Karnataka Board 2nd PUC Maths Question Paper 2022

0495444

M – 2022

Register Number : 3 1

Subject Code : 35 (NS)

MATHEMATICS

(Kannada and English Versions)

Time : 3 Hours 15 Minutes] [Total No. of questions : 66] [Max. Marks : 100

(Kannada Version)

ಸೂಚನೆಗಳು : 1. ಈ ಪ್ರಶ್ನೆ ಪತ್ರಿಕೆಯಲ್ಲಿ A, B, C, D ಮತ್ತು E ಎಂಬ ಐದು ವಿಭಾಗಗಳಿವೆ. ಎಲ್ಲಾ ವಿಭಾಗಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ.

2. ವಿಭಾಗ–E ನಲ್ಲಿ ಬರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ನಿಮಗೆ ಒದಗಿಸಿರುವ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಉತ್ತರಿಸಿ.

ವಿಭಾಗ– A

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ : $(10 \times 1 = 10)$

1) ಗಣ $\{1, 2, 3\}$ ರಲ್ಲಿ $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3)\}$ ಎಂಬ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ R ವಾಹಕ ಸಂಬಂಧವಾಗಿಲ್ಲ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

2) N ಗಣದ ಮೇಲೆ ದ್ವಿಮಾನ ಕ್ರಿಯೆ $*$ ನ್ನು $a*b =$ a ಮತ್ತು b ಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ. ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ $5*7$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3) $y = \cot^{-1} x$ ನ ಪ್ರಧಾನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

P.T.O.

4) $|x| \geq 1$ ಆದಾಗ, $\cos(\sec^{-1}x + \operatorname{cosec}^{-1}x)$ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

5) ಕರ್ಣ ಮಾತೃಕೆಯನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ.

6) $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 3 \\ 2x & 5 \end{vmatrix}$ ಆದಾಗ, x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

7) $y = \sin(ax + b)$ ಆದರೆ, $\frac{dy}{dx}$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8) $y = e^{x^3}$ ಉತ್ಪನ್ನದ ನಿಷ್ಪನ್ನವನ್ನು xಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

9) $\int \sec x(\sec x + \tan x)dx$ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

10) $\int_2^3 x^2 dx$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

11) $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ ಆದರೆ $\vec{a}$ ಸದಿಶದ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿರುವ ಏಕ ಸದಿಶವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

12) ಏಕ ರೇಖಸ್ಥ ಸದಿಶಗಳ (collinear vectors)ನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿರಿ.

13) y-ಅಕ್ಷದ ದಿಶಾ ಕೊಸೈನ್‌ಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

14) ಸರಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮ ಸಮಸ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಸಂಭಾವ್ಯ ಪ್ರದೇಶವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ.

15) $P(A) = 0.6, P(B) = 0.3$ ಮತ್ತು $P(A \cap B) = 0.2$ ಆದಾಗ, $P(A|B)$ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವಿಭಾಗ - B

II. ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ. $(10 \times 2 = 20)$

16) ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗಣ Q ಮೇಲೆ $a * b = \frac{ab}{2}$ ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದಾಗ, * ಕ್ರಿಯೆಯು ಸಹವರ್ತನೀಯವಾಗಿದೆಯೇ ಅಥವಾ ಅಲ್ಲವೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

17) $\sin^{-1}(2x\sqrt{1-x^2}) = 2\sin^{-1}x, \frac{-1}{\sqrt{2}} \le x \le \frac{1}{\sqrt{2}}$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

18) $\tan^{-1}(\sqrt{3}) - \cot^{-1}(-\sqrt{3})$ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

19) $X + Y = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ ಮತ್ತು $X - Y = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ ಆದರೆ, X ಮತ್ತು Yಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

20) ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗ ಬಿಂದುಗಳು (2, 7), (1, 1) ಮತ್ತು (10, 8) ಅದರ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲವನ್ನು ನಿರ್ಧಾರಕಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

21) $2x + 3y = \sin x$ ಆದಾಗ, $\frac{dy}{dx}$ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

22) x ಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿ $x^{\sin x}, x > 0$ ಉತ್ಪನ್ನವನ್ನು ನಿಷ್ಪನ್ನಿಸಿ.

