ્યુતભાર વહનનો દર સૂચવે છે. તેથી,

$$I = I_1 + I_2 \quad (3.40)$$

$R_1$ ને ઓહ્મનો નિયમ લાગુ પાડી A અને B વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત,

$$V = I_1 R_1 \quad (3.41)$$

$R_2$ ને ઓહ્મનો નિયમ લગાડતાં,

$$V = I_2 R_2 \quad (3.42)$$

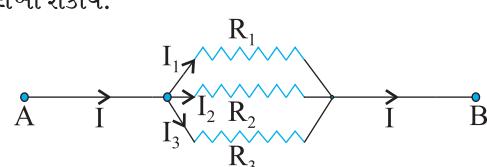
$$I = I_1 + I_2 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (3.43)$$

જો સંયોજનના સ્થાને સમતુલ્ય અવરોધ  $R_{eq}$  મૂકવામાં આવે તો ઓહ્મનો નિયમ મુજબ,

$$I = \frac{V}{R_{eq}} \quad (3.44)$$

$$\text{તેથી, } \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (3.45)$$

આપણે સહેલાઈથી જોઈ શકીએ છીએ કે આ કેવી રીતે સમાંતરમાં લગાવેલા ગ્રાફ અવરોધો (આકૃતિ 3.16) માટે લખી શકાય.



આકૃતિ 3.16 ગ્રાફ  $R_1, R_2$  અને  $R_3$  અવરોધોનું સમાંતર જોડાય

## પ્રવાહ વિદ્યુત

ઉપર મુજબ ૪,

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \quad (3.46)$$

અને  $R_1, R_2$  અને  $R_3$ ને ઓહ્મનો નિયમ લગાવતાં,

$$V = I_1 R_1, V = I_2 R_2, V = I_3 R_3 \quad (3.47)$$

તેથી,

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = V \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \quad (3.48)$$

જો આ સંયોજનને બદલે તેને સમતુલ્ય અવરોધ  $R_{eq}$  લઈએ કે જેથી કરીને

$$I = \frac{V}{R_{eq}} \text{ થાય.} \quad (3.49)$$

તો

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad (3.50)$$

ગમે તેટલી સંઘાના સમાંતર અવરોધો માટે આ સમીકરણ લાગુ પાડી શકાય.  $n$  અવરોધો  $R_1, R_2, \dots, R_n$ ને સમતુલ્ય અવરોધ,

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad (3.51)$$

આવા સમતુલ્ય અવરોધો માટેના સૂત્રોની મદદથી જટીલ પરિપથમાં વહેતા પ્રવાહ અને વોલ્ટેજ શોધી શકાય છે. ઉદાહરણ તરીકે, આકૃતિ (3.17)માં દર્શાવેલ પરિપથ ધ્યાનમાં લો કે જેમાં ગ્રાન્થ અવરોધો  $R_1, R_2$  અને  $R_3$  આવેલાં છે. અને  $R_2$  અને  $R_3$  એ સમાંતરમાં હોવાથી B અને C વચ્ચે તેમને સ્થાને સમતુલ્ય અવરોધથી  $R_{eq}^{23}$  મૂકૃતાં,

$$\frac{1}{R_{eq}^{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

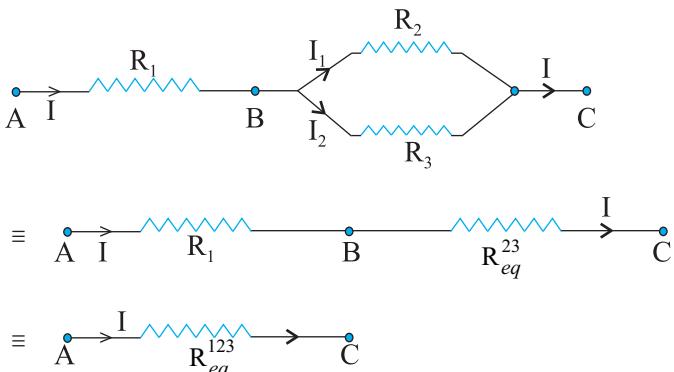
$$\text{અથવા } R_{eq}^{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \quad (3.52)$$

હવે, પરિપથમાં  $R_1$  અને  $R_{eq}^{23}$  શ્રેણીમાં છે, અને તેથી તેમના સંયોજનને સ્થાને સમતુલ્ય અવરોધ  $R_{eq}^{123}$  મૂકી શકાય.

$$R_{eq}^{123} = R_{eq}^{23} + R_1 \quad (3.53)$$

જો A અને C વચ્ચે વોલ્ટેજ V હોય તો (વહેતો) પ્રવાહ I નીચે મુજબ આપી શકાય.

$$I = \frac{V}{R_{eq}^{123}} = \frac{V}{R_1 + [R_2 R_3 / (R_2 + R_3)]}$$



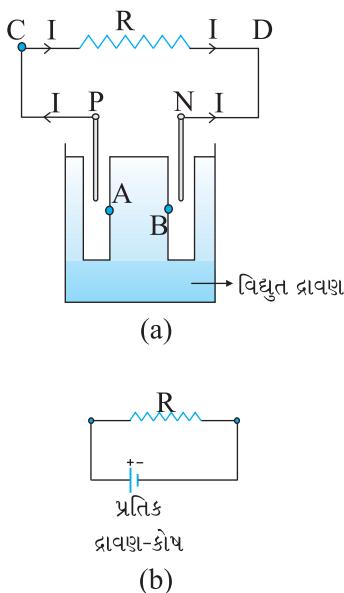
**આકૃતિ 3.17** ગ્રાન્થ  $R_1, R_2$  અને  $R_3$  અવરોધોનું સંયોજન.  $R_{eq}^{23}$  જેટલો સમતુલ્ય અવરોધ ધરાવતા અવરોધો  $R_1$  અને  $R_2$  સમાંતરમાં જોડેલાં છે.  $R_1$  અને  $R_{eq}^{23}$  એકબીજાને શ્રેણીમાં અને તેમનો સમતુલ્ય અવરોધ  $R_{eq}^{123}$  છે.

## ભૌતિકવિજ્ઞાન

$$= \frac{V(R_2 + R_3)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}. \quad (3.54)$$

### 3.11 વિદ્યુતકોષ, *emf*, આંતરિક અવરોધ

#### (CELL, EMF, INTERNAL RESISTANCE)



આપણે અગાઉ જણાવ્યું છે કે વિદ્યુત પરિપથમાં સ્થાયી પ્રવાહ જળવવા માટેનું એક સરળ ઉપકરણ વિદ્યુતદ્રાવણ-કોષ છે. આકૃતિ 3.18માં દર્શાવ્યા મુજબ, મૂળભૂત રીતે વિદ્યુતકોષમાં બે વિદ્યુતપ્રુષો, ધન (P) અને ઋણ (N) હોય છે. તેઓને વિદ્યુતદ્રાવણમાં અંતરાલ કરે છે. ધન વિદ્યુતઅગ્રને પોતાની અને તેની તદ્દન નજીક આવેલા કે જે આકૃતિમાં A વડે દર્શાવેલ છે તે વિદ્યુતદ્રાવણની વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત  $V_+$  ( $V_+ > 0$ ) છે. તે જ રીતે, ઋણ અગ્ર અને તેની તદ્દન નજીક આવેલાં કે જે આકૃતિમાં B વડે દર્શાવેલ છે તે વિદ્યુતદ્રાવણની સાથે ઋણ સ્થિતિમાન  $-V_-$  ( $V_- \geq 0$ ) ઉત્પન્ન કરે છે. જ્યારે પ્રવાહ પસાર થતો નહીં હોય ત્યારે સમગ્ર વિદ્યુતદ્રાવણમાં સમાન સ્થિતિમાન હશે. કે જેથી P અને N વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત  $V_+ - (-V_-) = V_+ + V_-$  થશે. આ તફાવતને કોષનું વિદ્યુતચાલક બળ (Electromotive Force-*emf*) કહે છે અને તેને દ વડે દર્શાવાય છે. આમ,

$$e = V_+ + V_- > 0 \quad (3.55)$$

અતે નોંધો કે દ એ ખરેખર સ્થિતિમાનનો તફાવત છે અને નહીં કે બળ. *emf* નામ તો ઐતિહાસિક કારણોથી વપરાય છે અને તે એવા સમયે આપવામાં આવ્યું હતું કે જે સમયે આ ઘટના યોગ્ય રીતે સમજી શકાયેલી ન હતી.

એનું મહત્વ સમજવા માટે એક અવરોધ Rને વિદ્યુતકોષના છેડા વચ્ચે જોડેલ છે તેમ ધારો (આકૃતિ 3.18). Rમાં થઈને I જેટલો પ્રવાહ C થી D તરફ વહે છે. અગાઉ સમજાવ્યું તેમ, વિદ્યુતદ્રાવણમાંથી પ્રવાહ Nથી P તરફ પસાર થતો હોવાથી સ્થાયી પ્રવાહ જળવાઈ રહેશે. એ સ્પષ્ટ જ છે કે સમગ્ર વિદ્યુતદ્રાવણમાંથી સમાન પ્રવાહ પસાર થતો હશે, પરંતુ તે Nથી P તરફ જ્યારે અવરોધ Rમાં તે Pથી N તરફ પસાર થાય છે.

વિદ્યુતદ્રાવણ કે જેમાંથી પ્રવાહ વહે છે તેને પરિમિત અવરોધ  $r$  છે, જેને આંતરિક અવરોધ કહે છે. પ્રથમ એવી સ્થિતિ વિચારો કે R અનંત છે, તેથી  $I = V/R = 0$  થશે, જ્યાં V એ P અને N વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત છે. હવે,

$$\begin{aligned} V &= P \text{ અને } A \text{ વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત} \\ &\quad + A \text{ અને } B \text{ વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત} \\ &\quad + B \text{ અને } N \text{ વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત} \\ &= e \end{aligned} \quad (3.56)$$

આમ, દ એ ખુલ્લા પરિપથ (Open Circuit), એટલે કે જ્યારે કોષમાંથી પ્રવાહ પસાર થતો ના હોય તે સ્થિતિ માટે ધન અને ઋણ વિદ્યુતઅગ્રો વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત છે.

હવે, જો R પરિમિત હોય તો I શૂન્ય નથી. આ કિસ્સામાં P અને N વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત,

$$\begin{aligned} V &= V_+ + V_- - Ir \\ &= e - Ir \end{aligned} \quad (3.57)$$

A અને B વચ્ચે સ્થિતિમાનના તફાવત ( $Ir$ )ના પદમાં ઋણ ચિહ્ન નોંધો. આવું થવા પાછળનું કારણ એ છે કે વિદ્યુતદ્રાવણમાં પ્રવાહ I, B થી A તરફ વહે છે.

વ્યવહારું ગણતરીઓમાં જ્યારે પરિપથમાં પ્રવાહ I એવો હોય કે જેથી દ  $>> Ir$  થાય ત્યારે કોષનો આંતરિક અવરોધ અવગાડી શકાય. આ આંતરિક અવરોધનું વાસ્તવિક મૂલ્ય જુદા જુદા કોષ

## પ્રવાહ વિદ્યુત

માટે જુદું જુદું હોય છે. અલબત્ત, સૂકા કોષ (Dry Cell)નો આંતરિક અવરોધ સામાન્ય વિદ્યુતદ્રાવકણ કોષોની સરખામણીમાં ઘણો વધારે હોય છે.

$$\text{આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, } R \text{ ના છેઠા વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત } V \text{ હોવાથી ઓછુમના નિયમની મદદથી, } \\ V = IR \quad (3.58)$$

મળે. સમીકરણો (3.57) અને (3.58) પરથી,

$$IR = E - Ir \quad (3.59)$$

અથવા  $I = \frac{E}{R+r}$

કોષમાંથી ખેંચી શકાતો મહત્તમ પ્રવાહ એ  $R = 0$  સ્થિતિ માટે છે અને તે  $I_{\max} = E/r$  છે. પરંતુ મોટાભાગના કોષોમાં મહત્તમ માન્ય (Allowed) પ્રવાહનું મૂલ્ય ક્રીષને કાયમી નુકશાનથી બચાવવા માટે ઘણું નાનું રાખવામાં આવે છે.

### વાદળોમાં વિદ્યુતભાર

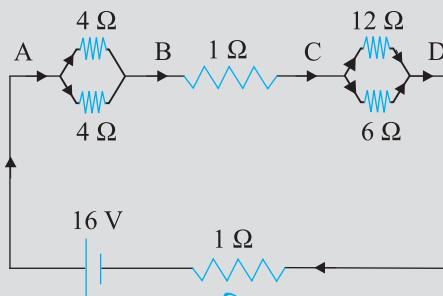
જુના જમાનામાં વીજળીને વાતાવરણમાં ઉદ્ભવતી કોઈ દૈવિકિત્ત પ્રેરિત ચમકારો/જબકારો માનવામાં આવતી હતી. તેને ભગવાનનું ખૂબ જ મોટું શસ્ત્ર માનવામાં આવતું હતું. પરંતુ આજે વીજળીની ઘટનાને ભૌતિકશાસ્ત્રના પ્રાથમિક સિદ્ધાંતોની મદદથી વૈજ્ઞાનિક રીતે સમજાવી શકાય છે.

વાતાવરણમાંની વિદ્યુત વિદ્યુતભારોના છૂટા પડવાને કારણે ઉદ્ભવે છે. આયનોસ્ફીયર અને મેનેટોસ્ફીયરમાં સૂર્ય-પૃથ્વી આંતરકિયાને કારણે પ્રબળ વિદ્યુતપ્રવાહ ઉત્પન્ન થાય છે. નીચેના વાતાવરણમાં પ્રવાહ પ્રમાણમાં નબળો હોય છે અને ગાજવીજ થકી જણવાઈ રહે છે.

વાદળોમાં બરફના કણો રહેલા હોય છે કે જે મોટા થતા જાય છે, અથડાય છે અને તેમાં તિરાડ પડતાં અંતે તૂટી જાય છે. આ ઘટના દરમિયાન નાના કણો ધન વિદ્યુતભાર જ્યારે મોટા કણો ઋણ વિદ્યુતભાર પ્રાપ્ત કરે છે. આ વિદ્યુતભારિત કણો વાદળમાં અનુભવાતા ઉર્ધ્વ સ્થાનાંતર (Updrift) અને ગુરુત્વાયબળને કારણે એક્ઝિબિઝની છૂટા પડી જાય છે. વાદળનો ઉપરનો ભાગ ધન વિદ્યુતભારિત અને વચ્ચેનો ભાગ ઋણ વિદ્યુતભારિત બને છે કે જે એક દ્વિ-ધ્રુવી (દાયપોલ)ની જેમ વર્તે છે. ઘણી વખત વાદળના નીચેના છેડા આગળ ખૂબ નબળો (ઓછા પ્રમાણમાં) ધન વિદ્યુતભાર જોવા મળે છે. ગાજવીજની ઘટના વખતે પૃથ્વી ધનવિદ્યુતભારિત હોય છે. વળી, બ્રહ્માંડ (વૈશ્વિક, Cosmic) અને રેનીયોએક્ટિવ વિકિરણો હવાનું ધન અને ઋણ આયનોમાં આયનીકરણ કરે છે, જેથી હવા એક નિર્બળ વિદ્યુત સુવાહકની જેમ વર્તે છે. આ છૂટા પડેલા વિદ્યુતભારો વાદળમાં તેમજ વાદળ અને પૃથ્વી વચ્ચે ખૂબ જ મોટા પ્રમાણમાં વિદ્યુતસ્થિતિમાન ઉત્પન્ન કરે છે. જે લાખોના કમના વોલ્ટેજનો હોય છે અને પરિણામે હવાનો વિદ્યુત અવરોધ બંદિત થતાં (ભાંગી પડતાં) વીજળીના જબકારા શરૂ થાય છે અને હજારો અંધ્યિયરના કમનો પ્રવાહ વહે છે. આ વખતે પ્રવર્તતું વિદ્યુતક્ષેત્ર  $10^5 \text{ V/m}$  ના કમનું હોય છે. આ વીજળીના જબકારા સરેરાશ ચાર તબક્કાના બનેલા હોય છે અને દરેક જબકારો લગભગ 30 સેકન્ડનો બનેલો હોય છે. દરેક જબકારાનો સરેરાશ મહત્તમ પાવર લગભગ  $10^{12} \text{ Watt}$  જેટલો હોય છે.

સારી આબોહવા વખતે પણ વાતાવરણમાં વિદ્યુતભાર હોય છે. આવી સાનુકૂળ આબોહવામાં વિદ્યુતક્ષેત્ર એ પૃથ્વી પરની પૃષ્ઠ વિદ્યુતભાર ઘનતા અને વાતાવરણની વાહકતા ઉપરાંત આયનો સિફિયરથી પૃથ્વીની સપાટી તરફ વહેતા પ્રવાહને કારણે હોય છે કે Picoampere/Square meterના કમનું હોય છે. પૃથ્વી પરની પૃષ્ઠ વિદ્યુતભાર ઘનતા ઋણ હોય છે, તેથી વિદ્યુતક્ષેત્ર નીચે તરફ હોય છે. જમીન ઉપર વિદ્યુતક્ષેત્ર લગભગ  $120 \text{ V/m}$  જેટલું હોય છે, જે  $-1.2 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2$  જેટલી પૃષ્ઠ વિદ્યુતભાર ઘનતાને અનુરૂપ છે. પૃથ્વીની સમગ્ર સપાટી ઉપર કુલ ઋણ વિદ્યુતભાર  $600 \text{ kC}$  જેટલો છે. તેટલો જ ધન વિદ્યુતભાર વાતાવરણમાં અસ્તિત્વ ધરાવે છે. આ વિદ્યુતક્ષેત્ર રોજબરોજની જિંદગીમાં નોંધપાત્ર હોતું નથી. આ ધ્યાનમાં નહીં આવવાનું કારણ એ છે કે લગભગ બધું જ, આપણું શરીર પણ હવાની સરખામણીમાં વાહક છે.

ઉદાહરણ 3.5 આફ્ક્ષિ 3.19માં દર્શાવ્યા મુજબ 1  $\Omega$ નો આંતરિક અવરોધ ધરાવતી 16 Vની બેટરી સાથે અવરોધોનું એક નેટવર્ક જોડેલ છે. (a) નેટવર્કનો સમતુલ્ય અવરોધ ગણો. (b) દરેક અવરોધમાંથી વહેતો પ્રવાહ મેળવો. (c)  $V_{AB}$ ,  $V_{BC}$ ,  $V_{CD}$  વોલ્ટેજ ડ્રોપ (સ્થિતિમાનનો તફાવત) ગણો.



ઉકેલ

આફ્ક્ષિ 3.19

- (a) આપેલ નેટવર્ક એ અવરોધોના સમાંતર અને શ્રેણી જોડાણોનું સંયોજન છે. પ્રથમ બે 4  $\Omega$ ના અવરોધો સમાંતરમાં હોવાથી તેમને સમતુલ્ય અવરોધ

$$= [(4 \times 4) / (4 + 4)] \Omega = 2 \Omega \text{ થશે.}$$

તે જ રીતે, 12  $\Omega$  અને 6  $\Omega$  અવરોધો પણ સમાંતરમાં હોવાથી તેમને સમતુલ્ય અવરોધ  $[(12 \times 6) / (12 + 6)] \Omega = 4 \Omega$  થશે. આખાય પરિપથનો સમતુલ્ય અવરોધ આ બે અવરોધો (2  $\Omega$  અને 4  $\Omega$ )ને 1  $\Omega$ ના અવરોધ સાથે શ્રેણીમાં જોડી શોધી શકાય. એટલે કે,

$$R = 2 \Omega + 4 \Omega + 1 \Omega = 7 \Omega$$

- (b) પરિપથમાં વહેતો કુલ પ્રવાહ,

$$I = \frac{\epsilon}{R + r} = \frac{16 \text{ V}}{(7+1)\Omega} = 2 \text{ A}$$

A અને B વચ્ચે રહેલા અવરોધોને ધ્યાનમાં લો. જો 4  $\Omega$ ના અવરોધમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ  $I_1$  અને બીજામાંથી પસાર થતો પ્રવાહ  $I_2$  હોય તો,

$$I_1 \times 4 = I_2 \times 4$$

એટલે કે,  $I_1 = I_2$  તે બીજ રીતે બંને શાખાની સંભિતિ જોતાં પણ સહજતાથી સમજ શકાય તેમ છે. હવે,  $I_1 + I_2 = I = 2 \text{ A}$  હોવાથી,

$$I_1 = I_2 = 1 \text{ A} \text{ થશે.}$$

આમ, દરેક 4  $\Omega$ ના અવરોધમાંથી 1 A પ્રવાહ પસાર થાય છે. B અને C વચ્ચેના 1  $\Omega$  અવરોધમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ  $I_3$  અને 6  $\Omega$  અવરોધમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ  $I_4$  હોય તો,

$$I_3 \times 12 = I_4 \times 6, \text{ એટલે કે, } I_4 = 2I_3$$

$$\text{પરંતુ } I_3 + I_4 = I = 2 \text{ A} \text{ હોય.}$$

$$\text{તેથી, } I_3 = \left(\frac{2}{3}\right) \text{ A, } I_4 = \left(\frac{4}{3}\right) \text{ A}$$

એટલે કે 12  $\Omega$  અવરોધમાંથી  $(2/3) \text{ A}$ નો પ્રવાહ અને 6  $\Omega$ માંથી  $(4/3) \text{ A}$ નો પ્રવાહ પસાર થાય છે.

- (c) ABને સમાંતર વોલ્ટેજ ડ્રોપ,

$$V_{AB} = I_1 \times 4 = 1 \text{ A} \times 4 \text{ V} = 4 \text{ V}$$

આ A અને Bની વચ્ચે પસાર થતા કુલ પ્રવાહને A અને Bની વચ્ચેના સમતુલ્ય અવરોધ વડે ગુણીને પણ મેળવી શકાય. એટલે કે,

$$V_{AB} = 2A \times 2\Omega = 4V$$

BCને સમાંતર વોલ્ટેજ પ્રોપ,

$$V_{BC} = 2A \times 1\Omega = 2V$$

અંતે, CDને સમાંતર વોલ્ટેજ પ્રોપ,

$$V_{CD} = 12\Omega \times I_3 = 12\Omega \times \left(\frac{2}{3}\right) A = 8V$$

આને વૈકલ્પિક રીતે, C અને D વચ્ચે કુલ પ્રવાહનો C અને D વચ્ચેના સમતુલ્ય અવરોધ વડે ગુણીને પણ મેળવી શકાય. એટલે કે,

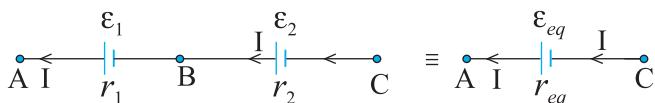
$$V_{CD} = 2A \times 4\Omega = 8V$$

અતે એ નોંધો કે A અને Dની વચ્ચે કુલ વોલ્ટેજ પ્રોપ  $4V + 2V + 8V = 14V$  છે. આમ, બોટરીનો ટર્મિનલ વોલ્ટેજ  $14V$  થશે. જ્યારે તેનું  $emf$   $16V$  છે. આ વોલ્ટેજનો વય ( $= 2V$ ) એ બોટરીના  $1\Omega$  આંતરિક અવરોધને કારણે છે  $[2A \times 1\Omega = 2V]$ .

### 3.12 કોષોનાં શ્રેણી અને સમાંતર જોડાણ

#### (CELLS IN SERIES AND IN PARALLEL)

અવરોધોની જેમ કોષોનું પણ પરિપથમાં સંયોજન કરી શકાય છે અને અવરોધોની જેમ પરિપથમાં પ્રવાહો અને વોલ્ટેજોની ગણતરી કરવા કોષોના સંયોજનના સ્થાને સમતુલ્ય કોષ મૂકી શકાય છે.



આફુતિ 3.20  $\epsilon_1$  અને  $\epsilon_2$   $emf$  ધરાવતા બે કોષો શ્રેણીમાં જોડેલા છે.  $r_1$  અને  $r_2$  તેમના

આંતરિક અવરોધો છે, A અને Cની વચ્ચેના જોડાણ માટે આ સંયોજનને  $\epsilon_{eq}$  જોડલા  $emf$  અને

$r_{eq}$  જોડલો આંતરિક અવરોધ ધરાવતા કોષને સમતુલ્ય ગણી શકાય.

પ્રથમ બે કોષોને શ્રેણીમાં છે તેમ વિચારો (આફુતિ 3.20). જ્યાં બંને કોષોના કોઈ એક છેડા એકબીજા સાથે જોડેલા છે, જ્યારે બંને કોષોના બીજા છેડાઓ મુક્ત રાખેલ છે,  $\epsilon_1$  અને  $\epsilon_2$  એ કોષોના અનુક્રમે  $emf$  અને  $r_1$  અને  $r_2$  તેમના આંતરિક અવરોધો છે.

ધારો કે આફુતિમાં દર્શાવેલ બિંદુઓ A, B અને C આગળના સ્થિતિમાનો V(A), V(B), V(C) છે.

તેથી  $V(A) - V(B)$  એ પ્રથમ કોષના ધન અને ઋષા ધ્રુવો વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત થશે. આપણે તે સમીકરણ (3.57)માં ગણ્યું છે તે મુજબ,

$$V_{AB} = V(A) - V(B) = \epsilon_1 - Ir_1 \quad (3.60)$$

તે જ રીતે,

$$V_{BC} = V(B) - V(C) = \epsilon_2 - Ir_2 \quad (3.61)$$

તેથી સંયોજનના A અને C ધ્રુવો વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત,

$$\begin{aligned} V_{AC} &= V(A) - V(C) = [V(A) - V(B)] + [V(B) - V(C)] \\ &= (\epsilon_1 + \epsilon_2) - I(r_1 + r_2) \end{aligned} \quad (3.62)$$

## ભૌતિકવિજ્ઞાન

હવે, જો આપણો આ સંયોજનને સ્થાને A અને C વચ્ચે  $\epsilon_{eq}$  જેટલું emf અને  $r_{eq}$  જેટલો આંતરિક અવરોધ ધરાવતા એક જ કોષને મૂકીએ તો,

$$V_{AC} = \epsilon_{eq} - Ir_{eq} \quad (3.63)$$

છેલ્લાં બે સમીકરણોની સરખામણી કરતાં,

$$\epsilon_{eq} = \epsilon_1 + \epsilon_2 \quad (3.64)$$

$$\text{અને } r_{eq} = r_1 + r_2 \quad (3.65)$$

આકૃતિ 3.20માં પહેલા કોષના ઋણ ધ્રુવને અને બીજા કોષના ધન ધ્રુવ સાથે જોડેલો હતો. તેને બદલે જો બે ઋણ ધ્રુવો જોડ્યા હોય તો સમીકરણ (3.61) બદલાઈને  $V_{BC} = -\epsilon_2 - Ir_2$  તરીકે લખાત અને

$$\epsilon_{eq} = \epsilon_1 - \epsilon_2 \quad (\epsilon_1 > \epsilon_2) \quad (3.66)$$

આ શ્રેણી જોડાણનો નિયમ કોઈપણ સંઘાના કોષો માટે વિસ્તારી શકાય.

(i)  $n$  કોષોના શ્રેણી સંયોજનને સમતુલ્ય emf અને તેમના વ્યક્તિગત emfના સરવાળા બરાબર હોય છે.

(ii)  $n$  કોષોના શ્રેણી જોડાણને સમતુલ્ય આંતરિક અવરોધ અને તેમના વ્યક્તિગત આંતરિક અવરોધના સરવાળા બરાબર હોય છે.

જ્યારે પ્રવાહ દરેક કોષના ધન ધ્રુવમાંથી બહાર નીકળતો હોય ત્યારે આમ થશે. હવે જો આ સંયોજનમાં જો કોઈ કોષના ઋણ ધ્રુવમાંથી પ્રવાહ બહાર નીકળતો હોય તો  $\epsilon_{eq}$  ના સમીકરણમાં તે કોષનું emf સમીકરણ (3.66)ની જેમ ઋણ ચિહ્ન સાથે લેવાશે.

હવે, કોષોનું સમાંતર જોડાણ ધ્યાનમાં લો (આકૃતિ 3.21).

$I_1$  અને  $I_2$  એ કોષોના ધન ધ્રુવોમાંથી બહાર નીકળે છે. બિંદુ  $B_1$  આગળ  $I_1$  અને  $I_2$  પ્રવાહ અંદરની તરફ જ્યારે પ્રવાહ  $I$  બહારની તરફ વહે છે. બહાર તરફ પણ અંદરની તરફ જેટલો જ વિદ્યુતભાર વહન પામતો હોવાથી,

$$I = I_1 + I_2 \quad (3.67)$$

ધારોકે  $V(B_1)$  અને  $V(B_2)$  એ અનુકૂળ બિંદુઓ અનુકૂળ બિંદુઓ હોય તો પ્રથમ કોષને ધ્યાનમાં લેતાં તેના છેડાઓ વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત  $V(B_1) - V(B_2)$  છે. તેથી સમીકરણ (3.57) પરથી,

$$V \equiv V(B_1) - V(B_2) = \epsilon_1 - I_1 r_1 \quad (3.68)$$

બિંદુઓ  $B_1$  અને  $B_2$  આ જ રીતે બીજા કોષને પણ જોડેલાં છે. તેથી બીજા કોષને ધ્યાનમાં લેતાં પણ આપણને

$$V \equiv V(B_1) - V(B_2) = \epsilon_2 - I_2 r_2 \quad (3.69)$$

મળે. છેલ્લાં ઋણ સમીકરણો પરથી,

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 \\ &= \frac{\epsilon_1 - V}{r_1} + \frac{\epsilon_2 - V}{r_2} = \left( \frac{\epsilon_1}{r_1} + \frac{\epsilon_2}{r_2} \right) - V \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \end{aligned} \quad (3.70)$$

તેથી,  $V$  નીચેના સૂત્ર મુજબ અપાશે,

$$V = \frac{\epsilon_1 r_2 + \epsilon_2 r_1}{r_1 + r_2} - I \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \quad (3.71)$$

હવે, જો આ સંયોજનને સ્થાને આપણે  $B_1$  અને  $B_2$ -ની વચ્ચે  $\epsilon_{eq}$  જેટલું  $emf$  અને  $r_{eq}$  જેટલો આંતરિક અવરોધ ધરાવતો એક જ કોષ મૂકીએ છીએ, તો આપણને

$$V = \epsilon_{eq} - Ir_{eq} \quad (3.72)$$

મળે. છેલ્લાં બે સમીકરણો સમાન હોવા જોઈએ અને તેથી,

$$\epsilon_{eq} = \frac{\epsilon_1 r_2 + \epsilon_2 r_1}{r_1 + r_2} \quad (3.73)$$

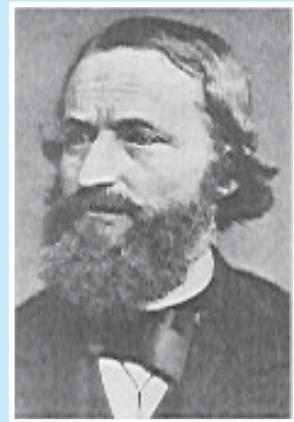
$$\text{અને } r_{eq} = \left( \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \right) \quad (3.74)$$

આ સમીકરણોને વધુ સરળ રીતે લખતાં,

$$\frac{1}{r_{eq}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \quad (3.75)$$

$$\frac{\epsilon_{eq}}{r_{eq}} = \frac{\epsilon_1}{r_1} + \frac{\epsilon_2}{r_2} \quad (3.76)$$

આફ્ટિ (3.21)માં આપણે ધન ધ્રુવોને એક સાથે અને તે જ રીતે ઋણ ધ્રુવોને એક સાથે એવી રીતે જોડેલાં હતાં કે જેથી પ્રવાહો  $I_1$  અને  $I_2$  ધન ધ્રુવોમાંથી બહાર નીકળતા હતા. જો બીજા (કોષ)નો ઋણ ધ્રુવ પહેલાના ધન ધ્રુવ સાથે જોડેલ હોત, તો  $\epsilon_2 \rightarrow -\epsilon_2$  લખતાં સમીકરણો (3.75) અને (3.76) હજ પણ લાગુ પડે.



ગુસ્તાવ રોબર્ટ કિર્ચોફ (Gustav Robert Kirchhoff) (1824-1887) : એક જર્મન ભौતિકવિજ્ઞાની, હૈડેલબર્ગ (Heidelberg) યુનિવર્સિટી અને બર્લિન ખાતે પ્રાધ્યાપક. તેમના મુખ્ય સંશોધનના વિષય સ્પેક્ટ્રોસ્કોપી માટે જાહેરીતા. તેમણે ગાણિતીય ભौતિક-વિજ્ઞાનમાં પણ અગત્યના યોગદાન કરેલ છે. તેમાં પરિપથો માટે તેમના પ્રથમ અને દ્વિતીય નિયમો નોંધપાત્ર છે.

સમીકરણો (3.75) અને (3.76)ને સહેલાઈથી વિસ્તારી શકાય. જો  $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n$   $emf$  ધરાવતા અને અનુકૂળ  $r_1, r_1, \dots, r_n$  જેટલો આંતરિક અવરોધ ધરાવતા  $n$  કેષોને સમાંતરમાં જોડવામાં આવેલા હોય તો આ સંયોજન  $\epsilon_{eq}$  જેટલું  $emf$  અને  $r_{eq}$  જેટલો આંતરિક અવરોધ ધરાવતા એક કોષને સમતુલ્ય ગણી શકાય કે જ્યાં,

$$\frac{1}{r_{eq}} = \frac{1}{r_1} + \dots + \frac{1}{r_n} \quad (3.77)$$

$$\frac{\epsilon_{eq}}{r_{eq}} = \frac{\epsilon_1}{r_1} + \dots + \frac{\epsilon_n}{r_n} \quad (3.78)$$

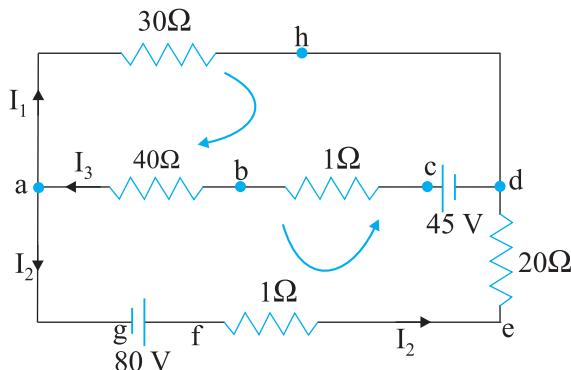
### 3.13 કિર્ચોફના નિયમો (KIRCHHOFF'S RULES)

વાપક સ્વરૂપે વિદ્યુત પરિપથો ઘડીવિભત એકબીજા સાથે જોડાયેલાં અવરોધો અને વિદ્યુતકોષોના જટિલ રીતે બનેલાં હોય છે. અગાઉ, અવરોધોના શ્રેણી અને સમાંતર જોડાણો માટે મેળવેલા સૂત્રો દરેક વખતે પરિપથમાં વહેતા બધા જ પ્રવાહો અને સ્થિતિમાન તરફાવત શોધવા માટે પૂરતા નથી. વિદ્યુતપરિપથોનાં વિશ્લેષણ માટે બે નિયમો કે જેને કિર્ચોફના નિયમો કહે છે તે ઘણાં ઉપયોગી છે.

આપેલ પરિપથ માટે આપણે દરેક અવરોધમાંથી વહેતા પ્રવાહને I સંશા વડે દર્શાવીશું અને અવરોધમાંથી દર્શાવેલ દિશામાં પ્રવાહ વહે છે તેમ સૂચવવા માટે તીર (Arrow)ની સંશા મૂકીશું. જો અંતમાં Iનું મૂલ્ય ધન મળે તો, પરિપથમાં ખરેખર વહેતો પ્રવાહ એ દર્શાવેલ તીરની દિશામાં છે. જો I ઋણ મળે તો પ્રવાહ એ દર્શાવેલ તીરની વિરુદ્ધ દિશામાં વહે છે. તે જ રીતે, દરેક ઉદ્ગમ (એટલે કે કોષ અથવા વિદ્યુતપાવર (ગીજા) માટેનું બીજું કોઈ ઉદ્ગમ)ના ધન અને ઋણ ધ્રુવોને લેબલ (Label) લગાવીશું

ગુસ્તાવ રોબર્ટ કિર્ચોફ (Gustav Robert Kirchhoff) (1824-1887)

## ભૌતિકવિજ્ઞાન



**આકૃતિ 3.22** જંક્શન તમાંથી બહાર નીકળતો પ્રવાહ  $I_1 + I_2$  છે, જ્યારે દાખલ થતો પ્રવાહ  $I_3$  છે. જંક્શનનો નિયમ કહે છે કે  $I_3 = I_1 + I_2$  બિંદુ  $h$  આગળ  $I_1$  પ્રવાહ દાખલ થાય છે અને  $h$  આગળ એક જ પ્રવાહ બહાર નીકળે છે, તેથી જંક્શનના નિયમ પરથી તે  $I_1$  જ હશે. બંધગાળાઓ 'ahdcba' અને 'ahdefga' માટે લૂપ (ગાળા)નો નિયમ  $-30I_1 - 41I_3 + 45 = 0$  અને  $-30I_1 + 21I_2 - 80 = 0$  આપે છે.

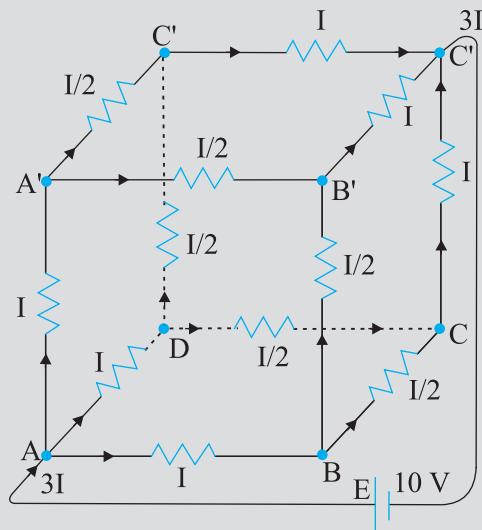
અને કોષમાંથી વહેતા પ્રવાહને તીર (સંશા) વડે દર્શાવીશું. આની મદદથી આપણાને સ્થિતિમાનનો તફાવત,  $V = V(P) - V(N) = E - Ir$  મળે. (સમીકરણ (3.57), જે ધન પ્રુવ  $P$  અને ઋષા પ્રુવ  $N$  વચ્ચે તો છે, જ્યાં પ્રવાહ - કોષમાં થઈને  $N$  થી  $P$  તરફ વહે છે.) હવે જો લેબલીંગ કરતી વખત કોષમાંથી વહેતા પ્રવાહ માટે આપણો  $P$  થી  $N$  જઈએ તો,  $V = E - Ir$  (3.79)

થશે. લેબલીંગની પ્રક્રિયા સ્પષ્ટ કર્યા પદ્ધી આપણો આ નિયમો જણાવીએ અને તેની સાબિતી આપીએ.

- (a) **જંક્શનનો નિયમ :** કોઈ પણ જંક્શન આગળ દાખલ થતા પ્રવાહોનો સરવાળો જંક્શનની બહાર નીકળતા (દૂર જતાં) પ્રવાહોના સરવાળા બરાબર હોય છે (આકૃતિ 3.22). ઘડુંબી બધી શાખા (રેખા)ના બનેલા જંક્શનને બદલે કોઈ રેખા પરના બિંદુએ પણ આ નિયમ સમાન રીતે લાગુ પડે છે. આ નિયમની સાબિતી એ હડીકિત પરથી આપી શકાય કે સ્થાપી પ્રવાહો માટે જંક્શન કે શાખાના (રેખાના) કોઈ બિંદુ આગળ વિદ્યુતભારનો સંગ્રહ થતો નથી. આમ, દાખલ થતો કુલ વિદ્યુતપ્રવાહ (કે જે જંક્શનમાં દાખલ થતાં વિદ્યુતભારનો દર છે) એ જંક્શનથી બહાર જતા કુલ પ્રવાહ બરાબર હોય છે.
- (b) **લૂપ (બંધગાળા)નો નિયમ :** અવરોધો અને વિદ્યુતકોષો ધરાવતા કોઈ પણ બંધગાળામાં સ્થિતિમાનના ફેરફારોનો બૈજિક સરવાળો શૂન્ય હોય છે (આકૃતિ 3.22).

આ નિયમ પણ સ્વાભાવિક છે, કારણ કે વિદ્યુતસ્થિતિમાન કયા બિંદુએ માપીએ છીએ તેના પર તે આધાર રાખે છે. આમ, કોઈ બિંદુથી શરૂ એ જ બિંદુએ પાછા આવીએ તો કુલ ફેરફાર શૂન્ય થાય જ. બંધગાળામાં આપણો જે-તે બિંદુએ પાછા આવીએ જ છીએ અને તેથી આ નિયમ લાગુ પડે.

**ઉદાહરણ 3.6** દરેક  $1\Omega$ ના એવા 12 અવરોધોથી સમધન નેટવર્કના વિકર્ણના સામ-સામે આવેલા શિરોબિંદુઓ વચ્ચે અવગણી શકાય તેવો આંતરિક અવરોધ ધરાવતી  $10\text{ V}$ ની બોટરી જોડેલ છે (આકૃતિ 3.23). નેટવર્કનો સમતુલ્ય અવરોધ અને સમધનની દરેક ભુજામાંથી પસાર થતો પ્રવાહ શોધો.



આકૃતિ 3.23

### ઉકેલ

આ નેટવર્ક સરળ શ્રેણી અને સમાંતરમાં જોડેલા અવરોધોના સ્વરૂપમાં દર્શાવી શકાશે નહીં. પરંતુ કોયડા સાથે સંકળાયેલ સંભિતિનો ઉપયોગ કરીને નેટવર્કનો સમતુલ્ય અવરોધ શોધી શકાય.

