ഗണിതം

സ്റ്റാൻഡേർഡ് V

ഭാഗം - 1

കേരളസർക്കാർ
വിദ്യാഭ്യാസവകുപ്പ്

സംസ്ഥാന വിദ്യാഭ്യാസ ഗവേഷണ പരിശീലന സമിതി (SCERT), കേരളം
2016

KT-131 / 1-Maths 5 (M)Vol - 1

ദേശീയഗാനം

ജനഗണമന അധിനായക ജയഹേ
ഭാരത ഭാഗ്യവിധാതാ,
പഞ്ചാബസിന്ധു ഗുജറാത്ത മറാഠാ
ദ്രാവിഡ ഉത്ക്കല ബംഗാ,
വിന്ധ്യഹിമാചല യമുനാഗംഗാ,
ഉച്ഛല ജലധിതരംഗാ,
തവശുഭനാമേ ജാഗേ,
തവശുഭ ആശിഷ മാഗേ,
ഗാഹേ തവ ജയ ഗാഥാ
ജനഗണമംഗലദായക ജയഹേ
ഭാരത ഭാഗ്യവിധാതാ.
ജയഹേ, ജയഹേ, ജയഹേ,
ജയ ജയ ജയ ജയഹേ!

പ്രതിജ്ഞ

ഇന്ത്യ എന്റെ രാജ്യമാണ്. എല്ലാ ഇന്ത്യക്കാരും എന്റെ സഹോദരീ സഹോദരന്മാരാണ്.

ഞാൻ എന്റെ രാജ്യത്തെ സ്നേഹിക്കുന്നു; സമ്പൂർണവും വൈവിധ്യപൂർണവുമായ അതിന്റെ പാരമ്പര്യത്തിൽ ഞാൻ അഭിമാനം കൊള്ളുന്നു.

ഞാൻ എന്റെ മാതാപിതാക്കളെയും ഗുരുക്കന്മാരെയും മുതിർന്നവരെയും ബഹുമാനിക്കും.

ഞാൻ എന്റെ രാജ്യത്തിന്റെയും എന്റെ നാട്ടുകാരുടെയും ക്ഷേമത്തിനും ഐശ്വര്യത്തിനും വേണ്ടി പ്രയത്നിക്കും.

Prepared by :
State Council of Educational Research and Training (SCERT)
Poojappura, Thiruvananthapuram 695 012, Kerala

Website : www.scertkerala.gov.in
E-mail : scertkerala@gmail.com
Phone : 0471-2341883, Fax : 0471-2341869
Typesetting and Layout : SCERT
First Edition : 2014, Reprint : 2016
Printed at : KBPS, Kakkanad, Kochi-30
© Department of Education, Government of Kerala

പ്രിയപ്പെട്ട കുട്ടികളേ,

സംഖ്യകളും രൂപങ്ങളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട്
കുറേയേറെ കാര്യങ്ങൾ നാം മനസ്സിലാക്കി.

കുറേക്കൂടി വലിയസംഖ്യകൾ, ഭിന്നസംഖ്യകൾ,
അവയുടെ ക്രിയകൾ, ഉപയോഗപ്പെടുത്താവുന്ന
പ്രശ്നങ്ങൾ, സംഖ്യാപ്രത്യേകതകൾ
തുടങ്ങിയവയും നമുക്ക് ചർച്ചചെയ്യാം;
ജ്യാമിതിയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പുതിയ ആശയങ്ങളും
നിർമിതികളും പരിചയപ്പെടാം.

യുക്തിപരമായി ചിന്തിച്ചും കൃത്യതയോടെ വരച്ചും
ബന്ധങ്ങൾ കണ്ടെത്തിയും
നമുക്ക് ആത്മവിശ്വാസത്തോടെ മുന്നേറാം.

ആശംസകളോടെ,

ഡോ. പി. എ. ഫാത്തിമ
ഡയറക്ടർ
എസ്.സി.ഇ.ആർ.ടി.

KT-131 / 2-Maths 5 (M)Vol - 1

പാഠപുസ്തക രചന

ശില്പശാലയിൽ പങ്കെടുത്തവർ

രമേശൻ എൻ.കെ.
എച്ച്.എസ്.എ.
ആർ.ജി.എം.എച്ച്.എസ്.എസ്, പാനൂർ,
കണ്ണൂർ

കുഞ്ഞഹമ്മദ്. ടി.പി.
പി.ഡി. ടീച്ചർ, ജി.എം.യു.പി. സ്കൂൾ,
തിരുവള്ളൂർ

പ്രകാശൻ ടി.പി.
എച്ച്.എസ്.എ, ജി.എച്ച്.എസ്.എസ്.
വാഴക്കാട്, മലപ്പുറം

രവികുമാർ ടി.എസ്.
പി.ഡി.ടീച്ചർ, ജി.യു.പി.എസ്,
അഞ്ചച്ചവടി, മലപ്പുറം

അനിത വി.എസ്.
ലക്ചറർ, ഡയറ്റ്, തിരുവനന്തപുരം

സുശീലൻ. കെ.
ബി.ആർ.സി. ട്രെയിനർ, തിരൂർ,
മലപ്പുറം

വാസുദേവൻ കെ.പി.
മാസ്റ്റർ ട്രെയിനർ, ഐ.ടി. @ സ്കൂൾ
പ്രോജക്ട്, തൃശ്ശൂർ

വീരാൻകുട്ടി കെ.
യു.പി.എസ്.എ, സി.എച്ച്.എം.കെ.എം.
യു.പി.എസ്, മുണ്ടക്കുളം, മലപ്പുറം

റവായത്ത് എം.കെ.
ടീച്ചർ, ജി.എച്ച്.എസ്, ബേമ്മണ്ണൂർ,
പാലക്കാട്

കൃഷ്ണദാസ് പലേരി
ടീച്ചർ, ജി.യു.പി.എസ്, കൊടിയമ്മ,
കാസറഗോഡ്

വിദഗ്ധർ

ഡോ. രമേഷ്കുമാർ പി.
അസി. പ്രൊഫസർ, കേരള സർവകലാശാല

ഡോ. മുംതാസ് എൻ.എസ്.
അസോ. പ്രൊഫസർ, ഫാറൂക്ക് ട്രെയിനിങ് കോളേജ്, കോഴിക്കോട്

ചിത്രകാരന്മാർ

ധനേശൻ എം.വി.
എ.വി.എസ്.ജി.എച്ച്.എസ്.എസ്,
കരിവള്ളൂർ, കണ്ണൂർ

കുഞ്ഞിരാമൻ പി.സി.
ഡയറ്റ്, എറണാകുളം

ഹരികുമാർ കെ.ബി.
കഴക്കൂട്ടം, തിരുവനന്തപുരം

ഹരി ചാരുത
നേമം, തിരുവനന്തപുരം

അക്കാദമിക് കോഡിനേറ്റർമാർ

അരുൺ ജ്യോതി എസ്.
റിസർച്ച് ഓഫീസർ, എസ്.സി.ഇ.ആർ.ടി.

ഡോ. ലിഡ്സൺരാജ് ജെ.
റിസർച്ച് ഓഫീസർ, എസ്.സി.ഇ.ആർ.ടി.

സംസ്ഥാന വിദ്യാഭ്യാസ ഗവേഷണ പരിശീലന സമിതി (SCERT)
വിദ്യാഭവൻ, പൂജപ്പുര, തിരുവനന്തപുരം 695 012

ഉള്ളടക്കം

1. സംഖ്യാലോകം 07

2. വരകൾ ചേരുമ്പോൾ................ 19

3. ഭാഗം വയ്ക്കൽ 33

4. വൃത്തങ്ങൾ........................... 51

5. ഭാഗങ്ങളുടെ സംഖ്യ.................. 61

ഈ പുസ്തകത്തിൽ സൗകര്യത്തിനായി ചില ചിഹ്നങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നു.

ICT സാധ്യത

കണക്ക് ചെയ്തുനോക്കാം

പ്രോജക്ട്

തിരിഞ്ഞുനോക്കുമ്പോൾ

1

സംഖ്യാലോകം

സംഖ്യാകേളി

"കണക്കിലെ കളികൾ ഇഷ്ടമാണോ"? സൈന ടീച്ചർ ചോദിച്ചു.

"ഇഷ്ടമാണ്" – കുട്ടികൾ വിളിച്ചുപറഞ്ഞു.

"ഞാൻ ഒരു സംഖ്യ പറയാം. അതിന്റെ അടുത്ത സംഖ്യ പെട്ടെന്ന് നിങ്ങൾ പറയണം, ഇതാണ് കളി. തയാറാണല്ലോ?"

"തയാർ!"

"പത്ത്"– ടീച്ചർ പറഞ്ഞുതുടങ്ങി.

"പതിനൊന്ന്" – കുട്ടികളും.

"നാൽപ്പത്തിമൂന്ന്"

"നാൽപ്പത്തിനാല്"

കളി തുടർന്നുകൊണ്ടിരുന്നു.

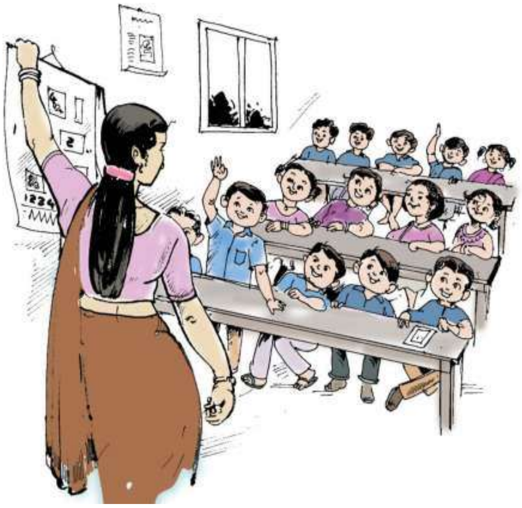
"നാലായിരത്തി തൊണ്ണൂറ്റി ഒമ്പത്" – ടീച്ചർ പറഞ്ഞു.

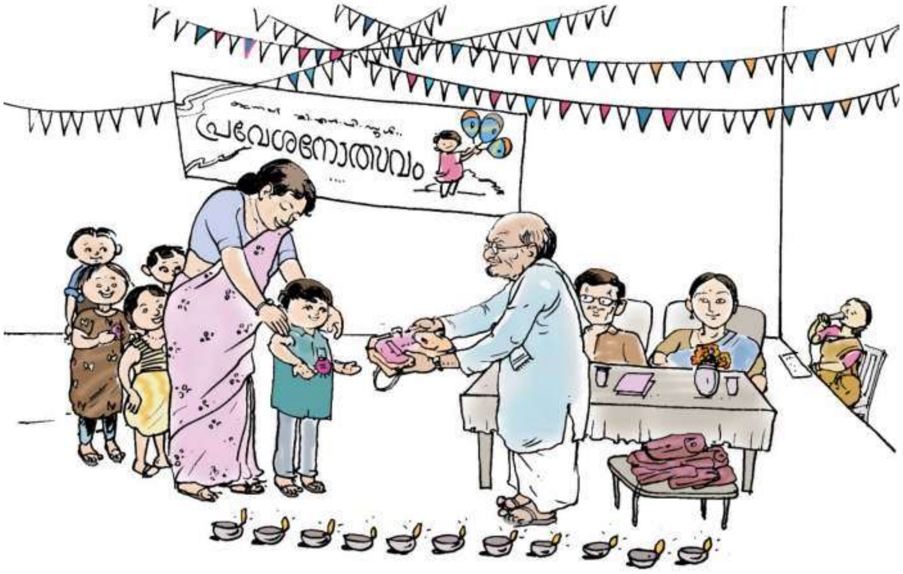
"അയ്യായിരം" – ചില കുട്ടികൾ വിളിച്ചുപറഞ്ഞു.

"അയ്യോ.... അല്ല. നാലായിരത്തി ഒരുനൂറ്".

ഇതുപോലെയുള്ള അബദ്ധങ്ങൾ ആർക്കും പറ്റാം.

ഇനിയും കളിച്ചുനോക്കൂ.





ഒന്നാം ക്ലാസിൽ പ്രവേശനം നേടിയത് 435268 കുട്ടികൾ

പ്രവേശനോത്സവം

പ്രവേശനം നേടിയ കുട്ടികളുടെ എണ്ണമായി എഴുതിയിരിക്കുന്ന സംഖ്യ എത്രയാണ്?

എത്രവരെയുള്ള സംഖ്യകൾ നിങ്ങൾക്ക് വായിക്കാനറിയാം?

ഏറ്റവും വലിയ നാലക്ക സംഖ്യ ഏതാണ്?

ഇതിന്റെ തൊട്ടടുത്ത സംഖ്യ ഏതാണ്?

ഏറ്റവും വലിയ അഞ്ചക്ക സംഖ്യയോ?

ഇതിന്റെ തൊട്ടടുത്തുള്ള സംഖ്യ ഏതാണ്?

ഈ സംഖ്യ എങ്ങനെ കണ്ടുപിടിക്കും?

എങ്ങനെ വായിക്കും?

വലിയ സംഖ്യകൾ ഉൾപ്പെടുന്ന ഒരു പട്ടിക നോക്കൂ.

1	ഒന്ന്
10	പത്ത്
100	നൂറ്
1000	ആയിരം
10000	പതിനായിരം
100000	ലക്ഷം
1000000	പത്ത് ലക്ഷം
10000000	കോടി
100000000	പത്ത് കോടി

ഇങ്ങനെ തുടർന്നെഴുതിയാൽ സംഖ്യകൾ നൂറുകോടി, ആയിരം കോടി എന്നിങ്ങനെ നീണ്ടുപോകും.

ഇനി തൊണ്ണൂറ്റി ഒമ്പതിനായിരത്തി തൊള്ളായിരത്തി തൊണ്ണൂറ്റി ഒമ്പതിന്റെ കൂടെ ഒന്ന് കൂട്ടിയാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യ ഏതാണെന്നു പറയാമോ?

$$99999 + 1 = 100000$$

ഈ സംഖ്യ എങ്ങനെ വായിക്കും?

പട്ടിക നോക്കൂ.

ഒരു ലക്ഷത്തിൽ ആറ് അക്കങ്ങൾ ഉണ്ട്.

അതായത് ഒരു ലക്ഷം എന്നത് ആറക്കസംഖ്യയാണ്. അപ്പോൾ ഏറ്റവും വലിയ ആറക്കസംഖ്യ ഏതാണ്?

ഭീമൻ സംഖ്യ

സാധാരണയായി നമുക്ക് അറിയാവുന്ന വലിയ സംഖ്യ ചോദിച്ചാൽ കോടി, 100 കോടി എന്നൊക്കെയാണ് പറയാറുള്ളത്. 1 നുശേഷം 10 പൂജ്യം ചേർത്താൽ ആയിരം കോടിയായി. 1 നു ശേഷം 100 പൂജ്യമുള്ള സംഖ്യയുടെ വലുപ്പം ആലോചിക്കൂ... ഇതാണ് "ഗൂഗോൾ" (googol) എന്ന സംഖ്യ. 1938-ൽ എഡ്വേർഡ് കാസ്നർ ആണ് ഈ പേര് കൊടുത്തത്.

ലക്ഷത്തിന് നൂറായിരം (Hundred thousand) എന്നും 10 ലക്ഷത്തിന് മില്യൻ (Million) എന്നുമാണ് മറ്റ് ചില രാജ്യങ്ങളിൽ പേരുകൾ.

ഒമ്പത് ലക്ഷത്തി തൊണ്ണൂറ്റി ഒമ്പതിനായിരത്തി തൊള്ളായിരത്തി തൊണ്ണൂറ്റി ഒമ്പതിന്റെ കൂടെ ഒന്ന് കൂട്ടിയാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യ ഏതാണ്?

അതായത്, 999999 + 1 =

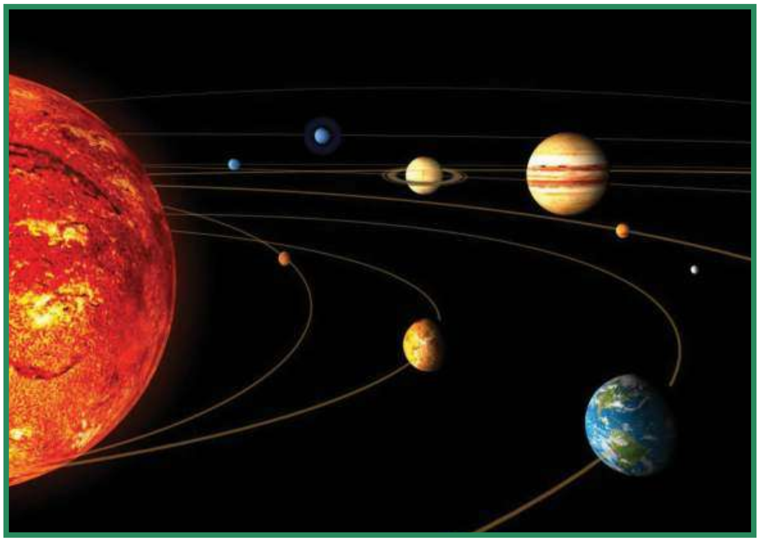
- ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന സംഖ്യകൾ പട്ടികയിലെ ഏതെല്ലാം സംഖ്യകൾക്കിടയിലാണെന്ന് കണ്ടെത്തൂ.

  3245; 435268; 26736; 43526720

- ഒരു ആറക്കസംഖ്യ എഴുതുക. ഈ സംഖ്യ പട്ടികയിലെ ഏതെല്ലാം സംഖ്യകൾക്ക് ഇടയിലായിരിക്കും? ഈ സംഖ്യ എങ്ങനെ വായിക്കും?
- ലക്ഷത്തിനും പത്തു ലക്ഷത്തിനും ഇടയിലുള്ള അഞ്ച് സംഖ്യകൾ എഴുതുക. ഈ സംഖ്യകൾ എങ്ങനെയാണ് വായിക്കുന്നത്?

ഗ്രഹദൂരം

സൂര്യനിൽനിന്നു വിവിധ ഗ്രഹങ്ങളിലേക്കുള്ള ദൂരം ചുവടെ പട്ടികയിൽ തന്നിരിക്കുന്നു.



ഗ്രഹങ്ങൾ	ദൂരം (കി.മി)
ബുധൻ	57909175
ശുക്രൻ	108200000
ഭൂമി	149600011
ചൊവ്വ	227940000
വ്യാഴം	778333000
ശനി	1429400000
യുറാനസ്	2870990000
നെപ്റ്റ്യൂൺ	4504300000

ഭൂമിയിൽനിന്നു സൂര്യനിലേക്ക് എത്ര കിലോമീറ്റർ ദൂരം ഉണ്ട്?

ഈ ദൂരം 149600011 കിലോമീറ്റർ ആണെന്ന് പട്ടികയിൽനിന്നു കാണാം. ഈ ദൂരം എങ്ങനെ വായിക്കും?

പതിനാലു കോടി തൊണ്ണൂറ്റി ആറ് ലക്ഷത്തി പതിനൊന്ന്.

വ്യാഴത്തിൽനിന്നു സൂര്യനിലേക്കുള്ള ദൂരം എത്ര കിലോമീറ്ററാണ്?

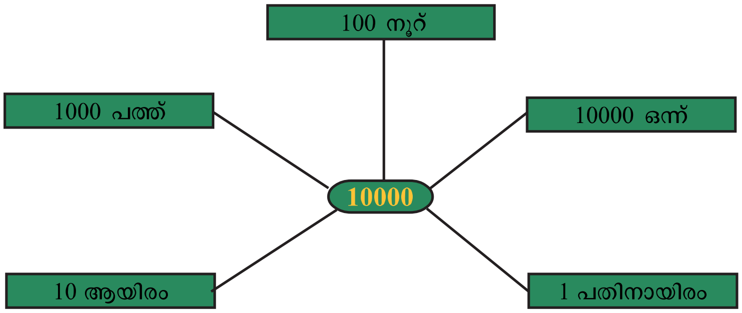
സൂര്യനോട് ഏറ്റവും അടുത്തുള്ള ഗ്രഹത്തിലേക്കുള്ള ദൂരം എത്രയാണ്?

സൂര്യനോട് ഏറ്റവും അകലെയുള്ള ഗ്രഹത്തിലേക്കുള്ള ദൂരമോ?

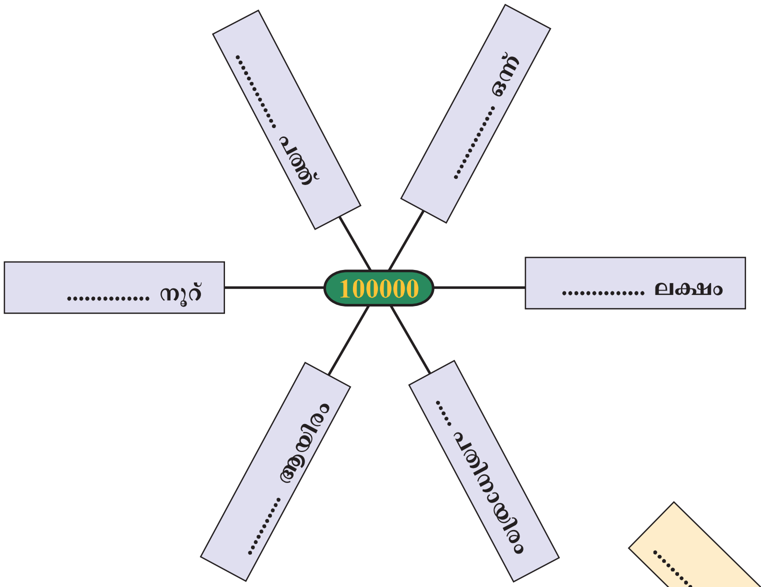
മുകളിൽ കണ്ടെത്തിയ ദൂരങ്ങളെല്ലാം വായിച്ചുനോക്കൂ.

പതിനായിരം പലതരം

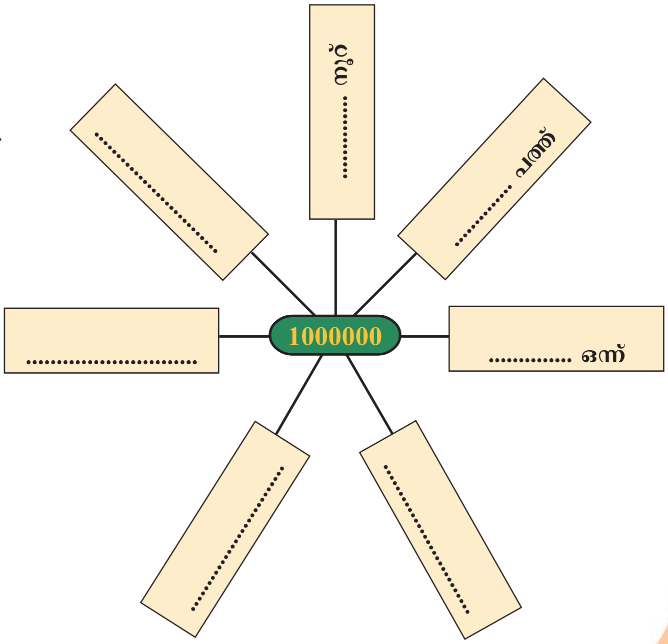
10000 പലതരത്തിൽ എഴുതിയത് നോക്കൂ.



ഇതേപോലെ 100000 ത്തിനെ പലരീതിയിൽ എഴുതി നോക്കൂ.



പത്തുലക്ഷത്തെ എങ്ങനെ പലരീതിയിൽ എഴുതും?



എത്ര സംഖ്യകൾ!

1, 2, 3, 4, 5 എന്നീ അക്കങ്ങൾ ആവർത്തിക്കാതെ എത്ര അഞ്ചക്കസംഖ്യകൾ ഉണ്ടാക്കാം? ഇത്തരത്തിലുള്ള എല്ലാ അഞ്ചക്കസംഖ്യകളും എഴുതി നോക്കുന്നത് എളുപ്പമല്ലല്ലോ.

രണ്ടക്കങ്ങൾ മാത്രമേ ഉള്ളുവെങ്കിലോ? ഉദാഹരണമായി, 3, 4 എന്നിവ ഉപയോഗിച്ച് ഉണ്ടാക്കാവുന്ന രണ്ടക്കസംഖ്യകൾ 34 ഉം 43 ഉം ആണല്ലോ.

ഇനി മൂന്നക്കങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചുള്ള മൂന്നക്കസംഖ്യകൾ ആണെങ്കിലോ? ആകെ 6 സംഖ്യകൾ കിട്ടും.

ഇനി നാല് അക്കങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചുള്ള നാലക്കസംഖ്യകളുടെ എണ്ണം കണക്കാക്കിക്കൂടേ? അഞ്ചക്കങ്ങളായാലോ?

KT-131 / 3-Maths 5 (M)/Vol - 1

ഒരു സംഖ്യ പലതരം

അക്കങ്ങൾകൊണ്ടൊരു കളി

1 2 3 4 5

ഇങ്ങനെ തുടർച്ചയായി അഞ്ചു തവണ അടുത്തടുത്തായി എഴുതുക. ഒരു വലിയ സംഖ്യ കിട്ടിയില്ലേ. ഇതിൽനിന്ന് ഇഷ്ടമുള്ള 10 അക്കങ്ങൾ വെട്ടിക്കളയുക. ബാക്കി വരുന്നവ അതേ ക്രമത്തിൽ ചേർത്തു വച്ചാൽ 15 അക്കങ്ങളുള്ള ഒരു സംഖ്യ കിട്ടില്ലേ? വെട്ടുന്ന അക്കങ്ങൾ മാറുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന സംഖ്യയും മാറും. ഇങ്ങനെ കിട്ടുന്ന ഏറ്റവും വലിയ 15 അക്ക സംഖ്യ ഏതാണ്?

- 85492 നെ ഏതെല്ലാം തരത്തിൽ എഴുതാം?

85492

മുകളിൽ: 854 നൂറ് ... 9 ... പത്ത് ... 2 ... ഒന്ന്

ഇടത്: .... ഒന്ന് / .... പത്ത് / .... നൂറ് / .... ആയിരം / .... പതിനായിരം

വലത്: .... ഒന്ന് / .... പത്ത് / .... നൂറ് / .... ആയിരം

താഴെ: .... പത്ത് .... ഒന്ന്

- ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നതിൽ ഒഴിഞ്ഞു കിടക്കുന്ന സ്ഥാനങ്ങളിൽ അനുയോജ്യമായ സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

....

മുകളിൽ: ...... ഒന്ന് ...... നൂറ് ...... പതിനായിരം ...... ലക്ഷം

ഇടത്: 6 ഒന്ന് / 3 പത്ത് / 48 നൂറ് / 2 പതിനായിരം / 3 ലക്ഷം

വലത്: .... ഒന്ന് / .... പത്ത് / .... ആയിരം / .... ലക്ഷം

താഴെ: .... പത്ത് .... ഒന്ന്

- 136749 നെ പല രീതിയിൽ എഴുതിനോക്കൂ.

ജനസംഖ്യ

2011-ലെ സെൻസസ് അടിസ്ഥാനമാക്കി ഇന്ത്യയിലെ ചില സംസ്ഥാനങ്ങളിലെ ജനസംഖ്യ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു:

സംസ്ഥാനങ്ങൾ	ജനസംഖ്യ
ജമ്മുകാശ്മീർ	12548926
ഹിമാചൽ പ്രദേശ്	6856509
ഉത്തരാഖണ്ഡ്	10116752
ഹരിയാന	25353081
രാജസ്ഥാൻ	68621012
ഉത്തർപ്രദേശ്	199581477
ബീഹാർ	103804637
സിക്കിം	607688
കേരളം	33387677
തമിഴ്നാട്	72138958
കർണാടകം	61130704
ഗോവ	1457723
പഞ്ചാബ്	27704236

- പട്ടികയിൽ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ജനസംഖ്യയുള്ള സംസ്ഥാനം ഏത്? ജനസംഖ്യ എത്ര?
- പട്ടികയിൽ ഏറ്റവും കൂടിയ ജനസംഖ്യയുള്ള സംസ്ഥാനം ഏത്? ജനസംഖ്യ എത്ര?
- ഈ രണ്ടു സംസ്ഥാനങ്ങളിലെ ജനസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എത്രയാണ്?
- നമ്മുടെ അയൽസംസ്ഥാനങ്ങളായ തമിഴ്നാട്, കർണാടകം എന്നിവിടങ്ങളിലെ ആകെ ജനസംഖ്യ എത്ര?
- ഉത്തർപ്രദേശിലെ ജനസംഖ്യ, ബീഹാറിലേതിനേക്കാൾ എത്ര കൂടുതലാണ്?
- പട്ടികയിൽ എഴുതിയിരിക്കുന്ന സംസ്ഥാനങ്ങളെ ജനസംഖ്യയുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ക്രമപ്പെടുത്തി എഴുതുക.

പട്ടിക വായിച്ച് കൂടുതൽ ചോദ്യങ്ങൾ തയാറാക്കി ക്ലാസിൽ അവതരിപ്പിക്കൂ.

ഇരുവഴിസംഖ്യകൾ

മുന്നോട്ടും പിന്നോട്ടും ഒരുപോലെ വായിക്കാവുന്ന സംഖ്യകളാണ് ഇരുവഴിസംഖ്യകൾ (Palindromic numbers). ഇവയെ സമമിത സംഖ്യകൾ എന്നും പറയും. ഉദാഹരണമായി

36863

ഏതു സംഖ്യയിൽനിന്നും ഇരുവഴി സംഖ്യകൾ ഉണ്ടാക്കാമോ? ഇഷ്ടമുള്ള സംഖ്യ എടുക്കുക. അതിനെ തിരിച്ചെഴുതി കൂട്ടുക. ഇങ്ങനെ ഇരുവഴിസംഖ്യ ആകുന്നതുവരെ തുടരുക.

ഉദാഹരണമായി 69. ഇതിനെ തിരിച്ചെഴുതിയാൽ 96. ഇത് ആദ്യത്തെ സംഖ്യയുമായി കൂട്ടിയാൽ 69 + 96 = 165. ഈ ക്രിയ തുടർന്നാലോ?

$$\begin{array}{r} 69 + \\ 96 \\ \hline 165 \\ 561 \\ \hline 726 \\ 627 \\ \hline 1353 \\ 3531 \\ \hline 4884 \end{array}$$

4884 ഇരുവഴിസംഖ്യയല്ലേ? വേറെ സംഖ്യകളെടുത്ത് ഇതുപോലെ ചെയ്തുനോക്കൂ.

ഏതു സംഖ്യയിൽനിന്നു തുടങ്ങിയാലും ഈ ക്രിയ ഇരുവഴി സംഖ്യയിൽ എത്തിച്ചേരുമെന്ന് ഉറപ്പില്ല. ഉദാഹരണമായി, 196 ൽനിന്ന് തുടങ്ങി ഈ ക്രിയ 70 കോടി തവണ ആവർത്തിച്ചിട്ടും ഇരുവഴിസംഖ്യയിൽ എത്തിയിട്ടില്ല.

സംഖ്യകൾ നിർമിക്കാം

സിയാദും മീരയും അക്കക്കാർഡുകൾകൊണ്ട് സംഖ്യകൾ ഉണ്ടാക്കി കളിക്കുകയാണ്.

4 0 7 8 5 6

എന്നീ കാർഡുകളാണ് രണ്ടു പേർക്കും കിട്ടിയത്.

- ഇവ ഉപയോഗിച്ച് ഉണ്ടാക്കാവുന്ന ഏറ്റവും വലിയ സംഖ്യ ഏതാണ്?
- ഏറ്റവും ചെറിയ സംഖ്യ ഏതാണ്?
- ഈ സംഖ്യകളുടെ തുകയും വ്യത്യാസവും കണക്കാക്കുക.