23) $y = \log_7(\log x)$ ಆದಾಗ, $\frac{dy}{dx}$ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

24) ನಿಷ್ಪನ್ನವನ್ನು ಬಳಸಿ $\sqrt{25.3}$ ದ ಸನ್ನಿಹಿತ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

25) $\int x^2 \log x \, dx$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

26) $\int \frac{\sin^2 x}{1+\cos x} dx$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

27) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x \, dx$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

28) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ದರ್ಜೆ (order) ಮತ್ತು ಪ್ರಮಾಣ (degree)ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \sin\left(\frac{dy}{dx}\right) + 1 = 0$$

29) P ಮತ್ತು Q ಬಿಂದುಗಳ ಸ್ಥಾನ ಸದಿಶಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ $\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}$ ಮತ್ತು $-\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$ ಆದಾಗ ಸದಿಶವನ್ನು R ಬಿಂದುವು ಒಳಭಾಗದಲ್ಲಿ $2:1$ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಜಿಸಿದಾಗ R ಬಿಂದುವಿನ ಸ್ಥಾನ ಸದಿಶಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

30) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಸಹಬಾಹುಗಳು $\vec{a} = 3\hat{i}+\hat{j}+4\hat{k}$ ಮತ್ತು $\vec{b} = \hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$ ಆದಲ್ಲಿ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

31) ಬಿಂದು $(3, -2, 1)$ ನಿಂದ $2x-y+2z+3=0$ ಸಮತಲಕ್ಕಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

32) $\vec{r} = (3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}) + \lambda(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$ ಮತ್ತು $\vec{r} = (5\hat{i} - 2\hat{j}) + \mu(3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k})$ ಈ ಜೋಡಿ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

33) x ಎಂಬ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಚರವು ಕೆಳಗಿನ ಮಾದರಿಯ ಸಂಭವನೀಯತೆಯ ಹಂಚಿಕೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ, ಇಲ್ಲಿ k ಎಂಬುದು ಯಾವುದೋ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ.

$$P(x) = \begin{cases} k, \text{ ಆದಾಗ } x = 0 \\ 2k, \text{ ಆದಾಗ } x = 1 \\ 3k, \text{ ಆದಾಗ } x = 2 \\ 0, \text{ ಬೇರೆಯಾಗಿದ್ದರೆ.} \end{cases}$$

k ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವಿಭಾಗ – C

III. ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ : (10 × 3 = 30)

34) ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗಣ Z ನಲ್ಲಿ $R = \{(a, b)$: ಸಂಖ್ಯೆ 2, $(a - b)$ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ$\}$ ಎಂಬ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ R ಒಂದು ಸಮತ್ವ ಸಂಬಂಧವಾಗಿದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

35) $\tan^{-1}(2x) + \tan^{-1}(3x) = \frac{\pi}{4}$ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

36) $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ಮಾತೃಕೆಯನ್ನು ಸಮಾಂಗ ಮತ್ತು ಅಸಮಾಂಗ ಮಾತೃಕೆಯ ಮೊತ್ತವೆಂದು ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸಿ.

37) ನಿರ್ಧಾರಕದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಮತ್ತು ವಿಸ್ತರಿಸದೆ

$\begin{vmatrix} 2 & 7 & 65 \\ 3 & 8 & 75 \\ 5 & 9 & 86 \end{vmatrix} = 0$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

38) $y = \cos^{-1}\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$, $(0 < x < 1)$ ಆದರೆ $\frac{dy}{dx}$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

39) $x = a(\theta - \sin\theta)$ ಮತ್ತು $y = a(1 + \cos\theta)$ ಆದರೆ, $\frac{dy}{dx}$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

40) ಮುಚ್ಚಿದ ಅಂತರಾಳ $[2, 4]$ದಲ್ಲಿ $f(x) = x^2$ ಉತ್ಪನ್ನಕ್ಕೆ ಸರಾಸರಿ ಬೆಲೆಯ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

41) $f(x) = x^2 - 4x + 6$ ಉತ್ಪನ್ನವು

a) ವೃದ್ಧಿಸುವ

b) ಕ್ಷೀಣಿಸುವ ಅಂತರಾಳಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

42) $\int \frac{x}{(x+1)(x+2)} dx$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

43) $\int_0^1 \frac{\tan^{-1} x}{1+x^2} dx$ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

44) xಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ $\frac{(x-3)}{(x-1)^3} e^x$ ನ್ನು ಅನುಕಲಿಸಿ.