પથ  $AA'$ ,  $AD$  અને  $AB$  એ નેટવર્કમાં સંભિત રીતે આવેલા છે. આમ, આ દરેકમાં વહેતો પ્રવાહ સમાન હોવો જોઈએ, ધારોકે તે  $I$  છે. વધારામાં શિરોબિંદુઓ  $A'$ ,  $B$  અને  $D$  આગળ અંદર દાખલ થતો પ્રવાહ  $I$  બહાર જતી બે શાખાઓમાં સરખે ભાગે વહેંચાશે. આ રીતે, સમધનની બધી 12 ભુજાઓમાં વહેતો પ્રવાહ, કિર્ચોફના પ્રથમ નિયમ અને કોયડા સામે સંકળાયેલ સંભિતિની મદદથી  $I$ ના પદમાં લખી શકાય.

પછી, એક બંધ ગાળો ધારો કે  $ABCC'EA$  લો અને તેને કિર્ચોફનો બીજો નિયમ લગાડો.

$$-IR - (1/2)IR - IR + \epsilon = 0$$

જ્યાં  $R$  એ દરેક ભુજાઓ અવરોધ અને  $I$  એ બેટરીનું  $emf$  છે. આમ,

$$\epsilon = \frac{5}{2} IR \text{ થશે.}$$

આ નેટવર્કનો સમતુલ્ય અવરોધ  $R_{eq}$ ,

$$R_{eq} = \frac{\epsilon}{3I} = \frac{5}{6} R \text{ છે.}$$

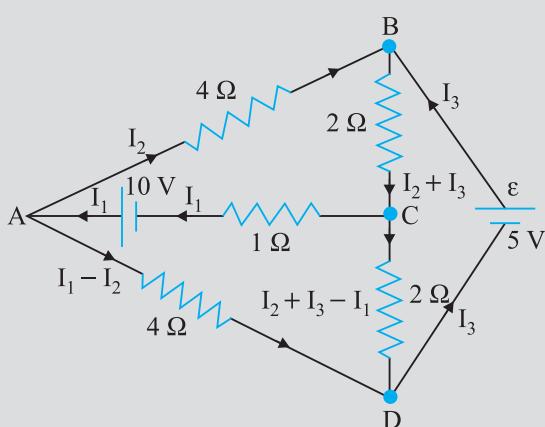
$R = 1 \Omega$  માટે  $R_{eq} = 5/6 \Omega$  અને  $\epsilon = 10 V$  માટે નેટવર્કમાં કુલ પ્રવાહ ( $= 3I$ ) નીચે મુજબ મળશે.

$$3I = 10 V / (5/6) \Omega = 12 A, \text{ એટલે } I = 4 A$$

સમધનની દરેક ભુજામાંથી પસાર થતો પ્રવાહ આકૃતિ 3.23 પરથી વાંચી શકાય છે.

અતે એ નોંધવું જરૂરી છે કે ઉદાહરણ 3.6માં આપેલ નેટવર્ક સાથે સંકળાયેલ સંભિતિને કારણે કિર્ચોફના નિયમની ક્ષમતા (Power) બહુ દશ્યમાન થતી નથી. બાપ્ક નેટવર્કમાં આવી સંભિતિને કારણે સરળતા મળે તેવું (દરેક વખતે) જરૂરી નથી અને જંકશનો અને બંધગાળાઓ (નેટવર્કમાં આપેલા અજ્ઞાતો જેટલા જરૂરી તમામ) માટે કિર્ચોફના નિયમો લગાવીને આવા કોયડાને ઉકેલી શકાય. આ હકીકત ઉદાહરણ 3.7માં દર્શાવેલ છે.

ઉદાહરણ 3.7 આકૃતિ 3.24માં દર્શાવેલ નેટવર્કમાં દરેક શાખામાંથી વહેતો પ્રવાહ શોધો.



આકૃતિ 3.24



Simulation for application of Kirchhoff's rules :  
<http://www.phys.hawaii.edu/~teb/optics/java/kirch3>

### ઉદાહરણ 3.6

### ઉદાહરણ 3.7

ઉકેલ નેટવર્કની દરેક શાખાને અજ્ઞાત પ્રવાહ વડે દર્શાવીશું, જે કિર્ચોફના નિયમોની મદદથી શોધવાનો છે. અજ્ઞાતોની સંખ્યા ઓછી કરવા પહેલેથી જ કિર્ચોફનો પ્રથમ નિયમ દરેક જંકશન આગળ લગાડી દરેક શાખામાંથી વહેતો અજ્ઞાત પ્રવાહ શોધી શકાય. આમ કરવાથી આપણને ત્રણ અજ્ઞાતો  $I_1$ ,  $I_2$  અને  $I_3$  મળશે કે જે ત્રણ જુદા-જુદા બંધગાળાઓ માટે કિર્ચોફનો બીજો નિયમ લગાવી શોધી શકાય. બંધગાળા ADCA માટે કિર્ચોફનો બીજો નિયમ લગાવતાં,

$$10 - 4(I_1 - I_2) + 2(I_2 + I_3 - I_1) - I_1 = 0$$

$$\text{એટલે કે } 7I_1 - 6I_2 - 2I_3 = 10 \quad [3.80 (a)]$$

ABCA બંધગાળા માટે,

$$10 - 4I_2 - 2(I_2 + I_3) - I_1 = 0$$

$$\text{એટલે કે } I_1 + 6I_2 + 2I_3 = 10 \quad [3.80 (b)]$$

બંધગાળા BCDEB માટે,

$$5 - 2(I_2 + I_3) - 2(I_2 + I_3 - I_1) = 0$$

$$\text{એટલે કે } 2I_1 - 4I_2 - 4I_3 = -5 \quad [3.80 (c)]$$

સમીકરણો (3.80 a, b, c) ત્રણ અજ્ઞાતો ધરાવતા સમકાળીન (યુગપત્ર - Simultaneous) સમીકરણો છે. તેઓને પ્રચલિત રીતે ઉકેલી શકાય, તે પરથી

$$I_1 = 2.5 \text{ A}, I_2 = \frac{5}{8} \text{ A}, I_3 = 1\frac{7}{8} \text{ A} \text{ મળે.}$$

નેટવર્કની જુદી જુદી શાખામાંથી વહેતો પ્રવાહ,

$$AB : \frac{5}{8} \text{ A}, CA : 2\frac{1}{2} \text{ A}, DEB : 1\frac{7}{8} \text{ A}$$

$$AD : 1\frac{7}{8} \text{ A}, CD : 0 \text{ A}, BC : 2\frac{1}{2} \text{ A}$$

એવું સહેલાઈથી ચકાસી શકાય છે કે કિર્ચોફનો બીજો નિયમ બીજા બંધગાળાઓને લાગુ પાડતા વધારાના કોઈ સ્વતંત્ર સમીકરણ મળશે નહીં, એટલે કે ઉપરોક્ત દર્શાવેલ પ્રવાહોનાં મૂલ્યો કિર્ચોફનો બીજો નિયમ નેટવર્કના કોઈ પણ બંધગાળા માટે સંતોષે છે. દા.ત., બંધગાળા BADEB માટે કુલ વોલ્ટેજ ઝોપ

$$5V + \left(\frac{5}{8} \times 4\right)V - \left(\frac{5}{8} \times 4\right)V$$

જે શૂન્ય છે, કે જે કિર્ચોફના બીજા નિયમની જરૂરીયાત છે.

### 3.14 વ્હીટસ્ટન બ્રિજ (WHEATSTONE BRIDGE)

કિર્ચોફના નિયમોનો ઉપયોગ દર્શાવવા માટે આકૃતિ 3.25માં દર્શાવેલ પરિયથ જેને વ્હીટસ્ટન બ્રિજ કહે છે તે ધ્યાનમાં લો. આ બ્રિજને ચાર અવરોધો  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  અને  $R_4$  છે. વિકર્ષણના સામ-સામે આવેલાં બે બિંદુઓ (આકૃતિમાં A અને C)ની જોડ વચ્ચે ઉદ્ગમ જોડવામાં આવે છે. આ (એટલે કે AC)ને બેટરી ભૂજા (Battery Arm) કહે છે. બીજા બે શિરોબિંદુઓ B અને C વચ્ચે ગોલ્વેનોમીટર G (કે જે પ્રવાહ નોંધવા માટેનું ઉપકરણ છે તે) જોડવામાં આવે છે. આ રેખા કે જે આકૃતિમાં BD તરીકે દર્શાવેલ છે, તેને ગોલ્વેનોમીટર ભૂજ (Galvanometer Arm) કહે છે.

સરળતા ખાતર આપણે ધારીએ કે કોઈનો આંતરિક અવરોધ શૂન્ય છે. સામાન્ય રીતે બધા જ અવરોધોમાંથી પ્રવાહ વહે છે. ઉપરાંત ગોલ્વેનોમીટર Gમાંથી  $I_g$  પ્રવાહ વહેતો હોય છે. અવરોધો એવા હોય છે કે જેથી  $I_g = 0$  થાય તેવો સમતુલિત બ્રીજનો કિસ્સો વિશેષ રસપ્રદ છે. આપણે સહેલાઈથી આવી સમતોલન (Balanced) સ્થિતિ પ્રાપ્ત કરી શકીએ કે જેમાં Gમાંથી વહેતો પ્રવાહ શૂન્ય થાય. આ કિસ્સામાં કિર્ચોફનો જંકશનનો નિયમ, જંકશનો D અને Bને લગાડતાં (જુઓ આકૃતિ) આપણને  $I_1 = I_3$

## પ્રવાહ વિદ્યુત

અને  $I_2 = I_4$  સંબંધ મળશે. પછી, કિર્ચોફનો ગાળાનો નિયમ બંધગાળાઓ ADBA અને CBDCને લાગુ પાડતા પ્રથમ ગાળા માટે,

$$-I_1 R_1 + 0 + I_2 R_2 = 0 \quad (I_g = 0)$$

અને  $I_3 = I_1$  અને  $I_4 = I_2$ નો ઉપયોગ કરતાં, બીજા ગાળા માટે,

$$I_2 R_4 + 0 - I_1 R_3 = 0$$

મળે છે. સમીકરણ (3.81) પરથી,

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

જ્યારે સમીકરણ (3.82) પરથી,

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_4}{R_3}$$

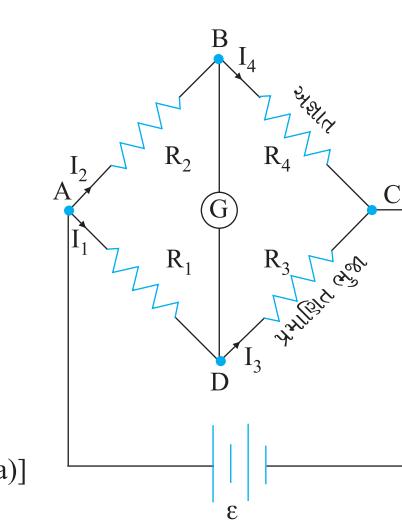
તેથી આપણને નીચેની શરત મળશે.

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3}$$

ચાર અવરોધોને સાંકળતા આ છેલ્લા સમીકરણને ગોલ્વેનોમીટર શૂન્ય કોણાવર્તન દર્શાવે તે માટેની સમતોલન શરત કહે છે.

હીટસ્ટન બ્રિજ અને તેની સમતોલન શરત એ અજ્ઞાત અવરોધ શોધવાની એક વ્યવહારુપ પદ્ધતિ પુરી પાડે છે. એવું ધારો કે આપણો પાસે એક અજ્ઞાત અવરોધ છે કે જે આપણો ચોથી ભૂજામાં લગાડેલ છે. આમ  $R_4$  અજ્ઞાત છે. જાણીતા અવરોધો  $R_1$  અને  $R_2$ ને બ્રિજની પ્રથમ અને બીજી ભૂજામાં રાખી આપણો અવરોધ  $R_3$ ને ગોલ્વેનોમીટર શૂન્ય આવર્તન આપે ત્યાં સુધી બદલતા જઈએ. પછી જ્યારે બ્રિજ સમતોલન સ્થિતિમાં આવે ત્યારે સમતોલન શરત પરથી અજ્ઞાત અવરોધ  $R_4$  નીચે મુજબ ગણી શકાય.

$$R_4 = R_3 \frac{R_2}{R_1}$$



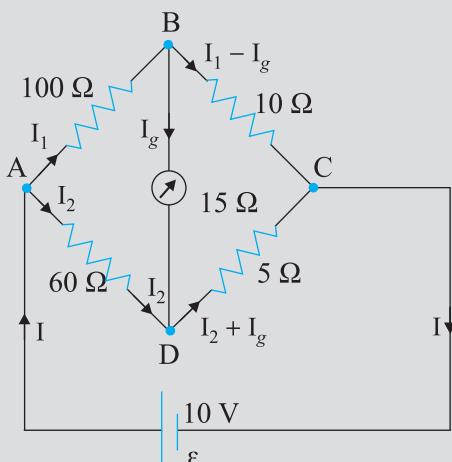
[3.83(a)]

આનુભૂતિ 3.25 હીટસ્ટન બ્રિજ

આ સિદ્ધાંતનો ઉપયોગ કરી બનાવેલ વ્યવહારુપ ઉપકરણ મીટરબ્રિજ કહેવાય છે, તે હવે પછીના વિભાગમાં ચર્ચિશું.

ઉદાહરણ 3.8 હીટસ્ટન બ્રિજની ચાર ભૂજાઓ (આનુભૂતિ 3.26)ને નીચે મુજબના અવરોધો છે.

$AB = 100 \Omega$ ,  $BC = 10 \Omega$ ,  $CD = 5 \Omega$  અને  $DA = 60 \Omega$



આનુભૂતિ 3.26

ઉદાહરણ 3.8

## ભૌતિકવિજ્ઞાન

15Ω અવરોધ ધરાવતું ગેલ્વેનોમીટર BD વચ્ચે જોડેલ છે. જ્યારે ACને સમાંતર સ્થિતિમાનનો તફાવત 10 V જેટલો જગતી રાખવામાં આવે ત્યારે ગેલ્વેનોમીટરમાંથી વહેતો પ્રવાહ ગણો.

ઉકેલ બંધગાળો BADB ઘાનમાં લો.

$$100I_1 + 15I_g - 60I_2 = 0$$

$$\text{અથવા } 20I_1 + 3I_g - 12I_2 = 0$$

બંધગાળો BCDB ઘાનમાં લો. આપણાને

$$10(I_1 - I_g) - 15I_g - 5(I_2 + I_g) = 0 \text{ મળો.}$$

$$10I_1 - 30I_g - 5I_2 = 0$$

$$2I_1 - 6I_g - I_2 = 0$$

બંધગાળો ADCEA ઘાનમાં લેતાં,

$$60I_2 + 5(I_2 + I_g) = 10$$

$$65I_2 + 5I_g = 10$$

$$13I_2 + I_g = 2$$

સમીકરણ [3.84(b)]ને 10 વડે ગુણતાં,

$$20I_1 - 60I_g - 10I_2 = 0$$

સમીકરણો [3.84(d)] અને [3.84(a)] પરથી,

$$63I_g - 2I_2 = 0$$

$$I_2 = 31.5I_g$$

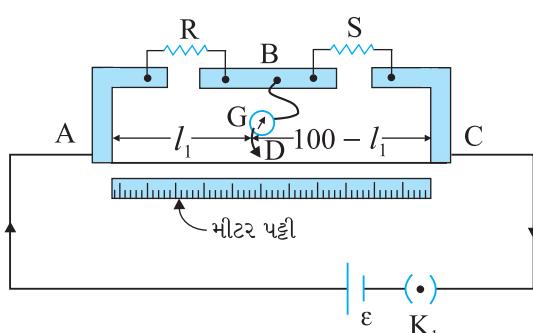
$I_2$ ની કિંમત સમીકરણ [3.84(c)]માં મૂકતાં,

$$13(31.5I_g) + I_g = 2$$

$$410.5I_g = 2$$

$$I_g = 4.87 \text{ mA}$$

દાખલા 3.8



આકૃતિ 3.27 મીટરબ્રિજ. AC તારની લંબાઈ 1 m છે. R એક અવરોધ છે કે જે માપવો છે અને S એક પ્રમાણભૂત અવરોધ છે.

### 3.15 મીટરબ્રિજ (METER BRIDGE)

આકૃતિ 3.27માં એક મીટરબ્રિજ દર્શાવેલ છે. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ, મીટરબ્રિજને સમાન આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતા અને 1 m લંબાઈનો તાર કે જેને ખેંચીને બે કાટખૂણો વળેલી ધાતુની જગી પદ્ધી સાથે બાંધીને બનાવેલ છે. આ ધાત્વીય પદ્ધીમાં બે ખુલ્લી જગ્યા (Gaps) છે કે જેમાં અવરોધો જોડવામાં આવે છે. (મીટરબ્રિજનો) તાર જગ્યાં જકડેલ છે તે અંત્યબિંદુઓ કળ થકી કોષ સાથે જોડેલ છે. ગેલ્વેનોમીટરનો એક છેડો બે ગેપની વચ્ચે આવેલી ધાતુની પદ્ધી સાથે જોડવામાં આવેલ છે. ગેલ્વેનોમીટરનો બીજો છેડો જોડી (સંપર્ક કળ) સાથે જોડવામાં આવે છે. જોકી એક પ્રકારનો ધાતુનો સણિયો છે કે જેનો એક છેડો તીક્ષ્ણ ધાર ધરાવે છે અને તે તાર પર સરકી શકે તે રીતે વિદ્યુત જોડાડો કરે છે.

R એક અશાત અવરોધ છે, જેનું મૂલ્ય આપણે શોધવું છે. તેને કોઈ એક ગેપમાં જોડવામાં આવે છે. બીજી ખાલી જગ્યામાં આપણે એક પ્રમાણભૂત શાત અવરોધ S જોડીએ છીએ. જોકી એ

## પ્રવાહ વિદ્યુત

તાર પરના કોઈ બિંદુ D સાથે જોડવામાં આવે છે કે જે છેડા A થી  $l \text{ cm}$  લંબાઈએ છે. જોકી તાર પર સરકી શકે છે. તારના AD ભાગનો અવરોધ  $R_{cm}/l$  જેટલો છે, જ્યાં  $R_{cm}$  એ તારનો એકમ સેન્ટીમીટર દીઠ અવરોધ છે. તારના DC ભાગનો અવરોધ આ જ રીતે  $R_{cm}(100-l)$  જેટલો થશે.

ચાર ભૂંઝાઓ AB, BC, DA અને CD ( $R, S, R_{cm}/l$  અને  $R_{cm}(100-l)$  અવરોધો ધરાવતી), સ્વાભાવિક છે કે એક વીલિસ્ટન બ્રિજ બનાવે છે કે જેમાં AC બેટરી-ભૂજ અને BD ગોલ્વેનોમીટર-ભૂજ થશે. હવે જો જોકીને તાર પર સરકાવવામાં આવે તો એક એવું સ્થાન મળશે કે જ્યાં ગોલ્વેનોમીટર કોઈ પ્રવાહ દર્શાવે નહિ. ધારોકે છેડા Aથી આવા સમતોલન બિંદુ માટેનું અંતર  $l = l_1$  છે, બ્રિજની સમતોલન સ્થિતિમાં ચાર અવરોધો અનુક્રમે  $R, S, R_{cm}/l_1$  અને  $R_{cm}(100-l_1)$  હશે. બ્રિજની સમતોલન સ્થિતિ સમીકરણ [3.83(a)] પરથી, નીચેનો સંબંધ આપે છે.

$$\frac{R}{S} = \frac{R_{cm}l_1}{R_{cm}(100-l_1)} = \frac{l_1}{100-l_1} \quad (3.85)$$

આમ, એક વખત આપણે  $l_1$  શોધી કાઢીએ તો અજ્ઞાત અવરોધ  $R$  પ્રમાણિત જ્ઞાત અવરોધ  $S$ ના પદમાં શોધી શકાય.

$$R = S \frac{l_1}{100-l_1} \quad (3.86)$$

$S$ ના જુદા જુદા મૂલ્યો પરસંદ કરતાં આપણને  $l_1$ નાં જુદાં જુદાં મૂલ્યો મળશે અને દરેક વખતે  $R$  ગણી શકીએ.  $l_1$ ની માપણીમાં રહેલ તૃઠી સ્વાભાવિક રીતે જ  $R$ ની તૃઠિમાં પણ પરિણામશે. એવું દર્શાવી શકાય કે જો સમતોલન-બિંદુને બ્રિજના મધ્યસ્થાનની આસપાસ, એટલે કે  $l_1$  એ 50 cmની નજીક ગોઠવીએ તો  $R$ ની માપણીની પ્રતિશત તૃઠી લઘુતમ કરી શકાય. (આના માટે  $S$ ની યોગ્ય પસંગળી કરવી જરૂરી છે.)

**ઉદાહરણ 3.9** એક મીટરબ્રિજમાં (આકૃતિ 3.27), Aથી 33.7 cm આગળ તટસ્થ બિંદુ/સમતોલન-બિંદુ (Null-point) મળે છે. હવે જો  $S$ ને સમાંતર 12  $\Omega$  નો અવરોધ જોડવામાં આવે તો સમતોલન-બિંદુ 51.9 cm આગળ મળે છે.  $R$  અને  $S$ નાં મૂલ્યો શોધો.

ઉકેલ પહેલાં સમતોલન બિંદુ પરથી,

$$\frac{R}{S} = \frac{33.7}{66.3} \quad (3.87)$$

$S$  અને 12 $\Omega$ ના અવરોધ સાથે સમાંતરમાં જોડયા બાદ તે ખાલી જગ્યામાંનો અવરોધ બદલાઈને  $S$ થી  $S_{eq}$  થાય છે, જ્યાં

$$S_{eq} = \frac{12 S}{S+12}$$

અને તેથી નવી સમતોલન સ્થિતિ,

$$\frac{51.9}{48.1} = \frac{R}{S_{eq}} = \frac{R(S+12)}{12 S} \quad (3.88)$$

થશે.  $R/S$ ની કિંમત સમીકરણ (3.87)માંથી મૂકતાં,

$$\frac{51.9}{48.1} = \frac{S+12}{12} \cdot \frac{33.7}{66.3}$$

જે  $S = 13.5 \Omega$  આપશે. ઉપર દર્શાવેલ  $R/S$ નાં મૂલ્ય પરથી આપણને  $R = 6.86 \Omega$  મળશે.

ઉદાહરણ 3.9

### 3.16 પોટેન્શિયોમીટર (POTENTIOMETER)

આ એક સર્વતોમુખી (ખૂબ ઉપયોગી) (Versatile) સાધન છે. તે મૂળ તો એક લાંબા સમાન આકૃતિદાના તારનું બનેલું છે. તે લાંબાઈમાં ઘણીવખત અમુક મીટર લાંબો હોય છે, અને તેના છેડા વચ્ચે એક પ્રમાણભૂત વિદ્યુતકોષ B જોડવામાં આવે છે. આની વાસ્તવિક રચનામાં ઘણીવખત આ તારને પાસપાસે રાખેલા ઘણાં બધાં ટુકડાઓ તરીકે લેવામાં આવે છે અને તેના છેડાઓને જાડી ધાતુની પણીથી જોડવામાં આવે છે (આકૃતિ 3.28). આકૃતિમાં તાર Aથી C વચ્ચે જોડેલાં છે. નાના ઊભા ભાગ એ ધાતુની જાડી પણી દર્શાવે છે કે જે તારના જુદા જુદા ભાગને જોડે છે.

તારમાંથી I જેટલો પ્રવાહ પસાર થાય છે કે જે પરિપથમાં જોડેલ ચલ (બદલી શકાય તેવા) અવરોધ (રીઓસ્ટેટ, R)ની મદદથી બદલી શકાય છે. અતે તાર નિયમિત હોવાથી A અને બિંદુ A થી I અંતરે રહેલા કોઈ પણ બિંદુ વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત

$$E(I) = \phi I \quad (3.89)$$

થણો, જ્યાં  $\phi$  એ એકમ લંબાઈદીઠ વોલ્ટેજ ડ્રોપ દર્શાવે છે.

આકૃતિ 3.28(a) બે વિદ્યુતકોષોના  $emf$   $E_1$  અને  $E_2$  સરખાવવા માટે પોટેન્શિયોમીટરનો ઉપયોગ દર્શાવે છે. એક દ્વિ-માર્ગીકળ (Two Way Key)નાં ત્રાણ બિંદુઓ 1, 2, 3 દર્શાવેલા છે. પહેલાં ધારો કે કળના 1 અને 3 બિંદુ જોડેલા છે, જેથી ગોલ્વેનોમીટર E, સાથે જોડાયેલ સ્થિતિમાં છે. જોકીને તાર પર બિંદુ N<sub>1</sub> કે જે Aથી I<sub>1</sub> અંતરે છે ત્યાં સુધી સરકાવો જેથી ગોલ્વેનોમીટરમાં શૂન્ય આવર્તન મળે. આપણે કિર્ચોફનો લૂપ (બંધગાળા)નો નિયમ બંધગાળા AN<sub>1</sub>G31Aને લગાડતાં,

$$\phi I_1 + 0 - E_1 = 0 \quad (3.90)$$

તે જ રીતે જે બીજો  $E_2$   $emf$  ને  $I_2(AN_2)$  લંબાઈથી સંતુલિત કરવામાં આવે તો,

$$\phi I_2 + 0 - E_2 = 0 \quad (3.91)$$

છેલ્લાં બે સમીકરણો પરથી,

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{I_1}{I_2} \quad (3.92)$$

આ સરળ કાર્યપદ્ધતિની મદદથી બે ઉદ્ગમોના  $emf$  ( $E_1$  અને  $E_2$ )ની સરખામણી થઈ શકે છે. વ્યવહારમાં એક વિદ્યુતકોષ તરીકે પ્રમાણભૂત કોષને લેવામાં આવે છે કે જેનું  $emf$  ખૂબ ચોક્સાઈથી જ્ઞાત હોય, તો બીજા કોષનું  $emf$  ખૂબ સહેલાઈથી સમીકરણ (3.92)ની મદદથી શોધી શકાય છે.

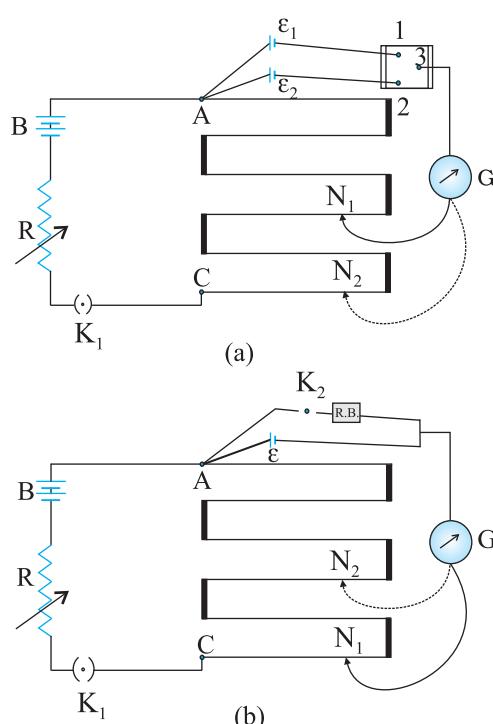
આપણે પોટેન્શિયોમીટરનો ઉપયોગ વિદ્યુતકોષનો આંતરિક અવરોધ માપવા પણ કરી શકીએ છીએ [આકૃતિ 3.28(b)]. આ માટે જે કોષ ( $emf$  E)નો આંતરિક અવરોધ (r) શોધવાનો છે તેને આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ કળ K<sub>2</sub> દ્વારા અવરોધ પેટીને સમાંતર જોડવામાં આવે છે. જ્યારે કળ K<sub>2</sub> ખુલ્લી હશે ત્યારે સંતુલન સ્થિતિની લંબાઈ  $I_1(AN_1)$  લંબાઈએ મળે છે. આથી,

$$E = \phi I_1 \quad (3.93(a))$$

જ્યારે કળ K<sub>2</sub> બંધ હશે ત્યારે કોષ અવરોધપેટીમાંથી I પ્રવાહ પસાર કરશે. જો V એ કોષનો ટર્મિનલ વોલ્ટેજ હોય અને સંતુલન  $I_2(AN_2)$  લંબાઈએ મળે તો,

$$V = \phi I_2 \quad (3.93(b))$$

$$\text{તેથી, } E/V = I_1/I_2 \quad (3.94(a))$$



**આકૃતિ 3.28** એક પોટેન્શિયોમીટર, G ગોલ્વેનોમીટર અને R એક ચલ રીઓસ્ટેટ છે. 1, 2, 3 દ્વિમાર્ગી કળના પ્રુલો છે. (a) બે કોષોનો  $emf$  ની સરખામણી માટેનો પરિપથ. (b) કોષોનો આંતરિક અવરોધ શોધવા માટેનો પરિપથ.

## પ્રવાહ વિદ્યુત

પરંતુ,  $\epsilon = I(r+R)$  અને  $V=IR$  છે તેથી,

[3.94(a)]

$$\epsilon/V = (r+R)/R$$

[3.94(b)]

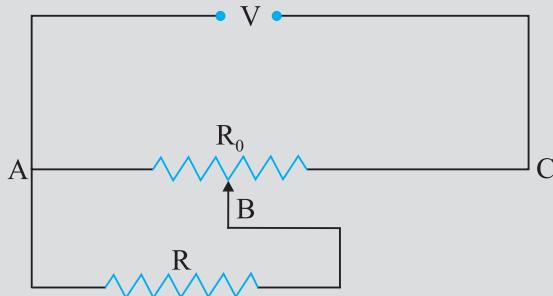
સમીકરણ [3.94(a)] અને [3.94(b)] પરથી,

$$(R+r)/R = l_1/l_2$$

$$r = R \left( \frac{l_1}{l_2} - 1 \right) \quad (3.95)$$

સમીકરણ (3.95)નો ઉપયોગ કરીને આપણે આપેલ કોષનો આંતરિક અવરોધ શોધી શકીએ છીએ. પોટેન્શિયોમીટરનો ફાયદો એ છે કે વોલ્ટેજના જે સોતની માપણી કરવાની છે તેમાંથી તે પ્રવાહ બેંચનો નથી. તે પ્રવાહ બેંચનો નથી તેથી તે ઉદ્ગમના આંતરિક અવરોધથી અસર પામતો નથી.

**ઉદાહરણ 3.10** પોટેન્શિયોમીટરમાંથી  $R$   $\Omega$ નો અવરોધ પ્રવાહ બેંચે છે. પોટેન્શિયોમીટરનો કુલ અવરોધ  $R_0$   $\Omega$  છે (આંકિત 3.29). પોટેન્શિયોમીટરને  $V$  જેટલો વોલ્ટેજ લગાડવામાં આવે છે. જ્યારે સરકતી (જોકી) કળ એ પોટેન્શિયોમીટરના મધ્યમાં જોડાયેલ હોય તે સ્થિતિ માટે  $R$ ને સમાંતર વોલ્ટેજ માટેનું સૂત્ર તારવો.



આંકિત 3.29

### ઉકેલ

જ્યારે સરકતી કળ પોટેન્શિયોમીટરના મધ્યભાગમાં હશે ત્યારે તેનો ફક્ત અર્દ્ધો અવરોધ  $(R_0/2)$  બિંદુઓ A અને Bની વચ્ચે હશે. તેથી A અને B વચ્ચેનો કુલ અવરોધ, ધારો કે  $R_1$ , નીચેના સૂત્ર મુજબ આપી શકાય.

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R} + \frac{1}{(R_0/2)}$$

$$R_1 = \frac{R_0 R}{R_0 + 2R}$$

A અને C વચ્ચેનો કુલ અવરોધ A અને B તથા B અને C વચ્ચેના અવરોધોના સરવાળા બશાબર એટલે કે  $R_1 + R_0/2$  થશે.

$$\therefore \text{પોટેન્શિયોમીટરમાંથી વહેતો પ્રવાહ}$$

$$I = \frac{V}{R_1 + R_0/2} = \frac{2V}{2R_1 + R_0}$$

પોટેન્શિયોમીટરમાંથી મળતો વોલ્ટેજ  $V_1$ , પ્રવાહ I અને અવરોધ  $R_1$ ના ગુણાકાર જેટલો થશે,

$$V_1 = I R_1 = \left( \frac{2V}{2R_1 + R_0} \right) \times R_1$$

ઉદાહરણ 3.10

$R_1$ ની કિમત મૂકતાં,

$$V_1 = \frac{2V}{2\left(\frac{R_0 \times R}{R_0 + 2R}\right) + R_0} \times \frac{R_0 \times R}{R_0 + 2R}$$

$$V_1 = \frac{2VR}{2R + R_0 + 2R} \text{ અથવા } V_1 = \frac{2VR}{R_0 + 4R}.$$

### સારાંશ

- સુવાહકના આપેલ આડછેદમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ એ આડછેદમાંથી એકમ સમયમાં પસાર થતો કુલ (ચોખ્ખો) વિદ્યુતભાર છે.
- પરિપથમાં સ્થાયી પ્રવાહ જાળવી રાખવા, આપણી પાસે બંધ પરિપથ હોવો જોઈએ જેમાં એક બાધ્ય પરિબળ (Agency) વિદ્યુતભારને નીચા સ્થિતિમાનથી ઊંચા સ્થિતિમાન તરફ ગતિ કરાવે. વિદ્યુતભારને નીચા સ્થિતિમાનથી ઊંચા સ્થિતિમાન (એટલે કે, ઉદ્ગમના એક છેડાથી બીજા છેડા) સુધી લઈ જવા ઉદ્ગમ વડે એકમ વિદ્યુતભાર દીઠ કરવા પડતા કાર્યને ઉદ્ગમનું વિદ્યુતચાલક બળ (Electromotive Force) અથવા  $emf$  કહે છે. અને, એ નોંધો કે  $emf$  એ બળ નથી, તે ખુલ્લા પરિપથની સ્થિતિ (OCC)માં ઉદ્ગમના બે છેડા વચ્ચેનો વોટેજનો તફાવત છે.
- ઓહ્મનો નિયમ : પદાર્થમાંથી વહેતો પ્રવાહ  $I$  એ તેના છેડે લગાવેલા વોલ્ટેજ  $V$ ના સમપ્રમાણમાં હોય છે, એટલે કે,  $V \propto I$  અથવા  $V = RI$ . જ્યાં,  $R$ ને પદાર્થનો અવરોધ કહે છે. અવરોધનો એકમ ઓહ્મ છે :  $1 \Omega = VA^{-1}$ .
- સુવાહકનો અવરોધ તેની લંબાઈ / અને આડછેદના ક્ષેત્રફળ  $A$  સાથે નીચેનો સંબંધ ધરાવે છે.  

$$R = \rho l / A$$

જ્યાં,  $\rho$ ને અવરોધકતા કહે છે. તે દ્વયની લાક્ષણિકતા છે અને તે તાપમાન અને દબાજા ઉપર આધાર રાખે છે.

- પદાર્થની વિદ્યુતકીય અવરોધકતા ખૂબ મોટા અંતરાલમાં બદલાય છે. ધાતુઓ  $10^{-8} \Omega m$  થી  $10^{-6} \Omega m$ ના કમની ખૂબ ઓછી અવરોધકતા ધરાવે છે. કાચ (ગ્લાસ) અને રબર જેવા અવાહકોની અવરોધકતા  $10^{22}$  થી  $10^{24}$  ગણી વધારે હોય છે. Si અને Ge જેવા અર્ધવાહકોની અવરોધકતા Logarithmic-સ્કેલ પરના લગભગ વચ્ચેલા ગણામાં આવેલ છે.
- મોટાભાગના પદાર્થોમાં પ્રવાહના વાહકો (Carriers) તરીકે ઈલેક્ટ્રોન છે : કેટલાક ડિર્સાઓમાં દા.ત., આયોનિક સ્ટિક્ટોમાં અને વિદ્યુતદ્રાવણોમાં ધન અને ઋણ આયનો વિદ્યુતપ્રવાહનું વહન કરે છે.
- પ્રવાહઘનતા  $j$  એ એકમ સમયમાં પ્રવાહને લંબ એકમ ક્ષેત્રફળમાંથી પસાર થતા વિદ્યુતભારનો જથ્થો દર્શાવે છે,

$$j = nq v_d$$

જ્યાં,  $n$  એ દરેક  $q$  જેટલો વિદ્યુતભાર ધરાવતા વાહકોની સંખ્યા ઘનતા (એકમ કદ દીઠ સંખ્યા) અને  $v_d$  વિદ્યુતપ્રવાહકોનો ડ્રિફ્ટ વેગ છે. ઈલેક્ટ્રોન માટે  $q = -e$ . જો  $j$ , આડછેદના ક્ષેત્રફળ  $A$ ને લંબ હોય અને આડછેદના ક્ષેત્રફળ ઉપર અચળ હોય તો આડછેદમાંથી વહેતા પ્રવાહનું મૂલ્ય  $ne v_d A$  થશે.

8.  $E = V/l$ ,  $I = nev_d A$ , અને ઓહ્મના નિયમનો ઉપયોગ કરી આપણે  $\frac{eE}{m} = \rho \frac{ne^2}{m} v_d$  મેળવી શકીએ.

જો આપણે એવું ધારીએ કે ધાતુમાં ઈલેક્ટ્રોન આયનો સાથે અથડામણ અનુભવે છે તે તેમનું અસ્તિત્વસ્ત આવર્તન કરાવે છે તો બાબ્યક્સેન્ટ Eને કારણે ધાતુમાં રહેલા ઈલેક્ટ્રોન પર લાગતા બળ eE અને ડ્રિફ્ટ વેગ  $v_d$  (પ્રવેગ નહીં) વચ્ચેની સમપ્રમાણતા સમજી શકાય તેમ છે. જો આવી અથડામણ સરેરાશ રીતે τ જેટલા સમય અંતરાલે થતી હોય તો,

$$v_d = at = eEt/m$$

જ્યાં,  $a$  એ ઈલેક્ટ્રોનનો પ્રવેગ છે. તેથી,

$$\rho = \frac{m}{ne^2 t} \text{ મળે.}$$

9. અવરોધકતા તાપમાન સાથે રેખીય રીતે વધતી હોય તેવા તાપમાન અંતરાલમાં અવરોધકતાના તાપમાન ગુણાંક અને તાપમાનના એકમ વધારા દીઠ અવરોધકતાના આંશિક (Fractional) વધારા તરીકું વ્યાખ્યાયિત કરાય છે.

10. ઘણા પદાર્થો દ્વારા ઓહ્મનો નિયમ પળાય છે, પરંતુ તે કુદરતનો મૂળભૂત નિયમ નથી. તે નીચેના સંઝોગોમાં ખોટો પડે છે.

(a)  $V$  એ  $I$  પર અરેખીય રીતે આધાર રાખતો હોય.

(b)  $V$  અને  $I$  વચ્ચેનો સંબંધ  $V$ ના એક્સમાન હોય તેવા નિરપેક્ષ મૂલ્યના ચિહ્ન ઉપર આધાર રાખતો હોય.

(c)  $V$  અને  $I$  વચ્ચેનો સંબંધ અનન્ય ન હોય (Non-unique હોય).

કિસ્સા (a) માટે, ઉદાહરણ તરીકે, જ્યારે  $\rho$  એ  $I$  સાથે (તાપમાન અયળ રાખવામાં આવે તો પણ) વધતી હોય. રેક્ટિફાયર એ (a) અને (b) બંને લક્ષણોનું સંયોજન છે. GaAs (c) ગુણધર્મ દર્શાવે છે.

11. જ્યારે દ જેટલું  $emf$ 'ના વતું ઉદ્ગમ બાબ્ય અવરોધ R સાથે જોડવામાં આવે ત્યારે Rને સમાંતર વોલ્ટેજ નીચે મુજબ આપી શકાય.

$$V_{ext} = IR = \frac{\epsilon}{R+r} R$$

જ્યાં,  $r$  એ ઉદ્ગમનો આંતરિક અવરોધ છે.

12. (a) શ્રેણીમાં જોડેલા  $n$  અવરોધોનો પરિણામી (કુલ) અવરોધ R નીચે મુજબ આપી શકાય.

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

(b) સમાંતરમાં જોડેલા  $n$  અવરોધોનો પરિણામી અવરોધ R નીચે મુજબ આપી શકાય.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

13. કિર્ચોફના નિયમો :

(a) જંક્શનનો નિયમ : પરિપથના ઘટકો માટેના કોઈપણ જંક્શન આગળ, જંક્શનમાં દાખલ થતા પ્રવાહોનો સરવાળો જંક્શનથી દૂર જતાં પ્રવાહોના સરવાળા બરાબર હોવો જોઈએ.

(b) લૂપ (બંધગાળા)નો નિયમ : કોઈ બંધગાળા માટે સ્થિતિમાનના ફેરફારનો બેજિક સરવાળો શૂન્ય જ હોવો જોઈએ.

14. પુસ્તકમાં દર્શાવ્યા મુજબ વ્લિટ્સટન બિજ એક ચાર અવરોધો –  $R_1, R_2, R_3, R_4$ ની બનેલી રચના છે. તેના તટસ્થ (સમતોલન) બિંદુ માટેની શરત નીચે મુજબ આપી શકાય

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

કે જેની મદદથી બાકીના ત્રણ અવરોધો જ્ઞાત હોય તો કોઈ એક અવરોધ શોધી શકાય.

15. પોટેન્શિયોમીટર સ્થિતિમાનના તફાવતની સરખામણી કરવાનું સાધન છે. આ રીતમાં પ્રવાહ વહેતો ના હોવાથી આ ઉપકરણનો ઉપયોગ સ્થિતિમાનનો તફાવત માપવા; બેટરીનો આંતરિક અવરોધ માપવા અને બે ઉદ્ગમોના  $emf$ ની સરખામણી કરવામાં કરી શકાય છે.