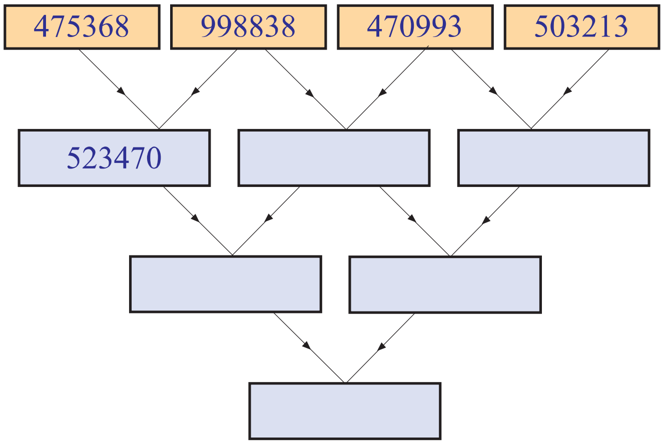
അക്കങ്ങളുടെ തുകയും അക്കത്തുകയും

ഒരു സംഖ്യയിലെ അക്കങ്ങൾ കൂട്ടിയാൽ ലഭിക്കുന്ന സംഖ്യയെ അക്കങ്ങളുടെ തുക എന്നാണ് പറയുന്നത്. ഉദാഹരണം: 347 $\rightarrow$ 3 + 4 + 7 $\rightarrow$ 14. ഈ സംഖ്യയിലെ അക്കങ്ങളുടെ തുക 1 + 4 = 5. അതായത്, 347 എന്ന സംഖ്യയുടെ അക്കങ്ങളുടെ തുക 14 ഉം അക്കത്തുക 5 ഉം ആണ്.

9, 18, 27, 36,... എന്ന സംഖ്യാക്രമത്തിലെ സംഖ്യകളുടെ അക്കത്തുകയ്ക്ക് എന്താണ് പ്രത്യേകത?

സംഖ്യാമാല

തന്നിരിക്കുന്ന ചിത്രത്തിൽ ആദ്യവരിയിലെ അടുത്തടുത്തുള്ള രണ്ടു കളങ്ങളിലെ സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസമാണ് അടുത്ത വരിയിലെ കളങ്ങളിൽ എഴുതേണ്ടത്. രണ്ടാമത്തെ വരിയിലെ അടുത്തടുത്ത കളങ്ങളിലെ സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസമാണ് അതിനടുത്ത വരിയിലെ കളങ്ങളിൽ എഴുതേണ്ടത്. ഈ രീതിയിൽ ഒഴിഞ്ഞ് കിടക്കുന്ന കളങ്ങളിലെ സംഖ്യകൾ എഴുതി നോക്കൂ.



ബജറ്റ്

ഒരു പഞ്ചായത്തിന്റെ ബജറ്റിൽ ചില മേഖലകൾക്കായി നീക്കിവച്ച തുകയുടെ വിവരം ചുവടെ പട്ടികയിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

മേഖല	തുക
ആരോഗ്യം	1255000
വിദ്യാഭ്യാസം	789000
റോഡ് വികസനം	2060000
കുടിവെള്ളം	490000

- ഏറ്റവും കൂടുതൽ തുക നീക്കിവച്ചിരിക്കുന്നത് ഏത് മേഖലയ്ക്കാണ്?
- ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ തുകയോ?
- വിദ്യാഭ്യാസത്തിനുള്ളതിനേക്കാൾ എത്ര രൂപ കൂടുതലാണ് റോഡ് വികസനത്തിന് നീക്കിവച്ചിരിക്കുന്നത്?
- എല്ലാ മേഖലകൾക്കും കൂടി നീക്കിവച്ചിരിക്കുന്നത് ആകെ എത്ര രൂപയാണ്?
- അടുത്ത വർഷത്തേക്ക് ഈ മേഖലകൾക്കായി ഇതിനേക്കാൾ 4 ലക്ഷം രൂപ കൂടുതൽ അനുവദിച്ചിട്ടുണ്ട്. അത് കൂട്ടിച്ചേർത്ത് അടുത്ത വർഷത്തെ ബജറ്റ് രണ്ടുരീതിയിൽ തയാറാക്കുക.

ഗുണനം പലവിധം

ഒരു വിദ്യാലയത്തിൽ ഓണാഘോഷത്തിൽ പങ്കെടുക്കുന്ന മുഴുവൻ കുട്ടികൾക്കും പേന നൽകാൻ തീരുമാനിച്ചു. ഒരു പേനയ്ക്ക് 6 രൂപ. 256 കുട്ടികളുണ്ടെങ്കിൽ പേന വാങ്ങാൻ എത്ര രൂപ വേണ്ടിവരും?

എങ്ങനെ കണക്കാക്കും?

$256 \times 6 = ...$

ഒരു യു. പി. സ്കൂളിൽ പഞ്ചായത്ത് വക ഫർണിച്ചർ വാങ്ങാൻ ഫണ്ട് വകയിരുത്തി. ഒരു ഡെസ്കിന് 3456 രൂപ ആകുമെങ്കിൽ 85 ഡെസ്കുകൾക്ക് എന്തു ചെലവാകും?

3456×85 ആണല്ലോ കാണേണ്ടത്.

ഇത് ചുവടെ കൊടുത്ത രീതിയിൽ എഴുതാം:

$$3456 \times 85 = 3456 \times (5 + 80)$$
$$= (3456 \times 5) + (3456 \times 80)$$

അതായത്

$3456 \times 5 = ...$

$3456 \times 80 = ...$

$3456 \times 85 = ...$

കാപ്രേക്കർ സ്ഥിരസംഖ്യ

2, 3, 5, 6 എന്നീ അക്കങ്ങൾ ആവർത്തിക്കാതെ ഉണ്ടാക്കാവുന്ന ഏറ്റവും വലിയ സംഖ്യ ഏതാണ്? ഏറ്റവും ചെറുതോ?

അവ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എത്രയാണ്?

$6532 - 2356 = 4176$

ഈ സംഖ്യയിലെ അക്കങ്ങൾ 4, 1, 7, 6 ആണല്ലോ. ഇവ ഉപയോഗിച്ച് മുകളിൽ ചെയ്തതുപോലെ ചെയ്താൽ $7641 - 1467 = 6174$. ഈ സംഖ്യയിലെ അക്കങ്ങൾ മുമ്പു ചെയ്തതുപോലെ ചെയ്തു നോക്കൂ. എന്താണ് കണ്ടെത്തിയത്? മറ്റ് നാല് അക്കങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ഇത് ചെയ്തുനോക്കാമല്ലോ.

മഹാരാഷ്ട്രയിലെ അധ്യാപകനായിരുന്ന കാപ്രേക്കർ എന്ന ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞനാണ് ഇതു കണ്ടെത്തിയത്. അതുകൊണ്ട് 6174 എന്ന സംഖ്യ കാപ്രേക്കർ സ്ഥിരസംഖ്യ എന്നപേരിലാണ് അറിയപ്പെടുന്നത്.

ഇനി മറ്റൊരു നാലക്ക സംഖ്യ എഴുതൂ. ഈ സംഖ്യ നേരെ തിരിച്ചെഴുതി വലിയ സംഖ്യയിൽ നിന്നു ചെറിയ സംഖ്യ കുറയ്ക്കുക. ഈ പ്രക്രിയ തുടരൂ. നിങ്ങൾ എന്താണു കണ്ടെത്തിയത്?

ഇത് ഇങ്ങനെ ചുരുക്കി എഴുതാം.......

$$\begin{array}{r} 3456 \times \\ 85 \\ \hline 17280 \\ 276480 \\ \hline 293760 \\ \hline\hline \end{array}$$

യൂണിഫോം വിതരണം

ഒരു സ്കൂളിൽ 528 പെൺകുട്ടികളും 443 ആൺകുട്ടികളും ഉണ്ട്. ആൺകുട്ടികളുടെ ഒരു യൂണിഫോമിന് 160 രൂപയും പെൺകുട്ടികളുടെ ഒരു യൂണിഫോമിന് 210 രൂപയും ആകുമെങ്കിൽ സ്കൂളിലെ എല്ലാ കുട്ടികൾക്കുമായി യൂണിഫോമിന് എന്തു ചെലവാകും?

ഗുണിച്ചു നോക്കാതെ

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 1 \times 3 \times 4 \times 10.$

ഒന്നു മുതൽ അഞ്ചു വരെ തുടർച്ചയായ സംഖ്യകൾ ഗുണിച്ചാൽ ഗുണനഫലത്തിന്റെ അവസാന അക്കം പൂജ്യമായിരിക്കും.

ഒന്നു മുതൽ പത്തു വരെയുള്ള സംഖ്യകൾ ഗുണിച്ചാലോ? ഗുണനഫലത്തിന്റെ അവസാനത്തെ എത്ര അക്കങ്ങൾ പൂജ്യമായിരിക്കും? ഗുണിച്ച് നോക്കാതെ പറയാമോ?

രണ്ടായാലും ഒന്ന്

ക്വിസ് മത്സരവിജയികൾക്ക് സമ്മാനം നൽകാനായി രാജീവൻ മാസ്റ്റർ 12 രൂപയുടെ 3 പാക്കറ്റ് ക്രയോൺ വാങ്ങി. മത്സരം കഴിഞ്ഞപ്പോൾ 2 പേർക്കു കൂടി സമ്മാനം കൊടുക്കേണ്ടിവന്നതിനാൽ വീണ്ടും രണ്ടു പാക്കറ്റ് വാങ്ങി. സമ്മാനത്തിനായി ആകെ എത്ര രൂപ ചെലവായി?

ആദ്യം ചെലവായത് = 12×3 = 36 രൂപ

വീണ്ടും 2 പാക്കറ്റ് വാങ്ങിയപ്പോൾ

ചെലവായത് = 12×2 = 24 രൂപ

ആകെ = $36 + 24$ = 60 രൂപ

ഇതു തന്നെ മറ്റൊരു രീതിയിലും കാണാം:

ആകെ വാങ്ങിയ പാക്കറ്റുകളുടെ എണ്ണം = $3 + 2 = 5$

ഒന്നിന്റെ വില = 12

ആകെ = $12 \times 5 = 60$ രൂപ

ഇതിൽ നിന്നു നിങ്ങൾ എന്തു കണ്ടെത്തി?

$$(3 + 2) \times 12 = (3 \times 12) + (2 \times 12)$$

സംഖ്യാബന്ധം

തുടർച്ചയായ 4 എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലത്തോട് ഒന്ന് കൂട്ടുക.

ഈ സംഖ്യകളിൽ ചെറിയ സംഖ്യയും വലിയ സംഖ്യയും ഗുണിച്ച് കിട്ടുന്നതിനോട് ഒന്ന് കൂട്ടുക.

ഇങ്ങനെ കിട്ടിയ സംഖ്യകൾ തമ്മിൽ എന്താണ് ബന്ധം?

കൂടുതൽ ഉദാഹരണങ്ങളിലൂടെ നിങ്ങളുടെ നിഗമനം കണ്ടെത്തൂ.

മനക്കണക്കായി ചെയ്യാം

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവ മനക്കണക്കായി കണ്ടെത്തുക.

$$225 \times 98 + 225 \times 2$$

$$45 \times 92 + 45 \times 8$$

$$115 \times 88 + 115 \times 12$$

$$132 \times 7 + 132 \times 993$$

- ഒരു വിദ്യാഭ്യാസ ജില്ലയിലെ 215 വിദ്യാലയങ്ങളിൽ ഗണിതലാബ് സജ്ജീകരിക്കുന്നതിനായി ജില്ലാപഞ്ചായത്ത് ഓരോ വിദ്യാലയത്തിനും 4850 രൂപ വീതം അനുവദിച്ചു. 36 വിദ്യാലയങ്ങളിൽ കമ്പ്യൂട്ടർ ലാബ് സജ്ജീകരിക്കുന്നതിന് 76500 രൂപ വീതവും അനുവദിച്ചു. എങ്കിൽ ലാബുകളുടെ സജ്ജീകരണത്തിനായി പഞ്ചായത്ത് ആകെ എത്ര തുക നീക്കിവച്ചു?
- സ്കൂൾ ഉച്ചഭക്ഷണ പദ്ധതിയിൽ ഒരു കുട്ടിക്ക് ഒരു ദിവസത്തേക്ക് വേണ്ടിവരുന്നത് 150 ഗ്രാം അരിയാണ്. ഉച്ചഭക്ഷണ പദ്ധതിയിൻ കീഴിൽ 1240 കുട്ടികൾ ഉണ്ട്. ഒരു ദിവസത്തേക്ക് ഇവർക്ക് ആകെ എത്ര കിലോഗ്രാം അരി വേണ്ടിവരും?
- ഒരു യു. പി. സ്കൂളിൽ കമ്പ്യൂട്ടർ ലാബ് നിർമാണത്തിനായി പി. ടി. എ. 236465 രൂപ ശേഖരിച്ചു. ശേഖരിച്ച തുകയിൽ 1000 രൂപ, 500 രൂപ, 100 രൂപ, 50 രൂപ, 10 രൂപ, 5 രൂപ നോട്ടുകളാണ് ഉള്ളത്. 1000 രൂപാനോട്ടുകളുടെ എണ്ണം 100. മറ്റു നോട്ടുകൾ ഓരോന്നും എത്രയൊക്കെ ആവാം? ഏതെങ്കിലും മൂന്നു രീതികളിൽ എഴുതുക.
- വായനവാരം പ്രമാണിച്ച് സംസ്ഥാനത്തെ തിരഞ്ഞെടുക്കപ്പെട്ട 587 ഗ്രന്ഥാലയങ്ങൾക്കായി 1221 പുസ്തകങ്ങൾ വീതം നൽകാൻ തീരുമാനമായി. എങ്കിൽ പദ്ധതിക്കുവേണ്ടി ആകെ എത്ര പുസ്തകങ്ങൾ വാങ്ങേണ്ടിവരും?
- രണ്ട് സ്ഥാനാർഥികൾ മാത്രം മത്സരിച്ച ഒരു തിരഞ്ഞെടുപ്പിൽ വിജയിയായ സ്ഥാനാർഥിക്ക് 374436 വോട്ടും എതിർ സ്ഥാനാർഥിക്ക് 293760 വോട്ടും ലഭിച്ചു. 1436 വോട്ടുകൾ അസാധുവായി. എങ്കിൽ ജയിച്ച സ്ഥാനാർഥിയുടെ ഭൂരിപക്ഷം എത്രയാണ്? അവിടെ ആകെ എത്രപേരാണ് വോട്ട് ചെയ്തത്?

പ്രോജക്ട്

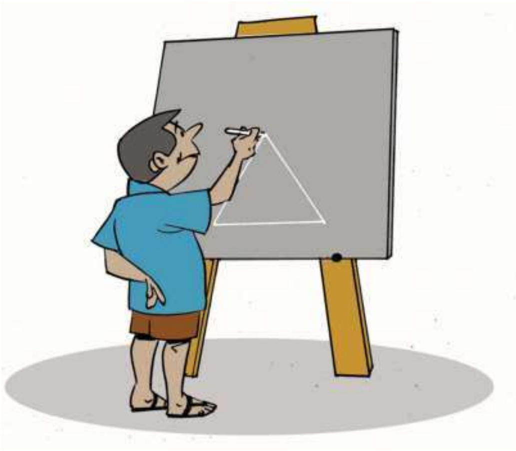
ഒരു നാലക്കസംഖ്യ എഴുതി അത് തിരിച്ചെഴുതുക. വലുതിൽ നിന്ന് ചെറുത് കുറയ്ക്കുക. കിട്ടുന്ന സംഖ്യയുടെ അക്കത്തുകയ്ക്ക് എന്തെങ്കിലും പ്രത്യേകതയുണ്ടോ?

തിരിഞ്ഞുനോക്കുമ്പോൾ

പഠനനേട്ടങ്ങൾ	എനിക്ക് കഴിയും	ടീച്ചറുടെ സഹായത്തോടെ കഴിയും	ഇനിയും മെച്ചപ്പെടേണ്ടതുണ്ട്
• ലക്ഷം, പത്തുലക്ഷം, കോടി തുടങ്ങിയ വലിയസംഖ്യകളെ അക്കങ്ങളുടെ എണ്ണം അടിസ്ഥാനമാക്കി വായിക്കാനും എഴുതാനും കഴിയുന്നു.			
• സംഖ്യകളിൽ ഓരോ സ്ഥാനം ഇടത്തോട്ട് പോകും തോറും സ്ഥാനവില 10 മടങ്ങാകുന്നു എന്നു വിശദീകരിക്കാൻ കഴിയുന്നു.			
• ഏതു സംഖ്യയെയും സന്ദർഭത്തിനനുസരിച്ച് ഒന്നുകൾ, പത്തുകൾ, നൂറുകൾ, ആയിരങ്ങൾ,... എന്നിങ്ങനെയുള്ള കൂട്ടങ്ങളാക്കാൻ കഴിയുന്നു.			
• ഒരു സംഖ്യയെ മൂന്നക്കസംഖ്യകൾകൊണ്ട് ഗുണിക്കുന്നതിന് അനുയോജ്യമായ മാർഗം കണ്ടെത്താൻ കഴിയുന്നു.			
• ഗുണനത്തിന്റെ വ്യത്യസ്ത മാർഗങ്ങൾ വിശദീകരിക്കുന്നു.			
• വലിയസംഖ്യകൾ ഉൾപ്പെടുന്ന പ്രായോഗികപ്രശ്നങ്ങൾ, ചതുഷ്ക്രിയകളുടെ സഹായത്തോടെ പരിഹരിക്കുന്നു.			

2

വരകൾ ചേരുമ്പോൾ



KT-131 / 4-Maths 5 (M)Vol - 1

ഫോട്ടോയിലെ കൗതുകം

മാളു വേനലവധിയിൽ വിനോദയാത്രയ്ക്ക് പോയപ്പോൾ എടുത്ത ഫോട്ടോകൾ ക്ലാസിൽ കൊണ്ടുവന്നു. ഇവയിൽ ചില ഫോട്ടോകൾ കുറച്ചു നേരം നോക്കിയിട്ട് അപ്പു പറഞ്ഞു: "ഈ ചിത്രങ്ങളിലെല്ലാം ചില പ്രത്യേകതകൾ ഉണ്ട്".

അപ്പു നോക്കിയ ഫോട്ടോകളാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിട്ടുള്ളത്.

"അതെന്താണ്?" എല്ലാവരും ഫോട്ടോകൾ മാറിമാറി നോക്കി.

അവസാനം അപ്പു തന്നെ പറഞ്ഞു: "ഈ ചിത്രങ്ങളിലെല്ലാം ചില വസ്തുക്കൾ കുത്തനെയാണ്, മറ്റു ചിലത് അൽപ്പം ചരിഞ്ഞവയും."

ഫോട്ടോകൾ നിങ്ങളും കണ്ടല്ലോ.

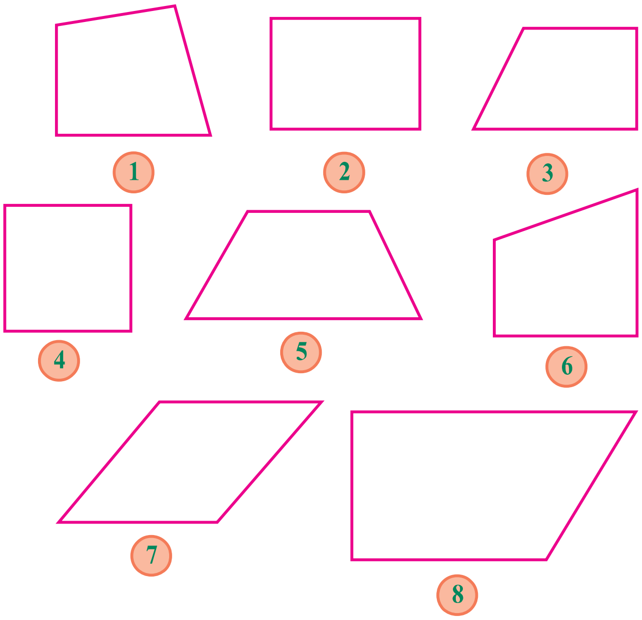
ചരിഞ്ഞ ഗോപുരം

ഇറ്റലിയിലെ പിസാ നഗരത്തിലുള്ള ഗോപുരം ആണ് ചിത്രത്തിലുള്ളത്. പിസയിലെ ചരിഞ്ഞ ഗോപുരം (Leaning Tower of Pisa) എന്ന പേരിൽ ഇത് പ്രസിദ്ധമാണ്.

ഗോപുരം അൽപ്പാൽപ്പം ചരിഞ്ഞു കൊണ്ടിരിക്കുന്നതായി പിന്നീട് കണ്ടെത്തി. ഗോപുരത്തെ ശരിക്കും നിവർത്തി കുത്തനെ ആക്കാമായിരുന്നെങ്കിലും വിനോദസഞ്ചാരികളെ ആകർഷിക്കുന്നത് ഗോപുരത്തിന്റെ ചരിവായതിനാൽ അത് അങ്ങനെ നിലനിർത്താനായിരുന്നു തീരുമാനം.

നാലു വശങ്ങൾ

നാലു വശങ്ങളുള്ള ചില രൂപങ്ങളാണ് (ചതുർഭുജങ്ങൾ) ചുവടെ വരച്ചിട്ടുള്ളത്.



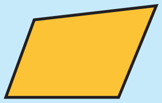
ഈ ചിത്രങ്ങളിൽ താഴത്തെ വരയിൽനിന്ന് കുത്തനെ മേൽപ്പോട്ട് വരച്ച വരകളും ചരിച്ചുവരച്ച വരകളും കാണാം. ഉദാഹരണമായി, ഒന്നാമത്തെ ചിത്രത്തിൽ ഇടത്തേവര താഴത്തെ വരയിൽനിന്നു കുത്തനെ മേൽപ്പോട്ടാണ് വരച്ചത്; വലത്തേ വര അൽപം ചരിഞ്ഞും. ഇതുപോലെ മറ്റു ചിത്രങ്ങളിലുള്ളവ കണ്ടെത്തി പട്ടികയാക്കൂ.

ചിത്രം	കുത്തനെയുള്ള വര	ചരിഞ്ഞിരിക്കുന്ന വര
1	ഇടത്തേ വര	വലത്തേ വര
2		
3		
4		
5		ഇടത്തേ വര, വലത്തേ വര
6		
7		
8		

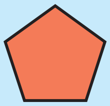
ബഹുഭുജങ്ങൾ

വശങ്ങളുടെ എണ്ണമനുസരിച്ചാണ് ജ്യാമിതീയരൂപങ്ങൾക്കു പേരിട്ടിരിക്കുന്നത്. നാലു വശങ്ങൾ ഉള്ളത് ചതുർഭുജം, അഞ്ചു വശങ്ങളുള്ളതിനെ പഞ്ചഭുജം, ആറു വശങ്ങളുള്ളതിനെ ഷഡ്ഭുജം എന്നിങ്ങനെ.

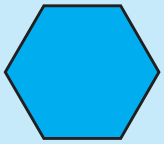
ചതുർഭുജം



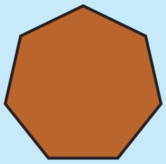
പഞ്ചഭുജം



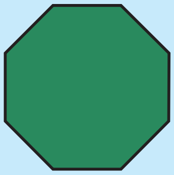
ഷഡ്ഭുജം



സപ്തഭുജം



അഷ്ടഭുജം



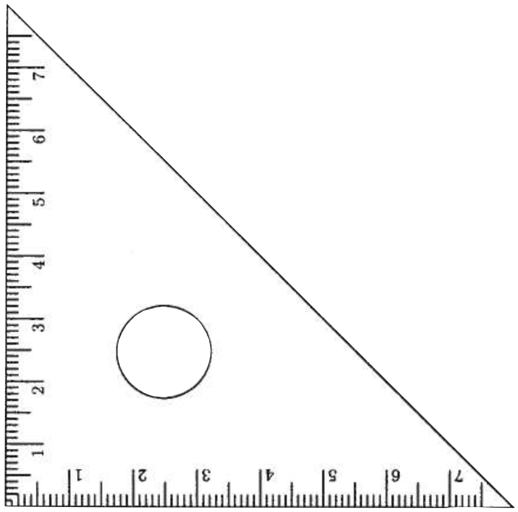
സംസ്കൃതഭാഷയിൽ നാല്, അഞ്ച്, ആറ്, ഏഴ്, എട്ട് എന്നീ സംഖ്യകളെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന ശബ്ദങ്ങളാണ് ചതുർ, പഞ്ച, ഷഡ്, സപ്ത, അഷ്ട എന്നിവ. ഭുജം എന്നാൽ കൈ, ശാഖ എന്നെല്ലാമാണ് അർഥം.

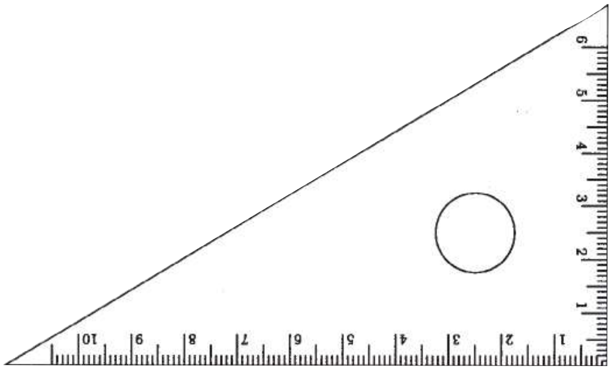
മട്ടസൂത്രം

രാമേട്ടൻ ഒരു മരപ്പലകയിൽനിന്ന് ചതുരാകൃതിയിലുള്ള മരക്കഷണം മുറിച്ചെടുക്കാൻ ശ്രമിക്കുകയാണ്. ഒരു വശം മറ്റേ വശത്തിന് കുത്തനെയാക്കുന്നതിന് രാമേട്ടൻ ഉപയോഗിച്ച ഉപകരണം കണ്ടുവല്ലോ.

ഇതിനെ മട്ടം എന്നാണ് വിളിക്കുന്നത്.

നമ്മുടെ ജ്യാമിതിപ്പെട്ടിയിലും രണ്ടു മട്ടങ്ങൾ (Set Squares) ഉണ്ട്.





ഇവയുടെ ഉപയോഗം എന്തൊക്കെയാണ്?

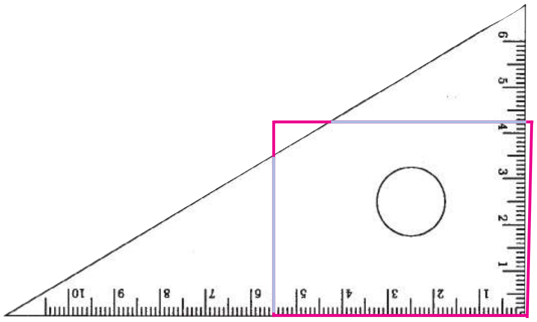
മട്ടം വച്ച് നോക്കാം

ചുവടെ വരച്ച ചതുർഭുജം നോക്കൂ.

ഇവിടെ ഇടത്, വലത് വരകൾ താഴെയുള്ള വരയ്ക്കു കുത്തനെ മേൽപ്പോട്ടാണോ?

അൽപ്പം സംശയം ഉണ്ട്, അല്ലേ?

ഒരു മട്ടം ഉപയോഗിച്ച് നമുക്ക് പരിശോധിച്ചുനോക്കാം.



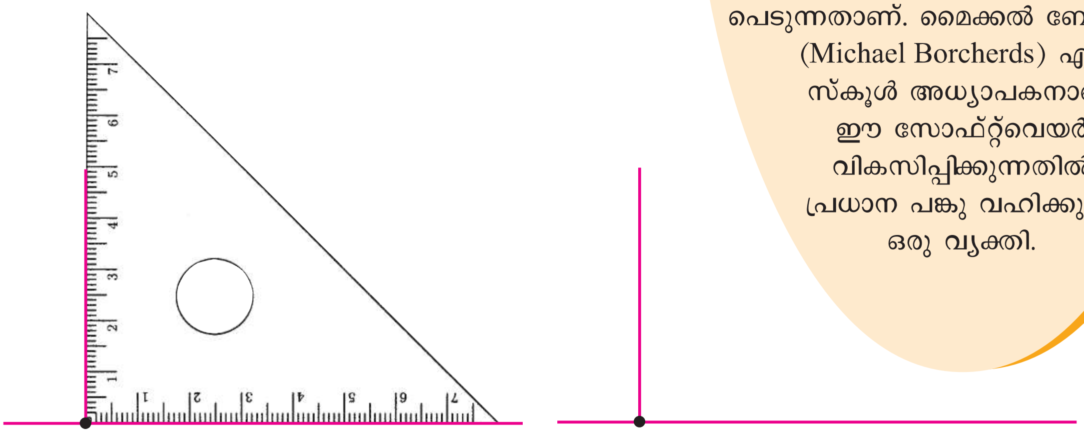
വലത്തേ വര അൽപ്പം ചരിഞ്ഞിട്ടുണ്ട്.

വരച്ചുനോക്കാം

ഒരു വര വരച്ച് അതിൽ ഒരു കുത്ത് (ബിന്ദു) ഇട്ടതിന്റെ ചിത്രമാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിട്ടുള്ളത്.

ഈ വരയ്ക്കു കുത്തനെയായി മറ്റൊരു വര വരയ്ക്കണം. അത് ഈ കുത്തിലൂടെയാകുകയും വേണം.

ഇതിനും ജ്യാമിതിപ്പെട്ടിയിലെ മട്ടം ഉപയോഗിക്കാം.



ഇപ്പോൾ വരച്ച വര ആദ്യത്തെ വരയിൽനിന്നും കുത്തനെ മേൽപ്പോട്ടാണ്.

മട്ടത്തിന്റെ മൂന്ന് മൂലകളിൽ ഒരു മൂല ഉപയോഗിച്ചാണല്ലോ ഇവിടെ കുത്തനെയുള്ള വര വരച്ചത്.

മട്ടത്തിന്റെ മറ്റു മൂലകളിൽ നിന്ന് ഈ മൂലയ്ക്ക് ഒരു പ്രത്യേകത ഉണ്ട്. ഇവിടെ മട്ടത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന് (വക്ക്) കുത്തനെയാണ് തൊട്ടടുത്ത വശം. ഈ വശങ്ങൾ ചേർന്നുണ്ടാകുന്ന മൂലയെ 'മട്ടമൂല' എന്നു പറയുന്നു.