45) ವಕ್ರರೇಖೆ $y^2 = x$, $x = 1$ ಮತ್ತು $x = 4$ ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಮತ್ತು x-ಅಕ್ಷಗಳಿಂದ ಆವೃತವಾಗಿರುವ ಪ್ರಥಮ ಚತುರ್ಥಾಂಶದಲ್ಲಿನ ಪ್ರದೇಶದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

46) ಶೃಂಗವು ಮೂಲ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿದ್ದು ಮತ್ತು ಅಕ್ಷವು ಧನಾತ್ಮಕ x-ಅಕ್ಷದ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿರುವ ಪರವಲಯಗಳ ಸಮೂಹದ ಅವಕಲನ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

47) (1, 1) ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ $x\,dy = (2x^2 + 1)dx, (x \neq 0)$ ಅವಕಲನ ಸಮೀಕರಣ ಹೊಂದಿರುವ ವಕ್ರರೇಖೆಯ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

48) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ಎಂಬ ಮೂರು ಸದಿಶಗಳು $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$ ಎಂಬ ಷರತ್ತನ್ನು ಪೂರೈಸುತ್ತದೆ. $|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=4$ ಮತ್ತು $|\vec{c}|=2$ ಆದರೆ $\mu=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}$ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

49) $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}+\vec{d}]=[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]+[\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}]$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

50) $3x-y+2z-4=0$ ಮತ್ತು $x+y+z-2=0$ ಸಮತಲಗಳ ಛೇದನದಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ (2, 2, 1) ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ಸಮತಲದ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

51) ಒಂದು ನ್ಯಾಯಸಮ್ಮತ ನಾಣ್ಯ ಮತ್ತು ಒಂದು ನಿಷ್ಪಕ್ಷಪಾತವಾದ ದಾಳ ಇವುಗಳನ್ನು ಚಿಮ್ಮಲಾಗುತ್ತದೆ. 'ನಾಣ್ಯದ ಮೇಲೆ ತಲೆ ಗೋಚರಿಸುವುದು' ಎಂಬ ಘಟನೆ A ಮತ್ತು 'ದಾಳದ ಮೇಲೆ 3' ಎಂಬ ಘಟನೆ B ಆಗಿದ್ದರೆ, A ಮತ್ತು B ಗಳು ಸ್ವತಂತ್ರ ಘಟನೆಗಳೋ ಅಥವಾ ಇಲ್ಲವೋ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

ವಿಭಾಗ – D

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ **ಯಾವುದಾದರೂ ಆರು** ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ : **(6 × 5 = 30)**

52) $f:R \to R$ ಉತ್ಪನ್ನವು $f(x)=1+x^2$ ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದಾಗ, f ಉತ್ಪನ್ನವು ಏಕ–ಏಕ, ಮೇಲಣ ಅಥವಾ ಉಭಯಕ್ಷೇಪನ ಆಗಿವೆಯೇ ಎಂದು ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರದ ಮೂಲಕ ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

53) $f:R \to R$ ನ್ನು $f(x)=4x+3$ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಿದೆ. f ಪ್ರತಿಲೋಮವಾಗಿದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ ಮತ್ತು f ನ ಪ್ರತಿಲೋಮವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

54) $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & -3\\ 5 & 0 & 2\\ 1 & -1 & 1\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}3 & -1 & 2\\ 4 & 2 & 5\\ 2 & 0 & 3\end{bmatrix}$ ಮತ್ತು $C=\begin{bmatrix}4 & 1 & 2\\ 0 & 3 & 2\\ 1 & -2 & 3\end{bmatrix}$ ಆದರೆ $(A+B)$ ಮತ್ತು $(B-C)$ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ $A+(B-C)=(A+B)-C$ ಯನ್ನು ಪ್ರಮಾಣೀಕರಿಸಿ.

55) ಕೋಶ ವಿಧಾನದಿಂದ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ :

$3x-2y+3z=8$

$2x+y-z=1$

$4x-3y+2z=4$.

56) $y=(\tan^{-1}x)^2$ ಆದರೆ $(x^2+1)^2\, y_2+2x(x^2+1)y_1=2$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

57) ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದ x, ಪ್ರತಿ ನಿಮಿಷಕ್ಕೆ 3 ಸೆಂ.ನಂತೆ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತಿದೆ ಮತ್ತು ಅದರ ಅಗಲ y, ಪ್ರತಿ ನಿಮಿಷಕ್ಕೆ 2 ಸೆಂ.ಮೀ.ನಂತೆ ಏರಿಕೆಯಾಗುತ್ತಿದೆ. $x=10$ ಸೆಂ. ಮತ್ತು $y=6$ ಸೆಂ. ಆದಾಗ ಆಯತದ

a) ಸುತ್ತಳತೆ ಮತ್ತು

b) ವಿಸ್ತೀರ್ಣದಲ್ಲಾಗುವ ಬದಲಾವಣೆಯ ದರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

58) xಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ $\frac{1}{x^2-a^2}$ನ್ನು ಅನುಕಲಿಸಿ, ಇದರಿಂದ $\int\frac{1}{x^2-16}\,dx$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

59) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ದೀರ್ಘವೃತ್ತದೊಳಗಿನ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲವನ್ನು ಅನುಕಲನದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

60) $\cos^2 x\frac{dy}{dx}+y=\tan x,\left(0\le x<\frac{\pi}{2}\right)$ ಅವಕಲಿತ ಸಮೀಕರಣದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

61) ದತ್ತ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ಅಂತರಿಕ್ಷ ರೇಖೆಯು ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ದತ್ತ ಸದಿಶಕ್ಕೆ $\vec{b}$ ಇರುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ರೇಖೆಯ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸದಿಶ ಮತ್ತು ಕಾರ್ಟಿಸಿಯನ್ ಎರಡು ಪದ್ಧತಿಗಳಲ್ಲಿ ನಿರೂಪಿಸಿ.

62) ಒಂದು ಚೀಲದಲ್ಲಿ 4 ಕೆಂಪು ಮತ್ತು 4 ಕಪ್ಪು ಚೆಂಡುಗಳಿವೆ, ಇನ್ನೊಂದು ಚೀಲದಲ್ಲಿ 2 ಕೆಂಪು ಮತ್ತು 6 ಕಪ್ಪು ಚೆಂಡುಗಳಿವೆ, ಎರಡು ಚೀಲಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಚೀಲವನ್ನು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಲಾಗುವುದು ಮತ್ತು ಚೀಲದಿಂದ ತೆಗೆದ ಒಂದು ಚೆಂಡು ಕೆಂಪು ಆಗಿರುವುದು ಕಂಡು ಬರುವುದು. ಹಾಗಾದರೆ ಮೊದಲ ಚೀಲದಿಂದ ಚೆಂಡನ್ನು ತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ ಎಂಬುದರ ಸಂಭಾವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು?

63) ಒಂದು ನ್ಯಾಯಬದ್ಧ ನಾಣ್ಯವನ್ನು 10 ಬಾರಿ ಚಿಮ್ಮಲಾಗಿದೆ. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

a) ಖಚಿತವಾಗಿ ಆರು ತಲೆಗಳು

b) ಕನಿಷ್ಠ ಆರು ತಲೆಗಳು

ವಿಭಾಗ – E

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ : **(1 × 10 = 10)**

64) a) ಕೆಳಗಿನ ರೇಖೀಯ ಪ್ರೋಗ್ರಾಮಿಂಗ್ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ನಕ್ಷಾತ್ಮಕವಾಗಿ ಬಿಡಿಸಿ :

$x + y \le 50$

$3x + y \le 90$

$x \ge 0, y \ge 0$

ನಿಬಂಧನೆಗಳಿಗೊಳಪಟ್ಟು $Z = 4x + y$ ಉತ್ಪನ್ನದ ಗರಿಷ್ಠ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. **(6)**

b) $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ಮಾತೃಕೆಯು $A^2 - 4A + I = 0$ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ತೃಪ್ತಿಗೊಳಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ I, 2×2 ದರ್ಜೆಯ ಏಕಮಾನ ಕೋಶವಾಗಿದ್ದು ಮತ್ತು 0 ಎಂಬುದು 2×2 ದರ್ಜೆಯ ಶೂನ್ಯ ಕೋಶವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ A^{-1} ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. **(4)**

65) a) $\int_0^a f(x)dx = \int_0^a f(a-x)dx$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}} dx$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. **(6)**

b) $f(x)=\begin{cases} kx+1, & x \le \pi \text{ ಆದರೆ} \\ \cos x, & x > \pi \text{ ಆದರೆ} \end{cases}$

ಈ ಉತ್ಪನ್ನವು $x=\pi$ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಅವಿಚ್ಛಿನ್ನವಾದರೆ, Kನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. **(4)**

66) a) ದತ್ತ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ, ಒಳಭಾಗದಲ್ಲಿ, ಹುದುಗಿಸಬಹುದಾದ ಎಲ್ಲಾ ಆಯತಗಳ ಪೈಕಿ, ಚೌಕವು ಅತ್ಯಂತ ಗರಿಷ್ಠ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ್ದಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ. **(6)**

b) $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. **(4)**

(English Version)

Instructions : 1. *The question paper has five Parts A, B, C, D and E.*

2. *Use the Graph Sheet for the question on Linear Programming problem in Part-E.*

PART – A

Answer **any ten** questions : **(10 × 1 = 10)**

1) Show that the relation R in the set {1, 2, 3} given by

$$R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3)\}$$

is not transitive.