## ભૌતિકવિજ્ઞાન

ભૌતિકરાશિ	સંશા	પરિમાણ	એકમ	નોંધ
વિદ્યુતપ્રવાહ	I	[A]	A	SI મૂળભૂત એકમ
વિદ્યુતભાર	Q, q	[TA]	C	
વોલ્ટેજ, વિદ્યુત	V	[ML <sup>2</sup> T <sup>-3</sup> A <sup>-1</sup> ]	V	કાર્ય/વિદ્યુતભાર
સ્થિતિમાનનો તફાવત				
વિદ્યુતચાલક બળ (Electromotive Force)	$\epsilon$	[ML <sup>2</sup> T <sup>-3</sup> A <sup>-1</sup> ]	V	કાર્ય/વિદ્યુતભાર
અવરોધ	R	[ML <sup>2</sup> T <sup>-3</sup> A <sup>-2</sup> ]	$\Omega$	$R = V/I$
અવરોધકતા	$\rho$	[ML <sup>3</sup> T <sup>-3</sup> A <sup>-2</sup> ]	$\Omega_m$	$R = \rho l/A$
વિદ્યુત વાહકતા	$\sigma$	[M <sup>-1</sup> L <sup>-3</sup> T <sup>3</sup> A <sup>2</sup> ]	S	$\sigma = 1/\rho$
વિદ્યુતક્ષેત્ર	E	[MLT <sup>-3</sup> A <sup>-1</sup> ]	V m <sup>-1</sup>	વિદ્યુતબળ/વિદ્યુતભાર
ડ્રિફ્ટઅડ્વ	$v_d$	[LT <sup>-1</sup> ]	m s <sup>-1</sup>	$v_d = \frac{eE\tau}{m}$
રીલેક્સેશન સમય	$\tau$	[T]	s	
પ્રવાહ ઘનતા	j	[L <sup>-2</sup> A]	Am <sup>-2</sup>	પ્રવાહ/ક્ષેત્રફળ
મોબીલીટી	$\mu$	[ML <sup>3</sup> T <sup>-4</sup> A <sup>-1</sup> ]	m <sup>2</sup> V <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup>	$v_d/E$

### ગણન વિચારણાના મુદ્દાઓ

1. ભલે આપણે પ્રવાહને તીર (સાદિશ) સંજ્ઞા સાથે દર્શાવીએ પરંતુ તે અદિશ રાશિ છે. પ્રવાહ સાદિશ સરવાળાના નિયમને અનુસરતો નથી. પ્રવાહ અદિશ છે તેમ તેની વ્યાખ્યા પરથી પણ ફલિત થાય છે. આહેઠેના ક્ષેત્રફળમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ એ બે સાદિશોના અદિશ ગુણાકાર વડે દર્શાવાય છે.

$$I = j \cdot \Delta S$$

જ્યાં,  $j$  અને  $\Delta S$  એ સાદિશો છે.

2. પુસ્તકમાં દર્શાવ્યા મુજબ અવરોધ અને ડાયોડના  $V - I$  વક્ષોને ધ્યાનમાં લો. અવરોધ ઓહ્મના નિયમનું પાલન કરે છે પરંતુ ડાયોડ નહીં.  $V = IR$  એ ઓહ્મના નિયમનું કથન છે તેવું નિશ્ચયાત્મક રીતે કહેવું સાચું નથી. આ સમીકરણ અવરોધની વ્યાખ્યા આપે છે અને તે વાહક ઉપકરણો ભલે તે ઓહ્મના નિયમનું પાલન કરતા હોય કે નહીં, તે બધાને લાગુ પાડી શકાય છે. ઓહ્મનો નિયમ I વિરુદ્ધ  $V$ નો ગ્રાફ સુરેખા છે તેમ સુનિશ્ચિત કરે છે, એટલે કે  $R$  એ  $V$ થી સ્વતંત્ર છે.

સમીકરણ  $E = pj$  ઓહ્મના નિયમના બીજા વિધાન તરફ દોરી જાય છે. એટલે કે સુવાહક દવ્ય, જ્યારે તેની અવરોધકતા લાગુ પાડેલા વિદ્યુતક્ષેત્રના મૂલ્ય અને દિશા ઉપર આધારિત ના હોય ત્યારે ઓહ્મના નિયમનું પાલન કરે છે.

3. ચાંદી (Silver) જેવા સમાંગી સુવાહકો અને શુદ્ધ જર્મનિયમ અથવા અશુદ્ધ ધરાવતા જર્મનિયમ જેવા અર્ધવાહકો અમુક ગાળામાં લગાડેલા વિદ્યુતક્ષેત્રના મૂલ્ય માટે ઓહ્મના નિયમનું પાલન કરે છે. જો લગાડેલ ક્ષેત્ર ખૂબ જ પ્રબળ બને તો બધા જ કિસ્સામાં ઓહ્મના નિયમથી વિચારણ થાય છે.

4. વિદ્યુતક્ષેત્ર Eની હાજરીમાં (વાહક) ઈલેક્ટ્રોનની ગતિ (i) અસ્તવ્યસ્ત અથડામણોથી થતી ગતિ અને (ii) Eને કારણે થતી ગતિના સરવાળા બરાબર હોય છે. અસ્તવ્યસ્ત અથડામણોને કારણે થતી ગતિની સરેરાશ શૂન્ય હોવાથી તે  $P_d$  માં ફાળો આપતી નથી (પ્રકરણ-11, ધોરણ XIનું પાઠ્ય પુસ્તક). આમ,  $P_d$  એ ઈલેક્ટ્રોન પર ફક્ત લાગુ પાડેલા વિદ્યુતક્ષેત્રને કારણે જ હોય છે.

5.  $j = \rho v$  સંબંધ એ દરેક પ્રકારના વિદ્યુતભાર વાહકોને અલગ અલગ લગાડવું જોઈએ. સુવાહક તારમાં, કુલ પ્રવાહ અને વિદ્યુતભાર ઘનતા એ ધન અને ઋણ એમ બંને વિદ્યુતભારોને કારણે ઉદ્ભબે છે :

$$j = \rho_+ v_+ + \rho_- v_-$$

$$\rho = \rho_+ + \rho_-$$

હવે, વિદ્યુતભારનું વહન કરતા તટસ્થ તારમાં,  $\rho_+ = -\rho_-$

ઉપરાંત,  $v_+ \sim 0$  હોવાથી,  $\rho = 0$

$$j = \rho_- v_- થશે.$$

આમ,  $j = \rho v$  સંબંધ એ કુલ વિદ્યુતપ્રવાહ ઘનતાને લાગુ પડતો નથી.

6. ડિર્ચોફનો જંકશનનો નિયમ વિદ્યુતભારના સંરક્ષણ પર આધારિત છે અને જંકશનની બહાર નીકળતા પ્રવાહો એકબીજામાં ઉમેરાય છે અને તે જંકશનની અંદર દાખલ થતા પ્રવાહો બરાબર હોય છે. તારને વાળવાથી કે તેને જુદી-જુદી સ્થિતિમાં મૂકવાથી પણ ડિર્ચોફના જંકશનના નિયમની સત્યતા બદલાતી નથી.

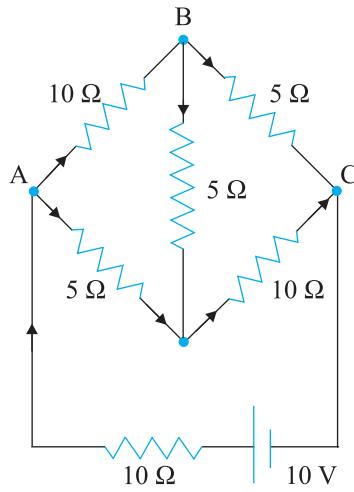
### સ્વાધ્યાય

- 3.1 કારની એક સંગ્રહાક બેટરીનું  $emf$  12 V છે. જો બેટરીનો આંતરિક અવરોધ 0.4  $\Omega$  હોય તો બેટરીમાંથી કેટલો મહત્તમ પ્રવાહ ખેંચી શકાય ?
- 3.2 10 V જેટલું  $emf$  અને 3  $\Omega$  જેટલો આંતરિક અવરોધ ધરાવતી બેટરીને એક અવરોધક સાથે જોડવામાં આવે છે. જો પરિપથમાં પ્રવાહ 0.5 A હોય તો અવરોધકનો અવરોધ કેટલો હશે ? જ્યારે પરિપથ બંધ (જોડેલો) હોય તે સ્થિતિમાં બેટરીનો ટર્મિનલ વોલ્ટેજ કેટલો હશે ?
- 3.3 (a) 1  $\Omega$ , 2  $\Omega$  અને 3  $\Omega$ ના ગ્રાન્યુલાર અવરોધો શ્રેણીમાં જોડેલા છે. આ સંયોજનનો કુલ અવરોધ કેટલો હશે ?  
(b) જો આ સંયોજનને 12 V જેટલું  $emf$  અને અવગાય આંતરિક અવરોધ ધરાવતી બેટરી સાથે જોડવામાં આવે તો દરેક અવરોધને છેડે વોલ્ટેજ તફાવત શોધો.
- 3.4 (a) 2  $\Omega$ , 4  $\Omega$  અને 5  $\Omega$ ના ગ્રાન્યુલાર અવરોધો સમાંતરમાં જોડેલા છે. આ સંયોજનોનો કુલ અવરોધ કેટલો હશે ?  
(b) જો આ સંયોજનને 20 V જેટલું  $emf$  અને અવગાય આંતરિક અવરોધ ધરાવતી બેટરી સાથે જોડવામાં આવે તો દરેક અવરોધમાંથી વહેતો પ્રવાહ અને બેટરીમાંથી ખેંચાતો કુલ પ્રવાહ શોધો.
- 3.5 એક ગરમ કરવા વપરાતા ઘટક તાર (Heating element)નો ઓરડાના તાપમાને ( $27.0^{\circ}\text{C}$ ) અવરોધ 100  $\Omega$  છે. જો અવરોધકના દ્વયની અવરોધકતાનો તાપમાન ગુણાંક  $1.70 \times 10^{-4}^{\circ}\text{C}^{-1}$  આપેલ હોય તો તારનો અવરોધ 117  $\Omega$  થાય ત્યારે તારનું તાપમાન શોધો.
- 3.6 15 m લંબાઈના અને  $6.0 \times 10^{-7} \text{ m}^2$  જેટલું નિયમિત ક્ષેત્રફળ ધરાવતા તારમાંથી અવગાયી શકાય તેટલો ઓછો પ્રવાહ પસાર કરવામાં આવે છે ત્યારે તેનો અવરોધ 5.0  $\Omega$  માપવામાં આવે છે. આ પ્રયોગ કરવાના તાપમાને તારના દ્વયની અવરોધકતા કેટલી હશે ?
- 3.7 એક ચાંદીના તારનો  $27.5^{\circ}\text{C}$  તાપમાને અવરોધ 2.1  $\Omega$  અને  $100^{\circ}\text{C}$  તાપમાને અવરોધ 2.7  $\Omega$  છે. ચાંદીનો અવરોધકતાનો તાપમાન ગુણાંક શોધો.
- 3.8 નિકોમના બનેલા એક ગરમ કરવાના તાર (Heating element)ને 230 Vના ઉદ્ગમ સાથે જોડતાં પ્રારંભમાં તે 3.2 A પ્રવાહ ખેંચે છે કે જે અમુક સેકન્ડ બાદ 2.8 A જેટલું સ્થાયી થાય છે. જો ઓરડાનું

## ભૌતિકવિજ્ઞાન

તાપમાન  $27.0^{\circ}\text{C}$  જેટલું હોય તો ગરમ કરતાં તારનું સ્થાયી તાપમાન કેટલું હશે? સંકળાયેલ તાપમાનના ગણામાટે નિકોમના અવરોધના તાપમાન ગુણાંકનું સરેરાશ મૂલ્ય  $1.70 \times 10^{-4}^{\circ}\text{C}^{-1}$  છે.

- 3.9 આફુતિ 3.30 દર્શાવેલ નેટવર્ક માટે દરેક શાખામાંથી વહેતો પ્રવાહ શોધો.



આફુતિ 3.30

- 3.10 (a) એક મીટરબ્રિજ (આફુતિ 3.27)માં જ્યારે Y અવરોધ  $12.5\ \Omega$  હોય ત્યારે છેડા Aથી તટસ્થબિંદુ 39.5 cm અંતરે મળે છે. અવરોધ X શોધો. શા માટે બીટાસ્ટન અથવા મીટરબ્રિજમાં અવરોધો વચ્ચેનું જોડાણ જાડી ધાતુની પણી દ્વારા કરવામાં આવે છે? (આફુતિમાં Rને સ્થાને X, Sને સ્થાને Y લો.)  
(b) હવે જો X અને Yના સ્થાનો અદલબદલ કરવામાં આવે તો ઉપરના બ્રિજમાં તટસ્થ (સમતોલન) બિંદુનું સ્થાન શોધો.  
(c) બ્રિજના તટસ્થ બિંદુ આગળ ગેલેનો મીટર અને બેટરીને અદલાબદલી કરતાં શું થશે? શું ગેલેનો મીટર કોઈ પ્રવાહ બતાવશે?
- 3.11 8.0 V emfની અને  $0.5\ \Omega$ નો આંતરિક અવરોધ ધરાવતી સંગ્રહક (Storage) બેટરીને 120 V વાળા dc સપ્લાય વડે  $15.5\ \Omega$ ના અવરોધ મારફતે વિદ્યુતભારિત કરવામાં આવે છે. વિદ્યુતભારણની પ્રક્રિયા દરમિયાન બેટરીનો ટર્મિનલ વોલ્ટેજ કેટલો હશે? વિદ્યુતભારણ માટેના પરિપથમાં શ્રેષ્ઠી અવરોધ રાખવાનો હેતુ શોધો.
- 3.12 એક પોટેન્શિયોમીટરની રચનામાં  $1.25\ \text{V}$ ની એક બેટરી તારના  $35.0\ \text{cm}$  અંતરે તટસ્થ બિંદુ આપે છે. હવે આ કોષને બદલીને બીજો કોષ લગાવતાં તટસ્થબિંદુ ખસીને  $63\ \text{cm}$  આગળ મળે છે. તો બીજા કોષનું emf કેટલું હશે?
- 3.13 ઉદાહરણ 3.1માં કોપર સુવાહકમાં મુક્ત ઈલેક્ટ્રોનની અંદાજિત સંખ્યા ઘનતા  $8.5 \times 10^{28}\ \text{m}^{-3}$  છે. આવા ઈલેક્ટ્રોનને  $3.0\ \text{m}$  લાંબા તારના એક છેડાથી બીજા છેડા સુધી દ્રિફ્ટ થતા કેટલો સમય લાગશે? તારના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ  $2.0 \times 10^{-6}\ \text{m}^2$  અને તેમાંથી  $3.0\ \text{A}$  જેટલો પ્રવાહ વહે છે.

### વધારાના સ્વાધ્યાય

- 3.14 પૃથ્વીની સપાટી પર ઋણ વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા  $10^{-9}\ \text{Cm}^{-2}$  છે. વાતાવરણના ટોચના ભાગ અને સપાટી વચ્ચેના  $400\ \text{kV}$  સ્થિતિમાનના તફાવતને પરિણામે (વાતાવરણના નીચેના ભાગની ઓછી વાહકતાને કારણે) આખીય પૃથ્વી પર ફક્ત  $1800\ \text{A}$  જેટલો પ્રવાહ રચાય છે. હવે, જો વાતાવરણમાં વિદ્યુતક્ષેત્રને જાળવી શકે એવી કોઈ કાર્યપ્રણાલી ના હોય તો પૃથ્વીની સપાટીને તટસ્થ કરવા માટે (અંદાજીત) કેટલો સમય લાગશે? (વાસ્તવમાં આવું કદાપી થશે નહીં કારણ કે

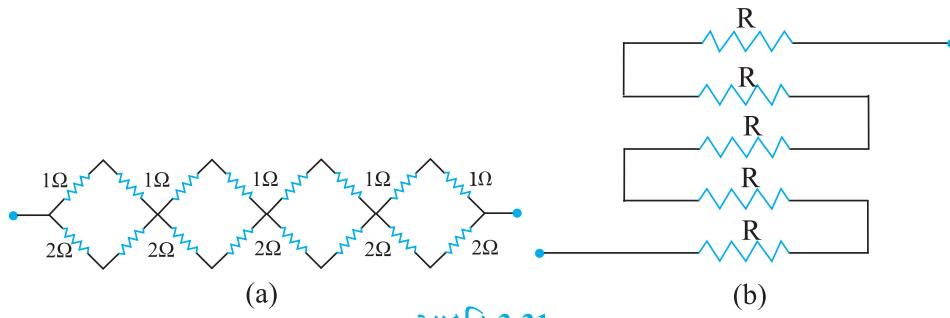
## પ્રવાહ વિદ્યુત

પૃથ્વીના જુદા જુદા ભાગમાં સતત થતી વીજળી અને ગાજવીજ સાથેના વાવાડોડાને કારણે સતત વિદ્યુતભાર ઠલવાતા રહે છે.) (પૃથ્વીની ત્રિજ્યા  $6.37 \times 10^6$  m છે.)

- 3.15** (a) દરેકને 2.0 V જેટલું *emf* અને  $0.015 \Omega$  જેટલો આંતરિક અવરોધ હોય તેવા છ બેડ-એસિડ પ્રકારના ગૌણ વિદ્યુતકોષને શ્રેષ્ઠીમાં જોડી 8.5 મેના અવરોધ સાથે ઉદ્ગમ તરીકે જોડવામાં આવે છે. ઉદ્ગમમાંથી ખેંચાતો પ્રવાહ અને ટર્મિનલ વોલ્ટેજ કેટલા હશે?
- (b) લાંબા વપરાશ બાદ એક ગૌણ વિદ્યુતકોષનું *emf* 1.9 V અને મોટો આંતરિક અવરોધ  $380 \Omega$  છે. આ કોષમાંથી કેટલો મહત્તમ પ્રવાહ ખેંચી શકાય? શું આ કોષ કારને ચાલુ કરવાની મોટર ચલાવી શકશે?
- 3.16** એક ઓલ્યુમિનીયમ અને બીજા કોપરના હોય તેવા બે સમાન લંબાઈના તારનો અવરોધ સમાન છે. બેમાંથી ક્યો તાર હલકો હશે? અને તે પરથી સમજાવો કે શા માટે Overhead પાવર કેબલ માટે ઓલ્યુમિનીયમના તાર પસંદ કરવામાં આવે છે.
- ( $\rho_{Al} = 2.63 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$ ,  $\rho_{Cu} = 1.72 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$ , તેમની સાપેક્ષ ઘનતા  $\rho_{Al} = 2.7$ ,  $\rho_{Cu} = 8.9$  છે.)
- 3.17** મેન્જેનીન મિશ્રધાતુના બનેલા અવરોધ માટે નીચે મુજબના અવલોકનો પરથી તમે શું તારણ કાઢશો?

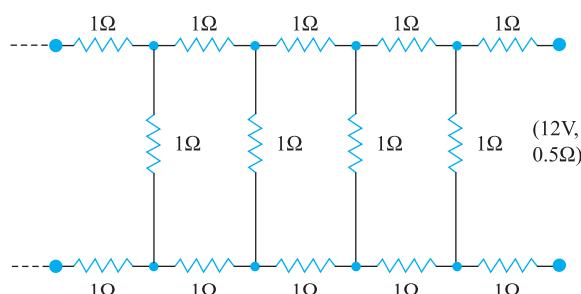
પ્રવાહ A	વોલ્ટેજ V	પ્રવાહ A	વોલ્ટેજ V
0.2	3.94	3.0	59.2
0.4	7.87	4.0	78.8
0.6	11.8	5.0	98.6
0.8	15.7	6.0	118.5
1.0	19.7	7.0	138.2
2.0	39.4	8.0	158.0

- 3.18** નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો:
- (a) એક અસમાન આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતા ધાતુના સુવાહકમાં સ્થાયી પ્રવાહ વહે છે. નીચેનામાંથી કઈ ભૌતિકરાશિ વાહક માટે અચળ રહેશે. પ્રવાહ, પ્રવાહઘનતા, વિદ્યુતક્ષેત્ર, ડિફિન્ટ ઝડપ?
- (b) શું ઓહ્ઝમનો નિયમ બધા જ વાહક ઘટકો માટે સર્વાંગિક રીતે લાગુ પાડી શકાય? જો ના હાય તો, ઓહ્ઝમના નિયમનું પાલન ન કરતા ઘટકોનાં નામ આપો.
- (c) નીચા સ્થિતિમાન (વોલ્ટેજ)વાળા ઉદ્ગમમાંથી મોટા પ્રવાહો મેળવવા હોય તો તેનો આંતરિક અવરોધ ખૂબ નાનો હોવો જોઈએ. શા માટે?
- (d) High Tension (HT) ધારોકે 6 KVના સપ્લાયનો આંતરિક અવરોધ ઘણો વધારે રાખવામાં આવે છે, શા માટે?
- 3.19** સાચો વિકલ્પ પસંદ કરો:
- (a) મિશ્રધાતુઓની અવરોધકતા સામાન્ય રીતે તેમની ઘટક ધાતુઓની અવરોધકતા કરતાં (વધારે/ઓછી) હોય છે.
- (b) સામાન્ય રીતે શુદ્ધ ધાતુઓ કરતા મિશ્રધાતુઓના અવરોધના તાપમાન ગુણાંક (નાના/મોટા) હોય છે.
- (c) મિશ્રધાતુ મેન્જેનીની અવરોધકતા તાપમાનથી લગભગ સ્વતંત્ર હોય છે/તાપમાન સાથે ખૂબ જડપથી વધે છે.
- (d) એક લાક્ષણિક અવાહક (દા.ત., અંબર)ની અવરોધકતા ધાતુ કરતા  $(10^{22}/10^{23})$  ના કમ જેટલી વધારે હોય છે.
- 3.20** (a) દરેક R અવરોધના આપેલા n અવરોધોને તમે કેવી રીતે જોડશો કે જેથી તમને (i) મહત્તમ, (ii) લઘૂત્તમ અસરકારક અવરોધ મળે? મહત્તમ અને ન્યૂનત્તમ અવરોધોનો ગુણોત્તર કેટલો હશે?
- (b)  $1 \Omega, 2 \Omega, 3 \Omega$  અવરોધો આપેલા છે તો તેમને કેવી રીતે સંયોજિત કરવાથી આપણને સમતુલ્ય અવરોધ (i)  $(11/3) \Omega$ , (ii)  $(11/5) \Omega$ , (iii)  $6 \Omega$ , (iv)  $(6/11) \Omega$ નો મળે?
- (c) નીચે આપેલ આકૃતિ 3.31માં દર્શાવેલા નેટવર્ક માટે સમતુલ્ય અવરોધ શોધો.



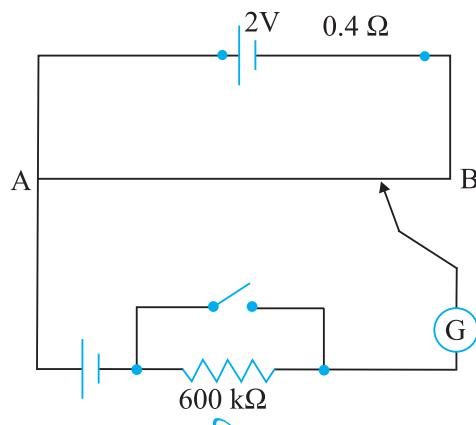
આકૃતિ 3.31

3.21 આકૃતિ 3.32માં દર્શાવેલ એક અનંત પરિપथ વડે  $12\text{ V}$ ના અને  $0.5\ \Omega$ નો આંતરિક અવરોધ ધરાવતો સખાયમાંથી બેંચાતો પ્રવાહ શોધો. દરેક અવરોધનું મૂલ્ય  $1\ \Omega$  છે.



આકૃતિ 3.32

3.22 આકૃતિ 3.33માં  $2.0\text{ V}$  અને  $0.40\ \Omega$ નો આંતરિક અવરોધ ધરાવતો વિદ્યુતકોષ પોટેન્શિયોમીટરના અવરોધતાર ABના બે છેડા વચ્ચે સ્થિતિમાન જાળવી રાખે છે. અચળ  $1.02\text{ V}$  emf (ખૂબ જ ઓછા, mA જેટલો પ્રવાહ માટે) જાળવી રાખતો એક પ્રમાણભૂત કોષ તાર પર  $67.3\text{ cm}$  અંતરે તટસ્થભિંદુ આપે છે. પ્રમાણભૂત કોષમાંથી ખૂબ ઓછો પ્રવાહ વહે છે તે સુનિશ્ચિત કરવા  $600\text{ k}\Omega$  જેટલો ખૂબ મોટો અવરોધ તેની સાથે શ્રોણીમાં જોડવામાં આવે છે કે જે તટસ્થભિંદુની નજીક લઘુપથિત (Shorted or Short Circuited) કરેલ છે. ત્યારબાદ આ પ્રમાણભૂત કોષને સ્થાને અંજાત emf દ ધરાવતો કોષ મૂકવામાં આવે છે અને આ જ રીતે તટસ્થભિંદુ શોધવામાં આવે છે, જે તારની  $82.3\text{ cm}$  લંબાઈ આગળ મળે છે.

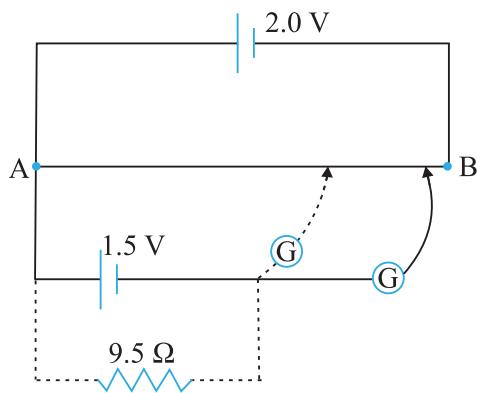


આકૃતિ 3.33

- (a) દનું મૂલ્ય કેટલું હશે ?
- (b)  $600\text{ k}\Omega$ ના ખૂબ મોટા અવરોધનો હેતુ શું છે ?

## પ્રવાહ વિદ્યુત

- (c) આ મોટા અવરોધથી તટસ્થબિંદુ પર કઈ અસર થશે ?
- (d) શું પોટેન્શિયોમીટરના ચાલક (Driver) કોષનું  $emf$  2.0 Vને બદલે 1.0 V હોત તો ઉપરની પરિસ્થિતિમાં આ રીત કારગત નીવડત ?
- (e) શું આ પરીપથ ખૂબ જ નાના  $emf$ , જેમકે કેટલાંક mVના કમના (દા.ત., થર્મોકપલમાં મળતા  $emf$  જેટલા), શોધવા માટે કામ કરી શકશે ? જો ના, તો તમે પરિપથમાં શું ફેરફાર કરશો ?
- 3.23 આકૃતિ 3.34 એ 1.5 Vના કોષનો આંતરિક અવરોધ શોધવા માટે વપરાયેલા 2.0 Vનો પોટેન્શિયોમીટર દર્શાવે છે. ખૂલ્લા પરિપથની સ્થિતિમાં કોષ માટે તટસ્થબિંદુ 76.3 cm આગળ છે. જ્યારે કોષના બાબ્ય પરિપથમાં 9.5 Ωનો અવરોધ વાપરવામાં આવે છે ત્યારે સમતોલન બિંદુ (તટસ્થબિંદુ) ખરીને પોટેન્શિયોમીટર તારની 64.8 cm લંબાઈએ મળે છે. કોષનો આંતરિક અવરોધ શોધો.



**આકૃતિ 3.34**

પ્રકરણ ચાર

# ગતિમાન વિદ્યુતભારો અને ચુંબકત્વ (MOVING CHARGES AND MAGNETISM)



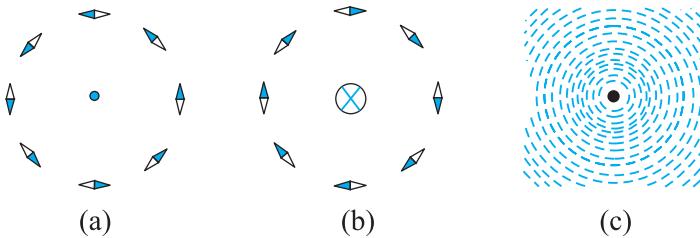
## 4.1 પ્રસ્તાવના (INTRODUCTION)

વિદ્યુત અને ચુંબકત્વ બંને લગભગ 2000 કરતાં વધુ વર્ષથી જાહીતા છે. આમ છતાં, 1820માં, આશરે 200 વર્ષ પહેલાં, સ્પષ્ટ રીતે જાળવા મળ્યું કે તે બંને એકબીજા સાથે ગાઢ રીતે સંકળાપેલા છે\*. 1820ના ઉનાળામાં પિરિયડ દરમિયાન પ્રાયોગિક નિર્દર્શન કરતી વખતે, ડેનિશ બૌતિકશાસ્ત્રી હાન્સ ક્રિસ્ટિયન ઓસ્ટેડ (Hans Christian Oersted) અનુભવ્યું કે સીધા તારમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર કરતી વખતે તેની બાજુમાં રહેલી ચુંબકીય સોયમાં નોંધપાત્ર કોણાવર્તન થાય છે. તેમણે આ ઘટનાની શોધ કરી. તેમણે શોધ્યું કે ચુંબકીય સોયનું કોણાવર્તન સીધા તારને કેન્દ્ર તરીકે ગણતાં તારને લંબસમતલમાં રહેલા કાલ્પનિક વર્તુળના સ્પર્શકની દિશામાં હોય છે. આ પરિસ્થિતિ આદૃતિ 4.1(a) માં દર્શાવી છે. જ્યારે વિદ્યુતપ્રવાહ મોટો હોય અને ચુંબકીય સોય તારથી પુરતી નજીક હોય કે જેથી પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર અવગણી શકાય ત્યારે આમ અનુભવી શકાય છે. પ્રવાહની દિશા ઉલટાવીએ તો સોયનું કોણાવર્તન પણ ઉલટાઈ જાય છે [આદૃતિ 4.1(b)]. પ્રવાહ વધારતાં અથવા ચુંબકીય સોયને તારની નજીક લાવતાં કોણાવર્તન વધે છે. લોંગની કણીઓ (ભૂકો) તારની આજુબાજુમાં ભભરાવવામાં આવે તો તાર કેન્દ્રમાં રહે તે રીતે કણીઓ સમકેન્દ્રી વર્તુળોમાં ગોઈવાય છે [આદૃતિ 4.1(c)]. ઓસ્ટેડ તારવ્યું કે ગતિમાન વિદ્યુતભાર અથવા પ્રવાહો તેમની આસપાસના અવકાશમાં ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે.

ત્યારબાદ આવા પ્રયોગોની ઘટમાળ ચાલી. 1864માં જેમ્સ મેક્સવેલે વિદ્યુત અને ચુંબકત્વ જે નિયમોનું પાલન કરે છે તે નિયમો તારવ્યા તથા ત્યારબાદ એવી અનુભૂતિ કરી કે પ્રકાશ એ વિદ્યુતચુંબકીય

\* પ્રકરણ 1, પાના નંબર 3 પરના બોક્સમાં જુઓ.

તરંગો છે. રેડિયો તરંગોની શોધ હટ્ટે કરી અને 19મી સદીના અંતભાગમાં છે. સી. બોઝ તથા જી. માર્કોનીએ તેને ઉત્પન્ન કરી બતાવ્યા. 20મી સદીમાં વિજ્ઞાન અને ટેકનોલોજીએ હરણફાળ ભરી. વિદ્યુત ચુંબકત્વ વિશે વધુ માહિતી પ્રાપ્ત થતાં તથા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો ઉત્પન્ન કરવા, વિવર્ધિત કરવા, તેનું પ્રસારણ અને પરખ (Detection, તેમની હાજરીની નોંધ) કરવા માટેનાં સાધનોની શોધને કારણે આ શક્ય બન્યું.



**આકૃતિ 4.1** સીધા-વાંબા વિદ્યુતપ્રવાહધારિત તારને લીધે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર. તાર આ પાનાના પૃષ્ઠને લંબરૂપે છે. ચુંબકીય સોય તારની આજુબાજુ ગોઠવાયેલ છે. ચુંબકીય સોયોનું કોણાવર્તન (a) જ્યારે વિદ્યુતપ્રવાહ પાનાના પૃષ્ઠમાંથી બહાર તરફ આવતો હોય, (b) જ્યારે વિદ્યુતપ્રવાહ પાનાના પૃષ્ઠમાં અંદર તરફ જતો હોય, (c) લોંગંડની કણીઓ (ભૂકો)ની તારની આસપાસ ગોઠવણી. ચુંબકીય સોયનો ઘડું ભાગ તેમનો ઉત્તરધૂવ દર્શાવે છે. પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રની અસર અવગણેલ છે.

ગતિ કરતા વિદ્યુતભારો જેવા કે ઇલેક્ટ્રોન, પ્રોટોન અને વિદ્યુતપ્રવાહ વહન કરતાં તાર પર ચુંબકીયક્ષેત્ર કેવી રીતે બળ લગાડે છે તે આપણે આ પ્રકરણમાં જોઈશું. આપણે એ પણ શીખીશું કે વિદ્યુતપ્રવાહ કેવી રીતે ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે. સાઈક્લોટ્રોનમાં (વિદ્યુતભારીત) કણોને ખૂબ ઊંચી ઊર્જાઓ સુધી કેવી રીતે પ્રવેગિત કરી શકાય તે જોઈશું. ગેલ્વેનોમીટરની મદદથી વિદ્યુતપ્રવાહો અને વીજદબાણ (વોલ્ટેજ)ની પરખ કેવી રીતે કરી શકાય તે પણ શીખીશું.

આ પ્રકરણ અને તે પછીના ચુંબકત્વના પ્રકરણમાં આપણે નીચે આપેલી રૂઢિ (પ્રણાલિકા, Convention) અનુસરીશું. પાનાના પૃષ્ઠમાંથી બહાર તરફ નીકળતા વિદ્યુતપ્રવાહ કે ક્ષેત્ર (વિદ્યુત કે ચુંબકીય)ને ટ્યુકાં ઠ વડે દર્શાવીશું. પાનાના પૃષ્ઠમાં પ્રવેશતા વિદ્યુતપ્રવાહ કે ક્ષેત્રને ચોકડી  $\otimes$  વડે દર્શાવીશું\*. આકૃતિઓ 4.1(a) અને 4.1(b)માં આ પરિસ્થિતિઓ, અનુક્રમે દર્શાવી છે.

## 4.2 ચુંબકીયબળ (MAGNETIC FORCE)

### 4.2.1 ઉદ્ગમો અને ક્ષેત્રો (Sources and Fields)

ચુંબકીયક્ષેત્ર **B**નો પરિચય કરતાં પહેલાં આપણે પ્રકરણ-1માં વિદ્યુતક્ષેત્ર E વિશે જે ભાગા તે યાદ કરી લઈએ. આપણે જોયું હતું કે બે વિદ્યુતભારો વચ્ચેની આંતરક્ષિયા બે ભાગમાં સમજ શકાય છે. વિદ્યુતક્ષેત્રનું ઉદ્ગમ એવો વિદ્યુતભાર Q, વિદ્યુતક્ષેત્ર E ઉત્પન્ન કરે છે જ્યાં,



**હાન્સ ક્રિસ્ટિયન ઓર્સ્ટેડ (1777-1851)** ડેનિશ ભૌતિકશાસ્ત્રી અને રસાયણશાસ્ત્રી, જે કોપનહેનમાં પ્રોફેસર હતાં. તેમણે અનુભવ્યું કે વિદ્યુતપ્રવાહધારિત તાર પાસે ચુંબકીય સોય લાવતાં તે કોણાવર્તન અનુભવે છે. આ શોધ દ્વારા વિદ્યુત અને ચુંબકીય ઘટનાઓ વચ્ચે સંકલન હોવાની સૌંપ્રથમ માહિતી મળી.

\* ટપું જાણે કે તીરની અણી આપણી તરફ રાખી હોય તેમ દેખાય છે. જ્યારે ચોકડી એ જાણે કે પુછ પર પીંછાં ધરાવતું તીર આપણાથી દૂરની તરફ ગતિ કરે છે એમ દેખાય છે.



**હेन्द्रीક अंटून लोरेन्ज (Hendrik Antoon Lorentz) (1853-1928)** ડય સૈદ્વાંતિક ભौતિકશાસ્ત્રી અને લેઈડનમાં પ્રોફેસર તેણે વિદ્યુત, ચુંબકત્વ અને ગતિશાસ્ત્ર વચ્ચેના સંબંધો શોધ્યા હતા. ચુંબકીયક્ષેત્રના કારણે  $4\pi$  કાશના (Urtsz) કો (Emitters) પર જોવા મળેલી ચુંબકીય ક્ષેત્રોની અસર (જીમાન અસર) ને સમજાવવા તેણે પરમાણુમાં વિદ્યુતભારો હોવાની સંકલ્પના કરી હતી. જે માટે તેને 1902માં નોભલ પારિતોષિક અનાયત થયું હતું. તેણે ગૂંઘવાળબરી ગાણિતિક દલીલો વડે પરિવર્તન (Transformation) સમીકરણો તારવ્યા હતા (જે તેના માનમાં લોરેન્જ પરિવર્તન સમીકરણો તરીકે જાણીતા થયા) પરંતુ તે જાણતો ન હતો કે આ સમીકરણો અવકાશ અને સમયના નવા ઘ્યાલ (Concept) તરફ દોરી જરે.

હેન્ડ્રી અંટૂન લોરેન્જ (Hendrik Antoon Lorentz) (1853-1928)

$$E = Q\hat{r}/(4\pi\epsilon_0)r^2 \quad (4.1)$$

જ્યાં  $\hat{r}$  એ રાની દિશામાંનો એકમ સદિશ છે અને ક્ષેત્ર  $E$  એ સદિશ ક્ષેત્ર છે. વિદ્યુતભાર  $q$  આ ક્ષેત્ર સાથે આંતરક્ષીયા કરે છે અને બળ  $F$  અનુભવે છે, જેનું સમીકરણ

$$F = qE = qQ\hat{r}/(4\pi\epsilon_0)r^2 \quad (4.2)$$

વડે અપાય છે. પ્રકરણ-1માં દર્શાવ્યું હતું તેમ ક્ષેત્ર  $E$  કોઈ માનવસર્જિત વસ્તુ નથી પરંતુ તેનું ભૌતિક મહત્વ છે. તે ઊર્જા અને વેગમાનને વહન કરી શકે છે, તથા તે તત્કષાળ ઉદ્ભબવતું (સ્થાપિત થતું) નથી, પરંતુ તે વહન માટે ચોક્કસ સમય લે છે. ક્ષેત્રના આ ઘ્યાલનો ફેરફેરે વિશેષ આગ્રહ રાખ્યો હતો અને મેક્સવેલે વિદ્યુત અને ચુંબકત્વના એકીકૃતકરણ (Unification) માં તેનો ઉપયોગ કર્યો હતો. અવકાશના દરેક બિંદુ (સ્થાન) પર આધારિત હોવા ઉપરાંત તે સમય સાથે પણ બદલાઈ શકે છે, એટલે કે તે સમયનું વિધેય પણ હોઈ શકે છે. આ પ્રકરણમાં આપડી ચર્ચા દરમ્યાન આપડો માનીશું કે આ ક્ષેત્રો સમય સાથે બદલતાં નથી.

કોઈ એક બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર, એક કે વધુ વિદ્યુતભારોના કારણો હોઈ શકે. જો વધારે વિદ્યુતભારો હાજર હોય તો આ ક્ષેત્રોનો સદિશ સરવાળો થાય છે. પ્રકરણ-1માં તમે શીખ્યા કે આને સંપાતપણાનો સિદ્ધાંત કર્યે છો. એક વખત ક્ષેત્ર જાણવા મળે એટલે પરીક્ષણ વિદ્યુતભાર (Test Charge) પર લાગતું બળ, સમીકરણ (4.2) પરથી મેળવી શકાય છે.

જેવી રીતે સ્થિર વિદ્યુતભારો વિદ્યુતક્ષેત્ર (ઉત્પન્ન કરે છે, તેવી રીતે વિદ્યુતપ્રવાહો કે ગતિમાન વિદ્યુતભારો (વધારાનું) ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે. તેને  $B(r)$  વડે દર્શાવાય છે, જે પણ સદિશક્ષેત્ર છે. તેને વિદ્યુતક્ષેત્ર જેવા કેટલાક મૂળભૂત ગુણધર્મો છે. તે અવકાશના દરેક બિંદુએ વ્યાખ્યાયિત કરી શકાય છે (અને તે પણ સમય પર આધારિત હોઈ શકે છે). પ્રાયોગિક રીતે, તે સંપાતપણાના સિદ્ધાંતને અનુસરે છે તેમ માલુમ પડ્યું છે. ઘણા બધા ચુંબકીય ઉદ્ગમોનું ચુંબકીયક્ષેત્ર દરેક ઉદ્ગમના સ્વતંત્ર ચુંબકીયક્ષેત્રના સદિશ સરવાળા જેટલું હોય છે.

### 4.2.2 ચુંબકીયક્ષેત્ર, લોરેન્જબળ

#### (Magnetic Field, Lorentz Force)

ધારો કે વિદ્યુતક્ષેત્ર  $E(r)$  અને ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B(r)$ ની હાજરીમાં કોઈ એક બિંદુવત વિદ્યુતભાર  $q$  ( $v$  વેગથી ગતિ કરતો અને  $t$  સમયે  $r$  સ્થાને) રહેલો છે. આ બંનેના કારણે વિદ્યુતભાર  $q$  પર લાગતું બળ આ મુજબ લખી શકાય.

$$F = q[E(r) + v \times B(r)] = F_{વિદ્યુત} + F_{ચુંબકીય} \quad (4.3)$$

આ બળ સૌપ્રથમ એચ.એ. લોરેન્જે, એન્સ્પ્રિયર અને બીજાઓએ કરેલા ઘણા પ્રયોગોના આધારે દર્શાવ્યું હતું. તેને લોરેન્જ બળ કહે છે. વિદ્યુતક્ષેત્રના કારણે લાગતા બળ વિશે તમે વિગતવાર અભ્યાસ કર્યો હતો. જો આપણે ચુંબકીયક્ષેત્ર સાથેની પ્રતિક્રિયા જોઈએ તો આપણને આ મુજબની લાક્ષણિકતાઓ જાણવા મળે.

- તે  $q, v$  અને  $B$  (કણના વિદ્યુતભાર, વેગ અને ચુંબકીયક્ષેત્ર) પર આધાર રાખે છે. જ્યાં વિદ્યુતભાર પરનું બળ ધન વિદ્યુતભાર પરના બળ કરતાં વિરુદ્ધ દિશામાં હોય છે.