ജിയോജിബ്ര

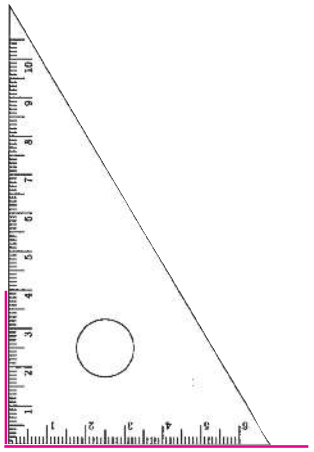
സ്കൂൾ തലം മുതൽ ഗണിതപഠനത്തിന് ഏറെ സഹായകമായ ഒരു സോഫ്റ്റ്‌വെയറാണ് ജിയോജിബ്ര. വിവിധ ഓപ്പറേറ്റിങ് സിസ്റ്റങ്ങളിൽ പ്രവർത്തിക്കുന്ന തരത്തിൽ ഈ സോഫ്റ്റ്‌വെയർ ലഭ്യമാണ്. ഗ്നു/ലിനക്സിൽ പ്രവർത്തിക്കുന്ന "Geogebra 4" ആണ് നാം ഉപയോഗിക്കുന്നത്. ആസ്ത്രിയയിലുള്ള സാൽസ്ബർഗ് യൂണിവേഴ്സിറ്റിയിലെ അധ്യാപകനായിരുന്ന മർകസ് ഹോവൻ വാർടർ 2001-ൽ രൂപപ്പെടുത്തിയതും ഇപ്പോഴും മെച്ചപ്പെടുത്തിക്കൊണ്ടിരിക്കുന്നതുമായ ഒരു ഗണിതപഠന സോഫ്റ്റ്‌വെയറാണ് ജിയോജിബ്ര. ഇത് പൂർണമായും സ്വതന്ത്ര സോഫ്റ്റ്‌വെയർ ഗണത്തിൽ പെടുന്നതാണ്. മൈക്കൽ ബോർച്ചാഡ് (Michael Borcherds) എന്ന സ്കൂൾ അധ്യാപകനാണ് ഈ സോഫ്റ്റ്‌വെയർ വികസിപ്പിക്കുന്നതിൽ പ്രധാന പങ്കു വഹിക്കുന്ന ഒരു വ്യക്തി.

ഇനി ഇതുപോലൊരു ചിത്രം നോട്ടുപുസ്തകത്തിൽ വരച്ചുനോക്കൂ.

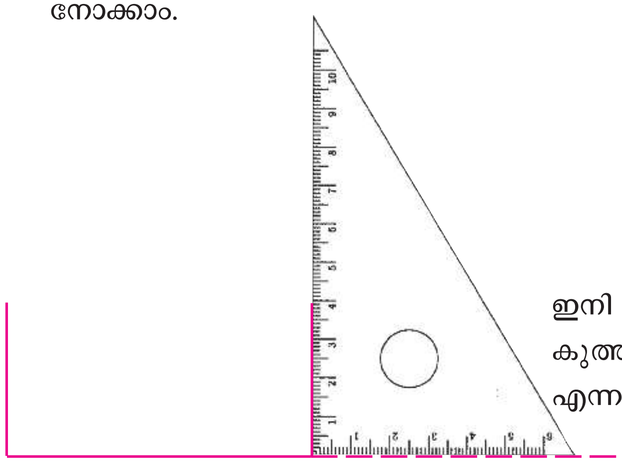
ഒരു വര വരയ്ക്കുക. വരയ്ക്ക് കുത്തനെയായി രണ്ടു വരകൾ വരയ്ക്കുക.

ഒരു വരയ്ക്ക് കുത്തനെ എത്ര വരകൾ വരയ്ക്കാം?

ഒരു വരയുടെ അറ്റത്തുള്ള ബിന്ദുവിലൂടെ വരയ്ക്ക് കുത്തനെയുള്ള വര എങ്ങനെ വരയ്ക്കും?



ആദ്യം നമുക്ക് വരയുടെ ഇടത്തേ അറ്റത്തുള്ള ബിന്ദുവിലൂടെ കുത്തനെയുള്ള വര എങ്ങനെ വരയ്ക്കും എന്നു നോക്കാം.



ഇനി വലത്തേ അറ്റത്തുള്ള ബിന്ദുവിൽനിന്ന് കുത്തനെയുള്ള വര എങ്ങനെ വരയ്ക്കാം എന്നു നോക്കാം.

ആദ്യവര അൽപ്പം നീട്ടി വരച്ചതിന്റെ ആവശ്യം മനസ്സിലായല്ലോ.

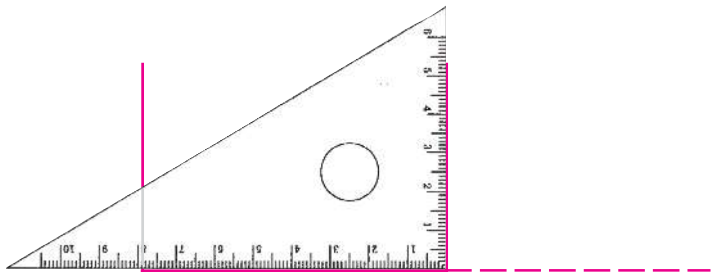
Polygon Tool

Application → Education → Geogebra എന്ന ക്രമത്തിൽ ജിയോജിബ്ര സോഫ്റ്റ്വെയർ തുറക്കുക. Tools → polygon tools → polygon എന്ന ക്രമത്തിൽ എടുക്കുക.

പ്രതലത്തിൽ നാലു ബിന്ദുക്കളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് ഒടുവിൽ ആദ്യ ബിന്ദുവിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്താൽ ചതുർഭുജം കിട്ടും. ഈ രീതിയിൽ വ്യത്യസ്ത ചതുർഭുജങ്ങൾ നിർമിക്കുക.

Tool bar ൽനിന്ന് Move tool എടുക്കുക. ചതുർഭുജങ്ങളുടെ മൂലയിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് ഇടത്, വലത് വരകൾ താഴത്തെ വരയ്ക്ക് കുത്തനെയാക്കുക.

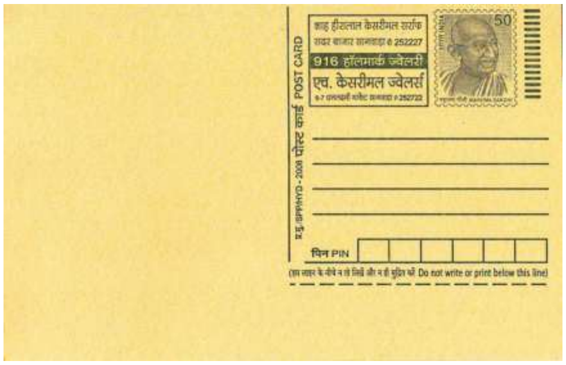
ഇപ്പോൾ വരച്ച വര മറ്റൊരു രീതിയിലും വരയ്ക്കാം.

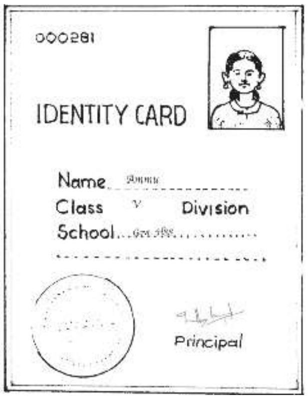


വരച്ചുനോക്കാം

- 6 സെന്റിമീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു വര വരയ്ക്കുക. ഈ വരയുടെ ഇടത്തേ അറ്റത്തെ ബിന്ദുവിൽനിന്ന് 3 സെന്റിമീറ്റർ ഉയരത്തിൽ കുത്തനെ ഒരു വര വരയ്ക്കുക. വലത്തേ അറ്റത്തെ ബിന്ദുവിൽ നിന്നും 4 സെന്റിമീറ്റർ ഉയരത്തിൽ കുത്തനെ ഒരു വര വരയ്ക്കുക. ഇപ്പോൾ വരച്ച വരകളുടെ രണ്ടറ്റങ്ങളും യോജിപ്പിച്ച് വരയ്ക്കുക.
- 7 സെന്റിമീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു വര വരച്ച് രണ്ടറ്റങ്ങളിലും വരയ്ക്ക് കുത്തനെ 4 സെന്റിമീറ്റർ ഉയരമുള്ള വരകൾ വരയ്ക്കുക. ഇപ്പോൾ വരച്ച വരകളുടെ രണ്ടറ്റങ്ങളും യോജിപ്പിച്ച് വരയ്ക്കുക. ഈ വരയുടെ നീളം അളന്നെഴുതുക. ഇപ്പോൾ വരച്ച ചിത്രം നോക്കൂ. ഈ ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും എത്രയാണ്?

ചതുരാകൃതിയിലുള്ള ചില വസ്തുക്കളുടെ ചിത്രങ്ങൾ ആണ് ചുവടെ കൊടുത്തിട്ടുള്ളത്.



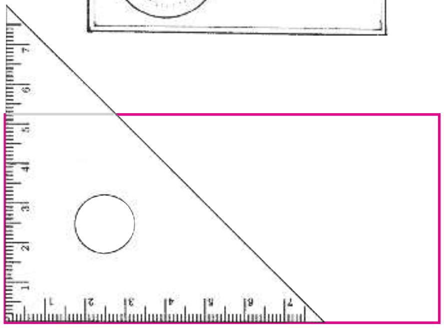


ഇത്തരം വസ്തുക്കളുടെ വശങ്ങൾ അളന്നുനോക്കൂ.

ചതുരങ്ങളുടെ എതിർവശങ്ങളുടെ നീളം തുല്യമല്ലേ?

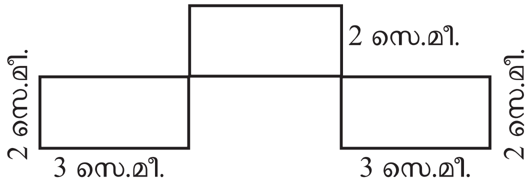
മൂലകളെ കുറിച്ച് എന്തു പറയാം?

ചതുരത്തിന്റെ മൂലകൾ മട്ടമാണ് എന്നു പറയാം.



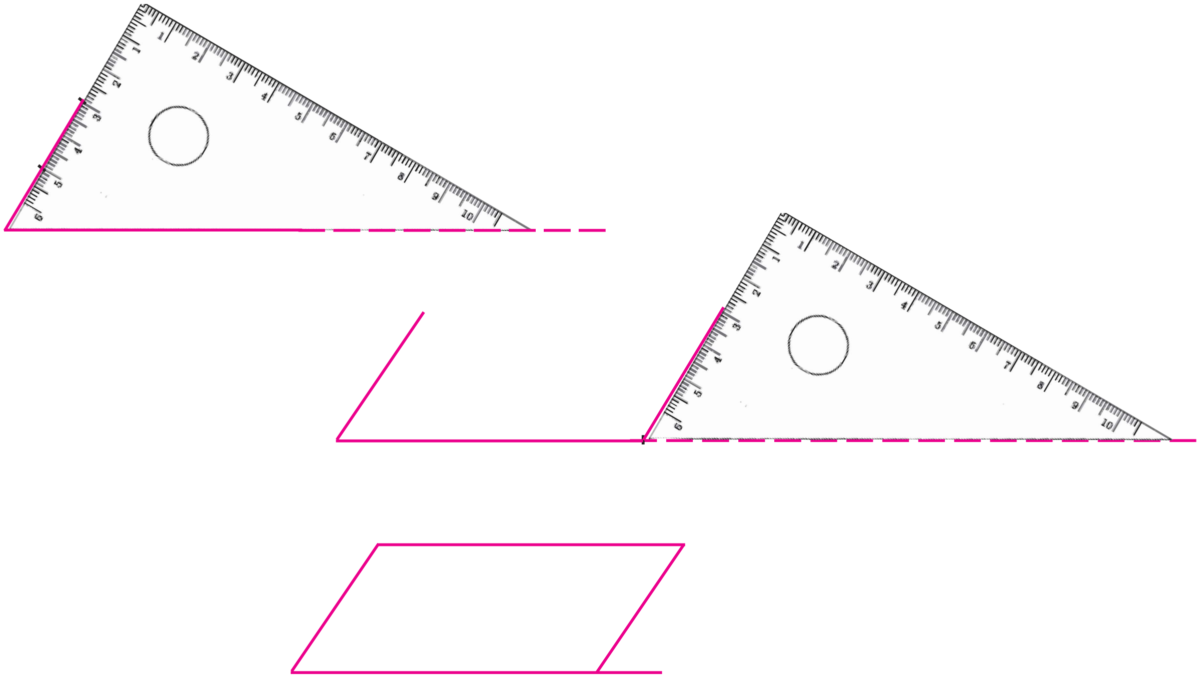
ചതുരം വരയ്ക്കാം

- അടുത്തടുത്ത വശങ്ങളുടെ നീളം 6 സെന്റിമീറ്റർ, 5 സെന്റിമീറ്റർ ആയ ചതുരം വരയ്ക്കുക.
- വശങ്ങൾ എല്ലാം 5 സെന്റിമീറ്റർ ആയ ചതുരം വരയ്ക്കുക.
- മട്ടവും സ്കെയിലും ഉപയോഗിച്ച് വരച്ച ഒരു ചിത്രം കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. ഇതേ അളവിൽ ഈ ചിത്രം വരയ്ക്കുക.

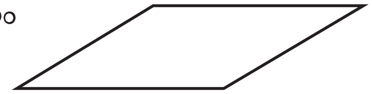


ചതുരം ചരിഞ്ഞാൽ

മട്ടങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് അമ്മു കുറേ ചതുരങ്ങൾ വരച്ചു. അപ്പോഴൊരു കൃസൃതി തോന്നി. മട്ടത്തിലെ മറ്റൊരു മൂല ഉപയോഗിച്ച് വരച്ചാലോ? ഇങ്ങനെ അമ്മു വരച്ച ചിത്രം നോക്കൂ.



ഈ ചിത്രം കണ്ട റഹീം മട്ടത്തിന്റെ മൂന്നാമത്തെ മൂല മാത്രം ഉപയോഗിച്ച് വരച്ച ചിത്രം നോക്കൂ.

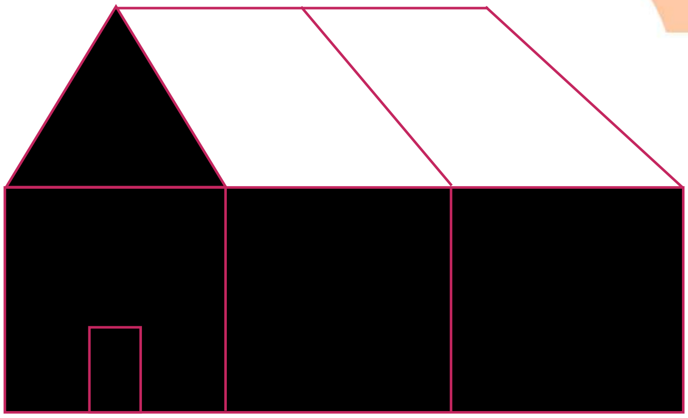


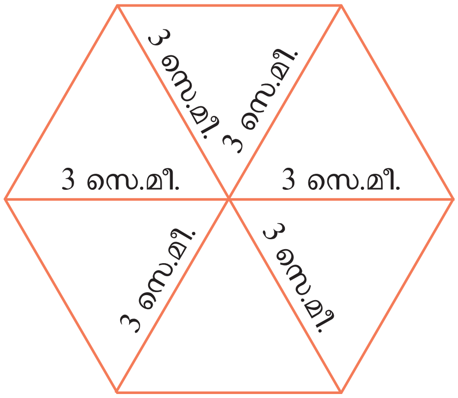
ഈ രണ്ടു ചിത്രങ്ങളിലും ഇടത്, വലത് വശത്തെ വരകൾ ചരിഞ്ഞിട്ടാണ്. രണ്ടിലും ചരിവ് ഒരേ പോലെയാണോ?

പുതിയ രൂപങ്ങൾ

- ജ്യാമിതിപ്പെട്ടിയിലെ മട്ടങ്ങളുടെ പല മൂലകൾ മാത്രം ഉപയോഗിച്ച് വരച്ച ഒരു ചിത്രമാണ് കൊടുത്തിട്ടുള്ളത്.

  ഈ ചിത്രം നോട്ട്പുസ്തകത്തിൽ വരയ്ക്കുക.





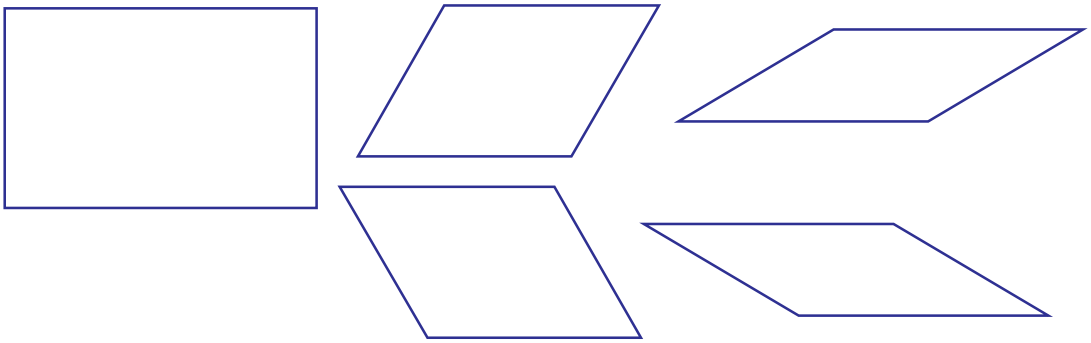
- റഹീം നോട്ട്പുസ്തകത്തിൽ ഒരു കുത്തിട്ടതിനു ശേഷം, ആ കുത്തിന് ചുറ്റും മട്ടത്തിലെ ഒരു മൂല മാത്രം മാറ്റി വച്ച് ഇങ്ങനെയൊരു ചിത്രം വരച്ചു.

ഇതിന് എത്ര വശങ്ങളുണ്ട്? ഈ ചിത്രം നിങ്ങൾക്കും വരയ്ക്കാമല്ലോ. ശ്രമിച്ചുനോക്കൂ.

- മട്ടത്തിലെ മറ്റു മൂലകൾ ഇതുപോലെ ഒരു കുത്തിന് ചുറ്റും തുടർച്ചയായി വച്ച് വരച്ചുനോക്കൂ. ഓരോ ചിത്രത്തിലും എത്ര വശങ്ങളുണ്ടെന്ന് നോക്കൂ.

കുത്തനെയും ചരിഞ്ഞും

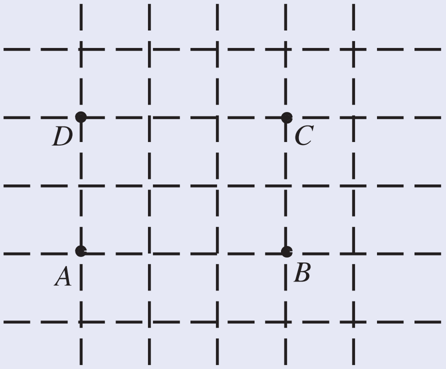
ജ്യാമിതിപ്പെട്ടിയിലെ മട്ടങ്ങളുടെ പലപല മൂലകൾ ഉപയോഗിച്ച് വരച്ച രൂപങ്ങളാണ് ചുവടെ ഉള്ളത്.



ഇവയുടെ വശങ്ങളെല്ലാം അളന്നെഴുതുക. എതിർവശങ്ങൾ തമ്മിലെന്താണ് ബന്ധം?

ചതുരങ്ങൾ കമ്പ്യൂട്ടറിൽ

തന്നിരിക്കുന്ന അളവുകളുള്ള ചതുരങ്ങൾ ജിയോജിബ്ര ഉപയോഗിച്ച് എങ്ങനെ വരയ്ക്കാമെന്ന് നോക്കാം. ഉദാഹരണമായി, നീളം 3, വീതി 2 വരുന്ന ഒരു ചതുരം വരയ്ക്കണമെന്നിരിക്കട്ടെ.



New point ഉപയോഗിച്ച് ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതുപോലെ *A*, *B*, *C*, *D* എന്നിങ്ങനെ നാല് ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക. Polygon ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് *A*, *B*, *C*, *D* എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ക്രമമായി ക്ലിക്ക്ചെയ്യുക. *D* യിൽ എത്തിയ ശേഷം വീണ്ടും *A* യിൽ ക്ലിക്കുചെയ്യണം. ഇപ്പോൾ ഒരു ചതുരം ലഭിക്കും. Distance ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് വശങ്ങളുടെ നീളം പ്രദർശിപ്പിക്കാവുന്നതാണ്. Move ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് വശങ്ങളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്തുകൊണ്ട് വലിച്ചാൽ വശങ്ങളുടെ നീളം വ്യത്യാസപ്പെടുത്താം.

വാക്കും പൊരുളും

ഇംഗ്ലീഷിൽ കോണിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന Angle എന്ന വാക്ക്, ഗ്രീക്ക്ഭാഷയിലെ ആങ്കിലോസ് എന്ന പദത്തിൽനിന്നാണ് വന്നത്. വളഞ്ഞത്, നേരെയല്ലാത്തത് എന്നെല്ലാമാണ് ഇതിന്റെ അർഥം.

ഇംഗ്ലീഷിൽത്തന്നെ, കാലും പാദവും ചേരുന്ന ഭാഗത്തിന് Ankle എന്നാണ് പറയുന്നത്.

എല്ലാ ചിത്രങ്ങളും ഒരേപോലെയാണോ? എന്തൊക്കെയാണ് വ്യത്യാസങ്ങൾ? ചതുരത്തിൽ ഇടത്തും വലത്തുമുള്ള വരകൾ താഴത്തെ വരയിൽ നിന്നു കുത്തനെ മേൽപ്പോട്ടാണ്.

മറ്റു ചിത്രങ്ങളിൽ ഈ വരകൾ അൽപ്പം ചരിഞ്ഞിട്ടാണ്. എന്നാൽ എല്ലാ ചിത്രങ്ങളിലും ഈ ചരിവ് ഒരുപോലെയാണോ?

എല്ലാ ചിത്രങ്ങളിലും നാലു മൂലകൾ ഉണ്ട്. രണ്ടു വശങ്ങൾ ചേരുമ്പോഴാണല്ലോ ഒരു മൂല ഉണ്ടാവുന്നത്.

രണ്ടു വരകൾ ഒരു ബിന്ദുവിൽ കൂടിച്ചേരുമ്പോൾ ഒരു കോൺ (Angle) ഉണ്ടാവുന്നു എന്നാണ് കണക്കിന്റെ ഭാഷ.

അപ്പോൾ നേരത്തേ വരച്ച ചിത്രങ്ങളിൽ വ്യത്യസ്ത കോണുകളാണ് ഉള്ളത് എന്നു പറയാം.

ഇംഗ്ലീഷ് അക്ഷരങ്ങളിലെ കോണുകൾ നോക്കൂ.

V E F W X Z Y

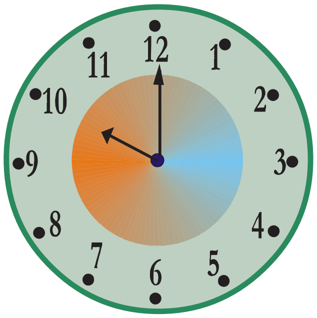
കുത്തനെയുള്ള വരകൾ മാത്രം ഉപയോഗിച്ചെഴുതാവുന്ന എത്ര അക്ഷരങ്ങളുണ്ട്?

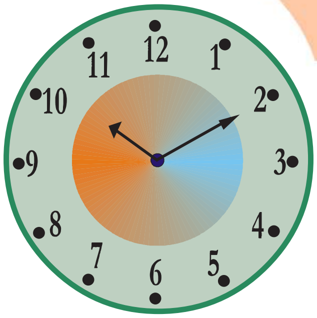
മറ്റുള്ളവ കണ്ടെത്തുക. ഓരോന്നിലും എത്ര കോണുകൾ വീതമുണ്ട്?

നിങ്ങളുടെ ക്ലാസ് മുറിയിലും വീട്ടിലും പരിസരത്തും പല തരത്തിലുള്ള കോണുകൾ കാണാമല്ലോ. അവ കണ്ടെത്തി നോട്ട്പുസ്തകത്തിൽ വരയ്ക്കുക.

വിടരുന്ന കോണുകൾ

വ്യത്യസ്ത സമയങ്ങൾ കാണിക്കുന്ന രണ്ടു ക്ലോക്കുകളുടെ ചിത്രം നോക്കൂ.





ക്ലോക്കിലെ സൂചികൾ തമ്മിൽ ഒരു കോൺ ഉണ്ടാക്കുന്നുണ്ടല്ലോ.

രണ്ട് ക്ലോക്കിലെയും സൂചികൾക്കിടയിലെ വിരിവ് ഒരേപോലെയാണോ?

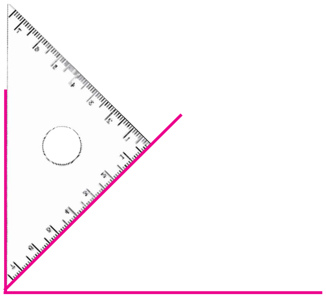
രണ്ടാമത്തെ ക്ലോക്കിൽ സൂചികൾ തമ്മിലുള്ള വിരിവ് അൽപ്പം കൂടിയിട്ടുണ്ട്. അതായത് കോൺ അൽപ്പം വലുതായി എന്നു പറയാം. ഇപ്പോൾ സമയം 10.10 ആണല്ലോ.

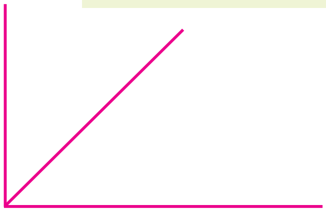
സമയം 10.15 ആകുമ്പോഴോ?

മട്ടങ്ങൾ ചേരുമ്പോൾ

മട്ടത്തിന്റെ ഒരു മൂല ഉപയോഗിച്ച് വരച്ച ഒരു കോൺ നോക്കൂ.

മട്ടത്തിന്റെ ഇതേ മൂല കോണിന്റെ ഒരു അരുകിനോട് (വശത്തോട്) ചേർത്തുവച്ച് മറ്റൊരു കോൺ വരയ്ക്കാം.

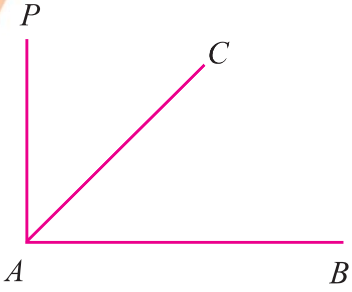




ഇപ്പോൾ ചിത്രത്തിൽ എത്ര കോണുകളുണ്ട്? രണ്ടോ മൂന്നോ?

വിരിയുന്ന കോൺ

കോണിന്റെ വിരിവ് മാറ്റാൻ കഴിയുന്ന രീതിയിൽ ഒരു ചിത്രം ജിയോജിബ്രയിൽ വരയ്ക്കാം. ഇതിനായി Circle with centre through point ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം A എന്ന ബിന്ദുവും വൃത്തം കടന്നുപോകുന്ന ബിന്ദു B യുമാണ്. വൃത്തത്തിൽ മറ്റു രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ C, D എന്നിവ അടയാളപ്പെടുത്തുക. Segment between two points ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുക. ഇതുപോലെ A, D എന്നിവയും യോജിപ്പിക്കണം. ഇനി വൃത്തം, ബിന്ദു A, ബിന്ദു B ഇവ മറയ്ക്കാം. വൃത്തം മറയ്ക്കുന്നതിനായി Pointer വൃത്തത്തിൽ കൊണ്ടുവന്ന് right click ചെയ്ത ശേഷം Show / Hide എന്നതിനു നേരെയുള്ള ✓ മാർക്ക് കളയുക. ഇതുപോലെ A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളും മറയ്ക്കാം. തുടർന്ന് D യിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് Move tool ഉപയോഗിച്ച് ചലിപ്പിച്ച് വിരിയുന്ന കോൺ നിർമിക്കാം.

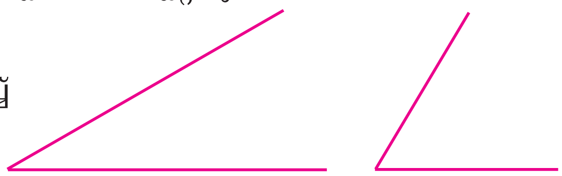


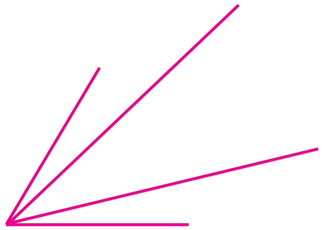
ഈ മൂന്നു കോണുകളെയും വേർതിരിച്ചു പറയാൻ നമുക്ക് കോണുകൾക്ക് പേരിടാം.

ആദ്യം വരച്ച കോണിനെ കോൺ CAB എന്നോ കോൺ BAC എന്നോ പറയാം. രണ്ടാമത് വരച്ച കോണാണ് PAC. കോണിനെക്കുറിച്ചാണ് പറയുന്നതെങ്കിൽ $\angle$ എന്ന ചിഹ്നമാണ് ഉപയോഗിക്കുന്നത്. അപ്പോൾ ആദ്യം വരച്ചത് $\angle CAB$, വായിക്കുന്നത് കോൺ CAB, രണ്ടാമത് വരച്ചത് $\angle PAC$. മൂന്നാമത്തെ കോണിന്റെ പേരെന്താണ്?

ഈ മൂന്നു കോണുകളിൽ ഏറ്റവും വലിയ കോൺ ഏതാണ്? ഏറ്റവും ചെറിയ കോണോ?

മട്ടത്തിന്റെ രണ്ടു വ്യത്യസ്ത മൂലകൾ ഉപയോഗിച്ച് വരച്ച കോണുകളാണ് ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നത്.

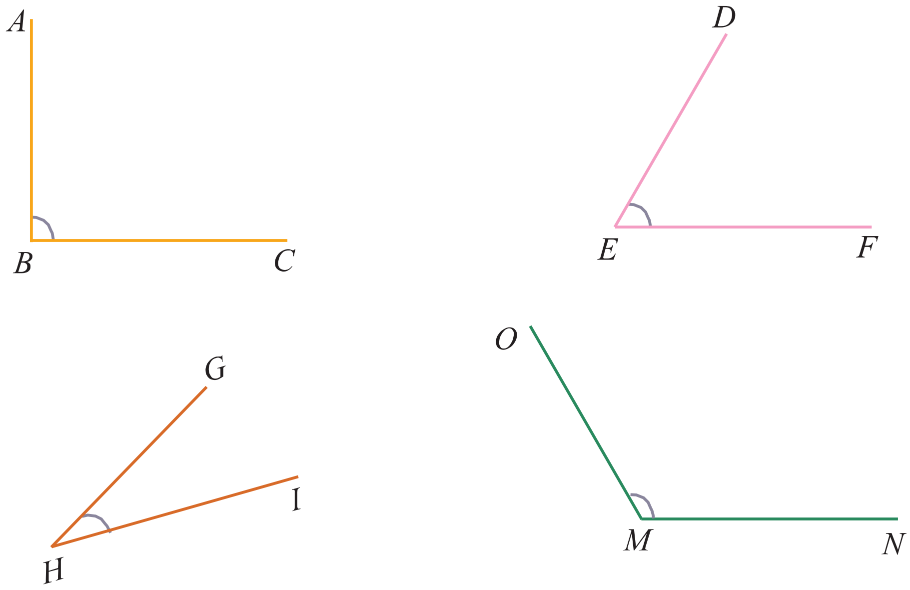




ഒന്നാമത്തെ കോണിനെ ചിത്രത്തിലേതു പോലെ രണ്ടാമത്തെ കോണിനുള്ളിൽ വയ്ക്കാം.

ഇപ്പോൾ ഒരു കാര്യം പറയാം – ഒന്നാമത്തെ കോൺ രണ്ടാമത്തെ കോണിനേക്കാൾ ചെറുതാണ്.

മട്ടത്തിന്റെ മൂലകൾ ഉപയോഗിച്ച് വരച്ച കോണുകളാണ് ചുവടെ കാണുന്നത്.

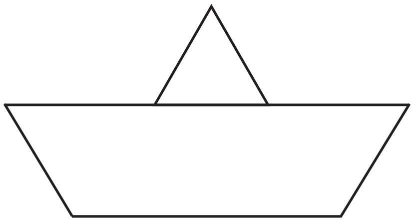


ഇവയിൽ ഏറ്റവും ചെറിയ കോൺ ഏതാണ്?