2) Let $*$ be the binary operation on N given by $a * b =$ L.C.M. of a and b. Find $5 * 7$.

3) Write the principal value branch of $y = \cot^{-1} x$.

4) Find the value of $\cos(\sec^{-1} x + \operatorname{cosec}^{-1} x)$, $|x| \geq 1$.

5) Define a diagonal matrix.

6) Find the value of x, if $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 3 \\ 2x & 5 \end{vmatrix}$.

7) If $y = \sin(ax + b)$, find $\frac{dy}{dx}$.

8) Differentiate $y = e^{x^3}$ with respect to x.

9) Find $\int \sec x(\sec x + \tan x)dx$.

10) Evaluate $\int_2^3 x^2 dx$.

11) Find the unit vector in the direction of the vector $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$.

12) Define Collinear Vectors.

13) Write the direction cosines of y-axis.

14) Define feasible region in a linear programming problem.

15) If $P(A) = 0.6, P(B) = 0.3$ and $P(A \cap B) = 0.2$, find $P(A | B)$.

PART – B

Answer **any ten** questions : **(10 × 2 = 20)**

16) Verify whether the operation $*$ defined on the set of rationals Q by $a * b = \dfrac{ab}{2}$ is associative or not.

17) Show that $\sin^{-1}(2x\sqrt{1-x^2}) = 2\sin^{-1} x$, $\dfrac{-1}{\sqrt{2}} \le x \le \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

18) Find the value of $\tan^{-1}(\sqrt{3}) - \cot^{-1}(-\sqrt{3})$.

19) If $X + Y = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ and $X - Y = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$, find X and Y.

20) Find the area of the triangle whose vertices are (2, 7), (1, 1) and (10, 8) using determinants.

21) If $2x + 3y = \sin x$, find $\dfrac{dy}{dx}$.

22) Differentiate $x^{\sin x}$, $x > 0$ with respect to x.

23) Find $\frac{dy}{dx}$, if $y = \log_7(\log x)$.

24) Find the approximate value of $\sqrt{25.3}$.

25) Evaluate $\int x^2 \log x\,dx$

26) Find $\int \frac{\sin^2 x}{1+\cos x}dx$.

27) Evaluate $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x\,dx$.

28) Find the order and degree of the differential equation

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \sin\left(\frac{dy}{dx}\right) + 1 = 0.$$

29) Find the position vector of a point R which divides the line joining two points P and Q whose position vectors $\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ and $-\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ respectively in the ratio 2 :1 internally.

30) Find the area of the parallelogram whose adjacent sides are given by $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$.

31) Find the distance of a point (3, – 2, 1) from the plane $2x - y + 2z + 3 = 0$.

32) Find the angle between the pair of lines given by $\vec{r} = (3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}) + \lambda(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$ and $\vec{r} = (5\hat{i} - 2\hat{j}) + \mu(3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k})$.

33) The random variable x has a probability distribution $P(x)$ of the following form, where k is some number :

$$P(x) = \begin{cases} k, & \text{if } x = 0 \\ 2k, & \text{if } x = 1 \\ 3k, & \text{if } x = 2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Determine the value of k.

PART – C

Answer **any ten** questions : **(10 × 3 = 30)**

34) Show that the relation R in the set Z of integers given by $R=\{(a,b): 2 \text{ divides} (a-b)\}$ is an equivalence relation.

35) Solve $\tan^{-1}(2x)+\tan^{-1}(3x)=\frac{\pi}{4}$.

36) Express the matrix $A=\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ as the sum of a symmetric and a skew symmetric matrix.

37) Without expanding and using the property of determinants, prove that

$$\begin{vmatrix} 2 & 7 & 65 \\ 3 & 8 & 75 \\ 5 & 9 & 86 \end{vmatrix}=0.$$

38) Find $\frac{dy}{dx}$, if $y=\cos^{-1}\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$, $(0<x<1)$.

39) If $x=a(\theta-\sin\theta)$ and $y=a(1+\cos\theta)$, find $\frac{dy}{dx}$.