## ગતિમાન વિદ્યુતભારો અને ચુંબકત્વ

- (ii) ચુંબકીય બળ  $q[\mathbf{v} \times \mathbf{B}]$  એ વેગ અને ચુંબકીયક્ષેત્રનો સદિશ ગુણાકાર ધરાવે છે. સદિશ ગુણાકારના કારણે જ્યારે વેગ અને ચુંબકીયક્ષેત્ર એકભીજાને સમાંતર કે પ્રતિસમાંતર હોય ત્યારે ચુંબકીયક્ષેત્રના કારણે લાગતું બળ શૂન્ય થાય છે. આ બળ, વેગ અને ચુંબકીયક્ષેત્ર બંનેને લંબરૂપે લાગે છે. તેની દિશા સ્કૂના નિયમ કે જમણા હાથના સદિશ માટેના નિયમ (સદિશ સ્કૂના ગુણાકાર) વડે આફૂતિ 4.2માં દર્શાવેલ છે.
- (iii) જો વિદ્યુતભાર ગતિ ન કરતાં હોય (કે જેથી  $|\mathbf{v}| = 0$ ) તો ચુંબકીય બળ શૂન્ય હોય છે. ગતિમાન વિદ્યુતભાર જ ચુંબકીયક્ષેત્ર અનુભવી શકે છે.

જો ચુંબકીય બળ માટેના સમીકરણ

$$F = q[\mathbf{v} \times \mathbf{B}] = q v B \sin\theta \hat{n}$$

જ્યાં,  $\theta$  એ  $v$  અને  $B$  વચ્ચેનો કોણ છે [જુઓ આફૂતિ 4.2(a)], માં આપણે  $q$ ,  $F$  અને  $v$  બધાને એક એકમ લઈએ તો ચુંબકીય બળ માટેનું સૂત્ર ચુંબકીયક્ષેત્રનો એકમ વ્યાખ્યાયિત કરવા માટે મદદરૂપ થાય છે. જો ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B$ ને લંબ દિશામાં 1 m/sની ઝડપથી ગતિ કરતા એકમ વિદ્યુતભાર (1 C) પર લાગતું બળ એક ન્યૂટન હોય તો ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B$ નું મૂલ્ય 1 SI એકમ જેટલું હોય છે.

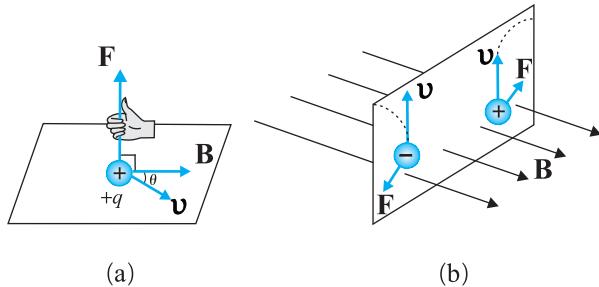
પરિમાણની રીતે  $[B] = [F/qv]$  હોય છે અને  $B$ ના એકમો ન્યૂટન સેકન્ડ/કુલંબ મીટર (N s/C m) છે. આ એકમને નિકોલા ટેસ્લા (Nikola Tesla : 1856-1943)ના માનમાં ટેસ્લા (tesla (T)) વડે દર્શાવવામાં આવે છે. ટેસ્લા મોટો એકમ છે. એક નાનો એકમ (SI એકમ નથી) જેને ગોંસ ( $= 10^{-4}$  ટેસ્લા) કહેવાય છે, તે પણ ઉપયોગમાં લેવાય છે. પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર આશરે  $3.6 \times 10^{-5}$  T જેટલું છે. કોઈક 4.1માં બ્રહ્માંડમાં વિશાળ વિસ્તારોમાંના ચુંબકીયક્ષેત્ર દર્શાવ્યા છે.

### કોષ્ટક 4.1 જુદી જુદી ભૌતિક પરિસ્થિતિઓમાં ચુંબકીયક્ષેત્રના માનના કમ

ભૌતિક પરિસ્થિતિ	$B$ નું માન (ટેસ્લામાં)
ન્યુટોન તારાની સપાઠી	$10^8$
કોઈ પ્રયોગશાળામાં મહત્તમ ક્ષેત્રનું મૂલ્ય	1
નાના લંબચોરસ ચુંબક (Bar Magnet)ની પાસે	$10^{-2}$
પૃથ્વીની સપાઠી પર	$10^{-5}$
મનુષ્યના ચેતા તંતુ	$10^{-10}$
તારાઓ વચ્ચેના અવકાશમાં	$10^{-12}$

### 4.2.3 વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત વાહક પર લાગતું ચુંબકીય બળ (Magnetic Force on a Current-Carrying Conductor)

આપણે કોઈ એક ગતિમાન વિદ્યુતભાર પર ચુંબકીયક્ષેત્રના કારણે લાગતા બળનું વિશ્લેષણ આગળ વધારીને વિદ્યુતપ્રવાહધારિત સીધા સળીયા માટે ઉપયોગમાં લઈ શકીએ.  $I$  લંબાઈ અને  $A$  આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતો નિયમિત (સમાંગ) સળીયો વિચારો. સુવાહકની જેમ આપણે એક પ્રકારના ગતિમાન વિદ્યુતભારો (અહીંયા ઈલેક્ટ્રોન) ધારી લઈશું. ધારોકે, તેમાં ગતિમાન વિદ્યુતભારોની સંખ્યા ઘનતા  $n$  છે. આથી તેમાં રહેલા કુલ ગતિમાન વિદ્યુતભારોની સંખ્યા  $n/A$  છે. આ સુવાહક સળીયામાં સ્થિર



આફૂતિ 4.2 વિદ્યુતભારિત કષા પર લાગતું ચુંબકીય બળની દિશા. (a) ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$  સાથે થ કોણ બનાવતી દિશામાં  $\mathbf{v}$  વેગથી ગતિ કરતાં ધન વિદ્યુતભારિત કષા પર લાગતું બળ જમણા હાથના નિયમ વડે દર્શાવાય છે. (b) ચુંબકીયક્ષેત્રની હાજરીમાં ગતિ કરતો  $q$  વિદ્યુતભારિત કષા -તુની સરખામણીમાં વિરુદ્ધ દિશામાં કોણાવર્તન અનુભવે છે.

## ભौतિકવિજ્ઞાન

વિદ્યુતપ્રવાહ I માટે, આપણે ધાર્યું કે દરેક ગતિમાન વાહકનો સરેરાશ ડ્રિફ્ટ (Drift) વેગ  $v_d$  (પ્રકરણ 3 જુઓ) છે. બાધ્ય ચુંબકીયક્ષેત્ર Bની હાજરીમાં, આ ગતિમાન વાહક પર લાગતું બળ :

$$\mathbf{F} = (n/A)q \mathbf{v}_d \times \mathbf{B}$$

જ્યાં  $q$ , એ વાહક ક્ષા પરનો વિદ્યુતભાર છે. હવે  $nqv_d$  એ વિદ્યુતપ્રવાહ ઘનતા  $\mathbf{j}$  છે અને  $|nqv_d|A$  એ વિદ્યુતપ્રવાહ I છે. [વિદ્યુતપ્રવાહ અને વિદ્યુતપ્રવાહ ઘનતા વિશે વધુ માહિતી માટે પ્રકરણ-3 જુઓ]. આથી,

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= [(nqv_d)/A] \times \mathbf{B} = [\mathbf{j} A]/\mathbf{B} \\ &= I \mathbf{l} \times \mathbf{B} \end{aligned} \quad (4.4)$$

જ્યાં,  $I$  એ સખિયાની લંબાઈ / જેટલા માનનો સદિશ છે અને તેની દિશા વિદ્યુતપ્રવાહ Iની દિશામાં છે. નોંધો કે વિદ્યુતપ્રવાહ I એ સદિશ નથી. સમીકરણ(4.4)ના છેલ્લા પદ પર જતી વખતે, આપણે સદિશ ચિહ્નને  $\mathbf{j}$  થી  $I$  પર બદલ્યું છે.

સમીકરણ (4.4) સીધા સળીયા માટે લાગુ પાડી શકાય છે. આ સમીકરણમાં  $B$  એ બાધ્ય ચુંબકીયક્ષેત્ર છે. તે વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત સળીયા વડે ઉદ્ભવેલું ચુંબકીયક્ષેત્ર નથી. જો તારનો બીજો કોઈ યાદચિક આકાર હોય તો આપણે તેના પરનું લોરેન્ઝ બળ, તેને  $dI$ , લંબાઈના સીધા સૂક્ષ્મ ટુકડાઓનો બનેલો ધારીને તેમના સરવાળા દ્વારા મેળવી શકીએ.

$$\mathbf{F} = \sum_j I dI_j \times \mathbf{B}$$

મોટા ભાગના કિસ્સાઓમાં આ સરવાળાને સંકલનના રૂપમાં ફેરવી શકાય છે.

### પરમિટિવિટી (પરાવૈદ્યુતાંક) અને પરમિએબિલિટી (પારગમ્યતા) વિષે (ON PERMITTIVITY AND PERMEABILITY)

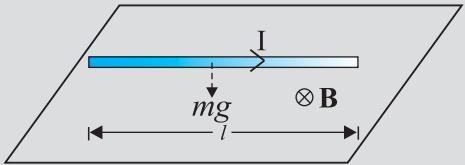
ગુરુત્વાકર્ષણના સાર્વત્રિક નિયમમાં આપણે કહીએ છીએ કે, કોઈ પણ બે બિંદુવાત દ્રવ્યમાનો એકબીજા પર બળ લગાડે છે, જે તેમના દ્રવ્યમાન  $m_1 m_2$ ના ગુણાકારના સમપ્રમાણમાં અને તેમની વચ્ચેના અંતર  $r$ ના વર્ગના વસ્તુ પ્રમાણમાં હોય છે. આપણે તેને  $F = Gm_1 m_2 / r^2$  વડે દર્શાવીએ છીએ, જ્યાં G એ ગુરુત્વાકર્ષણનો સાર્વત્રિક અચળાંક છે. તે જ રીતે સ્થિત વિદ્યુતના ફુલંબના નિયમ મુજબ, એકબીજાથી  $r$  અંતરે રહેલા બે બિંદુવાત વિદ્યુતભારો  $q_1, q_2$  વચ્ચે લાગતું બળ  $F = k q_1 q_2 / r^2$ , જ્યાં k એ સપ્રમાણતાનો અચળાંક છે. SI એકમ પદ્ધતિમાં, kને  $1/4\pi$  વડે દર્શાવવામાં આવે છે જ્યાં દ એ માધ્યમની પરમિટિવિટી છે. તે જ રીતે ચુંબકત્વમાં, આપણાને બીજો અચળાંક મળે છે, જે SI એકમ પદ્ધતિમાં,  $\mu/4\pi$  વડે દર્શાવવામાં આવે છે, જ્યાં  $\mu$  એ માધ્યમની પરમિએબિલિટી છે.

G, d અને  $\mu$  સપ્રમાણતા અચળાંક તરીકે આવતા હોવા છતાં, ગુરુત્વીય બળ અને વિદ્યુતચુંબકીય બળ વચ્ચે તરફાવત છે. ગુરુત્વબળ, વચ્ચેના કોઈ માધ્યમ પર આધાર રાખતું નથી, જ્યારે વિદ્યુતચુંબકીય બળ એ વિદ્યુતભારો કે ચુંબકો વચ્ચેના માધ્યમ પર આધાર રાખે છે. આમ, G સાર્વત્રિક અચળાંક છે, જ્યારે d અને  $\mu$  માધ્યમ પર આધારિત છે. જુદા જુદા માધ્યમમાં તેમના મૂલ્યો અલગ હોય છે. ગુણાકાર d $\mu$  એ તે માધ્યમમાં વિદ્યુતચુંબકીય તરંગના વેગ v સાથે  $d\mu = 1/v^2$  સમીકરણ દ્વારા સંકળાયેલ છે.

વિદ્યુત પરમિટિવિટી d એવી ભૌતિક રાશી છે કે જે વિદ્યુતક્ષેત્ર માધ્યમ પર અને માધ્યમ વિદ્યુતક્ષેત્ર પર કેવી અસર કરે છે તે દર્શાવે છે. વિદ્યુતક્ષેત્રની અસર હેઠળ આપેલ દ્રવ્યની પોલરાઇઝ (પ્રોવીભૂત) થવાની અને એ રીતે વિદ્યુતક્ષેત્રને અંશતઃ નાભૂદ કરવાની ક્ષમતા વડે નક્કી થાય છે. તે જ રીતે ચુંબકીય પરમિએબિલિટી  $\mu$  એ ચુંબકીયક્ષેત્રમાં દ્રવ્યની ચુંબકત્વ મેળવવા (ધારણ કરવા)ની ક્ષમતા દર્શાવે છે. તે, દ્રવ્ય કેટલી માત્રામાં ચુંબકીયક્ષેત્ર મેળવી શકશે તેનું માપ છે.

#### ઉદાહરણ 4.1

ઉદાહરણ 4.1 200 ગ્રામ દળનો અને 1.5 m લંબાઈનો એક સીધો તાર 2 A વિદ્યુતપ્રવાહ ધરાવે છે. તેને સમક્ષિતિજ અને સમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$  (આકૃતિ 4.3)માં હવામાં લટકતો (Suspended) રાખેલ છે. ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય કેટલું હશે ?



આકૃતિ 4.3

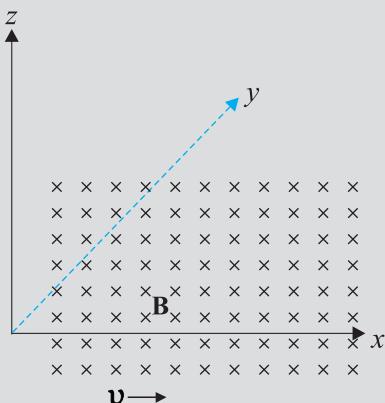
ઉકેલ સમીકરણ (4.4) પરથી, આપણાને ઉર્ધ્વદિશમાં લાગતું  $I/B$  મૂલ્યનું બળ મળે. હવામાં લટકવા માટે, આ બળ ગુરુત્વીય બળને સમતોલતું હોવું જોઈએ :

$$mg = I/B$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{mg}{I} \\ &= \frac{0.2 \times 9.8}{2 \times 1.5} = 0.65 \text{ T} \end{aligned}$$

નોંધો કે તારની એકમ લંબાઈ દીઠ દ્વયમાન  $m/I$  આપેલ હોત તો તે પણ પુરતું હતું. પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર આશરે  $4 \times 10^{-5}$  T છે, જે આપણે અવગાયું છે.

**ઉદાહરણ 4.2** જો ચુંબકીયક્ષેત્ર ધન  $y$ -અક્ષને સમાંતર હોય અને વિદ્યુતભારિત ક્ષણ ધન  $x$ -અક્ષ પર ગતિ કરતો હોય (આકૃતિ 4.4), તો (a) ઈલેક્ટ્રોન (જાળ વિદ્યુતભાર), (b) પ્રોટોન (ধન વિદ્યુતભાર) પર કઈ દિશામાં લોરેન્ઝ બળ લાગશે ?



આકૃતિ 4.4

**ઉકેલ :** ક્ષણનો વેગ  $v$ ,  $x$ -અક્ષ પર છે, જ્યારે ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B$ ,  $y$ -અક્ષ પર છે. આથી,  $v \times B$  એ  $z$ -અક્ષ પર (સ્ક્રૂનો નિયમ અથવા જમણા હાથના અંગૂઠાનો નિયમ) હોય. આમ, (a) ઈલેક્ટ્રોન માટે તે  $-z$  અક્ષ પર હશે, જ્યારે (b) ધન વિદ્યુતભાર (પ્રોટોન) માટે આ બળ  $+z$  અક્ષ પર હશે.



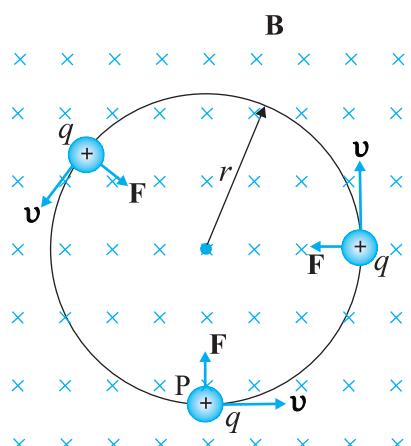
Charged particles moving in a magnetic field. Interactive demonstration : <http://www.phys.hawaii.edu/~teb/optics/java/partmagn/index.html>

ઉદાહરણ 4.1

ઉદાહરણ 4.2

### 4.3 ચુંબકીયક્ષેત્રમાં ગતિ (MOTION IN A MAGNETIC FIELD)

હવે આપણે ચુંબકીયક્ષેત્રમાં ગતિ કરતા વિદ્યુતભારનો વિગતવાર અભ્યાસ કરીશું. યંત્રશાસ્ત્ર (ધોરણ XI, ના પુસ્તક, પ્રકરણ-6)માં આપણે શીજ્યા કે જો ક્ષણ પર લાગતા બળનો ઘટક, ક્ષણની ગતિની દિશા (કે તેથી વિરુદ્ધ)માં હોય તો જ બળ વડે કાર્ય થાય. ચુંબકીયક્ષેત્રમાં ગતિ કરતા વિદ્યુતભારના

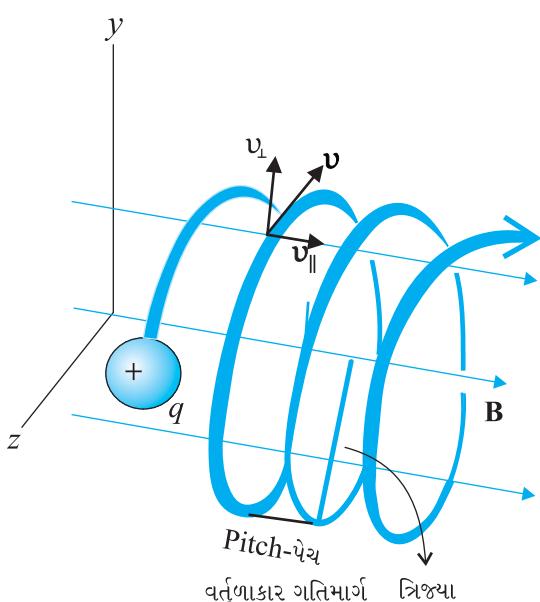


આકृति 4.5 વર્તુળમય ગતિ

કિસ્સામાં, ચુંબકીય બળ કણના વેગને લંબરૂપે લાગે છે. આથી કોઈ કાર્ય થતું નથી અને વેગના મૂલ્યમાં કોઈ ફરજ પડતો નથી (બલે તેના વેગમાનની દિશામાં ફરજાર થતો હોય). [નોંધો કે આ વિદ્યુતક્ષેત્રના કારણે લાગતા બળ  $qE$  જેવું નથી, જેના ઘટકો ગતિની દિશાને સમાંતર (કે પ્રતિસમાંતર) હોઈ શકે અને તેથી વેગમાનની સાથે ઉર્જાનો પડા ફરજાર કરી શકે.]

હવે આપણે સમાન (નિયમિત) ચુંબકીયક્ષેત્રમાં ગતિ કરતા વિદ્યુતભારને ધ્યાનમાં લઈશું. પ્રારંભમાં  $v$  એ  $B$ ને લંબરૂપે હોય તેમ ધારીએ. લંબરૂપે લાગતું બળ,  $qv \times B$ , કેન્દ્રગામી બળ તરીકે વર્ત્ત છે અને તે ચુંબકીયક્ષેત્રને લંબરૂપે વર્તુળમય ગતિ કરાવે છે. જો  $v$  અને  $B$  એકબીજાને લંબરૂપે હોય તો કણનો માર્ગ વર્તુળકાર હશે (આકૃતિ 4.5).

જો વેગનો કોઈ ઘટક,  $B$  ને સમાંતર કે પ્રતિસમાંતર હોય તો ગતિ દરમ્યાન, ચુંબકીય ક્ષેત્રની કોઈ અસર થતી ન હોવાથી આ ઘટક બદલાતો નથી.  $B$ ને લંબરૂપે રહેલા સમતલમાં ગતિ અગાઉ જણાવ્યા મુજબ વર્તુળમય હોય છે; આથી સર્પિલ (હેલીકલ, Helical) ગતિ ઉદ્ભબે છે (આકૃતિ 4.6).



આકૃતિ 4.6 હેલીકલ ગતિ

અગાઉના ધોરણ (ધોરણ XI, પ્રકરણ-4)માં તમે ભણી ગયા છો કે, જો કણના વર્તુળકાર ગતિમાર્ગની ત્રિજ્યા  $r$  હોય, તો  $mv^2/r$  જેટલું બળ વર્તુળકાર માર્ગને લંબરૂપે કેન્દ્ર તરફ લાગે છે, જેને કેન્દ્રગામી બળ કહે છે. જો વેગ  $v$ , ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B$ ને લંબરૂપે હોય તો ચુંબકીય બળ  $v$  અને  $B$  બંનેને લંબરૂપે કેન્દ્રગામી બળની જેમ લાગે છે. તેનું મૂલ્ય  $qvB$  જેટલું હોય છે. કેન્દ્રગામી બળના બંને સમીકરણો સરખાવતાં,

$$mv^2/r = qvB, જે પરથી$$

$$r = mv/qB \quad (4.5)$$

જે વિદ્યુતભારિત કણના વર્તુળકાર માર્ગની ત્રિજ્યા છે. વેગમાન વધે તેમ ત્રિજ્યા મોટી થાય છે અને વર્તુળકાર માર્ગ મોટો બને છે. જો કોણીય આવૃત્તિ  $\omega$  હોય, તો  $v = \omega r$ . આથી,

$$\omega = 2\pi v/qB/m \quad [4.6(a)]$$

જે વેગ કે ઉર્જા પર આધાર રાખતી નથી. અહીંથી  $v$  એ પરિભ્રમણની આવૃત્તિ છે. અહીં,  $v$  ઉર્જા પર આધાર રાખતી નથી એ બાબત સાયકલોટ્રોનની રચનામાં ખૂબ જ ઉપયોગી છે. (જુઓ વિભાગ 4.4.2).

એક પરિભ્રમણ માટે લાગતો સમય  $T = 2\pi/\omega = 1/v$  છે. જો વેગને ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશામાં કોઈ ઘટક ( $v_{||}$  વડે દર્શાવેલ) હોય, તો તે કણને આ ક્ષેત્રની દિશામાં ગતિ કરાવશે અને કણનો ગતિમાર્ગ હેલીકલ હશે (આકૃતિ 4.6). એક પરિભ્રમણ દરમ્યાન ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશામાં કાપેલું અંતર પેચ (પીચ, Pitch)  $p$  કહેવાય છે. સમીકરણ [4.6(a)]નો ઉપયોગ કરતાં

$$p = v_{||}T = 2\pi mv_{||}/qB \quad [4.6(b)]$$

ગતિના વર્તુળકાર ઘટકની ત્રિજ્યાને હેલીકલની ત્રિજ્યા કહે છે.

**ઉદાહરણ 4.3**  $6 \times 10^{-4}$  T જેટલા ચુંબકીયક્ષેત્રને લંબરૂપે  $3 \times 10^7$  m/sની ઝડપથી ગતિ કરતા ઈલેક્ટ્રોન (દવ્યમાન  $9 \times 10^{-31}$  kg અને વિદ્યુતભાર  $1.6 \times 10^{-19}$  C)ના માર્ગની ત્રિજ્યા કેટલી હશે? તેની (પરિભ્રમણ) આવૃત્તિ કેટલી હશે? તેની ઊર્જા keVમાં શોધો. ( $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$ )

ઉકેલ સમીકરણ (4.5)નો ઉપયોગ કરતાં

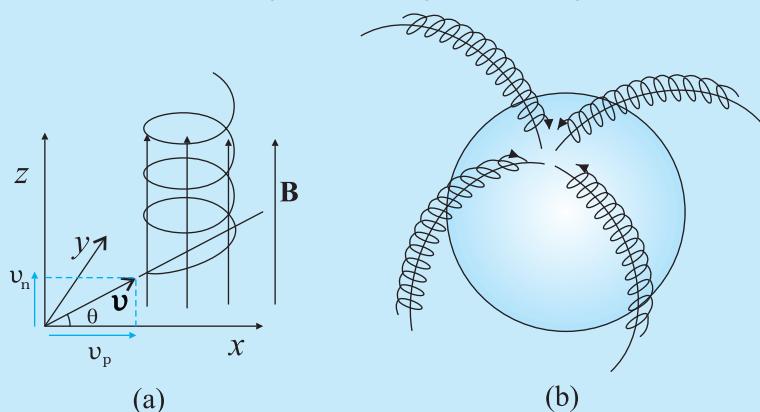
$$\begin{aligned} r &= mv/(qB) = 9 \times 10^{-31} \text{ kg} \times 3 \times 10^7 \text{ m s}^{-1} / (1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \times 6 \times 10^{-4} \text{ T}) \\ &= 28.12 \times 10^{-2} \text{ m} = 28.12 \text{ cm} \\ v &= v/(2\pi r) = 17 \times 10^6 \text{ s}^{-1} = 17 \times 10^6 \text{ Hz} = 17 \text{ MHz} \\ E &= (1/2)mv^2 = (1/2)9 \times 10^{-31} \text{ kg} \times 9 \times 10^{14} \text{ m}^2/\text{s}^2 = 40.5 \times 10^{-17} \text{ J} \\ &\approx 4 \times 10^{-16} \text{ J} = 2.5 \text{ keV} \end{aligned}$$

ઉદાહરણ 4.3

### વિદ્યુતભારિત કણોની હેલીકલ ગતિ અને ઓરોરા બોરિઆલિસ (HELICAL MOTION OF CHARGED PARTICLES AND AURORA BOREALIS)

અલાર્કા અને ઉત્તર કેનેડા જેવા ધ્રુવ પ્રદેશોમાં, રંગબેરંગી અદ્ભુત નજીરો અવકાશમાં જોવા મળે છે. નુંય કરતા લીલા-ગુલાબી રંગના પ્રકાશના નયનરચ્ય નજીરા આકર્ષક છે અને એટલા જ કોયડારૂપ છે. આ કુદરતી ઘટનાની સમજૂતી ભૌતિકવિજ્ઞાનમાં આપણો જે શીખ્યા છીએ તેના પદમાં જાણવા મળી છે.

ધારોકે  $m$  દળ અને  $q$  વિદ્યુતભાર ધરાવતો એક વિદ્યુતભારિત કણ, પ્રારંભિક વેગ  $v$  થી ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B$ માં પ્રવેશે છે. ધારોકે કે તેના વેગનો ચુંબકીયક્ષેત્રને સમાંતર ઘટક  $v_p$  અને લંબઘટક  $v_n$  છે. ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશામાં આ કણ પર કોઈ બળ લાગતું નથી. તેથી આ કણ  $v_p$  વેગથી ચુંબકીયક્ષેત્રને સમાંતર ગતિ ચાલુ રાખે છે. તેના વેગના લંબ ઘટક  $v_n$ ના કારણે લોરેન્જ બળ  $(v_n \times B)$  લાગે છે જે,  $v_n$  અને  $B$  બંનેને લંબરૂપે હોય છે. વિભાગ 4.3.1માં જોયું તે મુજબ કણ ચુંબકીયક્ષેત્રને લંબ સમતલમાં વતુંગાકાર ગતિ કરવાનું વલાણ ધરાવે છે. આ ગતિ ચુંબકીયક્ષેત્રને સમાંતર ગતિ સાથે સંકળાય એટલે આકૃતિ (a)માં દર્શાવ્યા મુજબ પરિણામી ગતિપથ સર્પિલ (હેલિક્સ, Helix) આકારનો બને છે. જો ચુંબકીયક્ષેત્ર રેખા વળે, તો પણ હેલીકલ માર્ગ ગતિ કરતો કણ સપદાયેલો (અંધીત, Trapped) રહીને આ કેન્દ્રાયોધાની આસપાસ ગતિ કરે છે. લોરેન્જ બળ દરેક બિંદુએ વેગને લંબરૂપે હોવાથી, ચુંબકીયક્ષેત્ર કણ પર કોઈ કાર્ય કરતું નથી અને વેગનું માન એક સરખું રહે છે.

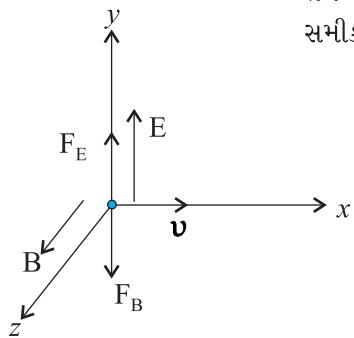


જ્યારે સૌર જવાળાઓ સક્રિય થાય, ત્યારે સૂર્યમાંથી મોટા પ્રમાણમાં ઈલેક્ટ્રોન્સ અને પ્રોટોન્સ ઉત્સર્જિત થાય છે. તેમાંના કેટલાક પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રમાં સપદાઈને (ટ્રેપ થઈને) ચુંબકીયક્ષેત્ર રેખાઓ પર હેલીકલ માર્ગ ગતિ કરે છે. ચુંબકીયક્ષેત્ર રેખાઓ ચુંબકીય ધ્રુવો પાસે આકૃતિ (b)માં દર્શાવ્યા મુજબ એક બીજાની નજીક આવે છે. આથી ધ્રુવો પાસે વિદ્યુતભારોની ઘનતા વધે છે. આ વિદ્યુતભારિત કણો વાતાવરણના અણુ અને પરમાણુઓ સાથે અથડામણ અનુભવે છે. ઉતેજીત થયેલા ઓફિસજનના પરમાણુઓ લીલો પ્રકાશ ઉત્સર્જિત કરે છે અને ઉતેજીત થયેલા નાઈટ્રોજન પરમાણુઓ ગુલાબી પ્રકાશ ઉત્સર્જિત કરે છે. આ ઘટનાને ભૌતિકવિજ્ઞાનમાં ઓરોરા બોરિઆલિસ કહે છે.

## 4.4 સંયુક્ત એવા વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રોમાં ગતિ (MOTION IN COMBINED ELECTRIC AND MAGNETIC FIELDS)

### 4.4.1 વેગ પસંદગીકાર (સિલેક્ટર) (Velocity Selector)

તમે જાણો છો કે, વિદ્યુત અને ચુંબકીય એ બંને ક્ષેત્રોની હાજરીમાં ઉ વેગથી ગતિ કરતો વિદ્યુતભાર  $q$ , સમીકરણ (4.3) મુજબ બળ અનુભવે છે, એટલે કે,



આકૃતિ 4.7

Cyclotron Interactive demonstration :  
<http://www.phy.ntnu.edu.tw/ntnujava/index.php?topic=33.0>

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) = \mathbf{F}_E + \mathbf{F}_B$$

આકૃતિ 4.7માં દર્શાવ્યા મુજબ, આપણે એક સામાન્ય કિસ્સો વિચારીએ કે જેમાં વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રો એકબીજાને લંબરૂપે હોય અને તે બંને કણના વેગને પણ લંબરૂપે હોય. આથી,

$$\mathbf{F}_E = q\mathbf{E} = q\mathbf{E}\hat{\mathbf{j}} \text{ અને } \mathbf{F}_B = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} = q(\mathbf{v}\hat{\mathbf{i}} \times \mathbf{B}\hat{\mathbf{k}}) = -q\mathbf{vB}\hat{\mathbf{j}}$$

$$\text{જે પરથી, } \mathbf{F} = q(\mathbf{E} - \mathbf{vB})\hat{\mathbf{j}}$$

આમ, આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ વિદ્યુત અને ચુંબકીય બળો વિરુદ્ધ દિશામાં લાગે છે. ધારોકે, આપણે  $\mathbf{E}$  અને  $\mathbf{B}$ ના મૂલ્યો એવા રાખીએ કે જેથી બંને બળના મૂલ્યો સમાન થાય. તો, વિદ્યુતભાર પરનું કુલ બળ શૂન્ય થશે અને વિદ્યુતભારિત કણ કોઈ પણ કોણાવર્તન પાચા વગર આ ક્ષેત્રોમાં ગતિ કરશે. આ ત્યારે શક્ય બને કે જ્યારે

$$q\mathbf{E} = q\mathbf{vB} \text{ અથવા } v = \frac{E}{B} \quad (4.7)$$

આ શરતનો ઉપયોગ કરીને જુદી જુદી ઝડપથી ગતિ કરતા વિદ્યુતભારોની કિરણાવલિ (શેરડા, બીમ)માંથી ચોક્કસ વેગના વિદ્યુતભારિત કણોને (તેમના વિદ્યુતભાર અને દળ પર આધાર રાખ્યા વગર) પસંદ કરી (જુદા પાડી) શકાય. આમ, પરસ્પર લંબ  $E$  અને  $B$  ક્ષેત્રો વેગ પસંદગીકાર તરીકે વર્ત છે. પરસ્પર લંબ ક્ષેત્રોમાંથી ફક્ત  $E/B$  ઝડપ ધરાવતા (વિદ્યુતભારિત) કણો જ કોઈ પણ કોણાવર્તન વગર પસાર થઈ શકે છે. આ પદ્ધતિનો ઉપયોગ 1897માં જે. જે. થોમસને ઇલેક્ટ્રોનના વિદ્યુતભાર અને દળનો ગુણોત્તર ( $e/m$ ) માપવા માટે કર્યો હતો. આ સિલ્ડાંતનો ઉપયોગ માસ સ્પેક્ટ્રોમીટર (Mass Spectrometer) નામના સાધનમાં થાય છે. જે આયનોને તેમના વિદ્યુતભાર અને દળના ગુણોત્તર મુજબ જુદા પાડવા માટે ઉપયોગી છે.

### 4.4.2 સાઈક્લોટ્રોન (Cyclotron)

સાઈક્લોટ્રોન એ વિદ્યુતભારિત કણો કે આયનોને ઊંચી ઊર્જા સુધી પ્રવેગિત કરવા માટેનું સાધન છે. તેની શોખ E. O. Lawrence અને M. S. Livingston એ 1934માં ન્યૂક્લીયસનનું બંધારણ જાણવા માટે કરી હતી. સાઈક્લોટ્રોનમાં વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રોનો સંયુક્ત રીતે ઉપયોગ વિદ્યુતભારીત કણોની ઊર્જા વધારવા માટે થાય છે. બંને ક્ષેત્રો એકબીજાને લંબરૂપે હોવાથી તેઓ કોસ્ટ ફીલ્ડ્સ (Crossed Fields) કહેવાય છે. ચુંબકીયક્ષેત્રમાં વિદ્યુતભારિત કણની પરિભ્રમણ આવૃત્તિ તેની ઊર્જા પર આધાર રાખતી નથી, આ હકીકતનો ઉપયોગ સાઈક્લોટ્રોનમાં થાય છે. મોટાભાગના સમય માટે વિદ્યુતભારિત કણો ધાતુના બે અર્ધવર્તીણાકાર-પાત્રો જેવી, તકિતાં D<sub>1</sub> અને D<sub>2</sub>માં ગતિ કરે છે, જેમનો આકાર અંગેજી D જેવો હોવાથી તેમને Dees કહે છે. આકૃતિ 4.8માં સાઈક્લોટ્રોનની રૂપરેખા દર્શાવી છે. ધાતુના પાત્રોમાં (વિદ્યુતભારિત) કણ પર વિદ્યુતક્ષેત્રની અસર થતી નથી કારણ કે તે ડાબામાં પ્રવેશી શકતું નથી (વિદ્યુતભાર માટે પાત્ર કવચ તરીકે કાર્ય કરે છે). પરંતુ, ચુંબકીયક્ષેત્ર (વિદ્યુતભારિત) કણ પર લાગે છે અને તેને ડી (Dee)ની અંદર વર્તુળાકાર માર્ગ પર ગતિ કરાવે છે. જેટલી વખત આ કણ એક Deeમાંથી બીજામાં જાય, એટલી દરેક વખત તેના પર વિદ્યુતક્ષેત્રની અસર થાય છે. વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશા આ કણની ગતિ સાથે અનુરૂપ રીતે વારાફરતી ઉલટ સુલટ થયા કરે છે. આ એવી રીતે થાય છે કે જેથી દરેક વખતે આ કણ પ્રવેગિત થાય. દરેક વખતે પ્રવેગના કારણે આ કણની ઊર્જા વધતી જાય છે. જેમ ઊર્જા

## ગતિમાન વિદ્યુતભારો અને ચુંબકત્વ

વધે તેમ તેના વર્તુળાકાર ગતિ પથની ત્રિજ્યા પણ વધતી જાય છે. આથી, આ માર્ગ સ્પાઇરલ (Spiral) હોય છે.

આયનો અને હવાના અણુઓ વચ્ચેની અથડામણ નિવારવા આ આખી રચના શૂન્યાવકાશિત (Evacuated) કરવામાં આવે છે. ઊંચી આવૃત્તિનું વીજદબાણ બંને Dees વચ્ચે લગાડવામાં આવે છે. આઈતિ 4.8માં દર્શાવેલ રૂપ રેખા મુજબ, કેન્દ્ર P પાસે ધન આયનો કે ઋણ વિદ્યુતભારિત કણો (D.A.T. પ્રોટોન્સ)ને મુક્ત કરવામાં આવે છે. તે કોઈ પણ એક Deeમાં અર્વવર્તુળાકાર માર્ગ ગતિ કરીને બે Dee વચ્ચેની જગ્યા (Gap)માં T/2 સમય અંતરાલમાં આવે છે, જ્યાં, T એ એક પરિભ્રમણ માટેનો સમય છે, જે સમીકરણ (4.6) પરથી

$$T = \frac{1}{v_c} = \frac{2\pi m}{qB}$$

$$\text{અથવા } v_c = \frac{qB}{2\pi m} \quad (4.8)$$

મળે છે. આ આવૃત્તિને દેખીતી રીતે સાઈક્લોટ્રોન આવૃત્તિ કહે છે જેને  $v_c$  વડે દર્શાવાય છે.

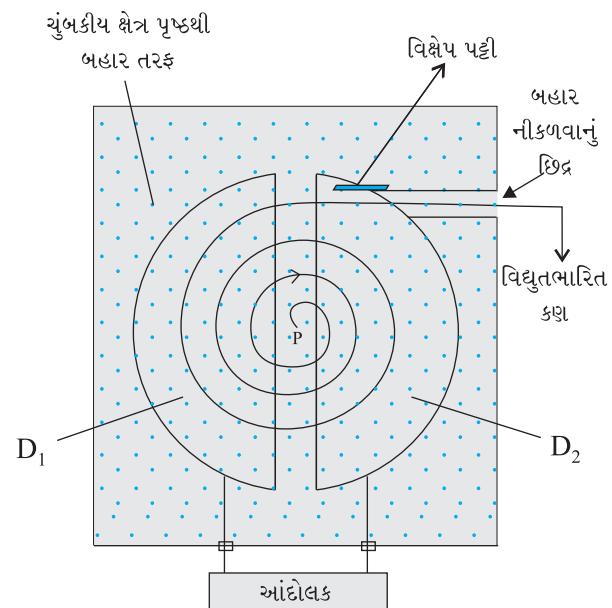
આપેલ વિદ્યુતદબાણની આવૃત્તિ  $v_a$  બદલીને એવી રાખવામાં આવે છે કે જેથી જ્યારે આયનો અહું પરિભ્રમણ પુરું કરે ત્યારે Dee પરના ધ્રુવની દિશા બદલાય.  $v_a = v_c$  હોવા માટેની જરૂરીયાતને અનુનાદ (Resonance) શરત કહે છે. વિદ્યુતસોત (વીજ સપ્લાય)ની કળા એવી રીતે બદલવામાં આવે છે કે જેથી જ્યારે પણ ધન આયનો  $D_1$ ની ધાર પર આવે ત્યારે  $D_2$  ઓછા (ઋણ) વીજદબાણ પર હોય કે જેથી, આયનો પ્રવેગિત થાય. ડી (Dee)ની અંદર વિદ્યુતક્ષેત્રથી મુક્ત અવકાશમાં આયનો ગતિ કરે છે. જેટલી વખત આયનો એક ડી (Dee)માંથી બીજામાં જાય ત્યારે તેમની ઊર્જામાં થતો વધારો eV (જ્યાં V એ તે સમયે બંને Dee વચ્ચેનું વીજદબાણ છે) જેટલો હોય છે. સમીકરણ (4.5) પરથી જોઈ શકાય કે જેટલી વખત તેમની ગતિ ઊર્જા વધે, તેટલી વખત તેમના (વર્તુળમય) માર્ગની ત્રિજ્યા વધતી જાય છે. જ્યાં સુધી આયનો એટલી ઊર્જા પ્રાપ્ત ન કરે કે જેથી તેમના ગતિમાર્ગની ત્રિજ્યા Dees જેટલી ન થાય, ત્યાં સુધી જેટલી વખત તેઓ એક Deeમાંથી બીજી Deeમાં જાય ત્યારે તે પ્રવેગિત થતા રહે છે. ત્યાર બાદ તેઓ ચુંબકીયક્ષેત્ર વડે કોણાવર્તન અનુભવે છે અને (બહાર નીકળવાના) છિદ્ર (Slit)માંથી આ પ્રકાશિતીની બહાર નીકળી જાય છે. સમીકરણ (4.5) પરથી આપણને

$$v = \frac{qBR}{m} \quad (4.9)$$

મળે. જ્યાં, R એ બહાર નીકળતી વખતે તેમના ગતિમાર્ગની ત્રિજ્યા છે, જે Deeની ત્રિજ્યા જેટલી હોય છે. આથી, આયનોની ગતિ ઊર્જા,

$$\frac{1}{2} mv^2 = \frac{q^2 B^2 R^2}{2m} \quad (4.10)$$

સાઈક્લોટ્રોનનું કાર્ય એ હકીકિત પર આધારિત છે કે કેમાં આયનના એક પરિભ્રમણ માટે લાગતો સમય તેની ઝડપ કે તેની ભ્રમણ કક્ષાની ત્રિજ્યા પર આધાર રાખતો નથી. સાઈક્લોટ્રોનનો ઉપયોગ, તેના દ્વારા પ્રવેગિત થયેલા ઊંચી ઊર્જાવાળા કણો (આયનો)ને ન્યુક્લિયસ પર પ્રતારિત (બોમ્બાઈડ) કરીને પરિણામે થતી ન્યુક્લિઅર પ્રક્રિયાનો અભ્યાસ કરવા માટે થાય છે. તેનો ઉપયોગ ધન પદાર્થોમાં બીજા આયનો ઘુસાડીને (Implant કરીને) તેમના ગુણવર્માં બદલવા



**આઈતિ 4.8** સાઈક્લોટ્રોનની રૂપરેખા. ઉદ્ગમ Pમાંથી ઉત્સર્જિત થતા વિદ્યુતભારિત કણો કે આયનો, સમાન લંબ ચુંબકીયક્ષેત્ર Bના કારણે,  $D_1$  અને  $D_2$ માં વર્તુળાકાર માર્ગ ગતિ કરે છે. ઉલટ સુલટ થતું વીજદબાણ આ આયનોને પ્રવેગિત કરીને તેમની ઝડપ વધારે છે. અંતમાં આ આયનોને બહાર નીકળવાના માર્ગ પાસેથી મેળવી (જડપી) લેવામાં આવે છે.