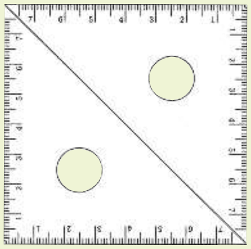
ഏറ്റവും വലിയ കോണോ?

കോണുകളെ അവയുടെ വലുപ്പത്തിനനുസരിച്ച് ക്രമീകരിച്ചെഴുതുക.

- ചിത്രത്തിൽ എത്ര കോണുകളുണ്ട്?

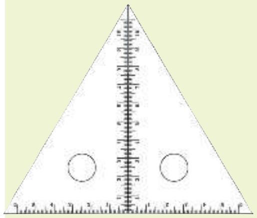


മട്ടഭംഗി



ഒരേപോലെയുള്ള രണ്ടു മട്ടങ്ങൾ ചേർത്തുവച്ച ഒരു രൂപമാണ് ഇവിടെ കാണുന്നത്.

ഈ ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ സവിശേഷത എന്താണ്?

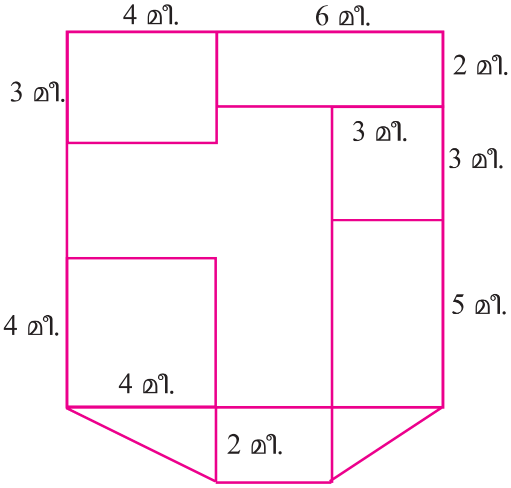


മട്ടങ്ങൾ ചേർന്ന മറ്റൊരു രൂപം ഇതാ...

ഈ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ സവിശേഷത എന്താണ്?

ഇതുപോലെ മട്ടങ്ങൾ ചേർത്ത് മറ്റു രൂപങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കിനോക്കൂ.

- ഒരു വീടിന്റെ തറയുടെ ചിത്രമാണ് (പ്ലാൻ) വരച്ചിരിക്കുന്നത്.



2 മീറ്റർ നീളത്തിന് 1 സെന്റിമീറ്റർ എന്ന കണക്കനുസരിച്ചാണ് ഇതു വരച്ചിരിക്കുന്നത്.

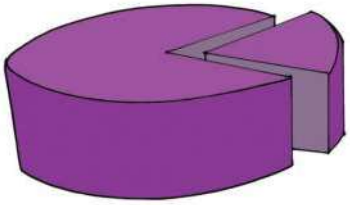
1 മീറ്റർ നീളത്തിന് 1 സെന്റിമീറ്റർ എന്ന കണക്കിൽ ഇതേ ചിത്രം നോട്ടുപുസ്തകത്തിൽ വരയ്ക്കൂ.

തിരിഞ്ഞുനോക്കുമ്പോൾ

പഠനനേട്ടങ്ങൾ	എനിക്ക് കഴിയും	ടീച്ചറുടെ സഹായത്തോടെ കഴിയും	ഇനിയും മെച്ചപ്പെടേണ്ടതുണ്ട്
• മട്ടങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ചതുരങ്ങളും സമചതുരങ്ങളും വരയ്ക്കാനും അവയുടെ പ്രത്യേകതകൾ വിശദീകരിക്കാനും കഴിയുന്നു.			
• ചുറ്റുപാടുമുള്ള വസ്തുക്കളെ നിരീക്ഷിച്ച് കോണുകൾ കണ്ടെത്താൻ കഴിയുന്നു.			
• അനുയോജ്യമായ ഉപകരണങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് കൃത്യമായി കോൺ വരയ്ക്കുന്നു. ഈ ശേഷി പ്രശ്നപരിഹരണത്തിന് ഉപയോഗിക്കുന്നു.			
• രൂപങ്ങൾ തിരിച്ചറിയാനും യോജിച്ച പേരു പറയാനും പ്രത്യേകതകൾ വിശദീകരിക്കാനും കഴിയുന്നു.			
• ഐ.ടി.യുടെ സഹായത്താൽ (ജിയോജിബ്ര) കോൺ, ചതുരം തുടങ്ങിയ ആശയങ്ങൾ വിശദീകരിക്കുന്നു.			

3

ഭാഗം വയ്ക്കൽ



വീതം വയ്ക്കാം

ഒരു യു.പി. സ്കൂളിലെ സ്വാതന്ത്ര്യദിനാഘോഷത്തിന്റെ ഭാഗമായി 5എ ക്ലാസിലെ കുട്ടികളെ ആറ് ചെറു സംഘങ്ങളായി തിരിച്ചിരിക്കുന്നു. ഓരോ സംഘത്തിനും ഓരോ ജോലിയാണ് നൽകിയിരിക്കുന്നത്. അധ്യാപിക കുറേ മിഠായി മീനുവിനെ ഏൽപ്പിച്ച് സംഘങ്ങൾക്ക് തുല്യമായി വീതിച്ചു നൽകാൻ പറഞ്ഞു. മീനു എണ്ണിനോക്കി - 48 മിഠായി.

ഹരണസൂത്രം

നാലാം ക്ലാസിലെ അമ്മിണി ടീച്ചർ കുട്ടികൾക്ക് വിതരണം ചെയ്യാൻ 65 മിഠായി വാങ്ങി. ക്ലാസിലെ കുട്ടികളെ 5 സംഘങ്ങളാക്കിയിട്ടുണ്ട്. ടീച്ചർ 10 മിഠായിയുടെ 6 പാക്കറ്റും പാക്കറ്റില്ലാതെ 5 എണ്ണവുമാണ് നൽകിയത്. എങ്ങനെയാണ് വീതം വയ്ക്കുക?

ആദ്യം ഓരോ പാക്കറ്റും ഓരോ സംഘത്തിനും നൽകും. ഇനി എന്തു ചെയ്യും?

ബാക്കിയുള്ള ഒരു പാക്കറ്റ് അഴിച്ച് അതിലെ 10 എണ്ണവും ആദ്യമുള്ള 5 എണ്ണവും ചേർത്ത് 15 മിഠായിയാക്കും.

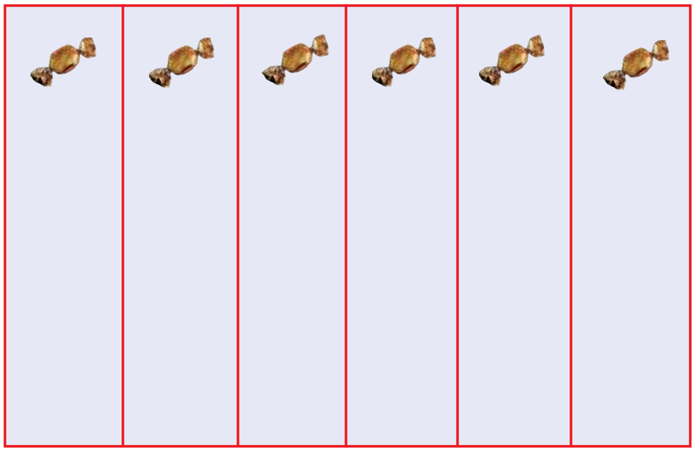
ഈ 15 മിഠായി 5 സംഘങ്ങൾക്കു വീതിച്ചാൽ ഓരോ സംഘത്തിനും 3 മിഠായി വീതം കിട്ടും. അപ്പോൾ ഒരു സംഘത്തിന് കിട്ടുന്നത് 1 പാക്കറ്റും 3 എണ്ണവും.

= 1 പാക്കറ്റ് + 3 എണ്ണം

= 10 + 3 = 13 എണ്ണം

48 മിഠായി 6 സംഘങ്ങൾക്ക് തുല്യമായി എങ്ങനെയാണ് വീതിക്കുക?

ആദ്യം ഓരോന്നു വീതം ഓരോ സംഘത്തിനും മാറ്റിവച്ചു. ഈ രീതിയിൽ ബാക്കിയുള്ളത് വീതം വച്ച് നോക്കൂ.



മുഴുവൻ മിഠായിയും വീതിച്ചു കഴിഞ്ഞല്ലോ?

ഓരോ സംഘത്തിനും എത്ര മിഠായി കിട്ടി?

ഇങ്ങനെ ഓരോന്നായി നോക്കാതെ ഓരോ സംഘത്തിനും കൊടുക്കേണ്ടത് എങ്ങനെ കണ്ടുപിടിക്കാം?

ആകെ മിഠായിയുടെ എണ്ണം എത്രയാണ്?

അപ്പോൾ ഓരോ സംഘത്തിനും കൊടുക്കേണ്ട മിഠായിയുടെ എണ്ണം 6 തവണ കൂട്ടിയാൽ 48 കിട്ടണമല്ലോ.

അതായത്, ഓരോ സംഘത്തിനും കൊടുക്കേണ്ട മിഠായിയുടെ എണ്ണത്തെ 6 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ 48 കിട്ടണം.

6 കൊണ്ട് ഏത് സംഖ്യയെ ഗുണിച്ചാലാണ് 48 കിട്ടുക?

ഇത് മറ്റൊരുവിധത്തിൽ പറയാമല്ലോ. 48 നെ 6 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ 8 കിട്ടും.

അതായത് $48 \div 6 = 8$

ഇതുപോലെ 5 ബി ക്ലാസിൽ 56 മിഠായി വിതരണം ചെയ്തപ്പോൾ ഓരോ സംഘത്തിനും 8 മിഠായി കിട്ടി. ഈ ക്ലാസിൽ എത്ര സംഘങ്ങളാണ് ഉള്ളത്?

സംഘങ്ങളുടെ എണ്ണം കണക്കാക്കാൻ എന്താണ് ചെയ്യേണ്ടത്?

56 മിഠായി 8 മിഠായി വീതമുള്ള കൂട്ടങ്ങളാക്കി നോക്കാം.

എത്ര കൂട്ടങ്ങളുണ്ട്?

അപ്പോൾ 5 ബി ക്ലാസിൽ എത്ര സംഘങ്ങളാണ് ഉള്ളത്?

ഇങ്ങനെ കൂട്ടങ്ങളാക്കി നോക്കാതെ കൂട്ടങ്ങളുടെ എണ്ണം കണക്കാക്കാൻ മറ്റെന്തെങ്കിലും മാർഗം ഉണ്ടോ?

56 മിഠായിയാണ് 8 എണ്ണം വീതമുള്ള കൂട്ടങ്ങളാക്കി മാറ്റിയത്. അതിനാൽ കൂട്ടങ്ങളുടെ എണ്ണം 8 തവണ കൂട്ടിയാൽ 56 കിട്ടും. അല്ലെങ്കിൽ കൂട്ടങ്ങളുടെ എണ്ണത്തെ 8 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ 56 കിട്ടും.

8 നെ എത്ര കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാലാണ് 56 കിട്ടുക?

അപ്പോൾ 56 നെ 8 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ എത്ര കിട്ടും?

അതായത് $56 \div 8 = 7$

അപ്പോൾ 5 ബി ക്ലാസിൽ എത്ര സംഘങ്ങൾ ഉണ്ടെന്ന് മനസ്സിലായല്ലോ.

- ഇതുപോലെ, പല ക്ലാസുകളിലും സംഘങ്ങളാക്കിയതിന്റെയും മിഠായി കൊടുത്തതിന്റെയും ചില കാര്യങ്ങൾ ചുവടെയുള്ള പട്ടികയിലുണ്ട്. ഇതിൽ എഴുതാത്ത കാര്യങ്ങൾ കണക്കാക്കി പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കൂ.

ക്ലാസ്	ആകെ മിഠായിയുടെ എണ്ണം	ക്ലാസിലെ സംഘങ്ങളുടെ എണ്ണം	ഓരോ സംഘത്തിനും കിട്ടിയ മിഠായിയുടെ എണ്ണം
5C	70	5	-
6A	96	-	8
6B	84	6	-
6C	-	7	12

സംഖ്യാമാജിക്

ഒരു രണ്ടക്കസംഖ്യ വിചാരിക്കുക. അതിൽ നിന്നു സംഖ്യയുടെ അക്കങ്ങളുടെ തുക കുറയ്ക്കുക. ഇപ്പോൾ കിട്ടിയ ഉത്തരത്തെ വിചാരിച്ച സംഖ്യയുടെ പത്തിന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം കൊണ്ട് ഹരിക്കുക. ഇപ്പോൾ കിട്ടിയ ഉത്തരം 9 അല്ലേ? വേറെ രണ്ടക്കസംഖ്യ എടുത്ത് കളിച്ചുനോക്കൂ.

ഇനി ഒരു മൂന്നക്കസംഖ്യ വിചാരിക്കുക. അതിൽനിന്നു സംഖ്യയുടെ അക്കങ്ങളുടെ തുക കുറയ്ക്കൂ. ഇപ്പോൾ കിട്ടിയ ഉത്തരത്തെ 9 കൊണ്ട് ഹരിക്കുക. ഹരണഫലത്തിൽനിന്നു വിചാരിച്ച സംഖ്യയുടെ പത്തിന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം കുറയ്ക്കുക. ഇപ്പോൾ കിട്ടിയ ഉത്തരത്തെ വിചാരിച്ച സംഖ്യയുടെ നൂറിന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം കൊണ്ട് ഹരിക്കുക. ഇപ്പോൾ കിട്ടിയ ഹരണഫലം 11 അല്ലേ?

വേറെയും മൂന്നക്കസംഖ്യ എടുത്ത് കളിച്ചുനോക്കൂ.

- ഒരേ തരത്തിലുള്ള 7 പേനയുടെ വില 98 രൂപ. ഒരു പേനയുടെ വില എത്രയാണ്?
- അമൽ കടയിൽ നിന്ന് 6 നോട്ടുപുസ്തകങ്ങൾ വാങ്ങിച്ചു. എല്ലാറ്റിനും ഒരേ വിലയാണ്. 100 രൂപ കൊടുത്തപ്പോൾ കടക്കാരൻ 4 രൂപ തിരിച്ചു കൊടുത്തു. ഒരു നോട്ടുപുസ്തകത്തിന്റെ വിലയെത്രയാണ്?
- വോളിബോൾ പരിശീലനത്തിൽ 96 കുട്ടികൾ പങ്കെടുത്തു. കുട്ടികളെ 8 പേർ വീതമുള്ള കൂട്ടങ്ങളാക്കി. ആകെ എത്ര കൂട്ടങ്ങൾ ഉണ്ടാവും?
- ഒരു മൈതാനത്തിൽ കുറേ ഓട്ടോറിക്ഷകളും കാറുകളും നിർത്തിയിട്ടിരിക്കുന്നു. എല്ലാ വാഹനങ്ങൾക്കും കൂടി 100 ചക്രങ്ങൾ ഉണ്ടെന്ന് നന്ദു പറഞ്ഞു. ഓട്ടോറിക്ഷകൾ 12 എണ്ണം ഉണ്ടെന്ന് റിയാസ് പറഞ്ഞു. കാറുകൾ എത്രയെണ്ണമുണ്ട്?
- ഒരു സ്കൂളിൽ ആൺകുട്ടികൾക്കുള്ള യൂണിഫോം വിതരണത്തിനായി 76 മീറ്റർ വീതമുള്ള 8 ചുറ്റ് തുണി കൊണ്ടുവന്നിട്ടുണ്ട്. ഒരു കുട്ടിക്ക് 4 മീറ്റർ തുണിയാണ് നൽകേണ്ടത്. ഒരു ചുറ്റ് തുണികൊണ്ട് എത്ര പേർക്ക് യൂണിഫോം കൊടുക്കാം? 8 ചുറ്റ് തുണികൊണ്ട് എത്ര പേർക്ക് കൊടുക്കാം?

മനക്കണക്കായും ചെയ്യാം

108 നെല്ലിക്ക 4 പേർക്ക് വീതിക്കണം. ആദ്യം 100 നെല്ലിക്ക വീതിച്ചാലോ?

ഒരാൾക്ക് എത്ര കിട്ടും?

ഏതു സംഖ്യയെ 4 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാലാണ് 100 കിട്ടുക?

അപ്പോൾ 100 എണ്ണം വീതിക്കുമ്പോൾ ഒരാൾക്ക് 25 എണ്ണം കിട്ടും.

ഇനി 8 എണ്ണം കൂടിയുണ്ട്. അതും വീതിച്ചാലോ?

ഓരോരുത്തർക്കും 2 കൂടി.

ആകെ $25 + 2 = 27$

ഇത് മറ്റൊരു തരത്തിൽപ്പറയാം.

108 നെ 4 കൊണ്ട് ഹരിക്കാൻ, 100 നെയും 8 നെയും 4 കൊണ്ട് ഹരിച്ച് കൂട്ടിയാൽ മതി.

ഇതുപോലെ ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നവ മനക്കണക്കായി ചെയ്തുനോക്കൂ.

- 168 രൂപ 8 പേർക്ക് വീതിച്ചാൽ ഒരാൾക്ക് എത്ര രൂപ കിട്ടും?
- 175 പേനകൾ 7 പാക്കറ്റുകളിലാക്കിയാൽ ഒരു പാക്കറ്റിൽ എത്ര പേന ഉണ്ടാവും?
- 189 നോട്ട്പുസ്തകങ്ങൾ 9 എണ്ണം വീതം എത്ര പേർക്ക് വീതിച്ചു കൊടുക്കാം?
- 72 സെന്റിമീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു ചരട് മടക്കി സമചതുരം ഉണ്ടാക്കി. ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം എത്രയാണ്?

കലണ്ടർ കണക്ക്

ഒരു മാസത്തെ കലണ്ടറിൽ നാലു സംഖ്യകൾ ഉള്ള ഒരു സമചതുരം അടയാളപ്പെടുത്തുക.

5	6
12	13

ഈ സംഖ്യകളുടെ തുകയെ 4 കൊണ്ട് ഹരിച്ച് നോക്കൂ. ഇത്തരം സമചതുരങ്ങൾ വേറെയെടുത്ത് ഇതുപോലെ ചെയ്തുനോക്കൂ. കിട്ടിയ സംഖ്യയ്ക്ക് ആദ്യ കളത്തിലെ സംഖ്യയുമായി എന്തു ബന്ധമാണുള്ളത്?

പുസ്തകവിതരണം

അഞ്ച് ക്ലാസുകളിലേക്കു വിതരണം ചെയ്യുന്നതിനു വേണ്ടി 735 നോട്ട്പുസ്തകങ്ങൾ സ്കൂളിൽ എത്തിയിട്ടുണ്ട്. ഇവ അഞ്ച് ക്ലാസുകളിലും തുല്യമായി വീതിക്കാൻ തീരുമാനിച്ചു. ഓരോ ക്ലാസിനും എത്ര നോട്ട്പുസ്തകങ്ങൾ കിട്ടും?

735 നോട്ട്പുസ്തകങ്ങൾ പല കെട്ടുകളായാണ് കിട്ടിയത്. 100 എണ്ണമുള്ള 7 കെട്ട്, 10 എണ്ണമുള്ള 3 കെട്ട്. പിന്നെ കെട്ടിലൊന്നുമല്ലാത്ത 5 എണ്ണവും.

ആദ്യം 100 ന്റെ കെട്ടുകൾ ഭാഗിക്കാം.

ഓരോ ക്ലാസിലും 100 ന്റെ എത്ര കെട്ടുകൾ കൊടുക്കാം? ☐

100 ന്റെ കെട്ടുകൾ ഇനിയെത്രയുണ്ട്? ☐

ഇതെങ്ങനെ 5 ക്ലാസുകളിലേക്ക് ഭാഗിക്കും?

കെട്ടഴിക്കണം. 100 ന്റെ ഓരോ കെട്ടിലും 10 നോട്ട്പുസ്തകങ്ങൾ വീതമുള്ള 10 കെട്ടുകളാണ് ഉള്ളത്.

100 ന്റെ 2 കെട്ടുകൾ അഴിച്ചാൽ 10 പുസ്തകങ്ങളുടെ എത്ര കെട്ടുകൾ ഉണ്ടാകും? ☐

വീണ്ടും ഒരു കലണ്ടർ കണക്ക്

ഒരു മാസത്തെ കലണ്ടറിൽ 9 സംഖ്യകളുള്ള ഒരു സമചതുരം വരയ്ക്കൂ.

3	4	5
10	11	12
17	18	19

ഇതിലെ സംഖ്യകളുടെ തുകയെ 9 കൊണ്ട് ഹരിച്ച് നോക്കൂ. ഇത്തരം വേറെ സമചതുരങ്ങൾ വരച്ച് ഇതുപോലെ ചെയ്തു നോക്കൂ. ഹരിച്ച് കിട്ടുന്ന സംഖ്യക്ക് നടുക്കുള്ള കളത്തിലെ സംഖ്യയുമായി എന്താണു ബന്ധം? ആദ്യകളത്തിലെ സംഖ്യയുമായി എന്താണു ബന്ധം?

10 ന്റെ കെട്ടുകൾ നേരത്തേതന്നെ എത്രയുണ്ടായിരുന്നു?

ഇപ്പോൾ 10 ന്റെ കെട്ടുകൾ ആകെ എത്രയാണ്?

10 ന്റെ ഈ 23 കെട്ടുകൾ 5 ക്ലാസുകളിലേക്ക് ഭാഗിച്ചാൽ, ഓരോ ക്ലാസിലും എത്ര കെട്ടുവീതം കൊടുക്കാം?

10 ന്റെ കെട്ടുകൾ എത്ര മിച്ചമുണ്ട്?

10 ന്റെ ഈ 3 കെട്ടുകൾ അഴിച്ച് നേരത്തേയുള്ള 5 പുസ്തകങ്ങളുടെ കൂടെ ചേർത്താൽ ആകെ എത്ര പുസ്തകങ്ങളാകും?

ഈ 35 പുസ്തകങ്ങളെ 5 ക്ലാസുകളിലേക്ക് ഭാഗിച്ചാൽ ഓരോ ക്ലാസിലും എത്ര പുസ്തകങ്ങൾ കിട്ടും?

ഓരോ ക്ലാസിലും കിട്ടിയ നോട്ട്പുസ്തകങ്ങളുടെ കണക്ക് ഇങ്ങനെയെഴുതാം:

100 ന്റെ കെട്ടുകൾ = ...

10 ന്റെ കെട്ടുകൾ = ...

കെട്ടുകളിൽ പെടാത്തവ = ...

ആകെ പുസ്തകങ്ങൾ

$= (1 \times 100) + (4 \times 10) + 7$

$= 100 + 40 + 7$

$= 147$

ഈ ക്രിയകൾ ചുരുക്കിയെഴുതാം.

	1	4	7
	നൂറ്	പത്ത്	ഒന്ന്
5	7	3	5
1 × 5 = 5	5		
	2 (2 × 100 = 20 × 10)	3	5
		20	
		23	5
4 ×5 = 20		20	
		3 (3 × 10)	5
			30
			35
7 × 5 = 35			35

ഇത് അൽപ്പംകൂടി ചുരുക്കിയെഴുതാം:

	1
5	735
1 × 5	5
	2

	1
5	735
1 × 5 = 5	5
	23

	14
	735
1 × 5 = 5	5
	23
4 × 5 = 20	20

	14
	735
1 × 5 = 5	5
	23
4 × 5 = 20	20
	3

	14
5	735
1 × 5 = 5	5
	23
4 × 5 = 20	20
	35

	147
5	735
1 × 5 = 5	5
	23
4 × 5 = 20	20
	35
7 × 5 = 35	35

അതായത്, 735 ÷ 5 = 147

മാന്ത്രികചതുരം

8	1	6
3	5	7
4	9	2

3 വരിയും 3 നിരയുമുള്ള മാന്ത്രികചതുരമാണല്ലോ ഇത്. ഈ മാന്ത്രികചതുരത്തിലെ സംഖ്യകളുടെ തുക എത്രയാണ്? ലഭിച്ച തുകയെ 9 കൊണ്ട് ഹരിക്കൂ. ഇപ്പോൾ കിട്ടിയ സംഖ്യ ഏത്?

മൂന്നു വരിയും മൂന്നു നിരയുമുള്ള എല്ലാ മാന്ത്രികചതുരത്തിനും ഇത് ശരിയാണോ? പരിശോധിച്ചുനോക്കൂ.

- രാജു, റഹീം, ബെന്നി എന്നിവർ ഒരുമിച്ച് ചെയ്ത ഒരു ജോലിക്ക് കൂലിയായി ആകെ 960 രൂപ കിട്ടി. തുല്യമായി വീതിക്കുമ്പോൾ ഓരോരുത്തർക്കും എത്ര രൂപ വീതം കിട്ടും?
- സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു തോട്ടത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് 884 മീറ്ററാണ്. തോട്ടത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം എത്രയാണ്?
- നാലുപേർ ചേർന്നു നടത്തിയ ഒരു യാത്രയിൽ 856 രൂപ ചെലവായി. എങ്കിൽ ഓരോരുത്തർക്കും എത്ര രൂപ ചെലവായി?
- ജയിംസ് തന്റെ വീട്ടിലേക്ക് രണ്ടു തരം സി.എഫ്. എൽ. ബൾബുകൾ 5 എണ്ണം വീതം വാങ്ങിച്ചു. വിലകുറഞ്ഞ ബൾബ് ഒന്നിന് 85 രൂപയാണ് നൽകിയത്. ആകെ വില 1000 രൂപയായി. വില കൂടിയ ബൾബുകളിൽ ഒന്നിന് എന്താണ് വില?
- ഒരു യു.പി. സ്കൂളിലേക്ക് ഒരേ വിലയുള്ള 6 ക്ലോക്കുകൾ വാങ്ങി. ആകെ 924 രൂപയായി. ഇനി ഇതേ വിലയുള്ള 7 ക്ലോക്കുകൾ കൂടി വാങ്ങാൻ എത്ര രൂപ വേണ്ടിവരും?
- സ്കൂൾ കുട്ടികൾക്കുള്ള പാൽവിതരണത്തിന് ഒരു കുട്ടിക്ക് 150 മില്ലി ലിറ്റർ പാൽ ആണ് വേണ്ടത്. 20 കുട്ടികൾക്ക് കൊടുക്കാൻ എത്ര ലിറ്റർ പാൽ വേണം?
- ഒരു സ്കൂളിൽ ഒരു ദിവസത്തേക്ക് 54 ലിറ്റർ പാൽ വേണം. സ്കൂളിൽ എത്ര കുട്ടികൾക്കാണ് പാൽ നൽകുന്നത്?

ഹരിക്കാനൊരു സൂത്രം

300 നെ 15 കൊണ്ട് ഹരിക്കുന്നതിനു പകരം ഏതൊക്കെ സംഖ്യകൾകൊണ്ട് ഹരിക്കണം എന്നു കണ്ടെത്താമോ?

$15 = 3 \times 5$

അതുകൊണ്ട് ആദ്യം $300 \div 3$ കണ്ടെത്തി ഈ ഹരണഫലത്തെ 5 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ മതിയല്ലോ. മനക്കണക്കായി ചെയ്യൂ.

- $450 \div 18$
- $168 \div 24$

തൊപ്പിക്കണക്ക്

- ഒരു ക്രിക്കറ്റ് ടീമിലെ 11 പേർക്ക് തൊപ്പി വാങ്ങിയപ്പോൾ ആകെ 693 രൂപ ചെലവായി. ഒരു തൊപ്പിയുടെ വില എത്രയാണ്?

ഒരു തൊപ്പിയുടെ വില കണക്കാക്കാൻ എന്ത് ചെയ്യണം?

693 രൂപയെ 11 തുല്യഭാഗങ്ങളായി ഭാഗിക്കണം.

അതായത് 693 നെ 11 കൊണ്ട് ഹരിക്കണം.

ഇവിടെ 693 രൂപയെ 6 നൂറുരൂപാ നോട്ടുകളായും 9 പത്തുരൂപാ നോട്ടുകളായും 3 ഒരുരൂപ നാണയങ്ങളായും എടുക്കാം.

6 നൂറുരൂപാ നോട്ടുകളെ 11 ഭാഗങ്ങളാക്കുന്നതെങ്ങനെ? ഇത് കഴിയാത്തതിനാൽ അവയെ പത്തു രൂപാ നോട്ടുകളാക്കി മാറ്റാം.

6 നൂറുരൂപാ നോട്ട് = ... പത്തുരൂപാ നോട്ട്.

	നൂറ്	പത്ത്	ഒന്ന്
11	6 ($6 \times 100 = 60 \times 10$)	9	3
		60	3
		69	

ഇപ്പോൾ പത്തുരൂപാ നോട്ടുകളുടെ ആകെ എണ്ണം = ...

69 പത്തുരൂപാ നോട്ടുകളെ 11 ഭാഗങ്ങളാക്കിയാൽ, ഒരു ഭാഗം എത്രയാണ്? ☐

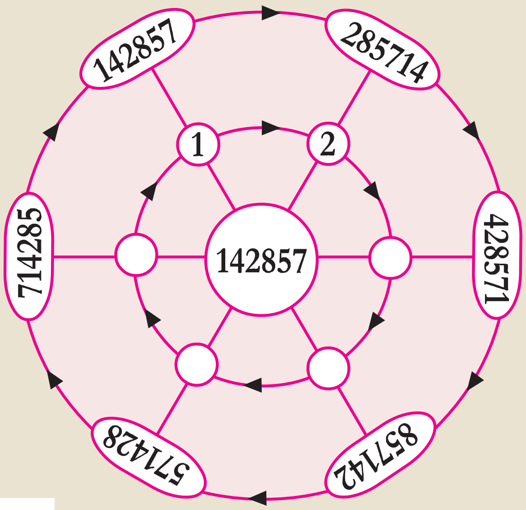
ബാക്കിവരുന്ന പത്തുരൂപാ നോട്ടുകൾ ☐

ഈ പത്തുരൂപാ നോട്ടുകളെ ഒരു രൂപാ നാണയങ്ങളാക്കിയാൽ, ഒരു രൂപാ നാണയങ്ങളുടെ എണ്ണം ☐

		6	
	നൂറ്	പത്ത്	ഒന്ന്
11	6 ($6 \times 100 = 60 \times 10$)	9	3
		60	
		69	3
$11 \times 6 = 66$		66	
		3 ($3 \times 10 = 30$)	3
			30

ചാക്രികഹരണം

ചിത്രം നോക്കൂ.



142857 നെ 1 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ അതുതന്നെ കിട്ടും.

2 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാലോ? 285714.

ഇത് ആദ്യത്തെ സംഖ്യയുമായി ഒത്തുനോക്കൂ. ഇനി ചിത്രത്തിലെ പുറംവളയത്തിലെ ഓരോ സംഖ്യയും കിട്ടാൻ 142857 നെ എന്തു കൊണ്ടു ഗുണിക്കണമെന്ന് കണ്ടുപിടിക്കുക.