40) Verify Mean value theorem for the function $f(x)=x^2$ in the interval $[2, 4]$.

41) Find the intervals in which the function f given by $f(x)=x^2-4x+6$ is

a) increasing

b) decreasing

42) Find $\int \frac{x}{(x+1)(x+2)} dx$.

43) Evaluate $\int_0^1 \frac{\tan^{-1} x}{1+x^2} dx$.

44) Find the integral of $\frac{(x-3)}{(x-1)^3} e^x$ with respect to x.

45) Find the area of the region bounded by the curve $y^2 = x$ and the lines $x = 1, x = 4$ and the x-axis in the first quadrant.

46) Form the differential equation representing the family of parabolas having vertex at origin and axis along positive direction of x-axis

47) Find the equation of the curve passing through the point (1, 1) whose differential equation is $x\,dy = (2x^2 + 1)dx, (x \neq 0)$.

48) Three vectors $\vec{a}, \vec{b}$ and $\vec{c}$ satisfy the condition $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$. Evaluate the quantity $\mu = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$, if $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 4$ and $|\vec{c}| = 2$.

49) Prove that $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} + \vec{d}] = [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] + [\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}]$.

50) Find the equation of the plane through the intersection of the planes $3x - y + 2z - 4 = 0$ and $x + y + z - 2 = 0$ and the point (2, 2, 1).

51) A fair coin and an unbiased die are tossed. Let A be the event 'head appears on the coin' and B be the event '3 on the die'. Check whether A and B are independent events or not.

PART – D

(6 × 5 = 30)

Answer **any six** questions :

52) Verify whether the function $f : R \to R$ defined by $f(x) = 1 + x^2$ is one-one, onto or bijective. Justify your answer.

53) Consider $f : R \to R$ given by $f(x) = 4x + 3$. Show that f is invertible. Find the inverse of f.

54) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ and $C = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$, then compute $(A+B)$ and $(B-C)$. Also, verify that $A+(B-C) = (A+B)-C$.

55) Solve the following system of equations by matrix method :

$$3x - 2y + 3z = 8$$
$$2x + y - z = 1$$
$$4x - 3y + 2z = 4.$$

56) If $y = (\tan^{-1} x)^2$, show that $(x^2+1)^2 y_2 + 2x(x^2+1) y_1 = 2$.

57) The length x of a rectangle is decreasing at the rate of 3 cm/min and the width y is increasing at the rate of 2 cm/min. When $x = 10$ cm and $Y = 6$ cm, find the rates of change of

a) the perimeter and

b) the area of the rectangle

58) Find the integral $\dfrac{1}{x^2 - a^2}$ with respect to x and hence evaluate $\int \dfrac{1}{x^2 - 16}\, dx$.

59) Find the area enclosed by the ellipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ using integration.

60) Find the general solution of the differential equation

$$\cos^2 x\frac{dy}{dx}+y=\tan x,\left(0\leq x<\frac{\pi}{2}\right).$$

61) Derive the equation of a line in a space through a given point and parallel to a given vector $\vec{b}$ both in vector and Cartesian form.

62) A bag contains 4 red and 4 black balls, another bag contains 2 red and 6 black balls. One of the two bags is selected at random and a ball is drawn from the bag which is found to be red. Find the probability that the ball is drawn from the first bag.

63) If a fair coin is tossed 10 times, find the probability of

a) exactly six heads

b) at least six heads

PART – E

Answer **any one** question : **(1 × 10 = 10)**

64) a) Solve the following linear programming problem graphically :

Maximize $Z=4x+y$,

Subject to the constraints : $x+y\leq 50$

$3x+y\leq 90$

$x\geq 0,\ y\geq 0$. **(6)**

b) If the matrix $A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & 2\end{bmatrix}$ satisfies the equation $A^2-4A+I=0$, where I is 2 × 2 identity matrix and 0 is 2 × 2 zero matrix. Using this equation, find A^{-1}. **(4)**

65) a) Prove that $\int_0^a f(x)dx = \int_0^a f(a-x)dx$ and hence evaluate

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}dx.$$ **(6)**

b) Find the value of k so that the function $f(x)=\begin{cases} kx+1, & \text{if } x\le\pi \\ \cos x, & \text{if } x>\pi \end{cases}$ **(4)**

is continuous at $x=\pi$.

66) a) Show that of all the rectangles inscribed in a given fixed circle, the square has the maximum area. **(6)**

b) Prove that $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$. **(4)**