માટે અથવા નવા પ્રકારના દ્રવ્યો બનાવવા (સિન્થેસાઈજ કરવા) માટે પણ થાય છે. તેનો ઉપયોગ હોસ્પિટલોમાં રેડિયોએક્ટિવ પદાર્થો બનાવવા માટે થાય છે, જે રોગ નિદાન અને તેના નિવારણ માટે ઉપયોગી છે.

### ઉદાહરણ 4.4

ઉદાહરણ 4.4 એક સાઈક્લોડ્રોનની દોલન આવૃત્તિ 10 MHz છે. પ્રોટોન્સને પ્રવેગિત કરવા માટે કેટલું ચુંબકીયક્ષેત્ર જરૂરી છે? જો Deesની ત્રિજ્યા 60 cm હોય, તો આ પ્રવેગક વડે ઉત્પન્ન થયેલા પ્રોટોનની કિરણાવલિ (બીમ)ની ગતિગીર્જા કેટલી હોય?

$$(e = 1.60 \times 10^{-19} C, m_p = 1.67 \times 10^{-27} kg, 1 MeV = 1.6 \times 10^{-13} J)$$

ઉકેલ દોલન આવૃત્તિ, પ્રોટોનની સાઈક્લોડ્રોન આવૃત્તિ જેટલી હોવી જોઈએ. સમીકરણ (4.5) અને [4.6(a)] પરથી

$$B = 2\pi m v / q = 6.3 \times 1.67 \times 10^{-27} \times 10^7 / (1.6 \times 10^{-19}) = 0.66 T$$

પ્રોટોનનો અંતિમ વેગ

$$v = r \times 2\pi v = 0.6 m \times 6.3 \times 10^7 = 3.78 \times 10^7 m/s \text{ છે.}$$

$$E = \frac{1}{2} mv^2 = 1.67 \times 10^{-27} \times 14.3 \times 10^{14} / (2 \times 1.6 \times 10^{-13}) = 7 MeV$$

## ભારતમાં પ્રવેગકો (ACCELERATORS IN INDIA)

પ્રવેગક આધ્યારિત સંશોધન (રીસર્ચ)માં ભારત પહેલેથી પ્રવેશેલું છે. સ્વનાનાથ સહાએ, 1953માં કોલકતામાં, સહા ઈન્સ્ટીટ્યુટ ઓફ ન્યુક્લિઅર ફિઝિક્સમાં 37"નું સાઈક્લોડ્રોન બનાવ્યું હતું. આના પછી આવા ઘણા બધા કોકોફિટ-વોલ્ટન (Cockcroft-Walton) પ્રકારના પ્રવેગકોની શ્રેણી ટાટા ઈન્સ્ટીટ્યુટ ઓફ ઇન્ડિયન ટીફર (TIFR), મુંબઈ, અલ્લિગાઠ મુસ્લિમ યુનિવર્સિટી (AMU), અલિગાઠ, બોર્ડ ઈન્સ્ટીટ્યુટ, કોલકતા અને આન્ધ્ર યુનિવર્સિટી, વોલ્ટર(વિશાખાપટ્નમ)માં રચાઈ હતી.

આગણીસસો સાઈડ (~1960)ના દશકમાં ઘણાં બધાં વાન ડી ગ્રાફ જનરેટર બન્યા : 5.5 MVનું ટર્મિનલ મશીન બાબા ઓટેમિક રિસર્ચ સેન્ટર (BARC), મુંબઈ (1963); એક 2 MVનું ટર્મિનલ મશીન ઈન્ડિયન ઈન્સ્ટીટ્યુટ ઓફ ટેકનોલોજી (IIT), કાનપુરમાં; એક 400 kVનું ટર્મિનલ મશીન બનારસ ઇન્દ્રુ યુનિવર્સિટી (BHV), વારાણસીમાં; અને પંજાબ યુનિવર્સિટી, પતિયાલામાં બન્યા. એક 66 cmનું સાઈક્લોડ્રોન USAની રોચ્સ્ટર યુનિવર્સિટીએ દાનમાં આપ્યું હતું, જે પંજાબ યુનિવર્સિટી, ચંદ્લીગઢમાં કાર્યરત થયું હતું. પુનામાં એક નાનું ઈલેક્ટ્રોન પ્રવેગક બનાવવામાં આવ્યું હતું.

સિતેર અને એંસોના દાયકામાં મોટા પાયે શરૂઆત કરવા, વેરીઓબલ એનર્જી સાઈક્લોડ્રોન સેન્ટર (VECC), કોલકતામાં વેરીઓબલ એનર્જી (બદલી શકાય તેવી ઊર્જાના) સાઈક્લોડ્રોનની સ્વદેશી રચના કરવામાં આવી; BARCમાં 2 MVનું ટેન્ડમ વાન ડી ગ્રાફ જનરેટર ઊભુ કરવામાં આવ્યું તથા TIFRમાં 14 MVનું ટેન્ડમ (Tandem) પેલેટ્રોન એક્સીલરેટર (પ્રવેગક) સ્થાપિત કરવામાં આવ્યું.

યાર બાદ યુનિવર્સિટી ગ્રાન્ટ્સ કમિશન (UGC) દ્વારા, આંતર યુનિવર્સિટી ઉપયોગીતા માટે ઈન્ટર યુનિવર્સિટી એક્સીલરેટર સેન્ટર (IUAC), ન્યુ ડિલ્હીમાં 15 MVનું ટેન્ડમ પેલેટ્રોન સ્થાપિત કરવામાં આવ્યું; એક 3 MVનું ટેન્ડમ પેલેટ્રોન ભૂલેશ્વરના ઈન્સ્ટીટ્યુટ ઓફ ફિઝિક્સમાં; અને બે 1.7 MVના ટેન્ડોનને હૈદ્રાબાદ સ્થિત એટોમિક મિનરલ્સ ડાઇરેક્ટરેટ ફોર એક્સ્પ્લોરેશન એન્ડ રિસર્ચ તથા કલ્યક્કમ સ્થિત ઈન્ડિયા ગાંધી સેન્ટર ફોર એટોમિક રિસર્ચ ખાતે સ્થાપિત કરવામાં આવ્યા. TIFR અને IUAC બંને એ આયનોને વધુ ઊર્જા ઊર્જા સુધી પ્રવેગિત કરવા માટે સુપરકન્ડક્ટોર LINAC ઉમેરીને મોડ્યુલ્સનો સગવડતામાં વધારો કર્યો છે.

આ આયન પ્રવેગકો ઉપરાંત, ડિપાર્ટમેન્ટ ઓફ એટેમિક એનર્જી (DAE) એ બીજા ઘણા ઈલેક્ટ્રોન પ્રવેગકો વિકસાત્વા છે. ઈન્દ્રાર સ્થિત, રાજા રામના સેન્ટર ફોર એડવાન્સ્ડ ટેકનોલોજીસ ખાતે એક 2 MeVના સિન્કોડ્રોન રેડિએશન સોર્સનું કાર્યરત છે.

એક્સીલરેટર ડ્રીવન સિસ્ટમ્સ (ADS)ને ડિપાર્ટમેન્ટ ઓફ એટેમિક એનર્જી બિવિષ્ણના પાવર ઉત્પાદન અને આશુ ઊર્જા માટે જરૂરી વિખંડનિય દ્રવ્યના સંવર્ધન કેન્દ્રોતરીકે ગણી રહ્યું છે.

## 4.5 વિદ્યુતપ્રવાહ ખંડના કારણે મળતું ચુંબકીયક્ષેત્ર, બાયો-સાવરનો નિયમ (MAGNETIC FIELD DUE TO A CURRENT ELEMENT, BIOT-SAVART LAW)

આપણે જેટલા ચુંબકીયક્ષેત્રો જાણીએ છીએ તે કાં તો વિદ્યુતપ્રવાહ (અથવા ગતિમાન વિદ્યુતભારો)ના કારણે અથવા કણોની આંતરિક / પ્રાકૃતિક ચુંબકીય ચાકમાત્રાઓના કારણે હોય છે. અહીં આપણે વિદ્યુતપ્રવાહ અને તેના કારણે ઉત્પન્ન થતા ચુંબકીયક્ષેત્ર વચ્ચેના સંબંધનો અભ્યાસ કરીશું. તે બાયોસાવરના નિયમ વડે આપવામાં આવે છે. આફ્ક્ષિત 4.9માં વિદ્યુતપ્રવાહ I ધરિત વાહક XY દર્શાવ્યો છે. આ વાહકનો અતિ સૂક્ષ્મ ખંડ  $dI$  દ્વારા ઘણું લો. આ ખંડના કારણે તેનાથી  $r$  અંતરે આવેલા બિંદુ P પાસે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર શોધવું છે. ધારો કે  $dI$  અને સ્થાનાંતર સંદિશ  $r$  વચ્ચેનો કોણ  $\theta$  છે. બાયોસાવરના નિયમ મુજબ, ચુંબકીયક્ષેત્ર  $dB$  નું મૂલ્ય વિદ્યુતપ્રવાહ I અને ખંડ લંબાઈ  $|dI|$ ના સમપ્રમાણમાં તથા અંતર  $r$  ના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે. તેની દિશા\*  $dI$  અને  $r$ ને સમાવતા સમતલને લંબ રૂપે હોય છે. આમ, સંદિશ સ્વરૂપે,

$$dB \propto \frac{Idl \times r}{r^3}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \times r}{r^3} \quad [4.11(a)]$$

જ્યાં,  $\mu_0/4\pi$  એ સપ્રમાણતાનો અચળાંક છે.

શૂન્યાવકાશ માટે ઉપરનું સમીકરણ લાગુ પડે છે.

આ ક્ષેત્રનું મૂલ્ય

$$|dB| = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \theta}{r^2} \quad [4.11(b)]$$

જ્યાં, આપણે સંદિશ ગુણાકારના ગુણધર્મનો ઉપયોગ કર્યો છે. સમીકરણ [4.11(a)] આપણા માટે ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂળભૂત સમીકરણ રચે છે. SI એકમોમાં સપ્રમાણતા અચળાંકનું ચોક્કસ મૂલ્ય

$$\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \text{ T m/A} \quad [4.11(c)]$$

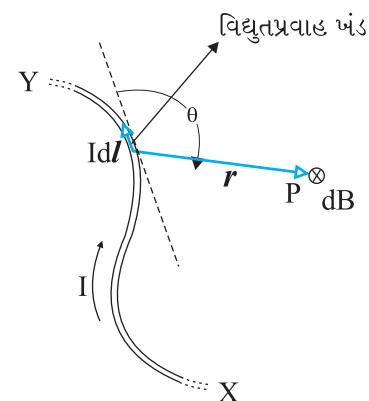
છે. આપણે  $\mu_0$ ને મુક્ત અવકાશ (કે શૂન્યાવકાશ) ની પરમીએબિલિટી કહીએ છીએ.

ચુંબકીયક્ષેત્ર માટેનો બાયોસાવરનો નિયમ, સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર માટે કુલંબના નિયમ સાથે કેટલીક સાખ્તીઓ તેમજ કેટલીક વિષમતાઓ દર્શાવે છે. જેમાંની કેટલીક આ મુજબ છે :

(i) બંને લાંબા અંતર (Long Range) સુધી લાગે છે, કારણ કે બંને ઉદ્ગમથી આપેલ બિંદુ સુધીજા અંતરના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણ પર આધાર રાખે છે.

સંપાતપણાનો સિદ્ધાંત બંને ક્ષેત્રો માટે લાગુ પડે છે. [આ સંદર્ભમાં નોંધો કે, જેવી રીતે સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર તેના ઉદ્ગમ, વિદ્યુતભારના રેખીય સમપ્રમાણમાં છે તે જ રીતે ચુંબકીયક્ષેત્ર તેના ઉદ્ગમ  $|dl|$ ના રેખીય સમપ્રમાણમાં હોય છે.]

(ii) સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર અદિશ ઉદ્ગમ, એટલે કે વિદ્યુતભાર વડે ઉદ્ભવે છે. ચુંબકીયક્ષેત્ર સંદિશ ઉદ્ગમ  $|dl|$  વડે ઉદ્ભવે છે.



આફ્ક્ષિત 4.9 બાયોસાવરના નિયમનું દાખાતું. વિદ્યુતપ્રવાહ ખંડ  $Idl$  તેનાથી  $r$  અંતરે ચુંબકીયક્ષેત્ર  $dB$  ઉત્પન્ન કરે છે.

\* ચિહ્ન દર્શાવે છે કે આ ક્ષેત્ર પુસ્તકના પાનાના સમતલને લંબરૂપે તથા તેની અંદરની દિશામાં છે.

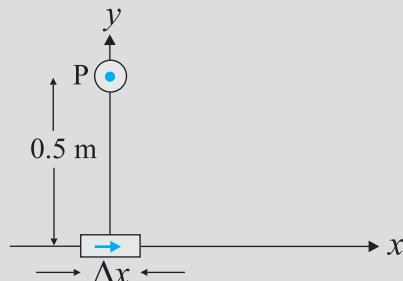
\*  $dl \times r/n$  દિશા. જમણા હાથના સ્ક્રૂના નિયમ વડે પણ અપાય છે. સંદિશો  $dl$  અને  $r$ ને સમાવતું સમતલ જુઓ. પહેલા સંદિશથી બીજા સંદિશ તરફ જવાનું કલ્પો. જો આ ગતિ વિષમધરી હોય, તો પરિણામી સંદિશ તમારી તરફ હોય. જો તે સમધરી હોય, તો પરિણામી સંદિશ તમારાથી દૂર તરફ હોય.

- (iii) સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર જે ઉદ્ગમ અને અવકાશમાં રહેલા બિંદુને જોડતા સ્થાનાંતર સદિશની દિશામાં છે. ચુંબકીયક્ષેત્ર, સ્થાનાંતર સદિશ  $r$  અને વિદ્યુતપ્રવાહ બંદ  $Idl$ ને સમાવતા સમતલને લંબ રૂપે છે.
- (iv) બાયોસાવરનો નિયમ કોણ પર આધારિત છે. જે સ્થિત વિદ્યુતના કિરસામાં નથી હોતું. આફૂતિ 4.9માં,  $dI/dx$  (ત્રુટક રેખા વડે દર્શાવેલ)માં આવેલ કોઈ પણ બિંદુએ ચુંબકીયક્ષેત્ર શૂન્ય હોય છે. આ દિશામાં  $\theta = 0, \sin\theta = 0$  અને તેથી સમીકરણ [4.11(a)] પરથી,  $|dB| = 0$ . મુક્ત અવકાશની પરમિટીવિટી  $\epsilon_0$ , મુક્ત અવકાશની પરમીએબિવિટી  $\mu_0$  અને શૂન્યાવકાશમાં પ્રકાશની ઝડપ  $C$  વચ્ચે એક રસપ્રદ સંબંધ છે :

$$\epsilon_0\mu_0 = (4\pi\epsilon_0)\left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right) = \left(\frac{1}{9 \times 10^9}\right) (10^{-7}) = \frac{1}{(3 \times 10^8)^2} = \frac{1}{c^2}$$

વિદ્યુત ચુંબકીય તરંગોના પ્રકરણ-8માં આ સંબંધ વિશે વધુ ચર્ચા કરીશું. શૂન્યાવકાશમાં પ્રકાશની ઝડપ અચળ હોવાથી,  $\epsilon_0\mu_0$  ગુણાકારનું મૂલ્ય અચળ હોય છે. કોઈ પણ એક  $E_0$  અથવા  $\mu_0$ નું મૂલ્ય ધારીએ એટલે બીજાનું મૂલ્ય નક્કી થઈ જાય છે. SI એકમોમાં,  $\mu_0$ નું મૂલ્ય  $4\pi \times 10^{-7}$  જેટલું નિશ્ચિત કરેલ છે.

**ઉદાહરણ 4.5** સૂક્ષ્મ બંદ  $\Delta I = \Delta x \hat{i}$  ને ઉદ્ગમ બિંદુ પર મુકેલો છે, અને તેમાંથી મોટો વિદ્યુતપ્રવાહ  $I = 10 \text{ A}$  પસાર થાય છે (આફૂતિ 4.10).  $y$ -અક્ષ પર  $0.5 \text{ m}$  અંતરે ચુંબકીયક્ષેત્ર કેટલું હશે?  $\Delta x = 1 \text{ cm}$ .



આફૂતિ 4.10

ઉકેલ

$$|dB| = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin\theta}{r^2} \quad [\text{સમીકરણ (4.11) પરથી}]$$

$$dl = \Delta x = 10^{-2} \text{ m}, I = 10 \text{ A}, r = 0.5 \text{ m} = y, \mu_0/4\pi = 10^{-7} \frac{\text{T m}}{\text{A}}$$

$$\theta = 90^\circ; \sin\theta = 1$$

$$|dB| = \frac{10^{-7} \times 10 \times 10^{-2}}{25 \times 10^{-2}} = 4 \times 10^{-8} \text{ T}$$

ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશા +z-દિશામાં છે. આ એટલા માટે છે કે,

$$dl \times r = \Delta x \hat{i} \times y \hat{j} = y \Delta x (\hat{i} \times \hat{j}) = y \Delta x \hat{k}$$

સદિશ ગુણાકાર માટેનો ચક્કિય નિયમ યાદ કરો,

$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}; \hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}; \hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}.$$

નોંધો કે ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય નાનું છે.

હવે પછીના વિભાગમાં આપણે બાયોસાવરના નિયમનો ઉપયોગ વર્તુળાકાર ગાળા વડે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર શોધવા માટે કરીશું.

### 4.6 વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત વર્તુળાકાર પ્રવાહગાળાની અક્ષ પર ચુંબકીયક્ષેત્ર (MAGNETIC FIELD ON THE AXIS OF A CIRCULAR CURRENT LOOP)

આ વિભાગમાં, ગોળાકાર ગુંચળા (Coil) વડે તેની અક્ષ (ધરી) પર ઉદ્ભવતા ચુંબકીયક્ષેત્રની ગણતરી કરીશું. આ ગણતરીમાં આપણે અગાઉ દર્શાવ્યું તેમ, વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત સૂક્ષ્મ ખંડો (Idl) વડે થતી અસરોનો સરવાળો કરીશું. ધારો કે વિદ્યુતપ્રવાહ I સ્થિર છે (બદલાતો નથી) અને આ ગણતરી મુક્ત અવકાશ (શૂન્યાવકાશ)માં કરીએ છીએ.

આફ્રતિ 4.11માં સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહ I ધારિત ગોળાકાર ગાળો દર્શાવ્યો છે. આ ગાળાની નિજ્યા R છે. તેમજ તેનું કેન્દ્ર ઉગમાંદું O પર રહે તે રીતે તેને  $y-z$  સમતલમાં મુક્તું છે.  $x$ -અક્ષ એ આ ગાળાની અક્ષ છે. આપણે તેની અક્ષ પર આવેલા P બિંદુએ ચુંબકીયક્ષેત્ર શોધવું છે. ધારોકે ગાળાના કેન્દ્ર Oથી Pનું અંતર  $x$  છે.

આ ગાળાનો વાહક ખંડ  $dl$  ધારો.

તે આફ્રતિ 4.11માં દર્શાવેલ છે.  $dl$ ના કારણે ઉદ્ભવતા ચુંબકીયક્ષેત્ર  $dB$ નું માન બાયોસાવરના નિયમ (સમીક્રણ 4.11(a)) પરથી મળે છે.

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I |dl \times r|}{r^3} \quad (4.12)$$

હવે  $r^2 = x^2 + R^2$ . બીજું, આ ગાળાનો કોઈ પણ ખંડ, તે ખંડથી અક્ષ પર આવેલા બિંદુ સુધીના સ્થાનાંતર સદિશને લંબ હશે. ઉદાહરણ તરીકે, આફ્રતિ 4.11માં  $dl$  એ  $y-z$  સમતલમાં છે જ્યારે  $dl$ થી અક્ષ પરના બિંદુ P સુધીનો સ્થાનાંતર સદિશ  $r$  એ  $x-y$  સમતલમાં છે. આથી  $|dl \times r| = r dl$ . આથી,

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{(x^2 + R^2)} \quad (4.13)$$

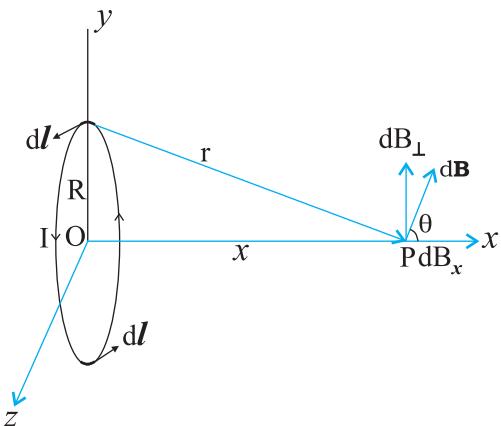
$dB$ ની દિશા આફ્રતિ 4.11માં દર્શાવી છે, જે  $dl$  અને  $r$  વડે બનતા સમતલને લંબ છે. તેનો  $x$ -ઘટક  $dB_x$  છે અને  $x$ -અક્ષને લંબ ઘટક  $dB_{\perp}$  છે. જ્યારે  $x$ -અક્ષને લંબ ઘટકોનો સરવાળો કરવામાં આવે, ત્યારે તે એકબીજાને નાભુદ કરે છે અને પરિણામ શૂન્ય મળે છે. ઉદાહરણ તરીકે,  $dl$ ના કારણે મળતા ઘટક  $dB_{\perp}$ નું મૂલ્ય (Contribution) તેના વ્યાસની સામેના આફ્રતિ 4.11માં દર્શાવેલા ઘટક વડે મળતા મૂલ્ય વડે નાભુદ થાય છે. આમ, ફક્ત  $x$ -ઘટક જ બચે છે. સંપૂર્ણ ગાળા પર  $dB_x = dB \cos \theta$ નું સંકલન કરતાં આપણાને  $x$ -દિશા પરનું પરિણામી મૂલ્ય મળે. આફ્રતિ 4.11 માટે,

$$\cos \theta = \frac{R}{(x^2 + R^2)^{1/2}} \quad (4.14)$$

(∴  $R$  અને  $r$  વચ્ચેનો કોણ પણ  $\theta$  થાય)

સમીક્રણ (4.13) અને (4.14) પરથી,

$$dB_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$



આફ્રતિ 4.11 વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત R નિજ્યાના વર્તુળાકાર ગાળાની અક્ષ (ધરી) પર ચુંબકીયક્ષેત્ર. અહીં ચુંબકીયક્ષેત્ર  $dB$  (સૂક્ષ્મ ખંડ  $dl$ ના કારણે) અને તેના અક્ષ (ધરી) પરના તેમજ તેને લંબ ઘટકો દર્શાવ્યા છે.

આ ગાળા પર સૂક્ષ્મ ખંડો ટ/નો સરવાળો ગાળાના પરિધિ  $2\pi R$  જેટલો થાય છે. આથી, સંપૂર્ણ વર્તુળકાર ગાળા વડે  $P$  બિંદુએ ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર

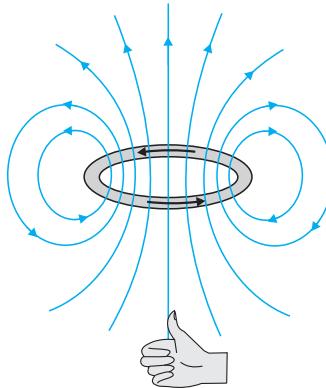
$$\mathbf{B} = B_x \hat{\mathbf{i}} = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}} \hat{\mathbf{i}} \quad (4.15)$$

આ પરિણામના વિશિષ્ટ કિસ્સા તરીકે આપણે આ ગાળાના કેન્દ્ર પર ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય મેળવી શકીએ. અહીં  $x=0$  અને તેથી આપણને

$$\mathbf{B}_0 = \frac{\mu_0 I}{2R} \hat{\mathbf{i}} \quad (4.16)$$

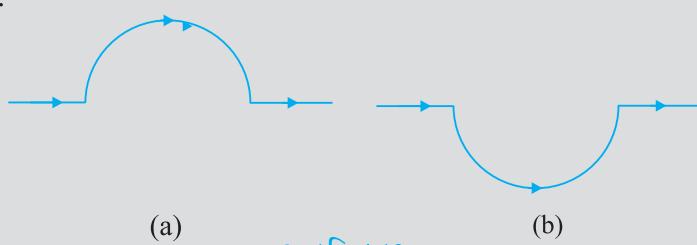
મળે છે. વર્તુળકાર તારને લીધે ઉદ્ભવતી ચુંબકીયક્ષેત્ર રેખાઓ આકૃતિ 4.12માં દર્શાવ્યા મુજબ બંધ ગાળાઓ રચે છે. ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશા (બીજા) જમણા-હાથના અંગુઠાના નિયમ વડે દર્શાવાય છે જે નીચે આપેલ છે :

તમારા જમણા હાથની મુઠી વર્તુળકાર તારની ફરતે એ રીતે વાળો કે જેથી તમારી આંગળીઓ વિદ્યુતપ્રવાહની દિશામાં હોય. જમણા હાથનો અંગુઠો ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશા દર્શાવશે.



**આકૃતિ 4.12** વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ગાળા માટે ચુંબકીયક્ષેત્ર રેખાઓ. ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશા જમણા-હાથના અંગુઠાના નિયમ વડે મળે છે જે લખાણમાં દર્શાવ્યું છે. ગાળાની ઉપરની બાજુને ચુંબકનો ઉત્તર પ્રુવ ગણી શકાય જ્યારે નીચેની બાજુને દક્ષિણ પ્રુવ ગણી શકાય.

**ઉદાહરણ 4.6** આકૃતિ 4.13(a)માં દર્શાવ્યા મુજબ  $12 \text{ A}$  વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત સીધા તારને  $2 \text{ cm}$  ત્રિજ્યાના અર્ધ વર્તુળકાર ચાપમાં વાળ્યો છે. ધારોકે આ ચાપના કેન્દ્ર પર ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$  છે. (a) સીધા વિભાગો વડે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર કેટલું હશે? (b) અર્ધવર્તુળકાર ચાપના કારણે મળતા  $\mathbf{B}$  કરતાં, વર્તુળકાર ગાળા વડે મળતું ચુંબકીયક્ષેત્ર કઈ રીતે જુદું પડે છે અને કઈ રીતે તેને મળતું આવે છે? (c) આકૃતિ 4.13(b)માં દર્શાવ્યા મુજબ આ તારને તેટલી જ ત્રિજ્યાના પરંતુ વિરુદ્ધ દિશામાં અર્ધ વર્તુળકાર ચાપમાં વાળવામાં આવે તો તમારો જવાબ જુદો હશે?



### ઉકેલ

- (a) દરેક સીધા ખંડ માટે  $dI$  અને  $r$  સમાંતર છે. આથી,  $dI \times r = 0$ . સીધા ખંડ  $|B|$ માં કોઈ ફાળો આપતા નથી.
- (b) અર્ધવર્તુળાકાર ચાપના દરેક ખંડ માટે દરેક  $dI \times r$  એકબીજાને સમાંતર છે (આ પુસ્તકના પાનના સમતલની અંદર જતું. આ દરેકનો ફાળો કુલ માનમાં ઉમેરાય છે. આથી અર્ધવર્તુળાકાર ચાપ માટે  $B$ ની દિશા જમણા હાથના અંગુઠાના નિયમ વડે દર્શાવાય છે અને તેનું મૂલ્ય વર્તુળાકાર ગાળા વડે મળતા માન કરતાં અડવું હોય છે. આમ  $B$  આ પાનના સમતલને લંબાઝુપે અંદરની દિશા તરફ  $1.9 \times 10^{-4}$  T જેટલું છે.
- (c)  $B$ નું માન (b)માં મળતા માન જેટલું જ પરંતુ વિરુદ્ધ દિશામાં મળશે.

ઉદાહરણ 4.6

**ઉદાહરણ 4.7** 10 cm ત્રિજ્યા ધરાવતું અને ખૂબ પાસે રહેલા 100 આંટા ધરાવતું એક ગુંચળું (Coil) ધ્યાનમાં લો, જેમાંથી 1 A વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે. આ ગુંચળાના કેન્દ્રમાં ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય કેટલું હશે?

ઉકેલ ગુંચળું ખૂબ પાસે આંટા ધરાવતું હોવાથી, આપણે દરેક વર્તુળાકાર ઘટક (અંશ)ની ત્રિજ્યા એક સમાન  $R = 10$  cm = 0.1 m લઈ શકીએ. આંટાઓની સંખ્યા  $N = 100$  ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 10^2 \times 1}{2 \times 10^{-1}} = 2\pi \times 10^{-4} = 6.28 \times 10^{-4} \text{ T}$$

ઉદાહરણ 4.7

## 4.7 ઓમ્પિયરનો સર્કીટલ (બંધ ગાળાનો) નિયમ (AMPERE'S CIRCUITAL LAW)

બાયોસાવરના નિયમને વધુ સારી અને સચોટ રીતે દર્શાવવાની બીજી રીત પણ છે.

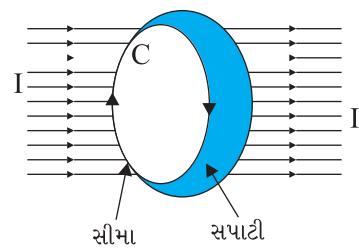
ઓમ્પિયરના સર્કીટલ નિયમમાં સીમા રેખા ધરાવતી મુક્ત (ખૂલ્લી) સપાટી ધ્યાનમાં લેવામાં આવે છે (આફુતિ 4.14). આ સપાટીમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે. આપણે સીમા રેખાને નાના ખંડોમાં વહેંચાયેલી ગણી શકીએ.  $dI$  લંબાઈનો આવો એક ખંડ ધ્યાનમાં લો. આ ખંડ માટે આપણે ચુંબકીયક્ષેત્રનો સ્પર્શીય (Tangential) ઘટક  $B$ , લઈ તેની સાથે આ ખંડની લંબાઈ  $d$ નો ગુણાકાર કરીએ (નોંધ :  $B, dI = B \cdot dI$ ). આવા બધા ગુણાકારોનો સરવાળો કરવામાં આવે છે. આ ખંડો સૂક્ષ્મ થતા જાય અને તેમની સંખ્યા વધતી જાય તે લક્ષ (Limit) વિચારીએ. અહીં સરવાળો સંકલનમાં પરિણમશે. ઓમ્પિયરનો સર્કીટલ નિયમ જણાવે છે કે આ સંકલન આ સપાટીમાંથી પસાર થતા વિદ્યુતપ્રવાહ અને  $\mu_0$ ના ગુણાકાર જેટલું હશે. એટલે કે,

$$\oint B \cdot dI = \mu_0 I \quad [4.17(a)]$$

જ્યાં,  $I$  એ આ સપાટીમાંથી પસાર થતો કુલ વિદ્યુતપ્રવાહ છે. સંકલન આ સપાટીને સમાવતી સીમા Cના બંધ ગાળા પર લેવામાં આવે છે. ઉપરનું સમીકરણ, જમણા હાથના નિયમ વડે દર્શાવતી સંજ્ઞા-પ્રણાલિકા (રુઢિ)નું પાલન કરે છે. જમણા હાથની આંગળીઓને આ સીમા પર જે દિશામાં જવાના હોઈએ તે રીતે વાળો કે જે માટે બંધ ગાળા પર સંકલન  $\oint B \cdot dI$  લીધું છે.

અહીં અંગુઠાની દિશા જે દિશામાં વિદ્યુતપ્રવાહ ને ધન ગણવામાં આવે છે તે દર્શાવે છે.

કેટલાક ઉપયોગો માટે, સમીકરણ 4.17(a)નું વધુ સરળ સ્વરૂપ પુરતું થઈ રહે છે. આવા કિસ્સાઓમાં આપણે એમ ધારીશું કે, એવો બંધ ગાળો (જેને ઓમ્પિરિયન લૂપ કહે છે) પસંદ કરવાનું શક્ય છે કે જે ગાળાના દરેક બિંદુ માટે, કંતો



આફુતિ 4.14



### આન્ડ્રે ઓમ્પિયર

**(André Ampere) (1775-1836)**  
 આન્ડ્રે મેરી ઓમ્પિયર ફેન્ચ ભौતિક શાસ્ત્રી, ગણિતજ્ઞ અને રસાયણજ્ઞાની હતો જેણો વિદ્યુત ગતિ શાસ્ત્રના વિજ્ઞાનની શોધ કરી. ઓમ્પિયર નાનપણથી વિલક્ષણ હતો, જે 12 વર્ષની ઉંમરે તો વિકસિત (Advanced) ગણિતમાં પારંગત હતો. તેણે ઓર્સ્ટેડ્સ (Oersted's) કરેલી શોધનું મહત્વ સમજ્યું હતું. તેણે વિદ્યુતપ્રવાહ અને ચુંબકત્વ વચ્ચેનો સંબંધ જાળવા માટે ઘણા બધા પ્રયોગોની હારમાળાનો અભ્યાસ કર્યો. આ બધા પ્રયોગોના પરિણામ સ્વરૂપે 1827માં ‘ફક્ત પ્રયોગો આધારિત વિદ્યુતગતિ શાસ્ત્રની ઘટનાઓ વિશે ગણિતીય સિદ્ધાંત’ (Mathematical Theory of Electrodynamic Phenomena Deduced Solely from Experiments) પ્રકાશિત થયો. તેણે પૂર્વધારણા કરી કે બધી ચુંબકીય ઘટનાઓ, વર્તુળમાર્ગ (Circulating) વિદ્યુતપ્રવાહોના કારણો હોય છે. ઓમ્પિયર વિનાન્દ્ર અને ભૂલકણા (બેધાન) હતા. એક વખત તે સપ્રાટ નેપોલીયને આપેલ જમણાનું આમંત્રણ પણ ભૂલી ગયા હતા. 61 વર્ષની ઉંમરે તે ન્યૂમોનિયાના કારણો ગૃહજરી ગયા. તેમની કબર પરના સમાધી લૈખમાં લખ્યું છે : અંતે સુખી (Tandem Felix - Happy at Last).

આન્ડ્રે ઓમ્પિયર (André Ampere) (1775-1836)

- B** આ ગાળાને સ્પર્શિતું (સ્પર્શકની દિશામાં) હોય અને **B** અશૂન્ય અયળ હોય, અથવા
- B** આ ગાળાને લંબરૂપે હોય, અથવા
- B** નાભુદ થતું હોય.  
હવે, ધારોકે ગાળા (ના વિભાગ)ની લંબાઈ  $L$  માટે **B** સ્પર્શકની દિશામાં છે. ધારોકે આ ગાળા વડે ધેરાયેલ વિદ્યુતપ્રવાહ  $I_e$  છે. આથી સમીકરણ (4.17) પરથી

$$BL = \mu_0 I_e \quad [4.17(b)]$$

જ્યારે કોઈ સંભિત ધરાવતું તત્ત્વ હોય જેમકે આકૃતિ 4.15 મુજબ વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત અનંત લંબાઈનો સીધો તાર, તો ગુંસનો નિયમ જે રીતે વિદ્યુતક્ષેત્રની ગણતરી માટે મદદરૂપ થાય છે તે જ રીતે, ઓમ્પિયરના નિયમથી ચુંબકીયક્ષેત્રની ગણતરી સહેલાઈથી કરી શકાય છે. આ સ્થિતિ આગળ આપેલ ઉદાહરણ 4.8માં દર્શાવી છે. ધ્યાનમાં લીધેલ ગાળાની સીમા વર્તુળાકાર છે અને ચુંબકીયક્ષેત્ર વર્તુળના પરિધિને સ્પર્શકની દિશામાં છે. સમીકરણ 4.17(b)ની ડાબી બાજુ માટે આ નિયમ મુજબ  $B \cdot 2\pi r$  મળે. તારથી  $r$  અંતરે ચુંબકીયક્ષેત્ર સ્પર્શકની દિશામાં મળે, જેનું મૂલ્ય

$$B \times 2\pi r = \mu_0 I,$$

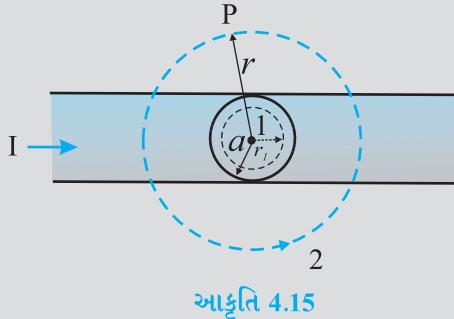
$$B = \mu_0 I / (2\pi r) \quad (4.18)$$

અનંત લંબાઈના તાર માટે ઉપરનું પરિણામ ઘણા દિસ્ટિકોશથી રસપ્રદ છે.

- તે દર્શાવે છે કે (તારને અક્ષ તરીકે ગાળીએ તો),  $r$  ત્રિજ્યાના વર્તુળના દરેક બિંદુએ ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય એક સરખું હોય છે. બીજા શર્દોમાં, ચુંબકીયક્ષેત્ર નળાકારીય સંભિત ધરાવે છે. ક્ષેત્ર જે સામાન્ય રીતે ત્રણ યામ પર આધાર રાખે છે તે (અહીં) ફક્ત એક યામ  $r$  પર આધારિત છે. જ્યાં જ્યારે પણ સંભિત હોય ત્યાં (ઉકેલો સહેલા હોય છે (સહેલાઈથી મળે છે)).
- વર્તુળના દરેક બિંદુએ ચુંબકીયક્ષેત્ર સ્પર્શકની દિશામાં હોય છે. આમ, અયળ માનવાળા ચુંબકીયક્ષેત્રની રેખાઓ સમકેન્દ્રી વર્તુળો રચે છે. હવે યાદ કરો કે, આકૃતિ 4.1(c)માં, લોખંડની ભૂકી સમકેન્દ્રી વર્તુળો રચતી હતી. આ રેખાઓ જે બંધ વકો (ગાળા) રચે છે તેમને ચુંબકીયક્ષેત્ર રેખાઓ કહે છે. તે સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર રેખાઓની જે મ ધન વિદ્યુતભારોમાંથી ઉત્પન્ન થઈ ઋણ વિદ્યુતભારમાં સમાઈ જાય તેવી નથી. સીધા તાર વડે ઉદ્ભબતા ચુંબકીયક્ષેત્રનું સમીકરણ ઓરસ્ટેડ્સ કરેલા પ્રયોગોનું સૈદ્ધાંતિક સમાધાન કરે છે.
- બીજો નોંધવા જેવો મુદ્દો એ છે કે તાર અનંત લંબાઈનો હોવા છીતાં, તેનાથી નહિવતૂ (પણ Non Zero) અંતરે (અત્યંત નજીક) ચુંબકીયક્ષેત્ર અનંત નથી. તારની ખૂબ નજીક પહોંચીએ ત્યારે જ તે ખૂબ જડપથી વધે છે. આ ક્ષેત્ર વિદ્યુતપ્રવાહના સમપ્રમાણમાં અને (અનંત લંબાઈનાં) વિદ્યુતપ્રવાહ ઉદ્ગમથી અંતરના વસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે.

- (iv) લાંબા (વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત) તાર વડે ઉદ્ભવતા (ચુંબકીય) ક્ષેત્રની દિશા શોધવા માટે એક સીધો નિયમ\* છે. જમણા હાથના નિયમ તરીકે ઓળખાતો આ નિયમ નીચે મુજબ છે :
- તારને તમારો જમણા હાથથી એવી રીતે પકડો કે જેથી તમારો વિસ્તારેલો અંગૂઠો વિદ્યુતપ્રવાહની દિશામાં રહે. તમારી આંગળીઓ ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશામાં વળેલી હશે.
- ઓભિયરનો સર્કિટલ નિયમ બાયોસાવરના નિયમ કરતાં કઈ પણ નવું કહેતો નથી. બંને ચુંબકીયક્ષેત્ર અને વિદ્યુતપ્રવાહને સાંકળે છે, અને બંને સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહના કારણો મળતા એકસમાન ભૌતિક પરિણામો જ દર્શાવે છે. જે રીતે કુલંબના નિયમ માટે ગોસનો નિયમ છે, તે જ રીતે બાયોસાવરના નિયમ માટે ઓભિયરનો નિયમ છે. ઓભિયરનો નિયમ બંને પરિમિતિ/પરિધિ કે સીમા પર આવેલી ભૌતિક રાશિ (ચુંબકીય કે વિદ્યુતક્ષેત્ર)ને અંદર રહેલી બીજી ભૌતિક રાશિ, જેમકે ક્ષેત્રના ઉદ્ગમ (વિદ્યુતપ્રવાહ કે વિદ્યુતભાર) સાથે સાંકળે છે. આપણે એ પણ નોંધીએ કે ઓભિયરનો સર્કિટલ નિયમ સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહો માટે સત્ય છે જે સમય સાથે બદલાતા ન હોય. હવે આપેલું ઉદાહરણ આપણને અંદર રહેલ (ધેરાયેલા) વિદ્યુતપ્રવાહ શરૂઆતો અર્થ સમજવા માટે મદદરૂપ થશે.