ആകെ ഒരു രൂപാ നാണയങ്ങളുടെ എണ്ണം ☐

		6	3
	നൂറ്	പത്ത്	ഒന്ന്
11	6	9	3
		60	
		69	3
11 × 6 = 66		66	
		3	3
			30
			33
11 × 3 = 33			33

33 രൂപയെ 11 ഭാഗങ്ങളാക്കിയാൽ ഒരു ഭാഗം ☐

അപ്പോൾ ഒരു തൊപ്പിയുടെ വില

= 6 പത്തു രൂപ + 3 ഒരു രൂപ

= 63 രൂപ

ഈ ക്രിയകളെ ഒന്നുകൂടി ചുരുക്കി എഴുതാം:

	63
11	693
11 × 6 = 66	66
	33
11 × 3 = 33	33

അതായത് 693 ÷ 11 = 63

ഒരു തൊപ്പിയുടെ വില = 63 രൂപ

സ്കോളർഷിപ്പ് വിതരണം

- വിവിധ സ്കോളർഷിപ്പുകൾക്കായി സ്കൂളിലെ 15 കുട്ടികൾക്ക് തുല്യമായി വിതരണം ചെയ്യാൻ 16425 രൂപ സ്കൂൾ ഓഫീസിൽ എത്തിയിട്ടുണ്ട്. ഓരോരുത്തർക്കും എത്ര രൂപ വീതമാണ് വിതരണം ചെയ്യേണ്ടത്?

പൂജ്യത്തിന്റെ കളി

കിലോഗ്രാം, ക്വിന്റൽ, ടൺ എന്നിവ തൂക്കത്തിന്റെ ഏകകങ്ങളാണ്.

100 കിലോഗ്രാം = 1 ക്വിന്റൽ

1000 കിലോഗ്രാം = 1 ടൺ

എത്ര ക്വിന്റൽ ആണ് ഒരു ടൺ?

അതായത്, 1000 ÷ 100 = 10

1 ടൺ = 10 ക്വിന്റൽ

മില്ലിഗ്രാം, ഗ്രാം എന്നിവ തൂക്കത്തിന്റെ മറ്റു രണ്ട് ഏകകങ്ങളാണ്.

1 ഗ്രാം = 1000 മില്ലിഗ്രാം

അപ്പോൾ 5000 മില്ലിഗ്രാം എന്നത് എത്ര ഗ്രാം ആണ്?

5000 ÷ 1000 = 5

5000 മില്ലിഗ്രാം = 5 ഗ്രാം

ഇതുപോലെ ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നവ ചെയ്തുനോക്കൂ.

3000 ÷ 1000

5200 ÷ 100

20300 ÷ 100

15000 ÷ 100

ഇവിടെ 16425 രൂപയിൽ 16 ആയിരംരൂപാ നോട്ടുകളും 4 നൂറുരൂപാ നോട്ടുകളും 2 പത്തുരൂപാ നോട്ടുകളും 5 ഒരുരൂപാ നാണയങ്ങളുമാണ് ഉള്ളതെന്ന് കരുതുക.

ആദ്യം 16 ആയിരംരൂപാ നോട്ടുകൾ 15 പേർക്ക് തുല്യമായി വീതിക്കാം.

ഓരോരുത്തർക്കും ലഭിക്കുന്ന ആയിരംരൂപാ നോട്ടുകൾ ☐

ബാക്കി വരുന്ന ആയിരംരൂപാ നോട്ടുകൾ ☐

	1			
	ആയിരം	നൂറ്	പത്ത്	ഒന്ന്
15	16	4	2	5
	15			
	1	4	2	5

ബാക്കിവന്ന ആയിരംരൂപാ നോട്ടിനെ നൂറുരൂപാ നോട്ടുകളാക്കിയാൽ,

ഒരു ആയിരംരൂപാ നോട്ട് = ... നൂറുരൂപാ നോട്ടുകൾ

ആദ്യമുള്ള 4 നൂറുരൂപാ നോട്ടുകളടക്കം ആകെ നൂറുരൂപാ നോട്ടുകളുടെ എണ്ണം = ☐

	1			
	ആയിരം	നൂറ്	പത്ത്	ഒന്ന്
15	16	4	2	5
	15			
	1 ($1 \times 1000 = 10 \times 100$)	4	2	5
		10		
		14	2	5

14 നൂറുരൂപാ നോട്ടുകളെ 15 പേർക്ക് ഭാഗിക്കാൻ കഴിയില്ല. അതായത്, നൂറുരൂപാ നോട്ടുകൾ ആർക്കും കിട്ടില്ല. ഈ 14 നൂറുരൂപാ നോട്ടുകളെ, പത്തുരൂപാ നോട്ടുകളാക്കി മാറ്റാം.

14 നൂറുരൂപാ നോട്ടുകൾ = ... പത്തുരൂപാ നോട്ടുകൾ.

നേരത്തേയുള്ള 2 പത്തുരൂപാ നോട്ടുകൾ അടക്കം ആകെ പത്തുരൂപാ നോട്ടുകളുടെ എണ്ണം ☐

ഗ്രാമും പവനും

ലോട്ടറിയിൽ ഒന്നാം സമ്മാനം നേടുന്നവർക്ക് ഒരു കിലോഗ്രാം സ്വർണം സമ്മാനമായി നൽകുന്നു എന്ന് പരസ്യത്തിൽ കണ്ടപ്പോൾ അനുവിന് സംശയം – സ്വർണത്തിന്റെ തൂക്കം കിലോഗ്രാമിൽ പറയാറില്ലല്ലോ. അമ്മയുടെ മാലയ്ക്ക് 2 പവൻ തൂക്കം ഉണ്ടെന്ന് ചേച്ചിയോട് പറയുന്നതു കേട്ടിട്ടുണ്ട്.

എന്താണ് പവനും ഗ്രാമും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം?

ഒരു പവൻ എന്നത് 8 ഗ്രാം സ്വർണമാണ്.

1 കിലോഗ്രാമെന്നാൽ 1000 ഗ്രാം.

അപ്പോൾ ഒരു കിലോഗ്രാം സ്വർണമെന്നാൽ എത്ര പവനാണ്?

142 പത്തുരൂപാ നോട്ടുകളെ 15 പേർക്കു വീതിച്ചാൽ ഒരാൾക്ക് എത്ര പത്തുരൂപാ നോട്ടുകൾ കിട്ടും?

	ആയിരം	നൂറ്	പത്ത്	ഒന്ന്
	1	0	9	
15	16	4	2	5
	15			
	1 ($1 \times 1000 = 10 \times 100$)	4	2	5
		10		
		14 ($14 \times 100 = 140 \times 10$)	2	5
$15 \times 0 = 0$		0	140	
			142	5
$15 \times 9 = 135$			135	4
			7	5

ബാക്കിയുള്ള പത്തുരൂപാ നോട്ടുകൾ =

ഈ പത്തുരൂപാ നോട്ടുകളെ ഒരുരൂപാ നാണയങ്ങളാക്കിയാൽ എത്ര ഒരുരൂപാ നാണയങ്ങൾ ഉണ്ടാവും?

ആദ്യമുള്ള 5, ഒരുരൂപാ നാണയങ്ങളും ചേർത്താൽ ആകെ ഒരുരൂപാ നാണയങ്ങളുടെ എണ്ണം =

75 ഒരുരൂപാ നാണയങ്ങളെ 15 പേർക്ക് വീതിച്ചാൽ ഓരോരുത്തർക്കും എത്ര നാണയങ്ങൾ കിട്ടും?

ചേർന്നുനിന്നാൽ

ഒരു മൂന്നക്കസംഖ്യയിൽനിന്നു തുടങ്ങാം. ഉദാഹരണമായി 415. ഈ സംഖ്യയോടു ചേർത്ത് വീണ്ടും ഇതേ മൂന്നക്കസംഖ്യ എഴുതണം.

അതായത് 415415

ഈ ആറക്കസംഖ്യയെ 7 കൊണ്ട് ഹരിക്കുക. ഹരണഫലം എന്താണ്?

ഇനി ഈ ഹരണഫലത്തെ 11 കൊണ്ട് ഹരിക്കുക. ഹരണഫലം എന്താണ്?

അവസാനമായി ഈ ഹരണഫലത്തെ 13 കൊണ്ട് ഹരിക്കുക. എന്തു കിട്ടി?

വേറെയും സംഖ്യകൾ എടുത്ത് ചെയ്തുനോക്കൂ.

എന്താണിതിനു കാരണം?

$7 \times 11 \times 13$ എത്രയാണെന്നു നോക്കൂ.

ഏതെങ്കിലുമൊരു മൂന്നക്കസംഖ്യയെ 1001 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചുനോക്കൂ.

ഈ ചെയ്തതത്രയും ചുരുക്കി ഇങ്ങനെ എഴുതാം:

	1	0	9	
	ആയിരം	നൂറ്	പത്ത്	ഒന്ന്
15	16	4	2	5
15 × 1 = 15	15			
	1 (1000 = 10 × 100)	4	2	5
		10		
		14 (14 × 100 = 140 × 10)	2	5
15 × 0 = 0		0	140	
			142	5
15 × 9 = 135			135	
			7 (7 × 10 = 70)	5
				70
				75
15 × 5 = 75				75

ഇതിനെ ഒന്നുകൂടി ചുരുക്കി ഇങ്ങനെ എഴുതാം:

	1095
15	16425
15 × 1 = 15	15
	14
15 × 0 = 0	0
	142
15 × 9 = 135	135
	75
15 × 5 = 75	75

അതായത് 16425 ÷ 15 = 1095

- ഇതുപോലെ 2460 രൂപ 12 പേർക്ക് വീതിച്ചാൽ ഒരാൾക്ക് എത്ര രൂപ കിട്ടും?

കലണ്ടർ കണക്ക്

കലണ്ടറിൽ 16 സംഖ്യകളുള്ള സമചതുരം വരച്ച് അതിലെ സംഖ്യകളുടെ തുകയെ 16 കൊണ്ട് ഹരിച്ചുനോക്കൂ.

5	6	7	8
12	13	14	15
19	20	21	22
26	27	28	29

വേറെയും സമചതുരങ്ങൾ വരച്ച് ചെയ്തുനോക്കൂ. തുകയെ 16 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യക്ക്, ആദ്യകളത്തിലെ സംഖ്യയുമായി എന്തു ബന്ധമാണുള്ളത്?

മിച്ചം വന്നാൽ

175 രൂപ 7 പേർക്ക് തുല്യമായി ഭാഗിച്ചാൽ ഓരോരുത്തർക്കും എത്ര രൂപ വീതം കിട്ടും?

ഇതു കണ്ടെത്താൻ 175 നെ 7 കൊണ്ട് ഹരിച്ച് നോക്കണം.

25
7 | 175
7 × 2 = 14 | 14
35
7 × 5 = 35 | 35

ഓരോരുത്തർക്കും 25 രൂപ വീതം കിട്ടും.

180 രൂപയാണ് 7 പേർക്ക് വീതിക്കുന്നതെങ്കിലോ?

175 രൂപയെക്കാൾ 5 രൂപ കൂടുതലാണ് 180 ൽ. 175 രൂപ 7 പേർക്ക് വീതിച്ചാൽ ഒരാൾക്ക് 25 രൂപ വീതം കിട്ടും. മിച്ചം വരുന്ന 5 ഒരു രൂപയെ 7 പേർക്ക് ഭാഗിക്കാൻ കഴിയില്ല. അതായത്, 180 രൂപ 7 പേർക്ക് വീതിച്ചാൽ ഒരാൾക്ക് 25 രൂപ വീതം കിട്ടും, 5 രൂപ മിച്ചം വരും.

25
7 | 180
7 × 2 = 14 | 14
40
7 × 5 = 35 | 35
5

കണക്കിന്റെ ഭാഷയിൽപ്പറഞ്ഞാൽ, 180 നെ 7 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ, ഹരണഫലം (Quotient) 25, ശിഷ്ടം (Remainder) 5. ഇത് ഇങ്ങനെ ചുരുക്കി എഴുതാം.

നേരത്തേ 175 = 7 × 25 എന്നു കണ്ടു.

ഇപ്പോൾ 180 = 175 + 5 = (7 × 25) + 5 എന്നും കാണാം.

സമചതുരക്കണക്ക്

ഒരു സമചതുരം വരച്ച് സംഖ്യകൾ എഴുതിയത് നോക്കൂ.

1	2	3	4	5
11	12	13	14	15
21	22	23	24	25
31	32	33	34	35
41	42	43	44	45

വരിയിലെയും നിരയിലെയും സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം പിടികിട്ടിയോ? ഈ സംഖ്യകളുടെ തുകയെ 25 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യക്ക് സമചതുരത്തിന്റെ മധ്യത്തിലെ സംഖ്യയുമായി എന്താണു ബന്ധം?

അതായത് ഹരിക്കുന്ന സംഖ്യകൊണ്ട് ഹരണഫലത്തെ ഗുണിച്ച് ശിഷ്ടവും കൂട്ടിയാൽ ഹരിക്കപ്പെടുന്ന സംഖ്യ കിട്ടും.

ഹരിക്കപ്പെടുന്ന സംഖ്യ = ഹരിക്കുന്ന സംഖ്യ × ഹരണഫലം + ശിഷ്ടം

- ചില ഹരണക്രിയകൾ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. എഴുതാത്ത അക്കങ്ങൾ കൂട്ടിച്ചേർക്കുക.

1 6
12 | 1 7 5 2
....
....
4 8
....
....
0

2....9
14 | 2 9 2 6
....
....
....
....
....
0

- ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പട്ടികയിൽ എഴുതാത്ത സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിച്ച് എഴുതുക.

സംഖ്യ	ഹരിക്കുന്ന സംഖ്യ	ഹരണ ഫലം	ശിഷ്ടം
56	8	7	0
369	3	....	....
486	4	....	....
448	....	7	....
948	12	....	....
....	16	23	8
4736	15	....	....
....	35	48	0
....	62	74	13
8365	23	....	....
527	....	20	7

- സ്കൂൾ സ്റ്റോറിലേക്ക് 1825 നോട്ട്പുസ്തകങ്ങളാണ് വാങ്ങേണ്ടത്. 25 പുസ്തകങ്ങൾ വീതമുള്ള എത്ര കെട്ടുകൾ വാങ്ങണം?
- ഗണിതശാസ്ത്രമേളയിൽ വിജയികളായതിന്റെ സന്തോഷം പങ്കിടാൻ സ്കൂളിലെ 768 കുട്ടികൾക്കും ലഡു നൽകാൻ തീരുമാനിച്ചു. 1 കിലോഗ്രാം ലഡുവിൽ 24 എണ്ണം ഉണ്ടാകും. എത്ര കിലോഗ്രാം ലഡു വാങ്ങണം?
- അബു ഓരോ ആഴ്ചയിലും, ചെലവു കഴിച്ച് മിച്ചം വരുന്നതിൽനിന്ന് 35 രൂപ വീതം ബാങ്കിൽ നിക്ഷേപിക്കും. ഇപ്പോൾ അയാളുടെ അക്കൗണ്ടിൽ 1505 രൂപ ഉണ്ട്. എത്രയാഴ്ചത്തെ സമ്പാദ്യമാണിത്?
- ഒരു പഞ്ചായത്തിന്റെ കീഴിലുള്ള 14 സ്കൂളുകളിലെ ലൈബ്രറിനവീകരണത്തിനു വേണ്ടി 325500 രൂപ നീക്കിവെച്ചു. ഈ തുക എല്ലാ സ്കൂളിനും തുല്യമായി വീതിച്ചാൽ ഓരോ സ്കൂളിനും എത്ര തുക വീതം കിട്ടും?

ശിഷ്ടമെന്നാൽ

20 ലിറ്റർ പാൽ, 3 ലിറ്റർ വീതം എത്ര പേർക്ക് കൊടുക്കാം? ബാക്കി എത്ര ലിറ്റർ ഉണ്ടാവും? 6 പേർക്ക് കൊടുക്കാം. ബാക്കി 2 ലിറ്റർ ഉണ്ടാവും.

അതായത്, $20 = (3 \times 6) + 2$

കൊടുക്കുന്നത് 6 ലിറ്റർ വീതമാണെങ്കിലോ? അപ്പോൾ 3 പേർക്ക് കിട്ടും. അപ്പോഴും ബാക്കി വരുന്നത് 2 ലിറ്റർ തന്നെ.

കൊടുക്കുന്നത് 7 ലിറ്റർ വീതമാണെങ്കിലോ? അപ്പോൾ ബാക്കി വരുന്നത് 6 ലിറ്റർ ആകും.

അതായത്, $20 = (7 \times 2) + 6$. ബാക്കി വരുന്ന പാലിന്റെ അളവ് നിശ്ചയിക്കുന്നത് എത്ര ലിറ്റർ വീതം കൊടുക്കുന്നു എന്നു നോക്കിയിട്ടാണ്.

സംഖ്യകൾമാത്രം ഉപയോഗിച്ച് പറഞ്ഞാൽ, ഒരു സംഖ്യയെ മറ്റൊരു സംഖ്യകൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം തീരുമാനിക്കുന്നത് ഹരിക്കുന്ന സംഖ്യയെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയാണ്. അതായത്, ശിഷ്ടം എപ്പോഴും ഹരിക്കുന്ന സംഖ്യയേക്കാൾ ചെറുതായിരിക്കും.

- ഒരു ഓഡിറ്റോറിയത്തിൽ 864 കസേരകൾ 24 വരികളിലായി നിരത്തിയിട്ടിരിക്കുന്നു. ഓരോ വരിയിലും കൂടുതൽ കസേരകൾ ഇടാതെ ഓഡിറ്റോറിയത്തിൽ 1260 കസേരകൾ കൂടി ഇടണം. ഇനി എത്ര വരികൾ കൂടി വേണ്ടിവരും?
- ഒരു അധിവർഷത്തിൽ എത്ര ആഴ്ചകൾ ഉണ്ട്? ബാക്കി എത്ര ദിവസങ്ങൾ ഉണ്ട്?
- ഒരു നാലക്കസംഖ്യയെ 13 കൊണ്ട് ഹരിക്കുന്ന ക്രിയയിലെ ചില അക്കങ്ങൾമാത്രം ഇവിടെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. ഇതിൽ എഴുതാത്ത അക്കങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

```
       2□7
    ┌─────
 13 │ 3□7□
    │ 26
    ├─────
    │  8□
    │  □□
    ├─────
    │   □□
    │   □□
    └─────
         5
```

- തോമസ് വാങ്ങിയ ചില സാധനങ്ങളുടെ ബില്ലാണ് ചുവടെ നൽകിയിരിക്കുന്നത്.

ഇനം	തൂക്കം (കി.ഗ്രാം.)	വില (രൂപ)
അരി	15	480
പഞ്ചസാര	4	136
ചെറുപയർ	5	360
കടല	6	276
	ആകെ	1252

ഇതേ കടയിൽനിന്ന് കണ്ണൻ വാങ്ങിയതിന്റെ കണക്ക് ഇങ്ങനെയാണ്:

അരി - 12 കി.ഗ്രാം.

പഞ്ചസാര - 3 കി.ഗ്രാം.

ചെറുപയർ - 2 കി.ഗ്രാം.

കടല - 5 കി.ഗ്രാം.

കണ്ണൻ എത്ര രൂപ കൊടുക്കണം?

ഹരിച്ചു നോക്കാതെ

366, 425, 499 എന്നീ സംഖ്യകളെ 15 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടങ്ങൾ എത്രയാണ്? സംഖ്യകളുടെ തുകയെ 15 കൊണ്ട് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാൻ കഴിയുമോ? ഹരിച്ചു നോക്കാതെ എങ്ങനെ കണ്ടുപിടിക്കും?

- 216 കുട്ടികളെ വരിവരിയായി നിർത്തിയിരിക്കുന്നു. ഓരോ വരിയിലും 12 കുട്ടികൾ. എത്ര വരിയുണ്ട്?

  കുറേ കുട്ടികളെക്കൂടി ഇവരോടൊപ്പം നിർത്തി. വരികളുടെ എണ്ണം മാറ്റിയില്ല. ഓരോ വരിയിലും 25 കുട്ടികളായി. പുതുതായി വന്നത് എത്ര പേരാണ്?

- ചുവടെ സംഖ്യകൾ എഴുതിയിരിക്കുന്ന രീതി നോക്കുക.

0	1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17
–	–	–	–	–	–
–	–	–	–	–	–

(a) ഓരോ നിരയിലെയും സംഖ്യകളെ 6 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ഹരണഫലങ്ങൾ തമ്മിലെന്താണ് ബന്ധം? ശിഷ്ടങ്ങൾ തമ്മിലോ?

(b) ഓരോ വരിയിലെയും സംഖ്യകളെ 6 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ഹരണഫലങ്ങൾ തമ്മിലെന്താണ് ബന്ധം? ശിഷ്ടങ്ങൾ തമ്മിലോ?

(c) 10-ാം വരിയിലെ ആദ്യത്തെയും അവസാനത്തെയും സംഖ്യകൾ ഏതൊക്കെയാണ്?

(d) 18-ാം വരിയിലെ നാലാമത്തെ സംഖ്യ ഏതാണ്?

(e) 345 എന്ന സംഖ്യ ഏതു വരിയിലെ എത്രാമത്തെ സംഖ്യയാണ്?

പ്രോജക്ട്

ഇഷ്ടമുള്ള എട്ടു സംഖ്യകൾ എഴുതി, ഇവയിലെ ഏത് രണ്ടു സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസവും കണ്ടെത്തിനോക്കൂ. ഇവയിൽ ഏതെങ്കിലും ഒരു വ്യത്യാസത്തെ 7 കൊണ്ട് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാൻ കഴിയുമോ? ചെയ്തുനോക്കൂ.

എന്തായിരിക്കും ഇതിനു കാരണം?

ഒരു സംഖ്യയെ 7 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടമായി വരാവുന്ന സംഖ്യകൾ ഏതൊക്കെയാണ്?

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 - ഇവ ഏഴെണ്ണമാണുള്ളത്.

അപ്പോൾ എട്ട് സംഖ്യകളെ 7 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ രണ്ടു ശിഷ്ടങ്ങളെങ്കിലും തീർച്ചയായും തുല്യമായിരിക്കും. അപ്പോൾ ആ രണ്ടു സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസത്തെ 7 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം പൂജ്യമായിരിക്കും.

ഉദാ: 67, 109 എന്നീ സംഖ്യകളെ 7 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 4 കിട്ടുന്നു.

ഈ സംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസത്തെ 7കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോഴോ?

ഇതുപോലെ ഏതെങ്കിലും 13 സംഖ്യകൾ എഴുതി രണ്ടു സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസത്തെ 12 കൊണ്ട് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാമോ എന്നു പരിശോധിച്ചുനോക്കൂ.

സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം മാറ്റി പ്രവർത്തനം തുടർന്ന് ചെയ്തുനോക്കൂ.

തിരിഞ്ഞുനോക്കുമ്പോൾ

പഠനനേട്ടങ്ങൾ	എനിക്ക് കഴിയും	ടീച്ചറുടെ സഹായത്തോടെ കഴിയും	ഇനിയും മെച്ചപ്പെടേണ്ടതുണ്ട്
• കൂട്ടമാക്കൽ, ഭാഗം വയ്ക്കൽ എന്നീ സന്ദർഭങ്ങൾ ഹരണക്രിയയാണെന്ന് വിശദീകരിക്കാൻ കഴിയുന്നു.			
• ദീർഘഹരണക്രിയാ രീതിയിൽ ഹരിക്കുന്ന രീതി വിവരിക്കുന്നു.			
• ഹരണത്തിനുള്ള വ്യത്യസ്ത മാർഗങ്ങൾ വിശദീകരിക്കുന്നു, സ്വന്തം മാർഗം കണ്ടെത്തുന്നു.			
• ഹരണക്രിയകൾ മനക്കണക്കായി ചെയ്യാൻ കഴിയുന്നു.			
• ഹരിക്കപ്പെടുന്ന സംഖ്യയും ഹരിക്കുന്ന സംഖ്യയും ഹരണഫലവും ശിഷ്ടവും തമ്മിൽ ബന്ധപ്പെടുത്തി പറയുന്നു.			
• ചതുഷ്ക്രിയകൾ ഉൾപ്പെടുന്ന പ്രായോഗികപ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നു.			
• പ്രശ്നപരിഹരണത്തിനാവശ്യമായ വിവരങ്ങൾ ശേഖരിക്കുകയും യോജിച്ച ക്രിയാരൂപങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് പ്രശ്നപരിഹരണം നടത്തുകയും ചെയ്യുന്നു.			

4

വൃത്തങ്ങൾ

റസിയ ചില ജ്യാമിതീയരൂപങ്ങൾ വരയ്ക്കുന്നതിനുള്ള തയാറെടുപ്പിലാണ്.

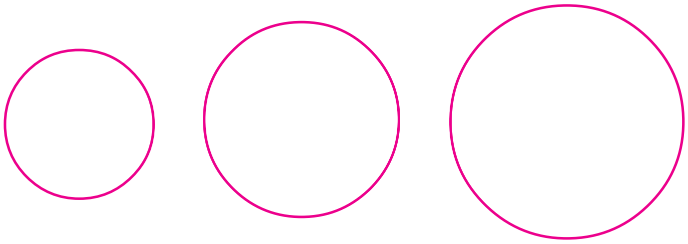
ചക്രവും വൃത്തവും

- അയ്യായിരം വർഷം മുമ്പ് തന്നെ മനുഷ്യർ വിലങ്ങനെ തിരിയുന്ന ചക്രമുപയോഗിച്ച് മൺപാത്രങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കിയിരുന്നു.
- നാലായിരം കൊല്ലം മുമ്പുതന്നെ, കുത്തനെ തിരിയുന്ന ചക്രം ഉപയോഗിക്കുന്ന വാഹനങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കി.
- മനുഷ്യപുരോഗതിയുടെ ഒരു പ്രധാന സംഭവമാണ് ചക്രങ്ങളുടെ കണ്ടുപിടിത്തം.

റസിയ ഇപ്പോൾ വരയ്ക്കുന്നത് എന്തു രൂപമാണ്?

വള, ഗ്ലാസ് മുതലായവ ഉപയോഗിച്ച് നിങ്ങൾക്കും വട്ടം വരയ്ക്കാമല്ലോ.

ചുവടെയുള്ള ചിത്രങ്ങൾ നോക്കൂ.



മൂന്നു വൃത്തങ്ങൾ (Circles); വലുപ്പത്തിൽ വ്യത്യാസമുണ്ട്.

ഓരോ വലുപ്പത്തിലുമുള്ള വൃത്തം എങ്ങനെ വരയ്ക്കും?

ആ വലുപ്പത്തിൽ വൃത്താകൃതിയിലുള്ള വസ്തുക്കൾ കിട്ടിയാൽ മതിയല്ലോ.

എപ്പോഴും ഇതു സാധ്യമാണോ?

പെട്ടിയിലെ പരിഹാരം

ഫാത്തിമ ഒരു ചിത്രം വരയ്ക്കുകയാണ്.

ഫാത്തിമ എന്താണ് വരയ്ക്കാൻ ശ്രമിക്കുന്നത്?

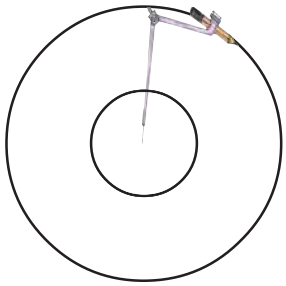
വട്ടം വരയ്ക്കുന്നതിന് ഫാത്തിമ ഉപയോഗിക്കുന്ന ഉപകരണം നമ്മുടെ ജ്യാമിതിപ്പെട്ടിയിലും ഉണ്ട്. ഇതിനെ കോമ്പസ് (compass) എന്നു വിളിക്കുന്നു.

കോമ്പസ് ഉപയോഗിച്ച് ഫാത്തിമ വരച്ചതുപോലെ ഒരു വട്ടം വരച്ചുനോക്കൂ. കോമ്പസിന്റെ വിരിവ് അൽപ്പംകൂട്ടി മറ്റൊരു വട്ടം വരച്ചുനോക്കൂ. എന്തു മാറ്റമാണ് സംഭവിച്ചത്? വലുപ്പം കുറച്ച് കൂടി, അല്ലേ?

എങ്ങനെയാണ് വൃത്തം വരച്ചത്? കോമ്പസിന്റെ മുന ഒരു സ്ഥലത്ത് കുത്തുന്നു. കോമ്പസ് അൽപ്പം ഒന്ന് വിടർത്തി വൃത്തം വരയ്ക്കുന്നു.

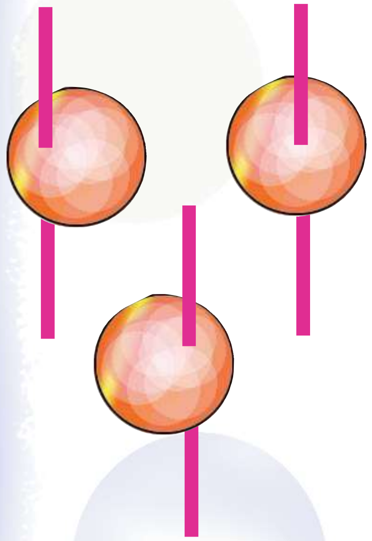
വൃത്തം വരയ്ക്കുമ്പോൾ കോമ്പസിന്റെ മുന കുത്തുന്ന ബിന്ദുവാണ് വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം (Centre).

ചുവടെ വരച്ച ചിത്രം നോക്കൂ.



പമ്പരം കറക്കാം...

ഒരു വൃത്തം മുറിച്ചെടുത്ത് കമ്പിൽ കോർത്തുവച്ചാൽ പമ്പരമായി.



ഇവയിൽ നന്നായി കറങ്ങുന്ന പമ്പരം ഏതാണ്?

എന്തുകൊണ്ട്?

നന്നായി കറങ്ങുന്ന ഒരു പമ്പരം ഉണ്ടാക്കാൻ കമ്പ് എവിടെക്കൂടി കോർക്കണം?

ഈ വൃത്തങ്ങളുടെ പ്രത്യേകത എന്താണ്?

രണ്ടിന്റേയും കേന്ദ്രം ഒരേ ബിന്ദു തന്നെ. എന്നാൽ പുറത്തെ വൃത്തം ഉള്ളിലെ വൃത്തത്തേക്കാൾ വലുപ്പം കൂടിയതാണ്.

വൃത്തം ജിയോജിബ്രയിൽ

ജിയോജിബ്രയിൽ വൃത്തം വരയ്ക്കാൻ ലഭ്യമായ ചില ടൂളുകളാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്.

- Circle with centre through points.
- Circle with centre and radius.

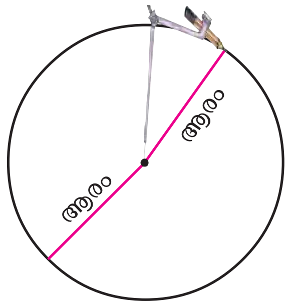
കോമ്പസിന്റെ വിരിവ് അൽപ്പം കൂട്ടി വരച്ചതുകൊണ്ടാണല്ലോ ഇത്തരത്തിലുള്ള വലിയ വൃത്തം ലഭിച്ചത്.

ഇത് ഇങ്ങനെയും പറയാം! കേന്ദ്രത്തിൽനിന്നു വൃത്തത്തിലേക്കുള്ള അകലം കൂടിയതുകൊണ്ടാണ് വൃത്തം വലുതായത്.

അതായത്, കേന്ദ്രത്തിൽനിന്നു വൃത്തത്തിലേക്കുള്ള അകലം കൂടുന്നതിനനുസരിച്ച് വൃത്തത്തിന്റെ വലുപ്പം കൂടുന്നു.

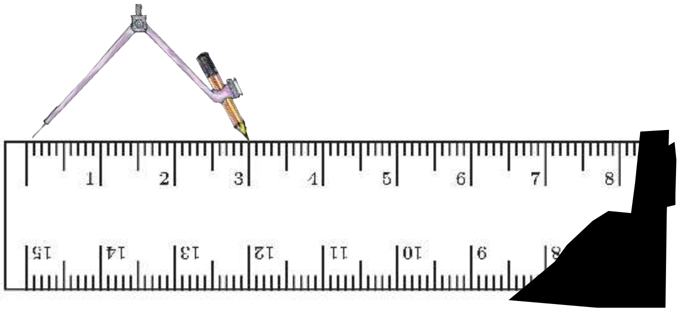
കേന്ദ്രത്തിൽനിന്നു വൃത്തത്തിലേക്കുള്ള അകലത്തെ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം (Radius) എന്നു പറയുന്നു.

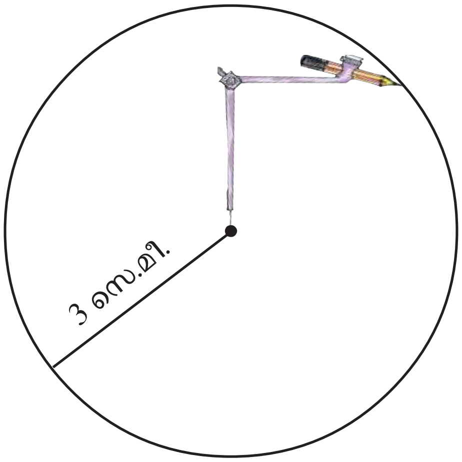
വൃത്തം വരയ്ക്കാൻ കോമ്പസ് അൽപ്പം വിടർത്തിയല്ലോ. അപ്പോൾ അതിന്റെ മുനയും പെൻസിലിന്റെ മുനയും തമ്മിലുള്ള അകലം തന്നെയാണ് വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ ആരം.



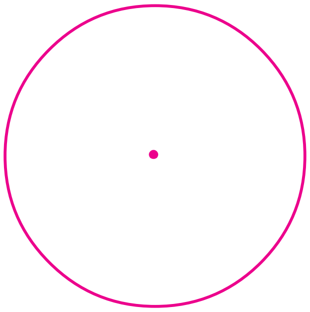
അളന്നു വരയ്ക്കാം

3 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം എങ്ങനെ വരയ്ക്കും?

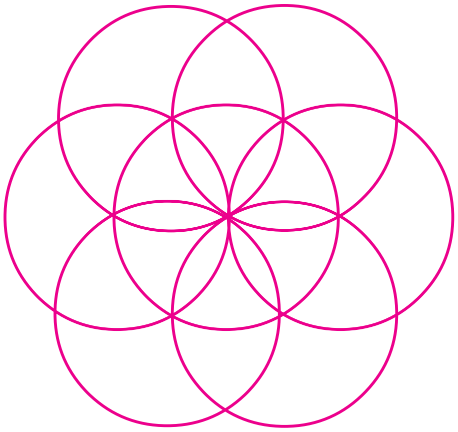




- ചിത്രത്തിലെ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം അളന്നു കണ്ടുപിടിക്കൂ.



- 5 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക.
- 3 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നു 5 സെന്റിമീറ്റർ അകലെയുള്ള ബിന്ദു ഈ വൃത്തത്തിനകത്താണോ, പുറത്താണോ?
- ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചിത്രത്തിലുള്ള എല്ലാ വൃത്തങ്ങളുടെയും ആരം തുല്യമാണ്.

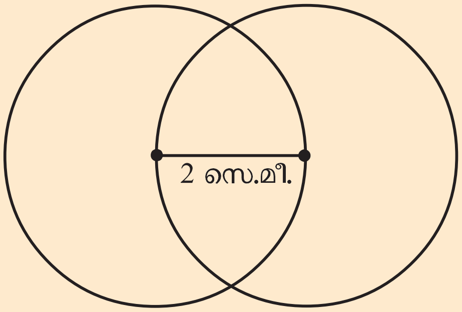


വൃത്തങ്ങളുടെ ആരം 3 സെന്റിമീറ്ററാക്കി ഈ ചിത്രം നോട്ട്പുസ്തകത്തിൽ വരയ്ക്കുക.

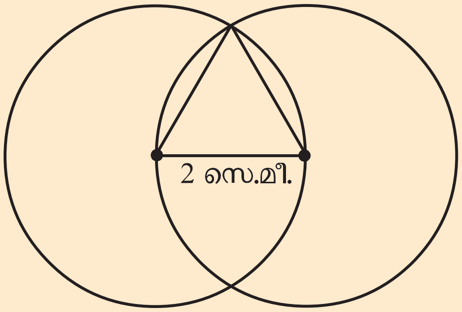
- ഒരേ ബിന്ദുതന്നെ കേന്ദ്രമാക്കി 3 സെന്റിമീറ്റർ, 4 സെന്റിമീറ്റർ, 5 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തങ്ങൾ വരയ്ക്കുക.

വൃത്തം കൊണ്ട് ത്രികോണം

2 സെന്റിമീറ്റർ നീളത്തിൽ ഒരു വര വരയ്ക്കുക. അഗ്രബിന്ദുക്കൾ കേന്ദ്രമാക്കി 2 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തം വരയ്ക്കുക.



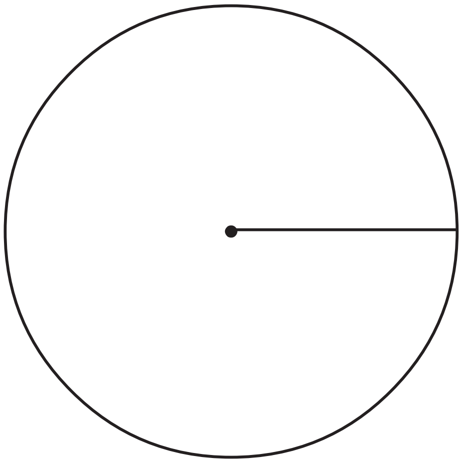
ഇനി ചുവടെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതു പോലെ ഒരു ത്രികോണം വരയ്ക്കൂ.



ത്രികോണത്തിന്റെ മറ്റു രണ്ടുവശങ്ങളുടെ നീളം എത്രയാണ്?

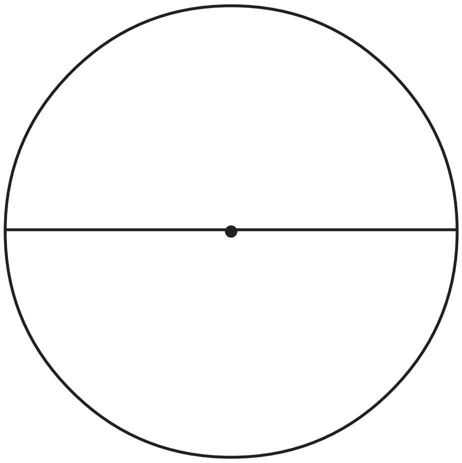
വ്യാസം

ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചിത്രം നോക്കൂ.



ഈ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം അളന്നെഴുതുക.

ആരം നീട്ടി വരച്ചതിനുശേഷമുള്ള ചിത്രം നോക്കൂ.



കേന്ദ്രത്തിൽകൂടി വരച്ച വരയുടെ നീളം എത്രയാണ്?

ഇതേ നീളത്തിൽ വേറെ വരകൾ ഈ വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ വരയ്ക്കാമോ?

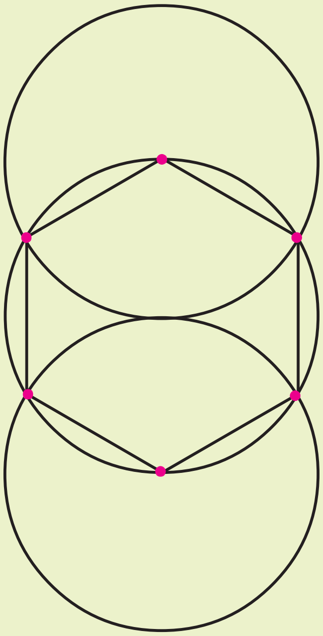
ഇത്തരത്തിൽ എത്ര വരകൾ വരയ്ക്കാം?

ഇതിനേക്കാൾ നീളമുള്ള ഒരു വര വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ വരയ്ക്കാൻ കഴിയുമോ?

അപ്പോൾ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽകൂടി കടന്നുപോകുന്ന വരയ്ക്കാണ് ഏറ്റവും നീളം കൂടുതൽ. ഈ വരയെ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം (Diameter) എന്നാണു പറയുന്നത്.

വൃത്തം കൊണ്ട് ഷഡ്ഭുജം

ഒരേ ആരമുള്ള മൂന്നു വൃത്തങ്ങൾ ചിത്രത്തിലെ പോലെ വരച്ചുനോക്കൂ. വൃത്തകേന്ദ്രവും വൃത്തങ്ങൾ മുറിച്ചുകടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളും ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതുപോലെ വരകൾ കൊണ്ട് യോജിപ്പിക്കൂ. ഷഡ്ഭുജം കിട്ടിയില്ലേ.



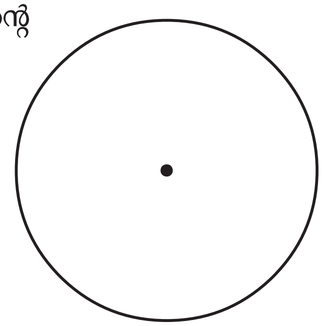
അതായത്, ഒരു വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ വരയ്ക്കാവുന്ന ഏറ്റവും നീളം കൂടിയ വരയാണ് ആ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം. ഈ വര യുടെ നീളത്തെയും വ്യാസം എന്നു തന്നെയാണു പറയുന്നത്.

അപ്പോൾ ആരത്തിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങാണ് വ്യാസം.

$$\text{വ്യാസം} = 2 \times \text{ആരം}$$

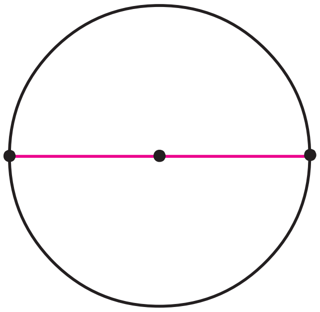
വ്യാസത്തിന്റെ പകുതി ആരവും.

- ചിത്രത്തിലെ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം അളന്നെഴുതുക.

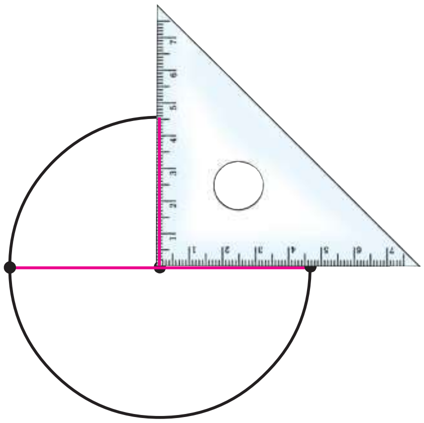


സമഭാഗങ്ങൾ

വൃത്തം വരച്ച് അതിന്റെ ഒരു വ്യാസം വരയ്ക്കുക.

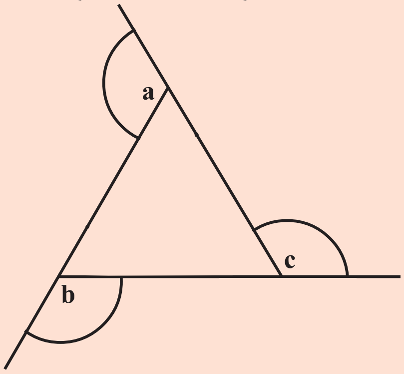


ഈ വ്യാസത്തിന് കുത്തനെയായി മറ്റൊരു വ്യാസം വര യ്ക്കാമോ? മട്ടം ഉപയോഗിച്ച് വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽകൂടി കുത്തനെ ഒരു വര വരച്ചാൽ മതിയല്ലോ.

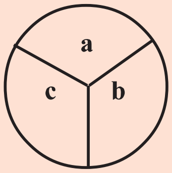


കണ്ടെത്തൂ

ഒരു ത്രികോണം വരച്ച് വശങ്ങൾ ചുവടെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ നീട്ടുക.



ഇതിന്റെ മൂന്നു മൂലകളിൽ നിന്നും ഒരേ ആരത്തിൽ മൂന്നു വൃത്തഭാഗങ്ങൾ വരയ്ക്കുക. അവ വെട്ടിയെടുത്ത് ചേർത്തുവയ്ക്കുക.



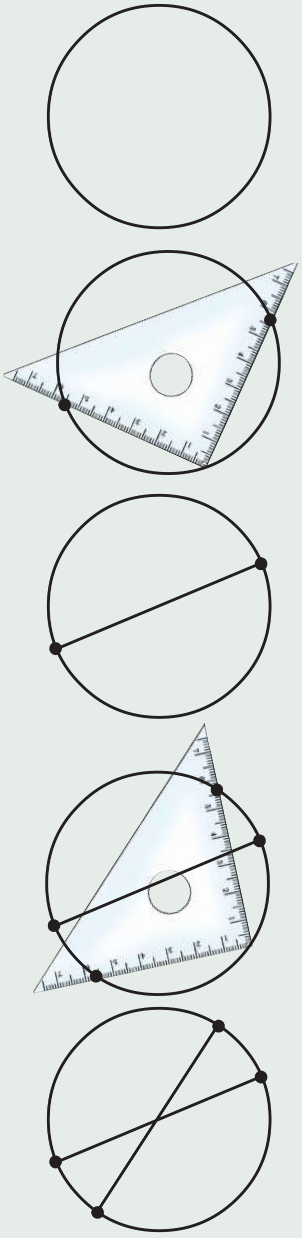
ഇപ്പോൾ ഒരു വൃത്തം കിട്ടിയില്ലേ. പല വലുപ്പത്തിലുള്ള ത്രികോണം വരച്ച് ഇതുപോലെ വച്ചുനോക്കൂ. എപ്പോഴും വൃത്തം കിട്ടുന്നുണ്ടോ?

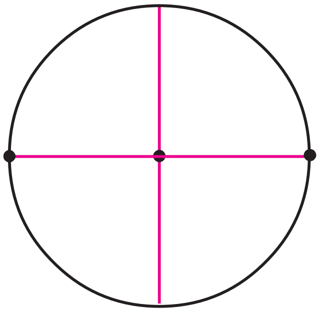
ത്രികോണത്തിനു പകരം ചതുർഭുജം വരച്ച് ഇതുപോലെ ചെയ്തുനോക്കൂ. വൃത്തംതന്നെ കിട്ടുന്നുണ്ടോ?

കാൺമാനില്ല

വള ഉപയോഗിച്ച് അച്ചു വൃത്തം വരച്ചു. വൃത്തപാറ്റേൺ തയാറാക്കുന്നതിന് വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം വരയ്ക്കണം. പക്ഷേ, കേന്ദ്രം കാണുന്നില്ല.

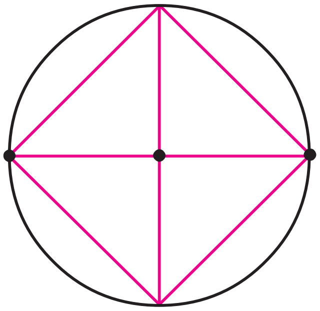
മട്ടം ഉപയോഗിച്ച് വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം കണ്ടെത്തിയ മാർഗം നോക്കൂ.





വൃത്തം എത്ര സമഭാഗങ്ങളായി മാറി?

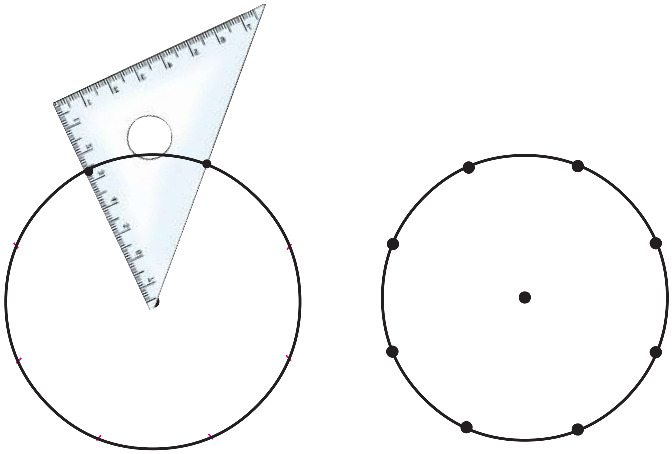
വരയുടെ അഗ്രബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചുനോക്കൂ.



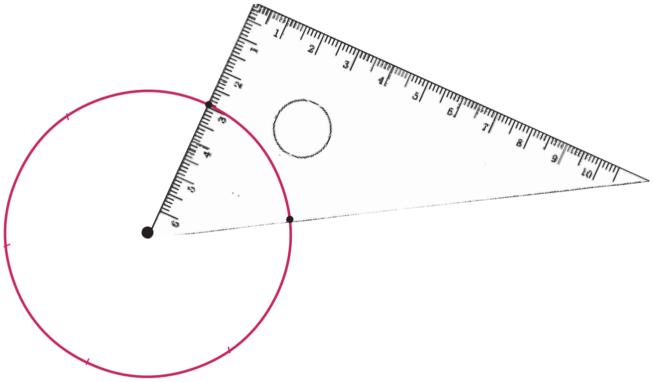
ഇപ്പോൾ കിട്ടിയ രൂപം എന്താണ്?

ഇതുപോലെ മറ്റു രണ്ടു വ്യാസങ്ങൾ വരച്ച്, അവയുടെ അഗ്രങ്ങൾ യോജിപ്പിച്ചുനോക്കൂ. എല്ലായ്പ്പോഴും ഇങ്ങനെത്തന്നെ കിട്ടുമോ?

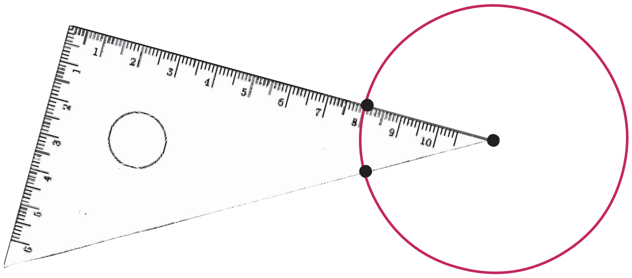
- ഇതുപോലെ മട്ടത്തിലെ വിവിധ മൂലകൾ ഉപയോഗിച്ച് വൃത്തത്തിൽ മറ്റു രൂപങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കിനോക്കൂ.



- ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചു കിട്ടുന്ന രൂപത്തിന് എത്ര വശങ്ങൾ ഉണ്ട്?



- ചിത്രത്തിൽ കാണുന്ന മട്ടം ഉപയോഗിച്ച് വൃത്തത്തിൽ തുല്യ അകലങ്ങളിൽ എത്ര ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്താം? ഈ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചു കിട്ടുന്ന രൂപത്തിന് എത്ര വശങ്ങൾ ഉണ്ട്?

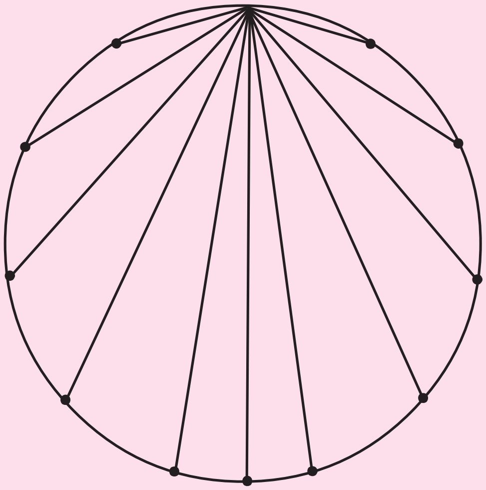


- ഈ മട്ടം ഉപയോഗിച്ച് വൃത്തത്തിൽ തുല്യ അകലങ്ങളിൽ എത്ര ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്താം? ഈ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചു കിട്ടുന്ന രൂപത്തിന് എത്ര വശങ്ങൾ ഉണ്ട്?

മട്ടങ്ങളുടെ വിവിധ മൂലകൾ ഉപയോഗിച്ച് 24 വശങ്ങളുള്ള ഒരു രൂപം വൃത്തത്തിൽ വരയ്ക്കൂ.

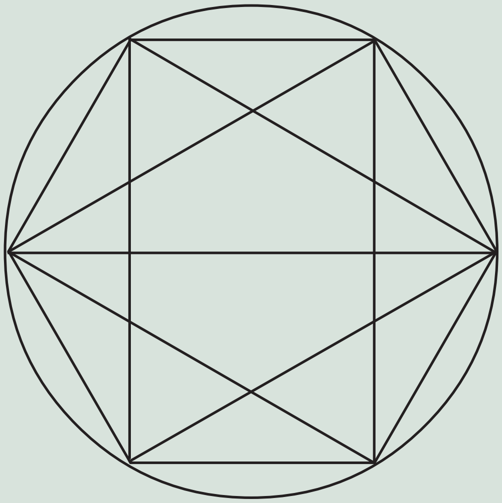
മാന്ത്രികവൃത്തം

ചിത്രം നോക്കൂ.



വൃത്തത്തിലെ കുറേ ബിന്ദുക്കൾ പരസ്പരം യോജിപ്പിച്ചതു കണ്ടില്ലേ? ഇതുപോലെ മറ്റു ബിന്ദുക്കളും പരസ്പരം യോജിപ്പിക്കൂ.

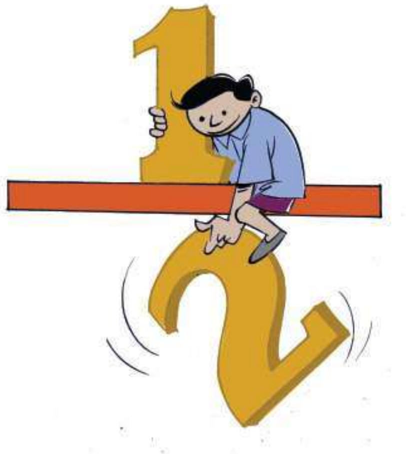
ഒളിഞ്ഞിരിക്കുന്നതാര്?



ചിത്രം വരച്ച് നിറം കൊടുക്കുക. ഇതിൽ എന്തൊക്കെ രൂപങ്ങളുണ്ട്?

തിരിഞ്ഞുനോക്കുമ്പോൾ

പഠനനേട്ടങ്ങൾ	എനിക്ക് കഴിയും	ടീച്ചറുടെ സഹായത്തോടെ കഴിയും	ഇനിയും മെച്ചപ്പെടേണ്ടതുണ്ട്
• ഉപകരണ സഹായത്താൽ കൃത്യമായ അളവിൽ വൃത്തം വരയ്ക്കാൻ കഴിയുന്നു.			
• വ്യത്യസ്ത രൂപങ്ങൾ ഒരുമിച്ചു ചേർത്ത് പാറ്റേണുകളും പുതിയ ചിത്രങ്ങളും രൂപീകരിക്കാൻ കഴിയുന്നു.			
• വൃത്തത്തിലെ ആരം, വ്യാസം എന്നീ അളവുകളുടെ പരസ്പരബന്ധം വിശദീകരിക്കാൻ കഴിയുന്നു.			



5

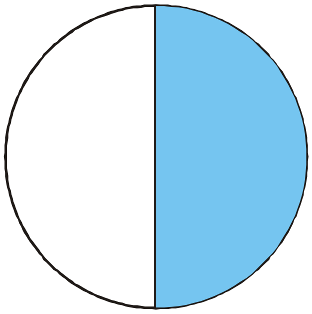
ഭാഗങ്ങളുടെ സംഖ്യ

പകുതി എന്നാൽ...

രണ്ടു ദോശ കഴിച്ചുകഴിഞ്ഞപ്പോൾ മിനി പറഞ്ഞു: “ഇനി ഒരു മുഴുവൻ ദോശ വേണ്ടമ്മേ, അര ദോശ മതി”.

അര ദോശയെന്നാൽ ഒരു ദോശയുടെ പകുതി, അല്ലേ?

ഈ ചിത്രം നോക്കൂ.



വട്ടത്തിന്റെ പകുതി നിറം കൊടുത്തിട്ടുണ്ട്. അതായത്, നിറം കൊടുത്തത് പകുതി വട്ടം.

ഈ ചിത്രത്തിലോ?

പകുതി വര നീല, പകുതി വര ചുവപ്പ്.

വരയുടെ നീളം ഒരു മീറ്ററാണെങ്കിലോ?

ഒരു മീറ്ററിന്റെ പകുതി നീളത്തെ അരമീറ്റർ എന്നു പറയാം. അപ്പോൾ അരമീറ്റർ നീല, അര മീറ്റർ ചുവപ്പ്.

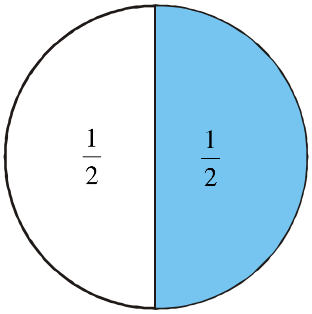
ഒരു ലിറ്റർ പാൽ രണ്ടു കുട്ടികൾക്ക് ഒരേ അളവിൽ കൊടുത്തു. ഒരാൾക്ക് എത്ര കിട്ടി?

ഒരു ലിറ്ററിന്റെ പകുതി, അതായത് അരലിറ്റർ.

രണ്ടു തുല്യഭാഗമാക്കിയതിൽ ഒന്നാണ് പകുതി, അല്ലെങ്കിൽ അര. കണക്കിൽ ഇതെഴുതുന്നത് $\frac{1}{2}$ എന്നാണ്; “അര” എന്നോ “രണ്ടിൽ ഒന്ന്” എന്നോ ആവശ്യം പോലെ വായിക്കാം.

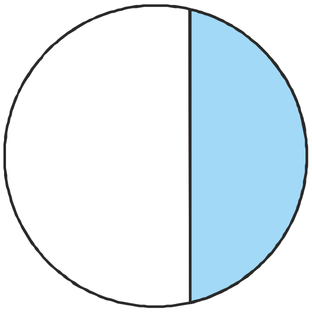
അപ്പോൾ

- മിനിക്കു വേണ്ടത് ദോശയുടെ $\frac{1}{2}$ ഭാഗം.
- വട്ടത്തിൽ നിറം കൊടുത്തത്, അതിന്റെ $\frac{1}{2}$ ഭാഗം.



- 1 മീറ്ററിന്റെ പകുതി $\frac{1}{2}$ മീറ്റർ
- 1 ലിറ്ററിന്റെ പകുതി $\frac{1}{2}$ ലിറ്റർ

ഈ ചിത്രം നോക്കൂ.



നിറം കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്, വട്ടത്തിന്റെ $\frac{1}{2}$ ഭാഗമാണോ?

അല്ലെന്നു പറഞ്ഞത് എന്തുകൊണ്ടാണ്?

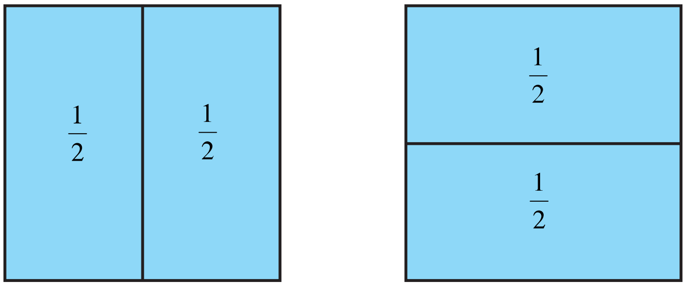
ഭിന്നങ്ങൾ ഭാരതത്തിൽ

ബി.സി. 500-ൽ എഴുതി എന്ന് കരുതപ്പെടുന്ന **സുൽബസൂത്രങ്ങളിൽ** ഭിന്നങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് പ്രശ്നങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കണ്ടതായി കാണുന്നുണ്ട്. ഈജിപ്റ്റിൽ ഏതാണ്ട് ബി.സി. 3000 മുതൽ തന്നെ ഭിന്നങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചിരുന്നെങ്കിലും അംശം 1 ആയ ഭിന്നങ്ങൾ മാത്രമാണ് കൈകാര്യം ചെയ്തിരുന്നത്. ഭാരതത്തിൽ എല്ലാതരം ഭിന്നങ്ങളും ഉപയോഗിച്ചിരുന്നു. ഭിന്നങ്ങളുടെ ഉപയോഗവും ക്രിയകളും ഉൾപ്പെടുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾ പ്രാചീനഭാരതത്തിലെ പ്രസിദ്ധ ഗണിതകൃതികളിലെല്ലാം കാണുന്നുണ്ട്.

ബ്രഹ്മഗുപ്തന്റെ **ബ്രഹ്മസ്ഫുട** സിദ്ധാന്തത്തിലും മഹാവീരന്റെ **ഗണിതസാരസംഗ്രഹത്തി**ലും ഈ കാര്യം വ്യക്തമാക്കുന്നുണ്ട്.

12-ാം നൂറ്റാണ്ടിൽ ജീവിച്ചിരുന്ന ഭാസ്കരാചാര്യ (രണ്ടാമൻ)രുടെ **ലീലാവതി**യിൽ നിരവധി ഗണിതപ്രശ്നങ്ങളിൽ ഭിന്നസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ചിട്ടുണ്ട്.

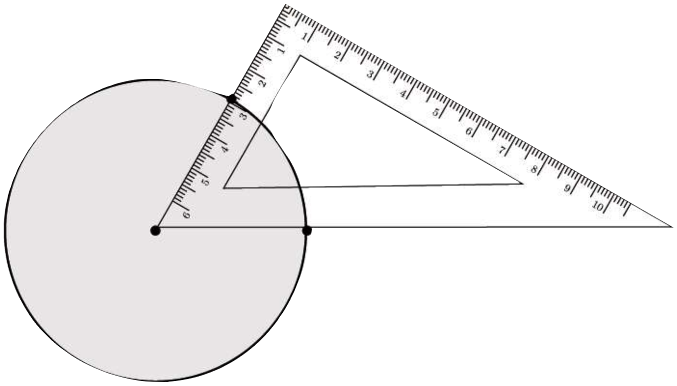
ഈ ചിത്രങ്ങൾ നോക്കൂ. ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ $\frac{1}{2}$ ഭാഗം രണ്ടു രീതികളിൽ അടയാളപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ട്.

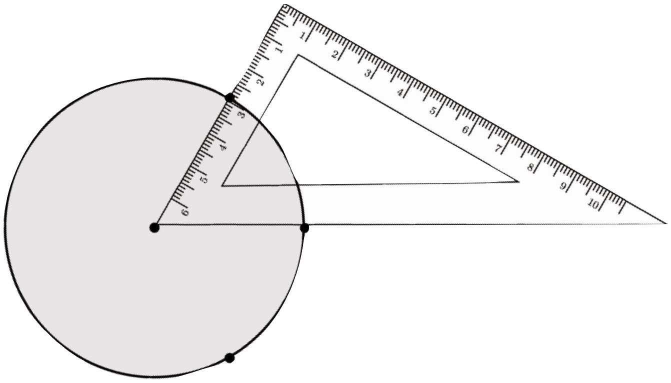


ഇനിയേതെങ്കിലും രീതിയിൽ $\frac{1}{2}$ ഭാഗങ്ങളാക്കാമോ? ആലോചിച്ചുനോക്കൂ.

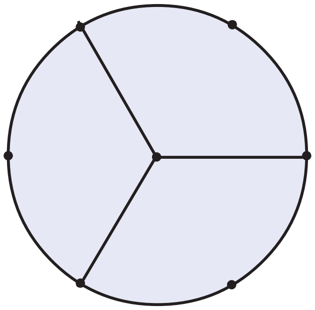
ഭാഗം മൂന്നായാൽ...