**ઉદાહરણ 4.8** આકૃતિ 4.15માં વિદ્યુતપ્રવાહ I ધારિત, વર્તુળકાર આડછેદ (ત્રિજ્યા  $a$ )નો એક લાંબો સીધો તાર દર્શાવ્યો છે. વિદ્યુતપ્રવાહ I, આડછેદમાં સમાન રીતે પ્રસરેલો છે.  $r < a$  અને  $r > a$  વિસ્તારોમાં ચુંબકીયક્ષેત્રની ગણતરી કરો.



### ઉકેલ

- (a) ધારોકે  $r > a$ . અનુક્રમ 2 વડે દર્શાવેલ ઓભિરિયન ગાળો, આ આડછેદ સાથે સમકેન્દ્રિત વર્તુળ (રચ્યે) છે. આ ગાળા માટે,

$$L = 2\pi r$$

$$I_e = \text{ગાળા વડે ધેરાયેલ વિદ્યુતપ્રવાહ} = I$$

પરિણામે, લાંબા સીધા તાર માટેનું જાણીતું સમીકરણ

$$B(2\pi r) = \mu_0 I.$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$B \propto \frac{1}{r} (r \geq a) \quad [4.19(a)]$$

- (b) ધારોકે  $r < a$ . ઓભિરિયન ગાળો અનુક્રમ 1 વડે દર્શાવ્યો છે. આ ગાળા માટે, વર્તુળની ત્રિજ્યા  $r$  લઈએ તો,

$$L = 2\pi r$$

ઉદાહરણ 4.8

\* નોંધો કે અહીં બે બિલકુલ અલગ જમણા હાથના નિયમો છે : એક વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ગાળાની અક્ષ પર ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B$ ની દિશા દર્શાવે છે. જ્યારે બીજો સીધા વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત તાર માટે  $B$ ની દિશા દર્શાવે છે. બંનેમાં આંગળીઓ અને અંગૂઠો અલગ અલગ ભજવે છે.

હવે ધેરાયેલ વિદ્યુતપ્રવાહ  $I_e$ ,  $I$  જેટલો નથી પરંતુ આ મૂલ્યથી ઓછો છે. વિદ્યુતપ્રવાહનું વિતરણ સમાન હોવાથી, ધેરાયેલો વિદ્યુતપ્રવાહ

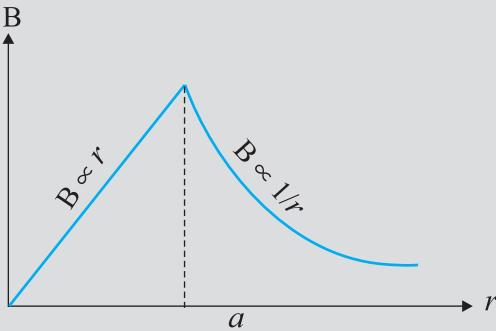
$$I_e = I \left( \frac{\pi r^2}{\pi a^2} \right) = \frac{I r^2}{a^2}$$

$$\text{એમિયરના નિયમ પરથી, } B(2\pi r) = \mu_0 \frac{I r^2}{a^2}$$

$$B = r \left( \frac{\mu_0 I}{2\pi a^2} \right)$$

$$B \propto r \quad (r \leq a)$$

[4.19(b)]



#### આફ્ટિ 4.16

આફ્ટિ (4.16)માં ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B$ ના મૂલ્ય વિરુદ્ધ તારના કેન્દ્રથી અંતર  $a$ નો આલેખ દર્શાવ્યો છે. ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશા અનુરૂપ વર્તુળાકાર ગાળા (1 કે 2) સાથે સ્પર્શકની દિશામાં હોય છે જે આ વિભાગમાં સમજાવેલ જમણા હાથના નિયમ મુજબ મળે છે. આ ઉદાહરણ જરૂરી સંમિતિ ધરાવે છે કે જેથી એમિયરનો નિયમ સરળતાથી લગાડી શકાય.

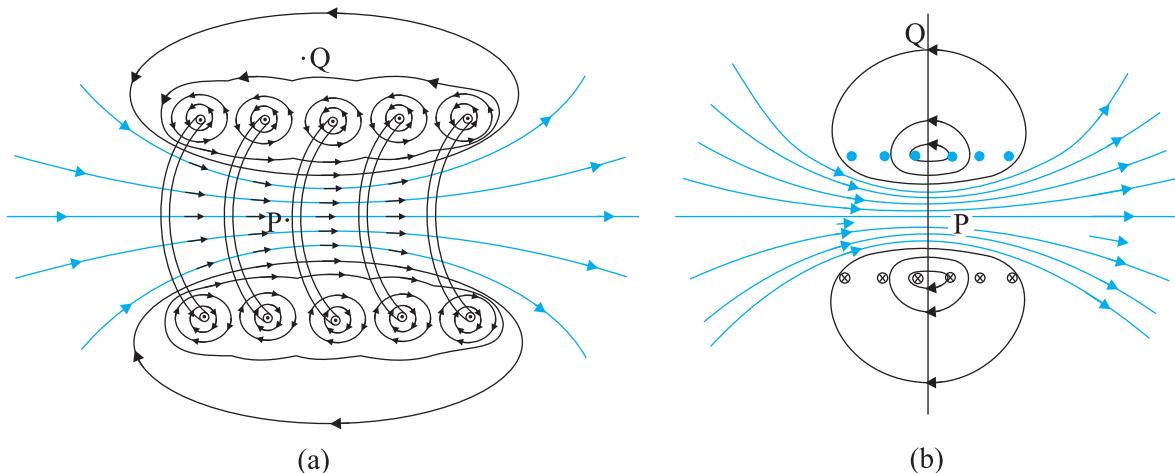
એ નોંધવું જોઈએ કે એમિયરનો સર્કિટલ નિયમ કોઈપણ ગાળા માટે સાચો હોવા છતાં, દરેક કિસ્સામાં તેના દ્વારા ચુંબકીયક્ષેત્રની ગણતરી દરેક વખતે શક્ય ન પણ બને. ઉદાહરણ તરીકે, પરિસ્ક્રેટ 4.6માં દર્શાવેલ વર્તુળાકાર ગાળાના કિસ્સામાં, ગાળાના કેન્દ્ર પાસે ચુંબકીયક્ષેત્ર માટેનું સામાન્ય સમીકરણ  $B = \mu_0 I / 2R$  (સમીકરણ (4.16)) મેળવવા માટે તે (એમિયરનો નિયમ) લાગુ ન પાડી શકાય. આમ છતાં, ઊંચી સંમિતિ ધરાવતી એવી ઘણી બધી પરિસ્થિતિઓ છે કે જેના માટે આ નિયમ સહેલાઈથી લાગુ પાડી શકાય. આપણે તેનો ઉપયોગ હવે પછીના પરિશિષ્ટમાં સામાન્ય રીતે ઉપયોગમાં લેવાતા અને ખૂબ ઉપયોગી એવા બે ચુંબકીય તંત્રો, સોલેનોઇડ અને ટોરોઇડ માટે કરીશું.

## 4.8 સોલેનોઇડ અને ટોરોઇડ (THE SOLENOID AND THE TOROID)

સોલેનોઇડ અને ટોરોઇડ એ એવા બે સાધન છે જે ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે. ટેલિવિઝનમાં સોલેનોઇડનો ઉપયોગ જરૂરી ચુંબકીયક્ષેત્રો ઉત્પન્ન કરવા માટે થાય છે. સિન્કોટ્રોનમાં આ બંનેનો ઉપયોગ સંયુક્ત રીતે, જરૂરી એવા ખૂબ ઊંચા ચુંબકીયક્ષેત્રો ઉત્પન્ન કરવા માટે થાય છે. સોલેનોઇડ અને ટોરોઇડ, બંનેમાં ખૂબ ઊંચી સંમિતિ (ની માત્રા) હોવાથી એમિયરનો નિયમ સહેલાઈથી લાગુ પાડી શકાય છે.

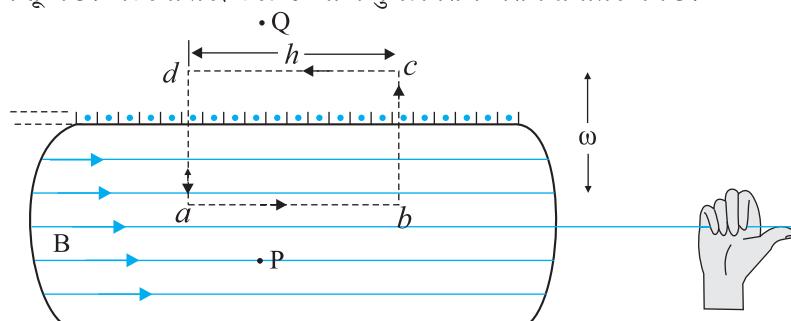
#### 4.8.1 સોલેનોઇડ (The Solenoid)

આપણે લાંબા સોલેનોઇડની ચર્ચા કરીશું. લાંબા સોલેનોઇડનો મતલબ એ કે તેની ત્રિજ્યાની સરખામણીમાં તેની લંબાઈ ધણી વધુ હોય. તે એક લાંબા તારને ખૂબ પાસે રહેલા આંટાઓમાં હેલીકલ રૂપમાં વિંટાળીને બનાવેલ હોય છે. આથી દરેક આંટાને વર્તુળાકાર ગાળો ગણી શકાય. કુલ ચુંબકીયક્ષેત્ર, દરેક આંટાઓના કારણે ઉદ્ભવતા ચુંબકીયક્ષેત્રોના સંદિશ સરવાળા જેટલું હોય છે. આંટા વિટવા માટે ઈનેમલવાળા (અવાહક પડ ચઢાવેલા) તારનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે જેથી આ આંટા એક બીજાના સંપર્કમાં અવાહક તરીકે વર્તે.



આકૃતિ 4.17 (a) સોલેનોઇડના કારણે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર, જે સ્પષ્ટતા માટે પ્રસરાવીને દર્શાવ્યું છે.  
ફક્ત બહારનો અર્ધવર્તુળાકાર ભાગ દર્શાવ્યો છે. આજુબાજુના વર્તુળાકાર ગાળાના આંટાઓની અસર એકબીજાને ડેવા રીતે નાખું કરે છે તે નોંધો. (b) સિમિત (પરિમિત) સોલેનોઇડનું ચુંબકીયક્ષેત્ર.

આકૃતિ 4.17માં સિમિત સોલેનોઇડની ચુંબકીયક્ષેત્ર રેખાઓ દર્શાવી છે. આપણે આ સોલેનોઇડના એક ભાગનું વિવર્ણિત નિરૂપણ આકૃતિ 4.17(a)માં દર્શાવ્યું છે. આકૃતિ 4.17(b)માં સમગ્ર સોલેનોઇડ તેના ચુંબકીયક્ષેત્ર સાથે દર્શાવ્યો છે. આકૃતિ 4.17(a)માં, વર્તુળાકાર ગાળાઓ પરથી તે દેખીતું છે કે બાજુ બાજુના આંટાઓનું ચુંબકીયક્ષેત્ર નાખું થઈ જાય છે. આકૃતિ 4.17(b)માં આપણે જોઈ શકીએ કે સોલેનોઇડની અંદરની તરફ મધ્યમાં આવેલા બિંદુ P પાસે ચુંબકીયક્ષેત્ર નિયમિત (Uniform), પ્રબળ અને તેની અક્ષની દિશામાં છે. બહારના મધ્યબિંદુ Q પાસે ચુંબકીયક્ષેત્ર નબળું અને મોટાભાગે સોલેનોઇડની અક્ષને સમાંતર હોય છે. જેનો લંબ ઘટક હોતો નથી. સોલેનોઇડ જેમ મોટો બનતો જાય તેમ તે જાણે કે લાંબી નજાકાર ધાતુની તકિટ (Sheet) જેવો લાગે છે. આકૃતિ 4.18માં તેનું આદર્શ નિરૂપણ દર્શાવ્યું છે. સોલેનોઇડની બહાર ચુંબકીયક્ષેત્ર શૂન્યવત્ત થતું જાય છે. આપણે ધારીશું કે, બહારની તરફ ચુંબકીયક્ષેત્ર શૂન્ય છે. અંદરની તરફ દરેક જગ્યાએ ચુંબકીયક્ષેત્ર અક્ષને સમાંતર બને છે.



આકૃતિ 4.18 ખૂબ લાંબા સોલેનોઇડનું ચુંબકીયક્ષેત્ર. ચુંબકીયક્ષેત્ર શોધવા માટે આપણે લંબચોરસ ઓફિસિયન ગાળો abcda ધ્યાનમાં લઈશું.

એક લંબચોરસ ઓમ્પિરિયન ગાળો  $abcda$  ધારો. અગાઉ દર્શાવ્યું તેમ  $cd$  પર ચુંબકીય ક્ષેત્ર શૂન્ય છે. આથી, આ બંને ખંડો કોઈ ફાળો આપતા નથી. ધારોકે  $ab$  ને સમાંતર ચુંબકીય ક્ષેત્ર  $B$  છે.

આમ, ઓમ્પિરિયન ગાળાની પ્રસ્તુત લંબાઈ  $L = h$  છે. જો એકમ લંબાઈ દીઠ આંટાઓની સંખ્યા  $n$  હોય, તો કુલ આંટાઓની સંખ્યા  $nh$  હોય. વેરાયેલો વિદ્યુતપ્રવાહ,  $I_e = I(nh)$  છે. જ્યાં,  $I$  એ સોલેનોઇડમાંથી વહેતો વિદ્યુતપ્રવાહ. ઓમ્પિરના સર્કિટલ નિયમ (સમીકરણ 4.17(b)) પરથી,

$$BL = \mu_0 I_e, Bh = \mu_0 I(nh) \\ B = \mu_0 nI \quad (4.20)$$

ચુંબકીય ક્ષેત્રની દિશા જમણા હાથના નિયમ પરથી મળે છે. સોલેનોઇડનો ઉપયોગ મોટા ભાગે સમાન (નિયમિત) ચુંબકીય ક્ષેત્ર મેળવવા માટે થાય છે. હવે પછીના પ્રકરણમાં આપણે જોઈશું કે સોલેનોઇડમાં અંદર નરમ લોખંડ ગર્ભ દાખલ કરવાથી મોટું ચુંબકીય ક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરી શકાય છે.

### 4.8.2 ટોરોઇડ (The Toroid)

ટોરોઇડએ પોલી વર્તુળાકાર રીંગ (વલય) છે. જેના પર તારના ઘણા બધા આંટા (અવાહક પડ ચઢાવેલા) પાસપાસે વિંટાળેલા હોય છે. તેને એવા સોલેનોઇડ તરીકે વિચારી શકાય કે જેને વર્તુળાકારમાં વાળીને એકબીજાને જોડેલ હોય. તેને વિદ્યુતપ્રવાહ  $I$  સાથે આકૃતિ 4.19(a)માં દર્શાવ્યો છે. આપણે જોઈશું કે ટોરોઇડની અંદરની ખૂલ્લી જગ્યામાં (P બિંદુએ) અને તેની બહાર (Q બિંદુએ) ચુંબકીય ક્ષેત્ર શૂન્ય છે. ખૂબ નજીક આંટા ધરાવતા આદર્શ ટોરોઇડની અંદર ચુંબકીય ક્ષેત્ર  $B$ નું મૂલ્ય અચળ હોય છે.

આકૃતિ 4.19 (b)માં ટોરોઇડનો આદ્ધેદ દર્શાવ્યો છે. વર્તુળાકાર ગાળાઓ માટે જમણા હાથના નિયમ મુજબ (ટોરોઇડની) અંદરના ભાગમાં ચુંબકીય ક્ષેત્રની દિશા સમબંધી હોય છે. ત્રણ ઓમ્પિરિયન ગાળાઓ 1, 2 અને 3 ને નુટક રેખાઓ વડે દર્શાવ્યા છે. સંમિત મુજબ, ચુંબકીય ક્ષેત્ર દરેક ગાળાને સ્પર્શકની દિશામાં હોવું જોઈએ તથા આપેલ ગાળા માટે તેનું મૂલ્ય અચળ હોવું જોઈએ. 2 અને 3 વડે બનતા બંને વર્તુળાકાર વિસ્તારો ટોરોઇડને એવી રીતે છેદ છે કે જેથી વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત તારનો દરેક આંટો એક વખત ગાળા 2 વડે તથા બે વખત ગાળા 3 વડે છેદાય છે.

ધારોકે, ગાળા 1 પર ચુંબકીય ક્ષેત્રનું મૂલ્ય  $B_1$  છે : આથી ઓમ્પિરના સર્કિટલ નિયમ [સમીકરણ 4.17(a)]માં,  $L = 2\pi r_1$

આમ છતાં, આ ગાળો કોઈ વિદ્યુતપ્રવાહને વેરતો (સમાવતો) ન હોવાથી  $I_e = 0$ . આથી,

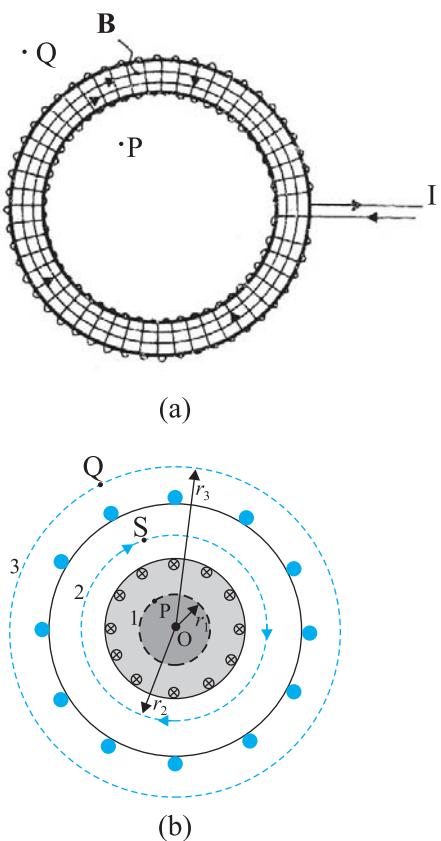
$$B_1(2\pi r_1) = \mu_0(0), \quad B_1 = 0$$

આથી, ટોરોઇડમાં ખૂલ્લી જગ્યામાં આવેલા કોઈ પણ બિંદુ P પાસે ચુંબકીય ક્ષેત્ર શૂન્ય હોય છે.

હવે આપણે દર્શાવીશું કે આ જ રીતે Q પાસે ચુંબકીય ક્ષેત્ર શૂન્ય હોય છે. ધારોકે ગાળા 3 પર ચુંબકીય ક્ષેત્ર  $B_3$  છે. અહીંયા પણ ઓમ્પિરના નિયમ પરથી  $L = 2\pi r_3$ . આમ છતાં, આદ્ધેદ પરથી આપણે જોઈ શકીએ કે પુસ્તકના (પાનાના) સમતલમાંથી બહાર તરફ આવતો વિદ્યુતપ્રવાહ અંદર તરફ જતા તેટલા જ પ્રવાહ વડે નાખું થાય છે. આથી,  $I_e = 0$  અને  $B_3 = 0$ . ધારોકે (સોલેનોઇડ) ટોરોઇડની અંદર ચુંબકીય ક્ષેત્ર  $B$  છે. હવે આપણે S પાસે ચુંબકીય ક્ષેત્ર ગણીશું. અહીંયા પણ આપણે સમીકરણ [4.17(a)] મુજબ ઓમ્પિરના નિયમનો ઉપયોગ કરીશું. આપણને  $L = 2\pi r$  મળશે.

વેરાયેલો (સમાવતો) વિદ્યુતપ્રવાહ  $I_e$  (ટોરોઇડના ગંયગાળા N આંટા માટે), NI જેટલો છે.

$$B_1(2\pi r_1) = \mu_0 NI$$



**આકૃતિ 4.19 (a)** વિદ્યુતપ્રવાહ I ધારિત ટોરોઇડ. (b) ટોરોઇડનો આદ્ધેદ. ઓમ્પિરના સર્કિટલ નિયમનો ઉપયોગ કરીને ટોરોઇડના કેન્દ્ર Oથી યાદચિક્કા રીતે ચુંબકીય ક્ષેત્ર મેળવી શકાય છે. 1, 2 અને 3 વડે દર્શાવેલ નુટક રેખાઓ ત્રણ ઓમ્પિરિયન ગાળાઓ દર્શાવે છે.

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} \quad (4.21)$$

હવે આપણો ટોરોઇડ અને સોલેનોઇડ માટેના બે પરિણામોની સરખામજી કરીએ. સોલેનોઇડ માટે મળેલા સમીકરણ (4.20) સાથે સરખામજી સહેલાઈથી થાય તે માટે આપણે સમીકરણ (4.21)ને બીજ રીતે લખીશું. ધારોકે ટોરોઇડની સરેરાશ નિઝયા  $r$  છે અને એકમ લંબાઈ દીઠ આંટાઓની સંખ્યા  $n$  છે.

આથી,

$$N = 2\pi r n = \text{ટોરોઇડનો (સરેરાશ) પરિધિ} \times \text{એકમ લંબાઈ દીઠ આંટાઓની સંખ્યા}$$

અને આમ,

$$B = \mu_0 n I \quad (4.22)$$

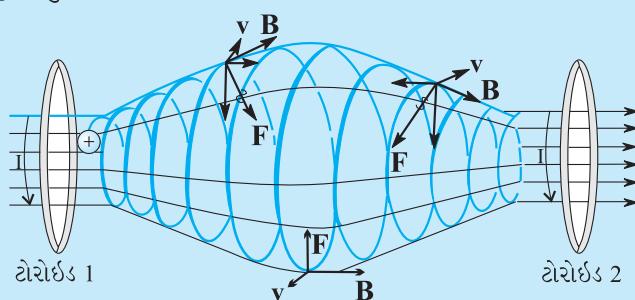
આ, સોલેનોઇડ માટેનું સમીકરણ છે !

આદર્શ ટોરોઇડમાં આંટાઓ વર્તુળાકાર હોય છે.

વાસ્તવમાં ટોરોઇડના ગુંચળામાં આંટાઓ હેલીક્ષ બનાવે છે જેમાં ટોરોઇડની બહાર થોડુંક ચુંબકીયક્ષેત્ર તો હોય જ છે.

### ચુંબકીય બંધન (ઘેરાવો) (MAGNETIC CONFINEMENT)

પરિચ્છેદ 4.3માં આપણે જોયું (આ પ્રકરણમાં અગાઉ આપેલ, વિદ્યુતભારીત કષોની હેલીક્લ ગતિ વિશેના બોક્ષમાં પણ જુઓ) કે વિદ્યુતભારીત કષોની કક્ષાઓ (ચુંબકીયક્ષેત્રમાં) હેલીક્લ (પેચ આકારની, સર્પિલ) હોય છે. જો ચુંબકીયક્ષેત્ર નિયમિત ન હોય, પરંતુ એક વર્તુળાકાર કક્ષા દરમિયાન વધુ પડતું બદલતું ન હોય, તો જ્યારે તે તીવ્ર ચુંબકીયક્ષેત્રમાં પ્રવેશો ત્યારે હેલીક્ષની નિઝયા ઘટશે અને જ્યારે તે નબળા ચુંબકીયક્ષેત્રમાં પ્રવેશો ત્યારે (હેલીક્ષની નિઝયા) વધશે. શૂન્યાવકાશિત બંધ્ય પાત્રમાં થોડાક અંતરે રહેલા બે સોલેનોઇડ ધાનમાં લો (નીચે આપેલ આકૃતિ જુઓ જેમાં આપણે બંધ્ય પાત્ર દર્શાવ્યું નથી). બે સોલેનોઇડ વચ્ચેના અવકાશમાં વિદ્યુતભારીત કષોનાની નિઝયા (ના હેલીક્લ માર્ગો)થી ગતિ શરૂ કરશે. જેમ ચુંબકીયક્ષેત્ર ઘટે તેમ આ નિઝયા વધશે અને બીજા સોલેનોઇડ પાસે પહોંચતા (ચુંબકીયક્ષેત્ર વધવાથી) નિઝયા ફરીથી ઘટશે. સોલેનોઇડ જાણે કે અરિસા (પરાવર્તક) તરીકે વર્તે છે. [આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ જ્યારે (વિદ્યુતભારીત) કષ ગુંચળા 2 પાસે પહોંચે ત્યારે Fની દિશા જુઓ. આગળ તરફની (Forward) ગતિની વિરુદ્ધ દિશામાં તેને (Fને) સમક્ષિતિજ ઘટક છે]. આ કારણે જ્યારે આ કષોનો સોલેનોઇડ પાસે પહોંચે ત્યારે પાછા ફરે છે. આવી રચના ચુંબકીય શીશી (Bottle) કે ચુંબકીય પાત્ર તરીકે વર્તે છે. આ કષો ક્યારેય (બે સોલેનોઇડને સમાવતા) પાત્રની દિવાલોને સ્પર્શશે નહીં. ફ્યુઝનના પ્રયોગો દરમાન ઊંચી ઊર્જા ધરાવતા ખાજમાને જકડી રાખવા (To Confinement, ઘેરી રાખવા) આવી ચુંબકીય બોટલ્સ ખૂબ ઉપયોગી છે. ખૂબ ઊંચા તાપમાનને કારણે આ ખાજમાં બીજા કોઈ પણ પ્રકારના પદાર્થ (દ્રવ્ય)ના પાત્રનો નાશ કરી દેશે. બીજું મહત્વનું (ઉપયોગી) પાત્ર ટોરોઇડ છે. ટોકામેક (Tokamak) કે જે ફ્યુઝન પાવર રીએકર્ટ્સ માટે ખાજમાને જકડી (ઘેરી) રાખતું ઉપકરણ છે, તેમાં ટોરોઇડ મહત્વનો ભાગ ભજવે તેવું અપેક્ષિત છે. ફાન્સમાં નિયંત્રિત સંલયન (Controlled Fusion) સિદ્ધ કરવા માટે ઈન્ટરનેશનલ થર્મોન્યુક્લિકાર એક્સપરીમેન્ટલ રિએક્ટર (ITER)ની રચના આંતર રાખ્યી સહયોગથી કરવામાં આવી છે, જેમાં ભારત પણ એક સહયોગી દેશ છે. ITER સહયોગી સંસ્થા અને તેના કાર્ય (Project) વિશે વધુ માહિતી તમે <http://www.iter.org>ની મુલાકાત લઈ મેળવી શકો.



ઉદાહરણ 4.9

ઉદાહરણ 4.9 1 cm ન્યિજયા અને 0.5 m લંબાઈનો સોલેનોઇડ 500 આંટા ધરાવે છે. તેમાંથી 5 A વિદ્યુતપ્રવાહ પ્રસાર થાય છે. સોલેનોઇડની અંદર ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય કેટલું હશે?

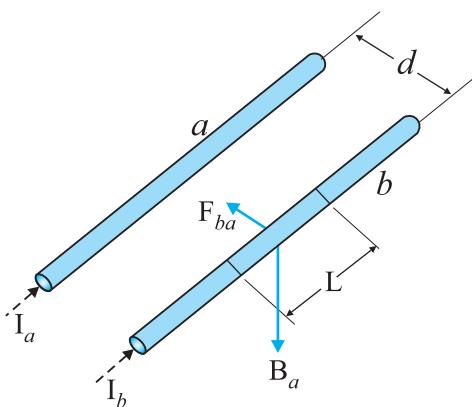
ઉકેલ એકમ લંબાઈ દીઠ આંટાઓની સંખ્યા

$$n = \frac{500}{0.5} = 1000 \text{ turns/m}$$

લંબાઈ  $l = 0.5 \text{ m}$  અને ન્યિજયા  $r = 0.01 \text{ m}$ . આથી  $l/a = 50$  એટલે કે  $l \gg a$ . આથી, આપણે લાંબા સોલેનોઇડના સમીકરણ (4.20)નો ઉપયોગ કરી શકીએ,

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 n I \\ &= 4\pi \times 10^{-7} \times 10^3 \times 5 \\ &= 6.28 \times 10^{-3} \text{ T} \end{aligned}$$

## 4.9 બે સમાંતર વિદ્યુતપ્રવાહ વચ્ચે લાગતું બળ, ઓમ્પિયર (FORCE BETWEEN TWO PARALLEL CURRENTS, THE AMPERE)



આકૃતિ 4.20 સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહ  $I_a$  અને  $I_b$  ધરાવતા અને એકબીજાથી  $d$  અંતરે રહેલા બે સીધા વાહકો (તાર). વાહક 'a' વડે વાહક 'b' પાસે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B_a$  છે.

આપણે શીખ્યા છીએ કે વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત વાહકના કારણે ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉદ્ભવે છે જે બાયોસાવરના નિયમને અનુસરે છે. ઉપરાંત, આપણે એ પણ શીખ્યા છીએ કે બાબ્ય ચુંબકીયક્ષેત્ર, વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત વાહક પર બળ લગાડશે. તે લોરેન્ઝના સમીકરણ પરથી મળે છે. આમ, પાસપાસે મુકેલા બે વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત વાહકો એકબીજા પર (ચુંબકીય) બળ લગાડશે, એવી અપેક્ષા રાખવી તર્કસંગત છે. 1820–25ના ગાળામાં, ઓમ્પિયરે આ ચુંબકીય બળનો પ્રકાર અને વિદ્યુતપ્રવાહના મૂલ્ય પર, વાહકોના આકાર અને કદ પર તથા બે વાહકો વચ્ચેના અંતર પર તેના આધાર વિશે અભ્યાસ કર્યો. આ પરિચ્છેદમાં આપણે બે સમાંતર વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત વાહકોનું ઉદાહરણ જોઈશું, જે આપણને ઓમ્પિયરે કરેલા કષ્ટમય કાર્ય વિશે ઘ્યાલ આપશે.

આકૃતિ 4.20માં એકબીજાથી  $d$  અંતરે રહેલા બે લાંબા, સમાંતર વાહકો  $a$  અને  $b$  દર્શાવ્યા છે જેમાંથી અનુક્રમે (સમાંતર) વિદ્યુતપ્રવાહો  $I_a$  અને  $I_b$  પસાર થાય છે. વાહક 'a' દ્વારા વાહક 'b' પર દરેક બિંદુએ સમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B_a$  ઉત્પન્ન થાય છે. જમણા હાથનો નિયમ દર્શાવે છે કે આ ક્ષેત્રની દિશા (જ્યારે બંને વાહકો સમક્ષિતજ મુક્યા હોય ત્યારે) નીચે તરફ (અધોદિશામાં) હોય છે. તેનું મૂલ્ય સમીકરણ [4.19(a)] પરથી અથવા ઓમ્પિયરના સર્કિટલ નિયમ પરથી મળે છે,

$$B_a = \frac{\mu_0 I_a}{2\pi d}$$

ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B_a$ ના કારણે વિદ્યુતપ્રવાહ  $I_b$  ધરાવતો સુવાહક, બાજુની તરફ (ચુંબકીય) બળ અનુભવશે.  $B_a$ ના કારણે લાગતું આ બળ સુવાહક 'a'ની દિશામાં હશે (ચકાસો). આ બળને આપણે  $F_{ba}$  વડે દર્શાવીશું, જે 'b'ના વિભાગ (ખંડ) L પર 'a'ના કારણે લાગતું બળ છે. આ બળનું મૂલ્ય સમીકરણ (4.4) પરથી,

$$\begin{aligned}
 F_{ba} &= I_b L B_a \\
 &= \frac{\mu_0 I_a I_b}{2\pi d} L
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

‘b’ના કારણે ‘a’ પર લાગતું બળ શોધવું પણ શક્ય છે. ઉપર કરેલી ધારણાઓ મુજબ આપણે ‘a’ના વિભાગ (ખંડ) L પર ‘b’ વડે લાગતું બળ  $F_{ab}$  શોધી શકીએ. તે  $F_{ab}$ ના મૂલ્ય જેટલું અને bની તરફ હોય છે. આથી,

$$F_{ba} = -F_{ab} \tag{4.24}$$

નોંધો કે આ ન્યૂટનના ગ્રીજા નિયમ સાથે સુસંગત છે.\* આમ, ઓછામાં ઓછું સમાંતર વાહકો અને સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહો માટે આપણે દર્શાવ્યું કે બાયોસાવરનો નિયમ અને લોરેન્ઝ બળનું પરિણામ ન્યૂટનના ગ્રીજા નિયમ મુજબ મળે છે.

ઉપર આપણે જોયું કે, એક જ દિશામાં વહેતા વિદ્યુતપ્રવાહો એક બીજાને આકર્ષ છે. કોઈ એ પણ દર્શાવી શકે કે વિરુદ્ધ દિશામાં વહેતા વિદ્યુતપ્રવાહો એકબીજાને અપાકર્ષ છે. આમ,

સમાંતર વિદ્યુતપ્રવાહો આકર્ષાને પ્રતિસમાંતર પ્રવાહો અપાકર્ષ હોય છે.

સ્થિત વિદ્યુતના નિયમ કરતાં આ નિયમ ઉલટો છે. સમાન (સાંજાતિક) વિદ્યુતભારો એકબીજાને અપાકર્ષ છે, જ્યારે સમાન (સમાંતર) વિદ્યુતપ્રવાહો એકબીજાને આકર્ષ છે.

ધારો કે, બળ  $F_{ba}$ નું એકમ લંબાઈ દીઠ મૂલ્ય  $f_{ba}$  વડે દર્શાવીએ તો સમીકરણ (4.23) પરથી,

$$f_{ba} = \frac{\mu_0 I_a I_b}{2\pi d} \tag{4.25}$$

આ સમીકરણનો ઉપયોગ એમ્પિયર (A)ને વ્યાખ્યાયિત કરવા માટે થાય છે, જે સાત મૂળભૂત SI એકમોમાંનો એક છે.

એમ્પિયર એ સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહનું અનું મૂલ્ય છે, જે બે ખૂબ લાંબા, સીધા અને નહીંવત (અવગાય) આડહેદ ધરાવતા તથા શૂન્યાવકાશમાં એકબીજાથી એક મીટર અંતરે સમાંતર મુકેલા, વાહકોમાંથી પસાર થતો હોય, ત્યારે બંને વાહકો પર એક મીટર લંબાઈ દીઠ  $2 \times 10^{-7}$  ન્યૂટન બળ લગાડે (ઉત્પન્ન કરે).

એમ્પિયરની આ વ્યાખ્યા 1946માં સ્વીકારવામાં આવી. આ સૈદ્ધાંતિક વ્યાખ્યા છે. વ્યવહારમાં આપણે પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રની અસર નાખું કરવી જોઈએ તથા ખૂબ લાંબા તારની જગ્યાએ યોગ્ય ભૌમિકિક આકારના ઘણા આંટા ધરાવતા ગુંચળાઓનો ઉપયોગ કરવો પડે. વિદ્યુતપ્રવાહ તુલા (ંાંટા, Balance) નામના સાધનનો ઉપયોગ આ યાંત્રિક બળ માપવા માટે થાય છે.

વિદ્યુતભારનો SI એકમ, જે કુલંબ કહેવાય છે, તેને હવે એમ્પિયરના સંદર્ભમાં વ્યાખ્યાયિત કરી શકાય.

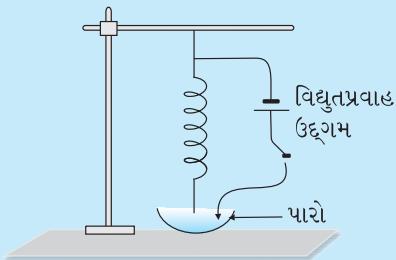
જ્યારે સુવાહકમાંથી 1 A જેટલો સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર કરવામાં આવે, ત્યારે તેના આડહેદમાંથી 1 ડમાં પસાર થતો વિદ્યુતભાર એક કુલંબ (1 C) જેટલો હોય છે.

\* એ જણાયું છે કે જ્યારે વિદ્યુતપ્રવાહો અને/અથવા ગતિમાન વિદ્યુતભારો સમય પર આધારિત હોય, ત્યારે વિદ્યુતભારો અને/અથવા (વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત) સુવાહકો વચ્ચે લાગતા બળો માટે ન્યૂટનના ગ્રીજાની નિયમ લાગુ પડતો નથી. યંત્રશાખમાં ન્યૂટનના ગ્રીજા નિયમ પરથી, અલગ કરેલા તંત્ર માટે વેગમાનના સંરક્ષણનો નિયમ, સીધો તરી આવે છે. જો (વિદ્યુત કે ચુંબકીય) ક્ષેત્ર વડે ધારણ કરાતું વેગમાન ધ્યાનમાં લેવામાં આવે તો આ બાબત વિદ્યુતચુંબકીયક્ષેત્રોની સમય-આધારિત પરિસ્થિતિઓમાં પડા લાગુ પડે છે.

## સમांતર વિદ્યુતપ્રવાહો વચ્ચેના આકર્ષણ માટે રોગેટનું સર્પિલ ગુંચળું (ROGET'S SPIRAL FOR ATTRACTION BETWEEN PARALLEL CURRENTS)

સામાન્ય રીતે ચુંબકીય અસરો, વિદ્યુતીય અસરો કરતાં નાની હોય છે. પરિણામે, વિદ્યુતિ પ્રવાહો વચ્ચેનું બળ સામાન્યતઃ ઓછું હોય છે, કારણ કે ગુણાંક  $\mu$  નાનો હોય છે. આથી વિદ્યુતપ્રવાહો વચ્ચેનું આકર્ષણ કે અપાકર્ષણ દર્શાવવું અધરું પડે છે. આમ, 1 cm અંતરે રહેલા 5 A વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત તાર માટે, એક મીટર લંબાઈ દીઠ બળ  $5 \times 10^{-4}$  N જેટલું હોય, જે લગભગ 50 mg વજન જેટલું છે. તે ગરગડી પરથી પસાર થતી દોરી પર 50 mg વજન લટકાવને તારને ઉપર ખેંચવા જેટલું છે. તારનું સ્થાનાંતર નોંધપાત્ર ન હોય તેવું હોય છે.

નરમ સ્પ્રિંગનો ઉપયોગ કરીને, આપણે સમાંતર વિદ્યુતપ્રવાહની અસરકારક લંબાઈ વધારી શકીએ અને પારાનો ઉપયોગ કરીને આપણે થોડા મિમી (mm) જેટલું સ્થાનાંતર દર્શયમાન બનાવી શકીએ. આ માટે આપણને અચળ 5 A વિદ્યુતપ્રવાહ આપી શકે તેવા વિદ્યુતપ્રવાહ ઉદ્ગમની જરૂર પડશે.



જેનો પ્રાકૃતિક દોલન આવર્તકાળ  $0.5 - 1$  s હોય તેવું નરમ સર્પિલ ગુંચળું (સ્પ્રિંગ) લો. તેને લંબરૂપે લટકાવો. તથા આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ તેનો નીચેનો છેડો અણીદાર રાખો. એક પાત્રમાં પારો લો અને સ્પ્રિંગને એવી રીતે ગોઈવો કે જેથી તેનો અણીદાર છેડો પારાની સપાટીને (ફક્ત) સ્લેજ અડકે. DC વિદ્યુતપ્રવાહ ઉદ્ગમ લો, તેના એક છેડાને સ્પ્રિંગના ઉપરના છેડા સાથે જોડો તથા બીજા છેડાને પારામાં ઢૂબે તે રીતે રાખો. જ્યારે સ્પ્રિંગનો અણીદાર છેડો પારાના સંપર્કમાં આવે ત્યારે પારા દ્વારા પરિપથ પૂર્ણ થાય છે.

શરૂઆતમાં ધારોકે DC ઉદ્ગમને બંધ રાખવામાં આવે છે. સ્પ્રિંગની અણી એ રીતે ગોઈવેલી છે કે જેથી તે પારાને ફક્ત સ્લેજ અડકે. અચળ વિદ્યુતપ્રવાહના ઉદ્ગમને ચાલુ કરો અને અદ્ભુત નજારો જુઓ. સ્પ્રિંગ જાટકા સાથે સંકોચાશે, અણીદાર છેડો પારામાંથી બહાર આવશે (ફક્ત એકાદ મીમી જેટલો), પરિપથ તૂટશે જેથી વિદ્યુતપ્રવાહ અટકી જશે. સ્પ્રિંગ પાછી તેના મૂળ સ્થાને આવવા પ્રયત્ન કરશે, તેનો અણીદાર છેડો ફરીથી પારાને અડકે જેથી પરિપથમાં વિદ્યુતપ્રવાહ વહેવા લાગશે અને આ રીતે આવર્તનો ટીક, ટીક, ટીક... કરતાં ચાલુ રહેશે. શરૂઆતમાં, સારી અસર ઉત્પન્ન કરવા માટે તમારે થોડીક નાની ફરગોઈવણી કરવી પડે.

પારાની વરાળ ઝેરી હોય છે આથી તમારો ચહેરો તેનાથી દુર રાખો. પારાની વરાળને લાંબા સમય સુધી શ્વાસમાં ન લો.

**ઉદાહરણ 4.10** કોઈ સ્થળે પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રનો સમક્ષિતિજ ઘટક  $3.0 \times 10^{-5}$  T છે અને આ ક્ષેત્રની દિશા ભૌગોલિક દક્ષિણથી ભૌગોલિક (ઉત્તર તરફ છે. એક લાંબો સીધો વાહક 1 A જેટલો સ્થાયી વિદ્યુતપ્રવાહ ધરાવે છે. તેને સમક્ષિતિજ ટેબલ પર મુકવામાં આવે અને તેમાંથી પસાર થતા વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા (a) પૂર્વથી પશ્ચિમ તરફ, (b) દક્ષિણથી (ઉત્તર તરફ હોય, ત્યારે તેની એકમ લંબાઈ દીઠ તેના પર લાગતું બળ કેટલું હશે?

$$\text{ઉકેલ } \mathbf{F} = I\mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

$$F = I/B \sin\theta$$

એકમ લંબાઈ દીઠ બળ

$$f = F/l = IB \sin\theta$$

(a) જ્યારે વિદ્યુતપ્રવાહ પૂર્વથી પશ્ચિમ તરફ વહેતો હોય ત્યારે  $\theta = 90^\circ$

આથી,  $f = IB$

$$= 1 \times 3 \times 10^{-5} = 3 \times 10^{-5} \text{ N m}^{-1}$$

જે એમ્પિયરની વ્યાખ્યામાં દર્શાવેલ મૂલ્ય  $2 \times 10^{-7} \text{ N m}^{-1}$  કરતાં વધુ છે. આથી અહીંથી એમ્પિયરને પ્રમાણભૂત કરવા માટે પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્ર અને બીજા ક્ષેત્રોની અસર નાભૂદ કરવી જોઈએ.