മട്ടം ഉപയോഗിച്ച്, ഒരു വൃത്തത്തിൽ ഒരേ അകലത്തിൽ ആറു കുത്തുകളിടാമല്ലോ.





ഇവയിൽ ഒന്നിടവിട്ട കുത്തുകൾ മാത്രം കേന്ദ്രവുമായി യോജിപ്പിച്ചാലോ?



ഈജിപ്തിന്റെ ഭിന്നങ്ങൾ

ബി.സി. 3200 മുതൽതന്നെ ഈജിപ്തിൽ ഭിന്നങ്ങളെ പ്രത്യേക ലിപികൾ ഉപയോഗിച്ച് എഴുതിയിരുന്നു. അംശം 1 ആയ ഭിന്നകങ്ങളാണ് ഇവർ പൊതുവെ ഉപയോഗിച്ചിരുന്നത്; കൂടാതെ $\frac{2}{3}$ ഉം $\frac{3}{4}$ ഉം ഉപയോഗിച്ചിരുന്നതായി കാണാം.

ഈ സമ്പ്രദായത്തിൽ $\frac{1}{3}$ നെ എന്നാണു സൂചിപ്പിക്കുന്നത്.

മറ്റു ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ ചിഹ്നങ്ങൾ.

$\frac{1}{2}$ =

$\frac{2}{3}$ =

$\frac{3}{4}$ =

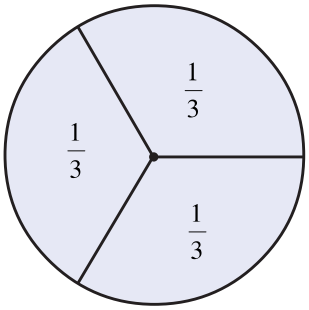
$\frac{1}{10}$ =

കാർഡ്ബോർഡിൽ വരച്ച്, മുറിച്ചെടുത്തു പരിശോധിക്കൂ; എല്ലാ ഭാഗങ്ങളും തുല്യമാണോ?

അപ്പോൾ ഓരോ ഭാഗവും വൃത്തത്തിന്റെ മൂന്നിലൊന്നു ഭാഗമാണെന്നു പറയാം.

എഴുതുന്നതോ?

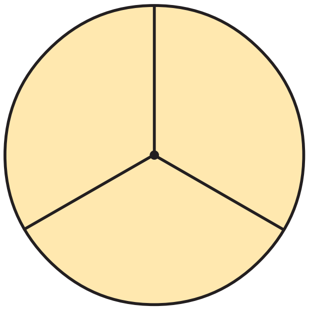
$\frac{1}{3}$ ഭാഗം



1 മീറ്റർ നീളമുള്ള ചരട് 3 തുല്യഭാഗങ്ങളായി മുറിച്ചാൽ, ഓരോ കഷണത്തിന്റെയും നീളം $\frac{1}{3}$ മീറ്റർ.

1 ലിറ്റർ പാൽ മൂന്നു പേർക്കു വീതിച്ചാൽ ഓരോരുത്തർക്കും എത്ര ലിറ്റർ കിട്ടും?

അച്ഛൻ ഒരു കേക്ക് കൊണ്ടുവന്നു; അമ്മ അതു ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതു പോലെ മൂന്നു കഷണങ്ങളാക്കി.

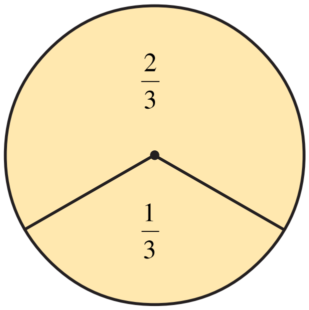


അച്ഛൻ തന്റെ വീതം അബുവിനു കൊടുത്തു. അപ്പോൾ അബുവിനു രണ്ടു കഷണങ്ങളായി.

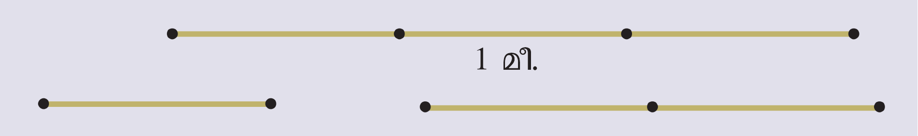
ശരിക്കു പറഞ്ഞാൽ, 3 തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കിയതിൽ 2 ഭാഗം.

ഇതിനെ മൂന്നിൽ രണ്ടു ഭാഗമെന്നു പറയാം; $\frac{2}{3}$ ഭാഗമെന്നെഴുതാം.

അമ്മയ്ക്കു കിട്ടിയ ഭാഗത്തിനെ എങ്ങനെയെഴുതും?



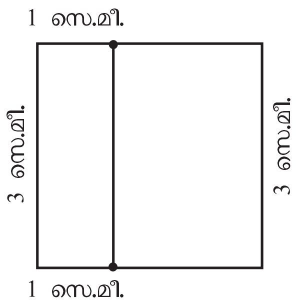
1 മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു ചരടിൽ മൂന്നു തുല്യഭാഗങ്ങൾ അടയാളപ്പെടുത്തി. ഒരു കഷണം മുറിച്ചെടുത്തു:



ചെറിയ കഷണത്തിന്റെ നീളം എത്ര മീറ്ററാണ്?

വലിയ കഷണത്തിന്റെയോ?

ഒരു സമചതുരം വരയ്ക്കുക, വശങ്ങളോരോന്നിനും 3 സെന്റിമീറ്റർ നീളം. ഇനി മുകളിലത്തേയും താഴത്തേയും വശങ്ങളിൽ ഇടത്തുനിന്ന് 1 സെന്റിമീറ്റർ അകലത്തിൽ കുത്തുകളിടുക, അവ യോജിപ്പിക്കുക.



സമചതുരത്തെ രണ്ടു ചതുരങ്ങളായി ഭാഗിച്ചില്ലേ?

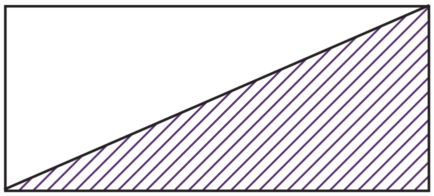
ചെറിയ ചതുരം സമചതുരത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ്?

വലിയ ചതുരമോ?

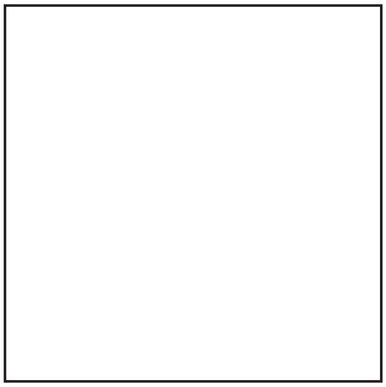
$\frac{1}{3}$ ഭാഗത്തിന് ചുവപ്പുനിറവും $\frac{2}{3}$ ഭാഗത്തിന് പച്ചനിറവും കൊടുക്കുക.

വേറെ ഏതെങ്കിലും രീതിയിൽ സമചതുരത്തെ $\frac{1}{3}$ ഉം $\frac{2}{3}$ ഉം ആയി ഭാഗിക്കാമോ?

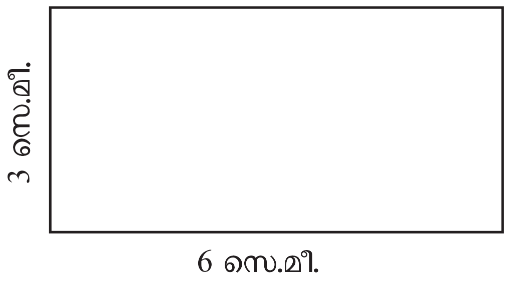
- ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന ചിത്രത്തിൽ നിറം നൽകിയിരിക്കുന്നത് ചതുരത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗത്തിനാണ്?



- തന്നിരിക്കുന്ന സമചതുരത്തിന്റെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗത്തിന് നിറം നൽകൂ.



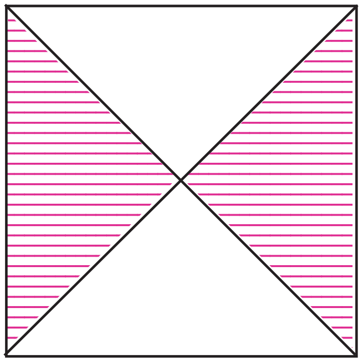
- ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന ചതുരത്തിന്റെ $\frac{2}{3}$ ഭാഗത്തിന് നീല നിറവും ബാക്കി ഭാഗത്തിന് പച്ചനിറവും നൽകുക.



പച്ച നിറം നൽകിയത് ചതുരത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗത്തിനാണ്?

- 1 മീറ്റർ നീളമുള്ള ഈർക്കിൽ ഒടിച്ച് തുല്യവശങ്ങളുള്ള ത്രികോണമുണ്ടാക്കി. ഒരു വശത്തിന്റെ നീളമെത്ര?

-



ചിത്രത്തിൽ നിറം നൽകിയിരിക്കുന്നത് സമചതുരത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗത്തിനാണ്?

PhET ഫെറ്റ്

അമേരിക്കയിലെ കോളറാഡോ യൂണിവേഴ്സിറ്റിയുടെ ഒരു സംരംഭമാണ് ഫെറ്റ് (PhET). ശാസ്ത്രപഠനം ഏറെ രസകരമാക്കാനുള്ള അനേകം സിമുലേഷനുകൾ ഉൾക്കൊള്ളിച്ചിരിക്കുന്ന സ്വതന്ത്ര സോഫ്റ്റ്‌വെയറാണിത്. ഇന്റർനെറ്റ് സൗകര്യം ഇല്ലാതെയും ഇത് പ്രവർത്തിപ്പിക്കാവുന്നതാണ്.

Application → School Resources → PhET എന്ന രീതിയിൽ തുറക്കാം.

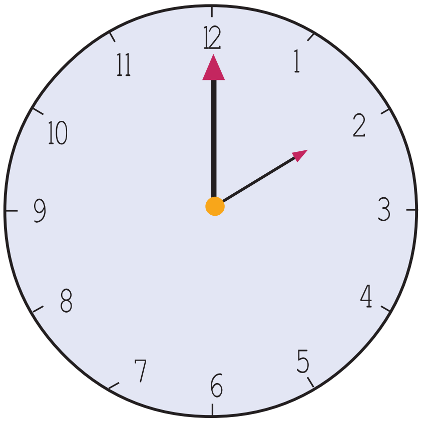
ഫെറ്റ് ജാലകത്തിൽ Simulation → Math → Build a fraction തുറന്ന് ഭിന്നസംഖ്യകളെ വിവിധ രീതികളിൽ വിശദീകരിക്കുന്ന സിമുലേഷനുകൾ പ്രവർത്തിപ്പിക്കാം. Fraction Intro യിലും ഇത്തരം പ്രവർത്തനങ്ങൾ ലഭ്യമാണ്.

- ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന വരയിൽ തുല്യഅകലത്തിലുള്ള ചില ബിന്ദുക്കൾ രേഖപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു.

AD യുടെ നീളം ആകെ നീളത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ്?

AC യുടെ നീളമോ? AE യുടെയോ?

- 20 മിനിറ്റ് കൊണ്ട് ക്ലോക്കിലെ മിനിറ്റ് സൂചി തിരിയുന്നത് വൃത്തത്തിന്റെ എത്രഭാഗമാണ്?

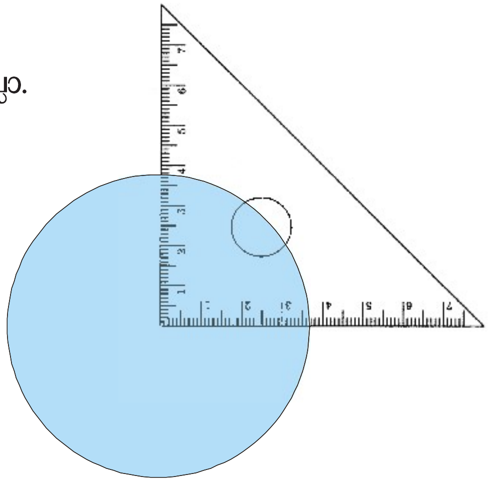


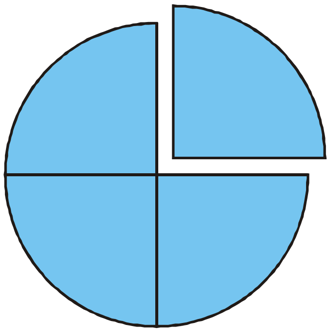
4 മണിക്കൂർ കൊണ്ട് മണിക്കൂർ സൂചി തിരിയുന്നത് വൃത്തത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ്?

മിനിറ്റ് സൂചി 1 ൽ നിന്ന് 9 ലേക്ക് എത്തുമ്പോഴേക്കും തിരിയുന്നത് വൃത്തത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ്?

ഭാഗം പലതരം

മട്ടമുപയോഗിച്ച് വട്ടത്തെ നാലു സമഭാഗങ്ങളാക്കാൻ അറിയാമല്ലോ.





കാർഡ്ബോർഡിൽ ഇതുപോലെ വരച്ച് ഒരു ഭാഗം വെട്ടിയെടുക്കുക.

വെട്ടിമാറ്റിയ ചെറിയ കഷണത്തെ വട്ടത്തിന്റെ നാലിലൊന്ന് എന്നു പറയാം; $\frac{1}{4}$ എന്നെഴുതാം.

വലിയ കഷണത്തെയോ?

തുല്യമായ 4 ഭാഗങ്ങളിൽ 3 എണ്ണം ചേർന്നതാണ് ഇത്. അതിനാൽ ഇതിനെ നാലിൽ മൂന്ന് എന്നു പറയുകയും $\frac{3}{4}$ എന്നെഴുതുകയും ചെയ്യാം.

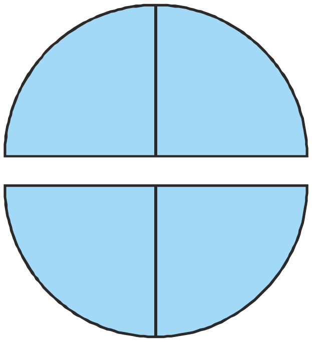
സാധാരണ ഭാഷയിൽ, $\frac{1}{4}$ നെ "കാൽ" എന്നും $\frac{3}{4}$ നെ "മുക്കാൽ" എന്നും പറയാറുണ്ട്.

നാട്ടുഭാഷ

സാധാരണയായി ഉപയോഗിക്കുന്ന ഭിന്നങ്ങൾക്ക് മലയാളഭാഷയിൽ പേരുകളുണ്ട്.

$\frac{1}{4}$	കാൽ	$\frac{1}{2}$	അര
$\frac{3}{4}$	മുക്കാൽ	$\frac{1}{8}$	അരക്കാൽ
$\frac{1}{16}$	മാഹാണി		

വലിയ കഷണത്തിൽനിന്ന് ഒരു ചെറിയ കഷണംകൂടി മുറിച്ചെടുത്ത്, ആദ്യത്തെ ചെറുകഷണത്തോട് ചേർത്തൊട്ടിച്ചാലോ?



രണ്ടു കഷണങ്ങളും വട്ടത്തിന്റെ പകുതി തന്നെയല്ലേ?

അതായത്, വട്ടത്തിന്റെ $\frac{1}{2}$ ഭാഗം.

"ഈ ഓരോ കഷണവും നാലു സമഭാഗങ്ങളാക്കിയതിൽ രണ്ടെണ്ണം ചേർന്നതാണ്; രണ്ടു കഷണങ്ങളും വട്ടത്തിന്റെ നാലിൽ രണ്ട്", എന്നാണ് ലൈല പറയുന്നത്.

അതും ശരിതന്നെ. നാലിൽ രണ്ടും പകുതിതന്നെ. അതായത് നാലിൽ രണ്ടും രണ്ടിൽ ഒന്നും മൊത്തത്തിന്റെ പകുതിയാണ്.

കണക്കു ഭാഷയിൽ

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

1 മീറ്റർ നീളമുള്ള ചരടിൽ നാലു തുല്യ ഭാഗങ്ങൾ അടയാളപ്പെടുത്തി:

ഓരോ ഭാഗവും എത്ര മീറ്റർ?

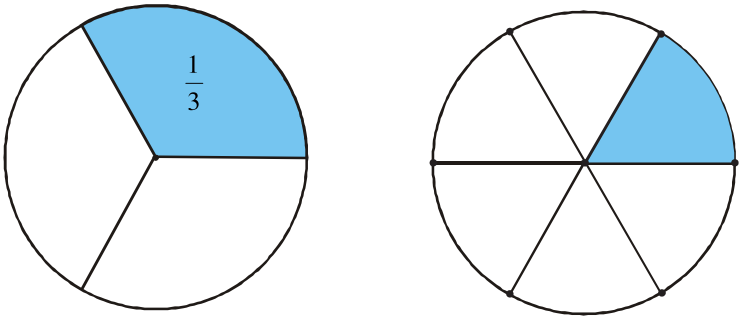
നടുവിലെ അടയാളത്തിലൂടെ മുറിച്ച് രണ്ടു കഷണങ്ങളാക്കിയാൽ ഓരോ ന്നിന്റെയും നീളം എത്ര മീറ്റർ?

1 മീറ്ററിനെ 4 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയതിൽ 2 എണ്ണം ചേർന്നതായതിനാൽ $\frac{2}{4}$ മീറ്റർ എന്നു പറയാം.

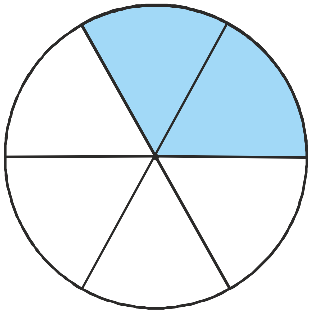
1 മീറ്ററിന്റെ പകുതിയായതിനാൽ $\frac{1}{2}$ മീറ്റർ എന്നു പറയുകയാവും ഭംഗി. (കാര്യം പെട്ടെന്നു പിടികിട്ടുകയും ചെയ്യും).

ഇനി മുമ്പു ചെയ്തതുപോലെ മട്ടംകൊണ്ട് വട്ടത്തിൽ ആറു കുത്തിട്ട് ഒന്നിടവിട്ട കുത്തുകൾ കേന്ദ്രവുമായി യോജിപ്പിക്കുക. അതേ വലുപ്പത്തി ലുള്ള മറ്റൊരു വട്ടത്തിൽ ഇതുപോലെ കുത്തുകളിട്ട്, എല്ലാ കുത്തുകളും കേന്ദ്രവുമായി യോജിപ്പിക്കുക. ആദ്യത്തെ വട്ടത്തിലെ ഓരോ ഭാഗവും $\frac{1}{3}$.

രണ്ടാമത്തെ വട്ടത്തിലോ?



രണ്ടാമത്തെ വട്ടത്തിലെ രണ്ടു ചെറിയ ഭാഗങ്ങൾ ചേർത്ത് നിറം കൊടു ത്താലോ?

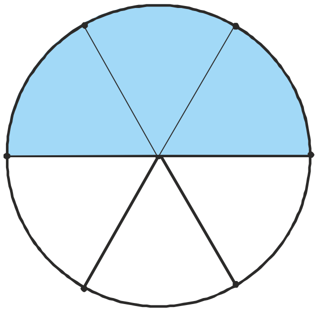


6 സമഭാഗങ്ങളിലെ 2 എണ്ണം ആയതിനാൽ $\frac{2}{6}$ ഭാഗം എന്നു പറയാം. ഈ $\frac{2}{6}$ ഭാഗവും ആദ്യത്തെ വട്ടത്തിലെ നിറം കൊടുത്ത $\frac{1}{3}$ ഭാഗവും ഒന്നുതന്നെയല്ലേ? (വേണമെങ്കിൽ, രണ്ടാമത്തെ വട്ടത്തിലെ ഈ രണ്ടു ഭാഗങ്ങൾ വെട്ടിയെടുത്ത്, ആദ്യത്തെ വട്ടത്തിലെ ഒരു ഭാഗത്തോട് ചേർത്തുവച്ച് നോക്കാം).

അതായത് ആറിൽ രണ്ടും, മൂന്നിലൊന്നും ഒരേ ഭാഗം തന്നെ.

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

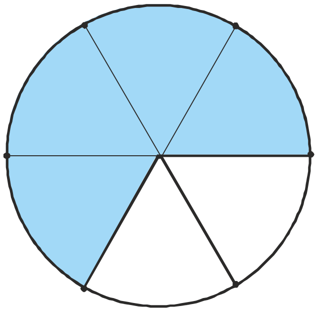
ഇനി രണ്ടാമത്തെ വട്ടത്തിലെ ഒരു ഭാഗവും കൂടി ചേർത്ത് നിറം കൊടുത്താലോ?



ഇതിൽനിന്ന് എന്തു കിട്ടി?

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

ഒരു ഭാഗവും കൂടി ആയാലോ?



ഇതും ആദ്യത്തെ വൃത്തത്തിലെ രണ്ടു ഭാഗം ചേർന്നതും ഒത്തുനോക്കൂ:

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

വൃത്തവിഭജനം

- ജിയോജിബ്ര സോഫ്റ്റ്‌വെയർ തുറന്ന് Polygon ടൂൾ എടുക്കുക.

Circle with Centre through Point

പ്രതലത്തിൽ ഒരു സ്ഥലത്ത് ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് മൗസ് നീക്കി മറ്റൊരു സ്ഥലത്ത് ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക.

ഇനി Line through two Points ടൂൾ എടുത്ത് വൃത്തത്തിന്റെ ഉള്ളിലെ ബിന്ദുവും വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവും ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് ഒരു വര വരയ്ക്കുക.

ടൂൾബാറിൽനിന്ന് Perpendicular line ടൂൾ എടുത്ത്

Tools → Special Line Tools → Perpendicular Line

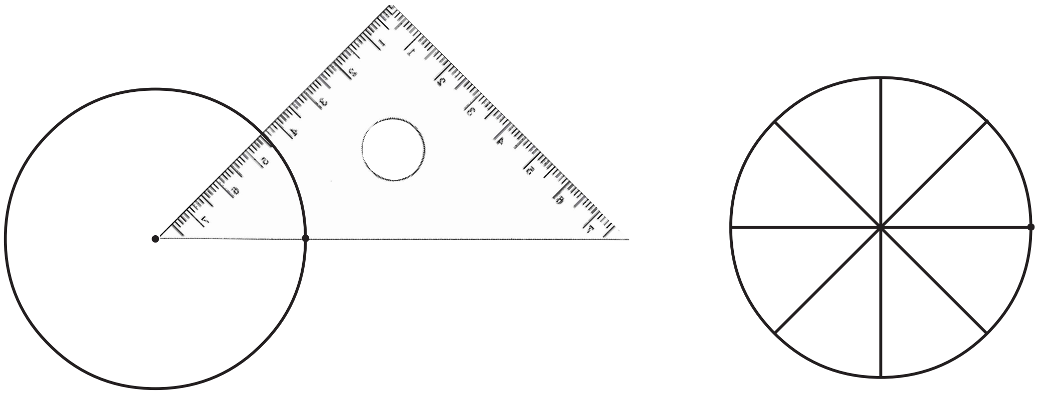
എന്ന ക്രമത്തിൽ ഈ ടൂൾ എടുക്കുക.

Perpendicular Line

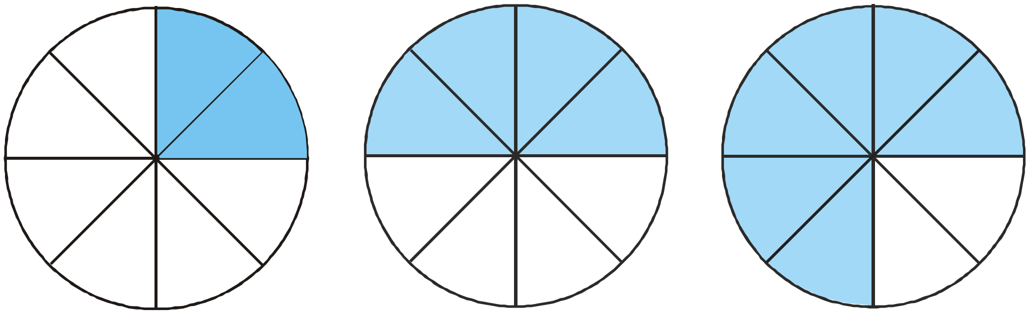
ആദ്യം വരച്ച വരയിലും വൃത്തത്തിന്റെ ഉള്ളിലെ ബിന്ദുവിലും ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് ഒരു വര വരയ്ക്കുക.

ഇപ്പോൾ വൃത്തം എത്ര കഷണമായി? ഓരോ കഷണവും വൃത്തത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ്?

ഇനി ഒരു വട്ടം വരച്ച്, മട്ടത്തിന്റെ ഒരു മൂല ഉപയോഗിച്ച്, അതിനെ എട്ടു സമഭാഗങ്ങളാക്കുക:



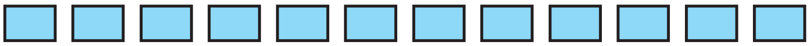
ഇതിലെ ഭാഗങ്ങൾ ഈരണ്ടു ചേർത്ത് നിറം കൊടുത്ത ചിത്രങ്ങളാണ് ചുവടെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്.



_________ _________ _________

ഓരോന്നിന്റെയും ചുവട്ടിൽ വട്ടത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ് നിറം കൊടുത്തിരിക്കുന്നതെന്ന് രണ്ടു തരത്തിൽ ഭിന്നമായി എഴുതുക.

1 മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു നാട 12 സമഭാഗങ്ങളായി മുറിച്ചു:



ഓരോ കഷണത്തിന്റെയും നീളം എത്ര മീറ്ററാണ്?

ഈ കഷണങ്ങൾ ഈരണ്ടു വീതം ചേർത്തുവച്ചു:

ചേർത്തുവച്ച ഓരോന്നിന്റെയും നീളം എത്ര മീറ്ററാണ്?

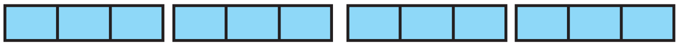
1 മീറ്ററിനെ 12 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയതിൽ 2 എണ്ണം ചേർന്നതായതിനാൽ, $\frac{2}{12}$ മീറ്റർ.

ചേർത്തുവച്ച ഓരോ ജോടിയെയും ഒറ്റക്കഷണമായി കണ്ടാലോ?

1 മീറ്ററിന്റെ 6 സമഭാഗങ്ങളിൽ ഒരെണ്ണം; അതായത് $\frac{1}{6}$ മീറ്റർ. അതായത്

$$\frac{2}{12} \text{ മീറ്റർ} = \frac{1}{6} \text{ മീറ്റർ}$$

12 കഷണങ്ങളെ മൂന്നു മൂന്നായി ചേർത്തുവച്ചാലോ?



ചേർത്തുവച്ച ഓരോന്നിന്റെയും നീളം എത്ര മീറ്ററാണ്?

ഇതിൽനിന്ന് എന്തു മനസ്സിലായി?

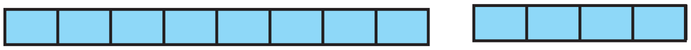
$\frac{3}{12}$ മീറ്റർ = ... മീറ്റർ

നാലായി ചേർത്തുവച്ചാലോ?

ഓരോന്നിന്റെയും നീളം

.... മീറ്റർ = ... മീറ്റർ

ഇനി ആദ്യത്തെ 12 കഷണങ്ങളെ ചുവടെ കാണുന്നതുപോലെ യോജിപ്പിച്ച് രണ്ടു ഭാഗമാക്കിയാലോ?



വലിയ ഭാഗത്തിന്റെ നീളം

.... മീറ്റർ = ... മീറ്റർ

ചെറിയ ഭാഗത്തിന്റെ നീളം

.... മീറ്റർ = ... മീറ്റർ

ഇങ്ങനെയാണ് ചേർത്തുവയ്ക്കുന്നതെങ്കിലോ?

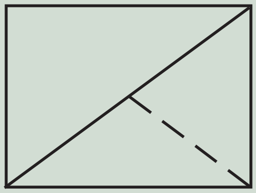
വലിയ ഭാഗത്തിന്റെ നീളം

.... മീറ്റർ = ... മീറ്റർ

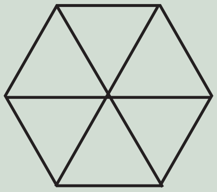
ചെറിയ ഭാഗത്തിന്റെ നീളം

.... മീറ്റർ = ... മീറ്റർ

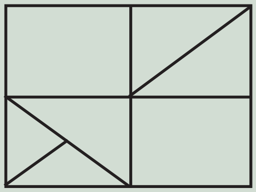
നിറം നൽകൂ.



$\frac{1}{4}$ ഭാഗം



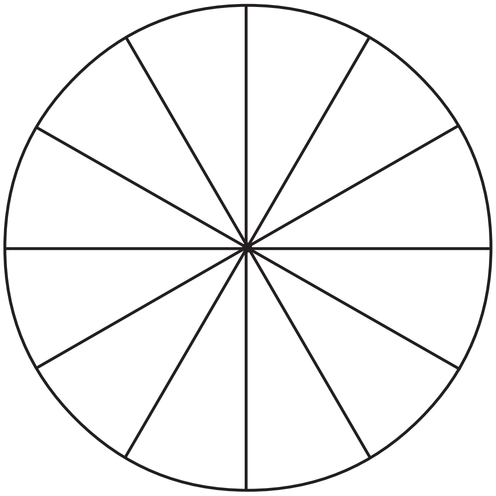
$\frac{1}{3}$ ഭാഗം



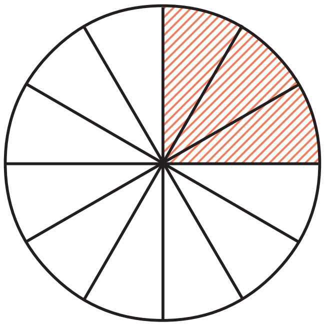
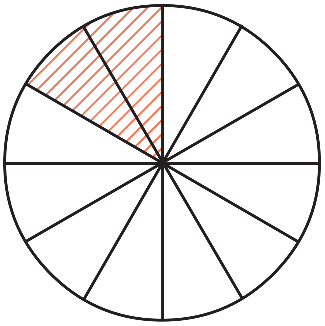
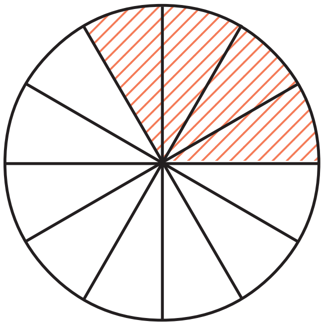
$\frac{1}{8}, \frac{1}{16}$ ഭാഗം

ചെയ്തുനോക്കാം

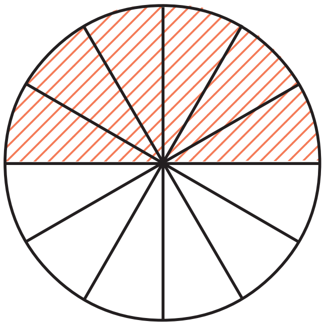
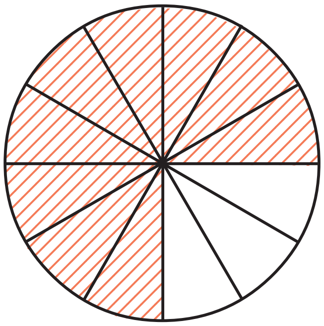
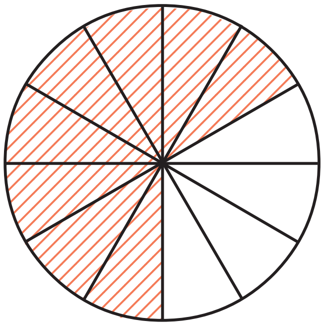
- ഒരു വൃത്തം വരച്ച്, അതിനെ മട്ടത്തിന്റെ മൂല ഉപയോഗിച്ച് 12 തുല്യ ഭാഗങ്ങളാക്കിയിരിക്കുന്നു.