બળની દિશા નીચે તરફ છે. સદિશ ગુણાકારના દિશા ગુણધર્મ મુજબ આ દિશા મેળવી શકાય.

(b) જ્યારે વિદ્યુતપ્રવાહ ઉત્તરથી દક્ષિણ તરફ વહેતો હોય તારે

$$\theta = 0^\circ$$

$$f = 0$$

આથી વાહક પર કોઈ બળ લાગતું નથી.

ઉદ્દેશ્ય 4.10

## 4.10 વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ગૂંઘળા (પ્રવાહગાળા) પર લાગતું ટોક, ચુંબકીય ડાઈપોલ (TORQUE ON CURRENT LOOP, MAGNETIC DIPOLE)

### 4.10.1 નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રમાં રાખેલ વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત લંબચોરસ ગૂંઘળા (પ્રવાહગાળા) પર લાગતું ટોક (Torque on a Rectangular Current Loop in a Uniform Magnetic Field)

હવે આપણે દર્શાવીએ કે સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહ I ધારિત લંબચોરસ ગૂંઘળાને નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રમાં મુકતાં તે ટોક અનુભવે છે. તે કોઈ પરિણામી (ચોખ્યું) બળ અનુભવવતું નથી. જે વિદ્યુત ડાઈપોલને નિયમિત વિદ્યુતક્ષેત્રમાં મુકતાં (વિભાગ 1.10) થતી વર્તાણું સાથે મળતું આવે છે.

પહેલાં આપણે સાદો કિસ્સો ધ્યાનમાં લઈશું કે જ્યારે લંબચોરસ ગૂંઘળાનું એ રીતે મુકવામાં આવેલ હોય કે જેથી નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર **B** આ ગૂંઘળાના સમતલમાં હોય. જે આફૂતિ 4.21(a)માં દર્શાવિલ છે.

આ ચુંબકીયક્ષેત્ર ગૂંઘળાની AD અને BC બાજુઓ પર કોઈ બળ લગાડતું નથી. તે ગૂંઘળાની AB બાજુને લંબરૂપે છે અને તેના પર  $\mathbf{F}_1$  જેટલું બળ લગાડે છે, જે ગૂંઘળાના સમતલ (પૃષ્ઠ)માં અંદર તરફ હોય છે. તેનું મૂલ્ય

$$F_1 = IbB$$

આ જ રીતે તે CD બાજુ પર બળ  $\mathbf{F}_2$  લગાડે છે અને  $\mathbf{F}_2$  પૃષ્ઠના સમતલમાંથી બદાર તરફની દિશામાં હોય છે.

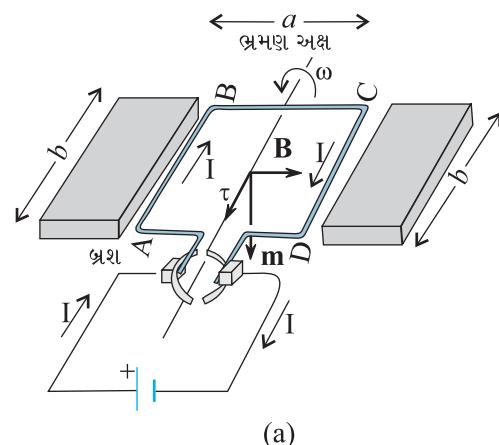
$$F_2 = IbB = F_1$$

આમ, ગૂંઘળા પરનું પરિણામી (ચોખ્યું) બળ શૂન્ય છે.  $\mathbf{F}_1$  અને  $\mathbf{F}_2$  બળોની જોડને કારણે ગૂંઘળા પર ટોક લાગે છે. આફૂતિ 4.21(b)માં AD બાજુના છેડા તરફથી દેખાતું દર્શાવ્યું છે. તે દર્શાવે છે કે ગૂંઘળા પર લાગતું ટોક તેને વિષમદી રીતે ઘૂમાવવાનો પ્રયત્ન કરે છે. આ ટોક (નું મૂલ્ય),

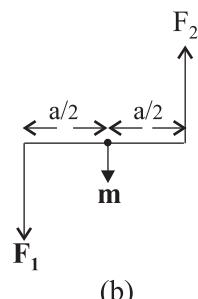
$$\begin{aligned} \tau &= F_1 \frac{a}{2} + F_2 \frac{a}{2} \\ &= IbB \frac{a}{2} + IbB \frac{a}{2} = I(ab)B \\ &= IAB \end{aligned} \quad (4.26)$$

જ્યાં  $A = ab$  એ લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ છે.

હવે આપણે એવો કિસ્સો ધ્યાનમાં લઈએ કે જેમાં ગૂંઘળાનું સમતલ, ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશામાં ન હોય, પરંતુ તેની સાથે કોઈ ખૂલ્લો બનાવે. આપણે



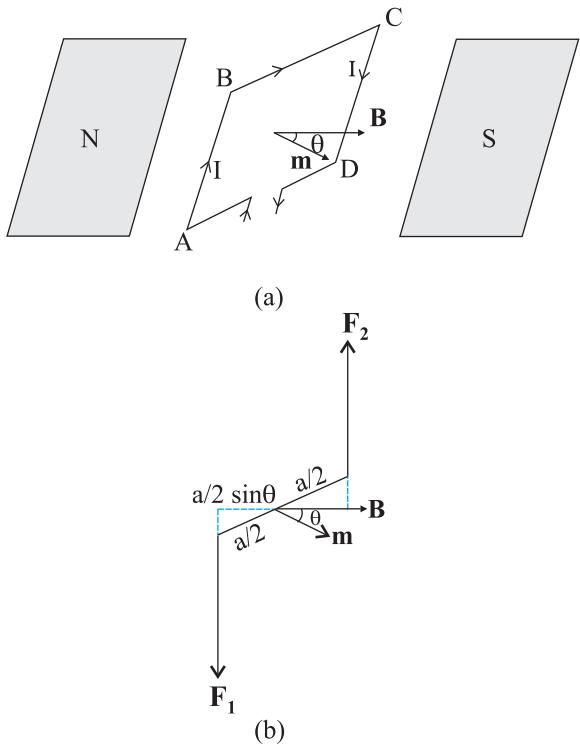
(a)



(b)

આફૂતિ 4.21 (a) નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રમાં રહેલું વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત લંબચોરસ ગૂંઘળા. ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા)  $\mathbf{m}$  નીચે તરફની દિશામાં છે. ટોક  $\tau$  અક્ષ પર છે અને તે ગૂંઘળાને વિષમદી દિશામાં ઘૂમાવવાનો પ્રયત્ન કરે છે.

(b) ગૂંઘળા પર લાગતું બળ યુંમ



આકૃતિ 4.22 (a) ગૂંચળાનો ક્ષેત્રફળ સદિશ ચુંબકીયક્ષેત્ર સાથે  $\theta$  ખૂણો બનાવે છે. (b) ઉપરથી જોતાં ગૂંચળાનો દેખાવ. AB અને CD બાજુઓ પર લાગતાં બળ  $F_1$  અને  $F_2$  દર્શાવ્યા છે.

(ચુંબકીય) ક્ષેત્ર અને ગૂંચળાને દોરેલ લંબ સાથેનો ખૂણો  $\theta$  લઈએ(આગળના કિસ્સા માટે  $\theta = \pi/2$  હતું). આકૃતિ 4.22માં આ વાપક કિસ્સો દર્શાવ્યો છે.

BC અને DA બાજુઓ પર લાગતા બળો સમાન (મૂલ્યના), વિરુદ્ધ દિશામાં, તથા BC અને DAના દ્રવ્યમાન કેન્દ્રોને જોડતી અક્ષ પર લાગે છે. આ બળો અક્ષ પર એક રેખસ્થ હોવાથી આ બળો એકબીજાને નાભુદ કરે છે જેથી પરિણામી બળ કે ટોક લાગતું નથી. AB અને CD બાજુઓ પરના બળ  $F_1$  અને  $F_2$  છે. તે પણ સમાન અને વિરુદ્ધ દિશામાં છે, જેમનું મૂલ્ય

$$F_1 = F_2 = IbB$$

પરંતુ તેઓ (આ બળો) એક રેખા પર (એક રેખસ્થ) નથી ! આથી અગાઉની જેમ બળ યુગ્મ ઉદ્ભવે છે. આમ છતાં, આ ટોક અગાઉના કિસ્સા, જેમાં ગૂંચળાનું સમતલ ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશામાં હતું તે કરતાં ઓછું છે. આનું કારણ એ છે કે, આ બળોની જોડ (યુગ્મ) વચ્ચેનું લંબ અંતર ઘટ્યું છે. આકૃતિ 4.22(b)માં AD છેડા તરફથી જોતાં દેખાતું દર્શાવ્યું છે અને તે જોડ (યુગ્મ) રચતાં બે બળો દર્શાવે છે. ગૂંચળા પર લાગતા ટોકનું મૂલ્ય,

$$\begin{aligned} \tau &= F_1 \frac{a}{2} \sin\theta + F_2 \frac{a}{2} \sin\theta \\ &= IabB \sin\theta \\ &= IAB \sin\theta \end{aligned} \quad (4.27)$$

જેમ  $\theta \rightarrow 0$ , તેમ બળોની જોડ (યુગ્મ) વચ્ચેનું લંબ અંતર પણ શૂન્ય થતું જાય છે. તે બળોને એક રેખસ્થ કરે છે અને પરિણામી બળ તથા ટોક શૂન્ય થાય છે. સમીકરણો (4.26) અને (4.27)માં દર્શાવેલા ટોકને ગૂંચળાની ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા) અને ચુંબકીયક્ષેત્રના સદિશ ગુણાકાર વડે દર્શાવી શકાય. આપણે વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ગૂંચળાની ચુંબકીય મોમેન્ટ આ રીતે વ્યાખ્યાયોગીત કરીએ છીએ,

$$m = IA \quad (4.28)$$

જ્યાં (ગૂંચળાના) ક્ષેત્રફળ સદિશની દિશા જમણા હાથના અંગુઠાના નિયમ પરથી મળે છે. જે આકૃતિ 4.21માં પૃષ્ઠના સમતલમાં અંદરની તરફ જતી દર્શાવી છે.  $m$  અને  $B$  વચ્ચેનો ખૂણો પણ  $\theta$  હોવાથી, સમીકરણો (4.26) અને (4.27)ને એક સમીકરણ વડે આ મુજબ દર્શાવી શકાય.

$$\tau = m \times B \quad (4.29)$$

જે સ્થિત વિદ્યુતના કિસ્સા (વિદ્યુતક્ષેત્ર E માં રહેલા ડાઇપોલ મોમેન્ટ  $p_e$  ધરાવતા ડાઇપોલ) જેવું છે.

$$\tau = p_e \times E$$

સમીકરણ (4.28) પરથી જોઈ શકાય કે ચુંબકીય મોમેન્ટના પરિમાણ  $[A][L^2]$  અને તેનો એકમ  $Am^2$  છે.

સમીકરણ (4.29) પરથી આપણે જોઈ શકીએ કે જ્યારે  $m$ , ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B$  ને સમાંતર કે પ્રતિસમાંતર દિશામાં હોય ત્યારે ટોક  $\tau$  નાભુદ (શૂન્ય) થાય છે. આ સંતુલન સ્થિતિ દર્શાવે છે, કારણ કે ગૂંચળા પર કોઈ ટોક લાગતું નથી (આ હકીકત ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા)  $m$  ધરાવતા કોઈ પણ પદાર્થ માટે લાગુ પડે છે). જ્યારે  $m$  અને  $B$  સમાંતર હોય ત્યારે સંતુલન સ્થિર હોય છે. ગૂંચળાનું થોડુંક પણ

બ્રમણ ટોર્ક ઉત્પન્ન કરે છે, જે તેને મૂળ સ્થિતિમાં લાવે છે. જ્યારે તેઓ પ્રતિસમાંતર હોય, ત્યારે સંતુલન અસ્થિર હોય છે કારણ કે કોઈ પણ કોણાવર્તન (બ્રમણ) ટોર્ક ઉત્પન્ન કરે છે અને તે, કોણાવર્તનનું મૂલ્ય વધે તેમ વધે છે. આ ટોર્કના કારણે જ કોઈ નાના ચુંબક કે કોઈ ચુંબકીય ડાઈપોલને બાખ ચુંબકીયક્ષેત્રમાં મુક્તાં તેની (આ ક્ષેત્રની) દિશામાં ગોડવાઈ જાય છે.

જો ગૂંચળાને પાસપાસે વિંટાળેલા N આંટા હોય, તો પણ ટોર્ક માટેનું સમીકરણ (4.29) સાચું રહે છે, કે જેથી

$$m = NIA \quad (4.30)$$

**ઉદાહરણ 4.11** પાસપાસે વિંટાળેલા 100 આંટાવાળું, 10 cm ત્રિજ્યાનું એક વર્તુળાકાર ગૂંચળું 3.2 A વિદ્યુતપ્રવાહ ધરાવે છે. (a) આ ગૂંચળાના કેન્દ્રમાં કેટલું (ચુંબકીય) ક્ષેત્ર હશે? (b) ગૂંચળાની ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા) કેટલી હશે?

ગૂંચળાને શિરોલંબ સમતલમાં એવી રીતે રાખેલું છે કે જેથી તે તેના વ્યાસ સાથે એક રેખસ્થ એવી સમક્ષિતિજ અક્ષ પર મુક્ત રીતે બ્રમણ કરી શકે. 2 T જેટલું નિયમિત સમક્ષિતિજ ચુંબકીયક્ષેત્ર એવી રીતે પ્રવર્ત્ત (રહેલું) છે કે જેથી શરૂઆતમાં ગૂંચળાની અક્ષ આ ક્ષેત્રની દિશામાં (એક રેખસ્થ) હોય. ચુંબકીયક્ષેત્રની અસર હેઠળ આ ગૂંચળું 90° કોણ જેટલું બ્રમણ કરે છે. (c) ગૂંચળાની પ્રારંભિક અને અંતિમ સ્થિતિઓમાં તેના પર લાગતા ટોર્કના મૂલ્યો કેટલા હશે? (d) જ્યારે ગૂંચળું 90° કોણ પાસે પહોંચે ત્યારે તેણે કેટલી કોણીય ઝડપ પ્રાપ્ત કરી હશે? ગૂંચળાની જડત્વની ચાકમાત્રા 0.1 kg m<sup>2</sup> છે.

### ઉકેલ

(a) સમીકરણ (4.16) પરથી

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R}$$

અહીંથાં, N = 100; I = 3.2 A અને R = 0.1 m. આથી,

$$B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 10^2 \times 3.2}{2 \times 10^{-1}} = \frac{4 \times 10^{-5} \times 10}{2 \times 10^{-1}}, (\pi \times 3.2 = 10 \text{ લેતા}) \\ = 2 \times 10^{-3} \text{ T}$$

બ્રમણ હાથના અંગૂઠાના નિયમ પરથી દિશા મેળવી શકાય.

(b) સમીકરણ (4.30) પરથી ચુંબકીય મોમેન્ટ,

$$m = NIA = NI\pi r^2 = 100 \times 3.2 \times 3.14 \times 10^{-2} = 10 \text{ Am}^2$$

અહીંથાં પણ દિશા, જ મણા-હાથના અંગૂઠાના નિયમ પરથી મેળવી શકાય.

(c)  $\tau = |m \times B|$  [સમીકરણ (4.29) પરથી]

$$= m B \sin\theta$$

શરૂઆતમાં  $\theta = 0$ . આથી, શરૂઆતનું ટોર્ક  $\tau_i = 0$

અંતમાં,  $\theta = \pi/2$  (અથવા 90°)

આથી, અંતિમ ટોર્ક  $\tau_f = m B = 10 \times 2 = 20 \text{ N m}$

(d) ન્યૂટનના બીજા નિયમ પરથી,

$$\oint \frac{d\omega}{dt} = mB \sin\theta$$

જ્યાં,  $\oint$  એ ગૂંચળાની જડત્વની ચાકમાત્રા છે. શૂંખલા (Chain)ના નિયમ મુજબ

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = \frac{d\omega}{d\theta} \omega$$

જેનો ઉપયોગ કરીને,

$$\oint \omega d\omega = mB \sin\theta d\theta$$

$\theta = 0$  થી  $\theta = \pi/2$  સુધી સંકલન કરતાં,

$$J \int_0^{\omega_f} \omega d\omega = mB \int_0^{\pi/2} \sin \theta d\theta$$

$$J \frac{\omega_f^2}{2} = -mB \cos \theta \Big|_0^{\pi/2} = mB$$

$$\omega_f = \left( \frac{2mB}{J} \right)^{1/2} = \left( \frac{2 \times 20}{10^{-1}} \right)^{1/2} = 20 \text{ s}^{-1}$$

### ઉદાહરણ 4.12

- (a) વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત એક વર્તુળાકાર ગૂંચળું, લીસા સમક્ષિતિજ સમતલ પર રહેલું છે. એવું કોઈ નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરી શકાય કે જેથી ગૂંચળું જાતે (શિરોલંબ અક્ષને અનુલખીને) બ્રમણ કરવા લાગે ?
- (b) વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત એક વર્તુળાકાર ગૂંચળું બાબ્ય નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રમાં રહેલું છે. જો ગૂંચળું મુક્ત બ્રમણ કરી શકે એવું હોય, તો સ્થિર (સ્થાયી) સંતુલનમાં તે કઈ દિશામાં ગોઠવાયું હશે ? દર્શાવો કે આ ગોઠવાયીમાં કુલ ક્ષેત્ર (બાબ્યક્ષેત્ર + ગૂંચળા વડે ઉદ્ભબેલું ક્ષેત્ર) નાનું ફૂલક્સ મહત્તમ હશે.
- (c) અનિયમિત આકાર ધરાવતું વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ગૂંચળું બાબ્ય નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રમાં રહેલું છે. જો તાર નરમ (વળી શકે તેવો ઢીલો, લચીલો) હોય, તો શા માટે તે વર્તુળ આકાર ધારણ કરે છે ?

### ઉકેલ

- (a) ના, કારણ કે તે માટે  $\tau$  શિરોલંબ દિશામાં હોવું જોઈએ. પરંતુ  $\tau = I \mathbf{A} \times \mathbf{B}$ , અને સમક્ષિતિજ ગૂંચળા માટે  $A$  શિરોલંબ દિશામાં હોવાથી, કોઈપણ  $\mathbf{B}$  માટે  $\tau$  ગૂંચળાના સમતલમાં હશે.
- (b) સ્થિર સંતુલનમાં ગોઠવાવાનો અર્થ એ કે ગૂંચળાનો ક્ષેત્રફળ સદિશ  $\mathbf{A}$  બાબ્ય ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશામાં ગોઠવાયેલ હોય. આ સ્થિતિમાં, ગૂંચળા વડે ઉદ્ભબેલું ચુંબકીયક્ષેત્ર, બાબ્ય ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશામાં હોય અને બંને ગૂંચળાના સમતલને લંબ રૂપે હોય, જેથી કુલ (ચુંબકીય) ક્ષેત્રનાનું ફૂલક્સ મહત્તમ થાય.
- (c) આપેલ પરિસ્થિતિ માટે, બીજા આકાર કરતાં વર્તુળ આકાર મહત્તમ ક્ષેત્રફળ ધરાવતો હોવાથી, જ્યારે તે (ગૂંચળું) ચુંબકીયક્ષેત્રને લંબરૂપે હોય ત્યારે મહત્તમ ફૂલક્સ આવરી લેવા તે વર્તુળ આકાર ધારણ કરે છે.

### 4.10.2 ચુંબકીય ડાયપોલ તરીકે વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત વર્તુળાકાર ગૂંચળું (Circular Current Loop as a Magnetic Dipole)

આ પરિચ્છેદમાં આપણે સાદો ચુંબકીય ઘટક : એટલે કે વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ગૂંચળું, ધ્યાનમાં લઈશું. આપણે દર્શાવીશું કે વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત વર્તુળાકાર ગૂંચળાના કારણે (લાંબા અંતરે) ઉદ્ભબવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર, વિદ્યુત ડાયપોલના વિદ્યુતક્ષેત્ર જેવું જ છે. પરિચ્છેદ 4.6માં આપણે વિદ્યુતપ્રવાહ I ધારિત, R ત્રિજ્યાના, વર્તુળાકાર ગૂંચળા વડે તેની અક્ષ પર ઉદ્ભબવતા ચુંબકીયક્ષેત્રની ગણતરી કરી હતી. આ (ચુંબકીય) ક્ષેત્રનાનું મૂલ્ય [સમીક્ષણ (4.15)],

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

એ અને તેની દિશા જમણા-હાથના અંગુઠાના નિયમ [આકૃતિ 4.12] મુજબ અક્ષ પર હોય છે. અહીં,  $x$  એ ગૂંચળાના કેન્દ્રથી તેની અક્ષ પર (આપેલ બિંદુનું) અંતર છે.  $x >> R$  માટે આપણે છેદમાં આવેલ  $R^2$  પદ અવગાળી શકીએ. આથી,

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2x^3}$$

નોંધો કે ગૂંચળાનું ક્ષેત્રફળ  $A = \pi R^2$ . આથી,

$$B = \frac{\mu_0 I A}{2\pi x^3}$$

અગાઉની જેમ, આપણે  $I A$  મૂલ્ય ધરાવતી ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાગ્રા)ને  $\mathbf{m} = I \mathbf{A}$  વડે વ્યાખ્યાયિત કરી શકીએ. આથી,

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \frac{\mu_0 \mathbf{m}}{2\pi x^3} \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\mathbf{m}}{x^3} \end{aligned} \quad [4.31(a)]$$

સમીકરણ [4.31(a)] વડે દર્શાવેલું સૂત્ર, અગાઉ ડાયપોલના વિદ્યુતક્ષેત્ર માટે મેળવેલ સૂત્ર જેવું જ છે. જો આપણે

$$\mu_0 \rightarrow 1/\epsilon_0$$

$$\mathbf{m} \rightarrow \mathbf{p}_e \text{ (સ્થિત વિદ્યુત ડાયપોલ)}$$

$$\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{E} \text{ (સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર)}$$

મુક્કીએ તો આપણને આ સમાનતા જોવા મળે છે. આ પરથી આપણને,

$$\mathbf{E} = \frac{2\mathbf{p}_e}{4\pi \epsilon_0 x^3}$$

જે પ્રકરણ-1 વિભાગ 1.10 [સમીકરણ (1.20)]માં વિદ્યુતડાયપોલ વડે તેની અક્ષ પરના કોઈ બિંદુએ મળતા વિદ્યુતક્ષેત્ર જેવું જ છે.

ઉપરની સાચ્યતા હજુ આગળ વધારી શકાય. પ્રકરણ-1માં આપણે જોયું હતું કે ડાયપોલના લંબ દ્વિભાજક પર વિદ્યુતક્ષેત્ર

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{p}_e}{4\pi \epsilon_0 x^3}$$

વડે આપી શકાય [જુઓ સમીકરણ (1.21)], જ્યાં  $x$  એ ડાયપોલથી અંતર છે. ઉપરના સમીકરણમાં જો આપણે  $\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{m}$  અને  $\mu_0 \rightarrow 1/\epsilon_0$  બદલીએ, તો આપણને ગૂંચળાના સમતલમાં તેના કેન્દ્રથી  $x$  અંતરે આવેલા બિંદુ પાસે  $\mathbf{B}$ નું મૂલ્ય મળે.  $x \gg R$  માટે,

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mathbf{m}}{4\pi x^3} \quad x \gg R \quad [4.31(b)]$$

સમીકરણો [4.31(a)] અને [4.31(b)] વડે મળતા પરિણામો બિંદુવત ચુંબકીય ડાઇપોલ માટે એકદમ ચોક્કસ મળે.

ઉપર મેળવેલા સમીકરણો કોઈ પણ સમતલ ગૂંચળા પર લાગુ પારી શકાય. વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત સમતલ ગૂંચળું એ  $\mathbf{m} = I \mathbf{A}$  જેટલી ડાયપોલ મોમેન્ટ (ચાકમાગ્રા) ધરાવતા ચુંબકીય ડાયપોલને સમતુલ્ય છે, જ્યાં  $\mathbf{m}$  વિદ્યુત ડાયપોલ મોમેન્ટ  $\mathbf{p}$  સાથે સાચ્યતા ધરાવે છે. આમ છતાં, એક પાયાનો તફાવત નોંધવો જોઈએ કે વિદ્યુત ડાયપોલ એ બે મૂળભૂત એકમો વિદ્યુતભારો (અથવા વિદ્યુત એક્ષ્યુપ્લોનો-Monopoles)નો બનેલો છે. ચુંબકત્વમાં, ચુંબકીય ડાયપોલ (અથવા વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ગૂંચળું) એ સૌથી મૂળભૂત (પ્રાથમિક) ઘટક છે. વિદ્યુતભારોને સમતુલ્ય એટલે કે ચુંબકીય એક ધ્રુવીઓ, અસ્તિત્વમાં હોવાનું માલુમ પડ્યું નથી.

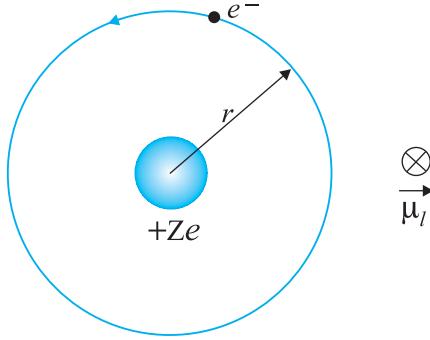
આપણે દર્શાવ્યું છે કે, વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ગૂંચળું (i) ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે (જુઓ આકૃતિ 4.12) અને મોટા અંતરો માટે ચુંબકીય ડાયપોલ તરીકે વર્તે છે, અને (ii) ચુંબકીય સોયની માફક ટોક અનુભવે છે.

આ હકीકતને લીધે એમ્પિયરે એવું સૂચન કર્યું કે, બધું જ ચુંબકત્વ ભ્રમણ કરતા (વર્તુળમાળી) વિદ્યુતપ્રવાહોને આભારી છે. આ થોડા અંશે સાચું પણ લાગે છે અને હજુ સુધી કોઈ પણ ચુંબકીય એક પ્રુવીઓ જોવામાં આવી નથી. આમ છતાં, ઈલેક્ટ્રોન કે પ્રોટોન જેવા પ્રાથમિક કણો જે આંતરિક (આગવી) ચુંબકીય મોમેન્ટ ધરાવે છે, જે ભ્રમણ કરતા (વર્તુળમાળી) વિદ્યુતપ્રવાહ પર આધારિત નથી.

### 4.10.3 પરિભ્રમણ કરતા ઈલેક્ટ્રોનની ચુંબકીય ડાયપોલ મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા)

(The Magnetic Dipole Moment of a Revolving Electron)

પ્રકરણ-12માં આપણે હાઇડ્રોજન પરમાણુના બોહર મોડેલ વિશે ભણીશું, તમે કદાચ આ મોડેલ વિશે સાંભળ્યુ હશે કે જે ડાનિશ (Danish) ભौતિકવિજ્ઞાની નિલ્સ બોહરે (Niels Bohr) 1911માં રજુ કર્યું



**આફ્ટિ 4.23** હાઇડ્રોજન જેવા પરમાણુઓ માટે બોહર મોડેલમાં જ્ઞાન વિદ્યુતભાર ધારિત ઈલેક્ટ્રોન નિયમિત ઝડપથી કેન્દ્રમાં રહેલા ધન વિદ્યુતભાર (+Z e) ધારિત ન્યુક્લિઅસની આસપાસ ભ્રમણ કરે છે. ઈલેક્ટ્રોનની વર્તુળકાર માર્ગ નિયમિત ગતિ વિદ્યુતપ્રવાહ રચે છે. ચુંબકીય મોમેન્ટની દિશા પૃષ્ઠના સમતલમાં અંદરની તરફ છે જે બાજુમાં અલગથી છે. દર્શાવી છે.

હતું અને તે નવા પ્રકારના યંત્રશાસ્ત્ર, એટલે કે ક્વોન્ટમ યંત્રશાસ્ત્રની દિશામાં પહેલું પગથિયું હતું. બોહર મોડેલમાં, ઈલેક્ટ્રોન (જ્ઞાન વિદ્યુતભારિત કણ) ધન વિદ્યુતભારિત ન્યુક્લિઅસની આજુ બાજુ ભ્રમણ કરે છે, જે રીતે સૂર્યની આસપાસ ગ્રહ ભ્રમણ કરે છે. પ્રથમ કિસ્સામાં આ બળ સ્થિત વિદ્યુતીય (કુલંબ બળ) છે જ્યારે ગ્રહ-સૂર્યના કિસ્સામાં તે ગુરુત્વાકર્ષણ છે. ઈલેક્ટ્રોનનું બોહર નિરૂપણ આફ્ટિ 4.23માં દર્શાવ્યું છે.

વિદ્યુતભાર (-e) ( $e = +1.6 \times 10^{-19}$  C) ધરાવતો ઈલેક્ટ્રોન, +Ze વિદ્યુતભાર ધરાવતા સ્થિર અને ભારે ન્યુક્લિઅસની આસપાસ નિયમિત વર્તુળકાર ગતિ કરે છે. તે વિદ્યુતપ્રવાહ I રચે છે, જ્યાં

$$I = \frac{e}{T} \quad (4.32)$$

અને T એ એક પરિભ્રમણ માટેનો સમય (આવર્તકાળ) છે. ધારોકે r એ ઈલેક્ટ્રોનની કક્ષાની ત્રિજ્યા, તથા v એ તેની કક્ષીય ઝડપ છે. આથી,

$$T = \frac{2\pi r}{v} \quad (4.33)$$

સમીકરણ (4.32)માં મુક્તાં, આપણને I = ev/2\pi r મળે.

આ પરિભ્રમણ કરતા વિદ્યુતપ્રવાહ સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા) પણ મળે જેને સામાન્ય રીતે  $\mu_l$  વડે દર્શાવાય છે. સમીકરણ (4.28) પરથી તેનું મૂલ્ય,  $\mu_l = I\pi r^2 = evr/2$ .

આ ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા)ની દિશા આફ્ટિ 4.23 મુજબ પૃષ્ઠના સમતલમાં અંદરની તરફ છે. [જ્ઞાન વિદ્યુતભાર ધારિત ઈલેક્ટ્રોન વિખમ ઘડી ગતિ કરતો હોય તો તે સમધડી વિદ્યુતપ્રવાહ દર્શાવે છે અને તેથી અગાઉ દર્શાવ્યું હતું તે મુજબ જમણા હાથના નિયમ મુજબ આ દિશા મળે છે]. ઉપરના સમીકરણની જમણી બાજુને ઈલેક્ટ્રોનના દળ  $m_e$  સાથે ગુણી અને ભાગતાં

$$\begin{aligned} \mu_l &= \frac{e}{2m_e} (m_e vr) \\ &= \frac{e}{2m_e} l \end{aligned} \quad [4.34(a)]$$

અહીં, l એ કેન્દ્રમાં રહેલા ન્યુક્લિઅસની સાપેક્ષે ઈલેક્ટ્રોનના કોણીય વેગમાન ("ક્ષીય" કોણીય વેગમાન) નું મૂલ્ય છે. સદિશની રીતે,

$$\mu_l = -\frac{e}{2m_e} l \quad [4.34(b)]$$

જ્ઞાન ચિહ્ન દર્શાવે છે કે ઈલેક્ટ્રોનનું કોણીય વેગમાન ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા)ની વિસ્તૃત દિશામાં હોય છે.

## ગતિમાન વિદ્યુતભારો અને ચુંબકત્વ

જો વિદ્યુતભાર ( $-e$ ) ધરાવતા ઈલેક્ટ્રોનની જગ્યાએ આપણો ( $+q$ ) વિદ્યુતભાર ધરાવતો કણ લીધો હોત, તો કોણીય વેગમાન અને ચુંબકીય મોમેન્ટ એક જ દિશામાં હોત. તેમના ગુણોત્તર

$$\frac{\mu_l}{l} = \frac{e}{2m_e} \quad (4.35)$$

ને ગાયરોમેન્ટેટિક (Gyromagnetic) ગુણોત્તર કહે છે અને તે અચળ હોય છે. ઈલેક્ટ્રોન માટે તેનું મૂલ્ય  $8.8 \times 10^{10}$  C/kg છે, જે પ્રયોગો દ્વારા ચકાસવામાં આવ્યું છે.

પરમાણુ કક્ષાએ પણ ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા) હોય છે. એ હકીકત ઓમ્પિયરના, પરમાણુઓની ચુંબકીય મોમેન્ટ વિશેના સાહસિક અધિત્તકને અનુમોદન આપે છે. ઓમ્પિયરે દર્શાવ્યા મુજબ, આ (પરમાણુની ચુંબકીય મોમેન્ટ) આપણને દ્વયોના ચુંબકીય ગુણધર્મો સમજાવવા માટે ઉપયોગી છે. શું આપણે પરમાણુવક ડાઈપોલ મોમેન્ટ સાથે કોઈ સંઘાર્યા સંકળી શકીએ? એનો જવાબ હા છે. બોહર મોડેલમાં આપણો આવું કરી શકીએ. બોહરે અધિત્તક આપ્યો કે કોણીય વેગમાન અમુક વિભિન્ન (પૃથક) મૂલ્યોનો સમૂહ (Set) ધરાવે છે, જે

$$l = \frac{n h}{2\pi} \quad (4.36)$$

છે, જ્યાં,  $n$  એ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે.  $n = 1, 2, 3, \dots$  અને  $h$  એ અચળાંક છે જેને મેક્સ પ્લાન્કના માનમાં (પ્લાન્કનો અચળાંક) નામ અપાયું છે. તેનું મૂલ્ય  $h = 6.626 \times 10^{-34}$  Js છે. આ પૃથકતાના નિયમને બોહરની કવોન્ટમીકરણની શરત કહે છે. તેને વિસ્તૃત રૂપમાં આપણે પ્રકરણ-12માં સમજીશું. અહીં, આપણો હેતુ ફક્ત પ્રાથમિક ડાઈપોલ મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા) શોધવાનો જ છે.  $n = 1$  લઈએ તો, સમીકરણ (4.34) પરથી,

$$\begin{aligned} (\mu_l)_{\min} &= \frac{e}{4\pi m_e} h \\ &= \frac{1.60 \times 10^{-19} \times 6.63 \times 10^{-34}}{4 \times 3.14 \times 9.11 \times 10^{-31}} \\ &= 9.27 \times 10^{-24} \text{ Am}^2 \end{aligned} \quad (4.37)$$

જ્યાં, ‘min’ એ લઘુતમ મૂલ્ય દર્શાવે છે. આ મૂલ્યને બોહર મેગનેટોન (Bohr Magneton) કહે છે.

નિયમિત વર્તુળમય ગતિ કરતા કોઈપણ વિદ્યુતભાર સાથે ચુંબકીય મોમેન્ટ સંકળાયેલી હોય છે, જે સમીકરણ (4.34) જેવા સૂત્ર વડે આપી શકાય છે. આ ડાયપોલ ચાકમાત્રાને કશીય ચુંબકીય ચાકમાત્રા કહે છે આથી,  $\mu_l$  માં ‘l’ આવે છે. કશીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા) ઉપરંત, ઈલેક્ટ્રોનને આંતરિક (પ્રાકૃતિક) ચુંબકીય મોમેન્ટ પણ હોય છે, જેનું મૂલ્ય સમીકરણ (4.37) વડે મળતા મૂલ્ય જેટલું જ હોય છે. તેને સ્પિન ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા) કહે છે. પરંતુ આપણે એ ત્વરિત (ઉમેરોએ છીએ કે ઈલેક્ટ્રોન પોતાનામાંથી પસાર થતી ધરી આસપાસ ભ્રમણ કરે છે એવું નથી. ઈલેક્ટ્રોન પ્રાથમિક કણ છે અને તેને ભ્રમરડા કે પૃથ્વીની જેમ ફરવા માટે કોઈ અંતર્ભૂત અનુભૂતિ નથી. આમ છતાં તે આંતરિક ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા) ધરાવે છે. લોખંડ અને બીજી (તેવી) ધાતુઓમાં અતિસ્ક્રષ કક્ષાએ ચુંબકીય ગુણધર્મના મૂળ આ આંતરિક સ્પિન ચુંબકીય મોમેન્ટ સુધી દોરી જાય છે.

### 4.11 ચલિત ગૂંચળાવાળું ગોલ્વેનોમીટર

#### (THE MOVING COIL GALVANOMETER)

પરિપથોમાં વિદ્યુતપ્રવાહો અને વીજદાખાણી વિસ્તૃત ચર્ચા પ્રકરણ-3માં કરેલ હતી. પરંતુ આપણે તેમનું માપન કેવી રીતે કરી શકીએ? આપણો કેવી રીતે દાવો કરી શકીએ કે કોઈ પરિપથમાં વિદ્યુતપ્રવાહ 1.5 A અથવા કોઈ અવરોધના બે છેડા વચ્ચે વીજદાખાણ તફાવત 1.2 V છે? આકૃતિ 4.24માં આ હેતુ

**PHYSICS**

Conversion of galvanometer into ammeter and voltmeter :  
[http://www.citycollegiate.com/galvanometer\\_XIIa.htm](http://www.citycollegiate.com/galvanometer_XIIa.htm)

માટે ખૂબ જ ઉપયોગી સાધનની રૂપરેખા દર્શાવી છે : જે ચલિત ગુંચળાવાળું ગોલ્વેનોમીટર (MCG) છે.

વિભાગ 4.10માં આપેલ સમજૂતીના આધારે આ સાધનનો સિક્ષાંત સમજ શકાય.

ગોલ્વેનોમીટર ઘણા આંટાવાળા ગુંચળાનું બનેલું છે, જે નિયમિત ત્રિજ્યાવર્તીચુંબકીયક્ષેત્રમાં, તેની સ્થિર અક્ષની સાપેક્ષ મુક્ત ભ્રમણ કરી શકે છે. તેમાં એક નરમ લોખંડનો નળાકાર કેન્દ્રમાં હોય છે, જે આ ચુંબકીયક્ષેત્રને ત્રિજ્યાવર્તી તો કરે જ છે પણ સાથે ક્ષેત્રની તિપ્રતા પણ વધારે છે. જ્યારે ગુંચળામાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ વહન થાય, ત્યારે તેના પર ટોર્ક લાગે છે. સમીકરણ (4.26) પરથી આ ટોર્કનું મૂલ્ય

$$\tau = NIAB$$

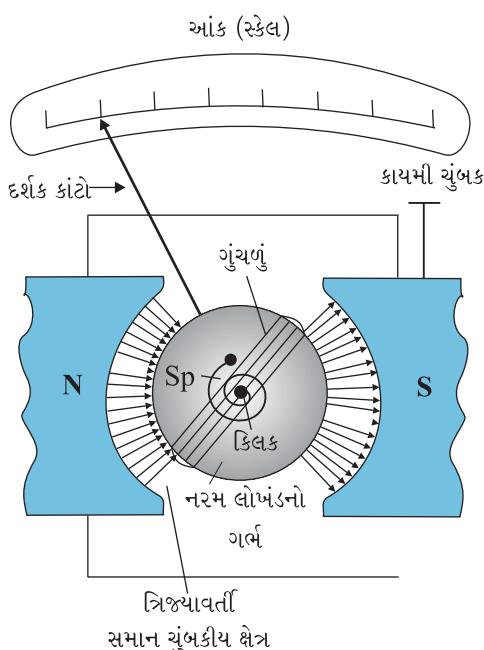
જ્યાં, સંજ્ઞાઓને તેમના પ્રચલિત અર્થ છે. અહીં (ચુંબકીય) ક્ષેત્ર ત્રિજ્યાવર્તી હોવાથી આપણે ઉપર દર્શાવેલ ટોર્કના સમીકરણમાં  $\sin\theta = 1$  લીધું છે. ચુંબકીય ટોર્ક NIABના કારણે ગુંચળું કોણાવર્તન અનુભવે છે. સ્પ્રિંગ  $S_p$  વડે વિરુદ્ધ ટોર્ક  $k\phi$  લાગે છે જે ચુંબકીય ટોર્ક NIABને સમતોલે છે; જેથી સ્થિર કોણાવર્તન ફલને સંતુલન સ્થિતિમાં

$$k\phi = NIAB$$

જ્યાં  $k$  એ સ્પ્રિંગનો બળ અચળાંક છે, એટલે કે, એકમ વળ દીઠ લાગતું પુનઃસ્થાપક ટોર્ક. સ્પ્રિંગ સાથે જોડાયેલ દર્શક (પોઇન્ટર) કોણાવર્તન ફલ દર્શાવે છે. આમ,

$$\phi = \left( \frac{NAB}{k} \right) I \quad (4.38)$$

આપેલ ગોલ્વેનોમીટર માટે કૌંસમાંનું પદ અચળ હોય છે.



**આફ્ટુની 4.24 ચલિત ગુંચળાવાળું ગોલ્વેનોમીટર.** તેના ઘટકોનું વર્ણન લખાણમાં/પુસ્તકમાં કર્યું છે. જરૂરીયાત મુજબ, આ સાધનનો ઉપયોગ વિદ્યુતપ્રવાહની હાજરીની નોંધ લેવા માટે અથવા વિદ્યુતપ્રવાહ નું મૂલ્ય માપવા (એમીટર) કે વીજદાર માપવા માટે (વોલ્ટમીટર) તરીકે થઈ શકે છે.