ഇതിലെ ചില ഭാഗങ്ങൾക്ക് നിറം നൽകിയ ചിത്രങ്ങളാണ് ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നത്. ഓരോന്നിലും നിറം നൽകിയിരിക്കുന്നത് വൃത്തത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണെന്ന് രണ്ടു തരത്തിൽ ഭിന്നമായി എഴുതുക.

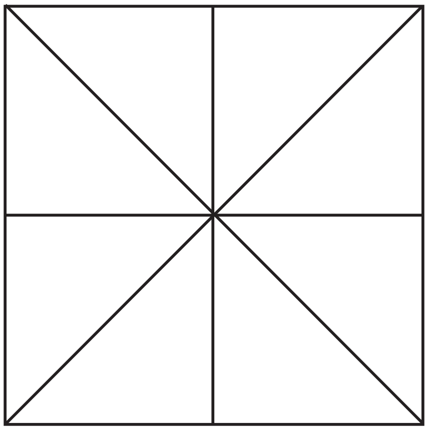
  

__________ __________ __________

__________ __________ __________

- ഒരു സമചതുരത്തെ കുറേ തുല്യഭാഗങ്ങളായി ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതുപോലെ ഭാഗിച്ചിരിക്കുന്നു.



സമചതുരത്തിന്റെ $\frac{1}{8}$ ഭാഗം ചുവപ്പു നിറം നൽകുക. $\frac{1}{4}$ ഭാഗം നീല നിറവും $\frac{1}{2}$ ഭാഗം പച്ച നിറവും നൽകുക.

നിറം നൽകാത്തത് എത്ര ഭാഗമാണ്?

ത്രികോണത്തിൽ ത്രികോണം

- ജിയോജിബ്ര സോഫ്റ്റ്‌വെയർ തുറന്ന് Polygon ടൂൾ എടുക്കുക.

പ്രതലത്തിൽ മൂന്നു വ്യത്യസ്ഥ സ്ഥലങ്ങളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. ശേഷം തുടങ്ങിയ സ്ഥലത്തു തന്നെ ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് ഒരു ത്രികോണം നിർമിക്കുക.

ടൂൾബാറിൽനിന്ന് Mid Point or Centre ടൂൾ എടുത്ത് ത്രികോണത്തിന്റെ ഓരോവശങ്ങളിലും ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് നോക്കൂ. ഇപ്പോൾ ഓരോ വശത്തിന്റെയും മധ്യബിന്ദുക്കൾ കിട്ടിയില്ലേ.

വീണ്ടും Polygon ടൂൾ എടുത്ത് ഈ ബിന്ദുക്കളെ യോജിപ്പിച്ച് ഒരു ത്രികോണംകൂടി വരക്കൂ.

ഓരോ ത്രികോണവും വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ്?

മുഴുവനും ഭാഗവും

ഒന്നര ലിറ്റർ പാൽ, ഒന്നേകാൽ മീറ്റർ തുണി, രണ്ടര കിലോഗ്രാം പയർ എന്നെല്ലാം പറയുന്നതു കേട്ടിട്ടില്ലേ?

എന്താണിവയുടെ അർഥം?

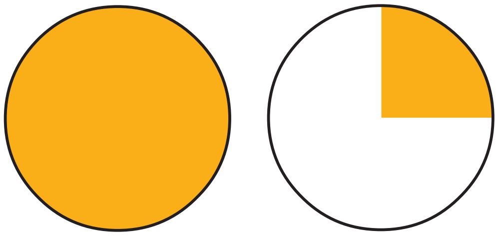
ഒരു പാത്രത്തിൽ ആദ്യം ഒരു ലിറ്റർ പാലും, പിന്നെ ഒരു ലിറ്ററിന്റെ പകുതിയും ഒഴിച്ചാൽ പാത്രത്തിൽ ആകെ എത്ര ലിറ്റർ പാലായി?

ഒരു ലിറ്ററും അര ലിറ്ററും ചേർന്നാൽ ഒന്നര ലിറ്റർ, ഇതെഴുതുന്നത് $1\frac{1}{2}$ ലിറ്റർ എന്നും.

രണ്ടു ലിറ്ററും പിന്നെ ഒരു ലിറ്ററിന്റെ നാലിലൊന്നുമാണ് എടുക്കുന്നതെങ്കിൽ രണ്ടേകാൽ ലിറ്റർ.

എഴുതുന്നത് $2\frac{1}{4}$ ലിറ്റർ.

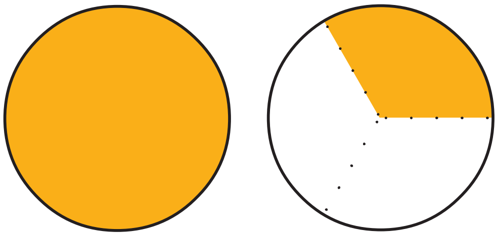
ഈ ചിത്രം നോക്കൂ.



ആദ്യത്തെ വട്ടം മുഴുവനായി നിറം കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

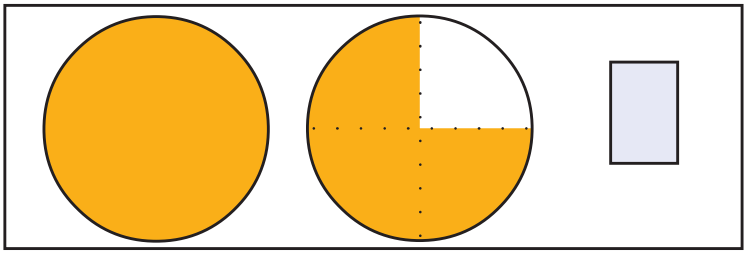
രണ്ടാമത്തെ വട്ടത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ് നിറം കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്?

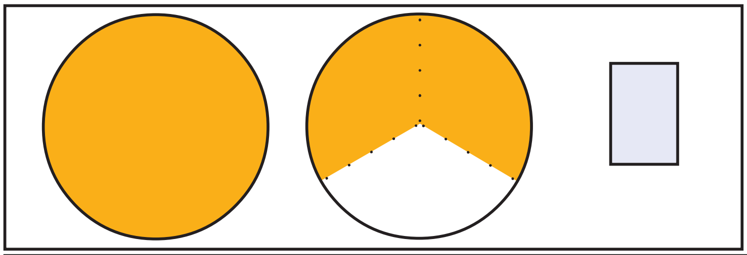
അപ്പോൾ ആകെ $1\frac{1}{4}$ വട്ടത്തിന് നിറം കൊടുത്തു എന്നു പറയാം. ഈ ചിത്രത്തിലോ?

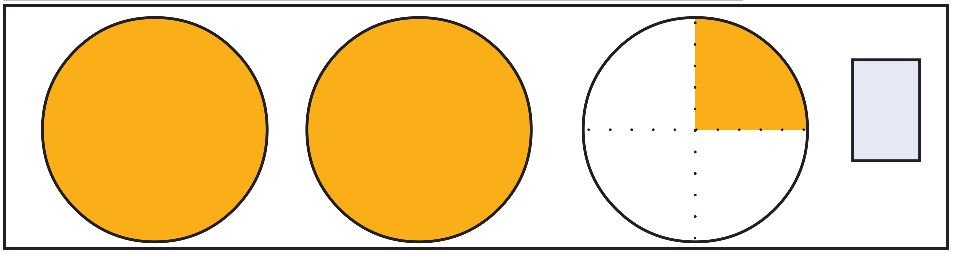


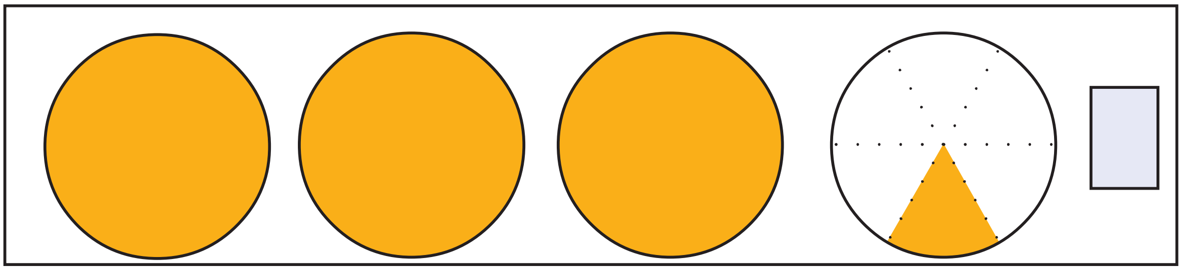
ഒന്നും മൂന്നിലൊന്നും; എഴുതുന്നത് $1\frac{1}{3}$

ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഓരോ ചിത്രത്തിലും എത്ര വട്ടത്തിനാണ് നിറം കൊടുത്തിരിക്കുന്നത് എന്നു പറയുക; സംഖ്യയായി എഴുതുകയും വേണം.







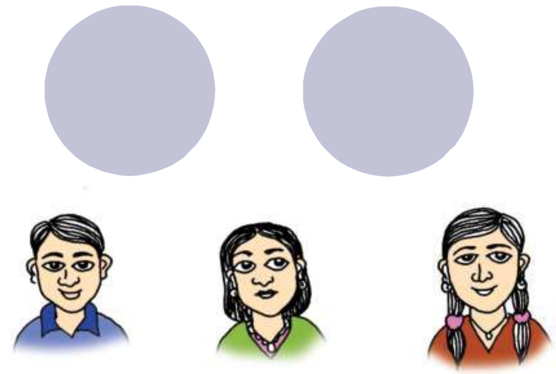


വീതിക്കുമ്പോൾ

6 കേക്ക് 3 പേർക്ക് തുല്യമായി വീതിച്ചാൽ ഓരോരുത്തർക്കും എത്ര കേക്ക് കിട്ടും?

3 കേക്കേ ഉള്ളുവെങ്കിലോ?

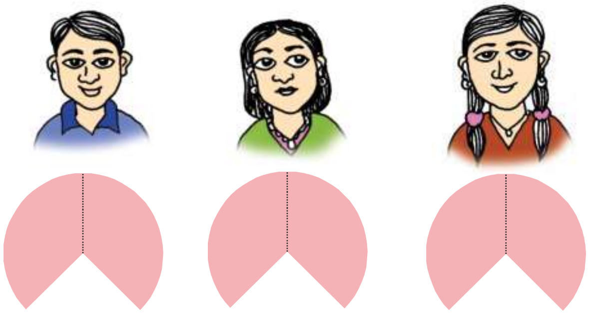
ഇനി 2 കേക്ക് 3 പേർക്ക് തുല്യമായി വീതിക്കണമെങ്കിലോ?



എങ്ങനെ വീതിക്കും?

ആദ്യം ഒരു കേക്ക് മൂന്നായി മുറിച്ച്, ഓരോരുത്തർക്കും കൊടുക്കുക.

ഇനി അടുത്ത കേക്കും ഇതുപോലെ മുറിച്ചു കൊടുക്കുക.



അപ്പോൾ ഓരോരുത്തർക്കും ഒരു കേക്കിന്റെ $\frac{2}{3}$ ഭാഗം കിട്ടി.

ഇതുപോലെ 3 കേക്ക് 4 പേർക്ക് തുല്യമായി വീതിച്ചാൽ ഓരോരുത്തർക്കും ഒരു കേക്കിന്റെ എത്ര ഭാഗം കിട്ടും? ആലോചിച്ചുനോക്കൂ.

JfractionLab

- ഭിന്നങ്ങൾ രൂപീകരിക്കാനും അവയെ വിശദീകരിക്കാനും സഹായകമായ ഒരു സ്വതന്ത്രസോഫ്റ്റ്‌വെയറാണ് ജെഫ്രാക്ഷൻലാബ് (JfractionLab)

Application → Education → JfractionLab

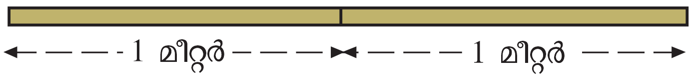
എന്ന ക്രമത്തിൽ ഈ സോഫ്റ്റ്‌വെയർ തുറക്കാം.

Clicking the Numerator, Defining fraction എന്നീ ഭാഗങ്ങളിലുള്ള പ്രവർത്തനങ്ങൾ ചെയ്തുനോക്കൂ.

അളവും ഭാഗവും

2 മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു നാട 3 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയാൽ, ഓരോ കഷണത്തിന്റെയും നീളം എത്ര മീറ്ററാണ്?

ആദ്യം ഓരോ മീറ്ററിനെയും 3 സമഭാഗങ്ങളാക്കുന്നതായി സങ്കൽപ്പിക്കാം:



ഇപ്പോൾ 6 സമഭാഗങ്ങളായി; നമുക്കു വേണ്ടത് 3 ഉം.

ഈരണ്ടെണ്ണം വീതം ചേർത്തുവച്ചാലോ?

ഈ മൂന്നു കഷണങ്ങളിൽ ഓരോന്നിന്റെയും നീളം എത്ര മീറ്ററാണ്?

1 മീറ്ററിനെ 3 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയതിൽ രണ്ടെണ്ണം ചേർന്നതാണ് ഓരോന്നും. അതായത് $\frac{2}{3}$ മീറ്റർ.

അപ്പോൾ എന്തു മനസ്സിലായി?

2 മീറ്ററിനെ മൂന്നു സമഭാഗങ്ങളാക്കിയാൽ, ഓരോ കഷണത്തിന്റെയും നീളം $\frac{2}{3}$ മീറ്റർ.

- 2 മീറ്റർ റിബൺ 5 പേർ വീതിച്ചെടുത്താൽ, ഓരോരുത്തർക്കും എത്ര മീറ്റർ റിബൺ കിട്ടും? ഇത് എത്ര സെന്റിമീറ്റർ ആണ്?
- 3 ലിറ്റർ പാൽ 4 പേർക്ക് വീതിച്ചാൽ ഓരോരുത്തർക്കും എത്ര ലിറ്റർ കിട്ടും? ഇത് എത്ര മില്ലിലിറ്ററാണ്?
- 6 കിലോഗ്രാം പഞ്ചസാര 8 പൊതികളാക്കണം. എല്ലാ പൊതികളിലും ഒരേ തൂക്കമായിരിക്കണം. ഓരോ പൊതിയിലും എത്ര കിലോഗ്രാം നിറയ്ക്കണം? ഇത് എത്ര ഗ്രാം ആണ്?

അളവുകളും പേരുകളും

ഒരു മീറ്റർ എന്ന നീളം 100 സെന്റിമീറ്ററാണല്ലോ. അപ്പോൾ ഒരു സെന്റിമീറ്റർ നീളം, ഒരു മീറ്റർ നീളത്തിന്റെ $\frac{1}{100}$ ഭാഗമാണ്. ഇതുപോലെ 1 മില്ലിമീറ്റർ നീളം, 1 സെന്റിമീറ്ററിന്റെ $\frac{1}{10}$ ഭാഗമാണ്.

ഒരു മില്ലിലിറ്റർ ഒരു ലിറ്ററിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ്?

ഒരു ഗ്രാം ഒരു കിലോഗ്രാമിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ്?

"അരയുടെ പകുതി മുക്കാലിന്റെ മൂന്നിലൊന്നാണ്."

നിങ്ങളുടെ അഭിപ്രായം എന്ത്? ഒരു വൃത്തം വരച്ച് ഭാഗങ്ങളാക്കി പരിശോധിക്കൂ.

- 1 മീറ്റർ, 2 മീറ്റർ നീളങ്ങളുള്ള നാടകളാണ് ചിത്രത്തിൽ തന്നിരിക്കുന്നത്.

1 മീറ്റർ

2 മീറ്റർ

1 മീറ്റർ നാടയുടെ $\frac{2}{5}$ ഭാഗം അടയാളപ്പെടുത്തുക.

2 മീറ്റർ നാടയുടെ $\frac{1}{5}$ ഭാഗം അടയാളപ്പെടുത്തുക.

1 മീറ്ററിന്റെ $\frac{2}{5}$ ഭാഗവും 2 മീറ്ററിന്റെ $\frac{1}{5}$ ഭാഗവും തമ്മിൽ എന്താണു ബന്ധം?

- അനുവിനും പ്രിയക്കും $\frac{3}{4}$ മീറ്റർ റിബൺ വേണം. അനുവിന്റെ കൈവശം 1 മീറ്റർ റിബണും പ്രിയയുടെ കൈവശം 3 മീറ്റർ റിബണുമാണ് ഉള്ളത്. ഓരോരുത്തരും $\frac{3}{4}$ മീറ്റർ റിബൺ അവരുടെ കൈവശമുള്ള റിബണിൽ നിന്നും മുറിച്ചെടുക്കുന്നത് എങ്ങനെ?

ജിയോജിബ്ര സോഫ്റ്റ്‌വെയർ തുറന്ന് Segment between Two Points ടൂൾ എടുത്ത് ഒരു വര വരയ്ക്കൂ. ഈ വരയെ രണ്ടു തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കാമോ?

Mid Point or Center ടൂൾ ഉപയോഗിച്ചുനോക്കൂ. ഓരോ ഭാഗവും ആകെ നീളത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗം?

ഇതുപോലെ തന്ന വരയെ എത്ര ഭാഗങ്ങളാക്കി വിഭജിക്കാം, 4, 8, 16, ... അല്ലേ?

ശിഷ്ടവും ഭിന്നവും

2 കേക്ക് മൂന്നു പേർക്കു തുല്യമായി വീതിച്ചപ്പോൾ ഓരോരുത്തർക്കും ഒരു കേക്കിന്റെ $\frac{2}{3}$ ഭാഗം കിട്ടുന്നു.

മറിച്ചായാലോ?

3 കേക്ക്, 2 പേർക്ക് തുല്യമായി എങ്ങനെ വീതിക്കും.

ആദ്യം ഓരോരുത്തർക്കും ഒരു മുഴുവൻ കേക്ക് കൊടുക്കാം. പിന്നെ മിച്ചമുള്ള 1 കേക്ക് 2 ഭാഗമാക്കി കൊടുക്കാം.

അപ്പോൾ ഓരോരുത്തർക്കും $1\frac{1}{2}$ കേക്ക്.

5 കേക്കാണെങ്കിലോ?

ആദ്യം 2 കേക്ക് വീതം കൊടുക്കാം. പിന്നെ മിച്ചമുള്ള ഒരെണ്ണം പകുതിയാക്കി കൊടുക്കാം.

അപ്പോൾ ഒരാൾക്ക് $2\frac{1}{2}$ കേക്ക്.

വരയെ 3 തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കി വിഭജിക്കാമോ?

(Circle with Center and Radius, Intersect Two Objects എന്നീ ടൂളുകൾ ഉപയോഗിക്കാം).

ഇതിൽ ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്രയായിരിക്കും? വലിയ വൃത്തത്തിന്റെയോ?

ഇതുപോലെ 9 ലിറ്റർ പാൽ 4 പേർക്ക് തുല്യമായി വീതിച്ചാലോ?

ഓരോ ലിറ്റർ വീതം കൊടുത്താൽ മിച്ചം 5 ലിറ്റർ. അപ്പോൾ ഇനിയും ഓരോ ലിറ്റർ വീതം കൊടുക്കാം. മിച്ചം 1 ലിറ്റർ.

ഇങ്ങനെ വീണ്ടും വീണ്ടും 4 കുറയ്ക്കുന്നതിനു പകരം ഹരിച്ചു നോക്കിയാൽപ്പോരേ?

9 നെ 4 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ – ഫലം 2, ശിഷ്ടം 1

അതായത്, 2 ലിറ്റർ വീതം 4 പേർക്ക് കൊടുക്കാം, 1 ലിറ്റർ ബാക്കി. ഇതും 4 പേർക്ക് വീതിച്ചാലോ?

ഒരാൾക്ക് $\frac{1}{4}$ ലിറ്റർ.

അപ്പോൾ ഓരോരുത്തർക്കും ആകെ $2\frac{1}{4}$ ലിറ്റർ.

20 മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു കമ്പിച്ചുരുൾ, ഒരേ നീളമുള്ള 3 ഭാഗമാക്കി. ഒരു കഷണത്തിന്റെ നീളമെത്ര മീറ്ററാണ്?

20 നെ 3 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ – ഫലം 6, ശിഷ്ടം 2

അതായത്, 6 മീറ്റർ വീതം നീളമുള്ള 3 കഷണങ്ങളാക്കിയാൽ 2 മീറ്റർ ബാക്കിയാകും.

ഇതിനേയും മൂന്നു സമഭാഗങ്ങളാക്കിയാലോ?

ഓരോ ഭാഗവും $\frac{2}{3}$ മീറ്റർ

ആകെ $6\frac{2}{3}$ മീറ്റർ

- 8 മീറ്റർ റിബൺ 5 പേർ തുല്യമായി വീതിച്ചെടുത്താൽ, ഓരോരുത്തർക്കും എത്ര മീറ്റർ റിബൺ കിട്ടും? ഇത് മീറ്ററും സെന്റിമീറ്ററുമായി പറയാമോ?
- 15 ലിറ്റർ മണ്ണെണ്ണ, ഒരേപോലെയുള്ള 4 പാത്രത്തിൽ നിറച്ചു. ഒരു പാത്രത്തിൽ എത്ര ലിറ്റർ മണ്ണെണ്ണയുണ്ട്? ഇത് ലിറ്ററും മില്ലിലിറ്ററും ആയി പറയാമോ?

- 30 കിലോഗ്രാം പഞ്ചസാര 8 പേർക്ക് തുല്യമായി വീതിച്ചാൽ ഓരോരുത്തർക്കും എത്ര കിലോഗ്രാം വീതം കിട്ടും? ഇത് കിലോഗ്രാമും ഗ്രാമും ആയി എങ്ങനെ പറയാം?

ഭിന്നവും ഹരണവും

2 മീറ്ററിനെ 3 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയാൽ, ഒരു ഭാഗത്തിന്റെ നീളം $\frac{2}{3}$ മീറ്റർ എന്നാണ് എഴുതുന്നത്.

3 മീറ്ററിനെ 2 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയാൽ, ഒരു ഭാഗത്തിന്റെ നീളം $1\frac{1}{2}$ മീറ്റർ എന്നാണ് സാധാരണയായി എഴുതുന്നത്. ആദ്യത്തെ കണക്കിലെന്നപോലെ ഇതിനെ $\frac{3}{2}$ മീറ്റർ എന്നും എഴുതാറുണ്ട് (വായിക്കുന്നത്, “മൂന്ന് ഭാഗം രണ്ട്” എന്നും). അതായത്

$$\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

ഇതുപോലെ 5 നെ 2 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയാൽ അതിലോരോന്നിനെയും $\frac{5}{2}$ എന്നെഴുതാം.

ശരിക്കു പറഞ്ഞാൽ, 5 ലിറ്റർ പാൽ 2 പേർക്ക് തുല്യമായി വീതിച്ചാൽ ഓരോരുത്തർക്കും എത്ര ലിറ്റർ പാൽ കിട്ടും?

$$\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

മനക്കണക്ക്

- $1\frac{1}{4}$ മീറ്റർ നീളമുള്ള എത്രകമ്പുകൾ ചേർത്തുവച്ചാൽ 5 മീറ്റർ നീളം കിട്ടും?
- $1\frac{2}{3}$ മീറ്റർ നീളമുള്ള എത്ര കമ്പുകൾ ചേർത്തുവച്ചാൽ 5 മീറ്റർ കിട്ടും?
- $4\frac{1}{2}$ ലിറ്റർ വെള്ളംകൊണ്ട് $\frac{3}{4}$ ലിറ്റർ കൊള്ളുന്ന എത്ര കുപ്പികളിൽ നിറക്കാം?

ഇതുപോലെ 9 നെ 4 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയാൽ ഓരോ ഭാഗത്തെയും എങ്ങനെ എഴുതാം?

ഇതിനെ സാധാരണ രീതിയിൽ എണ്ണൽസംഖ്യയും ഭിന്നവുമായി എഴുതിയാലോ?

$$\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

അപ്പോൾ മറ്റൊരു ചോദ്യം: 6 മീറ്റർ നീളമുള്ള ചരട് 2 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയാൽ, ഓരോ കഷണത്തിന്റെയും നീളം എത്ര മീറ്ററാണ്?

ഇപ്പോൾ പറഞ്ഞതനുസരിച്ച് ഇത് എങ്ങനെയെഴുതാം?

$$\frac{6}{2} = 3$$

6 നെ രണ്ടു തുല്യഭാഗമാക്കുന്ന ക്രിയയെ 6 ÷ 2 എന്നാണല്ലോ എഴുതുന്നത്. അതായത്.

$$\frac{6}{2} = 6 \div 2 = 3$$

ഇതുപോലെ

$$\frac{6}{3} = 6 \div 3 = 2$$

6 മീറ്റർ ചരടിനെ 6 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയാലോ?

$$\frac{6}{6} = 6 \div 6 = 1$$

5 നെ 5 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാലും ഫലം 1 തന്നെയല്ലേ. അപ്പോൾ

$$\frac{5}{5} = 1$$

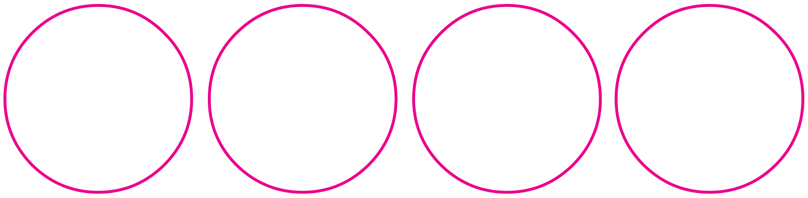
$\frac{7}{3}$ നെ എങ്ങനെ പിരിച്ചെഴുതും?

7 നെ 3 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ഫലം 2 ഉം ശിഷ്ടം 1 ഉം ആണല്ലോ. ഈ ശിഷ്ടത്തെയും 3 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ $\frac{1}{3}$ കിട്ടും. അപ്പോൾ

$$\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$

ഇതുപോലെ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഓരോ ഭിന്നസംഖ്യയേയും എണ്ണൽസംഖ്യയും ഭിന്നസംഖ്യയും ചേർന്ന രൂപത്തിൽ പിരിച്ചെഴുതുക.

$$\frac{17}{2}, \frac{17}{3}, \frac{17}{4}, \frac{17}{5}, \frac{17}{6}, \frac{16}{6}$$

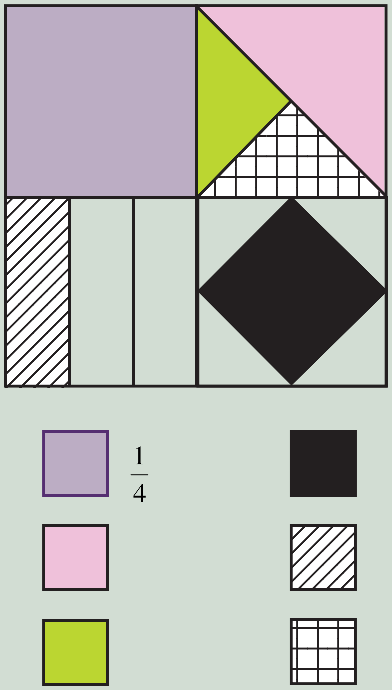
- 7 മീറ്റർ തുണി നാലു പേർക്ക് തുല്യമായി വീതിച്ചാൽ ഒരാൾക്ക് എത്ര മീറ്റർ തുണി കിട്ടും?
- 34 രൂപ നാലു പേർക്ക് തുല്യമായി ഭാഗിച്ചാൽ ഒരാൾക്ക് എത്ര രൂപ കിട്ടും? ഇത് രൂപയും പൈസയുമായി എങ്ങനെ എഴുതാം?
- 

  റിയാസ്, രാജേഷ്, രാഗേഷ് എന്നിവർ 4 കേക്ക് വാങ്ങി. തുല്യമായി ഭാഗിച്ച ശേഷം രാഗേഷിന്റെ വിഹിതം എടുത്തു മാറ്റി. ബാക്കി വരുന്ന കേക്കിന്റെ ചിത്രം വരയ്ക്കുക. ഇനി റിയാസിന്റെ വിഹിതവും എടുത്തുമാറ്റിയാൽ ബാക്കിവരുന്ന കേക്കിന്റെ ചിത്രം വരക്കുക.

- ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന പട്ടികയിൽ ഒന്നാമത്തെ കോളത്തിലെ സംഖ്യകൾക്ക് തുല്യമായ സംഖ്യകൾ രണ്ടാമത്തെ കോളത്തിൽ ക്രമം തെറ്റിച്ചാണ് എഴുതിയിരിക്കുന്നത്. സംഖ്യകളെ ക്രമം ശരിയാക്കി എഴുതുക.

കോളം 1	കോളം 2
$\frac{6}{8}$	$1\frac{1}{2}$
$\frac{8}{3}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{15}{4}$	$\frac{3}{4}$
$\frac{12}{8}$	$\frac{16}{10}$
$\frac{8}{5}$	$2\frac{2}{3}$
$\frac{4}{6}$	$3\frac{3}{4}$

ഈ ചിത്രത്തിലെ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന നിറങ്ങൾ സൂചിപ്പിക്കുന്ന ഭിന്നസംഖ്യകൾ എഴുതുക.



- 1 മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു നാടയിൽ നിന്നും $\frac{4}{3}$ മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു നാട അളന്നെടുക്കാൻ കഴിയുമോ? 4 മീറ്റർ നീളമുള്ള നാടയിൽ നിന്നും ഇതെങ്ങനെ അളന്നെടുക്കും? 2 മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു നാടയിൽ നിന്നും ഇതെങ്ങനെ അളന്നെടുക്കും?

തിരിഞ്ഞുനോക്കുമ്പോൾ

പഠനനേട്ടങ്ങൾ	എനിക്ക് കഴിയും	ടീച്ചറുടെ സഹായത്തോടെ കഴിയും	ഇനിയും മെച്ചപ്പെടേണ്ടതുണ്ട്
• ഭിന്നസംഖ്യയെ മുഴുവന്റെ ഭാഗമായി വ്യാഖ്യാനിക്കുവാൻ കഴിയുന്നു.			
• ഹരണരൂപത്തിലുള്ള ഒരു ക്രിയ ഭിന്ന രൂപത്തിൽ പറയാനും എഴുതാനും കഴിയുന്നു.			
• ശിഷ്ടം വരുന്ന ഹരണ സന്ദർഭങ്ങളിൽ ഹരണഫലം ഭിന്നസംഖ്യാരൂപത്തിൽ പറയാനും എഴുതാനും കഴിയുന്നു.			
• അളവുകളിലെ വലിയ യൂണിറ്റിന്റെയും ചെറിയ യൂണിറ്റിന്റെയും ബന്ധം ഭിന്നസംഖ്യാരൂപത്തിൽ പ്രകടിപ്പിക്കുവാൻ കഴിയുന്നു.			
• ഒരു ഭിന്നസംഖ്യയ്ക്ക് തന്നെ പല രൂപങ്ങളുണ്ടെന്ന് വിശദീകരിക്കാൻ കഴിയുന്നു.			