ગોલ્વેનોમીટરનો ઉપયોગ ઘડી રીતે થઈ શકે છે. તેનો ઉપયોગ કોઈ પરિપથમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થતો હોય તો તેની હાજરીની નોંધ લેવા માટે થઈ શકે છે. લિસ્ટન બ્રીજની ગોઠવણીમાં તટસ્થ સ્થાન (Neutral Position) પાસે (જ્યારે ગોલ્વેનોમીટરમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ ન વહેતો હોય ત્યારે) દર્શક (ગોલ્વેનોમીટરનું પોઇન્ટર) માપન આંક સ્કેલ પર મધ્યમાં હોય છે અને આફ્ટુની 4.24માં બતાવ્યા મુજબ ડાબી બાજુના છેડે હોતો નથી. વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા મુજબ, દર્શકનું કોણાવર્તન જમણી કે ડાબી બાજુ થાય છે.

ગોલ્વેનોમીટરને વિદ્યુતપ્રવાહ માપવા માટે સીધું જ એમીટર તરીકે પરિપથમાં જોડી ન શકાય. આ માટે બે કારણો છે : (i) ગોલ્વેનોમીટર ખૂબ જ સંવેદનશીલ સાધન છે, MAના કમના વિદ્યુતપ્રવાહ માટે પણ તે પૂર્ણ સ્કેલ આવર્તન દર્શાવે છે. (ii) વિદ્યુતપ્રવાહ માપવા માટે, ગોલ્વેનોમીટરના શ્રેણીમાં જોડવું પડે, પરંતુ તેનો અવરોધ વધુ હોય છે, જેથી તે પરિપથમાં વહેતા વિદ્યુતપ્રવાહનું મૂલ્ય બદલી નાખે છે. આ તકલીફી દૂર કરવા માટે, આપણે નાના અવરોધ  $r_s$ , જેને શાંટ અવરોધ કરે છે, તે ગોલ્વેનોમીટરના ગુંચળાને સમાંતર જોડવો પડે જેથી મોટા ભાગનો વિદ્યુતપ્રવાહ આ શાન્ટમાંથી પસાર થઈ જાય. આ વ્યવસ્થાની રૂપરેખા આફ્ટુની 4.25માં દર્શાવી છે. આ એમીટરનો

$$R_G r_s / (R_G + r_s) = r_s \text{ થાય, જે } R_G \gg r_s$$

જો  $r_s$  નું મૂલ્ય બાકીના પરિપથના અવરોધ  $R_G$  કરતાં પ્રમાણમાં નાનું હોય, તો માપન માટે જોડેલા આ સાધનની અસર ઓછી થાય છે જે અવગણી શકાય. આ વ્યવસ્થાની રૂપરેખા આફ્ટુની 4.25માં દર્શાવી છે. આ એમીટરનો

## ગતિમાન વિદ્યુતભારો અને ચુંબકત્વ

સ્કેલ અંકન કરીને દર્શાવેલ છે. જેથી વિદ્યુતપ્રવાહનું મૂલ્ય સહેલાઈથી વાંચી શકાય. આપણે ગેલ્વેનોમીટરની પ્રવાહ સંવેદિતાને એકમ પ્રવાહ દીઠ મળતા આવર્તન વડે વ્યાખ્યાયિત કરીએ છીએ. સમીકરણ (4.38) પરથી આ પ્રવાહ સંવેદિતા,

$$\frac{\phi}{I} = \frac{NAB}{k} \quad (4.39)$$

તેના ઉત્પાદક માટે આ સંવેદિતા વધારવા માટેનો સહેલો ઉપાય એ છે કે આંટાઓની સંખ્યા N વધારવી. આપણે આપણા પ્રયોગમાં જરૂરીયાત મુજબની સંવેદિતાવાળું ગેલ્વેનોમીટર પસંદ કરીએ છીએ.

ગેલ્વેનોમીટરનો ઉપયોગ પરિપથના આપેલ ઘટકના બે છેડાઓ વચ્ચે વીજદબાણ માપવા માટે પણ થઈ શકે છે. આ માટે તેને પરિપથના એ વિભાગને સમાંતર જોડવું પડે. આ ઉપરાંત, તે ખૂબ ઓછો વિદ્યુતપ્રવાહ લેતું હોવું જોઈએ, નહીંતર આ વીજદબાણનું માપન મૂળભૂત ગોઠવણીનું મૂલ્ય મોટા પ્રમાણમાં બદલી નાખશે. સામાન્ય રીતે આપણે ઈંઝીએ કે માપનના સાધન વડે થતો ફેરફાર એક ટકાથી ઓછો હોય. આમ થાય તે માટે, ગેલ્વેનોમીટરની શ્રેષ્ઠીમાં એક મોટો અવરોધ R જોડવામાં આવે છે. આ વ્યવસ્થાની રૂપરેખા આંકૃતિ 4.26માં દર્શાવી છે. નોંધો કે હવે વોલ્ટમીટરનો અવરોધ

$$R_G + R \approx R : મોટું મૂલ્ય$$

વોલ્ટમીટરનો સ્કેલ પ્રમાણિત કરીને અંકિત કરવામાં આવે છે કે જેથી વીજદબાણનું મૂલ્ય સહેલાઈથી વાંચી શકાય. આપણે વોલ્ટમીટરની સંવેદિતાને એકમ વોલ્ટ (વીજદબાણ) દીઠ મળતા આવર્તન વડે વ્યાખ્યાયિત કરીએ છીએ. સમીકરણ (4.38) પરથી,

$$\frac{\phi}{V} = \left( \frac{NAB}{k} \right) \frac{I}{V} = \left( \frac{NAB}{k} \right) \frac{1}{R} \quad (4.40)$$

અહીં નોંધવા જેવી રસપ્રદ બાબત એ છે કે પ્રવાહ સંવેદિતા વધારીએ તો વોલ્ટેજ સંવેદિતા વધે એવું જરૂરી નથી. આપણે સમીકરણ (4.39)ને ધ્યાનમાં લઈએ જે પ્રવાહ સંવેદિતા આપે છે. જો  $N \rightarrow 2N$ , એટલે કે આપણે આંટાઓની સંખ્યા બમજી કરીએ, તો

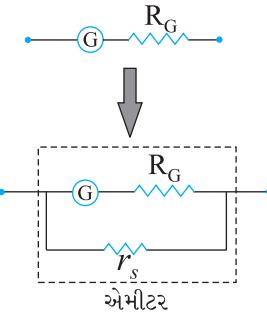
$$\frac{\phi}{V} \rightarrow 2 \frac{\phi}{V}$$

આમ, પ્રવાહ સંવેદિતા વધે છે. પરંતુ, આથી ગેલ્વેનોમીટરનો અવરોધ પણ બમજો થાય છે, કારણ કે તે તારની લંબાઈ પર આધાર રાખે છે. સમીકરણ (4.40)માં  $N \rightarrow 2N$  અને  $R \rightarrow 2R$ , આથી, વોલ્ટેજ સંવેદિતા,

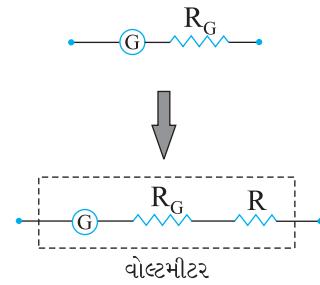
$$\frac{\phi}{V} \rightarrow \frac{\phi}{V}$$

જે બદલાતી નથી (અચળ રહે છે). આમ સામાન્ય રીતે ગેલ્વેનોમીટરના ઓમીટરમાં રૂપાંતર માટે જરૂરી બદલાવ એ તેના વોલ્ટમીટરમાં રૂપાંતર માટે જરૂરી બદલાવ કરતાં જુદો હોય છે.

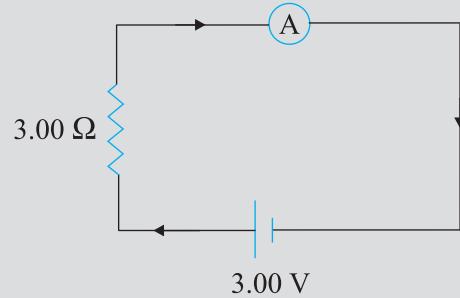
**ઉદાહરણ 4.13** આપેલ પરિપથ (આંકૃતિ 4.27)માં વિદ્યુતપ્રવાહ માપવાનો છે. જો દર્શાવેલ ઓમીટર (a) એ  $R_G = 60.00 \Omega$  અવરોધનું ગેલ્વેનોમીટર હોય; (b) તે (a)માં દર્શાવ્યા મુજબનું ગેલ્વેનોમીટર હોય પરંતુ શાંટ અવરોધ  $r_s = 0.02 \Omega$  વડે ઓમીટરમાં રૂપાંતર કરેલું હોય, (c) શૂન્ય અવરોધવાળું આર્દ્ધ ઓમીટર હોય, તો વિદ્યુતપ્રવાહનું મૂલ્ય કેટલું મળશે?



આંકૃતિ 4.25 ખૂબ નાના મૂલ્યના શાંટ અવરોધ  $r_s$  ને ગેલ્વેનોમીટર (G)ને સમાંતર જોડીને તેનું ઓમીટરમાં રૂપાંતર.



આંકૃતિ 4.26 મોટા મૂલ્યના અવરોધ Rને ગેલ્વેનોમીટર (G) સાથે શ્રેષ્ઠીમાં જોડીને તેનું વોલ્ટમીટરમાં રૂપાંતર.



આહुતि 4.27

ઉકेल

- પरिपथનો કુલ અવરોધ  $R_G + 3 = 63 \Omega$ , આથી  $I = 3/63 = 0.048 A$
- ઓમીટરમાં રૂપાંતર પામેલ ગોલ્વેનોમીટરનો અવરોધ

$$\frac{R_G r_s}{R_G + r_s} = \frac{60\Omega \times 0.02\Omega}{(60 + 0.02)\Omega} \approx 0.02\Omega$$

પરિપથમાં કુલ અવરોધ

$$0.02\Omega + 3\Omega = 3.02\Omega \text{ આથી, } I = 3/3.02 = 0.99 A$$

- શૂન્ય અવરોધ વાળા આદર્શ ઓમીટર માટે,  
 $I = 3/3 = 1.00 A$ .

## સારાંશ

- વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રો  $E$  અને  $B$ માં  $v$  વેગથી ગતિ કરતા વિદ્યુતભાર  $q$  પર લાગતું કુલ બળ, લોરેન્જ બળ કહેવાય છે. તે નીચેના સૂત્ર મુજબ દર્શાવાય છે:  
 $F = q(v \times B + E)$
- બાધ્ય ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B$ માં રહેલો વિદ્યુતપ્રવાહ  $I$  ધારિત,  $I$  લંબાઈનો સીધો તાર  $F$  જેટલું બળ અનુભવે છે.  
 $F = I l \times B$   
જ્યાં  $|I| = I$  અને  $|l|$  ની દિશા વિદ્યુતપ્રવાહની દિશામાં હોય છે.
- નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B$ માં, વિદ્યુતભાર  $q$  વર્તુળાકાર કક્ષામાં ફરે છે, જે ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B$ ને લંબ હોય છે. તેની નિયમિત વર્તુળાકાર ગતિની આવૃત્તિને સાઈક્લોટ્રોન આવૃત્તિ કહે છે, જે

$$v_c = \frac{qB}{2\pi m}$$

વડે દર્શાવાય છે. આ આવૃત્તિ કણની ઝડપ અને તેની (વર્તુળાકાર માર્ગની) ત્રિજ્યા પર આધાર રાખતી નથી. આ હકીકતનો ઉપયોગ સાઈક્લોટ્રોનમાં થાય છે, જે વિદ્યુતભારોને પ્રવેણિત કરવાનું કર્યું કરે છે.

- બાયોસાવરનો નિયમ દર્શાવે છે કે સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહ  $I$  ધારિત  $dI$  લંબાઈના ખંડને કારણે તેનાથી  $r$  અંતરે આવેલા બિંદુ  $P$  પાસે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર  $d\mathbf{B}$  આ મુજબ મળે છે.

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \times \mathbf{r}}{r^3}$$

P બિંદુએ કુલ (ચુંબકીય) ક્ષેત્ર મેળવવા માટે, આપણે આ સર્વિશ સૂત્રનું સમગ્ર તારની લંબાઈ પર સંકલન કરવું પડે.

5. વિદ્યુતપ્રવાહ I ધારિત, R નિજ્યાના વર્તુળાકાર ગૂંચળા વડે તેની અક્ષ પર તેના કેન્દ્રથી R અંતરે ઉદ્ભવતા ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય

$$B = \frac{\mu_0 IR^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

(ગૂંચળાના) કેન્દ્ર પર તેનું મૂલ્ય

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \quad \text{વડે અપાય છે.}$$

6. ઓમ્પિયરનો સર્કિટલ નિયમ : ધારોકે એક બંધ ગાળા C વડે એક ખુલ્લી સપાટી S ઘેરાયેલી છે, તો ઓમ્પિયરનો નિયમ દર્શાવે છે કે  $\oint \mathbf{B} \cdot d\ell = \mu_0 I$ , જ્યાં I એ

Sમાંથી પસાર થતો વિદ્યુતપ્રવાહ છે. Iનું ચિહ્ન જમણા હાથના નિયમ પરથી મેળવી શકાય છે. આપણે આ નિયમના સરળ સ્વરૂપની ચર્ચા કરી છે. જો  $\mathbf{B}$  બંધ વક્ની પરિમિતિ L પરના દરેક બિંદુએ સ્પર્શકની દિશામાં હોય, અને પરિમિતિ પર દરેક જગ્યાએ તેનું મૂલ્ય એક જ હોય, તો

$$BL = \mu_0 I_e$$

જ્યાં  $I_e$  એ બંધ વક્ન વડે ઘેરાયેલો પરિણામી (ચોખ્ખો) વિદ્યુતપ્રવાહ છે.

7. વિદ્યુતપ્રવાહ I ધારિત, લાંબા સીધા તારથી R અંતરે ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

જેટલું હોય છે. ક્ષેત્રરેખાઓ તારને સમકેન્દ્રીત વર્તુળો હોય છે.

8. વિદ્યુતપ્રવાહ I ધારિત લાંબા સોલેનોઇડની અંદર ચુંબકીયક્ષેત્ર Bનું મૂલ્ય

$$B = \mu_0 nI$$

જ્યાં,  $n$  એ એકમ લંબાઈ દીઠ આંટાઓની સંખ્યા છે.

ટોરોઇડ માટે આ મૂલ્ય

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

જેટલું મળે છે, જ્યાં N એ કુલ આંટાઓની સંખ્યા અને r એ સરેરાશ નિજ્યા છે.

9. સમાંતર વિદ્યુતપ્રવાહો આકર્ષણી અને પ્રતિ-સમાંતર વિદ્યુતપ્રવાહો અપાકર્ષણી હોય છે.

10. પાસપાસે વિંટાળોલા N આંટા ધરાવતું, A ક્ષેત્રફળનું તથા વિદ્યુતપ્રવાહ I ધારિત સમતલ ગૂંચળું, ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા)  $m$  ધરાવે છે, જ્યાં,

$$m = NIA$$

અને  $m$ -ની દિશા જમણા-હાથના અંગુઠાના નિયમ પરથી મળે છે :

તમારી હૃથેળીને ગૂંચળા પર એ રીતે વાળો કે જેથી તમારી આંગળીઓ વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા દર્શાવે. આ સ્થિતિમાં તુભો અંગુઠો  $m$  (અને A)ની દિશા દર્શાવશે.

જ્યારે આ ગૂંચળાને નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B$ માં મુકવામાં આવે ત્યારે તેના પર લાગતું બળ  $F = 0$  અને ગૂંચળા પર લાગતું ટોર્ક,

$$\tau = m \times B$$

ચલિત ગૂંચળાવાળા ગોલ્વેનોમીટરમાં, આ ટોર્કને સ્પ્રિંગ વડે લાગતું વિરોધી ટોર્ક સમતોલે છે. આથી,

$$k\phi = NIAB \text{ મળે.}$$

## ભौतिकવिज्ञान

- જ્યાં,  $\phi$  એ સંતુલન સ્થિતિમાંનું આવર્તન છે અને  $k$  એ સ્પ્રિંગનો બળ અચળાંક છે.
11. કેન્દ્રમાં રહેલા ન્યુક્લિઅસની આસપાસ ફરતા (બ્રમણ કરતા) ઈલેક્ટ્રોનની ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમારા)  $\mu_B$  નું મૂલ્ય

$$\mu_B = \frac{e}{2m} I$$

જ્યાં,  $I$  એ કેન્દ્રમાં રહેલા ન્યુક્લિઅસની આસપાસ બ્રમણ કરતા ઈલેક્ટ્રોનના કોણીય વેગમાનનું મૂલ્ય છે.  $\mu_B$  ના લઘુતમ મૂલ્યને બોહર મેળેટોન  $\mu_B$  કહે છે જેનું મૂલ્ય  $\mu_B = 9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T}$ .

12. ચલિત ગ્રૂચળાવાળા ગોલ્વેનોમીટર સાથે શંટ અવરોધ  $r_s$  જોડીને તેને ઓમીટરમાં રૂપાંતરીત કરી શકાય છે. તેને (ગોલ્વેનોમીટરને) શ્રેણીમાં મોટા મૂલ્યનો અવરોધ જોડીને તેનું વોલ્ટમીટરમાં રૂપાંતર કરી શકાય છે.

ભौતિક રાશિ	સંશા	પ્રકાર	પરિમાણ	એકમ	નોંધ
મુક્ત અવકાશની પરમિએબિલીટી	$\mu_0$	અદિશ	$[\text{MLT}^{-2} \text{A}^{-2}]$	$\text{T m A}^{-1}$	$4\pi \times 10^{-7} \text{ T mA}^{-1}$
ચુંબકીયક્ષેત્ર	<b>B</b>	સદિશ	$[\text{M T}^{-2} \text{A}^{-1}]$	T (ટેસ્લા)	
ચુંબકીય ચાકમત્રા (મોમેન્ટ)	<b>m</b>	સદિશ	$[\text{L}^2 \text{A}]$	$\text{A m}^2$ અથવા $\text{J/T}$	
બળ અચળાંક	$k$	અદિશ	$[\text{M L}^2 \text{T}^{-2}]$	$\text{N m rad}^{-1}$	(MCG)માં ઉપયોગી છે.

### ગણ વિચારણાના મુદ્દાઓ

- સ્થિત વિદ્યુત ક્ષેત્ર રેખાઓ ધન વિદ્યુતભારમાંથી ઉદ્ભબે છે અને ઋણ વિદ્યુતભારમાં સમાઈ જાય છે અથવા અનંત અંતરે લુપ્ત થઈ જાય છે. ચુંબકીય ક્ષેત્રરેખાઓ હંમેશાં બંધ ગાળા રહે છે.
- આ પ્રકરણમાં થયેલ ચર્ચા ફક્ત સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહો, જે સમય સાથે બદલાતા નથી તેમને માટે લાગુ પડે છે.  
જ્યારે વિદ્યુતપ્રવાહો બદલાતા હોય ત્યારે ન્યૂટનનો ગ્રીજો નિયમ તો જ લાગુ પડે, જો વિદ્યુત ચુંબકીયક્ષેત્ર વડે મળતું વેગમાનનું વહન ગણતરીમાં લેવામાં આવે.
- લોરેન્જ બળનું સૂત્ર યાદ કરો,  
$$\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{E})$$
  
આ વેગ આધારિત બળે ઘણા બધા મોટા વૈજ્ઞાનિક વિચારકોનું ધ્યાન આકર્ષિત કર્યું છે.  
જો કોઈ તાત્કષિક ઝડપ  $v$ થી ગતિ કરતી ફેમ પર જાય તો બળનો ચુંબકીય ભાગ શરૂંય થાય છે. અહીં વિદ્યુતભારીત કણની ગતિ એ રીતે સમજાવવામાં આવે છે કે નવી ફેમમાં યોગ્ય વિદ્યુતક્ષેત્ર રહેલું છે. આપણે કિયા વિશે વિસ્તારપૂર્વક ચર્ચા નહીં કરીએ.  
આમ છતાં, આપણે એ ધ્યાનમાં રાખીશું કે આ વિરોધભાસનો (ઉકેલ એ છે કે વિદ્યુત અને ચુંબકત્વ એકબીજા સાથે સંકળાયેલી ઘટનાઓ (વિદ્યુત ચુંબકત્વ) છે અને લોરેન્જ બળનું સૂત્ર ફુદરતમાં કોઈ સાર્વત્રિક પસંદગી પામેલ રેફરન્સ ફેને દર્શાવતું નથી.
- ઓમ્પિયરનો સર્કીટલ નિયમ, બાયોસાવરના નિયમથી સ્વતંત્ર નથી. તેને બાયો સાવરના નિયમ પરથી તારવી શકાય છે. તેનો બાયોસાવરના નિયમ સાથેનો સંબંધ, ગોસના નિયમ અને કુલંબના નિયમ વચ્ચેના સંબંધ જેવો છે.

### સ્વાધ્યાય

- 4.1 8.0 cm ત્રિજ્યા વાળા 100 આંટા ધરાવતા, તારના એક વર્તુળાકાર ગૂંચળામાંથી 0.40 A વિદ્યુતપ્રવાહ વહે છે. ગૂંચળાના કેન્દ્ર પાસે ચુંબકીયક્ષેત્ર **B**નું મૂલ્ય કેટલું હશે ?
- 4.2 એક લાંબા સીધા તારમાંથી 35 A વિદ્યુતપ્રવાહ વહે છે. તારથી 20 cm અંતરે રહેલા કોઈ બિંદુ પાસે ચુંબકીયક્ષેત્ર **B**નું મૂલ્ય કેટલું હશે ?
- 4.3 સમક્ષિતિજ સમતલમાં રહેલા એક લાંબા સીધા તારમાંથી 50 A જેટલો વિદ્યુતપ્રવાહ, ઉત્તરથી દક્ષિણ દિશા તરફ વહે છે. તારની પૂર્વમાં 2.5 m અંતરે આવેલા કોઈ બિંદુ પાસે **B**નું મૂલ્ય અને દિશા શોધો.
- 4.4 માથા પરથી પસાર થતા વીજળીના તારમાંથી 90 A વિદ્યુતપ્રવાહ પૂર્વથી પશ્ચિમ દિશા તરફ વહે છે. આ તારથી 1.5 m નીચે ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય અને દિશા શું હશે ?
- 4.5 0.15 T ના નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર સાથે  $30^\circ$  કોણ બનાવતી દિશામાં રહેલા તારમાંથી 8 A વિદ્યુતપ્રવાહ વહે છે. આ તાર પર લાગતા ચુંબકીય બળનું મૂલ્ય કેટલું હશે ?
- 4.6 3.0 cm લંબાઈના તારમાંથી 10 A વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે, જેને એક સોલેનોઇડમાં તેની અક્ષને લંબરૂપે મુકેલો છે. સોલેનોઇડની અંદર ચુંબકીયક્ષેત્ર 0.27 T આપેલ છે. તાર પર કેટલું ચુંબકીય બળ લાગતું હશે ?
- 4.7 4 cm અંતરે રહેલા, બે લાંબા સીધા અને સમાંતર તાર **A** અને **B**માંથી 8.0 A અને 5.0 A વિદ્યુતપ્રવાહો એક જ (સમાન) દિશામાં વહે છે. તાર **A**ના 10 cm લંબાઈના વિભાગ પર લાગતું બળ શોધો.
- 4.8 80 cm લંબાઈના એક સોલેનોઇડ પર પાસ-પાસે દરેક 400 આંટા વાળા 5 આવરણ વિંટાળ્યા છે. સોલેનોઇડનો વ્યાસ 1.8 cm છે. જો સોલેનોઇડમાં 8.0 A વિદ્યુતપ્રવાહ વહેતો હોય, તો તેના કેન્દ્ર પાસે **B**નું મૂલ્ય શોધો.
- 4.9 10 cm બાજુઓ વાળા એક ચોરસ ગૂંચળાને 20 આંટા છે અને તેમાંથી 12 A વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે. આ ગૂંચળું શિરોલંબ લટકવેલું છે અને ગૂંચળાના સમતલનો લંબ 0.80 T મૂલ્યના સમક્ષિતિજ નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર સાથે  $30^\circ$  કોણ બનાવે છે. ગૂંચળું કેટલા મૂલ્યનું ટોક અનુભવશે ?
- 4.10 બે ચલિત ગૂંચળાવાળા મીટરો **M**<sub>1</sub> અને **M**<sub>2</sub>ની વિગત આ મુજબ છે :  
 $R_1 = 10 \Omega, N_1 = 30,$   
 $A_1 = 3.6 \times 10^{-3} \text{ m}^2, B_1 = 0.25 \text{ T}$   
 $R_2 = 14 \Omega, N_2 = 42,$   
 $A_2 = 1.8 \times 10^{-3} \text{ m}^2, B_2 = 0.50 \text{ T}$   
(બંને મીટર માટે સ્થિર અચળાંક સરખા છે.)
- M**<sub>1</sub> અને **M**<sub>2</sub> માટે, (a) વિદ્યુતપ્રવાહ સંવેદિતાનો ગુણોત્તર, અને (b) વોલ્ટેજ સંવેદિતાનો ગુણોત્તર શોધો.
- 4.11 એક ઓરડામાં, 6.5 G ( $1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$ ) જેટલું નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર રાખેલું છે. આ ક્ષેત્રમાં લંબ રૂપે એક ઈલેક્ટ્રોન 4.8  $\times 10^6 \text{ m s}^{-1}$  ઝડપે છોડવામાં આવે છે. ઈલેક્ટ્રોનનો માર્ગ વર્તુળાકાર કેમ હશે તે સમજાવો. વર્તુળાકાર કક્ષાની ત્રિજ્યા શોધો.  
( $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}, m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ )
- 4.12 સ્વાધ્યાય 4.11માં વર્તુળાકાર કક્ષામાં ઈલેક્ટ્રોનના અભિયાની આવૃત્તિ શોધો. શું આ જવાબ ઈલેક્ટ્રોનની ઝડપ પર આધાર રાખે છે ? સમજાવો.

- 4.13 (a) 1.0 T જેટલા નિયમિત સમક્ષિતિજ ચુંબકીયક્ષેત્રમાં 8.0 cm ત્રિજ્યા અને 30 આંટા ધરાવતું વર્તુળાકાર ગૂંચળું લટકાવેલ છે, જેમાંથી 6.0 A વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે. ક્ષેત્રરેખાઓ ગૂંચળાના લંબ સાથે  $60^\circ$  કોડા બનાવે છે. ગૂંચળાનું આવર્તન ન થાય તે માટે તેના પર લગાડવા પડતા જરૂરી વિરુદ્ધ દિશાના ટોર્કનું મૂલ્ય શોધો.
- (b) જો (a)માં દર્શાવેલ ગૂંચળાની જગ્યાએ અનિયમિત આકારનું બીજુ કોઈ સમતલ ગૂંચળું રાખવામાં આવે કે જેનું ક્ષેત્રકળ પણ એટલું જ હોય તો તમારો જવાબ બદલાશે? (બાકીની બીજી વિગતોમાં કોઈ ફેરફાર કર્યો નથી).

### વધારાના સ્વાધ્યાય

- 4.14 બે સમકેન્દ્રિત વર્તુળાકાર ગૂંચળાઓ X અને Yની ત્રિજ્યા અનુક્રમે 16 cm અને 10 cm છે, જે ઉત્તરથી દક્ષિણ દિશામાં રહેલા એક જ શિરોલંબ સમતલમાં રહેલા છે. ગૂંચળા Xને 20 આંટા છે અને તેમાંથી પસાર થતો વિદ્યુતપ્રવાહ 16 A છે; જગ્યારે ગૂંચળા Yને 25 આંટા છે અને તેમાંથી 18 A વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે. પશ્ચિમ તરફ મોઢું રાખીને ઊભેલા અવલોકનકારની દસ્તિએ Xમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ વિષમ ઘરી અને Yમાંથી સમઘડી દિશામાં છે. આ ગૂંચળાઓ વડે તેમના કેન્દ્ર પાસે ઉદ્ભવતા પરિણામી (ચોખા) ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય અને દિશા શોધો.
- 4.15 10 cm લંબાઈ અને  $10^{-3} \text{ m}^2$  આડછેદના ક્ષેત્રકળ ધરાવતા વિસ્તારમાં 100 G ( $1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$ ) જેટલું નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર જરૂરી છે. એક ગૂંચળાના તારની મહત્તમ વિદ્યુતપ્રવાહ ધારણક્ષમતા 15 A છે તથા તેના કેન્દ્ર (Core)ની આસપાસ એકમ લંબાઈ દીઠ વધુમાં વધુ 1000 આંટા / m વીટાળી શકાય છે. આ માટે જરૂરી એવા સોલેનોઇડની યોગ્ય રચના સમજાવો. ધારો કે તેના કેન્દ્રમાં (Core માં) ફેરોમેનેટીક નથી.
- 4.16 R ત્રિજ્યા અને N આંટા ધરાવતા એક વર્તુળાકાર ગૂંચળામાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ I પસાર થાય છે; અને તેની અક્ષ પર તેના કેન્દ્રથી  $x$  અંતરે ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય

$$B = \frac{\mu_0 I R^2 N}{2(x^2 + R^2)^{3/2}} \quad \text{જેટલું છે.}$$

- (a) દર્શાવો કે ગૂંચળાના કેન્દ્ર પાસે આ સમીકરણ જાણીતા સમીકરણ જેવું બને છે.
- (b) બે સમાંતર, એક અક્ષ પર આવેલા સમાન ત્રિજ્યા Rના ગૂંચળા વિચારો, જેમના આંટાની સંખ્યા N છે, તથા એક સમાન દિશામાં સમાન વિદ્યુતપ્રવાહ ધરાવે છે, અને તેમની વચ્ચેનું અંતર પણ R છે. દર્શાવો કે બે ગૂંચળાના મધ્યમાં, તેમની અક્ષ પર આવેલા બિંદુની આસપાસ Rની સરખામણીમાં નાના અંતર સુધી ચુંબકીયક્ષેત્ર નિયમિત હશે, જે લગભગ

$$B = 0.72 \frac{\mu_0 NI}{R}, \quad \text{વડે દર્શાવી શકાય.}$$

[અમૃક નાના અંતર સુધી નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરી શકતી આ ગોઠવણીને હેલ્પમ્હોલ્પ ગૂંચળા કહે છે.]

- 4.17 25 cm આંતરિક ત્રિજ્યા અને 26 cm બહારની ત્રિજ્યા ધરાવતા એક ટોરોઇડના Core (ગર્ભ-જે ફેરોમેનેટીક નથી)ની આસપાસ તારના 3500 આંટા વીટાળેલા છે. જો તાર માંથી 11 A વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થતો હોય, તો
- (a) ટોરોઇડની બહાર,
- (b) ટોરોઇડના Coreની અંદર, અને
- (c) ટોરોઇડ વડે ધેરાયેલી ખાતી જગ્યામાં, ચુંબકીયક્ષેત્ર કેટલું હશે?

**4.18** આપેલા પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

- એક ચેમ્બરમાં એવું ચુંબકીયક્ષેત્ર પ્રસ્થાપિત કરેલ છે કે જે જુદા જુદા બિંદુએ જુદુ હોય પરંતુ તેની દિશા એક જ હોય (પૂર્વથી પશ્ચિમ). એક વિદ્યુતભારિત કણ આ ચેમ્બરમાં દાખલ થાય છે અને આવર્તન અનુભવ્યા વગર અચળ ઝડપે સુરેખ માર્ગ પસાર થાય છે. આ કણના પ્રારંભિક વેગ વિશે તમે શું કહેશો ?
- તીવ્ર અને અનિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર ધરાવતા વાતાવરણમાં ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય અને દિશા જુદા જુદા બિંદુએ જુદા જુદા છે, તેમાં એક વિદ્યુતભારિત કણ દાખલ થાય છે અને જટિલ માર્ગ બહાર આવે છે. જો તેણે આ વાતાવરણ સાથે કોઈ પણ અથડામણ ન અનુભવી હોય તો શું તેની અંતિમ ઝડપ, તેની પ્રારંભિક ઝડપ જેટલી હશે ?
- પશ્ચિમથી પૂર્વ તરફ ગતિ કરતો એક ઈલેક્ટ્રોન ઉત્તરથી દક્ષિણ દિશામાં નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર ધરાવતી ચેમ્બરમાં દાખલ થાય છે. નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રને કઈ દિશામાં લગાડવું જોઈએ કે જેથી ઈલેક્ટ્રોન કોઈ પણ કોણાવર્તન અનુભવ્યા વગર સીધી રેખામાં ગતિ કરે ?

**4.19** કેથોડ ગરમ થવાથી ઉત્સર્જયેલ એક ઈલેક્ટ્રોન,  $2.0 \text{ kV}$  વિદ્યુત સ્થિતિમાન તફાવત વડે પ્રવેગિત થઈને,  $0.15 \text{ T}$  જેટલા નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રના વિસ્તારમાં દાખલ થાય છે. જો આ ક્ષેત્ર,

- પ્રારંભિક વેગને લંબ રૂપે હોય,
- પ્રારંભિક વેગ સાથે  $30^\circ$  કોણ બનાવતું હોય, તો ઈલેક્ટ્રોનના ગતિ પથની ગણતરી કરો.

**4.20** ડેલ્મહોલ્ટ્ઝ ગુંચણાઓ (સ્વાધ્યાય 4.16 માં દર્શાવેલ) ની મદદથી નાના વિસ્તારમાં  $0.75 \text{ T}$  મૂલ્યનું નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરવામાં આવ્યું છે. આ જ વિસ્તારમાં, ગુંચણાઓની સામાન્ય અક્ષને લંબ રૂપે નિયમિત સ્થિર વિદ્યુતક્ષેત્ર જાળવી રાખવામાં આવે છે.  $15 \text{ kV}$  વડે પ્રવેગિત થયેલ (એક જ પ્રકારના) વિદ્યુતભારિત કણોની એક સાંક્રાન્તિક ડિરણાવલી આ વિસ્તારમાં બને ગુંચણાઓની અક્ષ તથા સ્થિર વિદ્યુતક્ષેત્ર બનેને લંબરૂપે દાખલ થાય છે. જો  $9.0 \times 10^{-5} \text{ V m}^{-1}$  જેટલા સ્થિર વિદ્યુતક્ષેત્રમાં આ ડિરણાવલી આવર્તન ન અનુભવે તો વિચારો કે આ ડિરણાવલી શાની બનેલી હશે? શામાટે જવાબ અજોડનથી?

**4.21**  $0.45 \text{ m}$  લંબાઈ અને  $60 \text{ g}$  દળનો એક સીધો વાહક સરીયો તેના છેદે બાંધિલા બે તાર વડે સમક્ષિતિજ લટકાવેલો છે. આ તારોમાં થઈને સરીયામાં  $5.0 \text{ A}$  જેટલો વિદ્યુતપ્રવાહ વહે છે.

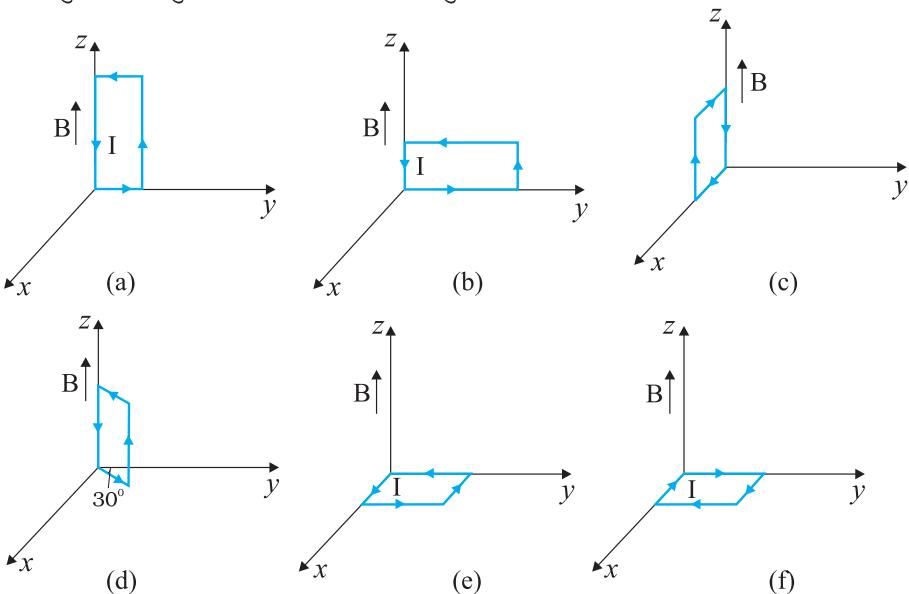
- આ વાહક સરીયાને લંબરૂપે કેટલું ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરવું જોઈએ કે જેથી (લટકાવેલ) તારોમાં તણાવ (Tension) શૂન્ય થાય ?
- જો ચુંબકીયક્ષેત્ર એમ જ રહેવા દઈને વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા ઉલટાવવામાં આવે તો તારોમાં કુલ ટેન્શન (તણાવ) કેટલું હશે? (તારોનું દળ અવગાણો).  $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ .

**4.22** કારની બેટરીને તેને ચાલુ કરતી મોટર સાથે જોડતા તાર  $300 \text{ A}$  વિદ્યુતપ્રવાહ વહન કરે છે (થોડાક સમય માટે). આ તાર  $70 \text{ cm}$  લાંબા હોય અને તેમની વર્ણનું અંતર  $1.5 \text{ cm}$  હોય તો એકમ લંબાઈ દીઠ આ તારો વચ્ચે લાગતું બળ કેટલું હશે? આ બળ આકર્ષણીક અપાકર્ષણી હશે?

**4.23**  $10.0 \text{ cm}$  ત્રિજ્યાના નળાકાર વિસ્તારમાં  $1.5 \text{ T}$  જેટલું નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર છે જેની દિશા તેની અક્ષને સમાંતર પૂર્વથી પશ્ચિમ તરફ છે.  $7.0 \text{ A}$  વિદ્યુતપ્રવાહ ધારીત એક તાર આ વિસ્તારમાંથી ઉત્તરથી દક્ષિણ તરફ પસાર થાય છે. જો

- તાર આ અક્ષને છેદે,
- તારને ઉત્તર-દક્ષિણની જગ્યાએ ઉત્તરપૂર્વ-દક્ષિણ પશ્ચિમ દિશા તરફ ફેરવવામાં આવે (લઈ જવામાં આવે),
- ઉત્તર-દક્ષિણ દિશામાં રહેલા તારને અક્ષથી  $6.0 \text{ cm}$  જેટલો નીચે લેવામાં આવે, તો આ પરિસ્થિતિઓમાં તાર પર લાગતા (ચુંબકીય) બળનું મૂલ્ય અને દિશા શું હશે?

**4.24** 3000 G જેટલું નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર ધન z-અક્ષની દિશામાં ઉત્પન્ન કરેલું છે. 10 cm અને 5 cm બાજુઓ વાળા એક લંબચોરસ ગૂંઘળામાંથી 12 A વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે. આકૃતિ 4.28માં દર્શાવેલ જુદા જુદા કિસ્સાઓમાં ગૂંઘળા પર લાગતું ટોર્ક કેટલું હશે? દરેક કિસ્સામાં કેટલું બળ લાગતું હશે? કયો કિસ્સો સ્થાયી સંતુલન દર્શાવે છે?



આકૃતિ 4.28

**4.25** 20 આંટા અને 10 cm ત્રિજ્યા ધરાવતું એક વર્તુળકાર ગૂંઘળું, તેનું સમતલ 0.10 Tના નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રને લંબડ્રૂપે રહે તે રીતે મુકેલું છે. જો ગૂંઘળામાં 5.0 A વિદ્યુતપ્રવાહ વહેતો હોય, તો

- (a) ગૂંઘળા પરનું કુલ ટોર્ક,
- (b) ગૂંઘળા પરનું કુલ બળ,
- (c) ચુંબકીયક્ષેત્રના કારણે ગૂંઘળાના તારમાંના દરેક ઈલેક્ટ્રોન પર લાગતું સરેરાશ બળ કેટલું હશે?

(ગૂંઘળું તાંબાના તારમાંથી બનેલું છે, જેના આડહેદનું ક્ષેત્રફળ  $10^{-5} \text{ m}^2$  છે, અને તાંબા માટે મુક્ત ઈલેક્ટ્રોન ઘનતા  $6 \times 10^{29} \text{ m}^{-3}$  જેટલી આપેલ છે.)

**4.26** 60 cm લંબાઈ અને 4.0 cm ત્રિજ્યા ધરાવતા સોલેનોઇડમાં દરેક 300 આંટાના હોય તેવા 3 સ્તર વિટાયા છે. 2.5 g દળ અને 2.0 cm લંબાઈનો એક તાર સોલેનોઇડમાં (તેના કેન્દ્ર પાસે) અક્ષને લંબડ્રૂપે રહેલો છે; તાર અને સોલેનોઇડની અક્ષ બંને સે સમક્ષિતિજ સમતલમાં છે. આ તારને અક્ષને સમાંતર બે છેડાઓ વડે બાબુ બેટરી સાથે જોડેલો છે, જેથી તારમાં 6.0 A વિદ્યુતપ્રવાહ વહે છે. સોલેનોઇડના આંટાઓમાંથી કેટલા મૂલ્યનો પ્રવાહ (વહનની યોગ્ય દિશા સાથે) વહન થવો જોઈએ કે જે તારના વજનને સમતોલે?  $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ .

**4.27** ગોલ્વેનોમીટરના ગૂંઘળાનો અવરોધ 12  $\Omega$  છે અને 3 mA વિદ્યુતપ્રવાહ માટે તે પૂર્ણ સ્કેલનું આવર્તન દર્શાવે છે. આ મીટરને 0થી 18 Vની અવધિના વોલ્ટમીટરમાં તમે કેવી રીતે રૂપાંતરિત કરશો?

**4.28** ગોલ્વેનોમીટરના ગૂંઘળાનો અવરોધ 15  $\Omega$  છે અને 4 mA વિદ્યુતપ્રવાહ માટે તે પૂર્ણ સ્કેલનું આવર્તન દર્શાવે છે. તેને 0 થી 6 A અવધિના એમીટરમાં તમે કેવી રીતે રૂપાંતરિત કરશો?